



Universidade Estadual da Paraíba
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa
Programa de Pós-Graduação em Matemática



Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional **PROFMAT**

INCENTIVO À REDAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O QUE PENSAM PROFESSORES E LICENCIANDOS

por

Raylson José Deodato Bernardo

Dissertação de Mestrado apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UEPB, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

RAYLSON JOSÉ DEODATO BERNARDO

**INCENTIVO À REDAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O
QUE PENSAM PROFESSORES E LICENCIANDOS**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática - CCT - UEPB, na modalidade Mestrado Profissional, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Profa. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho

**Campina Grande
01 de Abril de 2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

B523i Bernardo, Raylson Jose Deodato.
Incentivo à educação matemática na educação básica
[manuscrito] : o que pensam professores e licenciandos /
Raylson Jose Deodato Bernardo. - 2022.
88 p. : il. colorido.

Digitado.

Dissertação (Mestrado em Profissional em Matemática em
Rede Nacional) - Universidade Estadual da Paraíba, Pró-
Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa , 2022.

"Orientação : Profa. Dra. Emanuela Régia de Sousa
Coelho , Departamento de Matemática - CCT."

1. Redação matemática. 2. Argumentação. 3. Formação
docente. 4. Educação básica. 5. Educação matemática. I.

Título

21. ed. CDD 510

RAYLSON JOSÉ DEODATO BERNARDO

INCENTIVO À REDAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O QUE
PENSAM PROFESSORES E LICENCIANDOS

Dissertação apresentada ao PROFMAT -
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional da Universidade Estadual da
Paraíba, como requisito parcial para ob-
tenção do título de Mestre.

Aprovado em: 01 / 04 / 2022

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Djeison Benetti
Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT)

Dedico este trabalho a quem sempre esteve
ao meu lado e me apoiou até aqui.

AGRADECIMENTOS

Ao longo da minha formação no PROFMAT as relações com algumas pessoas foram importantes para a minha chegada na culminância do curso: a defesa da dissertação. Essas pessoas que foram caridosas, auxiliaram, incentivaram e me desafiaram ao longo de todo esse percurso, contribuíram, cada uma da sua forma, para a realização desse curso.

Em primeiro lugar, agradeço à Deus pelo dom da vida e pela liberdade nas ações que me permitiram chegar até aqui.

Agradeço aos meus companheiros de batalha, que sobreviveram ao curso comigo e foram fundamentais nas conversas que tivemos. Menciono aqui os colegas Bruno Aldo, Francinaldo Pereira, Emanuel Hudson e José Edmilson.

Agradeço aos membros da Sociedade Brasileira de Matemática e da Universidade Estadual da Paraíba que possibilitaram a existência do curso e o devido apoio durante o mesmo.

Agradeço aos meus professores que me auxiliaram no caminho percorrido, alguns fazendo muito mais para garantir a minha aprovação no Exame de Qualificação. Em especial, agradeço ao Prof. Dr. Aldo Trajano Lourêdo pela cobrança e incentivo para a conclusão do curso.

Agradeço aos professores Prof. Dr. Gustavo da Silva Araújo, Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves, Profa. Dra. Luciana Roze de Freitas e Prof. Dr. Vandenberg Lopes Vieira pela orientação no primeiro ano do curso que me permitiu obter a aprovação no exame de qualificação

Agradeço aos professores Prof. Dr. Francisco Sibério Bezerra Albuquerque, Prof. Dra. Maria Isabelle Silva, Prof. Dr. Davis Matias de Araújo, Prof. Dr. Manuel Antolino Milla Miranda e Prof. Dr. Elias Dias Coelho Neto pela contribuição na minha formação dada no segundo ano.

Em especial, agradeço minha orientadora Profa. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho pela cobrança, paciência, cordialidade e atenção no decorrer do curso. Acredito que nossas conversas foram valiosas e me tornaram um profissional melhor.

Agradeço aos membros da banca por terem dedicado horas de seu trabalho para avaliarem a minha pesquisa.

Agradeço aos participantes dessa pesquisa que, sem obrigação alguma, disponibilizaram parte do seu tempo e dedicaram-se a responder honestamente os questionários enviados. Sem vocês esta pesquisa não existiria.

Agradeço aos meus pais que me deram o melhor presente de todos: o amor.

Agradeço aos meus amigos pessoais, em especial, minha irmã de coração Renally, minha melhor amiga e pessoa de conselhos preciosos.

Agradeço ao amor da minha vida, minha esposa Sheila, pela paciência, colaboração e

companheirismo nessa fase da minha vida. Seu suporte foi fundamental nas noites mal dormidas, horas e horas de estudo, incentivo e confiança no meu potencial.

“Fez da sua
Uma vida Paralela à dela
Até que se encontraram
No infinito.”
Millor Fernandes

RESUMO

Este trabalho aborda a utilização da redação matemática como ferramenta metodológica em sala de aula por professores da cidade de Aroeiras-PB e como os alunos de Licenciatura em Matemática da mesma cidade estão sendo preparados para trabalhar com a redação matemática em seus respectivos cursos de formação. Nossa pesquisa teve cunho qualitativo e foi feita por meio de dois questionários, cada um destinado a um dos públicos que estavam sendo entrevistados. As questões abordavam os temas relacionados a redação matemática, seu envolvimento com a língua portuguesa e a maneira como os professores apresentam um resultado matemático para os seus alunos. A partir dos questionários enviados, obtivemos respostas que indicam uma tendência ao uso da redação matemática como ferramenta pedagógica, entretanto, por diversos fatores, alguns professores evitam utilizá-la. Os futuros professores, entretanto, indicam que não estão recebendo a formação esperada para serem capazes de utilizar a redação matemática em seu leque de metodologias. Além disso, investigamos como os autores abordaram a temática por meio de uma revisão bibliográfica do assunto.

Palavras-chave: redação matemática, argumentação, linguagem, formação docente.

ABSTRACT

This work addresses the use of mathematical writing as a methodological tool in the classroom by teachers in the city of Aroeiras-PB and how Mathematics Licentiate students in the same city are being prepared to work with mathematical writing in their respective training courses. Our research had a qualitative nature and was carried out through two questionnaires, each aimed at one of the audiences being interviewed. The questions addressed topics related to mathematical writing, their involvement with the Portuguese language and the way in which teachers present a mathematical result to their students. From the questionnaires sent, we obtained answers that indicate a tendency to use mathematical writing as a pedagogical tool, however, due to several factors, some teachers avoid using it. Future teachers, however, indicate that they are not receiving the training expected to be able to use mathematical writing in their range of methodologies. In addition, we investigated how the authors approached the subject through a bibliographic review of the subject.

Keywords: mathematical writing, argumentation, language, teacher training.

SUMÁRIO

	Página
1 INTRODUÇÃO	10
1.1 METODOLOGIA	13
1.1.1 OBJETIVO GERAL	14
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
2 A LINGUAGEM	17
2.1 REDAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA	22
2.1.1 A REDAÇÃO MATEMÁTICA PRESENTE NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	26
2.2 UMA BREVE HISTÓRIA DA LINGUAGEM MATEMÁTICA .	30
3 ALGUMAS TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÃO E RELAÇÕES COM A EDUCAÇÃO BÁSICA	36
3.1 DEMONSTRAÇÃO POR TENTATIVA	38
3.2 DEMONSTRAÇÃO POR CASOS	38
3.3 DEMONSTRAÇÃO DIRETA	38
3.4 DEMONSTRAÇÃO POR ABSURDO	39
3.5 DEMONSTRAÇÃO POR CONTRAPOSIÇÃO	39
3.6 INDUÇÃO MATEMÁTICA	40
3.7 O SEGUNDO PRINCÍPIO DE INDUÇÃO FINITA	41
3.8 DEMONSTRAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA	41
4 A REDAÇÃO MATEMÁTICA NA VISÃO DOS PROFESSORES E LICENCIANDOS	45
4.1 A REDAÇÃO MATEMÁTICA NA VISÃO DOS PROFESSORES	45
4.2 A REDAÇÃO MATEMÁTICA SOB O OLHAR DOS FUTUROS PROFESSORES	58
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
REFERÊNCIAS	70
6 ANEXOS	74

1 INTRODUÇÃO

O PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional tem por objetivo principal o aprimoramento profissional de professores de Matemática da Rede Básica de Ensino, especialmente, da Rede Pública. Nesse sentido, nossa pesquisa está inserida na proposta defendida pelo PROFMAT, sendo uma pesquisa relacionada com a Matemática da Educação Básica e tendo como principal propósito consultar professores e discentes de cursos de Licenciatura em Matemática, residentes na cidade de Aroeiras-PB, sobre o incentivo à Redação Matemática como ferramenta pedagógica em suas aulas e respectivos cursos de formação.

Nosso tema ganha relevância em virtude da necessidade da humanidade transmitir uma informação de modo que seja compreensível para as pessoas que estão em sua volta e, além disso, trazendo a conversa para o campo da educação, a sua presença e cobrança nos documentos norteadores da Educação Básica, como, por exemplo, os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM), a Base Nacional Comum Curriculares (BNCC) e os relatórios apresentados pelo Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), desenvolvido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Desse modo, nesse estudo procuramos discorrer sobre a origem da linguagem como um todo, partindo para a evolução da linguagem matemática e a apresentação da redação matemática no âmbito dos documentos mencionados acima.

Embora o conhecimento matemático e a redação matemática estejam entrelaçados, nem sempre eles estão sendo discutidos com os professores de forma adequada. Isso, de certo modo, indica a falta de trabalho e manejo dos professores com a redação matemática em suas aulas.

Quando trabalhamos diretamente com o conhecimento matemático, percebemos que pessoas, nos mais diferentes níveis da educação, frequentemente sentem dificuldades sobre a compreensão de um resultado matemático, seja ele acadêmico ou para utilização no dia-a-dia. Os alunos perguntam-se cada vez mais onde irão ter atividades práticas relacionadas ao conteúdo estudado e acabam sendo frustrados pela falta de respostas que os estimulem a querer aprender, de fato, o conteúdo. Adentrando na Educação Escolar, notamos que, desde muito cedo, aprendemos a redigir textos nas nossas línguas maternas, com o objetivo de facilitar a exposição de uma ideia para diferentes públicos e audiências. Entretanto, geralmente, isso não acontece em matemática. Muitas vezes, percebemos que a dificuldade dos alunos com matemática está relacionada com a falta de contato com a leitura formal, do modo que a matemática exige e a dificuldade na interpretação dos problemas solicitados.

Conhecemos uma definição da linguagem mais voltada para um conjunto de sinais falados, escritos ou gesticulados, de que se serve o homem para exprimir suas ideias e

sentimentos. Na matemática, a utilização de uma linguagem matemática prioriza a compreensão das ideias abordadas e procura deixar claro os contextos em que estão inseridas.

A linguagem exerce uma influência de destaque no ambiente escolar, funcionando como intermediadora entre o aluno e o conhecimento, aparecendo como facilitador a figura do professor. O aluno não é habituado a ler desde o início de sua formação educacional, com isso, acaba sofrendo de uma deficiência para compreender os problemas, resultados e significado do que está sendo proposto. Assim sendo, Model (2005) propõe que a linguagem que o professor utiliza com o aluno interfere diretamente nas relações formadas por eles na escola, visto que, a fala do professor transparece suas estratégias, metodologias e ideias, deixando o aluno em situação de intimidação pelo mestre. Ou seja, o modo que o professor organiza as ideias e como o aluno interpreta as posições tomadas pelo professor podem afetar na capacidade de aprendizado e no relacionamento professor/aluno. Desse modo, o professor pode ser visto como facilitador do conhecimento ou uma peça que está atrapalhando o desenvolvimento do aluno.

O professor pode fazer uso de diferentes tipos de linguagem durante a aula, seja ela uma linguagem rebuscada, complexa, que é própria das áreas específicas de conhecimento, ou linguagem coloquial, de onde surgem diversas gírias e expressões. Ainda, temos a linguagem corporal, que auxilia na compreensão de outras linguagens, ou as linguagens simbólicas e escrita, que são consideradas formais. Relacionar as diferentes formas de linguagem possíveis em sala, de modo a facilitar a compreensão dos estudantes, está entre os maiores desafios dos professores, especialmente, dos professores de matemática. Ou seja, uma das tarefas árduas do professor é dar significado às suas palavras, mantendo sempre o formalismo necessário para a matemática presente na cabeça dos alunos.

Quando Danyluk (1993) afirma que “a leitura, quando é compreensão e interpretação, abre para o leitor novas possibilidades de compreensão de si, do outro e do mundo”, ele entende que a leitura é indispensável. Trazendo para o nosso contexto, muito do desconhecimento matemático decorre da falta de leitura, pois a matemática depende da interpretação que o aluno fará do texto matemático ali apresentado. Como há uma deficiência dessa temática sobretudo nas escolas públicas, o docente poderia entrar como um mediador da leitura e da interpretação. Desse modo, o professor passa a ser um facilitador para que o discente desenvolva funções pedagógicas que não estão dentro do componente curricular da matemática, para que, dessa maneira, possa trabalhar o conteúdo em outro momento. Esse trabalho gera resultados uma vez que seja desenvolvido por todos os professores, visto que essas funções são melhor trabalhadas quando interdisciplinadas.

Assim sendo, os alunos deveriam ser capazes de conectar a sua língua materna com a matemática, com finalidade de modelar problemas e torná-los de fácil manejo no seu dia-a-dia. Quando os alunos incorporam experiências próprias na sua escrita, o aprendizado tende a tornar-se relevante do ponto de vista do discente.

Enfatizando que a conexão entre a linguagem materna com a matemática exerce um

papel no desenvolvimento social do aluno. Podemos caracterizar um indivíduo pelo que ele comunica, expressa e sente. É por meio da comunicação que o indivíduo interage com o meio em que ele está inserido, assim ele compreende e expressa aos demais sua verdadeira essência, suas idéias, raciocínio e emoções.

O desenvolvimento de uma linguagem própria para a matemática levou séculos para ser aprimorada ao que conhecemos hoje, visto que o ser humano aperfeiçoou o método de registro de informações há seis milênios. No decorrer desse tempo, a simbologia matemática vem sofrendo adaptações, de forma que ela se desenvolva do concreto para o abstrato e se molde à modernidade e é nessa passagem, do concreto para o abstrato, onde percebe-se as maiores dificuldades dos estudantes de matemática.

O ato de lembrar uma demonstração específica de um resultado utilizando argumentos lógicos da matemática não é o foco do nosso trabalho; o ponto importante na história é conseguir compreender o argumento apresentado e estabelecer um raciocínio quando desafiado por um problema. O fato da linguagem matemática ser universal deixa claro que alterações ou simplificações de fora daquele contexto não são permitidos. E é esse formalismo, aliado a dificuldade do aluno abstrair o concreto que, segundo [Model \(2005\)](#), “distancia o aluno de uma coesão de idéias que lhe permitam compreender de imediato, ou mesmo, após algumas tentativas, os conceitos apresentados”.

O formalismo da matemática não deve ser considerado um vilão e nem o grande culpado pelo desinteresse em matemática. Outros fatores, como problemas sociais, culturais, relação professor/aluno devem ser considerados, mas o trato adequado e o incentivo à escrita matemática poderia diminuir os resultados negativos sobre o aprendizado de matemática encontrados nos mais diversos níveis de ensino. As diversas pesquisas sobre o tema já destacam a improdutividade do ensino da matemática quando abordada por meio da repetição de procedimentos e acumulação de informações e isso reflete nos documentos que regem a educação. A própria Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância da compreensão, por parte dos alunos, das estruturas lógicas por trás dos conteúdos matemáticos e da necessidade de incentivo do registro das ideias apresentadas.

Nessa direção, para trabalhar com a temática apresentada, vamos abordar o uso da redação matemática como ferramenta pedagógica pelos professores do Ensino Básico na cidade de Aroeiras-PB e como está sendo tratado o tema na formação dos professores do curso de Licenciatura em Matemática residentes na mesma cidade. Para isso, vamos utilizar de uma pesquisa qualitativa com os professores e futuros professores para analisar e confrontar os resultados com os documentos oficiais e conhecimentos teóricos do assunto já existentes.

E, para apresentar nossa pesquisa, dividimos o texto em quatro capítulos. No primeiro capítulo, apresentamos a introdução do trabalho e o percurso metodológico percorrido para a realização da pesquisa, trazendo as questões relacionadas a pesquisa, os objetivos, a metodologia adotada e a justificativa da adoção dessa metodologia.

O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica para a pesquisa. Iniciamos o capítulo expondo a problemática de abordar a matemática como um procedimento mecânico e expondo as definições de linguagem propostas por [Llorente \(2021\)](#) e [Houaiss \(1991\)](#). Em seguida, conectamos a linguagem como forma de comunicação sob a ótica do proposto por [Oliveira \(1999\)](#). Adentrando para a linguagem matemática, observamos as definições propostas por [Boyer \(1974\)](#), [Lorensatti \(2009\)](#) e [Zuffi \(1999\)](#) e comparamos a linguagem matemática proposta por esses autores com a linguagem materna, utilizando [Granell \(1997\)](#). Em seguida, tratamos da redação matemática e o ensino, apresentando trabalhos, pesquisas e avaliações de órgãos oficiais como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), para compreender como está a situação da matemática e, em particular, da capacidade de representação dos conceitos por parte dos alunos no Brasil e, de modo mais específico, na Paraíba. Além disso, adentramos nas normas oficiais que regem o Sistema Educacional Brasileiro que estão propostas na BNCC e procuramos as referências a redação matemática, como a Base exige que o tema seja tratado e exposto em sala pelos professores. Para finalizar o capítulo, temos uma breve história da linguagem matemática, onde apresentamos a evolução das técnicas de representação matemática utilizadas pelo homem durante a evolução da própria espécie.

Já no terceiro capítulo, mostramos como funcionam as técnicas de argumentação e demonstração de teoremas, trabalhando a terminologia específica dos conceitos e exemplificando as técnicas de demonstração. Finalizamos o capítulo tratando sobre a importância das demonstrações na educação básica e o papel do professor no auxílio dessa ferramenta ao aluno.

No quarto capítulo analisamos as respostas enviadas por dois grupos de pessoas e analisamos os diferentes pontos de vista apresentados por eles sobre a redação matemática como metodologia de ensino. O primeiro grupo é formado por oito professores de matemática residentes na cidade de Aroeiras-PB, já o segundo grupo é formado por seis alunos de Licenciatura em Matemática residentes na mesma cidade. Constatamos algumas convergências entre as respostas apresentadas pelos grupos entrevistados e buscamos elucidá-las sob a ótica das referências apresentadas.

u

1.1 METODOLOGIA

A metodologia utilizada para o desenvolvimento dessa pesquisa inicia-se com uma pesquisa bibliográfica sobre o tema, especialmente sobre questões relativas à relação entre a linguagem matemática e a língua materna. Além disso, entrevistamos o público selecionado por meio de uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo, utilizando questionários aplicados para professores da cidade de Aroeiras-PB e alunos do curso de Licenciatura em Matemática residentes na mesma cidade. Escolhemos esse tipo de abor-

dagem pelo contexto de pandemia ocasionada pela COVID-19¹ na época da pesquisa, limitando as possibilidades de intervenção com os alunos da Educação Básica.

A problemática do trabalho é a forma como a redação matemática é abordada pelos professores na cidade de Aroeiras-PB e a visão que os futuros professores têm do assunto em seus cursos de formação. Procuramos, por meio da utilização de questionários direcionados a cada grupo (professores e futuros professores), estudar as dificuldades, técnicas e padrões encontrados na utilização da redação matemática como recurso didático nas aulas de matemática. Para os futuros professores questionamos ainda qual a formação que estão tendo no curso para a compreensão da temática.

Tendo em vista o problema central e as questões que surgiram a partir deste, foram delineados os objetivos do presente trabalho de pesquisa, apresentados a seguir:

1.1.1 OBJETIVO GERAL

Essa pesquisa visa compreender quais as dificuldades encontradas por professores de Aroeiras-PB na utilização da redação matemática em sala de aula e qual é o direcionamento na formação que os futuros professores estão recebendo para trabalhar com a temática.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Realizar uma pesquisa bibliográfica para compreender o desenvolvimento da redação matemática e suas implicações na educação Educação Básica.
2. Identificar quais as principais dificuldades da utilização da redação matemática como ferramenta de ensino.
3. Propor alternativas que auxiliem no desenvolvimento da redação matemática como ferramenta de ensino.

Definidos os objetivos de pesquisa, partimos para a apresentação dos métodos utilizados para a realização do trabalho, desde a coleta até a análise dos dados.

A partir do estudo da problemática apresentada e do confronto entre os dados coletados sobre essas dificuldades e o conhecimento teórico acerca do tema em questão, coletamos as informações apresentadas pelos professores e alunos. Para essa coleta, utilizamos uma abordagem metodológica de caráter predominantemente qualitativo. Na pesquisa qualitativa, opta-se por levar em consideração o meio social e a história do indivíduo que está envolvido no processo, visto que há influência na pesquisa. Nesse sentido, Godoy (1995) afirma que “A abordagem qualitativa oferece três diferentes possibilidades de se realizar

¹Recomendamos <https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19>, para contextualização.

pesquisa: a pesquisa documental, o estudo de caso e a etnografia”. Para a pesquisa aqui apresentada, estaremos utilizando o estudo de Caso. [Godoy \(1995\)](#) indica:

No estudo de caso, o pesquisador geralmente utiliza uma variedade de dados coletados em diferentes momentos, por meio de variadas fontes de informação. Tem como técnicas fundamentais de pesquisa a observação e a entrevista. Produz relatórios que apresentam um estilo mais informal, narrativo, ilustrado com citações, exemplos e descrições fornecidos pelos sujeitos, podendo ainda utilizar fotos, desenhos, colagens ou qualquer outro tipo de material que o auxilie na transmissão do caso. Ainda que os estudos de caso sejam, em essência, pesquisa de caráter qualitativo, podem comportar dados quantitativos para aclarar algum aspecto da questão investigada.

Com isso, a pesquisa foi baseada a partir de questionários destinados a dois grupos de indivíduos:

- Professores que trabalham na cidade de Aroeiras-PB.
- Futuros professores de matemática residentes em Aroeiras-PB .

No questionário destinado aos professores, propomos questionamentos que evidenciem a utilização da prática de redação matemática como recurso pedagógico durante as suas aulas, o que o professor entende como redação matemática e se converge com o proposto nos documentos que regem a educação no Brasil. Além disso, levantamos problemas que exigem argumentação matemática para demonstrá-los com o intuito de observar o professor em ação, como ele utiliza e representa os conceitos matemáticos, buscando perceber aspectos relevantes para a pesquisa, como:

- Dificuldade / Habilidade do professor com redação matemática;
- Compreensão do que é uma demonstração matemática;
- Capacidade de julgamento de uma demonstração matemática, diante de um problema com uma demonstração formal e um estudo de casos.

Com isso, considerando que espera-se que o professor demonstre aptidão nessas questões, partimos para a análise dos seus resultados e confrontação teórica. Visto que, conforme indica [Ludke and André \(2012\)](#)

Mesmo que o investigador parta de alguns pressupostos teóricos iniciais, ele procurará se manter constantemente atento a novos elementos que podem emergir como importantes durante o estudo. O quadro teórico inicial servirá assim de esqueleto, de estrutura básica a partir da qual novos aspectos poderão ser detectados, novos elementos ou dimensões poderão ser acrescentados, na medida em que o estudo avance. [...] o pesquisador estará sempre buscando novas respostas e novas indagações no desenvolvimento do seu trabalho.

Desse modo, temos a oportunidade de confrontar os resultados da pesquisa com o que propõem os teóricos que serviram de esqueleto inicial para o desenvolvimento do trabalho.

Já no questionário destinado aos futuros professores, conversamos sobre o que eles viram na formação escolar básica, o que estão vendo em suas respectivas formações no curso de Licenciatura em Matemática sobre a redação matemática, como está se dando o contato com o tema e se há alguma preparação para o futuro professor dominar a prática em sala de aula e conseguir transmitir aos seus alunos.

Do mesmo modo que foi proposto aos professores, inserimos no questionário dos graduandos algumas questões com o objetivo de compreender onde eles estão quando se trata de redação matemática. Qual a capacidade de argumentação? Eles conseguem utilizar argumentos matemáticos para uma demonstração? Conseguem diferenciar uma demonstração de um estudo de caso? São questões que esperamos responder com base nas respostas propostas nos questionários.

Como a pesquisa tem caráter qualitativo, a escolha dos participantes do estudo foi feita de modo intencional. Sendo assim, escolhemos os professores de matemática que trabalham na cidade que o pesquisador reside e os futuros professores que estão sendo formados e residem na mesma região. A amostra é composta de 8 professores e 6 alunos da graduação.

2 A LINGUAGEM

O domínio da matemática vai além da memorização de fórmulas e processos algorítmicos utilizados na resolução de problemas escolares. Para [Bello and Mazzei \(2016\)](#): “A matemática relaciona-se com certas possibilidades de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender o imediatamente sensível, extrapolando e projetando perspectivas”. Através dessa problemática, entendemos que a compreensão de um raciocínio matemático vai além de decorar passos e replicá-los em situações vazias de contexto, isto é, entender o passo-a-passo utilizado na resolução de um problema demanda uma capacidade de abstração que envolve a capacidade do leitor interpretar o texto apresentado e relacionar com os conteúdos matemáticos introduzidos com uma sequência lógica de informações. Tratar dessa capacidade de interpretação é desmembrar a comunicação imposta por meio da linguagem matemática ali apresentada.

Para trabalhar em cima dessa capacidade de interpretação, precisamos, em primeiro lugar, levar em consideração qual é o papel da linguagem, da língua oral e, em especial, da linguagem matemática na conversa.

Existe um grande debate acerca da definição e da origem da linguagem como forma de comunicação. De acordo com [Llorente \(2021\)](#): “Acredita-se que a linguagem tenha pelo menos 50 mil anos, mas a maioria dos linguístas crê que seja bem mais antiga — alguns estimam que possa ter até meio milhão de anos”. Depois do aparecimento da linguagem, vem a necessidade de registrá-la, o que nos fornece a escrita.

Como utilizamos a língua que falamos e da qual fazemos uso para ler e escrever de maneira recorrente, acabamos integrando ao nosso próprio ser e não percebemos que a língua oral é apenas mais uma forma de linguagem. A língua é chamada de materna, nativa ou pátria. Nesse sentido, a predominância da língua materna nos ofusca a existência de outros tipos de linguagem.

Escrever é uma forma natural do ser humano perpetuar o conhecimento para as gerações futuras. Encontramos exemplos de comunicação escrita para efeitos de registros históricos desde a antiga civilização mesopotâmica, por meio dos povos sumérios, com a escrita cuneiforme por volta de 4.000 a.C.

Utilizando a definição de [Houaiss \(1991\)](#), podemos dizer que “a linguagem pode se referir tanto à capacidade especificamente humana para aquisição e utilização de sistemas complexos de comunicação quanto a uma instância específica de um sistema de comunicação complexo”. Quando falamos sobre linguagem, os primeiros exemplos que aparecem na nossa mente são as linguagens gestual, textual e verbal, visto que estamos conectados com a capacidade humana de expressar pensamentos, ideias, opiniões e sentimentos por meio de palavras ou ações.

Entretanto, podemos abordar diversos outros tipos de linguagem, como a musical,

visual, artística, matemática e outras. Com isso, vamos de encontro a diversos tipos de linguagem não-verbal que o ser humano pode utilizar para expressar os seus pensamentos sobre o mundo que o cerca.

Quando estamos nos comunicando com outra pessoa, temos um objetivo a ser alcançado, uma finalidade para a ação de comunicar-se, e utilizamos dos diversos tipos de linguagens para obter sucesso na nossa tarefa. Toda comunicação tem como fim a transmissão de uma mensagem, que parte do emissor e chega ao destinatário, com um conjunto de sinais estruturados que pode ser verbal ou não-verbal, tratando-se da maneira pela qual a mensagem se organiza.

Para [Oliveira \(1999\)](#), “é a necessidade de comunicação que impulsiona, inicialmente, o desenvolvimento da linguagem”. Desde os primórdios, o ser humano sentia necessidade de efetuar comunicação com os seus semelhantes, de modo que, as suas necessidades fossem saciadas por meio disso.

Como havíamos mencionado anteriormente, a comunicação utiliza qualquer um dos tipos de linguagem, isto é, não necessariamente são utilizadas palavras e textos escritos, podemos incluir neste rol pinturas, gestos, símbolos e sinais. É importante ressaltar a necessidade de que o emissor e o receptor compreendam os tipos de linguagens utilizadas no ato da comunicação.

Com o passar do tempo, as normas de língua oral e escrita foram padronizadas, justamente, a partir da dificuldade encontrada em registrar palavras baseando-se na fonética, pois, o modo de pronúncia varia de acordo com a cultura de cada povo. Assim sendo, chegamos nos tempos modernos, com padrões e regras que precisam ser ensinados as novas gerações para desenvolver o rigor necessário para que eles tenham a capacidade de escrever ou interpretar um texto, de modo que a ideia a ser apresentada no texto esteja clara na mente dele. Visto que, de acordo com os PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio [Brasil \(2002\)](#), “a principal razão de qualquer ato de linguagem é a produção de sentido”.

Certamente a mudança nas normas e padrões da língua oral e escrita continuarão, visto que a linguagem é um elemento mutável e absorve parte da cultura em que ela está inserida e é propriedade das pessoas que a utilizam com uma finalidade principal: a comunicação.

É importante ressaltar que as línguas possuem diferentes formas de registro e variações para adaptar a necessidade do falante e isso é importante para que um adepto da língua adote diferentes registros em um mesmo dia. Além disso, a mudança de registro se verifica nas construções sintáticas e até mesmo na pronúncia das palavras. Dentre os diferentes tipos de registro, temos, por exemplo, o registro popular, familiar e o matemático.

Ao estudar sobre a linguagem matemática, precisamos buscar na literatura o que os autores entendem como linguagem matemática. De modo geral, [Boyer \(1974\)](#) afirma que “o homem difere de outros animais de modo mais acentuado pela sua linguagem,

cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato”. Com esta ideia, é notável a relevância da linguagem na Matemática para o surgimento de inúmeras abstrações do pensamento humano.

Para [Lorensatti \(2009\)](#), “a linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza”. Assim sendo, se a comunidade que utiliza a linguagem matemática não compreender o que está sendo escrito, a finalidade proposta não está sendo cumprida.

Já para [Zuffi \(1999\)](#), “a linguagem matemática consiste de palavras e símbolos que têm significados relacionados a contextos particulares e a procedimentos para resolver problemas”. Aqui, já vemos uma abordagem mais técnica, isto é, utiliza-se a expressão linguagem matemática para indicar os conceitos relacionados com elementos matemáticos.

Dessa forma, destacamos [Lorensatti \(2009\)](#) novamente na fala: “Está compreendido, na linguagem matemática, um processo de ‘tradução’ da linguagem natural para uma linguagem formalizada”. Isto é, a matemática formaliza as expressões de outras formas de linguagem citadas anteriormente (materna, visual, etc). Dessa forma, a tradução apresentada por [Lorensatti \(2009\)](#) permite transformar problemas matemáticos em objetos que podem ser manipulados de uma forma mais eficiente pela comunidade que está utilizando desses problemas e conceitos matemáticos.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio [Brasil \(2002\)](#), “a linguagem é considerada como a capacidade humana de articular significados coletivos em sistemas arbitrários de representação, que são compartilhados e que variam de acordo com as necessidades e experiências da vida em sociedade”. De modo que, a linguagem matemática necessita da compreensão dos indivíduos que a estão utilizando, visto que, conforme aponta [Graneli \(1997\)](#) “deve ser destacada com o enfoque de contextualização dos esquemas de seus padrões lógicos, em relação ao valor social e à sociabilidade, e entendida pelas intersecções que a aproximam da linguagem verbal”.

O processo de tradução do conteúdo matemático para a língua materna, ou da língua materna para a matemática, demanda um certo nível de aptidão do indivíduo com as duas linguagens, sendo assim, não é um processo que pode ser caracterizado como simples. Por muitas vezes, interpretar um enunciado de uma questão, apresentado em linguagem materna, e extrair de lá as ideias matemáticas necessárias para a solução do problema proposto pode ser uma tarefa mais complexa do que o manejo matemático do próprio problema, visto que a linguagem matemática e a materna possuem suas características próprias e, nem sempre, convergem para o mesmo sentido. Além disso, a linguagem matemática possui seus próprios símbolos, cuja interpretação depende do conhecimento prévio do indivíduo.

Conforme [Graneli \(1997\)](#), na linguagem materna o sentido das palavras é amplo, abrangendo muito mais do que acontece em linguagens formais rigorosas quanto a questão de

sentido. Em matemática, expressões que existem na linguagem materna podem causar um falso sentido para o leitor do texto. Segundo indica [Lorensatti \(2009\)](#),

As palavras tomam significados distintos daqueles utilizados no cotidiano. Por exemplo, utiliza-se, com frequência, nas aulas sobre frações, a frase reduzir ao mesmo denominador. Reduzir, para a maioria das pessoas, no seu dia a dia, tem o significado de tornar menor. Se não for explicado o sentido dessas palavras em contexto de uso, dificilmente um aluno tomará reduzir como sendo converter ou trocar.

Quando buscamos interpretar objetos de modo matemático, recebemos a oportunidade de operá-los e manejá-los de um modo que seria difícil quando os mesmos objetos estavam sendo descritos na linguagem materna. A história da matemática está cheia de exemplos concretos que mostram a relação entre os sistemas de linguagem com a possibilidade da realização de cálculos, através da utilização de uma linguagem mais “tangível” para realizar operações com objetos matemáticos, [Devlin \(2004\)](#) mostra que crianças chinesas e japonesas possuem certa facilidade na aprendizagem da contagem e dos sistemas numéricos, enquanto crianças criadas no idioma inglês sentem mais dificuldade, isso se dá devido à estrutura das regras gramaticais na construção dos numerais naqueles idiomas. Neles os princípios aditivo e multiplicativo do sistema numérico decimal já se encontram na própria enunciação do número.

Podemos notar o significado implícito na formação das palavras que vão representar os números no sistema numérico japonês. Por exemplo, 1 = ichi; 2 = ni; 3 = san; 4 = yon; 5 = go; 6 = roku; 7 = nana; 8 = hachi; 9 = kyuu e 10 = juu; assim, ao dizer 73, tem-se nana juu san, que corresponde a ‘sete dez três’, que indica sete vezes dez mais três; para 50, tem-se go juu, que corresponde a ‘cinco dez’ e indica cinco vezes dez. Na nossa organização numérica é diferente, possuímos números como 11 ‘onze’, 12 ‘doze’ e 20 ‘vinte’, dentre tantos outros, cujos nomes não apresentam relação direta com seu significado.

Enquanto as crianças chinesas, japonesas e demais que são educadas nesse tipo de sistema, precisam aprender palavras novas a cada potência de 10 (100 = hyaku; 1000 = sen; etc), as nossas crianças precisam aprender palavras novas a cada múltiplo de dez. A linguagem ensinada por lá segue uma estrutura lógica, enquanto que, no nosso, somente em algumas situações a estrutura aditiva ou multiplicativa do sistema decimal transparece. Isto mostra que, apesar de estarmos tratando dos mesmos objetos, na mesma época, uma linguagem é mais maleável que a outra.

Este trabalho de traduzir a linguagem matemática para a linguagem materna torna-se mais complexo para o aluno a partir do momento que ele encontra a simbologia presente no texto matemático. Os símbolos são uma parte importante da linguagem, criados a

partir do desenvolvimento de uma área de conhecimento. A tendência é que os símbolos sejam formados de uma forma concreta, parta para o abstrato e vá se moldando com o passar do tempo para notações mais familiares. Aqui reside uma grande complicação por parte dos alunos, como diz [Model \(2005\)](#),

A linguagem simbólica matemática é considerada, pelos alunos do Ensino Médio, como demasiadamente formal. No entanto, dela dependemos para a expressão de qualquer sentença matemática, para a solução de problemas, para a comunicação dos resultados. Não compreender o simbolismo matemático causa problemas no entendimento de todos os conteúdos estudados, especialmente aqueles que envolvem os símbolos da Teoria dos Conjuntos e funções, tópicos apresentados, em geral, no 1º ano do Ensino Médio.

Dessa forma, o professor deve estabelecer uma conexão familiar ao aluno para que, com o auxílio da linguagem materna, por exemplo, ele seja capaz de fundamentar as relações existentes com a linguagem matemática. Visto que, os processos de aprendizagem de Matemática acontecem em diversas situações e em ambientes distintos, que variam desde o convívio em casa até os grupos sociais: igreja, parque, clube, escola etc.

Para [Bakhtin \(1995\)](#),

Na realidade toda a palavra comporta duas faces. Ela é determinada tanto pelo fato de que procede de alguém, como pelo fato de que se dirige para alguém. Ela constitui justamente o produto de interação do locutor e do ouvinte. Toda a palavra serve de expressão a um em relação ao outro. [...] A palavra é uma espécie de ponte lançada entre mim e os outros. Se ela se apoia sobre mim numa extremidade, na outra apoia-se sobre o meu interlocutor. A palavra é o território comum do locutor e do interlocutor.

E completa [Bello and Mazzei \(2016\)](#),

A compreensão necessita, portanto, que os signos e palavras empregadas sejam acessíveis aos sujeitos envolvidos, que todos tenham a possibilidade de fazer a aproximação entre os signos empregados e os já conhecidos. Fica claro, assim, que o emprego da linguagem deve ser feito de maneira pensada, com intencionalidade, uma vez que cada palavra, cada signo traz em si, não somente um, mas diversos significados.

A língua materna e a matemática podem vir a ter vários termos coincidentes, entretanto, quando utilizamos uma palavra da língua materna na linguagem matemática, o termo é tomado de modo mais técnico e sem margem para interpretações. As palavras derivadas de conceitos matemáticos também podem sofrer processos de adaptação para a linguagem materna. Em português, por exemplo, podemos mencionar a expressão “um ator ímpar na dramaturgia brasileira”. Na matemática, a relação de paridade é bem estruturada e definida para os alunos já na educação básica, mas, mesmo assim, é preciso tomar cuidado e explorar bem a alteração do sentido oferecido pelas palavras quando extrapolamos a linguagem matemática, visto que, nem sempre é óbvio perceber a alteração do sentido da palavra. Para Machado (1998), existe uma “impregnação entre a Matemática e a Língua Materna”. Ou seja, a matemática e a língua materna do aluno entrelaçam os significados e isso pode causar confusão.

Autores como Machado (1998) e Azevedo and Rowell (2007) falam sobre a possibilidade de abordar o ensino da matemática, ainda nas séries iniciais, partindo de uma abordagem com a língua materna. Nesse sentido, Machado (1998) explica que “não apenas tornando possível a leitura dos enunciados, mas sobretudo como fonte alimentadora na construção dos conceitos, na apreensão das estruturas lógicas da argumentação, na elaboração da própria linguagem matemática”. Ainda sobre o tema, fica claro em seu trabalho que também existe a possibilidade de construir a linguagem materna partindo da matemática. Corroborando com o que dizem Azevedo and Rowell (2007), “a resolução de um problema como um recurso pedagógico [é] capaz de tornar o ensino da língua portuguesa escrita mais eficaz”. Desse modo, na seção seguinte vamos trabalhar com o enlace envolvendo a linguagem materna e a matemática.

2.1 REDAÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Para LERAT (1997), “Uma língua é um sistema de signos orais e /ou escritos vinculados a uma história e a uma cultura”. A partir do conceito proposto, podemos deduzir que é necessário que o professor saiba desenvolver a língua materna para estar qualificado como apto à docência. Ainda com LERAT (1997),

A língua especializada é antes de tudo uma língua em situação de emprego profissional, quer dizer, “uma língua em especialidade” como dizia a escola de Praga. É a língua mesma como um sistema autônomo, mas a serviço de uma função mais ampla: a transmissão de conhecimento.

Algumas pesquisas, como [Caldato et al. \(2017\)](#) e [Amorim et al. \(2020\)](#), apontam que os alunos não apresentam domínio textual dos enunciados propostos nas atividades de matemática. Para [Bello and Mazzei \(2016\)](#): “Esse fato pode estar relacionado com o emprego de uma linguagem especializada como a linguagem matemática, por vezes sem nenhuma vinculação com a realidade ou cotidiano na qual estão inseridos os alunos e o professor”. Por exemplo, encontramos exercícios do tipo “Joãozinho comprou 250 bananas e dividiu para 10 amigos” na tentativa de ilustrar uma aplicação da matemática, quando, na vida real, é difícil imaginar uma situação dessa maneira.

Desse modo, é preferível que o professor construa o raciocínio matemático por meio de uma linguagem mais acessível ao aluno, neste caso, a sua língua materna. Com isso, é crucial que o professor tenha o trato adequado para não acostumar os alunos com os vícios que podem ser adquiridos com o uso da linguagem materna, mas que não são corretos quando trabalhados do ponto de vista formal matemático. Como destaca [Hariki \(1992\)](#),

Para falar e escrever a língua matemática é necessário estabelecer relações ou correspondências entre objetos matemáticos, nomes e símbolos. O discurso matemático é assim tecido por meio de duas linguagens em certo modo antagônicas: a linguagem ordinária, com a sobrecarga de conotações e riquezas de detalhes, e a outra, a linguagem simbólica, com todo seu poder de síntese.

Trazendo o debate para o campo do ensino de matemática, é importante elucidar como se é dado o ensino tradicional hoje, pois, trazendo os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), observamos que o ensino da matemática no Brasil se viu atrelado ao desenvolvimento tecnológico que estava sendo impulsionado do país na década de 70, onde a educação era vista como uma ferramenta que permitiria o crescimento econômico. Com isso, segundo propõe [Tarouco et al. \(2016\)](#), “houve uma preocupação no ensino da matemática, entretanto, essa preocupação, levou o ensino da mesma a considerar, de maneira exagerada, características próprias da matemática, como sua linguagem específica, e as abstrações que envolvem esse conteúdo”. Com isso, entendemos que o ensino tradicional é resultado de uma estrutura cuja a prática pedagógica predominante se faz baseada na transmissão de conceitos e técnicas. Conforme indicam os PCNs [Brasil \(1997\)](#),

Ao aproximar a Matemática escolar da Matemática pura, centrando o ensino nas estruturas e fazendo uso de uma linguagem unificadora, a reforma deixou de considerar um ponto básico que viria se tornar seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do ensino fundamental.

Nesse sentido, [Tarouco et al. \(2016\)](#) afirma que o ensino de matemática “possui características didáticas voltadas para transmissão, com pouca ênfase em atividades que levem os sujeitos a refletirem sobre seu significado”. Sendo assim, o foco da discussão pode ser a busca pelo aperfeiçoamento das metodologias de ensino existentes, independente se a abordagem é conservadora, ou alguma prática progressista, de forma que o aluno seja capaz de desenvolver no Ensino Básico a habilidade de resolver problemas de forma coesa e criativa. Nessa direção, atentaremos ao chamado Letramento Matemático, que é definido pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) [Brasil \(2003\)](#) como “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos”.

A OECD/PISA aborda o letramento matemático como sendo a capacidade de um indivíduo de identificar e atender o papel que a Matemática representa no mundo, sabendo utilizar esse conhecimento de forma que satisfaça as suas necessidades gerais do cotidiano do indivíduo. Os dados expostos por [Brasil \(2019\)](#) mostram que o desempenho de alunos brasileiros em ciências, matemática e leitura teve discreta melhora, mas é considerado “estacionado” na última década e ainda distante do salto de qualidade necessário para alcançar outros países de renda média ou alta.

Os alunos brasileiros pontuaram 404 em ciências, 384 em matemática e 413 em leitura — respectivamente, dois, cinco e três pontos acima do exame anterior, realizado em 2015. O relatório da OCDE enxerga isso como mudanças pouco significativas estatisticamente e não necessariamente indicativas de uma tendência de alta.

Fazendo um recorte específico de matemática, apenas um terço dos estudantes brasileiros alcançou o nível básico nessa competência. Portanto, 68% dos estudantes brasileiros não conseguem “interpretar e reconhecer como uma situação simples pode ser representada matematicamente”, segundo o relatório.

Para fazer uma análise específica do estado da Paraíba, podemos recorrer ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), o índice avalia o desenvolvimento da educação básica brasileira desde 2005, com uma edição a cada dois anos, com base na aprendizagem e aprovação dos estudantes. Segundo o relatório do IDEB, na rede pública da Paraíba, 7,7% dos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e 2,1% dos alunos de Ensino Médio atingem o nível de aprendizagem adequado em Matemática.

Os resultados apresentados evidenciam a falta de trato do nosso sistema educacional

com o ensino de matemática. Nossos alunos não conseguem atingir as aptidões básicas do conhecimento matemático, mesmo passando uma parte significativa das suas vidas estudando conceitos, fórmulas e métodos apresentados por abordagens diversas que, por muitas vezes, esquecem de um fator importante para a prática pedagógica da matemática: escrever matemática. Para Azerêdo and Rêgo (2016), “a linguagem Matemática é caracterizada com as marcas de precisão, de concisão e de universalidade, possibilitando seu entendimento em diferentes lugares, independente da língua materna”. Os alunos têm como referência a linguagem materna, assim, no ensino da matemática, a utilização de palavras de maneira inadequada pode causar uma interpretação errada de um problema, ou ainda, de sua solução. Por isso, utilizar as palavras de forma coesa e bem definidas é primordial para a total compreensão de um problema e dos seus resultados. Sem uma redação coesa com a proposta do problema, a capacidade do futuro leitor conseguir interpretar o problema será afetada e os resultados almejados pelo autor não serão atingidos. Com isso, Lima (2013) fala:

Evidentemente, a linguagem matemática formal dos cursos universitários não pode ser a mesma utilizada no ensino médio, que também não pode ser a mesma que aquela empregada nas séries iniciais do ensino fundamental. Como já comentamos, ter clara a importância da linguagem de conjuntos é importante para que saibamos dosar o grau de formalismo matemático de forma adequada a cada nível do ensino básico sem cometer imprecisões de linguagem, que possam confundir os alunos, nem exageros, que possam se constituir em obstáculos de aprendizagem, valorizando mais (e prematuramente) a própria linguagem que os próprios conteúdos matemáticos.

Além disso, Lima (2013) afirma que “às vezes permitimo-nos abusos de linguagem, para não cometer exageros de formalismo”. Dentre os exemplos propostos por Lima (2013), temos a distinção entre x e $\{x\}$, quando se diz que a interseção de duas retas r e s é o ponto P (em lugar do conjunto cujo único elemento é P) e se escreve $r \cap s = P$, em vez de $r \cap s = \{P\}$.

Essa auto-permissão deve ser cautelosa, pois, conforme explica Lima (2013), certas imprecisões são desnecessárias e podem atrapalhar o próprio desenvolvimento da capacidade do aluno de se expressar adequadamente em Matemática”. Expressões tipo $A = \{\text{conjunto dos números pares}\}$ devem ser evitadas, pois o símbolo $\{\dots\}$ significa o conjunto cujos elementos estão descritos no interior das chaves. A sugestão proposta por Lima (2013) é escrever $A = \text{conjunto dos números pares}$, $A = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$, ou $A = \{2n; n \in \mathbb{Z}\}$.

A palavra grupo passa por um problema similar, pois, em matemática, devemos utilizá-la ao falar de Estruturas Algébricas como os grupos comutativos ou abelianos, deixando de lado as ideias relacionadas a coleção, família ou conjunto. Para [Bello and Mazzei \(2016\)](#), isso se deve a possibilidade de pluralidade e variação entre línguas quase infinita, segundo momentos históricos, contextos de uso, estados de confusão e de dispersão de “termos matemáticos como consequência da valorização da sua produção acadêmica acontecida nos países do ocidente europeu”. Assim, algumas línguas, como a portuguesa, adaptam-se ou aceitam a nomenclatura vinda de outros idiomas.

Conforme afirma [Bello and Mazzei \(2016\)](#),

Nas escolas, o uso da linguagem é repleto de regras não usuais na linguagem que empregamos no dia a dia. E nesse sentido o saber acadêmico tem sua própria linguagem. Podemos em alguns casos até decodificar os símbolos impressos, mas não somos capazes de realizar a leitura do texto. Ler significa entender o significado do que está sendo dito.

Entrando em conexão com o que disse [Lorensatti \(2009\)](#) na sua definição de linguagem e a necessidade de sentido pela comunidade que a utiliza.

A apresentação correta dos textos matemáticos pode trazer uma coesão a ideia que o autor propõe ao leitor e, além disso, pode ajudar na compreensão de determinados resultados. Escrever matemática, fazendo uso das habilidades em escrita, diversificação e imaginação para tornar o leitor uma parte da resolução de um problema, fazendo com que ele não perca o interesse no que está sendo exposto e nem fique perdido durante a leitura do problema. Tais ideias foram abandonadas por décadas nas salas de aula do país, conforme [Tarouco et al. \(2016\)](#):

O ensino da matemática, por vezes, ainda é trabalhado de maneira tradicional, pouco se discute o funcionamento de suas leis, pois, culturalmente foi estabelecido um distanciamento entre o conhecimento matemático institucionalizado e o conhecimento prático.

Entretanto, com o advento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [Brasil \(2018\)](#), existe uma tendência de retomada, conforme poderemos observar na seção seguinte.

2.1.1 A REDAÇÃO MATEMÁTICA PRESENTE NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os

alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

Ao longo do seu texto, podemos observar que o documento cobra aos professores que os alunos sejam formados com a capacidade de, no mínimo, conseguir interpretar um problema cotidiano e resolvê-lo utilizando a matemática.

Na apresentação da área de matemática do Ensino Fundamental, verificamos que a BNCC trabalha com a abordagem “utilitarista” da matemática, isto é: “Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática”. [Brasil \(2018\)](#).

Adicionando que, no Ensino Fundamental, a base determina que os alunos desenvolvam a capacidade de “identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações”. Com isso, os alunos precisam de estímulo para conhecerem e relacionarem a matemática com os problemas cotidianos. De acordo com a BNCC: “a dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental”. Assim, vemos a cobrança para os alunos conseguem representar situações cotidianas por meio da matemática já presente no Ensino Fundamental.

De forma específica, a BNCC na área do Ensino Fundamental apresenta o Letramento Matemático da seguinte forma:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

O aluno só desenvolverá tais habilidades propostas com a aplicação dos assuntos em

eventos presentes na sua realidade, assim, conversando com os conteúdos e áreas de conhecimento da matemática.

Quando destrinchamos as competências específicas do Ensino Fundamental, nota-se a presença de várias referências ao que entendemos como redação matemática. Por exemplo, no texto da competência 2: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a **capacidade de produzir argumentos convincentes**, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo”. [Brasil \(2018\)](#). Temos em destaque o objetivo da redação matemática.

Destaca-se também na competência 6, [Brasil \(2018\)](#):

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

É interessante como a competência segue em direção ao apontado na seção anterior da conversa necessária entre a linguagem materna e a linguagem matemática por meio dos diferentes registros apontados no texto.

Quando a BNCC apresenta as unidades temáticas de matemática do Ensino Fundamental, temos a cobrança para que, [Brasil \(2018\)](#) “nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada”. Assim sendo, o documento expõe a necessidade de alunos que saem do fundamental ao menos conheçam os tipos de argumentação utilizados nos textos matemáticos, isto é, não está sendo determinado que um aluno que sai do Ensino Fundamental tenha a habilidade de realizar demonstrações, mas que ele conheça e esteja familiarizado com a argumentação utilizada em uma demonstração e seja capaz de desenvolvê-la nas fases seguintes.

No Ensino Médio, a BNCC emprega a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Cada aluno com suas próprias experiências e o professor fazendo com que o letramento matemático iniciado na fase anterior receba ações com foco na sua ampliação. Assim, para [Brasil \(2018\)](#):

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.

Os atos de Raciocinar, Representar, Comunicar e Argumentar ganham destaque nas orientações da BNCC e direcionam Competências Específicas de Matemática a serem alcançadas. O representar, comunicar e argumentar estão diretamente relacionados à Redação Matemática. Quando tratamos de ideias relacionadas ao representar, estamos indo a encontro da capacidade do aluno conseguir elaborar um registro que traga um objeto matemático para um campo de fácil interpretação do seu leitor. O comunicar e argumentar andam juntos no sentido de externar uma ideia, um raciocínio, se fazer compreender e convencer o outro da veracidade daquilo.

No texto das competências do Ensino Médio, nota-se a presença da interdisciplinaridade da matemática com as outras áreas de conhecimento e a necessidade do aluno conseguir interpretar e representar situações apresentadas em diversos contextos

Em destaque, observamos na Competência 5 do texto:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

É importante para o aluno que sai do Ensino Básico consiga estabelecer conjecturas e fortalecer o seu processo de dedução dos resultados matemáticos que ele encontre durante a sua vida.

No processo de reeducação quanto a redação matemática, é importante que os indivíduos desenvolvam autonomia para ler, interpretar e escrever suas próprias resoluções. Assim, por exemplo, crianças que escutam problemas apresentados de maneira formal pelo professor, são capazes de pegar o caderno, copiar o que o professor está fazendo, identificar erros e criar a sua própria resolução, estabelecendo conexões entre a redação proposta pelo professor em sua solução e a redação que ele, aluno, conseguiu produzir para o mesmo problema.

Sendo assim, o aluno que sai do Ensino Médio deve sair preparado para utilizar a matemática nos mais distintos contextos da sua vida.

2.2 UMA BREVE HISTÓRIA DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

As primeiras ideias matemáticas propostas por algum meio de linguagem escrita remontam da época do Paleolítico Superior, cerca de 35 mil anos atrás, onde viviam os primeiros *homo sapiens* (homem que sabe). Certo ser humano entalhou 29 marcas na fíbula (osso que ficava localizado na panturrilha) de um babuíno. O osso foi encontrado em uma caverna nos montes Lebombo, na região que pertence a Suazilândia, e ficou conhecido como osso de Lebombo. Muitos historiadores, conforme indica [Stewart \(2016\)](#), acreditam que o bastão tenha sido utilizado para contagem, onde os entalhes seriam registros de números seguindo a sequência —, —, —, e assim por diante. Várias suposições sobre a finalidade do osso são levantadas, alguns afirmam que poderia ser a marcação de um mês lunar, que tem, aproximadamente, 29 dias. Ou ainda um registro de animais de um rebanho. Ou então apenas rabiscos em um osso que nos fascinam hoje em dia.

Outro osso com uma contagem de 55 marcas foi encontrado na antiga Tchecoslováquia em 1937, por Karl Absolon. As datações físicas marcam aproximadamente 30 mil anos de idade.

Por volta de 1960, o geólogo belga Jean de Heinzelin de Braucourt descobriu outra fíbula de babuíno entalhada entre os restos de uma pequena região pesqueira que fora soterrada pela erupção de um vulcão. Hoje, a região pertence a Ishango, localizada entre a fronteira da Uganda e do Congo. O osso recebeu a datação de cerca de 20 mil anos atrás.

Assim como o osso de Lebombo, os antropólogos debatem sobre o significado das suas marcas. Enquanto alguns afirmam que a interpretação mais simples do osso de Ishango é, mais uma vez, de que se trata de um bastão de contagem. Outros antropólogos buscam detectar alguns padrões e estruturas aritméticas no osso, como multiplicação, divisão e números primos. Outra interpretação muito aceita é de que trata-se de um calendário lunar de seis meses. Entretanto, o osso pode ter sido marcado apenas para fortalecer a fricção do ser humano que o portava, utilizando como cabo de uma ferramenta, por exemplo, sem significado matemático algum.

Figura 2.1 – Frente e verso do osso de Ishango no Museu de Ciências Naturais, Bruxelas.



Fonte: [Stewart \(2016\)](#)

Podemos perceber alguns padrões presentes no osso de Ishango. Há três séries de entalhes. A série central usa uma representação dos números 3, 6, 4, 8, 10, 5, 7. Note que, $3 \cdot 2 = 6$, $4 \cdot 2 = 8$, $5 \cdot 2 = 10$; entretanto, a ordem do último par está invertida e o 7 não se encaixa em nenhum padrão. As séries da esquerda e da direita fornecem números cuja soma é igual a 60.

O pensamento matemático é fruto de uma série de evoluções. A matemática, como uma das ciências e filosofias fundamentais, deve muito aos gregos que, muitos séculos antes da matemática moderna, já estavam buscando estabelecer as bases do pensamento racional e científico.

Conforme [Carvalho \(2012\)](#), por volta do século V.I. a.C., a Grécia estava passando por revoluções importantes para o curso da história da humanidade: o nascimento das primeiras *Polis* (cidade política, ou comunidade constituída de cidadãos livres); o nascimento de um sistema monetário, que facilitou as trocas, abrindo espaço para as classes sociais que viviam do artesanato, da navegação e do comércio.

A curiosidade sobre a origem da matéria, do universo e sobre os eventos que acontecem ao nosso redor é natural e os filósofos milésios, Tales (c.625 - 545 a.C.), Anaximandro (c.610 - 547 a.C.) e Anaximenes (c.588 - 524 a.C.) se viam fascinados em poder estudar e tentar conhecer as origens universo. Nasceram assim a lógica, a matemática, a teoria atômica, a ética, a metafísica, a teologia, etc.

Em virtude dos seus interesses pelas culturas de fora da Grécia esses filósofos buscaram conhecer outras regiões, à época, os grandes impérios egípcio e babilônico pareciam destinos favoráveis para os curiosos. Segundo [Carvalho \(2012\)](#),

Há indicações de que Tales conheceu os princípios da astronomia babilônica e os métodos fenícios de navegação e, segundo a tradição, foi ele que trouxe a geometria do Egito para a Grécia. Os fundamentos da geometria, para Tales, eram os conceitos intuitivos de ponto e reta, não especificados em postulados.

Além dos filósofos miléticos, cabe ressaltar a figura de Pitágoras (c.570 a.C.), que dedicou-se ao estudo da geometria, aritmética, astronomia e música (grandes áreas que ficariam conhecidas como “Quadrivium”). Os ensinamentos de Pitágoras foram repassados para a escola pitagórica, de onde recebemos muitos resultados utilizados ainda hoje.

A estrutura lógica formal que temos hoje também recebeu uma grande contribuição dos gregos. Segundo [Carvalho \(2012\)](#), foi Aristóteles (c. 384 - 322 a.C.), o fundador da lógica formal. Além disso, “A sistematização clara e rigorosa de toda a matemática da antiguidade – da geometria à teoria das proporções, passando pela teoria dos números irracionais – deve-se a Euclides”.

De acordo com [Fulini \(2016\)](#): com Euclides, a geometria passou a ser entendida como objetos geométricos especificados em afirmações não demonstradas, ou seja, axiomas e postulados, mesmo que os seus fundamentos ainda seguissem à risca o proposto por Tales, que eram o ponto e a reta.

Platão (Atenas, c. 428 - 348 a.C.) acreditava que existe uma verdade eterna, que pode ser descoberta pelo pensamento humano. Alguns séculos mais tarde, em meados do século dezoito, Immanuel Kant (1.724 - 1.804) retomou esse pensamento para afirmar que existe um conhecimento eterno e independente do qual nossas intuições de espaço e tempo seriam exemplos concretos. Para Kant, toda a verdade sobre o espaço está na geometria de Euclides.

Observamos que a Geometria Euclidiana era a base fundamental e a única área do conhecimento humano acima de dúvidas. Outros ramos da própria matemática – e mesmo da física – só adquiriam significado através de sua fundamentação geométrica. Tal convicção de infalibilidade da Geometria Euclidiana foi abalada, visto que outras geometrias, formuladas por János Bolyai (1.802 - 1.860), Bernhard Riemann (1.826 - 1.866) e Nikolai Lobatchevski (1.792 - 1.856) e independentes dos axiomas de Euclides.

A Geometria Euclidiana passou por vários séculos com o status de infalível e uma verdade absoluta, quando, na verdade, era mais uma parte de um universo bem maior do que o observado por essas pessoas. É comum na matemática que a evolução cause o caos. [Carvalho \(2012\)](#) diz que “a idéia da falibilidade da geometria euclidiana causava a perda de certeza em qualquer outro campo das ciências em geral, aí incluída a própria matemática. Ganharam terreno, então, algumas correntes de pensamento empenhadas em reduzir os princípios da análise aos conceitos mais simples da aritmética”.

Conforme indica [Sila and Barbosa \(2014\)](#),

O conhecimento matemático do homem não foi sempre como é hoje, amplo e exato, ele surgiu de maneira simples e foi sendo modificado através do tempo de acordo com as necessidades que apareciam. Tendo isso como verdade, podemos afirmar que a sua maneira de ser representada também passou por alterações.

Nota-se que a humanidade tem os números como uma noção fixa e imutável, quando, na realidade, eles são invenções (ou seriam descobertas?) da humanidade, porque representam fatos da natureza em uma ferramenta manipulável pelo ser humano. A natureza nos desperta curiosidade e é essa curiosidade que motiva a mudança e as alterações propostas na matemática. Quando [Stewart \(2016\)](#) diz que “às vezes as exigências internas da matemática dão pistas para novas estruturas potencialmente úteis”, estamos indicando que o rigor matemático é parte primordial de uma estrutura forte que segue em busca de mais respostas, respostas essas que estão apresentadas em um modo conexo e que faz sentido a vista de qualquer leitor da área.

Os números passaram por revoluções em diferentes épocas e civilizações, desde a implementação dos algarismos, inserção das frações e do zero até chegarmos no sistema de números utilizado atualmente. Tal evolução é característica de uma linguagem antiga, como é a matemática, que vai se adaptando ao que a sua comunidade necessita.

Para alguns historiadores, a criação da Lógica Simbólica foi atribuída à Leibniz, em 1680. Entretanto, conforme indica [Model \(2005\)](#), existe um contrassenso indicando que antes de 1903, nada foi publicado sobre o pensamento de Leibniz a respeito da Lógica Simbólica.

Segundo [Model \(2005\)](#), a procura de Leibniz por uma linguagem universal foi uma tarefa empreendida por muitas pessoas no século XIX, como por Frege, no século XX, repercutindo em certas linguagens de computador. Com a procura por uma linguagem universal, Leibniz propõe uma forma de raciocínio matemático utilizando um simbolismo, era o chamado *Calculus ratiocinato*. Conforme indica [Model \(2005\)](#),

O fato de muitos conceitos serem compostos, como coleções ou conjunções de outros conceitos mais simples, motivou o cálculo simbólico de Leibniz, cuja simbologia compreendia letras, linhas e círculos, que representavam conceitos e suas relações. Assim, sua lógica é denominada de “intencional”, visto que seus termos denotam propriedades ou conceitos em lugar de objetos que têm estas propriedades.

Por exemplo, segundo [Silva \(2004\)](#),

O que Leibniz simbolizava por $\mathbf{A} \mathbf{B}$, podemos escrever em notação moderna como $A = B$, isso significava que todos os conceitos compondo o conceito A também estavam no conceito B e vice-versa. Outro exemplo que pode ser citado é a sua notação ABC , para indicar que o conceito em A e aquele em B constituem totalmente o conceito em C . Isto pode ser escrito, com a notação atual, da seguinte forma: $A + B = C$ ou $AB = C$. E preciso lembrar que A , B e C representam os conceitos ou propriedades e não os objetos individuais. Além disso, Leibniz usou também a justaposição dos símbolos dos termos da seguinte maneira: $AB C$, que se pode escrever, modernamente, como $A \times B = C$ ou $AB = C$.

Muitos matemáticos também contribuíram para a formalização da linguagem matemática, ou seja, contribuíram com a transformação da linguagem retórica até a sua representação atual, chamada de linguagem algébrica, formal ou simbólica. François Viète e René Descartes são apontados como grandes responsáveis por essa formalização, segundo Almeida (2010):

O desenvolvimento da álgebra tem se baseado na elaboração de sistemas simbólicos, desde que a generalização de Viète e Descartes introduziram álgebra na matemática. Dessa maneira, a análise da simbologia matemática praticada por um dado autor ou em dada época oferece um bom parâmetro histórico para analisar a evolução de conceitos.

Ainda hoje várias extensões numéricas continuam aparecendo. Há os quartérnios e os octônios, por exemplo. Entretanto, estes são mais utilizados quando abordados do ponto de visto algébrico, em vez de aritmético.

Outra revolução que trouxe consequências para a maneira que enxergamos a matemática no futuro foi a criação do cálculo. De acordo com os historiadores, Isaac Newton (1642 – 1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) formularam, de maneira independente, o que conhecemos hoje como cálculo diferencial e integral.

Segundo Eves (2011), por volta de 1700, a maior parte do cálculo que hoje se vê nos cursos de graduação já havia sido estabelecida, juntamente com alguns tópicos mais avançados.

Ainda Eves (2011) diz que o italiano Joseph Louis Lagrange (1736–1813) foi o primeiro grande matemático a reconhecer a precariedade dos fundamentos da análise, e se empenhou para atingir o rigor necessário, influenciando as pesquisas matemáticas posteriores.

A partir da formalização do conceito de cálculo, o conceito de função ganha destaque por parte dos matemáticos.

Conforme indica [Fulini \(2016\)](#),

Os matemáticos antigos lidaram com a ideia de aproximação e limites de modo intuitivo por dois séculos. Percebiam a falta do mesmo nível de rigor ensinado pelos gregos antigos para poderem justificar formalmente os procedimentos, e até mesmo evitar contradições e erros que fizeram, mas a humanidade precisou esperar até o século XIX, para que este rigor fosse finalmente encontrado pelo francês Augustin Louis Cauchy (1789-1857), que criou uma definição formal de limite. Os estudos de Cauchy foram incompletos mas muito importantes por terem dado início à investigação sobre os fundamentos do Cálculo Integral, levando ao desenvolvimento da Análise Matemática e da teoria das funções.

Assim sendo, a descoberta do cálculo impulsionou a evolução de diversas áreas da matemática e a origem de outras que ainda passam por evolução. Uma das grandes evoluções que ocorreram nesta época foi com relação ao simbolismo.

Para [Fulini \(2016\)](#),

O Cálculo Diferencial e Integral surge e se desenvolve a partir de uma combinação entre problemas e formulações de conceitos e teorias adequados para resolvê-los. E essas teorias desencadearam novos problemas e novas teorias até a formulação de um conjunto de regras operacionais para a solução de diversos problemas.

Essas regras operacionais muito contribuíram para a evolução da matemática como um todo. Além disso, é atribuído a Leibniz a criação do símbolo de integral \int , um S alongado, que indica a soma de todas as áreas infinitesimais.

Segundo Leibniz, “uma vez traduzido um problema em linguagem matemática simbólica, a aplicação das regras conduzirá quase mecanicamente a sua solução”. (Baron, 1985. v 3, p. 43). Mostrando que, quando conseguimos passar um problema exposto em linguagem materna para um sistema bem estruturado de símbolos, a resolução é conduzida de modo intuitivo.

3 ALGUMAS TÉCNICAS DE DEMONSTRAÇÃO E RELAÇÕES COM A EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo, a intenção é estudar alguns tipos de demonstrações matemáticas e trazer o debate para a importância destas no decorrer da educação básica.

Ao tratar de demonstrações, é interessante formalizar a terminologia para o desenrolar da conversa. Sendo assim, vamos estabelecer os significados de termos comuns na matemática, com a finalidade de fixá-los e evitar a confusão entre eles.

1. Argumento: o compilado de uma série de afirmações verdadeiras, que levam para alguma conclusão.
2. Demonstração: um processo lógico-dedutivo que utiliza as hipóteses para deduzir a tese.
3. Justificativa: uma ferramenta usada para comprovar a veracidade de um fato.
4. Prova: uma evidência de um fato, mas não necessariamente um processo lógico-dedutivo.
5. Sentença: é uma frase (que, no nosso caso, pode, eventualmente, incluir apenas símbolos matemáticos) tal que:
 - (a) Apresenta-se de forma estruturada como uma oração, com sujeito, verbo e predicado.
 - (b) É afirmativa declarativa (não é interrogativa, nem explicativa).
 - (c) Satisfaz o Princípio do Terceiro Excluído, que garante que uma sentença ou é falsa ou é verdadeira, não havendo uma terceira alternativa; e o Princípio da Não-contradição, que assegura que uma sentença não pode ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo.

A definição de sentença segue de [de Moraes Filho \(2016\)](#).

6. Validação: teste que comprova a validade, a correção ou concordância com padrões.

A matemática não seria a mesma sem as demonstrações, visto que elas são parte da estrutura lógica essencial que a matemática é constituída e da maneira como ela funciona. Conforme estabelecido anteriormente, uma demonstração segue um processo e elaborar uma demonstração é uma ferramenta de convencimento baseada no raciocínio lógico-dedutivo. O leitor deve ser convencido que ela vale com base em argumentações lógicas.

Para que seja necessária uma demonstração, é preciso que haja um problema. Podemos separar, sem perda de generalidade, os problemas matemáticos em:

- Conjecturas: Uma conjectura matemática é uma afirmação no qual não há uma demonstração conhecida, isto é, supõe-se que seja verdadeira por convicção, com bases intuitivas.
- Teoremas: Um teorema é uma proposição verdadeira, cuja validade é atestada por uma demonstração rigorosa, ou seja, é uma afirmação cuja prova é conhecida pela comunidade matemática.

Podemos dizer ainda que um teorema é uma sentença matemática condicional, “Se P , então Q ” ou implicativa “ $P \rightarrow Q$ ”. Nesse caso, chamamos a sentença P de hipótese e Q de tese. Essa formulação é entendida da seguinte forma: A tese é verdadeira sempre que a hipótese o é. Isto é, a condicional “Se P , então Q ” indica que a proposição Q pode ser deduzida, com base em argumentos, a partir da proposição P . Essa dedução é o que a gente chama de Demonstração do Teorema.

Para construir as demonstrações dos teoremas é necessário que exista um sistema de axiomas ou postulados previamente definidos e que não são definições e são aceitas como válidas, sem a necessidade de serem demonstradas. Desse modo, um conjunto de axiomas serve de ponto de partida para a construção de uma teoria matemática.

Embora não esteja incluída na definição, a palavra “Teorema” é comumente associada com um resultado importante, por isso, usualmente substituímos o termo por outras palavras, para que não fique evidente um exagero em sua utilização. Dentre essas palavras, destacamos:

- Lema: quando o seu resultado é utilizado na demonstração de outro mais importante. De modo geral, um lema é um teorema auxiliar.
- Corolário: quando a demonstração de um teorema é consequência imediata de outro.
- Proposição: quando certo teorema não tem tanta importância dentro do contexto estudado e não pode ser enquadrado como lema ou corolário.

Entretanto, a terminologia aqui associada deriva da opinião do autor do texto e cabe ao próprio autor determinar a importância do resultado para avaliar em qual caso ele se enquadra. Na literatura comum dos livros didáticos, alguns teoremas são indicados utilizando a palavra “Teorema”, como o Teorema de Pitágoras ou o Teorema de Talles. Desse modo, os resultados propostos podem seguir uma linha, por vezes, mais cultural e serem associados imediatamente com a literatura presente na região.

Para demonstrar um teorema utilizamos técnicas de demonstração. Vamos abordar algumas e aplicá-las em alguns exemplos.

3.1 DEMONSTRAÇÃO POR TENTATIVA

A conjectura pode ser provada verificando-se que ela é verdadeira para todos os elementos da coleção. Para provar a falsidade da conjectura, basta achar um contra-exemplo.

Exemplo: Os valores numéricos do polinômio $f(n) = n^2 - n + 41$ são números primos para todo $n \in \mathbb{N}$.

Demonstração: Observando a tabela de valores de $f(n)$ com n entre 0 e 41, encontramos

n	f(n)	primo?
1	41	sim
2	43	sim
3	47	sim
4	53	sim
6	71	sim
...
39	1523	sim
40	1601	sim
41	1681	não

Percebe-se que para 41 a expressão numérica torna-se um quadrado perfeito:

$$f(41) = 41^2 - 41 + 41 = 41^2 = 1681$$

e, conseqüentemente, a conjectura é falsa.

3.2 DEMONSTRAÇÃO POR CASOS

Uma prova por casos deve cobrir todos os casos possíveis que aparecem em um teorema.

Exemplo: Prove que se n é um inteiro, então $n^2 \geq n$.

Demonstração: Vamos dividir a prova em três casos que cobrem todas as possibilidades para n : $n = 0$; $n \geq 1$ e $n \leq -1$.

- Quando $n = 0$: Como $n^2 = 0^2 = 0$, então $0^2 \geq 0$ e é verdadeiro que $n^2 \geq n$.
- Quando $n \geq 1$: Vamos multiplicar os dois membros da inequação pelo inteiro positivo n , assim sendo, obtemos $n \cdot n \geq n \cdot 1$, isto é, $n^2 \geq n$ para $n \geq 1$.
- Quando $n \leq -1$: Decorre de $n^2 \geq 0$ que $n^2 \geq n$.

Portanto, como todo número inteiro n está contido em algum dos casos anteriores, o resultado está demonstrado.

3.3 DEMONSTRAÇÃO DIRETA

A demonstração direta segue o princípio de assumir que a hipótese dada na sentença é verdadeira e, a partir dessa hipótese, deduzir a conclusão.

Exemplo: Mostre que se x ou y forem inteiros pares, então xy é par.

Demonstração: Assumindo que $x = 2m$ e $y = 2n$, com $m, n \in \mathbb{Z}$, temos $x \cdot y = (2m)(2n) = 2(2mn)$ que, por definição, é um número par. Desse modo, o produto xy é um número par.

3.4 DEMONSTRAÇÃO POR ABSURDO

Este método é considerado uma ferramenta poderosa na matemática. Como queremos verificar a validade de uma sentença “Se P , então Q ”, de modo geral, para utilizar a demonstração por absurdo, vamos supor que a hipótese P e a negação da tese, denotado por $\sim Q$, são verdadeiras. Desse modo, ao propor que P e $\sim Q$ acontecem ao mesmo tempo, estamos dizendo que a sentença inicial “Se P , então Q ” não se verifica. Com isso, obtemos um absurdo matemático e atestamos que toda vez que P acontece, Q acontece.

Exemplo: Mostre que nenhum número inteiro pode ser par e ímpar ao mesmo tempo.

Demonstração: Suponha, por absurdo, que tal número exista e denominemos de x . Então, existirão $k, l \in \mathbb{Z}$, tais que $x = 2k$ e $x = 2l + 1$. Por consequência, $2k = 2l + 1$, ou seja, $2k - 2l = 1$, isto é, $k - l = \frac{1}{2}$. Como $k, l \in \mathbb{Z}$, é um absurdo que $k - l = \frac{1}{2}$. Dessa forma, não existe número inteiro que seja par e ímpar ao mesmo tempo.

3.5 DEMONSTRAÇÃO POR CONTRAPOSIÇÃO

Denominamos por contrapositiva de uma sentença matemática condicional “Se P , então Q ”, a sentença “Se $\sim Q$, então $\sim P$ ”. Ora, a expressão “Se P , então Q ” indica que sempre que P vale, Q vale, o que é equivalente a dizer que quando Q não acontece, P não pode acontecer. Essa ideia é o que chamamos de Princípio da Contrapositividade. Dessa forma, a contrapositiva de uma proposição pode ser utilizada para demonstrar um teorema.

Ou seja, sendo o nosso objetivo mostrar que:

$$\text{Hipótese} \Rightarrow \text{Tese}$$

em vez disso, é suficiente mostrar que:

$$\text{Negação da tese} \Rightarrow \text{Negação da Hipótese}$$

Exemplo: Se n^2 é par, então n é par.

Demonstração: A sentença

$$\text{Se } n^2 \text{ é par, então } n \text{ é par.}$$

tem como hipótese “ n^2 é par” e tese “ n é par”. Com isso, as respectivas negativas são “ n^2 não é par” e “ n não é par”. Desse modo, a negativa da sentença é:

$$\text{Se } n \text{ não é par, então } n^2 \text{ não é par.}$$

Como as duas são equivalentemente lógicas, é suficiente provar a segunda sentença.

Assim, supomos que n não é par, isto é, n é ímpar, logo $n = 2k + 1$, onde $k \in \mathbb{Z}$. Desse modo, temos:

$$n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

Portanto, n^2 não é par.

Com isso, demonstrada a proposição “se n não é par, então n^2 não é par ” está demonstrado, por equivalência, que se n^2 é par, então n é par.

Demonstrações utilizando o método da contrapositiva são bastante utilizados na matemática, visto que por vezes é mais fácil mostrar que algo não acontece, do que efetuar uma verificação direta do enunciado.

3.6 INDUÇÃO MATEMÁTICA

Voltando ao caso do polinômio $f(n) = n^2 - n + 41$. A partir desse polinômio, determinamos os valores indicados na tabela $f(1) = 41$, $f(2) = 43$, $f(3) = 47$, ..., $f(40) = 1601$, onde é possível verificar que são todos números primos.

Para muitas pessoas, o fato dos 40 primeiros valores numéricos do polinômio $f(n)$ resultarem em números primos, seria uma suposição direta que todos os valores numéricos restantes são números primos, ou seja, estabelecer uma regra geral com base na análise de casos particulares. Entretanto, tal conjectura é falsa, visto que ao calcular $f(41) = 1681 = 41^2$ que é um quadrado perfeito.

Não é correto assumir a validade de um resultado a partir de casos particulares. A passagem do particular para o geral deve ser feito de modo rigoroso e um dos métodos que permite passar do particular para o geral com o rigor necessário, para números inteiros a partir de algum $n \in \mathbb{Z}$, é o Princípio da Indução Finita ou Princípio da Indução Matemática. O método é aplicado do seguinte modo:

Uma proposição $P(n)$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$, $n \geq n_0$ se:

1. $P(n_0)$ é verdadeira, ou seja, a proposição é válida para $n = n_0$.
2. Admitindo a sua validade para um número inteiro k , $k \geq n_0$ é possível mostrar que a proposição também é válida em $k + 1$.

Denominamos 1 de caso base e 2 de passo de indução. A fórmula que será demonstrada, quando aplicada no passo de indução, é chamada de hipótese indutiva.

Exemplo: Mostre que a equação $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ é verdadeira para qualquer inteiro positivo n .

Demonstração: A prova é feita por indução. Para $n = 1$, temos $1 = 1^2$, logo o resultado é verdadeiro.

Assumindo a veracidade do resultado para certo $n \in \mathbb{N}$, temos:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2. \quad (3.1)$$

Usando a hipótese indutiva, queremos verificar se o resultado é verdadeiro em $n + 1$. Isto é,

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + [2(n + 1) - 1] = (n + 1)^2. \quad (3.2)$$

Partindo do lado direito da equação [3.2](#), podemos realizar o seguinte procedimento:

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + [2(n + 1) - 1] &= [1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)] + [2(n + 1) - 1] \\ &= n^2 + [2(n + 1) - 1] \\ &= n^2 + 2n + 1 \\ &= (n + 1)^2, \end{aligned}$$

onde a segunda igualdade vem da Hipótese de Indução. Portanto, pelo princípio da indução finita, o resultado está demonstrado.

3.7 O SEGUNDO PRINCÍPIO DE INDUÇÃO FINITA

O Segundo Princípio da Indução nos entrega uma ferramenta útil para demonstração de proposições referentes a números inteiros.

Considere uma propriedade relativa aos números inteiros positivos. Se, dado $n \in \mathbb{N}$, do fato de todo número natural $m < n$ gozar da propriedade puder ser inferido que n goza da propriedade, então todo número natural goza da propriedade.

Exemplo: Mostre que, para todo $n \geq 2$, n é um número primo ou um produto de números primos.

Demonstração: Para $n = 2$, temos a verdade do resultado, visto que 2 é primo. Para a hipótese indutiva, vamos assumir que o resultado é verdadeiro até um certo k , onde $k \in \mathbb{N}$ e $2 \leq k \leq n$. A partir disso, vamos concluir a veracidade de $n + 1$. Se $n + 1$ for um número primo, o resultado está demonstrado. Caso contrário, $n + 1$ é composto e $n + 1 = ab$, no qual $2 \leq a \leq b < n + 1$. Daí, a hipótese indutiva pode ser aplicada em a e b , assim sendo, cada um deles ou é primo, ou é um produto de primos. Dessa forma, $n + 1$ é um produto de primos e o resultado é verdadeiro para todo $n \geq 2$.

3.8 DEMONSTRAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Desde as séries iniciais o aluno deve ter contato com técnicas de demonstração matemática e ser apresentado ao raciocínio lógico utilizado. Nesse sentido, [Freitas \(2011\)](#) diz:

Mesmo nos níveis elementar e médio é proveitoso desenvolver nos alunos o gosto pela argumentação em geral e pela demonstração como elemento central da própria matemática, como aliás vem referido de forma muito clara nos programas. Sem deduções, a matemática pode tornar-se uma simples colecção de resultados interessantes e úteis, mas desconexos, sem uma visão clara de quais são os pontos de partida e quais as conclusões que deles se podem tirar.

Assim sendo, a matemática torna-se uma disciplina prioritariamente mecânica, perdendo todo o seu brilho. [Freitas \(2011\)](#) continua,

Por exemplo, ao falar dos critérios de paralelismo de retas e planos, seria importante frisar que estes não são definições, mas que são condições que garantem paralelismo, uma vez que este esteja bem definido, não sendo descabido nalguns casos apresentar demonstrações.

No seu texto [Freitas \(2011\)](#) utiliza o exemplo de um resultado geométrico que possui uma demonstração e pode ser apresentada ao aluno para dar sentido ao resultado apresentado e trabalhar com a construção lógica, para que, de forma simples, o aluno tenha contato com uma estrutura formal de argumentos. Destacamos ainda que a geometria possui algumas provas construtivas que são de fácil acesso aos alunos da educação básica.

Conforme indica [Filho \(2018\)](#),

Constantemente, é necessário redigir demonstrações ao estudar matemática, e todos concordam que elas são as que mais exigem de quem escreve. Por outro lado, é lendo uma demonstração que se percebe a qualidade da matemática utilizada para provar o resultado, a capacidade de quem a elaborou e a habilidade de quem a escreveu.

Desse modo, [Filho \(2018\)](#) propõe que o ato de demonstrar um resultado pode avaliar a qualidade da matemática de quem está por trás da demonstração. Ao adaptar essa análise para a educação básica, encontramos aqui uma forma do professor avaliar a matemática adquirida pelos seus alunos ao longo da educação básica e se os requisitos propostos pela BNCC para a fase que o aluno está inserido estão sendo atendidos.

As demonstrações matemáticas relacionadas ao conteúdo abordado em sala de aula relacionam-se ao ato de provar uma verdade absoluta expressa por um teorema. Analisando o contexto atual da educação básica, com base nos dados obtidos em [Brasil \(2019\)](#),

observamos que o uso de demonstrações matemáticas na sala de aula não é recorrente, limitando-se a algumas passagens da geometria plana, como afirma Amorim et al. (2020).

A prática escolar reflete no desempenho do aluno. A falta das demonstrações matemáticas na sala de aula leva a uma falta de reflexão da motivação por trás do resultado apresentado, visto que o aluno fica com uma coleção de resultados na sua mente e algumas aplicações diretas, mas não consegue argumentar ou compreender o porquê daquele resultado funcionar.

A matemática não é apenas uma coleção de exercícios para aplicar os resultados. Não há matemática sem as demonstrações. O desenvolvimento do raciocínio que o estudo das demonstrações proporciona pode fornecer ao aluno a capacidade de replicá-lo em outras áreas, formular concepções acerca das problemáticas sociais, políticas, entre outras problemáticas relacionadas ao contexto onde o aluno se insere.

Desse modo, no Ensino Fundamental, já é possível, de acordo com a BNCC, explorar as demonstrações matemáticas dos conteúdos inseridos na sua estrutura curricular. Esta fase é a fase do contato do aluno com a formalização de resultados. Ao final do Ensino Fundamental, seria interessante que o aluno conseguisse compreender como funciona o processo de uma demonstração.

Assim sendo, ao chegar no Ensino Médio, o aluno teria capacidade de compreender um resultado matemático demonstrado e, por sua vez, ao final dessa fase, teria a capacidade de formular suas próprias demonstrações, respeitando o seu nível de conhecimento e conteúdos apresentados pelos seus professores.

Para Boero (1996), os alunos apresentam condições de fazer conjecturas e generalizações sobre propriedades matemáticas. Já Villiers (2002), comenta que é costume no ensino da matemática fazer uma abordagem na qual as demonstrações aparecem como um recurso para eliminar as dúvidas. Entretanto, ele argumenta que as demonstrações matemáticas assumem outras funções no processo educacional:

1. Verificação: convencimento próprio e dos outros a respeito da veracidade de uma afirmação;
2. Explicação: compreensão do por que uma afirmação é verdadeira;
3. Descoberta: de novas teorias, conjecturas ou resultados a partir da tentativa de se demonstrar uma conjectura;
4. Comunicação: negociação do significado de objetos matemáticos;
5. Desafio intelectual: satisfação pessoal pelo êxito na demonstração de um teorema;
6. Sistematização: organização de resultados num sistema dedutivo de axiomas, conceitos e teoremas.

Analisando as funções propostas por Villiers (2002), é totalmente compreensível que o aluno faça uso de demonstrações matemáticas durante o processo de educação básica, observando que existe uma escada de habilidades que o aluno buscará alcançar durante o seu percurso na educação básica. O aprendizado de matemática não é baseada no imediatismo, é um processo que leva tempo e demanda paciência.

Para auxiliá-lo na evolução proposta por Villiers (2002), é interessante que o professor tenha a capacidade de orientar e explicar o aluno durante essa busca. O professor deve descobrir e/ou reinventar suas metodologias de ensino, para que se possam auxiliar os alunos a alcançarem os objetivos pretendidos, contribuindo para uma melhor qualificação e formação do cidadão.

Para isso, é importante reforçar a utilização da redação matemática pelo próprio professor durante as suas aulas como facilitadora na explanação dos conceitos apresentados, isto é, o professor adiciona a ferramenta as suas técnicas para auxiliar na aprendizagem de matemática em sala de aula.

4 A REDAÇÃO MATEMÁTICA NA VISÃO DOS PROFESSORES E LICENCIANDOS

Neste Capítulo vamos discutir os resultados apresentados nas consultas aos professores em exercício e em formação.

4.1 A REDAÇÃO MATEMÁTICA NA VISÃO DOS PROFESSORES

Vamos iniciar a análise das respostas obtidas através do questionário encaminhado para os professores de Matemática da cidade de Aroeiras-PB. Estabelecendo uma nomenclatura para manter a privacidade dos entrevistados, utilizaremos, nesta seção, a sigla P para indicar o professor entrevistado na pesquisa.

Nossa amostra é composta por 8 professores de matemática que lecionam na cidade de Aroeiras-PB. Na listagem dos professores, cinco deles estão na faixa etária de 32 a 37 anos, dois estão entre 38 e 45 anos e um está na faixa de 26 aos 31 anos. Além disso, em questão de titulação acadêmica, quatro Mestres, três especialistas e um graduado compõem a relação dos professores entrevistados.

Sobre o trabalho, seis professores trabalham em esfera estadual e dois em esfera municipal. Se tratando de tempo de serviço na lotação atual, seis dos professores entrevistados estão na mesma rede entre 6 e 11 anos, um está entre 1 e 5 anos e um está entre 12 e 17 anos na mesma rede de ensino. Também questionamos quais faixas de turmas que os professores lecionavam, as respostas foram distribuídas conforme o gráfico abaixo. Cabe ressaltar que um professor pode lecionar em mais de uma faixa educacional ao mesmo tempo.

Figura 4.1 – Faixas educacionais das turmas dos professores entrevistados.

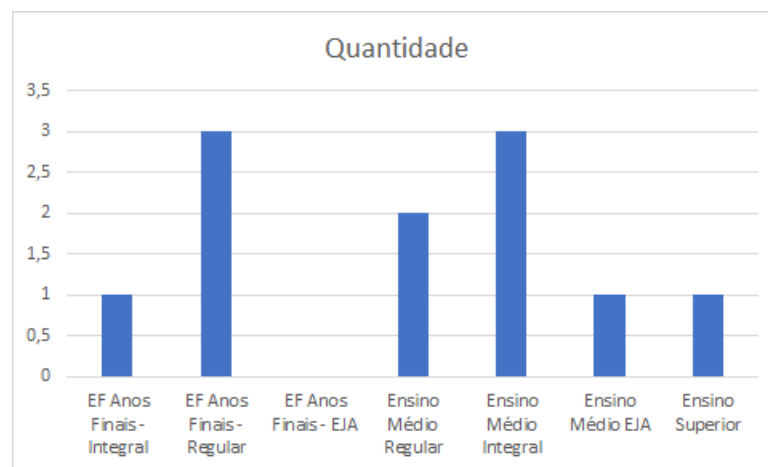


Figura do autor.

Dessa forma, obtemos uma boa variedade de experiências e conhecimentos. A escolha do grupo de professores foi feita de modo conveniente, pela facilidade de entrar em contato

e entrevistá-los.

Partindo para a análise das respostas referentes a temática estudada, iniciamos o questionário buscando entender o que os professores compreendem como redação matemática.

Como destaca Pietropaolo (2005), é importante que o professor tenha conhecimento da temática para poder efetuar um julgamento justo, poder orientar os seus alunos ou avaliar a argumentação e a justificação apresentadas por seus alunos. Dessa forma, é interessante que o professor estabeleça para si uma definição própria de redação matemática, assim, perguntamos “O que você entende por redação matemática?”.

Os professores responderam da seguinte forma:

- P1: Refere-se à escrita, usando a linguagem matemática, para a compreensão de dados e/ou informações na apresentação de uma determinada teoria e na resolução de problemas.
- P2: Entendo pouco.
- P3: É toda linguagem escrita através de códigos e símbolos que traduz um pensamento ou raciocínio lógico.
- P4: É uma metodologia na qual se valoriza muito a escrita, a leitura, a interpretação e a fala dos alunos. Facilitando assim, a sua compreensão de problemas contextualizados.
- P5: Redação matemática seria a escrita do professor ou até mesmo a maneira como o professor explica e mostra ao aluno determinado conteúdo ou na resolução de um problema.
- P6: Redação matemática é o texto que explica o conteúdo a ser ensinado.
- P7: É uma forma de comunicar de forma mais precisa e clara os conceitos matemáticos bem como as relações entre si.
- P8: É uma linguagem escrita, onde leva o aluno, a desenvolver interesse pela leitura e, a produzir e registrar opiniões e principalmente criando um senso de raciocínio lógico dedutivo ou argumentativo.

Conforme Pietropaolo (2005), ao trabalhar com temáticas relacionadas a redação matemática, mais precisamente, com uma demonstração (prova) matemática, ele constata que é:

Recurso pedagógico bastante rico nas aulas de Matemática (...), desde que se admita um sentido mais amplo para essa palavra. Não caberia a simples reprodução (...), mas sim o “fazer matemática” em sala de aula, envolvendo assim, experimentações, conjecturas e argumentações.

Além disso, como tratamos no primeiro capítulo, Zuffi (1999) e Lorensatti (2009) apresentam suas próprias definições do que seria de fato a linguagem matemática. Observando as respostas dadas pelos entrevistados, notamos uma convergência das definições propostas pela maioria dos professores com a abordagem mais pedagógica de Lorensatti (2009). Note que, os professores tratam da temática com foco em “traduzir” o conteúdo da matemática que está sendo ministrado para uma linguagem mais acessível ao aluno, por exemplo, P4 diz: “É uma metodologia na qual se valoriza muito a escrita, a leitura, a interpretação e a fala dos alunos. Facilitando assim, a sua compreensão de problemas contextualizados”.

Quando tratamos da redação matemática, é importante que o professor tenha a consciência do que está trabalhando, e seria válido que o professor tivesse a habilidade de separar o rigor exigido no Ensino Superior da Educação Básica, pois, nessa fase da educação do aluno, algumas vezes é mais proveitoso que o professor aceite a escrita muitas vezes apresentada sob a forma de experimentações, exemplos genéricos, explicações ou conjecturas informais.

Os professores convergiram quando foram perguntados se faziam uso da metodologia durante as suas aulas. No entanto, o professor P5 comentou que não fez uso de redação matemática durante o período remoto. Além disso, os professores elencaram as situações onde acham importante utilizar a redação matemática. O professor P3 afirma que utiliza “em quase tudo que traduz ou facilita a transição de um pensamento crítico, hipotético, que tenha um entendimento lógico”. Desse modo, o pensamento do professor P3 faz parte do raciocínio proposto por Lorensatti (2009), no capítulo 2, que mencionava a “tradução” dos conceitos matemáticos para a linguagem materna. Os demais professores afirmaram que faziam uso da proposta pedagógica em resoluções de exercícios, criação argumentativa, demonstrações de teoremas e durante todo processo de ensino aprendizagem entre professor-aluno.

A principal dificuldade apontada pelos professores para a utilização da redação matemática em suas respectivas aulas foi a falta de formação dos alunos. Dentre os relatos apresentados, P1 aponta que: “Os alunos não estão acostumados com o rigor matemático que deve ser apresentado na redação matemática de uma determinada teoria e na resolução de problemas”, Klüsener (2001) destaca que:

Aprender matemática é, em grande parte, aprender e utilizar suas diferentes linguagens – aritmética, geometria, álgebra, gráfica, entre outras. Na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia.

Desse modo, além da indagação de P1, P3 também afirma que: “Os alunos chegam ao ensino médio sem conhecer a maioria os símbolos e códigos matemáticos sendo necessário a alfabetização matemática dos alunos”. Ou seja, o nível apresentado pelos alunos no Ensino Médio não satisfaz a BNCC, quando observamos no capítulo 1 que a BNCC cobra que o aluno saia do fundamental, ao menos, sabendo reconhecer uma demonstração matemática.

Malta (2002) afirma que:

Sem o desenvolvimento do domínio da linguagem necessária à apreensão de conceitos abstratos (e, portanto extremamente dependentes da linguagem que os constrói) nos seus diversos níveis, não pode haver o desenvolvimento do pensamento matemático (também em seus diferentes níveis).

Os professores P2 e P6 afirmam que o principal empecilho seria a falta de interesse dos alunos. Por vezes, falta a nós professores, a capacidade de colocarmo-nos no lugar de nossos alunos, entender que, nem sempre é a falta de vontade que leva a defazagem no aprendizado, mas sim porque o que é evidente ao professor, não é para o aluno. De acordo com Gil (2008):

O fato de hoje utilizarmos uma linguagem matemática formal, como já dissemos, foi para sintetizar a comunicação. Fazer com que o aluno seja sabedor disso, e de que a Matemática nem sempre utilizou uma simbologia tão formal, talvez o faça entender que houve uma necessidade para que isso acontecesse, pois, como linguagem universal, deve procurar estar livre de interpretações. Oportunizar esse momento de reflexão pode fazer com que o aluno entenda a razão deste processo e, por que não, se interessar por ele.

Assim sendo, o professor pode motivar o aluno a desenvolver interesse pelo processo de resolução de um problema, por exemplo, utilizando meios lúdicos para isso. Como consequência, o interesse dos alunos poderia aparecer e, a partir daí, ser moldado para trazer bons resultados.

Por outro lado, P5 aponta que: “As dificuldades encontradas geralmente são na compreensão por parte dos alunos, quanto a abstração matemática”. Isso é, devido ao fato da matemática utilizar uma simbologia, acaba trazendo ao aluno a necessidade de entender o significado desses símbolos. Nesse sentido, Danyluk (1993) indica:

Ao ler um símbolo matemático, é preciso entender o significado atribuído a ele. O símbolo traduz uma idéia e se refere a alguma coisa. É importante que o leitor reconheça um símbolo e faça uso de notações adequadas para expressar idéias. Mas somente usar e reconhecer sinais indica que a pessoa tenha compreendido ou atribuído um significado para o mesmo. Isso pode ser considerado uma atividade mecânica se não houver compreensão.

Nesse caso, é pontual que haja um cuidado especial para o trabalho com os conceitos e procedimentos algébricos, passando por uma contextualização para que o aluno se sinta incluso no processo de aprendizado e facilite o seu entendimento, assim os alunos podem acabar se apropriando dos conceitos apresentados de modo efetivo.

Quando perguntados sobre os benefícios e malefícios da utilização da redação matemática como parte das suas práticas pedagógicas, os professores indicam, principalmente, que o principal benefício é a clareza que o conteúdo é transmitido para o aluno, auxiliando também no desenvolvimento da escrita por parte do discente. Desse modo, o professor P1 afirma que “é imprescindível escrever bem na apresentação de teoria e na resolução de problemas nas aulas de matemática, a fim de que os alunos aprendam a escrever bem também e a compreender melhor os resultados”.

De modo semelhante, o professor P3 indica que “existem apenas benefícios onde o aluno que aprende a redigir coerentemente se expressa, escreve e traduz seus pensamentos com maior entendimento do ouvinte ou leitor”.

Seguindo na mesma linha de raciocínio, P7 afirma que “os benefícios estão na necessidade de transmitir de forma segura as ideias matemáticas. Sem uma boa redação é praticamente impossível se fazer um registro adequado da matemática pura bem como da sua aplicabilidade às outras ciências”.

Por outro lado, o professor P6 cita um malefício: “um ponto negativo é o tempo preso em um conteúdo que passa ser maior”. Aqui vamos ao encontro de um problema enfrentado por alguns professores, que é a gestão do tempo em sala de aula. Por conta da falta de estrutura em muitas escolas, o professor precisa otimizar o tempo de aula para atender, da melhor forma possível, o maior número de conteúdos presentes na grade curricular da fase em que o aluno está inserido na educação básica, assim sendo, o professor se encontra com pouco tempo para administrar e muitos conteúdos para explorar, decorre disso a falta de tempo para aperfeiçoar suas metodologias didáticas em sala de aula.

Já o professor P4 afirma que: “muitos alunos apresentam dificuldade de fazer a interpretação correta dos problemas contextualizados”. Conforme indica [Silva et al. \(2016\)](#),

É possível que essa problematização ocorra porque os alunos da rede básica de ensino foram aprendendo a separar as disciplinas, como se separam os materiais escolares. Isto é, na hora de aprender português, o aluno conceberá um tipo de pensamento cognitivo para o entendimento daquela matéria. Já na hora de desenvolver a matemática, o educando passa a utilizar outro desempenho cognitivo, dessa vez voltada para a matemática, sendo que todo o aprendizado desenvolvido na aula posterior não é restituído ou valorizado entre outros âmbitos.

Nesse sentido, os professores responderam a próxima pergunta que levantava o questionamento sobre a conexão da Matemática com a língua materna, no nosso caso, a Língua Portuguesa.

O professor P7 afirma que:

As conexões entre a língua materna e a linguagem matemática se dá desde o momento em que se vai analisar a estrutura lógica da matemática com o estudo das proposições e conectivos que são elementos fundamentais na organização estrutural da matemática. Toda a comunicação matemática é estruturada a partir das proposições que são agrupamentos de palavras que transmitem um significado completo.

No geral, todos os professores entrevistados concordam com a existência de conexões entre a matemática e a língua materna. Na opinião do professor P1: “Para escrever uma redação matemática compreensível e dentro dos padrões da norma culta, faz-se necessário o domínio da língua portuguesa, em especial, da gramática”. Já o professor P6 indica que “ambas utilizam os signos para representarem algo, para darem significado. A redação matemática é uma linguagem tanto quanto o português”. Além disso, P8 aponta que “é uma escrita aberta, multilinguística que trama símbolo e prosa. Incorporam-se novos elementos da comunicação, do saber matemático ao linguístico”. Nesse sentido, [Lorensatti \(2009\)](#) afirma que:

Na realidade, elas deveriam andar juntas, para que ambas ganhassem significados múltiplos e mútuos. Há a necessidade da língua para ler e compreender o texto de Matemática e, se esse for um problema, de dar significado à sua solução. Por outro lado, é necessário ler e escrever em linguagem matemática, compreender os significados dos símbolos, dos sinais ou das notações próprias dessa linguagem.

De fato, como é tradicional na escola, a língua materna e a matemática não se comunicam. Temos em [Lorensatti \(2009\)](#), por exemplo, que há uma tradição de exclusão nas duas disciplinas. Ou seja, ou o indivíduo é bom em Matemática ou o é em Língua Portuguesa. De certo modo, as práticas pedagógicas influenciam para que isso ocorra, visto que, conforme aponta [Lorensatti \(2009\)](#), as práticas de sala de aula têm reforçado essa premissa, e o professor ou o planejamento pedagógico das escolas, dificilmente, oportunizam uma aproximação entre esses dois componentes, de forma intencional.

Além disso, o professor P3 completa afirmando que “a matemática é a linguagem lógica universal. Pensar corretamente e logicamente ajuda em diversas habilidades para a vida, incluindo o aprendizado ou a melhor compreensão da fala e da escrita de qualquer língua”. Dessa maneira, percebemos a indagação de P3 apontando que a habilidade em expressar textos matemáticos poderia refletir em outros componentes que podem estar presentes na vida do aluno.

Ao serem questionados sobre a fase da educação que deveriam abordar de modo mais específico as competências e habilidades que compreendem a redação matemática, a maioria dos professores entrevistados indicam que o estudo deve começar desde cedo. Para o professor P3, “desde os anos iniciais o aluno precisa ser alfabetizado matematicamente desde o início com o conhecimento adequado a sua série para que ele possa compreender melhor todos os conhecimentos posteriores”. A posição do professor é convergente com o que aponta [Alves \(2016\)](#), quando afirma que: “Os anos iniciais da escolaridade têm grande importância para a vida do educando, pois formam uma base para as demais séries, principalmente quanto aos conceitos e relações em Matemática, que serão utilizadas posteriormente, ao longo de sua vida escolar”.

Dessa forma, devemos respeitar o desenvolvimento escolar da criança nos primeiros anos de ensino, visto que aquele universo que ela encontra na escola é diferente do que ela já vinha acostumada a vivenciar. Assim sendo, seu desenvolvimento vai estar entrelaçado com as experiências e vivências que ela possui. Nesse sentido, [Alves \(2016\)](#) afirma que: “A Matemática nos anos iniciais é de suma importância para os alunos, pois ela desenvolve o pensamento lógico e é essencial para construção de conhecimentos em outras áreas, além de servir como base para as séries posteriores”.

O professor P7 acredita que “a redação matemática deve ser inserida de forma grada-

tiva a medida em que o aluno for tendo familiaridade e domínio com a língua materna”. Nesse sentido, torna-se indispensável que o professor possua uma variedade de metodologias para chamar a atenção do que está sendo trabalhado com o aluno, visto que, ao inserir um assunto gradativamente, é importante que o aluno não leve apenas superficialmente o que está sendo trabalhado e tenha um aprendizado significativo. Com a redação matemática, temos uma ferramenta que, para [Levulis and Fortes \(2011\)](#), “contribui para a construção do saber, desenvolve o raciocínio lógico e é claro aprimora no aluno a habilidade de escrever de forma clara e dissertativa”.

A única discordância foi pelo professor P8, que aponta o final do Ensino Fundamental II como ponto de partida para os trabalhos com a redação matemática e seja aprofundada no Ensino Médio, pois, o professor indica que a compreensão é melhor para os alunos dessa fase.

Como ressaltado no capítulo 2, BNCC aponta em seu texto que a redação matemática deve ser trabalhada tanto no Ensino Fundamental II quanto no Ensino Médio, onde, no Ensino Médio, seja trabalhado de modo aprofundado para que o aluno consiga resolver problemas cotidianos utilizando a matemática.

É interessante vislumbrar como os professores entrevistados foram apresentados a redação matemática em seus cursos de graduação e formação continuada. Para isso, questionamos se eles tiveram algum tipo de estímulo ao trabalho com a redação matemática em seus respectivos cursos. Dentre eles, apenas o professor P6 indicou que houve pouco estímulo no trabalho com redação matemática e o professor P5 afirmou que alguns professores do departamento de matemática promoveram estímulos relacionados a redação matemática.

Já sobre os cursos de formação continuada, o professor P8 não realizou cursos, os professores P3, P5 e P6 indicaram que não tiveram estímulos ao trabalho com redação matemática e os demais apontaram que o tiveram. Fazendo um recorte dos três professores com mestrado completo, um deles afirmou que seu curso não desenvolveu estímulos para a redação matemática. Além disso, dentre os quatro especialistas, dois afirmaram que não tiveram trabalhos relacionados a redação matemática. A formação dos professores é um ponto crucial para que o desenvolvimento da metodologia seja efetiva e proveitosa, visto que, o professor necessita de ter domínio no que vai ensinar.

A partir disso, questionamos sobre a utilização das demonstrações pelos professores em sala de aula. Por unanimidade, todos afirmaram que apresentavam demonstrações em algum momento da aula, incluindo aqui os professores que não tiveram formação sobre a redação matemática em seus cursos de graduação ou formação continuada. Entretanto, o professor P6 destaca que “ não uso porque fico desmotivada com a falta de interesse dos alunos”.

Já o professor P7 ressalta que:

É pertinente a realização de demonstrações em sala de aula, embora a demonstração muitas vezes seja incompreendida por parte dos alunos, ela tem a função de comunicar aos alunos a justificativa sobre determinadas afirmações que o professor faz em sala de aula. Não se trata de esquematizar o conteúdo do ensino médio em teoremas, corolários e proposições, mas apenas justificar de forma fundamentada a veracidade das afirmações ali expostas em sala.

Segundo [Pietropaolo \(2005\)](#):

É necessário que a demonstração em sala de aula não só valide, mas explique as etapas envolvidas no processo. Se o processo de validação confirma que o teorema é verdadeiro, é a explicação que elucidada para os alunos o porquê deste fato.

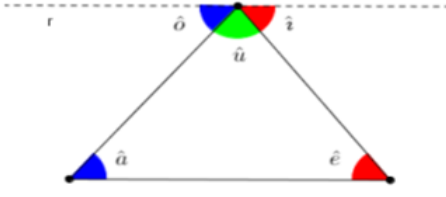
Assim, o professor P7 corrobora com o que mencionamos no capítulo 1, de que a matemática precisa ser vista como mais do que um amontoado de algoritmos e fórmulas, mas, que o conteúdo ali visto seja conectado e justificado de modo satisfatório para os alunos e, mesmo que naquela fase do ensino eles não consigam compreender totalmente o que o professor apresenta, ele tenha a oportunidade de trabalhar em cima do tópico e, em uma fase posterior, seja capaz de entender. Isso também é mencionado na resposta de P5, que diz “assim o aluno começa entender e pensar algebricamente e relacionar o conteúdo estudado com a demonstração”. Além disso, P3 afirma “precisamos estimular, mesmo que poucos, os alunos com potencial matemático a interagir com o pensamento matemático e desenvolvê-lo!” e, segundo P1, “pois quando o aluno aprende a demonstrar resultados, ele não fica preso ao decoreba das fórmulas matemáticas”.

Agora, partimos para análises de demonstrações. Solicitamos que, tanto os professores, quanto os professores em formação, fizessem uma análise de algumas demonstrações para proposições.

A primeira proposição foi: *a soma entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180* e assinalar qual delas provou corretamente que a afirmação é verdadeira e justificarem o porquê. As demonstrações dadas para análise podem ser vistas na figura:

Todos os professores concordaram que a Resposta B estaria adequada a ser apresentada em sala de aula. De modo geral, os entrevistados apontaram que as duas respostas atendem a momentos distintos da explanação do conteúdo. O professor P5 apontou que “na resposta A, são mostrados exemplos usando o teorema q foi provado na resposta B”. Isto é, na Resposta A houveram casos particulares do resultado proposto e, na Resposta

Figura 4.2 – Demonstrações enviadas para a análise dos professores.

Resposta A	Resposta B
<p>Efetuada desenhos de diversos triângulos distintos, podemos levantar as medidas dos seus ângulos e efetuar a soma.</p> $112^\circ + 18^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ $48^\circ + 73^\circ + 59^\circ = 180^\circ$ $101^\circ + 37^\circ + 42^\circ = 180^\circ$ $33^\circ + 84^\circ + 63^\circ = 180^\circ$ $90^\circ + 63^\circ + 27^\circ = 180^\circ$ <p>Como todas as somas resultaram em 180°, concluímos que a afirmação proposta é verdadeira.</p>	<p>Traçando uma reta r paralela a base do triângulo:</p>  <p>Obtemos a congruência dos ângulos \hat{o} e \hat{a}, por serem ângulos alternos internos entre duas paralelas e a congruência dos ângulos \hat{i} e \hat{e}, pela mesma justificativa.</p> <p>Como $\hat{o} + \hat{u} + \hat{i} = 180^\circ$, pois são ângulos em uma linha reta, obtemos, pela congruência, que $\hat{a} + \hat{u} + \hat{e} = 180^\circ$. Portanto, a afirmação proposta é verdadeira.</p>

Adaptado de [Caldato et al. \(2017\)](#).

B, ocorre a demonstração da proposição indicada no enunciado. Dessa forma, o professor P7 afirma que “ao contrário da resposta A em que o aluno induz a afirmação a partir de casos particulares, na B se faz uso de resultados e conceitos válidos para se chegar a conclusão”.

Além disso, o professor P3 afirmou que utilizaria as duas respostas em sala de aula. Relatando uma experiência pessoal P3 afirma que “as duas devem ser feitas, (Resposta A) gosto de usar materiais concretos nas aulas! Levar triângulos de vários tamanhos e inclinações pedir para os alunos medir com um transferidos e anotar os resultados e depois fazer a demonstração (Resposta B)”.

Dessa maneira, o professor P3 indica que trabalha com os alunos a parte concreta da matemática, utilizando materiais manipuláveis para que os alunos vivenciem a experiência da descoberta na sala de aula, fazendo com que o resultado apresentado tenha sentido e uma aplicação prática. Após isso, o professor utiliza a demonstração formal para justificar matematicamente que aquele resultado obtido em casos particulares é verdade para todos os triângulos.

Obtemos de [Aguilar Júnior \(2012\)](#),

prova pragmática é aquela que recorre a testes de validade, busca de regularidades, exemplos ou desenhos para justificar um determinado resultado, chamados pelo autor de “recursos de ação”, enquanto que a prova conceitual não recorre a tais recursos no momento de formular as propriedades envolvidas e as possíveis relações entre elas.

Nesse sentido, o professor P3 demonstra conseguir entrelaçar os dois tipos de prova apontados em [Aguilar Júnior \(2012\)](#) e consegue que o aluno tenha uma experiência passando pelo concreto e partindo para a parte abstrata da matemática.

Com isso, o debate avança e questionamos sobre qual das respostas seria melhor compreendida pelos alunos durante uma aula. O professor P1 indicou que a Resposta B seria a opção correta para levar a sala de aula, pois “generaliza o resultado, não causando dúvidas na compreensão do aluno para casos particulares, como é o caso da resposta A”. Nesse caso, o professor aponta que outros casos particulares poderiam acarretar em dúvidas dos alunos e a Resposta B já trata de um modo generalizado.

O professor P3 reforça a posição tomada na resposta anterior de entrelaçar as respostas, mas reforça a importância da demonstração formal ser apresentada aos alunos:

Eu acredito que trabalhando com materiais concretos como citei acima facilita o aprendizado e a compreensão da maioria, mas também como citei em questões anteriores acredito que a demonstração algébrica ou geométrica dos teoremas devem ser exposta aos alunos para aumentar o conhecimento dos alunos com um pouco mais de facilidade (conhecimento matemático ou interesse pelo assunto).

Nesse sentido, [Pietropaolo \(2005\)](#) coloca que:

No entanto, relativamente aos currículos de Matemática, diversos educadores procuram argumentar que, se, por um lado, o método dedutivo conduzido por uma determinada perspectiva poderia mostrar a especificidade do conhecimento matemático relativamente às ciências, por outro, ele poderia levar o aluno a pensar a Matemática apenas pelo modo como é apresentada.

No caso, o professor P3 apresenta o resultado de diversas maneiras, com isso, o aluno acaba tendo mais opções para satisfazer a indagação apresentada.

Já os professores P4, P6 e P8 justificaram a escolha da Resposta B como a melhor alternativa para utilizar em sala de aula pelo aspecto visual que a demonstração possui. Para o professor P4, “a figura ajuda a enxergar melhor a questão facilitando assim, sua interpretação, compreensão e resolução”. Já o professor P6 indica que “apresenta uma ilustração que comprova e faz com que o aluno tire melhor suas conclusões”. E o professor P8 aponta “junto com a demonstração da imagem realizada sala, terá uma visão melhor. Assim, ele entenderá que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer vale 180° ”.

Conforme fala [Pinto \(2019\)](#):

Nos problemas cuja natureza é visual ou de representação de objetos (abstratos ou não) e ou contendo vocábulos que representam objetos concretos como pontes, edifícios, árvores, para-peitos, escadas etc., verifica-se uma facilidade na resolução por aqueles que possuem o componente visual-imaginativo do pensamento mais apurado, mas a facilidade não é a mesma para esses quando lhes é apresentado um enunciado do tipo “a elevado a terceira potência mais o triplo de a” esse tipo de problema é mais claro àqueles que possuem o pensamento lógico-verbal mais apurado.

Nesse sentido, o visual mencionado pelos professores indica que os alunos apresentam o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao conhecer, interpretar e diferenciar os estímulos recebidos visualmente. Assim, a partir dos estímulos visuais, o aluno pode estabelecer relações entre ideias e abstrair conceitos.

Por fim, os professores receberam mais um problema com uma justificativa apresentada para análise e alternativas para verificar qual se encaixava com as suas respectivas visões. O problema era: *Assinale a alternativa que se encaixa melhor na justificativa da proposição: a soma de dois números ímpares é igual a um número par.* E a justificativa apresentada foi:

Figura 4.3 – Justificativa enviada para a análise dos professores.

Note que,

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 3 = 6$$

$$5 + 7 = 12$$

$$7 + 9 = 16$$

Como o resultado se mantém verdadeiro,
está justificado que a soma de dois
números ímpares resulta sempre em um
número par.

Figura do autor.

As alternativas disponíveis eram:

- A justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos.
- A justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula.
- justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula.
- A justificativa não satisfaz o problema e nem cabe como justificativa informal na aula.

Houve uma divergência por parte dos professores na análise dessa questão. Os professores P1 e P3 assinalaram a alternativa que indicava que a justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula. Já os professores P2, P4 e P8 assinalaram que a justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos. A justificativa não satisfaz o problema e nem cabe como justificativa informal na aula foi assinalada por P5 e P7. Por fim, P6 assinalou que a justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula.

4.2 A REDAÇÃO MATEMÁTICA SOB O OLHAR DOS FUTUROS PROFESSORES

Seguindo a análise, partimos agora para a discussão das respostas obtidas no formulário dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática que residem na cidade de Aroeiras-PB. Para manter a privacidade e o anonimato da pesquisa, utilizaremos, nesta seção, a sigla AG para indicar os sujeitos Alunos de Graduação que participaram desta pesquisa.

Ressaltamos que não incluímos perguntas relacionadas à experiência de docência por parte dos entrevistados, visto que ainda se encontram em processo de formação docente. Partiremos então para a análise dos sujeitos que aceitaram participar da nossa pesquisa.

Nossa amostra é composta por 6 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), cinco desses alunos estão na faixa etária de 18 a 25 anos e um aluno está na faixa etária de 26 a 31 anos. Dentre os entrevistados, quatro são oriundos de escola pública e dois são oriundos de escola particular. Quanto ao regime escolar que os entrevistados tiveram acesso, cinco afirmaram que concluíram a educação básica por meio do ensino regular e um por meio da educação à distância. Por fim, cinco dos entrevistados estão cursando os dois últimos anos do curso (segunda metade) e um está cursando os dois primeiros anos (primeira metade).

Iremos agora para a análise dos itens referentes a redação matemática presentes no questionário. Desse modo, começamos pela concepção a respeito do que seja a redação matemática para eles.

O que é a redação matemática para os alunos da graduação?

- AG1: Maneira como redigir formalmente soluções e/ou assuntos matemáticos;
- AG2: É uma forma de desenvolver o diálogo, analisar conceitos e significados construídos;
- AG3: Uma forma de expressar o pensamento matemático na forma de um texto;
- AG4: A contextualização de questões, problemas, resoluções, problemas entre outras coisas;
- AG5: Entendo como sendo demonstrações, apresentação de teoremas, axiomas, mostrando conceitos e significados da matemática;
- AG6: Transcrever aquilo que foi feito, não apenas “fazer conta” (números).

Assim sendo, nota-se que os alunos AG1, AG4 e AG5 convergem para o aspecto mais técnico do que entendemos como redação matemática, uma vez que eles atacam diretamente a escrita de problemas e conceitos relacionados a contextos particulares e a procedimentos para resolver problemas. Já os alunos AG2, AG3 e AG6 expressam suas

opiniões no sentido proposto por [Lorensatti \(2009\)](#), que indica a “tradução” dos conceitos matemáticos para a linguagem materna.

Com isso, é notável a divisão presente entre os alunos da graduação, donde metade opta pela abordagem mais técnica da redação matemática e metade indica preferência pelo aspecto mais pedagógico do assunto. Nossa intenção não é julgar as preferências de cada um, uma vez que a redação matemática abrange o que os alunos indicaram na pesquisa.

Quando perguntados em quais situações eles entendiam que a utilização da redação matemática era importante, as respostas foram:

- AG1: Em resoluções de atividades para tentar consolidar o assunto;
- AG2: Ao introduzir assuntos, pois além da redação matemática promover o diálogo e a fala, ela ajuda a entender os significados e conceitos;
- AG3: Nas diversas atividades que contemplam a sala de aula de matemática, tais como: atividades de investigação e observação matemática, resolução de problemas do cotidiano e etc;
- AG4: Importante para desenvolvimento crítico matemático do aluno e para melhor entendimento dos conhecimentos passados;
- AG5: Ela é de extrema importância na resolução de problemas;
- AG6: Em todo processo de ensino.

Nesse caso, notamos que os alunos AG1 e AG5 têm a opinião de que a redação matemática é importante na resolução de problemas propostos pelo professor. Além disso, os alunos AG2, AG3 e AG4 têm opiniões que convergem com o proposto durante a nossa pesquisa, visto que ambos elucidam que a redação matemática é importante para dar sentido aos conceitos apresentados em sala e para ajudar o aluno a conversar com a matemática de uma forma mais familiar, ou seja, trazendo para os problemas cotidianos que ele pode ter enfrentado na sua vida. Já o aluno AG6 apresenta uma resposta mais genérica.

Ao serem indagados sobre os benefícios ou malefícios da utilização da redação matemática como ferramenta pedagógica na sala de aula, é evidente nas respostas uma convergência para o cuidado com o momento da aula em que utilizaríamos tal prática. Os alunos AG1, AG2 e AG5 destacam que:

- AG1: Causar maior aversão à matemática nos alunos;
- AG2: Ajuda o aluno a melhorar sua percepção, memória e solução de problemas. Entretanto, cabe ao docente avaliar o melhor momento ao ser utilizado, pois pode não ser uma atividade tão efetiva ao trabalhar com determinado assunto.

- AG5: torna a aula mais longa e talvez cansativa, o que irá acarretar na falta de atenção de alguns alunos.

As respostas apresentadas pelos alunos apontam para o que indica [Pietropaolo \(2005\)](#),

Geralmente, quando os estudantes se depa-ram com uma demonstração já construída, eles tornam-se cétricos porque não conseguem compreender a garantia proporcionada por ela. Os resultados de Healy e Hoyles (2000) mostram claramente que os alunos preferem as argu-mentações narrativas, ou seja, aquelas que para descrever os raciocínios utilizados se fazem valer quase que exclusivamente da língua materna.

Desse modo, os entrevistados AG1, AG2 e AG5 compreendem que este é um risco que o docente corre quando opta por utilizar a redação matemática em suas aulas e AG2 enfatiza que o assunto é determinante para a utilização da metodologia em sala.

Quanto aos benefícios apresentados, a maioria das respostas enviadas pelos alunos converge para o sentido de que a redação matemática pode ser capaz de melhorar o raciocínio lógico do aluno, melhora pensamento dedutivo, melhora a capacidade de resolver questões e proporciona um melhor entendimento por parte dos alunos. E mais, AG3 propõe que:

Entre os benefícios cabe citar: possibilita uma maior compreensão do caminho percorrido para se expressar um pensamento matemático, facilita a compreensão do conteúdo estudado, estimula as habilidades de escrita do aluno, quebra a ideia de que a matemática só pode ser expressa por meio de fórmulas, permite o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno.

Assim sendo, AG3 concorda conosco quando afirmamos na sessão 2 que a matemática é muito além da memorização de fórmulas e processos algorítmicos utilizados na resolução de problemas escolares, isto é, os conceitos matemáticos possuem um significado que pode ser mostrado através da redação matemática.

Quando tocamos no ponto da faixa da educação básica que a redação matemática já deveria começar a ser trabalhada nas escolas, os entrevistados variam as suas respostas. Os alunos AG1, AG3 e AG6 apoiam que os trabalhos com redação matemática estejam presentes desde o Ensino Fundamental I, e AG6 enfatiza que a metodologia deve estar presente :“A partir do momento em que se tem um certo domínio da leitura e escrita”. Já os alunos AG2 e AG4 opinam que a prática deve começar a ser trabalhada desde o Ensino Fundamental II. Já AG5 opta por inserir a redação matemática apenas a partir do Ensino Médio.

Como já vimos no capítulo 2, a legislação regente da educação brasileira propõe que os aspectos que fazem parte da redação matemática já estejam presentes no Ensino Fundamental II e sejam aprofundados no Ensino Médio.

Apesar do consenso a respeito da importância das provas rigorosas para formar um professor de matemática, os entrevistados, quando questionados se há algum estímulo ao trabalho com redação matemática no seu curso de formação, indicam que o tema é pouco trabalhado em sala de aula, e quando é, é trabalhado apenas na forma de demonstrações e em disciplinas que abordam sobre formas de avaliação. De forma que, a formação dos alunos carece de recursos para satisfazer o que propõe a BNCC quando trata-se de dar sentido aos conteúdos. Além disso, AG5 indica que “muitos professores alegam que não daria tempo trabalhar dessa forma nas escolas. ” Ou seja, trazendo uma desmotivação para o discente utilizar a redação matemática como ferramenta educacional.

Nesse sentido, Pietropaolo (2005) aponta em sua pesquisa que os professores convergem que, “para formar um professor de matemática que seja capaz de elaborar e redigir situações envolvendo provas na Educação Básica, este deveria vivenciar no curso situações análogas àquelas que ele vai desenvolver em suas aulas”.

Assim sendo, Pietropaolo (2005) complementa:

Esta não seria apenas uma forma de superar dificuldades que este tema traz, mas também, e principalmente, para ele experimentar um caminho possível para esse trabalho na Educação Básica. Este trabalho não significaria necessariamente diminuir o “nível do curso”.

Com referência as dificuldades encontradas para a utilização da redação matemática em suas atividades acadêmicas, AG1 e AG5 têm a mesma opinião e apontam que a falta de formação na Educação Básica atrapalhou o desenvolvimento de suas atividades, reproduzindo o que diz AG5: “Acho que uma das maiores dificuldades foi nunca ter estudado nas escolas essa parte da redação matemática, era só estudado a parte prática e mecânica, então nas minhas atividades acadêmicas senti muita dificuldade, por ser algo novo”. Ou seja, ao ser pego de surpresa com uma nova forma de abordar os conteúdos, diferente do processo mecânico apontado na seção 2, o aluno sentiu falta dessa formação específica que, de acordo com os documentos oficiais, deveria ter recebido durante a sua formação básica.

Apesar de não ter expressado claramente, ao dizer que “a preocupação de estruturar de forma correta o pensamento de modo que ele fique devidamente alinhado com o que a situação propõe”, AG3 também se mostra incomodado com as deficiências em sua base, uma vez que, poderia ter mais habilidade para estruturar o seu pensamento se tivesse sido incentivado a fazê-lo durante a Educação Básica.

Seguimos tratando dos impactos da redação matemática no curso dos entrevistados. Agora, questionamos quais seriam os benefícios ou malefícios que os alunos enxergam na utilização da redação matemática como ferramenta pedagógica em suas atividades acadêmicas. Nesse sentido, AG3 menciona que a utilização da metodologia acarretaria em “facilitar a compreensão de um conteúdo a ser estudado possibilitando um maior desenvolvimento do pensamento matemático”., entretanto, AG3 pontua que “o uso de uma linguagem tecnicista e pouco estruturada que pode surgir, trazendo prejuízos a aprendizagem”. A preocupação de AG3 condiz com [Pietropaolo \(2005\)](#), que afirma:

Em alguns temas aceitam-se processos de validação diferenciados por meio de demonstrações não-formais, humanamente verificáveis e independentes de peritos que decidam apenas com base na linguagem formal. Assim, estaria afastada uma formalização estéril, que não explica, tornando a validação inacessível à maioria das pessoas, que, por isso, estaria rejeitada socialmente.

Nesse sentido, os demais participantes da pesquisa entendem que a utilização da redação matemática em suas atividades acadêmicas resulta em uma melhora na fixação dos conteúdos, traz significado as fórmulas, teoremas, além de apresentar todo o processo por trás do resultado.

Contudo, ao serem questionados se a utilização da redação matemática facilitou a aprendizagem durante o período do curso, AG1 afirma que “não consegui desenvolver uma boa redação matemática por mais que estudasse o conteúdo. Somente com a explicação diferente de outros colegas que pude entender melhor”. Desse modo, AG1 afirma que conseguia entender os resultados propostos em aula com o auxílio de uma didática mais próxima da sua realidade, trazida por seus colegas, enquanto que a linguagem formal apresentada em sala trazia dificuldade para o seu aprendizado. Além disso, AG2 afirma que nunca utilizou da redação matemática durante o período do curso, mas que ajudaria muito em algumas disciplinas do curso. De fato, conforme [Pietropaolo \(2005\)](#) afirma,

A estratégia de ensino predominante [nas Universidades] baseia-se em exemplos de aplicação de um dado conceito, seguidos de uma lista numerosa de exercícios, colocando em jogo apenas um repertório de regras e procedimentos memorizados em detrimento de situações-problemas e investigações matemáticas.

Já os demais entrevistados afirmam que a redação matemática trouxe ganhos em suas respectivas trajetórias acadêmicas. AG3 propõe que utilizá-la “é uma forma de melhor

expressar o pensamento, agregando conhecimento e quebrando paradigmas existentes na sala de aula de matemática”. Nesse contexto, AG5 afirma que a utilização da redação matemática foi benéfica para si “porque consegui entender todo o processo por trás das fórmulas que antes eram apenas decoradas”. Dessa forma, AG5 conseguiu dar significado ao conteúdo.

Partimos agora para a análise da questão relacionada a formalização de demonstrações em sala de aula por parte dos entrevistados. Ao serem questionados, todos concordaram que utilizariam as demonstrações durante as suas aulas, mas, AG6 pontuou que dependeria da demonstração que seria proposta e a turma a qual seria direcionada a aula. A constatação de AG6 é pertinente, visto que professores sentem dificuldades em trabalhar com demonstrações em determinadas turmas, já em outras, é possível, como indica [Caldato et al. \(2017\)](#) em sua pesquisa com professores:

O P2 afirmou que usa “muito pouco demonstração de fórmulas em sala de aula”, e diferentemente do P8, evidenciou uma série de fatores que dificultam a utilização deste recurso em sala: “Quando se utiliza desse recurso o desinteresse é muito grande, o nível de aprendizagem, pré-requisitos estão a cada ano, mais baixos..”, e concluiu que, apesar da importância da demonstração no ensino de matemática, “é necessário o resgate de alguns valores que estão sendo perdidos (...) para aí sim avançarmos e de fato darmos uma aula como deve ser dada”.

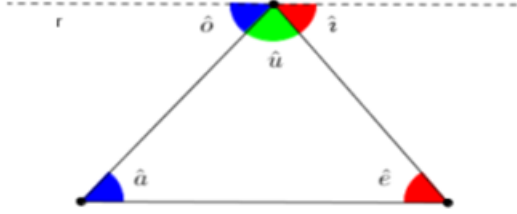
Por outro lado, AG5 afirma que “é necessário que tenha demonstrações em algumas questões trabalhadas em sala de aula para melhor compreensão do que está sendo estudado, pois assim o aluno vai conseguir assimilar melhor o conteúdo matemático e suas fórmulas, teoremas e outros”. Nesse sentido, AG4 concorda e complementa “quando se demonstra algo sabe-se de onde vem aquele pensamento e o que foi utilizado para demonstrar”.

Dessa forma, AG3 também toca no ponto da compreensão dos conteúdos e propõe que utilizaria as demonstrações em suas aulas, pois “demonstrações possibilitam uma melhor compreensão dos conteúdos, com ela, os alunos podem entender de modo claro e objetivo o caminho percorrido desde a origem até a prova das várias fórmulas que constantemente são apresentadas nas aulas”.

Já AG1 e AG2 afirmam que as demonstrações são fundamentais para mostrar que a matemática é mais que uma repetição de processos mecânicos e a validação de um resultado garante segurança por parte do professor, além do conteúdo fazer sentido na cabeça do aluno.

Na antepenúltima questão proposta para os alunos de graduação, seguimos com o que fizemos na análise dos professores e foi solicitado que eles fizessem uma análise de duas demonstrações dadas para a afirmação: *a soma entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180* e assinalar qual delas provou corretamente que a afirmação é verdadeira e justificarem o porquê. As demonstrações dadas para análise podem ser vistas na figura:

Figura 4.4 – Demonstrações enviadas para a análise dos alunos.

Resposta A	Resposta B
<p>Efetuando desenhos de diversos triângulos distintos, podemos levantar as medidas dos seus ângulos e efetuar a soma.</p> $112^\circ + 18^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ $48^\circ + 73^\circ + 59^\circ = 180^\circ$ $101^\circ + 37^\circ + 42^\circ = 180^\circ$ $33^\circ + 84^\circ + 63^\circ = 180^\circ$ $90^\circ + 63^\circ + 27^\circ = 180^\circ$ <p>Como todas as somas resultaram em 180°, concluímos que a afirmação proposta é verdadeira.</p>	<p>Traçando uma reta r paralela a base do triângulo:</p>  <p>Obtemos a congruência dos ângulos \hat{o} e \hat{a}, por serem ângulos alternos internos entre duas paralelas e a congruência dos ângulos \hat{i} e \hat{e}, pela mesma justificativa.</p> <p>Como $\hat{o} + \hat{u} + \hat{i} = 180^\circ$, pois são ângulos em uma linha reta, obtemos, pela congruência, que $\hat{a} + \hat{u} + \hat{e} = 180^\circ$. Portanto, a afirmação proposta é verdadeira.</p>

Adaptado de [Caldato et al. \(2017\)](#).

Todos os entrevistados concordaram que a resposta B era a resposta que justificaria matematicamente o problema. Através das respostas dadas pelos discentes, notamos que eles mencionam que, embora a resposta A esteja com os cálculos corretos, ela trata apenas de casos particulares, enquanto a resposta B justificou para todos os ângulos de um triângulo. Dessa forma, é notável que os alunos conhecem conceito de verificação e de demonstração e sabem diferenciar o empirismo ingênuo (resposta A) de uma demonstração formalizada (resposta B). Inclusive, AG1 pontua que: “para a resposta A basta encontrar um exemplo que não cumpra a regra e ela já estaria errada. Já na B foi utilizado incógnitas tornando o resultado valido para qualquer ângulo”. Isto é, conforme AG1 afirma, o empirismo ingênuo pode ser facilmente desmentido com um contra-exemplo, enquanto a demonstração proposta formalmente tem validade garantida.

Ainda sobre a análise das justificativas propostas, perguntamos aos discentes qual delas traria uma compreensão melhor por parte do aluno. Metade dos alunos escolheu a justificativa A e metade escolheu a justificativa B, assim, por mais que os discentes

entendam o que é uma justificativa matemática formal, eles ainda divergem quando o assunto é apresentar tal justificativa para o aluno. Para os defensores da resposta A, a argumentação era de que a resposta “utiliza números e exemplos que eles conseguem visualizar e assimilar melhor. ” (justificativa proposta por AG1 e AG6) e “pois ela está representada em uma linguagem mais simples”. (justificativa proposta por AG3). Ou seja, o aluno sente-se mais familiarizado com a exemplificação do que com a matemática formal e, para o resultado fazer sentido em sua cabeça, muitas vezes, é preferível justificar o resultado com exemplos numéricos do que demonstrar formalmente o problema.

Essa preferência por justificativas empíricas pode ser corroborada com o que diz [Agui-
lar Júnior \(2012\)](#),

Percebemos a influência que os exemplos exercem sobre a concepção de argumentação e prova dos alunos. Os exemplos sugerem certa autoridade e poder para comprovar a afirmação. Sugerem a ideia jurídica de prova: elemento que comprova a veracidade do fato.

Para os defensores da justificativa apresentada na resposta B, ela era preferível por “apresentar mais informações e facilitar o entendimento do aluno”. (justificativa de AG2), “é mais visual e da para manipular”. (justificativa de AG4) e “explica de forma mais detalhada todo o processo feito na resolução”. (justificativa de AG5). Dessa forma, ambos apresentam concepções voltadas para a parte visual e manipulável das demonstrações. Apelando que, com esses sentidos, o aluno seja capaz de satisfazer a curiosidade e a motivação do problema.

Já a última pergunta seguia no mesmo sentido das duas anteriores. Apresentamos uma afirmação e uma justificativa dada para essa afirmação e solicitamos aos discentes que assinalassem a alternativa que correspondia as suas respectivas opiniões. O problema era: *Assinale a alternativa que se encaixa melhor na justificativa da proposição: a soma de dois números ímpares é igual a um número par.* E a justificativa apresentada foi:

Figura 4.5 – Justificativa enviada para a análise dos alunos.

Note que,

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= 4 \\ 3 + 3 &= 6 \\ 5 + 7 &= 12 \\ 7 + 9 &= 16 \end{aligned}$$

Como o resultado se mantém verdadeiro, está justificado que a soma de dois números ímpares resulta sempre em um número par.

Figura 4.6 – Figura do autor.

Novamente, as respostas divergiram entre duas das afirmativas disponibilizadas:

- A justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos.
- A justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula.
- justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula.
- A justificativa não satisfaz o problema e nem cabe como justificativa informal na aula.

Os discentes AG1, AG2 e AG5 assinalaram que “A justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula”. Já os discentes AG3, AG4 e AG6 assinalaram “A justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula”.

Através da proposta dessa questão, buscamos investigar qual seria a opinião dos alunos quanto a apresentação de uma justificativa baseada em exemplos numéricos durante uma aula. Conforme apresentamos, metade dos discentes acredita que a justificativa satisfaz o problema apresentado, mas não caberia como justificativa informal durante a aula. Aqui acontece uma constatação: a definição de demonstração é frágil para eles, visto que a proposição apresentada carece de formalismo e caberia apenas como uma justificativa informal para elucidar aos alunos que possuem certa dificuldade com o formalismo da matemática que o resultado era verdadeiro.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo tem como objetivo fechar as discussões aqui apresentadas e apresentar nossas considerações sobre o objeto de pesquisa. A nossa pesquisa teve o objetivo de investigar as concepções e ideias sobre a utilização de redação matemática como ferramenta pedagógica presentes nos professores de matemática da educação básica e alunos de licenciatura em matemática residentes na cidade de Aroeiras-PB. Além disso, buscamos levantar uma base de autores que trabalharam com o assunto e suas respectivas opiniões.

Com os professores da educação básica, nossa investigação foi para conhecer se eles aplicavam a redação matemática, como eles aplicavam em suas respectivas aulas e qual a opinião deles sobre a metodologia. No caso dos alunos de graduação, procuramos conhecer as suas formações, como os cursos abordam a redação matemática para eles e se eles a utilizariam em suas aulas. Além disso, procuramos nos dois grupos padrões sobre avaliação de provas e demonstrações, com base em autores que já trabalharam com a temática.

Com isso, verificamos que há uma preocupação tanto dos professores quanto dos alunos para conhecerem a redação matemática e como utilizá-la em suas respectivas salas de aula. A maioria dos professores afirma que conhecem sobre o assunto, trabalham com a redação matemática em suas aulas e acham importante os alunos terem contato com a argumentação matemática na maioria das fases da educação básica. Os alunos de graduação, por sua vez, afirmaram ter conhecimento sobre o tópico trabalhado e possuem interesse em utilizar o recurso metodológico em suas aulas. Com os resultados das entrevistas, podemos observar que os professores reconhecem a importância de escrever matemática em sala de aula, visto que, todos afirmam que fazem uso de demonstrações em sala de aula em certos momentos.

A redação matemática é uma habilidade que pode ser trabalhada por meio de atividades que estimulem o aluno a tecer argumentos, ao invés de seguir apenas com o trabalho mecânico presente na metodologia de alguns professores. Ao primeiro momento, o trabalho pode parecer ser em vão, mas, com o tempo, os alunos podem ser levados ao nível de compreender e formular as demonstrações matemáticas. Como recebemos quase uma unanimidade quando perguntados sobre a utilização e a importância da redação matemática em sala de aula, podemos perceber que os professores entrevistados possuem uma preocupação com atividades que proporcionem essa construção da habilidade de escrever matemática.

Por outro lado, através das respostas analisadas, identificamos que os professores e alunos entrevistados não demonstram conhecer a redação matemática de modo satisfatório para utilizar em suas respectivas aulas, uma vez que, em questões que trabalhavam com a análise de técnicas de escrita, parte da amostra entrevistada não demonstrou domínio com relação ao formalismo da linguagem matemática. Nosso trabalho reforça a importância

da formação dos professores para que haja um diálogo satisfatório entre o professor e a matemática, de modo que o aluno seja capaz de compreender o que está sendo exposto e ter a conexão desejada pelos documentos base entre a matemática e o cotidiano.

É interessante observar que parte dos entrevistados demonstra desconhecimento quanto as normas que regem a educação no Brasil, uma vez que questionamos sobre a faixa educacional adequada para inserir atividades relacionadas a educação matemática e as respostas não convergiam, em sua maioria, com o que aponta a BNCC. Desse modo, seria conveniente que esses professores tivessem uma formação continuada adequada que trabalhasse em torno da redação matemática inserida na BNCC, para que eles entendam a relevância da temática para os sistema educacional.

Desse modo, conforme as respostas coletadas nessa pesquisa, entendemos que os autores citados e discutidos nos capítulos anteriores reforçam a importância da utilização da redação matemática como ferramenta metodológica, de modo que haja uma culminância na capacidade do aluno conseguir, ao menos, compreender uma prova matemática, percebemos que, na amostra coletada, os professores possuem inclinação para desenvolver trabalhos que desenvolvam a redação matemática em suas respectivas turmas.

Verificamos que os alunos de graduação possuem opinião semelhante aos professores quando tratamos da importância da redação matemática. Eles percebem e conhecem a importância da metodologia para desenvolver o raciocínio dos alunos e concordam que a sua utilização na educação básica é importante para ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Entretanto, a maioria dos entrevistados indica que os seus respectivos cursos não apresentam uma formação satisfatória quando trata-se da redação matemática, ficando limitada a alguns professores que realizam demonstrações formais em sala de aula. A amostra entrevistada na nossa pesquisa transparece que a Academia não dá a devida importância para a temática e deixa a desejar na formação dos futuros professores.

Quando questionamos sobre os benefícios, malefícios e dificuldades na utilização da redação matemática como ferramenta pedagógica, a maioria dos professores e alunos entrevistados converge para opiniões relacionadas ao nível das turmas na Educação Básica, a capacidade de compreensão dos símbolos e da linguagem simbólica presente na matemática, além de ressaltar o tempo preso ao conteúdo, uma vez que o currículo da Educação Básica é extenso e, por vezes, falta tempo para desenvolver com tranquilidade o conteúdo a ser abordado.

Com um currículo nacional bem estruturado e vigente, que é a BNCC, faz-se necessário o desenvolvimento de uma cultura de trabalho na formação inicial dos professores para que esses consigam trabalhar com a redação matemática em sala de aula e cumprir com o que determina a legislação vigente. A BNCC norteia e impõe a construção do raciocínio lógico-matemático na escola, com foco principal na utilização da matemática para atividades cotidianas do aluno. Desse modo, pensando de modo transdisciplinar, essas competências

matemáticas são necessárias para que o cidadão tenha plena consciência dos seus atos em atividades na sociedade.

Nossa pesquisa ressalta a importância para uma formação de qualidade, para que os professores e futuros professores consigam desenvolver com competência e alcançar um processo de ensino-aprendizagem que incentive o aluno a aprender, escrever, representar, argumentar e comunicar sua visão. Finalizamos dando destaque a importância da temática aqui apresentada, não só para a Educação Matemática, mas para a formação de um cidadão capaz de enxergar a realidade ao seu redor.

REFERÊNCIAS

- Aguilar Júnior, C. A. (2012). Postura de docentes quanto aos tipos de argumentação e prova matemática apresentados por alunos do ensino fundamental. *UFRJ/IM*.
- Almeida, M. A. R. (2010). *O tratado de álgebra de John Wallis e suas relações com a álgebra britânica*. UFRJ, Rio de Janeiro.
- Alves, L. L. (2016). A importância da matemática nos anos iniciais. *EREMATSUL*.
- Amorim, M. E., Pietropaolo, R. C., Powell, A. B., and Silva, A. F. G. (2020). Concepções de estudantes de um curso de licenciatura em matemática sobre argumentações e provas. *Revista Práxis Educacional*, 16:386–401.
- Azerêdo, M. A. and Rêgo, R. G. (2016). Linguagem e matemática: A importância dos diferentes registros semióticos. *Revista Temas em Educação*, 25:152–172.
- Azevedo, T. M. and Rowell, V. M. (2007). *Problematização e ensino de língua materna*. SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE LINGUAGEM E ENSINO, Pelotas.
- Bakhtin, M. (1995). *Marxismo e filosofia da linguagem*. Hucitec, São Paulo.
- Bello, S. E. L. and Mazzei, L. D. (2016). Leitura, escrita e argumentação na educação do ensino médio: possibilidades de constituição de significados. *Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa/ Celia Finck Brandt, Mérciles Thadeu Moretti (Org.)*, pages 118–132.
- Boero, P. (1996). Challenging the traditional school approach to theorems: a hypothesis about the cognitive unity of theorems. *International group for the psychology of mathematics education*, 20.
- Boyer, C. B. (1974). *História da Matemática*. Edgard Blücher, São Paulo.
- Brasil, M. E. (1997). *PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática*. MEC, Brasília.
- Brasil, M. E. (2002). *PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE ENSINO MÉDIO*. MEC, Brasília.
- Brasil, M. E. (2003). *PISA 2002. Relatório Nacional*. MEC, Brasília.
- Brasil, M. E. (2018). *BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR*. MEC, Brasília.
- Brasil, M. E. (2019). *PISA 2018. Relatório Nacional*. MEC, Brasília.

- Caldato, J., Utsumi, M. C., and Nasser, L. (2017). Argumentação e demonstração em matemática: A visão de alunos e professores. *Revista Triângulo*, 10:75–93.
- Carvalho, J. F. (2012). Evolução do pensamento matemático, das origens aos nossos dias. *SBPC*.
- Danyluk, O. S. (1993). *Alfabetização Matemática: o cotidiano da vida escolar*. EDUCS, Caxias do Sul.
- de Moraes Filho, D. C. (2016). *Um Convite à Matemática*. SBM, Rio de Janeiro.
- Devlin, K. (2004). *O Gene da Matemática. Trad. Sérgio Moraes Rego*. Record., Rio de Janeiro.
- Eves, H. (2011). *Introdução à história da matemática. Tradução HYGINO H. Domingues*. Editora da UNICAMP, Campinas.
- Filho, D. C. M. (2018). *Manual de Redação Matemática*. SBM, Rio de Janeiro.
- Freitas, P. J. (2011). A demonstração matemática no ensino básico e secundário. *ULISBOA*.
- Fulini, M. A. (2016). História do cálculo diferencial e integral. *UFSJ*.
- Gil, K. H. (2008). Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra. *PUCRS*, page 118.
- Godoy, A. S. (1995). Pesquisa qualitativa tipos fundamentais. *RAE Artigos*, 35:20–29.
- Granell, G. C. (1997). A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. in: Teberosky, ana; tolchinsky, liliana (org.). *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*, pages 257–283.
- Hariki, S. (1992). A ambigüidade do discurso matemático. *Epsilon, Sec. Comunicações*, n. 22, pages 99–103.
- Houaiss, A. (1991). *O que é língua*. Brasiliense, São Paulo.
- Klüsener, R. (2001). Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. in: Neves, iara et al. ler e escrever: Compromisso de todas as áreas. *Editora da Universidade*, 1:177–191.
- LERAT, P. (1997). *Las lenguas especializadas*. Ariel, Barcelona.
- Levulis, G. and Fortes, E. V. (2011). O uso de redação matemática como uma proposta metodológica no ensino de matemática. *Itinerarius Reflectionis*, 2.

- Lima, E. L. (2013). *Números e funções reais*. SBM, Rio de Janeiro. 297 p.
- Llorente, A. (2021). Por que a origem da linguagem ainda é uma incógnita para a ciência.
- Lorensatti, E. J. C. (2009). Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. *Conjectura*, 14:89–99.
- Ludke, M. and André, M. E. D. A. (2012). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. EPU, São Paulo.
- Machado, N. J. (1998). *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. Cortez, São Paulo.
- Malta, I. (2002). Sobre um método não tradicional para aprender cálculo. in: Carvalho, I. m.; guimarães, I. c. (org.). história e tecnologia no ensino de matemática. *IME - UERJ*, 1.
- Model, S. L. (2005). Dificuldades de alunos com a simbologia matemática. *PUCRS*.
- Oliveira, M. K. (1999). *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio – histórico*. Scipione, São Paulo.
- Pietropaolo, R. C. (2005). (re) significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática. *PUC*.
- Pinto, C. E. (2019). A importância do componente visual-imaginativo do pensamento e implicações na resolução de problemas matemáticos. *IFMG*.
- Sila, E. C. and Barbosa, J. P. C. (2014). Uma história sobre o desenvolvimento da linguagem algébrica: Da retórica à verbal. *EPBEM*.
- Silva, C. M. S. (2004). No paraíso dos símbolos: surgimento da lógica e teoria dos conjuntos no Brasil. *UFES*.
- Silva, L. I. B., Silva, I. S. V. C., Silva, L. O. P., and Amorim, M. (2016). Contextualização matemática: A dificuldade dos educandos na interpretação de problemas na educação básica. *ENEM*.
- Stewart, I. (2016). *O FANTÁSTICO MUNDO DOS NÚMEROS: A matemática do zero ao infinito*. ZAHAR, Rio de Janeiro.
- Tarouco, V. L., Silva, G. P., and Silva, A. C. (2016). Marcas do ensino tradicional sobre a compreensão da operação de multiplicação em professores dos anos iniciais do ensino fundamental. *SBEM*.

- Villiers, M. (2002). *Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração no ensino em geometria dinâmica*. Actas do ProfMat, Lisboa.
- Zuffi, E. M. (1999). O tema “funções” e a linguagem matemática de professores do ensino médio: por uma aprendizagem de significados. *Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo*.

6 ANEXOS

ANEXO 1

PROFESSORES:

	FAIXA ETÁRIA	FORMAÇÃO	TEMPO NA MESMA REDE DE ENSINO	ESFERA DE TRABALHO
P1	32 aos 37 anos	Mestrado completo.	6 a 11 anos	Estadual
P2	32 aos 37 anos	Especialização completa.	6 a 11 anos	Municipal
P3	38 aos 45 anos	Graduação completa.	6 a 11 anos	Estadual
P4	38 aos 45 anos	Especialização completa.	12 a 17 anos	Estadual
P5	32 aos 37 anos	Especialização completa.	6 a 11 anos	Estadual
P6	32 aos 37 anos	Mestrado completo.	6 a 11 anos	Estadual
P7	32 aos 37 anos	Mestrado completo.	6 a 11 anos	Estadual
P8	26 aos 31 anos	Especialização completa.	1 a 5 anos	Municipal

ALUNOS:

	FAIXA ETÁRIA	FORMAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	REGIME DE ENSINO	ETAPA DO CURSO
AG1	18 aos 25 anos	Escola pública	Ensino Regular	Segunda metade
AG2	18 aos 25 anos	Escola pública	Ensino Regular	Primeira metade
AG3	18 aos 25 anos	Escola particular	Ensino Regular	Segunda metade
AG4	18 aos 25 anos	Escola pública	Educação à distância	Segunda metade
AG5	18 aos 25 anos	Escola particular	Ensino Regular	Segunda metade
AG6	26 aos 31 anos	Escola pública	Ensino Regular	Segunda metade

ANEXO 2

Figura 6.1 – Faixas educacionais das turmas dos professores entrevistados.

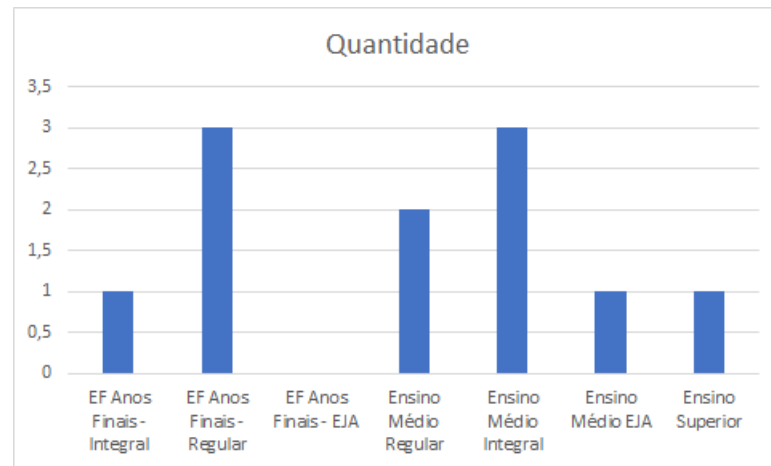


Figura do autor.

ANEXO 3

Questionário dos professores.

Pergunta 1: O que você entende por redação matemática?

- P1: Refere-se à escrita, usando a linguagem matemática, para a compreensão de dados e/ou informações na apresentação de uma determinada teoria e na resolução de problemas.
- P2: Pouco.
- P3: É toda linguagem escrita através de códigos e símbolos que traduz um pensamento ou raciocínio lógico.
- P4: É uma metodologia na qual se valoriza muito a escrita, a leitura, a interpretação e a fala dos alunos. Facilitando assim, a sua compreensão de problemas contextualizados.
- P5: Redação matemática seria a escrita do professor ou até mesmo a maneira como o professor explica e mostra ao aluno determinado conteúdo ou na resolução de um problema.
- P6: Redação matemática é o texto que explica o conteúdo a ser ensinado.
- P7: É uma forma de comunicar de forma mais precisa e clara os conceitos matemáticos bem como as relações entre si.

- P8: É uma linguagem escrita, onde leva o aluno, a desenvolver interesse pela leitura e, a produzir e registrar opiniões e principalmente criando um senso de raciocínio lógico dedutivo ou argumentativo.

Pergunta 2: Em quais situações você entende que a utilização da redação matemática é importante?

- P1: Apresentação de uma teoria e na resolução de problemas.
- P2: Em todos os momentos da aula.
- P3: Em quase tudo que traduz ou facilita a transição de um pensamento crítico, hipótetico, que tenha um entendimento lógico.
- P4: Na interpretação e compreensão de situações-problema contextualizadas.
- P5: Durante todo processo de ensino aprendizagem entre professor-aluno.
- P6: Na introdução de um conteúdo.
- P7: Em toda situação onde há a necessidade de divulgar a matemática em sua forma estruturada.
- P8: Nas resoluções de questões, interpretação, criação argumentativo, demonstrações de teoremas.

Pergunta 3: Você faz uso da redação matemática (demonstração de teoremas, resolução de questões, etc) em suas aulas?

Todos responderam que sim.

Pergunta 4: Quais as dificuldades encontradas para a utilização da redação matemática em suas aulas?

- P1: Os alunos não estão acostumados com o rigor matemático que deve ser apresentado na redação matemática de uma determinada teoria e na resolução de problemas.
- P2: O pouco interesse dos alunos.
- P3: Os alunos chegam ao ensino médio sem conhecer a maioria os símbolos e códigos matemáticos sendo necessário a alfabetização matemática dos alunos.
- P4: Dificuldade de interpretação dos problemas por parte dos alunos.
- P5: As dificuldades encontradas geralmente é na compreensão por parte dos alunos, quanto a abstração matemática.
- P6: O nível de conhecimento e interesse dos alunos.

- P7: A apropriação por parte dos alunos de alguns termos gramaticais comuns na escrita matemática.
- P8: Como o relato no presente momento é de turma do nono ano, a falta de maturidade da turma.

Pergunta 5: Liste os benefícios e/ou malefícios que você enxerga na utilização da redação matemática em aulas.

- P1: É imprescindível escrever bem na apresentação de teoria e na resolução de problemas nas aulas de matemática, a fim de que os alunos aprendam a escrever bem também e a compreender melhor os resultados.
- P2: Melhora a interatividade dos alunos.
- P3: Existem apenas benefícios onde o aluno que aprende a redigir coerentemente se expressa, escreve e traduz seus pensamentos com maior entendimento do ouvinte ou leitor.
- P4: Benefícios: possibilita aos alunos interpretar e compreender as questões contextualizadas de uma forma eficaz. Malefícios: muitos alunos apresentam dificuldade de fazer a interpretação correta dos problemas contextualizados.
- P5: BENEFÍCIOS; O aluno compreende melhor o conteúdo, devido a organização e escrita do professor, principalmente nas demonstrações. Malefícios; Não enxergo nenhum malefício.
- P6: O maior benefício é a clareza que se fica do que é o assunto, de onde vem a justificativa e aplicação. Um ponto negativo é o tempo preso em um conteúdo que passa ser maior.
- P7: Os benefícios estão na necessidade de transmitir de forma segura as ideias matemáticas. Sem uma boa redação é praticamente impossível se fazer um registro adequado da matemática pura bem como da sua aplicabilidade às outras ciências.
- P8: Benefícios: desenvolver sua leitura, seu espírito crítico e criativo, trabalho coletivo, autonomia, capacidade de raciocínio lógico, entre outros.

Pergunta 6: Você enxerga alguma conexão entre a língua portuguesa e a linguagem matemática? Justifique.

- P1: Sim. Para escrever uma redação matemática compreensível e dentro dos padrões da norma culta, faz-se necessário o domínio da língua portuguesa, em especial, da gramática.

- P2: Sim, usamos a linguagem formal para expressar problemas matemáticos.
- P3: Com certeza, a matemática é a linguagem lógica universal pensar corretamente e logicamente ajuda em diversas habilidades para a vida incluindo o aprendizado ou a melhor compreensão da fala e da escrita de qualquer língua.
- P4: Sim. Principalmente no que se refere a interpretação, pois se o aluno não consegue interpretar a questão terá muita dificuldade para resolvê-la.
- P5: Sim, por exemplo, a coesão e a coerência.
- P6: Com certeza! Ambas utilizam os signos para representarem algo, para darem significado. A redação matemática é uma linguagem tanto quanto o português.
- P7: Sim. As conexões entre a língua materna e a linguagem matemática se dá desde o momento em que se vai analisar a estrutura lógica da matemática com o estudo das proposições e conectivos que são elementos fundamentais na organização estrutural da matemática. Toda a comunicação matemática é estruturada a partir das proposições que são agrupamentos de palavras que transmitem um significado completo.
- P8: Sim. É uma escrita aberta, multilinguística que trama símbolo e prosa. Incorporam-se novos elementos da comunicação, do saber matemático ao linguístico.

Pergunta 7: A partir de qual faixa educacional você acha pertinente utilizar a redação matemática?

- P1: A partir do 6º ano, do Ensino Fundamental.
- P2: Desde o ensino fundamental.
- P3: Desde os anos iniciais o aluno precisa ser alfabetizado matematicamente desde o início com o conhecimento adequado a sua série para que ele possa compreender melhor todos os conhecimentos posteriores,
- P4: Desde o ensino fundamental.
- P5: Na minha opinião a partir do quinto ano do ensino fundamental I.
- P6: Pode ser adequada de acordo com cada nível.
- P7: Creio de a redação matemática deve ser inserida de forma gradativa a medida em que o aluno for tendo familiaridade e domínio com a língua materna
- P8: No Fundamental II, iniciando no 9º ano.. mas com mais entendimento no ensino médio, acredito que os alunos do ensino médio, haja maior compreensão

Pergunta 8: Houve estímulo ao trabalho com redação matemática na sua formação profissional como professor?

A maioria respondeu que sim, com ressalvas que eram alguns professores em algumas disciplinas específicas.

Pergunta 9: Há estímulo ao trabalho com redação matemática nos seus cursos de formação continuada como professor?

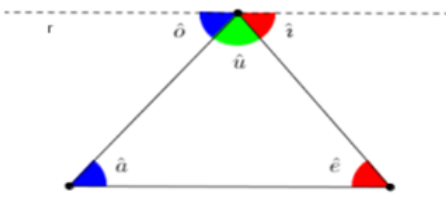
- P1, P2, P4 e P7 responderam que sim.
- P3, P5 e P6 responderam que não.
- P8 indicou que não tem cursos realizados.

Pergunta 10: Sobre demonstrações, você acha pertinente realizar demonstrações em sala de aula? Justifique.

- P1: Sim, pois quando o aluno aprende a demonstrar resultados, ele não fica preso ao decoreba das fórmulas matemáticas.
- P2: Sim, como a matemática é uma ciência exata é extremamente necessário o uso de demonstrações.
- P3: Sim, precisamos estimular, mesmo que poucos, os alunos com potencial matemático a interagir com o pensamento matemático e desenvolvê-lo!
- P4: Sim, pois permite aos alunos uma melhor compreensão do problema.
- P5: Sim. Assim o aluno começa entender e pensar algebricamente e relacionar o conteúdo estudado com a demonstração.
- P6: Acho que sim. Mas não uso porque fico desmotivada com a falta de interesse dos alunos.
- P7: É pertinente a realização de demonstrações em sala de aula, embora a demonstração muitas vezes seja incompreendida por parte dos alunos, ela tem a função de comunicar aos alunos a justificativa sobre determinadas afirmações que o professor faz em sala de aula. Não se trata de esquematizar o conteúdo do ensino médio em teoremas, corolários e proposições, mas apenas justificar de forma fundamentada a veracidade das afirmações ali expostas em sala.
- P8: Sim. Desde que mostre sua aplicabilidade.

Pergunta 11: Analise duas respostas dadas para justificar a afirmação "a soma entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus" e assinale qual delas você acha que provou corretamente que a afirmação é verdadeira e justifique o porquê.

Figura 6.2 – Demonstrações enviadas para a análise dos professores.

Resposta A	Resposta B
<p>Efetuada desenhos de diversos triângulos distintos, podemos levantar as medidas dos seus ângulos e efetuar a soma.</p> $112^\circ + 18^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ $48^\circ + 73^\circ + 59^\circ = 180^\circ$ $101^\circ + 37^\circ + 42^\circ = 180^\circ$ $33^\circ + 84^\circ + 63^\circ = 180^\circ$ $90^\circ + 63^\circ + 27^\circ = 180^\circ$ <p>Como todas as somas resultaram em 180°, concluímos que a afirmação proposta é verdadeira.</p>	<p>Traçando uma reta r paralela a base do triângulo:</p>  <p>Obtemos a congruência dos ângulos \hat{o} e \hat{a}, por serem ângulos alternos internos entre duas paralelas e a congruência dos ângulos \hat{i} e \hat{e}, pela mesma justificativa.</p> <p>Como $\hat{o} + \hat{u} + \hat{i} = 180^\circ$, pois são ângulos em uma linha reta, obtemos, pela congruência, que $\hat{a} + \hat{u} + \hat{e} = 180^\circ$. Portanto, a afirmação proposta é verdadeira.</p>

Adaptado de [Caldato et al. \(2017\)](#).

- P1: Resposta B.
- P2: B.
- P3: Eu acredito que as duas devem ser feitas, (Resposta A) gosto de usar materiais concretos nas aulas! Levar triângulos de vários tamanhos e inclinações pedir para os alunos medir com um transferidos e anotar os resultados e depois fazer a demonstração (Resposta B).
- P4: Resposta B, pois os conceitos de congruência de ângulos de uma formas mais clara.
- P5: A resposta B. Pois na resposta A, são mostrados exemplos usando o teorema q foi provado na resposta B.
- P6: Resposta b.
- P7: B. Ao contrário da resposta A em que o aluno induz a afirmação a partir de casos particulares , na B se faz uso de resultados e conceitos válidos para se chegar a conclusão.
- P8: B.

Pergunta 12: Ainda referente as respostas da pergunta anterior, qual delas você acha que traria uma compreensão melhor por parte do seu aluno? Justifique o porquê.

- P1: A resposta B, tendo em vista que generaliza o resultado, não causando dúvidas na compreensão do aluno para casos particulares, como é o caso da resposta A.
- P2: B.
- P3: Eu acredito que trabalhando com matérias concretos como citei acima facilita o aprendizado e a compreensão da maioria, mas também como citei em questões anteriores acredito que a demonstração algébrica ou geométrica dos teoremas devem ser exposta aos alunos para aumentar o conhecimento dos alunos com um pouco mais de facilidade (conhecimento matemático ou interesse pelo assunto).
- P4: Resposta B, pois a figura ajuda a enxergar melhor a questão facilitando assim, sua interpretação, compreensão e resolução.
- P5: A resposta A, pq são mostrados 5 exemplos, e a partir deles eles iriam entender.
- P6: Resposta b, pois apresenta uma ilustração que comprova e faz com que o aluno tire melhor suas conclusões.
- P7: Considerando que as respostas se deram no contexto de uma turma de ensino fundamental, é muito mais "fácil" para o aluno absorver a resposta A pelo de que nela se considera casos particulares onde se verifica aritmeticamente a veracidade da soma.
- P8: Letra B. Junto com a demonstração da imagem realizada sala, terá uma visão melhor. Assim, ele entenderá que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer vale 180 graus.

Pergunta 12+1: Assinale a alternativa que se encaixa melhor na justificativa da proposição: a soma de dois números ímpares é igual a um número par.

Figura 6.3 – Justificativa enviada para a análise dos professores.

Note que,

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 3 = 6$$

$$5 + 7 = 12$$

$$7 + 9 = 16$$

Como o resultado se mantém verdadeiro, está justificado que a soma de dois números ímpares resulta sempre em um número par.

Figura do autor.

- P1: A justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula.
- P2: A justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos.
- P3: A justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula.
- P4: A justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos.
- P5: A justificativa não satisfaz o problema e nem cabe como justificativa informal na aula.
- P6: A justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula.
- P7: A justificativa não satisfaz o problema e nem cabe como justificativa informal na aula.
- P8: A justificativa satisfaz o problema e cabe como justificativa para os alunos.

ANEXO 4

Questionário dos alunos de graduação.

Pergunta 1: O que você entende por redação matemática?

- AG1: Maneira como redigir formalmente soluções e/ou assuntos matemáticos
- AG2: É uma forma de desenvolver o diálogo, analisar conceitos e significados construídos.
- AG3: Uma forma de expressar o pensamento matemático na forma de um texto.
- AG4: A contextualização de questões, problemas, resoluções, problemas entre outras coisas.
- AG5: Entendo como sendo demonstrações, apresentação de teoremas, axiomas, mostrando conceitos e significados da matemática.
- AG6: Transcrever aquilo que foi feito, não apenas “fazer conta” (números).

Pergunta 2: Em quais situações você entende que a utilização da redação matemática é importante?

- AG1: Em resoluções de atividades para tentar consolidar o assunto.
- AG2: Ao introduzir assuntos, pois além da redação matemática promover o diálogo e a fala, ela ajuda a entender os significados e conceitos.
- AG3: Nas diversas atividades que contemplam a sala de aula de matemática, tais como: atividades de investigação e observação matemática, resolução de problemas do cotidiano e etc.
- AG4: Importante para desenvolvimento crítico matemático do aluno e para melhor entendimento dos conhecimentos passados.
- AG5: Ela é de extrema importância na resolução de problemas.
- AG6: Em todo processo de ensino.

Pergunta 3: Liste os benefícios e/ou malefícios que você enxerga na utilização da redação matemática em aulas.

- AG1: Benefícios: aprofundar o conhecimento nos conteúdos; fixar o aprendizado por longo período. Malefícios: causar maior aversão à matemática nos alunos.
- AG2: Ajuda o aluno a melhorar sua percepção, memória e solução de problemas. Entretanto, cabe ao docente avaliar o melhor momento ao ser utilizado, pois pode não ser uma atividade tão efetiva ao trabalhar com determinado assunto.

- AG3: Entre os benefícios cabe citar: possibilita uma maior compreensão do caminho percorrido para se expressar um pensamento matemático, facilita a compreensão do conteúdo estudado, estimula as habilidades de escrita do aluno, quebra a ideia de que a matemática só pode ser expressa por meio de fórmulas, permite o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno. Não consigo identificar malefícios.
- AG4: Melhora raciocínio lógico, melhora pensamento dedutivo, melhora a capacidade de resolver questões entre outros.
- AG5: Benefícios: melhor compreensão dos conteúdos, aprendizagem com significado, ensino mais amplo. Malefícios: torna a aula mais longa e talvez cansativa, o que irá acarretar na falta de atenção de alguns alunos.
- AG6: Um melhor entendimento, tanto para quem escreve como para quem ler.

Pergunta 4: A partir de qual faixa educacional você acha pertinente utilizar a redação matemática?

- AG1: Desde o fundamental I
- AG2: A partir do fundamental II
- AG3: Desde os primeiros anos do ensino fundamental.
- AG4: Ensino fundamental 2
- AG5: No Ensino Médio
- AG6: A partir do momento em que se tem um certo domínio da leitura e escrita.

Pergunta 5: Há estímulo ao trabalho com redação matemática no seu curso de formação? Quais?

- AG1: Sim, mas somente nas disciplinas de matemática pura
- AG2: Nenhum.
- AG3: Pouco. A maior parte dos estímulos consistem no uso de demonstrações e em disciplinas que abordam sobre formas de avaliação.
- AG4: Sim. Laboratório de matemática 1 e 2. Prática 1 e 2
- AG5: Não, na graduação utilizasse muito a redação matemática, mas muitos professores alegam que não daria tempo trabalhar dessa forma nas escolas.
- AG6: Sim. Durante boa parte do curso com trabalhos, demonstrações e, principalmente, no final do curso com o TCC.

Pergunta 6: Existem dificuldades encontradas para a utilização da redação matemática em suas atividades acadêmicas? Se sim, quais?

- AG1: Sim, ausência de formação básica para melhor preparação.
- AG2: Sim. A falta de preparo do docente para realizar determinada atividade, o preconceito em realizar atividades mais contextuais e até mesmo investigativas.
- AG3: Sim; a preocupação de estruturar de forma correta o pensamento de modo que ele fique devidamente alinhado com o que a situação propõe.
- AG4: Professores que não utilizam por não conhecer e não dar uma aula mais dinâmica.
- AG5: Acho que uma das maiores dificuldades foi nunca ter estudado nas escolas essa parte da redação matemática, era só estudado a parte prática e mecânica, então nas minhas atividades acadêmicas senti muita dificuldade, por ser algo novo.
- AG6: Não.

Pergunta 7: Quais os benefícios/malefícios que você enxerga na utilização da redação matemática em atividades acadêmicas?

- AG1: Os mesmos benefícios e malefícios citados anteriores.
- AG2: Exergo uma melhora na fixação dos assuntos, não enxergo malefícios.
- AG3: Entre os benefícios cabe citar: facilitar a compreensão de um conteúdo a ser estudado possibilitando um maior desenvolvimento do pensamento matemático. Malefícios: o uso de uma linguagem tecnicista e pouco estruturada que pode surgir, trazendo prejuízos a aprendizagem.
- AG4: Melhora raciocínio lógico, melhora pensamento dedutivo, melhora a capacidade de resolver questões entre outros.
- AG5: Benefícios: dar significado as fórmulas, teoremas, além de apresentar todo o processo por trás do resultado.
- AG6: Se tem um entendimento mais claro e, sua falta, muita das vezes não esclarece tão bem.

Pergunta 8: Para você essa prática de ensino facilitou sua aprendizagem? Por quê?

- AG1: Não, porque não desenvolver uma boa redação matemática por mais que estudasse o conteúdo. Somente com a explicação diferente de outros colegas que pude entender melhor.

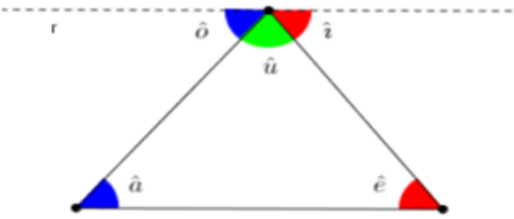
- AG2: Não, pois nunca a utilizei, mas creio que ajudaria muito em algumas disciplinas do curso.
- AG3: Sim, é uma forma de melhor expressar o pensamento, agregando conhecimento e quebrando paradigmas existentes na sala de aula de matemática.
- AG4: Contextualizando cria um novo campo de visão e entendimento
- AG5: Sim, porque consegui entender todo o processo por trás das fórmulas que antes eram apenas decoradas.
- AG6: Sim, até mesmo na escrita, além do melhor entendimento.

Pergunta 9: Sobre demonstrações, você acha pertinente realizar demonstrações em sala de aula? Justifique.

- AG1: Sim, os alunos precisam compreender como chegou ao resultado de algumas fórmulas e que matemática não é somente números.
- AG2: Sim, pois a demonstração nos ajuda a perceber que a matemática não se resume apenas a exercícios e aplicações de fórmulas, mas que demonstrar é essencial ao entendimento dos conteúdos.
- AG3: Sim, as demonstrações possibilitam uma melhor compreensão dos conteúdos, com ela, os alunos podem entender de modo claro e objetivo o caminho percorrido desde a origem até a prova das várias fórmulas que constantemente são apresentadas nas aulas.
- AG4: Sim. Quando se demonstra algo sabe-se de onde vem aquele pensamento e o que foi utilizado para demonstrar.
- AG5: Na minha opinião, é necessário que tenha demonstrações em algumas questões trabalhadas em sala de aula para melhor compreensão do que está sendo estudado, pois assim o aluno vai conseguir assimilar melhor o conteúdo matemático e suas fórmulas, teoremas e outros.
- AG6: Depende muito da demonstração, da turma.

Pergunta 10: Analise duas respostas dadas para justificar a afirmação “a soma entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° ” e assinale qual delas você acha que provou corretamente que a afirmação é verdadeira e justifique o porquê.

Figura 6.4 – Demonstrações enviadas para a análise dos alunos.

Resposta A	Resposta B
<p>Efetuada desenhos de diversos triângulos distintos, podemos levantar as medidas dos seus ângulos e efetuar a soma.</p> $112^\circ + 18^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ $48^\circ + 73^\circ + 59^\circ = 180^\circ$ $101^\circ + 37^\circ + 42^\circ = 180^\circ$ $33^\circ + 84^\circ + 63^\circ = 180^\circ$ $90^\circ + 63^\circ + 27^\circ = 180^\circ$ <p>Como todas as somas resultaram em 180°, concluímos que a afirmação proposta é verdadeira.</p>	<p>Traçando uma reta r paralela a base do triângulo:</p>  <p>Obtemos a congruência dos ângulos \hat{o} e \hat{a}, por serem ângulos alternos internos entre duas paralelas e a congruência dos ângulos \hat{i} e \hat{e}, pela mesma justificativa.</p> <p>Como $\hat{o} + \hat{u} + \hat{i} = 180^\circ$, pois são ângulos em uma linha reta, obtemos, pela congruência, que $\hat{a} + \hat{u} + \hat{e} = 180^\circ$. Portanto, a afirmação proposta é verdadeira.</p>

Adaptado de [Caldato et al. \(2017\)](#).

- AG1: Resposta B pois, para a resposta A basta encontrar um exemplo que não cumpra a regra e ela já estaria errada. Já na B foi utilizado incógnitas tornando o resultado valido para qualquer ângulo.
- AG2: A resposta B, pois com a demonstração fica mais fácil de visualizar e entender o porquê da afirmação.
- AG3: A resposta B, pois ela generaliza melhor a situação proposta.
- AG4: B. Pois a A pega casos particulares que não vale para um caso geral.
- AG5: B.
- AG6: Resposta B, pois justificou para todos os ângulos de um triângulo e não apenas para alguns determinados valores.

Pergunta 11: Ainda referente as respostas da pergunta anterior, qual delas você acha que traria uma compreensão melhor por parte do aluno? Justifique o porquê.

- AG1: Resposta A, porque utiliza números e exemplos que eles conseguem visualizar e assimilar melhor.
- AG2: A resposta B, por apresentar mais informações e facilitar o entendimento do aluno.
- AG3: A resposta A, pois utiliza números e exemplos que eles conseguem visualizar e assimilar melhor.
- AG4: B. Pois é mais visual e da para manipular.
- AG5: Creio que a resposta B, pois explicada de forma mais detalhada todo o processo feito na resolução.
- AG6: A repostas A, pois trabalha apenas com números, em que os alunos estão mais familiarizados.

Pergunta 12: Assinale a alternativa que se encaixa melhor na justificativa da proposição: a soma de dois números ímpares é igual a um número par.

Figura 6.5 – Justificativa enviada para a análise dos alunos.

Note que,

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 3 = 6$$

$$5 + 7 = 12$$

$$7 + 9 = 16$$

Como o resultado se mantém verdadeiro, está justificado que a soma de dois números ímpares resulta sempre em um número par.

Figura 6.6 – Figura do autor.

- AG1, AG2 e AG5: A justificativa satisfaz o problema, mas não cabe como justificativa informal na aula.
- AG3, AG4 e AG4: A justificativa não satisfaz o problema, mas cabe como justificativa informal na aula.