



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

ADRIANA MARISE COLOMBERA HONDA

**MATEMÁTICA E GEOGRAFIA:
UMA INTERDISCIPLINARIDADE**

Londrina - PR
2013

ADRIANA MARISE COLOMBERA HONDA

**MATEMÁTICA E GEOGRAFIA:
UMA INTERDISCIPLINARIDADE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática da Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial para obtenção de título de mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Michele de Oliveira Alves
Coorientador: Prof. Ms. Antonio Carlos Mastine

Londrina - Pr
2013

**Catálogo elaborado pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da
Universidade Estadual de Londrina**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

H771m Honda, Adriana Marise Colombera.
Matemática e geografia : uma interdisciplinaridade / Adriana Marise Colombera
Honda. – Londrina, 2013.
108 f. : il.

Orientador: Michele de Oliveira Alves.

Coorientador: Antonio Carlos Mastine.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de
Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática,
2013.

Inclui bibliografia.

1. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 2. Geometria – Formação de conceitos
– Teses. 3. Abordagem interdisciplinar do conhecimento na educação – Teses.
4. Geografia – Matemática – Teses. 5. Coordenadas geográficas – Teses. I. Alves,
Michele de Oliveira. II. Mastine, Antonio Carlos. III. Universidade Estadual de
Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática.
IV. Sociedade Brasileira de Matemática. V. Título.

CDU 51:37.02

ADRIANA MARISE COLOMBERA HONDA

**MATEMÁTICA E GEOGRAFIA:
UMA INTERDISCIPLINARIDADE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial para obtenção de título de mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA



Prof.^a.Dr^a Michete de Oliveira Alves - Orientadora
Universidade Estadual de Londrina



Prof.^a. Dr.^a. Luci Harue Fatori
Universidade Estadual de Londrina



Prof. Dr. Vando Narciso
Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul

Londrina, 15 de agosto de 2013.

Dedico este trabalho aos amantes da Matemática, que assim como eu, saiba que ensinar é a melhor maneira de aprender.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, quero agradecer a Deus por ter me concedido a saúde, dando-me força para vencer todos os obstáculos e batalhar pelos meus objetivos.

À minha Mãe D. Dirce que me ensinou a ser guerreira, minhas filhas Gabriela e Alex, Pollyana e Vinícius que, com certeza torceram muito por mim. E ao meu esposo, que com paciência aguentou todos os meus stresses e confiou que eu seria capaz.

Aos meus orientadores Prof^a. Dr^a. Michele e Prof. Ms. Mastine, pela paciência e incentivo com que me auxiliaram nessa tarefa árdua, pelos esclarecimentos, sugestões e comentários, eu espero ter sabido aproveitar. Minha gratidão.

Aos professores da banca Prof^a. Dr^a. Luci Harue Fatori e Prof. Dr. Vando Narciso, cujas críticas e sugestões foram importantes para a conclusão deste trabalho.

Aos professores de Geografia Dulce, Ronei e Indianara, pela colaboração e empenho na aplicação das atividades. Vocês me deram a maior força.

Às professoras de Matemática Sandra Valéria e Patrícia, pois sem o apoio que me deram, não teria sido o mesmo. Obrigada.

À minha comadre Maria Margarida, sempre pronta e incumbida de me manter animada e não deixar desistir. Sua energia me fez vencer.

À minha amiga Edna Poss pelas horas que se dispôs a me abrir caminhos para novas descobertas e pelos momentos de correções. Sua competência me fez crescer.

À minha amiga Daisy Rodrigues, pelas ideias e correções finais. Sempre pronta a me ajudar. Sua amizade me faz acreditar.

Aos alunos da Escola Estadual Dona Macária, que se dedicaram na realização das atividades e exposição de todo o trabalho. Vocês tem minha admiração.

Aos amigos do Profmat, que juntos superamos dificuldades, ganhamos conhecimento, formamos uma família. De maneira especial à Leda, Henrique e Luis pelo companheirismo, proteção e cuidado. Moram para sempre no meu coração.

Aos que direta ou indiretamente torceram pelo meu sucesso e proporcionaram que meu sonho fosse realizado.

Muito obrigado a todos!

“Não é o ângulo reto que me atrai,
nem a linha reta, dura, inflexível, criada pelo homem
O que me atrai é a curva livre e sensual,
a curva que encontro nas montanhas do meu país,
no curso sinuoso dos seus rios,
nas ondas do mar,
no corpo da mulher preferida.
De curvas é feito todo o universo,
o universo curvo de Einstein.”

Oscar Niemeyer

HONDA, Adriana Marise Colombera. **Matemática e Geografia: uma interdisciplinaridade.** 2013 p.108. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa foi buscar a aplicação da interdisciplinaridade na compreensão e aprendizagem dos conceitos geográficos do ponto de vista da Matemática, bem como os conceitos da geometria esférica e sua relação com as coordenadas geográficas. A ligação entre esses recursos e as disciplinas de Matemática e Geografia permitiu a elaboração, organização, acompanhamento e análise de resultados por meio da aplicação de onze atividades. A questão orientadora era o de responder: O estudo no globo terrestre motiva conhecer conceitos da geometria esférica? Na pesquisa qualitativa foi utilizada a pesquisa-ação e realizada na Escola Estadual Dona Macária- Ensino Fundamental, com alunos regularmente matriculados, do sexto ao nono ano, nos períodos matutino e vespertino. A análise dos dados obtidos permitiu verificar que atividades interdisciplinares, aplicadas por etapas e descritas conforme indicadas neste trabalho, apresentaram novas possibilidades de motivação, exploração dos conteúdos abordados e situações reais que visam a interação entre as disciplinas. Os resultados indicaram a articulação entre o ensino de matemática e a exploração dos conceitos geográficos, como a exploração do globo terrestre, o que contribuiu para a compreensão de conteúdos específicos da geografia, como coordenadas e estudo dos mapas.

Palavras-chave: interdisciplinaridade, coordenadas cartesianas, coordenadas geográficas, esfera, globo terrestre.

HONDA Adriana Marise Colombero. **Mathematics and Geography: A interdisciplinaridade.** 2013. p.108 Dissertation (Professional Master in Mathematics in National Network) – State University of Londrina, Londrina, 2013.

ABSTRACT

The objective of this research was to seek the application of interdisciplinary in the understanding and learning of geographical concepts from the point of view of mathematics, as well as the concepts of spherical geometry and its relation to the geographic coordinates. The link between these features and the disciplines of mathematics and geography allowed the preparation, organization, monitoring and analysis of results through the application of eleven activities. The guiding question was the answer: The study on the globe motivates know concepts of spherical geometry? In qualitative research was used action research and performed in the State School Dona Macária-fundamental schools enrolled students from the sixth to the ninth year, in the morning and evening. The data analysis has shown that interdisciplinary activities implemented in stages as indicated and described in this paper, presented new possibilities of motivation, exploring the content covered and real situations that target the interaction between disciplines. The results indicated a link between the teaching of mathematics and the exploitation of geographical concepts, such as the exploitation of the globe, which contributed to the understanding of specific content of geography, as coordinates and study of maps.

Key words: interdisciplinarity, Cartesian coordinates, geographical coordinates, sphere, globe.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Triângulo Retângulo e Triângulo Esférico.....	30
Figura 2 – Linhas geodésica da Geometria de Riemann	30
Figura 3 – Globo de Behaim	33
Figura 4 – Elipse.....	34
Figura 5 – Linhas imaginárias para localização no globo	35
Figura 6 – Esfera	36
Figura 7 – Globo Terrestre	36
Figura 8 – Exemplo de esfera e superfície esférica	36
Figura 9 – Esfera e seus elementos.....	37
Figura 10 – Linha do Equador e polos	37
Figura 11 – Os pontos B e C dividem a reta em dois arcos	38
Figura 12 – Globo Terrestre	38
Figura 13 – Pontos representados no eixo de coordenadas cartesianas	39
Figura 14 – Paralelos e meridianos	39
Figura 15 – Globo Terrestre que representa a Terra como uma esfera	40
Figura 16 – Localização de Conselheiro Mairinck no Brasi	41
Figura 17 – A longitude varia de 0° a 180° de Leste a Oeste, a partir do meridiano de Greenwich.....	42
Figura 18 – A latitude varia de 0° a 90° em direção Norte e Sul.....	42
Figura 19 – Terra cortada ao meio e dividida em frações	44
Figura 20 – Ângulo formado pelos raios do sol entre as cidades de Siena e Alexandria.....	44
Figura 21 – Mapa em argila do sec VI a.C.....	45
Figura 22 – Representação de uma porção da Terra no mapa de Mercator	46
Figura 23 – Linha de rumo que inicia na Venezuela e termina no Polo Norte	47
Figura 24 – Mesma linha de rumo no mapa plano de Mercator.....	47
Figura 25 – Mapa do Brasil e suas unidades federativas.....	49
Figura 26 – Carta geográfica de Londrina.....	50
Figura 27 – Satélite artificial	50
Figura 28 – Mapa Conceitual das Atividades Interdisciplinares.....	52
Figura 29 – Planta da cidade de Conselheiro Mairinck.....	56
Figura 30 – Planisfério e as coordenadas geográficas.....	59

Figura 31 – Planisfério e fusos horários	61
Figura 32 – Mapa do Brasil	62
Figura 33 – Mapa Político do Estado do Paraná	69
Figura 34 – Trabalhando as coordenadas	73
Figura 35 – Trajeto feito pelo 6° A.....	75
Figura 36 – Trajeto feito pelo 6° B	75
Figura 37 – Trajeto feito pela praça	76
Figura 38 – Entendendo a medida na diagonal	77
Figura 39 – Desenhando o planeta Terra.....	78
Figura 40 – Marcando pontos no globo.....	78
Figura 41 – O Sistema de coordenadas	79
Figura 42 – Calculando os fusos horários	80
Figura 43 – Alunos cantando o Rap do Fusos Horários.....	82
Figura 44 – Realizando os cálculos da distância	83
Figura 45 – Roteiro elaborado pela dupla	83
Figura 46 – Divisão da circunferência em 24 partes	84
Figura 47 – Demarcação dos meridianos	84
Figura 48 – Resposta das questões	85
Figura 49 – Assistindo ao vídeo	86
Figura 50 – Medindo a circunferência e o diâmetro.....	87
Figura 51 – Respostas da Atividade 8	87
Figura 52 – Medindo distância entre dois pontos na superfície esférica.....	88
Figura 53 – Calculando a distância no globo	89
Figura 54 – Localizando nossa cidade no mapa.....	90
Figura 55 – Calculando as coordenadas geográficas.....	90
Figura 56 – Leitura do texto	91
Figura 57 – Desenho das projeções cartográficas	92
Figura 58 – Rap das Projeções	92
Figura 59 – Exposição de cartazes	93
Figura 60 – Término do projeto.....	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Correspondência entre os conteúdos de Matemática e Geografia	23
Tabela 2 – Achatamento da Terra segundo alguns pesquisadores	34
Tabela 3 – Projeções Cartográficas	48
Tabela 4 – Construção geométrica da divisão de uma circunferência.....	63
Tabela 5 – Produção de um globo terrestre	65
Tabela 6 – Análise Questionário 1	71
Tabela 7 – Análise Questionário 2	71
Tabela 8 – Distância da Prefeitura ao Posto de Saúde.....	74
Tabela 9 – Distância da Prefeitura ao Colégio	74

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
1.1 A MATEMÁTICA COMO CONSTRUÇÃO SOCIAL	17
1.2 O ENSINO DE GEOMETRIA	20
1.3 O ENSINO DE GEOGRAFIA	21
1.4 MATEMÁTICA E GEOGRAFIA	22
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA	25
2.1 INTERDISCIPLINARIDADE.....	25
CAPÍTULO 3 – CONCEITOS MATEMÁTICOS E GEOGRAFIA	28
3.1 GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA	28
3.2 O GLOBO TERRESTRE E A ESFERA.....	32
3.3 NOÇÕES BÁSICAS DA GEOMETRIA ESFÉRICA	35
3.4 A ESFERICIDADE DA TERRA	42
3.5 SOBRE MAPAS E PLANOS	45
CAPÍTULO 4 –ATIVIDADES PROPOSTAS APLICADAS E SUAS ANÁLISES	51
4.1 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS.....	52
4.2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES.....	55
4.3 RESULTADOS OBTIDOS.....	70
CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS	98
ANEXOS	102
ANEXO A – Termo de Cessão e uso de imagem.....	103
ANEXO B – Relatório para o Professor Regente.....	104
ANEXO C – Questionário 1.....	105

ANEXO D – Questionário 2	106
ANEXO E – Música do Fuso Horário.....	107
ANEXO F – Rap das Projeções	108

INTRODUÇÃO

Na tentativa de redimensionar os conhecimentos de uma educação contextualizada, existe a busca por metodologias que garantam o ensino e aprendizagem para que professores reflitam sobre sua prática docente procurando levar seus alunos ao prazer de aprender.

A Matemática junto com outras áreas do conhecimento ajuda a humanidade a pensar sobre a vida, olhando o passado para entender o presente e nortear o futuro. Dominar essa ciência é uma questão de emancipação social como ferramenta de compreensão e intervenção da sociedade, pois por meio do conceito matemático o homem quantifica, geometriza e mede, organizando espaços.

Segundo Develay,

[...] aprender uma disciplina é encontrar seu sentido. É chegar a entender quais as questões que ela propõe a respeito do mundo, os seus métodos e teorias e como essa disciplina ajuda o ser humano a se compreender mais e compreender melhor o seu meio. (DEVELAY, 1996, p.10)

Sendo assim, o objetivo do ensino da Matemática é o de utilizar o saber científico e transformá-lo de forma que venha fazer parte do cotidiano do aluno e proporcionar condições para aquisição de novos conhecimentos, interagindo assim com as demais disciplinas que se aprendem na escola.

O conteúdo de geometria e sua abordagem no Ensino Fundamental são tomados, muitas vezes, como um capítulo à parte, sem interligar a outros conteúdos da Álgebra, quando não são muitas vezes deixados de lado.

Quando o professor se preocupa em transmitir aos alunos o significado das coisas e de onde elas vêm, o trabalho com Geometria se torna interessante. É um conteúdo que desenvolve a capacidade de abstração e generalização, pela maneira como são postas suas bases, e pelo rigor das demonstrações ela se caracteriza como modelo lógico para as outras ciências físicas. Seu ensino deve permitir que os alunos leiam com percepção, senso de linguagem e raciocínio geométrico, fatores que influenciam diretamente para construir e apropriar-se de conceitos abstratos, sobretudo daqueles que se referem ao objeto geométrico em si.

Sua importância se dá pelo fato de estarmos cercados por geometria em toda atividade diária, quando lidamos com medição de área, volume, cálculo de altura, cruzamento de ruas, distância de lugares, isso sem que as pessoas percebam. E quando trabalhado em sala de aula conceitos de paralelismo, simetria, área e volume, interpretação de gráficos, tabelas e mapas sem relação com a sua aplicabilidade, são tão complexos e a ideia intuitiva não é observada.

Brousseau destaca que,

[...] para aprender, o aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático. Ainda, nestas situações: a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não [deve ser] a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem. (BROUSSEAU, 1996, p. 49).

A motivação pelo tema se deu ao preparar um Minicurso para professores, na formação continuada da Rede Estadual, realizada na cidade sede do Núcleo, Ibaiti, com a oficina “Vivemos em um planeta semelhante a uma Esfera”, quando se percebeu a dificuldade que os professores têm em utilizar novas metodologias, em particular, a interdisciplinaridade.

A experiência pessoal como professora de matemática há 25 anos, e com uma maior preocupação de como ensinar e levar os alunos a mudança de postura frente à disciplina mais temida na escola, levou a uma pesquisa-ação, por exigir envolvimento ativo do professor e alunos.

Segundo Thiollent, a pesquisa-ação é,

[...] um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1985, p. 14).

Ainda procurando uma mudança de procedimentos voltados a aprendizagem efetiva, a pesquisa aqui proposta fará relação com conteúdos básicos de Matemática e Geografia, de forma a responder o seguinte questionamento: O estudo no globo terrestre motiva conhecer conceitos da geometria esférica?

Buscando respostas a esse questionamento, o presente trabalho tem por finalidade propor atividades matemáticas que envolvam conteúdos geográficos e permita a professores da rede pública do Estado do Paraná tornar a aprendizagem dos alunos mais consistente no que se refere ao conteúdo de Geometria articulando-a a Geografia, no ensino fundamental.

Pretende-se propor um trabalho interdisciplinar, de forma a diminuir o distanciamento entre o mundo da escola e o mundo das experiências, utilizando o globo terrestre como um fio condutor do saber dentro de uma perspectiva geográfica e dando embasamento de conceitos matemáticos tais como a geometria da esfera e das projeções cartográficas, ao mesmo tempo em que se abordam conceitos básicos de escala, projeções e conversão de unidades.

Mais especificamente, espera-se que a proposta desenvolva algumas habilidades, tais como:

- Capacidade de entender e usar o sistema de coordenadas geográficas, relacionando-as com as coordenadas cartesianas;
- Compreensão das curvas espaciais sobre a esfera, descrevendo paralelos, meridianos e sua relação com os lugares geométricos: arcos, circunferência máxima;
- Percepção das deformações de área, ângulo e comprimento das projeções cartográficas: mapas.

O estudo da esfera e seus elementos permite uma associação com o globo terrestre estabelecendo uma relação entre as disciplinas de Matemática e a de Geografia.

Segundo Pataki,

A relação com a Geografia se estabelece, na medida em que o saber geográfico contribui para a compreensão do mundo e institui uma rede entre os elementos que constituem a natureza, o social, o econômico, o cultural e o político (PATAKI, 2003, p.4).

Os conceitos de meridianos e paralelos, de latitude e longitude, arco de circunferência para encontrar as coordenadas geográficas propiciam a relação com escalas, regra de três simples, diâmetro.

Este trabalho está estruturado em quatro capítulos atendendo assim a Modalidade 2 do Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional que é a aplicação de atividades em sala de aula e avaliação de resultados.

O primeiro capítulo apresenta a fundamentação teórica, onde mostra a Matemática como construção social e de como as disciplinas se articulam na busca de novas metodologias que permitam aos alunos apropriar-se dos conceitos matemáticos e geográficos.

O segundo capítulo refere-se a fundamentação metodológica, onde são discutidas novas metodologias para o ensino da matemática articulados aos conteúdos da geografia, abordando a interdisciplinaridade como uma estratégia de transformar problemas do cotidiano em questões matemáticas, de maneira a articular duas diferentes áreas do conhecimento, a Geografia e a Matemática, e ampliar os conteúdos para uma abordagem mais ampla, baseados em estudos de Machado, Fazenda e Santos.

O terceiro capítulo faz um breve histórico da Geometria não Euclidiana, objetos da geometria esférica articulados aos conteúdos de geografia com relação ao estudo do globo e de mapas. Mostra ainda, a intencionalidade da utilização do globo terrestre e também evidencia que, historicamente, a humanidade sempre procurou esclarecer os mistérios do meio em que vive, seja pelas suas observações, pelas conjecturas que fazem a partir dessas observações, formalizando assim, conceitos e modelos matemáticos.

O quarto capítulo descreve as atividades a serem trabalhadas com os alunos, destacando seus objetivos e metodologia, a fim de ampliar o conhecimento referente ao tema, ou ainda atribuir novos significados a conceitos antes não apreendidos. Descreve também os resultados obtidos na aplicação de atividades baseadas na dissertação de Mestrado em Educação de PEREIRA, Daniele Esteves, apresentada a Universidade Federal do Rio Grande do Norte no ano de 2008 intitulada por “*Globos e mapas ao alcance das mãos: ensino da matemática numa perspectiva de alfabetização na EJA*”. Este trabalho trata da matemática no processo de alfabetização funcional articulando o seu ensino na exploração de mapas e do globo terrestre.

Nas considerações finais apresenta-se um relatório a respeito das atividades apresentadas no trabalho, em relação aos resultados, dificuldades de implementação, bem como o sucesso que levam a acreditar que a realização de atividades interdisciplinares no ensino fundamental,

propiciam aos alunos o entendimento de noções elementares da geometria esférica vinculada ao globo terrestre e como ponte de ligação entre a Matemática e a Geografia

CAPÍTULO 1 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.1 – A Matemática como construção social

No ensino da matemática presente hoje nas salas de aula ainda é comum a sequência de resolver atividades seguidas de regras e resolução de listas de exercícios, pois são poucos os professores engajados em leituras e que se preocupam em fundamentar os conhecimentos para sair dessa rotina. Falta entendimento, capacidade de argumentação e mudança de postura diante do conhecimento pré-estabelecido.

Paulo Freire diz que:

[...] não há saber nenhum que esteja pronto e completo. O saber tem historicidade pelo fato de se constituir durante a história e não antes da história nem fora dela. Então, o saber novo nasce da velhice de um saber que antes foi novo também. E já nasce com a humildade (...) de quem espera que um dia envelheça e suma, para que outro o substitua. (FREIRE, 2001, p.142)

Nessa perspectiva, os conhecimentos matemáticos são construídos socialmente ao longo da história, e esses conhecimentos se mistificam como objetivo universal, científico e despolitizado. Cabe ao professor o papel de orientador das atividades a serem realizadas, procurando interligar todas as disciplinas, para que ao resolver uma situação problema o aluno se coloque em ação para utilizar os diferentes meios de se chegar à solução, e que favoreça sua aprendizagem, como por exemplo, a investigação e a experimentação ao propor a troca de experiências.

Para o processo ensino-aprendizagem, a experimentação é um fator primordial, pois possibilita aos alunos a manipulação de diferentes situações, materiais, podendo o professor estar trabalhando também com a história e evolução dos conteúdos abordados.

É preponderante salientar que existe a necessidade do aluno construir seu próprio conhecimento matemático através da discussão, experimentação, representação, podendo descrever e/ou descobrir propriedades importantes ao tratar sobre o tema localização no espaço e coordenadas, dando lugar para a interdisciplinaridade com os conteúdos de geografia. E o professor permitirá oportunidade de relacionar e interligar conhecimentos.

O papel da escola não deveria ser só o de transmitir informação, mas sim trabalhar a capacidade de busca, organização, interpretação, que permitam aos alunos capacidades de apropriação crítica da informação, formulando seu próprio ponto de vista. Portanto, a “aula” não deve ter nada pronto e acabado, onde o professor apresenta conteúdos com exemplos fechados, mas sim criar estratégias e condições para que esses alunos, além de adquirirem conhecimentos específicos, modifiquem sua forma de encarar os desafios propostos.

Pesquisas têm mostrado que o ensino como um todo e, especialmente, da Matemática, deve ser um processo compartilhado entre os envolvidos no processo de aprendizagem; ao professor cabe atender as necessidades e expectativas do aluno e mostrar a importância do que se está estudando e de lhe abrir alternativas para a melhoria da sua qualidade de vida.

Para Goldberg (1998), “educar é transformar; é despertar aptidões e orientá-las para o melhor uso dentro da sociedade em que vive o educando;” procurando desenvolver estruturas cognitivas que permitam ao indivíduo não somente ler e compreender o mundo em que vive, mas atuar na sociedade como um todo.

Na maioria das escolas o processo de educar não tem sido contínuo, voltado para a interação do homem com o meio que se relaciona. Na disciplina de Matemática o fracasso geralmente é atribuído à metodologia retrógrada, utilizando a risca o livro didático e memorização, porém existem professores que buscam novas alternativas e metodologias para motivar e facilitar a compreensão dos conteúdos.

Outro problema é trabalhar a matemática de forma descontextualizada, tratada como uma área do conhecimento humano desligada da realidade e do cotidiano, sendo comuns perguntas do tipo: Para que serve isso? Onde vou utilizar? E perguntas que não chegam sequer a serem respondidas, gerando mais dúvidas, mais conflitos e mais fracassos.

Segundo Biaggi (2000),

não é possível preparar alunos capazes de solucionar problemas ensinando conceitos matemáticos desvinculados da realidade, ou que se mostrem sem significado para eles, esperando que saibam como utilizá-los no futuro. (BIAGGI, 2000, p.103)

É importante no processo ensino-aprendizagem relacionar o como ensinar para como os alunos aprendem, e o que o professor faz para favorecer esse aprendizado, priorizando a construção individual e coletiva através de situações que interajam como o objeto de conhecimento.

De acordo com Klosowski,

O ato de aprender acontece quando o indivíduo atualiza seus esquemas de conhecimento, quando os compara com o que é novo, quando estabelece relações entre o que está aprendendo com o que já sabe. E, isso exige que o professor proponha atividades que instiguem a curiosidade, o questionamento e a reflexão frente aos conteúdos. Além disso, ao apropriar essas condições, exerce um papel ativo de mediador no processo de aprendizagem do aluno, intervindo pedagogicamente na construção que o mesmo realiza. (KLOSOWSKI; REALI, 2008, p.7)

Assim o professor deve ter um planejamento eficaz que garanta a aprendizagem de seus alunos, sendo possível sua intervenção durante esse processo, que possa articular conteúdos, objetivos e metodologias. Se o objetivo do professor é fazer com que seus alunos aprendam, o planejar é um compromisso com a qualidade de suas ações.

Ao professor que procura preparar e instrumentalizar esses alunos para “aprender” matemática, cabe lhes dizer que o conhecimento tem uma história, que foi criado num determinado tempo para uma situação a ser resolvida. Mas que para se chegar a um resultado não existe uma única forma. É preciso existir a dúvida e a curiosidade para se construir o conhecimento de fato.

Nas Diretrizes assume-se a educação Matemática como um campo de estudos que possibilita ao professor balizar sua ação docente, fundamentado numa ação crítica que conceba a Matemática como atividade humana em construção. (PARANÁ, 2008, p.48)

Quanto ao raciocínio lógico, deve-se salientar que a matemática desenvolve a organização do pensamento, quando não é abordada mecanicamente, igual a uma receita de bolo, que se não for seguida a risca não dá certo, assim como qualquer outra disciplina que utiliza a argumentação, o debate, a experimentação. Tudo o que se ensina deve ter sentido, uma história, um motivo que leva a sua construção, e não apenas um simples resolver exercícios com passos repetitivos e mecânicos.

As correntes metodológicas apresentadas nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica discutem a matemática não apenas na prática docente, mas também o ponto de vista que alunos e professores têm da disciplina, uma vez que esta influencia a utilização de novas metodologias de ensino.

Aprende-se Matemática quando as estratégias utilizadas dão possibilidade à atribuição de sentido e permite a construção de significado às ideias matemáticas apresentadas de forma que permita a relação, análise, discussão.

No Currículo Básico tem-se que,

[...] aprender Matemática é mais do que manejar fórmulas, saber fazer contas ou marcar x nas respostas: é interpretar, criar significados, construir seus próprios instrumentos para resolver problemas, estar preparado para perceber estes mesmos problemas, desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de conceber, projetar e transcender o imediatamente sensível. (PARANÁ, 2008, p. 46).

Lorenzato e Vila (1993, p.41) argumentam que é imprescindível ao aluno apropriar-se do conhecimento e que “compreenda os conceitos e princípios matemáticos, raciocine claramente e comunique ideias matemáticas, reconheça suas aplicações e aborde problemas matemáticos com segurança”. Nesse sentido é preciso que a disciplina de Matemática se preocupe com outras formas de ensinar e se utilize de tendências metodológicas que facilitem essa apropriação do conhecimento e garanta o ensino e aprendizagem.

1.2 – O ensino de Geometria

Nas Diretrizes Curriculares, o conteúdo estruturante Geometrias, é desdobrado nos conteúdos básicos de geometria plana, espacial, analítica e noções básicas de geometria não euclidiana. Esta última não acontece na maioria das escolas, possivelmente pela dificuldade de conhecimento e/ou aprofundamento de estudos por parte dos professores, e ausência de livros didáticos que abordem o assunto.

Segundo Paraná,

Para abordar os conceitos elementares da geometria hiperbólica, uma possibilidade é através do postulado de Lobachevsky (partindo do conceito de pseudo-esfera, pontos ideais, triângulo hiperbólico e a soma de seus ângulos internos). Já na apresentação da geometria elíptica, fundamentá-la através do seu desenvolvimento histórico e abordar: postulado de Riemann; curva na superfície esférica e discutir o conceito de geodésia; círculos máximos e círculos menores; distância na superfície esférica; ângulo esférico; triângulo esférico e a soma das medidas de seus ângulos internos; classificação dos triângulos esféricos quanto à medida dos lados e dos ângulos; os conceitos referentes à superfície da Terra: polos, equador, meridianos, paralelos e as direções de movimento. (PARANÁ, 2008, p.57)

Cada uma das expectativas de aprendizagem apresentadas no Caderno de Expectativas (PARANÁ, 2012), tem como parâmetro os Conteúdos Básicos apontados nas Diretrizes Curriculares, e cita o trabalho de Geometria nos anos iniciais, de forma que se estabeleça com clareza e intencionalidade o que o aluno deverá aprender.

Apresenta ainda, que os conteúdos devem ter relevância social e cultural, promovam a formação intelectual e potencialidades para a construção de habilidades comuns, façam conexões interdisciplinares e contextualizadas, e ainda sejam acessíveis e adequadas para cada faixa etária.

Para o ensino de Geometria, no Ensino Fundamental, espera-se que o aluno:

Compreenda o conceito de espaço geométrico (bi e tridimensional); compreenda os conceitos de ponto, reta e plano; conceitue e diferencie o círculo e a circunferência; reconheça o Sistema de Coordenadas Cartesianas; localize e interprete pares ordenados no plano cartesiano; transforme medidas de um ângulo em graus e seus submúltiplos; efetue operações com medidas de ângulos; compreenda os conceitos de volume e capacidade; compreenda conceitos básicos de geometria projetiva. (PARANÁ, 2012, p. 87)

1.3 – O ensino de Geografia

O ensino de Geografia, segundo as Diretrizes Curriculares da Educação básica tem por finalidade trabalhar o conhecimento prévio dos alunos e sistematizá-lo, levando em consideração o pensar geográfico e a análise da natureza com o meio e suas relações. Deve ser um ensino que leve o aluno a compreender de forma mais ampla a realidade e permita que nela interfira por meio de conceitos e procedimentos básicos do conhecimento geográfico, que

vai além do saber se localizar no espaço, mas também analisar, sentir e formar a consciência espacial.

Para o ensino de Geografia, consta nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica, que

[...] o conhecimento que identifica uma ciência e uma disciplina escolar é histórico, não é estanque, nem está cristalizado, o que caracteriza a natureza dinâmica e processual de todo e qualquer currículo, ou seja, a disciplina escolar deve incorporar os conteúdos de forma que possibilite pesquisas científicas e debates sobre questões emergentes. (PARANÁ, 2008, p.26)

Segundo Sacristán,

[...] A reflexão sobre a justificativa dos conteúdos é para os professores um motivo exemplar para entender o papel que a escolaridade em geral cumpre num determinado momento e, mais especificamente, a função do nível ou especialidade escolar na qual trabalham. O que se ensina, sugere-se ou se obriga a aprender expressa valores e funções que a escola difunde num contexto social e histórico concreto (SACRISTÁN, 2000, p. 150).

O Caderno de Expectativas fortalece a Geografia Crítica como linha teórica e o espaço geográfico como objeto de estudo, de forma a nortear a abordagem dos conteúdos e possibilitar o entendimento da linguagem cartográfica dos conteúdos geográficos.

1.4 - Matemática e Geografia

Uma das propostas de ensino hoje é trabalhar com conteúdos articulados e que apresentem aplicações práticas. Um professor preocupado com um ensino nesta linha e que deseja que seu aluno aprenda, recorre a mecanismos que promovam aulas mais interessantes e motivadoras.

Demo diz que

[...] quando nada existe, deve entrar o professor com motivação ininterrupta da pesquisa, multiplicando para o aluno oportunidades de praticar a busca de materiais que ele mesmo procura e traz. (DEMO, 2002, p.22)

Por meio das possibilidades pedagógicas relacionadas à Matemática e Geografia, pretende-se oferecer reflexões, subsídios, para que o aluno compreenda realmente as situações matemáticas de sala de aula, sugerindo atividades que auxiliem na melhor compreensão quanto aos temas: coordenadas cartesianas e as coordenadas geográficas, escala, localização no plano e no espaço, o globo terrestre como modelo de uma esfera e seus principais elementos, de forma a dar maior significado ao conhecimento, ou seja, que os alunos se envolvam com algo mais atrativo e interessante, sem esquecer-se dos conhecimentos matemáticos a serem compreendidos.

Assim como em todas as disciplinas, ensina-se Geografia a partir do concreto ao tratar de lugares, espaços, leituras de mapas (trajetos, local). Logo, o professor deve ter como pressuposto alfabetizar geograficamente o aluno para que aprenda a ler, compreender, criar seus próprios mapas e representações espaciais do meio em que está inserido. Deve considerar ainda, nessa leitura, as habilidades matemáticas dos cálculos que estão inseridas e interligadas, satisfazendo as demandas do dia-a-dia.

A Matemática e a Geografia são disciplinas que permitem a interdisciplinaridade à medida que seus conteúdos são colocados em correspondência, conforme Tabela 1, de forma a suprir problemas e questões que não seriam respondidas por uma única disciplina. No decorrer do trabalho as devidas definições postas na Tabela 1 serão apresentadas.

Tabela 1 - Correspondência entre os conteúdos de Matemática e Geografia

MATEMÁTICA	GEOGRAFIA
ESFERA	GLOBO TERRESTRE
COORDENADAS CARTESIANAS	COORDENADAS GEOGRÁFICAS
NÚMEROS INTEIROS	FUSOS HORÁRIOS
CIRCUNFERÊNCIA MÁXIMA	LINHA DO EQUADOR
DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS (ARCO)	GEODÉSICAS

Fonte: Autores

De acordo com Paraná,

Desse modo, explicita-se que as disciplinas escolares não são herméticas, fechadas em si, mas, a partir de suas especialidades, chamam umas às outras e, em conjunto, ampliam a abordagem dos conteúdos de modo que se busque, cada vez mais, a totalidade, numa prática pedagógica que leve em conta as dimensões científica, filosófica e artística do conhecimento. (PARANÁ, 2008, p. 27)

Considerando esse ponto de vista, ao chamar uma à outra disciplina está se trabalhando a interdisciplinaridade e não simplesmente reduzindo a uma readequação curricular, mas sim a uma abordagem conceitual e teórica, onde as diferentes disciplinas entrelacem os conhecimentos e levem a uma compreensão maior do conteúdo.

CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO METODOLÓGICA

Neste capítulo serão apresentadas as ideias que fundamentam a proposta, procurando ressaltar a visão de alguns autores sobre a interdisciplinaridade como Morin, Barbosa e Ramos, que contribuirão para a apresentação do objeto de estudo, como ferramenta que auxilie o professor na transmissão dos conteúdos, além de contribuir para o aprendizado contínuo, aliando teoria e prática, e sua ligação com as disciplinas de matemática e geografia.

2.1– Interdisciplinaridade

Percebe-se ainda hoje que as escolas não cumprem seu papel social de forma que nossos alunos sejam capazes de agir e modificar o conhecimento, para a resolução de problemas do seu cotidiano. Para que não haja a fragmentação e isolamento dos conteúdos destaca-se a importância da interdisciplinaridade.

Segundo Morin,

Para articular e organizar os conhecimentos e assim reconhecer e conhecer os problemas do mundo é necessário a reforma do pensamento. Entretanto, esta reforma é paradigmática e, não, programática: é a questão fundamental da educação, já que se refere à nossa aptidão para organizar o conhecimento. A esse problema universal confronta-se a educação do futuro pois existe inadequação cada vez mais ampla, profunda e grave entre, de um lado, os saberes desunidos, divididos, compartimentados e, de outro, as realidades ou problemas cada vez mais multidisciplinares, transversais, multidimensionais, transnacionais, globais e planetários. ¹(MORIN, 2006, p.36)

Machado (2005) discute a concepção do conhecimento através de temas que devem ser percorridos linearmente, saindo do mais simples para o mais complexo, como teias de significação e a visualização de um trabalho interdisciplinar.

Segundo Barbosa (2007), entende-se por interdisciplinaridade a integração do conhecimento de várias disciplinas para compreender o processo de aprender. Essa visão interdisciplinar, muitas vezes chega às escolas em forma de projetos, onde as disciplinas se encontram e fazem

¹ Disponível em <<http://dionisioburak.com.br/IN%25C3%258DCIO.html>>. Acesso em: 11.fev.2013.

seus planejamentos a partir de um mesmo tema, levando os alunos a relacionar os conteúdos e dar significado aos mesmos.

A interdisciplinaridade está ligada à contextualização, e permite a articulação dos limites que vão além das disciplinas. De acordo com Ramos tem-se:

Sob algumas abordagens, a contextualização, na pedagogia, é compreendida como a inserção do conhecimento disciplinar em uma realidade plena de vivências, buscando o enraizamento de conhecimento explícito na dimensão do conhecimento tácito. Tal enraizamento seria possível por meio do aproveitamento e da incorporação de relações vivenciadas e valorizadas nas quais os significados se originam, ou seja, na trama de relações em que a realidade é tecida (RAMOS, 2004, p.01)

O professor deve, no entanto tomar o cuidado em não empobrecer a construção do conhecimento ao utilizar a contextualização, e sim aprimorar o ensino da Matemática e sua articulação com as demais disciplinas tais como a Biologia, Física, Química e Geografia, fazendo com que seus conteúdos se completem e atribuam significados práticos.

O termo interdisciplinaridade começou a ser abordado no Brasil a partir da Lei de Diretrizes e Bases Nº 5692/71 e reforçado pela Lei Nº 9394/96. Corresponde ao processo de relação entre os saberes, a partir de uma disciplina ou de um tema, tendo como característica básica a pesquisa, procurando dar resposta ao conteúdo estudado através de conceitos e instrumentos de outras disciplinas, de forma que o conhecimento se processe a partir dessa interação entre professor e aluno.

Nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, a partir de estudos datados de 2006, deu abertura para o tema como forma de superar a fragmentação dos conteúdos tratados em sala de aula, possibilitando um saber crítico-reflexivo, que valorize ainda mais o ensino e aprendizagem.

As relações interdisciplinares se estabelecem quando,

- conceitos, teorias ou práticas de uma disciplina são chamados à discussão e auxiliam a compreensão de um recorte de conteúdo qualquer de outra disciplina;
- Ao tratar o objeto de estudo de uma disciplina, buscam-se nos quadros conceituais de outras disciplinas referenciais teóricos que possibilitam uma abordagem mais abrangente desse objeto. (PARANÁ, 2008, p.27)

De acordo com Libâneo (1994), o processo de ensino se caracteriza pela combinação de atividades do professor e dos alunos, ou seja, de forma que se permita a troca de conhecimentos e os alunos atinjam suas potencialidades e garantam o desenvolvimento de suas habilidades. Assim, a interdisciplinaridade só será eficaz se houver mudança de atitudes em busca da construção de um conhecimento mais global, rompendo com os limites impostos pelas disciplinas, deixando o compartimento do conhecimento.

Nessa perspectiva, cabe ao professor ir além dos conhecimentos descritos nos livros didáticos, nas Diretrizes Curriculares, Cadernos de Expectativas, fazendo uso de metodologias adequadas que permitam aos alunos maior compreensão da realidade, podendo dessa forma fazer uso delas em diferentes contextos.

Para Santos (2007), a interdisciplinaridade favorece a integração entre conhecimentos gerais e específicos, visto que estimula a seleção e organização dos conteúdos definindo metodologias de ensino e aprendizagem inovadoras.

É preciso uma dependência na construção de um ambiente interdisciplinar, um envolvimento que garanta processo de mudança, pois,

A metodologia interdisciplinar parte de uma liberdade científica, alicerça-se no diálogo e na colaboração, funda-se no desejo de inovar, de criar, de ir além e exercitar-se na arte de pesquisar. (FAZENDA, 1995, p.69)

A falta de interação nas aulas e as dificuldades apresentadas estão veiculadas à inexistência da interdisciplinaridade na escola, com um ensino fragmentado. Entende-se que não se pode mudar a metodologia de uma hora para outra, porém é possível que haja mudanças. Nesta abordagem é importante ressaltar o papel da escola numa visão global nos diferentes aspectos tanto cultural, quanto biológico e psicológico.

CAPÍTULO 3 – CONCEITOS MATEMÁTICOS E GEOGRAFIA

O ensino de matemática pode contribuir para estreitar as relações entre o mundo e a escola. Para fazer essa relação o caminho mais seguro é ter uma situação real que se caracterize como base. Existem conceitos básicos da matemática que aparecem na geografia e que muitas vezes os professores não percebem que se as disciplinas forem interligadas é possível um trabalho mais significativo. Tais conceitos básicos são: coordenadas, localização de um ponto, ângulo, distâncias entre pontos, entre outros. Eles estão presentes quando se estuda a Geometria não Euclidiana, sendo esta pouco trabalhada pelos professores, devido ao fato de não encontrarem material e não terem conhecimento suficiente de como ensiná-la aos seus alunos. Dessa forma, faz-se um breve estudo dessa geometria para introdução do tema.

3.1- Geometria não Euclidiana

Interpretar a superfície terrestre sobre uma superfície plana não é um problema apenas matemático, mas sim filosófico, geográfico e cultural, visto que grande parte dos mapas visou atender às mais diversas necessidades humanas, e tem atraído invenções das mais variadas formas ao longo destes dois milênios.

Assim como as Ciências, a Geometria nasceu da necessidade e das observações do homem, bem como os conhecimentos geométricos começaram a serem utilizados muitos séculos antes de Cristo. No Egito, por exemplo, as cheias do rio Nilo destruíam as cercas que demarcavam os campos de plantação. Quando voltavam ao normal, os escribas egípcios dividiam novamente as terras, baseando-se em registros feitos antes das cheias. Foi a partir desses procedimentos que surgiu a Geometria Experimental e que deu origem ao significado da palavra: geo-terra, metria-medida, ou seja, Geometria é a medida da terra.

Os primeiros escritos sobre a obra Elementos de Euclides datam de 300 anos antes da era Cristã, onde estão sintetizados os principais axiomas, termos primitivos, postulados e teoremas, os quais são utilizados nas aulas de Matemática até hoje. Por mais de 2000 anos os postulados foram aceitos, porém o seu quinto postulado gerou muitas discussões, dúvidas, resistindo a todo tipo de demonstrações.

O quinto postulado diz:

“Se uma reta, interceptando duas outras, forma ângulos internos de um mesmo lado cuja soma é menor que dois retos, então estas duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram naquele lado cuja soma dos ângulos internos é menor que dois retos.”

Foram muitos os matemáticos que tentaram elucidar o postulado: Ptolomeu I, Proclus, padre Jesuíta Girolamo Saccheri, nos séculos XVI –XVIII. Porém, no século XIX Carl Friedrich Gauss, um dos maiores matemáticos, desenvolveu uma nova geometria, e escreveu:

"Estou cada vez mais convencido de que a necessidade da nossa geometria (euclidiana) não pode ser demonstrada, pelo menos não pela razão humana, nem por culpa dela. Talvez, numa outra vida, consigamos obter a intuição sobre a natureza do espaço que, no presente, é inatingível."²

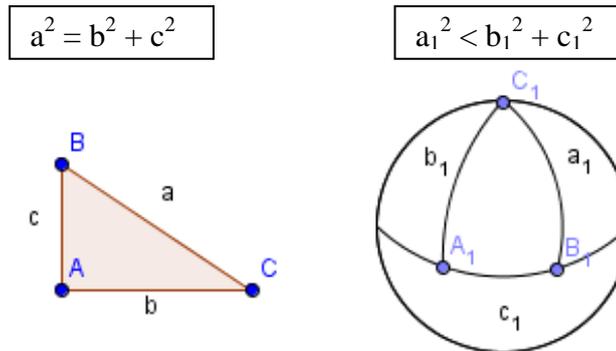
Seguido por outros como Bolyai, Lobachevski e Riemann, chegaram ao que denominaram de geometria dos espaços curvos:

- Janos Bolyai (1802 - 1860) admite a negação do postulado do paralelismo de Euclides como hipótese não absurda,
- Nicolai Lobachewski (1792 - 1856) publica em 1829 a sua versão da geometria não euclidiana, hoje chamada de Geometria Hiperbólica, por um ponto exterior a uma reta, podemos traçar uma infinidade de paralelas a esta reta.
- Georg Riemann, em 1851, expõe um modelo de visualização que trata da superfície esférica, pretendendo sua admissão como professor na Universidade de Gottingen. Nele as retas são círculos máximos da superfície, tornando a geometria mais infinita, embora se saiba que um círculo máximo tenha comprimento fixo, na geometria elíptica.

A aplicabilidade da geometria de Riemann depende de uma propriedade do espaço denominada curvatura. Se a curvatura for diferente de zero utiliza-se a geometria de Riemann, mas sendo igual a zero temos um espaço plano e utiliza-se a geometria euclidiana. A sua verificação se determina pela relação num triângulo pitagórico.

² Princípio de Cavalieri- mistério. Disponível em <<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/debaser/singlefile.php?id=22600>>. Acesso em 4.dez.2012.

Figura 1 - Triângulo Retângulo e Triângulo Esférico



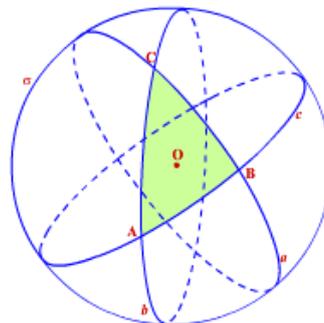
Fonte: Autores

O modelo da Geometria de Riemann concebe a superfície de uma esfera como sendo um plano e pontos como posições pertencentes a esse plano. Nele faz-se uma correspondência entre o plano e a superfície esférica, entre as retas e as geodésicas. Para ele, “reta” é uma circunferência máxima sobre a esfera.

Para melhor entender as relações acima, nessa geometria destaca-se que:

- O plano é uma superfície bidimensional de uma esfera;
- Nessa superfície as linhas retas são circunferências;
- As distâncias entre dois pontos na superfície esférica são denominadas de geodésica;
- Duas quaisquer dessas circunferências máximas cortam-se em dois pontos e não existem paralelas, formando dois grandes círculos que se cruzam;
- Todas as retas, que são os círculos máximos, se interceptam sendo a soma dos ângulos superior a 180° .

Figura 2 – Linhas geodésicas da Geometria de Riemann



Fonte: www.isit100.fe.it. Acesso em 29/06/2013

Tanto a geometria de Lobachewski quanto de Riemann é conhecida como geometria não euclidiana, o que permitiu um avanço para as ciências exatas, entre elas a Teoria da Relatividade de Einstein, e que confirma que no quinto postulado é que diferem as duas geometrias: euclidiana e não euclidiana. A Figura 2 mostra que a noção de linhas paralelas dada pelo 5º postulado de Euclides não tem sentido algum, pois qualquer circunferência máxima que passa pelo ponto C, não situado na circunferência máxima que contém os pontos A e B, necessariamente irá intersectar em dois pontos.

A Geometria Plana tem como suporte o plano bidimensional onde por dois pontos passa uma única reta. Já na Geometria Esférica, o plano é tridimensional e o globo é a única representação geográfica que não sofre distorção, sendo a superfície esférica o seu plano. Algumas aplicações práticas são viagens de longa distância, espaciais ou de avião, em navegação de longo curso e na utilização do GPS, onde a curvatura da Terra não pode ser desprezada.

Como a Geometria Esférica não faz parte dos conteúdos no Ensino Fundamental pelo seu grau de complexidade, os alunos então apenas tem contato com as geometrias plana e espacial. No entanto, ao estudar o globo terrestre na disciplina de Geografia, aparecem os conceitos de plano, reta, ângulo sobre essa superfície esférica e também em seu interior, sendo necessário aprofundar os conhecimentos matemáticos na compreensão dos elementos do globo terrestre.

Do ponto de vista interdisciplinar, o estudo da esfera e seus elementos permite uma associação com o globo, podendo-se fazer relações entre as disciplinas de Matemática e da Geografia.

Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná (2008, p. 57) “[...] as abordagens das Geometrias: fractal, hiperbólica e elíptica não se encerram, unicamente, nos conteúdos aqui elencados”. O professor tem total liberdade para aplicar outras abordagens contanto que explore conceitos básicos e fundamentais para ampliar o conhecimento dos alunos e formar seu pensamento geométrico.

Como esse trabalho trata, entre outros temas, da Geometria não euclidiana, na sua forma mais elementar, especificamente a geometria esférica, serão utilizados recursos técnico-pedagógicos que promovam aos alunos:

- Percepção da necessidade da Geometria não euclidiana para compreensão de conceitos geométricos analisados em superfícies não planas;
- O estudo dessa geometria para o avanço das teorias científicas;
- Conhecimento dos conceitos básicos da geometria esférica.

Procurando superar as dificuldades sobre a existência de pouco material a respeito do assunto nos livros didáticos é que se concebeu um trabalho interdisciplinar com a matemática e a geografia.

Para Caldato (2011),

Um dos conteúdos que provavelmente vai ser deixado de ensinar é a geometria não euclidiana, porque falta formação para o professor e o professor não se sente seguro para trabalhar esse conteúdo, falta tempo para o professor trabalhar todos os conteúdos indicados pelas DCE e falta material que auxilie o professor a trabalhar esse conteúdo, porque grande parte dos livros didáticos não contempla as geometrias não euclidianas. E com certeza, se o professor precisar fazer uma seleção dentro de um rol de conteúdos, considerando o que ele pensa ser importante para trabalhar com seu aluno, a geometria não euclidiana vai ser um conhecimento deixado de lado. (CALDATTO 2011, p. 239)

Perante os pontos levantados, acredita-se que não se pode limitar o pensamento do homem quando se tem situações que a geometria euclidiana não explica, mas que a geometria esférica pode responder através de atividades que mostrem a relação matemática-geografia e a contextualização de conteúdos que permita uma aprendizagem motivadora articulada ao objeto de estudo e a realidade.

3.2- O Globo Terrestre e a Esfera

O globo terrestre é um instrumento que representa nosso planeta, que em Matemática chama-se esfera, pois é a forma mais próxima de representação da Terra, tanto no formato quanto nos cálculos matemáticos feitos.

O primeiro globo terrestre foi construído no século XIV, pelo cosmólogo Martin Behaim (1459-1507), com a colaboração do pintor Georg Albrcht Glockenthon, entre 1491 e 1493, na cidade de Nuremberga. Possuía 50 cm de diâmetro, o equador, um meridiano, os trópicos e as terras exploradas antes do descobrimento das Américas; foi chamado de “Erdapfel”, que significa “maçã do mundo”. Mesmo para os conhecimentos da época, ele cometeu diversos erros geográficos. O continente americano, por exemplo, embora já tivesse uma parte da costa oriental da América do Norte conhecida, não foi colocado. Sua obra também é chamada de Globo de Nuremberg³.

Figura 3 - Globo de Behaim

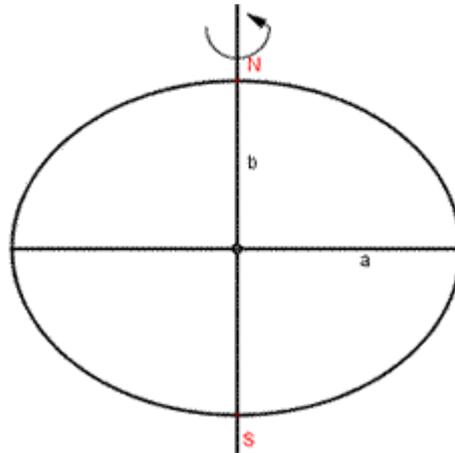


Fonte <http://sio.midco.net/dansmapstamps/behaim.htm>. Acesso em: 16/04/2013

A Terra é redonda, mas não uma esfera perfeita, uma vez que é achatada nos polos. Suas linhas recebem o nome de geodésicas, e nosso planeta é um esferóide pela diferença dos raios comparados nos polos e na linha do equador (são de 6357km e 6378km, respectivamente).

³ Retirada do Guia dos Curiosos. Disponível em <http://www.guiadoscuriosos.com.br/categorias/4058/1/globo-terrestre.html>. Acesso em 25.mai.2013.

Figura 4- Elipse



Fonte: www6.ufrgs.br. Acesso em 29/06/2013

A razão $e = (a - b)/b$ chama-se achatamento da Terra. A tabela seguinte mostra valores dos semieixos a e b e do correspondente achatamento da Terra, obtidos por alguns pesquisadores.

Tabela 2 - Achatamento da Terra segundo alguns pesquisadores

	<i>a (metros)</i>	<i>b(metros)</i>	<i>E</i>
Bessel (1841)	6 377 397	6 356 078	0,0033541
Clarke (1880)	6 378 249	6 356 515	0,0034191
Helmert (1906)	6 378 200	6 356 940	0,0033443
Hayford (1924)	6 378 388	6 356 911	0,0033785
Krassovski (1940)	6 378 245	6 356 863	0,0033636

Fonte: www.ime.unicamp.br/~eliane/ma241/trabalhos/globo.pdf>. Acesso em 5/02/2013

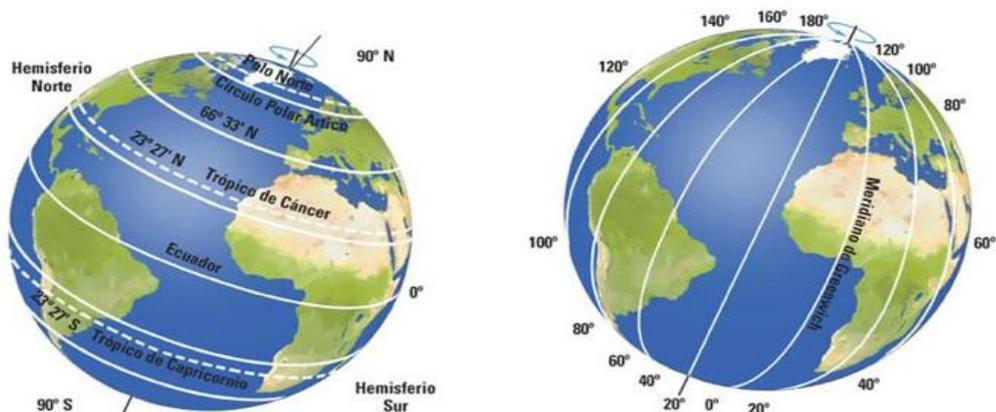
Por ser o valor dessa razão tão pequeno, para efeitos de aplicações didáticas, o achatamento da Terra é desprezível e pode-se utilizar uma esfera para representá-la, a qual é denominada na Geografia como globo terrestre.

A partir do globo terrestre alguns elementos estão presentes no estudo da esfera, denominados na Geografia por meridianos e paralelos, que são definidos por:

- Paralelos são as secções da superfície terrestre através de planos paralelos (ou coincidentes) ao plano do Equador. São então circunferências. Os paralelos notáveis são: o Equador, o Trópico de Câncer, o Trópico de Capricórnio, o Círculo Polar Ártico, o Círculo Polar Antártico.

- Meridianos são semicircunferências que ligam os Polos Norte e Sul por meio de arcos máximos, isto é, arcos contidos em circunferências máximas que passam pelos polos. Por convenção, em 1884, na cidade de Washington, escolheu-se o Meridiano de Greenwich como meridiano principal, dividindo o planeta nos hemisférios Leste e Oeste, com o intuito de estabelecer as horas e datas no mundo todo. A escolha se deu porque na cidade de Greenwich, cidade do distrito de Londres, estava o Observatório Astronômico Real.

Figura 5 – Linhas imaginárias para localização no globo

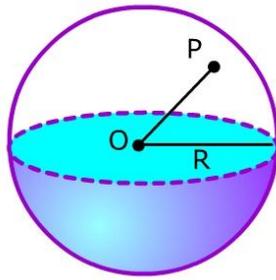


Fonte: www.grupoescolar.com. Acesso em 08/06/2013

Para determinar a latitude, o referencial é o paralelo 0° , o Equador; e para se determinar a longitude o referencial é o Meridiano de Greenwich.

3.3 - Noções básicas da Geometria Esférica

O estudo que será feito pretende mostrar aos alunos a existência de outras geometrias e a ligação entre os conceitos geográficos do ponto de vista da matemática, promovendo assim maior compreensão e aprendizagem. Algumas noções básicas elementares dessa geometria serão abordadas, de forma a se constituir nosso planeta semelhante a uma esfera.

Figura 6 – Esfera

Fonte: portaldoprofessor.mec.gov.br.

Acesso em 29/06/2013

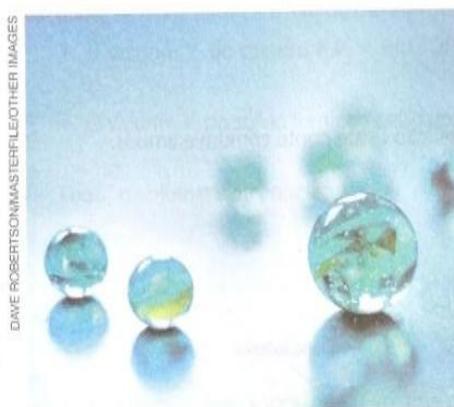
Figura 7 - Globo Terrestre

Fonte: esic.onossomundo.blogspot.com.

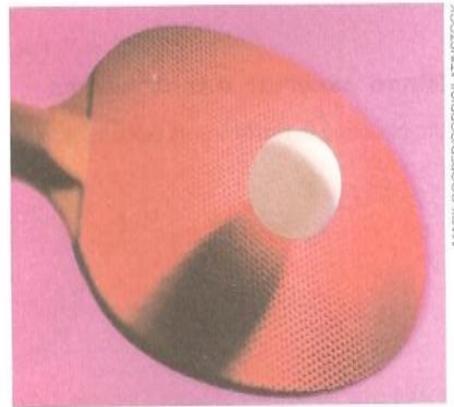
Acesso em 29/06/2013

Para a compreensão da sequência de atividades que serão propostas são necessárias algumas definições: superfície esférica, circunferência máxima, distância entre dois pontos na superfície esférica, arco de circunferência.

- Superfície esférica é o lugar geométrico dos pontos do espaço que estão a uma mesma distância de certo ponto: o centro O. Exemplos de superfície esférica: bolas de futebol, bola de basquetebol e bola de tênis.
- Esfera é o lugar geométrico dos pontos do espaço pertencentes à superfície esférica e ao seu interior. Temos como exemplos de esfera: bola de bilhar, bola de golfe, bola de boliche.

Figura 8 - Exemplos de esfera e superfície esférica

Uma bolinha de gude é maciça, sugerindo a ideia de esfera.

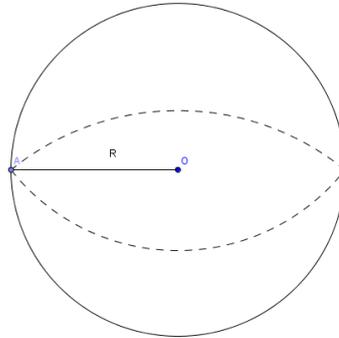


Uma bolinha de pingue-pongue é oca, sugerindo a ideia de superfície esférica.

Fonte: <http://loadinginformations.blogspot.com.br/2012/09/esfera.html>. Acesso em 10/02/2013

- O segmento que une o centro O a um ponto qualquer A da superfície esférica é chamado de raio r cuja notação é: $r = OA$

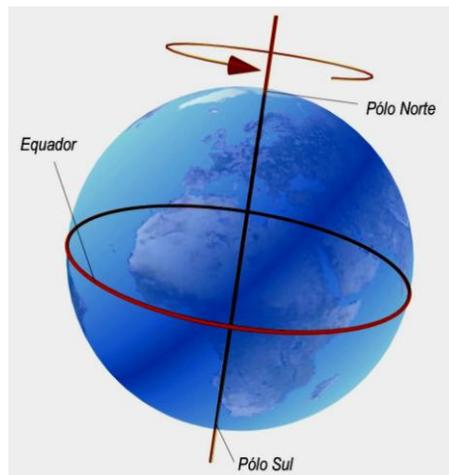
Figura 9 – Esfera e seus elementos



Fonte: Autores

- Distância entre dois pontos na superfície esférica é a medida de seu arco em radianos.
- Circunferência máxima é a intersecção da superfície esférica com um plano passando pelo centro da superfície esférica. Por exemplo, a linha do Equador é um ponto de referência e uma circunferência máxima.

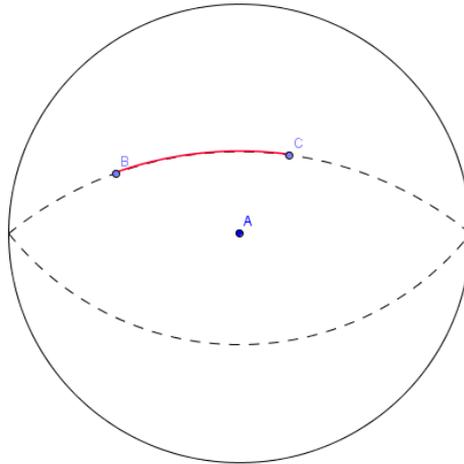
Figura 10 – Linha do Equador e polos



Fonte: www.alexandremedeirosfisicaastronomia.blogspot.com. Acesso em 03/06/2013

- Arco de circunferência é a distância entre dois pontos B e C situados sobre uma circunferência máxima, sendo sua medida proporcional à medida do ângulo central.

Figura 11 - Os pontos B e C dividem a reta em dois arcos



Fonte: Autores

- Globo Terrestre é a representação em miniatura do planeta Terra.

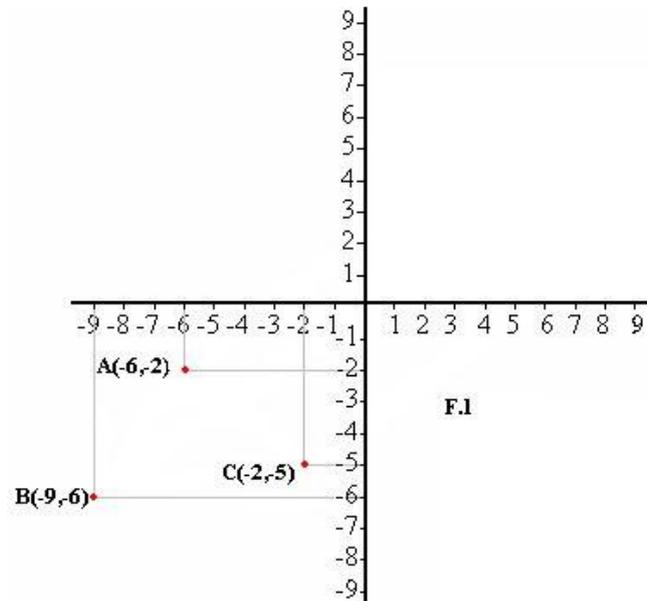
Figura 12 - Globo Terrestre



Fonte: www.deverdeclasse.org. Acesso em 03/06/2013

- O sistema de coordenadas cartesianas é formado por dois eixos perpendiculares que se cruzam num ponto denominado origem, onde um ponto qualquer é representado pelo par ordenado $P(x,y)$.

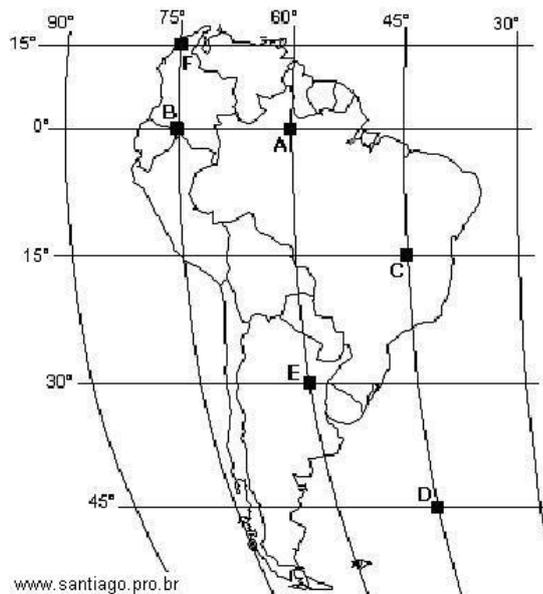
Figura 13 - Pontos representados no eixo de coordenadas cartesianas



Fonte: www.aulafacil.com Acesso em 25/06/13

- Coordenadas geográficas são linhas imaginárias que cobrem todo o globo e servem para a localização geográfica de qualquer ponto sobre ele colocado. Para localizar um ponto, precisamos de um mapa, onde traçamos os paralelos e meridianos que tornam mais precisa a localização deste ponto.

Figura 14 – Paralelos e meridianos

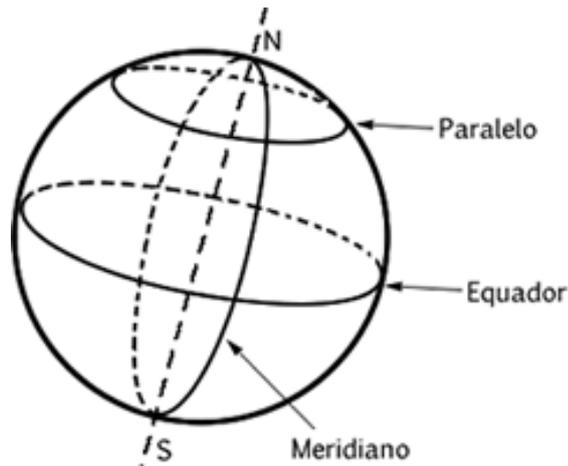


Fonte: www.geoterra.hd1.com.br Acesso em 02/06/2013

Na esfera têm-se ainda os elementos polo, meridiano, paralelo e equador.

- Polo é considerado pela Geografia, como uma região do planeta Terra.
- Paralelo, meridiano, equador são linhas imaginárias traçadas pela superfície do planeta.

Figura 15 - Globo Terrestre que representa a Terra como uma esfera



Fonte: www6.ufrgs.br. Acesso em 30/04/2013

Tem-se as seguintes nomenclaturas:

- O polo Norte é representado pela letra **N** e o polo Sul pela letra **S**.
- A reta determinada por **NS** é chamada eixo polar, na qual a Terra realiza seu movimento de rotação.
- O plano que passa pelo centro da superfície esférica e é perpendicular ao eixo polar é o plano do Equador.
- Os paralelos são as circunferências paralelas ao Equador e tem tamanhos cada vez menores, à medida que se aproxima dos polos.
- Os meridianos, ao contrário dos paralelos, não são circunferências e sim arcos com medidas de 180°

O par de coordenadas representam ângulos medidos do centro da Terra. Seus valores são expressos em graus, minutos e segundos de grau. Normalmente primeiro mede-se a latitude e depois a longitude. Como exemplo, têm-se as coordenadas de Conselheiro Mairinck-Pr: 23° 37' 47" S, 50° 10' 07" O.

Figura 16 - Localização de Conselheiro Mairinck no Brasil



Fonte: www.pt.wikipedia.org. Acesso em 02/06/2013

Para a conversão dos valores da latitude e da longitude na forma decimal devemos lembrar que um grau equivale a sessenta (60) minutos. Então se divide os minutos por 60. Para os segundos divide-se por 3600, pois um minuto corresponde a 60 segundos. Na prática teremos:

- $23^{\circ} 37' 47'' = 23 + 37/60 + 47/3600 = 23 + 0,61666 + 0,0130555$
- $50^{\circ} 10' 7'' = 50 + 10/60 + 7/3600 = 50 + 0,16666 + 0,0019444$

O sinal que vem acompanhado da representação decimal da latitude significa o hemisfério em que o ponto está localizado e o da longitude mostra de que lado está do meridiano. No caso temos:

- Latitude -23,6297, a cidade considerada se encontra no Hemisfério Sul.
- Longitude -50,1686, a cidade se encontra a Oeste do Meridiano de Greenwich.

Figura 17 - A longitude varia de 0º a 180º de Leste a Oeste, a partir do meridiano de Greenwich

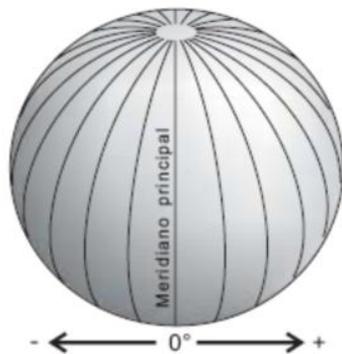


Figura 18- A latitude varia de 0º a 90º em direção Norte e Sul



Fonte: http://www.uff.br/geoden/index_arquivos/geodef_coordenadas_geo.htm. Acesso em 30/04/2013

3.4 – A esfericidade da Terra

Estudos mostram que os povos antigos, pescadores e, principalmente os navegadores dependiam de saber a direção, a dinâmica dos ventos, o movimento das marés para sua subsistência, e usavam o céu como mapa, calendário e relógio. É possível que os homens tenham criado a forma esférica a partir da observação e do estudo dos corpos celestes, como o Sol e a Lua ou da verificação de fenômenos como a sombra da Terra projetada sobre a Lua.⁴

Com o tempo se desenvolveu a esfericidade da Terra, método de como calcular o seu diâmetro, a latitude e a elaboração de mapas. Tales de Mileto foi quem introduziu na Grécia os fundamentos da geometria e da astronomia; convencido da curvatura da Terra, devido a Lua ser iluminada pelo Sol previu o eclipse solar no ano 584 a.C. Mas foi Pitágoras, filósofo e matemático grego que viveu 500 a.C, um dos primeiros a observar o arredondamento da Terra, dizendo que poderia ser esférica.

Aristóteles observando os astros e estrelas, por volta de 350 a.C, concluiu que a Terra tinha o formato redondo devido a sombra da Terra na Lua ser arredondada. Mas, estudos foram mostrando que se tratava de uma esfera quase perfeita por ser achatada nos polos. Cientistas, na observação do Universo viram que fatos que envolviam grandes distâncias não podiam ser

⁴Disponível em < <http://www.oocities.org/es/christianjqp1/especial/arquimedes/arquimedes1.htm>>. Acesso em 27.mai.2013.

respondidos com os conhecimentos da Geometria Euclidiana, tendo então o aparecimento do que chamamos hoje de Geometria não euclidiana.

Arquimedes, matemático grego, foi considerado um dos maiores gênios de todos os tempos e concebeu métodos para calcular áreas de figuras planas curvilíneas, em especial determinou o modo de calcular a área do círculo e o volume de sólidos não poliédricos, como o da esfera, forma esta que é considerada padrão de equilíbrio e perfeição, como mostra a frase a seguir, creditada a Aristóteles (384-322 a.C.): *“O céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera sendo gerada pela rotação do círculo é de todos os corpos o mais perfeito.”*⁵

Porém, foi Eratóstenes, quem mediu pela primeira vez a circunferência da Terra, há mais de 2000 mil anos, idealizou o sistema de coordenadas geográficas e foi talvez o primeiro a utilizar um globo para representar a Terra.

Eratóstenes viveu de 274 a 204 a.C e foi um dos sábios da escola de Alexandria. Muito estudioso desde jovem já se preocupava com questões da Geografia; era um dos guardiões das cartas geográficas elaboradas pelos oficiais de Alexandre, espécie de bibliotecário da época, ao mesmo tempo em que se dedicava a pesquisas matemáticas relacionadas com essa ciência. Foi notável o cálculo que fez para descobrir a medida da circunferência da Terra.

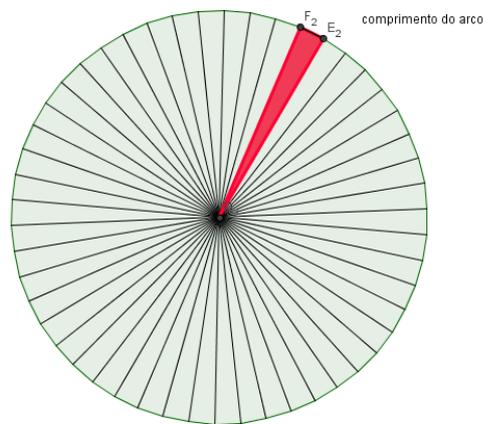
Ele tinha conhecimento de que numa certa época do ano, num terreno plano da cidade de Siena, hoje Assuã, não se produzia sombra, era o vigésimo primeiro dia de junho conforme ouvira de homens que passavam em caravana por Alexandria e exatamente ao meio-dia o sol brilhava dentro de um poço, no sentido totalmente vertical o contrário do que acontecia se uma estaca fosse fincada nas mesmas condições e mesmo horário nas terras de Alexandria. Também sabia que a distância entre as duas cidades era cerca de 800km ao norte de Siena, e que pertenciam ao mesmo meridiano.

Em Alexandria a estaca produzia alguma sombra. Ele sabia que isso acontecia porque a Terra era redonda. Então com seus conhecimentos de ângulo e sombras viu ser possível medir o ângulo do sol pela sombra projetada de objetos.

⁵ Retirado do texto disponível em <http://loadinginformations.blogspot.com.br/2012/09/esfera.html>

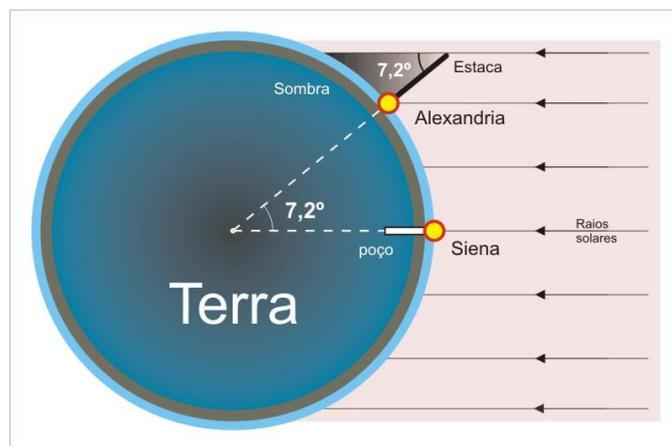
De seus estudos ao organizar a biblioteca de Alexandria, teve a ideia de cortar a terra ao meio, separá-la em frações, pois se soubesse a quantidade de frações iguais e o comprimento do arco de uma dessas frações, bastaria multiplicar o comprimento desse arco pelo número de frações. Para esse feito, Eratóstenes sabia que uma circunferência tinha 360° . Então imaginou um dos pedaços dessa fração, ou seja, um arco da circunferência utilizando a distância entre as duas cidades.

Figura 19 - Terra cortada ao meio e dividida em frações



Fonte: Autores

Figura 20 - Ângulo formado pelos raios do sol entre as cidades de Siena e Alexandria



Fonte: os fundamentosdafisica,blogspot.com. Acesso em 23/05/2013.

Ao medir o ângulo que os raios solares faziam com a vertical em Alexandria encontrou o valor de $7,2^\circ$, concluindo que era igual ao arco de circunferência entre as duas cidades, percebendo que equivalia a 50 vezes menor que uma volta completa ($360^\circ : 7,2^\circ$). Então concluiu que multiplicando 50 por 800km, encontrou o valor aproximado de 40000km, com

raio de aproximadamente 6369,4km. Valor notável para a época, encontrado de forma prática, simples e engenhosa.

Hoje, sabe-se que o raio da Terra varia de 6378km no equador a 6356km nos polos. Uma diferença de menos de 8,57km.

3.5 – Sobre mapas e planos

Um mapa é a representação geométrica plana, simplificada e convencional, do todo ou parte da superfície da terra, segundo uma escala. A elaboração dos mapas é o método de se fazer a correspondência de cada ponto da Terra em coordenadas geográficas, num ponto do mapa representado pelas coordenadas cartesianas. Quando esses pontos são desenhados numa folha de papel provocam deformações, e recebem o nome de projeção.

Os primeiro mapas eram feitos de barro, argila, madeira, esculpidos, pintados ou desenhados em peles de animais e remonta de 4500 anos. Tinha a função de conhecer áreas dominadas, demarcar territórios de caça. Mais que uma ferramenta de orientação e localização, era um importante recurso para a expansão das civilizações.

Figura 21 - Mapa em argila do sec VI a.C.



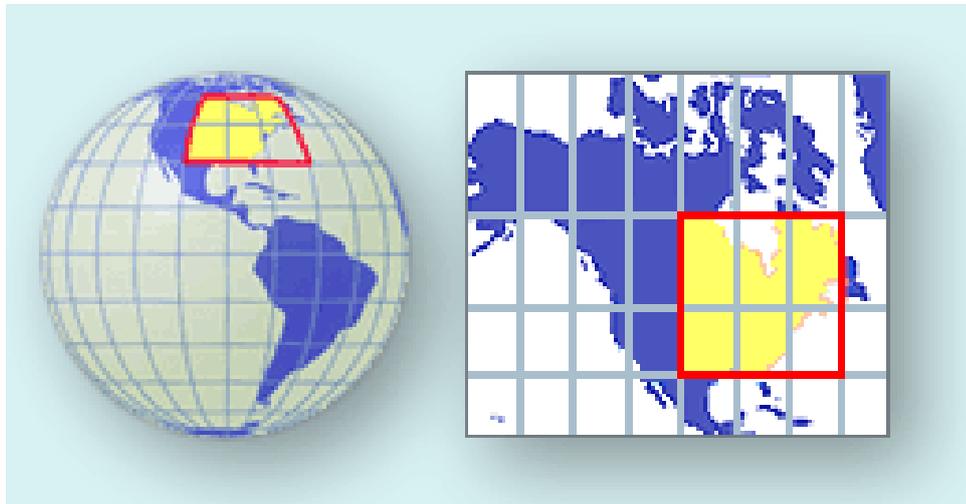
Fonte: iadm.blogspot.com. Acesso em 25/06/2013.

Para cada tipo de informação existe um mapa específico; o guia de turismo, o geógrafo, o publicitário, o historiador, têm um olhar diferente ao identificar, analisar e explicar o que o

mapa pode oferecer. O professor de matemática, ao utilizá-lo nas aulas como modelo matemático, deve saber fazer sua leitura, trabalhar com a escala em que foi desenhado, pois necessita de um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o objeto estudado, considerando a escala, no caso das reduções, ampliações e projeções.

Em função das grandes navegações a confecção de mapas passou a exigir mapas cada vez mais confiáveis e informativos. Neste contexto é que foi criado o mapa que utilizamos hoje, denominado mapa de Mercator.

Figura 22 - Representação de uma porção da Terra no mapa de Mercator

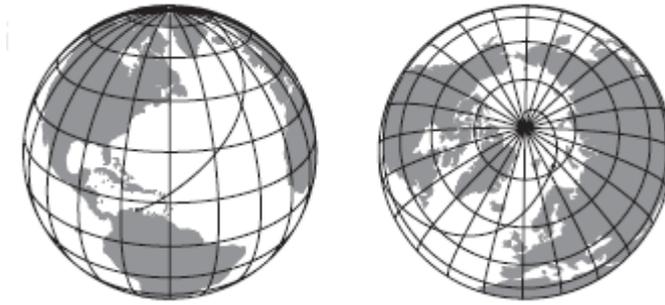


Fonte: www.nationalatlas.gov/articles/mapping/a_projections.html. Acesso em 25/06/2013.

Gerhard Kremmer foi um geógrafo e cartógrafo belga, cujo nome foi latinizado Gerardus Mercator. Foi autor de vários mapas, trabalhou no aperfeiçoamento do mapa de Ptolomeu, mas em 1569 revolucionou a cartografia ao conseguir representar o globo terrestre num retângulo plano e por muitos séculos foi utilizado na navegação pela facilidade de navegar pelas “linhas de rumo”⁶.

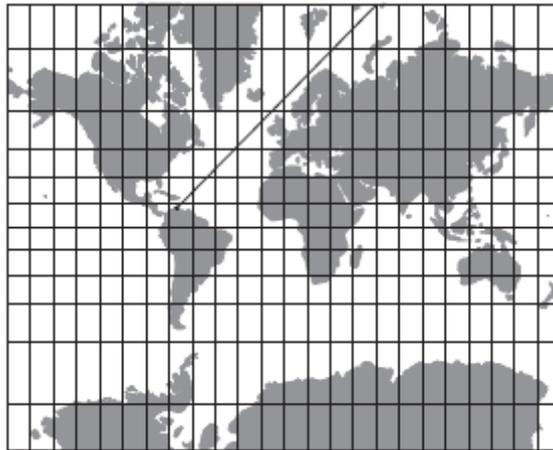
⁶ Linhas de rumo são linhas que fazem ângulo fixo com os meridianos; não é o caminho mais curto entre dois pontos, pois o caminho mais curto é um arco de círculo máximo que passa pelo centro do globo.

Figura 23 - Linha de rumo que inicia na Venezuela e termina no Polo Norte



Fonte: www.matematica.com.br. Acesso em 30/04/2013.

Figura 24 - Mesma linha de rumo no mapa plano de Mercator

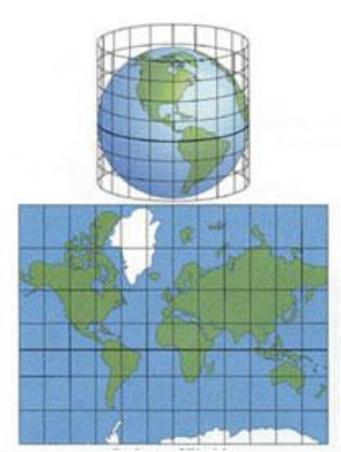
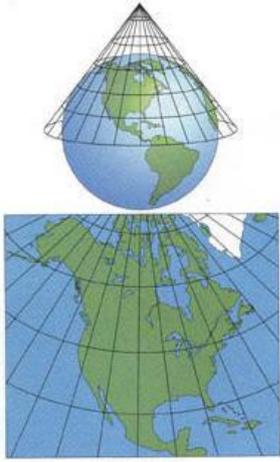
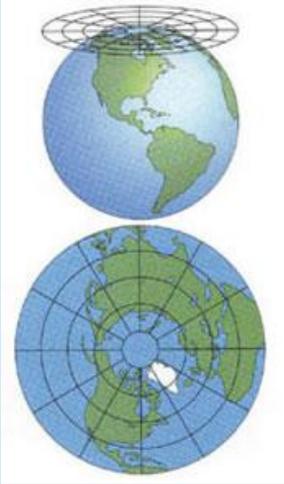


Fonte: www.matematica.com.br. Acesso em 30/04/2013.

Como o globo apresenta algumas limitações como, por exemplo, medir distâncias por serem curvas e a visão geral do planeta, simultaneamente os mapas, como forma de representação plana e reduzida da Terra, podem ser utilizados de forma total ou parcial, mas com todas as características exatas do modelo original. Porém as distorções são inevitáveis, sendo que algumas regiões mantêm a distância correta ao passo que outras não.

A projeção cartográfica é a representação da superfície esférica do globo transposto para a superfície plana do mapa, baseadas em cálculos matemáticos. Essa transposição sempre produz deformação ou das distâncias, ou das formas ou das superfícies. Veja na tabela as diferentes projeções.

Tabela 3 - Projeções Cartográficas

Projeção	Representação
<p>Cilíndrica: normalmente usado nos planisférios. Tem como vantagem o fato de representar toda a Terra num único mapa. No entanto, as regiões perto dos polos ficam mais exageradas e bastante distorcidas. Os paralelos e meridianos são retos, perpendiculares entre si. O plano é um cilindro envolvendo a esfera celeste.</p>	
<p>Cônica: é utilizada para cartografar continentes ou países de latitudes médias, sobretudo os de grande extensão, como o caso do Hemisfério Norte. Os paralelos são círculos concêntricos e os meridianos retos convergem para o polo. O plano é um cone envolvendo a esfera.</p>	
<p>Plana ou Azimutal: é utilizada para cartografar as áreas dos polos e regiões próximas, nas navegações e espaço aéreo. Os paralelos são círculos concêntricos e os meridianos retos irradiam-se do polo, onde o plano tangente ao polo.</p>	

Fonte: www.brasilecola.com. Acesso em 01/07/2013.

A transformação destas superfícies, em particular da esfera e do elipsóide para o plano é feita de três formas fundamentais que são: mapas, plantas ou cartas. Cada uma destas representações abrange áreas distintas em distâncias e direções, e apresentam diferentes precisões de locação e de traçado, e segundo a precisão que se deseja será utilizado o modelo matemático mais apropriado.

Os mapas não têm um caráter técnico, servindo apenas para finalidades ilustrativas ou culturais, e exige emprego de escalas pequenas. Segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas, essas escalas reduzem os tamanhos reais em 1.000.000 de vezes, ou seja, 1:1.000.000, mas não é uma determinante. Por exemplo, pode-se encontrar um mapa do Estado do Paraná na escala 1:600.000.

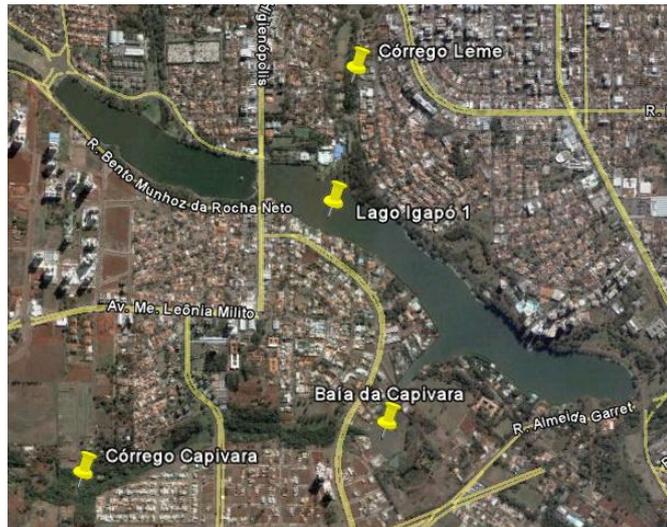
Figura 25 - Mapa do Brasil e suas unidades federativas



Fonte: www.brasilidade.com.br. Acesso em 01/07/2013

Cartas tem aplicação em atividades práticas específicas da atividade humana, como detalhar parte de uma região ou estado, e tradicionalmente empregadas em cartas de navegação (ou cartas náuticas); utilizam escalas médias e grandes, normalmente de 1:10.000 a 1:1.000.000.

Figura 26 - Carta geográfica de Londrina



Fonte: marianaplorenzo.com. Acesso em 01/07/2013

Plantas são casos particulares de cartas, com escalas maiores que 1:10.000, e representam pequenas áreas de cidades, bairros, mas com elevado grau de detalhamento, que podem ser tomadas por planas, onde é desconsiderado a curvatura da terra.

Atualmente, com o avanço das Ciências, tornou-se mais fácil elaborar o mapa de uma região, por meio de fotos aéreas e imagens fornecidas pelos satélites artificiais em órbita da Terra, recebidas por computadores que elaboram os mapas digitais. Esse recurso permite um mapeamento com melhores condições de conhecer o espaço geográfico.

Figura 27 - Satélite artificial



Fonte: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mylinks/viewcat.php?cid=6&min=1020&orderby=titleA&show=10>. Acesso em 01/07/2013

CAPÍTULO 4 – ATIVIDADES PROPOSTAS APLICADAS E SUAS ANÁLISES

Com a finalidade de propor um trabalho interdisciplinar entre a Matemática e Geografia, foram elaboradas atividades a fim de criar significados concretos para os conceitos matemáticos básicos que são utilizados no estudo do globo terrestre e suas projeções.

Os sujeitos envolvidos foram alunos regularmente matriculados nos períodos matutino e vespertino, do 6º ao 9º ano da Escola Estadual Dona Macária – Ensino Fundamental, situada na zona urbana da cidade de Conselheiro Mairinck – Paraná. Participaram também os professores das duas disciplinas aqui contempladas, expondo-se que as atividades faziam parte de uma dissertação de mestrado.

Com relação aos alunos, 51 % são do sexo masculino e 49 % do sexo feminino e as idades variam de 10 a 16 anos. São de família de renda média, onde 25 % são oriundos da zona rural, filhos de agricultores e pecuaristas.

Como as aulas poderiam ser gravadas ou fotografadas, foi exposto o objetivo do projeto junto à direção e alunos, solicitando uma autorização dos mesmos, no caso de ter suas imagens utilizadas. (Anexo A).

A cada etapa os alunos foram levados a desenvolver atividades relacionadas ao tema da Geometria Esférica, partindo da Geometria Plana, com o conceito de coordenadas cartesianas, localizando retas, circunferências, ângulos e triângulos, sabendo articulá-los com as linhas de referência do Globo Terrestre, chegando à projeção cartográfica, mapas, escalas e fusos horários.

As atividades que foram exploradas em sala de aula privilegia a cooperação, dinamismo e interação de todos, priorizando situações que se utiliza da interdisciplinaridade como processo de construção do conhecimento.

No mapa conceitual abaixo é possível verificar a relação entre as atividades e que procuram mediar os conteúdos de Geografia e Matemática de maneira contextualizada:

Figura 28 – Mapa Conceitual das Atividades Interdisciplinares



Fonte: Autores

4.1 - Instrumentos de coleta de dados

A presente pesquisa é de caráter qualitativo, pois envolve a descrição de atividades e interpretação das mesmas, para melhor responder ao questionamento apresentado na introdução: O estudo no globo terrestre motiva conhecer conceitos da geometria esférica? ressaltando a importância de vários métodos para a coleta de dados, tais como: atividades, relatórios, observação feita em grupos, exposição de trabalhos.

Triviños (1987) destaca que pesquisas qualitativas não aceitam visões isoladas ou estanques, mas que o pesquisador pode utilizar de diferentes instrumentos de coleta de dados para atingir seu objetivo. Como afirmam Denzin e Lincoln,

[...] a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem naturalista, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles confere. (DENZIN E LINCOLN, 2006, p.17).

Inicialmente foi discutida com os alunos a importância de participarem de um projeto de pesquisa, ressaltando que o conteúdo a ser tratado está previsto nas Diretrizes Curriculares e Plano de trabalho dos professores. Por meio de um questionário realizou-se um levantamento com perguntas diretas e alternativas que pudessem facilitar as respostas para posteriormente serem analisadas e interpretadas. As questões tiveram como objetivo avaliar o conhecimento dos alunos em relação ao globo terrestre e a esfera, e entre as disciplinas de matemática e geografia.

Dados do questionário 1 (ver Anexo C) além de revelar sobre os pré-requisitos para implantação do projeto, também ajudaram a detectar o interesse dos alunos com relação às disciplinas de Matemática e Geografia, afim de se perceber até onde a pesquisa poderia atingir seus objetivos.

Ao final foi aplicado outro questionário cuja finalidade foi analisar a metodologia aplicada nas aulas e os alunos pudessem expressar opiniões sobre a interdisciplinaridade. (ver Anexo D)

As vantagens com esse tipo de instrumento de coleta de dados torna o professor um observador participante. Segundo Alves- Mazzotti,

[...] a) independe do nível de conhecimento ou da capacidade verbal dos sujeitos; b) permite “checar“, na prática, a sinceridade de certas respostas que às vezes, são dadas só para “causar boa impressão; c) permite identificar comportamentos não intencionais ou inconscientes e explorar tópicos que os informantes não se sentem à vontade para discutir; e d) permite o registro do comportamento em seu contexto temporal-espacial”. (ALVES_MAZZOTTI, 1999, p. 164).

A implementação do projeto na escola consistiu na aplicação das atividades elaboradas, tendo com base o artigo de Daniele E. Pereira, e socializadas aos professores das disciplinas de Matemática e Geografia da Escola Estadual Dona Macária, considerando a dificuldade em propor atividades que contemplem a interdisciplinaridade. As questões iniciais tiveram como objetivo instigar os alunos a buscar o conhecimento básico para sua resolução, através da contextualização e aplicações relacionadas às duas disciplinas.

A metodologia aplicada demonstra um desafio no modo de trabalhar com os conteúdos de cada disciplina, na preparação das aulas e elaboração dos materiais. Foi possível também articular atividades com a tecnologia, com uso dos computadores, na sala de informática. E, ao construírem conceitos, os alunos passassem do processo experimental à formalização, generalização e desenvolvimento teórico interdisciplinar mostrando que o conhecimento matemático perpassa por outras áreas.

No contexto de sala de aula os encontros aconteceram durante as aulas regulares nas disciplinas de Geografia e Matemática, por aproximadamente um mês, tendo um tempo médio de seis aulas, incluindo a exposição da atividade, sua realização e avaliação. A professora pesquisadora assumiu o papel de auxiliar do professor regente. As anotações seguiram de registros sobre o ambiente onde a pesquisa estava sendo realizada, a caracterização dos sujeitos, a descrição das atividades aplicadas, o comportamento dos alunos e sua participação e envolvimento.

A cada atividade os alunos recebiam folhas com mapas, textos explicativos, vídeos e slides; durante o desenvolvimento eram dadas instruções sobre as mesmas de modo a facilitar o entendimento, a construção do conhecimento e a relação que se faziam entre as disciplinas de matemática e geografia. Os documentos produzidos foram utilizados na coleta de dados, tais como questões discursivas, desenhos, apresentações orais.

Os alunos trabalharam, na grande maioria em duplas, com apoio da professora regente e da professora pesquisadora. Eles procuraram seguir o roteiro das atividades com registros feitos por meio de fotografias, filmagens, relatórios e exposição de trabalhos. As onze atividades propostas foram aplicadas, em seguida foram detalhados aspectos relevantes de cada uma delas, tecendo comentários a respeito dos resultados apresentados.

4.2 - Descrição das Atividades

Com o objetivo de apresentar aos alunos a existência da geometria no globo terrestre em nível elementar, conduzindo-os a uma oportunidade de compreensão e aprendizagem dos conceitos geográficos do ponto de vista da matemática, o professor deve conduzir um debate sobre o conhecimento que eles trazem do planeta Terra, suas principais linhas demarcadas e significados, e questionar sobre as particularidades e/ou regularidades com a esfera, sólido geométrico, que o professor de Geografia utiliza em suas aulas ao trabalhar com o globo terrestre.

Com atividades práticas que despertem a curiosidade e o interesse em se conhecer mais sobre a importância da geometria articulada à geografia, procurar-se-á elencar os conceitos básicos relativos à matemática, e o desenvolvimento de atividades interdisciplinares. Tais atividades são descritas com os objetivos e séries a serem aplicadas, sendo elaboradas pela pesquisadora ou coletadas e readaptadas de Pereira e da Revista De Geografia N° 33.

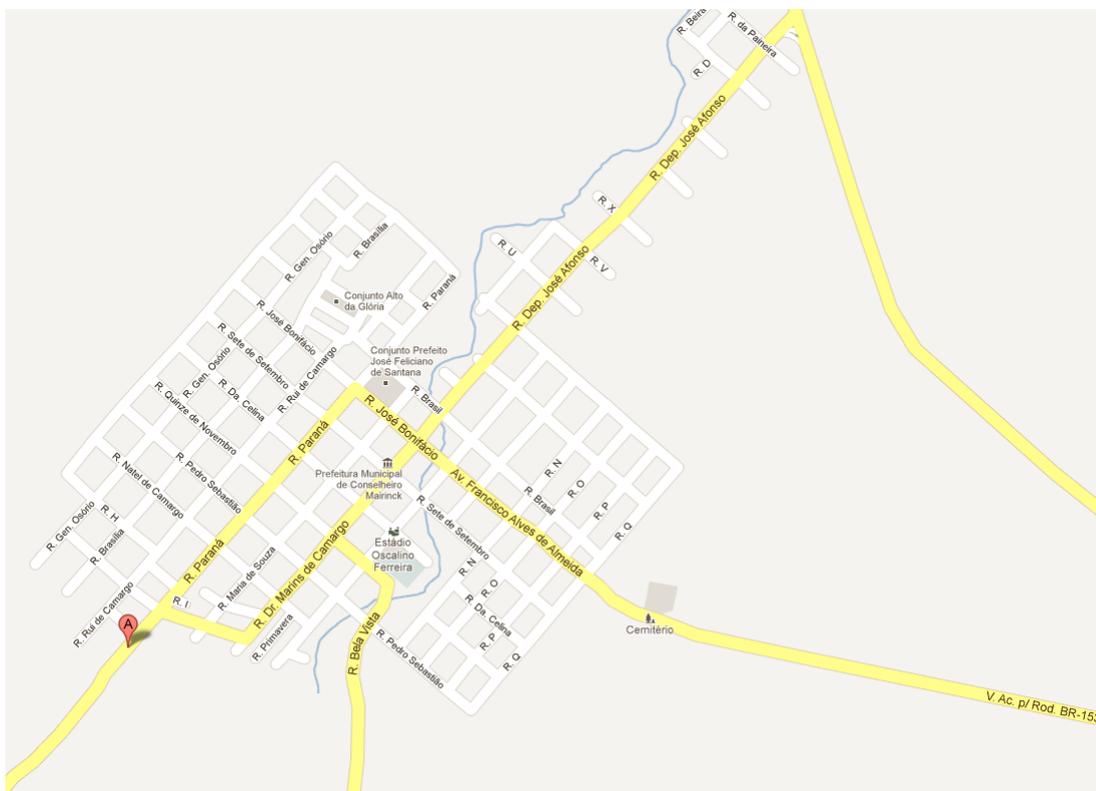
Atividade 1 - Localizando pontos referenciais da cidade de Conselheiro Mairinck-Pr

- Turma: 6º Ano
- Tempo estimado: 4 aulas
- Material utilizado: mapa da cidade, lápis, borracha.
- Fonte: elaborada pela pesquisadora.
- Objetivo: levar os alunos a identificarem pontos de destaque e como uma pessoa poderia chegar até ele, tomando o caminho mais curto, utilizando o sistema cartesiano para a orientação; compreender o que são eixos cartesianos e pares ordenados; identificar a origem do sistema cartesiano e par ordenado; localizar pontos a partir do eixo cartesiano.
- Metodologia: Separados em duplas, os alunos terão uma cópia do mapa da cidade onde se destacam alguns pontos: a Escola em que estudam, o Hospital, o Posto de Saúde e o Campo de Futebol. Cada dupla deve encontrar a origem do sistema, ou seja, o ponto (0,0) do eixo cartesiano, a Prefeitura da cidade e determinar no mapa os pares ordenados que representem os pontos destacados. Ao final da atividade sistematizar com eles os pontos essenciais: origem, os eixos x e y e as coordenadas de cada ponto.

Atividade 1: Localizando pontos

- Determine o ponto de origem, como referência
- A partir do ponto de origem, dê as coordenadas de cada ponto:
Escola:
Hospital;
Posto de Saúde:
Campo de Futebol:
- Compare com a de seus colegas.

Figura 29 - Planta da cidade de Conselheiro Mairinck



Fonte: <http://maps.google.com.br>. Acesso em 13/05/2013.

Atividade 2 - Medindo a menor distância

- Turma: 6º Ano
- Tempo estimado: 4 aulas.
- Material utilizado: mapa da cidade, lápis, borracha, cadernos de anotações, fita métrica ou trena.
- Fonte: elaborada pela pesquisadora.
- Objetivo: integrar a Matemática à vida cotidiana do aluno, a fim de que percebam que existe outras Geometrias, e como encontrar a menor distância entre dois pontos; utilizar um objeto de medida; contextualizar as medidas em situações do dia-a-dia;

usar de capacidade de argumentação, a lógica de raciocínio, a compreensão correta dos conceitos envolvidos, e a criatividade.

- **Metodologia:** Após o trabalho em sala com o mapa e coordenadas cartesianas, com um grupo de alunos irem até a praça, num determinado ponto e a partir deste, chegar a um local determinado, medindo a menor distância, procurando relacionar com a localização espacial. Dividi-los em duplas e determinar o local onde devem chegar, medindo a distância entre eles. Essa medida poderá ser feita com fita métrica ou trena, sendo previamente explicado como se faz o seu uso. Os alunos deverão usar um caderno para anotações, ou algum outro código, do tipo quadras ou ruas. Propor caminhos diferentes para as duplas, mas que deverão chegar ao mesmo local para no final fazer um quadro comparativo das distâncias e verificar qual o mais curto.

Atividade 2: Medindo distâncias

- Qual o caminho percorrido?
- Como mediu essa distância?
- Compare o valor encontrado com o dos colegas.
- Que conclusão chegaram?
- A pé ou de carro a distância seria a mesma? Por que?

Atividade 3 - A forma da Terra

- Turma: 6º Ano
- Tempo estimado: 4 aulas
- Material utilizado: o globo terrestre, lápis, desenho da esfera e círculo planejado, borracha, lápis de cor ou canetinha, sulfite.
- Fonte: baseada na dissertação de Pereira.
- **Objetivos:** verificar se a concepção empírica dos alunos é igual à concepção científica em relação à forma da Terra, apresentando a esfera como modelo; apresentar a esfera como forma geométrica.
- **Metodologia:** Com a sala num grande círculo, iniciar a atividade com uma conversa sobre a localização no espaço geográfico, sobre o que os alunos pensam a respeito do lugar onde vivem e como é o formato da Terra. Em seguida, solicitar que desenhem a Terra como um observador fora dela, discuta sobre os desenhos apresentados, levantando hipóteses e questionamentos. Explicar que ao longo da história foram sugeridos vários modelos: plano, esfera, elipsóide, geoide. Porém, mostrar ao aluno

que o melhor modelo e mais eficaz é a esfera. Apresentar o globo terrestre, deixar que manipulem, identifiquem países, continentes, divisões, mares e oceanos, e destaque os elementos principais da esfera: circunferência, diâmetro, raio.

Atividade 3: A forma da Terra

- a) Faça o desenho da Terra como você a imagina.
- b) Olhando o globo terrestre, marque alguns pontos nele, como países, oceanos.
- c) Faça o desenho de uma esfera.
- d) Quais são seus principais elementos?
- e) Qual a relação que podemos fazer com o globo e a esfera?

Atividade 4 - O endereço na Terra

- Turma: 6º Ano
- Tempo estimado: 4 aulas
- Material utilizado: globo terrestre, globo de coordenadas, bola de isopor, elástico ou canetinhas, ficha com as questões.
- Fonte: baseada na dissertação de Pereira.
- **Objetivo:** reconhecer e localizar as principais linhas imaginárias da Terra sobre o globo, destacando os elementos do círculo e da esfera e possibilitando a construção do conceito de latitude e longitude.
- **Metodologia:** Disponibilizar à classe o globo terrestre e o globo de coordenadas para que sejam identificados nos dois materiais a existência das linhas e suas denominações. Em grupos, fazer com que os alunos representem em bolas de isopor as principais linhas como o Equador, Meridiano de Greenwich, alguns meridianos e paralelos e os hemisférios tendo como base o texto do livro do aluno⁷. Dando continuidade, fornecer as seguintes definições:

Latitude: distância em graus de qualquer ponto na superfície terrestre em relação à linha do Equador, variando de 0° a 90°. Notação: Latitude Norte (N) ou Latitude Sul (S)

Longitude: distância em graus de qualquer ponto na superfície terrestre em relação ao Meridiano de Greenwich, variando de 0° a 180°. Notação: Longitude Leste (L) ou Longitude Oeste (O).

⁷ Projeto Araribá, Geografia 6º ano, Tema 4. p.30

Pedir que os alunos apontem alguns lugares no globo e em seguida dê a sua localização. Para reforçar as primeiras noções de graus, pedir aos alunos que observem o mapa e dê as coordenadas dos pontos destacados, conforme segue a atividade presente no livro do aluno, e em seguida discutir as seguintes questões:

Atividade 4a: O endereço na Terra

- Que comparação existe entre o globo e a esfera demarcada por cada grupo?
- Qual o círculo que corresponde ao Equador? Ele é o maior de todos?
- Que representam os ângulos no globo de coordenadas?

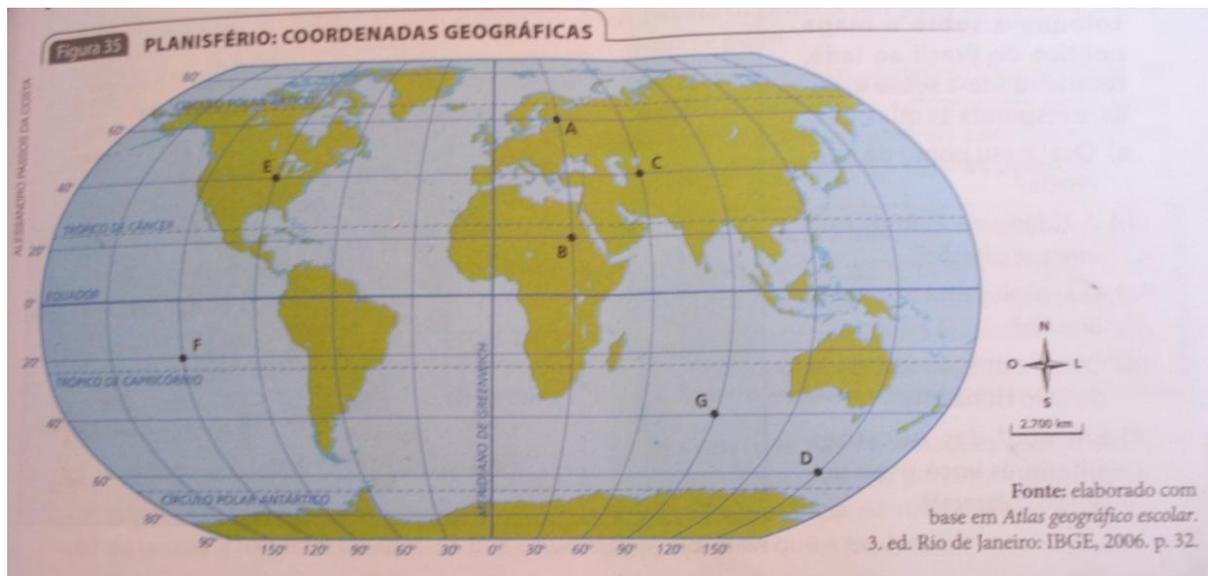
Atividade 4b: O endereço na Terra

- O ponto A da figura 30, está mais próximo de qual linha destacada? Acima ou abaixo do Equador, à Leste ou Oeste?
- Como encontrar a localização exata?

Atividade 4c: O endereço na Terra

- Dê as coordenadas de cada ponto em destaque na figura 30

Figura 30 – Planisfério e as coordenadas geográficas



Fonte: Projeto Araribá, p.31

Atividade 5 - Fusos Horários

- Turma: 7º ano
- Tempo estimado: 6 aulas
- Material utilizado: mapa com fuso horário, situação problema, lápis, caderno de anotações.
- Fonte: baseada na dissertação de Pereira.
- Objetivo: compreender a relação entre os fusos horários e a rotação da Terra; entender as coordenadas geográficas e identificar sua importância para o estudo dos fusos horários, relacionando-os aos números negativos; identificar diferentes pontos do globo a partir da análise dos fusos horários.
- Metodologia: Antes de dar início ao tema, relembrar com os alunos o conhecimento que eles trazem sobre o dia e a noite e como se formam. A partir das respostas retome sobre o movimento de rotação da Terra, o movimento do Sol e a importância para determinação dos diferentes fusos horários. Apresentar a situação problema que introduz a noção de fuso horário. Com o mapa, em grupos, os alunos farão a leitura, revendo os números negativos e sua aplicação.

Atividade 5a: Fusos horários

- a) Qual é o movimento que a Terra faz?
- b) Quais as linhas imaginárias do globo terrestre?
- c) O que são os fusos horários?
- d) Como sei a hora em cada lugar destacado no mapa?
- e) Quantos horários diferentes existem no território brasileiro?
- f) Isso pode interferir de alguma forma no mundo globalizado?
- g) O que significam os números negativos?

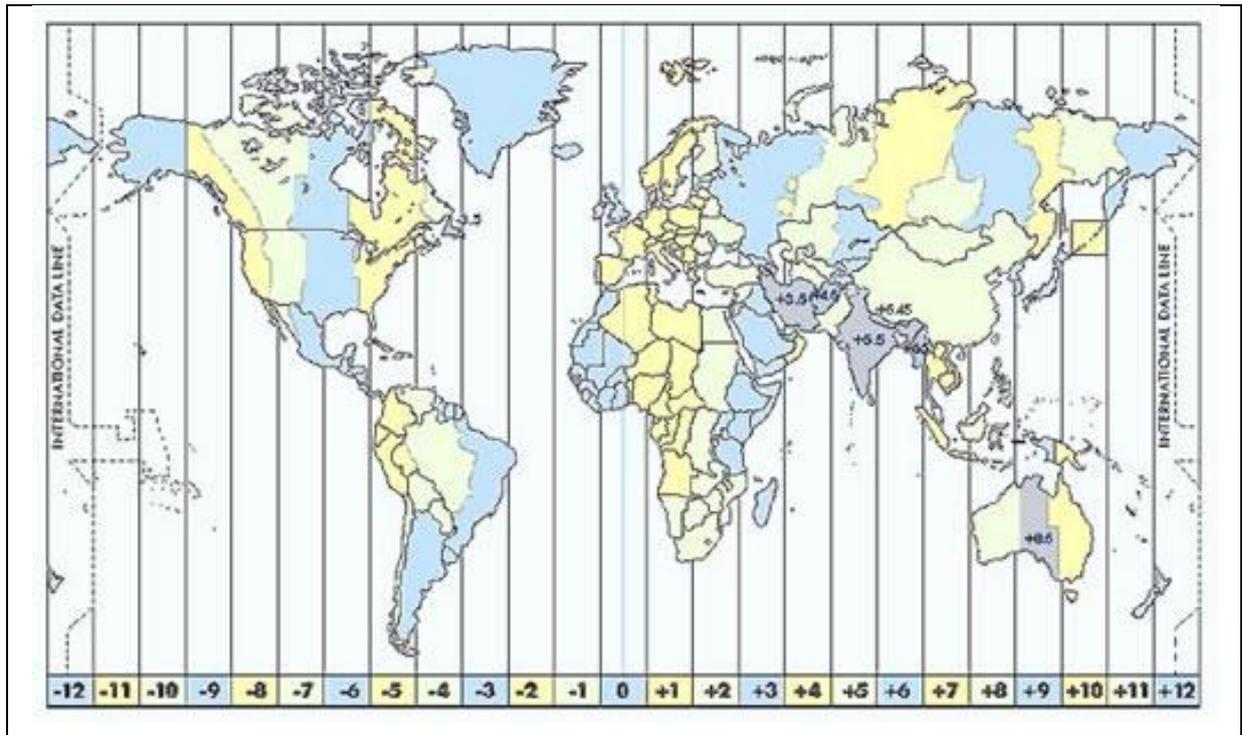
Atividade 5b: Fusos horários

Em grupos resolva essa: A corrida de Fórmula 1 é realizada em vários países ao longo do ano. A última aconteceu em Bahrein, na Ásia na tarde de domingo, às 15 horas, mas a transmissão ao vivo do evento foi realizada no Brasil no domingo às 9 horas da manhã. Como isso é possível? Como explicar?

Atividade 5c: Horário de Verão

- a) Porque existe o horário de verão?
- b) Qual sua importância para o Brasil?
- c) Existem regiões que não possui horário de verão?
- d) Por que adiantar 1 hora e não 2?

Figura 31 – Planisfério e fusos horários

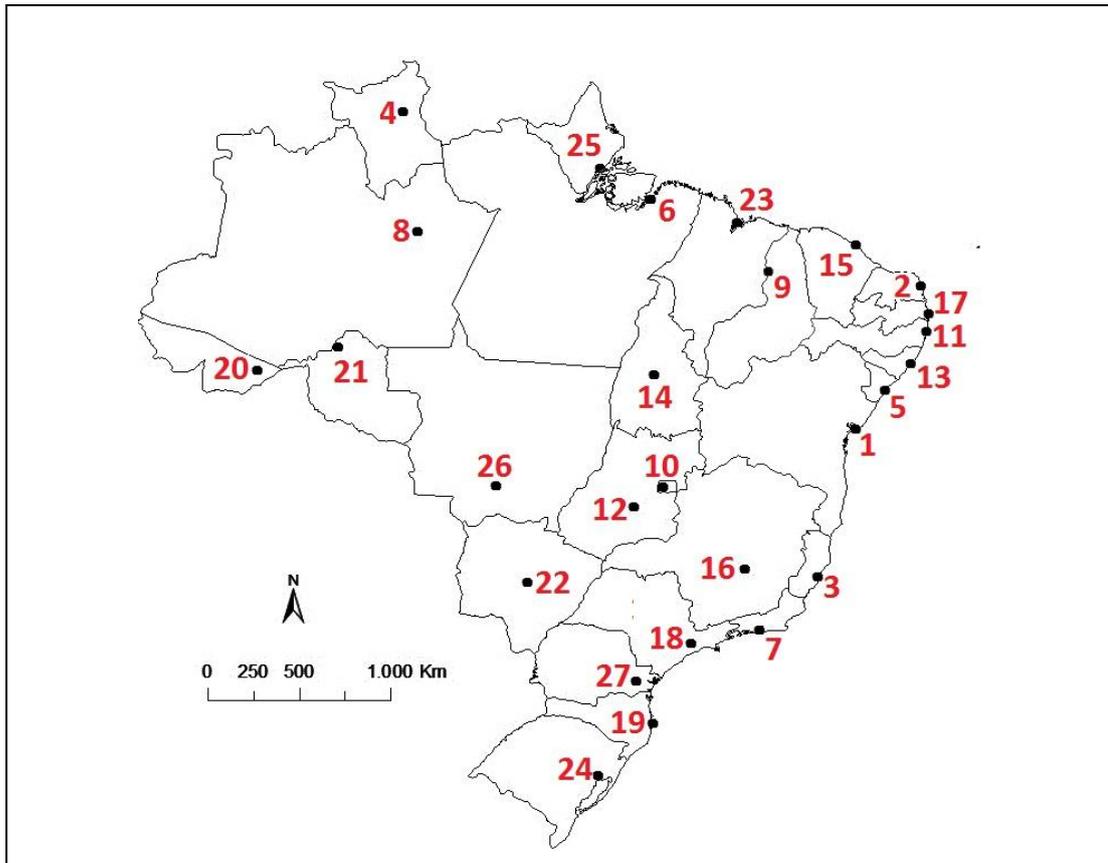


Fonte: www.brasilecola.com. Acesso em 13/05/2013.

Atividade 6 - Cálculo de distâncias de um roteiro de viagem pelo Brasil

- Turma: 7º Ano
- Tempo estimando: 4 aulas.
- Material utilizado: régua, lápis, mapas, tabela de conversão de medidas, mapa político do Brasil.
- Fonte: baseada na dissertação de Pereira.
- Objetivos: calcular distância em mapas, convertendo medidas de comprimento e estabelecer padrões de medidas, utilizando escalas e regra de três.
- Metodologia: Com a sala dividida em duplas, peça para que tracem um roteiro de viagem de férias pelo Brasil, podendo escolher quatro capitais por onde pretendem passar. Incentivar o motivo da escolha, levantando as características de cada lugar. Disponibilizar um mapa para cada dupla e solicitar que calculem a distância entre as cidades escolhidas, usando meio alternativo. Em seguida sugerir que as distâncias sejam calculadas com o auxílio da régua, e com a escala do mapa converter em quilômetros as distâncias encontradas em centímetros.

Figura 32 – Mapa do Brasil



Fonte: macacogeografico.blogspot.com. Acesso em 24/04/2013

Atividade 6: Roteiro de Viagem

- Para onde vamos?
- De onde vamos partir?
- Por onde iremos passar?
- Características de cada lugar?
- Distâncias
 cidade A – cidade B =
 cidade B – cidade C =
 cidade C – cidade D =
- Quantos km andei, só na ida?

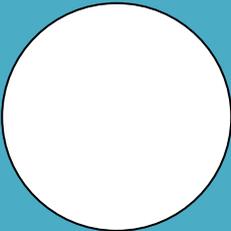
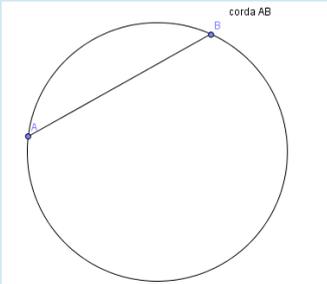
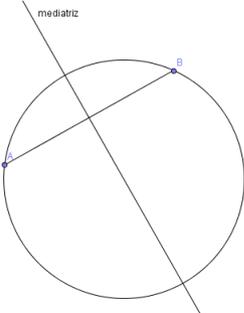
Atividade 7 - Sistema de coordenadas geográficas

- Turma: 9º Ano
- Tempo estimando: 6 aulas
- Material utilizado: cartolina, lápis, bola de isopor cortada ao meio, compasso, transferidor, régua, palito de dente, barbante, canetinhas, atlas geográfico, globo terrestre.

- Fonte: Revista de Geografia⁸ N° 33.
- **Objetivo:** explorar propriedades geométricas para construção e divisão de uma circunferência em partes iguais; utilizar o sistema de coordenadas geográficas em plantas e mapas para estabelecer a localização precisa de qualquer ponto do planeta.

Metodologia: Introduzir o assunto revendo sobre conceitos e propriedades utilizadas em construções geométricas tais como: corda, mediatriz, ponto médio, raio e diâmetro. Em seguida, construir com os alunos a primeira parte da atividade sugerida na revista em questão, dividindo a circunferência em 24 partes iguais. Na sequência os alunos poderão definir latitude e longitude, meridianos e paralelos. Ainda poderão verificar que os paralelos e meridianos são, respectivamente, os lugares geométricos de latitude e longitude constante.

Tabela 4 – Construção geométrica da divisão de uma circunferência

<p>Desenhe uma circunferência, contornando uma semi esfera.</p>	
<p>Represente uma corda – segmento determinado por dois pontos A e B com extremidade na circunferência.</p>	
<p>Trace a mediatriz dos pontos A e B.</p> <p>mediatriz - reta perpendicular a ao segmento AB que passa pelo ponto médio.</p>	

⁸ Imagens retiradas de Conhecimento Prático Geografia, edição 33, editora Escala Educacional, São /Paulo, p.38-39

Marque os pontos C e D na circunferência e trace a mediatriz ente C e D.

O cruzamentos das duas mediatrizes é o centro O da circunferência.

Centro da circunferência- O

Raio OE - distância entre o centro da circunferência e sua extremidade.

Diâmetro FG - dobro da media do raio – é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Trace o diâmetro e por ele, com o transferidor marque os 24 pontos, de 15° em 15°, pois $360:24 = 15$

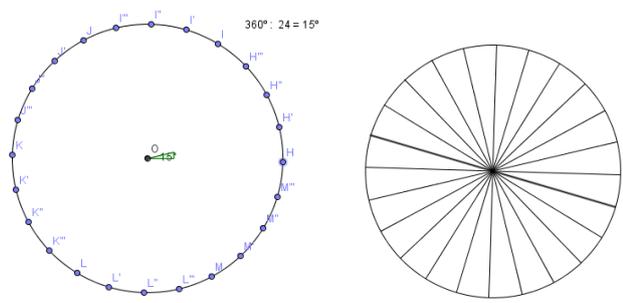
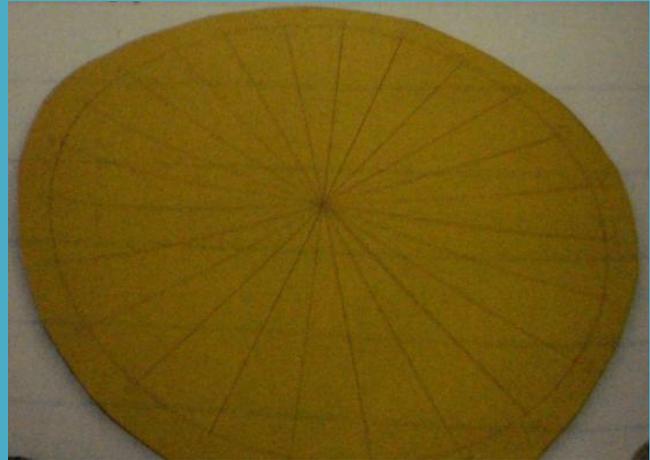
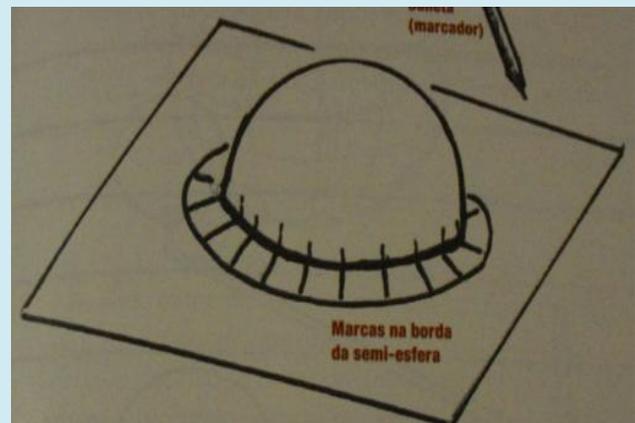


Tabela 5 – Produção de um globo

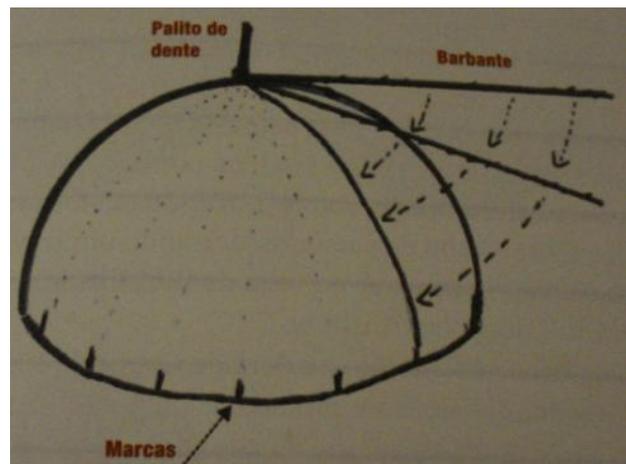
a) desenhar um círculo com diâmetro igual ao da semiesfera e dividir em 24 partes, conforme instruções ao lado.



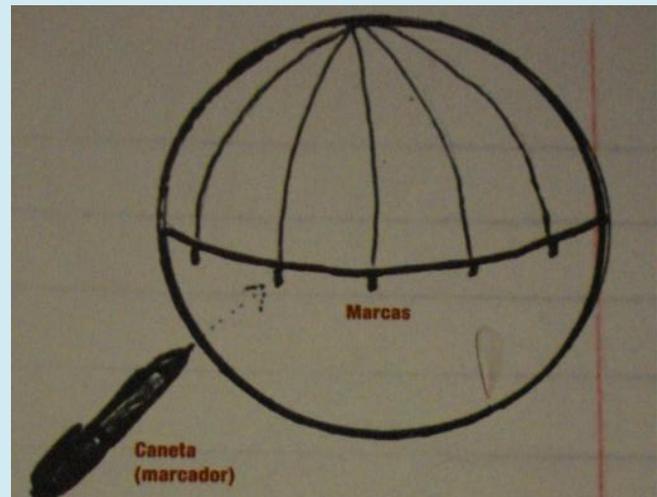
b) Sobre o círculo desenhado, colocar a semiesfera e com a canetinha marcar os 24 pontos em sua borda, lembrando que cada divisão equivale a 15°.



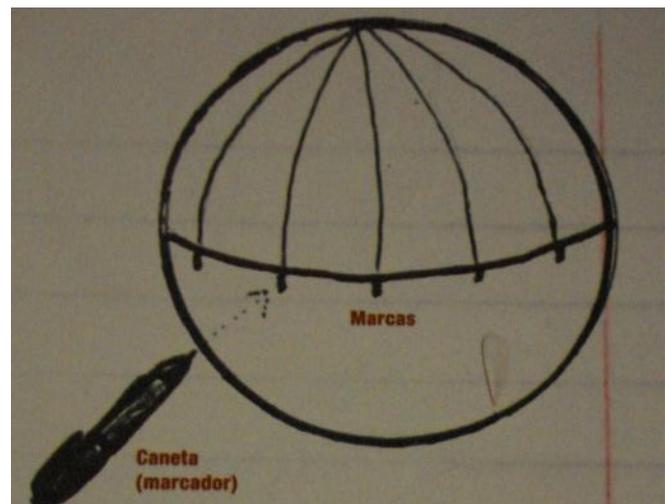
c) Fixe o palito de dente no topo da semiesfera, amarre um barbante, estique bem e desenhe linhas sobre a superfície curva, representando os meridianos.



d) Para marcar os paralelos, divida o barbante que está preso no topo da semiesfera em 5 partes iguais e com a canetinha faça pontinhos sobre os meridianos, formando os círculos paralelos.



e) Una as duas semiesferas e faça o mesmo procedimento, tendo assim seu globo demarcado com os meridianos e paralelos.



Fonte: Revista de Conhecimento Prático Geografia, edição 33, Editora Escala Educacional, São Paulo, p.38-39

Atividade 7: Sistema de Coordenadas Geográficas

- No Brasil, existe alguma localidade de longitude $90^{\circ}O$?
- Qual a latitude nos pontos do Equador, polo Norte e polo Sul?
- Cite alguns pontos por onde passa o meridiano de Greenwich.
- O que é um paralelo? Qual sua função? Quais os nomes dos principais paralelos?
- O que são meridianos? Qual sua função? Quais os nomes dos principais meridianos?
- O que entende por latitude? E por longitude?
- O que são coordenadas geográficas?

Atividade 8 - Medidas da Terra

- Turma: 9º Ano
- Tempo estimando: 4 aulas
- Material utilizado: vídeo ou tv pendrive, globo terrestre, esfera, barbante, calculadora.
- Fonte: elaborada pela pesquisadora.
- Objetivos: Conhecer brevemente a vida de Eratóstenes; estimar o raio da Terra simulando a experiência de Eratóstenes; identificar a esfera e seus elementos, elementos da circunferência e ângulos.
- Metodologia: Rever com os alunos a forma do nosso planeta como modelo de uma esfera, e que a observação dos elementos nesse modelo permite que se relacionem conceitos e termos que estão presentes na Geografia. Explicar o que é um arco de circunferência, raio, diâmetro, circunferência máxima.

Com um vídeo sobre Eratóstenes, mostrar a importância desse estudo para se definir o diâmetro da Terra, que nos permite, a partir dele, determinar as coordenadas exatas de um determinado ponto na superfície terrestre. Eratóstenes definiu a circunferência da Terra, há mais de 2000 anos, utilizando a geometria básica. O vídeo sugerido é da coleção As aventuras do Geodetive 1: A circunferência da Terra, disponível em <<http://www.youtube.com/watch?v=PnMg41A-0xI>>.

Atividade 8: Medida da Terra

- a) Com um barbante medir a circunferência máxima da esfera, o diâmetro e determinar o raio.
- b) Compare esse valor com o apresentado no vídeo, usando a regra de três.
- c) Refaça os passos de Eratóstenes, e verifique o valor apresentado por ele para o diâmetro da Terra e pesquise sobre esse valor hoje.
- d) Qual a ligação dessa atividade com a Geografia?

Atividade 9 - Medindo distância no globo terrestre

- Turma: 9º ano
- Tempo estimado: 6 aulas
- Material utilizado: barbante, papel, régua, borracha, calculadora.
- Fonte: baseada na dissertação de Pereira.
- Objetivos: calcular distâncias em regiões não planas, utilizando ângulos; ler e interpretar informações no globo; perceber a relação entre localização e sistema de coordenadas.

- **Metodologia:** Considerando o globo terrestre como a forma mais próxima do planeta, conversar sobre a sua representação ser a esfera e pedir que marquem dois pontos sobre o globo. Em seguida peça para que meçam a distância entre eles. Estimular a sala a buscar forma de medir essa distância, discutido as estratégias encontradas. Com um barbante, peça que repitam a atividade, orientando que transfiram a medida encontrada para a linha do Equador, e então verificar a sua correspondência em graus, para posteriormente converter em quilômetros. O professor deve recordar sobre coordenadas geográficas destacando o seu papel como forma eficiente de localizar qualquer ponto na superfície terrestre. Discutir com os alunos que a menor distância entre dois pontos medida na superfície plana é uma reta. E que se estiver na superfície do globo será um arco de circunferência.

Atividade 9: Medindo distâncias no globo terrestre

- Como mediram a distância entre os dois pontos? Que material utilizaram?
- Compare a sua medida com a dos colegas. O que perceberam?
- Repitam a atividade usando um pedaço de barbante.
- Qual a medida encontrada agora? Chegaram ao mesmo resultado?
- Qual o valor encontrado em graus?
- E em quilômetros?

Fonte: www2.uefs.br. Acesso em 24/04/2013

Atividade 10 - Determinando as coordenadas de sua cidade

- Turma: 9º Ano
- Tempo estimando: 4 aulas
- Material utilizado: mapa político do Paraná, desenho destacando a cidade, lápis, borracha, calculadora, alfinete de cabeça.
- Fonte: elaborada pela pesquisadora.
- **Objetivo:** rever conceitos geográficos como paralelos e meridianos e sua relação com as coordenadas cartesianas; trabalhar com ângulo e seus múltiplos; trabalhar com regra de três.
- **Metodologia:** Leve o mapa do Paraná para a sala de aula, nele destaque o seu município, e lance a pergunta: Como determino as coordenadas de nossa cidade? Promover um debate e deixar que os alunos se posicionem, dando suas sugestões. Em seguida, dizer que quer esses dados em graus, e que deverão descobrir primeiro a latitude e longitude mais próxima deste ponto. Observar que no mapa temos a

quadrícula formada pelos Paralelos 22° e 27° e pelos Meridianos 47° e 55°, deduzindo que os paralelos estão aumentando, então teremos Latitude Sul, sendo o Equador a linha de referência; e os meridianos estão aumentando no sentido Oeste, portanto a Longitude Oeste.

Figura 33 – Mapa Político do Estado do Paraná



Fonte: Atlas Escolar.

Atividade 10: Determinando as coordenadas da cidade

- Olhando o Mapa Político do Paraná, destaque a nossa cidade com um alfinete de cabeça.
- Descubra os paralelos e meridianos em que ela está inserida.
- Determinando a latitude: considere a diferença entre os dois paralelos.
- Você percebe que essa medida é um arco de circunferência (medida em ângulo)? Por quê?
- Utilizando regra de três simples determine a latitude.

$$180^\circ \quad \leftarrow \rightarrow R$$

$$1^\circ \quad \leftarrow \rightarrow x$$
- Lembrando que o raio da Terra é 6378km, encontre a medida do arco.
- Agora vamos transformar a unidade em graus, utilizando o sistema sexagesimal, lembrando ainda que $1^\circ = 11,26 \text{ km}$.
- Quais as coordenadas de nossa cidade?

Atividade 11 - Projeção Cartográfica

- Turma: 9º ano
- Tempo estimado: 4 aulas
- Material utilizado: sulfite, lápis, mapa-múndi, slide sobre as projeções cartográficas, tv pendrive.
- Fonte: elaborada pela pesquisadora.
- Objetivo: reconhecer diferentes maneiras de representação do planeta em superfícies planas; utilizar mapas para melhorar o entendimento sobre um determinado lugar; calcular distâncias reais a partir de mapas descobrindo o melhor trajeto a ser feito.
- Metodologia: Iniciar propondo um mapa livre na sala de aula. Após, mostrar as diferentes projeções do globo. Com o mapa-múndi explicar que o planisfério foi produzido com base em uma superfície cilíndrica de projeção. Conversar sobre os motivos das diferentes formas de representação, ressaltando os aspectos ideológicos. Levante a questão: será que o planisfério usado nos países do Oriente é o mesmo que usado no Brasil? Utilizar o slide: Aula 11 – cartografia, disponível em <www.ltc.ufes.br/geomaticsee/Aula11_Geomática_Cartografia%202.pdf>, que mostra sobre as projeções cartográficas.

Atividade: Projeção Cartográfica

- a) Para que serve uma projeção cartográfica?
- b) Quais tipos de projeção existem?
- c) Descreva cada uma dessas projeções.
- d) Em grupo, desenhe uma dessas projeções.

4.3 – Resultados Obtidos

Na análise geral das primeiras questões do Questionário 1, verificou-se que 62% dos alunos gostam de matemática e 85% de geografia, a maioria conhecia sobre geometria e coordenadas geográficas, sobre a esfera, mas nunca tinham ouvido sobre geometria esférica e qual a sua relação com a geografia. No entanto, se mostraram receptivos para o novo aprendizado.

Na Tabela 6 tem-se uma análise com relação às questões levantadas no Questionário 1:

Tabela 6 - Análise Questionário1

Questões	Percentual
5. Tipo de atividade	23% - jogos que fazem uso da matemática 11% - atividades que envolvem cálculo 61% - atividades com aplicação do cotidiano 5% - enigmas
6. Quanto a aprendizagem	26% - professor apresenta o conteúdo e várias atividades 52% - professor explica várias vezes o mesmo conteúdo 18% - estuda sozinho 4% - quando o professor apresenta uma situação real
7. Um bom professor	98% – professor que procura trazer coisas novas e interessantes 2% - professor que usa o livro didático
8. Como são as aulas	19% - aulas são maçantes 81% - normais, onde copiam o conteúdo e fazem atividades

Fonte: Autores

Em discussão dos resultados com os alunos que responderam ser as aulas maçantes, disseram que a escola teria que ser diferente, onde as atividades fossem mais dinâmicas, professores alegres, e que os conteúdos fizessem relação um com o outro, com aplicação prática.

Analisando o Questionário 2, obteve-se as seguintes conclusões apresentadas na Tabela 7:

Tabela 7 – Análise Questionário 2

Questões	Percentual
1. Relação com as atividades interdisciplinares	26% - entenderam os números no canto dos mapas 74% - percebeu a matemática por toda parte
2.Trabalho da Geografia junto com a Matemática	7% - achou difícil 18% - preferem atividades explicadas no quadro 17% - gostaram e percebeu a matemática e suas aplicações
3.Trabalho como o tema geometria esférica e o globo terrestre.	21% - progrediram, mas ainda tem dificuldades 27% - progrediram e entenderam o significado dos temas utilizados 52% - progrediram bastante e entenderam a relação entre as disciplinas
4. Trabalho em grupo	12% - não gosta pois tem os que não fazem nada 88% - gostam de trabalhar em grupo porque aprendem com o colega

Fonte: Autores

De maneira geral, após a realização das atividades, discutidas suas particularidades e dificuldades, pode-se notar que houve aprendizagem e que pela interdisciplinaridade é

possível um trabalho diferenciado em sala de aula, com diferentes temas e situações, e que os alunos se envolvem sem medo de errar.

Abaixo segue a análise dos resultados das atividades aplicadas.

a) Atividade 1 - Localizando pontos referenciais da cidade de Conselheiro Mairinck-Pr

Atividade 1: Localizando pontos

- a) Determine o ponto de origem, como referência
- b) A partir do ponto de origem, dê as coordenadas de cada ponto:
Escola;
Hospital;
Posto de Saúde;
Campo de Futebol;
- c) Compare com a de seus colegas.

Tinha por objetivo levar os alunos a entender como localizar e dar orientação sobre determinados pontos referenciais de nossa cidade para alguém que chegasse e não conhecesse esses lugares. Com o mapa, o primeiro passo foi demarcar os lugares escolhidos, escolher o ponto de referência e então anotar as coordenadas. Depois de comparar com o resultado dos colegas entenderam a importância do sistema de coordenadas para que todos pudessem chegar ao mesmo lugar, sem erros.

O sistema de coordenadas foi apresentado no primeiro momento na forma discursiva, e depois traçado as coordenadas com os eixos cartesianos. Não tiveram nenhuma dificuldade em resolver a atividade e os conceitos matemáticos sobre coordenadas cartesianas puderam ser introduzidos com tranquilidade.

Para fixação dessa atividade, os alunos foram levados, em pequenos grupos para a sala de informática e interagiram com o jogo interativo “De lá para cá”, disponível no site da Revista Escola, <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/jogo-espaco-forma-428061.shtml>. Os alunos, além de gostar da atividade, compreenderam sobre trajetões e sua orientação. Foi possível ainda trabalhar a questão de ângulo, noção de lateralidade.

Figura 34 – Trabalhando as coordenadas



b) Atividade 2 – Medindo a menor distância

Atividade 2: Medindo distâncias

- a) Qual o caminho percorrido?
- b) Como mediu essa distância?
- c) Compare o valor encontrado com o dos colegas.
- d) Que conclusão chegaram?
- e) A pé ou de carro a distância seria a mesma? Por que?

Propunha interligar a matemática à vida cotidiana do aluno, trabalhando conceito sobre distâncias e medidas. Foi aplicada nos dois sextos anos. A turma, dividida em grupo de quatro alunos, escolheram uma cor para que o representassem e seguiram o caminho determinado, tendo como ponto de partida a prefeitura de nossa cidade. A turma da manhã deveria chegar ao Posto de Saúde, e a turma da tarde ao Colégio do Ensino Médio, onde foi marcada a distância com o instrumento de medida trazido pelo grupo. Uns tinham trena de 5m e 20 m, outros, fita métrica de 1,50 m, outros, ainda, pedaços de barbante de 3m.

Com a planta da cidade, desenharam o trajeto e saíram cada grupo para seu destino, fazendo anotações de quantas vezes utilizariam o objeto de medida. A motivação deles foi muito

expressiva, tiveram concentração, e até mesmo deram informações às pessoas que cruzavam sobre o conceito matemático que estavam utilizando: medir a menor distância entre dois pontos. Em sala, completaram a tabela:

Tabela 8 – Distância – Prefeitura até o Posto de Saúde

Resultados do 6º A – matutino					
Grupo	Cor	Trajetos	Medida utilizada	Contagem	Medida em metros
Grupo 1	Preto	6 quadras	Fita métrica de 1,5m	292	438
Grupo 2	Vermelho	6 quadras	Trena de 10m	60	600
Grupo 3	Azul	6 quadras	Trena de 10m	56	560
Grupo 4	Verde	6 quadras	Trena de 10m	58	580
Grupo 5	Marrom	4,5 quadras mais a praça	Trena de 25m	20	500

Fonte: Autores

Tabela 9 – Distância Prefeitura até o Colégio Estadual

Resultados do 6º Ano B – vespertino					
Grupo	Cor	Trajetos	Medida utilizada	Contagem	Medida em metros
Grupo 1	Preto	6 quadras	Barbante de 3m	174	522 m
Grupo 2	Azul	6 quadras	Trena de 5m	120	600 m
Grupo 3	Vermelho	6 quadras	Barbante de 3m	186	558 m
Grupo 4	Verde	6 quadras	Barbante de 3m	28	84 m
Grupo 5	Laranja	6 quadras	Trena de 20m	28	560 m
Grupo 6	Marrom	4,5 quadras mais a praça	Fita métrica de 1,50m	288	432 m

Fonte: Autores

Com o resultado, foi montado no Google o caminho de cada um e comparado o valor exato do trajeto. Em seguida responderam as questões proposta no roteiro sem nenhuma dificuldade.

Todos os grupos concluíram que a distância a ser percorrida seria de 550m e que não chegaram ao resultado pelos seguintes motivos:

- Grupo Preto e Grupo Laranja – “Não esticamos o barbante corretamente”.
- Grupo Marrom – “Ah, não desviamos dos obstáculos”
- Grupo Vermelho – “Pensamos que não ficamos sempre em linha reta ao medir no chão”.
- Grupo Azul – “Acho que não seguramos a trena direitinho”.
- Grupo Verde: “Nós não chegamos ao resultado porque o participante do grupo desistiu”.

No entanto, ao final perceberam que o menor trajeto foi feito pelo grupo que cortou pela praça. Seguindo orientação dado pela professora pesquisadora, foi explicado o Teorema de Pitágoras como forma de encontrar a medida da diagonal que se formava ao cortarem a praça. Acompanharam o raciocínio, calcularam as potências, somaram e encontraram a raiz quadrada, arredondando o resultado, e a atividade pode ser realizada com sucesso.

Figura 37 – Trajeto feito pela praça

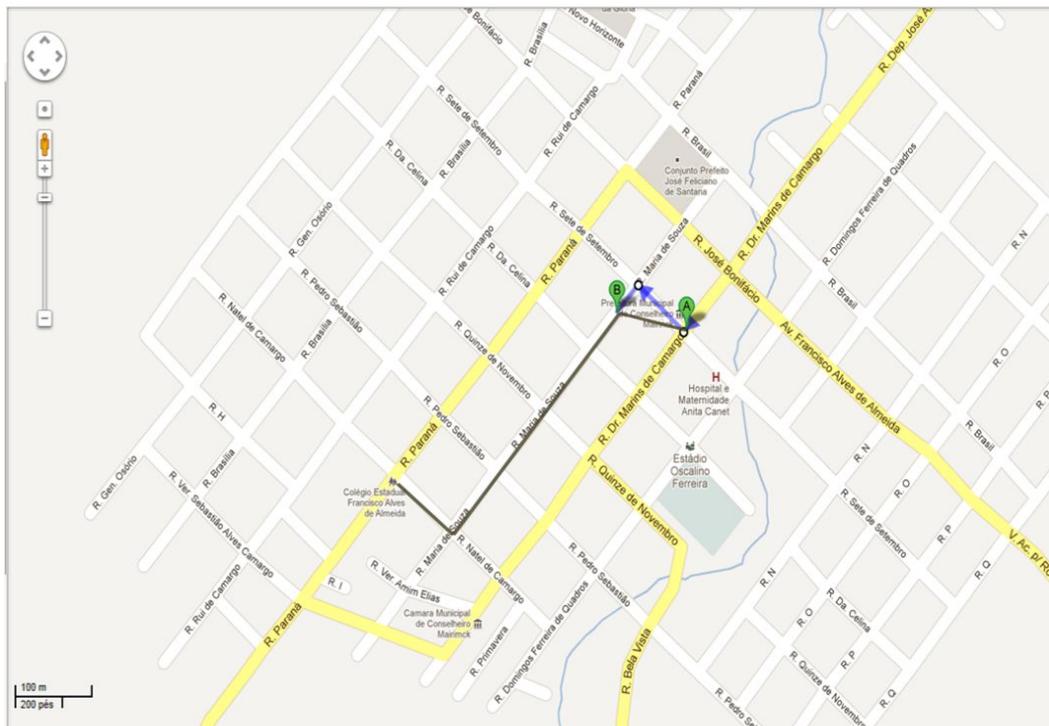
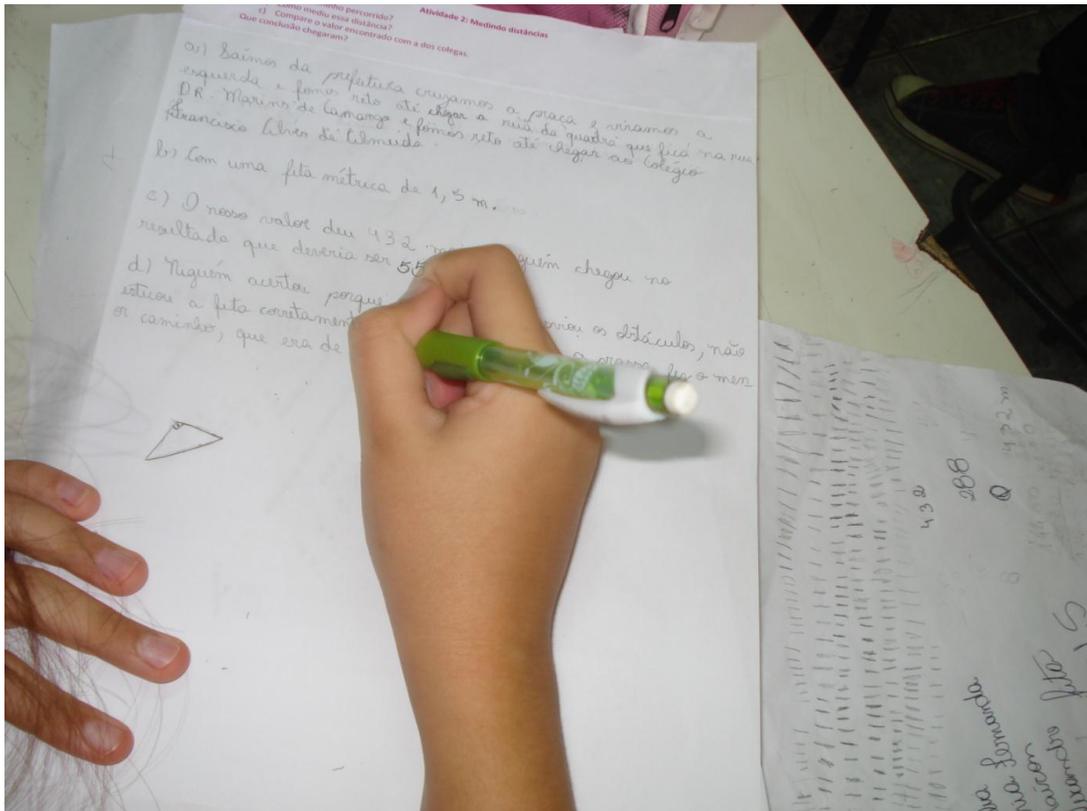


Figura 38 – Entendendo a medida na diagonal



c) Atividade 3 – A forma da Terra

Atividade 3: A forma da Terra

- Faça o desenho da Terra como você a imagina.
- Olhando o globo terrestre, marque alguns pontos nele, como países, oceanos.
- Faça o desenho de uma esfera.
- Quais são seus principais elementos?
- Qual a relação que podemos fazer com o globo e a esfera?

Teve início com a entrega aos alunos do roteiro da atividade. Seguiram as orientações dadas, responderam, questionaram e sugeriram outras situações da maneira como viam o nosso planeta. Em seguida foram exploradas as diferenças entre esfera e círculo bem como os elementos que compõem cada uma dessas formas.

Deixaram transparecer o conhecimento prévio que tinham sobre os conceitos de esférico e porque se utiliza a esfera como modelo de nosso planeta. “São representações próximas”, disse um aluno. Destacaram as linhas principais do globo, e entenderam sua relação com os elementos da esfera.

Figura 39 – Desenhando o planeta Terra**Figura 40 – Marcando pontos no globo****d) Atividade 4 – O endereço na Terra****Atividade 4a: O endereço na Terra**

- d) Que comparação existe entre o globo e a esfera demarcada por cada grupo?
- e) Qual o círculo que corresponde ao Equador? Ele é o maior de todos?
- f) Que representam os ângulos no globo de coordenadas?

Atividade 4b: O endereço na Terra

- c) O ponto A da figura 30, está mais próximo de qual linha destacada? Acima ou abaixo do Equador, à Leste ou Oeste?
- d) Como encontrar a localização exata?

Atividade 4c: O endereço na Terra

- b) Dê as coordenadas de cada ponto em destaque na figura 30

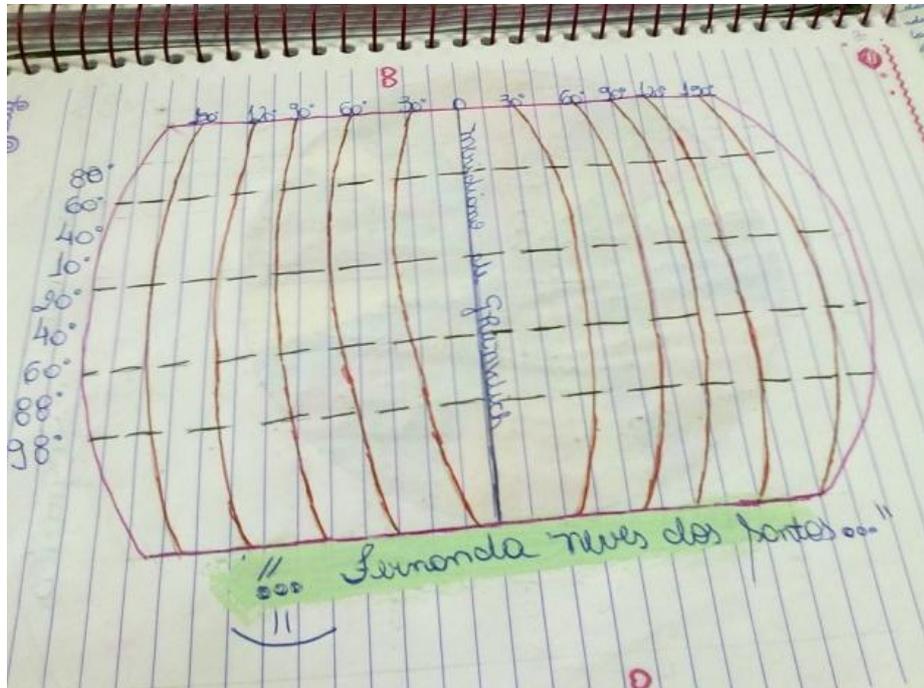
Teve início com os alunos desenhando o sistema de coordenadas, utilizando cores diferentes para as linhas horizontais e verticais, identificando as linhas do equador, dos trópicos, círculos polares e o meridiano de Greenwich.

Feita a rede de coordenadas, foram localizando pontos e discutindo como deveriam fazer a representação de cada um deles, para que não houvesse erro em sua localização. Ao responderem as atividades propostas, os alunos, em grupos exploraram a questão sobre ângulos e resolveram a atividade do livro do aluno.

Como o objetivo era reconhecer e localizar as principais linhas imaginárias da Terra sobre o globo, destacando os elementos do círculo e da esfera e possibilitando a construção do

conceito de latitude e longitude, os alunos acompanharam a atividade sem nenhuma dificuldade.

Figura 41– O Sistema de coordenadas



e) Atividade 5 – Fusos Horários

Atividade 5a: Fusos horários

- h) Qual é o movimento que a Terra faz?
- i) Quais as linhas imaginárias do globo terrestre?
- j) O que são os fusos horários?
- k) Como sei a hora em cada lugar destacado no mapa?
- l) Quantos horários diferentes existem no território brasileiro?
- m) Isso pode interferir de alguma forma no mundo globalizado?
- n) O que significam os números negativos?

Atividade 5b: Fusos horários

Em grupos resolva essa: A corrida de Fórmula 1 é realizada em vários países ao longo do ano. A última aconteceu em Bahrein, na Ásia na tarde de domingo, às 15 horas, mas a transmissão ao vivo do evento foi realizada no Brasil no domingo às 9 horas da manhã. Como isso é possível? Como explicar?

Atividade 5c: Horário de Verão

- e) Porque existe o horário de verão?
- f) Qual sua importância para o Brasil?
- g) Existem regiões que não possui horário de verão?
- h) Por que adiantar 1 hora e não 2?

Teve início com a revisão sobre a formação do dia e da noite, movimentos da Terra em torno do Sol e de si mesma. Os alunos tiveram um pouco de dificuldade em reconhecer a ligação desse conteúdo com a matemática, mas ao trabalhar as questões 5a, logo foram notando a importância de se entender sobre as horas. Assim, discutiram e responderam sem muita dificuldade, pois a professora de Geografia havia trabalhado com eles dias antes esse conteúdo.

O Aluno C falou: “Os fusos horários existem por causa do movimento da terra e a diferença de cada posição em relação ao Sol”.

Quanto ao tempo de rotação da Terra foi lembrado que equivale a 24 horas, por isso a divisão em 15° ou 15 meridianos ($360^\circ: 24 = 15$). Fizeram cálculos e perceberam que 1 hora = 15° , portanto cada grau tem 4 minutos ($60:15= 4$).

Figura 42 – Calculando os fusos horários



As perguntas f e g apresentaram dificuldade e a maioria não soube responder. Assim foi explicado que, como a Terra realiza seu movimento de rotação de oeste para leste em torno de seu próprio eixo, os fusos localizados a leste do Meridiano de Greenwich tem as horas adiantadas (+), e a oeste tem as horas atrasadas (-), por isso os números negativos. E que

compreender sobre os fusos horários tem grande importância para as pessoas que viajam e tem relações comerciais com outras que moram em lugares distintos dos seus.

Surgiram perguntas do tipo:

Aluno D: “É verdade que quando é dia no Brasil, no Japão é noite?”

Então foi exposto à sala que existem diferenças de horas em muitos lugares do mundo; um exemplo é a diferença entre o Brasil e Japão, pois este está a 12 horas a leste da linha de Greenwich.

Na atividade 5b, os grupos responderam sem dificuldade que a diferença dos fusos horários entre o Brasil e a Ásia é de 6 horas, representando no mapa no intervalo de -3 a +3 (ver Figura 31). Esse valor também pode ser encontrado trabalhando as longitudes dos locais considerados. Os alunos deveriam localizar as longitudes dos dois locais: Brasil tem longitude 45°O e Baherin 50°L , calcular as diferenças entre as longitudes (como estão em hemisférios diferentes somam-se). Em seguida dividir por 15° para transformar em horas.

Assim $45^{\circ} + 50^{\circ} = 95^{\circ}$; $95^{\circ} : 15^{\circ} = 6$ horas aproximadamente. Tomando a hora do local considerado, que era 15h e subtraindo 6 (pois o Brasil está a oeste), encontraram 9h. Hora em que o jogo aconteceria, segundo o horário oficial de Brasília. E concluíram que só era possível porque existem os fusos horários!

A atividade 5c não apresentou nenhuma dificuldade visto que os alunos entenderam os conceitos de fusos horários e números negativos, expondo que é adotado o horário de verão para reduzir a energia no período em que o consumo da população atinge seu nível mais alto, o que acontece entre as 18 e 21 horas.

Para reforçar o conteúdo a professora de Geografia ensinou uma música dos fusos horários e os alunos apresentaram ao final da aula.

Figura 43 – Alunos cantando o Rap do Fusos Horários



f) Atividade 6 – Cálculo de distâncias de um roteiro de viagem pelo Brasil

Atividade 6: Roteiro de Viagem

- a) Para onde vamos?
- b) De onde vamos partir?
- c) Por onde iremos passar?
- d) Características de cada lugar?
- e) Distâncias
 - cidade A – cidade B =
 - cidade B – cidade C =
 - cidade C – cidade D =
- f) Quantos km andei, só na ida?

Tinha por objetivo calcular distâncias num roteiro de viagens e trabalhar com o conceito de escalas e conversão de unidades. Realizada as explicações da atividade, cada dupla foi anotando a medida em cm encontrada e marcando na tabela, e em seguida transformando em km, de acordo com a escala apresentada no mapa dado. Foi lembrada a tabela de conversão de medidas de comprimento, que 1km equivale a 1000m, e que pela escala 1cm vale 250 km.

Feitas as operações, completaram a tabela e descobriram a distância que percorreriam no roteiro traçado. A turma apresentou facilidade na interpretação do conceito matemático de escalas. O mesmo pode ser percebido na conversão de medidas, sendo assim o objetivo da atividade atingindo. Foi uma das atividades mais motivadoras, os alunos se empenharam, pareciam que iam mesmo fazer a viagem planejada. O aluno C fez o seguinte comentário:

“Que divertido. Assim aprender matemática é mais gostoso. Agora eu sei olhar no mapa e descobrir a distância da minha casa até a casa de minha vovó.”

Figura 44 – Realizando os cálculos da distância

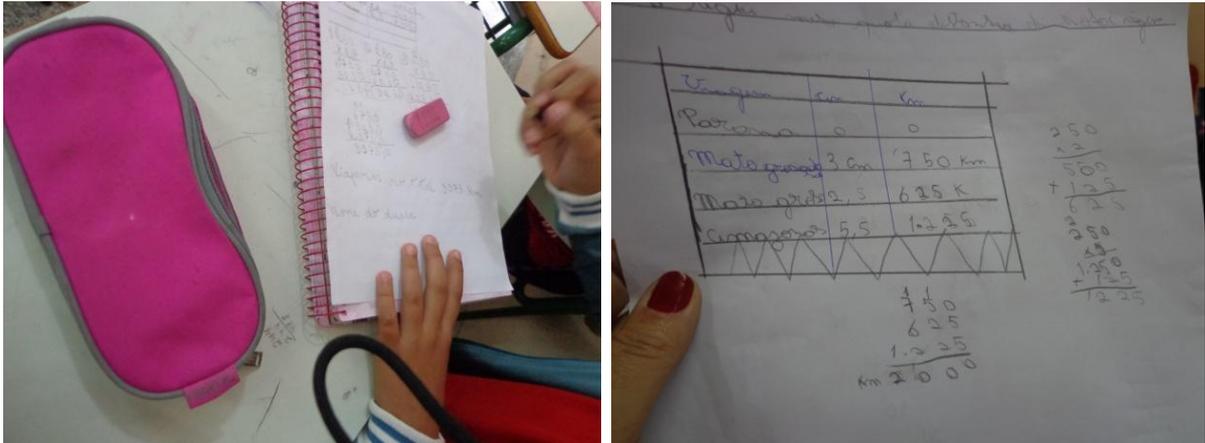


Figura 45 – Roteiro elaborado pela dupla



g) Atividade 7 – Sistema de coordena das geográficas

Atividade 7: Sistema de Coordenadas Geográficas

- No Brasil, existe alguma localidade de longitude $90^{\circ}O$?
- Qual a latitude nos pontos do Equador, polo Norte e polo Sul?
- Cite alguns pontos por onde passa o meridiano de Greenwich.
- O que é um paralelo? Qual sua função? Quais os nomes dos principais paralelos?
- O que são meridianos? Qual sua função? Quais os nomes dos principais meridianos?
- O que entende por latitude? E por longitude?
- O que são coordenadas geográficas?

Foi dividida em duas partes. Nas aulas de Matemática os alunos primeiro trabalharam conceitos de corda, mediatriz, ponto médio, ângulo, centro da circunferência, divisão da circunferência em 24 partes utilizando o transferidor. Em seguida construiriam o globo terrestre seguindo os passos e demarcaram os meridianos e paralelos. Houve apreensão dos

conceitos matemáticos e os alunos se envolveram com entusiasmo, dizendo ser a aula mais interessante e que assim eles até gostavam de matemática. Até mesmo os alunos que não eram muito ligados nas aulas participaram e conseguiram construir seu globo terrestre. Alguns comentários dos alunos foram:

Aluno R: “Puxa vida, não pensei que uma aula de matemática poderia ser divertida!”

Aluna M: “Aulas desse tipo, professora, fica mais interessante e até eu consegui aprender.”

Figura 46 – Divisão da circunferência em 24 partes

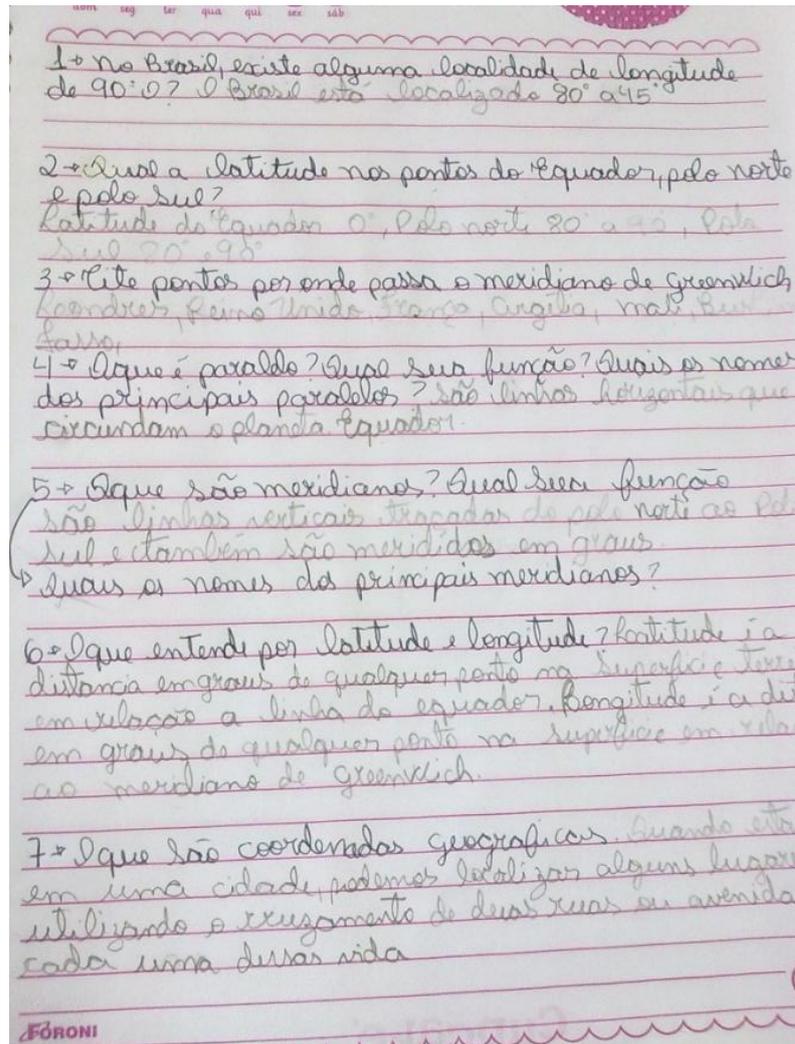


Figura 47 – Demarcação dos meridianos



Nas aulas de Geografia, o professor trabalhou as questões referentes a atividade, as quais os alunos responderam sem apresentar dificuldade, mostraram compreensão dos conceitos geográficos envolvidos, que eram de utilizar o sistema de coordenadas para a localização de um ponto no planeta.

Figura 48 – Resposta das questões



h) Atividade 8 – Medidas da Terra:

Atividade 8: Medida da Terra

- Com um barbante medir a circunferência máxima da esfera, o diâmetro e determinar o raio.
- Compare esse valor com o apresentado no vídeo, usando a regra de três.
- Refaça os passos de Eratóstenes, e verifique o valor apresentado por ele para o diâmetro da Terra e pesquise sobre esse valor hoje.
- Qual a ligação dessa atividade com a Geografia?

Tratou sobre a medida da Terra, iniciando com o vídeo da série Geodetive, que conta sobre Eratóstenes e a maneira como ele descobriu o diâmetro de nosso planeta. Os alunos mostraram interesse pela atividade e pelo vídeo, e anotaram as dúvidas e o que havia chamado atenção. Em seguida, foi feita a relação entre o globo terrestre e a esfera, as principais linhas demarcadas, e com os globos confeccionados por eles na atividade anterior, mediram uma circunferência máxima, diâmetro, raio e fizeram comparações com os dados de Eratóstenes.

Figura 49 – Assistindo ao vídeo



Para responder as questões, foi preciso ir esclarecendo cada etapa, pois os alunos apresentaram algumas dificuldades com os conceitos matemáticos envolvidos. Como haviam feito anotações durante o vídeo, foram utilizando as informações: anotaram que $1/50$ da circunferência máxima equivalia a $7,2^\circ$, pois $360:50 = 7,2^\circ$.

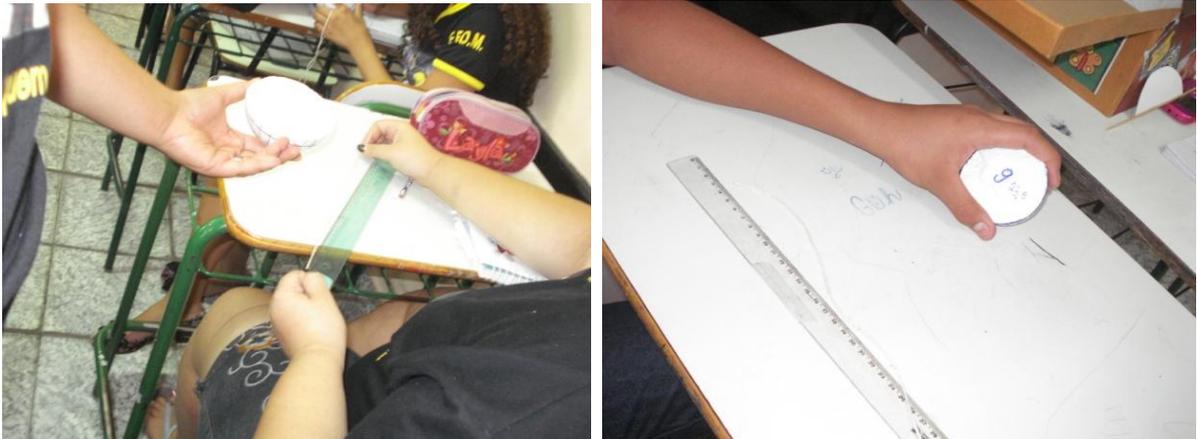
Assim trabalharam a regra de três da seguinte maneira: Se a distância entre as duas cidades e eram de 800km,

$$\begin{array}{l} 800\text{km} - 7,2^\circ \\ x \text{ km} - 360^\circ \end{array}$$

Conferiram a medida dada por Eratóstenes. O diâmetro da Terra é de 40000km. (valor muito próximo do que é considerado hoje 40072km). Em seguida,, conferiram esse valor para suas esferas.

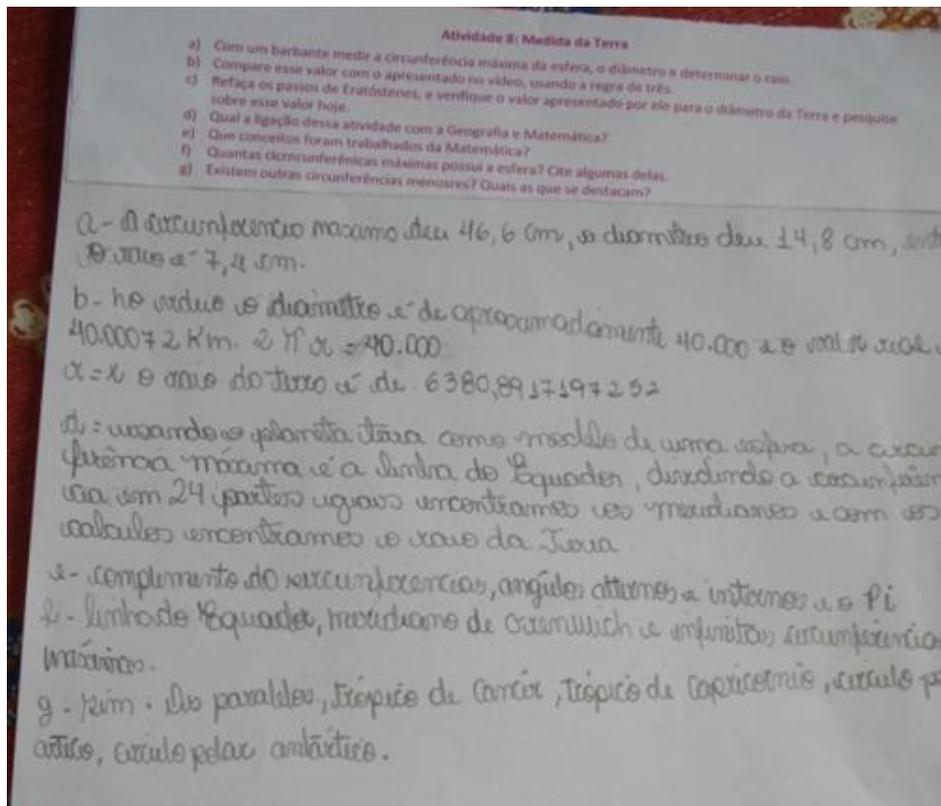
Como o vídeo apresentava o valor de 40072km e na sala tinha acesso à internet, pode-se verificar no site <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/erath.html> Acesso em 20/05/2013, que a circunferência equatorial é de 40074km e diâmetro equatorial é de 12756km.

Figura 50 – Medindo a circunferência e o diâmetro



Ao trabalhar a fórmula matemática $C = 2 \cdot \pi \cdot r$, foi lembrado um valor muito conhecido pelos alunos, que é o valor de Pi: $40074:127456 = 3,14$. Puderam confirmar os valores encontrados por eles nas circunferências: $23,5\text{cm} = 360^\circ$, ou melhor, $23,5\text{cm} = 2 \cdot \pi \cdot r$. Então o raio da circunferência era de $3,74\text{cm}$ e seu diâmetro de $7,48\text{cm}$. Escreveram que a circunferência máxima equivalia à linha do equador, e que existiam outras circunferências menores, os paralelos; no sentido vertical viam a linha de Greenwich e os meridianos.

Figura 51 – Respostas da Atividade 8



Foi uma atividade proveitosa, os conceitos matemáticos de distância, medidas de circunferência foram compreendidos e o objetivo maior de identificar a esfera, seus elementos e a ligação com as medidas da Terra atingidos.

i) Atividade 9 – Medindo distâncias no globo terrestre

Atividade 9: Medindo distâncias no globo terrestre

- a) Como mediram a distância entre os dois pontos? Que material utilizaram?
- b) Compare a sua medida com a dos colegas. O que perceberam?
- c) Repitam a atividade usando um pedaço de barbante.
- d) Qual a medida encontrada agora? Chegaram ao mesmo resultado?
- e) Qual o valor encontrado em graus?
- f) E em quilômetros?

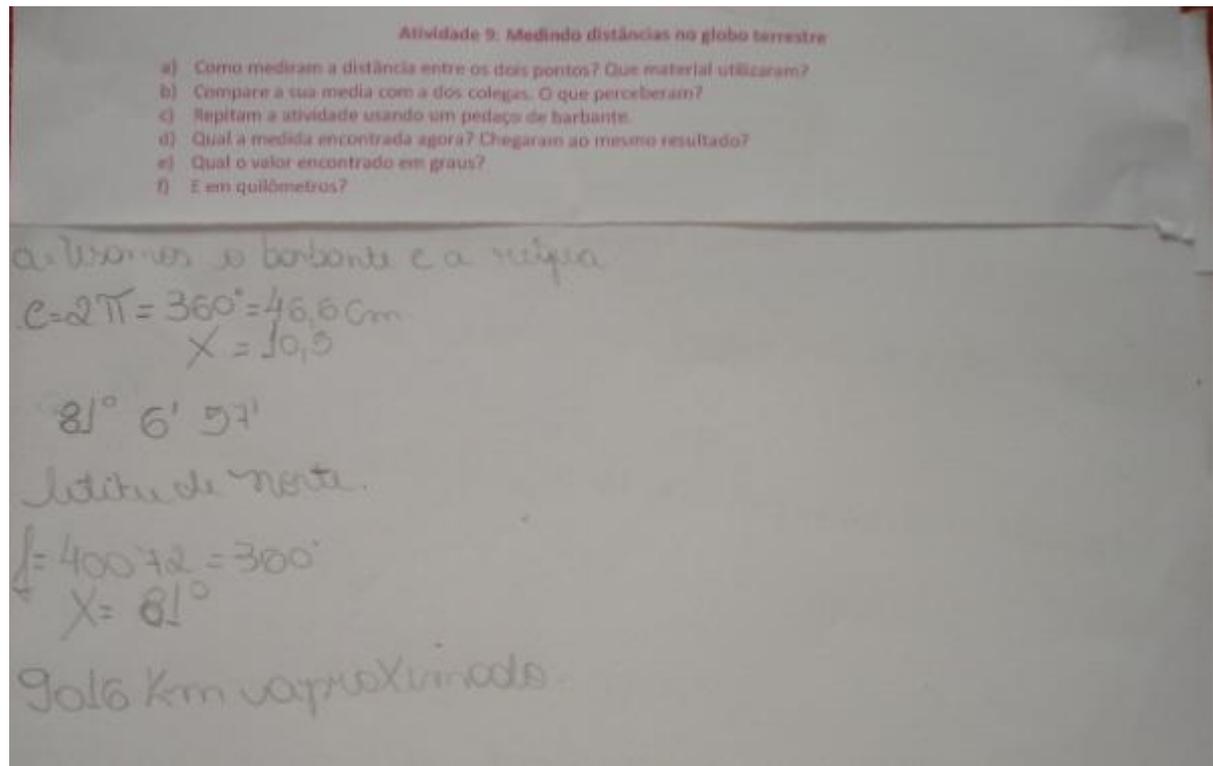
Foi possível os alunos verificarem e compararem os valores da latitude e longitude com medidas das coordenadas e sua relação com medidas de comprimento. Expuseram sobre o que seria uma reta na superfície esférica, sem apresentar nenhuma dificuldade, concluindo que o segmento de reta é um arco de circunferência máxima da esfera e que elas são infinitas, sendo possível que por um ponto passem infinitas retas.

Ao encontrarem a distância entre dois pontos, perceberam que teriam que encontrar por uma medida de ângulo, o que conseguiram aplicando uma regra de três simples e a conversão das unidades de comprimento, fazendo a relação com as coordenadas geográficas.

Figura 52 – Medindo distância entre dois pontos na superfície esférica



Figura 53 – Calculando a distância no globo



Nessa atividade, os alunos se sentiram felizes, pois perceberam que eram capazes de resolver as atividades de matemática, e viram suas aplicações. Abaixo alguns comentários dos alunos a respeito da atividade:

Aluna A: “Nunca tinha pensado antes que dava para medir distância de uma curva!”

Aluno B: “Hoje eu aprendi como a matemática é útil em diferentes situações da nossa vida.”

j) Atividade 10 – Determinando as coordenadas da cidade

Atividade 10: Determinando as coordenadas da cidade

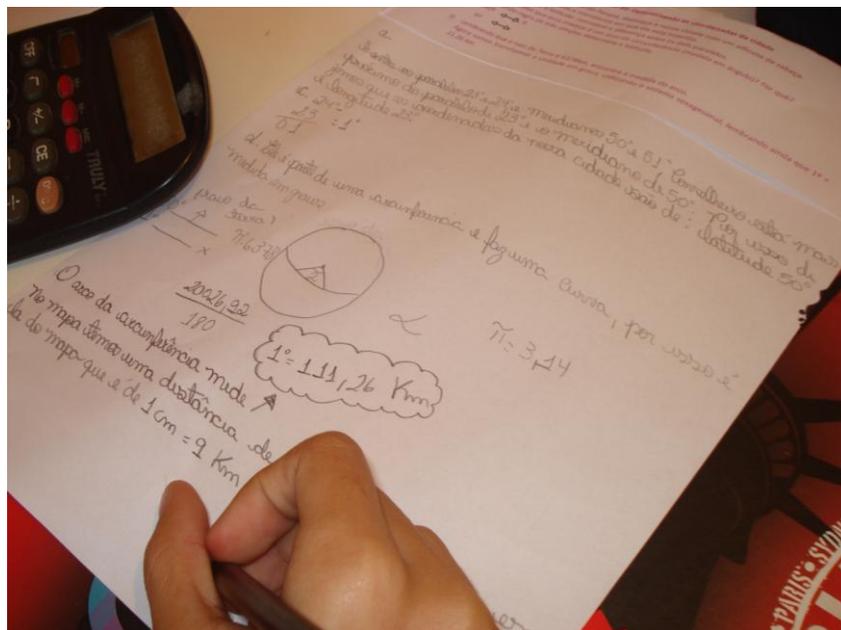
- Olhando o Mapa Político do Paraná, destaque a nossa cidade com um alfinete de cabeça.
- Descubra os paralelos e meridianos em que ela está inserida.
- Determinando a latitude: considere a diferença entre os dois paralelos.
- Você percebe que essa medida é um arco de circunferência (medida em ângulo)? Por quê?
- Utilizando regra de três simples determine a latitude.
 $180^\circ \quad \leftarrow \rightarrow R$
 $1^\circ \quad \leftarrow \rightarrow x$
- Lembrando que o raio da Terra é 6378km, encontre a medida do arco.
- Agora vamos transformar a unidade em graus, utilizando o sistema sexagesimal, lembrando ainda que $1^\circ = 11,26 \text{ km}$.
- Quais as coordenadas de nossa cidade?

Com essa atividade, os alunos concluíram como se encontram as coordenadas geográficas de nossa cidade, ou de outra qualquer, revendo os conceitos de meridianos e paralelos, de ângulos e seus submúltiplos. Com o mapa geopolítico do Estado do Paraná em mãos, destacaram a cidade de Conselheiro Mairinck, o espaço que estava localizado, ou seja, qual o intervalo de graus dos meridianos e paralelos.

Figura 54 – Localizando nossa cidade no mapa



Figura 55 – Calculando as coordenadas geográficas



Trabalhando as questões referentes à atividade, foram então, aplicando regra de três e encontraram a latitude e a longitude, dando significado aos graus, minutos e segundos, que antes não entendiam como encontravam e para que serviam, conforme os comentários dos alunos:

Aluno A: “Ah, então é assim que se acham as coordenadas? Pensei que só com GPS era possível.”

Aluna B: “Legal saber de onde vêm esses números.”

Como essa atividade complementava as Atividades 7, 8 e 9, foi possível perceber que o objetivo havia sido alcançado, pois os alunos mostraram interesse, argumentaram, se envolveram sem desanimar, e entenderam a relação entre as disciplinas de matemática e geografia, e de como é importante saber interligar os conhecimentos.

k) Atividade 11 – Projeção Cartográfica

Atividade: Projeção Cartográfica

- a) Para que serve uma projeção cartográfica?
- b) Quais tipos de projeção existem?
- c) Descreva cada uma dessas projeções.
- d) Em grupo, desenhe uma dessas projeções.

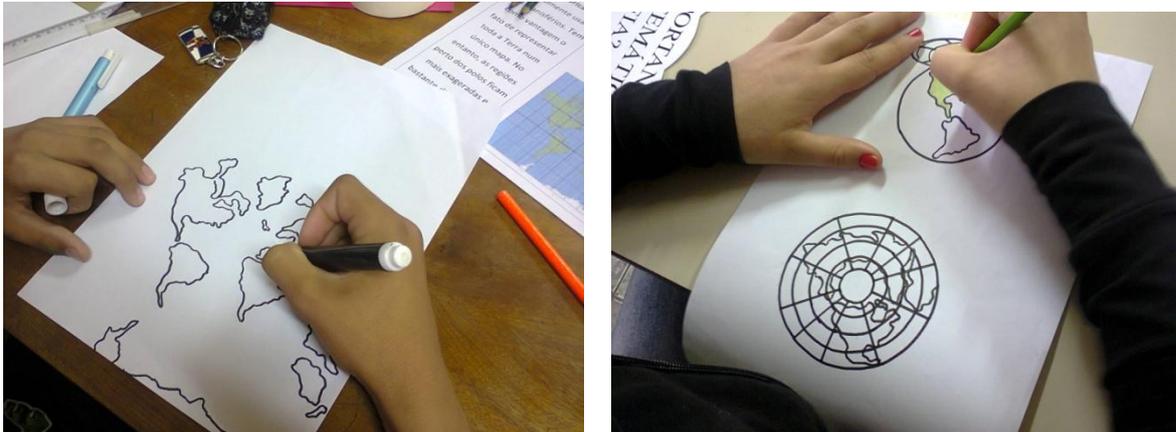
Tinha por objetivo reconhecer diferentes maneiras de representação do planeta em superfícies planas; utilizar mapas para melhorar o entendimento sobre um determinado lugar. A aula foi iniciada com a leitura do texto do livro didático do aluno, que explica o que é projeção cartográfica, como se classificam e suas aplicações.

Figura 56 – Leitura do texto



Em seguida, os alunos responderam as questões sugeridas, com o auxílio da professora de Geografia. Alguns alunos retrataram as projeções e fizeram ampliação para a exposição que aconteceria na escola.

Figura 57 – Desenho das projeções cartográficas



Ao final terminaram a aula cantando o rap das projeções.

Figura 58 – Rap das Projeções



Após a realização de todas as atividades, aconteceu uma exposição do projeto na escola, o que não havia sido planejado, mas os alunos gostaram da ideia de mostrar o que tinham aprendido de novo. Assim, confeccionaram cartazes, com as atividades, fotos, desenhos e perguntas questionando ser possível a interdisciplinaridade.

Foto 59 – Exposição de cartazes



Foto 60 – Término do projeto



Para fechar, ainda foram coletadas informações com o Questionário 2, onde os alunos deveriam reportar sobre a validade da experiência com atividades interdisciplinares, em que duas disciplinas poderiam trabalhar juntas, avaliando os instrumentos utilizados e a condução das atividades.

De modo geral e satisfatório, os alunos gostaram e perceberam a relação entre os conteúdos de matemática e geografia, disseram ter aprendido algo que não sabiam que era sobre a medida de uma “curva”, pois pensavam que só podiam medir distâncias com a régua. Foram

muito receptivos, opinando favoravelmente com relação a contribuição que as atividades exerceram sobre o aprendizado em associar teoria e prática.

Aluno A: “Eu aprendi a medir a distância entre um país e outro no globo terrestre, vi para que serve os números na vertical e na horizontal, e a importância que eles tem.”

Aluno B: “Aprendi várias coisas importantes sobre a esfera, calcular graus, e o que achei mais importante foi aprender a encontrar os graus e minutos de nossa cidade, ou seja, as suas coordenadas geográficas.”

Aluno C: “Importante foi que aprendi que um homem chamado Eratóstenes, sem nenhum aparelho sofisticado, descobriu o diâmetro da Terra (40000 km). Esse cara teve que pensar muito, muito mesmo!!!”

Disseram que deveriam acontecer mais aulas desse jeito, com os professores interligando os conteúdos e propondo atividades que proporcionasse a busca de respostas com pesquisas, trabalho de campo, fora da escola, saindo de uma aula tradicional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal intuito desta pesquisa foi o de averiguar a possibilidade de se trabalhar os conceitos matemáticos articulados à geografia com alunos do Ensino Fundamental a partir de atividades que favoreciam o tema.

Partindo do pressuposto que essas atividades pudessem contribuir para a compreensão de uma geometria pouco ensinada na escola e dessem conta de responder as questões propostas, a metodologia adotada foi a interdisciplinaridade, de maneira que esse trabalho atingisse seu objetivo.

Apesar de ser um assunto novo que não consta nos livros didáticos, foi possível trabalhar com esse conteúdo em sala de aula, motivando professores e alunos à aprendizagem, de uma forma diferente, articulada e desafiadora.

Durante a aplicação das atividades pode-se notar que trazer um tema diferente para a sala torna as aulas mais interessantes, permite que professores e alunos se envolvam, e que é possível uma relação entre diferentes disciplinas.

Trabalhar com a Geometria não euclidiana, de forma sutil, fazendo relação com a geometria plana e esférica, possibilitou levantar regularidades e diferenças quando os conceitos eram comparados. E, além disso, a compreensão ao usar a esfera como modelo do globo terrestre.

Algumas das dificuldades apresentadas foram que conceitos básicos de matemática tiveram de ser retomados, pois alguns alunos nunca haviam trabalhado em anos anteriores com esses conceitos, sendo preciso uma aula mais detalhada de cada um deles e sua articulação com a geografia, que nunca antes havia sido percebida. Porém tornou o trabalho mais dinâmico e participativo e não atrapalhou o seu desenvolvimento.

O trabalho com materiais manipuláveis como bolas de isopor, esfera de acrílico, globo terrestre, mapas políticos, exigia que todos os envolvidos expusessem ideias, fizessem conjecturas e levantassem reflexões do que ia sendo trabalhado e aprendido, levando assim melhoria no ensino e aprendizagem, na contextualização dos conceitos matemáticos e geográficos.

Sem dúvida foi possível inserir a geometria não euclidiana no contexto da sala de aula de uma forma elementar, onde os professores de matemática e geografia puderam trabalhar interdisciplinarmente com questões do dia a dia, sendo levados a questionar, refletir, argumentar e descrever a representação geométrica e geográfica.

Sendo assim, entende-se que todo o processo apresentado no decorrer desta pesquisa pode auxiliar professores a repensar sua prática e introduzir esses e outros conceitos abordados, além de mostrar que a geometria euclidiana não é a única que deve ser trabalhada na escola, mas sim que existem outras que merecem maior atenção.

A interdisciplinaridade foi a tendência escolhida como foco principal por entender a relação entre coordenadas cartesianas e coordenadas geográficas e os elementos da esfera com as linhas imaginárias do globo terrestre, e que partindo de um modelo, no caso a esfera como modelo de nosso planeta foi possível aprofundar discussões metodológicas do ensino da matemática relacionado ao ensino de geografia.

Os resultados apontam para que novas sugestões sejam trazidas para as salas de aula, pois a receptividade dos alunos foi relevante, comprometida e motivadora. O que comprova que a utilização de novas metodologias é imprescindível se o intuito de nós professores é fazer o ensino-aprendizagem acontecer.

O presente trabalho permitiu conduzir o processo de aprendizagem, à medida que a pesquisadora colheu dados ao longo do processo ao mesmo tempo em que incentivou os alunos na busca de novos conhecimentos, fazendo com que argumentassem, realizassem atividades diferenciadas e associassem elementos da interdisciplinaridade, de forma a superar a fragmentação entre as disciplinas.

A tarefa de mudar a prática docente não é fácil, mas quando se propõe uma metodologia diferenciada e se verifica os resultados atingidos de maneira satisfatória, porque não dizer excelente, não resta dúvidas de que o ensino da Matemática de forma contextualizada, articulando os conhecimentos e conteúdos vistos em outras disciplinas desperta um maior interesse pelos alunos na aprendizagem, o que comprova a validade dessa pesquisa com as argumentações dos professores envolvidos de acordo com o Anexo B:

Professora A: “De uma forma dinâmica foi possível através dos conceitos da Geografia compreender conceitos da geometria esférica, que é o novo, e assim os alunos perceberem que a Matemática está em muitos outros lugares que não imaginavam.”

Professor B: “As atividades propostas apresentaram a ligação entre a matemática e a geografia e levaram os alunos a descobrir outras relações interdisciplinares que normalmente passam despercebidas no cotidiano de sala de aula.”

Professora C: “Com atividades elaboradas de forma clara e atrativa, pudemos fazer um trabalho interdisciplinar que nos motiva a pensar em outras atividades futuras.”

Professora D: “No princípio pensava que não daria certo, era muito complexo ligar os conceitos de coordenadas geográficas com a Matemática! Mas foi surpreendente ver o brilho nos olhos dos alunos. Como é bom poder trabalhar, ensinar e aprender cercado de olhos brilhantes.”

E, para finalizar, que mais professores de matemática e geografia ou outras áreas, em pesquisas futuras, busquem uma prática conjunta, não tenham medo de arriscar e descubram que o conhecimento nunca está pronto e acabado. Tenham uma nova postura, estejam abertos às mudanças na forma de ensinar e que os alunos deixem de ter atitudes passivas e apropriem-se do conhecimento para sua formação crítica.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, R. D. de. **Cartografia escolar**. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2010. 220p.

ALVES-MAZZOTTI, A. **O planejamento de pesquisas qualitativas**. In: ALVES MAZZOTTI, A.; GEWANDSNAJDER, F. O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1999. p.107-203.

ÁVILA, G. S. de S. **Várias faces da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral**. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010. 203p.

BERLINGHOFF, W. P; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Tradução Elza Gomide, Helena Castro. 2.ed. São Paulo: Blucher, 2010, 279p.

BIAGGI, G. V.. **Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo**. Revista de Ciências da Educação. Vol 2. p.103-113. São Paulo, 2000.

BORGES, A. T. **Um estudo de modelos mentais**. Revista Investigação em Ensino de Ciências, v. 2, n. 3, p. 207-226, 1997.

BORTOLOSSI, H. J. & de Almeida Jr., R. V. (2007). DynAtlas: **Projeções Cartográficas e a Geometria do Globo Terrestre**. Disponível em <http://www.uff.br/mapprojections/mp_br.html>. Acesso em: 11 fev. 2013.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 4. p. 48-72.

CALDATTO, M. E. **O processo coletivo de elaboração das Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Paraná e a inserção das Geometrias Não Euclidianas**. 261 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, 2011.

CAMARGO, K. C. A. **A expressão gráfica e o ensino das geometrias não euclidianas**. 144f. Dissertação (Pós Graduação em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em <www.ppgecm.ufpr.br/Dissertacoes/005_KeilaCristinaArsieCamargo.pdf>. Acesso em 23 jan. 2013.

CAVALCANTI, L. de S. **A geografia escolar e a cidade: Ensaio sobre o ensino de geografia para a vida urbana cotidiana**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2008, 190p.

CARLOS, J. G. **Interdisciplinaridade no Ensino Médio: desafios e potencialidades.** Disponível em: <http://vsites.unb.br/ppgec/dissertacoes/proposicoes/proposicao_jairocarlos.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2013.

DEMO, P. **Pesquisa e Construção de Conhecimento.** Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2002.

DENZIN, N. K; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: Teorias e abordagens** [trad. Sandra Regina Netz] 2a ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DEVELAY, M. **Donner du sens à l'école.** Paris: ESF, 1996. p.10.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa.** 2.ed. São Paulo: Papirus, 2005.

FREIRE, P.; FREIRE, A. M. A. (organizadora). **Pedagogia dos sonhos possíveis.** São Paulo: UNESP, 2001.

GOLDBERG, M. C. **Educação e qualidade: repensando conceitos.** Revista brasileira de estudos pedagógicos. São Paulo, v. 79, p. 35-45, set./dez. 1998.

Interdisciplinaridade. Disponível em <<http://www.infoescola.com/pedagogia/interdisciplinaridade>>. Acesso em: 19 mar. 2013.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.. **Matemática: Imenes & Lellis.** São Paulo: Moderna, 2009.

KLOSOWSKI, S. S.; REALI, K. M. **Planejamento de Ensino como ferramenta básica do processo ensino-aprendizagem.** Revista eletrônica Unicentro. 5ed. 2005. Disponível em <www.horacio.pro.br/fmp/2012-1/planejamento/7-Ed5_CH-Plane.pdf>. Acesso em 31 mai. 2013.

LIBÂNEO, J. C. **Didática.** São Paulo: Cortez, 1994.

LOPES, R. C. **Vivemos em um planeta semelhante a uma esfera.** Disponível em www.didomenicomath.com.br/upload/file/Folhas%20-%20Esfera.doc. Acesso em: 4 dez. 2012.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. Século XXI: qual matemática é recomendável? **Revista Zetetiké.** Campinas, ano1, n.1.p.41-49. 1993.

MACHADO, N. J. **Interdisciplinaridade e contextualização.** Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Fundamentação Teórico- Metodológica. Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anízio Teixeira. (p.41-53). Brasília: O Instituto, 2005.

O quinto Postulado de Euclides. Disponível em <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminário/euclides/postuladoeuclides.htm>>. Acesso em: 05 dez. 2012.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública do Estado do Paraná. Matemática.** Curitiba, 2008. Disponível em <<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1>> Acesso em: 11 fev. 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública do Estado do Paraná. Geografia.** Curitiba, 2008. Disponível em <<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1>>. Acesso em: 11 fev. 2013.

PARANÁ. **Caderno de Expectativas de Aprendizagem.** Departamento de Educação Básica. Curitiba. 2012. Disponível em <<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1>>. Acesso em: 11 fev. 2013

PATAKI, I. ALMOULOU, S. A. **Equador, Paralelos e Meridianos: Apenas linha Imaginárias?** Dissertação. PUC-SP. 2003.

PEREIRA, D. E. **Globos e mapas ao alcance das mãos: ensino de matemática numa perspectiva de alfabetização funcional na EJA.** 173f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008. Disponível em <<ftp://ufpr.br/pub/biblioteca/ext/bdtd/DanieleEP.pdf>> Acesso em 23 jan. 2013.

PONTUSCHKA, N. N.; PAGANELLI, T. I.; CACETE, N. H. **Para ensinar e aprender geografia.** 3.ed.São Paulo: Cortez, 2009. 383p.

POZO, J. I. **Aprendizagem de conteúdos e desenvolvimento de capacidades no ensino médio.** In: COLL, César. Psicologia da aprendizagem no ensino médio. Porto alegre: Artmed, 2003.

Princípio de Cavalieri- mistério. Disponível em <<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/debaser/singlefile.php?id=22600>>. Acesso em 4 dez. 2012.

Projeto Araribá: **Geografia/organizadora.** Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editora responsável Sonia Cunha de Souza Danelli. São Paulo: Moderna, 2007. 2 ed.

Proposta Pedagógica Curricular de Matemática. Escola Estadual Dona Macária – EF. 2008.

RAMOS, M. **Possibilidades de construção de um currículo integrado de ensino médio técnico.** Rio de Janeiro: UERJ, 2004.

SACRISTÁN, J.G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. TRad. Ernani F. da F. Rosa, Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTOS, E. H. **A interdisciplinaridade como eixo articulador do Ensino Médio e do Ensino Técnico de nível médio integrados**. Documento SEED. 2007.

STEFANELLO, A. C. **Didática e avaliação da aprendizagem no ensino de geografia**. São Paulo: Saraiva, 2009. 159p.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1985.

TRIVIÑOS, A. N. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

ANEXOS

ANEXO A**TERMO DE CESSÃO E USO DE IMAGEM**

Eu, _____,
RG _____, autorizo meu filho(a) _____,
RG _____, a participar do projeto de dissertação: Uma proposta interdisciplinar entre Matemática e Geografia no Ensino Fundamental, aplicado pela professora Adriana Marise Colombera Honda na Escola Estadual Dona Macária - Ensino Fundamental e por meio deste, permito que seja filmado e fotografado, e que todas as informações possam ser gravadas. Estou ciente de que, ao término da pesquisa, essas informações e os resultados poderão ser divulgados publicamente.

Conselheiro Mairinck, _____ de _____ de 2013.

Pai ou Responsável RG _____

Aluno(a) RG _____

Diretora RG _____

Pesquisadora RG _____

ANEXO B
RELATÓRIO PARA O PROFESSOR REGENTE

Para cada atividade realizada em sala, com os alunos, procurar descrever as seguintes situações:

- a) Como foi exposto o assunto?
- b) Houve interesse imediato por parte dos alunos?
- c) Os objetivos determinados na atividade foram alcançados?
- d) Os alunos conseguiram entender a proposta da atividade?
- e) Registraram o raciocínio e conclusões, expondo os passos de cada atividade?
- f) A sala se envolveu nas atividades de grupo?
- g) Houve assimilação do conteúdo com facilidade?
- h) Compreenderam os conceitos matemáticos e/ou geográficos básicos para a atividade?
- i) Mantiveram atenção e interesse durante as explicações?
- j) O tempo foi suficiente para expor e trabalhar o assunto?
- k) O vídeo utilizado chamou a atenção?
- l) Resolveram atividades complementares?
- m) Os alunos foram capazes de relatar o que aprenderam em forma de texto?
- n) Foi necessário mudar de metodologia ao realizar a atividade?
- o) Aspectos positivos a serem destacados.
- p) Aspectos negativos a serem destacados.
- q) O que poderia ser modificado ou melhorado?

ANEXO C

Questionário 1

Querido(a) aluno(a), as questões abaixo contemplam o projeto de pesquisa e de conclusão do Mestrado em Matemática da UEL, e tem como objetivo levantar dados sobre a compreensão da relação com conteúdos básicos de Geografia e da Matemática. Conto com sua participação e colaboração.

Prof^a Adriana Honda

1. Qual seu nome: _____
2. Qual sua idade: _____
3. Você gosta da disciplina de Matemática? () Sim () Não
4. E da disciplina de Geografia? () Sim () Não
5. Que tipo de atividade matemática mais desperta sua atenção?
 - () jogos que fazem uso da matemática
 - () atividades que envolvem cálculos
 - () atividades que envolvem aplicação no cotidiano
 - () problemas que envolvem enigma
6. Quando aprende melhor:
 - () quando o professor apresenta o conteúdo e várias atividades sobre ele.
 - () quando o professor explica várias vezes o mesmo conteúdo.
 - () quando estudo sozinho refazendo as atividades de sala.
 - () quando o professor apresenta um conteúdo sobre uma situação real.
7. O que você considera ser um bom professor:
 - () o que não ensina nada, fica conversando e no final dá nota para todo mundo.
 - () o professor que usa o livro didático e quem souber todos os exercícios tem nota.
 - () o professor que domina o conteúdo, não dá lado para conversa e quem não souber se rala na prova.
 - () o professor que procura sempre trazer coisas novas e interessantes, que permite a discussão, valoriza e se interessa pelo conhecimento dos alunos.
8. Como são as suas aulas:
 - () aulas maçantes que dá vontade de dormir.
 - () aulas normais, onde copia o conteúdo, faz muitas atividades para fixar o conteúdo.
 - () aulas divertidas onde o conteúdo é dado em forma de jogos e brincadeiras.
 - () aulas que sempre traz assuntos de interesse da turma, dando oportunidade de participação e colocação do que se sabe sobre o assunto.
9. Você sabe o significado da palavra Geometria? E da palavra Geografia?
10. Você acha que essas duas disciplinas tem algo em comum?
11. Já ouviu falar em geometria esférica?
12. Você conhece uma esfera e seus elementos?
13. O que sabe sobre as coordenadas geográficas?
14. Qual a relação entre arco de circunferência, latitude, longitude?
15. Como é calculada a latitude e a longitude?

ANEXO D**Questionário 2**

Após a realização das atividades propostas nas aulas de Matemática e Geografia, responda:

1. Como se sentiu em relação às atividades interdisciplinares:
 - () não me interessei, independente da forma como foi apresentada.
 - () não consigo ver a relação com outra disciplinas.
 - () consegui entender os números no canto dos mapas.
 - () consegui perceber que a matemática está por toda parte, principalmente, na geografia.
2. Como foi trabalhar os conteúdos de Geografia junto com a Matemática:
 - () não gostei, pois achei difícil.
 - () não gostei porque foi trabalhado muitos conteúdos.
 - () prefiro atividades explicadas no quadro e depois fazer atividades.
 - () gostei , pois pude perceber a matemática e sua aplicação.
3. Após realizar várias atividades com o tema geometria esférica e globo terrestre, como considera a interdisciplinaridade:
 - () considero que progredi um pouco, mas ainda tenho dificuldades.
 - () considero que progredi, mas como cada situação é diferente, não acerto sempre.
 - () considero que progredi e consigo entender o significado dos termos utilizados.
 - () consegui progredir bastante e consigo entender a relação entre as duas disciplinas trabalhadas.
4. Qual sua opinião sobre trabalhar em grupo:
 - () não gosto, pois sempre tem o que não faz nada.
 - () prefiro trabalhar sozinho, porque em grupo a aula fica barulhenta e bagunçada.
 - () prefiro trabalhar sozinho, porque se o professor explica e não entendo, não zomba de mim.
 - () gosto de trabalhar em grupo porque a atividade fica mais completa e posso aprender com meu colega.
5. O que aprendeu com estas atividades e achou importante?

ANEXO E**Música do Fuso Horário**

(Melodia Ilariê, Xuxa)

Fusos horários do Brasil, do Brasil
São três a saber, a saber,
Todos ficam no Ocidente
Com as horas atrasadas, é fácil de entender
Mais um, mais um

Primeiro fuso
É o das Ilhas
Com duas horas a menos de Greenwich
E o segundo maior de todos
Tem Curitiba e o centro que é Brasília
Eu sei que vou, comemorar
Aprender os fusos qualquer um pode mandar
Eu sei que vou, comemorar
Aprender os fusos qualquer um pode mandar
Ta, na, na, na na, hei,
Ta, na, na, na na, hei,

ANEXO F

Rap das Projeções

Preste atenção no rap da projeção
Groelândia bem grandão, Groelândia bem grandão

É a projeção de Mercator meu irmão
Groelândia bem grandão, Groelândia bem grandão

Essa projeção foi criada há um tempão
É utilizada nos mapas de navegação
Groelândia bem grandão, Groelândia bem grandão

De todas existentes a mais utilizada meu irmão
Groelândia bem grandão, Groelândia bem grandão
É a projeção de Mercator meu irmão
Groelândia bem grandão, Groelândia bem grandão

Continentes alongados, continentes alongados
É a projeção de Peters “malacabado”
Continentes alongados, continentes alongados

Essa projeção é a mais moderna e recente
Chamada de cilíndrica e também equivalente
É utilizada nos políticos normalmente.
Continentes alongados, continentes alongados
É a projeção de Peters “malacabado”
Continentes alongados, continentes alongados.