UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

CARLOS ALBERTO SOUZA ARAUJO

ENSINO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU POR MEIO DO USO DA BALANÇA DE DOIS PRATOS

JUAZEIRO-BA

2022

CARLOS ALBERTO SOUZA ARAUJO

ENSINO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU POR MEIO DO USO DA BALANÇA DE DOIS PRATOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito necessário à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alison Marcelo Van Der Laan Melo

JUAZEIRO-BA

2022

Araújo, Carlos Alberto

A663e Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos / Carlos Alberto Souza Araujo. Juazeiro-Ba, 2022.

xiii. 61 f.: il. 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2022

Orientador: Prof. Alison Marcelo Van Der Laan Melo.

1. Matemática - ensino e aprendizagem. 2. Equações. I. Título. II. Melo, Alison Marcelo Van Der Laan. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.7

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Márcio Pataro. CRB - 5 / 1369.

ENSINO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU POR MEIO DO USO DA BALANÇA DE DOIS PRATOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito necessário à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Dissertação aprovada em 12 de maio de 2022

BANCA EXAMINADORA

Alison M. V. D. L. Melo

Prof. Dr. Alison Marcelo Van Der Laan Melo

Orientador – PROFMAT/UNIVASF

Aroldo Ferreira Leão

Prof. Dr. Aroldo Ferreira Leão

Examinador Interno – PROFMAT/UNIVASF

João Tiago Assunção Gomes

Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes

Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes

Examinador Externo – UFRB

JUAZEIRO-BA

2022

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho primeiramente à minha companheira de vida, Edimórcia, pois foi quem me deu coragem para ingressar nesse mestrado. À minha família por todo apoio que me deram. Às escolas pelas quais passei: Antônio Padilha, Paulo Freire, Dom Malan e Gercino Coelho que me inspiraram na escolha do meu tema. À todos os meus colegas de trabalho, amigos de vida. À todos os meus professores desde o ensino básico até os que me acompanharam nessa jornada de mestrado. Em especial, à professor Alison por todo apoio e orientação que me deu no decorrer dessa dissertação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha esposa pelo incentivo a cursar o mestrado. À minha família por todo apoio e incentivo. Aos meus amigos de trabalho das escolas: Antônio Padilha, Paulo Freire, Dom Malan e Gercino Coelho, que me acompanharam durante essa trajetória, a meus amigos de turma Fabiana, Gonçalo, Jamerson, Layane, Pablo, Renato, Fernanda e João, que enfrentaram essa árdua batalha comigo e me ajudaram em momentos de dificuldades. A todos os meus professores desde os que me alfabetizaram aos do mestrado que me apresentaram tantas novidades dessa área que decidi estudar que é a matemática. Em especial a meu orientador Professor Alison.

EPÍGRAFE

"A menos que modifiquemos nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma que nos acostumamos a ver o mundo."

(Albert Einstein)

LISTA DE ABREVIATURAS

a. C. - antes de Cristo

BNCC - Base Nacional Curricular Comum

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

COVID-19 - Coronavírus

d. C. - depois de Cristo

EF - Ensino Fundamental

EM - Ensino Médio

Et al. - e outros autores

f. - folha

MEC - Ministério da Educação e Cultura

p. - página

PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais

PE - Estado de Pernambuco

PMEB - Programa de Matemática do Ensino Básica

Scielo - *Scientific Electronic Library Online*

TIC - Tecnologia da Informação e Comunicação

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

O presente texto tem como objetivo tratar do uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática, em específico a utilização da balança de dois pratos no ensino de cálculo da raiz de uma equação de 1º grau. Tal texto partiu da ideia de que a maioria dos alunos tendem a apresentar dificuldades nesse conteúdo e em outras áreas de conhecimento em que ele é necessário utilizar algo diferente do tradicional pode ajudar docentes e discentes nesse processo, proporcionando, além de uma aula com maior participação do aluno, também construindo um momento de trabalho manual (construção da balança), que é um momento prazeroso a faixa etária de 12 a 14 anos. Deste modo, propõe-se uma metodologia que permita aos alunos a construção do conhecimento, não só de resolução de equações de 1º grau com o auxílio da balança de dois pratos mas também unidades de medidas, dentre outros, durante a construção da mesma e com a mediação do professor. Os participantes da pesquisa são 7 alunos do 8° Ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual pública da cidade de Petrolina/PE.

Palavras-chave: Álgebra. Equação do 1º grau, Balança. Materiais manipuláveis.

ABSTRACT

The objective is to deal with the use of textbooks as a teaching resource in the mathematics classes presented, specifically for the use of the pan balance in the teaching of calculus materials of two degrees of a 1st degree reserve. This text started from the idea that most students will tend to have difficulties in this content and in other areas of knowledge in which it is necessary to use something different from the traditional one can help teachers and students in this process by providing, in addition to a class with greater student participation , also projects a moment of manual work (construction of the scale), which is a pleasant moment for the age group of 12 years. In this way, a methodology is created that allows students to construct the construction mode, the possibility of other processes, but also the balance of two construction units with the same design. Teacher mediation. The research participants are seven students from the eighth Year of Elementary School from a state public school in the city of Petrolina/PE.

Keywords: Algebra. First Degree Equation. Scale. Manipulable Materials.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

De forma inegável, ao se observar desenvolvimento de estudos científicos presentes na literatura nacional, são inúmeras as percepções acerca dos desafios e das dificuldades de aprendizagem dos alunos em Educação Matemática, ainda mais no tocante ao Ensino Fundamental (EF), em que habilidades de assimilação de conteúdo e as dinâmicas de interesse são, gradualmente, constituídas.

Evidentemente, as dificuldades são também percebidas na compreensão dos conceitos, teorias e elementos da Matemática, a exemplo das equações do 1° grau, fundamento considerado indispensável para a construção de aprendizagens mais expressivas no campo da álgebra e de outros saberes fundamentais vistos adiante no Ensino Médio (EM) e estudos posteriores (OLIVEIRA; GONÇALVES, 2021; PINHEIRO, 2021), quando o saber teórico estimulado no âmbito do Ensino Fundamental (EF) adentra os meandros práticos e também contextuais e, aqui, já se enxergam deficiências dos estudantes no trabalho dos problemas matemáticos com o uso de resoluções mais simples (CARDOSO; SANTIAGO; RIBEIRO, 2020).

Em termos conceituais, uma equação algébrica pode ser entendida como uma sentença matemática expressa por igualdade, na qual exista uma ou mais letras aleatórias que representem variáveis ou incógnitas a serem determinadas. No caso das equações do 1° grau, busca-se determinar resultados envolvendo apenas uma variável (incógnita), que deve ser encontrada pelo aluno por meio de técnicas de resolução de problema (SANTOS, 2015; SANTOS, 2020).

Nesse contexto, essa realidade extremamente desafiadora aos professores da área também é pertinente quando o ponto de análise é a solução de equações do 1° Grau. Hummes (2014, p. 27), em seus estudos, discorre sobre esse ponto quando destaca o seguinte: “ao longo das nossas vivências em sala de aula, especialmente com alunos do EM verificamos que a maioria dos estudantes desta etapa escolar apresenta certa dificuldade em relação à resolução das equações, especificamente as de primeiro grau”.

Ainda nessa perspectiva, segundo a concepção de Portela (2016, p. 19), “a ênfase excessiva no estudo da classificação das equações e das regras para sua resolução, dissociadas dos desafios que mobilizem estudantes e os façam atribuir significado a tudo isso, geram a incompreensão e o desinteresse”.

Para o referido autor, o conhecimento teórico em Educação Matemática, aqui compreendidos os temas e os elementos de álgebra, adquirido no ensino primário deve abrir campo maior de possibilidades aos estudantes, facilitando não somente a compreensão, mas as suas particularidades e também a sua aplicação no mundo prático contemporâneo.

Aqui, pois, esboça-se a Matemática como uma ciência que utiliza a teoria e as suas especificidades para solucionar e propor medidas a diversos problemas que há no cotidiano social (MASOLA; ALLEVATO, 2019; PROENÇA *et al*., 2020).

Outrossim, o estudo da álgebra justifica-se pela sua grande importância para a soluçãode problemas em diversos ramos da Matemática e em outras áreas do conhecimento, tais como Física, Química e Biologia (SANTOS, 2009). Assim, nota-se a importância do conhecimento algébrico na contemporaneidade, motivação que coloca a temática aqui discutida na presente dissertação como um fundamento potencial para a ampliação da discussão das novas abordagens de ensino nessa área.

Cada vez mais, compreende-se, em sala de aula, que ensinar Matemática de forma prazerosa, interessante e estimulante para o estudante é, pois, uma atividade funcional que deve perpassar as pedagogias mais conversadoras e para o campo da metodologia inovadora, em especial introduzindo as abordagens para o ensino mais lúdico (SOUSA *et al*., 2020; ALCOBIA, 2021).

A partir dessas observações e os resultados encontrados das experiências realizadas em sala de aula em Educação Matemática, é importante se buscar as metodologias alternativas aos métodos tradicionais que possam ser utilizadas para facilitar o entendimento da resolução das equações de 1° grau, assim como dar uma maior significação desse assunto para a solução de problemas de ordem prática.

Metodologias que focam na Resolução de Problemas e, por conseguinte, na utilização de materiais concretos têm sido consideravelmente empregadas no cenário da educação brasileira, na tentativa de alavancar o ensino-aprendizagem de Matemática. A Resolução de Problemas é, em termos conceituais, o ponto central da atividade matemática e impulsiona o aluno na construção de novos conhecimentos, sendo, portanto, recurso de facilitação que estimula a absorção e a aplicação do saber em situações-problema (ALLEVATO; ONUCHI, 2014).

Por sua vez, materiais concretos (também conhecidos como manipuláveis) consistem em elementos ou objetos que o aluno possa tocar, sentir e manipular, que represente ideia para o ensino de conceitos e também as teorias existentes em áreas esepcíficas do saber científico, a saber em Matemática (SILVA; VILAS-BOAS, 2019; RODRIGO; RATO; MARTINS, 2020).

Diversos autores defendem o uso de materiais manipuláveis em sala de aula pelo fato de tornar a aula mais atraente e representativa, o que contribui para uma aprendizagem significativa, a exemplo de Sousa *et al*. (2020) e Domingues, Dias e Sturion (2020). O fato de ser algo diferente do usual se torna, pois, agente facilitador no processo de ensino aprendizagem, inclusive no viés dos estudantes do Ensino Fundamental.

No que tange ao ensino de equações do 1° grau, o emprego de materiais manipuláveis, ainda mais quando construídos por docentes e alunos, como, por exemplo, a balança de dois pratos, pode auxiliar na substituição dos métodos algébricos tradicionais (em geral memorizados) pela observação e o manuseio do material didático para se obter uma solução de uma situação-problema (ROCHA; SANTANA; OLIVEIRA, 2021).

A mudança no método de ensino, considerada, pois, inovadora e amplamente aplicada às dinâmicas escolares, tende a conferir mais valor à aprendizagem dos estudantes, que é quando uma nova informação adquire um significado a partir de ancoragem em algo significativamente relevante à cognição do indivíduo (MOREIRA, 2011).

Ao se abandonar, pelo menos um pouco, o método tradicional (conservador) de ensino de como se determina a solução de equação de primeiro grau, parando de tratá-la apenas como mera manipulação de símbolos e números, e, por sua vez, evidenciar o real sentido de se determinar a raiz da equação de 1° grau, que é a determinação de valor desconhecido, fato que é útil em diversas áreas, fazendo com que o aluno desenvolva o seu pensamento algébrico, conforme é destacado pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC, 2016).

Com o desenvolvimento desse pensamento algébrico, a resolução de uma equação desse parâmetro, cujo fim é determinar o valor de uma quantidade não conhecida, pode deixar de ser algo distante da realidade e começar, pois, a fazer sentido para o aluno, com vistas à aplicação prática de conceitos aprendidos na resolução dos problemas do cotidiano a partir de uma perspectiva mais prática e estimulante (NORONHA; SILVA; SHIMAZAKI, 2021).

A partir desse pressuposto admitido, o presente trabalho tem o objetivo de verificar se a utilização da balança de dois pratos, enquanto material manipulável, promove uma maior facilitação e acessibilidade do discente na compreensão das estratégias de solução de equações do 1º grau.

Na qualidade de objetivos específicos, busca-se, dessa forma, observância de dificuldades na aprendizagem de alunos em Matemática, tendo em vista o uso de bibliografias tradicionais, como livros e outros recursos de ordem teórica; analisar métodos de resolução de equações ensinadas na perspectiva do 8° ano do Ensino Fundamental; analisar as estratégias de solução ensinada nos livros didáticos utilizados em sala de aula; e construir a balança de dois pratos, com os estudantes do 8° ano do EF, para a utilização na resolução de situações-problema algébricos, envolvendo equações de 1° grau.

Metodologicamente, o referido estudo caracteriza-se caracteriza como um estudo de caso de base explicativa, a partir de abordagem predominantemente qualitativa, que reverbera em uma discussão de dados levantados no estudo. Os dados da presente pesquisa serão coletados a partir de aplicação de questionário de conhecimento em equações algébricas 1° grau (APÊNDICE A e B) e, em nível posterior, discutidas com maior detalhamento adiante.

A escolha temática que notabiliza a presente dissertação de mestrado deriva-se das seguintes justificativas: como docente da disciplina de Matemática para turmas de Ensino Fundamental (EF), em escolas públicas, o pesquisador notou a desafiadora realidade de deficiências na aprendizagem dos alunos, em especial na assimilação de estratégias de solução de equações algébricas do 1° grau; carência e maior potencialidade de metodologias de ensino mais inovadoras nos livros didáticos e material utilizado em sala de aula; deficiência de capacitação docente para a introdução dos materiais manipuláveis dinâmicos; baixo interesse dos alunos na aprendizagem em Matemática, apresentando reduzido rendimento no Ensino Médio e no Superior.

Justificou-se, também, a escolha pelo tema quanto à escassez de estudos científicos no campo da introdução de materiais manipuláveis dinâmicos no ensino e também na aprendizagem de problemas algébricos envolvendo enquações de 1°

grau para alunos de EF; ante a uma vasta literatura que discute racionalmente a importância do uso e aperfeiçoamento das práticas de ensino em Matemática, em especial no uso de materiais manipuláveis, de fato ainda é contraproducente as produções acadêmicas que tematizam sobre os impactos na aprendizagem em álgebra.

O problema de pesquisa a que este trabalho busca elucidar e responder é o seguinte: *por meio da aplicação prática em turmas de 8° ano do EF, observou-se uma maior assimilação do conhecimento das estratégias de solução de equações do 1° grau, a partir da introdução de material manipulável dinâmico (balança de 2 pratos)?* Acredita-se que resultados encontrados no presente estudo poderão ser aplicados por outros docentes no âmbito do Ensino Fundamental, potencializando as possibilidades de interesse na aprendizagem no campo da Matemática.

A dissertação, por fim, está dividida em alguns segmentos. Nos capítulos 2, 3 e 4 abre-se a fundamentação teórica (revisão de literatura) do trabalho, onde foram discutidos amplos conceitos e aspectos teóricos de álgebra, equações de primeiro grau, assim como estratégias de solução e uso de materiais manipuláveis dinâmicos na qualidade de um fundamento de facilitação no processo de ensino-aprendizagem em Matemática para turmas do 8° ano do Ensino Fundamental.

No capitulo 5, foi apresentada a metodologia aplicada na presente pesquisa de caráter qualititativo, com abordagem explicativo e de revisão de literatura, que direcionou o desenvolvimento desse trabalho.

No capitulo 6, são apresentadas os resultados e discussão da pesquisa de campo, com um aprofundamento teórico a partir dos diversos achados científicos da literatura por meio de análise temática.

2 ÁLGEBRA E AS SUAS PARTICULARIDADES: UM OLHAR SOBRE O CAMPO DO ENSINO DA MATEMÁTICA E ABORDAGENS DIDÁTICAS

2.1 ÁLGEBRA

A Matemática é uma ciência muito antiga, que vem sendo aprimorada pela humanidade desde períodos bastante remotos da sua história, de acordo com as suas necessidades, a exemplo da contagem, mensuração de terras para construções, conforme evidenciam diversos registros históricos. Essa ideia central e as suas contribuições para o mundo científico e social são colocadas por Reis (2017, p. 18) da seguinte maneira:

> O período de 3000 a 525 a.C. foi marcado pelo surgimento de um novo modelo de civilização motivado pela revolução agrícola. As novas sociedades eram baseadas na economia agrícola. Esses povos criaram a escrita, desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio, dentre outras contribuições.

Um eixo dessa ciência, que mais causa temor e receio aos estudantes, em especial pela não compreensão da utilização de letras para representar os valores desconhecidos, é a Álgebra. Conforme Celho e Aguiar (2018), a álgebra é o ramo da Matemática que estuda estruturas, relações e quantidades, analisando correlações e atribuição dos valores característicos, de modo a suscitar a construção de raciocínio lógico e dedutivo.

A Álgebra elementar é, dessa forma, aquela que diz respeito às operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação, divisão), contudo que, ao contrário da Aritmética, utiliza símbolos (a, x, y) em lugar de números (3, 5, 9). Assim, pode-se formular leis gerais e também fazer referência a números desconhecidos/variáveis (incógnitas), o que possibilita desenvolver equações e análises correspondentes à sua resolução.

2.2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Há vestígios da utilização desse eixo desde populações antigas de exímios matemáticos, como os babilônicos em 1700 a.C., com as tabulas de argilas, que, ao serem traduzidas, apresentavam vários símbolos, como parêntese e colchetes e, entre eles, o uso de incógnitas. Observou-se também, evidências de que os antigos egípcios, como o papiro de Rhind, também chamado de papiro de Ahmes, já apresentavam constituições de problemas algébricos simples, a partir de um pensamento matemático comum.

> Na matemática da Babilônia, os problemas são enunciados de tal maneira que, quando traduzidos para notação algébrica moderna, surgem expressões extremamente complicadas, com parênteses encaixados, e não se pode deixar de ficar impressionado com a habilidade dos babilônios, que conseguiam reduzir tais expressões a formas padrões de equações, sem a ajuda de nossas técnicas algébricas (AABOE, 1984, p. 38).

> Além dos problemas aritméticos apresentados até aqui, o Papiro de Ahmes apresenta problemas que hoje chama-se de problemas algébricos. Para isso, os egípcios chamavam a incógnita de aha, que na maioria das vezes representa-se por x, usando assim o "método da falsa posição" ou "regra do falso". Já na Grécia no período 500 a 300 a.C. podemos destacar os seguintes nomes, Pitágoras que ao demonstrar o teorema que leva seu nome que foi a primeira vez na Europa onde se apresentou uma equação do 2º grau, mais tarde na universidade de Alexandria surge Euclides o autor dos 13 livros os elementos, no qual no início ele apresentava postulados (...) Coisas iguais a uma terceira são iguais entre si; Se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais; Se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais; Coisas coincidentes são iguais entre si; O todo é maior do que a parte e Iguais multiplicativos ou divididos por iguais continuam iguais.) que servem como base para as técnicas utilizadas até hoje na resolução de equação de primeiro grau (COELHO; AGUIAR, 2018, p. 21-22).

Já no ano de 250 d.C., surge Diofanto, um dos maiores algebristas da Grécia, sendo este pensador matemático considerado o pai da álgebra, o qual desenvolveu uma gama de resoluções de equações que receberam o nome de pensamento sincopado. Nessas condições, em substituição às operações e às quantidades, utilizava abreviações lógicas e, por sua vez, uma palavra em vez de incógnitas nas resoluções de problemas apresentados à epoca.

Apesar de ser estudada há tanto tempo, a Álgebra veio ser assim chamada após um longo tempo, de modo que o referido termo foi utilizado para nomear a transferência de termos entres membros da equação, como enfatizado no excerto abaixo:

> O termo "Álgebra" só surge alguns séculos mais tarde, num trabalho de al - Khwarizmi (790-840), para designar a operação de "transposição de termos", essencial na resolução de uma equação. Lentamente vai-se avançando na resolução de equações incompletas e completas dos 1º e 2º graus, embora usando formas de representação dificilmente reconhecíveis ao leitor moderno (PONTE, 2009, p. 5-6).

No primeiro milênio depois de Cristo, outrossim, surgem os dois algebristas mais conhecidos da Índia: Brahmagupta e Bháskara, sendo o segundo bem mais conhecido, pois seu nome está atribuído à formula resolutiva, que é utilizada para se encontrar as raízes de equações do 2º grau. Os dois matemáticos em questão tinham trabalhos que buscavam investigar o viés algébrico e localizar todas as soluções inteiras possíveis para as equações indeterminadas, superando o método de Diofanto, cujos trabalhos buscavam uma única possível solução para as mesmas.

Nos anos de 1200 a 1700 d.C., para que a Álgebra chegasse à forma como é conhecida hoje, observaram-se algumas contribuições de matemáticos mais promissores, a exemplo do matemático Leonardo Fibonacci, em especial na notação de equações, como mostra Coelho e Aguiar (2018, p. 28):

> Leonardo deu algumas contribuições na simbologia algébrica. As equações eram escritas utilizando muitas palavras pois não existiam símbolos mesmo para coisas elementares como a incógnita e suas potências. Ele introduziu as palavras “res” (“coisa”, em latim) e “radix” (raiz) para representar a incógnita, e os termos “census” e “cubus” para, respectivamente, seu quadrado e seu cubo. A igualdade era representada pela palavra aequlis.

Ainda no âmbito do desenvolvimento do conceito algébrico, faz-se válido destacar o conhecido do episódio do conflito entre Cardano e Tartaglia, sendo este citado, em diversos achados científicos, como a personalidade matemática que desenvolveu a técnica de resolução de equações de 3º grau.

Nesse sentido, Cardano pediu que ele lhe apresentasse a técnica para uma publicação, porém Tartaglia negou o pedido, mas, após muita insistência e várias promessas sobre a Bíblia, ele mostrou a técnica a Cardano, que não cumpriu suas promessas e publicou a descoberta de Tartaglia como sendo sua e, mesmo com várias denúncias de Tartaglia, a fórmula ainda hoje leva o seu nome como sendo o fundador do método.

Outro nome que trouxe impactos significativos ao campo da Álgebra, de forma inegável, foi LudovicoFerrari, de modo que demonstrou a resolução de uma equação de 4º grau (BRANDEMBERG, 2017; COELHO; AGUIAR, 2018). Sucederam Ludovico, com contribuições igualmente de valor para esta área do conhecimento matemático, Rafael Bombelli, que destacou-se, posteriormente, ao dar origem ao estudo dos números complexo.

> Em 1530, nasce, em Bolonha, Itália, Rafael Bombelli, que se tornou engenheiro hidráulico. Bombelli era corajoso, pertinaz e sempre buscando coisas novas. Foi ele que deu origem ao estudo de um gigantesco ramo da Matemática, com infindáveis aplicações práticas, principalmente na Eletrônica: A Teoria dos Números Complexos (BRANDEMBERG, 2017, p. 19).

Algum tempo depois, dando continuidade ao trabalho de Diofanto, se destaca o nome de Viète, deixando, por sua vez, as representações das equações algébricas mais próxima do como as conhecemos atualmente.

> Na continuidade do trabalho iniciado por Diofanto entra-se numa nova etapa, a da Álgebra simbólica tendo sido Viéte (1540 – 1603) o seu grande impulsionador. Viéte considerou fundamental a escrita de letras para representar quantidades desconhecidas em problemas geométricos, transformando-os assim em problemas algébricos (AGUIAR; COELHO, 2018, p. 33).

E com isso a representação de equações algebricas ganharam a forma que é observada hoje em dia.

2.3 COMO A EQUAÇÃO DO 1° GRAU GERALMENTE É ENSINADA NA ESCOLA

A equação de 1° grau é, dessa forma, definida por Oliveira (2017) como uma equação algébrica, escrita da forma moderna, $ax + b = 0$, onde x é a incógnita (com grau um, daí a sua nomenclatura) e a e b são números reais e $a \neq 0$, tem como solução $x = -\frac{b}{a}$. Essa solução é obtida fazendo operações válidas em ambos os membros da igualdade, afim de conservá-la. Ou seja, $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax + b - b = 0 - b \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow \frac{ax}{a} = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$

Por exemplo, a equação $7x - 15 = x - 3x - 15$ (MORI; ONAGA, 2012) seria resolvida da seguinte maneira:

1. Somando os termos x e $-3x$: $7x - 15 = -2x - 15$

2. Somando 15 e $2x$, em ambos os membros da equação, para isolarmos

incógnitas e números em membros distintos: $7x - 2x - 15 + 15 = -2x + 2x - 15 + 15$

3. Efetuando as operações de termos semelhantes: $9x = 0$

4. Dividindo ambos os membros por 9 para que que o coeficiente numérico da incógnita seja reduzido a 1:

$$\frac{9x}{9} = \frac{0}{9}$$

5. Efetuando as divisões, por fim, obtem-se o seguinte: $x = 0$

Compreende, com isso, que o valor que deve substituir a incógnita *x*, para que a igualdade $7x - 15 = x - 3x - 15$ seja verdadeira, é o número 0.

A presente dissertação tratará, a partir de uma abordagem distinta, dentro do eixo álgebra, do conteúdo equação do 1º grau que, no Ensino Fundamental (EF), geralmente é abordada de uma maneira não muito interessante para as crianças, resultando em desmotivação da parte delas. Sobre isso, ressalta Ponte (1994, p. 2):

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma autoimagem de incapacidade em relação à disciplina. De um modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática.

De forma geral, o conteúdo em Álgebra é apresentado, em sala de aula, pelo professor na qualidade de um conjunto de “regras” a serem seguidas, a fim de que os alunos decorem, tal qual versa a pedagogia tradicional, ainda fundamentada em métodos de memorização e reduzido uso do raciocínio lógico-dedutivo. O uso dessa pedagogia, inviável aos dias atuais, em que os problemas e a ciência encontram-se em um patamar mais contextual e situacional, provoca, nos estudantes, confusão e desinteresse, suscitando em erros comuns na resolução de problemas algébricos.

Nesses ambientes de aprendizagem, as regras apresentadas geralmente são as seguintes: antes da igualdade, deve-se manter as incógnitas (estas apresentadas aos alunos como letras) e, após a igualdade, devem ficar os números; quando um termo está no membro ao qual não pertence, mudar o termo para o qual ele pertence, mudando o sinal; caso fique um número acompanhando a "letra", esse valor é transportado para o outro membro da equação, dividindo o valor que lá se encontra.

Um exemplo de dúvida comum, que surge entre os estudantes, por apenas decorar essas regras e não as compreender em contexto mais lógico e situacional, é, ao deparar-se com a seguinte situação: $10x = 2$, o resultado correto seria $x = \frac{2}{10}$, onde, ao ser simplificada a uma fração irredutível, chega-se a $x = \frac{1}{5}$. Dentro da mesma questão simples de Álgebra, é absolutamente comum e errôneo, o estudante chegar ao resultado de $x = \frac{10}{2}$, ou seja, $x = 5$, dentre muitas outras confusões que os professores estão acostumados a presenciar.

2.4 PRINCIPAIS DESAFIOS APRESENTADAS POR ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

A ciência Matemática já é considerada, por muitos estudantes, uma disciplina desafiadora e complexa, comum à vida escolar desde o Ensino Fundamental (EF) e melhor trabalhada em conceitos mais dinâmicos no Ensino Médio (EM). Parte desse pressuposto que evidencia o olhar de dificuldades na disciplina deriva-se do conceito da pedagogia tradicional e conservadora, em que a aprendizagem dos conceitos, das teorias e método de resolução são ainda muito engessados, com pouca aplicabilidade na prática cotidiana dos alunos (MENEZ; LIMA, 2021; VIANA *et al*., 2021).

Até mesmo em equações algébricas do 1º grau, tema largamente discorrido no contexto deste trabalho de dissertação de mestrado, o conservadorismo no ensino e as diversas abordagens de resolução tornam-se desestimulantes e pouco atrativas e cada vez mais cresce nos alunos, um desinteresse na compreensão e elucidação da disciplina (OLIVEIRA; GONÇALVES, 2021).

A falta de problematização é um dos principais desafios do docente na construção do ensino da Matemática que seja mais dinâmico e que estimule maior participação e interação em sala de aula, tornando a disciplina mais prazerosa. Nesse sentido, como é dito por Minamizaki e Kato (2016, p. 46):

> A equação é um dos conteúdos da Matemática em que os alunos apresentam dificuldades na sua resolução. Assim, ao trabalhar com esse conteúdo por meio de problemas envolvendo situações do cotidiano, o aluno pode perceber que o mesmo se aplica em situações diversas, favorecendo assim a construção do seu conhecimento.

Ao discutir esse viés mais inovador do ensino e da aprendizagem, por sua vez, estimula-se cada vez mais o abandono do método tradicional e aproximação com práticas e metodologias mais atualizadas, desenvolvendo uma Matemática dinâmica e contextual, onde: "A Matemática moderna promete superação de uma dificuldade em aprender matemática que era reconhecida pelos professores e pela sociedade, com ensino mais eficiente e prazeroso, menos assustador" (BÚRIGO, 1989, p. 117).

Silva (2016), em seus estudos primários, relata, após a aplicação e análise de resultados de pré-teste, que os alunos de turma de 8º ano do EF apresentaram maiores dificuldades nos seguintes aspectos sobre o conteúdo de uma equação de 1° grau: interpretar o problema "A adição de uma unidade ao dobro desse número x é igual ao maior número natural de dois algarismos" e transcrevê-lo na forma de uma equação envolvendo as setenças matemáticas e algébricas corretas.

A dificuldade se repetiu em questão na qual o autor usou uma ilustração de uma balança em equilíbrio, onde os estudantes deveriam determinar a massa de uma lata. Apesar de todos terem sido capazes de chegar ao valor solicitado, apenas um aluno foi capaz de formular a equação adequada, por meio de um raciocínio mais dinâmico, que representava a situação (SILVA, 2016).

Em outro problema, em que se destacava o seguinte: "João pagou R$ 43,00 por uma camiseta e um boné. Sabendo que um boné custou R$ 16,00, qual o preço da camiseta?", observou-se que os estudantes foram capazes de respondê-lo por meio de subtração, isto é, nenhum foi capaz de equacioná-lo corretamente, para, em seguida, solucioná-lo de forma algébrica (SILVA, 2016; SILVA; VILLAS-BÔAS, 2019).

Uma forma prática de ajudar os estudantes com dificuldade para resolver equações do 1° grau seria, evidentemente, apresentar a relação entre as técnicas de resolução e o funcionamento da balança de dois pratos pois, por se tratar de um objeto que terão a chance de manipular, a dinâmica de construção do material lúdico e a sua aplicabilidade no ensino-aprendizagem algébricos, implicariam numa mais facilitada compreensão do problema matemático e a sua consequente resolução lógica, tal qual afirma Mateus (2018, p. 73):

> A utilização de balanças é também estratégia interessante e que pode ser utilizada com os alunos que apresentam maior dificuldade na resolução de equações. O fato de poderem imaginar objeto que conhecem, pode tornar mais simples a compreensão dos princípios de equivalência com a analogia com o “equilíbrio” dos pratos na balança que se tem de manter sempre de passo para passo ao longo de toda a resolução. Esta é uma ferramenta que deveria existir nas escolas para que os professores as pudessem utilizar com uma maior regularidade, pois torna-se mais simples para os alunos compreender os acontecimentos se tiverem a oportunidade de ver.

Ao ter esse contato visual com a balança espera-se que que ele consiga interiorizar e compreender procedimentos para resolver uma equação de primeiro grau abandonando a resolução apenas por repetição de procedimentos que ele foi forçado a decorar muitas vezes sem compreendê-los.

2.5 RELACIONANDO A BALANÇA DE DOIS PRATOS COM AS TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

É de extrema importância que o aluno compreenda que o sinal de igualdade (=) significa a equivalência entre os dois valores que estão no primeiro e segundo membros da equação. Sobre esse entendimento matemático e lógico, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 106-107) destacam o seguinte excerto:

> Desde cedo que se deve procurar promover nos alunos a compreensão do sinal de igual como indicando equivalência entre duas quantidades. A situação das balanças em equilíbrio ajuda a desenvolver essa compreensão e a promover o surgimento de estratégias informais para a resolução de equações que os alunos devem conseguir justificar. Muitas vezes, estas estratégias permitem estabelecer relações com a representação da situação em linguagem algébrica e com os princípios de equivalência.

Em posse dessa concepção algébrica comum, Portela *et al*. (2016) também deve compreender que, para conservação desse equilíbrio na balança de dois pratos, o que for retirado ou acrescentado em um prato de uma balança, deve ser repetido no outro prato, a fim de que o equilíbrio igualmente se mantenha.

De maneira análoga, esse procedimento é aplicado nas equações de 1º grau, com o fim de estimular a transformação da equação em uma mais simples, para obter-se o valor da incógnita. Segundo Imenes (2012, p. 210):

> Nas balanças, você pode tirar ou acrescentar pesos iguais nos dois pratos, sem alterar o equilíbrio. Nas igualdades é parecido: você pode somar ou subtrair um mesmo número dos lados, mantendo a igualdade. E mais: pode multiplicar ou dividir os dois lados por mesmo número, mantendo a igualdade.

Essa comparação é defendida por Carraher, Carraher e Schliemann (1989), que concluíram, ao estudar vendedores de feira que utilizavam esse tipo de balança no cotidiano, que foi desenvolvida intuitivamente a ideia de manipulação de medidas e de equivalências, que é a base para compreender alguns conceitos de álgebra e equações. Por exemplo, segundo a concepção de Lima (2019), na equação $3x + 10 = 100$, aplicando a ideia da balança, é possível retirar 10 de ambos os "pratos", obtendo a equação $3x = 90$ e, dividindo ambos os valores restantes em cada "prato" por 3, por fim, chega-se ao seguinte resultado da incógnita: $x = 30$.

Em seu texto, Lima (2019) afirma que a analogia da balança de dois pratos não poderia ser usada na equação $3x + 100 = 10$, por não ser possível de se retirar 100 de cada prato, já que, no segundo membro da equação, ter apenas 10, e que essa analogia só poderia ser aplicada corretamente ao se trabalhar no conjunto dos números naturais. Todavia, ressalta-se que o objetivo deste trabalho não é que a equação seja sempre comparada à balança, mas sim conseguir entender técnicas de resolução de uma equação por meio do uso da comparação (LIMA, 2019).

Apesar de ser uma ideia abordada nos livros didáticos da atualidade e utilizada por alguns professores em suas práticas docentes, essa comparação entre a balança de dois pratos e equação de 1º grau já é feita há bastante tempo e, nesse sentido, foi problematizada em livro publicado pelo famoso matemático Al Khwarizmi, tal qual como dito por Bonadiman (2007, p. 127):

> A palavra álgebra é uma variante latina da palavra árabe aljabr usada no título do livro Al-jabr wa'l muqadalah, escrito por Mohammmed ibn-Musa al Khwarizmi, um matemático persa nascido por volta de 800 d.C. em Khwarizmi, atualmente no Uzbequistão, e que viveu em Bagdá. O livro tratava de equações e o título referia-se à ideia de imaginar uma equação como balança em equilíbrio, considerada como um sistema para resolver problemas matemáticos que envolvam números desconhecidos.

Há, também, estudos atuais que defendem o uso de *softwares* matemáticos que simulam a balança de dois pratos, como objeto facilitador de aprendizagem, tendo em vista os impactos das tecnologias de informação e comunicação (TICs) em diversos segmentos, inclusive no campo da educação e pedagogia de ensino.

> Alguns estudos têm investigado a aprendizagem de conceitos matemáticos com o auxílio de ferramentas interativas. Tais pesquisas apontam que o uso de softwares educativos permite a ligação entre múltiplas representações de um conceito, ampliando o repertório de compreensão dos alunos (LEITE; CASTRO, 2006, p. 13).

A utilização de *softwares* do sistema integrado de ensino e na aprendizagem também é defendida por Lemos e Kaiber (2015), quando dizem que sequências de atividades eletrônicas ajudam os estudantes a amenizarem dificuldades em certos conteúdos e favorecem a construção do pensamento algébrico.

Podendo ser citado como exemplo também animações de balanças de dois partos feitas no *software* Geogebra que é uma alternativa de ensino de equações de 1º grau para modalidade EAD ou uma alternativa a forma tradicional de abordar esse conteúdo nas aulas de matemática.

2.6 ABORDAGEM DE ALGUNS LIVROS DIDÁTICOS SOBRE EQUAÇÃO DE 1º GRAU

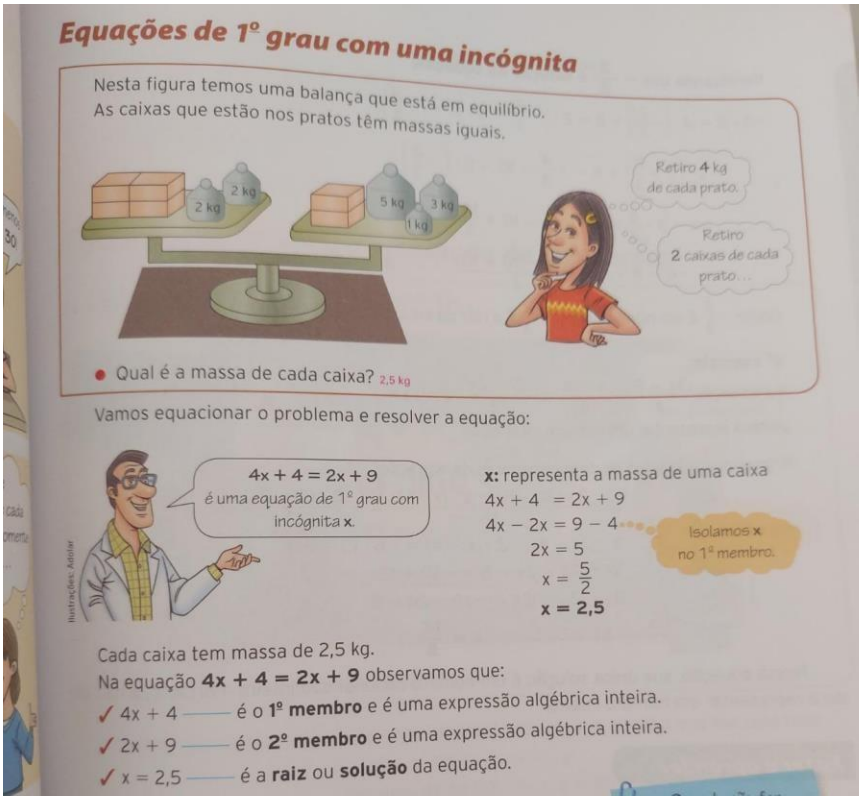
O livro "Matemática e ideias e desafios", de Iracema e Dulce (MORI, 2009), utilizado no 8º ano do EF é um exemplo de material didático que aborda a ideia da balança de dois pratos para introduzir o conteúdo de equação do 1º grau (Figura 1).

Figura 1 - Uso de balança de dois pratos em livro didático de Matemática (8° ano)

Fonte: Mori (2009, p. 64).

Contudo, logo após uma curta abordagem do propósito da aplicação da balança de dois pratos na aprendizagem de técnicas de solução para equações do 1° grau, o livro já parte para regras a serem memorizadas pelos discentes, segundo observado na Figura 2, abaixo:

Figura 2 - Técnicas de resolução das equações de 1° grau em livro didático de Matemática (8° ano)

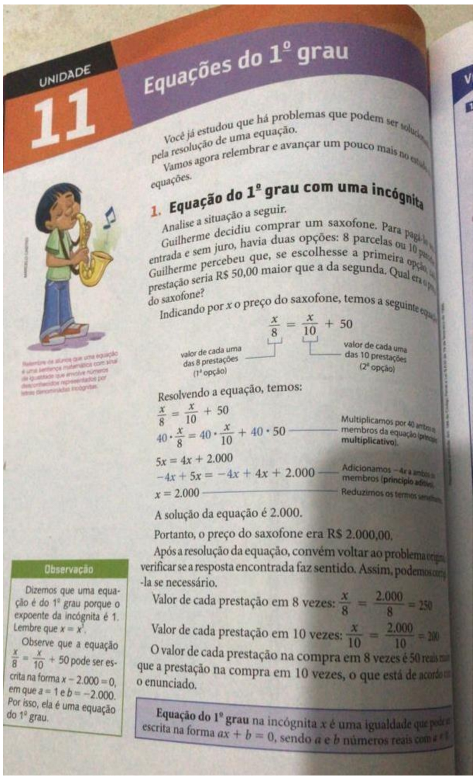


Fonte: Mori (2009, p. 66).

Na abordagem, as autoras sugerem que há várias técnicas de que podem ser utilizadas para se encontrar a massa das caixas: por aritmética, pensando em qual número multiplicado por 5 e somado a 3 seria igual a 7, fazendo estimativas (métododa tentativa e erro) e, por último, algebrizar o problema, isto é, converter o problema em equação algébrica de 1° grau (sentença matemática usual) (MORI, 2009).

Já no livro projeto Araribá, também de 8º ano do EF, aborda o assunto das equações algébricas e as técnicas de resolução, iniciando com uma situação-problema a ser resolvida a partir de uma equação de 1° grau. O material didático aplica as técnicas de resolução mais comuns, a fim de denominar a raiz; logo após a problematização, explica-se porque o valor encontrado é a raiz da equação e solução do problema e somente em seguida, apresenta-se a definição do que seria uma equação de 1° grau (Figura 3).

Figura 3 - Técnicas de resolução das equações de 1° grau em livro didático de Matemática (8° ano)


UNIDADE 11

Equações do 1º grau

Você já estudou que há problemas que podem ser
pela resolução de uma equação.

Vamos agora relembrar e avançar um pouco mais no
equações.

1. Equação do 1º grau com uma incógnita

Analise a situação a seguir.

Guilherme decidiu comprar um saxofone. Para
entrada e sem juro, havia duas opções: 8 parcelas ou 10
Guilherme percebeu que, se escolhesse a primeira opção,
prestação seria R$ 50,00 maior que a da segunda. Qual era
do saxofone?

Indicando por x o preço do saxofone, temos a seguinte

$$\underbrace{\frac{x}{8}}_{\text{valor de cada uma das 8 prestações (1ª opção)}} = \underbrace{\frac{x}{10}}_{\text{valor de cada uma das 10 prestações (2ª opção)}} + 50$$

Resolvendo a equação, temos:

$\frac{x}{8} = \frac{x}{10} + 50$

$40 \cdot \frac{x}{8} = 40 \cdot \frac{x}{10} + 40 \cdot 50$ — Multiplicamos por 40 ambos os membros da equação (princípio multiplicativo).

$5x = 4x + 2.000$

$-4x + 5x = -4x + 4x + 2.000$ — Adicionamos $-4x$ a ambos os membros (princípio aditivo).

$x = 2.000$ — Reduzimos os termos semelhantes.

A solução da equação é 2.000.

Portanto, o preço do saxofone era R$ 2.000,00.

Após a resolução da equação, convém voltar ao problema original e verificar se a resposta encontrada faz sentido. Assim, podemos
-la se necessário.

Valor de cada prestação em 8 vezes: $\frac{x}{8} = \frac{2.000}{8} = 250$

Valor de cada prestação em 10 vezes: $\frac{x}{10} = \frac{2.000}{10} = 200$

O valor de cada prestação na compra em 8 vezes é 50 reais
que a prestação na compra em 10 vezes, o que está de acordo
o enunciado.

Observação

Dizemos que uma equação é do 1º grau porque o expoente da incógnita é 1. Lembre que $x = x^1$.

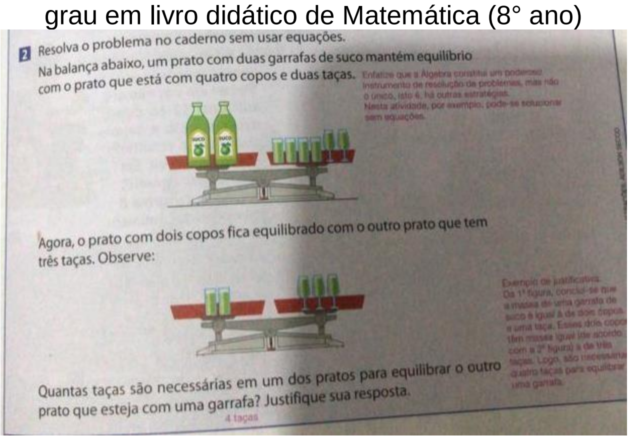
Observe que a equação $\frac{x}{8} = \frac{x}{10} + 50$ pode ser escrita na forma $x - 2.000 = 0$, em que $a = 1$ e $b = -2.000$. Por isso, ela é uma equação do 1º grau.

Equação do 1º grau na incógnita x é uma igualdade que pode
escrita na forma $ax + b = 0$, sendo a e b números reais com

Fonte: Mori (2009, p. 71).

Apesar de a balança de dois pratos não ser abordada na exposição do conteúdo, ainda assim o material manipulável é introduzido no ambiente escolar e como argumento facilitador de aprendizagem, afim de estimular o estudante a fazer a associação sugerida nesse trabalho em um dos seus exercícios (Figura 4).

Figura 4 - Uso de balança de dois pratos para ensino das técnicas de resolução das equações de 1° grau em livro didático de Matemática (8° ano)


2 Resolva o problema no caderno sem usar equações.

Na balança abaixo, um prato com duas garrafas de suco mantém equilíbrio com o prato que está com quatro copos e duas taças.

Agora, o prato com dois copos fica equilibrado com o outro prato que tem três taças. Observe:

Quantas taças são necessárias em um dos pratos para equilibrar o outro prato que esteja com uma garrafa? Justifique sua resposta.

4 taças

Fonte: Mori (2009, p. 72).

Ressaltando o enunciado da mesma questão, em que se pede para resolver, sem equações, o que faz com que o aluno pense em alternativas, além de reproduzir o que lhe é apresentado em sala, sendo esse o verdadeiro objetivo da Matemática: que o estudante seja capaz não somente de reproduzir o que lhe é exposto em sala de aula, mas que seja capaz de construir, por meio de raciocínio, as suas próprias estratégias para responder situações diversas do seu cotidiano (SOUSA *et al*., 2020; ALCOBIA, 2021).

É importante que os alunos consigam fazer as generalizações necessárias e apliquem o saber matemático em diferentes situações no contexto escolar e também no seu cotidiano (MINAMIZAKI; KATO, 2016, p.4). Ambos os livros apontados acima têm uma apresentação do conteúdo denominada por Gimenez e Lins (1997) como letrista, tendo em vista que repassam as regras que os alunos devem aplicar para resolver problemas de fixação do conteúdo.

3 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 1° GRAU

O termo resolução pode ser definido como decidir uma maneira para resolver uma determinada equação e, por sua vez, problema, para a ciência da Matemática, significa: uma situação na qual precisa-se determinar uma ou várias quantidades desconhecidas através de outras conhecidas.

Nesse sentido, a Resolução de Problemas, termo amplamente difundido na área das Ciências Exatas, é definida como estratégia de quando o estudante se depara com uma situação na qual ele deve elaborar um passo a passo para conseguir calcular a incógnita solicitada na situação (COSTA; SILVA, 2022).

Nesse sentido, por meio da Resolução de Problemas, o indivíduo abre-se para um rol de possibilidades em que deve encontrar soluções eficientes para problemas do cotidiano, de situações que permeiam a vida social, utilizando, para tal, o raciocínio, a racionalidade e os fundamentos matemáticos conhecidos por este estudante. A Resolução de Problemas, no campo algébrico, é elementar aos argumentos anteriores, tendo em vista a necessidade de se construir a linha de pensamento matemático que evidencie e solucione problemas algébricos, isto é, encontre os valores para substituir as variáveis comuns (incógnitas) (SOUSA; PROENÇA, 2019; COSTA; SILVA, 2022).

Corroborando as ideias de Hilário *et al*. (2021), esses problemas podem ser quebra-cabeças, labirintos e também atividades envolvendo ilusões com imagens, que são materiais que possibilitam várias abordagens para chegar a sua solução, além de envolver desafios, diversões e frustrações.

Igualmente, também devem contar com fatores desconhecidos para estimularem o raciocínio de quem os usa, que, de acordo com o entendimento de outros autores, podem ser empregados na qualidade de recursos auxiliares, a saber: livros didáticos e paradidáticos, além de materiais didáticos, calculadora, jogos, computador, *softwares*, vídeos, assim como as diversas tecnologias educacionais disponíveis e acessíveis à realidade do ensino docente (SPERAFICO; GOLBERT, 2011).

Antigamente, imaginava-se que o termo Resolução de Problemas referia-se ao fato de se apresentar um determinado problema acompanhado de uma técnica associativa; outrossim, nos livros, recentemente, o termo em voga é abordado como um problema do cotidiano colocado ao estudante, de forma estimulante e chamativa, para que o mesmo apresente uma técnica comum de resolução, acompanhado de uma lista com diversos problemas com resoluções similares e amparadas por meandros mais contextuais e práticos, conforme é apresentado por Onuchic (2019, p. 94).

Dessa maneira,

> Até uma época bastante recente, ensinar Resolução de Problemas significava apresentar problemas e, talvez, incluir uma técnica de resolução específica. Uma versão mais moderna do desenvolvimento de habilidades nos alunos em resolução de problemas, nos livros-texto, apresenta-se colorida, com desenhos, chamando a atenção para fatos da vida real, mas sempre com alguém resolvendo o problema e deixando-se uma lista com questões semelhantes para serem solucionadas (ONUCHIC, 2019, p. 94).

Segundo Mateus (2018, p. 17), “a Resolução de Problemas permite o trabalho em redor da comunicação matemática, a partir das interpretações dos enunciados e do raciocínio matemático, convocando justificações e também a interpretação dos resultados obtidos”. Ainda no que compete ao mesmo aparato, os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) enunciam o seguinte:

> Resolução de Problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática (BRASIL, 1997, p. 42).

Segundo a concepção de Mateus (2018) e de Onuchic (2019), apesar de que, para muitos, a Resolução de Problemas seja considerada algo para os que já dominam a Matemática na verdade, ela é a estratégia dedicada àqueles com maior dificuldade, para que possam superar essas limitações, não somente nesse campo do saber, mas também em outras áreas de conhecimento, a partir de sua capacidade de imaginação, raciocínio lógico-dedutivo e interpretação.

Ao empregar a metodologia de Resolução de Problemas, busca-se, pois, enquanto objetivo basilar desse fundamento, aproximar a Matemática à rotina de quem a estuda, conferindo um aspecto meramente contextual, tornando facilitada e simplifica a compreensão de seus conceitos e princípios, assim como expôs Romanatto (2012, p. 303):

> A Resolução de Problemas, como metodologia de ensino da Matemática, pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa. É a apropriação compreensiva do conteúdo, pois é uma Matemática mais qualitativa em destaque.

Além disso, Romanatto (2012), em seus estudos acadêmicos, também afirma que essa metodologia apresenta resolução que usa, em geral, as regras, as fórmulas, algoritmos, diferente da apresentação propriamente denominada do problema, que, por sua vez, utiliza desenhos, esquemas, diagramas, dentre outros meios e estratégias, a fim de elucidar e ajudar na expressão dos raciocínios utilizados na resolução dos problemas propostos, adquirindo um caráter indispensável na resolução de problemas algébricos em sala de aula.

A álgebra é mencionada na Base Nacional Curricular Comum (LOPES, 2016) e sugere que, para compreensão de assuntos e fundamentos algébricos, a exemplo das equações de primeiro grau, inequações e sistemas de equações com duas incógnitas, sejam trabalhadas, em sala de aula, a partir de uso da metodologia de Resolução de Problemas.

De acordo com Sperafico e Golbert (2011), trabalhar a álgebra e suas nuances a partir da utilização do mecanismo de Resolução de Problemas, tende a proporcionar ao estudante a maior facilidade em conseguir converter um enunciado em equação compreensível e, por conseguinte, entender a sua resolução, que é um dos aspectos basilares da álgebra, de acordo com o que diz Fernandes (2011) e, pois, denominado por Kieran (1992) de *word problems*, sendo estes divididos em:

i) Problemas tradicionais;

ii) Problemas de abordagem funcional;

iii) Problemas de generalização, de resposta aberta.

A metodologia de Resolução de Problemas é também recomendada para o ensino de equações do 1º grau, pelo Programa de Matemática do Ensino Básica (PMEB), tal qual manifesta Silva (2016, p.17) no excerto abaixo:

> O PMEB sugere que no ensino e aprendizagem da Álgebra “as tarefas a propor aos alunos devem privilegiar a resolução de problemas e a modelação de situações, usando conceitos e procedimentos algébricos de complexidade crescente, sem perder de vista a consolidação dos procedimentos algébricos de rotina”.

Nesse sentido, para que as resoluções de equações façam sentido, nada melhor que se adotar metodologia da Resolução de Problemas, a fim de que os alunos consigam encontrar sentido em tal conteúdo e compreender suas técnicas resolutiva. Logo,

> Se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação. (ARAÚJO, 2008, p.6).

Sobre as principais técnicas de resolução de equações de 1° grau, Fernandes (2011, p.16) apresenta a seguinte tabela (Tabela 1), abaixo:

Tabela 1 - Principais técnicas de resolução de equações do 1° grau

Estratégia	Exemplo
a) Uso da realidade	3+n=5; 5-3=2, logo n=2
b) Técnicas de contagem	3+n=5, os alunos podem contar 3, 4, 5, logo são necessárias duas unidades para ir do três ao cinco.
c) Cobertura (Cover-up)	2x+9=5x; 2x+9=2x+3x 9=3x
d) Desfazer (Undoing)	2x+4=18 ⇔ 2x=18-4 ⇔ 2x=14 ⇔ x=14:2 ⇔ x=7
e) Tentativa e erro	2x+4=18; para x=5, vem 14=18, o que não é verdade para x=6, vem 16=18, o que não é verdade para x=7 vem 18=18, logo x=7.

f) Transposição (Mudar de membro, mudar de sinal)	2x+4=18 ⇔ 2x=18-4 ⇔ 2x=14
g) Realização de mesma operação em ambos os membros	2x+4=18 ⇔ 2x+4-4=18-4 ⇔ 2x=14 ⇔ 2x/2=14/2 ⇔ x=7

Fonte: Fernandes (2011, p. 16).

Em relação às duas primeiras, nomeadas como “uso da realidade” e “técnicas de contagem”, elas podem ser aplicadas a alunos que ainda não detêm conhecimentos prévios acerca dos fundamentos algébricos, por exemplo ao apresentar a seguinte equação: □ + 2 = 4, mas sem a incógnita, ou seja: __ + 2 = 4, um estudante sem conhecimentos prévios de como resolver uma equação de primeiro grau, pode ter o seguinte raciocínio: 2+2=4 (uso da realidade) ou contar (3; 4) e saber que, para chegar a esse resultado, foi acrescido duas unidades e saber que o valor que completa a sentença(__ + 2 = 4) corretamente é 2 (FERNANDES; 2011).

Quanto ao item “c” da Tabela 1, a técnica chamada de “cobertura” (*cover-up*) faz o estudante começar a pensar nas operações inversas. Por exemplo, na equação □ + 2 = 4, ele pode pensar: “qual o número que somado com 2 resulta em 4?” e, para isso, o mesmo tem que usar a subtração 4-2=2, chegando ao valor da incógnita, que é 2, de acordo com o destacado por Fernandes (2011, p.17):

> As estratégias para resolver equações pelos métodos cover up e desfazendo as operações revelam-se como estratégias mais sofisticadas e são vistas pelos alunos como uma sequência de equações. Numa primeira situação, estas apenas contêm uma operação, como por exemplo, n + 17 = 21, e coloca questões como “que número mais 17 dá 21?”. A partir desta ideia o aluno poderá pensar que 21 -17 é igual a 4, chegando deste modo à solução da equação.

No caso de uma equação um pouco mais complexa, como, por exemplo, 3 □ + 6 = 12, o raciocínio poderia ser: “qual o valor que somado a 6 resulta em 12?” que seria 6 e, após isso, “qual o valor que multiplicado por 3 resulta em 6?” que deve-se pensar na divisão (6:3=2), chegando, dessa maneira, na raiz dessa equação, que é 2, como explica Fernandes (2011, p. 17):

> Recorrendo a esta técnica, a determinação do valor desconhecido não passa por pensar na adição, mas na subtração. Numa segunda fase as equações do tipo 2 x n + 5 = 47, os alunos colocam questões

> como “que número mais cinco dá 47?”. Ao obterem 42 questionam “duas vezes que número dá 42?” e obtêm assim a solução da equação inicial que é 21 como resposta final.

O método de resolução denominado “desfazer” (*undoing*), conforme o próprio nome já denota, faz o aluno pensar em desfazer em um membro da uma equação de primeiro grau a operação feita no outro membro utilizando a operação inversa, por exemplo: na equação x+4=8 a incógnita está sendo somada a quatro para resultar 8, então desfazemos essa soma subtraindo 4 no segundo membro encontrando 4 que é o valor da incógnita.

No item “e”, intitulado de “tentativa e erro”, o estudante deve usar de seus conhecimentos aritméticos para escolher os valores que substituem a incógnita, para que, ao desenvolver cálculos aritméticos, encontre a sentença verdadeira. Sobre esta técnica, Fernandes (2011, p. 17) diz o seguinte:

> Esta estratégia exige algum conhecimento das propriedades dos números pois se a tentativa e erro se basear em experimentação aleatória a resolução pode tornar-se morosa e fastidiosa. É necessário que os alunos tenham uma boa noção das propriedades dos números pois esta estratégia permite, ao mesmo tempo, confirmar a validade de uma solução que é determinada pelo método formal.

Na “Realização da mesma operação em ambos os membros”, que é o método abordado e discutido no viés deste trabalho de dissertação, trata-se de manipulações idênticas feitas em ambos os membros, transformando a equação de primeiro grau em outra mais simples, contudo equivalente à inicial, isto é, mantendo a mesma raiz da inicial, como por exemplo na equação 3x+2=5, aplica-se a subtração de duas unidades em ambos os membros chegando a equação 3x=3, aplicando-se a divisão por 3 em ambos os membros se chega a raiz x=1, como é dito por Kieran (1992, p. 95):

> O método de realizar em ambos os lados da equação uma operação que seja inversa a uma das operações dadas torna explícito o equilíbrio entre o lado esquerdo e direito da equação. Por outro lado, a justificação para realizar a mesma operação dos dois lados é precisamente para manter a equação equilibrada e para manter a sua solução inalterada ao longo do processo de resolução da equação. Além disso, este procedimento também envolve a simplificação dos lados esquerdo e direito da equação, em vez de só um lado, o que

ocorre quando um dos termos é transposto para o outro lado.

Kieran (1992, p. 95) também define a estratégica de “transposição”, que é uma forma simplificada do “Realização da mesma operação em ambos os membros”, cujo a operação inversa é aplicada apenas em um dos membros com a intenção de simplificar a equação chegando a sua solução, ou seja na equação citada anteriormente 3x+2=5, seria calculada sua raiz da seguinte forma: transpondo-se o 2 para o segundo membro só que com a operação inversa a que ela apresenta no primeiro membro (3x=5-2 ⇔ 3x=3, após isso transpondo-se o 3 com a operação inversa que ele apresenta no primeiro membro (x=3/3 ⇔ x=1), chegamos a sua raiz, que é 1.

Com base nessas premissas, abaixo, Mateus (2018, p.20-21) apresenta a Tabela 2, mostrando os principais erros cometidos por estudantes na resolução de equações de 1° grau:

Tabela 2 - Principais erros na resolução de equações de 1° grau

ERRO/DIFICULDADE	EXEMPLO	AUTOR
Adição de termos que não são semelhantes e Interpretação dos sinais “+” e “=” como indicadores de uma ação	$3 + 4n = 7n$ $2a + 5b = 7ab$	Booth, 1984, 1988 Kieran, 1981, 1992 Küchemann, 1981 MacGregor e Stacey, 1997
Uso de parêntesis	$3(x + 2) = 7x$ $\Leftrightarrow 3x + 2 = 7$	Kieran, 1992 Socas, Machado, Palarea e Hernandez, 1996
Não saber como começar a resolver uma equação	O estudante não consegue iniciar a resolução	Kieran, 1985

Não respeitar a convenção de que várias ocorrências da mesma incógnita representam o mesmo número	$5x - 3 = 2x + 6$ Para um x se atribui 1 e para o outro 0,5	Kieran, 1985
Adição incorreta de termos semelhantes	− 2x + 5x = 8⇔ -7x=8	Kieran, 2006
Adição incorreta de termos não semelhantes	2x + 5 = x +8 ⇔ 7x = 9	Kieran, 1985
Transposição incorreta de termos	16x − 215= 265⇔ 16x = 265− 215 30 = x + 7⇔ 30 + 7 = x 3x + 5 = 2x⇔ 3x = 2x + 5 7x = x +8⇔ 7−8 = x + x	Kieran, 1985, 1992
Redistribuição (*Redistribution*)	−2x +5 = 8⇔ −2x +5−5 = 8+5	Kieran, 1992
Eliminação	3x −3 = 2x − 4⇔ x = 2x −4	Kieran, 1992
Conclusão incorreta da resolução da equação	$6x = 24 \Leftrightarrow\ 6 + x = 24$ $11x = 9x = \frac{11}{9}$ 2x=4 ⇔ *i) X=4-2* *ii) X=4/-2* *iii) X=2/4* − x = −17 ⇔ ?? − x = 4⇔ ??	Kieran, 1985, 1992 Lima e Tall, 2008 Vlassis, 2001

Fonte: Mateus (2018, p. 20-21).

Segundo apontado na Tabela 2 acima, grande parte dos erros cometidos pelos estudantes dá-se pela não compreensão de conceitos básicos da Álgebra e significado dos sinais de equivalência, tal qual ressaltado por Fernandes (2011, p. 20):

> Muitas das dificuldades dos alunos na resolução de equações surgem dos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado destas expressões ou as condições da sua equivalência. Boa parte destas dificuldades tem a ver com o facto de os alunos continuarem a usar em Álgebra os conceitos e convenções aprendidos anteriormente em Aritmética. Verificam-se, também, dificuldades de natureza pré-algébrica, tais como a separação de um número do sinal "menos" que o precede.

A Tabela 2 evidencia, ainda, que dificuldade na operação com números inteiros também o conduz alguns estudantes ao erro, pois, mesmo que ele tenha entendido os conceitos básicos da álgebra e consiga entender a significado de sinais como =, - e +, alguns, ao se depararem com uma equação do tipo 5x-8x=3, tende ao erro, por reduzir essa equação erroneamente a 3x=3 em vez de sua real redução, que seria -3x=3.

Sobre essa realidade desafiadora, explica Mateus (2011, p. 22) que:

> Outra dificuldade que os alunos experimentam é a adição incorreta de termos semelhantes. Por exemplo, considerando a equação -2x+5x=8 ⇔ -7x=8, neste caso as dificuldades transitam da Aritmética e comprometem, dessa forma, a aprendizagem algébrica.

Outro fator que também induz os estudantes ao erro no cálculo da raiz da equação de 1º grau dá-se ao foco excessivo nas regras da transposição apresentada anteriormente, para que o estudante memorize, às cegas, as regras, sem compreender o real sentido do que está sendo feito. Para elucidar esse excerto, diz Nabais (2010, p. 60) que:

> Ainda que os alunos possam aplicar cegamente regras de manipulação ou procedimentos que julgam ter compreendido, a ocorrência de raciocínios errôneos revela uma ausência de compreensão do significado matemático de equação. Cabe ao professor identificar situações em que tal acontece e procurar estratégias de ensino que favoreçam o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa para os alunos e uma melhoria das suas práticas de ensino.

Ademais, para que esses alunos superem esse fatores que dificultam a sua aprendizagem, uma alternativa é, pois, que os docentes trabalhem a Matemática e a Álgebra de uma forma lúdica, que, segundo as percepções de Nabais (2010) e

Onuchic (2019), é recurso didático que pode ser utilizado em diferentes situações que auxiliam no desenvolvimento e na educação afetiva da criança, por ser um aprendizado na forma de brincadeira, tornando-se estimulante, atraente e prazerosa.

O uso dessas atividades lúdicas tira, assim, o peso de ter que decorar fórmulas e fundamentos algébricos a fim de responder uma prova e, assim, o estudante acaba tendo uma visão diferente e de vários ângulos do conteúdo abordado, o que torna o ato de aprender muito mais dinâmico como mostra Nabais (2010, p. 128):

> A facilidade de compreensão e fixação dos conteúdos faz com que o ensino se torne algo prazeroso e não mais uma obrigação de decorar para a prova e, aprender é visto como algo possível instigando os alunos a buscarem o conhecimento. Portanto, as atividades lúdicas não conduzem somente à memorização dos conteúdos abordados, mas incitam o aluno a reflexão e a compreensão das diversas realidades dos temas estudados. As atividades aumentam a motivação e participação dos alunos perante as aulas, tendo em vista que o lúdico é integrador no universo do aluno.

Evidentemente, um acessório interessante para essas atividades lúdicas são os materiais manipuláveis, que, de acordo com Scolaro (2008), é algo que o aluno pode tocar, movimentar ou manipular; segundo Alcobia (2021), eles servem para fazer a ligação entre a teoria e o pensamento.

Muitos estudos evidenciam que a aplicação desses materiais trazem melhores resultados, efetivamente, que as aulas tradicionais e, então, são recomendados para as aulas de Matemática, conforme pensa Scolaro (2008, p. 21).

> Várias investigações revelam que os alunos que utilizam materiais manipuláveis na construção de conhecimentos obtêm melhores resultados que os que não utilizam. Desta forma, os materiais manipuláveis podem ser recurso com forte potencial nas aulas de Matemática.

Também entrega Alcobia (2021) que os materiais manipuláveis levam grande vantagem sobre uma aula tradicional por chamar a atenção dos estudantes o que enriquece bastante a metodologia de ensino, sendo, portanto, estimulado na qualidade de mecanismo que acessibiliza e também facilita a compreensão de conceitos, assim como teorias e fundamentos algébricos, garantindo um meandro contextual e prático que coloca o estudante como protagonista na proposição de resolução de problemas acerca de equações de 1° grau.

4 MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: AS PRÁTICAS DOCENTES EM ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), materiais manipuláveis são recursos didáticos que tenham relações com situações que induzam a analises e reflexões sobre o que se está sendo ensinado e cita como exemplos: calculadoras, jogos, livros, vídeos, computadores, etc. Por sua vez, Alcobia (2021) complementam esse conceito afirmando que tratam-se de objetos ou instrumentos que os alunos podem sentir, tocar, manipular e movimentar.

Para *National Council of Teachers of Mathematics*, são objetos concretos que ao serem manipulados pelo aluno e pelo professor permitem chegar a certos objetivos. Alcobia (2021, p. 49) acrescenta, ainda, que esses materiais podem ser classificados como estruturado, que é "aquele que explicita de forma concreta ideias matemáticas abstratas". Conforme o entendimento de Sousa *et al*. (2020), a introdução do material manipulável estruturado, em salas de aula, ainda mais no Ensino Fundamental, permite envolver e integrar os alunos em uma linguagem ligada à Matemática e aos conceitos, teorias e abstrações dessa ciência exata.

Para os referidos autores, são exemplos de materiais manipuláveis com abordagem estruturada, que podem ser empregados em sala de aula: blocos lógicos, tangram, ábaco, geoplano, entre outros. Quanto aos não estruturados, Alcobia (2021, p.49) define-se como "aqueles que, ao serem concebidos, não corporizou estruturas matemáticas, e que não foi idealizado para transparecer um conceito matemático, não apresentando, por isso, determinada função, dependendo o seu uso da criatividade do professor", sendo exemplos desses modelos de materiais manipuláveis: caricas, paus, tampas, conchas, plasticina, palhinhas, etc.

Tem em vista a compreensão observada nos estudos de Scolaro (2008, p. 33), o material manipulável "é uma forma de facilitar a visualização de conteúdo, visto que geralmente ele é lúdico e tátil". Para Sousa et al. (2020), dentro do âmbito escolar e dos mecanismos de aprendizagem, ele pode ser usado de diferentes maneiras dependendo do objetivo que o docente deseja alcançar, para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos.

Além de todos os conceitos apresentados até aqui, Scolaro (2008, p. 11) define os materiais manipuláveis como sendo “objetos que representam uma ideia” o que faz muito sentido pois é sua principal aplicabilidade em sala de aula, conceito esse que pode ser bem complementado pelo que diz Vrabie (2020 p. 29):

> No mesmo documento, Vale (1999) citando Ribeiro (1995) afirma que “os materiais manipuláveis são objetos concretos que incorporam conceitos matemáticos, apelam a diferentes sentidos e podem ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelas crianças” (p. 5)

É do conhecimento de todos e ressaltado por muitos autores que muitos estudantes apresentam dificuldades não só em matemática mas em disciplinas afins da área de exatas, resultados ruins fazem professores questionarem metodologias usuais de ensino, fazendo-os repensar sobre a didática aplicada em sala de aula, essa ideia é reforçada por Alcobia (2021, p. 42) quando falam:

> O ensino da Matemática nos remete a grandes preocupações, entre elas a falta de entusiasmo por parte dos alunos, o interesse pelas aulas de matemática, dificuldade de compreender e utilizar os conceitos dados. Uma vez que a matemática é apresentada quase sempre desvinculada da realidade e muito abstrata, torna-se difícil despertar o interesse, o gosto e o prazer do aluno em aprendê-la. As informações acima, nos levam a refletir que uma boa formação de professores de Matemática é um dos requisitos essenciais para a criação de ambientes interativos que possibilitam a aprendizagem.

Como também é dito por Alcobia (2021), um fator que causa isso é a falta da ligação dos conteúdos apresentados com a algo real onde são aplicados para chamar a atenção dos alunos.

Esses dificuldades preocupam órgãos que tratam de educação e apresentam pesquisas que mostram que os resultados não vem sendo positivos e a necessidade de mudança nas metodologias de ensino como mostra Sousa *et al.* (2020, p. 42692).

> Nos últimos anos muito tem se falado sobre a importância de buscar mudanças para o processo de ensino e aprendizagem da matemática de forma a minimizar as dificuldades dos alunos no processo de aprendizagem. Pesquisas realizadas pelo MEC/INEP (1995-2005) apontam grande percentual de estudantes que não tem êxito em matemática.

As dificuldades fazem com que, segundo Sousa *et al*. (2020, p.42), a disciplina recebe apelidos como “bicho de 7 cabeças” e ser considerada como uma área chata, o que resulta em baixos resultados em avaliações internas e externas.

Por apresentar essas dificuldades na compreensão de conceitos matemáticos, principalmente da Álgebra, ao se deparar com certo problemas, a não compreensão faz com que se pegue o caminho mais longo para se chegar ao resultado de certo problemas causando a impressão de que o conteúdo é chato, difícil e trabalhoso.

Nesse âmbito, Scolaro (2008, p. 21) expressa a seguinte concepção: “O fato de o aluno ter dificuldades para apropriar-se de seus conceitos faz com que, ao resolver um problema prefira a matemática não-formalizada - envolvendo grande sequência de cálculos - como estratégia de resolução.”

Scolaro (2008) também relata que, em sua vivencia profissional, depara-se com os alunos cometendo, em geral, os mesmos erros, por não compreenderem os procedimentos utilizados em determinadas operações algébricas, e ressalta ainda que são procedimentos importantes que são apresentados a eles no 8º ano do EF (antiga 7ª série) e serão utilizados até o final do EM, sendo, então, de fundamental importância o domínio sobre tais procedimentos.

A Matemática possui linguagem própria e, no estudo da Álgebra, o estudante aprende a transcrever os problemas de da linguagem que lhe é apresentado para essa linguagem matemática, e observa-se, a partir disso, uma grande dificuldade, tal qual é dito por Scolaro (2008, p. 47).

> Tendo a Matemática uma linguagem própria, com uma grande variedade de símbolos, podemos fazer uma codificação desta simbologia para a tradução de um problema na linguagem escrita para a linguagem matemática e observo que uma das barreiras enfrentadas pelos alunos no estudo da Álgebra está na hora de fazer a passagem de uma situação-problema na linguagem corrente para a linguagem algébrica.

Scolaro (2008, p. 49) ainda complementa dizendo que:

> Muitos alunos possuem dificuldades na resolução de problemas algébricos bastante simples, principalmente quando estes necessitam da tradução da linguagem corrente para a linguagem formal. Em uma pesquisa realizada com alunos de um curso de engenharia, no qual deveriam interpretar problemas algébricos, os autores verificaram que, embora com um nível de ensino superior, não conseguiram interpretá-los de forma correta. Conforme estes mesmos autores, “Sem a capacidade de interpretar expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto”.

Uma maneira de sanar essas dificuldades é o uso de metodologias de ensino diferenciadas, um exemplo é o uso do lúdico como ferramenta facilitadora do processo de ensino aprendizagem que são recomendadas desde a educação infantil pelas orientações curriculares, tal qual é apontado por Alcobia (2021, p. 57): No que toca às orientações curriculares para o pré-escolar, estas referem que “a construção de noções matemáticas fundamenta-se na vivência do espaço e do tempo, tendo como ponto de partida as atividades espontâneas e lúdicas da criança”.

Segundo Vrabie (2020, p. 31), a introdução dos materiais manipuláveis é algo indispensável para as aulas de Matemática, pois as crianças aprendem com maior facilidade quando se tem algo palpável o que vai auxiliá-lo a fazer várias observações, e completa ainda com a seguinte fala:

> Estes recursos desempenham um papel facilitador para as crianças, desta forma os educadores/professores devem recorrer a eles frequentemente, uma vez que estes proporcionam atividades onde a criança se pode envolver ativamente no seu processo de aprendizagem (VRABIE, 2020, p. 31).

Outra forma de trabalhar de forma lúdica seria através de jogos, que, segundo Oliveira e Gonçalves (2021, p. 25), “o jogo didático serve para a fixação ou ao treino da aprendizagem e é considerado uma variação de exercício gerando motivação pelo seu objetivo lúdico”. Também é ressaltado, por elas, que o jogo não deve ser escolhido somente por ser atrativo ao estudante, mas ele deve ter seu propósito bem definido para atingir seu objetivo na aula, sendo essa uma ideia reforçada por Alcobia (2021, p. 49):

> Os materiais manipuláveis, quando são selecionados e utilizados adequadamente, têm um papel crucial no processo de ensino-aprendizagem, pois as crianças possuem um maior interesse em resolver problemas quando estão relacionados com materiais reais.

Segundo argumentos de Alcobia (2021), o lúdico é uma estratégia de ensino que proporciona maior rendimento escolar por criar ambiente mais atraente e gratificante ocasionando no desenvolvimento integral da criança.

É dever do professor sempre avaliar a aprendizagem dos alunos e, caso esta não se demonstre satisfatória, se auto avaliar e pensar em maneira alternativas para inovar seus métodos de ensino, inclusive com os materiais manipuláveis, com formas mais atrativas para os alunos para tentar sanar essas dificuldades, de acordo com o manifestado por Rodrigues, Rato e Martins (2020, p. 17):

> Ser professor, nos nossos dias, implica saber sermos nós mesmos e ao mesmo tempo sabermos conhecer os outros, avaliar os outros e avaliarmo-nos a nós próprios, refletindo sobre as nossa prática numa lógica sempre de processo de reconstrução e nunca só e simplesmente de produto acabado. É por tudo isto que, numa perspectiva reformadora, e na procura de novas medidas de inovação escolar, se tem dedicado à avaliação uma crescente atenção, e ao mesmo tempo, alvo de sucessivas discussões.

Mas deve-se lembrar que, mesmo sendo algo tão citado por vários autores, não significa que o restante dos materiais didáticos devam ser abolidos pois tudo depende de como é utilizado em sala, ou seja, o uso de material manipulável não quer dizer que os estudantes terão êxito escolar na sua aprendizagem, como ressalta Sousa *et al*. (2020, p. 11):

> O material concreto não é o único nem o mais importante recurso na compreensão matemática, como usualmente se supõe. Não se deseja dizer com isso que tal recurso deva ser abolido da sala de aula, mas que seu uso seja analisado de forma crítica, avaliando-se sua efetiva contribuição para a compreensão matemática.

Sousa *et al* (2020) afirmam que também é necessário que o professor saiba avaliar a aplicação desses materiais. Além de tudo citado anteriormente, os materiais, segundo Vrabie (2020, p. 32), são um complemento as aulas que contribuem para que o estudante desempenhe um papel mais atido na sua aprendizagem e complementa essa fala ao falar que:

> A utilização dos materiais manipuláveis contribuiu para o conhecimento das crianças/alunos, pois ao manipular os objetos estas experimentaram e refletiram sobre as suas ações, de modo a desenvolver e perceber determinados conceitos. As crianças/alunos que perceberam realmente as tarefas pretendidas, para as quais é suposto usar o material e fizeram-no de forma dinâmica. Os materiais manipuláveis permitiram a tentativa e o erro, e facilitaram a comunicação e a interação entre 69 crianças/alunos, permitindo ao professor uma observação das capacidades/dificuldades dos seus alunos individuais, do modo como os alunos compreendem uma situação e pensam numa solução.

Essa contribuição fica clara nas opiniões dos próprios alunos e Scolaro (2008, p. 17), para expressar esse entendimento, apresenta a Tabela 3, abaixo, com expressão da opinião dos alunos se as atividades extraclasse realizadas para a construção de materiais didáticos manipuláveis auxilia, pois, na assimilação dos conteúdos de frações especificamente os de frações.

Tabela 3 - Opinião dos alunos acerca do uso dos materiais manipuláveis em sala de aula

Sim, muito	15	57,7%
Sim, um pouco	07	26,9%
Não	04	15,4%

Fonte: Scolaro (2008, p. 17).

E afirma, ainda, sobre ela: "Analisando a tabela 05, pode-se afirmar que a atividade extraclasse para a construção do material didático manipulável, contribui muito para a assimilação dos conteúdos." (SCOLARO, 2008, p.17).

Scolaro (2008, p. 19) também afirma que seu trabalho com uso de materiais manipuláveis tornou a aula de Matemática mais atrativa e menos dolorosa aos estudantes. Pode ser concluído, então, que os materiais manipuláveis, quando bem escolhidos e com uma aula bem planejada, além de um grande atrativo para a aula de matemática, traz resultados satisfatórios a aprendizagem dos estudantes, incluindo desenvolver o raciocínio lógico para desenvolvimento de estratégias solucionadoras de problemas, como dito por Domingues, Dias e Sturion (2020, p. 34):

> Nesse contexto, vemos a importância dos materiais manipuláveis, que promovem muitos benefícios quando se volta para a educação, como a contribuição para o avanço do método de ensino e aprendizagem, estimulando o raciocínio lógico e auxiliando os alunos a desenvolver estratégias para solucionar problemas. Além disso, esses materiais facilitam a compreensão dos conceitos básicos da matemática, já que propõe uma abordagem objetiva, tornando as aulas de matemáticas prazerosas e dinâmicas.

É do conhecimento do todos os professores a carência de vários conceitos matemáticos básicos, para facilitar do processo de ensino-aprendizagem, que, mesmo já tendo sido apresentados ao estudante, este não os compreendeu ou, após o uso em alguma atividade avaliativa, o conteúdo foi esquecido por não mostrar importância ao estudante, para isso é recomendado por autores.

Além disso, essas percepções e resultados foram comprovados pelo professor na sua vivência pedagógica de sala de aula, sendo estimulados a abandonarem esses métodos tradicionais considerados comuns aos ambientes escolares e inovarem com algo diferente que chame a atenção do aluno e que confira significância aos conceitos básico que, outrora, ignorou ou simplesmente não compreendeu e fazer o estudante notar sua relevância e, assim, conseguirem aproveitá-los e colocá-los em uso.

5 METODOLOGIA

* Este estudo tem como objetivo geral verificar se o uso do material manipulável (balança de dois pratos) ajuda os alunos a compreenderem as técnicas de cálculo da raiz de equação de 1º grau e, quanto aos objetivos específicos: buscou-se observar as dificuldades dos alunos em Matemática; verificar os métodos utilizados na resolução de equações do 1° grau; observar a abordagem de livros didáticos no ensino dessas equações.

A metodologia da pesquisa trata-se de um conjunto de técnicas utilizado para a formulação de produções cientificas e o método de pesquisa é a escolha de como proceder para descrever e explicar como essa pesquisa foi formulada.

Quanto à natureza do estudo, esta pesquisa será uma pesquisa aplicada, que, segundo Fleury e Werlang (2016, p. 2):

> A pesquisa aplicada pode atender a múltiplos *stakeholders* e deve ser divulgada na comunidade... A pesquisa aplicada requer rigor (na definição do problema, desenho, metodologia adotada, possibilidade de ser refutável, análise dos resultados) e relevância (impactos e externalidades); a dimensão ética lhe é fundamental; ... A pesquisa aplicada pode se valer de diferentes procedimentos metodológicos; A geração de impacto da pesquisa aplicada vai além da dimensão acadêmica de divulgação do conhecimento científico e por isso deve ser veiculada de forma estratégica e no formato mais adequado para atender os objetivos de qualificar o debate público e/ou influenciar os atores responsáveis pelo processo de tomada de decisão.

Este modelo de estudo apresenta, enquanto finalidade, gerar conhecimento para que seja aplicado com intenção de se chegar a solução de um problema, que no caso desse estudo o problema escolhido foi a dificuldade de alguns alunos em entenderem os procedimentos de cálculo da raiz de uma equação de 1º grau e o conhecimento em estudo foi se o uso do material manipulável (a balança de pratos) na aula consegue amenizar essa dificuldade e gerar o aprendizado desejado.

Quanto à natureza do estudo, a pesquisa consistiu em um estudo de caso de cunho exploratório e de análise comparativa, com a abordagem predominantemente qualitativa, que, segundo Vrabie (2020, p. 41):

> Na investigação qualitativa, os dados são recolhidos pelo investigador durante a realização das tarefas e são complementados pela informação que se obtém através da observação participante através de instrumentos de recolha de dados com os participantes. Este estudo teve como objetivo

> verificar em que medida os materiais manipuláveis podem ajudar as crianças a adquirir aprendizagens matemáticas. A metodologia qualitativa é utilizada para realçar os resultados, e também visa compreender todo o processo que cria estes resultados, ou seja, atribui-se uma grande importância na compreensão

* Esta abordagem tem o fim de verificar o nível de aprendizagem dos discentes sobre cálculo de raízes de equações de primeiro grau com os métodos tradicionais de ensino e utilizando materiais manipuláveis (balança de dois pratos) como ferramenta facilitadora do processo de ensino aprendizagem.

Objetivos esses que podem ser classificados como de pesquisa explicativa, que, para Marconi e Lakatos (2003), busca obter as causas de fenômenos, no caso desse estudo a não compreensão dos procedimentos utilizados para o cálculo da raiz de uma equação de 1° grau, analisando e também registrando-os, pode ser realizado por meios matemáticos, que nessa pesquisa foi utilizada o material manipulável (balança de dois pratos) para compreender tais procedimentos ou a interpretação dos métodos qualitativos, interpretando resultados pelo aproveitamento qualitativo na última etapa da pesquisa que foi uma atividade de avaliação de aprendizagem.

Quanto aos procedimentos técnicos, esta pesquisa é um estudo de caso que, de acordo com Yin (2015, p.2), trata-se de "estratégia de pesquisa de uso frequente na produção de conhecimento em Ciências Sociais e Ciências Sociais Aplicadas", que se trata de usar dados coletados em evento real para coletar dados qualitativos, que serão usados para explicar, explorar ou descrever fenômenos atuais inseridos em seu próprio contexto.

Trata-se também de um caso de pesquisa-participante, que é um estudo ao qual o pesquisador tem relação com os pesquisados. Nesse âmbito, a pesquisa foi efetuada por um professor de Matemática em uma turma de 8º ano de EF, para coleta e análise de dados para avaliar desenvolvimento dos estudantes após a aplicabilidade da balança de dois pratos no processo de ensino-aprendizagem de resolução de uma equação de primeiro grau.

No contexto da presente dissertação, o Quadro 1, abaixo, descreve as principais etapas de desenvolvimento das atividades com uso de material manipulável (balança de dois pratos) em uma turma de 8° ano do EF, em escola pública localizada na cidade de Petrolina/PE.

Quadro 1 - Etapas e descrição das atividades de desenvolvimento do trabalho

ETAPA	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES
1	**Avaliação diagnostica** (2 horas-aulas): aplicação do questionário (APÊNDICE 1). A avaliação busca detectar, pois, o quanto os alunos compreenderam desse conteúdo.
2	**Construção da balança:** usando um cabide, linha de *nylon,* e dois isopor de marmita foi construída a balança de acordo com a figura 5. Esta construção é elemento lúdico que permitirá melhor compreensão do funcionamento da balança de dois pratos
3	**Atividade com a utilização da balança:** para determinar o número de bolinhas de gude escondidas no saquinho de papel. Por exemplo: para simbolizar a equação $x + 5 = 8$ foram utilizados um saquinho de papel com 3 bolinhas de gude escondidas nele, no prato da balança que for colocado o saquinho de papel serão colocadas mais duas bolinhas visíveis aos alunos, representando um membro da equação e 5 bolinhas visíveis aos alunos no outro prato para representar o outro membro. Apresentando a balança em equilíbrio, perguntou-se aos alunos quantas bolinhas estão escondidas no saquinho, solicitando, após a resposta correta, ao estudante, que explique como chegou a essa resposta. Após cada resposta correta montando nova situação um pouco mais complexa que a anterior. A atividade visa apresentar operações que preservam o equilíbrio da balança.
4	**Aula teórica:** sobre equação do 1º grau relacionando esse tipo de equação à atividade com a balança de dois pratos, apresentando, dessa maneira, o formalismo matemático.
5	**Avaliação de aprendizagem:** questionário sobre a equação de 1° grau, que visa averiguar a absorção do conteúdo.

Fonte: Elaboração própria (2021).

Figura 5 - Balança de dois pratos utilizada na atividade em sala de aula

Fonte: Elaboração própria (2021).

A pesquisa foi realizada em escola estadual pública da cidade de Petrolina em uma turma de 8º ano do EF II, com quantitativo de 40 (quarenta) alunos matriculados, que já tiverem aula sobre a equação do 1° grau, para que seja aplicado um questionário com alguns exercícios, buscando avaliar o nível de aprendizado dos alunos antes e após a aplicação do projeto de forma qualitativa.

> A análise comparativa é método de pesquisa, coleta e análise de informações que envolve a comparação de dois ou mais processos, documentos, conjuntos de dados ou outros objetos para obter razões válidas na explicação de diferenças ou semelhanças (MARCONI; LAKATOS, 2003, p. 82).

Essa comparação será feita analisando, qualitativamente, a resolução de que os estudantes da turma de 8° ano do EF II fizeram respostas dadas nos questionários de atividades diagnósticas (APÊNDICE A) e aprendizagem (APÊNDICE B) aplicado aos alunos que participaram das etapas elencadas no Quadro 1.

A participação dos estudantes da turma se em conformidade com o Quadro 2, abaixo, em que a nomenclatura “P” significa que o estudante participou da etapa e “A” que o estudante não participou da etapa.

Quadro 2 - Participação dos alunos do 8° ano nas atividades propostas

ESTUDANTE	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4	ETAPA 5
A	P	P	P	P	A
B	P	P	P	P	A
C	P	P	P	P	P
D	P	A	A	A	P
E	P	P	P	P	A
F	P	P	P	P	P
G	P	P	P	P	P
H	A	A	A	A	P
I	A	A	A	A	P
J	A	A	A	A	P
K	A	P	P	P	P
L	A	P	P	P	P
M	A	P	P	P	P
N	A	A	P	P	P

Fonte: Elaboração própria (2021).

Foi feita uma pesquisa bibliográfica, de revisão de literatura, para localizar os artigos para compor o estudo e apresentar o conceito, esses artigos foram pesquisados através da plataforma *Google* Acadêmico, *Scielo* e Periódicos da CAPES, aplicando as seguintes palavras-chave: álgebra, balança, equação do 1° grau, considerando os últimos 10 anos e publicados por autores nacionais, em total de 65 (sessenta e cinco) autores e em livros aprovados para o uso na escola pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC).

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A pesquisa foi aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental (EF), inserida em uma escola da rede estadual de Pernambuco, com unidade situada na cidade de Petrolina/PE. Antes de adentrar nos pormenores teóricos e na discussão dos dados do estudo, faz-se importante ressaltar os desafios no desenvolvimento de mecanismos de ensino-aprendizagem, ainda mais tendo em vista a frequência de participação dos alunos nas atividades presenciais na escola.

Atualmente, vive-se, em muitos aspectos econômicos e corporativos (e aqui compreende-se também as escolas), um período extremamente delicado no tocante à continuidade dos problemas oriundos da pandemia da COVID-19. No contexto escolar e da educação brasileira, foram estimuladas medidas de enfrentamento à situação pandêmica para garantir o desenvolvimento salutar dos alunos, dos professores e de toda a comunidade.

Para manter o nível e progresso da aprendizagem e também para evitar redução na participação, gerando evasão escolar, foram estimuladas ações de ensino por meio de uso de tecnologias de informação e comunicação (TICs). Com isso, as unidades escolares passaram a regular as atividades e mensurar a aprendizagem a partir da implementação de recursos inovadores de ensino, que configurou valorização da modalidade remota no viés da educação pública e privada, em que professores, por meio de computadores e acesso à internet, davam as aulas a alunos que participavam de suas residências.

Com a melhoria nos índices da pandemia do novo coronavírus, apesar das preocupações dos órgãos de educação quanto a distanciamento social e ao isolamento ainda admitidos, a modalidade híbrida passou configurar esse novo cenário, definindo aulas ocorrendo de forma remota e presencial. Dentro desse aparato, os alunos participantes da presente pesquisa, hoje no 8° ano, cursaram parte do 7° ano do EF de forma remota (*on-line*) em 2020 e de forma híbrida em 2021, não sendo obrigatório frequentar as aulas presenciais.

Dessa maneira, justifica-se a participação de apenas 7 estudantes na primeira etapa dessa pesquisa, onde foi aplicada uma avaliação diagnóstica, a fim de verificar a aprendizagem dos mesmos quanto à utilização de estratégias de solução das equações do 1º grau (problemas algébricos).

Foi observado, no primeiro momento, que, apesar de a professora já ter trabalhado equação do primeiro grau com eles, no ano em que essa pesquisa foi aplicada, a maioria não demonstrava domínio de conteúdo, tendo que relembrar a eles alguns conceitos para que pudessem tentar responder a atividade diagnóstica, como o que seria a raiz da equação, ressaltando com isso o que já é do conhecimento de muitos professores, a dificuldade apresentada por alunos em guardar conceitos matemáticos. Mesmo sendo um conteúdo vivenciado por eles tanto no sétimo ano, cursado em 2020, como também no oitavo ano, cursado no ano da realização da pesquisa (2021), eles mostraram desconhecer (ou não recordar) de conceitos básicos sobre equação de primeiro grau.

Mesmo após relembrá-los acerca do referido conceito, nenhum dos 7 (sete) utilizou de conhecimentos algébricos, sendo unanime “o uso da realidade” mostrada na Tabela 1 (FERNANDES, 2011), sendo que a maioria conseguiu apenas resolver equações mais simples, respondendo erroneamente aquelas um pouco mais complexas. Por exemplo, o estudante “D” na equação x+1=3, respondeu corretamente justificando que 2+1=3, mas, na equação 5x-1=x+3, ela respondeu x=5, justificando que 5-1=4+3=7, o que pode ser apontado como um erro comum de adição de termos não semelhantes apontado na Tabela 2 (MATEUS, 2018).

Destes 7 (sete) alunos, o estudante denominado nessa pesquisa como estudante “A” destacou-se ao realizar a correção da sua atividade diagnostica, além de ele ter obtido o melhor resultado. O mesmo demonstrou um bom domínio sobre a estratégia o uso da realidade para resolver as equações de primeiro grau, conseguindo responder até equações mais complexas de maneira rápida.

Por exemplo, na equação 2x+4=x+20, o mesmo apenas escreveu 16+4=20 e concluiu que a raiz dessa equação é 16. Mas, algumas como x/2+3=x+7, o estudante A não conseguiu fazer e tais dificuldades com os conceitos básicos podem acompanhar o aluno até outros níveis de escolaridade como é dito por Cury e Bortoli (2011, p.105).

> [...] face às dificuldades apresentadas por alunos universitários na resolução de questões que exigem conhecimentos de conteúdos e de habilidades supostamente trabalhadas nos anos finais do Ensino Fundamental, pensamos que esses estudantes não formaram, ainda, um pensamento algébrico que possa ser desenvolvido e que essas habilidades de manipulação algébrica, que podem ocasionar a compreensão lógica da Álgebra, precisam ser promovidas por meio

> de atividades especializadas.

O questionário continha também um problema que poderia ser resolvido por meio de uma equação de primeiro grau e essa foi a questão que tiveram uma maior dificuldade, pôr não conseguirem interpretá-la, tendo que ser lida aos alunos para que entendessem a situação relatada. Ao conseguirem compreender a situação-problema, ninguém conseguiu escrever o problema como uma equação de 1º grau, resolvendo o mesmo a partir do “uso da realidade”. Apesar disso, nem todos conseguiram chegar a resposta correta.

O estudante “A”, por exemplo, respondeu 50.3=150 e 140+10 =150 concluiu que o valor que o garoto tinha era R$ 50,00, ou seja novamente utilizou “o uso da realidade”. Já o estudante “G” apenas multiplicou o valor do tênis citado no problema e concluiu que a resposta era 420 (140.3=420). Esta dificuldade que os estudantes apresentam ao estudarem problemas algébricos são ressaltadas por Sousa e Proença (2019, p. 3) ao relatarem que:

> Em minha experiência docente, principalmente com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, verifiquei, mais uma vez, o que já percebia desde o tempo de estudante: os alunos apresentam grande dificuldade no estudo da Álgebra e, em particular, na resolução de problemas que envolvem uma tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica.

Essa dificuldade demonstrada pelos participantes desta pesquisa foi a mesma relatada por Silva (2014, p. 8) ao dizer:

> Na resolução de problemas os alunos encontraram dificuldades na interpretação dos enunciados e tendem a utilizar estratégias aritméticas, por não conseguirem passar o enunciado da linguagem natural para a linguagem algébrica por meio de uma equação de 1º grau.

Na questão em que se apresentou balanças em equilíbrio, para encontrar o valor da massa desconhecida de objetos representada pela incógnita “x”, não foi tão questionada quanto as outras. Mas mesmo assim um estudante chegou a um resultado errado, e não justificou sua resposta, impossibilitando a análise do motivo do erro. O estudante “E”, por exemplo, escreveu 50+50=100 e 50+50=100 e concluiu que o valor da massa do objeto era 50.

A balança de dois pratos foi construída em sala por 9 (nove) alunos, utilizando os seguintes materiais: duas embalagens de marmita de isopor, linha de náilon e um cabide. Era perceptível a empolgação e o capricho da maioria para o trabalho manual. Cada balança após terminada foi testada na frente da turma colocando a mesma quantidade de bolas de gude em ambos os pratos e verificando se ela mantinha o equilíbrio, todas as 9 balanças foram aprovadas no teste.

Essa construção estava prevista para uma aula, mas por conta de uma aluna denominada nessa pesquisa de estudante “F” que não concluiu a construção ocupou o dobro do tempo. Ao ver que estava demorando a professora da turma se disponibilizou a ajudá-la, mas ao ver que ela pouco tinha feito da construção, desistiu de ajudar e disse à ela que iria valer nota, só então ela resolveu se empenhar no termino do trabalho.

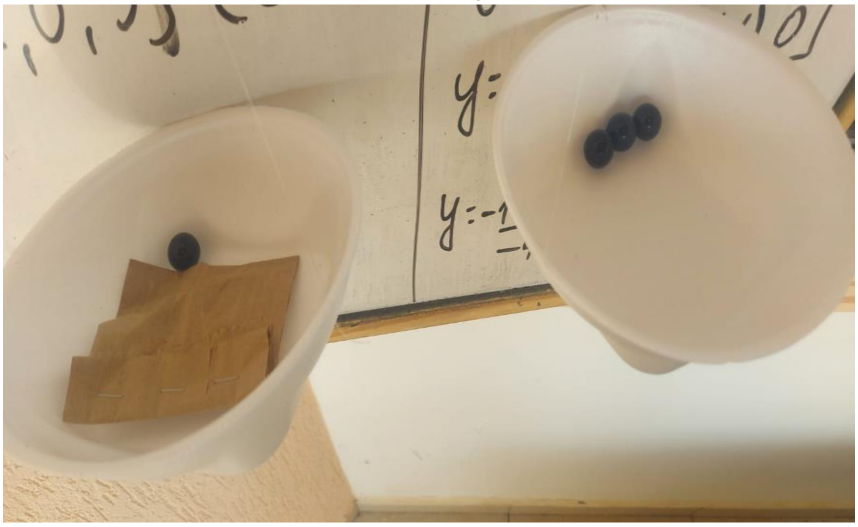
Na etapa seguinte, que ocorreu duas semana após a construção da balança, foi utilizada a balança com uma quantidade de bolas de gude oculta em sacos de papel e mais uma quantidade visível de bolinhas de gude que proporcionasse o equilíbrio dos pratos da balança. Cada saquinho após seria relacionado a incógnita “x” e a quantidade de bolinhas ocultas ao valor da incógnita e foi feita a seguinte indagação: o que devo fazer se retirar ou acrescentar uma quantidade de bolinhas de gude a um dos pratos da balança? A resposta dos estudantes foi: “deve-se fazer a mesma coisa no outro prato”.

Foi utilizando essa resposta que se chegou a isolar apenas um saquinho num prato da balança e quantidade de bolinhas visíveis no outro, mantendo o equilíbrio da balança para concluir que, no saquinho, estavam escondidas a mesma quantidade de bolinhas de gude do que as que estavam visíveis no outro prato. Esse procedimento foi repetido várias vezes, com quantidades de bolinhas de gude ocultas diferentes em um saquinho, para entenderem o que estava sendo feito.

Após isso, foi ministrada a aula, com uma duração de duas horas-aula (2ha), relacionando o equilíbrio da balança e manipulações feitas para manter esse equilíbrio com as técnicas de cálculo da raiz de uma equação do 1° grau, usando as questões da atividade diagnóstica realizadas pelos discentes na primeira etapa, representando-as, quando possível, na balança confeccionada por eles (Figura 6).

Nesta etapa pode ser observado muitos alunos desatentos e também menor participação.

Figura 6 - Representação da equação x+1=3, no saquinho de papel estavam escondidas 2 bolinhas de gude



Fonte: Elaboração própria (2021).

Durante a aula, o estudante “A”, que destacou-se pelo método rápido que resolvia as questões, mostrou também, ser capaz de resolver algumas equações mentalmente. Só de observar a equação escrita no quadro ele conseguia calcular sua raiz mentalmente e de maneira rápida.

Alguns alunos que demonstraram interesse na segunda e terceira etapa do trabalho, dispersaram-se um pouco ao partir para cálculos, mesmo sendo utilizada a balança construída por eles. O motivo dessa dispersão pode ser “A necessidade de concentração e de empenho durante as aulas também é um fator contribuinte para o desinteresse dos alunos” tal qual é apontado por Prediger, Berwanger e Mörs (2013, p. 29).

Após a aula, a próxima etapa foi a atividade de avaliação de aprendizagem, por conta do sistema híbrido no qual eles tinham aula presenciais em semanas alternadas e também por conta de feriados só foi possível aplicar essa atividade cerca de um mês após a aula da etapa anterior, o que pode ter prejudicado o desempenho deles.

Nessa etapa, duas alunas apresentaram resistência a participar: a aluna “D”, que não estava presente na construção da balança, tampouco na aula relacionando o equilíbrio da balança com a resolução da equação de 1º grau; e a estudante “F”, que disse não ter compreendido o conteúdo, mesmo tendo estado presente em todas as etapas do trabalho.

A estudante “M”, que vivenciou todas as etapas, exceto avaliação-diagnóstica, mostrou, durante esta avaliação, ter compreendido a relação, pois aplicou exatamente o método apresentado durante a etapa 4, denominado na Tabela 1 como “realização da mesma operação em ambos os membros” em algumas das resoluções, apresentando um dos melhores desempenhos nessa etapa.

Por exemplo, na equação 4x+2=3x+6, a estudante "M" primeiro subtraiu 2 de ambos os membros obtendo 4x=3x+4, após isso subtraiu o termo 3x de ambos os membros chegando a raiz da equação x=4. O estudante “J” também se destacou nessa etapa pois apresentou resultado bom, mas não deixou registrado o desenvolvimento das resoluções o que deixa uma interrogação de que técnica ele usou já, que ele não participou de nenhuma das outras etapa, apenas da última.

Sobre os materiais escolhidos para construção da balança, tanto durante a construção quanto na sua utilização, houveram problemas. Na construção do material manipulável, alguns estudantes acabaram furando a embalagem de isopor muito próximo a sua borda e, ao amarrar o fio de náilon e apertar demais o nó, o fio acabava cortando a marmita; outro problema foi por conta da rigidez, que acabava sendo difícil de dar o nó, o que atrasou um pouco essa etapa da construção.

* Após construída a balança, por conta da fragilidade da marmitas usadas como pratos da balança, ao utilizar muitas bolinhas de gude para representação dos termos da equação ocasionou no rompimento da marmita pelos fios de náilon o que atrapalhou o andamento das etapas 3 e 4.

Sobre os três estudantes que participaram de todas as etapas, observou-se que o estudante “C”, tanto na primeira como na segunda etapa, não utilizou procedimentos algébricos e, enquanto na primeira avaliação, este conseguiu quatro acertos na segunda conseguiu apenas dois. A estudante “F” tentou usar procedimentos algébricos na primeira atividade em algumas questões, mas, na segunda, recusou-se a realizar alegando que não sabia. E o estudante “G”, apesar de ter conseguido melhorar o seu resultado, de duas questões na primeira atividade para quatro na segunda, utilizou, em algumas questões, a técnica do “uso da realidade” e, em outras, que tentou utilizar métodos algébricos, acabou cometendo o erro de “adição incorreta de termos não semelhantes” e, na questão que apresentava uma situação problema, ele não deixou seu raciocínio registrado, apenas anotou a resposta na questão que estava incorreta.

A participação dos estudantes da turma deu-se em conformidade com o quadro abaixo (Quadro 2), já apresentado na seção de Metodologia, onde “P” significa que o estudante participou da etapa e “A” que o estudante não participou da etapa.

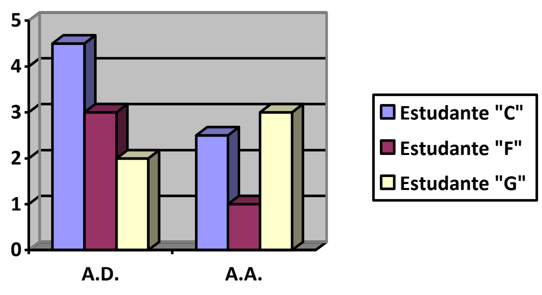
Quadro 2 - Participação dos alunos do 8° ano nas atividades propostas

ESTUDANTE	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4	ETAPA 5
A	P	P	P	P	A
B	P	P	P	P	A
C	P	P	P	P	P
D	P	A	A	A	P
E	P	P	P	P	A
F	P	P	P	P	P
G	P	P	P	P	P
H	A	A	A	A	P
I	A	A	A	A	P
J	A	A	A	A	P
K	A	P	P	P	P
L	A	P	P	P	P
M	A	P	P	P	P
N	A	A	P	P	P

Fonte: Elaboração própria (2021).

As quantidades de acertos dos estudantes em cada avaliação, que participaram de todas as etapas; estão expressos no gráfico abaixo (Figura 7)

Figura 7 - Quantidade de acerto dos estudantes participantes de todas as etapas propostas

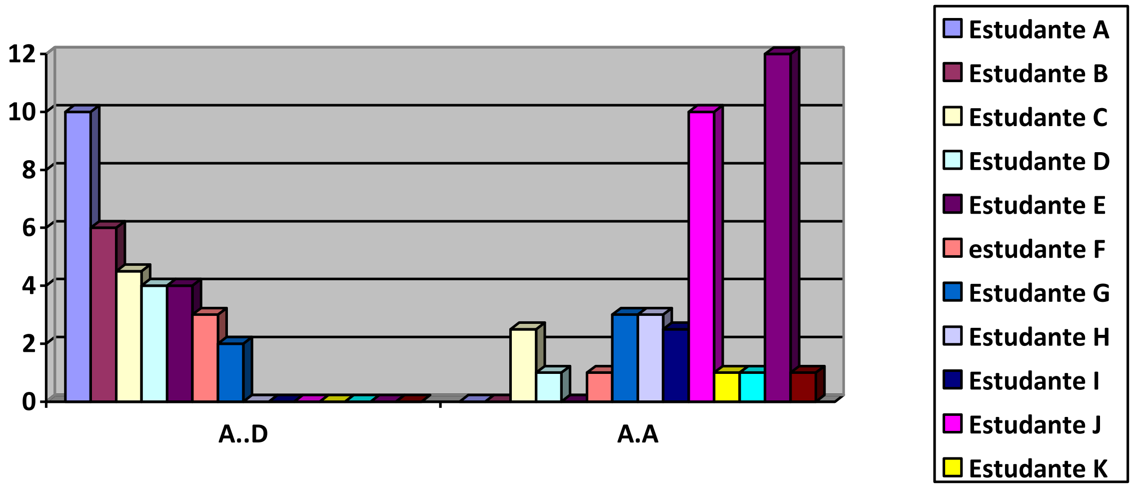


Legenda:
A.D.= avaliação diagnóstica
A.A.=avaliação de aprendizagem

Fonte: Elaboração própria (2021).

A quantidade de acertos dos estudantes em cada avaliação, que participaram de pelo menos uma das etapas estão expressos no gráfico abaixo (Figura 8) (Obs.: Se o estudante não apresentar acerto em algumas das avaliações quer dizer que ele não participou da avaliação):

Figura 8 - Quantidade de acerto dos estudantes que participaram de pelo menos uma das etapas



Legenda:
A.D.= avaliação diagnóstica
A.A.=avaliação de aprendizagem

Fonte: Elaboração própria (2021).

Como pode ser observado nos gráficos acima (Figuras 7 e 8) e no texto que relata o ocorrido, durante a aplicação do projeto os resultados não foram os esperados. Isso ficou perceptível, pois, mesmo conseguindo chamar a atenção deles com a construção e o uso de um material manipulável, não se chegou ao objetivo definido na presente pesquisa, que seria o entendimento e domínio da técnica da realização de mesma operação em ambos os membros ou da transposição, mas como é dito por Sousa *et al.* (2020, p. 14):

> Os materiais concretos e atividades de matemática auxiliam no ensino e aprendizagem e são uma boa ferramenta para construir seu saber matemático. É necessário termos em mente que apenas o uso desses materiais não garante a aprendizagem, e é fundamental que o professor saiba como aplicar e avaliar esse exercício.

A estratégia escolhida para responder os questionários (APÊNDICES A e B), pela maioria dos estudantes participantes da pesquisa, foi o “uso da realidade”, que até se mostrou eficaz quando aplicado em uma equação simples, onde a incógnita está acompanhada apenas de uma soma ou de uma subtração com um valor numérico. Já quando a incógnita aparece em ambos os membros ou quando há um produto dela por um valor numérico, mesmo tentando utilizar esse método, algum erro era cometido, conduzindo-os ao erro.

Mesmo assim, outras pesquisas com a temática parecida mostraram resultados positivos, como Dobzinski, Silva, Goulart (2018), que relataram ter sido uma experiência muito proveitosa e que pode ter sido prejudicada pelo fato de os alunos já terem sido apresentados aos “macetes” de transição de termos, fato que também ocorreu nessa pesquisa, pois os alunos já tinham sido apresentados a esse conteúdo no ano anterior e também no ano da execução desse trabalho.

Narciso e Carvalho (2021) relatam em sua pesquisa ao utilizar um jogo que simula a balança de dois pratos que consideraram ser uma experiência proveitosa. Além de ter agradado os aluno a ponto de pedirem mais aulas como esta, auxiliou no processo de ensino aprendizagem, mesmo percebendo resposta muito diretas e da recusa de alguns a participar da mesma.

7 CONCLUSÃO

Este estudo consistiu em uma análise de se o uso da balança de dois pratos, na aula de equações de 1° grau, facilitaria ou não o aprendizado e compreensão de técnicas de cálculos da raiz dessa mesma equação. Além de busca e estudo de bibliografias sobre as dificuldades no aprendizado de Matemática e investigação dos métodos de resolução dessas equações, analisar a abordagem de ensino de alguns livros didáticos sobre o tema e se o trabalho de construção do material manipulável serve de estimulo ao estudante para se envolver na aulas de matemática.

Muitos professores de Matemática demonstram grande preocupação com o aprendizado de seus alunos, que, por muitas vezes, não apresentam rendimento quando ensinados por métodos tradicionais. Esses baixos índices se apresentam, principalmente, no estudo da Álgebra e, com a preocupação, surge a necessidade de buscar métodos alternativos de ensino em suas aulas.

Uma maneira de inovar é a utilização de materiais manipuláveis, pois, além de tornar a aula mais atrativa e dinâmica, torna-se facilitador da aprendizagem em vez de ser apenas mecanismo de ensino a mais, estimulando que os estudantes se tornem construtores de seu saber, podendo tocar, manipular e desenvolver situações diversas. Com tudo isso, o aprender torna-se prazeroso, fazendo com que o estudante perca um pouco o repúdio pela disciplina que eles consideram tão difícil.

Apesar de várias limitações metodológicas nas circunstâncias da realização do experimento não permitirem uma afirmação categórica sobre a eficácia da balança como método de ensino da equação do primeiro grau, ainda assim é possível esta dinâmica ser considerada um experimento proveitoso, pois tornou-se claras e evidentes seguintes percepções do docente em relação à turma de alunos participantes:

- Durante a construção da balança, foi perceptível como a faixa etária deles (12-14 anos) gostam de aula com trabalhos manuais, tendo em vista que uma grande maioria se empenhou bastante nessa etapa;
- Ao utilizar a balança e os saquinhos de papel com as bolinhas de gude, houve boa participação dos estudantes, que, na sua maioria, estavam ajudando a descobrir a quantidade oculta, com a estratégia de retirar a mesma quantidade de

bolinhas e/ou saquinhos de papel em ambos os pratos (o que é equivalente a técnica de “realização da mesma operação em ambos os membros”);

- E, por fim, na última etapa, o observado foi que apenas um estudante decidiu utilizar a técnica aprendidas com as manipulações feitas na balança de dois prato na resolução de algumas equações, pois todos os outros continuaram utilizando o “uso da realidade”, técnica que eles conseguiam aplicar em equações mais simples e, ao passar para as mais complexas, não justificavam suas resposta ou acabavam cometendo algum erro citados na Tabela 2.

Sobre as limitações da aplicação, vale ressaltar que nem toda equação pode ser representada na balança. Por exemplo, a equação com incógnita de valor negativo ou racional e também por conta da fragilidade do material utilizado como prato da balança, torna-se inviável o uso de uma quantidade muito elevada de bolinhas de gude, limitando a variedade de equações que podem ser representadas na balança.

Para pesquisa futuras sobre o tema, sugere-se que seja aplicada com menor intervalo de tempo entre as etapas, pois acredita-se que isso interferiu no aprendizado, uma vez que alguns alunos relataram não se recordar mais como fazer os exercícios com intervalos de que variaram entre duas e quatro semanas de intervalo entre etapas.

Além disso, que se busque dinamizar a aula que relaciona as manipulações feitas na balança às técnicas de cálculo das raízes de equação de 1º grau, para que se consiga a mesma atenção e empenho que nas outras etapas. Sobre a construção da balança de dois pratos, estimula-se conseguir material mais resistente para os pratos, como a parte inferior de garrafas pet por exemplo, a fim de aumentar a massa suportada pela balança e, consequentemente, a variedade de equações que podem ser representada com este material manipulável dinâmico.

REFERÊNCIAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática**. Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

ALCOBIA, V. **Contributos do jogo e dos materiais manipuláveis para o ensino:** aprendizagem da matemática. 2021. 129 f. Tese (doutorado). Instituto Politécnico de Santarém (Escola Superior de Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2021.

ALLEVATO, N.; ONUCHIC, L. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas. In: **Resolução de problemas: teoria e prática.** Jundiaí: Paco Editorial, n. 35, 2014.

ALVES, B. **A álgebra na perspectiva histórico-cultural:** uma proposta de ensino para o trabalho com equações do 1º grau. 2016. 160 f. Dissertação (mestrado). Universidade Federal de Uberlandia (MG). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, 2016.

ARAÚJO, E. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa (Online)**, v. 10, n. 2, 2008.

BONADIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental:** produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. 2007. 300 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul (RS). Mestrado Profissionalizante de Ensino da Matemática, 2007.

BRANDEMBERG, J. História e ensino de Matemática. **Revista Exitus**, v. 7, n. 2, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental . Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. 2ª versão – revisada. MEC. Brasília. 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc2versao.revista.pdf> Acesso em: 23 dez. 2019.

BURIGO, E. **Movimento da matemática moderna no Brasil:** estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação (mestrado). Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS). Faculdade de Educação, 1989.

CARDOSO, V.; SANTIAGO, C.; RIBEIRO, R. O ensino da álgebra em uma turma do oitavo ano de uma escola pública de São Mateus-ES. **Kiri-Kerê-Pesquisa em Ensino**, v. 1, n. 9, 2020.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. Cortez. São Paulo, 1989.

COELHO, F.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, 2018.

COSTA, R.; SILVA, P. Estratégias de ensino da álgebra para o 9° ano do ensino fundamental. **Revista Científica Multidisciplinar**, v. 3, n. 1, 2022.

CURY, H.; BORTOLI, M. Pensamento algébrico e análise de erros: algumas reflexões sobre dificuldades apresentadas por estudantes de cursos superiores. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 1, n. 1, 2011.

DOBZINSKI, A.; SILVA, E.; GOULART, M. A balança de dois pratos: uma abordagem no ensino de equações do 1° grau. In: **Simpósio Integrado de Matemática**. Ponta Grossa, 2018.

DOMINGUES, M.; DIAS, P.; STURION, L. Materiais manipuláveis como mediadores do processo de ensino e aprendizagem de geometria. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 7, 2020.

FERNANDES, C. **Equações de 1. º grau: estratégias e erros na resolução e simplificação de equações de 1. º grau**. 2011. 134 f. Tese (doutorado). Universidade de Lisboa (Portugal). Mestrado em Ensino da Matemática, 2011.

FLEURY, M.; WERLANG, S. Pesquisa aplicada: conceitos e abordagens. In: **Anuário de Pesquisa.** GV Pesquisa, 2016.

GIMENEZ, J.; LINS, R. **Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

HILÁRIO, C., *et al*. Pensamento Algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, 2021.

HUMMES, V.; NOTARE, M. A noção de equivalência como conceito subsunçor para a aprendizagem significativa de equações do primeiro grau. **Comemorativo dos 10 anos do PPGEMAT–UFRGS [revista eletrônico]**. Porto Alegre: Instituto de Matemática/UFRGS, 2014.

IMENES, L. **Matemática** Imenes & Lellis. São Paulo: Moderna, 2012.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational studies in Mathematics**, v. 12, n. 3, 1992.

LEITE, M.; CASTRO, J. Aprendizagem de conceitos matemáticos e interação entre pares durante o uso de um objeto de aprendizagem. In: **Anais do Workshop de Informática na Escola**, 2006.

LEMOS, A.; KAIBER, C. Equações de primeiro grau: reflexões sobre a utilização de uma sequência didática eletrônica. **Educação Matemática em REVISTA RS**, v. 3, n. 17, 2016.

LEMOS, A.; KAIBER, C. Recuperação individualizada de conteúdos: caminhos percorridos por um estudante no estudo das equações de 1º grau. **Acta Scientiae**, v. 17, n. 2, 2015.

LIMA, F. **Conversando com o livro didático:** o que está sendo explicado sobre equações de primeiro grau. 2019. 103 f. Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática, 2019.

LOPES, A. BNCC: um cavalo de Tróia e/ou um tiro no pé da educação matemática. In: **Actas del XII Encontro Nacional de Educação Matemática, UniversidadeCruzeiro do Sul-UNICSUL.** São Paulo, 2016.

MARCONI, M.; LAKATOS, E. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed.-São Paulo: Atlas, 2003.

MATEUS, P. **As estratégias e as dificuldades dos alunos do 7.º ano de escolaridade na resolução de tarefas que envolvam equações do 1.º grau**. 2018. 152 f. Dissertação (mestrado). Universidade de Lisboa (Portugal). Mestrado de Ensino da Matemática, 2018.

MASOLA, W.; ALLEVATO, N. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, 2019.

MENEZ, M.; LIMA, T. As dificuldades de aprendizagem da Matemática na Educação Básica e reflexos no Curso de Licenciatura em Física do IFCE-Campus Tianguá. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 7, n. 2, 2021.

MINAMIZAKI, M.; KATO. L. Uma proposta de ensino das equações de 1ºgrau por meio de resolução de problemas. In: **Desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE [versão online]**, Paraná (PR), v. 2, 2016.

MORI, I. **Matemática:** idéias e desafios (Iracema & Dulce). Obra para alunos de 6° ao 9°ano. São Paulo: Saraiva, 15ª ed. 2009.

MORI, I.; ONAGA, D. **Matemática:** idéias e desafios, 17 ed. Saraiva, 2012.

MOREIRA, M. Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente. **Revista Meaningful Learning Review**, v. 1, n. 3, 2011.

NABAIS, M. **Equações do 2. º grau: um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 9. º ano**. 2010. 389 f. Tese (doutorado). Universidade de Lisboa (Portugal). Mestrado de Ensino da Matemática, 2010.

NARCISO, A.; CARVALHO, T. O uso de jogos para introduzir conceitos algébricos nos anos finais do ensino fundamental. In: **Anais do Encontro Virtual de Documentação em Software Livre e Congresso Internacional de Linguagem e Tecnologia Online**. São Paulo, 2021.

NORONHA, A.; SILVA, S.; SHIMAZAKI, E. Instrumentos mediadores da aprendizagem conceitual matemática para alunos com deficiência intelectual: uma revisão integrativa. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 22, 2021.

OLIVEIRA, D. F. e**quações polinomiais:** da equação de 1º grau à teoria de Galois. 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Goiás (UFGO). Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), 2017.

OLIVEIRA, E.; GONÇALVES, T. Uma proposta de atividades para minimizar as dificuldades na aprendizagem de álgebra. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 1, 2021.

ONUCHIC, L. **Resolução de problemas:** teoria e prática. Paco Editorial, 2019.

PINHEIRO, Bruno Reuber Maia. Relato de experiência de ensino de álgebra nos anos finais do ensino fundamental com atividades de cooperação. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 23, 2021.

PITZER, L.; FÁVERO, J. A história do papiro de Rhind. **Maiêutica-Ensino de Física e Matemática**, v. 5, n. 1, 2017.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de janeiro: **Interciência**, v. 2, n. 8, 1995.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS. A. A álgebra no ensino básico. In: **Direção Geral**

de Inovação e de Desenvolvimento Curricular-DGIDC, v. 3, 2009.

PONTE, J. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso. **Noesis**, v. 31, 1994.

PORTELA, G., *et al*. Problemas para ensinar equações ou equações para resolver problemas? In: **Encontro nacional de educação matemática:** São Paulo, v. 1., 2016.

PREDIGER, J.; BERWANGER, L.; MÖRS, M. Relação entre o aluno e a matemática: reflexões sobre o desinteresse de estudantes pela aprendizagem desta disciplina. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 1, n. 4, 2013.

PROENÇA, M., *et al*. Resolução de problemas de matemática: análise das dificuldades de alunos do 9. º ano do ensino fundamental. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 16, n. 36, 2020.

PROJETO ARIRABÁ. **Livro matemática 8º ano (obra coletiva)**. 4 ed. São Paulo, 2014.

REIS, A. **A colaboração da história da álgebra para análise e compreensão de problemas matemáticos:** uma proposta para o ensino de equação polinomial do primeiro grau. 2017. 47 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal De Juiz De Fora (UFJF). Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), 2017.

ROCHA, L.; SANTANA, J.; OLIVEIRA, S. Recursos didáticos experienciados em aulas de matemática nos anos iniciais. **Ensino em perspectivas**, v. 2, n. 3, 2021.

RODRIGUES, R.; RATO, V.; MARTINS, F. Materiais manipuláveis na aprendizagem da matemática: uso do tabuleiro decimal na compreensão dos sentidos da adição. **Indagatio Didactica**, v. 12, n. 3, 2020.

ROMANATTO, M. Resolução de problemas em aulas de matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, 2012.

SANTOS, D. **Ensino de equação do 1. grau:** concepções de professores de matemática e formação docente. 2009. 176 f. Dissertação (mestrado). Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2009.

SPERAFICO, Y.; GOLBERT, C. Refletindo sobre os erros na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau: uma experiência com alunos do ensino fundamental. In: **Anais X Congresso Nacional de Educação**. Curitiba, 2011.

SILVA, L.; VILLAS-BÔAS, J. Contribuições do uso de manipuláveis como estratégia na resolução de problemas sobre o princípio multiplicativo. **Ensino em Foco**, v. 2, n. 4, 2019.

SILVA, J. **O ensino das equações do 1º grau no ensino fundamental com o uso de balanças**. 2014. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação). Universidade Federal da Paraíba (UFPB). Universidade Aberta do Brasil (UAB), 2016.

SOUSA, A.; PROENÇA, M. Uma proposta de ensino de equação de 1. º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. 4, n. 2, 2019.

SOUSA, N., *et al*. Materiais manipuláveis nas aulas de matemática: um olhar sobre prática de professores do ensino fundamental de Bom Jardim. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 7, 2020.

VIANA, M., *et al*. Dificuldade de aprendizagem matemática no ensino fundamental. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 2, 2021.

VRABIE, E. **Contributos e potencialidades dos materiais manipuláveis no ensino da matemática**. 2020. 107 f. Tese (doutorado). Instituto Politécnico de Santarém. Escola Superior de Educação, 2020.

YIN, R. **estudo de caso:** planejamento e métodos. Bookman editora, 2015.

APÊNDICE A

Atividade diagnóstica

Aluno:

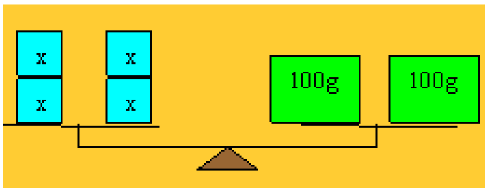
1- Calcule a raiz de cada equação do 1º grau:

a) $x + 1 = 3$
b) $2x + 4 = 12$
c) $3X + 1 = 2x + 6$
d) $2x + 4 = x + 20$
e) $2x = 10$
f) $5x - 1 = x + 3$
g) $2x + 3 = x + 7$
h) $5x - 4 = x$
i) $7x - 4 = 5x - 2$
j) $x + 4 = 5x$

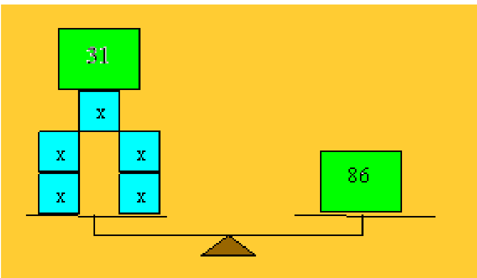
2- Se Pedro tiver o triplo da quantia que possui, poderá comprar o tênis da promoção no valor de R$140,00 e ainda ficar com R$ 10,00. Qual é a quantia que ele tem?

3- Determine a massa do objeto identificado por x em cada figura:

a)



b)



APÊNDICE B

Atividade de aprendizagem

Aluno:

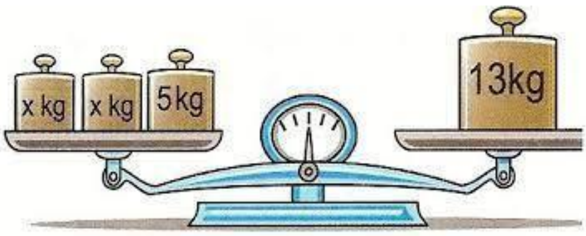
1- Calcule a raiz de cada equação do 1º grau:

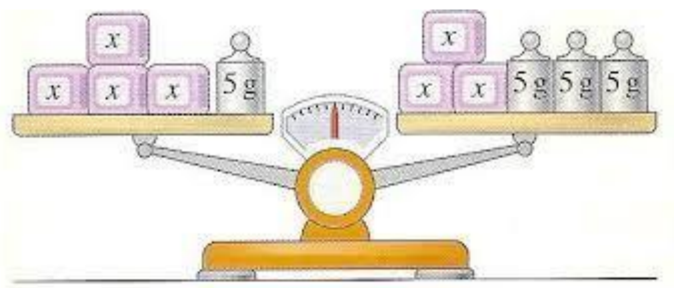
$a)\ x + 2 = 4$
$b)\ 3x + 6 = 12$
$c)\ 4x + 2 = 3x + 6$
$d)\ 2x + 4 = x + 20$
$e)\ 3x = 21$
$f)\ 4x - 1 = x + 2$
$g)\ 4x + 2 = x + 14$
$h)\ 6x - 4 = 2x$
$i)\ 5x - 3 = 2x + 6$
$j)\ x + 24 = 4x$

2- Duas amigas saíram para lanchar. A conta totalizou R$ 28,00. A amiga que comeu mais se disponibilizou a pagar R$ 13, 00 a mais que a primeira. Quanto cada amiga pagou?

3- Considere as balanças em equilíbrio abaixo e determine a massa do objeto representado por x.

a)





b)

APÊNDICE C

Manual de orientações de como consturir a balança

1- Fura as duas marmitas de isopor (ou outro material escolhido para os pratos da balança) em três pontos igualmente espaçados.

2- Amarra em cada marmita pedaço de fio, mas tem cuidado que o fio tem de ser do mesmo tamanho.

3- Pendura as marmitas de isopor no cabide.

4- Pendurar o cabide, de modo que os pratos da balança não toquem em nada.

5- Testar a balança com a mesma quantidade de bolas de gude para verificar se a balança fica em equilíbrio.

APÊNDICE D

Plano das aulas teóricas

Atividade com a utilização da balança

Objetivo geral: conseguir desenvolver estratégias para descobrir a quantidade de bolinhas de gude escondidas nos saquinhos de papel.

Objetivo específico: entender o funcionamento da balança de dois partos.

Habilidade: Resolver equações de 1º Grau por meio de “aplicação de mesma operação em ambos os membros da equação”.

Metodologia: apresentar situações com bolinhas de gude ocultas em saquinho de papel e outras visíveis aos estudantes que proporcionem o equilíbrio na balança para que com manipulações feitas ou sugeridas pelos estudantes se consiga chegar a quantidade oculta de bolinhas de gude nos saquinhos de papel.

Aula teórica

Objetivo geral: a partir das manipulações feitas na balança compreender as técnicas aplicadas para determinar a raiz de uma equação de 1º grau.

Objetivo específico: resolver equação de 1º grau.

Habilidade: Resolver equações de 1º Grau por meio de “aplicação de mesma operação em ambos os membros da equação”.

Metodologia: resolver equações de 1º grau utilizando estratégias aplicadas na atividade prática com a balança de dois pratos.