UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

MARCÍLIA FERREIRA DE SOUSA

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES NO TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA POSSÍVEL PARA OS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL

MOSSORÓ
2022

MARCÍLIA FERREIRA DE SOUSA

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES NO TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA POSSÍVEL PARA OS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Corpo Docente do Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional PROFMAT – UFERSA, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Antônia Jocivania Pinheiro.

Coorientador: Prof. Dr. Paulo César Linhares da Silva.

MOSSORÓ

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central Orlando Teixeira (BCOT)
Setor de Informação e Referência (SIR)

S725e Sousa, Marcília Ferreira.
O Ensino da Matemática para estudantes no Transtorno do Espectro Autista: uma proposta pedagógica possível para os anos finais do Fundamental. / Marcília Ferreira Sousa. - 2022.
111 f. : il.

Orientadora: Antônia Jocivania Pinheiro.
Coorientador: Paulo César Linhares da Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2022.

1. Transtorno do Espectro Autista. 2. Escola. 3. Matemática do Ensino Básico. 4. Sequências Didáticas. I. Pinheiro, Antônia Jocivania, orient. II. Silva, Paulo César Linhares da, co-orient. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

MARCÍLIA FERREIRA DE SOUSA

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES NO TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA POSSÍVEL PARA OS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Defendida em: 18/ 02/ 2022.

BANCA EXAMINADORA

Antônia Jocivania Pinheiro
____
Profª. Drª. Antônia Jocivania Pinheiro - UFERSA
Presidente e orientadora

Paulo César Linhares da Silva
____
Prof. Dr. Paulo Cesar Linhares da Silva - UFERSA
Coorientador

Maria Joseane F. G. Macêdo
____
Profª. Drª. Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo - UFERSA
Membro interno

Kiara Lima Costa
____
Prof. Ms. Kiara Lima Costa - IFCE
Membro externo

À comunidade neurodiversa.

Mais do que olhar, importa reparar no outro. Só dessa forma o homem se humaniza novamente. Caso contrário, continuará uma máquina insensível que observa passivamente o desabar de tudo à sua volta.

José Saramago

RESUMO

Esta pesquisa apresentou elementos para uma prática pedagógica inclusiva, mediada pela disciplina de matemática, a favor das pessoas com o Transtorno do Espectro Autista (TEA) ambientado na educação básica dos anos finais do fundamental. Nosso objetivo foi oferecer uma proposta didática matemática, consubstanciada no documento da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), como alternativa pedagógica para os docentes da educação básica. A abordagem teórico-metodológica teve caráter qualitativo, utilizando-se a técnica da pesquisa bibliográfica para oferecer uma proposta didática baseada em atividades dentro do contexto escolar dos anos finais do fundamental. A pesquisa tem como público-alvo alunos e alunas com TEA e seu cenário praxiológico da escola. Indicamos esta proposta como auxílio para o professor de matemática do ensino básico como ferramenta potente em incluir alunos e alunas com TEA. Também destacamos a contribuição da proposta para dar voz o diálogo sobre a inclusão de pessoas com TEA na escola por meio da componente Matemática. Por fim, contribuímos no cenário da Educação Matemática para pessoas com TEA, um assunto que necessita de mais diálogos acadêmicos e sociais. Ainda apontamos nesta dissertação, em seu tempo e em seu espaço de confecção, que a disciplina matemática tem potência em estimular o desenvolvimento das habilidades cognitivas e sociais de alunos com TEA.

Palavras-chaves: Transtorno do Espectro Autista. Escola. Matemática do Ensino Básico. Sequências Didáticas.

ABSTRACT

This research presented elements for an inclusive pedagogical practice, mediated by the discipline of mathematics, in favor of people with Autistic Spectrum Disorder (ASD) set in basic education in the final years of elementary school. Our objective was to offer a mathematical didactic proposal, embodied in the document of the Base Nacional Curricular Comum (BNCC), as a pedagogical alternative for basic education teachers. The theoretical-methodological approach had a qualitative character, using the technique of bibliographic research to offer a didactic proposal based on activities within the school context of the final years of elementary school. The research has as target audience students with ASD and their praxiological scenario of the school. We indicate this proposal as an aid for the middle school mathematics teacher as a powerful tool to include students with ASD. We also highlight the contribution of the proposal to give voice to the dialogue about the inclusion of people with ASD in school through the mathematics component. Finally, we contribute to the scenario of mathematics education for people with ASD, a subject that needs more academic and social dialogue. We also point out in this dissertation, it is time and its production space, that the subject of mathematics has power in stimulating the development of cognitive and social skills in students with ASD.

Keywords: Autistic Spectrum Disorder. School. Basic Education Mathematics. Didactic Sequences.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APA	Associação Americana de Psicologia
ASQ	Questionário de Triagem para Autismo
ATA	Avaliação de Traços Artísticos
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
BOS	Escala de Observação Comportamental para o Autismo
CNE	Conselho Nacional de Educação
CRA	Concreto-Representacional-Abstrato
CARS	Escala de Avaliação para Autismo Infantil
DI	Deficiência Intelectual
DSM-V	Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais – V
ECA	Estatuto da Criança e do Adolescente
FUNDEB	Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
GEEMPA	Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia de Pesquisa e Ação
GEPEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICMI	Comissão Internacional de Ensino em Matemática
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
ONU	Organização das Nações Unidas
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio
PDE	Plano de Desenvolvimento da Escola
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
PNAISC	Política Nacional de Atenção Integral à Saúde da Criança
PNE	Plano Nacional de Educação
PEP-3	Perfil Psicoeducacional Revisto
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
RCNEI	Referencial Curricular Nacional para a Educação
TEA	Transtorno do Espectro Autista

QI Coeficiente de Inteligência
SUS Sistema Único de Saúde

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O despertar das primeiras ideias que nortearam este trabalho ocorreu de forma gradativa e não linear, motivadas inicialmente pelo contato com estudantes autistas e a dificuldade vivenciada no cotidiano escolar em inserir pedagogicamente tais alunos(as) com necessidades educacionais especiais. Os discursos gerados pelo desconforto observado em muitos professores(as) e em outros agentes da comunidade escolar ante o desafio de conduzir os estudantes com TEA no processo ensino-aprendizagem denunciava, além da carência na formação profissional e as inadequadas condições de trabalho, o quanto a sociedade apresenta uma predisposição em reproduzir pensamentos capacitistas que reverberam, de maneira excrucitante, na deficiente inclusão. Segundo Glat & Pletsch (2013), estudos atuais apontam dificuldades encontradas pelos professores em identificar características e particularidades no desenvolvimento dos discentes de modo a aplicar em sala de aula, caso seja necessário, novas metodologias e adequá-las ao currículo. Kuppers

> discorreu sobre a visibilidade-invisibilidade e hipervisibilidade das pessoas com deficiência, frente ao enquadramento de olhares de aprisionamento da identidade. A hipervisibilidade opera com um olhar sobre a deficiência que rouba todos os outros itens que definem a identidade. A invisibilidade opera como um desvio do olhar, diminuição ou negligenciamento da presença do "outro desviante", ao qual não se sabe lidar ou causa desconforto. Hipervisibilidade e (in)visibilidade operam como opostos complementares que reduzem pessoas com deficiência a estigmas historicamente e socialmente construídos. O estereótipo trágico-herói atua fixando o imaginário sobre a identidade de pessoas com deficiência nos estigmas do herói (discurso da superação) ou do coitado-trágico (discurso da caridade e/ou emocionalidade). (KUPEERS, 2004, apud VENDRAMIN, 2021, p. 4-5)

Iremos considerar, assim como no Art. 2º do Estatuto da Pessoa com Deficiência, que pessoa com deficiência é

> aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas. (BRASIL, 2015b)

Pessoas autistas apresentam, como uma de suas características, pensamentos rígidos com uma tendência natural contra a flexibilização tanto de comportamentos como de rotinas e raciocínio. Conforme Peeters (1998), apesar da maioria da população, que é foco deste estudo, apresentar alguma deficiência intelectual, o aprendizado é possível principalmente quando consideramos seu “estilo cognitivo diferente”. Ademais, aquele(a) que está dentro do Espectro apresenta uma predisposição a não responder de maneira esperada quando submetido(a) a vários estímulos. O seu mecanismo de atenção funciona seletivamente, com propensão inversamente proporcional à complexibilidade e incongruência dos estímulos aos quais é submetido (LOVAAS et al., 1971).

Munidos de conhecimento e vontade, os(as) docentes têm a possibilidade de modelar experiências de aprendizagem de tal forma que adeque ao modo que a mente do estudante opera. Com frequência, verificamos que suportes visuais/espaciais facilitam o aprendizado de pessoas com TEA, assumindo a função de contraponto à dificuldade presente na maioria dos autistas em pensar abstratamente. Autistas, com frequência, mostram uma tendência a compreender as informações de maneira literal (PEETERS, 1997). E nós, professores(as),

> [...] não devemos somente tentar ensinar, também devemos realizar um ensino funcional e significativo desde o início do programa, usando a compreensão e o sentido sobre a habilidade de transformar signos visuais. (RONCERO, 2001, p. 91)

Alguns estudos apostam em uma mudança capaz de fomentar a disseminação da práxis pedagógica inclusiva nas aulas de matemática, conforme o trabalho de Ribeiro e Cristovão (2018) que elaboraram e executaram atividades com dois alunos autistas do 7º ano. As pesquisadoras empregaram nas suas aulas, materiais concretos como uma balança de pratos para ensinar equação do 1º grau e outros recursos representacionais e abstratos. As etapas que foram seguidas atendiam a uma estrutura sequencial dos conceitos algébricos necessários para a compreensão de outros, ordenando-os de acordo com seu pré-requisito.

Uma outra intervenção pedagógica, esta realizada por Fleira (2016), utilizou diferentes materiais concretos como mediadores no ensino de produtos notáveis e equação do 2º grau para um aluno autista que cursava o 9º ano. Além do aprendizado alcançado, o projeto propiciou ao estudante o acompanhamento das aulas juntamente com seus pares.

Com alguns métodos semelhantes, esta dissertação se propõe em instigar práticas inclusivas nas aulas de matemática, para pessoas com Transtorno do Espectro do Autismo (TEA), nos anos finais do ensino fundamental. Aqui foi pretendido oferecer uma proposta didática para o estímulo das capacidades cognitivas e sociais destes(as) alunos(as) que estão matriculadas no ensino regular.

Adotaremos a definição de material manipulável

> como sendo todo o material concreto, de uso comum ou educacional, que permita, durante uma situação de aprendizagem, apelar para os vários sentidos dos alunos devendo ser manipulados e que se caracterizam pelo envolvimento activo dos alunos.” (VALE, 1999, p.112)

Destacamos que nem todo material concreto é manipulável, no sentido citado anteriormente. E podemos mencionar o livro como um exemplo de material que é concreto, no entanto, não é manipulável, segundo Vale (1999).

Consideramos que os aspectos que circundam o termo “manipulável”, em detrimento do “concreto”, têm relevância majoritária para neste trabalho. Portanto, iremos utilizar a denominação material manipulável ao tratarmos dos principais recursos utilizados nas Sequências Didáticas.

A escola, como política pública social deve fazer cumprir os direitos e deveres para todos os alunos, inclusive para os alunos autistas, e a adaptação estrutural e pedagógica para tal finalidade é fundamental. Percebemos que é necessário avançar neste diálogo dentro da comunidade escolar, pois partilhando a concepção de educação inclusiva e o trabalho multiprofissional necessário para atender este público, será possível incluir estes sujeitos de forma coesa no cenário da educação básica. Coadunando tais percepções, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta como competência específica da disciplina para os alunos, estimular ações voltadas para a descoberta de

> desafios do mundo contemporâneo, para a tomada de decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, voltadas a situações de saúde, sustentabilidade, as implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Matemática (BNCC, 2018, p. 531).

Todavia, ainda é atual a constatação de D’Ambrosio (1989) sobre as aulas de matemática serem transmitidas nas escolas brasileiras de maneira tradicional, onde a exposição teórica do conteúdo e a repetição de exercícios tem encontrado dificuldades em conviver com o avanço das novas metodologias de ensino, muitas vezes deixando de efetivar uma aprendizagem significativa para os alunos.

Incorporamos ideias e práticas pedagógicas inclusivas à proposta didática, que propomos para a comunidade escolar, sobre a simplificação de expressões algébricas para alunos e alunas com TEA dos anos finais do fundamental e reforçamos que adaptações podem e devem ser realizadas caso seja necessário. Ainda procuramos apresentar as atividades de forma sistematizada e em consonância com a BNCC, para que possa ser de utilidade à comunidade docente da matemática diante de seus diferentes contextos escolares.

Para a composição deste trabalho apresentamos cinco âmbitos que perfazem o contexto onde se movimentou esta pesquisa, quais foram: o primeiro, a metodologia - onde descrevemos a abordagem utilizada para a confecção da proposta, bem como o cronograma dividido em etapas dos momentos da Proposta Didática; o segundo, considerações gerais sobre a Educação Matemática no mundo e no Brasil – no qual pontuamos alguns momentos históricos correlacionando com a temática do estudo e abordamos os documentos oficiais norteadores da educação básica, PCN e BNCC; o terceiro, Transtorno do Espectro Autista e a educação – neste apresentamos o TEA, seu relacionamento com a educação formal brasileira diante da componente Matemática e uma concisa história da educação para pessoas com deficiência no Brasil; o quarto, a Proposta Didática - no qual apresentamos as sequências didáticas para o ensino de simplificação das expressões algébricas com foco nas quatro operações. Dividimos nossa Proposta em duas sequências, a primeira envolve adição e subtração com o emprego do Disco das Expressões Algébricas e a segunda, abordamos o ensino de multiplicação e divisão com o Algeplan, no qual fizemos pequenas adaptações; O quinto e último, considerações finais – por fim, apresentamos nossas conclusões e prospecções gestadas por esta dissertação.

1.2 Objetivo Geral

Oferecer uma proposta didática para a comunidade escolar sobre o ensino da matemática, em específico para alunos(a) que estão com TEA, utilizando a componente algébrica no contexto dos anos finais do fundamental.

1.3 Objetivos Específicos

- Apresentar de forma didática atividades algébricas para alunos que estão com TEA em consonância com a BNCC, para que possa ser de utilidade à comunidade docente diante de seus diferentes contextos escolares.
- Apontar possíveis caminhos praxiológicos para o ensino da matemática na educação básica destinada às pessoas com TEA.
- Contribuir com uma alternativa didática matemática potencializando a inclusão dos alunos(a) que estão com TEA na educação básica e estimular diferentes saberes dos educandos.

2. METODOLOGIA

O rigor metodológico[1] para uma investigação deve ser fundamentado nos pilares teóricos que as precedem, ampliando os horizontes e delimitando os elementos fundamentais da investigação. O tipo de método escolhido deve responder os objetivos gerais e específicos do estudo.

Para tanto a abordagem escolhida para embasar este estudo foi a qualitativa, pois esta procura enforcar os significados, valores e concepções atribuídos, neste caso, pelo manancial de produções acerca da temática do ensino da matemática para pessoas com TEA e compondo um painel fecundo para fazer pensar sobre o tema. Este tipo de abordagem procura enfatizar a essência do fenômeno (THOMAS, 2007) e que, segundo Minayo (2003), tem a realidade social como próprio movimento dinâmico de análise, partindo da experienciação individual ou coletiva, conectando os significados ao momento presente da pesquisa.

Assim, a abordagem qualitativa é tida como ponto fulcral, pois ela é praticada em diferentes contextos institucionais e nos meios mais imediatamente associados à intervenção, sendo surpreendente a complexidade das áreas englobadas (NASSER, 2008). Esta foi a abordagem que melhor se adequou afim de orientar a cofecção de nossa proposta didátida sobre o ensino da matemática para os anos finais do fundamental para pessoas que estão com TEA.

Lima e Mioto (2007) apontam que diferentes questionamentos podem ser apresentados no transcorrer de todo o processo (início, meio e fim) de pesquisa, por isso é fundamental detalhar os procedimentos metodológicos. Partindo do pressuposto acadêmico, qualquer estudo científico se submete a uma referência de literatura ou pesquisa bibliográfica, sendo necessária a fundamentação teórica para justificar seus limites e resultados.

Sendo assim, a pesquisa bibliográfica assume um caráter de suma importância neste trabalho, pois foi através da delimitação dos critérios e dos procedimentos é que foi possível sistematizar o cenário da estruturação do modelo didático para esta dissertação. Focamos em utilizar o buscador do Google Acadêmico e repositórios de universidades federais e estaduais do Brasil colocando as palavras chaves desta pesquisa: Escola; Ensino da matemática e TEA.

Alguns pesquisadores relatam que a resolução de problemas é a metodologia mais indicada para o ensino da matemática. No entanto, Smole, Diniz e Milani (2007) revelam que

---

[1] O termo empregado nesta pesquisa remete ao grego *Méthodos que* é composto pelas palavras "*Meta"* e "*hódos"*, possíveis de serem traduzidas interpretativamente como *caminho através do qual...* se faz ciência" (BAILLY, 1950).

a resolução de problemas (...) permite a organização do ensino frente a um método, e acreditamos que possam existir inúmeras possibilidades para o ensino da matemática.

Diante deste, foi possível oferecer uma proposta didática para o ensino da matemática para pessoas com TEA que estão cursando os anos finais do ensino fundamental. Nossas sugestões de atividades basearam-se na estruturação do pensamento algébrico envolvendo as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão, além do cálculo do valor numérico e a simplificação de expressões algébricas com Algeplan e material manipulável o qual denominamos Disco das Expressões Algébricas.

Deste modo apresentamos a seguir de forma resumida a estruturação dos conteúdos utilizados e atividades propostas, como também nossas sugestões de aplicabilidade da sequência didática.

2.1. Cronograma das etapas e momentos da proposta didática

Simplificação de expressões algébricas envolvendo adição e subtração de monômios e o cálculo de seu valor numérico.

- Etapa 1: O cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica aplicado ao contexto e interesses do(a) estudante em uma situação de compra.
- Etapa 2: O uso do Disco das Expressões Algébricas na obtenção de tais expressões e o método de simplificá-las com este material manipulável.
  - Momento 1: Com uma variável;
  - Momento 2: Com duas variáveis.
- Etapa 3: A Simplificação de expressões algébricas pré-estabelecidas com o uso do Disco.

Simplificação de expressões algébricas com Algeplan.

- Etapa 1: Multiplicação de expressões algébricas com uma única variável.
  - Momento 1: Somente coeficientes positivos;
  - Momento 2: Coeficientes positivos e negativos.
- Etapa 2: Multiplicação de expressões algébricas com duas variáveis.
  - Momento 1: Somente coeficientes positivos;
  - Momento 2: Coeficientes positivos e negativos.
- Etapa 3: Divisão de expressões algébricas

- Momento 1: Com uma única variável;
- Momento 2: Com duas variáveis.

Portanto estes foram os procedimentos metodológicos que nortearam a análise desta pesquisa, a qual nos debruçamos a cerca do referencial teórico que objetivou trabalhar as principais categorias frente a consubstanciar nossa proposta didática para o ensino da matemática de pessoas com TEA na escola básica. Feitas estas explicações prospectivas, nesta parte do trabalho, procedemos com as explicações do próximo capítulo que levanta as Considerações Gerais sobre a Educação Matemática frente a alguns momentos históricos e delineando com a temática da inclusão de pessoas com TEA.

3. PERSPECTIVAS A RESPEITO DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Termos conhecimento da nossa história é primordial para o entendimento dos caminhos que nos permitiram chegar aonde estamos e assim prosseguirmos rumo ao aprimoramento, no caso deste trabalho, do ensino da matemática. Neste capítulo apresentamos inicialmente uma breve história da matemática e informações concisas das primeiras mobilizações, que temos registro, de estudiosos sobre a Educação Matemática. Em seguida expomos orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular para o ensino da matemática

3.1 Considerações Gerais sobre a Educação Matemática

A matemática vem sendo praticada há milhares de anos, como nos foi ensinado desde as séries iniciais do ensino básico. Muito antes da criação de um sistema numérico formal, diferentes povos em diferentes continentes já manejavam objetos e faziam rabiscos com o objetivo de realizar a contagem de coisas ou animais que essencialmente estavam ligados à sobrevivência do homem ou às necessidades sociais. Roque (2012) aponta que um dos primeiros registros numéricos que temos conhecimento surgiu na antiga Mesopotâmia[2] e foi escrito por volta do século IV a. C.

De acordo com Boyer (1974, p. 20), “os antigos babilônicos viram que seus símbolos podiam ter função dupla, tripla, quádrupla ou em qualquer grau, simplesmente recebendo valores que dependessem de suas posições relativas na representação de um número”, como por exemplo, o sistema de numeração simples de base 10 (dez), para números menores e 60 (sessenta) para números maiores. A geometria com “seu caráter algébrico era mensurada na prática do cotidiano e expressivamente quantitativa” (BOYER, 1974, p. 28).

Na Grécia antiga, com as contribuições de Pitágoras[3], a matemática teórica passou a ser elemento fundamental na formação intelectual dos filósofos. E em Atenas surgia uma nova perspectiva do ensino da matemática.

> O resultado principal das vitórias gregas foi a expansão e a hegemonia de Atenas. Nessa cidade [...], na segunda metade do século V a. C., os elementos democráticos tornaram-se cada vez mais influentes. Constituíam a força condutora da expansão econômica e militar e, por volta de 430 a. C., fizeram de Atenas não apenas a cabeça

[2] A Mesopotâmia é uma região situada no Oriente Médio, no vale dos rios Eufrates e Tigre. Atualmente é a região onde se localiza o Iraque.
[3] Filósofo e matemático da Grécia antiga, nascido por volta de 570 a.C.

> do Império Grego, mas também o centro de uma nova e fascinante civilização - a idade de ouro da Grécia (STRUIK, 1992, p. 75).

No decorrer deste momento histórico, os sofistas[4] com as suas viagens e discursos desempenharam muito bem o papel de aumentar a popularidade da matemática. Apesar de não termos conhecimento de como exatamente direcionaram os estudos do ensino da matemática, sabemos que através de investigações realizadas sobre este tema, eles foram os primeiros a reconhecerem a sua relevância pedagógica. Importante salientar que os "sofistas inclusive contribuíram para a permanência da matemática no ensino superior". (JAEGER, 2013, p.368)

Foi na época helenística[5] que a escola foi institucionalizada e o tempo de estudo foi bastante ampliado, podendo chegar até 20 anos de dedicação. Segundo Miorim (1998), a partir do século I a.C. foram estabelecidas as disciplinas literárias, gramática, retórica e dialética, e as disciplinas, astronomia, música, geometria e aritmética, como componentes básicos do ensino intermediário.

Platão[6] tinha tendências a utilizar as matemáticas como modelo científico e filosófico. Neste contexto é importante destacar que as teorias filosóficas que constituíram a base teórica da organização educacional da época não foram de todo modo disseminadas em todas as cidades e aplicadas em todas as instituições. No entanto, é inegável a influência notável dos saberes pedagógicos e filosóficos desenvolvidos e estudados sobre a educação, especificamente na matemática como as extraordinárias contribuições de Pitágoras e Euclides.

Em contrapartida, no Ocidente, a partir do século V d.C. o conhecimento acumulado durante o período clássico estava perdendo a sua influência na educação. Isto porque o ensino baseado nos preceitos cristãos vivenciava progressivo aclive na sua disseminação. A formação intelectual passou a ser vista pelos clérigos como ameaça à doutrina cristã, aos dogmas da Igreja. Passando a ser muitas vezes proibido o estudo que não utilizasse a Bíblia como principal fonte, por consequência o centro do desenvolvimento matemático durante esta era se deslocou para o Oriente.

Por conseguinte, na idade média a matemática seguiu utilizando o raciocínio quantitativo dos babilônicos pautado nas necessidades do homem (agricultura, comércio etc.), porém com uma presença marcante das características gregas frente a abordagem qualitativa do pensamento (D'Ambrósio, 2005, p. 17). No entanto, os dogmas da religiosidade impediram a

---

[4] Pensadores que viajavam realizando discursos públicos para atrair estudantes, de quem cobravam taxas.

[5] Período compreendido entre os séculos III e II a.C. no qual os gregos estiveram sob domínio do império macedônico.

[6] Filósofo grego (428-347 a.C.), considerado um dos principais pensadores de sua época.

evolução e disseminação de qualquer ensino que não estivesse ligado ou autorizado pela igreja, inclusive o ensino da matemática.

Este foi um período de “escuridão” frente as produções acadêmicas de todas as áreas, inclusive do pensamento matemático. Com o fim deste período, veio o chamado Renascimento[7] que se estendeu até o século XVII em toda a Europa.

O século seguinte foi marcado com várias revoluções, dentre elas a Francesa e a Industrial. Nesta época, Jean Jacques Rousseau, um importante filósofo e educador suíço que contribuiu de maneira significativa na transformação pedagógica, criticava a educação baseada na repetição, na memorização e defendia o aprendizado guiado pelo próprio interesse do aluno. Além disso, ele entendia a educação como processo que carecia de adequação entre o estágio do processo pedagógico e as necessidades de desenvolvimento do indivíduo.

Após as revoluções que precederam o século XIX, a situação político-econômico-social havia se transformado. A expansão industrial e o surgimento crescente de novas máquinas com a ascensão da tecnologia, trouxeram consigo demandas de novos conhecimentos para a classe trabalhadora que até então era instruída para uma produção artesanal. O trabalhador e sua família precisavam ter uma compreensão razoável ou mediana de matemática para viver nos centros urbanos.

O trabalho estava influenciando a escola e a universalização do ensino era bastante debatido pela classe dominante e pelos estudiosos, bem como a inclusão das ciências modernas nas escolas secundárias. Houve um ressurgimento da Universidade e a criação de cursos superiores técnicos. Essas discussões e transformações fomentaram os matemáticos a se atentarem ao ensino da matemática. O que os tornariam não mais somente pesquisadores, mas sobretudo, professores. Tais preocupações com a modernização do ensino da matemática atingiu das escolas secundárias as Universidades. Felix Klein[8] alegava que estudar matemática no ensino superior era de extrema importância não somente para os próprios estudantes de tal disciplina, mas também para aqueles de outros cursos como da área das ciências naturais e medicina. Ele desempenhou um papel de suma importância na pesquisa da Matemática Aplicada, com a criação do Instituto de Investigação Aerodinâmica e Hidrodinâmica.

Era notório, a animação acadêmica mundial visando a modernização do ensino da matemática. Fato marcante ocorreu em Zurique: O primeiro Congresso Internacional de

---

[7] Este período chamou-se Renascimento devido a intensa revalorização do movimento científico, das artes, e de todas as áreas do conhecer.

[8] Importante matemático alemão do final do século XIX que forneceu elementos fundamentais que impulsionaram a matemática do século XIX ao início do século XX.

Matemática, no ano de 1897 (STRUIK, 1992, p.301), entre os temas abordados estava a Educação Matemática. De fato, este evento foi o prelúdio para outros acontecerem, que por sua vez exerceram a função de promover encontros com os professores pesquisadores de matemática. E devido à organização destes agentes da educação foi criada, no início do século XX, a Comissão Internacional de Ensino em Matemática (ICMI)[9] com 31 países[10] em sua formação. Esta comissão movimentou intensamente os países participantes com produções acadêmicas e estudos que tinham o objetivo de implementar a reforma nas matemáticas escolares.

Até a participação do Brasil na ICMI, há pouco registro no que se refere ao ensino da matemática:

> No período colonial e no Império [...] O ensino era tradicional, modelado no sistema português, e a pesquisa, incipiente. Não havia universidade nem imprensa. Com o translado da família real para o Brasil, em 1808, criou-se uma imprensa, além de vários estabelecimentos culturais. [..] Criou-se, então, em 1810, a primeira escola superior, Academia Real Militar da Corte no Rio de Janeiro, transformando-se na Escola Central, em 1858 e na Escola Politécnica em 1974. (D'AMBROSIO, 2009, p.55).

Deste modo a matemática passou por muitos momentos e ao chegar, academicamente, no Brasil, vem com os preceitos e aplicações supracitadas. A influência europeia dos matemáticos foi determinante para influenciar diversos currículos nacionais (cursos superiores e básicos). Por exemplo, em 1889, época da modernidade no Brasil, ainda existia pouca inovação para a matemática pois o momento Positivista[11] (com influência de Auguste Comte) dominava o país e consolidava suas práticas nas Escolas de Engenharia.

Diante desta época destacamos as contribuições do brasileiro Almeida Lisboa para o campo da Álgebra Elementar (Lições de Álgebra Elementar de 1911) que procurou fazer os tratamentos das equações algébricas frente a teoria de Galois. E do Roberto Trompowsky Leitão de Almeida um coronel das forças armadas que contribuiu com a geometria algébrica (Lições de Geometria Algébrica, 1903), com influências da corrente positivista, existindo até uma dedicatória no livro para Augusto Comte.

---

[9] Inicialmente levou o nome de IMUK (Internationale Mathematische Unterrichskomission).
[10] Os países considerados como "participantes" foram: Áustria, Grécia, Noruega, Suécia, Bélgica, Holanda, Portugal, Suíça, Dinamarca, Hungria, Romênia, Reino Unido, França, Itália, Rússia, EUA, Alemanha, Japão e Espanha. Além disso, os seguintes foram listados como "países associados": Argentina, África do Sul (Colônia do Cabo), México, Austrália, Chile, Peru, Brasil, China, Sérvia, Bulgária, Egito, Turquia, Canada e Índia. (Desses trinta e três países, Chile, Peru e Turquia não são mais membros do ICMI.)
[11] O positivismo é uma corrente filosófica do século XIX que aposta na ordem e na ciência para a obtenção de progresso social.

Percebemos que na transição do século XIX para o XX no Brasil, especificamente na ambiência da matemática, foram percebidas tímidas tentativas de romper com a rigidez do positivismo. Inúmeros jovens graduandos tentaram iniciar esta renovação, como: Teodoro Augusto Ramos, (1895-1937), Otto de Alencar Silva, (1874–1912) e Manoel de Amoroso Costa, (1885–1928), porém cabe destaque para o Brasil neste período o professor Lélio Itapuambyra Gama (1892-1981) que teve importantes contribuições para a renovação da matemática brasileira.

Estas influências e inovação da matemática no Brasil não se restringiram apenas ao mundo acadêmico, seguiram produzindo mudanças importantes na educação básica da nação, como por exemplo em 1920 o Colégio Pedro II aprovou uma mudança na seriação do curso secundário. Essa alteração está registrada em diário oficial por intermédio do Decreto nº 18.564 (BRASIL, 1929) que uniu a álgebra, aritmética e a geometria em uma única componente curricular no ensino secundário, ou seja, antes do referido decreto não existia uma disciplina intitulada matemática, pois o seu ensino era realizado de forma fragmentada (DASSIE e ROCHA, 2003, p. 1-2).

> Em 1928, Teodoro Ramos, transfere-se para a escola Politécnica de São Paulo e inicia-se então a fase paulista de desenvolvimento da matemática. Em 1933 foi criada a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo e logo em seguida a Universidade do Distrito Federal, transformada em Universidade do Brasil em 1937. Nessas instituições inicia-se a formação dos primeiros pesquisadores modernos de matemática do Brasil. (D'AMBROSIO, 2009, p.56).

Surgem os primeiros cursos de licenciatura, da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. A Educação Matemática estaria subindo alguns níveis em produções didáticas com publicações de Julio Cesar de Melo e Souza, que utilizava o pseudônimo Malba Tahan, e de Euclides Roxo[12], professor catedrático de matemática, que foi o maior responsável pela elaboração da proposta de modernização do ensino brasileiro (VALENTE, 2005).

Estávamos em um momento propício para transformações e mais a frente nos depararíamos com o período pós-guerra, a Era de Ouro do Capitalismo[13], quando houve notório

---

[12] "Euclides Roxo foi o responsável pelos programas de matemática da Reforma "Francisco Campos" e participou ativamente do grupo encarregado de elaborar os programas de matemática, em 1942, na Reforma "Gustavo Capanema". Em 1937, foi nomeado diretor da Divisão de Ensino Secundário. No mesmo ano, publicou a obra "A Matemática na educação secundária" onde detalhou as influências que sofreu em suas propostas de ensino pelo movimento de internacionalização do ensino da matemática. Roxo morreu em 1950, deixando por sua atuação no Colégio Pedro II, nos dois primeiros ministérios da Educação e Saúde, nos livros que escreveu e nos cargos que exerceu, marcas decisivas nos rumos da Educação Matemática brasileira no período 1920-1950." (VALENTE, 2005, p. 2)

[13] Expansão econômica do pós-Segunda Guerra Mundial.

progresso na pesquisa científica com a fundação, em 1955, do Conselho Nacional de Pesquisas e o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). A partir da movimentação mundial juntamente com a iniciativa e interesse de estudiosos brasileiros em participar e implementar mudanças no ensino da matemática, foram criadas organizações como o Grupo de estudos de Educação Matemática (Geem), em São Paulo, O Geempa, em Porto Alegre, e o Gepem, no Rio de Janeiro (D'AMBROSIO, 2009). O primeiro Congresso Nacional de Ensino da Matemática foi realizado na Bahia, em 1955. (MIORIM, 1998)

Durante este período o campo da matemática teve uma efervescência de produções, saberes, conteúdos e descobertas matemáticas. Podemos destacar aqui o campo da Etnomatemática[14] que foi uma das manifestações científicas que tornou possível a descoberta do uso da matemática no cotidiano sem desconsiderar seu embasamento acadêmico.

Schmidt (2007) revelou que:

> O programa Etnomatemático procura delinear alguns possíveis caminhos que valorizem os desejos, a cultura, o meio social do educando, a fim de que possa usar de forma mais adequada os conhecimentos matemáticos. Incorporar a cultura à vida do educando nas práticas pedagógicas valoriza a vivência, coloca em cena a cultura local de cada grupo, e uma possibilidade de questionar o que é considerado válido, como conhecimento e para que este conhecimento é válido (SCHMIDT, 2007, p. 89).

"A Etnomatemática procura entender o saber fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizando em diferentes grupos" (D'AMBRÓSIO, 2005, p.17). Aqui, percebemos que o que estava sendo estudado, já procurava levar sentindo, de forma didaticamente contextualizada, ao mundo experiencial dos educandos. Esta busca pedagógica norteia o ensino da matemática dos tempos atuais. A sociedade do século XXI utiliza as novas tecnologias diariamente e isto influencia a maneira como nos comunicamos e interagimos. Como podemos ensinar o público deste século da mesma maneira que ensinávamos no século passado? O descompasso existente entre a realidade da sociedade que educamos e como a estamos educando deve ser algo que nos inquiete e nos impulsione em direção à educação que responda aos anseios dos nossos educandos. As pesquisas em Educação Matemática, além das questões técnicas e conteudistas, também devem considerar as necessidades, os desejos, a realidade, os medos, as limitações e outros quesitos inerentes ao ser humano. O ensino da matemática no Brasil ainda tem muito a contribuir para podermos escrever nas páginas da sua história.

---

[14] Etnomatemática é uma das manifestações desse novo renascimento.

3.2 A Matemática do Ensino Fundamental de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular

Na tentativa de iluminar possíveis caminhos no ensino da matemática para alunos com necessidades educacionais especiais, vamos nos remeter aos documentos oficiais que influenciaram o currículo da educação básica no Brasil, que são: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No caminho do processo educativo contínuo, localizamos para este momento, o intenso debate acerca da educação brasileira frente a Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional (LDB). A formulação do currículo[15] para o ensino básico brasileiro ganhou o reforço dos PCNs em meados dos anos de 1990[16], este que procurava coadunar o currículo do vasto território brasileiro e oferecer a possibilidade de formação observando os direitos e deveres de um cidadão brasileiro; orientando os alunos para o mundo do trabalho e desporto; e estimulando uma formação axiológica baseada no princípio coletivo das relações (BRASIL, 1998b).

Assim, os PCNs são oferecidos à educação brasileira como possibilidade para reduzir o fosso das desigualdades sociais na educação nacional. O documento procurava contemplar em seis volumes, as áreas do conhecimento e suas aprendizagens (Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Arte e Educação Física), e que transitavam em eixos transversais (ética, saúde, orientação sexual, meio ambiente e pluralidade cultural) que perpassavam todos as disciplinas.

Dentro da componente da Matemática, tínhamos a orientação da utilização desta disciplina para estimular as competências e habilidades dos alunos, distribuídas em três domínios da ação humana: a vida em sociedade, a atividade produtiva e a experiência subjetiva (BRASIL, 1998b). Desta forma, o documento ainda orientava de maneira específica para o ensino da matemática:

> Evidenciar aplicações dos conceitos matemáticos apreendidos, apresentando formas diversas: oral, gráfica, escrita, pictórica etc; explorar computadores, calculadoras simples e/ou científicas levantando conjunturas e validando os resultados obtidos; Desenvolver a capacidade de investigar, entender novas situações matemáticas e construir significados a partir delas; Desenvolver a capacidade de estimar, de prever

---

[15] Para este trabalho usaremos a concepção de SILVA (2005) sobre a conceituação de currículo frente a seleção de conhecimentos (teóricos e práticos), que possibilitem experiências para a formação dos alunos.

[16] Na segunda metade desta década, este documento (PCN) estava alicerçado a LDB, os quais orientava as práticas escolares formais em uma práxis comum, para todo o território nacional, o qual podemos observar no Art. 26: “Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela”. (BRASIL, 1996, p. 11).

> resultados, de realizar aproximações e de apreciar a plausibilidade dos resultados em contexto e de resolução de problemas; Observar, identificar, representar e utilizar conhecimentos geométricos, algébricos e aritméticos, estruturando e apresentando relações com o uso de modelos matemáticos para compreender a realidade e agir sobre ela; Compreender a matemática como um processo e um corpo de conhecimentos resultados da criação humana, estabelecendo relação entre a história da Matemática e a evolução da humanidade (BRASIL, 1998b, p. 31)

Percebemos na leitura do documento que este sinalizava as ações docentes para um percurso de aprendizagem que visava experienciar e estimular a conexão que o aluno realizava em seu cotidiano com os diferentes temas matemáticos. A organização dos conteúdos deve levar em consideração a lógica interna do aluno para a matemática, visando seu desenvolvimento intelectual (BRASIL, 1998b).

Observamos que o documento fazia sugestões da aplicabilidade da matemática disposta para a realidade do educando, expondo a necessidade pedagógica de se adaptar às diferentes culturas e estabelecendo momentos fecundos para a apropriação dos conteúdos matemáticos. Embora o documento tenha avançado bastante frente a contextualização do ensino centrado na esfera do educando, percebemos que as questões de inclusão social para as minorias ainda eram insuficientes.

Foi assim, que em 1998 os PCNs encontraram uma tímida, porém importante resposta, para dar voz e visibilizar aqueles que foram negados, historicamente, o direito de SER[17]. Em sua versão intitulada *Adaptações Curriculares* (BRASIL, 1998c), inferimos o termo "Portadores de Necessidades Especiais" em alusão aos alunos portadores de deficiência mental, visual, auditiva, física, múltipla, portadores de condutas típicas e portadores de superdotação (BRASIL, 1998c, p. 24).

Fica evidente que o documento tinha o desejo de visibilizar estas pessoas no cenário educativo e oferecer situações igualitárias para sua formação. No entanto, este objetivo apresentou falhas em inúmeros aspectos. Sua "igualdade genérica[18]" orientava o programa curricular das escolas para uma adaptação fragmentada e reducionista, para atender as diversas necessidades dos educandos. Essa generalidade e nivelamento por baixo (DE LA TAILLE, 1998) justificava de maneira equivocada a inclusão destes. Outro fator que poderia estatisticamente oferecer dados para a inclusão era a recomendação de aprovação automática dos alunos.

[17] Termo Freiriano, encontrado na Pedagogia do Oprimido (FREIRE, 1987).
[18] Aqui me refiro a este termo na tentativa de expor a classificação dos PCNs como inconclusa, pois a mesma necessitava de uma reformulação para os diferentes públicos supracitados.

Note que o esforço do documento visava garantir a “adaptação” do aluno com necessidade especial à dinâmica ou rotina escolar regular. Desta forma, segundo Franco (2000), sectarizar e hierarquizar os elementos e os conhecimentos destes alunos, pode fazer um movimento inverso ao seu sentimento de capacidade. Aqui cabe salientar que incluir não é banalizar saberes, isso pode levar a uma exclusão velada, e que para Gadotti (2008) incluir é explorar diferentes saberes em diferentes contextos.

Cabe apontar que o termo utilizado no documento caiu em desuso, pois os “Portadores de Necessidade Especiais” se tornou um termo excludente e carregado de marcas preconceituosas, visto que tal expressão põe o foco no aluno, enfatizando seus atributos ou condições. Observando a formatação do documento aferimos que as adaptações curriculares estão dispostas em níveis: referentes ao projeto pedagógico; relativas ao currículo da classe; individualizadas no currículo; de acesso ao currículo; presentes nos elementos curriculares (BRASIL, 1998c).

Frente a esta questão supracitada e a outros temas os PCNs necessitavam avançar em sua organização. Neste sentido, em 2015 começa um debate acerca da criação de uma BNCC que pudesse organizar o currículo nacional em uma disposição homogênea de ensino e progredir frentes as deficiências dos PCNs.

Marcamos o tempo-espaço de 2015 como momento de divulgação para consulta pública da primeira versão da BNCC (BRASIL, 2015a). E assim como os PCNs, a BNCC também foi embasada na LBD de 1996 e conforme as orientações do Plano Nacional de Educação (PNE), tendo sua vigência de 2014 – 2024.

Este documento nasce frente ao desejo de um currículo norteador para o ensino básico do Brasil e que fosse potente em respeitar a diversidade cultural de nossa nação, mantendo a igualdade básica dos componentes curriculares para todas as disciplinas e oferecendo oportunidades igualitárias para uma educação de qualidade em todo território nacional.

Após um período de análises e de fortes debates no cenário nacional a respeito da BNCC, surge uma segunda versão do documento, que avançava em seu texto e trazia elementos étnico-raciais, educação inclusiva, gênero e a inserção de conteúdos ligados a cultura africana e indígenas com maior veemência.

Destacamos também a evolução deste segundo documento frente a definição em relação aos seus princípios pedagógicos; a consideração das peculiaridades das etapas da educação básica e de seus sujeitos; a incorporação das modalidades da educação básica e de suas temáticas sociais (BRASIL, 2016).

Por fim, no ano de 2017 a terceira versão da BNCC é apresentada no cenário nacional, que continuou reforçando a ideais de um currículo integrado via competências, contextualizado e trabalhado de forma interdisciplinar. A competência foi definida como a mobilização de conhecimento entendido como conceitos e procedimentos; habilidades como práticas cognitivas e socioemocionais; atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018).

> [...] como direito [que] abarca as intencionalidades do processo educacional, em direção à garantia de acesso, pelos estudantes e pelas estudantes, às condições para seu exercício de cidadania. Os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, apresentados pelos componentes curriculares que integram a BNCC, referem-se a essas intencionalidades educacionais (BRASIL, 2016, p. 24-25).

> [...] de modo a explicitar as competências que devem ser desenvolvidas ao longo de toda a Educação Básica e em cada etapa da escolaridade, como expressão dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento de todos os estudantes (BRASIL, 2018, p.23).

Então a BNCC está fundamentada na universalização do ensino de qualidade para todos os alunos, garantindo seu direito a uma educação de qualidade, laica e pública (BRASIL, 1996). Assim, atualmente, seu texto assegura o direito da aprendizagem da seguinte maneira: "aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento" (BRASIL, 2018, p. 7).

Desta forma, o documento que está vigente na educação brasileira propõe a organização da educação básica em uma distribuição nos seguintes níveis de ensino: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. Esta que ainda considera quatro áreas de organização curricular para estes níveis, que são: Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Linguagens e Matemática.

Cabe salientar que o documento apresenta um forte alinhamento com as diretrizes avaliativas paramentadas no modelo do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA[19]), este que "não apenas definem critérios, mas também indicam as diretrizes globais a

---

[19] O Pisa - Programa Internacional de Avaliação de Alunos – é uma avaliação internacional que mede o nível educacional de jovens de 15 anos por meio de provas de Leitura, Matemática e Ciências. O exame é realizado a cada três anos pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico), entidade formada por governos de 30 países que têm como princípios a democracia e a economia de mercado. Países não membros da OCDE também podem participar do Pisa, como é o caso do Brasil, convidado pela terceira vez consecutiva. O objetivo principal do Pisa é produzir indicadores que contribuam, dentro e fora dos países participantes, para a discussão da qualidade da educação básica e que possam subsidiar políticas nacionais de melhoria da educação. O Brasil participa do Pisa por meio do Inep, responsável pela aplicação das provas em todo o País. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/o-que-e-o-pisa/21206>. Acesso em: 30 jul. 2021.

serem seguidas por todas as instituições de ensino, de acordo com o estabelecido como meta para 2030" (BITTENCOURT, 2017, p. 12).

Deste documento foram definidas dez competências globais e elaboradas as competências específicas de cada área. A qual se derivam as unidades temáticas das áreas, seus objetos de conhecimento e suas habilidades. Ainda traz o detalhamento dos códigos alfanuméricos, utilizados para explicitar as habilidades de cada nível, e não mais os objetivos de aprendizagem, como era o caso da versão anterior. Este mesmo enfoque no desenvolvimento de competências é detalhado no documento que aponta os indicadores do PISA 2018 (OECD, 2016).

> A competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 08).

Frente a componente curricular da matemática para o ensino fundamental, a BNCC leva em consideração habilidades que possam considerar e:

> "levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas" (BRASIL, 2018, p. 298).

Percebemos que se mantém a preocupação dos PCNs por colocar o aluno no centro do processo educativo, reconhecendo seu contexto e mundo vivido. A significância dos significados (FREIRE, 1987) também é tema central na apropriação do conteúdo matemático, como expressado:

> a aprendizagem em matemática no Ensino Fundamental também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares (BRASIL, 2018, p. 298).

No entanto, vejamos como a BNCC orienta a atuação diante das habilidades e de suas unidades temáticas:

> A leitura dos objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada ano nas cinco unidades temáticas permite uma visão das possíveis articulações entre as

> habilidades indicadas para as diferentes temáticas. Entretanto, recomenda-se que faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades. Essa maneira é conveniente para comparar as habilidades de um dado tema a ser efetivadas em um dado ano escolar com as aprendizagens propostas em anos anteriores e também para reconhecer em que medida elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes (BRASIL, 2018, p. 298-299).

A BNCC incentiva observar o contexto significativo do educando, porém notamos que necessita de mais clareza frente aos processos avaliativos para os anos finais, pois o enquadramento nos níveis de habilidades requer um enquadramento dentro das habilidades. Kohlberg (1992) em seus estudos sobre o desenvolvimento da moralidade afirma que as experiências são fundamentais para o estímulo ao desenvolvimento moral. Assim, para Alves (2001) os saberes produzidos são assentidos diante do arcabouço teórico e prático das relações educacionais, e demandando tempo para maturacionar.

Diante das sugestões da BNCC e tendo a componente da matemática como objeto central do nosso trabalho, pontuamos que o documento orienta oito competências específicas a serem desenvolvidas durante o ensino fundamental (BRASIL, 2018). Estes interagem frente a uma confecção integrada da matemática, aplicada na realidade contextualizada dos alunos.

A favor destas competências, a matemática tem a responsabilidade em estimular a reflexão, a abstração, o pensamento criativo, dedutivo, analítico e sistêmico dos alunos, favorecendo a tomada de decisões éticas e voltadas para o bem comum (BRASIL, 2018). Para isso o texto ainda revela que os alunos devem:

> mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BRASIL, 2018, p. 529).

O documento procura articular os componentes gerais da educação básica, as competências específicas e habilidades da matemática a favor do letramento matemático do raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. Assim favorecendo as conjecturas e resoluções de problemas diante dos conceitos matemáticos.

> O letramento deve também assegurar que todos os estudantes reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para compreender e atuar no mundo e para que também percebam o caráter de jogo intelectual da Matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e que pode também ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

O texto da BNCC reconhece a necessidade da igualdade e assume seu compromisso com os alunos com deficiência, reconhecendo as especificidades e a necessidade do diálogo a favor de práticas pedagógicas inclusivas. O texto ainda ressalta a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência como centralizador para as relações inclusivas para esta comunidade de alunos (BRASIL, 2015b). Entendemos que o documento reconhece a necessidade de inclusão e valorização das diferenças, no entanto, avançamos em sugerir que a BNCC traga em suas próximas versões mais conteúdo para sistematizar e assegurar uma prática plural e diversa no cenário da educação básica.

Diante do exposto, julgamos importante e didático para este momento de escrita, apresentar duas tabelas, de forma sistêmica e global, que versam sobre as semelhanças e diferenças entre os PCNs (1998a, 1998b e 2000) e a BNCC (2015a) na área da matemática formulada por Veroneze et al. (2016). Os autores demarcam evidências nos documentos utilizando a técnica de análise documental.

Tabela 1 - Semelhanças e exemplos entre (BRASIL, 1998a), (BRASIL, 1998b) e (BRASIL, 2000) com a (BRASIL, 2015a)

Semelhanças	**Exemplo**
I – Construções semelhantes entre os dois referenciais curriculares.	Ambos foram construídos em conjunto com especialistas, pesquisadores, professores, Ministério da Educação, fóruns, entre outros e colocados à consulta pública antes de suas aprovações finais.
II – Ensino contextualizado e interdisciplinar.	Os documentos ressaltam a necessidade de se ensinar de forma contextualizada e interdisciplinar.
III – Dividem-se em áreas do conhecimento.	*PCN (1998a):* Música; Artes Visuais; Linguagem Oral e Escrita; Natureza e Sociedade; Matemática; Movimento. *PCN (1998b):* Língua Portuguesa; Matemática; História; Educação física; Geografia; Ciências da natureza; Artes; Linguagem estrangeira. *PCNEM (2000):* Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias. *BNCC (2015a):* Linguagens; Matemática; Ciências da Natureza; Ciências Humanas.
IV – Possuem alguns temas transversais às disciplinas.	Os PCN chamam de temas transversais e a BNCC nomeia-os como temas integradores.
V – Apresentam objetivos/competências gerais que todas as áreas do conhecimento precisam desenvolver em cada nível de ensino, objetivos/competências gerais de cada conhecimento objetivos/competências aprendizagem de cada disciplina.	*Objetivos/competências gerais de todas as áreas do conhecimento por nível (Ensino Fundamental) PCN (1998b):* posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas. *Objetivos/competências gerais de todas as áreas do conhecimento por nível (Ensino Fundamental) BNCC (2015):* participar ativamente da vida social, cultural e política, de forma solidária, crítica e propositiva, reconhecendo direitos e deveres, identificando e combatendo injustiças, e se

	dispondo a enfrentar ou a mediar eticamente conflitos e interesses.
VI – Os currículos escolares devem ter uma parte comum, igual a todas as escolas do país e uma parte diversificada, escolhida pelas instituições de ensino e suas comunidades.	Conteúdo sugerido pela base comum e outro conteúdo que seja relevante ser ensinado devido ao contexto escolar.
VII – Fazem referência ao uso de materiais, recursos e o desenvolvimento de atividades diversificadas e lúdicas, bem como dão ênfase ao uso de tecnologias digitais.	Os referenciais dizem que para trabalhar determinados conteúdos é importante usar diferentes metodologias e munir-se de recursos, como computador, calculadora, jogos, quebra-cabeças, etc.
VIII – Os conteúdos disciplinares são agrupados em conteúdos semelhantes, criando blocos/eixos.	Os PCN (1998b) chamam de blocos de conhecimento. Os PCNEM (2000) os tratam como temas estruturantes. A BNCC (2015a) nomeia-os como eixos de conhecimento.
IX – Evidenciam que a Matemática é uma poderosa ferramenta, tanto para as ciências, como para o campo social e político.	Os documentos dizem que a Matemática pode ajudar a entender o campo social, econômico, das ciências, do contexto e o campo político.
X – No Ensino Fundamental os objetivos/competências gerais da Matemática são muito semelhantes.	*PCN (1998b):* Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações Matemáticas. *BNCC (2015a):* Comunicar-se matematicamente (interpretar, descrever, representar e argumentar), fazendo uso de diferentes linguagens e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações Matemáticas.

Fonte: VERONEZE et al, 2016.

Tabela 2 - Diferenças e exemplos entre (BRASIL, 1998a), (BRASIL, 1998b) e (BRASIL, 2000) com a (BRASIL, 2015a)

Diferenças	**Exemplo**
I – Os PCN apresentam-se como um documento mais filosófico, sem tantas determinações do que se ensinar em cada bloco de conhecimento e em cada ano escolar.	No RCNEI e nos PCN os objetivos de aprendizagem apresentam-se mais como uma orientação sobre o que ensinar, além de estarem expostos dentro dos blocos de conhecimento, diferentemente da BNCC que os apresentam em cada ano do ensino e dentro de cada bloco do conhecimento, mostrando-se mais incisivos sobre o que ensinar em cada ano/série.
II – Nos PCN enfatiza-se mais claramente que o ensino deve ser contextualizado e interdisciplinar.	Há maior ênfase nas escritas dos PCN e da RCNEI que há a necessidade de se ensinar de forma interdisciplinar e contextualizada.
III – Diferenças entre os temas que todas as áreas do conhecimento devem trabalhar, assim como apresentam nomenclaturas diferentes para denominá-los.	*Temas transversais para os PCN (1998b):* ética, saúde, orientação sexual, meio ambiente e pluralidade cultural. *Temas integradores BNCC (2015a):* consumo e educação financeira; ética; direitos humanos e cidadania; sustentabilidade; tecnologias digitais; e culturas africanas e indígenas.

IV – A BNCC, em seu documento preliminar, apresenta somente um único volume para os três níveis de escolaridade obrigatória.	Há um único documento que trata dos três níveis de ensino (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), da base legal/parte introdutória, dos temas transversais/integradores e das áreas do conhecimento.
V – Diferença de segmentação dos blocos de conhecimento (PCN), temas estruturantes (PCNEM) e eixos de conhecimento (BNCC).	*PCN (1998b) blocos de conhecimento:* números e operações; grandezas e medidas; espaço e formas; tratamento de informações. *PCNEM (2000) temas estruturantes:* álgebra: números e funções; geometria e medidas; análise de dados. *BNCC (2015a) eixos de conhecimento:* geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade; números e operações; álgebra e funções.
VI – Há diferenças entre os objetivos/competências gerais de Matemática da Educação Infantil e do Ensino Médio.	Os documentos da Educação Infantil - RCNEI e do Ensino Médio - PCNEM são estruturados de forma diferentes da nova base curricular BNCC, tendo em vista que a RCNEI põe em voga a área de Matemática e a BNCC trata como campos de experiências, no Ensino Médio os conteúdos matemáticos são tratados como competências e habilidades.
VII – Os PCN utilizam a linguagem “série” para o Ensino Fundamental e “ano” para o Ensino Médio; já a BNCC utiliza para o Ensino Fundamental e Médio o termo “ano”.	Os PCN no Ensino Fundamental dividem-se em séries, indo da 1ª (primeira) série até a 8ª (oitava) série. O Ensino Médio, para esse documento, divide-se em três anos, começando no 1º (primeiro) e indo até o 3º (terceiro) ano. A BNCC divide toda escolaridade obrigatória em anos, indo do 1º (primeiro) ano do Ensino Fundamental até o 12º ano do Ensino Médio.
VIII – Nomenclatura diferente das áreas de conhecimento.	*PCN (1998a): Música;* Artes Visuais; Linguagem Oral e Escrita; Natureza e Sociedade; Matemática; Movimento. *PCN (1998b):* Língua Portuguesa; Matemática; História; Educação Física; Geografia; Ciências da Natureza; Artes; Linguagem Estrangeira. *PCNEM (2000):* Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias. *BNCC (2015a):* Linguagens; Matemática; Ciências da Natureza; Ciências Humanas;

Fonte: VERONEZE et al, 2016.

As tabelas demarcam momentos no qual o movimento da educação (que transitou entre os PCNs e BNCC), em especial com a componente da matemática, se fez no cenário nacional de sugestões curriculares. No próximo capítulo, vamos observar como a matemática pode ser utilizada no ensino de pessoas autistas.

4. TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISTA E EDUCAÇÃO

Este trabalho de dissertação apresenta elementos com o objetivo de contribuir com a inclusão de alunos e alunas com o Transtorno do Espectro Autista (TEA) na educação básica. Utilizando a componente da matemática como mediadora das situações de aprendizagens e alicerçando nosso estudo na literatura epistêmica deste tema, procuramos visibilizar esse grupo de pessoas com necessidades especiais como forma potente para maximizar a discussão sobre o assunto na comunidade escolar.

Assim, este capítulo apresenta três momentos ambientados pela inclusão dos alunos e alunas no espectro do autismo, escola e a disciplina da matemática. Para isso apresentamos os seguintes subitens: Educação Inclusiva no Brasil, onde dialogamos com os principais momentos e conquistas para a área; Transtorno do Espectro do Autismo, o qual informamos suas principais características; TEA e o Ensino da Matemática, o qual procuramos pontuar como a componente da matemática pode ser um agente potente para a inclusão de pessoas com TEA.

4.1 Educação Inclusiva no Brasil

Nesta pesquisa queremos destacar a luta constante, permanente e histórica que as pessoas com deficiência vêm travando ao longo dos tempos. Para Sánchez (2005) a reflexão dos momentos históricos de segregação, exclusão e até violência com as pessoas com deficiência, são demarcados por uma falta de conhecimento a respeito da temática. Pois estas pessoas e seus corpos foram reprimidos e praticamente isolados, privando-os de estímulos que pudessem ajudar em seu desenvolvimento cognitivo, intelectivo e motor.

Inúmeras ações foram tomadas para remar contra a segregação e exclusão das pessoas com necessidades especiais, Lillard (2017) destaca o marco inicial de Maria Montessori, o qual se empenhou em dar visibilidade para estas pessoas, além disso ela também descreve o método de Montessori que por meio do estímulo certo, as crianças poderiam se desenvolver fisicamente e mentalmente como qualquer outra pessoa. Certamente estudos com essa dimensão devem ser divulgados em diferentes veículos de comunicação, principalmente para o campo educacional inclusivo.

Assim, inúmeros diálogos foram colocados em cena a favor desta temática, influenciando diretrizes, políticas e métodos educacionais. Demarcamos para este estudo o cenário brasileiro na década de 1990 onde observamos como estas influências se movimentaram frente às políticas educacionais da nossa nação. Inicialmente podemos observar tal movimento com a reformulação da Constituição Federal de 1988, onde as pessoas com deficiência tiveram seu direito de ingressar em escolas de ensino regular garantido por lei, assim como também atendimento especializado.

Posteriormente, mais precisamente no ano seguinte, foi promulgada a Lei nº. 7.853/89 que dentre outras providências garantia o ingresso de pessoas com deficiência no ensino público e previa penalidades para casos de recusas e abusos (BRASIL, 1989). Os esforços, que nesta época, foram destinados a debates, reinvindicações e outras iniciativas visando conscientizar a sociedade sobre a importância do respeito às diferenças e lutar por igualdade e condições dignas de existência resultaram em leis como o ECA (BRASIL, 1990), um marco regulatório dos direitos humanos das crianças e dos adolescentes, que em seu texto também declarava os direitos daqueles e daquelas com deficiência.

O tema inclusão escolar tornou-se objeto de debate com maior notoriedade no Brasil na década de 90, influenciado e influenciando o mundo, pois "foi no início desta década que o país concordou com a Declaração Mundial de Educação para Todos", firmada em Jomtiem, na Tailândia (URBANEK e ROSS, 2011, p. 79).

Para tanto, vamos pontuar como as políticas públicas nacionais foram se modificando para atender as práticas inclusivas necessárias em nossa sociedade. Para Sassaki (1998) as práticas inclusivas são ambientadas por uma nova idealização de sociedade, gerando transformações, físicas (espaciais e estruturais) na mentalidade das pessoas, incluindo aquelas com necessidades especiais.

Adotamos para este trabalho o conceito de que a inclusão não pode ser definida em situações fechadas ou estanques, ela tem marcas fortes frente aos trabalho gradual, coletivo e principalmente colaborativo, pois para o "o ensino inclusivo a prática da inclusão é de todos – independentemente de seu talento, deficiência, origem socioeconômica ou origem cultural – em escolas e salas de aula provedoras, onde todas as necessidades dos alunos são satisfeitas" (KARAGIANNIS; STAINBACK; STAINBACK, 1999, p. 21).

Ao termo inclusão, nos remete aceitar todas as pessoas (crianças, adolescentes, adultos e idosos) como seres humanos, mas diferentes entre si. Essas diferenças individuais existem entre todos os seres humanos, portanto, não seria coerente, dentro do conceito de inclusão, classificar, categorizar ou até segregar grupos de pessoas como sendo especiais, justamente porque possuem déficits sensoriais motores, intelectuais, afetivos ou comportamentais (CAMARGO et al., 2013). Uma vez que em nossa sociedade, todos possuem algum tipo de déficits, em alguma área ou habilidade.

Para Sassaki (1998) uma educação inclusiva significa oportunizar aos alunos e alunas, incluindo aqueles com necessidades especiais, a prestação de um serviço eficaz, de qualidade e satisfatório, respeitando a individualidade de cada um. Esta visão de educação inclusiva carrega elementos históricos, políticos e ideológicos que devem transversalizar todas as áreas de ensino da educação básica.

Com o início dos anos de 1990, o Brasil acompanhou o movimento internacional da educação inclusiva, o qual preconizava que todas as pessoas deveriam estar inseridas nos mesmos espaços escolares e respectivamente ao mesmo tempo. Então, esta passou a ser uma obrigatoriedade nas escolas brasileiras. Assim, passou a se discutir a garantia do direito à educação das pessoas com deficiência, transtorno global do desenvolvimento e com altas habilidades ou superdotados, segundo os marcos legais, da Organização das Nações Unidas (ONU).

> "Inclusão e participação são essenciais à dignidade e ao desfrute e exercício dos direitos humanos. No campo da educação, estas concepções refletem-se no desenvolvimento de estratégias que procuram alcançar uma genuína igualdade de oportunidades. A experiência em muitos países demonstra que a integração de crianças e jovens com necessidades educativas especiais é atingida mais plenamente nas escolas inclusivas que atendem todas as crianças da respectiva comunidade. É neste contexto que os que têm necessidades educativas especiais podem conseguir maior progresso educativo e maior integração social." (UNESCO, 1994, p.11)

Assim foi promovido uma série de debates acerca desta vertente inclusiva no cenário escolar. Para tanto, em 1994 na Conferência de Salamanca, localizada na Espanha, foi feita uma declaração que orientava as políticas, princípios e práticas da educação Especial dentro das Políticas Públicas da educação. A partir daí, a inclusão de pessoas com necessidades educacionais especiais foi considerada, não somente visando a socialização, mas também a inserção em salas de aula regulares, como a ação modelo para a real democratização do acesso à educação e combate à discriminação.

> "As deficiências e as doenças são condições, definitivas ou transitórias, que implicam em determinadas necessidades, que são chamadas de especiais – NE - se não forem compartilhadas pela maioria das pessoas. Caso essas necessidades especiais não possam ser atendidas pelos meios tradicionais de ensino, por demandarem uma série de recursos e estratégias de caráter mais especializado por parte da instituição, elas passam a denominar-se de necessidades educacionais especiais - NEE." (FERREIRA, 2007, p.44)

Neste mesmo ano, no Brasil, foi publicada a política nacional de educação especial (BRASIL, 1994) que orientava as atividades curriculares do ensino básico, para o mesmo ritmo que os alunos neurotípicos. Foi por meio desta que os com necessidades educacionais especiais firmaram seu direito de frequentar os mesmos espaços educacionais de maneira coletiva e plural.

Em 1996 com a criação da LDB em seu artigo 59 a lei assegura que as instituições escolares deveriam oportunizar aos alunos condições didático-pedagógicas que atendam suas necessidades específicas; garante a aprovação do aluno para o próximo nível de ensino; valida o direito para acelerar os estudos aos superdotados, para conclusão do seu nível básico. Essa lei atribui às redes de ensino o dever de disponibilizar currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades e promover uma postura educativa igualitária entre todos (BRASIL, 1996).

No último ano do século XX, o decreto nº 3.298 (BRASIL, 1999) versou sobre a disposição da Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, trazendo a educação especial como uma modalidade transversal de todos os níveis de ensino. Esse decreto enfatiza a atuação complementar da educação especial ao ensino regular e concede a utilização da terminologia "portar" ou "portador". Cabe aqui justificarmos o desuso desta expressão na atualidade, o verbo portar tem o sentido de "carregar consigo", logo uma pessoa portadora de deficiência seria alguém que leva consigo uma deficiência, como se tal característica fosse algo à parte de seu ser, existindo a possibilidade de deixar de ser um(a) portador(a).

No ano de 2001 a resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE) orientava em seu artigo 2º que "Os sistemas de ensino devem matricular todos os alunos, cabendo às escolas organizar-se para o atendimento aos educandos com necessidades educacionais especiais, assegurando as condições necessárias para uma educação de qualidade para todos" (BRASIL, 2001a). Para este mesmo ano, ainda foi criado o Plano Nacional de Educação – Lei nº 10.172 (BRASIL, 2001b), destaca "o grande avanço que a década deveria produzir seria a construção de uma escola inclusiva que garanta o atendimento à diversidade humana". Notamos que as políticas públicas voltadas para a educação formal passavam por inúmeras reformas, visando a melhoria do atendimento dos alunos com necessidades especiais.

A Resolução CNE/CP 1 (BRASIL, 2002a), que estabelece Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, define que as instituições de ensino superior devem prever, em sua organização curricular, formação docente voltada para diversidade e que contemple conhecimentos sobre especificidades dos alunos com necessidades educativas especiais. Este sem dúvidas foi um grande avanço, pois a inclusão deste tema na formação inicial dos graduandos poderia causar um impacto positivo na educação formal.

Nesse contexto, a Lei Nº 10.436 (BRASIL, 2002b) reconheceu a Língua Brasileira de Sinais como meio legal de comunicação e expressão, devendo esta ser parte integrante do currículo nos cursos de formação de professores e de fonoaudiologia. Em relação ao Braile em classes, houve a Portaria Nº 2.678 (BRASIL, 2002c) do MEC que aprovou normas para o uso, o ensino e a difusão do Braile em todas as modalidades de educação.

Na trilha deste movimento, (BRASIL, 2011) implementou em cenário nacional o Programa Educação Inclusiva: Direito á Diversidade, que visava estimular a transformação dos sistemas de ensino para uma vertente mais inclusiva. Este, que além de assegurar a presença do aluno com necessidade especial na escola, também assegurava a formação continuada do professor para atuar na propagação de uma educação inclusiva.

No ano de 2004, (BRASIL, 2004) regulamentou as Leis Nº 10.048 e Nº 10.098 que estabeleciam normas gerais para a acessibilidade das pessoas com deficiência na ambientação das escolas, reafirmando o direito à escolarização de alunos com e sem deficiência no ensino básico e estabeleceram procedimentos para a acessibilidade das pessoas com deficiência ou com mobilidade reduzida. Importante passo assegurado, pois a independência da locomoção é um importante componente para o trabalho da inclusão.

Nos últimos anos foram implementadas e idealizadas ações a favor da inclusão de pessoas com necessidades especiais. (BRASIL, 2006) orientou a criação dos Núcleos de Atividade das Altas Habilidades/Superdotação – NAAH/S por parte dos Estados, que tinha como objetivo o atendimento educacional especializado, orientando famílias e estimulando ações para a formação continuada de professores. No mesmo ano, a Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência, aprovada pela ONU, e que da qual, o Brasil é membro, estabeleceu normas inclusivas para todos os níveis de ensino.

Poucos meses depois, no ano posterior, foi publicado o Decreto Nº 6.094 (BRASIL, 2007) que estabeleceu diretrizes para o compromisso de Todos pela Educação[20], em que garantia o acesso e permanência de todos na escola. O Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) foi decisivo para incentivar a formação de professores para a educação especial, e implementar salas de recursos multifuncionais, acessibilidade nos prédios escolares e o acesso e permanência das pessoas com deficiência na educação superior.

Diante deste movimento, foi idealizado no cenário nacional, com a justificativa de maximizar a qualidade do serviço prestado para as pessoas com necessidades especiais a

[20] Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação criado pela União Federal, em regime de colaboração com Municípios, Distrito Federal e Estados, e a participação das famílias e da comunidade, mediante programas e ações de assistência técnica e financeira, visando a mobilização social pela melhoria da qualidade da educação básica.

implantação do Atendimento Educacional Especializado (AEE) na escola comum (BRASIL, 2007), com o objetivo de colaborar com a rotina da escola. Este AEE ainda está em vigor em inúmeros municípios e estados da nação, e conta com um profissional formado para determinado fim.

Dois anos após o surgimento dos AEE, foi instituído as Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial, e estabelecendo as diferentes maneiras de atendimentos (BRASIL, 2009). Ademais, (BRASIL, 2011) foi decisivo para obter fundos para a sustentabilidade da política inclusiva, pois este direcionava verbas do (FUNDEB) para escolas que detinham efetivamente alunos e alunas com necessidade especiais matriculados e recebendo atendimento educacional especializado. Anos depois, instituiu-se a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015b), mais conhecida como Estatuto da Pessoa com Deficiência.

Diante deste espaço cronológico de tempo, em que o movimento para uma educação inclusiva para as pessoas com necessidade especiais se fez e que ainda se faz presente, é que compactuamos com Carvalho (2010), o qual informa que devemos sempre estar prontos para dialogar afim de promover novos métodos educacionais, utilizar novas linguagens e não nos sentirmos satisfeitos ao nos depararmos com modelos prontos, pré-estabelecidos. Não devemos ter medo de errar, a busca por um ambiente educacional juntamente com as práticas pedagógicas ideais para aqueles e aquelas com necessidades educacionais especiais é naturalmente norteada pela especificidade daqueles(as) que constituem a comunidade escolar.

> "Conforme estimativas, mais de um bilhão de pessoas vivem com algum tipo de deficiência, o que representa cerca de 15% da população mundial [...] cerca de 785 milhões de pessoas (15,6%) com 15 anos ou mais vivem com algum tipo de deficiência, enquanto a Carga Global de Doenças estima um número em torno de 975 milhões de pessoas (19,4%). Destes, a Pesquisa Mundial de Saúde estima que 110 milhões de pessoas (2,2%) possuem uma significativa dificuldade funcional, enquanto a Carga Global de Doenças estima que 190 milhões de pessoas (3,8%) possuem "deficiência severa" – o equivalente a deficiência determinada por tetraplegia, depressão severa ou cegueira. Somente a Carga Global de Doenças mede a deficiência infantil (de 0 a 14 anos) que é estimada em 95 milhões de crianças (5,1%), das quais 13 milhões (0,7%) têm "deficiência severa". (WHO, 2011)

De acordo com as informações do censo realizado em 2010 pelo IBGE, no Brasil, cerca de 46 milhões de pessoas possui algum grau de dificuldade em enxergar, ouvir, locomover-se ou tem alguma deficiência mental/intelectual. Se considerarmos apenas as pessoas que apresentam grande ou total dificuldades para enxergar, ouvir e locomover-se com as que possuem alguma deficiência mental/intelectual, temos mais de 12,5 milhões de brasileiros com deficiência. As estatísticas nos mostram que 1,4% da população, em 2010 demonstrava alguma deficiência mental/intelectual, o que resulta em aproximadamente 2,5 milhões de pessoas (IBGE, 2010). É uma quantidade bastante numerosa e que nos faz questionar se cada uma destas pessoas foi amparada pelo Estado com uma educação de qualidade, se seu direito à igualdade de oportunidades com as demais pessoas foi garantido.

Com infelicidade, não temos dados recentes da quantidade de pessoas com necessidades educacionais especiais no Brasil, devido ao adiamento do censo demográfico que seria realizado em 2020. Todavia podemos apresentar informações sobre a educação especial do censo escolar realizado pelo INEP (BRASIL, 2020) que indicou o número de matrículas da educação especial[21]:1,3 milhão em 2020, um aumento de 34,7% em relação a 2016 conforme observamos na Tabela 3. Além do mais, se considerarmos o total de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados nas escolas do Brasil, 93,3% estão incluídos em salas comuns, tomando apenas aqueles de 4 a 17 anos.

Percebemos, assim como no retrato da educação básica brasileira, que o ensino na educação básica para as pessoas com deficiência requer medidas e ações que visem a sua real democratização.

Tabela 3: Número de matrículas da educação especial por etapa de ensino, segundo o ano – 2016-2020

Ano	Etapa de Ensino					
	Total	Educ. Inf.	Ens. Fund.	Ens. Méd.	Prof. Con/Sub	EJA
2016	971.372	69.784	709.805	75.059	2.899	113.825
2017	1.066.446	79.749	768.360	94.274	3.548	120.515
2018	1.181.276	91.394	837.993	116.287	5.313	130.289
2019	1.250.967	108.000	885.761	126.029	4.784	126.438
2020	1.308.900	110.738	911.506	148.513	6.206	131.937

Fonte: Elaborada por Deed/Inep com base nos dados do Censo da Educação Básica e Censo Escolar.

Nesta dissertação alertamos para nosso colegiado de professores que se torna objetivo fulcral fazer a lei ser cumprida nos espaços escolares, para isso é essencial que educadores se disponham e possibilitem a educação inclusiva nas escolas e comunidades. Pois os alunos e alunas com necessidades educacionais especiais não são sujeitos passivos e incapazes, eles podem se tornar autônomos e emancipados.

21 Matrículas de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e/ou altas habilidades/superdotação em classes comuns (incluídos) ou em classes especiais exclusivas.

No item a seguir, discutiremos o Transtorno do Espectro Autista – TEA e suas facetas em nossa sociedade, desafios, realidades, conquistas, características, as informações que temos e o que, infelizmente, ainda não sabemos. Tal temática carece de mais debates e ações dentro da comunidade escolar e a sociedade como um todo, uma vez que muitas pessoas autistas neste país não têm suas diferenças consideradas e respeitadas. Iremos também ponderar como a matemática pode ser utilizada no ensino de pessoas autistas.

4.2 Transtorno do Espectro Autista – TEA

Tratar desta temática de estudo se faz uma tarefa desafiadora no sentindo de que inúmeros estudos apontam que ainda estamos entendendo o processo de desenvolvimento desta síndrome em cada sujeito (ASPERGER, 1944; APA, 2014; RONALD e HOEKSTRA, 2011). Também se torna uma pesquisa motivadora, pois julgamos importante a contribuição da área da Matemática para este público devido à alta incidência de seu desenvolvimento em todo o mundo (APA, 2014).

Aqui apresentamos as principais características deste transtorno, seus limites e possíveis possiblidades de intervenção partindo do pressuposto educacional. A Associação de Psiquiatria Americana (APA) considera o Transtorno do Espectro Autista (TEA) como um conjunto de distúrbios no desenvolvimento neurológico do indivíduo, o qual pode comprometer as habilidades sociais (comunicação e comportamentos) (APA, 2014). Embora definida desta maneira, as características físicas dos sujeitos com TEA podem variar muito, existindo indivíduos com deficiência intelectual (DI) grave ou baixo e pessoas com quociente de inteligência (QI) normal, podendo levar uma vida independente. Além disso, podem apresentar uma série de outros fatores preponderantes, como hiperatividade, distúrbios de sono, problemas gastrintestinais e epilepsia (APA, 2014). É comum observarmos em uma pessoa autista movimentos repetitivos (estereotipias), uma certa rigidez cognitiva e/ou resistência em sair da sua rotina e enfrentar algo novo.

Não existe exame laboratorial conclusivo para identificar o TEA, o diagnóstico é obtido mediante avaliação clínica. Não é à toa que a palavra espectro está presente na denominação deste transtorno: cientificamente ela transmite a ideia de amplitude/intensidade, ou seja, o fato de inúmeras pessoas estarem no espectro do autismo não as tornam iguais perante os sintomas e características do transtorno. Durante o processo de diagnóstico:

> “[...] há necessidade de compreender o perfil intelectual (frequentemente irregular) de uma criança ou um adulto com transtorno do espectro autista para interpretar as características diagnósticas. São necessárias estimativas separadas das habilidades verbal e não verbal (p. ex., uso de testes não verbais sem cronometragem para avaliar potenciais pontos fortes em indivíduos com linguagem limitada).” (*APA*, 2014, p.51)

Por isto é essencial pesquisar bem e analisar com rigor as opções disponíveis de profissionais para realizar o diagnóstico e assim priorizar aqueles que são especialistas em TEA e preferencialmente tenham experiência em trabalhar com pacientes na faixa etária em questão. No Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais encontramos a Tabela 4 que elenca e explica como os especificadores de gravidade podem ser usados para descrever, de maneira sucinta, a sintomatologia atual. “As categorias descritivas de gravidade não devem ser usadas para determinar a escolha e a provisão de serviços; isso somente pode ser definido de forma individual e mediante a discussão de prioridades e metas pessoais” (APA, 2014, p. 92).

O acompanhamento com terapias e intervenções profissionais devidamente orientadas e com tempo adequado de aplicação é essencial para o bom desenvolvimento e autonomia da pessoa autista. Eis o objetivo da divisão em níveis, para termos uma noção da frequência e intensidade do suporte que deve ser disponibilizado para ajudar na funcionalidade e adaptação da criança, jovem ou adulto autista.

Tabela 4: Níveis de gravidade para transtorno do espectro autista.

Nível de gravidade	**Comunicação social**	**Comportamentos restritos e repetitivos**
Nível 3 “Exigindo apoio muito substancial”	Déficits graves nas habilidades de comunicação social verbal e não verbal causam prejuízos graves de funcionamento, grande limitação em dar início a interações sociais e resposta mínima a aberturas sociais que partem de outros. Por exemplo, uma pessoa com fala inteligível de poucas palavras que raramente inicia as interações e, quando o faz, tem abordagens incomuns apenas para satisfazer a necessidades e reage somente a abordagens sociais muito diretas.	Inflexibilidade de comportamento, extrema dificuldade em lidar com a mudança ou outros comportamentos restritos/repetitivos interferem acentuadamente no funcionamento em todas as esferas. Grande sofrimento/dificuldade para mudar o foco ou as ações.
Nível 2 “Exigindo apoio substancial”	Déficits graves nas habilidades de comunicação social verbal e não verbal; prejuízos sociais aparentes mesmo na presença de apoio; limitação em dar início a interações sociais e resposta reduzida ou anormal a aberturas sociais que partem de outros. Por exemplo, uma pessoa que fala frases simples, cuja interação se limita a interesses especiais reduzidos e que apresenta comunicação não verbal acentuadamente estranha.	Inflexibilidade do comportamento, dificuldade de lidar com a mudança ou outros comportamentos restritos/repetitivos aparecem com frequência suficiente para serem óbvios ao observador casual e interferem no funcionamento em uma variedade de contextos. Sofrimento e/ou dificuldade de mudar o foco ou as ações.
Nível 1 “Exigindo apoio”	Na ausência de apoio, déficits na comunicação social causam prejuízos notáveis. Dificuldade para iniciar interações sociais e exemplos claros de respostas atípicas ou sem sucesso a aberturas sociais dos outros. Pode parecer apresentar interesse reduzido por interações sociais. Por exemplo, uma pessoa que consegue falar frases completas e envolver-se na comunicação, embora apresente falhas na conversação com os outros e cujas tentativas de fazer amizades são estranhas e comumente malsucedidas.	Inflexibilidade de comportamento causa interferência significativa no funcionamento em um ou mais contextos. Dificuldade em trocar de atividade. Problemas para organização e planejamento são obstáculos à independência.

Fonte: (APA, DSM-V, 2014)

Na Tabela 4, percebemos que “O uso do DSM-V por indivíduos que não atuam na área clínica, ou cuja formação ou treinamento na área é insuficiente, para avaliar a presença de um transtorno mental não é recomendado.” (*APA*, 2014, p. 25). Desta forma é cogitada a possibilidade de os fatores ambientais promoverem mecanismos para o gatilho de desenvolvimento do transtorno, como no caso de infecções ou uso de determinados medicamentos durante o período de gestação do feto. Outro ponto levantado é que o TEA pode ser contraído de maneira hereditária, com estudos apontando em “cerca de 50 a 90% dos casos, tendo este sujeito apresentado tal característica genética” (RONALD e HOESKSTRA, 2011).

A terminologia autos, que significa “a si mesmo”, e ismo, que significa “ação ou estado” foi utilizada pela primeira vez pelo pesquisador Eugen Bleuer, em 1911, onde foi empregado como justificativa para o isolamento social de pessoas com esquizofrenia. Em 1943, Leo Kanner, empregou este termo devido a observação comportamental de 11 crianças que tinham distúrbios mentais. Anos depois Has Asperger descreve estes termos para aludir ao comportamento talentoso de seus pacientes. Perceba que a construção da terminologia vem se adequando e se modificando diante dos dados pesquisados dos autores, e que atualmente ainda encontramos uma heterogeneidade na forma como se apresenta e se combinam os sintomas para a nomenclatura do espectro do autista.

Aqui adotaremos a concepção da APA (2014) para nos remeter o TEA.

> “O transtorno do espectro autista caracteriza-se por déficits persistentes na comunicação social e na interação social em múltiplos contextos, incluindo déficits na reciprocidade social, em comportamentos não verbais de comunicação usados para interação social e em habilidades para desenvolver, manter e compreender relacionamentos. Além dos déficits na comunicação social, o diagnóstico do transtorno do espectro autista requer a presença de padrões restritos e repetitivos de comportamento, interesses ou atividades.” (*APA*, 2014, p. 31).

O TEA não se enquadra como transtorno degenerativo, assim a apreensão de diversas aprendizagens pode ser múltipla e complexa ao longo de sua vida. Porém, para que isso ocorra se faz necessário intervenção precoce para estimular tais aprendizagens. No Brasil, ainda que os pais percebam e/ou suspeitem com poucos meses de vida que seu filho ou filha possua características atípicas ao interagir, brincar, andar e/ou ao usar a linguagem, é comum dentre aqueles que comprovadamente possuem TEA serem diagnosticados com 5, 6 anos de idade ou até mais. Os casos de diagnósticos tardios se arrastam por anos quando as crianças não apresentam níveis elevados de dificuldades de comunicação e desenvolvimento, como o nível 3 do TEA. (SILVA, MULICK, 2009; HERNÁNDEZ et al., 2005).

A Associação Americana de Psiquiatria afirma que cerca de 70% das pessoas com Transtorno do Espectro Autista apresentam também deficiência intelectual. E quanto mais cedo a criança for acompanhada de maneira contínua com intervenções visando seu desenvolvimento cognitivo, as chances de uma melhora no quadro de seu funcionamento adaptativo até a fase adulta são significativas.

É possível compreender que os serviços e programas oferecidos como forma de tratamento devem ser guiados e embasados por uma equipe multiprofissional, e preferencialmente utilizando instrumentos padronizados e validados pela comunidade científica e órgãos competentes. Como por exemplo CARS (Escala de avaliação para Autismo Infanil), ATA (Avaliação de Traços Artísticos), Inventário Portage Operacionalizado ASQ, (Questionário de Triagem para Autismo), Perfil Psicoeducacional – (PEP-3), Behavioural Observation Scale for Autism de Freeman – BOS.

Não existem pesquisas estatísticas que contabilizam a quantidade de pessoas autistas brasileiras. Infelizmente mesmo diante de mobilizações que prezam pela conscientização a favor da inclusão e informação acerca de pessoas com TEA, faltam instituições sérias comprometidas a realizarem este levantamento de suma importância. A comunidade defensora dos direitos das pessoas com TEA, formada por pais, educadores, advogados, autistas e familiares reivindica, há anos, ao IBGE a presença de uma questão sobre autismo no questionário aplicado no censo. Conforme a pesquisa realizada em 2014, mas divulgada em 2018 pelo Centers for Disease Control and Prevention – CDC[22], a incidência do autismo nos Estados Unidos, ocorreu na razão de 01 caso para cada 59 nascimentos. Segundo estimativa global da ONU, 1% da população está no Espectro, considerando que em 2018 o Brasil teria 208 milhões de habitantes (IBGE), de acordo com tais informações podemos ter, aproximadamente, 2 milhões de pessoas autistas no Brasil.

Com o propósito incansável de frisar o quão importante é o acompanhamento e a atenção dada à infância para um melhor desenvolvimento, citamos o documento intitulado: Política Nacional de Atenção Integral à Saúde da Criança (BRASIL, 2015c), que contava em suas principais ações, segundo Savall e Dias (2018, p. 92):

> o acompanhamento do crescimento e do desenvolvimento infantil. Por sua vez, para melhorar a atenção e intensificar a detecção precoce do TEA, o Ministério da Saúde estabeleceu uma linha de cuidado para a atenção às pessoas com TEA e suas famílias na rede de atenção psicossocial do Sistema Único de Saúde (SUS) e fixou as diretrizes de atenção à reabilitação, visando ampliar o acesso e a qualificação da atenção à pessoa com TEA.

4.3 TEA e o Ensino de Matemática

Como vimos anteriormente, os estímulos apropriados no tempo certo, podem ser decisivos para amenizar diferentes ramificações sintomáticas deste transtorno e estimular um

[22]Disponível em: < https://www.cdc.gov/mmwr/volumes/67/ss/ss6706a1.htm>. Acesso em: 13 de nov. 2021.

desenvolvimento em uma rotina de vida autônoma e mais interativa. Para isso, uma das ações necessárias para tal propósito se destaca no campo educacional. E a escolarização, guiada frente ao processo inclusivo, pode ser uma alternativa potente para estimular os aspectos sócio interacionais para as pessoas que estão no TEA.

O TEA tem uma dominante representatividade tomada pela dificuldade de interação social. Algumas teorias foram desenvolvidas, no campo pedagógico, para ajudar amenizar os efeitos do TEA nos indivíduos. Aqui podemos destacar a Teoria da Mente TOM (BARON-COHEN, 1996), a Teoria da Coerência Central dentre outras que contribuem frente ao cenário da educação formal de pessoas no TEA. Segundo Tonelli (2011, p. 127):

> [...]TOM não se refere, de fato, a uma "teoria", mas a uma habilidade mental automática de se atribuir estados mentais a si mesmo e a outros indivíduos, com a finalidade principal de compreensão e predição de seus comportamentos. É importante destacar o papel da "automaticidade" desta habilidade, de maneira semelhante ao que ocorre, por exemplo, com os processos de decodificação de estímulos sensoriais ambientais, nos quais também não ocorrem elaborações teóricas acerca do mundo, mas a disponibilização imediata, automática e espontânea de uma "versão" do mesmo que permita uma resposta comportamental adaptativa.

O TOM foi apontado em estudos de neurocognição como um dos possíveis marcadores endofenotípicos de TEA (NÝDEN et al., 2011), no entanto, os múltiplos fatores associados ao desenvolvimento deste transtorno dificulta um enquadramento preciso. Pessoas que estão no Espectro Autista demonstram dificuldades em desenvolver habilidades da TOM e da coerência central, de acordo com Varanda e Fernandes (2011, p. 143):

> A coerência central refere-se ao estilo de processamento, focado em detalhes, proposto para caracterizar os transtornos do espectro autístico. Em geral, essa habilidade é avaliada por meio de testes que requerem o desempenho em tarefas que exigem o estilo cognitivo de processamento focado em detalhes (característico dos sujeitos no espectro autístico) em detrimento do estilo de processamento global (esperado entre sujeitos de desenvolvimento típico). As crianças com autismo tendem a ter melhor desempenho em tarefas que necessitem processar partes de informações, sem terem de levar em consideração o todo, quando comparadas às crianças de desenvolvimento típico.

Muitos autores apontam que o ensino e as aprendizagens são dois momentos que se coadunam para dar significado as significâncias. No entanto, muitos alunos com TEA podem encontrar dificuldades para ingressar no ensino regular, estas dificuldades, passam a compor a rotina de dinamicidade da escola (horas das aulas, intervalos etc.) e o dia-dia pedagógico do docente.

Como já explanado no item anterior, as instituições formais devem trabalhar em uma ótica inclusiva que tenha a possibilidade de flexibilizar currículos diante dos seus projetos políticos pedagógicos e de percorrer caminhos em oferecer uma formação continuada para os docentes. Pois o professor prefigura como elemento de grande importância neste processo, este que é munido de uma missão para perceber dificuldades, limitações e estimular as potencialidades, pelos gostos, estímulos e interações que favorecem ao processo educativo.

> A formação continuada deve ser objetivo de aprimoramento de todo professor, porque o educador deve acompanhar o processo de evolução global, colocando a educação passo a passo no contexto de modernidade, tornando-a cada vez mais interessante para o aluno, a fim de que ele possa compreender que, na escola, ele aperfeiçoa sua bagagem. É nesse processo que o professor pode ver e rever sua prática pedagógica, as estratégias aplicadas na aprendizagem dos alunos, os erros e acertos desse processo para melhor definir, retomar e modificar o seu fazer de acordo com as necessidades dos alunos (FUMEGALLI, 2012, p. 40).

Aqui queremos pontuar que a participação do professor se faz como um dos agentes promotores para o tratamento do TEA, e não colocar tamanha responsabilidade apenas nos ombros dos professores (estes que carregam enormes responsabilidades como: salas de aulas lotadas, ambientes escolar quente, falta de material pedagógico, defasagem salarial para seu nível de formação e dentre tantos outros sintomas), pois concordamos que "... nenhum modelo teórico, sozinho, explica de forma abrangente e satisfatória a complexidade desse transtorno – eis a razão pela qual a necessidade do trabalho em equipe e o respaldo da pesquisa" (BOSA, 2002, p. 37).

Tomando como base essa perspectiva, a disciplina de matemática carrega elementos que podem ajudar a estimular os processos educativos dos educandos com TEA. Pois esta, por meio de seu conteúdo, pode ajudar aos alunos a fazer conexões sistemáticas das partes para entender o todo, auxiliando seu desenvolvimento na área do raciocínio lógico, raciocínio abstrato, interpretações de situações problemas e ajudar no cumprimento de regras sociais.

Por muitas vezes o ensino de matemática na educação básica pode ser considerado pelos estudantes como uma disciplina difícil, trabalhosa ou desconexa com sua realidade, e que este pode ser um fator complicador frente a proposta inclusiva para os alunos no TEA. No entanto, muitas pesquisas vêm trilhando percursos exitosos para desmistificar a disciplina de matemática como componente complicadora da educação básica. Por exemplo, a pesquisa de Alvarenga e Telmo (2012) informa que atividades realizadas com alunos do 5º ano em uma escola pública, estes tendo necessidades especiais diferenciadas, aferiram que um aluno autista demonstrou interesse em atividades de raciocínio lógico matemático e que ele executou a atividade com êxito e se destacou no meio dos demais.

Baleixo (2016) divulgou em sua pesquisa que a matemática tem potência para estimular tanto o cérebro da criança com elevação de sua compreensão da linguagem matemática como também a interação social dela. Uma das possibilidades encontradas para a utilização de atividades práticas que abordem os conteúdos matemáticos, é a utilização do lúdico como elemento condutor da atividade.

A didática empregada nas atividades pedagógicas em sala de aula deve ser adaptada para os estudantes autistas incluídos na rotina escolar regular, mas para isto deve-se conhecer a forma como ele(as) pensam e melhor compreendem (ADKINS E LARKEY, 2013). Grandin e Panek (2015) caracterizam os três tipos de mentes, as que pensam por imagens, por padrões ou por palavras. Nos anos finais do ensino fundamental II, 4º e 5º anos, já é possível identificar qual a predisposição do cérebro da criança para um destes tipos de pensamento.

Munidos de conhecimentos e sensibilidade o professor se dispõe a ensinar um(a) aprendente com TEA. Adkins e Larkey (2013) destacam a importância de uma abordagem funcional dos saberes matemáticos, interligando conceitos com o cotidiano, mas segundo Baker et al. (2015) o conteúdo acadêmico adequado para o nível de escolaridade não deve ser negligenciado. Temos no ensino da álgebra um campo de desafios, visto que a abstração desta unidade temática não é facilmente compreendida pelos(as) estudantes com TEA. Tal dificuldade pode estar relacionada tanto com o não direcionamento das metodologias aplicadas no processo ensino aprendizagem ao tipo de pensamento do(a) educando como ao desconhecimento, por parte do professor, de como ensinar tal conteúdo para este público-alvo.

> Ensinar como resolver equações algébricas não é apenas fundamental para melhorar a alfabetização matemática para alunos tipicamente em desenvolvimento, mas é igualmente importante para estudantes com deficiência intelectual (DI). Se de fato aprender princípios algébricos leva à aquisição de habilidades matemáticas mais avançadas, então torna-se essencial que os alunos com DI aprendam essas habilidades de forma significativa para eles. (BAKER et al., 2015, p.30)

Alguns estudos corroboram metodologias que utilizam abordagens Concreto-Representacional-Abstrato (CRA) para a instrução sistemática e explícita de componentes da álgebra que incluem o uso de uma sequência instrucional graduada nos estágios de representação (MANCL, MILLER & KENNEDY, 2012; WITZEL, 2005; WITZEL, MERCER E MILLER, 2003). A fim de desenvolver a compreensão conceitual matemática, inicia-se utilizando materiais concretos/manipuláveis, após o uso de imagens para simbolizar objetos, e na terceira etapa, recorre-se aos números e/ou símbolos. Bruner (1966) foi o idealizador da abordagem CRA, ele:

> procurou tipificar o desenvolvimento cognitivo numa série de etapas: até aos 3 anos de idade, a criança passa pelo estádio das respostas motoras, dos 3 aos 9 anos, faz uso da representação icónica, e a partir dos 10 anos de idade, acede ao estádio da representação simbólica. No primeiro estádio, a criança representa os acontecimentos passados através de respostas motoras apropriadas e privilegia a ação como forma de representação do real, sendo por isso que a criança dessa faixa etária aprende, sobretudo, através da manipulação de objectos. Nesta fase, a criança age com base em mecanismos reflexos, simples e condicionados até conseguir desenvolver automatismos. A segunda etapa, a representação icónica, baseia-se na organização visual, no uso de imagens sinópticas e na organização de percepções e imagens. A criança é capaz de reproduzir objectos, mas está fortemente dependente de uma memória visual, concreta e específica. A terceira etapa, a representação simbólica, constitui a forma mais elaborada de representação da realidade porque a criança começa a ser capaz de representar a realidade através de uma linguagem simbólica, de carácter abstracto e sem uma dependência directa da realidade. Ao entrar nesta etapa, a pessoa começa a ser capaz de manejar os símbolos em ordem não só a fazer a sua leitura da realidade, mas também a transformar a realidade. A passagem por cada uma destas três etapas pode ser acelerada através da imersão da criança num meio cultural e linguístico rico e estimulante. (MARQUES, 2002, p.1-2)

Além dos suportes visuais, concretos e abstratos como partes integrantes das atividades que podem compor o processo de ensino e aprendizagem da matemática, Adkins e Larkey (2013) sugerem diferentes maneiras do professor auxiliar o(a) aprendente autista, fisicamente, como por exemplo segurando sua mão quando não souber realizar algum movimento, visualmente, quando demonstra com gestos e movimentos o que se deve fazer, verbalmente, através de comandos e/ou instruções orais e contextualmente, ao disponibilizar objetos que trazem em sua composição a ideia intrínseca do que se deve implementar, como por exemplo papel e lápis de cor para pintar.

Neste sentido, oferecemos no próximo capítulo um modelo didático matemático que visa incluir e estimular o desenvolvimento cognitivo e social de alunos com TEA na educação básica.

5. PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA AMBIENTADA NO CENÁRIO ESCOLAR DAS PESSOAS COM TEA

No caminho em direção a um processo colaborativo a favor da inclusão das pessoas que estão com TEA na educação básica é que oferecemos esta proposta de trabalho utilizando a componente da matemática, esta como potente mediadora de saberes, contribuindo para a superação de algumas limitações que o TEA pode ocasionar e visando estimular o processo social e cognitivo destes alunos da educação básica.

Aqui oferecemos esta proposta de mediação para ser utilizada com alunos e alunas dos anos finais no ensino fundamental, que estão cursando os anos do 6º ao 9º. Esta proposta nasce na tentativa de gerar saberes que possam enfrentar as situações limites[23] que os alunos e alunas com TEA lidam na ambientação escolar com a matemática.

Assim, a proposta conta com 3 módulos (fase diagnóstica; fase de implementação; fase de avaliação) que conduz 4 encontros o qual abordam assuntos ligados a temática do ensino de matemática para as pessoas que estão com TEA. Cada encontro é sugerido com a duração do tempo escolar de 50 minutos, pois os alunos já estão acostumados com esta rotina escolar. Cabe salientar aqui que apresentamos sugestões de atividades para o 6º, 7º, 8º e 9º anos, com o intuito de proporcionar possibilidades aos professores (as), da utilização destas atividades em sua realidade profissional.

Aqui também vale destacar que não oferecemos modelos fixos como uma receita certa, pois como já vimos, a realidade do TEA pode variar de sujeito para sujeito, tendo uma dinâmica complexa e extremamente significativa para cada indivíduo. Como já citamos, o Espectro é amplo e devemos sempre procurar conhecer os interesses dos nossos alunos antes de ensinar os conceitos matemáticos desejados. Nossa maior motivação é oferecer maneiras de trabalho para o professor de matemática que vise a inclusão de pessoas com TEA de forma contextualizada ao seu cenário escolar.

Dividimos as atividades em três momentos: o momento diagnóstico tem como objetivo identificar qual dificuldade o aluno ou aluna com TEA apresenta. Embora conheçamos um pouco os desdobramentos teóricos sobre os efeitos deste transtorno, mapear as dificuldades e facilidades dos sujeitos torna os encontros mais dinâmicos e férteis nos detalhes. Segundo Ibiapina (2008) para que ocorra a efetivação dos processos elencados pelo professor

---

[23] Termo Freiriano para indicar possíveis situações problemas no cotidiano.

pesquisador, é fundamental realizar um bom diagnóstico dos participantes acerca de seus conhecimentos prévios, suas práticas e seu cotidiano.

O momento chamado de implementação refere-se à parte mais longa dos encontros. É nesta parte onde procuramos estimular as potencialidades matemáticas e sociais dos alunos e alunas por meios de atividades práticas e teóricas, buscando um maior potencial reflexivo sobre os exercícios propostos.

A última etapa chamada avaliação, é onde podemos aferir os possíveis impactos que esta proposta didática oferece aos alunos com TEA. Aqui queremos reforçar que esta proposta passa a compor o cenário de inúmeras outras ações como medida de estímulo para as pessoas que estão com TEA na educação básica em especial nos anos finais do fundamental diante da componente Matemática.

Alguns pesquisadores como Babinski (2017) sugere que para uma sequência didática devemos levar em consideração os seguintes fatores:

> A proposta de sequência didática deve ser pensada de maneira minuciosa, observando os detalhes para sua execução, e deve ser passível as mudanças, pois dependendo dos resultados obtidos durante a aula, o planejamento poderá sofrer alterações" (BABINSKI, 2017, p. 30).

O que implica que o conhecimento do contexto dos alunos pelo professor pode fazer com que o tempo destinado para as atividades possa ser maior ou menor, neste caso levando em consideração as particularidades de cada aluno com TEA. Neste sentindo, a "sequência didática deve ter um caráter flexível, permitindo que outras situações possam ser incorporadas ao processo, caso algum conhecimento necessite ser mais aprofundado do que outro" (LIMA e MIOTO, 2007, p. 48).

Assim, nossa proposta didática leva em consideração a relação entre as atividades, os objetivos de nossa proposta e a suas complexidades, juntamente com o tempo de aula na educação básica.

5.1 Sequência Didática: Trabalhando com Expressões Algébricas.

Para dar continuidade aos procedimentos didáticos metodológicos para o ensino de matemática para as pessoas com TEA, apresentamos os módulos didáticos, informando cada etapa. Ressaltamos ainda, que não temos a pretensão de apresentar um arquétipo rígido como modelo ("ou receita de bolo") para ser seguido pelos professores da educação básica. Mas, apresentar possibilidades da matemática para as pessoas com TEA, pois sabemos das diferentes realidades educacionais dispostas em nosso sistema.

Sabemos que o ensino da matemática pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo do estudante autista (IUCULANO et al., 2014) e que o professor tem uma função fundamental para o aprendizado destes alunos. Ao estudar, pesquisar métodos e buscar recursos visando adaptar o modo de ensinar para uma melhor compreensão do conteúdo matemático, o docente pode ser um facilitador para a aprendizagem da matemática para pessoas que estão com TEA.

Desoete et al. (2012) destacam que o conhecimento utilizado pelo docente pode exercer, em suas escolhas pedagógicas, uma ação facilitadora para o processo de ensino e aprendizagem dentro do contexto social dos estudantes. Assim, neste capítulo, sugerimos atividades que utilizam material manipulável, pois existem evidências que ao incluir tais recursos no processo de ensino aprendizagem, há uma maior chance de superar dificuldades que atrapalham a compreensão (GREEN, 2014). É natural que alunos tenham alguns "estilos" de aprendizagem, como o cinestésico, visual e auditivo que ao serem considerados e explorados servem como reforçadores para a compreensão do conteúdo (MESHRAM e VAISHNAV, 2020).

Deste modo, esta sequência didática utiliza as Expressões Algébricas como leme norteador da componente da matemática para mediar as situações de aprendizagens dos alunos e alunas com TEA. Por meio deste conteúdo, podemos estimular diferentes saberes dos sujeitos, pois este tema, nos permite aplicar diversas situações matemáticas.

Desenvolvemos esta sequência como possibilidade do trabalho com Expressões Algébricas, pois esta permite representar operações entre valores variáveis. Desta forma, este conteúdo demonstra objetividade em estimular a interpretação abstrata de forma concreta em seus diferentes contextos sociais do educando. Principalmente para os alunos com TEA, pois a representação social de valores se faz fundamental para sua autonomia na sociedade.

Este é um conteúdo que pode ser trabalhado em diferentes níveis, podendo adaptar as atividades diante do grau cognitivo que o aluno com TEA possa apresentar. Assim, a utilização de material concreto/manipulável (brinquedos, imagens etc.) se torna de grande auxílio para estimular o pensamento do aluno, a fim de promover o entendimento do conceito abstrato, o qual este possa envolver a simplificação numérica das expressões algébricas.

Entendemos que esta sequência pode ajudar a superar as dificuldades ou estranhezas que o pensamento algébrico possa carregar no sistema básico de ensino, principalmente quando os sujeitos aprendentes são autistas. Partindo desta premissa, demostramos como podemos trabalhar o referido conteúdo matemático, utilizando materiais manipulativos, cenas do seu cotidiano e o lúdico como elemento motivacional, pois consideramos que estes podem ser de grande auxílio para o processo de ensino-aprendizagem, facilitando o entendimento do conceito abstrato que envolve simplificação e valor numéricos das expressões algébricas.

> “o pensamento algébrico está presente não apenas quando se trabalha na álgebra formal, mas em diversos campos do conhecimento manifestados por diversas linguagens, como a aritmética, a geométrica ou mesmo a natural. É necessária uma imersão em atividades algébricas, que propiciem a construção do pensamento algébrico. (ARAÚJO, 2008, p.338).

Segundo Manrique (2016) uma conversa com os responsáveis da pessoa com autismo é uma ação que pode contribuir significativamente para uma educação de qualidade, visto que conhecer os gostos e a rotina do estudante auxilia a elaboração de ações e atividades mais atrativas.

A abordagem direta deste conteúdo foi feita em três momentos: a Diagnóstica, onde por meio de um diálogo mediado por uma situação problema do seu cotidiano, possa ser possível identificar o nível de compreensão abstrata e concreta do educando; a Implementação, que por meio de situações do cotidiano os educandos sejam capazes de superar algumas dificuldades ligadas a valores abstratos e concretos; a Avaliativa, pois diante de uma conversa sobre a atividade, seja possível identificar os possíveis avanços que os alunos (a) alcançaram.

O tempo definido para cada etapa deve ser escolhido pelo professor de acordo com as necessidades e habilidades individuais ou coletivas dos educandos.

Acreditamos que a utilização destes elementos possa fazer mais sentindo para o estudante e com isso, tornar o conteúdo mais compreensível. Também consideramos a utilização de materiais manipuláveis importantes para assessorar o estímulo de suas faculdades perceptivas diante do conteúdo. Por fim, elegemos a mediação do jogo lúdico como forma mais prazerosa, enriquecendo o momento e proporcionando mais leveza durante a aprendizagem. Embasados nos argumentos expostos, apresentamos de maneira detalhada e forma didática cada etapa do modelo didático atrelada as expressões algébricas.

5.1.1 Simplificando expressões algébricas - uma proposta com suporte de material manipulável para efetuar adição e subtração

1ª Sequência Didática: trabalharemos o conteúdo de Expressões Algébricas, a sua simplificação aplicando as operações de adição e subtração, assim como os cálculos do valor numérico de tais expressões.

Iremos explanar previamente, de forma concisa, o conteúdo matemático desta primeira sequência. Em virtude da existência de vasta bibliografia matemática, indicamos que seja consultado livros do 8º ano ou mesmo outros trabalhos acadêmicos acerca do tema matemático ao qual se quer maiores esclarecimentos.

As expressões que apresentam letras na sua constituição são chamadas expressões algébricas. Nessas expressões, as letras são as variáveis. Quando substituímos cada variável de uma expressão algébrica por um número e efetuamos os cálculos, obtemos o valor numérico da expressão.

Monômios são expressões algébricas formadas por um único termo. Esse termo, em geral, é constituído de duas partes: um número, chamado coeficiente, e uma variável ou produto de variáveis, chamado parte literal. Aqueles monômios que apresentam a mesma parte literal são denominados monômios semelhantes. Podemos simplificar uma expressão algébrica em que aparecem monômios semelhantes adicionando ou subtraindo os coeficientes e preservando a parte literal. Exemplo: $12ab^2 + 3ab^2 - 6ab^2 = (12 + 3 - 6)\, ab^2 = 9ab^2$.

Os polinômios são expressões algébricas formadas por adição algébrica de monômios, sendo cada monômio um termo do polinômio. É possível simplificar um polinômio que apresenta monômios semelhantes em sua escrita.

Exemplo:

$5x^2y^3 - 4x^2 + 3x^2 - 6x - 2x^2y^3 + 3 + x^2 =$

$5x^2y^3 - 2x^2y^3 - 4x^2 + 3x^2 + x^2 - 6x + 3 =$

$(5 - 2) \times x^2y^3 + (-4 + 3 + 1) \times x^2 - 6x + 3 =$

$3x^2y^3 + 0x^2 - 6x + 3 =$

$3x^2y^3 - 6x + 3$.

O polinômio $3x^2y^3 - 6x + 3$ é um polinômio reduzido.

- Etapa 1:

Inicie conversando com o(a) aluno(a) sobre o seu dia a dia a fim de relacionar o conteúdo a ser abordado com o seu cotidiano. Pergunte a ele(a) se tem costume de fazer compras no mercado ou padaria. O diálogo pode se desenvolver para experiências de compras de coisas que ele gostaria de adquirir, mas é interessante sugerir situações em que seja viável obter mais de um item por produto para que seja possível representar tais situações por meio de monômios com coeficientes diferentes de 1, visando as próximas ações que envolvem efetuar diferentes operações, porque assim poderemos trabalhar com uma maior variabilidade de exemplos com coeficientes diferentes. Aponte o caso em que as compras são para o consumo de vários dias. Pergunte se ele(a) sabe quanto custa os produtos citados. Espera-se que não tenha certeza dos valores atuais dos itens, então de acordo com as situações relatadas escreva e explique a(o) aluno(a) que o valor de cada item pode ser representado por uma letra pois o preço atual é desconhecido e pode variar de acordo com o local em que se compra.

Exemplificando as sugestões descritas acima: Suponha que os itens de interesse do(a) estudante sejam 3 biscoitos, 1 refrigerante e 5 iogurtes. Pergunte a(o) aluno(a) qual é a operação que devemos efetuar para sabermos o valor total da compra. Se a resposta não for correta, utilize canetas como recurso visual para simular a operação que deve ser efetuada para sabermos a quantidade total de canetas sobre a mesa ou no estojo. Após concluir que se deve realizar uma adição com os itens, escreva no caderno a seguinte expressão: 3 biscoitos + 1 refrigerante + 5 iogurtes. Prossiga explicando que esta expressão pode ser compactada, substituindo cada palavra por uma letra que represente o respectivo item, tal como $3b+1r+5i$ e que tal expressão é algébrica porque é formada por constantes inteiras, variáveis e operações. A fim de verificar se foi compreendido, solicite que o(a) estudante diga o que representa cada letra e cada número da expressão. Espera-se que ele(a) responda que os coeficientes simbolizam a quantidade de produtos do item que está logo em seguida indicado por uma letra. De fato, o(a) estudante pode utilizar-se de outras palavras para explicar o que lhe foi questionado, no entanto, é relevante frisar os conceitos de coeficiente e parte literal.

Agora contextualize tal situação, citando um estabelecimento comercial que o(a) aluno(a) frequente e que venda os itens exemplificados anteriormente. Pergunte se ele sabe os preços destes itens ou tem alguma noção, a partir daí fixe os valores dos itens escolhidos. Indicamos a utilização de um catálogo comercial para consultar os valores das mercadorias, bem como para montar uma nova lista de compras. Interessante diversificar os ramos aos quais os itens pertencem, procurando exemplos nos gêneros alimentícios, de móveis, farmacêutico etc. Peça que o(a) aluno(a) procure no catálogo os preços dos itens e os escreva na expressão algébrica, trocando cada letra pelo seu respectivo preço. Após ele(a) ter realizado as devidas substituições, peça para observar a mudança na expressão, como ela estava antes da troca e como ficou após a troca. Presume-se que diga que a expressão algébrica se tornou numérica.

Novamente, frisamos que a resposta obtida muito provavelmente não será idêntica ao que esperamos, apesar disso, precisamos considerar o que nos foi respondido, corrigir se for necessário, explicar o porquê do equívoco ou complementar com os conceitos de expressão algébrica e expressão numérica. Repetir definições assim como também perguntas já feitas nos auxiliam na fixação e verificação do que foi compreendido ou não sobre o assunto abordado.

Posteriormente peça que o(a) estudante calcule quanto ele gastou só com os biscoitos, depois só com o refrigerante e em seguida só com os iogurtes. Pergunte o que ele deve fazer com estes valores para saber o total gasto nesta compra. Após concluir que ele deve fazer uma adição, oriente-o a fazê-la.

Devemos considerar os conhecimentos prévios do(a) aluno(a) e utilizá-lo como suporte para a resolução de problemas matemáticos. Aqui está um dos motivos para conversarmos e conhecermos um pouco da vivência e gostos de quem nos propomos a ensinar. Tal atividade proposta nesta etapa, trabalha conceitos e procedimentos matemáticos que podem auxiliar o(a) jovem estudante nos seus afazeres diários, posto que um dos desafios enfrentados por pessoas autistas é gerenciar concomitantemente as demandas sociais, cognitivas e sensórias envolvidas em executar determinada ação.

A proposta por envolver o cálculo de uma determinada compra, pode trazer interesse e uma segurança maior para o(a) jovem em uma ida ao supermercado, shopping etc. É de nosso conhecimento os desafios existentes em executar a tarefa de garantir suporte pedagógico a um(a) jovem autista inserido em sala de aula regular, bem como manter uma comunicação constante com seu/sua responsável. Entretanto, corroboramos a união entre família, professor, alunos e núcleo gestor como elemento fundamental para o aprendizado do(a) aluno(a) no seu sentido amplo. Apontamos este canal de comunicação, pois é interessante nos dias que precedem a aplicação desta atividade, que a família incentive a ida do(a) jovem estudante a um supermercado. Pode informá-lo previamente sobre o que se está precisando no lar ou perguntá-lo do que ele precisa. Sabendo dos valores dos itens, pedir que ele faça os cálculos para saber quanto, aproximadamente, ele terá que levar em dinheiro para efetuar a compra.

Por fim, peça-o, como atividade de casa, que pegue catálogos no supermercado, farmácia ou loja, anote os produtos os quais precisa, a quantidade de cada produto e seus respectivos preços. A ideia é que ele(a) siga o passo a passo do que foi visto em sala de aula. Sugiro que monte um esquema com cada comando e que ele(a) leve para seu lar e o preencha de acordo com o que foi solicitado. Este esquema pode ser escrito no caderno ou mesmo ser uma atividade digitada e entregue a ele(a), como a seguir:

1) Vá a um supermercado, farmácia, loja ou outro estabelecimento comercial e pegue catálogos dos produtos que estes comercializam.

2) Preencha a tabela com:

a) O nome do produto;

b) A quantidade do produto que você esteja precisando ou a sua família;

c) A letra que irá representar o valor de cada produto.

Caso seja necessário, acrescente mais linhas à tabela.

Item	Produto	Quantidade	Letra
1			
2			
3			
4			

3) Preencha a tabela com a expressão algébrica que representa o valor a ser gasto em cada produto.

OBS: Você deve escrever a quantidade junto com a letra que representa cada produto.

Item	Expressão algébrica
1	
2	
3	
4	

4) Escreva a expressão algébrica que representa o total que você irá gastar caso compre todos os produtos que você selecionou.

OBS: Você deve somar todas as expressões algébricas da tabela anterior.

____

5) Calcule o valor total que você irá gastar caso compre todos os produtos.

a) Veja no(s) catálogo(s) os preços de cada produto e substitua em cada letra o valor do seu respectivo produto.

____

b) Efetue as multiplicações.

____

c) Efetue as somas. ____

d) Qual é o valor que você irá gastar caso compre todos os produtos escolhidos?

____

- Etapa 2:

Neste momento continuaremos a abordar o assunto de expressão algébrica, porém com uma atenção maior nos procedimentos para a sua simplificação. Para tal iremos utilizar material manipulável como suporte. Precisaremos de papelão ou cartolina para confeccionar um disco que chamaremos Disco das Expressões Algébricas. Caso ache mais exequível, o Disco pode ser adaptado para um desenho no caderno.

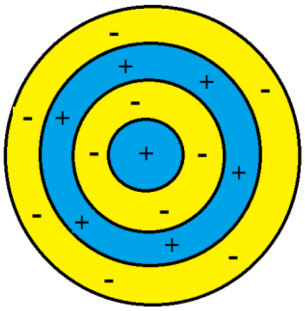
Fale para o(a) estudante que vocês irão dar continuidade ao estudo de expressões algébricas e ele irá confeccionar um disco parecido com o utilizado na brincadeira de tiro ao alvo. Mostre a ele(a) uma ilustração como na Figura 1, a seguir, a fim de garantir a visualização mental do que foi dito.

Figura 1 – Disco de tiro ao alvo

Fonte: FotografiaMais (Acesso em 12 nov. 2021).

O Disco deve ter pelo menos quatro círculos concêntricos. Indicamos a utilização de duas cores para pintar cada região de maneira que aquelas que são adjacentes tenham cores diferentes. Para finalizar a confecção, escrever na maior coroa circular vários sinais negativos e assim fazer também nas demais coroas que foram pintadas com a mesma cor que esta. Nas outras regiões, sinalizar escrevendo sinais positivos de modo que o Disco fique semelhante a Figura 2 a seguir. Nesta situação, o Disco foi colorido com as cores amarela e azul e escrito os sinais negativo e positivo, respectivamente em cada região.

Figura 2 - Disco das Expressões Algébricas (Sinais correspondentes a cada sub-região).

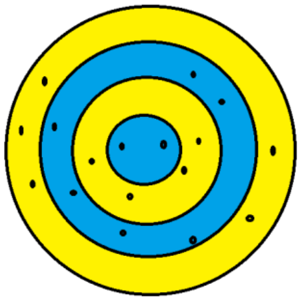


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Esta etapa será dividida em dois momentos: Momento 1, quando iremos trabalhar com expressões algébricas somente com uma variável e Momento 2, quando iremos trabalhar com duas variáveis.

Momento 1: Sugerimos utilizar grãos de feijão na execução desta atividade. Diga para o(a) aluno(a) que cada grão de feijão representa a variável x e peça para ele jogar um punhado de grãos em cima do Disco. Não estipularemos, por ora, a quantidade de grãos a serem utilizados, deixaremos livre a sua manipulação. Explique que para cada feijão que se encontrar na região positiva, teremos $+x$ e para cada feijão que cair na região negativa, $-x$. Pedir que o(a) aluno(a) escreva no caderno a expressão que representa a situação observada no Disco. Oriente-o a contar a quantidade de grãos que estão em cada região e a escrever o sinal correspondente à sua frente. Assim, caso a situação da Figura 3 ocorresse, ele escreveria $-5x+6x-4x+2x$.

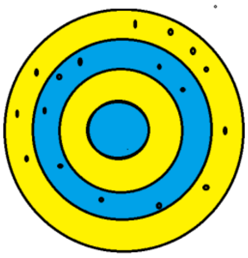
Figura 3 - Distribuição dos grãos no Disco.



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Continue a instrução informando que é permitido agrupar os grãos em uma mesma região quando estes se encontrarem em regiões de mesma cor, ou seja, em regiões que possuem o mesmo sinal, pois podemos juntar, somar, valores que possuem sinais iguais. A seguir peça para ele(a) juntar os grãos que estão nas regiões com o mesmo sinal em uma única destas e anotar no caderno o resultado. Aproveitando a situação descrita anteriormente, caso ela ocorresse, a organização ficaria como na Figura 4 e se escreveria a expressão $-9x+8x$.

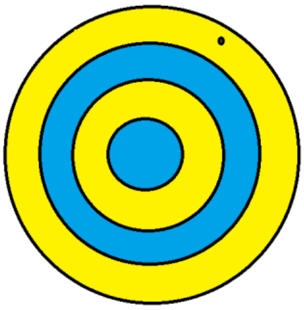
Figura 4 - Organização dos grãos no Disco após agrupamento por sinais.



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Por fim, explique que a cada grão que se encontra na região negativa pode-se anular, retira-se, um grão da região positiva. É relevante frisar que esta ideia de retirar por pares nada mais é que uma subtração, por exemplo, se temos três grãos e retiramos três grãos, o resultado é zero. Deste modo, peça para retirar a mesma quantidade de grãos de cada região afim de anulá-los e anotar o que restou, observando sempre a quantidade de grãos e o sinal da região em que estes se encontram. Após a execução da referida ação, um resultado possível encontra-se na Figura 5 e a expressão simplificada é $-1x$.

Figura 5 – Retirada dos grãos por pares que representam sinais opostos.



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Parabenize o(a) estudante por ter simplificado uma expressão algébrica com uma variável. Retorne às expressões que foram escritas no caderno e recapitule os procedimentos matemáticos aplicados em cada passo da simplificação. Como por exemplo:

$-5x+6x-4x+2x$ (Representação algébrica de uma situação problema)

$-9x+8x$ (Somar monômios com sinais iguais)

$-1x$ (Subtrair monômios com sinais diferentes)

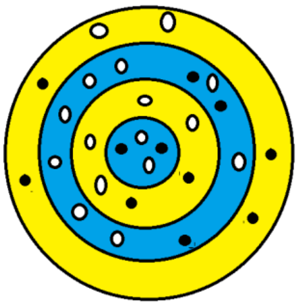
À medida que se verificar a necessidade de fixação dos conceitos e procedimentos utilizados na simplificação de expressões algébricas, é oportuno repetir esta atividade mais vezes.

Momento 2: Iremos aplicar nesta seção a atividade utilizando o Disco de Expressões Algébricas envolvendo duas variáveis, para isto, sugerimos o emprego de grãos de feijão e milho. Caso tenha a disposição, pode-se utilizar outros objetos, como por exemplo dadinhos ou peças pequenas de jogos de tabuleiro.

Os passos se assemelham aos descritos no Momento 1, acrescentaremos apenas mais uma variável representada pelo grão de milho a qual denotaremos por y.

Peça para o(a) estudante pegar um punhado de feijão e um punhado de milho e jogar em cima do Disco das Expressões Algébricas. Simularemos a situação após ele(a) lançar os grãos como na Figura 6, onde os grãos de feijão são representados pelas bolinhas de cor preta e os grãos de milho, de cor branca.

Figura 6 - Distribuição dos dois tipos de grãos no Disco.

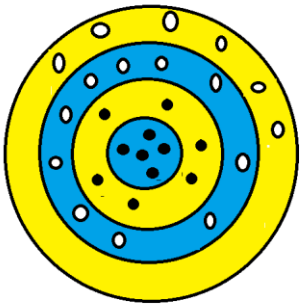


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Após o lançamento dos grãos, relembre que o feijão simboliza a variável x e o milho a variável y e oriente-o(a) a anotar no caderno a expressão equivalente a distribuição dos grãos no Disco de acordo com a quantidade, tipo e sinal da região onde o grão se encontra. Para uma melhor organização dos procedimentos, sugira que o(a) estudante escolha um tipo de grão e comece a anotar por regiões com mesmo sinal, ou mesma cor, para depois anotar das outras regiões com sinal oposto ao que foi considerado inicialmente. Segundo a situação da Figura 6 e seguindo tais orientações, obtemos a expressão $-4x - 2x + 3x + 2x - 2y - 4y + 8y + 2y$. É pertinente o(a) professor(a) estar atento às ações do(a) aluno(a), tanto quanto ao resultado que será obtido. Auxiliá-lo(a) na ordenação das ações e escolhas da variável e do seu sinal é primordial para que o aprendizado ocorra e ele(a) possa sistematizar os procedimentos para aplicar novamente quando preciso.

Em seguida, pergunte a(o) aluno(a) se ele recorda qual é o próximo passo para simplificarmos a expressão que ele(a) encontrou. Reforce repetindo que ele(a) deve pegar os feijões que estão nas regiões de cor azul e colocá-los todos em uma só, depois pegar os feijões que estão nas regiões de cor amarela e juntá-los também. O procedimento para a distribuição dos grãos de milho deve ser similar, arrumar os que estão nas regiões de cor azul em uma só e os que estão nas regiões de cor amarela em uma delas. Tais instruções têm de ser ditas pausadamente e intercaladas com a sua execução, evite falar várias de uma só vez, isto pode confundir e sobrecarregar o aprendente. A Figura 7 ilustra uma configuração da situação genérica sugerida anteriormente.

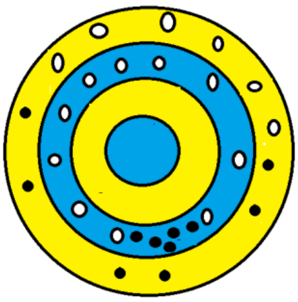
Figura 7 - Organização dos dois tipos de grãos no Disco após agrupamento por tipos e sinais.



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Note que podem ocorrer outras formas de distribuir os grãos, ou melhor, pode-se adotar outros padrões ao executar as instruções e o resultado ser o mesmo como podemos verificar na Figura 8. Não existe uma forma mais correta, mesmo seguindo as instruções, há a liberdade do(a) aluno(a) escolher como prefere dispor os grãos.

Figura 8 - Organização dos dois tipos de grãos no Disco após agrupamento por sinais iguais.

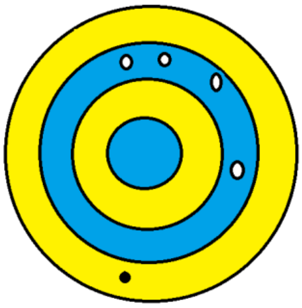


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

O próximo passo corresponde ao cálculo da soma dos monômios semelhantes, para isto, peça que o(a) aprendente escreva em seu caderno como ficou a expressão após agrupar os grãos como foi pedido anteriormente. Recorra aos procedimentos e comandos utilizados no Momento 1 para reforçar a adição de monômios e o sinal do seu resultado. Informe-o(a) que ao juntar os grãos de mesmo tipo e com o “mesmo sinal” em uma mesma região, ele(a) está somando monômios semelhantes e que os monômios representados pelos grãos de milho e os de feijão não são semelhantes entre si, pois representam variáveis diferentes. A expressão referente à situação esboçada na Figura 8 é dada por $-6x+5x-6y+10y$.

A seguir, peça que faça, assim como foi feito ao utilizar somente uma variável, que o(a) estudante(a) retire um grão que está na região azul para cada um que esteja na região amarela, mas com cuidado, pois estes devem ser do mesmo tipo, ou seja, só pode combinar a retirada de grão de milho com grão de milho e de feijão com o de feijão. Uma possibilidade da configuração, após executar tais ações, na situação representada pela Figura 8, é a exibida na Figura 9 e sua forma algébrica é definida por $-x+4y$.

Figura 9 - Retirada dos grãos por pares do mesmo tipo que representam sinais opostos



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Para finalizar a simplificação da expressão algébrica obtida pelo(a) aprendente nesta atividade, peça que ele(a) escreva como ficou a expressão após as retiradas casadas de grãos do Disco. Pergunte se é possível tornar tal expressão menor do que ficou ou se já foi feito tudo que era possível matematicamente. Relembre-o(a) que não se pode somar nem subtrais monômios que não são semelhantes e em seguida questione se os monômios que apareceram na resposta final são semelhantes.

Os registros acerca do problema proposto devem assemelhar-se ao esquema:

$-4x-2x+3x+2x-2y-4y+8y+2y$ (Representação algébrica do problema)

$-6x+5x-6y+10y$ (Soma dos monômios semelhantes com sinais iguais)

$-1x+4y$ (Subtração dos monômios semelhantes com sinais diferentes)

Revise oralmente baseando-se em tais registros o que foi realizado pelo aluno em cada momento até chegar ao resultado.

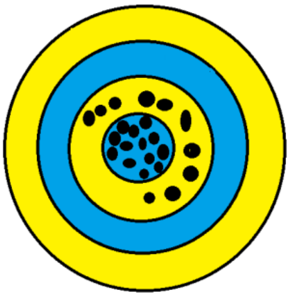
Não é exagero repetir tais procedimentos para uma melhor compreensão do assunto trabalhado. Converse com o(a) estudante sobre o que ele(a) achou desta atividade.

- Etapa 3:

Nas Etapas 1 e 2, como observado, as expressões utilizadas foram obtidas de forma aleatória, de acordo com o posicionamento dos grãos no Disco após a realização do seu lançamento. Nesta etapa, temos como objetivo propor a simplificação de expressões algébricas previamente conhecidas, utilizando o Disco das Expressões Algébricas confeccionado. Tais expressões podem ser elaboradas pelo professor(a) ou serem retiradas do livro didático adotado na escola. Sem perda de generalidade, iremos considerar duas expressões e dividiremos as sequências de ações para simplificá-las em dois momentos, a saber: Momento 1 e Momento 2.

Momento 1: Empregaremos $5x - 7x + 8x - 3x$ nesta atividade. Mostre esta expressão para o(a) aluno(a) e diga que temos o objetivo de simplificá-la. Para isto, pergunte qual é a variável da expressão exibida e qual é o tipo de grão ele(a) deseja utilizar para esta atividade. Pergunte qual o sinal do monômio $5x$, quantos grãos ele deve utilizar para representá-lo, onde poderá posicioná-lo no Disco e logo após avaliar suas respostas e orientá-lo, peça que ele ponha os grãos de maneira correta. Faças estas indagações e orientações realizadas para o monômio $5x$ com os outros que compõe a expressão. Como podemos constatar, há mais de um monômio positivo. Existe a possibilidade do(a) estudante agir corretamente colocando os grãos que representam os respectivos monômios em duas regiões diferentes, mas que tenham o mesmo sinal. Caso isto ocorra, não há necessidade de induzi-lo(a) a fazer diferente. Indague-o(a) se podemos, segundo as regras, posicionar estes grãos juntos em uma mesma região que tenha o mesmo sinal. A maneira como ele(a) irá proceder diante estas opções será fruto da sua estratégia, no entanto, é importante acrescentar a seção em que se deve juntar os grãos que ilustram os monômios com mesmo sinal em uma mesma região se ele(a) optar por, inicialmente, distribuir separadamente. Na Figura 10 há um exemplo de uma das possibilidades de como pode ficar tal distribuição.

Figura 10 - Distribuição dos grãos no Disco de expressões pré-estabelecidas.



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Aja analogamente ao tratar dos monômios negativos, faça as mesmas perguntas, corrija quando necessário, promova reflexões e dê os comandos. Não será novidade para o(a) estudante que a próxima ação será retirar por pares os grãos, de forma que um seja da região positiva e o outro da negativa. Pergunte se ele lembra do que deve fazer neste momento e o(a) lembre, caso precise. Após a execução das retiradas, pergunte qual a forma simplificada do monômio.

Momento 2: Nesta seção articularemos a simplificação de $2y - 13x + 4x - y$. Pergunte ao estudante se os monômios que constituem a expressão são semelhantes, quais as suas variáveis e quantos tipos de grãos iremos utilizar para realizar esta atividade no Disco. Fixe com o auxílio do(a) aluno(a) qual tipo de grão irá representar cada variável. Note que o passo a passo das ações pedagógicas para tornar esta expressão algébrica irredutível se encontra no Momento 1, mas é recomendado prudência, pois neste caso trata-se de duas variáveis. É como se seguíssemos as instruções do Momento 1 duas vezes.

Veja que em todas as situações desta sequência didática poderíamos utilizar um tipo de grão por vez ao trabalhar com uma determinada variável e anotar o resultado da operação entre monômios semelhantes, para em seguida, utilizar o mesmo tipo, mas considerando outra variável e anotar seu resultado ao lado do anterior. A opção em sugerir trabalhar concomitantemente não é por acaso. O objetivo é estimular o pensamento de cálculo com mais de uma variável por vez.

Ao final da aula conversar sobre o que foi aprendido. Perguntar se o disco confeccionado pode ser útil para outras contas do dia a dia, pedir que ele cite alguns exemplos e se for preciso ajudá-lo citando outros também. Solicitar que ele utilize o disco na sua casa em alguma situação que envolva expressões algébricas.

5.1.2 Simplificando Expressões Algébricas - uma proposta com suporte de material manipulável para efetuar multiplicação e divisão.

Para esta sequência didática vamos utilizar cartões confeccionados previamente (atenção a atividade depende da confecção dos cartões), com a possiblidade de serem feitos de EVA, papel ou madeira. Tendo em vista que estamos sugerindo esta proposta para ser desenvolvida em vários momentos, destacamos a importância do material confeccionado ser de material resistente e de difícil desgaste ao ser manipulado. Ressaltamos também que tal material, mais conhecido como Algeplan e simbolizado na Figura 11, geralmente é um item integrante do conjunto de recursos da escola disponíveis para os professores de matemática utilizarem em sala de aula. Este recurso didático é formado por 40 quadriláteros, metade destes são quadrados e a outra, retângulos. Dos quadrados, 12 têm lados iguais a $1\ u.m.$, 4 têm lados iguais a $x\ u.m.$ e os 4 restantes têm lados iguais a $y\ u.m.$ Os 20 retângulos são constituídos por 8 com lados medindo $1\ u.m.$ e $x\ u.m.$, por 8 com lados iguais a $1\ u.m.$ e a $y\ u.m.$ e 4 com lados medindo $x\ u.m.$ e $y\ u.m.$. Não obstante, instruiremos a confecção de tais peças, com algumas adaptações, caso não se tenha acesso ao material fabricado.

Figura 11 – Algeplan industrializado.

Fonte: COSTA et al, 2012.

Ao optar em aplicar esta Sequência Didática, faz-se necessário ter trabalhado os conceitos de área e potência, bem como os procedimentos para calcular áreas de quadriláteros. Consideramos também que já tenha sido abordado a Sequência Didática trabalhada na Seção 5.1.1.

Para determinar o produto de monômios, multiplicamos os coeficientes e, depois, as variáveis da parte literal.

Exemplos:

$8a^7 \times 3 = 8 \times 3 \times a^7 = 24a^7.$

$5ab^2 \times 4a^3b = 5 \times 4 \times a \times a^3 \times b^2 \times b = 20a^4b^3.$

$-6x^2 \times 3xy \times 2y = -6 \times 3 \times 2 \times x^2 \times x \times y \times y = -36x^3y^2.$

Para simplificar as expressões, utilizamos a propriedade comutativa da multiplicação e a propriedade da multiplicação de potências de mesma base.

O produto de dois polinômios é efetuado aplicando a propriedade distributiva da multiplicação. Para isso, multiplicamos cada termo de um deles por todos os termos do outro e adicionamos os resultados obtidos.

Exemplos:

$3y^3 \times \left(4y^2 - 2xy + 8\right) = 3y^3 \times 4y^2 + 3y^3 \times (-2xy) + 3y^3 \times 8 = 12y^5 - 6xy^4 + 24y^3.$

$(x+4) \times \left(x^2 - 1\right) = x \times \left(x^2 - 1\right) + 4 \times \left(x^2 - 1\right) = x^3 - x + 4x^2 - 4 = x^3 + 4x^2 - x - 4.$

A fim de determinar o quociente de monômios, dividimos os coeficientes e, depois, as variáveis da parte literal.

Exemplos:

$$12a^5 \div 4a^2 = \frac{12a^5}{4a^2} = \frac{12}{4} \times \frac{a^5}{a^2} = 3 \times a^{5-2} = 3a^3.$$

$$63x^4y^3 \div 9xy = \frac{63x^4y^3}{9xy} = \frac{63}{9} \times \frac{x^4}{x} \times \frac{y^3}{y} = 7 \times x^{4-1} \times y^{3-1} = 7x^3y^2.$$

$$21x^6y^9 \div 3x^6y^5 = \frac{21x^6y^9}{3x^6y^5} = \frac{21}{3} \times \frac{x^6}{x^6} \times \frac{y^9}{y^5} = 7 \times x^{6-6} \times y^{9-5} = 7y^4.$$

Para simplificar as expressões, utilizamos a propriedade da divisão de potências de mesma base. Quando precisamos dividir um polinômio por um monômio não nulo, dividimos cada termo do polinômio pelo monômio.

Exemplo:

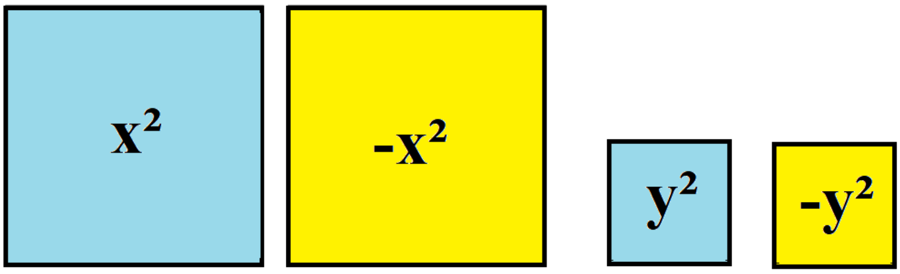
$$\frac{18x^4 - 21x^3 + 12x^2}{3x} = \frac{18x^4}{3x} - \frac{21x^3}{3x} + \frac{12x^2}{3x} = 6x^3 - 7x^2 + 4x.$$

ou

$$\left(18x^4 - 21x^3 + 12x^2\right) \div 3x = \left(18x^4 \div 3x\right) - \left(21x^3 \div 3x\right) + \left(12x^2 \div 3x\right) = 6x^3 - 7x^2 + 4x.$$

Dito isto, propomos que se produza dois quadrados, um azul e outro amarelo, com lados medindo 6 cm e dois quadrados com lados medindo 3 cm, um azul e outro amarelo. Os quadrados maiores terão área x^2 e os menores y^2. Adotaremos para todas as peças, que iremos utilizar, a representação da cor azul para monômios positivos e amarela para os negativos como esboçado na Figura 12.

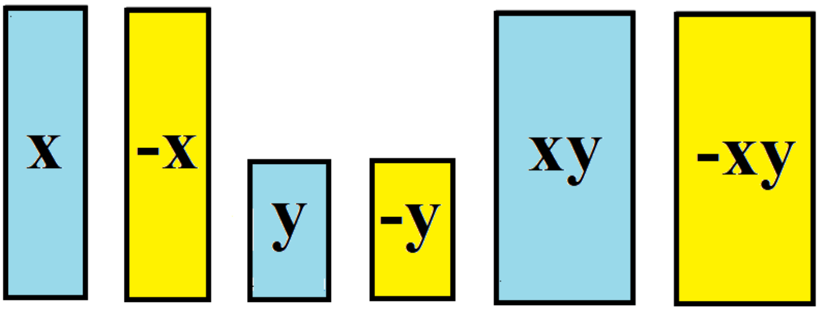
Figura 12 – Peças do Algeplan (1).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

A seguir sugerimos confeccionar seis retângulos com as seguintes especificidades: Dois com medidas de 6 cm e 1 cm, dois com medidas de 3 cm e 1 cm e dois com medidas de 6 cm e 3 cm, os quais terão x, y e xy de unidades de área, respectivamente. A Figura 13 representa como serão tais quadriláteros.

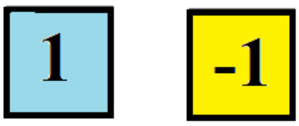
Figura 13 - Peças do Algeplan (2).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Com o intuito de concluir a produção das peças, de maneira análoga ao que podemos ver na Figura 14, faça dois quadrados de lados 1 cm e defina sua área igual a 1 unidade.

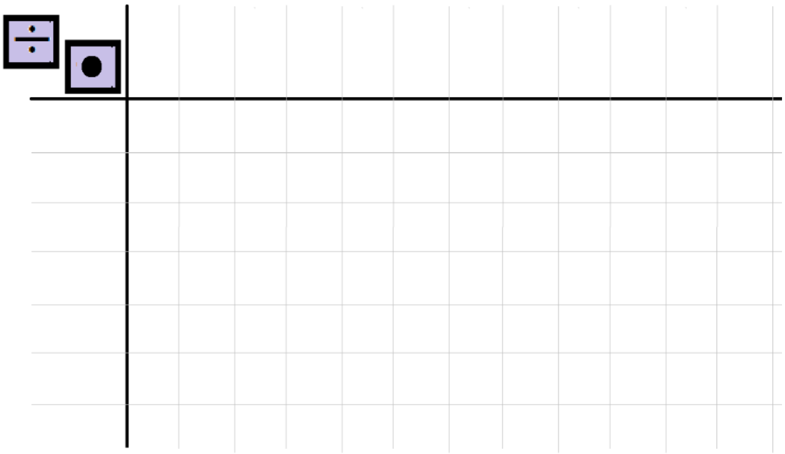
Figura 14 - Peças do Algeplan (3).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Ademais, aconselhamos que desenhe em uma cartolina ou papelão, um esquema para encaixarmos as peças e indicarmos qual a operação que irá ser efetuada. Podem ser confeccionadas mais duas peças de EVA para representarem a multiplicação e a divisão. A Figura 15 equivale a sugestão que descrevemos.

Figura 15 – Tabuleiro do Algeplan (1).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

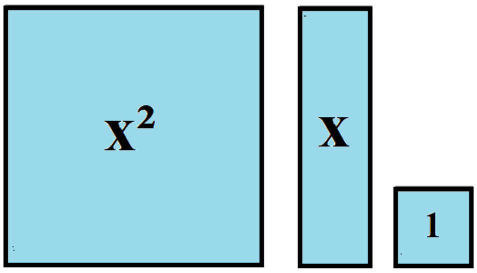
Organizamos esta sequência em etapas, de modo que as instruções fossem desenvolvidas gradualmente, visando ordenar a compreensão de conceitos que são pré-requisitos para a resolução das etapas e atividades seguintes. Com a garantia ao acesso às peças, podemos então dar início às etapas que compõem nossa proposta de ensino.

- Etapa 1:

Nesta Sequência Didática trabalharemos a multiplicação de expressões algébricas com uma única variável. Indicamos algumas expressões como exemplos: $x \times 2x$, $3x \times 2x$, $(3x + 1) \times x$, $(2x + 3) \times (x - 1)$ e $(4x - 2) \times (x - 1)$.

Momento 1: Dirigimo-nos rumo ao produto de $x \times 2x$, mas antes disto, apresente as peças da Figura 16 ao aluno(a). Informe-o que a área está escrita no interior de cada peça. Explane, figura a figura, baseado na área de cada uma, as medidas dos seus lados e em seguida mostre-o o tabuleiro onde, inicialmente, irá realizar as multiplicações.

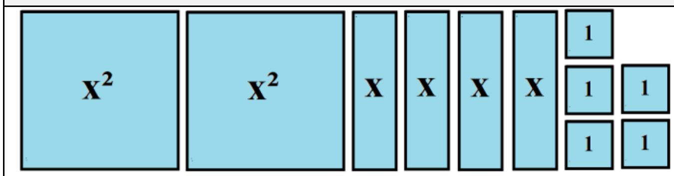
Figura 16 – Peças do Algeplan que representam monômios positivos (1).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Nesta ocasião, deixe disponível, para livre manipulação, várias peças das representadas pela Figura 16. Peça para o(a) estudante agrupar algumas peças de maneira aleatória e diga qual expressão representa tal reunião. Faça isto quantas vezes for necessário para ele(a) compreender. Instrua-o a desenhar as peças agrupadas e ao lado, a configuração da expressão. Durante o desenrolar das execuções, pergunte quantas peças há de cada tipo. Explique que a quantidade representa o coeficiente. Indicamos o modelo da Tabela 5 a ser utilizada nas citadas ações.

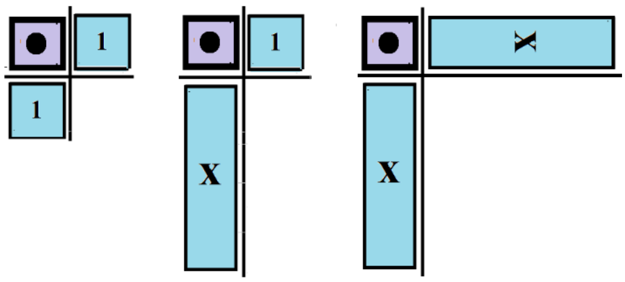
Tabela 5 – Agrupamento de peças e sua representação algébrica.

Representação algébrica simplificada de $x^2 + x^2 + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$	
Agrupamento das peças	Expressão algébrica
	**$\underline{2x^2 + 4x + 5}$**

Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Após, deve-se compor algumas modelagens da multiplicação entre as peças que estamos utilizando nesta etapa, como na Figura 17, com o propósito de expor geometricamente a multiplicação entre monômios. Explique o significado de cada situação. É recomendado que escreva algebricamente as operações que serão realizadas, assim, em seu caderno, o(a) aluno fará os registros baseando-se na Figura 17: $1.1 = 1$, $1 \times x = x$, $x \times x = x^2$. Ao explicar o resultado usando a geometria, ressaltamos o quão oportuno é frisar a justificativa de não utilizarmos determinadas peças como produto, por exemplo, na multiplicação de x por x, porque a resposta não pode ser x.

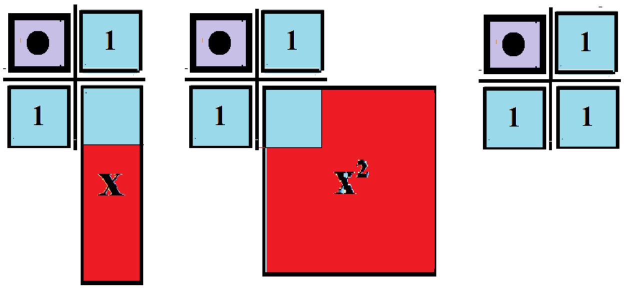
Figura 17 – Multiplicações no Algeplan (1).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Exemplificando: Na multiplicação geométrica de 1 por 1, mostre as três peças que temos disponíveis e pergunte qual ele(a) acha que se encaixa no espaço a ser preenchido, caso sua resposta seja a peça x ou a x^2, peça para encaixar a peça x e mostre a região excedente, destacada em vermelho na Figura 18, faça o mesmo com a peça x^2. Aconselhamos proceder analogamente com $x \times 1$ e $x \times x$ para uma melhor compreensão por parte do(a) estudante.

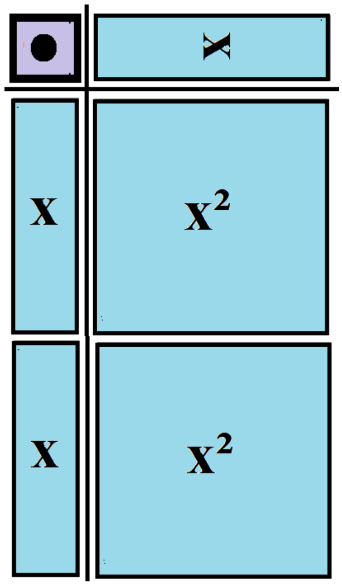
Figura 18 - Multiplicações no Algeplan (2).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Em seguida proponha a resolução de $2x \times x$. Pergunte: Quais os dois fatores desta multiplicação? Quais peças representam cada um deles? Peça que o(a) estudante as posicione no tabuleiro e solucione a multiplicação. Espera-se que a configuração das peças que ele(a) montou seja a da Figura 19. Pergunte qual a resposta da operação e peça para escrevê-la: $2x \times x = x^2 + x^2 = 2x^2$.

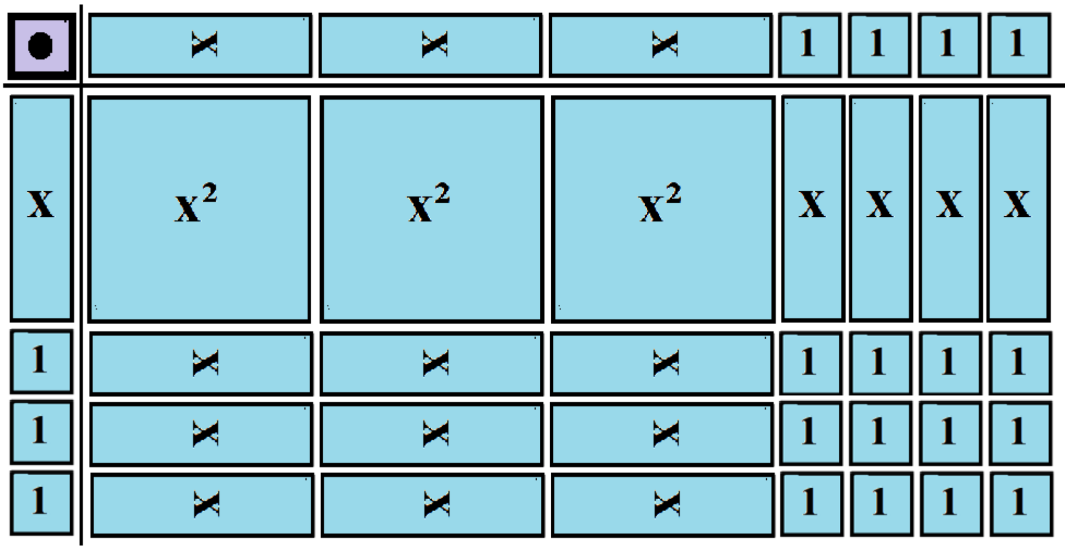
Figura 19 - Multiplicações no Algeplan (3).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Proponha outro problema, recomendamos o produto $(3x+4)\times(x+3)$. Inicie auxiliando o estudante na identificação dos fatores desta multiplicação, solicite que ele(a) organize no espaço adequado cada fator, em cada um destes, pergunte qual a parte literal e o seu coeficiente. Em seguida, deve-se utilizar as peças que representam x^2, x e 1 para solucionar a multiplicação algébrica. Indicamos a estratégia de seguir um padrão durante a resolução, exemplificando, pode-se começar a posicionar as peças que representarão o produto pela primeira linha, depois pela segunda e assim sucessivamente. Aponte para a região que corresponde à intersecção da primeira linha com a primeira coluna, pergunte ao aluno(a) a qual multiplicação tal região se refere e qual peça se encaixará perfeitamente nesta. Após ele(a) posicionar corretamente a peça, prossiga para a região de intersecção da primeira linha com a segunda coluna, posteriormente, para a intersecção da primeira linha com a terceira coluna e assim por diante. Ao concluir os produtos da primeira linha, siga analogamente para a segunda linha, desse modo até preencher todos os espaços como verificamos na Figura 20.

Figura 20 - Multiplicações no Algeplan (4).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Iremos partir para o registro abstrato da multiplicação, o(a) aluno(a) deve escrever no caderno o resultado da multiplicação algébrica. Auxilie-o(a) para efetuar a simplificação da expressão obtida, perguntando quais as peças que foram utilizadas para solucionar o problema e quantas de cada uma foi utilizada. No caderno do(a) estudante deve estar semelhante a

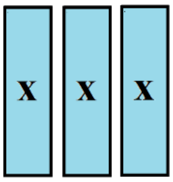
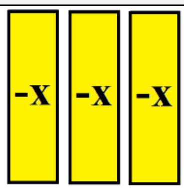
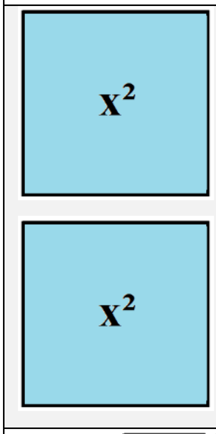
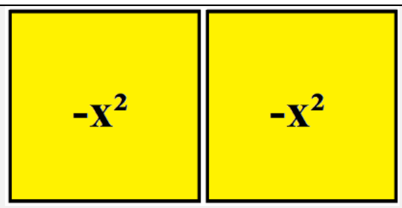
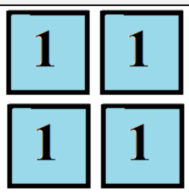
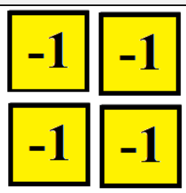
$$(3x+4)\times(x+3)=x^2+x^2+x^2+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+$$
$$+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=3x^2+13x+12$$

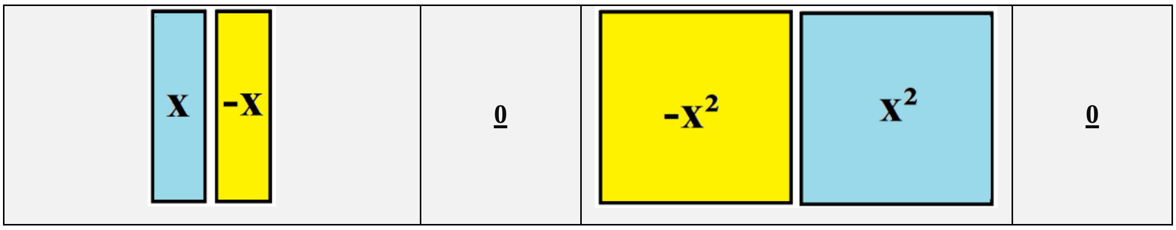
Siga indicando outros problemas, como por exemplo, $2x \times 3x$, $(2x + 3) \times 5x$, e orientando seus passos. Peça que escreva a multiplicação, represente-a no tabuleiro, resolva a operação geometricamente e escreva seu resultado algébrico no caderno. Faça outros exemplos quantas vezes for necessário e oportuno.

Momento 2: Como notado, até agora, utilizamos somente as peças positivas. Nesta etapa apresentaremos as peças negativas e disporemos de multiplicações entre expressões algébricas com coeficientes negativos.

Diga a(o) aluno(a) que as peças azuis representam valores positivos e as amarelas, negativos. Organize um esquema com as peças para explicitar a diferença entre elas como na Tabela 6 e mostre a(o) aprendente, solicite que ele(a), da mesma forma, agrupe algumas peças e escreva a sua representação algébrica.

Tabela 6 – Representações Algébricas

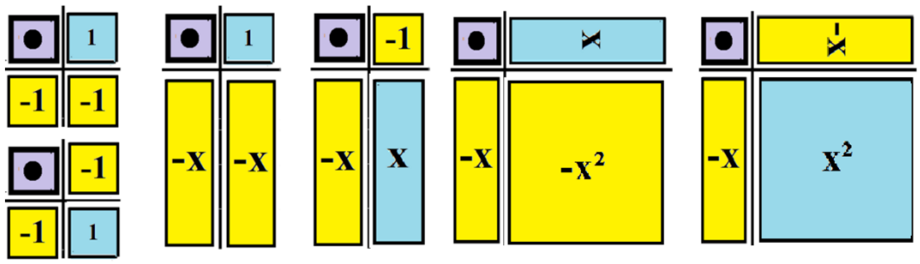
Representação simplificada da adição e subtração de termos algébricos			
Agrupamento das peças	Expressão algébrica	Agrupamento das peças	Expressão algébrica
	**$3x$**		**$-3x$**
	**$2x^2$**		**$-2x^2$**
	**4**		**-4**



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Sugerimos como na Figura 21, que você elabore modelagens de multiplicações com as peças utilizadas na Tabela 6 e, após finalizar, peça que o(a) aluno(a) copie no caderno. Demonstre que as regras dos sinais na multiplicação algébrica são as mesmas das aplicadas na multiplicação numérica: dois valores com sinais iguais resultam em valor positivo e dois valores com sinas distintos, em negativo. Questione-o(a) se quando as peças forem de cores iguais podemos afirmar que elas possuem o mesmo sinal, e se forem de cores diferentes terão sinais diferentes. Recorde-o que tais peças foram confeccionadas justamente com este objetivo, diga a ele(a) que podemos concluir que na multiplicação que realizaremos utilizando estas peças, quando estas forem de cores diferentes o resultado será uma peça da cor amarela e se as cores forem iguais, a peça que representará o resultado será da cor azul.

Figura 21 - Multiplicações no Algeplan (5).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

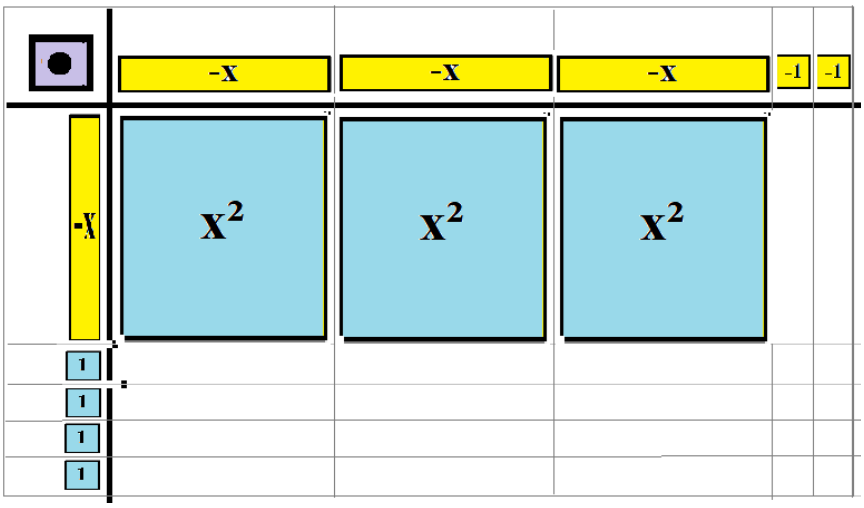
Aproprie-se das multiplicações descritas na Figura 21 e solicite que o(a) estudante resolva uma por uma. Oriente-o em cada uma delas, perguntando se as peças que representam os fatores têm cores iguais ou diferentes, qual a cor da peça que representa o produto e por fim, qual das três peças se encaixa perfeitamente na região destinada ao resultado. Peça a(o) aluno(a) para escrever as multiplicações e os seus respectivos produtos.

Anote a expressão $(-3x-2)\times(-x+4)$ em seu caderno. Faça a observação que tal multiplicação tem como fatores $-3x-2$ e $-x+4$. Primeiramente, oriente que o(a) aprendente separe as peças que representam $-3x-2$. Para isto, pergunte se $-3x$ é positivo ou negativo, qual a cor da peça que representa este sinal, quais e quantas peças configuram este monômio. De maneira semelhante, pergunte qual o sinal do -2, qual a cor da peça que representa este sinal, quais e quantas peças ilustram este número.

É interessante que após a realização de cada seção de ações, que as peças sejam reorganizadas de modo que as positivas fiquem para um lado e as negativas para o outro. Siga conduzindo a montagem do esquema para $-x + 4$.

Dispostas as peças corretamente, prossiga considerando célula por célula do tabuleiro. Conduza suas orientações como se fosse preencher uma tabela, cruzando a informação de cada linha com cada coluna. Em outras palavras, recomendamos que siga a ordem das multiplicações a partir da primeira linha, efetuando a operação da primeira linha com a primeira coluna, em seguida, a primeira linha com a segunda coluna e assim sucessivamente. Outro destaque damos à organização das peças, explicando melhor, ao dispô-las no tabuleiro, é interessante que o(a) aluno as posicione lado a lado, não é regra, mas tal tomada de atitude pode facilitar a execução de tal atividade bem como a sua compreensão. Dê prosseguimento à tarefa proposta e fale que irá começar a multiplicar pela primeira linha, a que se refere $-x$, após aponte para a região delimitada pela primeira linha e primeira coluna. Siga perguntando qual peça está na primeira coluna, se as cores das peças da primeira linha e da primeira coluna têm cores iguais ou diferentes, qual a cor da peça que irá resultar da operação entres elas e por fim, qual peça se encaixa no mencionado espaço. Permaneça guiando e acompanhando as ações rumo ao total preenchimento das células, similar ao caracterizado na Figura 22.

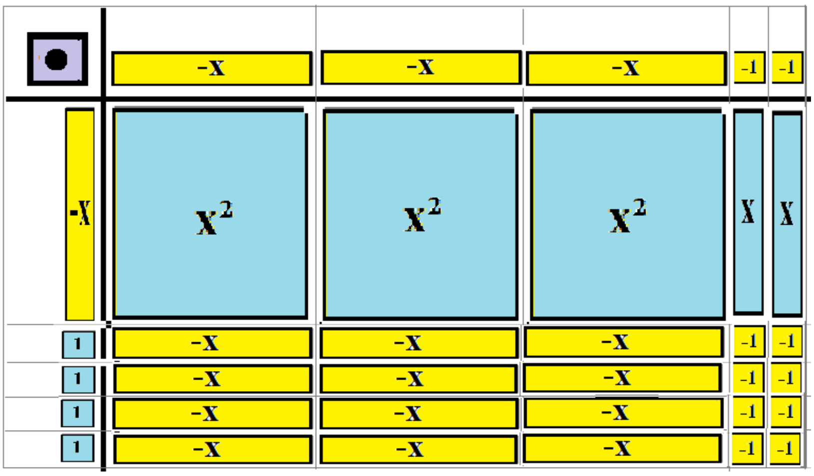
Figura 22 - Multiplicações no Algeplan (6).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

A seguir, após a organização correta de todas as peças resultantes das multiplicações, como observamos na Figura 22, indague o estudante se há peças com o mesmo tamanho e de cores diferentes. Exemplificando, aponte para a peça x^2 que é azul e questione se há alguma outra peça que tenha o mesmo tamanho e seja amarela. Faça o mesmo questionamento para a peça x(azul). Esperamos que ele perceba que há sim, como podemos ver na Figura 23, as peças representativas de x e de $-x$ têm tamanhos iguais e cores diferentes.

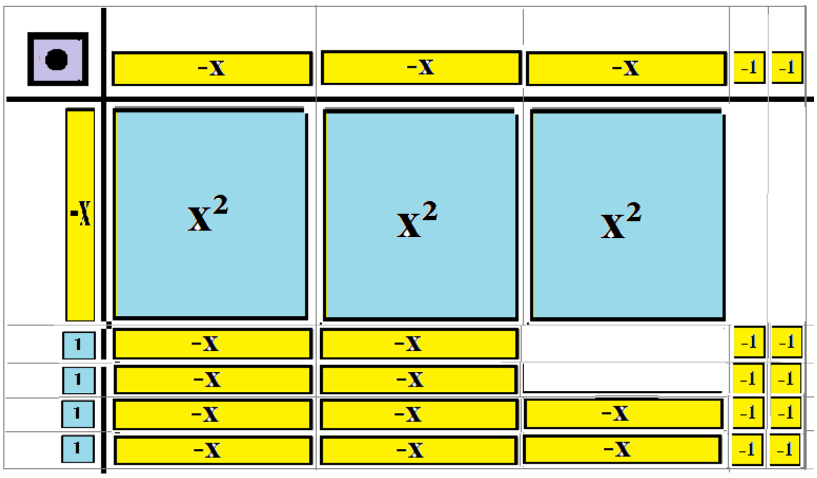
Figura 23 - Multiplicações no Algeplan (7).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Relembre-o da Tabela 6 e que cartões com mesmo tamanho e cores diferentes se anulam, ou seja, podem ser retirados da solução. Peça que ele retire para cada peça x um outra $-x$. Uma simulação do resultado obtido é demonstrada na Figura 24. Por fim, pergunte-o quantos cartões de x^2 há, quantos de $-x$ e quantos de -1. Ao final de cada pergunta peça que ele faça tais anotações em seu caderno.

Figura 24 - Multiplicações no Algeplan (8).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

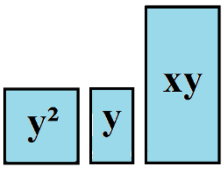
Continue a sequência propondo a resolução de outras multiplicações algébricas. Cabe aqui a observação que este material oferecido não nos permite realizar qualquer produto, como por exemplo $x^2 \times x$ e $x^2 \times 1$, isto porque as peças retangulares que constituem os fatores devem ter pelo menos um de seus lados igual a 1 unidade de medida como foi estabelecido inicialmente na confecção de algumas destas. É de suma importância o planejamento prévio e a atenção destinada a cada aspecto do plano de aula.

- Etapa 2:

Conduziremos nesta etapa da proposta didática, multiplicações algébricas entre expressões que envolvam duas variáveis, contudo, separaremos as atividades que compõem esta seção em dois momentos, o primeiro abrangendo expressões com coeficientes positivos e o segundo, com coeficientes positivos e negativos.

Momento 1: Apresente as peças da Figura 25 que foram confeccionadas, reserve também para este momento as outras da cor azul. Informe a(o) estudante que chegou a hora de aprender multiplicações de expressões algébricas com duas variáveis. Peça para o aluno visualizar os cartões e dizer quais são estas variáveis.

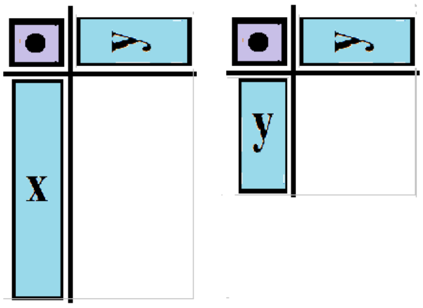
Figura 25 - Peças do Alpelan que representam monômios positivos (2).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Monte as multiplicações esboçadas na Figura 26 com o auxílio do(a) aluno(a). Peça a ele os cartões x e y, mostre como armamos a multiplicação geométrica entre eles. Em seguida, diga para analisar dentre os cartões dispostos na mesa qual representa o produto e colocá-lo no tabuleiro. É de extrema relevância, frisar não somente a área ocupada por cada peça, mas também o valor algébrico desta determinada área.

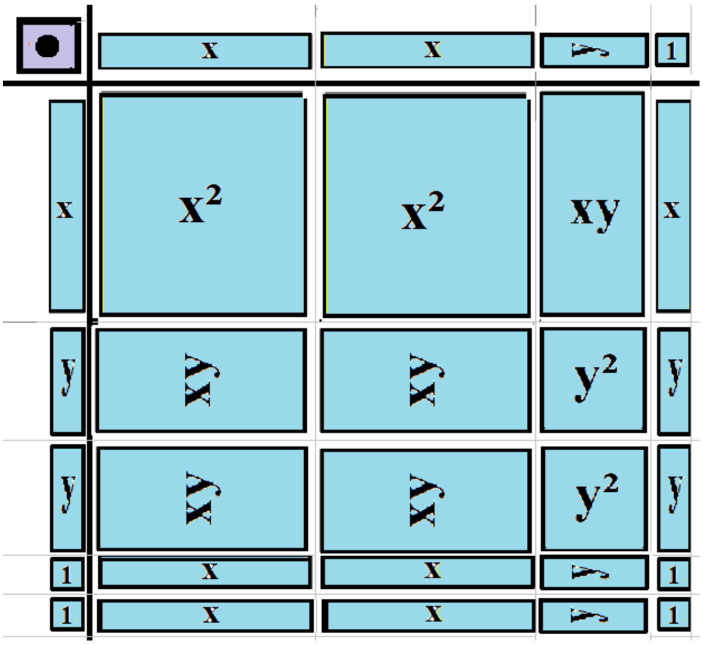
Figura 26 - Multiplicações no Algeplan (9).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Prossiga, escreva a expressão $(2x+y+1)\times(x+2y+1)$, oriente o(a) aprendente a fazer o mesmo em seu caderno. Peça que ele(a) posicione as peças que representam $(2x+y+1)$ ao lado ou abaixo do sinal de multiplicação presente no tabuleiro, logo após, deve também posicionar as peças que representam $(x+2y+1)$. Siga atuando como orientador de maneira análoga a qual foi sugerida na resolução da situação algébrica esboçada da Figura 23 com a diferença que neste atual cenário, representado pela Figura 27, não há a manipulação de cartões com valores negativos.

Figura 27 - Multiplicações no Algeplan (10).



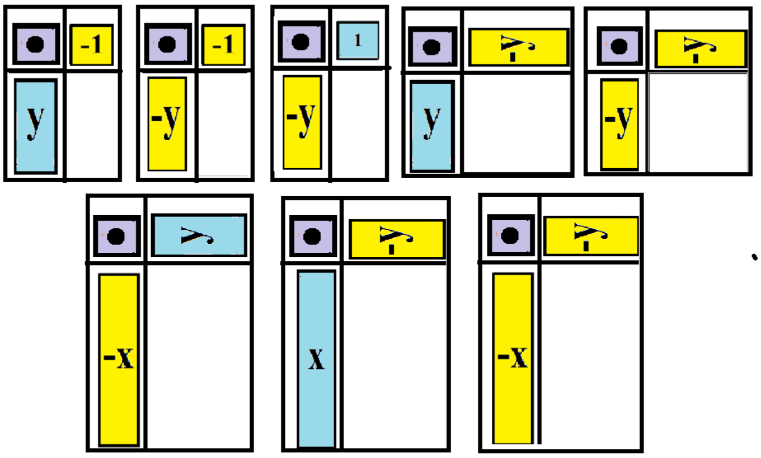
Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

As anotações realizadas pelo estudante acerca deste produto devem se assemelhar à:

$$(2x + y + 1) \times (x + 2y + 1) = x^2 + x^2 + xy + x + xy + xy + y^2 + y + xy + xy + y^2 + y + x +$$
$$+ x + y + 1 + x + x + y + 1 = 2x^2 + 2y^2 + 5xy + 5x + 4y + 2.$$

Momento 2: Por ora, utilizaremos todas as peças disponíveis para efetuar a operação de multiplicação algébrica. Sugestionamos as multiplicações entre os valores descritos nas peças da Figura 28 visando a ambientação do(a) aprendente com a operação envolvendo duas variáveis com sinais iguais e com sinais diferentes. A sequência de orientações objetivando a solução e a compreensão de tais multiplicações são as mesmas sugeridas para o cenário da Figura 21 com o acréscimo de outras, pois nesta circunstância há uma variável a mais. Vale fazer comparações entre alguns produtos e seus respectivos fatores. Correlacione, utilizando os cartões, as multiplicações $x \times x$, $(-x) \times (-x)$, $y \times y$ e $(-y) \times (-y)$. Pergunte o que há em comum nos seus resultados. Se houver dificuldade em obter resposta, coloque lado a lado as peças que representam as soluções para ajudar na acareação. Conduza de maneira similar com os produtos de $x \times (-y)$ e $(-x) \times y$.

Figura 28 - Multiplicações no Algeplan (11).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

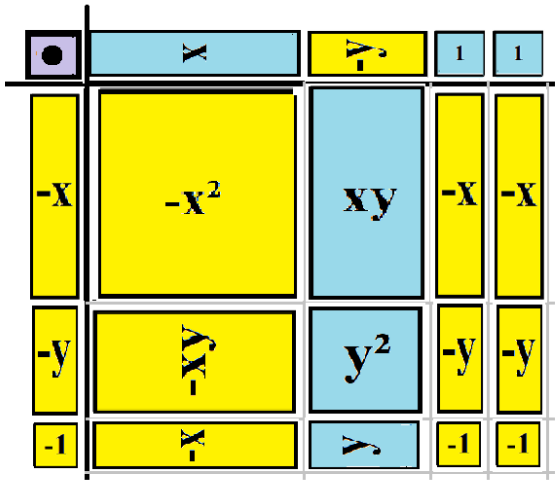
Reafirmarmos que os apontamentos, direcionamentos para a efetuar multiplicação entre expressões algébricas de exemplos anteriores, podem e devem ser repetidos em novas propostas de atividades. Indicaremos a multiplicação $(x - y + 2) \times (-x - y - 1)$ como exercício dos procedimentos para o(a) estudante realizar com a supervisão do(a) professor(a) e sugestionaremos instruções já citadas anteriormente, com o intuito de fazer a união senão de todas, pelo menos em sua maioria. Organizaremos o passo a passo na Tabela 7.

Tabela 7 – Orientações para resolução da expressão algébrica $(x - y + 2) \times (-x - y - 1)$

Orientações pedagógicas para resolução da expressão $(x - y + 2) \times (-x - y - 1)$
Apresente a expressão a ser simplificada;
Peça para separar os cartões por cor, em dois grupos. Em um, todos com a cor azul, no outro, todos de cor amarela. É possível que facilite a visualização, empilhando os que são iguais, assim os cartões x^2 azuis formarão uma pilha, os x^2 amarelos formarão uma outra pilha e estará em grupo diferente dos azuis.
Pergunte qual ou quais são as variáveis presentes neste problema.
Pergunte quais são os fatores desta multiplicação.
Questione se na expressão há só sinais negativos, só positivos ou existem ambos. Baseando-se nas respostas obtidas, pergunte qual ou quais as cores das peças que serão utilizadas e se for preciso, recorde que amarelo indica sinal negativo e azul, sinal positivo.
Aponte para o primeiro monômio, indague qual o seu sinal e qual a cor do cartão que representa este termo, assim como quais e quantas peças o representam. Após a obtenção das respostas corretas, peça para pegar e posicionar o cartão no tabuleiro. Siga realizando tais direcionamentos até a finalização da armação da conta. De maneira semelhante, pergunte qual é o sinal do $-y$, qual é a cor da peça que representa este sinal, quais e quantas peças ilustram este número. Repita a mesma sequência de orientações até completar o tabuleiro com a multiplicação algébrica proposta.
Prossiga considerando célula por célula do tabuleiro. Conduza suas orientações como se fosse preencher uma tabela, cruzando a informação de cada linha com cada coluna, em outras palavras, recomendamos que siga a ordem das multiplicações a partir da primeira linha, efetuando a operação da primeira linha com a primeira coluna, em seguida, a primeira linha com a segunda coluna e assim sucessivamente. Exemplificando, mostre a região de intersecção da primeira linha com a primeira coluna. Aponte enquanto fala esta região é destinada ao resultado da multiplicação de x por $-x$ como podemos ver na Figura 29. Pergunte se estes cartões têm cores iguais ou diferentes e de acordo com a sua resposta, indague-o(a) qual a cor do cartão que representa o produto dos dois que estamos considerando. Solicite que ele busque no grupo que é formado por cartões com a cor do resultado, o cartão que se encaixe na região.
Logo após concluir as multiplicações, deve-se pedir que observe se há cartões com o mesmo tamanho e sinais opostos. Caso não obtenha resposta, ou tenha uma resposta errada, aponte para cada cartão e indague se há outro com cor diferente e com valor oposto ao que está escrito nele. Quando houver resposta positiva, solicite que ele retire os pares de cartões que tem as características descritas anteriormente.
Finalmente, pergunte qual foi a expressão obtida.
Destacamos que a ação de escrever as expressões obtidas e suas respectivas simplificações é importante para o processo de assimilação da abstração algébrica. Neste caso, após findar a solução da multiplicação, o(a) aluno(a) deve ter registrado em seu caderno de forma semelhante: $(x - y + 2) \times (-x - y - 1) = -x^2 + xy - x - x - xy + y^2 - y - y - x + y - 1 - 1 =$ $= -x^2 + y^2 - 3x - y - 2$

Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Figura 29 - Multiplicações no Algeplan (12).



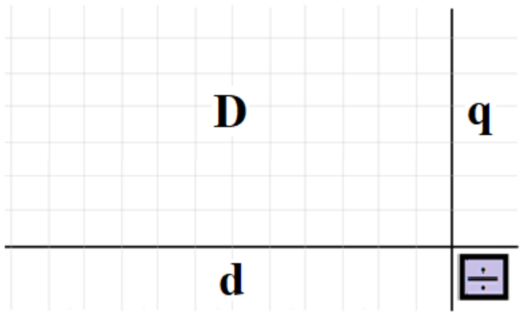
Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

- Etapa 3:

Reservamos para esta etapa a simplificação de expressões algébricas que envolvem divisão. Admitiremos que o(a) estudante tenha conhecimento que a operação de divisão é o inverso da multiplicação.

Continuaremos a utilizar o mesmo tabuleiro esboçado na Figura 15 para efetuar tal operação, no entanto, empregaremos a peça com o símbolo de divisão e vamos girar o tabuleiro 180º para direita ou para a esquerda. O dividendo (D) ficará situado onde outrora utilizamos para posicionar o produto, o divisor (d) fixaremos na região abaixo do dividendo e o quociente (q) será posicionado em cima do sinal de divisão como ilustrado na Figura 30. Destacamos que as divisões que iremos propor serão todas exatas, o que não impossibilita a readaptação das atividades para efetuar divisões não exatas.

Figura 30 - Tabuleiro do Algeplan (2).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

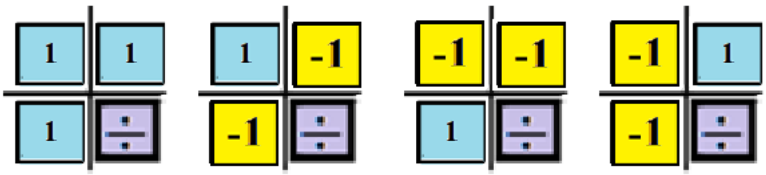
Para efetuarmos, geometricamente, divisões com expressões algébricas, devemos formar retângulos com as peças que representarão o dividendo de forma que o seu lado situado logo acima do divisor tenha a mesma medida deste.

Dividiremos as propostas pedagógicas a seguir em dois momentos, o primeiro com o uso de expressões com uma variável e o segundo, com duas varáveis.

Momento 1: Informe as(o) alunos(a) que iniciarão os estudos de divisão de expressões algébricas. Movimente o tabuleiro e explique como ficará organizado os elementos da divisão neste, assim como elucidado anteriormente. Faça uma analogia sobre as disposições das peças referentes aos elementos de uma divisão, assemelharem-se à posição destes em uma fração, onde o dividendo situa-se na região de cima e o divisor, na região de baixo e o resultado colocaremos ao lado, logo acima do sinal de divisão.

Relembre a ele(a) que as regras dos sinais aplicados na divisão são iguais às aplicadas na multiplicação. Inicie propondo a divisões $1 \div 1$, $1 \div (-1)$, $(-1) \div 1$ e $(-1) \div (-1)$ uma a uma, auxiliando-o(a) na organização das peças do tabuleiro como na Figura 31. Pergunte se as cores das peças do dividendo e do divisor são diferentes ou iguais e qual é a cor da peça que será o quociente. Solicite a(o) estudante o encaixe da peça no lugar destinado a isso e a escrita da expressão que acabou de resolver.

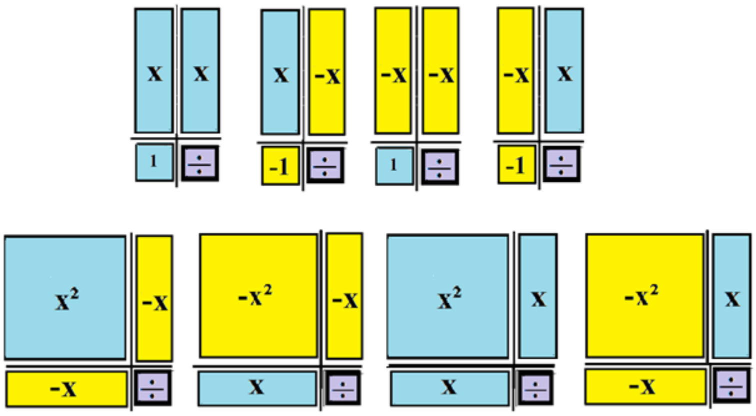
Figura 31 - Divisões no Algeplan (1)



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

A seguir, apresente as divisões seguindo a ordem de exposição demonstradas pela Figura 32 e fazendo a condução de ações e reflexões para encontrar as soluções de tais operações da mesma forma como foi realizado anteriormente.

Figura 32 - Divisões no Algeplan (2)

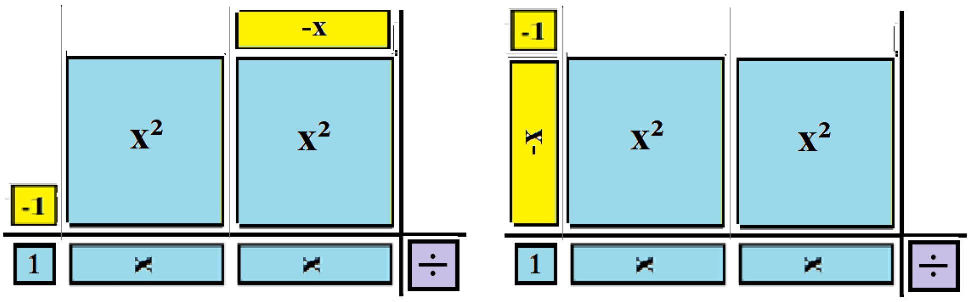


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

A intenção de lançar, inicialmente, as divisões das Figuras 31 e 32 foi a de preparar o(a) aprendente para atividades com divisão de expressões algébricas maiores. Respeitando o seu ritmo de aprendizagem ao permanecer nesta fase de estudo até ele(a) compreender os conceitos e procedimentos necessários para solucionar tais problemas.

Avançaremos em direção à resolução de $\left(2x^2 - x - 1\right) \div (2x + 1)$. Apresente tal divisão para o(a) estudante, solicite que ele(a) pegue e organize as peças na região em que o divisor deve ficar, logo após ele deve fazer o mesmo para o dividendo. Enfatize que as peças que correspondem ao dividendo sempre devem formar um único retângulo de modo que seu lado paralelo à região onde o divisor se situa, deve ser igual a este próprio divisor. É fato que ele(a) não conseguirá obter um único retângulo com as 4 peças que representam $2x^2 - x - 1$. Foi proposital não ter dado, inicialmente, nenhuma previsão do que poderia ocorrer. Nosso objetivo foi de pôr o(a) estudante diante de um problema para depois promover o levantamento de hipóteses acerca de possíveis estratégias para solucioná-lo. Na Figura 33 temos duas possibilidades de como o(a) aprendente pode ter organizado as peças.

Figura 33 - Divisões no Algeplan (3).

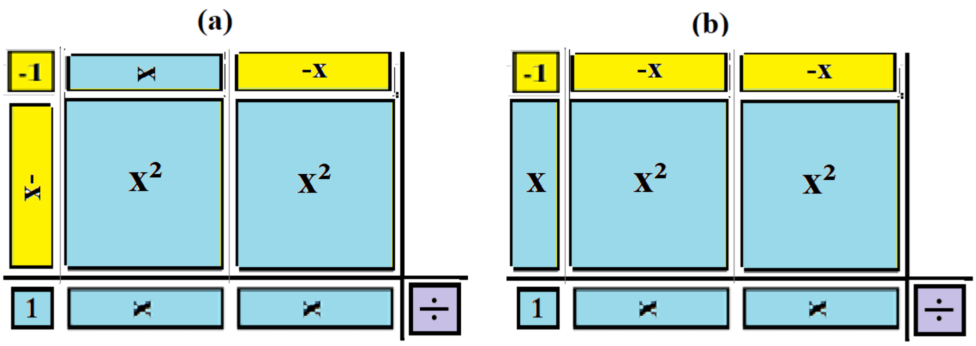


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Após as tentativas de formar um único retângulo, aponte as regiões que faltaram ser preenchidas para que isto ocorresse. Pergunte se ele(a) tem alguma sugestão de como resolver o problema obtido. Espera-se que ele(a) diga que podemos preencher tais regiões com mais peças, caso isto não ocorra, sugira tal estratégia. Solicite que escolha as peças para completar o retângulo. Depois dele(a) manipular as peças para verificar quais se encaixam nos espaços em questão, observe se estas são de cores iguais. A resolução está em acrescentar x e $-x$ ao dividendo, caso a escolha do(a) aluno tenha sido acrescentar duas peças x ou acrescentar duas peças $-x$, explique que se adicionarmos tais valores iremos alterar o valor do que nos foi proposto. Recorde-o(a) que peças iguais e cores diferentes se anulam quando juntamos uma à outra. Logo após tais considerações, convide-o(a) a encaixar as peças x e $-x$ no tabuleiro. Existem algumas maneiras distintas de organizar estas peças, ilustramos na Figura 34 duas destas.

Outra regra essencial para a efetuação geométrica correta da operação precisa ser respeitada: quando o divisor for constituído de peças com a mesma cor, as peças, que simbolizam o dividendo, quando dispostas lado a lado, devem formar um retângulo de uma cor só. Na Figura 34, a imagem (a) ilustra uma situação em que esta regra não é respeitada, enquanto na imagem (b), as peças dispostas uma ao lado da outra têm a mesma cor, ou seja, possuem sinais iguais, logo satisfazem tal regra. Explique para o(a) aluno(a) esta regra, acompanhe suas tentativas em acomodar as peças adequadamente. Nas situações em que o(a) aprendente errar ao dispor as peças, de acordo com as regras enumeradas anteriormente, cite qual foi a norma quebrada e pergunte a ele(a) se a configuração das peças no tabuleiro respeita tal norma.

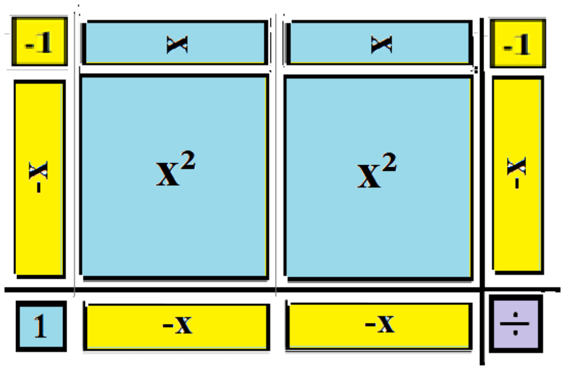
Figura 34 - Divisões no Algeplan (4).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Na verdade, esta regra de organizar as “linhas” das partes, que constituem o dividendo, em cores iguais é flexível. Tal organização dependerá das cores das peças do divisor, caso sejam todas iguais, as peças do dividendo deverão ser organizadas em cores por linhas. Mas, se o divisor possuir cores distintas entre as suas peças, o dividendo terá suas cores organizadas por coluna, no entanto, as peças de cada coluna não necessariamente serão todas de cores iguais. Um modelo para esta última modelagem descrita é a divisão de $\left(2x^2 + x - 1\right)$ por $(-2x + 1)$ expressa na Figura 35 logo abaixo. No Momento 2 desta etapa, que será descrito mais à frente, há um exemplo da flexibilidade na organização das cores das peças do dividendo quando o divisor tem cores diferentes (Figura 44).

Figura 35 - Divisões no Algeplan (5).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

De qualquer forma, é essencial que ao se dividir uma linha do dividendo com seus respectivos divisores, tais valores sejam iguais. Quando for a hora adequada para o(a) estudante efetuar as divisões, é interessante que ele(a) faça isto linha por linha, assim poderá verificar tal característica.

Explique para o(a) aluno(a) esta regra, acompanhe suas tentativas em acomodar as peças adequadamente. Nas situações em que o(a) aprendente errar ao dispor as peças, de acordo com as regras enumeradas anteriormente, cite qual foi a norma quebrada e pergunte a ele(a) se a configuração das peças no tabuleiro respeita tal norma.

Após a conclusão da organização do dividendo e do divisor no tabuleiro, restará calcular o quociente para concluir a atividade. Para isto, esclareça para o(a) aprendente que a solução da divisão será representada pelas peças que expressam a mesma medida do lado do retângulo do dividendo, que é paralelo a região destinada ao quociente. Em outras palavras, o quociente será a medida do lado do retângulo do dividendo que é paralelo ao eixo vertical.

Verifique se as divisões de cada linha por sua respectiva peça situada no divisor são iguais, tal preceito é uma forma de averiguar se a operação em questão foi armada geometricamente corretamente. Depois de assegurar-se que as peças foram dispostas acertadamente no tabuleiro, oriente o(a) estudante a efetuar as divisões por linha. É válido fazer anotações de cada divisão por linha a fim de realçar que os resultados devem ser iguais, por exemplo, na linha onde se encontra $2x - 1$, pode-se escrever:

$$(-1) \div 1 = -1$$

$$x \div (-x) = -1$$

$$x \div (-x) = -1$$

Seguindo o mesmo critério para $2x^2 - x$, obtém-se:

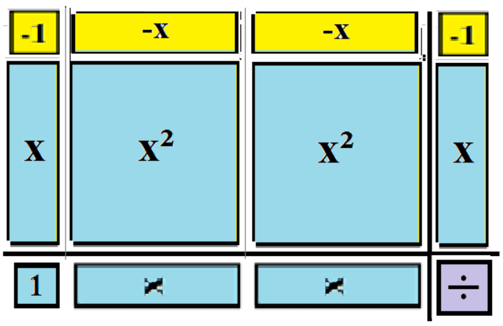
$$(-x) \div 1 = -x$$

$$x^2 \div (-x) = -x$$

$$x^2 \div (-x) = -x$$

Para finalizar, ao solicitar que o(a) aluno(a) posicione as peças que representarão a solução da divisão, alerte-o que é necessário considerar os sinais, ou melhor, as cores das peças que estão no dividendo e no divisor. Assim, como já visto, cores iguais resultará em azul e cores diferentes, em amarelo, como ilustrado na Figura 36.

Figura 36 - Divisões no Algeplan (6).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Pergunte a(o) estudante qual a expressão obtida no quociente e peça que ele registre a resposta no caderno.

Recomendamos a divisão $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$ e explanaremos na Tabela 8 as sugestões de instrução para a efetuação desta operação.

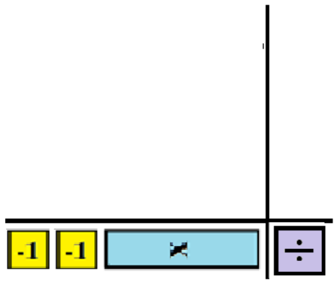
Tabela 8 – Orientações para resolução da expressão algébrica $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$

Orientações pedagógicas para resolução da expressão $(x^2 + x - 6) \div (x - 2)$
Apresente a expressão a ser simplificada;
Peça para separar os cartões por cor, em dois grupos. Em um, todos com a cor azul, no outro, todos de cor amarela. É possível que facilite a visualização, empilhando os que são iguais, assim

os cartões x^2 azuis formarão uma pilha, os x^2 amarelos formarão uma outra pilha e estará em grupo diferente dos azuis.

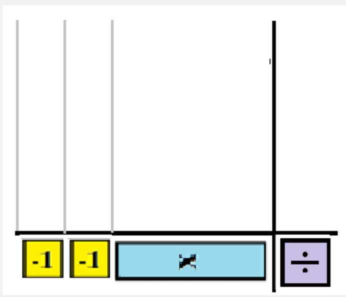
Pergunte qual o dividendo e qual o divisor da divisão.

Solicite a ele(a) a organização das peças que representaram o divisor. Caso haja hesitação em executar a ação requisitada, ajude-o(a) apontando para as duas partes do divisor, primeiramente para o x e perguntando qual a peça que corresponde a este termo, sempre considerando o sinal e a respectiva cor que o retrata, e em seguida para o -2, questionando se há uma única peça com este número. Após o(a) estudante observar as peças, espera-se que ele(a) chegue à conclusão que o indicado a se fazer é agrupar duas peças -1 como na figura abaixo.

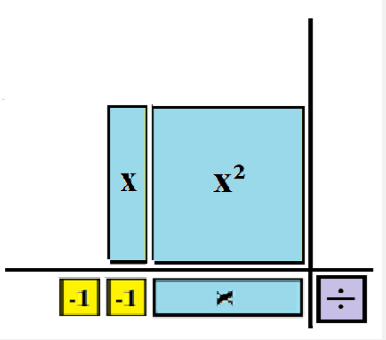


Em seguida, solicite que ele(a) separe as peças que representam o dividendo e as posicione no tabuleiro. Destaque a importância de posicionar as peças do dividendo de acordo com a medida do lado horizontal de cada peça do divisor. Por exemplo, a(s) peça(s) do dividendo que ficarão em cima de x deve ter posicionada de forma que o seu lado que também mede x fique na horizontal, as peças que ficarão logo acima de 1 deve ficar com seu lado que mede 1 na horizontal.

Não podemos descartar ou não considerar a possibilidade do(a) estudante demonstrar dificuldade em compreender tal norma. Uma alternativa que sugerimos é a de utilizar fitas, lápis ou outro objeto que dividam a região do dividendo de acordo com as medidas dos lados horizontais das peças do divisor como na figura abaixo.

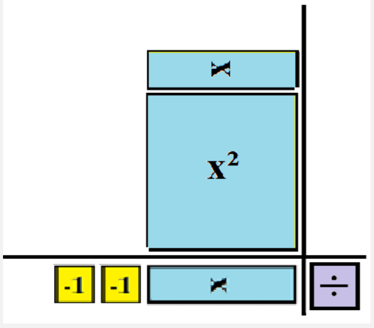


Uma possível configuração, considerando tal regra, de algumas das peças que representam o dividendo pode ser visualizada na figura a seguir:



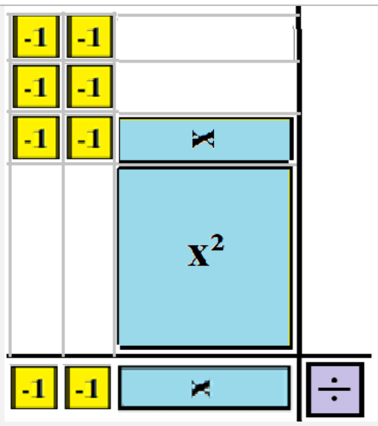
No entanto, esta norma só é válida sem ressalvas quando o divisor tem seus coeficientes todos positivos que não é o caso. Note que $x^2 \div x = x$ e $x \div (-1) = -x$ o que contraria o "princípio da divisão geométrica", que afirma que as divisões das peças de cada linha por seu respectivo divisor devem ter quocientes iguais. De fato, na região destinada para o quociente deve ser posicionada somente uma peça. Logo a figura acima não representa corretamente a disposição das peças x^2 e x do dividendo, mas não iremos descartar esta regra, apenas iremos combiná-la com uma outra que diz que devemos posicionar as peças de cada linha do dividendo considerando também as suas cores com as dos seus respectivos divisores. Explicando melhor, como x^2 está logo acima de x então a peça que deve ficar em cima de -1 além de ter o lado horizontal igual a uma unidade de medida deve ter cor igual, ou seja, deve ser negativo. Isto porque divisão entre peças de cores iguais resulta em sinal positivo.

Explique pata o(a) estudante esta regra, destacando as cores das peças além das medidas. Após pedir para ele posicionar a peça x, o tabuleiro deve estar como na figura a seguir:

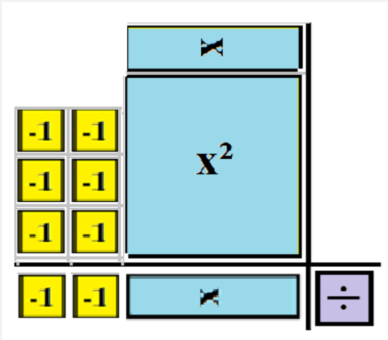


Posteriormente, peça que ele(a) pegue as peças que representam o valor -6 do dividendo, auxilie-o(a) se necessário fazendo perguntas que o(a) direcionem para as peças corretas. Como por exemplo: Qual o sinal de -6? Qual a cor que representa este sinal? Qual a peça que representa um número e não uma letra? Quantas destas peças precisamos pegar para representar -6?

Seguindo as regras já descritas o tabuleiro ficará da seguinte forma:

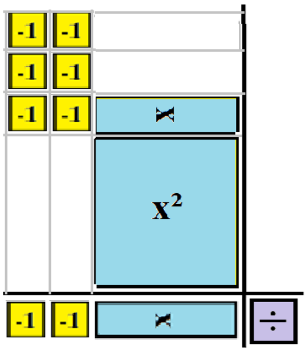


Outra regra importante que devemos seguir, leva em consideração a medida do lado vertical da peça, só podemos posicionar uma peça ao lado da outra quando seus lados verticais forem iguais. Desta forma, uma maneira incorreta de organizar as peças que representam -6 seria como na figura a seguir, pois estaríamos afirmando que que o lado da peça x^2 que mede x seria igual ou teria correspondência com as peças situadas ao seu lado.

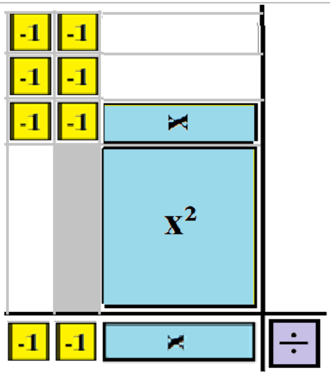


O próximo passo será completar o retângulo que representará o dividendo de forma que as peças acrescentadas se anulem entre si.

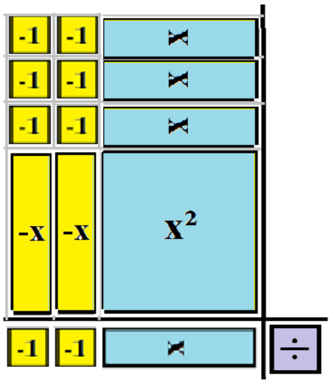
Considerando a figura a seguir e suas divisões delimitadas por segmentos de cor cinza, questione o(a) aluno(a) quantas regiões estão vazias e se elas têm tamanhos diferentes ou iguais.



Pergunte qual as medidas dos lados de cada região vazia. Aponte especificamente para uma e mova seu dedo direcionando-o para os lados das peças que determinam tais medidas, como por exemplo na figura a seguir, a região cinza destacada será ocupada por uma peça de lado vertical x e horizontal 1.



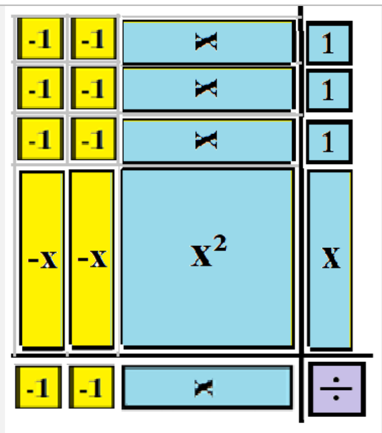
Questione-o(a) qual a peça que tem estas medidas. Após, promova a observação afim de concluir que ele(a) terá de adicionar quatro peças com tais medidas, no entanto, duas terão que ser positivas e as outras duas negativas para que adicionadas umas às outras elas se anulem. Espera-se que ele(a) pegue duas peças azuis x e duas peças amarelas $-x$. Solicite o posicionamento correto destas como na figura abaixo.



Instrua-o(a) a escrever a divisão no caderno: $\left(x^2 + 3x - 2x - 6\right) \div (x - 2)$.

Prossiga solicitando a divisão entre os valores das peças. Inicie pela primeira linha com a divisão de x^2 por x. Pergunte-o(a) qual a peça que corresponde ao quociente desta divisão e peça para posicionar na região da primeira linha do quociente. Ainda considerando este resultado, peça para o(a) estudante verificar se $(-x) \div (-1)$ também é x. Destaque que as divisões dos valores das peças da primeira linha pelos valores das peças situadas respectivamente logo abaixo de cada uma delas devem ser iguais a x.

Avance fazendo as mesmas orientações para a segunda linha e para as demais até chegar ao resultado a seguir expresso na figura:



Finalmente, pergunte qual foi a expressão obtida.

Destacamos que a ação de escrever as expressões obtidas e suas respectivas simplificações é importante para o processo de assimilação da abstração algébrica. Neste caso, após findar a solução da multiplicação, o(a) aluno(a) deve ter registrado em seu caderno de forma semelhante:

$$\left(x^2+x-6\right) \div (x-2) =$$
$$\left(x^2+x+x+x-x-x-1-1-1-1-1-1\right) \div (x-1-1) =$$
$$\left(x^2+3x-2x-6\right) \div (x-2) =$$
$$x+1+1+1=$$
$$x+3.$$

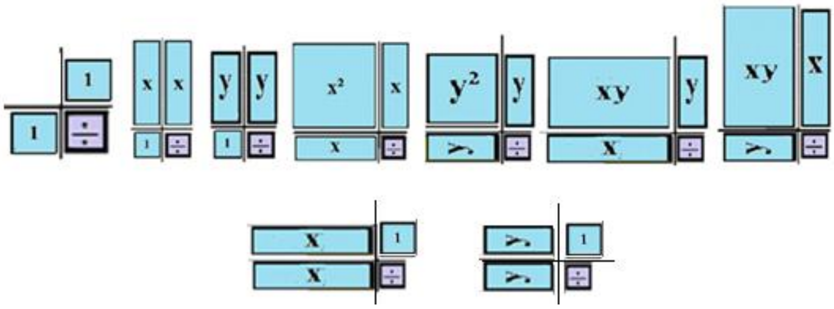
Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Sugerimos nesta etapa a implementação de exemplos sobre divisão exata de expressão algébrica com uma única variável, mas reforçamos a relevância em propor outras divisões e seguir orientações semelhantes a estes presentes na etapa até o(a) aprendente aprender a efetuar os tipos de divisões citadas.

Momento 2: Apresentaremos nesta ocasião, divisões algébricas envolvendo duas variáveis, estrategicamente, primeiramente, as manipulações com o Algeplan serão realizadas com as peças positivas.

Apresente as divisões $1 \div 1$, $x \div 1$, $y \div 1$, $x^2 \div x$, $y^2 \div y$, $xy \div x$ *e* $xy \div y$ e requeira a disposição de cada uma no tabuleiro, dando as devidas instruções para o correto posicionamento de cada peça. Na Figura 37, temos a representação do quociente de cada divisão, porém, é preciso que o(a) próprio(a) estudante solucione cada operação.

Figura 37 - Divisões no Algeplan (7).

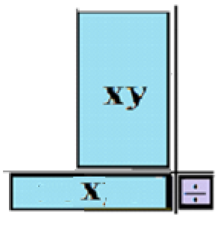


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Tomemos como exemplo $xy \div x$, pergunte quais as peças que serão utilizadas para esta divisão, logo depois requisite o posicionamento destas. Acompanhe este processo reforçando a regra que as peças que representam o dividendo e o divisor devem ser posicionadas de forma que seus comprimentos horizontais coincidam em medida. Optamos por trabalhar somente com divisões que satisfaçam esta regra com o propósito de proporcionarmos atividades com normas claras e aplicáveis nas divisões que iremos recomendar. Outra observação essencial trata das peças que iremos utilizar nos quocientes, o resultado de cada divisão entre monômios será representado pelas peças x, y ou 1, isto é, nossas sugestões serão elaboradas visando satisfazer tanto este princípio como outros já explicados e os que explicaremos à medida que avançamos.

A Figura 38 traz um esboço de uma configuração errada de $xy \div x$ no Algeplan, caso algo semelhante ocorra, aponte o porquê do erro e prossiga até o correto posicionamento das peças. Posteriormente, instrua o(a) aprendente a escolher entre x, y e 1, aquele que irá ser o quociente desta divisão. A peça que irá exprimir o valor do quociente terá a altura igual àquela que constitui o monômio do dividendo.

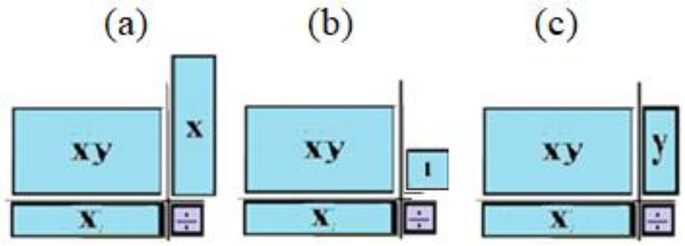
Figura 38 - Divisões no Algeplan (8).



Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Na Figura 39, notamos três situações que podem ocorrer na tentativa de resolver $xy \div x$, a situação (c) retrata a disposição correta do dividendo, do divisor e do quociente, as outras situações foram elaboradas erroneamente. Note que estamos, inicialmente, trabalhando somente com monômios positivos.

Figura 39 - Divisões no Algeplan (9).

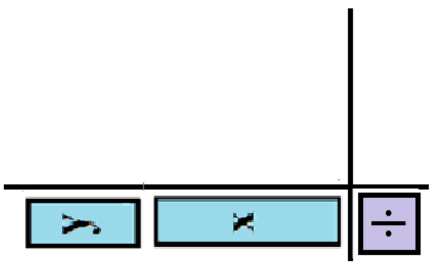


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Faça ações semelhantes para guiar o(a) estudante na resolução das outras divisões presentes na Figura 37.

Após as manipulações e reflexões acerca das divisões anteriores, sugerimos a resolução de $\left(y^2+y+xy+x\right) \div (x+y)$. Em primeiro lugar, pergunte a(o) aluno(a) qual o dividendo e qual o divisor, a seguir, requisite a disposição das peças do divisor no seu devido lugar. As peças que representam o divisor podem ser acomodadas de duas formas, uma com o x antes do y e outra, como na Figura 40.

Figura 40 - Divisões no Algeplan (10).

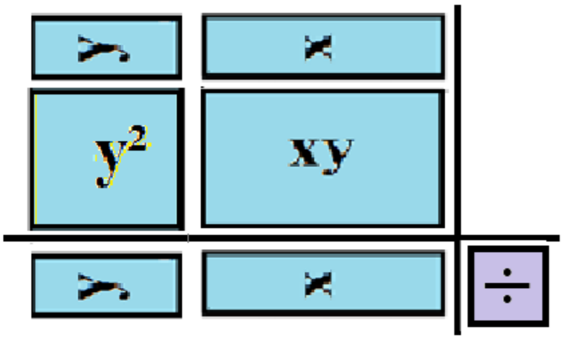


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Em seguida, deve-se separar as peças que serão utilizadas para ilustrar o dividendo e logo após, colocá-las corretamente no espaço reservado para o dividendo. De maneira que as peças que ficarem em cima de x, tenham a medida do seu lado posicionado na horizontal igual a x, e as peças que ficarem em cima de y, tenham a medida do seu lado posicionado na horizontal igual a y. Uma forma de particionar estas instruções, é destacar para o(a) aprendente que o dividendo é formado por quatro monômios e cada um destes é representado por uma peça. Solicite que ele(a) comece pelo monômio x. Onde esta peça deve ficar situada? Em cima do x

ou do y? Prossiga as orientações para o próximo monômio, o y^2 e assim sucessivamente. Faça as mesmas perguntas e acompanhe as ações do(a) aprendente fazendo correções, quando necessário, e parabenizando-o(a) após os acertos. Uma configuração possível e correta da disposição das peças do dividendo e do divisor é representada na Figura 41.

Figura 41 - Divisões no Algeplan (11).

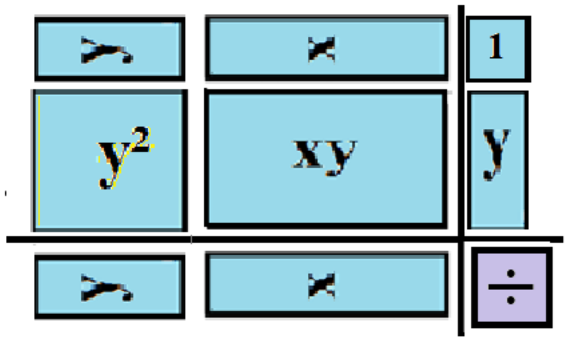


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Explique a(o) estudante que para cada “linha” do dividendo, deve-se ter localizada ao seu lado, uma peça do quociente. Baseando-se na imagem do tabuleiro da Figura 41, sugerimos que o(a) aluno(a) seja instruído a efetuar a divisão observando, principalmente, as divisões entre os monômios. Lembre-se que serão utilizadas dentre as peças x, y e 1 para obtermos o quociente.

Mostre a expressão algébrica que se encontra na primeira linha da Figura 41, y^2+xy, e explique que ele(a) irá dividi-la por $x+y$. Indique com gestos que tal divisão pode ser resolvida considerando $y^2 \div y$ ou $xy \div x$, em seguida solicite a(o) estudante o encaixe da peça que representará este quociente. Logo após, passe para a outra linha onde se encontra $(x+y) \div (x+y)$, aponte para as peças que exprimem $y \div y$ e $x \div x$. Para terminar as manipulações necessárias para resolver esta divisão, oriente o(a) aprendente a posicionar a peça que soluciona a última linha considerada. Ao final destas movimentações, a imagem do tabuleiro será como vista na Figura 42.

Figura 42 - Divisões no Algeplan (12).



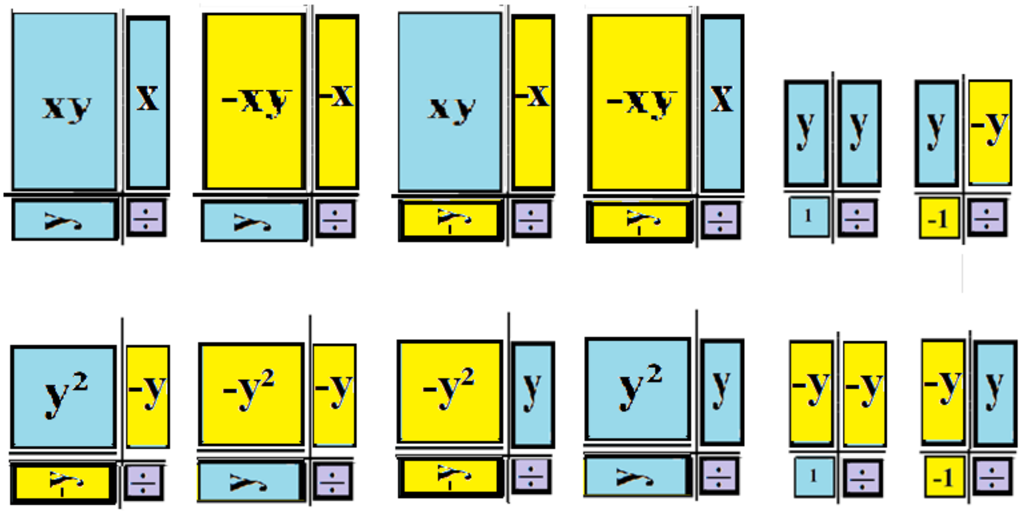
Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

No Algeplan temos esta vantagem, ao dispormos do problema $\left(y^2+y+xy+x\right) \div (x+y)$, o fragmentamos em $\left(y^2+xy\right) \div (x+y)$ e $(x+y) \div (x+y)$ ou até mais minimamente, o decompomo-lo em divisões de monômios, $y^2 \div y = xy \div x$ e $y \div y = x \div x$. Recomendamos a elucidação destas decomposições a(o) apredente com as anotações necessárias para um melhor entendimento destas equivalências.

Depois disso, partiremos para a divisão de expressões algébricas que possuam pelo menos um monômio com coeficiene negativo.

Inicie indicando as divisões estampadas na Figura 43 para o(a) aluno(a) resolvê-las, não esqueça de orientá-lo(a) quanto aos sinais e às peças que devem representar o quociente de cada operação.

Figura 43 - Divisões no Algeplan (13).

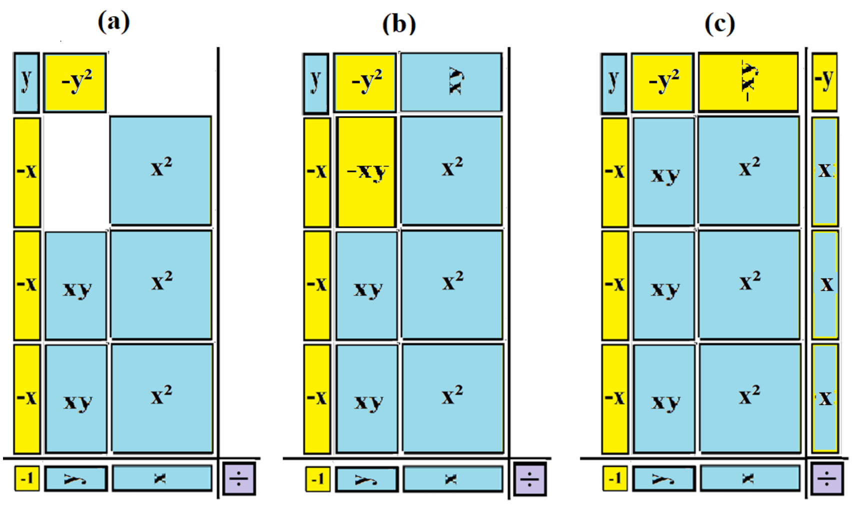


Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Indique a divisão $\left(3x^2 - y^2 + 2xy - 3x + y\right) \div (x + y - 1)$ para ser escrita no caderno. Logo após, oriente a organização das peças do divisor no tabuleiro e, em seguida, as peças do dividendo. Observe que vimos ocultando alguns procedimentos que foram aplicados desde a etapa que envolvia multiplicação, como por exemplo os direcionamentos para separar as peças que serão utilizadas para resolver o problema, isto porque supõe-se que o(a) aprendente já esteja familiarizado com tal esquema. Caso seja observado dificuldades em realizar ações já trabalhadas em outras etapas desta sequência, aconselhamos a insistência em auxiliar pedagogicamente o(a) aprendente até atingir a sua compreensão. Talvez ocorra da melhor atitude ser a de retornar às atividades passadas para uma melhor intelecção.

A seguir, na Figura 44(a), ilustramos uma possível configuração das peças, que representam a divisão, no tabuleiro. Pergunte se foi possível formar um único retângulo com o dividendo e como podemos preencher os espaços vazios. Indague também se as regiões que estão vazias são iguais. Lembre-o(a) que ao adicionar peças, elas, obrigatoriamente, devem ter sinais opostos duas a duas para não alterarem a expressão algébrica proposta. Estimule o aluno(a) em suas ações, até chegar à conclusão que deve adicionar ao problema xy e $-xy$, Peça que posicione tais peças no tabuleiro. Se ocorrer dele(a) posicionar incorretamente como vemos na Figura 44(b), ajude-o(a) a fazer as divisões da linha, onde consta a expressão $-x - xy + x^2$, ou seja, $(-x) \div (-1)$, $(-xy) \div y$ e $x^2 \div x$. Ele(a) irá observar que os quocientes não são iguais, o que é um absurdo, logo terá que trocar por outra peça. Instrua-o(a) a fazer o mesmo com a linha de $y - y^2 + xy$. Sugira que troque de lugar as duas peças e faça as contas novamente. Após verificar que estão corretas e efetuar a divisão geométrica encaixando as peças na região do quociente, o tabuleiro deve estar semelhante à Figura 44(c).

Figura 44 - Divisões no Algeplan (14).



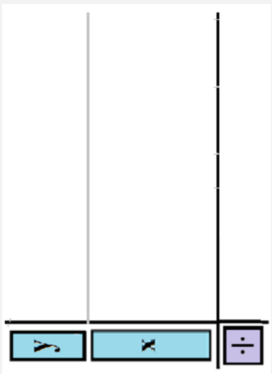
Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

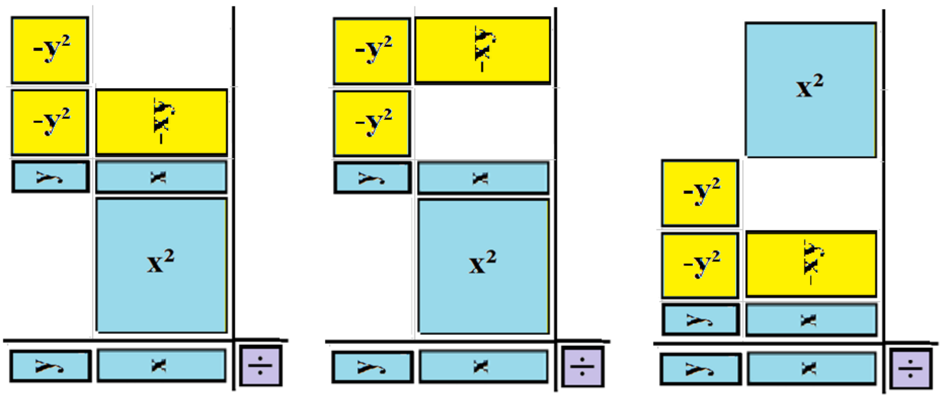
As anotações escritas sobre este exercício, no caderno do(a) estudante, devem ser semelhantes a:

$$\left(3x^2 - y^2 + 2xy - 3x + y\right) \div (x + y - 1) =$$
$$\left(3x^2 - y^2 + 2xy + xy - xy - 3x + y\right) \div (x + y - 1) =$$
$$x + x + x - y =$$
$$3x - y.$$

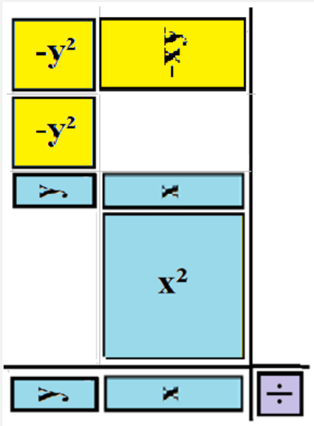
Apontaremos mais uma divisão algébrica envolvendo duas variáveis e listaremos sugestões de instruções para a sua resolução por parte do(a) educando na Tabela 9. Consideramos que o aluno(a) já esteja familiarizado com as regras descritas na Tabela 8, por isto ocultamos propositalmente algumas explicações e sugestões no desenvolvimento da atividade, entretanto, o(a) professor(a) pode e deve, segundo a sua avaliação aplicada de maneira contínua e observacional, persistir e revisar tais procedimentos a qualquer momento da referida aplicação.

Tabela 9 – Orientações para resolução da expressão algébrica $\left(x^2 - 2y^2 - xy + x + y\right) \div (x + y)$

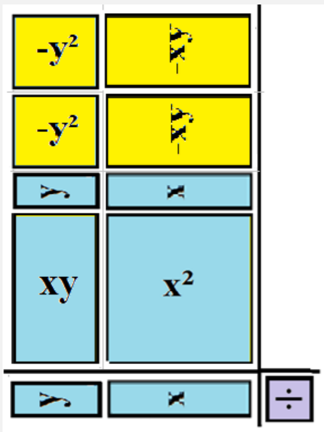
Orientações pedagógicas para resolução da expressão $\left(x^2 - 2y^2 - xy + x + y\right) \div (x + y)$
Apresente a expressão a ser simplificada;
Pergunte qual o dividendo e qual o divisor da divisão.
Solicite que organize as peças que representaram o divisor no tabuleiro. Deve ser distribuídas as peças de maneira semelhante à figura a seguir, mas não há problema caso a posição do x e do y estejam trocadas. 
Em seguida, solicite que ele(a) separe as peças que representam o dividendo e as posicione no tabuleiro. No esquema de figuras a seguir estão representadas algumas configurações da organização correta do dividendo no tabuleiro. Verifique juntamente com o(a) estudante, revisando as regras que devem ser respeitadas, se as posições das peças estão corretas.



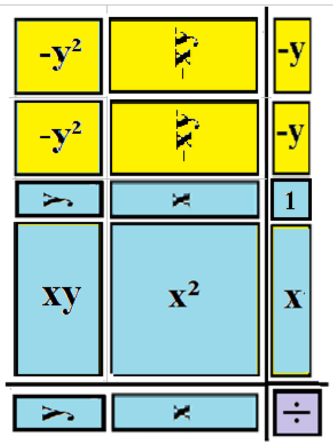
Posteriormente, deve-se completar os espaços vazios para formar o "retângulo do dividendo". Para ilustrar, optaremos pela disposição das peças como na figura a seguir.



Pergunte ao aluno(a) quais as peças que devem ser encaixadas em tais espaços e diga para realizar tal ação, de forma, que a divisão geométrica fique organizada como na figura abaixo ou semelhantemente a ela.



Para finalizar, diga para efetuar as divisões linha por linha do dividendo, de maneira que o resultado obtido seja $(x - 2y + 1)$ como podemos conferir abaixo.



Conclua perguntado a ele(a) qual foi a expressão obtida.

Lembre-se de indicar os momentos oportunos para o(a) aprendente fazer as devidas anotações em seu caderno acerca do desenvolvimento da simplificação desta expressão. Um modelo possível de tais registros vemos nas próximas linhas.

$$\left(x^2 - 2y^2 - xy + x + y\right) \div (x + y) =$$
$$\left(x^2 - y^2 - y^2 - xy - xy + xy + x + y\right) \div (x + y) =$$
$$x - y - y + 1 =$$
$$x - 2y + 1.$$

Fonte: Autora da Pesquisa (2022).

Prossiga, propondo novas expressões algébricas com duas variáveis para o educando(a) resolver.

Na intenção pedagógica de ampliar os olhares para as pessoas que estão no Espectro Autista e inseridas na educação básica, é que esta proposta didática elenca a componente da matemática como uma das possibilidades pedagógicas para a inclusão dos educandos nos anos finais do ensino fundamental. Aqui finalizamos este capítulo com a ontológica motivação esperançosa de inclusão das pessoas que estão no TEA no cotidiano escolar por meio desta disciplina.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O percurso trilhado por esta pesquisa aconteceu em um período bastante turbulento e complexo, pois a crise pandêmica do COVID-19[24] transformou todas as relações rotineiras de nossa sociedade, impondo uma adaptação rápida para um novo convívio à distância.

Diante deste cenário, assumimos o compromisso social como professor-pesquisador a favor da inclusão de pessoas que possuem TEA na educação básica. Por meio desta dissertação foi possível oferecer um modelo didático matemático que se soma aos demais instrumentos criados para estimular as habilidades cognitivas e sociais de pessoas com TEA bem como a sua autonomia e protagonismo.

Vimos que a inclusão para pessoas com TEA é incentivada para que ocorra de maneira interdisciplinar, em diferentes setores da sociedade e findando em estimular uma consciência coletiva inclusiva da sociedade para este público. Deste modo, entendemos que as diferentes diversidades que cada aluno traz consigo, estimula o fazer pedagógico participativo, inclusivo e plural. Quando tratamos de alunos com deficiência no TEA, é preciso assegurar o cumprimento de Lei, em efetivar o seu direito de estar presente na escola com os demais alunos. Conforme Cunha (2015, p. 69), “incluir é muito mais que inserir”.

> É necessário que essa discussão se estenda para que não só os intelectuais e especialistas saibam que os indivíduos com necessidades educacionais especiais têm potencialidades, inteligência, sentimentos, direito à dignidade, mas também que eles têm direito à vida, em todos os seus aspectos, apesar das limitações que possam ter. Todos nós temos limitações; é preciso apenas respeitá-las (SOUZA, 2013, p. 162).

Fica claro que as práticas para o trabalho com o TEA admitem diversas frentes de abordagens, como esclarecimentos dos profissionais (em específico da educação), seu diagnóstico precoce e o trabalho com as famílias. Desta forma, é essencial que os professores, assim como outros profissionais que atuam na escola, recebam formação e informação atualizadas sobre o TEA afim de ampliar os olhares para a inclusão das pessoas que estão com TEA na Educação Básica. Assim como também a comunidade escolar deve estar atenta ao atender as demandas estruturais, pedagógicas e relacionais dos alunos ou alunas com TEA. Este

---

[24] Coronavírus é uma família de vírus que causam infecções respiratórias. O novo agente do coronavírus foi descoberto em 31/12/19 após casos registrados na China. Este deflagrou umas das mais emergenciais lutas pela a vida, pois infectou mais de 198.472.488 pessoas e findou a vida de 4.227.018 pessoas até a data de 02/07/2021 segundo os dados Channel News Asia. (Acessado em www.infographics.channelnewasian.com, no dia 02/07/2021).

é um assunto que merece bastante diálogo, não apenas pelas características do transtorno, mas também para oportunizar uma inclusão coesa entre todos os alunos(a) no cenário escolar.

Salientamos que esta sequência não se traduz como um arquétipo rígido, este pode ser adaptado diante da realidade de cada docente e discente. Mas cabe o reforço em dizer que, para uma boa efetivação da proposta o docente deve conhecer, por meio da diagnóstica (com diálogo etc.), a realidade dos educandos com TEA. Assim, o conteúdo fará sentido aos estudantes e consequentemente terá uma maior potência em estimular diferentes saberes.

Contudo, avançamos ao prospectar nosso compromisso com o tema de estudo, agora projetando caminhos para entender como os cursos de graduação em matemática tem se movimentado para garantir a inclusão de alunos com TEA em seus cursos no estado do Ceará. Entendemos que esta pesquisa tem potência para ser desenvolvida, pois existe uma carência de pesquisas a cerca desta vertente.

REFERÊNCIAS

ADKINS, Jo; LARKEY, Sue. **Matematica in pratica per bambini com autismo**: attivitá su forme, categorie, sequenze, primi numeri e uso del denaro. Trento, Italia: Edizioni Centro Studi Erickson S.p. A, 2013.

ALVARENGA, André Martins, TELMO, Bruna Borges. **Alunos especiais na contemporaneidade: aprendizagens no ensino da matemática.** III EIEMAT. UFSM, 2012. Disponível em <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/PO/PO_Alvarenga_Andre.pdf>. Acesso em 20/07/2021.

ALVES, Rubem. **A escola com que sempre sonhei sem imaginar que pudesse existir.** Campinas: Papirus, 2001.

AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION (APA)**. Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais: DSM-V.** 5 ed. Tradução: Maria Inês Côrrea Nascimento et al**.** Porto Alegre: Artmed, 2014.

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. **Ensino de álgebra e formação de professores.** Revista Educação Matemática e Pesquisa - PUCSP, São Paulo, SP, V.10, n.2, p.331-346, 2008. Disponível em: <revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1740/1130>. Acesso em: 12 de novembro de 2021.

ASPERGER, Hans. Autistic psychopathy in childhood. IN FRITH, V. (org) **Autism and Asperger Syndrome.** Cambridge: Cambridge University, 1991 (original publicado em 1944).

BAKER, Joshua N.; RIVERA, Christopher J.; MORGAN, Joseph John; REESE, Noelle. **Teaching Algebraic Equations to Middle School Students with Intellectual Disabilities.** Journal of The American Academy of Special Education Professionals, V.7. 2015.

BALEIXO, Bruna. R. **À criança com transtorno do espectro autista (tea): um olhar voltado para os saberes matemático**s. IV EEMAI. São Carlos – SP. 2016.

BARON-COHEN, Simon. **Mindblindness: An essay on autism and theory of mind.** Massashusetts, MIT Press, 1996.

BAILLY, Anatole. **Dictionaire: Grec-Français. Rédiger** avec le concour de E. Egger. Paris: Hachette, 1950.

BABINSKI, Adriano Luis. **Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática.** Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade do Estado de Mato Grosso. Sinop, p. 91. 2017.

BITTENCOURT, Jane. **Base Nacional Comum Curricular: uma análise a partir do ciclo de políticas.** In: XIII Congresso Nacional de Educação. Anais do EDUCERE. Paraná, 2017. BRASIL. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24201_12678.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2021.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 1a ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo-SP: Edgar Blücher, 1974.

BOSA, Cleonice. **Autismo: atuais interpretações para antigas observações**. In: BAPTISTA, Cláudio. R. & BOSA, Cleonice. (Org.). **Autismo e educação.** Porto Alegre: Artemed, 2002. p. 21-39.

BRASIL. **Constituição (1988)**. Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. **Documento Orientador.** Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Especial, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/doc/documento%20orientador_naahs_29_05_06.doc>. Acesso em: 12 nov. 2021.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). **Censo Demográfico (2010**).

BRASIL. Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação e Câmara de Educação Básica. **Resolução nº 4, de 2 de outubro de 2009**. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_09.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2021.

BRASIL. Ministério da Saúde. **PORTARIA Nº 1.130**, de 5 de agosto de 2015. Institui a **Política Nacional de Atenção Integral à Saúde da Criança** (PNAISC) no âmbito do Sistema Único de Saúde (SUS). Brasília, 2015c.

BRASIL. Ministério de Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais:** ensino médio. Brasília, MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. Ministério de Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: educação infantil.** Brasília, MEC/SEMTEC, 1998a. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/rcnei_vol1.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2021.

BRASIL. Ministério de Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental.** Brasília, MEC/SEMTEC, 1998b.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum.** 1ª versão. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2015a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/relatorios_analiticos/BNCC_APRESENTACAO.pdf. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum.** 2ª versão. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2016. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/relatorios-analiticos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial.** Brasília, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular/Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica**. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Resolução nº 2, de 11 de setembro de 2001.** Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Câmara de Educação Básica do Conselho Nacional de Educação, 2001a. Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/resolucao2.pdf>. Acesso em: 15 de nov 2021.

BRASIL. **Decreto Nº 3.298**, de 20 de dezembro de 1999. Regulamenta a Lei no 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. Brasília, 20 de dezembro de 1999. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d3298.htm>. Acesso em: 30 de jul. de 2021.

BRASIL. **DECRETO Nº 7.611**, de 17 de novembro de 2011. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. Brasília, 17 de novembro de 2011. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7611.htm>. Acesso em: 30 de jul. de 2021.

BRASIL. **DECRETO Nº 18.564**, de 15 de janeiro de 1929. Altera a seriação do curso do ensino secundario no Collegio Pedro II. Brasília, 17 de janeiro de 1929. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1920_1929/decreto_18564_15_janeiro_1929_502422-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 30 de jul. de 2021.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)**. Censo da Educação Básica 2020: notas estatísticas. Brasília, DF: INEP, 2021.

BRASIL. **Lei 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.** Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil. Brasília, DF, 20 dez. 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/leis/lein9394.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **Lei Nº. 10.172**, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. Brasília, 2001b. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/l10172.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **Lei 13.005**, de 25 de junho 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE 2014-2024 e dá outras providências. Presidência da República**.** Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Brasília: DF, 2014.

BRASIL. **Lei no 13.146**, de 6 de julho de 2015. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Diário Oficial da União, Brasília, 2015b. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm>. Acesso em: 29 jul. 2021.

BRASIL. **Lei n. 8.069**, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. Brasília. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8069.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **Lei Nº 10.436, de 24 de abril de 2002b.** Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/l10436.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **LEI Nº 10.048, de 8 de novembro de 2000.** Dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e dá outras providências. Brasília, de 8 de novembro de 2000. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l10048.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **DECRETO Nº 5.296 de 2 de dezembro de 2004.** Regulamenta as Leis nos 10.048, de 8 de novembro de 2000, que dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e 10.098, de 19 de dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. Brasília, 2004. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5296.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **DECRETO Nº 6.094**, de 24 de abril de 2007. Dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, pela União Federal, em regime de colaboração com Municípios, Distrito Federal e Estados, e a participação das famílias e da comunidade, mediante programas e ações de assistência técnica e financeira, visando a mobilização social pela melhoria da qualidade da educação básica. Brasília, de 24 de abril de 2007. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2007/decreto/d6094.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **PORTARIA Nº 2.678**, de 24 de setembro de 2002. Brasília, 2002c. Disponível em: <https://www.udesc.br/arquivos/udesc/documentos/PORTARIA_N__2_678__DE_24_DE_SETEMBRO_DE_2002_15247494267694_7091.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **Lei n. 7.853**, de 24 de outubro de 1989. Brasília. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L7853.htm>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. **Resolução CNE/CP 1**, de 18 de fevereiro de 2002a. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Adaptações Curriculares** / Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial. Brasília: MEC/ SEF/SEESP, 1998c. Disponível em: <http://www.histoecultura.com.br/bibliotecavirtual/5%20PCN2-18necessidades.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRUNER, Jerome Seymour. **Em direção a uma teoria de instrução.** Cambridge: Harvard University Press. 1966.

CAMARGO, Leticia Ferreto; SOFFA, Marilice Mugnaini; MARKOWICZ, Daniel. **Perspectivas sobre a educação inclusiva: um desafio possível.** Anais do XI Congresso Nacional de Educação - EDUCERE, foi realizado junto ao IV Seminário Internacional sobre Profissionalização Docente – SIPD e o II Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSE. 2013. Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/23527_11750.pdf>. Acesso em: 22 nov. 2021.

CARVALHO, Rosita. E. **Escola Inclusiva: a reorganização do trabalho pedagógico**. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2010.

COSTA, Bianca Elisa et al. **Trabalhando equação do segundo grau com Algeplan.** 3º SIPEMAT, 2012. Disponível em:

<https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/544/submission/director/544.pdf>. Acesso em 04 abr. 2022.

CUNHA, Marleide. **Ensino da língua portuguesa na perspectiva da inclusão do aluno cego no nível fundamental**. 2015. 173 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Programa de Pós Graduação em Educação. Universidade Federal de Sergipe. 2015.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. P.15-19, 1989. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf>. Acesso em: 04 jun. 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, p. 99-120, 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Matemática, Etnomatemática e Visões do Mundo.** Movimento (Niterói), v. 14, p. 9-23, 2009.

DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. **O ensino de Matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX.** Caderno Dá-Licença, n. 4, ano 5, p. 65-73, dezembro de 2003.

DE LA TAILLE, Yves et al. **Limites: três dimensões educacionais.** São Paulo. Ed. Ática, 1998.

DESOETE, Annemie; CEULEMANS, Annelies; DE WEERDT, Frauke; PIETERS, Stefanie. **Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten?** Findings from a longitudinal study. British Journal of Educational Psychology, v.82, n.1, p.64-81, 2012. Disponível em: <https://bpspsychub.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1348/2044-8279.002002>. Acesso em: 10 de nov. 2021.

FELDMAN, C.F. **The new theory of mind.** Human Development. Vol. 35. 1992, p.107-117.

FERREIRA, Solange Leme. **Ingresso, permanência e competência: uma realidade possível para universitários com necessidades educacionais especiais**. Revista Brasileira de Educação Especial [online]. 2007, v. 13, n. 1, pp. 43-60. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1413-65382007000100004>. Acesso em: 20 Março 2022.

FLEIRA, Roberta Caetano. **Intervenções pedagógicas para a inclusão de um aluno autista nas aulas de matemática**: um olhar vygotskyano. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: < https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/21815> Acesso em: 17 jan. 2022.

FODOR, Jerry. **Modularity of Mind: An Essay on Faculty Psychology**. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1983.

FUMEGALLI, Rita de Cássia de Ávila. **Inclusão escolar: O desafio de uma educação para todos?** Ijuí, 2012 – Disponível em: <http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/716/rita%20monografia.pdf?sequence=1>. Acesso em: 08 Junho 2021.

FRANCO, Maria. Amélia. **Dinâmica compreensiva: integrando identidade e formação docente.** X ENDIPE. 2000, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimi**do. 17ª. ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1987.

GADOTTI, Moacir. (Orgs). **Autonomia da escola:** princípio sem propostas. São Paulo: Cortez, Instituto Paulo Freire, 2008.

GRANDIN, Temple. PANEK, Richard. **O cérebro autista**; tradução Cristina Cavalcante – 9ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2015.

GREEN, Katherine B. **The effects of the integration of mathematics within children's literature on early numeracy skills of young children with disabilities.** [Unpublished doctoral dissertation]. 2014. Georgia State University. Disponível em: <https://scholarworks.gsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1102&context=epse_diss>. Acesso em: 11 de nov. 2021.

HERNÁNDEZ, Juana. M. et al. **Guía de buena práctica para la detección temprana de los trastornos del espectro autista.** Revista de Neurologia, [S.l.], v. 41, n. 4, p. 237-245, 2005. Urbanek, Dinéia; Ross, Paulo. 2ª. Ed. Fael, 2005.

IUCULANO, Teresa; ROSENBERG-LEE, Miriam; SUPEKAR, Kaustubh; LYNCH, Charles J.; KHOUZAM, Amirah; PHILLIPS, Jennifer; UDDIN, Lucina Q.; MENON, Vinod. **Brain organization underlying superior mathematical abilities in children with autism.** ***Biological Psychiatry.*** *V.75*, *n*.3, p.223-230, 2014. Disponível em: < https://www.biologicalpsychiatryjournal.com/action/showPdf?pii=S0006_3223%2813%2900621_5>. Acesso em: 15 de nov. 2021.

IBIAPINA, Ivana Maria. L. de Melo. **Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos.** Brasília: Liber Livro. 2008.

JAEGER, Werner. **Paideia: a formação do homem grego**. Tradução Artur M. Parreira. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013.

KARAGIANNIS, Anastasios. STAINBACK, Susan. & STAINBACK, William. Fundamentos do ensino inclusivo. In: STAINBACK, Susan. & STAINBACK, William. **Inclusão: Um guia para educadores.** Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed Editora S.A., 1999. p. 21 – 34.

LILLARD, Paula Polk. **Método Montessori: uma introdução para pais e professores**. Sebo Fenix, 2017.

LIMA, Telma; MIOTO, Regina. **Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica.** Katál, Florianópolis, v.10, spe, 2007.

LOVAAS, Ole Ivar; SCHREIBMAN, Laura; KOEGEL, Robert; REHM, Richard. **Selective responding by autistic children to multiple sensory input**. Journal of Abnormal Psychology, n.77, p. 211-222, 1971.

KOHLBERG, Lawrence. **Psicología del desarrollo moral.** Bilbao Spain: Desclée de Brouwer, 1992.

MANCL, Dustin B.; MILLER, Susan P. & KENNEDY, Meghan. **Usando a sequência concreto-representacional-abstrata com instrução de estratégia integrada para ensinar subtração com reagrupamento aos alunos com deficiência de aprendizagem.** *Pesquisa & Prática de Deficiências* de Aprendizagem, v. *27*, 2012. 152-166.

MANRIQUE, Ana Lúcia; MOREIRA, Geraldo Eustáquio; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque. **Desafios da Educação Matemática Inclusiva**: Formação de Professores. Volume I. São Paulo: Editora Livraria da Física, (2016).

MARQUES, Ramiro. **A pedagogia de Jerome Bruner.** 2002. Disponível em: < http://www.eses.pt/usr/Ramiro/docs/etica_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBruner.pdf >. Acesso em: 14 de nov. 2021.

MESHRAM, J. D.; VAISHNAV, R. **Multimedia as a method of enhanced learning for students with learning disabilities.** Our Heritage, v.*68, n*.9, p.1176-1184, 2020.

MINAYO, Maria. C. S. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 22 ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2003.

MIORIM, Maria. **Introdução a História da Matemática.** São Paulo, SP: Atual, 1998.

NASSER, Ana. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos.** Tradução de A. C. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 464.

NÝDEN, A., HAGBERG, B., GOUSSÉ, V., & RASTAM, M. **A cognitive endophenotype of autism in families with multiple incidences.** Research in Autism Spectrum Disorders, 5, 191-200. doi:10.1016/j.rasd.2010.03.010, 2011.

OECD. **Global Competency for an Inclusive World**. Paris: OECD, 2016. Disponível em: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/Global-competency-for-an-inclusive-world.pdf>.Acesso em: 30 jul. 2021.

PEETERS, Theo. **Autismo: entendimento teórico e intervenção educacional**. Rio de Janeiro. Editora Cultura Médica, 1998.

PLETSCH, Marcia Denise; GLAT, Rosana. **Plano educacional individualizado (PEI):** um diálogo entre práticas curriculares e processos de avaliação escolar. In: GLAT, Rosana; PLETSCH, Marcia Denise (org.). Estratégias educacionais diferenciadas para alunos com necessidades especiais. Rio de Janeiro: EDUERJ, 2013, p. 17-32.

RIBEIRO, Gabriela Gomes; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Um estudo sobre a inclusão de alunos com Transtorno do Espectro Autista na aula de matemática**. Revista de Educação Matemática, v. 15, n. 20, p. 503-522, 2018. Disponível em:<

https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/180. Acesso em: 17 jan 2022.

RONALD, Angelica; HOEKSTRA. Rosa A. **Autism Spectrum Disorders and Autistic Traits: A Decade of New Twin Studies.** American Journal Os Medical Genetics (Part B), volume 156, 2011. p.255-274.

RONCERO, Rosa Ventoso**. ¿Pueden aprender a leer y escribir las personas com autismo?** In:VALDEZ, D. Autismo: enfoques actuales para padres y profesionales de la salud y la educación. Argentina: Editora Fundec, 2001. V. II , p. 81-120.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro, Zahar, 2012.

SÁNCHEZ, Pilar. A. **Revista da Educação Especial**. Brasília: Secretaria de Educação Especial. Brasileira, v.1, n.1, out. 2005.

SASSAKI, Romeo. **Inclusão, o paradigma da próxima década.** Mensagem, Brasília, v. 34, n. 83, p. 29, 1998.

SAVALL, Ana Carolina Rodrigues; DIAS, Marcelo (org). **Transtorno do Espectro Autista: do conceito ao processo terapêutico.** Governo de Santa Catarina. São José -SC: FCEE, 2018. Disponível em: < file:///C:/Users/Marc%C3%ADlia/Downloads/TEA_digital%20(1).pdf>. Acesso em: 22 nov. 2021.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de Identidade: uma introdução às teorias do currículo.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SILVA, Michele.; MULICK, James. **Diagnosticando o transtorno autista: aspectos fundamentais e considerações práticas.** Psicologia ciência e profissão, Brasília, v. 29, n. 1, mar. 2009. Disponível em: < https://www.scielo.br/j/pcp/a/RP6tV9RTtbLNF9fnqvrMVXk/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 30 de jul. de 2021.

SOUZA, Rita. et al. **Educação Física Inclusiva: perspectiva para além da deficiência.** Aracaju: Editora UFS, 2013.

SCHMIDT, Antônio. **Matemática – Por que Ensinar? Para que Aprender?** Santa Maria: UFSM, 2007.

SMOLE, Kátia. S.; DINIZ, Maria. I.; MILANI, Estela. **Jogos de matemática do 6° ao 9° ano**. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007.

STRUIK, Dirk J. **História Concisa das Matemáticas.** 2 ed. Tradução: João Cosme S. Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1992.

THOMAS, Jerry. **Métodos de pesquisa em atividade física.** 5ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TONELLI, Hélio. **Autismo, teoria da mente e o papel da cegueira mental na compreensão de transtornos psiquiátricos**. Psicologia: Reflexão e Crítica, Porto Alegre, v. 24, n. 1, p. 126-

134, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/prc/a/kQDx4WZqCRD9FwChDkdnH3m/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 30 nov. 2021.

URBANEK, Dinéia. ROSS, Paulo. **Educação Inclusiva**. Curitiba: Editora Fael, 2011.

UNESCO. **Declaração de Salamanca e Enquadramento da Ação na Área das Necessidades Educativas Especiais.** Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais: Acesso e Qualidade. Salamanca, Espanha, 1994. 49p.

VALE, Isabel. **Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz**. Actas do ProfMat, v. 99, p.111-120, 1999.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Euclides Roxo e a história da educação Matemática no Brasil**. Unión (Revista Iberoamericana de Educación Matemática), v. 1, n.1, p. 89-94, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160510/oi.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 21 de nov. 2021.

VARANDA, Cristina de Andrade; FERNANDES, Fernanda Dreux Miranda. **Consciência sintática: prováveis correlações com a coerência central e a inteligência não-verbal no autismo.** Jornal da Sociedade Brasileira de Fonoaudiologia. 2011, v. 23, n. 2, p. 142-151. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S2179-64912011000200011>. Acesso em: 1 dez. 2021.

VENDRAMIN, Carla. **Repensando Mitos Contemporâneos: o capacitismo**. Anais do III Seminário Internacional Repensando Mitos Contemporâneos: Sofia: Entre o saber e o não saber nos processos artísticos e culturais. Memória, experiência e invenção. Campinas, UNICAMP, SP, 2019. Disponível em:< https://www.publionline.iar.unicamp.br/index.php/simpac/article/view/4389/4393> Acesso em: 29 de dez. 2021.

VERONEZE, Jéssica; NOGARO, Arnaldo; DA SILVA, Fernanda; ZANOELLO, Simone. **Consensos e dissensos entre os parâmetros curriculares nacionais e a base nacional comum curricular.** 2016. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6407_2669_ID.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2021.

WITZEL, Bradley S. **Usar o CRA para ensinar álgebra aos alunos com dificuldades matemáticas em ambientes inclusivos.** *Deficiências de Aprendizagem: Um Jornal* Contemporâneo, v.3, 2005. P.49-60.

WITZEL, Bradley S.; MERCER, Cecil D.; MILLER, David M. **Ensinar álgebra aos alunos com dificuldades de aprendizagem: Uma investigação de um modelo de instrução explícito.** *Pesquisa e Prática de Deficiências de Aprendizagem, v.18*(2), 2003. p.121-131.

WORLD HEALTH ORGANIZATION (WHO), The World Bank. 2011. **Relatório mundial sobre a deficiência**; tradução Lexicus Serviços Lingüísticos. – São Paulo : SEDPcD, 2012. 334 p. Disponível em: <https://portaldeboaspraticas.iff.fiocruz.br/biblioteca/relatorio-mundial-sobre-a-deficiencia/>. Acesso em: 30 jul. 2021.