

COLÉGIO PEDRO II

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

MARCUS VINICIUS SILVA DA COSTA

**NOÇÕES DE ECONOMIA PARA AMBIENTES DE
EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: REFLEXÕES
SOBRE DESENVOLVIMENTO HUMANO E
DISTRIBUIÇÃO DE RENDA POR MEIO DOS ÍNDICES DE
GINI E IDH**

Rio de Janeiro
2022



Marcus Vinicius Silva da Costa

**NOÇÕES DE ECONOMIA PARA AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA
ESCOLAR: REFLEXÕES SOBRE DESENVOLVIMENTO HUMANO E
DISTRIBUIÇÃO DE RENDA POR MEIO DOS ÍNDICES DE GINI E IDH**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ivail Muniz Junior

Rio de Janeiro
2022

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

B732 Costa, Marcus Vinicius Silva da

Noções de Economia para Ambientes de Educação Financeira Escolar: reflexões sobre desenvolvimento humano e distribuição de renda por meio dos índices de GINI e IDH/ Marcus Vinicius Silva da Costa. - Rio de Janeiro, 2022.

102 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Ivail Muniz Junior.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Economia. 3. Desenvolvimento Humano. 4. Resolução de problemas (Matemática).
I. Muniz Junior, Ivail. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Marcus Vinicius Silva da Costa

**NOÇÕES DE ECONOMIA PARA AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA
ESCOLAR: REFLEXÕES SOBRE DESENVOLVIMENTO HUMANO E
DISTRIBUIÇÃO DE RENDA POR MEIO DOS ÍNDICES DE GINI E IDH.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 25/02/2022.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ivail Muniz Junior (Orientador)
Colégio Pedro II - PROFMAT CPII

Prof. Dra. Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Colégio Pedro II - PROFMAT CPII

Prof. Dr. Antonio José Lopes
DEPMAT-UNIVESP

Rio de Janeiro
2022

Dedico esse trabalho a minha família, aos meus amigos, professores que sempre me ajudaram e incentivaram, ao meu orientador e amigo Prof. Ivail Muniz por todo o aprendizado, paciência e orientação por todo esse tempo. Gratidão Eterna.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao meu Deus, por ter me proporcionado uma oportunidade de qualificação e conseqüentemente evolução profissional, me dando forças para seguir nos estudos.

Agradeço também a minha esposa Taiane, que incansavelmente teve muita paciência, me compreendeu, me apoiou, e segue acreditando no meu potencial. Sem você eu não teria chegado até aqui!

Aos meus filhos Juan Nicolas e Viviane (que nasceu no decorrer do curso) por toda energia e sorrisos quando eu mais precisei.

Gratidão imensa aos meus professores do PROFMAT, em especial ao meu amigo Prof. Dr. Ivail Muniz a quem tive a honra e alegria de ser orientado

Ao meu amigo Prof. Dr. Daniel F. N. Martins, que com toda a sua humildade me proporcionou aprendizagens significativas.

Agradeço também ao excelente grupo de amigos que fiz com a turma do PROFMAT-2019 e em especial a minha amiga Suellen Perovano, que sempre me motivou a prosseguir no curso

E finalmente aos membros da banca por terem aceitado o convite para contribuir com meu trabalho.

RESUMO

COSTA, Marcus Vinicius Silva da Costa. **Noções de Economia para Ambientes de Educação Financeira Escolar: reflexões sobre desenvolvimento humano e distribuição de renda a partir dos índices de GINI e IDH.** 2022. 102f. Dissertação (Mestrado) Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Rio de Janeiro, 2022.

A abordagem de contextos e noções econômicas no currículo de Matemática da Educação Básica tem sido preconizada pelos documentos norteadores nacionais, especialmente com a recente inclusão da Educação Financeira como tema transversal e integrador na Base Nacional Comum Curricular. O presente estudo traz algumas reflexões sobre duas noções econômicas importantes para a formação do pensamento crítico do cidadão do século XXI: desenvolvimento humano e distribuição de renda. A partir de reflexões sobre as medidas de desigualdade e desenvolvimento humano: índice de GINI e IDH, desenhamos e apresentamos um material didático, formado por um conjunto atividades didáticas formadas por tarefas didáticas e orientações para o professor sobre as duas noções econômicas elencadas, referenciadas teoricamente, que ajudem na produção de ambientes de educação financeira escolar em contextos de ensino da matemática na Educação Básica, em especial, no Ensino Médio. A metodologia utilizada foi a Pesquisa em Desenvolvimento. A perspectiva teórico-metodológica se baseia essencialmente nos estudos de Hoffmann sobre distribuição de renda e desenvolvimento humano; nas concepções de Silva e Powell sobre Educação Financeira Escolar; e na arquitetura dos Ambientes de Educação Financeira Escolar, de Muniz, com seus quatro princípios: convite à reflexão, dualidade, conexão didática e multidisciplinaridade. Os resultados mostram tarefas que articulam temas de economia e matemática, buscando estimular o desenvolvimento de algumas habilidades matemáticas, o posicionamento crítico, e a reflexão sobre os níveis absurdos de desigualdade econômica em diferentes regiões, do bairro ao planeta. O material também busca estimular a produção de significados do estudante diante das situações econômicas sobre contextos e medidas de desigualdade, levando em consideração a dinâmica de uma educação matemática que considere aspectos matemáticos e não matemáticos na leitura, interpretação, análise e tomada de decisão em situações econômico-financeiras. Compõe ainda o material, um conjunto de orientações para o professor no sentido de convidá-lo a pensar economia para a aula de matemática, aproveitando temas e habilidades de matemática que já trabalha/desenvolve em determinada série, com modelos, cálculos e simulações, para convidar seus alunos a analisarem criticamente a distribuição de renda em seu bairro, cidade, estado, país e até em nível global, bem como pensar algumas atitudes e decisões, e suas potenciais consequências para os envolvidos.

Palavras-chave: Ambientes de Educação Financeira Escolar, índice de Gini, IDH, Distribuição de renda, desenvolvimento humano.

ABSTRACT

COSTA, Marcus Vinicius Silva da Costa. **Notions of Economics for School Financial Education Environments: reflections on human development and income distribution based on the GINI and HDI indices.** 2022. 102f. Dissertation (Master's) Pedro II College, Pro-Rectorcy of Graduate Studies, Research, Extension and Culture, Professional Master's Program in Mathematics in National Network Mathematics, Rio de Janeiro, 2022.

The approach of contexts and economic notions in the Mathematics curriculum of Basic Education has been advocated by national guiding documents, especially with the recent inclusion of Financial Education as a transversal and integrating theme in the National Curricular Common Base. The present study brings some reflections on two important economic notions for the formation of the critical thinking of the 21st century citizen: human development and income distribution. Based on reflections on measures of inequality and human development: GINI index and HDI, we designed and presented a didactic material, formed by a set of theoretically referenced tasks and guidelines for the teacher that help in the production of financial education environments. school in contexts of teaching mathematics in Basic Education, especially in High School. The methodology used was Research in Development. The theoretical-methodological perspective is essentially based on Hoffmann's studies on income distribution and human development; in the conceptions of Silva and Powell on School Financial Education; and in the architecture of Muniz's School Financial Education Environments, with its four principles: invitation to reflection, duality, didactic connection and multidisciplinary. The results show tasks that articulate themes of economics and mathematics, seeking to stimulate the development of some mathematical skills, critical positioning, and reflection on the absurd levels of economic inequality in different regions, from the neighborhood to the planet. The material also seeks to stimulate the student's production of meanings in the face of economic situations on contexts and measures of inequality, taking into account the dynamics of a mathematics education that considers mathematical and non-mathematical aspects in reading, interpretation, analysis and decision making in situations economic-financial. The material also comprises a set of guidelines for the teacher in order to invite him to think about economics for the mathematics class, taking advantage of themes and mathematics skills that he already works/develops in a certain series, with models, calculations and simulations, to invite their students to critically analyze the distribution of income in their neighborhood, city, state, country and even on a global level, as well as think about some attitudes and decisions, and their potential consequences for those involved.

Keywords: School Financial Education Environments, Gini index, HDI, Income distribution, human development.

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1 - Definições dos indicadores que compõe o IDH	32
Tabela 2 - Máximos e mínimos para cálculo do IDH em 2020.....	35
Tabela 3 - Valores apresentados pelo Brasil no RDH 2020.	35
Tabela 4 - Distribuição de renda.....	41
Tabela 5 - Cálculo do índice de Gini.....	47
Tabela 6 - Cálculo do índice de Gini da empresa a, parte 1.	49
Tabela 7 - Cálculo do índice de Gini da empresa a, parte 2.	49
Tabela 8 - Cálculo do índice de Gini da empresa a, parte 3.	51
Tabela 9 - Cálculo do índice de Gini da empresa a, parte 4.	51
Tabela 10 - Censo demográfico de 2010 no município do rio de janeiro.....	63
Tabela 11 - Tarefa 6, empresa a.....	79
Tabela 12 - Tarefa 6, empresa b.	79
Tabela 13 - Solução da tarefa 6 – item a – empresa a.	80
Tabela 14 - Solução da tarefa 6 – item a – empresa b.	81
Tabela 15 - Solução da tarefa 6 – item b – empresa a.	81
Tabela 16 - Solução da tarefa 6 – item b – empresa b.....	81
Tabela 17 - Valores máximos e mínimos de cada dimensão do IDH.....	84
Tabela 18 - Valores dos indicadores do IDH do brasil em 2019.....	84

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Os quatro princípios da concepção de EFE.....	24
Figura 2 - Representação gráfica do IDH.....	31
Figura 3 - Valores máximos e mínimos no cálculo das dimensões do IDH.....	34
Figura 4 - A curva de Lorenz.....	40
Figura 5 - Declividade	42
Figura 6 - Região de desigualdade.....	43
Figura 7 - Diferença entre a área do triângulo oab e a área de desigualdade α	46
Figura 8 - Curva de lorenz da empresa a	52
Figura 9 - Reportagem da agência brasil em 2021	60
Figura 10 - Evolução da desigualdade.....	61
Figura 11 - Desigualdade nos extratos da população	64
Figura 12 - Curva de Lorenz e índice de Gini utilizando o geogebra.....	66
Figura 13 - Indicadores de desigualdade do rendimento – por tipo de vínculo.....	69
Figura 14 - Países selecionados a partir do ranqueamento do Gini.....	73
Figura 15 - Concentração de renda.	74
Figura 16 - Reportagem da revista veja em junho de 2021.	74
Figura 17 - Reportagem da cnn brasil em junho de 2021.....	77
Figura 18 - Proporção da riqueza concentrada no 1% mais rico no brasil.	78
Figura 19 - Solução da tarefa 6 – item d.....	82
Figura 20 – Rank do IDHM 2010 dosmunicípios do rio de janeiro.	92

LISTA DE SIGLAS

AEFE – Ambientes de Educação Financeira Escolar
BNCC – Base Nacional Comum Curricular
CNN Brasil – Cable News Network Brasil
EF – Educação Financeira
EFE – Educação Financeira Escolar
EFCE - Educação Financeira em Contextos Escolares
EJA – Educação de Jovens e Adultos
FGV – Fundação Getúlio Vargas
Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IF – Inclusão financeira
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDH – Índice de Desenvolvimento Humano
IDHM – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal
IGovP – índice de avaliação da governança pública
Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
Ipea – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
MEC – Ministério da Educação
OCDE – Organização para Cooperação do Desenvolvimento Econômico
Oxfam – Oxford Committe for Famine Relief
ONU – Organização das Nações Unidas
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PIB – Produto Interno Bruto
PISA – Programme for International Student Assessment
PNAD – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
PNADC – Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua
PNUD – Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento
PPC – Paridade do Poder de Compra
PROFMAT – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional
RDH – Relatório de Desenvolvimento Humano
RNB – Rendimento Nacional Bruto
SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEF – Situações econômico-financeiras
SFM – Sistema Financeiro Nacional
UNDP – United Nations Development Programme
UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	A EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM CONTEXTOS ESCOLARES: JUSTIFICATIVAS, PESQUISAS E ASPECTOS TEÓRICOS	20
2.1	O AMBIENTE DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR	23
2.2	DISTRIBUIÇÃO DE RENDA E DESENVOLVIMENTO HUMANO NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: UMA REVISÃO DA LITERATURA.	26
3	ÍNDICADORES DE DESIGUALDADE: ASPECTOS TEÓRICOS	28
3.1	INDICADORES SOCIOECONÔMICOS	28
3.2	O ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO - IDH	30
3.2.1	Cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano	34
3.2.2	Modificações e Críticas ao modelo de IDH	37
3.3	A CURVA DE LORENZ	39
3.4	O ÍNDICE DE GINI	43
3.4.1	Utilizando o Software Excel para calcular o índice de Gini e a curva de Lorenz ...	48
4	PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS.....	53
5	MATERIAL DIDÁTICO	59
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
	REFERÊNCIAS	98

1 INTRODUÇÃO

Imagine que um certo indivíduo, o Sr. Brasilis, convidasse 1.000 pessoas para uma festa, e cada convidado recebesse um número, obedecendo a ordem de chegada na festa. Ao final da festa, o anfitrião corta um grande bolo em 1.000 pedaços iguais. Qual seria a divisão mais justa, mais igualitária, mais razoável? Agora, tente imaginar que o anfitrião, resolvesse distribuir os 1000 pedaços de bolo da seguinte forma: 429 pedaços para os 100 primeiros convidados que chegaram na festa; apenas 8 bolos para serem repartidos entre os 100 últimos convidados. O que você acha dessa distribuição?

Em 2019, foi assim que o bolo (de dinheiro) foi distribuído no Brasil! Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a parcela de 10% de pessoas com os menores rendimentos domiciliares *per capita* recebia uma parcela de 0,8% do total de rendimentos. A metade da população brasileira correspondia a 15,6% dos rendimentos observados, cabendo aos 10% com maiores rendimentos 42,9% de todo o rendimento recebido pelas pessoas em 2019.

O Brasil é um dos países mais desiguais¹ do mundo. Esse fato compõe o título de uma matéria veiculada em vários portais de notícias, dentre eles o da BBC News², baseado no maior estudo mundial sobre o tema³, denominado *World Inequality Report 2022*⁴, lançado pelo World Inequality Lab (Laboratório das Desigualdades Mundiais), em 7/12/2021, e que foi liderado pelo conceituado economista francês Thomas Piketty.

O estudo traz informações sobre o comportamento da distribuição de renda, desenvolvimento econômico e fortemente sobre desigualdade sócio-econômica de vários países do mundo. A partir dos dados e estatísticas disponíveis, o estudo se refere ao Brasil como um dos países mais desiguais do planeta. Dentre a série de dados e análises apresentados, destacamos quatro: 1) os 10% mais ricos no Brasil ganham quase 59% da renda nacional; 2) os 50% mais pobres ganham 29 vezes menos do que os 10% mais ricos; 3) A metade mais pobre

¹ Adotaremos o termo desigualdade sócio-econômica ou econômico-social, de forma bem simples, porém direta e suficiente para o objetivo deste trabalho, como a diferença econômica que existe entre determinados grupos de pessoas dentro de uma mesma sociedade.

² Disponível em <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-59557761>. Acesso em dez.2021.

³ Disponível em <https://wir2022.wid.world/>

⁴ Disponível em https://wir2022.wid.world/www-site/uploads/2022/02/WIR_2022_FullReport.pdf

no Brasil possui menos de 1% da riqueza do país; 4) O 1% mais rico possui quase a metade da fortuna patrimonial brasileira (WIR, 2022).

Outro relatório, dessa vez realizado pela Oxfam Brasil, publicado em janeiro de 2022, mostra que os 10 homens mais ricos do mundo mais que dobraram suas fortunas no período da pandemia, por outro lado a renda de 99% da humanidade caiu, alocando mais de 160 milhões de pessoas na pobreza e esse cenário de desigualdade tem contribuído para a morte de milhares de pessoas.

É importante frisar que a desigualdade econômico-social é um problema encontrado em todos os continentes, porém visto em diferentes escalas. As principais consequências da alta desigualdade social em um país giram em torno de três dimensões: a saúde, a educação e a economia, que de modo geral, quantificam a qualidade de vida de uma sociedade. Caso um país não consiga atender as necessidades básicas de seus cidadãos, não terá um desenvolvimento equitativo.

É comum ligarmos a televisão e nos espantarmos com as reportagens diárias, o aumento da miséria, os baixos salários, o desemprego, a fome, a violência, a marginalidade, mal atendimento nos hospitais, e etc, são evidências de que o grau de desigualdade social atingiu níveis preocupantes. E o pior, é saber que as desigualdades sociais não são eventos acidentais, mas produzidos por um conjunto de relações que delimitam a vida social do indivíduo, como por exemplo, professores da educação básica que atuam na rede privada receberem vencimentos diferentes, ainda que utilize o mesmo material didático e tenha a mesma carga horária, devido ao fato da escola estar localizada em municípios mais carentes, o que geralmente implica uma mensalidade mais em conta e o que leva a desvalorização do profissional para fechar as contas no final do mês.

Em 1999, um hit viralizou na mídia do grupo denominado “As meninas”, com a música Xibom, bombom. Em determinado trecho “Analisando essa cadeia hereditária quero me livrar dessa situação precária. Onde o rico fica cada vez mais rico e o pobre cada vez mais pobre. E o motivo todo mundo já conhece é que o de cima sobe e o de baixo desce”, nos mostra o cenário, não muito diferente dos dias atuais, de como a desigualdade é desencadeada no país de como as classes menos favorecidas são cada vez mais oprimidas.

Apesar da qualidade de vida ter melhorado em vários aspectos no Brasil, decorrentes de melhorias tecnológicas, sanitárias, médicas, de infraestrutura, habitacionais dentre outras, as mazelas decorrentes da nossa distribuição de renda “ultra desigual” impacta do

desenvolvimento humano de milhões de brasileiros que conhecem uma realidade dura e doída, de forma experimentada e tácita. Os dados do estudo WRI (2022), ainda que extremamente importantes, não conseguem revelar os efeitos mais cruéis na vida das pessoas que diariamente sofrem o impacto dessa desigualdade onde moram, por onde se deslocam, onde trabalham e, de uma forma geral, no ecossistema que habitam. O Brasil é um país dos extremos e a diferença entre ricos e pobres precisa ser reduzida, imediatamente, com ações variadas e com mudanças de mentalidade, tanto na reflexão quanto na ação. Entendemos que a Educação é um caminho que pode contribuir para isso.

Como contribuir, ainda que de forma modesta, porém assertiva, para mudar essa realidade, reduzindo a desigualdade econômico-social brasileira, por meio de processos educacionais?

Como contribuir para uma educação que traga para o debate as questões sobre distribuição de renda, medidas de desigualdade econômica e desenvolvimento humano, a partir de aspectos matemáticos e não matemáticos, que convide pessoas, já na educação básica, a refletirem sobre atitudes, posturas e responsabilidades, aproveitando os espaços escolares que, por definição e sentido, devem contribuir para a compreensão do mundo e para atitudes que gerem igualdade, ética, justiça e bem-estar social para a população?

Introduzir na sala de aula da educação básica, em especial, na aula de matemática, uma abordagem sobre os impactos do aumento da desigualdade social em um país é oferecer a sociedade uma oportunidade de identificar as deficiências do desenvolvimento, refletir formas de frear o aumento da desigualdade e pensar em posturas e estratégias como indivíduos, como sociedade e como nação na direção de melhorar a distribuição de renda a ponto de não termos fome, miséria, e tudo que coloca em risco a dignidade humana.

Ao pensar em abordar esse tema na escola, nos deparamos com algumas questões gerais, dentre elas: “Em que aspectos o Brasil é desigual?”; “Como se mede Desigualdade econômico-social?”; “Quais as ferramentas necessárias para mensurar o grau de desenvolvimento de uma população?”; “Como medimos a desigualdade de um país?”; “Como o professor precisa se preparar para conduzir atividades que tragam reflexões sobre os aspectos relacionados à desigualdade social?”, dentre outras, surgem e precisam ser pensadas, analisadas e respondidas.

Baseados em uma série de argumentos, análises e estudos que apresentaremos ao longo deste trabalho, defenderemos a importância de trazer temas de natureza social para a salas de aula de matemática, alguns dos quais inclusive já abordados nas aulas de Geografia, História,

Sociologia e Filosofia, como o desenvolvimento humano e as dimensões que o mensura, índice de Gini e a curva de Lorenz. E faremos isso na perspectiva da Educação Financeira Escolar, de Silva & Powell (2013), e dos Ambientes de Educação Financeira Escolar e seus quatro princípios: convite à reflexão, dualidade, conexão didática e lente multidisciplinar, de MUNIZ (2016).

A motivação para elaborar esse trabalho é formada por vários fatores, dos quais podemos destacar três: (i) promover ações que busquem produzir reflexões para adolescentes e jovens sobre o impacto da desigualdade social no desenvolvimento humano; (ii) nossas variadas responsabilidades e formas de atuação como professores formadores indivíduos para o século XXI; (iii) o papel e a importância da Escola para preservação da vida e da casa maior chamada planeta terra.

Além disso, temos que a Pandemia do vírus Sars-Cov2 (causador da doença Covid-19), iniciada em 2020 e pela qual ainda estamos passando quando esse texto foi escrito, piorou níveis de desenvolvimento humano que o Brasil já enfrentava, e que, infelizmente, os grupos mais afetados são os de maior vulnerabilidade financeira.

O principal efeito negativo dessa Pandemia foi, indiscutivelmente, a morte de milhões de pessoas, desencadeando dor e sofrimento às famílias em todos os cinco continentes do planeta. Dentre os outros variados efeitos estão os de natureza econômica que impactam a vida dos que sobreviveram, decorrentes da queda abrupta da atividade econômica mundial, gerando milhões de desempregados, aumento da desigualdade de renda, redução da renda média da grande maioria da população, aumento de preços dos alimentos e de produtos de tecnologia, aumento da pobreza extrema, dentre outros.

Enxergando que o Brasil carece de programas de políticas públicas mais eficientes capazes de atender as necessidades básicas da população, o presente trabalho, busca ser o agente causador de reflexões numa perspectiva multidisciplinar que leve em consideração o ser humano, suas condições sociais e econômicas, e contribuir na produção de ideias para as perguntas apresentadas, em especial para a seguinte pergunta:

De que maneira as aulas de matemática da educação básica podem contribuir para abordagens sobre desenvolvimento humano e distribuição de renda, em especial as medidas de desigualdade econômica-social e seus indicadores, para convidar estudantes e professores a refletirem, investigarem e lidarem com ações capazes de modificar a qualidade de vida da população, de modo individual, local, regional e global?

Assim, para tentar contribuir com algumas reflexões geradas por essa pergunta, motivada pela importância do assunto no contexto social de uma nação, e ainda considerando o nosso papel na formação do professor que ensina matemática, do ensino fundamental ao médio, - o que inclui realizar pesquisas que subsidiem a prática e o currículo de matemática - temos que o nosso trabalho terá como **objetivo central**:

Apresentar material didático na forma de um conjunto de tarefas, referenciadas teoricamente, que abordem aspectos relacionados ao desenvolvimento humano e à desigualdade econômico-social, por meio dos índices de desenvolvimento humano (IDH), de Gini e da curva de Lorenz, seguidas de orientações para o professor, considerando os princípios do convite à reflexão, dualidade, conexão didática e lente multidisciplinar.

Para atingir ao objetivo central, traçamos os seguintes **objetivos específicos**:

1. Identificar e selecionar situações relacionadas ao desenvolvimento humano, qualidade de vida e desigualdade social presentes na realidade brasileira, conforme divulgado pelas mídias impressas e principalmente digitais, que sejam relevantes;
2. Apresentar um conjunto de 10 tarefas estruturadas em quatro etapas: tarefa disparadora, resolução comentada para o estudante, comentários para o professor com convites a reflexão sobre as possibilidades de aprendizagem e sugestões para saber mais (direcionadas ao estudante).

O texto está dividido em 4 capítulos, sendo os dois primeiros relativos a aspectos teóricos que fundamentarão o nosso olhar sobre educação financeira e noções econômicas relacionadas aos temas, o terceiro tratando dos pressupostos metodológicos e o último da apresentação do material didático formado por atividades didáticas.

No segundo capítulo tratamos de fundamentar a nossa definição de Educação Financeira Escolar e Ambiente de Educação Financeira escolar, observando as pesquisas de Muniz (2016d).

No **Capítulo 3** apresentamos quatro seções, sendo a primeira, inspirada e fundamentada em Jannuzzi (2001, 2005) e Gadrey e Jany-Catrice (2006), para discutir a utilização de indicadores socioeconômicos como importantes instrumentos na formulação de programas de

políticas públicas por ser um objeto analítico capaz de ilustrar o “retrato” da sociedade. Na segunda seção, fundamentamos teoricamente, baseados no Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), a mensuração do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e as críticas que surgiram desde a criação até o modelo atual, abordando aspectos históricos da criação. A terceira seção, utilizamos para definir e discutir a curva de Lorenz, de acordo com Marcelo Neri (2010). Na quarta e última seção, fundamentados por Hofmann (1998), trouxemos os aspectos matemáticos que tornam possível a mensuração do índice de Gini, pontos positivos e negativos do uso de Gini ao mensurar a desigualdade social de uma nação e destinamos ainda uma parte da seção à mensuração do índice de Gini e a construção da curva de Lorenz através do software Excel. É importante destacar que toda a fundamentação serve de suporte teórico para a classificação e fundamentação das tarefas e orientações para o professor.

No **Capítulo 4** discorremos sobre os pressupostos metodológicos de nossa pesquisa, caracterizada com uma pesquisa de desenvolvimento⁵, dada à sua natureza de design de materiais. Justificaremos a escolha dos temas e apresentaremos os pressupostos metodológicos usados para o design das tarefas. Para a produção do material desenhamos 10 atividades didáticas, estruturadas em quatro partes (tarefa disparadora, resolução comentada para o aluno, comentários para o professor e sugestões para saber mais), a partir de informações de matérias jornalísticas coletadas na internet ou situações que simulam a realidade próxima.

No **Capítulo 5** apresentamos o material didático composto pelas 10 atividades didáticas, que permitissem a articulação de temas de natureza social a objetos de conhecimento e habilidades matemáticas preconizadas na BNCC do 6º ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. Optamos por apresentar as orientações para o professor de forma contígua à resolução comentada, para que ficasse evidenciado que os 10 convites didáticos são endereçados a estudantes e professores, além de apontar para a possível confecção de um produto final.

Finalizamos essa introdução reforçando uma escolha. Ainda que poderíamos ter nos restringido a tratar das medidas de desigualdade, em especial ao índice de Gini, entendemos que só faz sentido falar de distribuição de renda se antes vier um projeto de desenvolvimento humano, tanto em nível individual e familiar, quanto em níveis cada vez mais coletivos. A renda é um dos meios para o viver em sociedade de forma ética, justa, solidária e

⁵ De maneira geral, podemos dizer que uma pesquisa de desenvolvimento se refere às investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema, à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e/ou repercussões. Faremos uma descrição mais detalhada no capítulo 4.

sustentável. Então para os autores do estudo, só faz sentido falar de desigualdade de distribuição de renda se junto vierem reflexões sobre o que venha a ser desenvolvimento humano, ainda que numa perspectiva bem limitada e curta, mas que consideramos necessária ainda que longe de ser suficiente.

O conjunto de atividades elaboradas nesse trabalho visa também trazer reflexões sobre o desenvolvimento humano vivenciado de perto pelos contextos sociais dos alunos.

Devido ao contexto pandêmico durante a realização desse trabalho, não foi possível realizar a investigação dentro da realidade escolar, mas expectamos uma melhora na saúde mundial e que esse trabalho possa ser potencializado com a análise do objeto e que torne ações futuras em programas de políticas públicas.

2 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA EM CONTEXTOS ESCOLARES: JUSTIFICATIVAS, PESQUISAS E ASPECTOS TEÓRICOS.

Apresentaremos nesse capítulo diversificadas concepções de Educação Financeira, incluindo as que estão dentro da Escola e a definição que adotaremos quando estivermos nos referindo aos Ambientes de Educação Financeira Escolar. Sobre a Educação Financeira, trataremos uma revisão de literatura focada em trabalhos que abordam predominantemente a educação básica e que estejam conectados com os temas econômicos aqui tratados. Ressaltamos que o nosso trabalho busca contribuir, no âmbito das práticas de Educação Financeira em Ambientes escolares, conectando noções econômicas, educação financeira e aulas de matemática na educação básica.

Num contexto mais amplo, de acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), a educação financeira é

O processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que com informação, formação e orientação claras possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar e, assim, tenham a possibilidade de contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005, p.4 - Tradução nossa)⁶

Ainda que essa definição desconsidere aspectos didáticos, a escola e muitos outros aspectos importantes, entendemos que todo o movimento de EF que percebemos hoje em vários países do mundo, inclusive no Brasil, foi provocado por essa iniciativa da OCDE. Ainda que suas intenções e propósitos possam ser fortemente questionadas, criticadas e necessariamente adaptadas, gerando novas direções daquelas para que foram pensadas, vemos esse movimento como oportunidade. E é inegável que foi esse movimento que desencadeou e capitaneou o movimento de EF no Brasil, incluindo as ações da AEF-Brasil e as desencadeadas pela BNCC.

⁶ The process by which financial consumers/investors improve their understanding of financial products, concepts and risks and, through information, instruction and/or objective advice, develop the skills and confidence to become more aware of financial risks and opportunities, to make informed choices, to know where to go for help, and to take other effective actions to improve their financial well-being. (OECD, 2005, p.4)

A concepção brasileira que foi fortemente inspirada por essa, foi apresentada em 2010, pela Estratégia Nacional de Educação Financeira. Quando se voltou para a Escola, a Educação Financeira no Brasil ganhou a seguinte visão.

A Educação Financeira nas escolas se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos. Discentes e docentes financeiramente educados podem constituir-se em indivíduos crescentemente autônomos em relação a suas finanças e menos suscetíveis a dívidas descontroladas, fraudes e situações comprometedoras que prejudiquem não só sua própria qualidade de vida como a de outras pessoas. (ENEF, 2010, p. 8)

Um trabalho no qual nos baseamos foi o de Silva e Powell (2013), em que os pesquisadores apresentaram como proposta, uma organização estrutural de educação financeira visando a educação básica, que denominaram educação financeira escolar, onde tratavam os aspectos econômicos muito importantes para que o estudante tenha uma boa educação financeira. Para eles:

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA E POWELL; 2013, p. 13)

Essa é a primeira definição que busca valorizar o contexto escolar, levando em consideração julgamentos, críticas, leituras e produção de significados.

Em Muniz (2016a, 2016b), o pesquisador amplia essa concepção de Silva & Powell (2013), destacando o convite à reflexão das situações econômico-financeiras e questão da conexão didática (reforçando o contexto escolar), e ampliando a importância dos aspectos não matemáticos na tomada de decisão. Nessa concepção, Educação Financeira em Contextos Escolares (EFCE) é

Um processo de educar a partir de um conjunto de estratégias e ações desenvolvidas para o contexto escolar, considerando aspectos matemáticos e não matemáticos, didáticos e multidisciplinares, que convide os estudantes a refletirem sobre situações econômicas e financeiras relacionadas com a aquisição, planejamento, utilização e redistribuição do dinheiro, de forma crítica e fundamentada. Abordaremos temas como renda e trabalho, planejamento, orçamento e gestão financeira, consumo, cultura e sustentabilidade; o valor do dinheiro no tempo e suas causas: inflação, câmbio, juros e investimentos; equivalência de capitais e de taxas; tributos e contribuições; previdência e proteção, buscando produzir conexões didáticas com a Educação Básica por meio do ensino de matemática, convidando os estudantes a refletirem sobre possíveis consequências de suas decisões e atitudes frente às suas demandas, necessidades, projetos e realizações em sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (MUNIZ, 2016)

Essa é concepção de Educação Financeira que tomaremos como base para orientar e referenciar as intenções das tarefas didáticas apresentadas no Capítulo 5.

Outro aspecto de fundamentação teórica importante, ainda que sejamos críticos diante das evidentes limitações, aprisionamentos e vieses, é apresentado na BNCC. Atualmente, é dela que os professores falam e se reportam quando pensam objetivos para o ensino de Matemática, pois é um documento de referência. Então optamos por dialogar com a BNCC, e levá-la em consideração, no design das atividades didáticas.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) um dos aspectos das aulas de matemática da educação básica é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, viabilizando possibilidades de discutir sobre taxas de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos, indo além com propostas interdisciplinares que envolvam assuntos de natureza social, cultural, política, psicológicas e econômicas relacionadas com consumo, trabalho e dinheiro.

Em especial, há habilidades específicas na BNCC que demandam uma abordagem de leitura e interpretação de índices de natureza socioeconômica. Dentre elas, destacamos duas em especial:

(EM13MAT104). Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT101). Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 543)

A questão é como a educação financeira interage com a economia de um país? Partindo do pressuposto que o nível de educação financeira e a capacidade de fazer escolhas conscientes e seguras no que diz respeito a finanças, contribui significativamente para a solidez do mercado e no crescimento econômico do país (WISNIEWSKI, 2011), Rodrigues (2012) enfatiza sobre a preocupação em informar e ensinar a sociedade brasileira, a fim de capacitá-los a realizar escolhas conscientes. Assim, em decorrência do sistema econômico brasileiro estar conectado ao mercado financeiro, se faz necessário disseminar o conhecimento sobre educação financeira para a sociedade.

Pereira e Lucena (2014) apontam uma melhor aptidão aos discentes de contabilidade e engenharia em gerir suas próprias finanças, além de compreenderem fenômenos relacionados à

economia. Assim, a educação financeira contribui com o amadurecimento dos indivíduos em relação ao uso de seus recursos financeiros, auxiliando não apenas a funcionalidade do uso de seus recursos financeiros, mas despertando o entendimento econômico.

Barros et al. (2007) investiga que, no Brasil, a ocorrência de pobreza é maior quando comparada a outros países de renda per capita semelhante, constatando ainda que a desigualdade na distribuição de renda é responsável pelo fato do crescimento econômico ser relativamente ineficiente na redução da pobreza.

Com isso enxergamos nessa pesquisa a oportunidade de viabilizar um conhecimento financeiro capaz de auxiliar na construção de tomada de decisão consciente, conectar aspectos de natureza social, utilizando os temas de desigualdade social e distribuição de renda, mas precisamente o IDH, o índice de Gini e a Curva de Lorenz com aspectos econômicos e programas de políticas públicas capazes de incentivar o investimento no capital humano principalmente.

2.1 AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Para definirmos o conceito de ambiente de educação financeira escolar, iremos adentrar nas concepções da Educação Financeira em Contextos Escolares que, segundo Muniz (2016d), está fundamentada em quatro princípios que são: *convite à reflexão, conexão didática, dualidade e lente multidisciplinar*.

Entendemos convite à reflexão, à ação intencional de oferecer a cada estudante oportunidades para refletirem sobre situações financeiras que contemplem vários aspectos, incluindo os de natureza matemática, permitindo assim a tomada de decisão a partir do processo de avaliação do caso. É importante ressaltar que o convite a reflexão é democrático, permitindo a decisão pessoal do indivíduo a partir de reflexões que dependem de muitas variáveis e princípios que influenciarão em sua forma de agir a partir da educação financeira abordada em sua fase escolar.

Com o segundo princípio, denominado conexão didática, Muniz (2016d) relata situações cotidianas propostas em sala de aula na forma de questões de ensino aprendizagem, sem desconsiderar os diversos contextos, comportamentos e áreas do conhecimento presentes na sociedade. Então o, segundo princípio defende a forma como o estudante elabora suas estratégias para analisar e resolver problemas e questões presentes nas situações, a forma de

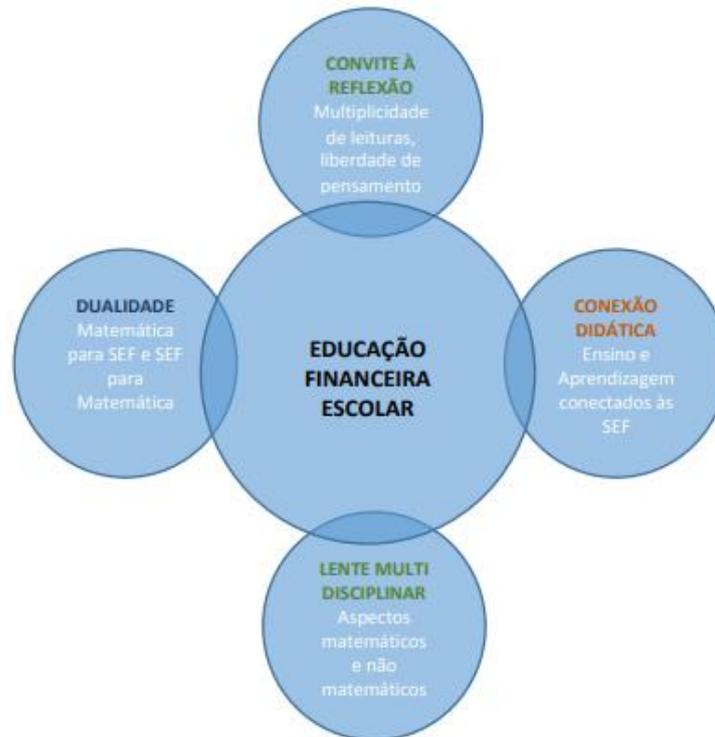
interação entre o estudante e seu grupo de trabalho e com o professor, a apropriação e utilização de noções matemáticas e não matemáticas tratadas em seu percurso escolar, dentre outros aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem que podem e devem estar conectados com a educação financeira que se volta e que se pratica na educação básica.

O terceiro princípio enunciado pelo pesquisador é o da dualidade, em que a Educação Financeira Escolar se beneficia da matemática, de modo a entender, analisar e tomar decisões em situações financeiras, e que permita também explorar diversas situações financeiras para aprender noções e ideias matemáticas, originando assim uma via de mão dupla em que as relações de ensino aprendizagem e abordagens de situações financeiras sejam dois lados de uma mesma moeda.

Por fim, terminamos a definição de Educação Financeira Escolar, segundo Muniz (2016d) com o quarto e último princípio, que é o da lente multidisciplinar. Aqui o pesquisador descreve que a abordagem na perspectiva da sala de aula de Matemática, busca oferecer múltiplas leituras sobre as situações financeiras, articulando aspectos financeiros, matemáticos, comportamentais, culturais, biológicos e políticos de modo a ajudar os estudantes na leitura de situações de consumo, renda, endividamento, desigualdade social, investimento, planejamento financeiro, sustentabilidade, dentre outras.

A figura sintetiza esses quatro princípios relacionando situações econômico-financeiras (SEF) e a matemática.

FIGURA 1 - OS QUATROS PRINCÍPIOS DA CONCEPÇÃO DE EFE



Fonte: Muniz (2016d)

A partir da concepção de Educação Financeira Escolar desenvolvida por Muniz (2016) a definição de Ambiente de Educação Financeira Escolar (AEFE), proposta também por Muniz (2016d). A arquitetura desses ambientes visa representar a atividade de pensar sobre situações econômico financeiras em contextos trazidos para a sala de aula. Assim, um AEFE representa um ou mais momentos de interação entre pessoas que refletem sobre uma SEF.

Então, os AEFE não se referem a lugares, espaços escolares ou ambientes físicos, mas, sim, a um conjunto de interações entre pessoas embasadas por quaisquer abordagens metodológicas e didáticas, bem como produzidas a partir de qualquer conteúdo ou tema, incluindo os referentes à Matemática Escolar. Nesses ambientes, alunos e professores interpretam informações, coletam dados, analisam e investigam SEF, bem como tomam suas decisões. Logo, são para tais ambientes que analisamos suas decisões que podem (ou não) influenciar suas escolhas ao longo da vida.

Reforçamos que as atividades ocorrem em AEFE e são nesses ambientes que a tomada de decisão é investigada. Não é a tomada de decisão em outros locais (na rua, no supermercado, nas lojas, nas concessionárias), ou em outros momentos, mas sim a tomada de decisão por estudantes em sala de aula ou em situações de aprendizagem, como projetos escolares, pesquisas acadêmicas, investigações, palestras, rodas de conversa, formação de professores, em que as situações financeiras são tratadas por meio do convite à reflexão.

2.2 DISTRIBUIÇÃO DE RENDA E DESENVOLVIMENTO HUMANO NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR: UMA REVISÃO DA LITERATURA.

Apresentaremos aqui nessa seção uma revisão da literatura sucinta que apontou que há uma escassez de trabalhos voltados para o ensino médio que tratem de temas econômicos, em especial de desigualdades. Por exemplo, em Nunes (2011), seguindo os conceitos do modelo sociológico de Bourdieu, a pesquisadora propõe uma discussão dos resultados referentes ao desempenho em matemática, dos alunos da educação básica, observando o PISA e o SAEB. Para compreender o desempenho do aluno, é observando o modelo sociológico, ou seja, a dependência do capital cultural e do habitus dos alunos, o que implica o contexto social ao qual está inserido, interagindo com o nosso trabalho, que visa inserir a discussão da desigualdade social dentro da sala de aula de matemática, porém Nunes (2011) não discute a distribuição de renda e seu impacto na desigualdade social.

Juste (2018) discute a inserção da problematização da desigualdade social à Educação Financeira Escolar na educação básica, descrevendo a importância de trazer a discussão e reflexão, na sala de aula de Matemática, a forma como o Brasil tem sua distribuição de renda e de riqueza, sugerindo uma proposta curricular para estudantes da educação básica com parte da educação matemática, entretanto a pesquisadora não apresenta atividades sugestivas para trazer à reflexão as problematizações geradas pela discussão da desigualdade social e distribuição de renda na educação básica, mais precisamente nas aulas de matemática.

Por outro lado, Gomes (2021), em sua pesquisa visando o grau de mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), observa diversos aspectos que corroboram para uma consolidação da desigualdade social e econômica existente no Brasil, e que a pandemia foi só um fator potencialmente agravante, e que essa realidade leva o país a um retrocesso democrático, educacional, social e econômico.

O pesquisador defende a necessidade de uma abordagem dialogada, situações reais experienciadas pelos estudantes que proporcionam ao indivíduo um pensamento crítico-reflexivo. Além disso relaciona quatro pilares para fundamentar uma Cidadania Financeira, que são eles: Educação Financeira (EF), Inclusão Financeira (IF), proteção do consumidor ao Sistema Financeiro Nacional (SFN) e a participação da população ao processo econômico do país.

Gomes (2021) propõe conteúdos por meio de atividades direcionadas ao ensino básico, as quais contemplam o estudo sobre descontos percentuais, conceitos de taxas de juros, razão e proporção e índices inflacionários. Contudo, no trabalho de Gomes (2021), apesar de contribuir

com atividades visando o pensamento crítico reflexivo e ter o direcionado a sua pesquisa à desigualdade social, não utiliza, por exemplo, atividades envolvendo os meios de mensuração dos níveis de desigualdade e distribuição de renda, como o IDH, índice de Gini e curva de Lorenz.

3 ÍNDICADORES DE DESIGUALDADE: ASPECTOS TEÓRICOS

Este capítulo, que apresenta a fundamentação teórica e a pesquisa bibliográfica do trabalho, está dividido em quatro seções. A primeira seção disserta a respeito dos indicadores como ferramentas fundamentais para dar parâmetros analíticos que nos permitem formular programas de políticas públicas, trazendo sua definição e objetivo. A divisão seguinte trata do Índice de Desenvolvimento Humano, apresentando sua metodologia de cálculo, as mudanças ocorridas no mesmo e as críticas feitas pela literatura. A terceira seção define a curva de Lorenz e seu papel em mensurar o grau de desigualdade a partir de uma simples análise gráfica. Por fim nossa última seção apresenta o índice de Gini, com sua metodologia de cálculo, vantagens e desvantagem de seu uso e um roteiro para sua mensuração utilizando o software Excel bem como plotar a curva de Lorenz pelo software.

3.1 INDICADORES SOCIOECONÔMICOS

Dentre algumas finalidades de indicadores socioeconômicos ressaltaremos o seu poder de analisar e direcionar ações que visam a melhoria da qualidade de vida, desta forma é amplamente utilizado no planejamento público e empresarial. Jannuzzi (2001) define indicador social como uma medida, em geral quantitativa, dotada de significado social substantivo capaz de substituir, quantificar ou operacionalizar um conceito social abstrato, sendo ele um recurso metodológico, empiricamente referido, capaz de dialogar com os aspectos da realidade social e suas modificações. De acordo com Lima e Diniz (2016), os governos tem por finalidade suprir as necessidades sociais e econômicas da sociedade, lhes proporcionando bens e serviços públicos de forma mais eficiente. Oliveira e Pisa (2015) evidenciam os princípios da Avaliação da Governança Pública (IGovP) tendo como pilares indicadores sociais na composição da avaliação governamental.

Jannuzzi (2005) defende que os indicadores socioeconômicos são instrumentos básicos para a elaboração de políticas públicas essenciais no processo de transformação social da comunidade. Um bom governo, visando que para construir uma sociedade mais desenvolvida, mais justa e menos desigual, deve-se dispor, além de um projeto político executável, de meios e recursos capazes de assegurar sua governabilidade, capacidade técnica de planejamento,

gestão e concordância das atividades programadas para a construção do projeto almejado (DE TONI 2009).

Gadrey e Jany-Catrice (2006) entendem que um indicador é muito mais que um conceito ou mesmo uma teoria. Segundo eles, um indicador pode funcionar como o retrato de uma sociedade, evidenciando os sucessos e fracassos, e que desta forma é alvo de interesses políticos e sociais. Assim, segundo os autores, a divergência entre os indicadores se sobrepõe da diferenciação conceitual, explorando questões de valores a tomada de decisão governamental.

É importante frisar o papel que os indicadores representam no avanço e aperfeiçoamento da educação brasileira. Em 2007, é criado o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), elaborado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), um indicador do Ministério da Educação (MEC) que reúne os dados do Saeb (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e da Prova Brasil. A combinação dos dados obtidos por esse indicador gera um parâmetro capaz de permitir, no planejamento, metas a serem atingidas, avaliando e monitorando o sistema educacional do país afim de que possa assegurar melhorias na qualidade da educação brasileira. Haddad (2008) defende que esse tipo de avaliação tem por finalidade estabelecer metas para o sistema de ensino, em uma mobilização pela qualidade da educação visando atingir a qualidade educacional dos países desenvolvidos. Para Souza (2010), os indicadores permitem comensurar a magnitude da ocorrência de tal fato e conhecer sua projeção evolutiva no tempo.

Os indicadores sociais podem ser classificados de diversas formas, mas a forma mais comum é a de categorizar, segundo uma determinada área temática da realidade social, como saúde, educação, desigualdade e renda, segurança e habitação. Os indicadores podem ainda reunir informações que permitam atender necessidades da população em áreas temáticas diferentes atuando de forma conjunta e simultânea, como por exemplo indicadores ambientais, desenvolvimento humano, indicadores socioeconômicos e de qualidade de vida (JANUZZI, 2001).

3.2 O ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO - IDH

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é um índice publicado anualmente pelo Relatório de Desenvolvimento Humano (RDH), divulgado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento. Criado por Mahbub ul Haq em parceria do economista indiano Amartya Sen, ganhador do Prêmio Nobel de Economia de 1998, IDH pleiteia ser uma medida geral, sintética, do desenvolvimento humano capaz de oferecer um contraponto a outro indicador bastante utilizado, o Produto Interno Bruto (PIB) per capita, que considera apenas a dimensão econômica do desenvolvimento. “Desde sua introdução em 1990, o IDH chama a atenção de acadêmicos, pesquisadores, políticos e ativistas de desenvolvimento.” (JAHAN, 2000).

Contudo, apesar de ampliar a perspectiva a respeito do desenvolvimento humano, o IDH não abrange todos os aspectos de desenvolvimento, por exemplo, deixa de fora aspectos muito importantes para uma sociedade como a democracia, participação, equidade e sustentabilidade, e não é uma representação do quanto uma pessoa pode ser feliz e nem indica onde é o melhor lugar para se viver.

O IDH foi construído baseado em uma aproximação da redução de desigualdades, ou seja, o nível de desenvolvimento não é medido a partir do crescimento de uma variável, mas da redução da distância entre a variável e o seu máximo valor possível. Deste modo, é dada uma maior importância aos objetivos difíceis de serem alcançados. Os organizadores do Relatório de 1990 exemplificaram este ponto, partindo da premissa de que:

[...] to increase in 10 years the life expectancy requests a less considerable effort when this increases from 40 to 50, that when it varies from 60 to 70 years. To use the growth of the variable as indicator of the human progress, it would grant a larger importance for the simple earnings, more than in the first case in that the life expectancy increases in 25%, considering that in the second case increases in 17%. (RDH, 1990, p. 13).

Dessa maneira, é assumido um máximo de expectativa de vida ao nascer de 80 anos. Então, um aumento na expectativa de vida de 60 para 70 anos representaria uma melhoria de 50% (a diferença seria reduzida de 20 a 10 anos), ao invés de uma melhoria de 25%. No primeiro caso, a diferença seria reduzida de 40 a 30 anos. A primeira versão do IDH, em 1990, gerou um volume considerável de comentários sobre suas propriedades e metodologias utilizadas. As principais críticas foram relacionadas à forma como é dada a construção do

índice. Assim, Hopkins (1991, p. 1470) comentou que os ponderadores iguais, pelos quais são divididos os indicadores para cada privação, nomeando uma ponderação de 1/3 a cada ano, foi considerada arbitrária e, assinalou que: “no hay una racionalidad a priori que permita añadir la expectativa de vida y el alfabetismo. Es similar a sumar bananas y naranjas”. Porém, mesmo com as críticas sofridas o IDH mantém seu objetivo inicial, sua construção ao longo dos anos foi aperfeiçoada com diversas modificações que tiveram como propósito corrigir alguns de seus defeitos iniciais, seja quanto as variáveis utilizadas, ou na fórmula utilizada no cálculo do índice.

O IDH é formado pelo agrupamento de três dimensões consideradas fundamentais para o desenvolvimento humano – a longevidade (ou saúde), o conhecimento (ou educação) e o padrão de vida (ou renda). De acordo com o RDH de 1990, caso essas dimensões fundamentais para o desenvolvimento humano não estejam satisfeitas na vida de um indivíduo, outros aspectos podem ficar inacessíveis (PNUD, 1990). Cada uma dessas dimensões é avaliada por indicadores de bem-estar, que formam os subíndices e, conseqüentemente, o IDH de cada país – conforme pode ser observado na Figura 2.

FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO IDH



Fonte: PNUD (2010, p. 224)

A longevidade, caracterizada pela esperança de vida ao nascer, engloba pontos importantes do desenvolvimento humano, como destaca o relatório de 1990. Uma expectativa de vida elevada permite que as pessoas desenvolvam suas habilidades e usem seus talentos por um período maior. Além disso, a longevidade está ligada a uma nutrição adequada e ao bom acesso à assistência hospitalar.

A educação também é considerada um fator importante para o ser humano devido à relação entre a alfabetização e a capacidade produtiva humana, ou seja, quanto maior for o nível

de conhecimento, maior será a probabilidade de uma elevada qualidade de vida (PNUD, 1990). Essa dimensão é mensurada por dois indicadores, sendo eles a média de anos de escolaridade e os anos esperados de escolaridade.

A condição econômica é avaliada através da renda que, segundo Anand & Sen (2000), é um instrumento para que os outros fins sejam atingidos, visto que várias outras dimensões na vida são dependentes de fatores econômicos. O papel da dimensão renda no índice, portanto, é de representar dimensões importantes para o desenvolvimento humano que não são contemplados pela longevidade e educação. Atualmente, o indicador utilizado é o Rendimento Nacional Bruto (RNB) *per capita*, expresso em Paridade do Poder de Compra (PPC) – fator de conversão que permite comparação de preços entre países.

A escolha das dimensões para compor o índice é complexa, assim como a seleção dos indicadores que irão representá-las. De acordo com Klugman *et al.* (2011), o PNUD reconhece que outros aspectos significativos poderiam ser contemplados no índice. Porém, a indisponibilidade de dados ou até mesmo divergências de conceito impedem a consideração. As definições dos indicadores que compõe o IDH, de acordo com o PNUD (2011a), são expostas na tabela abaixo.

TABELA 1 - DEFINIÇÕES DOS INDICADORES QUE COMPÕE O IDH

Indicador	Definição
Esperança de vida ao nascer	Número de anos que uma criança recém-nascida poderia esperar viver se os padrões prevaletentes das taxas de mortalidade por idades à data do nascimento permanecessem iguais ao longo da sua vida.
Média de anos de escolaridade	Número médio de anos de escolaridade recebida por pessoas a partir dos 25 anos, convertido a partir dos níveis de realização educativa usando as durações oficiais de cada nível.
Anos de escolaridade esperados	Número de anos de escolaridade que uma criança em idade de entrada na escola pode esperar receber, se os padrões prevaletentes das taxas de matrícula por idades persistirem ao longo da sua vida.
Rendimento Nacional Bruto (RNB) <i>per capita</i>	Rendimento agregado de uma economia gerado pela sua produção e posse dos fatores de produção, deduzido dos rendimentos pagos pela utilização de fatores de produção pertencentes ao resto do mundo, convertido para dólares internacionais usando as taxas de paridade de poder de compra (PPC) e dividido pela população a meio do ano.

Fonte: PNUD, 2011.

Quando é analisado o desenvolvimento humano de um país, precisa se ter cuidado em especial pois os índices de um mesmo país, mas de anos diferentes, não podem ser comparados, devido ao fato das mudanças que ocorrem na mensuração do IDH no decorrer dos anos. Com as modificações de cálculo, é difícil saber se uma alteração no ranking se deu por causa delas

ou por melhorias/retrocessos nos países. Morse (2003) alega que as alterações no cálculo do índice podem modificar significativamente a posição de um país no ranking, confundindo imprensa, decisores políticos e os demais indivíduos.

O autor destaca ainda que a inclusão de países também pode ser um problema para a comparação entre anos, pois com a inclusão de países melhores ranqueados outros acabam caindo posições, mesmo tendo melhorando seu índice. Assim, tanto Morse (2003) como Ivanova *et al.* (1998), ressaltam a dificuldade em dizer se o aumento ou a redução no ranking do IDH de um país ao longo dos anos é consequência de um avanço ou do retrocesso no bem-estar ou da modificação do cálculo.

Para que um país tenha seu IDH quantificado ele precisa atender algumas exigências, como dados confiáveis, atualizados e passíveis de comparação em todas as dimensões do índice. Desta forma, vale ressaltar que nem todos os países do mundo são avaliados pelo PNUD. Os dados que constroem a elaboração dos relatórios são colhidos por instituições renomadas internacionalmente. Para a dimensionar a expectativa de vida, os dados são fornecidos pelo Departamento de Assuntos Econômicos e Sociais da ONU, enquanto os dados de escolaridade são disponibilizados pelo Instituto de Estatística da UNESCO. O Banco Mundial fica responsável pelos dados do Rendimento Nacional Bruto, assim como pelo Fundo Monetário Internacional.

De acordo com o PNUD (2011a) se algum indicador não conseguir ser mensurado por algumas dessas instituições, as informações passam a ser procuradas em fontes alternativas ou é usado um modelo de regressão para mensurar o dado.

Então, podemos afirmar que o Índice de Desenvolvimento Humano é uma ferramenta com um elevado grau de relevância na avaliação do bem-estar dos indivíduos e que constantemente tem passado por processo de melhoria. Grimm *et al.* (2008) colocam que o IDH é largamente utilizado na academia, nas mídias e em círculos políticos para mensurar e comparar o progresso no desenvolvimento humano entre países.

3.2.1 Cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano

Como vimos o Índice de Desenvolvimento Humano é construído a partir da análise de três dimensões, que compreendem quatro indicadores (dois deles dentro da dimensão Educação). O cálculo do IDH, como descrito no RDH de 2020, pode ser dividido em duas fases, sendo a primeira a criação dos índices das dimensões e, posteriormente, a agregação desses subíndices.

Então, na primeira fase se faz necessário calcular os índices para cada dimensão. Inicialmente, os valores dos indicadores são normalizados, visto que são expressos em escalas diferentes. Sendo assim, são determinados valores máximos e mínimos para cada critério, onde de acordo com o PNUD 2020, o valor máximo e o valor mínimo de cada indicador foram padronizados conforme ilustra a figura 3.

FIGURA 3- VALORES MÁXIMOS E MÍNIMOS NO CÁLCULO DAS DIMENSÕES DO IDH

Dimension	Indicator	Minimum	Maximum
Health	Life expectancy (years)	20	85
Education	Expected years of schooling (years)	0	18
	Mean years of schooling (years)	0	15
Standard of living	GNI per capita (2017 PPP\$)	100	75,000

Fonte: Relatório de Desenvolvimento Humano 2020.

Assim, os subíndices podem ser calculados de acordo com a equação (3.1).

$$\text{Índice da dimensão} = \frac{\text{valor real da dimensão do país} - \text{valor mínimo da dimensão}}{\text{valor máximo da dimensão} - \text{valor mínimo da dimensão}} \quad (3.1)$$

Entretanto, como a dimensão Educação possui dois indicadores, seu cálculo de subíndice é diferente. Para a dimensão Educação, a equação (3.1) é usada separadamente para cada um dos indicadores e em seguida se faz uma média aritmética simples dos mesmos resultando assim no índice da dimensão Educação.

Como cada índice de dimensão é uma representação das capacidades da dimensão correspondente, a função da transformação do rendimento nas capacidades será provavelmente côncava (Anand e Sen, 2000). Assim, para o rendimento, é usado o logaritmo natural dos valores mínimos e máximos reais.

Obtidos os indicadores, que denominaremos I_E o indicador para a dimensão educação, I_R o indicador para a dimensão renda e I_S o indicador para a dimensão saúde, o cálculo do IDH surge da média geométrica dos indicadores das três dimensões, como observaremos na equação (3.2):

$$IDH = \sqrt[3]{I_E * I_R * I_S} \quad (3.2)$$

O IDH pode ser classificado da seguinte forma: baixo (0-0,49), médio (0,5-0,79) e alto (0,8-1,0).

Para exemplificar, com os dados fornecidos pelo RDH de 2020, iremos apresentar, nas Tabelas 2 e 3, os dados de máximo e mínimo para o cálculo das dimensões que compõem o IDH e chegar ao valor do IDH do Brasil.

TABELA 2 - MÁXIMOS E MÍNIMOS PARA CÁLCULO DO IDH EM 2020.

Indicadores	Máximo observado	Mínimo
Espera de vida à nascença	85	20
Média de anos de escolaridade	15	0
Anos de escolaridades esperados	18,0	0
Rendimento nacional bruto per capita (PPC \$)	75.000	100

Fonte: Relatório de Desenvolvimento Humano, 2020.

TABELA 3 - VALORES APRESENTADOS PELO BRASIL NO RDH 2020.

Indicadores	valor
Esperança de vida à nascença	75,9
Média de anos de escolaridade	8,0
Anos de escolaridades esperados	15,4
Rendimento nacional bruto per capita (PPC \$)	14263

Fonte: Relatório de Desenvolvimento Humano, 2020.

Os valores dos subíndices das dimensões foram calculados utilizando a equação (3.1) e fazendo uso dos valores fornecidos pelo RDH de 2020 com os limitadores, temos que a dimensão da saúde, dada por I_S , é:

$$I_S = \frac{75,9-20}{85-20} = 0,860 \quad (3.3)$$

A Equação (3.3) computa o índice da esperança de vida ao nascer, que é de 0,860 para o Brasil em 2020.

Para a dimensão do rendimento, que descreveremos a seguir como equação (3.4), todos os valores da renda são considerados pelo seu logaritmo natural. Assim, o subíndice de rendimento do Brasil em 2020, dado por I_R , será:

$$I_R = \frac{\ln(14263)-\ln(100)}{\ln(75000)-\ln(100)} = 0,749 \quad (3.4)$$

O nosso último subíndice contempla a dimensão escolaridade, que por envolver dois indicadores seu cálculo possui uma peculiaridade. A equação (3.1) é aplicada ao dois indicadores separadamente, o índice da média de anos de escolaridade, que denotaremos por I_{E1} , dado pela equação (3.5) e o índice de anos de escolaridade esperados, que denotaremos por I_{E2} , dado pela equação (3.6).

$$I_{E1} = \frac{8-0}{15-0} = 0,533 \quad (3.5)$$

$$I_{E2} = \frac{15,4-0}{18,0-0} = 0,856 \quad (3.6)$$

Com os valores dos subíndices da dimensão educação, iremos calcular o índice de educação combinada, I_E , como a média aritmética entre o índice da média de anos de escolaridade e o índice de anos de escolaridade esperados. A equação (3.7) irá mostrar esse cálculo aplicado ao Brasil no ano de 2020.

$$I_E = \frac{0,533+0,856}{2} = 0,695 \quad (3.7)$$

Com os três índices das dimensões calculados, o IDH do país pode ser mensurado através da média geométrica das dimensões Educação, Saúde e Renda, como mostra a equação (3.2). Então o IDH do Brasil no ano de 2020, dado pela equação (3.8) é:

$$IDH = \sqrt[3]{I_E * I_R * I_S} = \sqrt[3]{0,695 * 0,749 * 0,860} = 0,765 \quad (3.8)$$

O IDH para um país, sempre deverá estar dentro do intervalo de zero a um. O país é considerado mais desenvolvido à medida que seu índice se aproxima de um. Segundo dados do PUND de 2020 o Brasil atingiu o IDH de 0,765 ocupando agora a 84º posição.

3.2.2 Modificações e Críticas ao modelo de IDH

O atual modelo para a mensuração do IDH, atualizado em 2010, introduziu importantes modificações, entre as quais: a alteração dos indicadores da dimensão educação e de seus pesos; a introdução de limites mínimos fixos⁷ e máximos observados;⁸ e a utilização da média geométrica para agregar os indicadores, fazendo com que uma baixa performance em quaisquer das dimensões reflita mais diretamente no IDH, além de não permitir substituição perfeita entre os componentes, como ocorria anteriormente com a média simples. Desta forma, o método se revela o quão equilibrado é o desempenho de um país entre as três dimensões, reconhecendo que todas as três dimensões são importantes e evitando que valores elevados em um atributo compensem valores baixos em outro (UNDP, 2010).

O PNUD de 2020, trouxe mais uma alteração, agora os limites máximos observados foram também fixados, como observamos anteriormente, que trouxeram novamente modificações na forma de quantificação do IDH.

Desde a construção do IDH pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), na década de 90, diversos estudos despontaram sobre o tema e que podemos classificar em três linhas de pesquisa: a primeiro se refere àqueles que buscam entender e justificar a construção metodológica do índice; a segundo explora o papel do IDH na explicação de questões específicas relacionadas ao desenvolvimento humano em diversas regiões do mundo; e, por fim, a terceira busca aumentar a aplicabilidade do IDH, mediante incorporação de outras dimensões na estrutura de cálculo (Arcelus, Sharma e Srinivasan, 2003).

A última linha de pesquisa citada reconhece o avanço proporcionado pela utilização do IDH como indicador de desenvolvimento das sociedades, apesar de fundamentar críticas ao seu uso para tal fim. Neste sentido, Mahlberg e Obersteiner (2001) identificaram duas correntes de críticas ao IDH, ainda relacionadas com aquelas feitas à renda nacional como forma de quantificar o bem-estar. A primeira delas questiona a escolha dos indicadores que compõem o índice, enquanto o segundo grupo de pesquisadores afirma que o IDH falha em medir a real condição de vida de uma sociedade, uma vez que importantes aspectos do desenvolvimento não são levados em consideração, tais como a situação ambiental, a distribuição de renda e a estabilidade política.

⁷Estabelecidos pelo PNUD em vinte anos para a expectativa de vida; zero para as variáveis educacionais; e PPP \$ 100 para a renda nacional per capita (UNDP, 2011).

⁸ Em 2020 os limites máximos foram também fixados conforme ilustra a tabela 3.

Observando a abrangência do modelo criado para mensurar o IDH na década de 90 e as duras críticas que vinha sofrendo, Hicks (1997) propôs uma modificação na qual incorporava no cálculo do IDH as desigualdades de distribuição de renda, de educação e de longevidade.

Prosseguindo na ideia de ampliar a aplicabilidade do IDH utilizando outras dimensões que se relacionam com o desenvolvimento humano, destaca-se como possível parâmetro a eficiência dos países em utilizar recursos que constituem os componentes do IDH.

Como o IDH não mensura a eficiência da utilização de recursos que o constituem pode ser que tenha duas sociedades com o mesmo valor de índice, mas que utilizam os recursos de forma diferente, ou seja, a sociedade que aplicar de forma mais eficiente seus recursos, consegue poupar mais e, desta forma, pode investir mais em outras dimensões humanas importantes, como conservação ambiental, cultura e lazer, que não são mensuradas no cálculo do IDH, ou mesmo ser aplicados para melhorar a qualidade dos serviços oferecidos.

3.3 A CURVA DE LORENZ

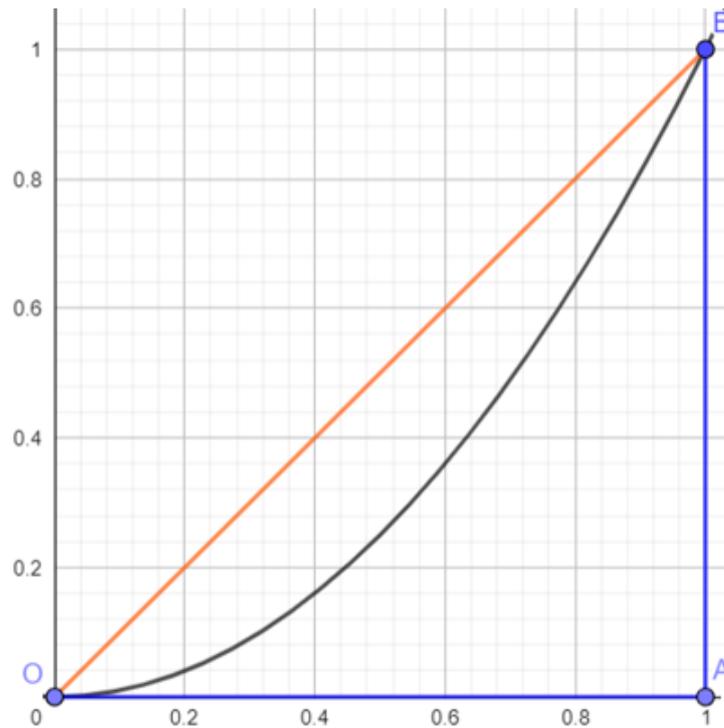
A curva de Lorenz é uma ferramenta gráfica que permite descrever e analisar a distribuição de renda em uma sociedade, sendo possível até ordenarmos uma distribuição de renda para analisarmos o ponto de vista de bem-estar.

De acordo com NERI. M⁹ (2010), curva de Lorenz é uma curva que expressa a relação entre a proporção de pessoas com renda pelo menos tão elevada do que determinado valor (proporção acumulada da população) e a proporção de renda recebida por essas pessoas (proporção acumulada de renda).

Representaremos a curva de Lorenz por uma função $F(p)$, de domínio no intervalo $[0,1]$, que corresponde à fração recebida pela p -ésima fração inferior da população, quando a população está ordenada por renda de forma crescente, de modo que $F(p)$ representará a proporção acumulada de renda (Φ) e p a proporção acumulada da população. Desta forma, representando a função $F(p)$ em um sistema ortogonal, com a variável Φ (proporção acumulada de renda) no eixo das ordenadas e a variável p (proporção acumulada da população) no eixo das abscissas, terá inclinação sempre positiva e convexa, e por consequência da definição, temos que $F(0) = 0$ e $F(1) = 1$. Se $F(p) = p$ teremos uma linha de perfeita igualdade (caso em que todos receberiam o mesmo montante), e corresponde ao segmento OB, no gráfico abaixo. Em contrapartida, temos também a linha de extrema desigualdade (caso em que uma pessoa receberia todo o montante e as demais pessoas nada receberiam), ou seja, em um total de n pessoas ordenadas de acordo com a distribuição de renda, do mais pobre ao mais rico, as $n - 1$ terão ordenada zero e a n -ésima ordenada 1, e corresponde ao segmento AO e AB. A curva de Lorenz sempre se encontra entre a linha de perfeita igualdade e a de extrema desigualdade. Quanto mais próxima a curva de Lorenz estiver da linha de perfeita igualdade, mais igualitária é a distribuição de renda. O gráfico a seguir ilustra um exemplo da curva de Lorenz.

⁹ MARCELO NERI, é economista-chefe do Centro de Políticas Sociais e professor da EPGE, na Fundação Getúlio Vargas.

FIGURA 4 - A CURVA DE LORENZ



Fonte: Os autores, 2022.

Como a curva de Lorenz está definida pelos segmentos consecutivos de extremos contidos no conjunto dos pontos (p_i, Φ_i) capazes de relacionar as variáveis discretas, a proporção acumulada da população e a proporção acumulada de renda da população, consideramos uma população composta de n pessoas onde x_i é a renda da i -ésima pessoa, em uma população de n pessoas. Admitir-mos também que os valores da variável x_i estão ordenados de forma que:

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n$$

Assim, a proporção acumulada da população, até a i -ésima pessoa, é

$$p_i = \frac{i}{n} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (3.9)$$

Logo, a proporção acumulada (Φ) de x_i , é

$$\Phi_i = \frac{\sum_{j=1}^i x_j}{\sum_{j=1}^n x_j} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_i)}{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_i)}{\mu n} \quad (3.10)$$

Donde,

$$\mu = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{n}$$

É a média aritmética dos x_i .

Como $p_0 = 0$ e $\Phi_0 = 0$, os valores de p_i e Φ_i (com $0 \leq i \leq n$) representam a $n + 1$ pontos em um sistema de eixos cartesianos ortogonais. Se unirmos os pontos consecutivos iremos obter uma linha poligonal. Entretanto, para um n muito grande, essa poligonal assemelha-se, visualmente, a uma curva, desta forma, é comum, então, a utilização da expressão “curva de Lorenz”.

Afim de exemplificar o anteriormente exposto, considere a seguinte distribuição:

$$x = [1 \ 2 \ 2 \ 8 \ 27]$$

Temos $n = 5$ e a média $\mu = \frac{1+2+2+8+27}{5} = 8$. A tabela a seguir mostra os valores de p_i e Φ_i para esta distribuição, de modo que utilizando a equação (3.10), para cada item temos:

$$\Phi_1 = \frac{1}{5 \cdot 8} = \frac{1}{40} = 0,025 ;$$

$$\Phi_2 = \frac{1+2}{5 \cdot 8} = \frac{3}{40} = 0,075 ;$$

$$\Phi_3 = \frac{1+2+2}{5 \cdot 8} = \frac{5}{40} = 0,125 ;$$

$$\Phi_4 = \frac{1+2+2+8}{5 \cdot 8} = \frac{13}{40} = 0,325 \text{ e}$$

$$\Phi_5 = \frac{1+2+2+8+27}{5 \cdot 8} = \frac{40}{40} = 1.$$

Portanto, temos na Tabela 4 a distribuição de renda.

TABELA 4 - DISTRIBUIÇÃO DE RENDA.

i	x_i	p_i	Φ_i
1	1	0,2	0,025
2	2	0,4	0,075
3	2	0,6	0,125
4	8	0,8	0,325
5	27	1	1
total	40		

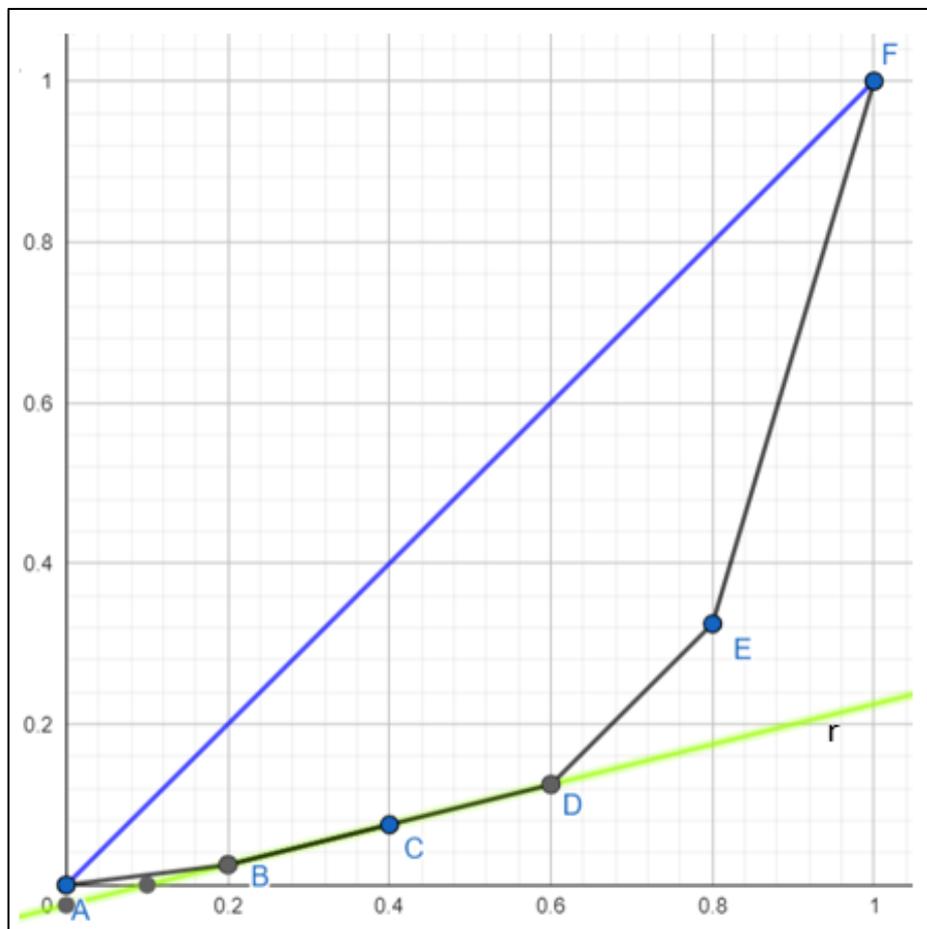
Fonte: Os autores, 2022.

Podemos ainda determinar a inclinação que cada segmento desta poligonal apresenta em relação ao eixo das abscissas, utilizando as equações (3.9) e (3.10), temos que a declividade do segmento desta poligonal correspondente à i -ésima pessoa é

$$d_i = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{p_i - p_{i-1}} = \frac{\frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_{i-1} + x_i)}{\mu n} - \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_{i-1})}{\mu n}}{\frac{i}{n} - \frac{(i-1)}{n}} = \frac{\frac{x_i}{\mu n}}{\frac{1}{n}} = \frac{x_i}{\mu} \quad (3.11)$$

Deste modo, a declividade do segmento poligonal correspondente à i -ésima pessoa, representa a renda relativa desta pessoa, ou seja, quando existe duas ou mais pessoas com rendas iguais, seus respectivos segmentos na poligonal são colineares, como ocorreu em nosso exemplo, com os valores de x_2 e x_3 que são respectivamente os segmentos BC e CD na imagem abaixo.

FIGURA 5 - DECLIVIDADE



Fonte: Os autores, 2022.

Pode-se perceber que os pontos B, C e D são colineares e pertencem a reta r (em verde) e portanto possuem mesma declividade.

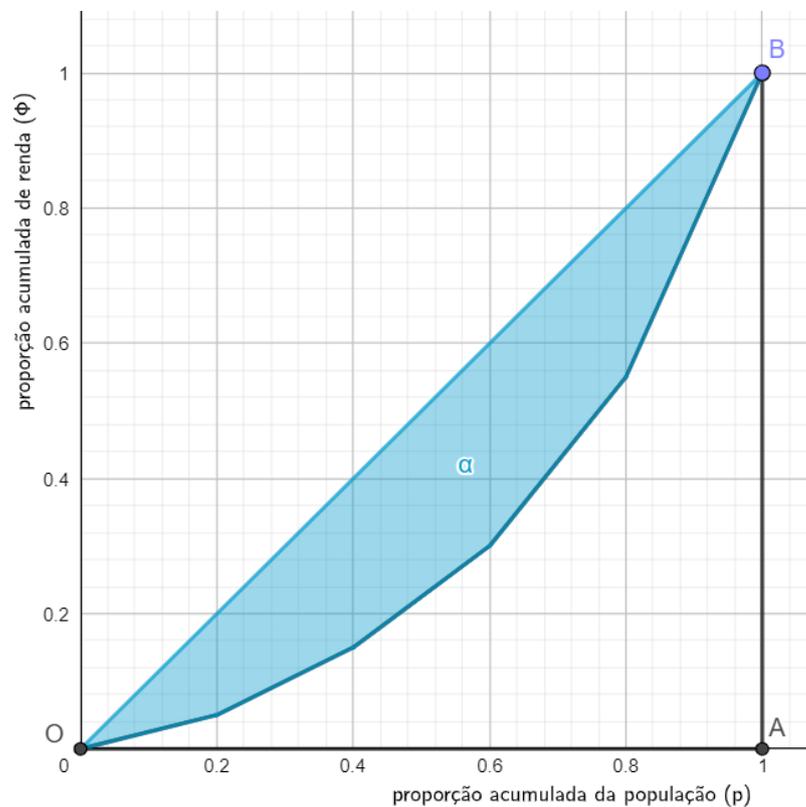
3.4 O ÍNDICE DE GINI

Desenvolvido pelo matemático italiano Conrado Gini, o índice Gini tem por objetivo medir o grau de concentração de renda de determinado grupo. Essa ferramenta matemática permite obter a diferença entre o rendimento dos mais pobres e dos mais ricos.

Iremos quantificar a região formada entre a curva de Lorenz e a curva de perfeita igualdade, atribuindo para ela o nome de área de desigualdade, que denotaremos por α , conforme ilustra a imagem (região em azul). Por outro lado, verificamos que a área do triângulo OAB é 0,5, desta forma, verifica-se na Figura 6 que

$$0 \leq \alpha < 0,5. \quad (3.12)$$

FIGURA 6 - REGIÃO DE DESIGUALDADE



Fonte: Os autores, 2022.

Verificamos também, que o máximo de desigualdade ocorre quando uma única pessoa detém toda a renda e as demais pessoas não recebem nada (excluindo a possibilidade de atribuir valores negativos para a variável x). Logo, a área de desigualdade é um triângulo de base 1 —

$1/n$ e a altura é igual a 1. Desta forma, o valor máximo que α pode assumir, em uma distribuição discreta com $x \geq 0$ é

$$\alpha_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad (3.13)$$

Logo, temos que

$$0 \leq \alpha < \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

Como

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{2} (1 - 0) = \frac{1}{2}$$

Então,

$$\alpha_{m\acute{a}x} = 0,5$$

Conforme Hoffmann (1998), definiremos o *índice de Gini (G)*, sendo a razão entre a área de desigualdade α e o valor deste limite, ou seja,

$$G = \frac{\alpha}{0,5} = 2\alpha \quad (3.14)$$

Como, na desigualdade (3.12) temos que $0 \leq \alpha < 0,5$

Multiplicando ambos os termos da desigualdade por 2, de modo que não iremos alterar a desigualdade, podemos reescrever a desigualdade em termos do índice de Gini, assim:

$$0 \leq 2\alpha < 1 \Rightarrow 0 \leq G < 1$$

Como $\alpha_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right)$, podemos concluir ainda que $0 \leq G < 1 - \frac{1}{n}$, com $n > 0$.

Uma das principais vantagens do índice de Gini é que ele é uma medida de desigualdade calculada por meio de uma análise de razão, diferentemente de outras ferramentas como a renda per capita ou o produto interno bruto, que são variáveis representativas da maioria populacional. Ele pode ser usado com a finalidade de comparar as distribuições de renda entre setores populacionais, como por exemplo, zonas urbanas e rurais. Por ser um índice simples e de fácil interpretação, além de ser usado em comparativo entre nações, é também utilizado para análise da desigualdade entre economias através do tempo. Uma das desvantagens do índice de Gini é que consegue mensurar a desigualdade de renda, porém não consegue representar a desigualdade de oportunidades. Outro problema com o índice é o fato de mesmo sendo utilizado

as mesmas variáveis, proporção acumulada de renda e proporção acumulada da população, ele pode estar medindo duas coisas diferentes, por exemplo, vamos supor que dois países apresentam o mesmo valor no coeficiente de Gini, porém um é mais pobre que o outro, assim um estaria medindo a desigualdade na qualidade de vida material (do mais pobre) e o outro estaria medindo a distribuição do luxo além das necessidades básicas.

Vale salientar é que a curva de Lorenz, que é usada no cálculo do índice de Gini, pode acabar subestimando o valor real da desigualdade caso a família seja capaz de usar a renda de forma mais eficiente.

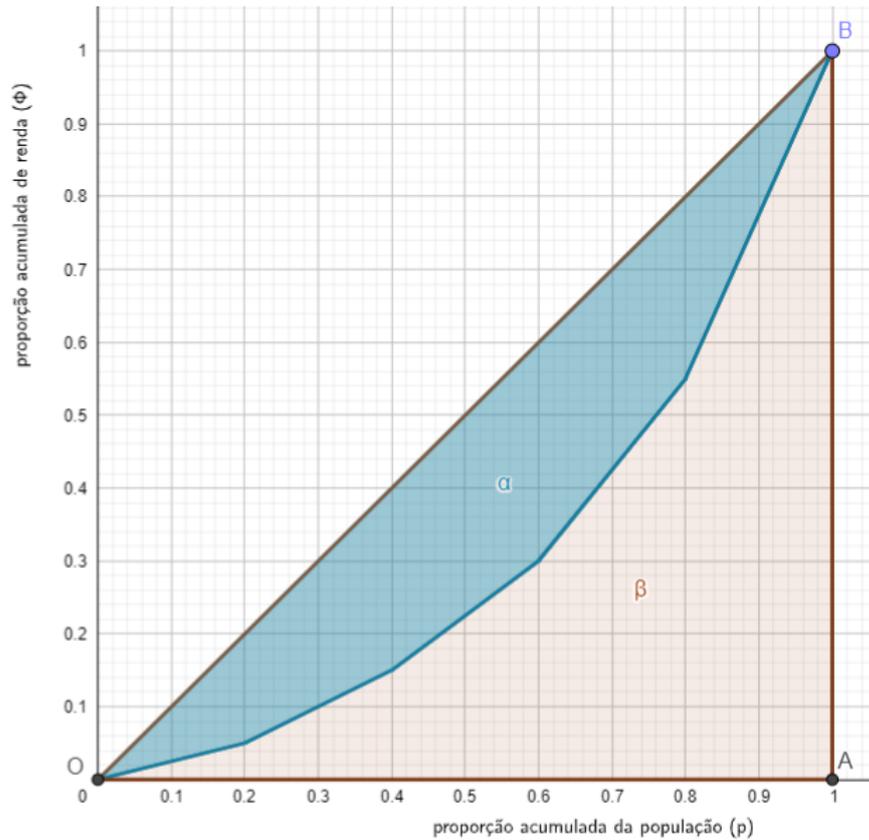
É importante observar também que economias com rendimentos e coeficientes de Gini similares ainda podem ter uma distribuição de renda muito diferente. Pense no caso em que curvas de Lorenz diferentes produzam o mesmo valor no índice de Gini.

Desta forma, podemos dizer que o índice de Gini é um ponto de estimativa da desigualdade em determinado momento, mas o mesmo acaba por ignorar mudanças que podem ocorrer no ciclo de vida das pessoas. Assim, devido a fatores que influenciam a distribuição da renda no tempo, determinada economia pode ter um coeficiente de Gini maior do que em outro determinado ponto no tempo, mas quando calculado, considerando a renda dos indivíduos no ciclo da vida, ele é realmente menor. Assim, essencialmente, o que tem importância não é só a desigualdade em determinado ano e sim a sua composição da distribuição ao longo do tempo.

Voltando para o cálculo do índice de Gini, iremos então analisar formas de expressar o valor do índice de Gini a partir de valores de x_i , e observar propriedades desta medida de desigualdade.

Começaremos por quantificar a região formada entre a diferença da área do triângulo OAB com a área de desigualdade α e denotaremos essa área por β , conforme ilustra a Figura 7.

FIGURA 7 - DIFERENÇA ENTRE A ÁREA DO TRIÂNGULO OAB E A ÁREA DE DESIGUALDADE α



Fonte: Os autores, 2022.

Assim, temos que

$$\begin{aligned}
 0,5 - \alpha &= \beta \Rightarrow \\
 \Rightarrow 1 - 2\alpha &= 2\beta \\
 \Rightarrow 1 - G &= 2\beta \\
 \Rightarrow G &= 1 - 2\beta
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Por sua vez, β pode ser fragmentada em n trapézios, onde a área do i -ésimo trapézio, que denotaremos por S_i , de base maior Φ_i , base menor Φ_{i-1} e altura $p_i - p_{i-1} = \frac{1}{n}$, é dado por

$$S_i = \frac{\frac{(\Phi_i + \Phi_{i-1})}{n}}{2} = \frac{(\Phi_i + \Phi_{i-1})}{2n} \tag{3.16}$$

Importante analisarmos o caso em que $i = 1$, pois isso implica em $\Phi_{i-1} = \Phi_0$, e desta forma não teríamos um trapézio, mas sim um triângulo retângulo, tendo em vista que pela definição $\Phi_0 = 0$.

Logo, temos que β , pode ser obtida pela soma das n áreas S_i , ou seja,

$$\beta = \sum_{i=1}^n S_i .$$

Mas como,

$$S_i = \frac{(\Phi_i + \Phi_{i-1})}{2n}$$

Então,

$$\beta = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (\Phi_i + \Phi_{i-1}) \quad (3.17)$$

Utilizando então as equações (3.15) e (3.17), temos mais uma expressão para o cálculo do índice de Gini, que é:

$$G = 1 - 2 \sum_{i=1}^n \frac{(\Phi_i + \Phi_{i-1})}{2n}$$

$$G = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Phi_i + \Phi_{i-1}) \quad (3.18)$$

Voltando então ao exemplo apresentado anteriormente na Tabela 4, podemos então acrescentar à tabela, uma coluna que mostra o valor $\Phi_i + \Phi_{i-1}$ para cada valor de i , ou seja, cada célula de $\Phi_i + \Phi_{i-1}$ resulta na soma do Φ_i com o Φ_i anterior, chegando ao somatório $\sum_{i=1}^5 (\Phi_i + \Phi_{i-1})$ na ultima célula da colula $\Phi_i + \Phi_{i-1}$ e utilizar a equação (3.18)

TABELA 5 - CÁLCULO DO ÍNDICE DE GINI.

i	x_i	p_i	Φ_i	$\Phi_i + \Phi_{i-1}$
1	1	0,2	0,025	0,025
2	2	0,4	0,075	0,100
3	2	0,6	0,125	0,200
4	8	0,8	0,325	0,450
5	27	1	1	1,325
total	40			2,100

Fonte: Os autores, 2022.

Desta forma, o índice de Gini, em nossa distribuição, é

$$G = 1 - \frac{1}{5} * 2,1 = 0,58$$

3.4.1 Utilizando o Software Excel para calcular o índice de Gini e a curva de Lorenz

Atualmente cresce o desenvolvimento tecnológico e a educação ganha recursos capazes de dinamizar o desenvolvimento do educando, por outro lado o professor precisa constantemente observar as novas tendências tecnológicas e viabilizar formas de introduzir-las como ferramentas potenciais capazes de intensificar o alcance dos objetivos. A BNCC norteia o uso de tais ferramentas como mostra o trecho:

Merece destaque o uso de tecnologias – como calculadoras, para avaliar e comparar resultados, e planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central. A consulta a páginas de institutos de pesquisa – como a do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) – pode oferecer contextos potencialmente ricos não apenas para aprender conceitos e procedimentos estatísticos, mas também para utilizá-los com o intuito de compreender a realidade. (BRASIL, 2018, p 274)

Desta forma, a BNCC, observando a proximidade do estudante de Ensino Médio com a cultura digital, se apropria da íntima relação da cultura juvenil com a cultura digital e focaliza potencializar o uso de ferramentas tecnológicas para a realização de atividades relacionadas a todas as áreas do conhecimento, diversas práticas sociais e ao mercado de trabalho.

Assim, seguiremos um roteiro para o cálculo do índice de Gini e a curva de Lorenz para uma determinada distribuição utilizando o software Excel.

Suponhamos então uma empresa fictícia, cujo seus funcionários foram divididos em n grupos de acordo com um teto salarial recebido, organizado em ordem crescente, ou seja, o grupo 1, será o grupo de funcionários que recebe até R\$ 1.045,00, o grupo 2, será o grupo de funcionários que recebe entre R\$ 1.045,00 e R\$ 2.300,00, e assim por diante até o último grupo. Para melhor compreensão, atribuímos, arbitrariamente, o número de grupos e as faixas de teto salarial desses grupos. Então denominaremos i $[0, n]$, a variável que determina o grupo dentro da empresa de acordo com a renda (em ordem crescente). A proporção acumulada da população (p_i) é calculada pelo quociente $\frac{i}{n}$, onde n é a quantidade de grupos.

A Tabela 6 foi criada com dados fictícios.

TABELA 6 - CÁLCULO DO ÍNDICE DE GINI DA EMPRESA A, PARTE 1.

Empresa A			
Grupos	i	Faixa salarial do grupo (k_i)	Proporção acumulada da população (p_i)
	0	0	0,00
A1	1	R\$ 1.045,00	0,25
A2	2	R\$ 2.300,00	0,50
A3	3	R\$ 2.750,00	0,75
A4	4	R\$ 5.740,00	1,00
total		R\$ 11.835,00	

Fonte: Os autores, 2022.

É importante salientar que o índice de Gini geralmente é usado como comparativo entre duas ou mais porções de distribuições de renda, porém como nosso objetivo é mostrar como uma planilha eletrônica pode nos ajudar a calcular o índice de Gini, iremos utilizar uma versão onde só exista essa empresa. Iremos propor a aplicação de atividades relacionando a curva de Lorenz e o índice de Gini utilizando a planilha eletrônica e reflexões ao variar os dados fictícios.

Começaremos agregando a nossa tabela anterior uma coluna x_i , que retratará a razão entre o teto recebido por cada faixa salarial pelo valor acumulado por todas as faixas salariais dessa empresa, ou seja, o valor acumulado resulta do somatório dos tetos salariais em cada uma das faixas, R\$ 1.045,00 + R\$ 2.300,00 + R\$ 2.750,00 + R\$ 5.740,00 = R\$ 11.835,00. Assim, como o grupo 1 tem teto salarial de R\$ 1.045,00, a razão entre o teto do grupo 1 e o acumulado pela empresa pelas faixas salariais é $\frac{R\$ 1.045,00}{R\$ 11.835,00} = 0,09$, ou 9%.

O valor acumulado dos tetos será dado pela fórmula:

=soma([célula k_0];[célula k_1];...;[célula k_{n-1}];[célula k_n];)

Em nosso exemplo, $n = 4$.

TABELA 7 - CÁLCULO DO ÍNDICE DE GINI DA EMPRESA A, PARTE 2.

	A	B	D	E	G
1	Empresa A				
2	Grupos	i	Faixa salarial do grupo (k_i)	p_i	x_i
3		0	0	0,00	0,00
4	A1	1	R\$ 1.045,00	0,25	0,09

5	A2	2	R\$ 2.300,00	0,50	0,19
6	A3	3	R\$ 2.750,00	0,75	0,23
7	A4	4	R\$ 5.740,00	1,00	0,49
8	total		R\$ 11.835,00		1,00

Fonte: Os autores, 2022.

Usaremos a seguinte fórmula para calcular as $n - 1$ células de x_i :

$$=[\text{célula } p_i]/[\text{célula que contém valor acumulado dos tetos}]$$

Iremos agora agregar mais outras duas colunas em nossa tabela anterior.

A primeira, será a coluna Φ_i , que representará o acumulado de x_i em cada faixa salarial, por exemplo, o acumulado do grupo 1 será a soma $x_0 + x_1$, com $x_0 = 0$, o acumulado do grupo 2 será a soma $x_0 + x_1 + x_2$, e assim por diante. Perceba então que, a coluna Φ_i é formada pela soma $x_i + \Phi_{i-1}$, com $i \in [1, n]$ e $\Phi_0 = 0$. Então usaremos a fórmula:

$$=[\text{célula } x_i]+[\text{célula } \Phi_{i-1}]$$

Com $i \in [1, n]$ e $\Phi_0 = 0$.

A segunda coluna a acrescentar será a coluna S_i , que representará o valor da área de um trapézio de base maior Φ_i , base menor Φ_{i-1} e altura $p_i - p_{i-1} = \frac{1}{n}$. O somatório das n áreas S_i nos remeterá a área abaixo da curva de Lorenz, definida anteriormente por β , que por sua vez nos levará ao cálculo do índice de Gini, pois $G = 1 - 2\beta$.

Utilizaremos a seguinte fórmula para calcular cada um dos S_i valores:

$$=[(\text{célula } \Phi_i) + (\text{célula } \Phi_{i-1})] * ((\text{célula } p_i) - (\text{célula } p_{i-1})) * 0,5$$

Na célula $n + 1$ de S_i , colocaremos o somatório dos valores de S_i de cada um dos i valores, com i variando de 0 a n . Logo temos, na última célula de S_i , a fórmula:

$$=[\text{soma}([\text{célula } S_0]; [\text{célula } S_1]; \dots; [\text{célula } S_{n-1}]; [\text{célula } S_n])$$

Então, complementando a tabela com as colunas descritas anteriormente, temos:

TABELA 8 - CÁLCULO DO ÍNDICE DE GINI DA EMPRESA A, PARTE 3.

	A	B	D	E	G	H	I
1	Empresa A						
2	Grupos	i	Faixa salarial do grupo (k_i)	p_i	x_i	Φ_i	S_i
3		0	0	0,00	0,00	0,00	0
4	A1	1	R\$ 1.045,00	0,25	0,09	0,09	0,01103718
5	A2	2	R\$ 2.300,00	0,50	0,19	0,28	0,04636671
6	A3	3	R\$ 2.750,00	0,75	0,23	0,51	0,09970427
7	A4	4	R\$ 5.740,00	1,00	0,49	1,00	0,18937474
8	total		R\$ 11.835,00		1,00		0,34648289

Fonte: Os autores, 2022.

Como o valor destacado (em amarelo) corresponde ao valor da área abaixo da curva de Lorenz (β) para a distribuição de renda em empresa e o índice de Gini é dado por $G = 1 - 2\beta$, criaremos então, uma célula, que denominaremos 2β , com a seguinte fórmula:

$$= 2 * [\text{célula } S_{n+1}] \text{ (célula destacada em verde)}$$

Onde [célula S_{n+1}] é a célula que contém o somatório das áreas dos n trapézios de base maior Φ_i , base menor Φ_{i-1} e altura $p_i - p_{i-1}$ contidos abaixo da curva de Lorenz.

Por fim, para quantificar o índice de Gini, iremos criar uma célula com a fórmula:

$$= 1 - 2\beta \text{ (célula destacada em azul)}$$

TABELA 9 - CÁLCULO DO ÍNDICE DE GINI DA EMPRESA A, PARTE 4.

	A	B	D	E	G	H	I	J
1	Empresa A							
2	Grupos	i	Faixa salarial do grupo (k_i)	p_i	x_i	Φ_i	S_i	2β
3		0	0	0,00	0,00	0,00	0	0,692966
4	A1	1	R\$ 1.045,00	0,25	0,09	0,09	0,01103718	Gini
5	A2	2	R\$ 2.300,00	0,50	0,19	0,28	0,04636671	0,307034
6	A3	3	R\$ 2.750,00	0,75	0,23	0,51	0,09970427	
7	A4	4	R\$ 5.740,00	1,00	0,49	1,00	0,18937474	
8	total		R\$ 11.835,00		1,00		0,34648289	

Fonte: Os autores, 2022.

Para criar um gráfico com a curva de Lorenz da nossa empresa A, precisaremos criar um gráfico de dispersão a partir de duas células, uma com valor 0 e outra com valor 1, que denominaremos curva de perfeita igualdade.

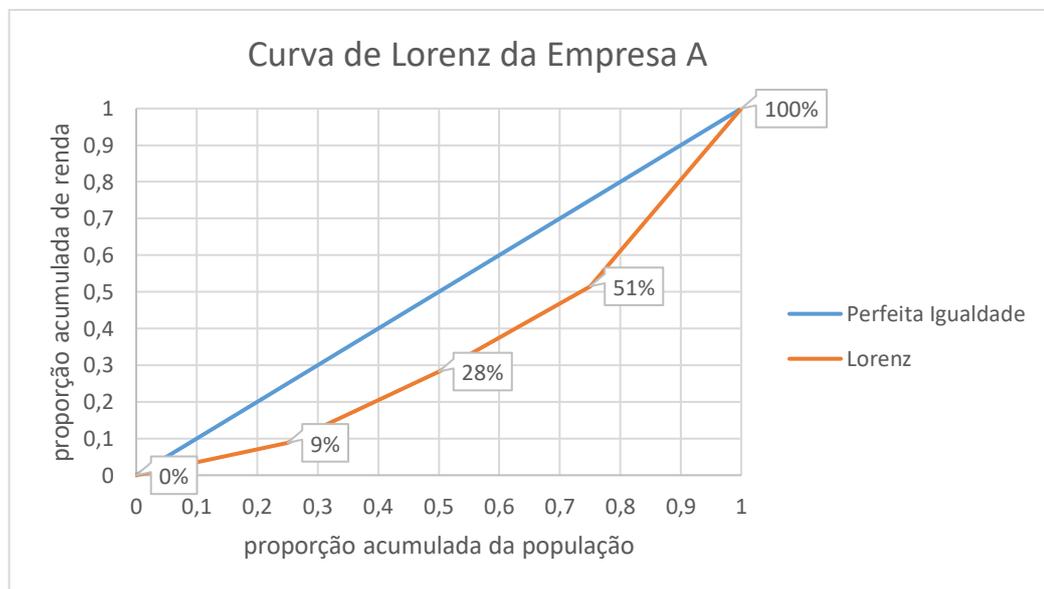
Com o botão direito do mouse em cima do gráfico iremos escolher a opção selecionar dados. Em seguida clicar em adicionar. Irá aparecer três campos, o primeiro será o de nomear

(nome dá série) ao qual chamaremos de “perfeita igualdade”, no segundo campo (valores para x) usaremos as células de valor 0 e 1 e para o terceiro campo (valores para y) repetiremos o passo anterior, logo será formado nossa curva de perfeita igualdade.

Em seguida para adicionar a esse gráfico a nossa curva de Lorenz, repetiremos o passo para adicionar dados ao gráfico, agora nomeando o campo 1 por curva de Lorenz, no campo 2 utilizaremos os valores p_i fornecidos em nosso exemplo da empresa fictícia e para o campo 3 usaremos os valores Φ_i . Lembre-se que p_i é a representação da proporção acumulada da população e Φ_i representa a proporção acumulada de renda da população.

Após a construção das duas curvas, precisaremos formatar o gráfico de modo a limitar os eixos ao intervalo $[0,1]$, rotular os eixos e usar as opções de legendas. Assim, temos nossa curva de Lorenz para a empresa A, projetada toda a partir do software Excel.

FIGURA 8 - CURVA DE LORENZ DA EMPRESA A



Fonte: Os autores, 2022.

Por fim, ressaltamos que a utilização de uma planilha eletrônica para construir a curva de Lorenz ou mesmo medir o grau de desigualdade social em determinado conjunto de pessoas é bem eficiente, uma vez que utilizado as fórmulas, poderemos alterar os valores de n , atribuindo outros valores para o teto salarial, verificaremos o comportamento da curva no gráfico de modo a conseguir analisar fatores que possam contribuir com o aumento da desigualdade social, uma vez que quanto mais próximo de 0 o índice de Gini está menor é o grau de desigualdade e quanto mais próximo de 1 maior será grau de desigualdade.

4 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Abordaremos nesse capítulo a forma como os temas foram escolhidos, como as tarefas foram desenhadas e como foram estruturadas as atividades didáticas, as quais serão apresentadas, uma por uma, somente no capítulo 5.

Esse trabalho pode ser caracterizado como uma pesquisa de desenvolvimento em Educação Matemática. A expressão “pesquisa de desenvolvimento”, é conhecida como *design-based research*, ou também como *development/developmental research* (VAN DEN AKKER et al., 2006; MATTA, SILVA; BOAVENTURA, 2014).

De acordo com Bonsiepe (1997), o Design é o domínio no qual se estrutura a interação entre o usuário e o produto, para facilitar ações efetivas. Em nosso caso, as ações se voltam para o desenvolvimento humano e as desigualdades sociais.

De maneira geral, podemos dizer que uma pesquisa de desenvolvimento¹⁰ refere-se àquelas investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema, à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e/ou repercussões.

Por delineamento, entendemos a elaboração do artefato em sua primeira versão; o desenvolvimento, por sua vez, refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática (Barbosa & Oliveira, 2015). Tal metodologia, tem seu marco em Collins (1992), e uma definição possível é a apresentada por Plomp (2009), na qual nos baseamos:

Pesquisa de desenvolvimento educacional é percebida como o estudo sistemático do delineamento, desenvolvimento e avaliação de intervenções educacionais – tais como programas, estratégias e materiais de ensino e aprendizagem, produtos e sistemas – como soluções a problemas identificados, as quais objetivam avançar nosso conhecimento sobre as características destas intervenções e processos para o delineamento e desenvolvimento de soluções (Plomp, 2009, p.9, apud Barbosa & Oliveira, 2015, p.531).

Assim, uma vez identificado o problema, o propósito é gerar uma intervenção que deve ser materializada por meio de algum tipo de produto educacional. Ou seja, na pesquisa de desenvolvimento voltada para a educação matemática, o design de materiais educacionais tem

¹⁰ Assim, a natureza desse trabalho, caso fosse efetivamente implementado em sala de aula, seria de natureza qualitativa, do tipo etnográfica, pois olharíamos para as interações dos indivíduos com os artefatos e entre si, bem como os significados produzidos decorrentes dessas interações. Tal implementação não foi possível ao caráter disparador deste trabalho, conforme pontuamos na introdução, bem como às restrições de abordagens nas escolas brasileiras, em função da Pandemia do Covid-19.

uma intenção educacional na produção dos artefatos, os quais em nosso trabalho consistem em um conjunto de atividades didáticas.

Em seguida, vamos apresentar a concepção de tarefa usada para o design do material. Entendemos tarefa como uma ferramenta de mediação, que busca proporcionar questionamentos e reflexões aos alunos, a partir da apresentação de um ou mais cenários, possibilitando a produção de significados através da promoção de debates e das justificativas apresentadas pelos estudantes (MUNIZ, 2016a).

A finalidade do desenvolvimento destas tarefas é contribuir para sala de aula, tanto no campo da matemática como no das ciências humanas e sociais, com questionamentos que pretendem promover reflexões acerca desenvolvimento humano e sua disparidade entre a sociedade, estimulando o pleno exercício da cidadania dos estudantes, no presente e no futuro, à luz da transversalidade preconizada nos PCNs e nos princípios da dualidade, da lente multidisciplinar e do convite à reflexão apresentados por Muniz (2016a).

Assim, as tarefas foram desenvolvidas à luz do design de tarefas apresentado por Muniz (2016a), e de uma maneira geral, foram desenhadas buscando:

- (i) Convidar os estudantes a pensarem o atual cenário de desigualdade social, agentes potencializadores da desigualdade social e sua influência no desenvolvimento humano;
- (ii) Motivar os estudantes a participarem e se envolverem com o tema, buscando uma perspectiva lúdica de abordagem, estimulando a autonomia;
- (iii) Desenvolver habilidades de análise e comparação, a partir das simulações em planilhas eletrônicas e uso de software plotador de gráficos, como o *Geogebra*;
- (iv) Convidar os estudantes a refletirem sobre a inclusão de novas dimensões para mensurar o nível de desenvolvimento humano e efetivamente o que o índice de Gini pode trazer como perspectivas na criação de políticas públicas;
- (v) Construir oportunidades de aprendizagem por meio de tecnologias ativas e numa perspectiva híbrida.

Baseado nessa metodologia a Atividade didática foi desenhada em 4 partes: tarefa relacionada a temas de desigualdade social e desenvolvimento humano; resolução comentada; comentários e reflexões para o professor; informações para saber mais sobre o assunto. O quadro apresenta uma das Atividades didáticas que serão apresentadas no próximo capítulo.

Tarefa 1**Público-alvo:** Ensino Fundamental (7º ano) e Ensino Médio (EJA)**Duração da tarefa:** 30min**Objetos de conhecimento:** Interpretação de Gráficos e operações com números decimais.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EF06MA11, EF07MA37, EF07GE10, EF09MA21, EM13MAT101, EM13MAT104.**TAREFA 1 – Efeito pós pandemia – Desigualdade diminuindo?**

FIGURA 9 - REPORTAGEM DA AGÊNCIA BRASIL EM 2021

Direitos Humanos

FGV: mais pobres sofrem maior impacto na pandemia

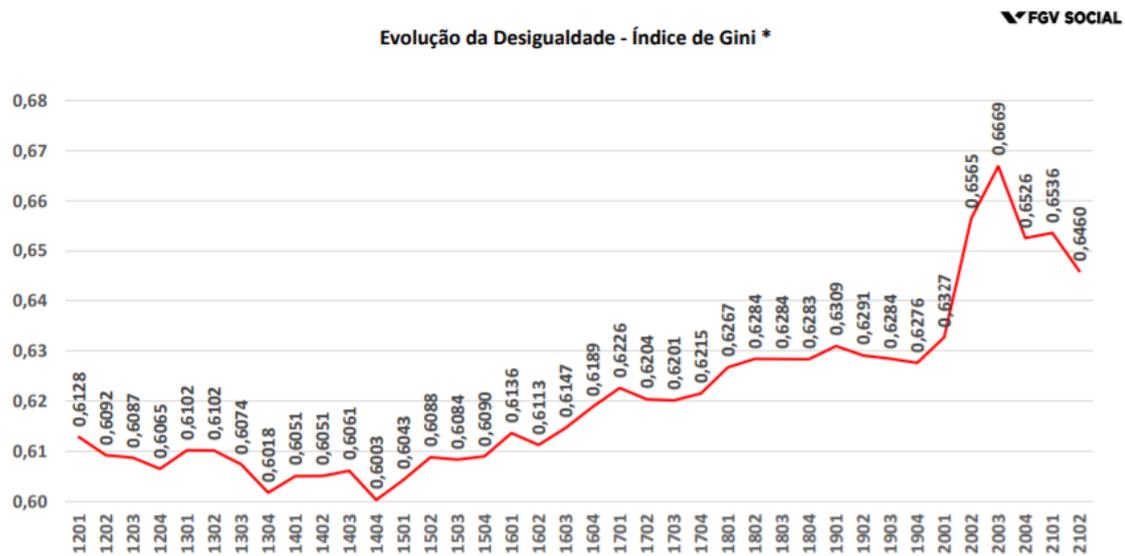
*O Índice de Gini, que mede desigualdade, atingiu 0,640 no 2º trimestre*Fonte: Agencia Brasil. Disponível em: <https://agenciabrasil.abc.com.br/direitos-humanos/noticia/2021-09/fgv-mais-pobres-sofrem-maior-impacto-na-pandemia>

Cristina Índio do Brasil, repórter da Agência Brasil, publicou a matéria acima, onde destaca a pesquisa realizada pela Fundação Getúlio Vargas Social, coordenada pelo diretor Marcelo Neri, a respeito do aumento da desigualdade impactada pela pandemia da covid-19. Segundo o estudo, na média de 2019 a proporção de pessoas com renda abaixo da linha de pobreza era de 10,97%, representando assim, aproximadamente, 23,1 milhões de pessoas na pobreza.

Com o pagamento do auxílio emergencial, em setembro de 2020, o número de pessoas abaixo da linha de pobreza caiu para 4,63%, ou seja, próximo de 9,8 milhões de brasileiros. Mas no primeiro trimestre de 2021, com a suspensão do auxílio emergencial, mesmo retomando outros programas de políticas sociais como o Bolsa Família, a porcentual de brasileiros vivendo abaixo da linha de pobreza atingiu 16,1%, que representa aproximadamente 34,3 milhões de pessoas. Em abril de 2021 com a retomada do pagamento do auxílio emergência, mesmo com a diminuição do seu valor, a taxa caiu para 12,98, que representa quase 28 milhões de brasileiros.

O gráfico a seguir mostra o aumento da desigualdade no Brasil tomando como medida de desigualdade o índice de Gini com valores entre janeiro de 2012 (1201) e fevereiro de 2021 (2102).

FIGURA 10: EVOLUÇÃO DA DESIGUALDADE – ÍNDICE DE GINI



Fonte: FGV Social baseado nos microdados da PNADC. *Renda per Capita do Trabalho Habitual

Sabendo que no índice de Gini quanto mais próximo o valor está de 1 maior é o grau de desigualdade apresentado e da mesma forma, quanto mais próximo o valor está do zero menor é o seu grau de desigualdade, a partir da análise do gráfico que mostra a evolução da desigualdade é correto afirmar que:

- a) Entre os anos de 2014 e 2018 o nível de desigualdade sempre aumentou.
- b) Fevereiro de 2013 foi o período em que o País apresentou o menor grau de desigualdade.
- c) Programas de políticas públicas como o Bolsa Família e o Auxílio Emergencial foram determinantes para o aumento do grau de desigualdade como mostra os valores no período de pandemia (fevereiro 2020 a fevereiro 2021).
- d) O maior grau de desigualdade aconteceu no mês de março, e seu aumento em relação ao índice anterior foi de cerca de 0,01 pontos percentuais.
- e) A distribuição de renda durante o período de pandemia, por meio de programas de políticas públicas, fez com que a desigualdade reduzisse a um grau muito próximo do aceitável como em anos antes da pandemia.

RESOLUÇÃO COMENTADA

A alternativa correta é a letra d)

O maior grau de desigualdade aconteceu no mês de março, e seu aumento em relação ao índice anterior foi de cerca de 0,01 pontos percentuais.

O grau de desigualdade saiu de 0,6565 para 0,6669 aumentando 0,0104.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

O objetivo principal dessa atividade é trazer a reflexão de como os índices de desigualdade social no Brasil tem aumentado na medida que os anos vão passando e que a pandemia alargou ainda mais a disparidade entre as classes. O professor pode promover um trabalho conjunto com áreas de ciências humanas e estabelecer reflexões sobre programas de políticas públicas afim de diminuir o impacto da pandemia refletido na desigualdade social.

Essa atividade pode ser usada em turmas de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental contemplando além da análise gráfica, a ordenação e operação entre números decimais. Nas turmas de Ensino Médio, é interessante propor conjunto a essa atividade, uma atividade reflexiva, mas aprofundada sobre os fatores que agravam o grau de desigualdade do país (ou Estados) como por exemplo:

- ✓ Porque ainda existe diferença no salário pago a homens e mulheres que exercem um mesmo cargo? Isso influencia em alguma coisa a desigualdade social?
- ✓ Um mesmo trabalho pode ser remunerado de forma diferente em lugares diferentes? Que tal pensarmos no salário de um jogador de futebol em times de divisões diferentes.

Essa atividade pode ser usada também no Ensino Médio regular acompanhado de discussões que direcionem a um pensamento crítico sobre a forma como o Brasil “se move” para diminuir a desigualdade no país.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Portal Agencia Senado: [Desigualdades e abusos na pandemia impulsionam cobrança por Direitos Humanos](#)

Rede TVT Brasil: [Pandemia escancarou a desigualdade social já existente no Brasil – Youtube](#)

Entendida como se estrutura a atividade didática e o papel da tarefa nela, vamos finalizar apresentando como se deu a escolha dos temas.

A pandemia do SARS-COV2 potencializou o que a tempos vinha sendo observando, porém pouco difundido pela mídia, o fato do Brasil ser um dos países com o maior grau de desigualdade social. O desenvolvimento humano da sociedade brasileira, mostrado no Relatório de Desenvolvimento Humano de 2019, está praticamente estagnado. Assim esse estudo teve como motivação inserir a reflexão de pressupostos que diz respeito ao desenvolvimento social e econômico da nossa sociedade, bem como explorar situações cotidianas na busca de formar um pensamento crítico para explorar a concepção de programas de políticas públicas. A BNCC, defende e estimula a utilização de referências cotidianas explorando as diferentes condições socioeconômicas e a forma como a mídia transmite a informação, como mostra o trecho a seguir.

"Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, conforme anteriormente anunciado. Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BRASIL, 2018. p.518)

Esperamos que ao trabalhar esse conteúdo em sala de aula, o professor faça com que o aluno reflita sobre o cenário mundial, como as desigualdades sociais influenciam diretamente na qualidade de vida de uma população.

5 MATERIAL DIDÁTICO

Neste capítulo apresentamos o material didático, composto de 10 atividades denominadas convites a reflexão, distribuídos da seguinte forma.

Ressaltamos que optamos por não apresentar uma seção com os objetivos de cada atividade, bem como nossas intenções com cada uma delas, por entendermos que tal discussão, que já acontece nas orientações para o professor, é suficiente para expressarmos as intenções, objetivos e habilidades que queremos abordar/desenvolver com os estudantes, e a direção de algumas reflexões que buscamos convidar os estudantes. Segue abaixo um quadro de todos os títulos das 10 atividades, bem como as habilidades de BNCC potencialmente associáveis.

Tabela 7 – Lista de Atividades do Material Didático

N.	TÍTULO DA TAREFA	HABILIDADES DA BNCC
1	EFEITO PÓS PANDEMIA – DESIGUALDADE DIMINUINDO?	EF06MA11, EF07MA37, EF07GE10, EF09MA21, EM13MAT101, EM13MAT104.
2	DESIGUALDADE NA CIDADE MARAVILHA	EF08MA19, EM13MAT201, EM13MAT307, EM13MAT101, EM13MAT104.
3	EXPLORANDO O ÍNDICE DE GINI COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA	EF07MA17, EM13MAT101, EM13MAT301, EM13MAT314, EM13MAT401, EM13MAT402, EM13MAT404,
4	A DESIGUALDADE POR VÍNCULO EMPREGATÍCIO	EF06MA32, EM13MAT101, EM13MAT104, EM13CHS402, EM13MAT407.
5	EMERGÊNCIA NA DESIGUALDADE – DISCUTINDO O AUXÍLIO EMERGENCIAL	EM13MAT407, EM13MAT104, EM13MAT101, EM13CHS402
6	O ÍNDICE DE GINI E A CURVA DE LORENZ COM O EXCEL	EM13MAT203; EM13MAT307, EM13MAT104, EM13MAT101, EM13MAT510
7	O IDH NO MODELO ANTIGO, TEM DIFERENÇA?	EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104, EM13MAT305, EM13MAT314, EM13MAT316
8	O IDH DO BRASIL EM 2020 USANDO A ATUAL METODOLOGIA	EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104, EM13MAT305, EM13MAT314, EM13MAT316
9	IMPACTO DE VARIAÇÕES PERCENTUAIS DAS DIMENSÕES NO IDH.	EM13MAT101, EM13MAT315, EM13CHS102, EM13CHS202, EM13CHS301
10	O IDH APLICADO A UM MUNICÍPIO	EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104.

Tarefa 1**Público-alvo:** Ensino Fundamental (7º ano) e Ensino Médio (EJA)**Duração da tarefa:** 30min**Objetos de conhecimento:** Interpretação de Gráficos e operações com números decimais.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EF06MA11, EF07MA37, EF07GE10, EF09MA21, EM13MAT101, EM13MAT104.**Tarefa 1 – Efeito pós pandemia – Desigualdade diminuindo?**

FIGURA 9 - REPORTAGEM DA AGÊNCIA BRASIL EM 2021



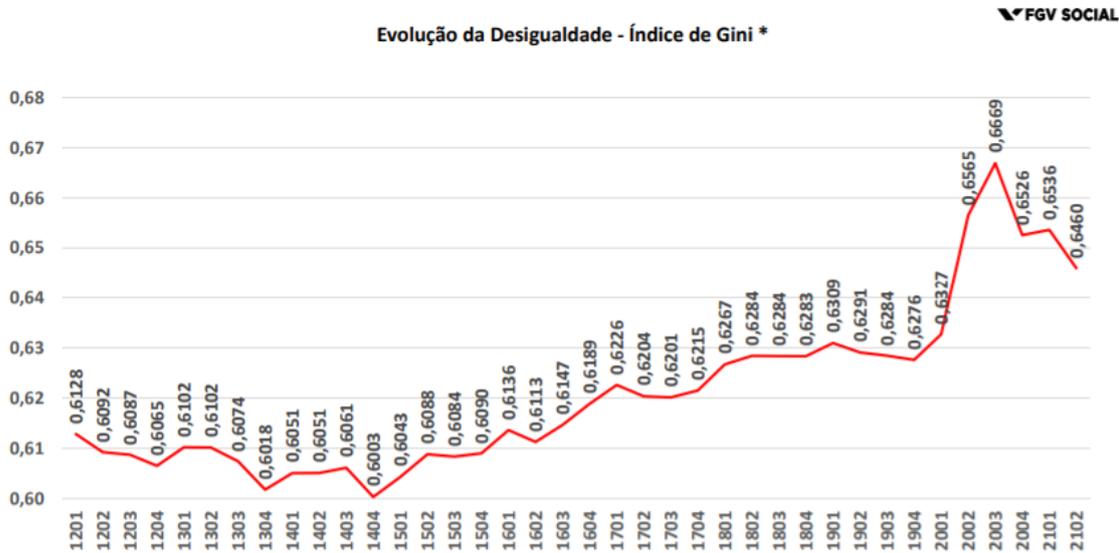
Fonte: Agencia Brasil. Disponível em: <https://agenciabrasil.abc.com.br/direitos-humanos/noticia/2021-09/fgv-mais-pobres-sofrem-maior-impacto-na-pandemia>

Cristina Índio do Brasil, repórter da Agência Brasil, publicou a matéria acima, onde destaca a pesquisa realizada pela Fundação Getúlio Vargas Social, coordenada pelo diretor Marcelo Neri, a respeito do aumento da desigualdade impactada pela pandemia da covid-19. Segundo o estudo, na média de 2019 a proporção de pessoas com renda abaixo da linha de pobreza era de 10,97%, representando assim, aproximadamente, 23,1 milhões de pessoas na pobreza.

Com o pagamento do auxílio emergencial, em setembro de 2020, o número de pessoas abaixo da linha de pobreza caiu para 4,63%, ou seja, próximo de 9,8 milhões de brasileiros. Mas no primeiro trimestre de 2021, com a suspensão do auxílio emergencial, mesmo retomando outros programas de políticas sociais como o Bolsa Família, a porcentual de brasileiros vivendo abaixo da linha de pobreza atingiu 16,1%, que representa aproximadamente 34,3 milhões de pessoas. Em abril de 2021 com a retomada do pagamento do auxílio emergencial, mesmo com a diminuição do seu valor, a taxa caiu para 12,98%, que representa quase 28 milhões de brasileiros.

O gráfico a seguir mostra o aumento da desigualdade no Brasil tomando como medida de desigualdade o índice de Gini com valores entre janeiro de 2012 (1201) e fevereiro de 2021 (2102).

FIGURA 10 - EVOLUÇÃO DA DESIGUALDADE



Fonte: FGV Social baseado nos microdados da PNADC. *Renda per Capita do Trabalho Habitual

Sabendo que no índice de Gini quanto mais próximo o valor está de 1 maior é o grau de desigualdade apresentado e da mesma forma, quanto mais próximo o valor está do zero menor é o seu grau de desigualdade, a partir da análise do gráfico que mostra a evolução da desigualdade é correto afirmar que:

- a) Entre os anos de 2014 e 2018 o nível de desigualdade sempre aumentou.
- b) Fevereiro de 2013 foi o período em que o País apresentou o menor grau de desigualdade.
- c) Programas de políticas públicas como o Bolsa Família e o Auxílio Emergencial foram determinantes para o aumento do grau de desigualdade como mostra os valores no período de pandemia (fevereiro 2020 a fevereiro 2021).
- d) O maior grau de desigualdade aconteceu no mês de março, e seu aumento em relação ao índice anterior foi de cerca de 0,01 pontos percentuais.
- e) A distribuição de renda durante o período de pandemia, por meio de programas de políticas públicas, fez com que a desigualdade reduzisse a um grau muito próximo do aceitável como em anos antes da pandemia.

RESOLUÇÃO COMENTADA

A alternativa correta é a letra d)

O maior grau de desigualdade aconteceu no mês de março, e seu aumento em relação ao índice anterior foi de cerca de 0,01 pontos percentuais.

O grau de desigualdade saiu de 0,6565 para 0,6669 aumentando 0,0104.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

O objetivo principal dessa atividade é trazer a reflexão de como os índices de desigualdade social no Brasil tem aumentado na medida que os anos vão passando e que a pandemia alargou ainda mais a disparidade entre as classes. O professor pode promover um trabalho conjunto com áreas de ciências humanas e estabelecer reflexões sobre programas de políticas públicas afim de diminuir o impacto da pandemia refletido na desigualdade social.

Essa atividade pode ser usada em turmas de 6° e 7° anos do Ensino Fundamental contemplando além da análise gráfica, a ordenação e operação entre números decimais. Nas turmas de Ensino Médio, é interessante propor conjunto a essa atividade, uma atividade reflexiva, mas aprofundada sobre os fatores que agravam o grau de desigualdade do país (ou Estados) como por exemplo:

- ✓ Porque ainda existe diferença no salário pago a homens e mulheres que exercem um mesmo cargo? Isso influencia em alguma coisa a desigualdade social?
- ✓ Um mesmo trabalho pode ser remunerado de forma diferente em lugares diferentes? Que tal pensarmos no salário de um jogador de futebol em times de divisões diferentes.

Essa atividade pode ser usada também no Ensino Médio regular acompanhado de discussões que direcionem a um pensamento crítico sobre a forma como o Brasil “se move” para diminuir a desigualdade no país.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Portal Agencia Senado: [Desigualdades e abusos na pandemia impulsionam cobrança por Direitos Humanos](#)

Rede TVT Brasil: [Pandemia escancarou a desigualdade social já existente no Brasil – Youtube](#)

Tarefa 2**Público-alvo:** Ensino Fundamental (8º ano) e Ensino Médio**Duração da tarefa:** 30 min**Objetos de conhecimento:** Dimensionar áreas e interpretação de gráficos**Habilidades da BNCC relacionadas:** EF08MA19, EM13MAT201, EM13MAT307, EM13MAT101, EM13MAT104.**ATIVIDADE 2 – Desigualdade na Cidade Maravilha**

A tabela a seguir, com dados reais fornecidos pelo IBGE na Amostra do Censo Demográfico de 2010, retrata a desigualdade, presente em todo o território nacional, dentro de regiões do Município do Rio de Janeiro.

Indicadores de Renda - Desigualdade por extratos da população ⁽²⁾. Renda domiciliar nominal per capita média do 1º, 2º, 3º, 4º e 5º quintos mais pobres, por Regiões Administrativas - 2010.

TABELA 10 - CENSO DEMOGRÁFICO DE 2010 NO MUNICÍPIO DO RIO DE JANEIRO.

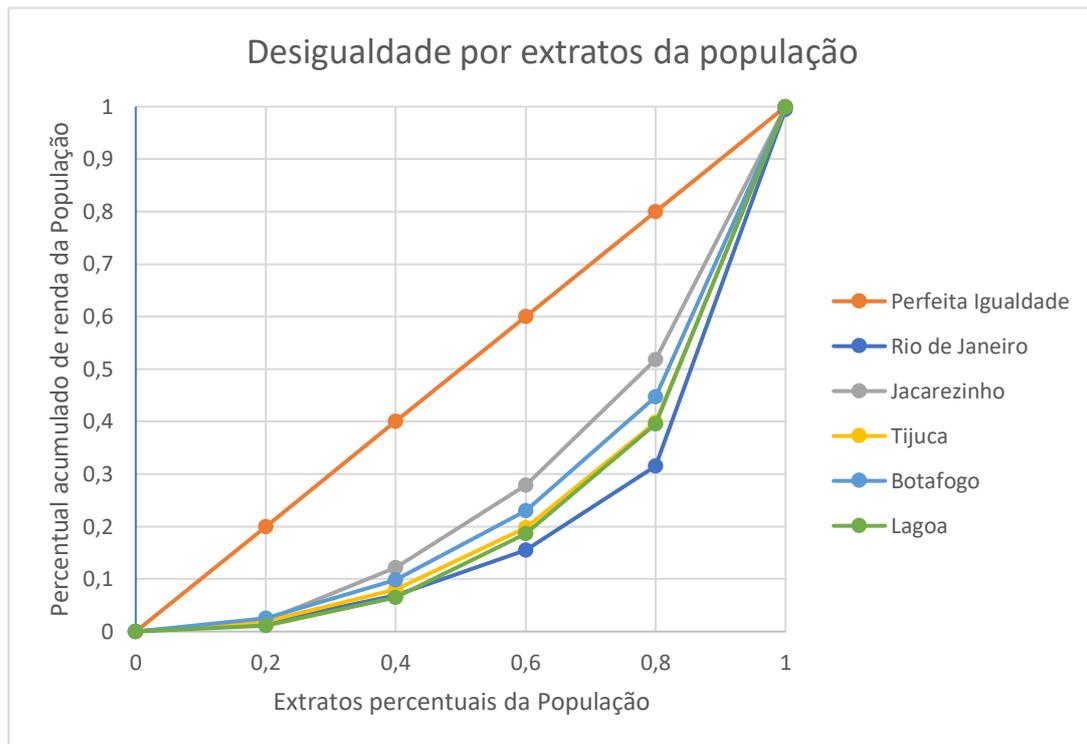
Regiões Administrativas	Rend a domiciliar per capita média do 1º quinto mais pobre	Renda domiciliar per capita média do 2º quinto mais pobre	Renda domiciliar per capita média do 3º quinto mais pobre	Rend a domiciliar per capita média do 4º quinto mais pobre	Rend a domiciliar per capita média do quinto mais rico
Rio de Janeiro	119,71	359,79	619,38	1 167,21	4 905,41
IV Botafogo	479,36	1 413,15	2 510,63	4 163,14	10 594,74
VI Lagoa	309,99	1 576,83	3 508,86	6 016,81	17 485,38
VIII Tijuca XXVIII	287,49	919,11	1 781,68	3 042,93	9 094,08
Jacarezinho	43,60	202,67	318,39	484,41	977,55

Fonte: IBGE. Microdados da Amostra do Censo Demográfico de 2010.

(2) Foram incluídas as pessoas com Renda Domiciliar igual a zero.

Com os dados fornecidos na tabela anterior, construímos a curva de Lorenz de algumas regiões administrativas do município do Rio de Janeiro, como ilustra a imagem abaixo:

FIGURA 11 - DESIGUALDADE NOS EXTRATOS DA POPULAÇÃO



Fonte: Os autores, 2022.

De acordo com a tabela e a curva de Lorenz das seguintes regiões apresentadas na imagem, qual a afirmação compatível com os dados apresentados?

- a) Apesar de ter os menores valores de renda domiciliar atribuídos para cada quinto da população, a região do Jacarezinho apresenta o menor grau de desigualdade.
- b) A região de Botafogo apresenta o melhor grau de desigualdade, pois quando comparado a outros bairros de maiores rendas domiciliares é o que mais se aproxima da curva de igualdade perfeita.
- c) A Tijuca tem um grau de desigualdade maior que a Lagoa e o que evidencia isso é a proximidade da sua curva de Lorenz com a da perfeita igualdade.
- d) A região administrativa Rio de Janeiro, apresenta o pior grau de desigualdade quando verificado a sua curva de Lorenz, porém como não apresenta os maiores valores de renda por cada quinto da população, seu grau de desigualdade é menor, por exemplo, quando comparado com a Lagoa.
- e) Tanto a região da Tijuca como a da Lagoa apresentam, quando observado o comportamento das suas respectivas curvas de Lorenz, um grau de desigualdade melhor que a região administrativa do Jacarezinho.

RESOLUÇÃO COMENTADA

A alternativa correta é a letra a)

Apesar de ter os menores valores de renda domiciliar atribuídos para cada quinto da população, a região do Jacarezinho apresenta o menor grau de desigualdade.

Isso por que sua curva de Lorenz está mais próxima da curva de perfeita igualdade e consequente a isso seu índice de Gini será menor em comparação as outras regiões administrativas.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade pode ser bastante explorada quando se pretende analisar a desigualdade através da curva de Lorenz e consequentemente pela área formada entre a curva de perfeita igualdade e a curva de Lorenz, de modo que, quanto mais próximo a curva de Lorenz está da linha de perfeita igualdade menor será a área de desigualdade e consequentemente menor será o grau de desigualdade para essa distribuição.

Desta forma, essa atividade, aplicada a uma turma de 8º ano, auxilia na compreensão do objeto de conhecimento: áreas de figuras planas, uma vez que o professor poderá se apropriar dos polígonos formados pelas curvas de cada uma das regiões administrativas e explorar o fato de que o grau de desigualdade é diretamente proporcional ao tamanho da área de desigualdade, uma vez que pelo índice de Gini, o valor da desigualdade é igual ao dobro da área de desigualdade, que é a região formada entre a curva de perfeita igualdade e a curva de Lorenz em cada uma das regiões administrativas.

Aplicada ao Ensino Médio, essa atividade tem uma profundidade ainda maior, pois conta com a possibilidade de trazer a reflexão sobre disparidade de renda entre os quintis das populações cariocas analisadas e explorar a ideia de como o Índice de Desenvolvimento Humano pode se relacionar com os dados apresentados, de modo que menor grau de desigualdade não significa maior índice de desenvolvimento, pois é preciso verificar a qualidade de vida da população.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Curso de desigualdade UFRJ: [Módulo 1 \(Aula 1\): Medidas de Desigualdade e Curva de Lorenz - Youtube](#)

Portal Folha de São Paulo: [Bolha de Riqueza em Brasília é vizinha a miséria](#)

TAREFA 3**Público-alvo:** Ensino Fundamental (7º ano) e Ensino Médio**Duração da tarefa:** 50min**Objetos de conhecimento:** Razões e Proporções; análise investigativa do produto; interação com a matemática a partir de software.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EF07MA17, EM13MAT101, EM13MAT301, EM13MAT314, EM13MAT401, EM13MAT402, EM13MAT404, EM13MAT407.**ATIVIDADE 3 – Explorando o índice de Gini com o auxílio do Geogebra**

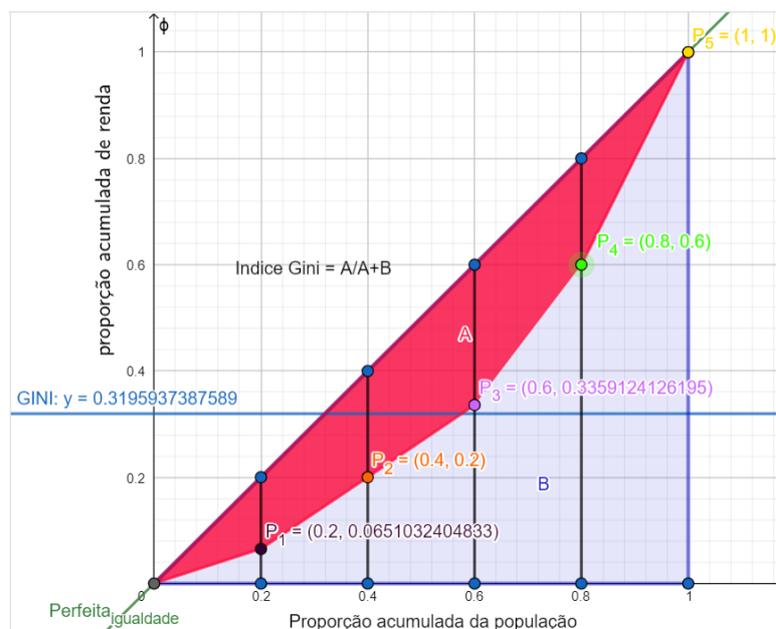
O índice de Gini mede o grau de desigualdade para determinado grupo social, como por exemplo, é usado para fazer comparações entre a evolução do grau de desigualdade social dentro de um país em diferentes épocas ou mesmo fazer análise da desigualdade entre diferentes nações.

Te convidamos a explorar, através do Geogebra, o índice de Gini para uma hipotética distribuição de renda pelo link:

<https://www.geogebra.org/classic/y5qmbybz>

A imagem abaixo ilustrará a atividade.

FIGURA 12 - CURVA DE LORENZ E ÍNDICE DE GINI UTILIZANDO O GEOGEBRA



Fonte: Os autores, 2022.

Onde A é o valor da área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$, B é o valor área abaixo da curva de Lorenz e o eixo das abscissas no intervalo $[0,1]$, ou seja, $B = 0,5 - A$.

O índice de Gini será dado por $G = \frac{A}{A+B}$, que no Geogebra será uma reta paralela ao eixo das abscissas destacada na cor azul.

Cada ponto P_i , com i sendo um número natural variando de 1 a 5, expressa a relação entre a proporção acumulada da população com a proporção acumulada por esse percentual da população.

Assim inicialmente pedimos para que faça modificações nas posições de P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 e observe o comportamento do índice de Gini.

Após explorar e analisar diversas modificações realizadas na componente vertical dos pontos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 , responda:

- De que forma o índice de Gini está se relacionando com a posição de cada um dos pontos que mexeu?
- Use a opção de quantificar a área no Geogebra para exibir a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$, em seguida volte a fazer modificações nos pontos P_1, P_2, P_3, P_4 e P_5 . Como se comporta a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ na medida que modifica os pontos?
- Consegue observar alguma relação entre o valor da área A (polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$) com o valor do índice de Gini?
- O ponto P_5 que representa o 100% dos extratos da população, poderia ocupar uma posição qualquer diferente da posição de coordenadas (1,1)? Justifique.

RESOLUÇÃO COMENTADA

Item a)

Espera se que o aluno perceba que ao empurrar os pontos para as proximidades da curva de perfeita igualdade a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ fica menor e o índice de Gini também diminui e da mesma forma, se afastar os pontos da linha de perfeita igualdade a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ aumenta e da mesma forma se comporta o índice de Gini.

Item b)

Aproveitando a observação feita no item a) esperamos que o aluno perceba a relação de proporcionalidade entre a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ (área de desigualdade) e o índice de Gini, de modo a observar que se comportam de forma

diretamente proporcionalmente, uma vez que $G = \frac{A}{A+B}$, com $A+B = 0,5$, ou seja, índice de Gini será o dobro da área de desigualdade (área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$). Aumentando a área A o índice de Gini tenderá para 1 e diminuindo a área A o índice de Gini tende a 0.

Assim podemos destacar que G surge de uma razão entre a área de desigualdade A e a área de completa desigualdade (área do triângulo de coordenadas (0,0), (1,0) e (1,1)).

Item c) Reforçando o esperado no item b) aqui ele formaliza que a relação do índice de Gini com a área do polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$, que denotamos por área A é de tal modo que $G = 2A$.

Item d) Aqui esperamos que o aluno perceba que o ponto P_5 não poderia ocupar uma posição diferente da coordenada (1,1), pois como a coordenada horizontal está representando a população em sua totalidade, a coordenada vertical precisa representar a totalidade de renda acumulada por todo o extrato da população. O ponto P_5 ficou móvel para essa discussão.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade foi idealizada para ser reproduzida em uma sala de informática para que cada aluno investigue os itens propostos e consiga construir o conhecimento a partir da percepção investigativa, e com isso potencializar o objetivo da atividade, que é puramente uma análise da relação entre o índice de Gini e a área de desigualdade (área formada pelo polígono $P_0P_1P_2P_3P_4P_5$ em nosso exemplo) a partir da investigação. É interessante destinar um tempo para as investigações individuais e, em um segundo momento, proporcionar um debate, para observar os resultados encontrados pelos alunos. Outro ponto a se destacar é que o software Geogebra pode proporcionar tanto ao professor como o aluno uma aula descontraída e interessante do ponto de vista didático, levando em consideração a importância do conteúdo de matemática trabalhado.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Portal INSTITUTO DE PESQUISA E ESTRATÉGIA ECONÔMICA DO CEARÁ IPECE: [Entendendo o Índice de Gini](#)

Canal Ángel L. Romero Redondo: [Midiendo la desigualdad: la curva de Lorenz y el índice de Gini - Youtube](#)

TAREFA 4

Público-alvo: Ensino Fundamental (6º ano) e Ensino Médio (EJA)

Duração da tarefa: 50 min

Objetos de conhecimento: Interpretação de gráficos; Desigualdade Social

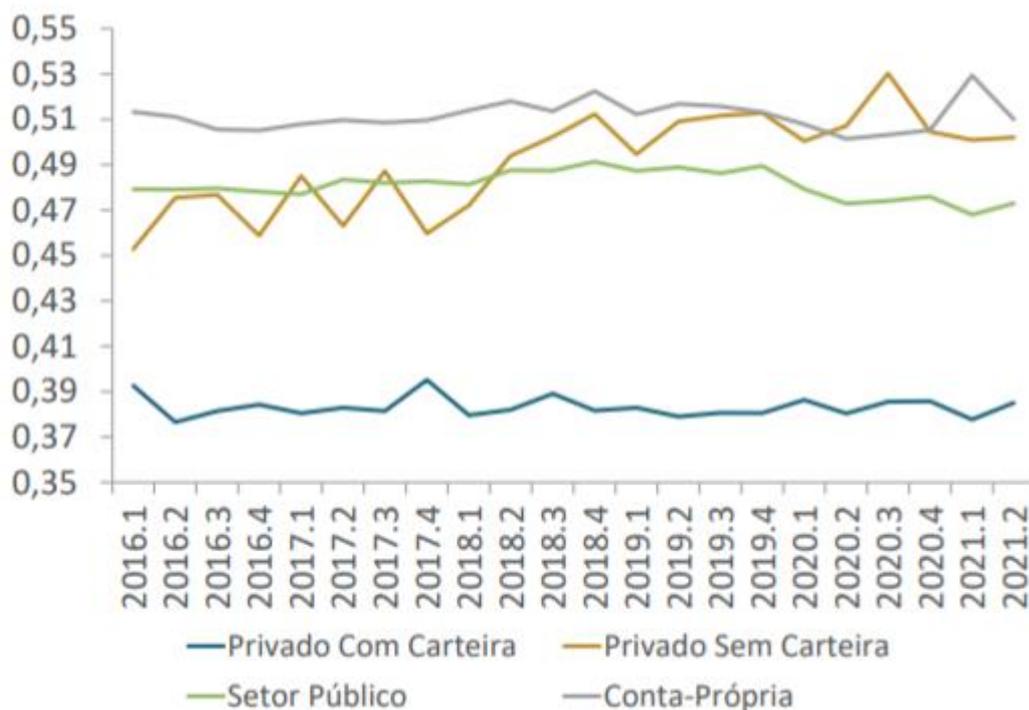
Habilidades da BNCC relacionadas: EF06MA32, EM13MAT101, EM13MAT104, EM13CHS402, EM13MAT407.

TAREFA 4 – A desigualdade por vínculo empregatício

Os impactos imediatos da pandemia sobre os rendimentos, bem como a importância do Auxílio Emergencial, foram analisados com os dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) Covid-19, que mostraram um descolamento da renda efetiva do trabalho da renda habitual.

O gráfico a seguir apresenta a variação do índice de Gini relacionado ao tipo de vínculo em um período antes da pandemia e durante a pandemia.

FIGURA 13 - INDICADORES DE DESIGUALDADE DO RENDIMENTO – POR TIPO DE VÍNCULO.



Fonte: PNAD contínua/IBGE.
Elaboração: Grupo de Conjuntura da Dimac/Ipea.

Desse modo, é correto afirmar que:

- a) Os trabalhadores do setor privado que não possuem carteira assinada foram os que sofreram a maior desigualdade no rendimento habitual durante o mês de março de 2020. (início da pandemia no Brasil)
- b) O Setor Público teve um aumento na desigualdade durante março de 2020 quando comparado a março de 2018.
- c) Os Autônomos (trabalhadores de conta-própria) estão sempre com maior índice de desigualdade de renda em comparação aos outros três tipos de vínculos empregatícios citados no gráfico.
- d) O índice de Gini para desigualdade de renda habitual dos trabalhadores com carteira assinada, apresentou seu menor índice de desigualdade em março de 2020.
- e) A estabilidade do negócio próprio contribuiu para que o grau de desigualdade dessa classe de trabalhadores fosse o menor em todo o período apresentado no gráfico.

RESOLUÇÃO COMENTADA

A alternativa correta é a **a) Os trabalhadores do setor privado que não possuem carteira assinada foram os que sofreram a maior desigualdade no rendimento habitual durante o mês de março de 2020. (início da pandemia no Brasil)**

Pois em 2020.3 é a que apresenta maior desigualdade do rendimento habitual.

O item b é falso pois março de 2018 apresenta um grau de desigualdade de rendimento maior que março de 2020 para os trabalhadores do setor público.

O item c é falso pois, por exemplo, março de 2020, no auge da pandemia, o setor que teve maior índice de desigualdade da renda foi o de trabalhadores do setor privado sem carteira. Assim os autônomos não ficaram em todo o período com os maiores índices de desigualdade, apesar de na maioria do período estar.

O item d é falso pois menor índice apresentado foi em 2016.2 e não em 2020.3

O item e é falso pois, primeiramente não podemos atribuir estabilidade a um negócio próprio, mas o que configura opção incorreta, analisando os dados, é o fato de que os que trabalham por conta própria apresentam os maiores índices de desigualdade de renda habitual.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade pode ser empregada em turmas de 6º ano do Ensino Fundamental com o objetivo de análise de gráficos, porém quando empregada em turmas de Ensino Médio, em especial turmas de EJA, ganha uma variação analítica muito interessante, pois seu objetivo passa ser o objeto de discussão sobre a atuação da desigualdade do rendimento habitual dos diversos vínculos empregatícios. Desta forma, ao utilizar essa atividade com turmas de Ensino Médio na modalidade EJA, ou mesmo na modalidade regular, o professor deverá estar engajado a fomentar pontos de discussão sobre os dados apresentados na questão, como:

- ✓ Porque o trabalhador autônomo é o que mais sofre desigualdade de rendimento? Aproveite aqui para debater a lei da oferta e procura, ou mesmo, o valor da mão de obra especializada e sua carência e influência nos rendimentos.
- ✓ Existe desigualdade de gênero no trabalho ainda em pleno século XXI? Existe alguma lei que impeça isso?
- ✓ O trabalho infantil tem algum peso na desigualdade de renda? Existe uma lei que proíbe o trabalho infantil, mas conhece alguma criança que exerce trabalho informal? Qual sua opinião sobre ela buscar uma fonte de renda? E os pais dela?

Ao criar esses pontos de discussão, assuntos como desigualdade social virá à tona e aproprie-se disso para sugerir reflexões sobre como o Brasil enfrenta essa problematização.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Portal Rede Brasil Atual: [Desigualdade também marca trabalhadores por conta própria](#)

Portal Isto é: [Reflexos da desigualdade no mercado de trabalho](#)

Portal CNN Brasil: [Autônomos: raça e gênero interferem em ganhos e condições de trabalho](#)

TAREFA 5**Público-alvo:** Ensino Médio**Duração da tarefa:** 50min**Objetos de conhecimento:** Interpretação de gráficos; Desigualdade Social.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EM13MAT407, EM13MAT104, EM13MAT101, EM13CHS402**TAREFA 5 – Emergência na desigualdade – o auxílio emergencial**

Em 12 de março de 2021, Cintia Sasse publicou uma reportagem, no endereço eletrônico oficial do Senado Federal, enfatizando o péssimo quadro de desigualdade social no Brasil evidenciado pela pandemia causada pelo coronavírus (covid-19). Segundo o Ministério da Cidadania, cerca de 60% da população foi beneficiada com as parcelas do auxílio emergencial (parcelas de R\$600,00 ou R\$1.200,00) a fim de garantir uma renda mínima aos brasileiros em situação mais vulnerável durante a pandemia do Covid-19, já que muitas atividades econômicas foram gravemente afetadas pela crise na saúde. Porém em 2021, o auxílio emergencial teve seu valor reduzido (parcelas de R\$150,00 ou R\$375,00) e o número de beneficiários foi filtrado reduzindo assim a quantidade de brasileiros que continuaram no programa.

De acordo com o sociólogo Luis Henrique Paiva, que é coordenador de estudos em seguridade social do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), o Brasil está entre os dez países mais desiguais do mundo.

Publicado pelo IBGE em 2020, a Síntese de Indicadores Sociais, com dados referentes ao ano de 2018, relata que o Brasil apresenta 0,539 pelo índice de Gini. Assim o Brasil é o único país latino-americano em uma lista onde figuram apenas países africanos, para se ter uma ideia, o Brasil é mais desigual que Botsuana, país de pequena faixa territorial próximo a África do Sul com pouco mais de dois milhões de habitantes que apresentou índice de Gini de 0,533.

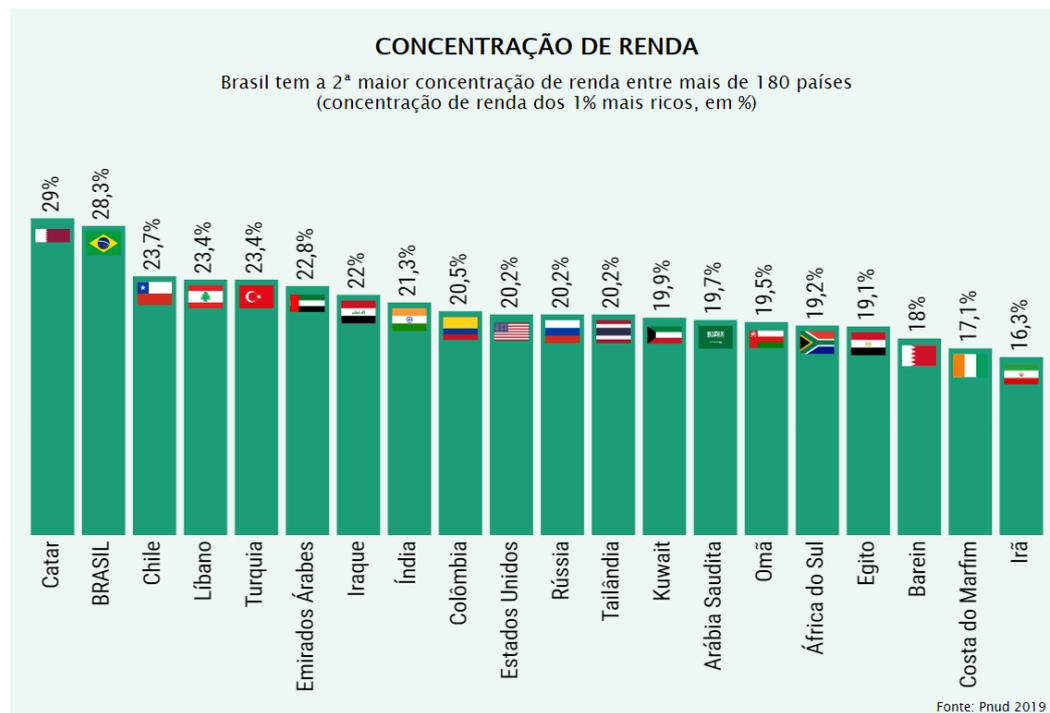
FIGURA 14 - PAÍSES SELECIONADOS A PARTIR DO RANQUEAMENTO DO GINI

Países selecionados, por desigualdade de rendimentos							
Ranking	Menores desigualdades			Ranking	Maiores desigualdades		
	Países	Ano de referência	Índice de Gini		Países	Ano de referência	Índice de Gini
1	Eslovênia	2017	0,242	155	Botsuana	2015	0,533
2	República Tcheca	2017	0,249	156	Brasil	2018	0,539
3	Bielorrússia	2018	0,252	157	Moçambique	2014	0,540
4	Eslováquia	2016	0,252	158	Suazilândia	2016	0,546
5	Moldávia	2018	0,257	159	República Centro-Africana	2008	0,562
6	Ucrânia	2018	0,261	160	São Tomé e Príncipe	2017	0,563
7	Azerbaijão	2005	0,266	161	Zâmbia	2015	0,571
8	Islândia	2015	0,268	162	Suriname	1999	0,576
9	Noruega	2017	0,270	163	Namíbia	2015	0,591
10	Bélgica	2017	0,274	164	África do Sul	2014	0,630

Fonte: DISTRIBUTION of income or consumption. In: WORLD BANK. World development indicators. Washington, DC,[2020]. Tab. 1.3. Disponível em: <http://worldbank.org/table>. Acesso em: Set. 2021.

Sobre a concentração de renda, o Brasil é um dos recordistas. Em relatório da Organização das Nações Unidas (ONU) divulgado no final de 2019, ou seja, antes da pandemia, mostrou que o 1% da população mais rica acumulava 28,3% do total da renda do país. Se ampliarmos a faixa de 1% dos mais ricos para os 10% mais ricos, a acumulação da renda sobe para 41,9%, ou seja, os outros 90% da população não chegam nem a 60% da renda total.

FIGURA 15 - CONCENTRAÇÃO DE RENDA.



Fonte: PNUD 2019.

Assim, mesmo com o novo auxílio sendo pago a alguns milhões de brasileiros é possível verificar que a desigualdade social vem crescendo no pós pandemia, como mostra uma repostagem da revista Veja, em sua página eletrônica.

FIGURA 16 - REPORTAGEM DA REVISTA VEJA EM JUNHO DE 2021.

≡ MENU
ASSINE BUSCAR

RADAR
RADAR ECONÔMICO
POLÍTICA
ECONOMIA
SAÚDE
MUNDO
CULTURA
PLACAR

Brasil

Desigualdade social aumenta e felicidade do brasileiro cai na pandemia

Pesquisa mostra que o país atingiu, em 2020, a pior nota média de satisfação com a vida desde 2006

Por Da Redação 15 jun 2021, 23h49

Fonte: página eletrônica da revista Veja. Disponível em <https://veja.abril.com.br/brasil/desigualdade-social-aumenta-e-felicidade-do-brasileiro-cai-na-pandemia/>. Acesso em set. 2021.

Após a leitura, julgue as afirmações a seguir a partir das reflexões que fez.

(1) Mesmo o Brasil (1,84 trilhões de dólares) apresentando uma riqueza (PIB) maior que, por exemplo a Botsuana (18,34 bilhões de dólares), apresentou uma maior de desigualdade social, tomando como referencia o índice de Gini

apresentado na tabela, isso significa que, no geral, a população brasileira é mais pobre que a população de Botsuana.

(2) O Brasil é o país Latino americano com a maior concentração de renda quando observado os 1% mais ricos da população.

(4) A desigualdade social no Brasil está aumentando e isso se dá a diversos fatores, mas entre eles podemos destacar programas de políticas públicas ineficientes e ações políticas que não visam a classe menos favorecida da população.

(8) De acordo com o PNUD de 2019, o Chile apresenta uma acumulação de 23,7 % para o extrato dos 10% mais ricos da população, e isso se deu por conta da grande crise econômica que assombra o país desde 2019.

(16) A diferença do grau de desigualdade, medido através do índice de Gini, entre a Eslovênia, no ano de referência 2017 e o Brasil no ano de referência 2018 é de aproximadamente 0,3.

RESOLUÇÃO COMENTADA

Vamos apresentar uma avaliação, indicando se são verdadeiras ou falsas, seguidas de possíveis argumentos que fundamentem, a partir do texto dado, o julgamento apresentado.

(1) Falso, pois o índice de Gini mede a desigualdade social e não a riqueza de uma população.

(2) Verdadeiro, pois só o Catar apresenta maior concentração de renda para os 1% da população.

(4) Verdadeiro, atualmente o Brasil é castigado pela corrupção na política e as ações de políticas públicas que são criadas acabam não atingindo de forma eficiente a classe menos favorecida.

(8) Falso, 23,7% é para os 1% mais ricos da população, que assim como o Brasil apresenta uma concentração muito grande nas mãos de uma pequena fatia da população.

(16) Verdadeiro, como o índice de Gini da Eslovênia é de 0,242 e do Brasil foi de 0,539, a diferença entre os índices seria 0,297, o que é aproximadamente 0,3.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade, proposta a ser aplicada em turmas de ensino médio, tem uma profundidade muito grande, pois combina dados do PNUD e reportagem, de fontes confiáveis, de como a pandemia foi agravada no Brasil por conta da desigualdade social e como a pandemia evidenciou a imensa desigualdade social do país.

Sugerimos potencializar a tarefa explorando os dados reais apresentados no texto contextualizando a difícil situação enfrentada por milhares de brasileiros. A elevada concentração de renda pelo 1% da população, e comparações do Brasil com diferentes nações a partir do índice de Gini é outro fator a se destacar, uma vez que o fato do Brasil ter uma desigualdade na distribuição de renda mensurada pelo índice de Gini, maior que Botsuana, por exemplo, não o torna um país mais pobre que Botsuana, pois o índice de Gini não mensura a riqueza da população, mas sim a forma como ela está distribuída. Dessa forma, ao investigar cada uma das afirmações, é importante justificar os detalhes que tornam as afirmativas opções falsas.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Canal Geobrasil: [Coeficiente de Gini - Youtube](#)

Portal Ipea: [O que é? Índice de Gini](#)

Portal Veja: [Desigualdade social aumenta e felicidade do brasileiro cai durante a pandemia](#)

TAREFA 6

Público-alvo: Ensino Médio

Duração da tarefa: 50min

Objetos de conhecimento: Uso da Tecnologia como ferramenta matemática, cálculo do índice de Gini por planilha; plotando a curva de Lorenz por planilha.

Habilidades da BNCC relacionadas: EM13MAT203; EM13MAT307, EM13MAT104, EM13MAT101, EM13MAT510

TAREFA 6 – O índice de Gini e a curva de Lorenz com o Excel

É bem sabido por todos, que o Brasil, país subdesenvolvido, apresenta um nível de desigualdade social bastante elevado. O país, segundo o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), aparece na modesta 84ª posição quando comparado a 189 países.

Recentemente, em sua página na internet, a CNN Brasil divulgou uma matéria onde apresenta dados sobre a concentração de riqueza, como ilustrado abaixo.

FIGURA 17 - REPORTAGEM DA CNN BRASIL EM JUNHO DE 2021.

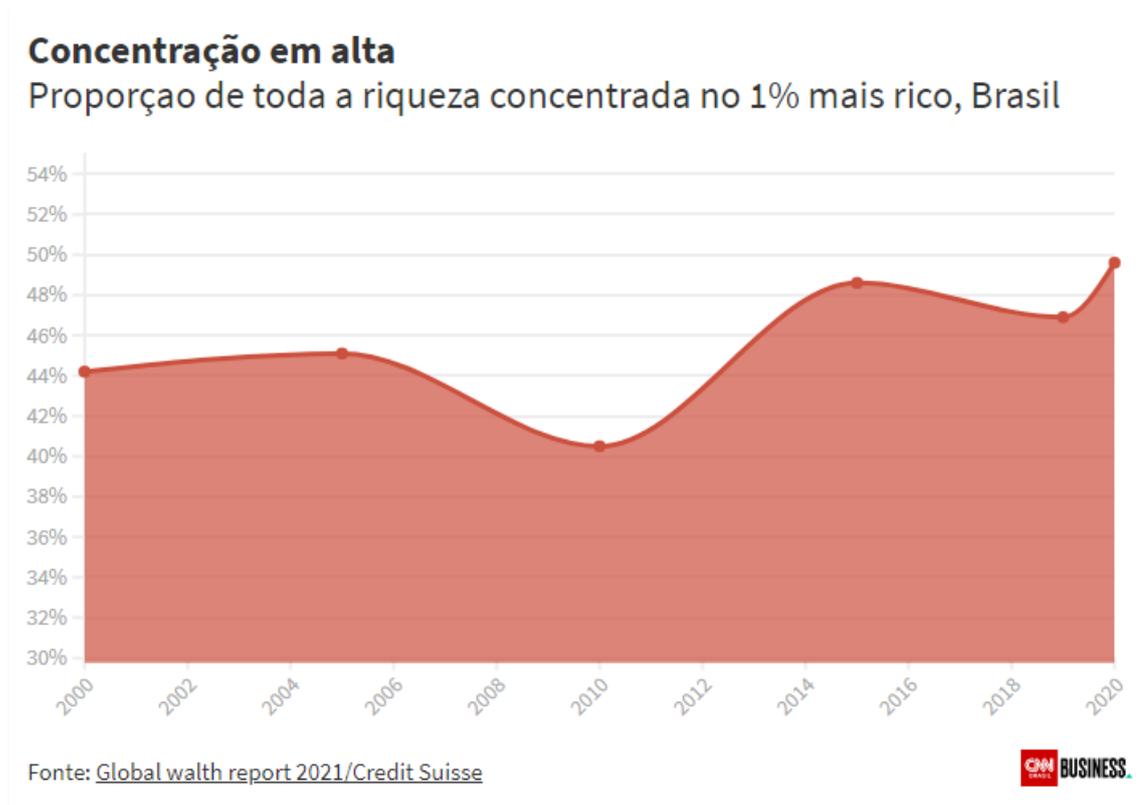
Desigualdade no Brasil cresceu (de novo) em 2020 e foi a pior em duas décadas

O 1% mais rico concentrou 49,6% de toda a riqueza do país, de acordo com relatório de riqueza global do banco Credit Suisse

Fonte: Página eletrônica da CNN Brasil. Disponível em <
<https://www.cnnbrasil.com.br/business/desigualdade-no-brasil-cresceu-de-novo-em-2020-e-foi-a-pior-em-duas-decadas/>>. Acesso em set. 2021.

E ainda nos faz uma correspondência dessa concentração quando comparado a anos anteriores, como pode observar no gráfico a seguir.

FIGURA 18 - PROPORÇÃO DA RIQUEZA CONCENTRADA NO 1% MAIS RICO NO BRASIL.



Fonte: Página eletrônica da CNN Brasil. Disponível em <
<https://www.cnnbrasil.com.br/business/desigualdade-no-brasil-cresceu-de-novo-em-2020-e-foi-a-pior-em-duas-decadas/>>. Acesso em set. 2021.

Ainda tratando da desigualdade presente no país, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), categorizou o país em cinco classes sociais:

Classe A: a soma de rendimentos ultrapassa 20 salários mínimos;

Classe B: a soma de rendimentos é um valor compreendido entre 10 e 20 salários mínimos;

Classe C: a soma de rendimentos é um valor compreendido entre 4 e 10 salários mínimos;

Classe D: a soma de rendimentos é um valor compreendido entre 2 e 4 salários mínimos;

Classe E: a soma de rendimentos é um valor até 2 salários mínimos.

Como observado nas reportagens, desigualdade social cresceu e conseqüentemente a proporção da concentração da riqueza nas mãos dos mais ricos. Desta forma iremos observar duas multinacionais fictícias intituladas, Empresa A e

Empresa B, onde as tabelas criadas em uma planilha eletrônica (Excel) abaixo, irão apresentar o salário médio dos grupos de funcionários de cada empresa.

Na empresa A os funcionários foram divididos em 5 grupos de acordo com média de sua renda mensal, em ordem crescente, dos menos afortunados ao que apresentam maior renda mensal. Na Empresa B os funcionários foram divididos em 4 grupos da mesma forma que na empresa A, como ilustra as tabelas a seguir:

TABELA 11 - TAREFA 6, EMPRESA A.

	A	B	C
1	Empresa A		
2	Grupos (A_i)	Renda Média por grupo (R_i)	Percentual da População (p_i)
3	0	R\$ 0,00	0
4	1	R\$ 1.200,00	0,2
5	2	R\$ 1.890,00	0,4
6	3	R\$ 2.430,00	0,6
7	4	R\$ 5.800,00	0,8
8	5	R\$ 7.100,00	1
9	Total	R\$ 18.420,00	

Fonte: Os autores, 2022.

TABELA 12 - TAREFA 6, EMPRESA B.

	A	B	C
1	Empresa B		
2	Grupos(B_i)	Renda Média por grupo (R_i)	Percentual da População (p_i)
3	0	R\$ 0,00	0
4	1	R\$ 2.750,00	0,25
5	2	R\$ 3.790,00	0,5
6	3	R\$ 4.930,00	0,75
7	4	R\$ 6.950,00	1
8	Total	R\$ 18.420,00	

Fonte: Os autores, 2022.

Usando o Excel, pede se que:

- a) Crie outras três colunas para as planilhas das duas empresas, uma que denominará x_i , representando o percentual de renda recebido por cada grupo (fórmula: $=[\text{célula } R_i]/[\text{célula } R_{total}]$), outra que denominará Φ_i , representando o percentual acumulado de renda para cada um dos grupos (fórmula: $=[\text{célula } x_i] + [\text{célula } \Phi_{i-1}]$, com $\Phi_0 = 0$) e a terceira coluna, S_i , que representará o valor da área de um trapézio de

base maior Φ_i , base menor Φ_{i-1} e altura $p_i - p_{i-1}$ (fórmula: $=([\text{célula } \Phi_i] + [\text{célula } \Phi_{i-1}]) * ([\text{célula } p_i] - [\text{célula } p_{i-1}]) * 0,5$).

Na última célula de S_i , colocará o somatório (aplicando a fórmula da soma) dos valores de S_i .

b) Como o índice de Gini pode ser calculado por $G = 1 - 2\beta$, com β sendo o somatório dos S_i valores, para cada uma das empresas crie uma célula com valor 2β (fórmula: $=2 * \beta$) e em outra célula que intitulará Gini, determine o índice de Gini. (use a fórmula: $= 1 - [\text{célula } 2\beta]$).

c) Tendo analisado os valores encontrados no item anterior para os valores do índice de Gini das empresas A e B, qual empresa apresenta maior grau de desigualdade?

d) Crie um gráfico de dispersão que intitulará Curva de perfeita igualdade utilizando tanto para o eixo x como para o eixo y os valores p_i da empresa A ou da empresa B. Em seguida utilize a opção de formatação da área do gráfico para modificar os limites dos eixos, passando de 1,2 para 1,0 tanto o eixo horizontal como o vertical. Utilize a opção de selecionar dados (clitando com o botão direito do mouse em cima da área do gráfico) para incluir as curvas de Lorenz das empresas A e B, no eixo x colocar as células com valores de p_i e no eixo y colocar as células com valores de Φ_i , respectivamente para cada empresa.

e) Faça uma análise do comportamento das curvas de Lorenz das empresas A e B em relação a Curva de perfeita igualdade e responda qual das empresas apresenta os melhores resultados da renda média distribuída entre seus funcionários, justificando a sua decisão.

RESOLUÇÃO COMENTADA

Item a)

Empresa A

TABELA 13 - SOLUÇÃO DA TAREFA 6 – ITEM A – EMPRESA A.

	A	B	C	D	E	F
1	Empresa A					
2	Grupos A_i	Renda Média por grupo R_i	Percentual da População p_i	x_i	Φ_i	S_i
3	0	R\$ 0,00	0	0	0	0
4	1	R\$ 1.200,00	0,2	0,065147	0,065147	0,006515
5	2	R\$ 1.890,00	0,4	0,102606	0,167752	0,02329
6	3	R\$ 2.430,00	0,6	0,131922	0,299674	0,046743

7	4	R\$ 5.800,00	0,8	0,314875	0,614549	0,091422
8	5	R\$ 7.100,00	1	0,385451	1	0,161455
9	Total	R\$ 18.420,00				0,329425
10						

Fonte: Os autores, 2022.

Empresa B

TABELA 14 - SOLUÇÃO DA TAREFA 6 – ITEM A – EMPRESA B.

	A	B	C	D	E	F
1	Empresa B					
2	Grupos B_i	Renda Média por grupo R_i	Percentual da População p_i	x_i	Φ_i	S_i
3	0	R\$ 0,00	0	0	0	0
4	1	R\$ 2.750,00	0,25	0,149294	0,149294	0,007465
5	2	R\$ 3.790,00	0,5	0,205755	0,355049	0,025217
6	3	R\$ 4.930,00	0,75	0,267644	0,622693	0,048887
7	4	R\$ 6.950,00	1	0,377307	1	0,081135
8	Total	R\$ 18.420,00				0,162704

Fonte: Os autores, 2022.

Em amarelo destacamos o somatório dos valores de S_i .

Item b

Empresa A

TABELA 15 - SOLUÇÃO DA TAREFA 6 – ITEM B – EMPRESA A.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Empresa A						
2	A_i	R_i	p_i	x_i	Φ_i	S_i	$2*\beta$
3	0	R\$ 0,00	0	0	0	0	0,658849
4	1	R\$ 1.200,00	0,2	0,065147	0,065147	0,006515	Gini
5	2	R\$ 1.890,00	0,4	0,102606	0,167752	0,02329	0,341151
6	3	R\$ 2.430,00	0,6	0,131922	0,299674	0,046743	
7	4	R\$ 5.800,00	0,8	0,314875	0,614549	0,091422	
8	5	R\$ 7.100,00	1	0,385451	1	0,161455	
9	Total	R\$ 18.420,00				0,329425	
10							

Fonte: Os autores, 2022.

Empresa B

TABELA 16 - SOLUÇÃO DA TAREFA 6 – ITEM B – EMPRESA B.

	A	B	C	D	E	F	
1	Empresa B						
2	B_i	R_i	p_i	x_i	Φ_i	S_i	$2*\beta$
3	0	R\$ 0,00	0	0	0	0	0,813518
4	1	R\$ 2.750,00	0,25	0,149294	0,149294	0,018662	Gini

5	2	R\$ 3.790,00	0,5	0,205755	0,355049	0,063043	0,186482
6	3	R\$ 4.930,00	0,75	0,267644	0,622693	0,122218	
7	4	R\$ 6.950,00	1	0,377307	1	0,202837	
8	Total	R\$ 18.420,00				0,406759	

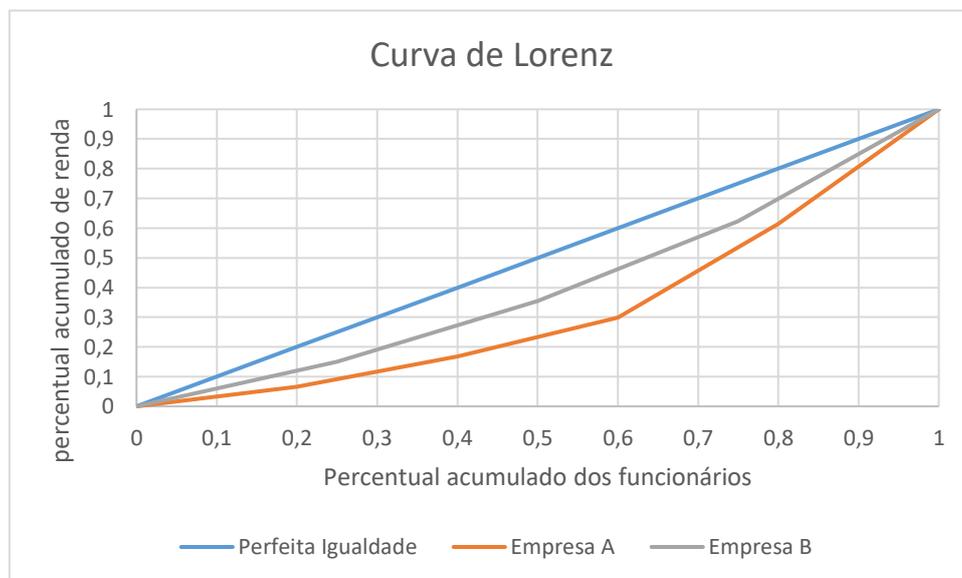
Fonte: Os autores, 2022.

Item c

Como a Empresa A apresenta um valor maior para o índice de Gini quando comparado a Empresa B, pois $0,186 < 0,341$, podemos caracterizar a empresa A como uma empresa de maior grau de desigualdade em comparação a empresa B.

Item d

FIGURA 19 - SOLUÇÃO DA TAREFA 6 – ITEM D.



Fonte: Os autores, 2022.

Item e

Esperamos que o aluno perceba que quanto mais próximo a curva de Lorenz da distribuição está da linha de perfeita igualdade, menor é o grau de desigualdade e melhor é a distribuição da renda média entre os funcionários.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade tem como objetivo introduzir a tecnologia nas aulas de matemática para ajudar na resolução de problemas. O professor deverá propor essa atividade utilizando a sala de informática, podendo realizar a atividade individual ou em duplas, uma vez que um número muito grande de alunos por grupo irá dificultar o manuseio ao computador.

O item a, é o mais trabalhoso, então é importante o professor, como mediador, auxiliar na elaboração das três colunas (x_i , Φ_i e S_i), construindo a primeira célula de cada uma dessas colunas de forma conceitual e aplicando para todas.

Para o item b, será necessário criar duas células para cada empresa, de modo a explorar a área β e a relação com o índice de Gini.

No item c, o professor pode se fazer no momento reflexivo para, com dados reais, discutir valores do índice de Gini em nações diferentes do Brasil como comparativo.

No item d, é interessante o professor mostrar como se faz um gráfico de dispersão para uma distribuição igualitária e indicar a opção de incluir dados das empresas, criados com o item a, no gráfico que acabou de produzir.

Assim como o item c, o item e é capaz de ser um gerador de discussão. O professor pode ainda aproveitar para debater a ideia de área de desigualdade (entre a curva de perfeita igualdade e a curva de Lorenz) e mostrar a relação entre a curva de Lorenz e o índice de Gini.

O interessante dessa atividade é a opção de variar os salários de uma empresa, ou das duas, depois que tiver posto as fórmulas, e fazer com que o aluno observe o comportamento do índice de Gini e da curva de Lorenz à medida que vai atribuindo novos valores.

É importante ressaltar a conexão que o professor pode trazer entre as reportagens e as empresas fictícias, levando os alunos a refletirem sobre o faturamento de uma empresa e a distribuição da arrecadação entre seus funcionários.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Curso de desigualdade UFRJ: [Módulo 1 \(Aula 1\): Medidas de Desigualdade e Curva de Lorenz - Youtube](#)

Canal Luis Lorenzo T.: [Curva de Lorenz – Índice de Gini Excel - Youtube](#)

Os quadros a seguir, construídos com os dados apresentados no PNUD de 2020, serão usados para as questões 7, 8 e 9.

No relatório do PNUD de 2020, foram observados índices máximos e mínimos das seguintes dimensões:

TABELA 17 - VALORES MÁXIMOS E MÍNIMOS DE CADA DIMENSÃO DO IDH.

Dimensão	Indicador	Máximo	Mínimo
Educação	Média de anos de escolaridade	15	0
	Anos de escolaridade esperados	18	0
Saúde	Esperança de vida ao nascer	85	20
Renda	RNB per capita	75.000	100

Fonte dos dados: PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO (PNUD). **Relatório do Desenvolvimento Humano 2020**. Disponível em: http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr2020_pt.pdf. Acesso em: 11 out. 2021.

O Brasil ocupa agora a 84^o posição, decaiu 5 posições em comparação ao índice em 2019, com os seguintes valores de índices:

TABELA 18 - VALORES DOS INDICADORES DO IDH DO BRASIL EM 2019.

Indicador	Máximo
Média de anos de escolaridade	15,4
Anos de escolaridade esperados	8,0
Esperança de vida ao nascer	75,9
RNB per capita	14.263

Fonte dos dados: PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO (PNUD). **Relatório do Desenvolvimento Humano 2020**. Disponível em: http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr2020_pt.pdf. Acesso em: 11 out. 2021.

TAREFA 7**Público-alvo:** Ensino Médio**Duração da tarefa:** 1h40min**Objetos de conhecimento:** Média Aritmética; Cálculo do IDH**Habilidades da BNCC relacionadas:** EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104, EM13MAT305, EM13MAT314, EM13MAT316**TAREFA 7 – O IDH no modelo antigo, tem diferença?**

Em 2010 o IDH sofreu modificações que vigoram até os dias de hoje, mas durante os 20 primeiros anos de existência (1990 a 2009) o IDH era calculado por meio de uma média aritmética das três dimensões, de modo que:

$$IDH = \frac{L + E + R}{3}$$

Tal que:

$$L = \frac{E_v - 25}{60}, E = \frac{2T_a + T_e}{3} \text{ e } R = \frac{\log_{10}(\text{PIB}_{pc}) - 2}{2,60206}$$

Sendo:

- E_v é a expectativa de vida ao nascer, em anos;
- T_a é a taxa percentual de alfabetização;
- T_e é a taxa percentual de escolarização;
- PIB_{pc} é o produto interno bruto *per capita*, em dólar.

Use essa metodologia para calcular o IDH do Brasil em 2020, dado que $E_v = 75,9$, $T_a = 87\%$, $T_e = 59\%$ e $\text{PIB}_{pc} = 14.263$ (dados do PNAD 2020)

RESOLUÇÃO COMENTADA

Cálculo da dimensão saúde:

$$L = \frac{E_v - 25}{60} = \frac{75,9 - 25}{60} = 0,848$$

Cálculo da dimensão educação:

$$E = \frac{2T_a + T_e}{3} = \frac{2 * 0,87 + 0,59}{3} = 0,777$$

Cálculo da dimensão renda:

$$R = \frac{\log_{10}(PIB_{pc}) - 2}{2,60206} = \frac{\log_{10}(14263) - 2}{2,60206} = 0,828$$

Cálculo do IDH

$$IDH = \frac{L + E + R}{3} = \frac{0,848 + 0,777 + 0,828}{3} = 0,818$$

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Para essa atividade sugerimos que o professor introduza o contexto histórico do método utilizado nesse modelo de IDH, como as variáveis eram interpretadas e seus respectivos pesos. É interessante utilizar o fato de que se houver uma dimensão com valores muito baixos e as outras com valores muito altos, a tendência ao calcular o IDH pela média é ter um valor entre as faixas. Vale propor a reflexão desse modelo observando os aspectos:

- ✓ Por que a média aritmética não é mais um modelo ideal no cálculo do IDH?
- ✓ O modelo atual pode sofrer modificações? Quais você sugeriria?
- ✓ No modelo antigo a dimensão educação, que também contava com dois subíndices, atribuía pesos diferentes para esses subíndices, isso dava um peso maior a dimensão educação?

Sugerimos que para um efeito de completude, essa atividade seja proposta de forma sequencial, como a primeira etapa em três, tendo como complemento as tarefas 8 e 9 que surgem a seguir.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Canal UNIVESP: [Matemática - Aula 11 - IDH - parte 1 - Youtube](#)

Canal UNIVESP: [Matemática - Aula 12 - IDH - parte 2 - Youtube](#)

TAREFA 8**Público-alvo:** Ensino Médio**Duração da tarefa:** 1h40min**Objetos de conhecimento:** Média Geométrica; Cálculo do IDH.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104, EM13MAT305, EM13MAT314, EM13MAT316.**TAREFA 8 – O IDH do Brasil em 2020 usando a atual metodologia.**

A partir dos dados apresentados nas tabelas e usando o atual modelo para o cálculo do IDH, determine:

- O Valor do índice da variável da dimensão Saúde;
- O valor do índice da variável da dimensão Educação;
- O valor do índice da variável da dimensão Renda (uso do logaritmo natural em todos os parâmetros da renda);
- A partir dos resultados encontrados nos itens a, b e c, calcule o IDH do Brasil.

Em seguida compare o resultado encontrado com o apresentado no **Relatório do Desenvolvimento Humano 2020** e com o resultado encontrado na atividade 7.

Disponível em: http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr2020_pt.pdf. Acesso em: 11 out. 2021.

RESOLUÇÃO COMENTADA

Item a) cálculo da dimensão saúde:

$$I_S = \frac{\text{expect de vida ao nascer} - 20}{85 - 20} = \frac{75,9 - 20}{85 - 20} = 0,860$$

Item b) Cálculo da dimensão educação:

$$I_{E1} = \frac{8 - 0}{15 - 0} = 0,533$$

$$I_{E2} = \frac{15,4 - 0}{18,0 - 0} = 0,856$$

Onde I_{E1} é o índice da dimensão educação que apresenta apresenta anos de escolaridade esperados e I_{E2} é o índice da dimensão educação que apresenta a média de anos de

escolaridade. Por fim o índice da dimensão educação é dado por:

$$I_E = \frac{I_{E1} + I_{E2}}{2} = \frac{0,533 + 0,856}{2} = 0,695$$

Item c) Cálculo da dimensão renda:

$$I_R = \frac{\ln(14263) - \ln(100)}{\ln(75000) - \ln(100)} = 0,749$$

Item d)

$$IDH = \sqrt[3]{I_E * I_R * I_S} = \sqrt[3]{0,695 * 0,749 * 0,860} = 0,765$$

No Relatório do Desenvolvimento Humano 2020, o Brasil aparece na 84ª posição com IDH de 0,765.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Sugerimos a utilização dessa tarefa de modo sequencial, sendo a segunda etapa de três, com a tarefa 7 sendo realizada antes dessa afim de compararmos os modelos empregados no cálculo do IDH atual.

O professor pode aproveitar o término da atividade 7, onde o modelo usado utilizava a média aritmética, contextualizar as modificações na mensuração atual do IDH e como o atual método se torna mais eficaz que os anteriores. Observar os modelos usados entre 2010 a 2019, que apesar de utilizar a média geométrica, utilizavam limites, sendo o limite superior composto de dados reais máximos já observados e os limites inferiores dados fixados.

Por fim, é importante ter possibilidade de comparar os valores encontrados com o **Relatório do Desenvolvimento Humano 2020**, de modo conectar o aprendizado com os dados apresentados por instituições de elevado grau de confiabilidade.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

PNUD 2020: [Relatório do Desenvolvimento Humano 2020](#)

Portal G1: [Medalhas, IDH, Covid, PIB per capita: como o Brasil se compara aos outros países do mundo](#)

TAREFA 9**Público-alvo:** Ensino Médio**Duração da tarefa:** 1h40min**Objetos de conhecimento:** Média geométrica; acréscimos e decréscimos; cálculo do IDH; reflexão sobre os indicadores que compõem o IDH.**Habilidades da BNCC relacionadas:** EM13MAT101, EM13MAT315, EM13CHS102, EM13CHS202, EM13CHS301, EM13CHS606.**TAREFA 9 – Impacto de variações percentuais das dimensões no IDH.**

Observando os valores encontrados na atividade 8, faça as seguintes modificações e em seguida analise o comportamento do IDH.

- Aumente 10% o valor do índice da variável Renda e calcule novamente o IDH. Qual foi o aumento percentual do novo IDH encontrado?
- Aumente 10% o valor do índice da variável Renda e diminua 10% o valor da variável da dimensão Saúde e calcule novamente o IDH. Qual foi o aumento percentual do novo IDH encontrado?
- Se mantivermos o IDH do Brasil apresentado pelo PNUD de 2020, com o aumento de 10% da variável Renda e o decréscimo de 10% o valor da variável da dimensão Saúde, qual deverá ser a porcentagem que irá variar a dimensão da Educação?
- Em sua opinião, as três dimensões que atualmente o IDH usa como parâmetro para mensurar o desenvolvimento humano são suficientes? Se pudesse incorporar alguma outra variável a fim de melhorar o reflexo do IDH da atual sociedade, qual seria? (pode ser mais de uma)

RESOLUÇÃO COMENTADA

Item a) $IDH = \sqrt[3]{I_E * I_R * 1,1 * I_S} = \sqrt[3]{0,695 * 0,824 * 0,860} = 0,790$

Item b) $IDH = \sqrt[3]{I_E * I_R * 1,1 * I_S * 0,9} = \sqrt[3]{0,695 * 0,824 * 0,774} = 0,762$

Item c) $\sqrt[3]{I_E * x * I_R * 1,1 * I_S * 0,9} = \sqrt[3]{0,695x * 0,824 * 0,774} = 0,762$

$$\sqrt[3]{0,443x} = 0,762$$

$$0,443x = (0,762)^3$$

$$x = \frac{0,442}{0,443} = 0,998$$

Isso significa que a variável educação precisaria decair 0,02% aproximadamente para que o IDH se mantivesse em 0,765 após o aumento de 10% na dimensão renda e o decréscimo de 10% na dimensão saúde.

Item d) Resposta pessoal

Esperamos que os alunos observem que outros aspectos além de renda, saúde e educação norteiam a qualidade de vida da sociedade, como habitação, taxa de desemprego, índices ambientais, índices de sustentabilidade e etc.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Inicialmente orientamos a realização dessa atividade de forma sequencial após as tarefas 7 e 8.

O Fato de um índice aumentar ou diminuir implica no produto do mesmo pelo percentual. Um dos objetivos dessa atividade é explorar o fato de que aumentos e decréscimos de mesma porcentagem, como foi o nosso caso, 10% de aumento em um índice e 10% de decréscimo em outro índice, não se anulam e na verdade, seria um decréscimo de 1%, pois 10% a mais resulta do fator 1,1 e 10% a menos resulta no fator 0,9, e , $0,9 * 1,1 = 0,99$, ou seja, na verdade o nosso produto $I_E * I_R * I_S$ será multiplicado pelo fator 0,99, indicando assim um decréscimo de 1%.

No item c, procuramos o fator de correção, ou seja, o valor que multiplicado por 0,99 resultará em 1. Nossa sugestão para ampliar a investigação dessa atividade é variar os aumentos e decréscimos.

O item d nos dá uma ampla oportunidade de debater o assunto desenvolvimento social e qualidade de vida, observando diversos aspectos para moldar um índice de desenvolvimento mais eficiente, como por exemplos dados sobre ecologia.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Rede Jornal Contábil: [IDH: Como fazer o cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano](#)

Portal PNUD Brasil: [Índice de Desenvolvimento Humano](#)

TAREFA 10**Público-alvo:** Ensino Médio**Duração da tarefa:** 30 min**Objetos de conhecimento:** Média Geométrica; IDHM e IDH**Habilidades da BNCC relacionadas:** EM13MAT101; EM13MAT102; EM13MAT104.**TAREFA 10 – Relevância social, profissional e humana**

O Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) é uma medida composta de indicadores de três dimensões do desenvolvimento humano: longevidade, educação e renda. O índice varia de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano.

O IDHM brasileiro segue as mesmas três dimensões do IDH Global - longevidade, educação e renda, mas vai além: adequa a metodologia global ao contexto brasileiro e à disponibilidade de indicadores nacionais. Embora meçam os mesmos fenômenos, os indicadores levados em conta no IDHM são mais adequados para avaliar o desenvolvimento dos municípios brasileiros. Assim, o IDHM - incluindo seus três componentes, IDHM Longevidade, IDHM Educação e IDHM Renda - conta um pouco da história dos municípios em três importantes dimensões do desenvolvimento humano durante duas décadas da história brasileira.

Abaixo temos uma tabela contendo os municípios do Estado do Rio de Janeiro “melhores” ranqueados sobre o IDHM do Brasil no ano de 2010.

FIGURA 20 – RANK DO IDHM 2010 DOSMUNICÍPIOS DO RIO DE JANEIRO.

Territorialidades	Posição IDHM	IDHM	Posição IDHM Renda	IDHM Renda	Posição IDHM Educação	IDHM Educação	Posição IDHM Longevidade	IDHM Longevidade
Niterói (RJ)	6°	● 0.837	41°	● 0.854	12°	● 0.773	2°	● 0.887
Rio de Janeiro (RJ)	28°	● 0.799	50°	● 0.845	58°	● 0.719	15°	● 0.840
Rio das Ostras (RJ)	52°	● 0.773	41°	● 0.854	88°	● 0.689	54°	● 0.784
Volta Redonda (RJ)	54°	● 0.771	62°	● 0.833	57°	● 0.720	75°	● 0.763
Resende (RJ)	57°	● 0.768	56°	● 0.839	68°	● 0.709	76°	● 0.762
Maricá (RJ)	60°	● 0.765	45°	● 0.850	85°	● 0.692	77°	● 0.761
Macaé (RJ)	61°	● 0.764	67°	● 0.828	96°	● 0.681	46°	● 0.792
Iguaba Grande (RJ)	64°	● 0.761	54°	● 0.841	73°	● 0.704	94°	● 0.744
Nilópolis (RJ)	72°	● 0.753	78°	● 0.817	61°	● 0.716	107°	● 0.731

Fonte: Atlas do Desenvolvimento Humano, disponível em: <<http://www.atlasbrasil.org.br/ranking>>, acesso em 12 out. 2021.

Dessa forma, a afirmação inconsistente é

- a) O IDHM de Nilópolis surge da média geométrica entre IDHM Renda, IDHM Educação e IDHM Saúde.
- b) A dimensão que precisa ser melhor desenvolvida é a da Educação, pois todos os valores de IDHM Educação são menores que os valores IDHM Renda e IDHM Saúde para os respectivos municípios.
- c) Niterói é sem dúvidas o melhor município pois seu IDHM é classificado como elevado pois está acima de 0,8 e isso se dá ao fato de que todas as suas dimensões estão acima de 0,8.
- d) O cálculo do IDHM é similar ao do IDH, levando em consideração três aspectos do desenvolvimento humano, Renda, Saúde e Educação.
- e) Apesar de estar classificado abaixo de Resende, Maricá apresenta um IDHM Renda maior que o IDHM Renda de Resende, porém a média geométrica entre os valores que constroem o IDHM de Resende é maior que a média geométrica dos valores que constroem o IDHM de Maricá.

RESOLUÇÃO COMENTADA

Alternativa correta é a letra c

- a) O IDHM de Nilópolis surge da média geométrica entre IDHM Renda, IDHM Educação e IDHM Saúde.
- b) A dimensão que precisa ser melhor desenvolvida é a da Educação, pois todos os valores de IDHM Educação são menores que os valores IDHM Renda e IDHM Saúde para os respectivos municípios.
- c) Niterói é sem dúvidas o melhor município pois seu IDHM é classificado como elevado pois está acima de 0,8 e isso se dá ao fato de que todas as suas dimensões estão acima de 0,8.**
- d) O cálculo do IDHM é similar ao do IDH, levando em consideração três aspectos do desenvolvimento humano, Renda, Saúde e Educação.
- e) Apesar de estar classificado abaixo de Resende, Maricá apresenta um IDHM Renda maior que o IDHM Renda de Resende, porém a média geométrica entre os valores que constroem o IDHM de Resende é maior que a média geométrica dos valores que constroem o IDHM de Maricá.

Pois a dimensão educação não está acima de 0,8.

ORIENTAÇÕES PARA O PROFESSOR (A)

Essa atividade aplicada no o Ensino Médio tem por objetivo analisar como o índice de desenvolvimento humano municipal figura entre os bairros do rio de janeiro. O professor pode aproveitar esses dados para comentar o grau de desenvolvimento humano municipal observando cada uma das dimensões, de modo que, podemos quantificar a dimensão menos desenvolvida que carece de mais recursos.

É interessante o professor varrer cada uma das alternativas a fim de reforçar a definição de IDHM e como se faz o cálculo do mesmo.

Assim a alternativa a) é verdadeira pois o IDHM realmente surge de uma média geométrica das dimensões. Reforçar a definição de média geométrica e sua aplicação no cálculo do IDH

A alternativa b) é verdadeira pois a dimensão Educação é a menos desenvolvida em todos os municípios mostrados. Aqui podemos nos valer dessa informação e refletir sobre a atuação da educação no desenvolvimento humano e como o governo vem lidando com essa dimensão.

A alternativa d) é verdadeira pois, assim como o IDH, o IDHM utiliza as dimensões Renda, Educação e Saúde em sua base. Podemos aqui propor a inclusão de uma outra variável que influencia o desenvolvimento humano.

A alternativa e) é verdadeira pois apesar de ter um IDHM menor que o de Resende, Maricá apresenta IDHM de renda maior que o IDHM renda de Resende. Podemos aproveitar pra mostrar que diferença fez a mudança da média aritmética para a geométrica.

PARA SABER MAIS SOBRE O ASSUNTO

Portal PNUD Brasil: [Índice de Desenvolvimento Humano](#)

Portal Jornal Contábil: [IDH: Como fazer o cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano](#)

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é inovador, na literatura brasileira, em diversos aspectos. Situado como uma pesquisa de desenvolvimento, com foco no design de materiais referenciados teoricamente, buscou oferecer contribuições no âmbito da prática de questões ligadas ao desenvolvimento humano em ambientes escolares, conectando matemática e ciências sociais, por meio de um material didático, formado por um conjunto de tarefas, resoluções comentadas, orientações para o professor e informações adicionais de pesquisa, todos eles referenciados teoricamente.

Ele contribui para uma tendência mundial de que cada vez mais as Ciências sociais sejam estudadas de forma integrada, sem uma nítida separação entre Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, Matemáticas e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias, que se fundem em muitos aspectos. Desta forma, as atividades elaboradas dialogam entre a Matemática e com as Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, possibilitando uma visão mais ampla dos objetos de estudo. Há ainda o aspecto didático-pedagógico, reforçando a interdisciplinaridade dos conteúdos escolares, além de suas aplicações nas diversas áreas do universo social. Sobretudo, almejamos a autonomia intelectual, que resulta do raciocínio lógico-científico.

O material didático apresentado, composto por um conjunto de 10 atividades didáticas, divididas em quatro partes, apresentaram: (i) tarefas disparadas a partir de situações cotidianas, que em sua maior parte, foram reais e veiculadas da mídia digital; (ii) resolução comentada considerando a matemática dos anos finais do EF e do Ensino Médio; (iii) comentários para o professor, buscando maximizar os objetivos as serem alcançados e (iv) um conjunto de sugestões para saber mais sobre os temas. Com isso, há indícios de que os objetivos específicos foram atendidos, e conseqüentemente, o objetivo geral também.

O intuito do material foi de contribuir para o a aprendizagem matemática e auxiliar no desenvolvimento do pensamento crítico reflexivo que, de acordo com a pedagogia crítica de Paulo Freire, visa capacitar professores e alunos a desenvolverem uma compreensão crítica consciente de sua relação com o mundo, ou seja, ao introduzir aspectos do desenvolvimento humano e de desigualdades sociais dentro da sala de aula, objetivamos a inserção da ideia de uma sociedade mais igualitária e que possamos colher futuramente programas de políticas públicas mais eficientes.

O principal resultado desse trabalho é um material didático que contém atividades, elaboradas em linha com a BNCC, mas que não é limitada por ela. Um material que convida a

pensar o mundo cada vez mais desigual, sem deixar de levar em consideração os diversos avanços que obtivemos nos últimos 100 anos. Um material que apresenta tarefas prontas para serem aplicadas nas aulas de matemática, ainda que o professor tenha o poder e o papel de fazer escolhas e adaptações que julgar necessárias.

Entendemos que o material tem potencial para estimular os alunos a pensar aspectos matemáticos que não costumam ser explorados no ensino médio, como simulações e análise da dependência entre variáveis. Isso é feito por exemplo na Tarefa 9, quando se pede para aumentar 10% o valor do índice da variável Renda e diminuir 10% o valor da variável da dimensão Saúde para avaliar o que acontece com o IDH, ou na Tarefa 2 que se pede para comparar índices de desigualdade e desenvolvimento humano entre bairros do Rio de Janeiro.

Outro aspecto é que as simulações computacionais contribuem para convidar os estudantes a perceberem como as variáveis são influenciadas pela variação das outras, e isso de forma articulada aos temas propostos. Essa é uma característica de viés inovador, quando se olha para a abordagem de índices sócio econômicos na Educação Básica.

A escolha intencional de trazer análises com apoio de tecnologia digital permite a alunos e professores irem na direção de fazer mais simulações e perceberem relações entre as variáveis conforme sugerido na BNCC, como nas habilidades EM13MAT101 e EM13MAT104, que reforçam a necessidade interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos, e além disso interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 543).

É um material que convida a pensar a pobreza, a renda mínima, a necessidade de ações que gerem menos acumulação de capital, mais diversidade de oportunidades e mais geração de riqueza. Entendemos que o material convida, em diversos momentos a pensar nas milhões de pessoas que ficam com apenas 8 pedaços de bolo.

Temos um material que, muito embora tenha tarefas prontas para serem usadas nas aulas de matemática ou em outros espaços, também tem o intuito de ser inspirativo e não prescritivo. Ou seja, o professor tem o poder e um papel fundamental na escolha de temas, materiais e estratégias para a sua sala de aula. Nesse sentido, esperamos que o material apresentado no

Capítulo 5 seja tanto sugestivo e norteador para aplicações diretas e prontas, como inspirador de novas ideias que estimulem estudantes e professores a produzirem novas tarefas e projetos a partir das suas vivências, regionalidades e conhecimentos que vem produzindo dentro ou fora da escola.

Como a escola tem o papel de proporcionar um ambiente que estimule o desenvolvimento social do aluno, esperamos que esse trabalho possa contribuir para a ampliação da produção de ambientes, em especial os Ambientes de Educação Financeira Escolar, que conectem a ação pedagógica em sala de aula com o assunto qualidade de vida da sociedade moderna, observando os aspectos que a norteiam, para que possamos formar cidadãos críticos participativos da sociedade.

Ao imergir na produção desse trabalho situações vivenciadas na infância vieram à tona e com a experiência adquirida ao longo dos anos no magistério vislumbramos os impactos que esse produto pode trazer a gerações futuras. Buscaremos utilizar esse produto em um futuro próximo para analisar e continuar a pesquisa situando resultados por meio da experimentação com os objetos da pesquisa. A utilização dessas tarefas em sala e a análise dos significados produzidos pelos estudantes podem e devem, em nossa visão, ser objeto de estudo de futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ANAND, S. & SEN, A. The Income Component of the Human Development Index. **Journal of Human Development**, 1(1): 83-106, 2000. Disponível em: <[http://darp.lse.ac.uk/papersdb/Anand-Sen_\(JHD00\).pdf](http://darp.lse.ac.uk/papersdb/Anand-Sen_(JHD00).pdf)>. Acesso em 13 ago. 2021.
- ARCELUS, F. J.; SHARMA, B.; SRINIVASAN, G. The HDI adjusted for efficient resource utilization. In: WINDER CONFERENCE INEQUALITY ON POVERTY AND HUMAN WELL-BEING, 2003, Helsinki. **Anais...** Helsinki: UNU-Winder, 2003.
- BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática? **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 18 dez. 2015.
- BARROS, P. R.; CARVALHO, M.; FRANCO, S.; MENDONÇA, R. **Determinantes da queda da desigualdade de renda Brasileira**. Rio de Janeiro: Ipea, 23 p. (Texto para Discussão, 1253), 2007.
- BONSIEPE, G. **DESIGN: do material ao digital**. Trad. Cláudio Dutra. Florianópolis: FIESC/IEL, 1997.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Indicadores Educacionais**, Brasília, DF, 12 mar. 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/aceso-a-informacao/dados-abertos/indicadores-educacionais>>. Acesso em: 23 jul. 2021
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: educação é a base**. Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 17 jun. 2021.
- COLLINS, A. Toward a design science of education. In: SCANLON, E.; O'SHEA, T. (Ed.). **New directions in educational technology**. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 1992. p. 15-22.
- DE TONI, J. **Em busca do planejamento governamental do século XXI**. ENAP. Reflexões para Ibero-America: Planejamento Estratégico. Brasília, 2009, p.21-36. Disponível em: <<https://repositorio.ena.gov.br/bitstream/1/712/1/Reflex%20para%20Ibero-Am%20Planejamento%20Estrat%20gico.pdf>>. Acesso em 1 jul. 2021.
- FREIRE, P. **Conscientização: teoria e prática da libertação: uma introdução ao pensamento de Paulo Freire**. São Paulo: Cortez & Moraes, 1979.
- GADREY, J. & JANY-CATRICE, F. **Os Novos indicadores de riqueza**. São Paulo: Editora Senac, 2006.
- GOMES, S. J. F. R. **Cidadania financeira na perspectiva da educação matemática crítica no Brasil**. 2021. 272 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2021.

GRIMM, M.; HARTTGEN, K.; KLASSEN, S.; MISSELHORN, M. A Human Development Index by Income Groups. **World Development**, 36(12): 2527-2546, 2008. Disponível em: <<https://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/GRIMMKLASEn-etc-al.pdf>>. Acesso em 18 mai. 2021.

HADDAD, F. **O Plano de Desenvolvimento da Educação: razões, princípios e programas**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2008. Disponível em: <<http://publicacoes.inep.gov.br/arquivos>>. Acesso em 3 mai. 2021.

HICKS, D. A. The inequality-adjusted human development index: a constructive proposal. **World Development**, v. 25, n. 8, p. 1283-1298, 1997. Disponível em: <<https://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/ssHicks-1997.pdf>>. Acesso em: 14 mai. 2021.

HOFFMANN, R. **Distribuição de renda: medida de desigualdade e pobreza**. Editora da Universidade de São Paulo. 1998.

HOPKINS, M. Human development revisited: a new UNDP Report. **World Development**, v. 19, n 10. p. 1469 – 1474, 1991. Disponível em: <<https://bit.ly/3tIK9vj>>. Acesso em 21 jan. 2021.

IVANOVA, I.; ARCELUS, F.J.; SRINIVASAN, G. An Assessment of the Measurement Properties of the Human Development Index. **Social Indicators Research**, 46(2): 157-179, 1998. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/226419966_An_Assessment_of_the_Measurement_Properties_of_the_Human_Development_Index>. Acesso em 12 jul. 2021.

JAHAN, S. **Measurements of Human Development: Seven Questions**. United Kindom, Oxford, 2000.

JANUZZI, P. M. **Indicadores sociais no Brasil: conceitos, fontes de dados e aplicações**. Campinas: Alínea, 2001.

JANUZZI, P. M. Indicadores para diagnóstico, monitoramento e avaliação de programas sociais no Brasil. **Revista do Serviço Público**, Brasília, v. 56, n. 2, p. 137-160, abr./jun. 2005. Disponível em: <<https://revista.enap.gov.br/index.php/RSP/article/view/222>>. Acesso em 15 abr. 2021.

JUSTE, P. **Educação Financeira Escolar: A desigualdade financeira e social no Brasil**. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, p. 41. 2018.

KLUGMAN, J.; RODRÍGUEZ, F.; CHOI, H.J. The HDI 2010: New Controversies, Old Critiques. **Journal of Economic Inequality**, 9(2): 249-288, 2011. Disponível em: <<https://EconPapers.repec.org/RePEc:kap:jecinq:v:9:y:2011:i:2:p:249-288>>. Acesso em 15 out. 2021.

LIMA, S. C.; DINIZ, J. A. **Contabilidade Pública. Análise Financeira Governamental**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2016.

MAHLBERG, B.; OBERSTEINER, M. **Remeasuring the IDH by data envelopment analysis**. Laxenburg: IIASA, 2001. (Interim Report, n. IR-01-069). Disponível em: <<http://pure.iiasa.ac.at/id/eprint/6455/1/IR-01-069.pdf>>. Acesso em 20 jun. 2021.

MATTA, A. E. R.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-based research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. **Revista da FAEBA: Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 23, n. 42, p. 23-36, jul/dez. 2014. Disponível em: <<https://revistas.uneb.br/index.php/faeaba/issue/view/84>>. Acesso em 15 jul. 2021.

MORSE, S. For Better or for Worse, Till the Human Development Index do us Part? **Ecological Economics**, 45(2): 281-296, 2003. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0921800903000855>>. Acesso em: 29 set. 2021.

MUNIZ, I. Jr. **Econs ou Humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar**. Tese de Doutorado, UFRJ/COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil. 2016a.

MUNIZ, I. Jr; Educação Financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática. 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo, Brasil: XII ENEM, 2016b. p. 1-12. ISSN 2178-034X.

MUNIZ, I.Jr; JURKIEWICZ, S. Tomada de decisão e Trocas Intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de matemática. In **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.6, n.3, set/dez. 2016d.

NERI, M. **Curva de Lorenz**. [2010]. Disponível em: <https://www.cps.fgv.br/cps/pesquisas/Políticas_sociais_alunos/2010/BES_raiz_aanew/pdf/sbst/BES_CurvadeLorenz.pdf> Acesso em: 15 set. 2021.

NUNES, S. M. 2011. Desigualdades sociais vs desempenho em matemática sob a ótica de Pierre Bourdieu. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**, Recife, 26-30 junho, 2011. Disponível em <https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1985/1128> Acesso em: 06 jan. 2022.

OLIVEIRA, A. G.; PISA, B. J. IGovP: índice de avaliação da governança pública — instrumento de planejamento do Estado e de controle social pelo cidadão. **Revista de Administração Pública**, v. 49, n. 5, p. 263-1290, 2015. Disponível em: <<https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rap/article/view/54990>>. Acesso em 15 out. 2021.

ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO – OCDE. Assessoria de Comunicação Social. **OECD’s Financial Education Project**. OCDE, 2005. Disponível em:<<https://www.oecd.org/>> Acesso em: 12 dez. 2021.

OXFAM. Relatório “A Desigualdade Mata – a incomparável ação necessária para combater a desigualdade sem precedentes decorrente da covid-19” Oxfam, Brasil, janeiro de 2022.

Disponível em < <https://www.oxfam.org.br/justica-social-e-economica/forum-economico-de-davos/a-desigualdade-mata/>>. Acesso em 21 jan. 2022.

PEREIRA, J.; LUCENA, W. G. L. A influência da educação financeira e os fatores emocionais: um estudo com alunos de Contabilidade e Engenharia. **Revista de Administração e Negócios da Amazônia**, Rondônia, v. 6, n. 3, 2014.

PLOMP, T. Educational design research: An introduction. In: PLOMP, T.; NIEVEEN, N. (Ed.). **An Introduction to Educational Design Research**. Enschede: SLO-Netherlands Institute for Curriculum Development, 2009. p. 9-35.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Human Development Report**. New York, 1990.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Relatório do Desenvolvimento Humano**; A Verdadeira Riqueza das Nações: Vias para o Desenvolvimento Humano. New York, Communications Development Incorporated, 2010a.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Relatório do Desenvolvimento Humano**; Sustentabilidade e Equidade: Um Futuro Melhor para Todos. New York, Communications Development Incorporated, 2011a.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **VietNam Human Development Report 2011**; Social Services for Human Development. Hanoi, 2011b.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Relatório do Desenvolvimento Humano**; Além do rendimento, além das médias, além do presente: Desigualdades no desenvolvimento humano no século XXI. New York, Communications Development Incorporated, 2019.

PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO. **Relatório do Desenvolvimento Humano**; A próxima fronteira: O desenvolvimento humano e o Antropoceno. New York, Communications Development Incorporated, 2020.

RODRIGUES, A. C. A evolução do mercado de capitais e o perfil do acionista minoritário no Brasil. **Scientia Iuris**, Londrina, v. 16, n. 2, p. 107-128, 2012.

SILVA, A.M.; POWELL, A.B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. In XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Paraná. **Anais...** Paraná, Brasil: 2013, p. 1-17. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2675_2166_ID.pdf>. Acesso em 5 jul. 2021

SOUZA, A. M.; A Relevância dos Indicadores Educacionais para Educação Básica: informação e decisões. **Revista Meta: Avaliação**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 5, p. 153-179, maio 2010. Disponível em: <<https://revistas.cesgranrio.org.br/index.php/metaavaliacao/article/view/78/93>>. Acesso em 26 jul. 2021.

VAN DEN AKKER, J.; GRAVEMEIJER, K.; McKENNEY, S; NIEVEEN, N. (Ed.). **Educational design research**. London: Routledge, 2006. 163 p.

WIR. World Inequality Report 2022. **World Inequality Lab**. 2022. Disponível em https://wir2022.wid.world/www-site/uploads/2022/02/WIR_2022_FullReport.pdf. Acesso em 01.fev. 2022.

WISNIEWSKI, M. L. G. A importância da educação financeira na gestão das finanças pessoais: uma ênfase na popularização do mercado de capitais brasileiro. **Revista Intersaberes**, Curitiba, ano 6, n. 12, p. 155-172, 2011.