



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT



**EXPLORANDO O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO:
REFLEXÃO SOBRE UMA PRÁTICA EM SALA DE AULA**

MÁRCIA ANDRÉIA BICALHO PERES ROCHA

ORIENTADORA: PROF^a. DR^a. ROSA ELVIRA QUISPE CCOYLLO

Vitória-ES
2022

MARCIA ANDRÉIA BICALHO PERES ROCHA

**EXPLORANDO O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO:
REFLEXÃO SOBRE UMA PRÁTICA EM SALA DE AULA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção de título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo

Vitória-ES
2022

MARCIA ANDRÉIA BICALHO PERES ROCHA

**EXPLORANDO O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO:
REFLEXÃO SOBRE UMA PRÁTICA EM SALA DE AULA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito para obtenção de título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo

Membros da Banca:

Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo.
(Orientadora- Universidade Federal do Espírito Santo - UFES)

Prof. Dr. Moacir Rosado Filho.
(Examinador- Universidade Federal do Espírito Santo- UFES)

Prof. Dr. Walter Teófilo Huaraca Vargas.
(Examinador- Universidade Federal de Viçosa - UFV)

Vitória-ES
2022

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho, primeiramente à Deus, que nunca me deixou só e sempre me fortaleceu para vencer cada barreira e permitiu que eu concluísse mais esta jornada. A Ele toda honra, toda glória e todo louvor.

À minha filha, querida e amiga, Brenda Kelly, pela paciência para ouvir minhas reclamações nos momentos de desânimo e por sempre ter incentivado a realizar este sonho que, em alguns momentos, pareceu-me impossível de alcançar. Te amo. Obrigada.

AGRADECIMENTOS

À Deus por tudo que tem feito por mim. Sem Ele nada do que foi feito seria possível.

Ao meu marido, José Rocha Filho, pela paciência, incentivo e companheirismo.

Aos familiares e amigos, em especial a minha filha Brenda, que me auxiliou naquilo que estava ao seu alcance, não medindo esforços para me ajudar e à minha mãe, Carmem Bicalho Peres pelas orações.

Aos colegas do curso, em especial, Lilian e Euziná, por todas as horas que passamos na UFES, estudando juntas ou estudando nas madrugadas, trocando ideia em grupo, à distância.

Aos meus alunos, que participaram voluntariamente desta pesquisa.

À CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil, pelo financiamento deste projeto.

À Secretaria Municipal de Educação de Viana-ES e à Secretaria Estadual de Educação do Estado do Espírito Santo pela licença parcial concedida para realização deste curso de aperfeiçoamento profissional.

À minha orientadora, Professora Doutora Rosa Elvira Quispe Ccoyllo, pela orientação e por partilhar seus conhecimentos.

A todos os professores do PROFMAT. Como disse Isaac Newton: “Se cheguei até aqui foi porque me apoiei em ombros de gigantes”. Obrigada

A todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

“A suprema arte do professor é despertar entusiasmo em relação ao conhecimento e à expressão criativa”.

Albert Einstein

RESUMO

Esta dissertação é o relato e análise de uma prática docente em sala de aula para uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, ocorrida de fevereiro a agosto de 2021, sendo o período inicial ampliado de duas semanas a seis meses, em razão das condições desfavoráveis em decorrência da Pandemia de COVID-19. A proposta didática refere-se à revisão dos conteúdos área e perímetro, temas essenciais para abordar assuntos do 9º ano, utilizando o jogo do Tangram como recurso didático e avaliando seu uso como possível potencializador do processo de ensino-aprendizagem desses tópicos. A pesquisa compreende as etapas: aplicação e análise estatística de uma avaliação diagnóstica ou de entrada; planejamento e execução de uma sequência didática utilizando o jogo de quebra cabeças Tangram como principal recurso pedagógico; aplicação e análise estatística de uma avaliação de aprendizagem ou de saída; e análise comparativa entre as avaliações diagnóstica e de aprendizagem.

Palavras chaves: perímetro, área, jogo, Tangram, recurso didático, aprendizagem.

ABSTRACT

This dissertation is the report and analysis of a teaching practice in the classroom for a class of the 9th year of Elementary School, which took place from february to august 2021, with the initial period being extended from two weeks to six months due to unfavorable conditions as a result of the COVID-19 Pandemic. The didactic proposal refers to the review of the area and perimeter contents, essential themes to address 9th grade subjects, using the Tangram game as a didactic resource and evaluating its use as a possible enhancer of the teaching-learning process of these topics. The research comprises the steps: application and statistical analysis of a diagnostic or entry assessment; planning and execution of a didactic sequence using the Tangram puzzle game as the main pedagogical resource; application and statistical analysis of a learning or exit assessment; and comparative analysis between diagnostic and learning assessments.

Keywords: perimeter, area, game, Tangram, teaching resource, learning

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – FORMULÁRIO DE ANÁLISE DE CONHECIMENTOS CONSOLIDADOS POR ANO/SÉRIE.....	22
FIGURA 2 – LEVANTAMENTO DE CONHECIMENTOS CONSOLIDADOS ANO/SÉRIE DE 25 ALUNOS/9º ANO	22
FIGURA 3 – POLÍGONOS E NÃO POLÍGONOS.....	31
FIGURA 4 – SEGMENTO AB	32
FIGURA 5 – RETÂNGULO $ACDE$	32
FIGURA 6 – POLÍGONO NÃO CONVEXO.....	33
FIGURA 7 – QUADRADO UNITÁRIO.....	34
FIGURA 8 – QUADRADO $ABCD$	34
FIGURA 9 – QUADRADO DE LADO n	35
FIGURA 10 – QUADRADO UNITÁRIO DIVIDIDO EM n^2 QUADRADOS DE ÁREA $1/n^2$	35
FIGURA 11 – QUADRADO $ABCD$ DE LADO $p = q/n, n \neq 0$	36
FIGURA 12 – QUADRADO Q DE LADO d , COM d UM NÚMERO IRRACIONAL	37
FIGURA 13 – RETÂNGULO $ABCD$	37
FIGURA 14 – RETÂNGULO $ABCD$	39
FIGURA 15 – QUADRADO $A EFG$ AMPLIADO	39
FIGURA 16 – QUADRADO Q'' DE LADO MEDINDO $(a + b)$	40
FIGURA 17 – PARALELOGRAMO $ABCD$	41
FIGURA 18 – RETÂNGULO $AHH'D$	41
FIGURA 19 – PARALELOGRAMO $ABCD$ DIVIDIDO PELA DIAGONAL AC	42
FIGURA 20 – O QUEBRA-CABEÇA TANGRAM	43
FIGURA 21 – ETAPAS 1, 2 E 3 DA CONSTRUÇÃO DO TANGRAM POR DOBRADURA.....	44
FIGURA 22 – ETAPAS 4, 5 E 6 DA CONSTRUÇÃO DO TANGRAM POR DOBRADURA.....	45
FIGURA 23 – ETAPAS 7, 8 E 9 DA CONSTRUÇÃO DO TANGRAM POR DOBRADURA.....	45
FIGURA 24 – ETAPAS 10 E 11 DA CONSTRUÇÃO DO TANGRAM POR DOBRADURA	46
FIGURA 25 – ETAPAS 12 E 13 DA CONSTRUÇÃO DO TANGRAM POR DOBRADURA	46
FIGURA 26 – POLÍGONO DA QUESTÃO 1	49
FIGURA 27 – JUSTIFICATIVA DO ALUNO A3	49
FIGURA 28 – JUSTIFICATIVA DO ALUNO A1	50
FIGURA 29 – JUSTIFICATIVA DO ALUNO A11	51
FIGURA 30 – JUSTIFICATIVA DO ALUNO A21	53
FIGURA 31 – JUSTIFICATIVA DO ALUNO A13	54
FIGURA 32 – RETÂNGULO DE ÁREA $8u^2$ E PERÍMETRO $12u$	60
FIGURA 33 – COMPARANDO ÁREA E PERÍMETRO.....	60
FIGURA 34 – CASA, CAVALO E CISNE COM PEÇAS DO TANGRAM.....	61
FIGURA 35 – POLÍGONOS E NÃO POLÍGONOS.....	66
FIGURA 36 – ELEMENTOS DE UM POLÍGONO	67

FIGURA 37 – SETE PEÇAS DO TANGRAM EM DOBRADURA.....	67
FIGURA 38 – O CHINÊS E O GATO	68
FIGURA 39 – GATO MONTADO POR UM ALUNO	68
FIGURA 40 – CHINÊS EM EQUILÍBRIO	69
FIGURA 41 – QUADRADO USANDO CINCO PEÇAS DO TANGRAM.....	70
FIGURA 42 – CONSTRUÇÃO DO PARALELOGRAMO DE ÁREA $6Q$	70
FIGURA 43 – REVEZAMENTO POR CORES	72
FIGURA 44 – LIVRO UTILIZADO COMO EXERCÍCIO DE REFORÇO.....	73
FIGURA 45 – ÁREA DA SUPERFÍCIE DELIMITADA POR UM RETÂNGULO COM DIMENSÕES RACIONAIS	73
FIGURA 46 – EXERCÍCIO SOBRE ÁREA E PERÍMETRO	74
FIGURA 47 – CORREÇÃO DE EXERCÍCIO DO BLOG DO PROF. WARLES.	75
FIGURA 48 – ÁREA DO CORAÇÃO - CONTAGEM DE QUADRADOS POR FALTA E POR EXCESSO.	75
FIGURA 49 – ALUNO FAZENDO EXERCÍCIO DO LIVRO DO 7º ANO, P. 264 E 265.....	76
FIGURA 50 – CORREÇÃO DE EXERCÍCIO P. 264.....	76
FIGURA 51 – AVALIAÇÃO DO ALUNO A3	80
FIGURA 52 – AVALIAÇÃO DO ALUNO A1	82

GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – LEVANTAMENTO DE CONHECIMENTOS CONSOLIDADOS DE 25 ALUNOS/9º ANO	23
GRÁFICO 2 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	47
GRÁFICO 3 – ANÁLISE DA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	79
GRÁFICO 4 – ANÁLISE COMPARATIVA.....	84

TABELAS

TABELA 1 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	47
TABELA 2 – ANÁLISE ESTATÍSTICA DA AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	79
TABELA 3 – ANÁLISE COMPARATIVA.....	84

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

EJA – ENSINO DE JOVENS E ADULTOS

EMEF – ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL

ENADE – EXAME NACIONAL DE DESEMPENHO DE ESTUDANTES

ENEM – EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

GEF – GERÊNCIA DE ENSINO FUNDAMENTAL

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA

LDB – LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL

MEC – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

PCN – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

UFES – UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
ADAPTAÇÃO DE JOGOS TRADICIONAIS PARA O ESTUDO DA MATEMÁTICA	19
JUSTIFICATIVA.....	21
ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA.....	25
CAPÍTULO 1	27
PERÍMETRO E ÁREA	27
1.1 FATOS HISTÓRICOS.....	27
1.2 DEFINIÇÃO DE PERÍMETRO	30
1.3 DEFINIÇÃO DE ÁREA	33
1.3.1 ÁREA DO QUADRADO	34
1.3.2 ÁREA DO RETÂNGULO.....	37
1.3.3 ÁREA DO PARALELOGRAMO	41
1.3.4 ÁREA DO TRIÂNGULO.....	42
CAPÍTULO 2	43
TANGRAM	43
2.1 HISTÓRIA DO TANGRAM	43
2.2 UMA LENDA DO TANGRAM	44
2.3 CONSTRUÇÃO DO TANGRAM.....	44
CAPÍTULO 3	47
AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	47
3.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA	47
3.2 ANÁLISE DE JUSTIFICATIVAS NA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	48
CAPÍTULO 4	56
SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO UTILIZANDO O TANGRAM	56
4.1 ORGANIZAÇÃO DA SEQUENCIA DIDÁTICA.....	56

4.2 ORIENTAÇÕES E PROCEDIMENTOS	56
4.3 EXPLORANDO AS POSSIBILIDADES DO TANGRAM: formas, áreas e perímetros.....	57
4.3.1 CRIANDO FORMAS	57
4.3.2 CALCULANDO ÁREAS	58
4.3.3 RELACIONANDO FORMAS, ÁREAS E PERÍMETROS	59
4.3.4 ATIVIDADES COMPLEMENTARES	60
4.3.5 AVALIAÇÃO QUALITATIVA.....	62
4.3.6 AVALIAÇÃO QUANTITATIVA.....	62
CAPÍTULO 5.....	63
DESCRIÇÃO DAS AULAS	63
CAPÍTULO 6.....	78
AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM	78
6.1 AVALIAÇÃO QUALITATIVA.....	78
6.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA	79
6.3 ANÁLISE DE JUSTIFICATIVAS NA AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM.....	80
6.4 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E DE APRENDIZAGEM	83
CAPÍTULO 7.....	88
CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
BIBLIOGRAFIA	89
ANEXOS	92
ANEXO I – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – ENTRADA	92
ANEXO II – LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES PARA CASA	95
ANEXO III – AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM – SAÍDA.....	102

INTRODUÇÃO

Ser professor não é fácil e ainda menos, ser professor de Matemática.

O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 15).

Ao concluir em 2004 o curso de licenciatura plena em matemática, pela UFES, percebi que saber matemática era necessário, mas não suficiente para ensinar matemática, do mesmo modo que saber práticas pedagógicas variadas não nos qualifica para ensinar matemática. Concluí, a partir da experiência pessoal como docente por vinte e um anos, que o Saber Matemático e a didática de ensino têm que estar muito bem alinhados, o que dialoga com uma das muitas recomendações dos PCN's:

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática, é de fundamental importância ao professor:

- identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdo de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções (BRASIL, 1998, p. 25).

E ainda,

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1998, p. 25).

A minha primeira atuação na carreira docente no ensino de matemática foi na modalidade EJA onde senti que o saber adquirido na graduação em Matemática era necessário, mas não seria suficiente para ensinar matemática. Senti-me impotente ao ensinar a construção do plano cartesiano e perceber no rosto dos alunos que aquilo não fazia o menor sentido para eles. Mas, foi assim que aprendi na minha graduação, então, como poderia fazer diferente? Sempre

busquei ensinar “enxergando” os meus alunos, observar suas reações durante a aula, pois me sentia responsável pelo seu aprendizado. A partir disso, procurei aprender técnicas e metodologias que auxiliassem no ensino/aprendizado de Matemática, formas diferentes de expor um mesmo assunto e recursos variados para ensinar um mesmo conteúdo. Compreendi que o desenvolvimento de novas metodologias que tornem as aulas de Matemática mais agradáveis e menos cansativas, e o espaço escolar um ambiente mais prazeroso, é um desafio constante para o professor de Matemática, pesquisador comprometido com a aprendizagem do aluno, que sabe que o conhecimento não se esgota com a finalização da graduação.

A prática pedagógica intrínseca ao trabalho do professor é complexa, e buscar o “novo” exige o enfrentamento de situações inusitadas (SILVA, VIEIRA e BRITO, 2020, p. 12).

As orientações que sempre ouvi de pedagogos foi o de incluir nos planejamentos o uso de jogos em sala de aula, para facilitar a aprendizagem dos alunos. Ora, nesse sentido, os PCN's já estimulam seu uso como recurso didático para o ensino/aprendizagem de matemática.

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, na criação de estratégias e na possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessário para a aprendizagem da matemática (BRASIL, 1998, p. 47).

Assim, precisa-se de jogos que desenvolvam, não apenas o raciocínio lógico, mas também contribuam para o desenvolvimento cognitivo social do aluno, para sua resiliência e capacidade de enfrentar desafios que a vida os impõe, sem recuar ao primeiro sinal de dificuldade.

Os conteúdos trabalhados por meio de jogos possibilitam mais envolvimento com os conceitos que se deseja desenvolver, além de estimular o desbloqueio de alguns alunos em relação à Matemática (AMARO e NOGUEIRA, 2013). Da mesma forma, Macedo, Petty e Passos, reforçam essa ideia,

[...] crianças com dificuldade em aprendizagem, vão gradativamente modificando a imagem negativa (seja porque é assustadora, aborrecida ou frustrante) do ato de conhecer, tendo uma experiência em que aprender é uma atividade interessante e desafiadora. Por meio de atividades com jogos, as crianças vão ganhando autoconfiança, são incentivadas a questionar e corrigir suas ações, analisar e comparar pontos de vista (MACEDO, PETTY e PASSOS, 2000).

Entretanto, o obstáculo era eu nunca ter feito um curso que me ensinasse como usar jogos de forma proveitosa em sala de aula, daí não enxergava como um jogo, apenas pelo jogo, poderia me ajudar a ensinar um conteúdo específico da Matemática.

A recomendação do uso de recursos didáticos, incluindo alguns materiais específicos, é feita em quase todas as propostas curriculares. No entanto, na prática, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo ensino-aprendizagem, bem como da adequação do uso desses materiais, sobre os quais se projetam algumas expectativas indevidas (BRASIL, 1998, p. 23).

Em vista disso, em 2007 desenvolvi uma monografia intitulada “*Materiais concretos como auxiliar no ensino da Matemática (alguns conteúdos) no Ensino Fundamental Regular em escolas da rede pública de Viana-ES*” para o curso de Pós-Graduação Lato Sensu em Matemática, ênfase nos ensinos Fundamental e Médio.

A pesquisa realizada para produzir essa monografia foi um marco, pois mostrou-me como poderia utilizar jogos em aulas de matemática. Não apenas o jogo pelo jogo, mas a adaptação para seu uso em qualquer conteúdo que viesse a trabalhar, seja para introdução, revisão ou fixação de assuntos, de forma divertida e prazerosa. Para isso acontecer, foi fundamental a descoberta de conteúdo sobre o tema sendo disponibilizado na internet, muitas boas ideias de jogos criadas por outros colegas, que convergiam com os objetivos que eu havia traçado para o aprendizado dos meus alunos, e a partir delas, eu pude adaptar os jogos tradicionais às minhas aulas.

Um outro aspecto para a escolha de jogos como recurso didático é que o ato de aprender torna-se uma experiência natural, pois a criança já tem em seu cotidiano o brincar como sendo parte do seu crescimento (KISHIMOTO, 1994). Desta forma o aluno é incentivado a estudar com o intuito de vencer o jogo.

Os jogos matemáticos quando bem aplicados na sala de aula, podem ajudar tanto professores quanto alunos a aprenderem [...], pois favorece o divertimento e a aprendizagem de ambos (KISHIMOTO, 1994).

Por fim, o jogo também pode ser usado como importante instrumento de avaliação. Ao jogar, os alunos demonstram naturalmente suas dificuldades, o que ajuda no diagnóstico e na avaliação da aprendizagem, sem a carga tradicional de uma avaliação escrita, e é este tipo de avaliação que estamos propondo como avaliação qualitativa, ou seja, a observação do envolvimento da turma nas atividades propostas.

ADAPTAÇÃO DE JOGOS TRADICIONAIS PARA O ESTUDO DA MATEMÁTICA

A adaptação dos jogos tradicionais para o estudo da Matemática requer dedicação e muitas horas de pesquisa. Muitos jogos tradicionais, com regras bem definidas, não se adaptam àquilo que estamos trabalhando em sala de aula ou são caros para serem adquiridos para todos os alunos, então faz-se necessário o professor colocar em prática a criatividade para adaptar jogos convencionais para o estudo da Matemática.

Na qualidade de recurso didático tem que haver o entendimento de que o jogo não é somente uma brincadeira ou um passatempo, mas uma ferramenta que quando bem trabalhada pode contribuir para a formação da criança, ou seja, quando bem planejada pelo proponente (CARMO e MARCO, 2018, p. 15-17). Desta forma, a aula no qual são utilizados jogos deve ser bem planejada, com objetivos claros e delineando todo o tempo e espaço à disposição.

Os pesquisadores (MACEDO, PETTY e PASSOS, 2000) contribuíram com alguns direcionamentos (questionamentos) para o trabalho com jogos em sala de aula e que podem ajudar na boa construção de um projeto:

- 1) O quê? Objetivo: Definir o objetivo ou a finalidade da utilização do jogo é fundamental para direcionar o trabalho e dar significado às atividades (p. 15).
- 2) Para quem? Público: É preciso saber quais serão os sujeitos aos quais a proposta se destina, em termos de faixa etária e número de participantes (p. 15).
- 3) Com o quê? Materiais: Organizar, separar e produzir previamente o material para realização da atividade ajuda muito a manter um ritmo de trabalho sem que haja interrupção (p. 15).
- 3) De que modo? Adaptações: [...] é recomendável programar algumas adaptações e modificações em termos de simplificar e/ou apresentar situações mais desafiantes [...] realizar aplicações a temas e conteúdos (p. 16).
- 4) Quando e quanto? Tempo: [...] considerar o tempo disponível em relação ao tempo necessário para realização da proposta (p. 16).
- 5) Onde? Espaço: Levar em consideração o local onde a atividade de jogo será desenvolvida é essencial para seu bom andamento (p. 16).
- 6) Como? Dinâmica: [...] é importante haver flexibilidade para propor alterações no decorrer da atividade se algo que não foi antecipado acontecer. [...] Em outras palavras, o objetivo da atividade deve estar suficientemente claro para o profissional poder aproveitar os imprevistos a favor de um bom andamento do trabalho (p. 16).
- 7) Qual função? O papel do profissional que está propondo a atividade dependerá da característica e demanda da mesma sendo apenas um observador, ou um jogador, ou um juiz. [...] (p.17).

8) Qual o impacto produzido? Avaliação da proposta: Ao final da atividade, deve ser previsto um momento de análise crítica dos procedimentos adotados em relação aos resultados obtidos (p. 17).

Entretanto, nesse processo de criação o docente não deve se sentir preso,

Ao propor um projeto de trabalho com jogos, não pretendemos que esse seja tomado como “receita de bolo”, nem que possa ser suficiente e adequado para todos que resolvam apropriar-se dele. Nossa expectativa e proposta relacionam-se com a possibilidade de servir como referencial, algo que pode funcionar como parâmetro, pois apresenta possíveis caminhos, ilustra certas situações [...] (MACEDO, PETTY e PASSOS, 2000, p. 17).

Todos os jogos adaptados podem ser usados como instrumento de introdução ou revisão de um determinado conteúdo. Precisa-se ter sempre em mente que é necessário desenvolver previamente um jogo, definir regras e jogar, afinal não podemos trabalhar com algo que nós mesmos não tenhamos experimentado. Segundo Freire (FREIRE, 1996, p. 93), para o professor ajudar o educando a superar sua ignorância, é necessário superar permanentemente sua própria ignorância, ou seja, não é possível ensinar aquilo que não se tem consolidado como conhecimento.

A primeira regra do ensino é saber o que se deve ensinar. A segunda é saber um pouco mais do que aquilo que se deve ensinar (PÓLYA, 2006; HENRIQUES e DA SILVA, 2012).

Desta forma, deve-se ter em conta uma ideia clara de como irá funcionar o jogo e isto demanda tempo e planejamento. Jamais devemos propor uma atividade sem um mínimo de conhecimento sobre ela. Essa visão mais ampla de uso de jogos como recurso didático vem com a experiência e o amadurecimento do docente, que precisa compreender que o saber não se esgota na conclusão de cursos de formação docente, que é preciso continuar buscando novos recursos didáticos.

Por outro lado, o uso de jogos para o ensino/aprendizagem de matemática também pode propiciar parcerias com docentes de outras áreas de ensino, tornando a atividade interdisciplinar. Por exemplo:

1. Trabalhar em parceria com o professor de Educação Artística, ao confeccionar cartelas onde se faz uso de régua para medir comprimento, assim incentivaremos o estudo da Geometria em aulas de artes;

2. Trabalhar em parceria com o professor de Língua Portuguesa na criação das regras do jogo, pois a definição das mesmas precisa de muito diálogo e uma boa escrita. Neste sentido incentivaremos os alunos na linguagem oral e escrita, a socialização dos mesmos e a participação ativa como elaboradores do jogo que eles próprios irão jogar.

Logo, existem muitas possibilidades de parcerias que cabe a cada docente buscar conforme sua necessidade e comprometimento com o ensino/aprendizagem de seus alunos.

JUSTIFICATIVA

No ano letivo de 2021 recebemos em toda a rede pública escolar, em específico, na escola Adamastor Furtado, rede municipal de Viana/ES, alunos com alto índice de defasagem de conteúdos referente ao ano letivo de 2020, no qual muitos estudaram à distância sem equipamento tecnológico adequado, ou acesso à internet de boa qualidade para assistirem aulas online, ou sem incentivo dos responsáveis, até porque, muitos deles ficaram desempregados, sem perspectiva de melhoras. Outros alunos sofreram perda de membros da família devido à pandemia de COVID-19, entre outros motivos que aqui não serão objeto de análise, mas que existiram e influenciaram no aprendizado dos alunos de forma geral no ano de 2020.

Entende-se como defasagem escolar a distância entre o que o aluno sabe e o que ele deveria saber em uma determinada idade ou ano da educação básica para que continue avançando (SÁ e ANNUNCIATO, 2018).

A defasagem da turma do 9º ano de Ensino Fundamental da Escola Municipal (EMEF) Adamastor Furtado, no município de Viana do estado do Espírito Santo, sob minha responsabilidade, foi constatada a partir da avaliação diagnóstica aplicada a vinte e cinco (25) alunos no início do ano letivo 2021 com questões do conteúdo programático do 7º e 8º ano, tendo como base a reflexão: *que série/ano efetivamente foi cursado por essa criança?* conforme formulário (figura 1) enviado pela Gerencia de Ensino Fundamental (GEF) da Secretaria Municipal de educação de Viana/ES. O levantamento (figuras 2 e 3) objetivou identificar competências e habilidades adquiridas, tanto quanto limitações e deficiências dos alunos respeito aos temas tratados nos últimos dois anos, e com base nesses dados, oportunizar a elaboração de estratégias que buscassem reduzir esses problemas e além disso, facilitar o aprendizado de assuntos programados para o 9º ano, que seriam abordados em sequência.

Figura 1 – Formulário de análise de conhecimentos consolidados por ano/série

LEVANTAMENTO DE CONHECIMENTOS CONSOLIDADOS
8º e 9º ANOS - MATEMÁTICA 2021

Unidade de Ensino: _____
Turma: _____ Turno: _____
Responsável pelo levantamento: _____

Caros Colegas;

Buscando atender as muitas inquietações postas em nossos Diálogos Pedagógicos no período de 08/06/2021 a 15/06/2021 SEMED por meio da Gerência do Ensino Fundamental vimos buscar estratégias para melhor atendê-los e consequentemente alcançar o objetivo maior a que nos propusemos: o ensino aprendizagem de nossos alunos. Para tal, precisamos mais uma vez de sua intervenção diagnóstica, preenchendo a tabela em anexo. Vale ressaltar que a análise de seu/a aluno/a do referido ano, parte da seguinte realidade

8º Ano	Cursou	Modelo de Ensino	9º Ano	Cursou	Modelo de Ensino
2019	6º ano	Presencial	2019	7º ano	Presencial
2020	7º ano	Remoto	2020	8º ano	Remoto
2021	8º ano	Remoto/Escalonado	2021	9º ano	Remoto/Escalonado

Sendo assim, se faz necessário a seguinte reflexão no momento do diagnóstico por aluno: Que série/ano efetivamente foi cursado por essa criança?

LEGENDA:
 A - Lê, escreve e ordena números Naturais, Inteiros e Racionais
 B - Domina operações envolvendo números Naturais, Inteiros e Racionais
 C - Lê, entende e resolve situações problemas
 D - Calcula perímetro e área de figuras planas
 E - Resolve situações problemas que podem ser representados por equações
 F - Lê e entende tabelas e gráficos

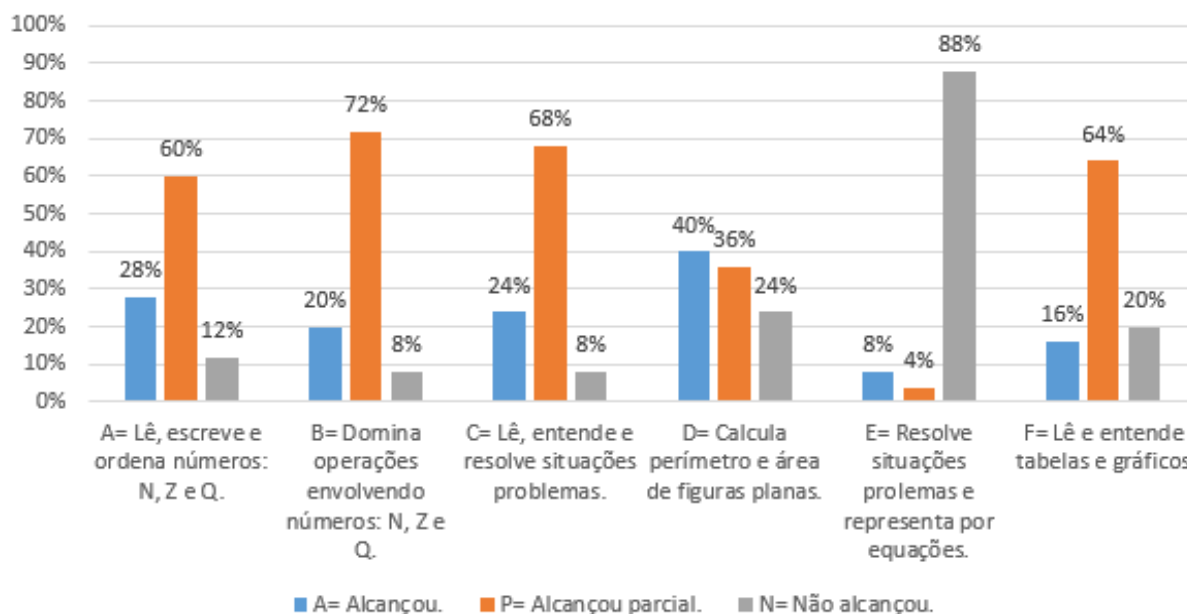
Fonte: GEF – Gerência de Ensino Fundamental -Viana/ES (2021)

Obs.: Apesar da GEF ter solicitado o levantamento de dados em junho/2021, a avaliação diagnóstica foi aplicada no início do ano letivo, ou seja, em fevereiro de 2021, como já tinha-se o costume em todos os anos letivos anteriores. Portanto, a tabulação dos dados coletados é que foi feito em junho/2021 para análise da GEF, conforme solicitado no formulário (Figuras 1 e 2).

Figura 2 – Levantamento de conhecimentos consolidados ano/série de 25 alunos/9º ano

The figure shows two data collection tables for 9th grade students. Each table has columns for 'situação' (A-F) and 'OBSERVAÇÃO'. The left table is for 'NOMES DOS ALUNOS - 9ªA' and the right for 'NOMES DOS ALUNOS - 9ªB'. Handwritten notes at the bottom of each table explain the letter codes: A = alcançou, P = alcançou parcial, N = não alcançou, and N = não alcançou.

Fonte: acervo pessoal (2021)

Gráfico 1 – Levantamento de conhecimentos consolidados de 25 alunos/9º ano

Fonte: acervo pessoal (2021)

Portanto, com a finalidade de potencializar a aprendizagem de conteúdo de matemática do 7º e 8º ano, que são pré-requisitos para o aprendizado de conteúdo do 9º ano, propomos uma pesquisa utilizando o jogo de quebra cabeças Tangram como recurso didático para revisão dos conteúdos de área e perímetro, na turma do 9º ano que ficou sob minha responsabilidade. Além do jogo, será utilizada a história da Matemática como recurso didático complementar, bem como a resolução de uma lista de exercícios, a maior parte extraídos do livro didático *A conquista da Matemática*, adotado pelo município de Viana/ES para a turma do 7º ano, etapa educacional em que se aprofunda o estudo de área e perímetro com números racionais.

A pesquisa será realizada em uma turma de 9º ano do ensino fundamental no ano letivo de 2021. Inicialmente os alunos serão submetidos a uma avaliação diagnóstica do conteúdo área e perímetro (item D da figura 1) para determinar os conhecimentos consolidados sobre o assunto. Em seguida serão trabalhadas, aproximadamente, dez aulas usando o Tangram e apresentado o documentário intitulado *A História do Número Um*¹. O propósito da exibição do vídeo em sala de aula é levar os estudantes a uma viagem no tempo, que mostre a evolução da humanidade e o surgimento/desenvolvimento da Matemática a partir da necessidade do Homem de se

¹ Documentário produzido pelo History Channel. Acessado em 20/02/2021 no link: <https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ&t=1005s>

estabelecer em sociedade, em específico, a necessidade dos egípcios de medir terras de plantio para cobrança de impostos (EVES, 2004).

Nas aulas da sequência didática serão trabalhadas demonstrações simples de cálculo de áreas de regiões delimitadas por polígonos tais como: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo, primeiro considerando os lados do polígono sendo números naturais, depois ampliando a ideia para números racionais, até a demonstração geométrica quando os lados são números irracionais (LIMA, 1991). Enquanto a perímetro, o trabalho em sala de aula será mais prático, utilizando o lado do quadrado unitário do Tangram como unidade de medida de comprimento ($1u$). A partir dessa unidade padrão, será determinado a medida dos lados de cada uma das peças do Tangram, que serão utilizadas para montar formas geométricas e calcular os respectivos perímetros. Em razão de algumas peças do Tangram terem lados cuja medida é igual a um múltiplo da diagonal ($d = \sqrt{2} u$) do quadrado do Tangram, e que para seu cálculo é necessário o uso do Teorema do Pitágoras, que requer conhecimento de resolução de equações polinomiais, mas, conforme item E da figura 1 e o gráfico 1, 88% dos alunos participantes da pesquisa ainda não sabem resolver esse tipo de problemas, e além disso, não é o objetivo deste estudo trabalhar com equações polinomiais de primeiro ou segundo grau neste momento, portanto esse valor será revelado aos alunos para seu uso. Juntamente serão resolvidos exercícios de área e perímetro extraídos do livro didático *A conquista da Matemática*, adotado para o 7º ano, e do Blog do Professor Warles. (WARLES, 2013).

Após as aulas de reforço, os alunos serão submetidos a uma avaliação de aprendizagem ou de saída sobre o conteúdo abordado e será feita uma análise comparativa dos resultados das avaliações de entrada e saída.

De acordo a Luckesi (LUCKESI, 2012), a função da avaliação da aprendizagem é ser uma parceira do professor na medida em que ela sinaliza se são alcançados ou não os objetivos traçados para determinado assunto estudado, e aponta a qualidade dos resultados, assim dando um direcionamento para a próxima tomada de decisão no caminho do ensino/aprendizagem de qualquer conteúdo. Neste sentido, a avaliação da aprendizagem será um instrumento norteador do nosso trabalho e um aliado na análise de toda a pesquisa.

Um ponto que também deve ser considerado ao planejar aulas dinâmicas e/ou multidisciplinares, onde se espera a participação ativa dos alunos, é o possível barulho que essa aula produzirá, por exemplo, a aula programada para a confecção do jogo de Tangram utilizando-se dobraduras. Assim, todos da equipe pedagógica deverão ser informados do que

ocorrerá em cada aula dedicada à pesquisa para evitar possíveis transtornos. Um outro ponto a se observar é que em aulas diferenciadas, não tradicionais, o aluno costuma se soltar e “deixar-se ver”, com isto, o professor pode iniciar seu diagnóstico e avaliação da aprendizagem a partir da primeira aula, isto é, uma avaliação qualitativa, observando a participação e interesse do aluno em cada atividade proposta.

O objetivo geral da pesquisa é refletir sobre a utilização do jogo Tangram como possível facilitador da aprendizagem de área e perímetro e uma forma de alcançar melhores resultados em um tempo menor e levar o aluno à construção de um conhecimento mais sólido.

De forma específica é objetivado com a pesquisa: destacar a importância da aprendizagem de área e perímetro; diagnosticar dificuldades na aprendizagem de área e perímetro; relacionar os resultados da diagnose com o referencial teórico; refletir sobre uma prática pedagógica, no caso, o uso do jogo Tangram como recurso didático e possível facilitador do ensino/aprendizagem de área e perímetro.

ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa ocorre no ano de 2021, nas dependências da escola Municipal de Ensino Fundamental *Adamastor Furtado* do município de Viana-ES, em uma turma do 9º ano. Inicialmente programada para acontecer em duas semanas, no período de fevereiro a março, teve que ser estendido até o mês de agosto de 2021, devido à pandemia de COVID-19.

A sequência didática foi implementada com o propósito de, por meio de jogo de quebra cabeça Tangram, levar o aluno a se apropriar empiricamente da ideia de área como um número resultante da contagem de quadrados unitários que cobrem uma superfície plana, e a ideia de perímetro como um número resultante da contagem de segmentos unitários que a delimitam. Sendo o Tangram composto por um quadrado, cinco triângulos e um paralelogramo, o trabalho seria focado no cálculo de áreas de figuras planas delimitadas por: paralelogramos, retângulos, quadrados e triângulos. Dessa forma, o jogo seria utilizado como introdução do estudo de área e perímetro.

Este trabalho é composto por sete capítulos:

- O capítulo 1 aborda o contexto histórico e as definições de perímetro e área, além de induções/deduções de fórmulas matemáticas para o cálculo da área de alguns polígonos como: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo;

- O capítulo 2 é dedicado ao jogo de Tangram, que é o principal recurso didático utilizado neste estudo. É compartilhado uma lenda do Tangram e a construção do mesmo utilizando dobraduras;
- No capítulo 3 encontramos os resultados de uma avaliação diagnóstica ou de entrada, aplicada no início da pesquisa, abordando somente os temas área e perímetro relacionados aos descritores D12² e D13³ respectivos ao 9º ano. Além disso, é apresentada uma análise estatística a partir dos dados levantados;
- No capítulo 4 é apresentada uma sequência didática elaborada a partir da análise dos resultados da avaliação diagnóstica ou de entrada, e que foi colocada em prática nas aulas de introdução/revisão dos assuntos área e perímetro. Na sequência didática foi utilizado o jogo de Tangram, como recurso principal e a História da Matemática como recurso complementar, sendo o vídeo *A história do número um*, um desses elementos;
- No capítulo 5 temos a descrição de como ocorreram as aulas da sequência didática. Em seguida, foram resolvidos exercícios do livro didático *A conquista da Matemática*, adotado pela EMEF *Adamastor Furtado* para as turmas de 7º ano, no ano letivo de 2021. Durante a aplicação da sequência didática, mediante observação, foi planejado realizar uma avaliação qualitativa individual do aluno a respeito do seu envolvimento com o jogo, analisando: participação, interesse e proatividade;
- O capítulo 6 abrange a análise estatística comparada entre as avaliações diagnóstica ou de entrada e de aprendizagem ou saída. A avaliação da aprendizagem foi aplicada no final da pesquisa, sendo abordados os temas área e perímetro. A análise comparativa objetiva sinalizar sobre a potencialidade do jogo Tangram como recurso didático para a revisão dos temas área e perímetro;
- Por fim, no capítulo 7 são apresentadas considerações finais e sugestões para uma continuação da pesquisa.

² D12 - Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1yVBBlenPhWPzgALd21uYURQSYGy4Koab/view>>. Acesso em: 13/04/2021

³ D13 - Resolver problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1Re2yNz5eqtbjG-mclqLq3mwMgA9V3VE9/view>>. Acesso em: 13/04/2021

CAPÍTULO 1

PERÍMETRO E ÁREA

1.1 FATOS HISTÓRICOS

De acordo aos Parâmetros Curriculares Nacionais:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998).

Assim sendo, iniciaremos o conteúdo com uma breve explanação da História da matemática relativa aos temas área e perímetro, a fim de localizar o aluno no tempo em que o Homem, por necessidade de viver em sociedade, foi, pouco a pouco, desenvolvendo o conhecimento matemático.

Segundo o Historiador Heródoto (*sec. V a. C.*), a palavra Geometria tem origem grega e resulta da junção dos termos *Geo*, que significa Terra, e *metrón*, que significa medir, logo é concebível concluir que este ramo da Matemática originou-se da necessidade de o Homem medir a Terra.

A necessidade de medir é muito antiga, segundo relatos históricos, medir foi uma das primeiras atividades matemáticas do ser humano desde a criação da vida em sociedade, surgindo da necessidade da organização do trabalho coletivo, do desenvolvimento da agricultura, da distribuição de alimentos para a subsistência dos povos e da edificação de obras. Registros históricos indicam que a medição de amplas regiões é uma das mais velhas práticas do homem e se iniciaram no Egito.

Pode-se dizer que a matemática primitiva se originou em certas áreas do Oriente antigo primordialmente como uma ciência prática [...] (EVES, 2004, p. 57).

De acordo a estudos arqueológicos e históricos, as civilizações antigas se formaram às margens de rios para sua própria subsistência. Da mesma forma, pela necessidade de água e alimento

que todo ser vivo tem, o desenvolvimento dos egípcios deu-se às margens do rio Nilo, que irrigava as terras do entorno e propiciava o desenvolvimento da agricultura, mesmo a região sendo rodeada pelo deserto. Heródoto descreve em seus apontamentos os trabalhos de demarcação das terras às margens do rio Nilo. Cada vez que o rio transbordava, as marcações de terras para o plantio eram desgastadas pelas águas, logo havia a necessidade de se fazer novas medições e demarcações para restabelecer as fronteiras entre as propriedades e para auxiliar na arrecadação de impostos de áreas rurais.

Assim, no antigo Egito, mensurar era uma atividade para fins práticos, que surgiu naturalmente a partir da ideia de medir extensões que delimitavam as terras a serem utilizadas para o plantio e fez com que o Homem desenvolvesse instrumentos e conhecimento técnico de medição, mas não teórico, ao que parece, pois não se encontraram relatos de demonstração algébrica na matemática do Oriente Antigo.

Foram encontrados em tábuas de argilas cozida (Babilônios), papiros e pedras (Egípcios) algumas instruções para casos específicos, na forma de regras gerais do tipo: “Faça assim e assim” (EVES, 2004, p. 58).

A maior parte de nosso conhecimento sobre o conteúdo dessas tábuas matemáticas não é anterior a 1935 e se deve grandemente aos notáveis achados de Otto Neugebauer e F. Thureau-Dangin. [...] interpretar essas tábuas ainda prossegue, é bastante provável que novas descobertas venham a acontecer num futuro próximo (EVES, 2004, p. 60)

No entanto, quando esse conhecimento chega à Grécia (antiga), se tornou base para a construção de uma teoria axiomática da Geometria que foi transmitida a poucos nas academias (EVES, 2004).

[...] a ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração prática. Uma arte especial começou a tomar corpo para o cultivo, aplicação e ensino dessa ciência prática. Nesse contexto, todavia, desenvolveu-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que a álgebra evoluiu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração (EVES, 2004, p. 57).

Mas, o que é medir?

Conforme o *Bureau International des Poids et Mesures*⁴, medir é o processo de determinar experimentalmente um valor de magnitude numérica para uma característica que

⁴ Gabinete Internacional de Pesos e Medidas (em francês) é uma das três organizações estabelecidas para manter o Sistema Internacional de Unidades (SI) sob os termos da Convenção do Metro.

possa ser atribuída a um objeto ou evento, no contexto de um quadro ou referência que permita fazer comparações com outros objetos ou eventos.

Entre as diferentes grandezas que caracterizam um objeto com forma geométrica, e que são de interesse ao Homem desde os primórdios da civilização, destacamos o comprimento, necessário para o cálculo de perímetro⁵ e área.

A medição de comprimentos, áreas, volumes e pesos desempenha um papel importante nas aplicações da matemática. A unidade básica, entre todas, é a de comprimento, pois a partir dela podem-se estabelecer facilmente unidades para as demais grandezas (EVES, 2004, p. 493).

Em relação a instrumentos e unidades de medição, o documentário *A História do Número Um* revela que o povo egípcio foi um dos primeiros a utilizar uma unidade de medida padrão. Eles utilizaram a medida do braço de um homem mais uma mão para desenvolver um instrumento de medida denominado um cúbito. A partir daí todas as medições egípcias tiveram um padrão, um bastão de medir.

Saber medir é uma habilidade que deve ser trabalhada nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A BNCC, no item 4.2.1, dispõe a respeito.

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número” (BRASIL, 2018)

No entanto, após análise da nossa avaliação diagnóstica ou de entrada (ANEXO I), pudemos constatar que a ideia de “medir”, de acordo à BNCC, ainda não estava consolidada entre os alunos do 9º ano, participantes da pesquisa. Logo, com o propósito de robustecer nos alunos o saber calcular perímetro e área, não só em sala de aula, mas também para situações práticas do dia a dia, foi proposta uma sequência didática utilizando o jogo Tangram como recurso didático principal e a história da Matemática como recurso complementar. O documentário *A História do Número Um* foi utilizado como um desses elementos, sendo exibido o vídeo aos alunos em sala de aula.

⁵ Palavra de origem grega. Os termos *peri* e *metron* significam *ao redor de* e *medir*, respectivamente.

1.2 DEFINIÇÃO DE PERÍMETRO

Para definirmos perímetro primeiramente será estabelecido o que é o comprimento de um segmento. Segundo (LIMA, 1991, p. 2):

Começamos fixando um segmento de reta u , que inicialmente chamaremos de *segmento unitário*. (Ou unidade de comprimento.) Por definição, o comprimento de u será igual a 1. Dado um segmento de reta AB , se existir um ponto intermediário C (situado em AB) tal que os segmentos AC e CB sejam congruentes a u , então o comprimento de AB será 2. Escrevemos então: $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = 2$. Mais geralmente, dado um número inteiro positivo n , se for possível obter $n-1$ pontos intermediários A_1, A_2, \dots, A_{n-1} no segmento, de tal modo que os n segmentos $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}B$ sejam todos congruentes ao segmento unitário u , então o comprimento de AB será n . Escrevemos neste caso:

$$\overline{AA_1} + \overline{A_1A_2} + \dots + \overline{A_{n-1}B} = n$$

Para descrever esta situação diremos que $\overline{AB} = n$, porque AB se decompõe em n segmentos de retas justapostos, todos de comprimento 1. [...] Quando $\overline{AB} = n$ (n inteiro), é natural dizer que AB contém n vezes o segmento unitário u .

Assim, medir o comprimento de AB é encontrar um número inteiro positivo que expresse quantas vezes o segmento unitário u , tomado como unidade de medida de comprimento, cabe dentro do segmento AB . No entanto, isso nem sempre é possível, basta considerar um segmento AB , menor que a unidade de medida de comprimento u . Em vista disso, podemos considerar medir AB da seguinte maneira:

Suponhamos que, embora AB não contenha u um número inteiro de vezes, existe, entretanto, um segmento menor w , tal que w esteja n vezes contido em u e m vezes contido em AB , sendo m e n números inteiros.

O segmento w é o que se chama um *submúltiplo comum* de AB e u . Neste caso, dizemos que os segmentos AB e u são *comensuráveis*. Como w está n vezes contido em u , é natural dizer que a medida de w é $1/n$ e, portanto, que o comprimento de AB é m vezes $1/n$, ou seja, $\overline{AB} = m/n$.

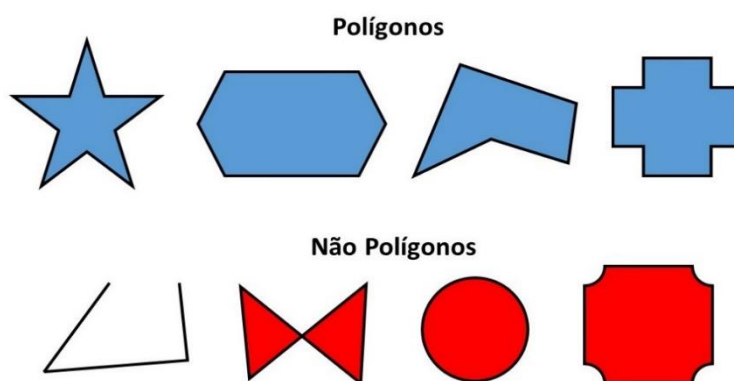
Em resumo: fixado o segmento unitário u , o comprimento de um segmento AB é um número racional m/n , quando existe um segmento w que esteja contido n vezes em u e m vezes em AB . Neste caso, w chama-se um *submúltiplo comum* de AB e u , e estes dois segmentos se dizem *comensuráveis* (LIMA, 1991, p. 2 e 3).

Assim, o comprimento de AB será um número racional m/n . Contudo existem segmentos AB , tal que AB e u são *incomensuráveis* (não comensuráveis) e cujo comprimento será um número

irracional. Por exemplo, o lado e a diagonal de um quadrado são incomensuráveis. A respeito do tema, Lima (LIMA, 1991, p. 5-7) faz uma explanação dedutiva concluindo que o comprimento de um segmento AB pode ser inteira, fracionária ou irracional.

Em virtude do nosso estudo de perímetro utilizar o Tangram como principal recurso didático, cujas peças são triângulos, quadrados e paralelogramos, as figuras geométricas aqui estudadas serão formas que podem ser decompostas em polígonos, logo definimos o **polígono** sendo uma figura geométrica plana, composta por um conjunto fechado de segmentos de retas que não se cruzam.

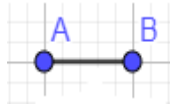
Figura 3 – Polígonos e não polígonos



Fonte: <https://lereaprender.com.br/poligonos/poligonos-3/>

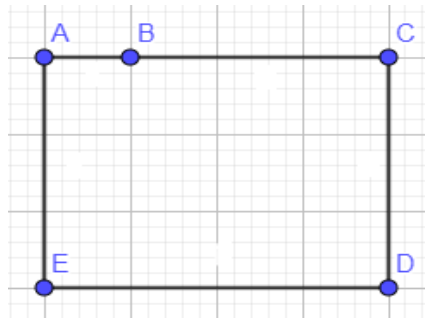
Definimos o **perímetro** de uma figura geométrica bidimensional como o comprimento do seu entorno. Em particular, se a figura geométrica é um polígono, seu perímetro será a soma de todas as medidas dos comprimentos dos seus lados. Se a figura geométrica tiver lados arredondados, teremos outras maneiras de determinar o comprimento do entorno ou perímetro, no entanto, neste estudo serão verificados apenas perímetros de figuras construídas a partir de polígonos, como as peças do Tangram, onde será considerado como unidade de medida de comprimento, o lado da peça quadrada desse jogo.

Para medir o perímetro de um polígono precisamos ter um segmento que será nossa base de comparação de medida de comprimento. O segmento AB (figura 4) será o nosso padrão de medida de comprimento. Sendo a medida de AB igual a uma unidade de medida de comprimento ($1u$), temos então nos exemplos 1 e 2 abaixo o que denominamos perímetro de um polígono.

Figura 4 – Segmento AB 

Fonte: acervo pessoal (2021)

Exemplo 1: O perímetro do retângulo $ACDE$ (figura 5), cuja unidade de medida de comprimento adotada é o segmento AB , é a soma dos comprimentos de AC , CD , DE e EA

Figura 5 – Retângulo $ACDE$ 

Fonte: acervo pessoal (2021)

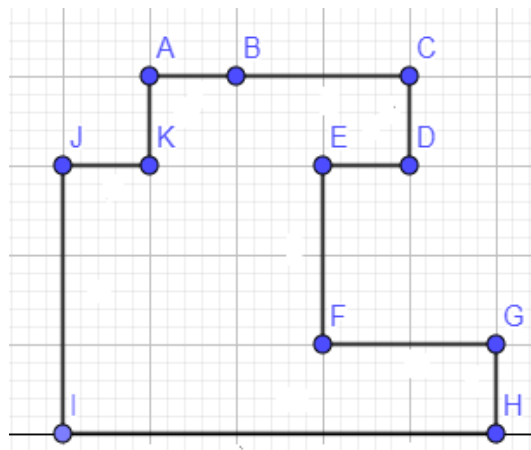
Em primeiro lugar devemos medir os segmentos AC , CD , DE e AE , ou seja, tomando AB como unidade de medida de comprimento, quantas vezes AB cabe dentro de AC , CD , DE e AE .

Contando os segmentos AB na figura, temos que: AB cabe 4 vezes em AC e em DE , e 3 vezes em AE e em CD , assim temos $\overline{AC} = \overline{DE} = 4u$ e $\overline{AE} = \overline{CD} = 3u$, logo o perímetro do polígono $ACDE$ é: $\overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{AE} = 4u + 3u + 4u + 3u = 14u$. Se tomarmos $1u = 1\text{cm}$ (submúltiplo do metro), temos então o perímetro do polígono $ACDE$ igual a 14cm de comprimento.

Exemplo 2: O perímetro do polígono não convexo⁶ $ACDEFGHIJK$ (figura 6), cuja unidade de medida de comprimento adotada é o segmento AB , é a soma dos comprimentos dos segmentos AC , CD , DE , EF , FG , GH , HI , IJ , JK e KA .

⁶ Um polígono é dito convexo quando dados dois pontos P e Q quaisquer, interiores a ele, o segmento de reta PQ está totalmente contido no interior do polígono, caso contrário, será dito não convexo.

Figura 6 – Polígono não convexo



Fonte: acervo pessoal (2021)

Em primeiro lugar devemos medir os segmentos AC , CD , DE , EF , FG , GH , HI , IJ , JK e KA , ou seja, tomando AB como unidade de medida de comprimento quantas vezes ele cabe dentro de cada um desses segmentos.

Contando os segmentos AB na figura, temos que: AB cabe 3 vezes em AC e em IJ ; AB cabe uma vez em CD , GH , JK e KA ; cabe 2 vezes em EF e FG ; e cabe 5 vezes em HI , logo o perímetro do polígono não convexo $ACDEFGHIJK$ é igual a $\overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HI} + \overline{IJ} + \overline{JK} + \overline{KA} = 3u + 1u + 1u + 2u + 2u + 1u + 5u + 3u + 1u + 1u = 20u$. Se tomarmos $1u = 1\text{cm}$, teremos então o perímetro da figura 6 igual a 20 cm .

Assim, para obtermos o perímetro de um polígono, basta somarmos as medidas de comprimento de todos os seus lados, ou seja, a medida do seu entorno.

1.3 DEFINIÇÃO DE ÁREA

De acordo a Lima (LIMA, 1991), **área** é um número obtido a partir de uma unidade de medida tomada como unidade de área, comparada a uma superfície plana, logo, a nossa medida de área será o número de quantas vezes uma unidade de área cabe na superfície analisada.

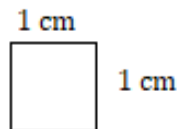
Este número pode ser um inteiro positivo, racional ou irracional. Por estarmos trabalhando com alunos de 9º ano, revisando assuntos de 7º e 8º ano, então iremos fazer uma abordagem ao nível de 8º ano e as demonstrações de área com medidas irracionais serão feitas utilizando resultados da Geometria plana.

Para medir áreas utilizaremos unidades quadráticas, por exemplo: metros quadrados (m^2), e seus múltiplos e submúltiplos, como quilômetro quadrado (km^2) e centímetro quadrados (cm^2), respectivamente.

Em específico, um metro quadrado (m^2) representa a medida de área de um quadrado cujos lados são todos iguais a um (1) metro. Um quadrado é uma figura geométrica plana que tem quatro lados de igual medida e quatro ângulos retos.

O quadradinho abaixo (figura 7), é um modelo padrão de medida de área, um submúltiplo do metro. Esse quadradinho tem 1 cm^2 de área total, ou seja, a área ocupada por esse quadradinho é 1 cm quadrado, que é exatamente 1 quadradinho de lado medindo 1 cm .

Figura 7 – Quadrado unitário



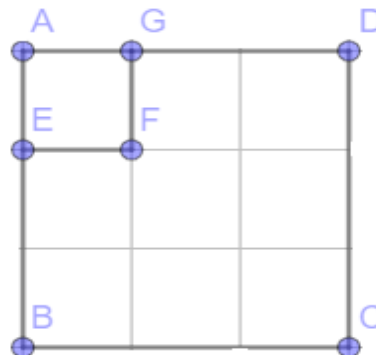
Fonte: acervo pessoal (2021)

No geral, convencionou-se tomar como unidade de área um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento ($1u$), não necessariamente de lado medindo 1 cm ou 1 m , mas uma unidade qualquer de comprimento, o qual é chamado de quadrado unitário ($1u^2$).

1.3.1 ÁREA DO QUADRADO

O quadrado é um quadrilátero que tem lados opostos, dois a dois, paralelos, todos de mesma medida e quatro ângulos retos.

Figura 8 – Quadrado $ABCD$

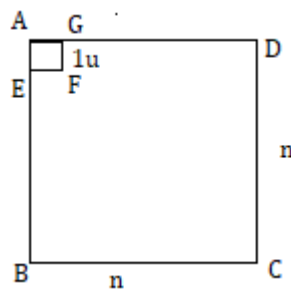


Fonte: acervo pessoal (2021)

Tomando o quadrado $AEFG$ (figura 8) como unidade de medida de área, supondo seus lados com $1u$ de comprimento, temos no polígono $ABCD$ nove unidades quadradas de área, ou seja, nove quadrados unitários. Se cada lado do quadrado unitário $AEFG$ tiver como medida de comprimento, $1cm$, então a superfície quadrada $ABCD$ terá 9 cm^2 de área, ou seja, na superfície delimitada pelo quadrado $ABCD$ cabem nove quadrados $AEFG$.

Generalizando a ideia acima, se tivermos um quadrado de lado n , sendo n um número inteiro positivo, temos então n maior ou igual a 1, o que nos permite dividir o lado n em n partes iguais a $1u$ (uma unidade), assim, conforme a figura 9, teremos n fileiras com n quadrados unitários na horizontal, portanto, temos n^2 quadrados unitários em $ABCD$, concluindo que a área S do quadrado, cujo lado é um número inteiro igual a n , é $S = n^2$.

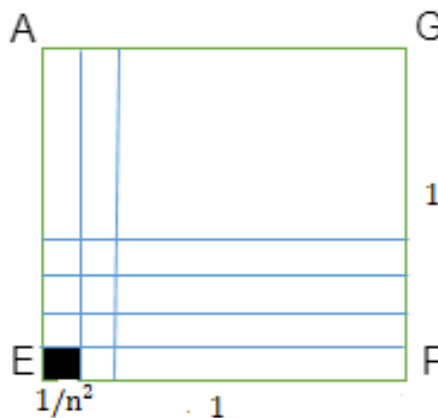
Figura 9 – Quadrado de lado n



Fonte: acervo pessoal (2021)

Podemos ainda tomar o quadrado unitário $AEFG$ de área $1u^2$ e dividirmos seus lados em n segmentos de mesma medida $1/n$, obtendo assim quadrados menores de área $1/n \times 1/n = 1/n^2$. Observe que no quadrado unitário $AEFG$ cabem n^2 quadrados de área $1/n^2$.

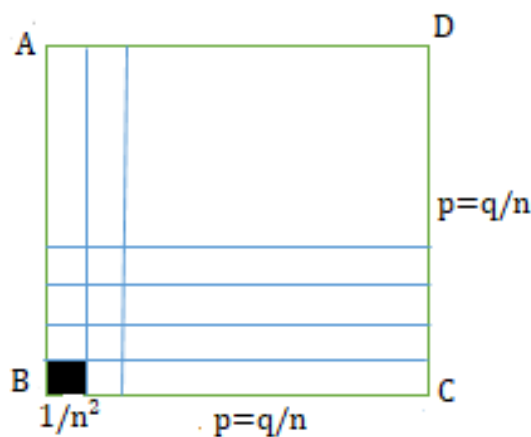
Figura 10 – Quadrado unitário dividido em n^2 quadrados de área $1/n^2$



Fonte: acervo pessoal (2021)

Considere agora o quadrado $ABCD$ de lado p , sendo p um número racional da forma $p = q/n$, onde q e n são números inteiros positivos com $n \neq 0$, então dividindo cada lado do quadrado de lado p em q segmentos iguais a $1/n$ (figura 11) obtemos q^2 quadrados de área $1/n^2$, logo a área do quadrado $ABCD$ será: $q^2 \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{q^2}{n^2} = \left(\frac{q}{n}\right)^2 = p^2$, ou seja, mesmo o lado do quadrado sendo um número racional, ainda a área será lado vezes lado, isto é, uma multiplicação retangular.

Figura 11 – Quadrado $ABCD$ de lado $p = q/n$, $n \neq 0$



Fonte: acervo pessoal (2021)

E quando o quadrado tem lado n , sendo n incomensurável em relação ao segmento unitário do lado do quadrado, isto é, n é um número irracional, Lima (LIMA, 1991, p. 13) apresenta uma demonstração para concluir que a área do quadrado será também lado vezes lado, isto é n^2 .

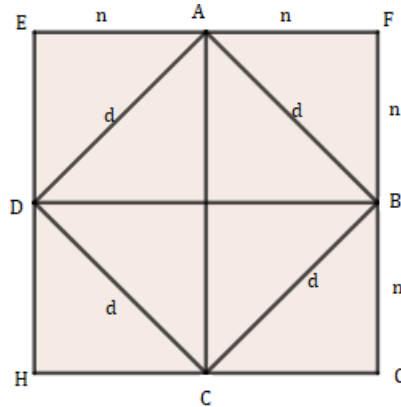
Observe que o lado ($l u$) e a diagonal ($d = l\sqrt{2}u$) de um quadrado são incomensuráveis, logo, pelo menos um deles é um número irracional. Aqui apresentaremos a demonstração do caso particular em que o lado do quadrado é da forma $d = n\sqrt{2}$, sendo n um número racional. Por conseguinte, considere o quadrado de lado n , então podemos deduzir que:

1. A diagonal d do quadrado de lado n tem medida $d = n\sqrt{2}$, pelo Teorema de Pitágoras.
2. A diagonal d divide o quadrado em dois triângulos congruentes pelo caso *LLL* (*lado, lado, lado*), logo o quadrado é dividido em dois triângulos de igual medida de área.

Desta forma, se tomarmos um quadrado Q (figura 12) de vértices $EFGH$, de lado $2n$ e dividirmos Q em quatro quadrados Q' de mesma área, podemos traçar as diagonais de cada Q' ,

a saber: AD, AB, DC e BC , onde A, B, C e D são pontos médios dos lados EF, FG, GH e HE , respectivamente, e formar assim um quadrado Q'' de vértices $ABCD$ cujo lado mede $d = n\sqrt{2}$.

Figura 12 – Quadrado Q de lado d , com d um número irracional



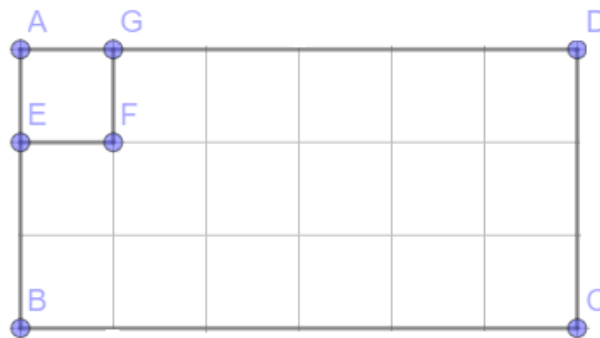
Fonte: acervo pessoal (2021)

Desta forma, a área de Q'' será: $4 \cdot \frac{n^2}{2} = 2n^2 = (n\sqrt{2})^2 = d^2$. E concluímos que se o quadrado tiver como medida do lado um número irracional da forma $n\sqrt{2}$, sendo n um número racional, então sua área será calculada como o quadrado do seu lado.

1.3.2 ÁREA DO RETÂNGULO

Um retângulo é um quadrilátero com lados opostos paralelos e quatro ângulos retos. Em particular, todo quadrado é um retângulo. Logo, sendo n^2 a área do quadrado de lado n , seja n um número inteiro, racional ou irracional, podemos decompor o retângulo em quadrados e daí calcular sua área como a soma das áreas dos quadrados unitários que cobrem sua superfície.

Figura 13 – Retângulo $ABCD$



Fonte: acervo pessoal (2021)

Por exemplo, considere o retângulo $ABCD$ (figura 13). Tomando o quadrado $A EFG$ como unidade de medida de área, temos no polígono $ABCD$ dezoito unidades quadradas de área, ou seja, 18 quadrados unitários. Se cada lado do nosso quadrado $A EFG$ tiver como unidade de medida 1cm , então a superfície retangular $ABCD$ terá 18 cm^2 de área.

Observe que o retângulo $ABCD$ tem largura e comprimento medindo $3u$ e $6u$, respectivamente, e que sua área $18u^2 = 3u \cdot 6u$, é o mesmo resultado da multiplicação retangular, isto é, o produto da largura pelo comprimento.

Como o quadrado é um retângulo, em particular, então podemos concluir que a área de todo retângulo é sua largura vezes seu comprimento, isto é, uma multiplicação retangular?

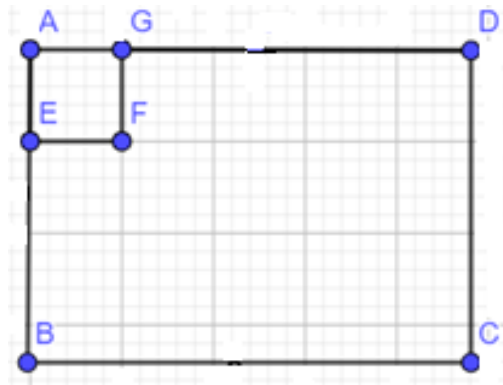
Bem, sabemos que a Matemática requer rigor na demonstração das suas afirmações e para termos como certo que a área de um retângulo é o seu comprimento vezes a largura, vamos considerar o comprimento do retângulo sendo um número natural n e como largura um número natural m , quaisquer. Daí temos que o quadrado unitário cabe n vezes no comprimento e m vezes na largura, isto é, temos n vezes m quadrados unitários cobrindo toda a superfície delimitada pelo retângulo de lados n e m . Assim, concluímos que quando as medidas do retângulo são números naturais, podemos simplesmente calcular sua área multiplicando o comprimento pela largura.

Agora, e se o comprimento e a largura do retângulo são números racionais quaisquer? Como podemos calcular a área?

Vejamos:

Seja $ABCD$ um retângulo com largura medindo a ($\overline{AB}=a$) e comprimento medindo b ($\overline{AD}=b$), com a e b números racionais quaisquer. Sem perda de generalidade podemos escrever esses dois números como duas frações: $a=p/q$ e $b=s/q$, com mesmo denominador q , sendo p , q e s números inteiros e $q \neq 0$. Seja $A EFG$ nosso quadrado unitário padrão cuja medida de área é 1 u^2 . Supor que $A EFG$ não cabe um número inteiro de vezes dentro do retângulo $ABCD$ (figura 14), mas um segmento de lado $1/q$ cabe p vezes no segmento AB e s vezes no segmento AD .

Figura 14 – Retângulo $ABCD$

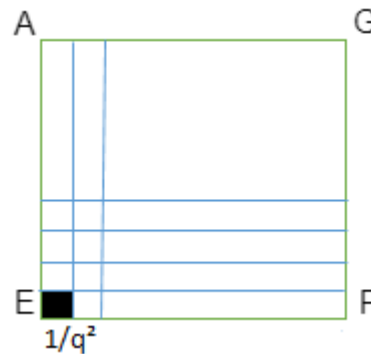


Fonte: acervo pessoal (2021)

Então dividindo o segmento $\overline{AE} = 1u$ em q segmentos iguais e $\overline{AG} = 1u$ em q segmentos iguais, teremos o quadrado de área $1/q^2$ que será nossa nova unidade padrão de medida de área. Daí, um segmento de comprimento $1/q$, cabe p vezes no lado AB e s vezes no lado AD .

Ampliando o quadrado unitário $AEFG$ (figura 15), podemos observar o quadrado interno a ele com área $1/q^2$.

Figura 15 – Quadrado $AEFG$ ampliado



Fonte: acervo pessoal (2021)

Logo o retângulo $ABCD$ será preenchido por $p.s$ quadrados com $1/q^2$ de medida de área. Concluindo que a Área de $ABCD$ é: $(p.s).1/q^2 = (p/q).(s/q) = a.b$, que é o comprimento vezes a largura. Assim, concluímos que a área do retângulo será igual ao comprimento vezes a largura, para quaisquer números racionais.

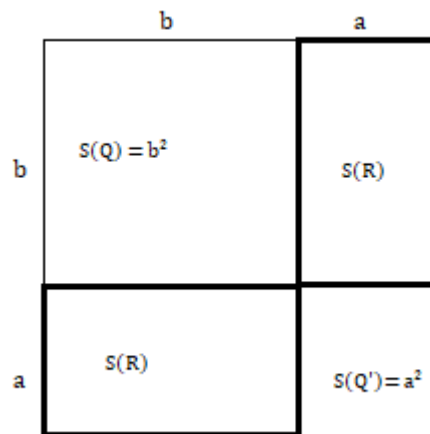
Mas ainda temos que mostrar que a área do retângulo será comprimento vezes largura para números irracionais. Segundo Lima (LIMA, 1991), para esta situação, a demonstração geométrica é a mais simples e elegante.

Para tratar o caso em que a e b não são ambos racionais, poderíamos usar o método da exaustão, [...]. Em vez disso, entretanto, podemos usar um artifício simples e elegante, fazendo recair a área do retângulo na área do quadrado. Procedendo assim, ficamos, inclusive, dispensados de considerar separadamente o caso em que a base e a altura do retângulo têm medidas racionais. (LIMA, 1991, p. 15 e 16).

Vamos então à demonstração. Considere os quadrados Q e Q' de área $S(Q) = b^2$ e $S(Q') = a^2$, respectivamente, e dois retângulos de igual área $S(R)$, com lados de medidas a e b .

Primeiramente supor a e b sendo números irracionais (figura 16).

Figura 16 – Quadrado Q'' de lado medindo $(a + b)$



Fonte: acervo pessoal (2021)

Temos que a área do quadrado Q'' , cujo lado mede $(a + b)$, é igual a $(a + b)^2$, daí, desenvolvendo o quadrado da soma de dois números reais, temos:

$$S(Q'') = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad (1)$$

Por outro lado

$$S(Q'') = a^2 + 2 \cdot S(R) + b^2 \quad (2)$$

Subtraindo (1) de (2) temos que $S(R) = a \cdot b$

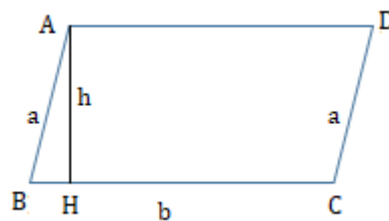
Com esta demonstração geométrica, podemos dispensar o caso em que ou a ou b são racionais, concluindo que a área de um retângulo é sempre a multiplicação retangular de suas duas dimensões: a medida do comprimento vezes a medida da largura.

1.3.3 ÁREA DO PARALELOGRAMO

O paralelogramo é um quadrilátero que tem lados opostos, dois a dois, paralelos. Deste modo, todo retângulo é um paralelogramo.

A fórmula da área do paralelogramo é uma consequência direta da formulação da área do retângulo. De fato, considere o paralelogramo $ABCD$ (figura 17). Traçando, a partir do vértice A , um segmento perpendicular à base BC , marcamos o ponto H e temos a altura h , respectiva a essa base cuja medida é b .

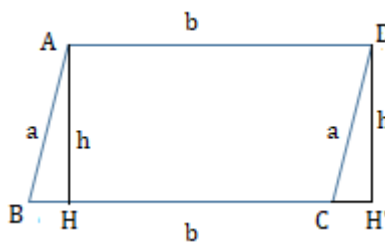
Figura 17 – Paralelogramo $ABCD$



Fonte: acervo pessoal (2021)

De forma análoga, traçamos a altura do vértice D ao prolongamento do lado BC e marcamos o ponto H' . Na figura 18 temos os triângulos BAH e CDH' , congruentes pelo caso LAA_o (*lado, ângulo, ângulo oposto*), a saber: $\overline{BA} = \overline{CD}$ (lados paralelos), $\widehat{BAH} = \widehat{CDH'}$ (ângulos correspondentes, pois $AD \parallel BC$) e $\widehat{BHA} = \widehat{CH'D} = 90^\circ$.

Figura 18 – Retângulo $AHH'D$



Fonte: acervo pessoal (2021)

Assim, temos que os triângulos BAH e CDH' têm áreas iguais e, portanto, o retângulo $AHH'D$ tem a mesma área do paralelogramo $ABCD$. Como a área do retângulo $AHH'D$ é igual a $b \cdot h$ então conclui-se que a área do paralelogramo é $b \cdot h$, para quaisquer b, h números reais.

De forma análoga, se traçamos uma altura desde o vértice D à base AB (prolongamento), concluiremos que a área do paralelogramo $ABCD$ é o produto do comprimento de AB (a) pelo comprimento da altura respectiva a essa base (h') e que a área não depende da base escolhida.

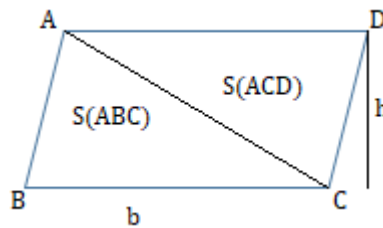
1.3.4 ÁREA DO TRIÂNGULO

Um triângulo é um polígono de três lados, classificado conforme a medida de seus lados em:

- **Escaleno** quando todos os lados têm medidas diferentes dois a dois;
- **Isósceles** quando dois de seus lados tem medidas iguais;
- **Equilátero** quando os três lados são de mesma medida. O triângulo equilátero é também conhecido como super isósceles.

A área de um triângulo qualquer é uma consequência direta da área do paralelogramo. De fato, considere o triângulo ABC (figura 19). A partir dos vértices A e C traçar paralelas aos lados BC e BA , respectivamente. Estas retas se encontram em um ponto D e determinam o paralelogramo $ABCD$, cuja área é o produto da base $b = \overline{BC}$ e a altura h , respectiva a essa base.

Figura 19 – Paralelogramo $ABCD$ dividido pela diagonal AC



Fonte: acervo pessoal (2021)

Dado que os triângulos ABC e ACD são congruentes pelo caso *LLL* (*lado, lado, lado*), pois $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ e AC é comum aos dois triângulos, então a área $S(ABC)$ do triângulo ABC é igual a área $S(ACD)$ do triângulo ACD . Daí temos $S(ABC) = S(ACD)$.

Desta forma, temos que a área do paralelogramo é $S(P) = b \cdot h$ e por outro lado $S(P) = S(ABC) + S(ACD) = 2 \cdot S(ABC)$, o que nos leva a: $2 \cdot S(ABC) = b \cdot h$, o que implica $S(ABC) = \frac{bh}{2}$.

Em conclusão, a área de um triângulo ABC é a metade do produto do comprimento de um lado (b) do triângulo, pela altura correspondente (h), isto é, $S(T) = \frac{bh}{2}$. No triângulo ABC temos três escolhas para a base e, portanto, três escolhas para a altura. Seja qual for a escolha, a área do triângulo será a mesma.

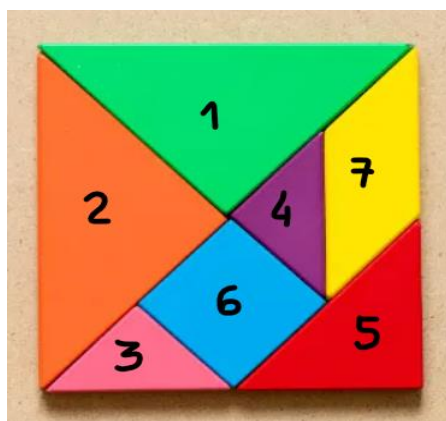
CAPÍTULO 2

TANGRAM

2.1 HISTÓRIA DO TANGRAM

O Tangram (figura 20) é um jogo de quebra cabeças formado por sete peças geométricas, todas poligonais, a saber:

Figura 20 – O quebra-cabeça Tangram



Fonte: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/tangram.htm>

- Peças 1 e 2: Dois triângulos grandes;
- Peças 3 e 4: Dois triângulos pequenos;
- Peça 5: Um triângulo médio;
- Peça 6: Um quadrado;
- Peça 7: Um paralelogramo.

Com essas sete peças é possível formar muitas figuras. As sete peças, em suas mais variadas combinações, formam mais de 2000 diferentes figuras geométricas, humanas, de objetos e de animais (SARVESTANI, 2004, p. 216).

Ainda, segundo Sarvestani (SARVESTANI, 2004), o Tangram surgiu na china há mais de 1000 anos e a palavra Tangram é composta de duas partes: TAN, relacionada com a dinastia chinesa Tan, e GRAM, que em latim significa dispor, ordenar.

2.2 UMA LENDA DO TANGRAM

Existem variadas lendas sobre o surgimento do Tangram, entre elas temos a seguinte versão, elaborada por esta pesquisadora, após várias versões ouvidas e lidas nos anos de docência.

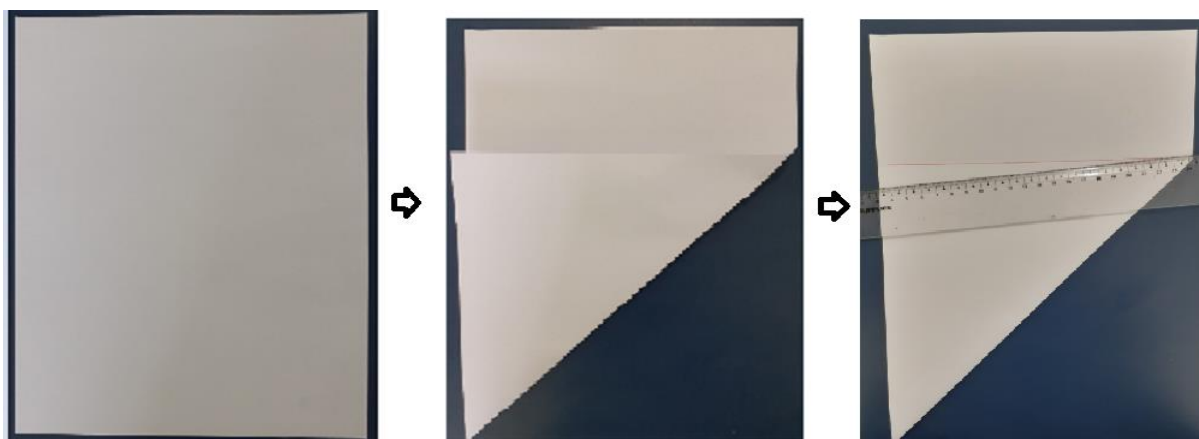
Na china antiga, há muito, muito tempo, um servo do poderoso Imperador, chamado Pin, foi em busca de uma preciosidade: uma peça de jade em formato quadrado, que seria um presente do Imperador Tan para sua futura esposa, a amada Yan. Mas o servo, muito desastrado, ao trazer a peça para apresentar ao Imperador, tropeçou e a peça quebrou-se em sete pedaços: dois triângulos pequenos, dois triângulos grandes, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Pin ficou desesperado e tentou reconstruir a peça, mas quanto mais ele tentava formar o quadrado inicial, mais ele percebia a formação de diversas figuras, todas diferentes do original. Então, o Imperador Tan levantou-se do seu trono e vendo o desastre ficou observando Pin tentar reconstituir a peça. Observou, silenciosamente, todas as formas que Pin conseguiu montar ao tentar refazer a peça quadrada. Foi aí que o imperador ficou tão encantado com a descoberta que perdoou Pin, ficou com o quebra cabeça para ele e deu uma joia valiosa para Yan. Assim todos viveram felizes para sempre.

2.3 CONSTRUÇÃO DO TANGRAM

Podemos construir o Tangram usando dobraduras em uma folha de papel A4 (OLIVEIRA, SANTOS e RAMOS, 2008), sendo necessários também uma tesoura, régua e lápis ou caneta. A seguir o passo a passo:

- a) Recortar a folha de papel A4 em forma de quadrado como na figura 21.

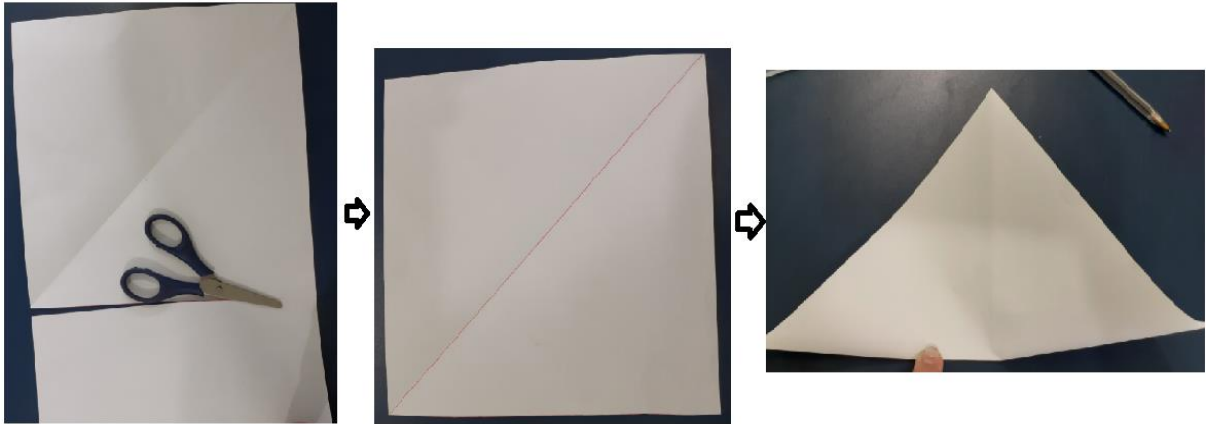
Figura 21 – Etapas 1, 2 e 3 da construção do Tangram por dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

b) Traçar uma diagonal no quadrado a partir da dobradura. Primeiro uma diagonal completa e depois apenas a metade da outra diagonal como na figura 22.

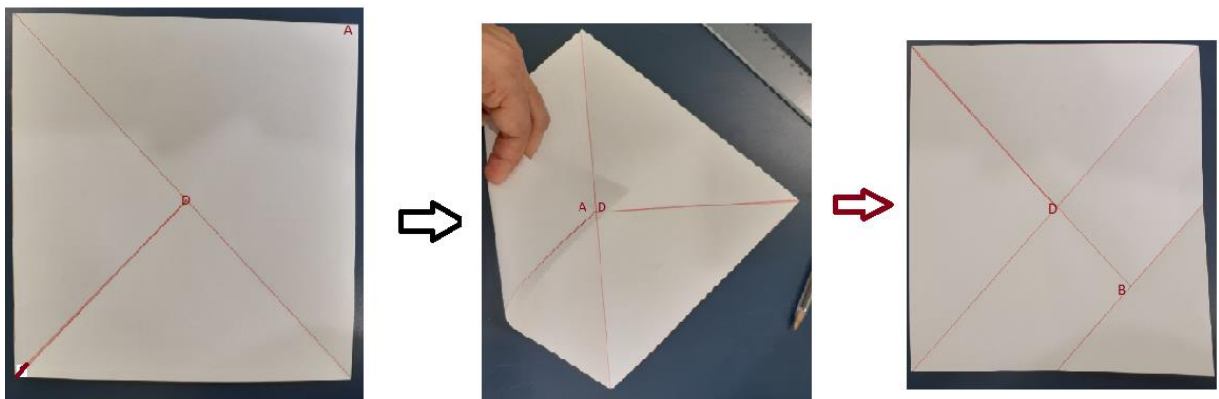
Figura 22 – Etapas 4, 5 e 6 da construção do Tangram por dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

c) Dobrar o vértice A até encostar no ponto D , centro do quadrado. Essa dobradura vai formar o triângulo médio. Daí traça-se um segmento do ponto D ao ponto B , conforme a figura 23.

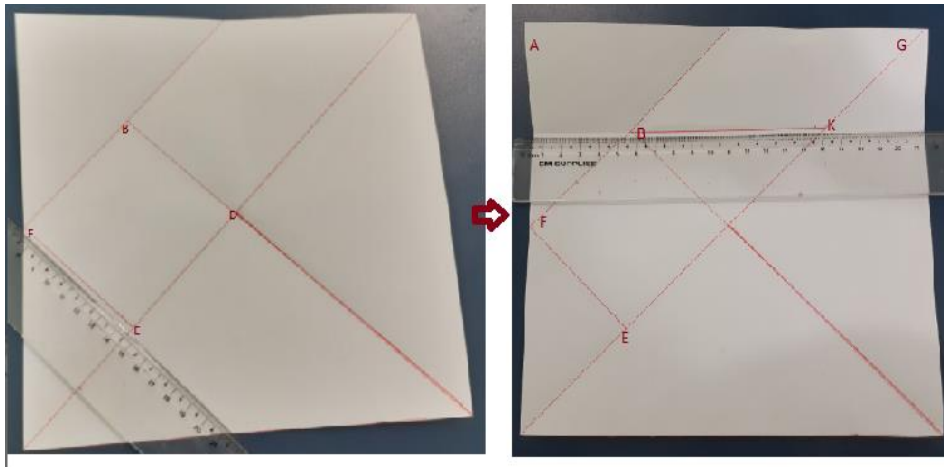
Figura 23 – Etapas 7, 8 e 9 da construção do Tangram por dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

d) Traçar um segmento de reta FE paralelo ao segmento BD , de mesmo tamanho de BD , e um segmento de reta BK paralelo ao lado do quadrado AG , de modo a não ultrapassar as linhas já traçadas. Veja a figura 24.

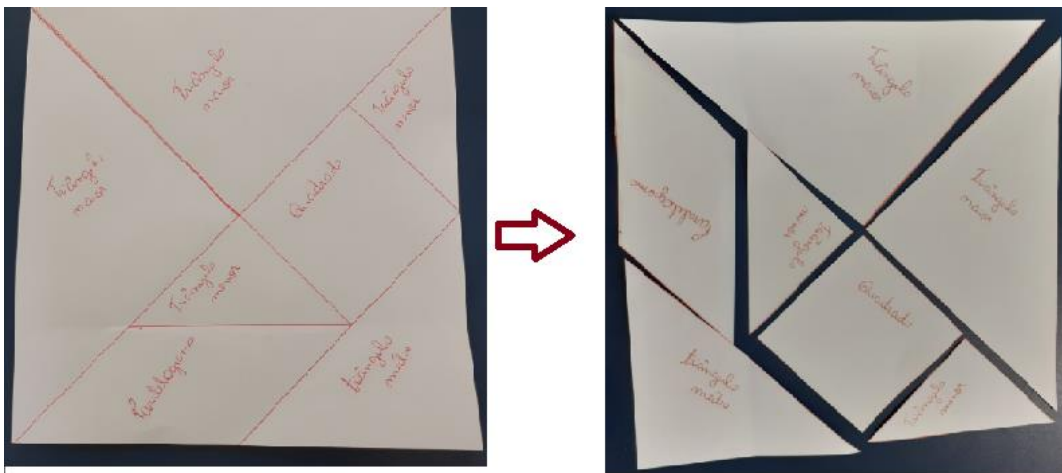
Figura 24 – Etapas 10 e 11 da construção do Tangram por dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

e) Nomear os polígonos que compõem o Tangram, colorir e recortar, como na figura 25. Depois colar em um papel firme, por exemplo, papelão, até mesmo em caixa de embalagens, fazendo assim reciclagem de produtos do dia a dia, em seguida, colorir.

Figura 25 – Etapas 12 e 13 da construção do Tangram por dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

Temos assim o TANGRAM, pronto para jogar.

CAPÍTULO 3

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

3.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA

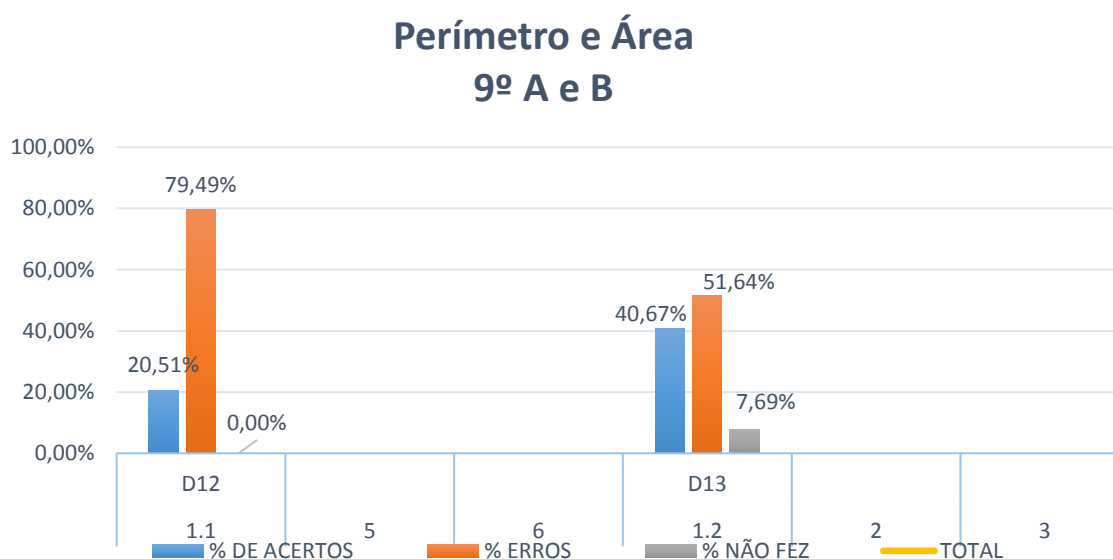
Após aplicação da primeira avaliação diagnóstica (anexo I) aos vinte e cinco (25) alunos participantes, os dados foram classificados em acertos, erros e questões sem resposta, e segundo os descritores D12 e D13. Especificamente, as questões 1.1, 5 e 6 referem-se ao descritor D12, e as questões 1.2, 2, 3 e 4, são referentes ao descritor D13.

Tabela 1 – Análise estatística da avaliação diagnóstica

TURMA 9º ANO A e B - Turno Matutino		
NÚMERO DA QUESTÃO	1.1, 5 e 6	1.2, 2, 3 e 4
DESCRITOR	D12	D13
% DE ACERTOS	20,51%	40,67%
% ERROS	79,49%	51,64%
% NÃO FEZ	0,00%	7,69%
TOTAL	100,00%	100,00%

Fonte: acervo pessoal (2021)

Gráfico 2 – Análise estatística da avaliação diagnóstica



Fonte: acervo pessoal (2021)

Ao analisar apenas o gráfico e a tabela produzida a partir dos resultados da avaliação, temos uma impressão muito ruim do aprendizado dos estudantes sobre os temas avaliados. Em detalhes, ao fazer análise dos resultados por questões, percebemos que os alunos não têm noção de área e perímetro de polígonos simples, pois temos um percentual de erro de mais de 50 % em cada um dos descritores, sendo 79,49% de erros no D12, que avalia situação-problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas, e 51,64% de erros e 7,69% de questões sem resposta para o descritor D13, que avalia situação-problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas, sendo que em todas as questões as figuras foram construídas em papel quadriculado e utilizando-se apenas números naturais para as medidas de comprimento e área.

Entretanto, ao analisarmos as justificativas dadas pelos alunos na avaliação, observamos que a maioria dos alunos sabia o que fazer, ou seja, os alunos sabiam que deveriam contar segmentos e quadradinhos, porém se confundiram ao pensar que a contagem de segmentos unitários estava relacionada ao cálculo de área e que a contagem de quadrados unitários estava relacionada ao cálculo de perímetro. Esse erro já havia sido observado por esta pesquisadora em todos esses anos trabalhando no ensino fundamental e médio, mas, somente agora estava sendo mensurado essa confusão na aprendizagem.

De fato, esta situação já havia sido observada por outros pesquisadores, conforme Lima e Bellemain,

[...] o cálculo de área e perímetro é usualmente ensinado através de fórmulas de área, que são funções que fornecem a medida de área, em termos do comprimento de segmentos associados à figura. Este procedimento é indispensável para o cálculo de áreas, mas, em sua utilização, tem sido verificada persistentes dificuldades entre os alunos. Uma delas é a confusão entre área e perímetro; outra é a extensão indevida da validade das fórmulas de área: a área de um paralelogramo é o produto dos lados (LIMA e BELLEMAIN, 2002, p. 27).

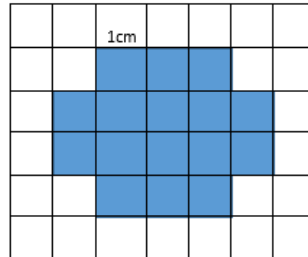
A seguir é constatada essa confusão a partir da análise das justificativas dadas por alguns alunos às questões que abordam o perímetro e a área de uma região delimitada por um polígono, escolhidos a partir de um padrão de erros.

3.2 ANÁLISE DE JUSTIFICATIVAS NA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Para analisarmos as justificativas, faremos a escolha de respostas que representam a grupos de alunos com justificativas similares e focaremos na primeira questão onde é proposto um único

polígono (figura 27) e requerido o cálculo do seu perímetro, na questão 1.1, e o cálculo da sua área, na questão 1.2. Observe que esta é a única questão onde é utilizado o termo *perímetro*, enquanto nas outras questões se utiliza o termo *contorno*, que pode ser mais habitual aos alunos.

Figura 26 – Polígono da questão 1



Fonte: acervo pessoal (2021)

Questão 1. Suely usou um elástico para representar uma figura no quadro de preguinhos que a professora levou para a sala de aula. Veja o que ela fez (Figura 26).

Figura 27 – Justificativa do aluno A3

1.1) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é o perímetro da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

A) 20 cm. B) 22 cm.
 C) 18 cm D) 16 cm.

Espaço para justificar sua resposta.

20 cm porque da margem
 20 quadradinhos para fazer a
 imagem

1.2) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é a área da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

A) 20 cm² B) 14 cm².
 C) 15 cm² D) 16 cm²

Espaço para justificar sua resposta.

20 cm² porque da
 dentro 20 quadradinhos
 para fazer a figura

Fonte: acervo pessoal (2021)

Aluno A11

1.1) (D12) Justificativa: O aluno A11 justifica com um desenho alterado (figura 29) do polígono proposto no problema, o qual preserva o número de quadradinhos, mas não a forma do polígono. Também escreve 1cm em cada lado dos quadradinhos que estão no contorno do polígono, nos lados superior e inferior, mas não nas laterais do novo polígono, o que leva ele a contar um total de 16 cm.

1.2) (D13) Justificativa: “Cada quadradinho é 1cm então soma e vai dar 16 cm²”.

Pela justificativa apresentada pelo aluno A11 observamos que ao alterar a forma do polígono inicial, este não percebe que também está alterando o perímetro, porém conservando a área, pois a nova figura tem a mesma quantidade de quadrados unitários do polígono inicial, em vista disso ele consegue acertar a questão 1.2, sobre cálculo de área da figura, mas não o cálculo do perímetro. Também observamos que ele não fez distinção entre cm e cm², unidades de medida de comprimento e área, quando se refere a “cada quadradinho é 1 cm”. E ao tentar calcular o perímetro do novo polígono (20cm), ele deixa de contar os quatro lados laterais não marcados, concluindo em um resultado errado (16cm).

Após a aula dialogada em que foi realizada a correção da avaliação diagnóstica com análise de erros, percebeu-se em destaque que o enunciado do problema não fez sentido para muitos alunos, seja pelo desconhecimento dos conceitos matemáticos, pela confusão entre conceitos ou pelo esquecimento destes pela falta de prática ou uso. Neste sentido, o significado da palavra utilizada para definir um conceito matemático pode ser um aliado para lembrar destes, via associação. Por exemplo, a palavra perímetro, que tem origem etimológica que remete ao próprio conceito matemático, foi bem trabalhada no aspecto matemático e de linguagem nos anos anteriores? Esse questionamento foi feito aos alunos e a maioria alegou não lembrar de ter ouvido a palavra “perímetro” em aula ou em qualquer outro lugar.

Mas, e a palavra área? Não seria um termo comum no dia a dia? O que foi respondido é que não sabiam o que seria área, a partir disso, a avaliação diagnóstica ficou marcada pelo desconhecimento dos significados ou conceitos das palavras perímetro e área e não apenas pela dificuldade de realizar cálculos matemáticos.

Outra dificuldade observada, não apenas nesta aplicação de avaliação, mas ao longo de todos esses anos de docência, é que muitos alunos têm dificuldade em utilizar a régua, não reconhecendo 1cm, como a distância entre dois números naturais consecutivos na mesma. A partir disso, na figura apresentada na malha quadriculada, alguns alunos contaram os pontos

representados pelos preguinhos no geoplano⁷ e não os segmentos formados entre dois deles, como é constatado na justificativa do aluno A21, na figura 30, a seguir.

Figura 30 – Justificativa do aluno A21

1.1) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é o perímetro da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

A) 20 cm. B) 22 cm.
 C) 18 cm D) 16 cm.

Espaço para justificar sua resposta.

Pois ela contou de linha em linha para representar cada preguinho e contando tudo deu um total de 20

1.2) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é a área da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

A) 20 cm² B) 14 cm².
 C) 15 cm² D) 16 cm²

Espaço para justificar sua resposta.

20 cm pois é a mesma medida que cada preguinho.

Fonte: acervo pessoal (2021)

Aluno A21

1.1) (D12) Justificativa: “Pois ela contou de linha em linha para representar cada preguinho e contando tudo deu um total de 20”.

1.2) (D13) Justificativa: “20 cm pois é a mesma medida que cada preguinho”.

⁷ Geoplano é um recurso didático geométrico, confeccionado, em geral, em uma tábua de madeira retangular, com pregos espaçados de 1cm, formando linhas e colunas. Uma utilização comum é no estudo de área e perímetro de polígonos.

Veja que a partir da justificativa dada pelo aluno A13 (figura 31), podemos deduzir que ficou bem entendido a diferença entre perímetro e área de uma figura plana.

Dos 25 alunos que participaram da pesquisa, todos estudaram na mesma escola, EMEF Adamastor Furtado, nos 7º e 8º ano, alguns sendo alunos dessa escola desde o 1º ano. Portanto o nosso questionamento é, por que nem todos os alunos alcançaram o conhecimento necessário para resolver questões simples como as que foram tralhadas na avaliação diagnóstica?

Responder a esse questionamento requer um conhecimento mais aprofundado da situação do aluno em sua vida cotidiana e suas relações fora do âmbito escolar. Sendo assim, é a partir da experiência como professores, que temos a percepção de que existem muitos fatores influenciando positiva ou negativamente no aprendizado do aluno. Entre eles, destacam-se aspectos ambientais, econômicos, sociais, afetivos, psicológicos, emocionais e familiares (GOMES, 2018), entretanto muitos deles fogem ao alcance dos docentes e pelo menos, no âmbito de ensino, nosso intuito é analisar metodologias que otimizem o aprendizado do aluno de forma significativa, como educadores que somos.

O professor e o aluno constituem um par unitário, indivisível quando analisamos o que ocorre em sala de aula. A aprendizagem é o resultado desse encontro. A pergunta a ser feita é: quais comportamentos ocorrem nesse encontro, em quais situações, para termos esse resultado? (MAHONEY, 2000. p. 13, apud, (SEGUNDO, 2007)).

Portanto, não nos ateremos ao que ocorre fora de sala de aula. Nossa pesquisa se concentrará em atividades em sala de aula, buscando conquistar a simpatia, respeito e colaboração do discente para conseguirmos alcançar os melhores resultados possíveis. Todas as atividades encaminhadas, como atividades para casa, serão corrigidas em sala de aula, com análise de erros e acertos, sempre contando que a maioria fará o que foi pedido na atividade proposta.

Após a análise estatística da avaliação diagnóstica, foi planejada a sequência didática e dado início às aulas utilizando o recurso didático “jogo do Tangram” na expectativa de potencializar a aprendizagem dos descritores analisados, D12 e D13, que são pré-requisitos para estudar o conteúdo do 9ª ano. Desse conteúdo que virá em sequência, destacamos os temas: equação polinomial do 2º grau, que está relacionado a área de uma figura plana, e sistemas de equações, que relacionamos a área e perímetro.

CAPÍTULO 4

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: ENSINO DE ÁREA E PERÍMETRO UTILIZANDO O TANGRAM

Esta sequência didática é uma versão adaptada de um estudo feito no Roteiro 11 do Multicurso Matemática, Projeto do Governo do Estado do Espírito Santo em parceria com a Fundação Roberto Marinho que ocorreu no período de 2008 a 2012.

4.1 ORGANIZAÇÃO DA SEQUENCIA DIDÁTICA

Nível de Ensino: Ensino Fundamental (8º ano)

Conteúdo abordado: Geometria: área e perímetro de figuras planas

Objetivo: Comparar formas, áreas e perímetros, levando o aluno a compreender conceitualmente: “o que é medir?”, “o que é medir área?” e “o que é medir perímetro?”.

Objetivos específicos: Levar o aluno a aprimorar sua capacidade de identificar, comparar e classificar figuras geométricas planas, calcular a área e o perímetro de figuras planas e construir figuras de áreas e perímetros estabelecidas.

Pré-requisito: Noções básicas da Geometria Plana: quadrado, triângulo, comprimento, largura, adição e multiplicação.

Tempo previsto: 10 horas/aula. Uma hora aula corresponde ao período de 55 minutos.

4.2 ORIENTAÇÕES E PROCEDIMENTOS

- Solicitar aos alunos para conservar na bolsa tesoura sem ponta e régua, que fazem parte do Kit escolar fornecido pela Secretaria Municipal de Educação de Viana em 2021. Observação: devido à COVID 19, nenhum material poderá ser compartilhado entre alunos;
- Levar alguns exemplares do jogo de Tangram para apresentá-los em sala de aula e contar uma história/lenda do seu surgimento, além de relatar versões diferentes da sua origem, para aguçar a curiosidade dos alunos;

- Mostrar os exemplares do jogo de Tangram prontos e propor aos alunos a construção do jogo através de dobraduras, utilizando papel, lápis ou caneta, régua e tesoura sem ponta;
- Levar para sala de aula um Data Show para apresentar aos alunos algumas figuras coloridas formadas com as peças do Tangram. Após essa apresentação, mostrar as mesmas figuras, porém em preto e branco, para eles determinarem quais peças do Tangram foram usadas para formar tal figura. Em cada atividade será apresentada, após aproximadamente 5 minutos, a mesma figura, agora formada com peças coloridas, a fim de tomarem ciência de como cada peça foi utilizada para sua construção.
- Logo após, disponibilizar aos alunos momentos para jogar o “jogo pelo jogo”, isto é, deixar os alunos à vontade para formarem figuras diversas a partir da folha impressa que será fornecida para cada aluno com formatos de casa, gato, chinês, barco, entre outras;
- Em seguida, usar as peças confeccionadas para explorar as atividades propostas a seguir.

4.3 EXPLORANDO AS POSSIBILIDADES DO TANGRAM: formas, áreas e perímetros

Nesta sequência didática, o lado da única peça quadrada do Tangram será considerado como segmento unitário, isto é, de comprimento igual a $(1u)$ uma unidade, e a partir dessa medida serão calculados, via comparação, os perímetros de figuras geométricas formadas utilizando peças do Tangram. Agora observe que a hipotenusa dos triângulos menores e o cateto do triângulo médio do Tangram, têm a mesma medida que a diagonal do quadrado, e que por Teorema de Pitágoras⁸ deduzimos ser igual ao número irracional $\sqrt{2}$, no entanto, conforme levantamento de conhecimentos consolidados da turma (gráfico 1), o 88% dos alunos ainda não alcançaram o conhecimento prévio para abordar resolução de equações, o que pode dificultar o uso desse teorema, mas, percebemos o momento sendo oportuno para introduzir as operações de adição e multiplicação de números irracionais da forma $n\sqrt{2}$; $n \in Q$, necessárias para a resolução de exercícios propostos.

4.3.1 CRIANDO FORMAS

Com as peças do Tangram, formar um quadrado usando:

a) só duas peças;

⁸ O Teorema de Pitágoras afirma que dado um triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

- b) só três peças;
- c) só quatro peças;
- d) só cinco peças;
- e) todas as sete peças.

4.3.2 CALCULANDO ÁREAS

O cálculo de área de uma figura será feito por comparação com uma unidade de área definida, assim como o perímetro será feito pela comparação com uma unidade de medida de comprimento definida. Em geometria euclidiana utiliza-se o quadrado de lado $1u$ (uma unidade de comprimento) como unidade de área.

Nessa atividade vamos considerar o quadrado Q do Tangram, sendo essa unidade de área, isto é, a área de Q será igual a $1u^2$, e o lado da peça quadrada, como segmento unitário com medida de comprimento igual a $1u$.

A princípio, por exemplo, podemos pedir aos alunos para observar o triângulo menor do Tangram e comparar sua área em relação à peça quadrada Q . Em seguida, comparar o perímetro da peça quadrada com o perímetro do triângulo menor. O propósito é levar os alunos a identificar e concluir que o triângulo menor tem a metade da área da peça Q , porém seu perímetro não é a metade do perímetro da peça Q , quanto a isto, o perímetro de Q é igual a $4u$ e o perímetro de TP igual a $2 + \sqrt{2} u$. Esta observação pode ajudar os alunos a diferenciar entre o cálculo de área e o cálculo de perímetro, dificuldade recorrente dos estudantes.

Então, considerando a área do quadrado Q como unitária, calcular as áreas das outras peças do Tangram.

- a) área dos triângulos pequenos TP (Resposta: $1/2 Q$);
- b) área do triângulo médio TM (Resposta: $1 Q$);
- c) área dos triângulos grandes TG (Resposta: $2 Q$);
- d) área do paralelogramo P (Resposta: $1 Q$).

Agora, considerando o lado do quadrado Q como unitária ($1u$), sabendo que a diagonal do quadrado Q mede $\sqrt{2} u$, calcular o perímetro (medida do contorno) das outras peças do Tangram.

- a) perímetro dos triângulos pequenos TP (Resposta: $2 + \sqrt{2} u$);
- b) perímetro do triângulo médio TM (Resposta: $2 + 2\sqrt{2} u$);
- c) perímetro dos triângulos grandes TG (Resposta: $4 + 2\sqrt{2} u$);
- d) perímetro do paralelogramo P (Resposta: $2 + 2\sqrt{2} u$).

Nesta atividade podemos destacar que o paralelogramo P e o triângulo médio TM são figuras diferentes que têm a mesma área, $S(P) = S(TM) = 1u^2$ e têm o mesmo perímetro, sendo o perímetro de ambos igual a $2 + 2\sqrt{2} u$.

4.3.3 RELACIONANDO FORMAS, ÁREAS E PERÍMETROS

Sabendo agora a área de cada peça do Tangram, e utilizando ainda o quadrado Q como unidade de área ($1u^2$) e o lado do quadrado como unidade de medida de comprimento ($1u$), construir as seguintes formas com as áreas informadas abaixo, e em seguida, calcular o perímetro (aproximado) por comparação com o lado do quadrado.

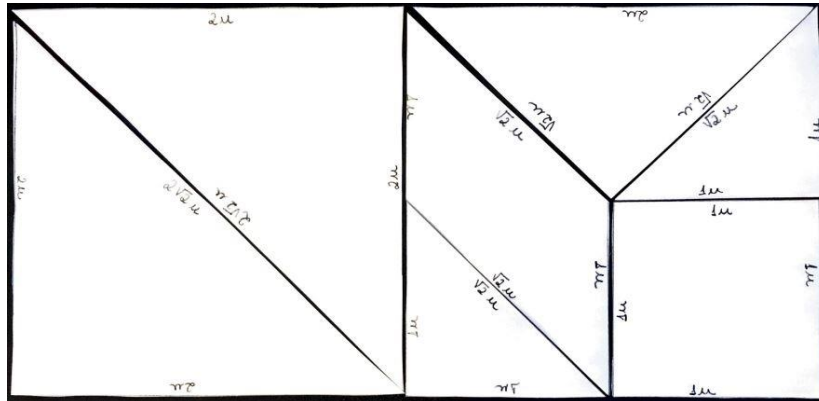
- a) retângulo de área igual a $4 u^2$;
- b) triângulo de área igual a $4,5 u^2$;
- c) paralelogramo de área igual a $6 u^2$;
- d) quadrilátero que seja retângulo e tenha área $8 u^2$;
- e) triângulo de área $8 u^2$;
- f) trapézio de área $3 u^2$.

Veja que uma solução simples e imediata da letra d da atividade proposta é o próprio Tangram, que é um quadrado formado com todas as peças e cujo perímetro é $8\sqrt{2} u$, embora alguns alunos possam vir a acreditar que um quadrado não é um retângulo e portanto esta não seria uma solução correta, logo este momento poderá ser propício para o professor ressaltar que *todo quadrado é um retângulo*, mas não o recíproco, como exemplificado em outra solução possível e mais elaborada do exercício: a formação de um retângulo, que não é um quadrado, com todas as peças do Tangram, como ilustrado na figura 32 e cujo perímetro é $12 u$.

Observe, ainda, que nesta atividade podemos explorar a ideia de que utilizando todas as 7 peças do Tangram teremos sempre figuras de área igual a $8u^2$, porém, cujos perímetros, na maioria das vezes, serão diferentes. Temos a figura 33 que ilustra essa ideia, pois, para a construção tanto da casa quanto do cisne, utiliza-se as sete peças, logo a área de ambos é $8u^2$, porém o

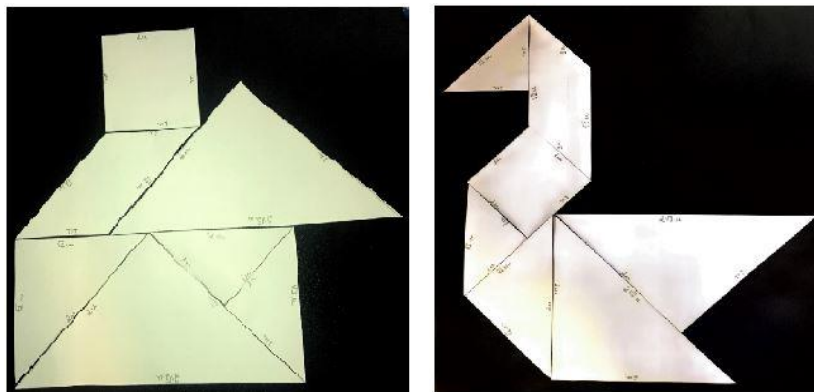
perímetro da casa é aproximadamente $6,5 + 5\sqrt{2} u$ e o perímetro do cisne é aproximadamente $8,5 + 6\sqrt{2} u$.

Figura 32 – Retângulo de área $8u^2$ e perímetro $12u$



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 33 – Comparando Área e perímetro



Fonte: acervo pessoal (2021)

Uma aula dialogada em cada atividade levando os alunos a deduzirem as ideias acima, é o que propomos como construção de um conhecimento mais sólido, não dependendo apenas de decorar uma fórmula, mas de compreender a ideia de perímetro como o comprimento do contorno da figura, em particular, dos polígonos estudados em geometria plana.

4.3.4 ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Atividade 1) A partir das figuras formadas por peças do Tangram na figura 34, calcular a área de cada figura, adotando como unidade de área o quadrado Q do Tangram, e calcular o

perímetro aproximado de cada figura, tendo como unidade de medida de comprimento o lado do quadrado Q .

Observação: Nesta atividade o docente poderá perceber se o aluno alcançou o objetivo da aula, que é determinar a quantidade de quadrados unitários que cabem na figura mostrada e que o contorno da figura é o seu perímetro, fazendo assim a distinção entre área e perímetro. Se o aluno tiver compreendido a noção de área como a contagem de quadrados unitários, em uma aula dialogada, ele perceberá que todas as figuras formadas terão área igual a $8u^2$.

Figura 34 – Casa, cavalo e cisne com peças do tangram



Fonte: (Educação e transformação)

Atividade 2) Calcular a área e o perímetro da sala de aula

- 2.1) Observar a sala de aula, desenhar um quadrado de $1m^2$ no chão da sala. Pedir aos alunos para fazerem estimativas da área e do perímetro da sala, tendo como referência o quadrado desenhado no chão. Permitir que os alunos troquem ideias por um período de no máximo 5 minutos;
- 2.2) Calcular a área e o perímetro da sala de aula com o auxílio de uma trena, a saber: os alunos deverão medir o comprimento e a largura da sala de aula, calcular quantos metros quadrados têm a sala e quantos metros de rodapé seriam necessários para cobrir todo o perímetro da sala;
- 2.3) Comparar as estimativas dos alunos e a área e o perímetro calculados a partir da medição com a trena;
- 2.4) Concluir a atividade com uma aula dialogada sempre com o objetivo de avaliar se os alunos estão conseguindo fazer a distinção entre área e perímetro.

Atividade 3) Disponibilizar lista de exercícios como dever de casa.

4.3.5 AVALIAÇÃO QUALITATIVA

Todas as etapas serão avaliadas pelo docente proponente, desde o momento em que é proposto a atividade aos alunos em sala de aula, até a avaliação de aprendizagem ou de saída. Em uma planilha constarão o nome de todos os alunos participantes e será assinalado a participação dos alunos em cada etapa com letras A, B, C sendo A: muito interessado; B: Interessado; C: pouco interessado. Estas letras valerão notas 1,5; 1,0 e 0,5 respectivamente. Ao final serão somados todos os pontos e registrados em pauta como uma única nota.

4.3.6 AVALIAÇÃO QUANTITATIVA

Será aplicada uma prova escrita de múltipla escolha, com espaço para justificar as respostas. As justificativas poderão ser apresentadas mediante cálculo numérico ou simplesmente como uma explicação do passo a passo usado pelo aluno para encontrar a resposta correta.

A avaliação quantitativa será um parâmetro para tomada de decisões sempre visando o aprimoramento do ensino/aprendizagem.

CAPÍTULO 5

DESCRIÇÃO DAS AULAS

A matriz de organização curricular do município de Viana - ES, no ano letivo de 2021, determina que sejam dadas cinco aulas semanais de matemática para as turmas de 9º ano, cada aula com uma duração de 55 minutos. Por conseguinte, nossas atividades foram planejadas para ocorrer em dez aulas durante duas semanas, sendo a primeira aula utilizada para a aplicação da avaliação diagnóstica. Não obstante, pela pandemia do COVID-19, iniciamos o ano letivo de 2021 no mês de fevereiro com revezamento de alunos, tendo em cada dia 50% da turma presente à aula. Este modelo de aula presencial fez que o período programado inicialmente para a pesquisa, se estendesse até março, sem conseguirmos cumprir com o cronograma inicial. Ainda, para dificultar um pouco mais a situação, em 17 de março de 2021 houve a interrupção das aulas pelo Decreto Estadual nº 4838-R, que determinou a suspensão das aulas presenciais por 14 dias, no período de 18 a 31 de março de 2021. Dessa forma, não foi possível realizar o projeto no período concebido inicialmente.

Para a pesquisa foi planejada a participação de 25 alunos do 9º ano, distribuídos em duas turmas sob minha responsabilidade. A princípio, estabeleci fazer o registro de análise de apenas uma turma, embora fosse aplicar a sequência didática, utilizando o jogo de Tangram, nas duas turmas, porém, com o revezamento das aulas presenciais foi necessária a participação de todos os alunos no dia 24/02/2021, quando começamos a pesquisa, portanto, o registro de dados refere-se aos 25 alunos das duas turmas. A partir daí, até a suspensão das aulas em 17 de março, foram feitos registros em dias alternados, quando os alunos avaliados estavam presentes na escola.

O Decreto Estadual nº 4838-R foi prorrogado e só retornamos às aulas presenciais em 31/05/2021, com revezamento por cores (figura 43), que dividiu as duas turmas em quatro turmas, e fez que a conclusão da pesquisa se estendesse ainda mais e a avaliação qualitativa ficasse comprometida. Em vista das mudanças, a avaliação qualitativa foi realizada por aula, observando a turma como um todo e não individualmente, como proposto inicialmente.

Após essa interrupção, tivemos que reiniciar o trabalho com uma breve revisão do conteúdo, indagando o que os estudantes ainda lembravam das aulas. Por esse motivo, na descrição das aulas há uma lacuna grande entre as datas.

A seguir são descritas as aulas realizadas do início até a finalização da pesquisa com a avaliação da aprendizagem:

1º AULA – 22/02/2021- Apresentação do projeto aos alunos e contrato verbal de colaboração mútua para andamento das atividades.

2º AULA – 24/02/2021 – Aplicação da 1º avaliação diagnóstica.

- Público alvo: 25 alunos do 9º ano do ensino fundamental da EMEF Adamastor Furtado, Viana/ES.
- Unidade Temática avaliada: Grandezas e medidas (Área e Perímetro).
- Objeto de conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas em polígonos mais simples, como triângulos ou retângulos, cujas áreas podem ser facilmente determinadas.
- Habilidades: Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas. Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.

3º AULA – 01/03/2021 – Apresentação da análise estatística do resultado da avaliação para as turmas, correção das questões e análise de erros, concomitante à revisão da unidade temática avaliada. Foi usado Datashow para oferecer uma apresentação mais dinâmica.

4ª AULA – 03/03/2021 – A partir desta aula foi iniciada a sequência didática planejada e descrita no capítulo 4.

Iniciamos os trabalhos com uma aula expositiva dialogada para identificar o que os alunos sabiam previamente sobre conceitos básicos relacionados ao tema: polígono, perímetro, área, definição da palavra “medir”, “como medir?”. Conversamos sobre as figuras geométricas conhecidas por eles desde o primeiro ano do ensino fundamental, tais como: triângulo, retângulo, quadrado, círculo, quais delas eram polígonos? o que é medir? Como medir os lados de um polígono? O que é medir a área de uma superfície plana?

Durante essa conversa percebemos as deficiências no que diz respeito à Geometria Euclidiana. Chamamos a atenção dos alunos para a necessidade de definirmos uma unidade padrão de medida antes de medir qualquer figura ou objeto. Por exemplo, poderíamos usar um palmo, como medida padrão, para determinar o comprimento da lousa. É claro que isso daria muito trabalho, mas seria possível fazer essa medição, logo, o comprimento da lousa seria a

quantidade numérica de quantos palmos caberiam na extensão medida. Ou talvez medir a área da sala utilizando como unidade de medida uma folha de papel A4, reduzida a um quadrado (o maior) após um corte. A quantidade de quadrados desse pedaço de folha de papel A4 que coubessem na superfície da sala, seria a área da sala.

A partir daí, a aula prosseguiu com a definição de polígono, incluindo a composição da palavra: POLI – O prefixo poli vem do grego polýs e é usado também para classificar uma palavra com quatro sílabas ou mais, portanto podemos usar este ponto de contato com a língua portuguesa para ajudá-los a memorizar as palavras usadas na linguagem matemática, sabendo que sempre que aparecer o prefixo “poli” teremos o significado de “muitos”; GONO – sufixo de origem grega que expressa a ideia de ângulo.

Assim, de forma simples, usando a ideia da formação da palavra deduzimos um significado possível: polígono é uma figura geométrica com muitos ângulos.

Em seguida, após essa informação prévia, é definido o que é um polígono: *O polígono é uma figura geométrica plana, composta por um conjunto fechado de segmentos de retas que não se cruzam.*

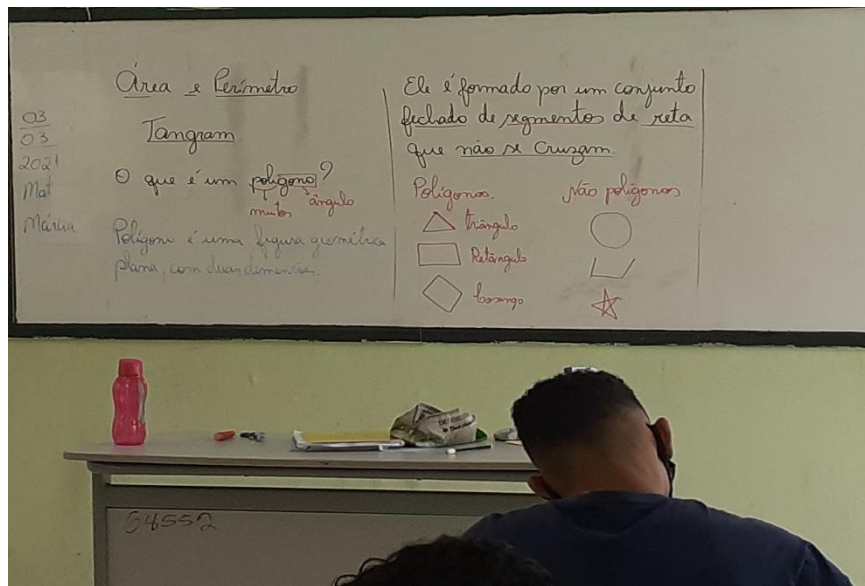
Para firmar esta definição são efetuadas três perguntas aos alunos como forma de identificar um polígono:

1. Todos os lados são segmentos de retas? Resposta: SIM
2. É uma figura fechada? Resposta: SIM
3. Os segmentos de retas, as linhas, se cruzam? Resposta: NÃO.

Com as respostas acima para cada uma das perguntas, podemos concluir que o objeto analisado é um polígono, assim, não sendo necessário decorar a definição formal de polígono para sabermos quando uma figura plana é um polígono ou não.

Prosseguimos a aula desenhando no quadro algumas figuras geométricas e pedimos aos alunos para identificar quais delas são polígonos, caso contrário, justificar o porquê de não ser polígono.

Figura 35 – Polígonos e não polígonos



Fonte: acervo pessoal (2021)

5ª e 6ª AULA – 05/03/2021

Após iniciarmos a aula com uma breve revisão da aula anterior, entregamos para cada aluno uma folha de papel A4 e começamos a aula contando uma versão da lenda do Tangram, versão apresentada no capítulo 2, que aborda o jogo.

Após a lenda do Tangram, iniciamos a construção do mesmo por meio de dobraduras. A construção do jogo usando dobradura tem como finalidade apresentar elementos de Geometria, aguçar o interesse dos alunos pelo assunto, tornar a aula mais prazerosa e interativa, trabalhar o uso da régua e, além disto, o aluno ter em casa um molde pronto para confeccionar seu próprio Tangram em papelão, jogar e aprender mais sobre as peças e as figuras que podem formar com as mesmas.

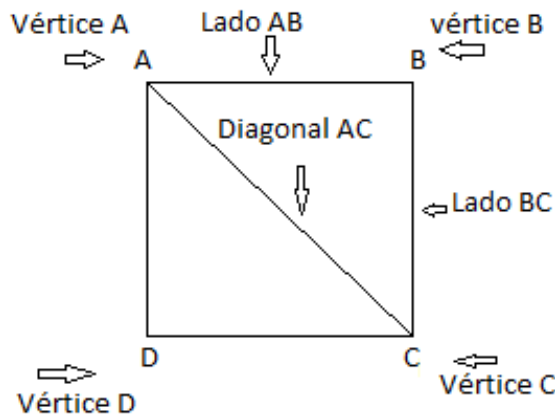
De acordo a Sheng, Ponce, Feng e Pigiani, em relação ao trabalho com dobraduras,

As atividades de desenvolvimento e embasamento dos conteúdos matemáticos de geometria plana demonstraram que este [dobraduras] não é uma ferramenta limitada apenas ao ensino ou desenvolvimento de uma potencialidade cognitiva, mas também uma ótima ferramenta avaliativa ou de sondagem na educação, possibilitando definir melhor as dificuldades dos alunos e nortear melhor os procedimentos perante os problemas encontrados (SHENG, PONCE, *et al.*, 2005).

A partir das dobraduras revisamos conceitos como: ponto, reta, retas paralelas, segmento de reta, vértices e lados de um polígono, diagonal, vértices consecutivos e ponto médio de um segmento. Na figura 34 temos a descrição de alguns desses conceitos utilizando o polígono $ABCD$:

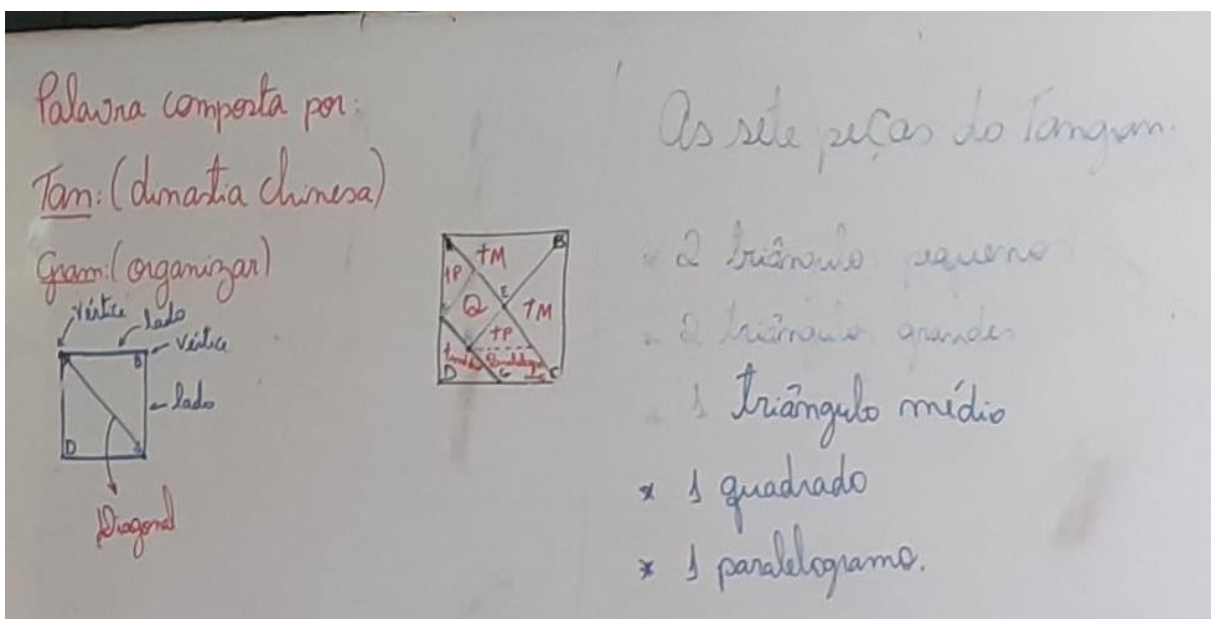
- Vértices: A, B, C, D ;
- Lados: AB, BC, CD, DA ;
- Diagonais: AC e BD .

Figura 36 – Elementos de um polígono



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 37 – Sete peças do Tangram em dobradura



Fonte: acervo pessoal (2021)

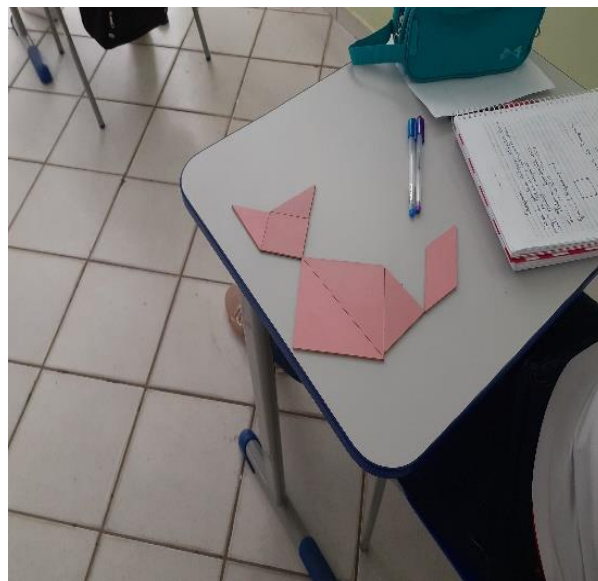
Após a confecção do Tangram cada aluno teve um momento para jogar o jogo pelo jogo, que consistiu em construir figuras a partir de imagens projetadas no quadro utilizando o Datashow. Primeiro foi fixado a figura de um gato para que eles pudessem entender como dispor as peças de forma a montar essa figura. Para esta atividade utilizamos jogos de Tangram confeccionadas em madeira. A figura montada com peças coloridas facilitou o entendimento de como dispor e, que peças utilizar a fim de formar o gato.

Figura 38 – O chinês e o gato



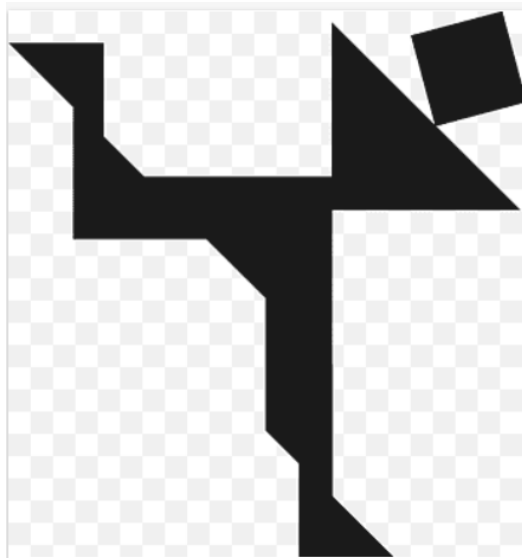
Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 39 – Gato montado por um aluno



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 40 – Chinês em equilíbrio



Fonte: <https://www.pngegg.com/pt/search?q=tangram>

Após aproximadamente 30 minutos de aula construindo figuras diversas a partir de imagens sombreadas, apresentadas usando o Datashow como na figura 38, demos início à atividade “Criando Formas” da sequência didática descrita no capítulo 4.

Os alunos conseguiram formar com facilidade um quadrado utilizando somente duas peças ou só três peças. Já as atividades para formar um quadrado com quatro, cinco ou sete peças do Tangram foram um pouco mais demoradas, mas, ao final, todos conseguiram fazer, sempre trocando ideia entre eles e mantendo o distanciamento social ao ficar cada aluno sentado em sua própria carteira.

Todos os alunos tentaram formar as figuras apresentadas no quadro usando o Datashow e a maioria conseguiu finalizar a atividade com 100% de aproveitamento. Para concluir a atividade, no final da aula foram apresentadas todas as figuras com as partes coloridas para os alunos poderem identificar a disposição de cada peça.

O fato de termos rodízio de alunos durante o período de pandemia e dos alunos não poderem trabalhar em grupo, mesmo trocando ideia em suas próprias carteiras, fez com que cada atividade demandasse maior tempo, o que culminou em mais aulas do que as previstas.

Observação: Pela minha experiência na utilização de jogos como recurso didático, esta forma de interação entre alunos não foi a ideal para a atividade. O trabalho almejado para a atividade proposta na pesquisa, seria aquela que se assemelha a uma monitoria, com a formação de pares

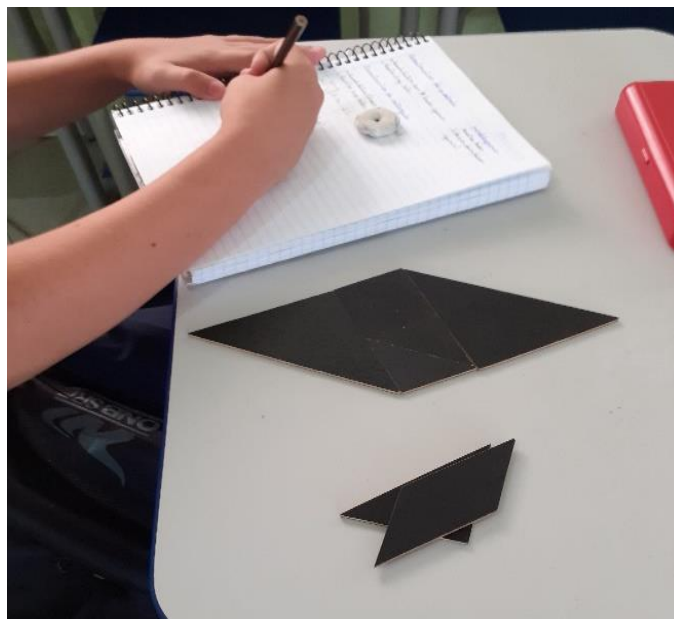
ou grupos maiores, com um aluno auxiliando o outro, no entanto tivemos que trabalhar com as condições disponíveis à época. Mas, um elemento que contribuiu à realização da atividade foi a participação dos alunos, que até aquele momento foi de total colaboração, tendo a minha presença como mediadora da situação.

Figura 41 – Quadrado usando cinco peças do Tangram



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 42 – Construção do paralelogramo de área 6Q



Fonte: acervo pessoal (2021)

7ª AULA – 15/03/2021 – Aplicação das atividades 2, 3 e 4 da sequência didática.

Nesta aula tivemos que fazer muitas intervenções até os alunos entenderem que o triângulo menor (*TP*) cabia na metade do quadrado (*Q*), portanto sua área era a metade da área do quadrado. A partir daí as demais áreas das peças do Tangram foram entendidas com relativa facilidade por parte de alguns alunos que auxiliaram os outros, sempre conversando à distância.

Em relação ao cálculo de perímetro, apresentamos o valor $\sqrt{2}u$ como a medida da diagonal da peça quadrada unitária (*Q*) do Tangram. Novamente tivemos que intervir para mostrar aos alunos como determinar a medida dos lados do triângulo menor (*TP*), utilizando como medida de comprimento unitária o lado do quadrado (*Q*). A partir daí, por comparação, os alunos conseguiram medir os lados das demais peças.

Aproveitamos também esta aula para introduzir a adição de números irracionais ao executarmos a atividade 2, que abordava o cálculo da área e perímetro de cada peça do Tangram.

As intervenções foram necessárias para agilizar a aula, pois o tempo estava ficando escasso, na expectativa de que a qualquer momento as aulas presenciais fossem suspensas.

8ª AULA – 17/03/2021 – Esta foi a última aula antes de entrar em vigor o Decreto Estadual nº 4838-R, de 17 de março de 2021, que determinou a suspensão das aulas presenciais por 14 dias, no período de 18 a 31 de março de 2021.

Nesta aula, a partir do Blog⁹ do professor Warles¹⁰ (WARLES, 2013), fizemos alguns exercícios com ênfase nos descritores D12 e D13 de matemática, relativo ao 9ºano.

Com a impossibilidade de continuarmos com aulas presenciais pelo período de 14 dias, foi criado um grupo de estudos com todos os alunos participantes, usando o aplicativo *WhatsApp*. No grupo foi disponibilizado uma lista de exercícios, anexo II, referentes aos descritores D12 e D13. Esses exercícios, de avaliações externas, também foram extraídos do Blog do professor Warles (WARLES, 2013). Contudo, a participação dos alunos foi muito aquém do desejado, visto as dificuldades surgidas durante o período de pandemia para a modalidade de ensino remoto, como: falta de acesso à internet, falta de equipamento adequado, e o abatimento e

⁹ O Blog ou página on-line do professor Warles contém uma série de lista de exercícios, simulados e muito material baseado e montado a partir dos descritores cobrados nas avaliações diagnosticas e avaliações externas do Ensino Básico.

¹⁰ O Professor Warles atua na Rede Estadual de Goiás como professor de Matemática. Ele é graduado e pós-graduado em Matemática pela UEG e lotado no Colégio Estadual Brasil da Cidade de Córrego do Ouro - GO.

desânimo dos estudantes. Em conclusão, não conseguimos a adesão dos alunos para fazer os exercícios propostos no grupo, mesmo sendo apresentados como desafios, e mais uma vez tivemos a avaliação qualitativa comprometida.

Logo, após algumas aulas desalentadoras que aconteceram pelo serviço de comunicação por vídeo, denominado *Google meet*, com a presença de no máximo oito alunos dos vinte e cinco participantes iniciais, deixamos a ideia do grupo e aguardamos o retorno das aulas presenciais.

Por fim, o retorno às aulas presenciais só aconteceu em 31/05/2021, comprometendo mais a pesquisa. Muitos alunos ficaram totalmente desmotivados nesse transcurso e dois alunos participantes, dentre os 25, não retornaram mais às aulas presenciais devido a terem comorbidade.

Na figura 41 são descritas as aulas após o retorno presencial por rodizio de cores, isto é, os alunos viriam à escola por escalonamento de quatro cores com uma distribuição estabelecida pela escola, no período de 31/05/2021 a 30/06/2021. A partir desse momento cada aula teria que ser reproduzida para quatro “turmas”.

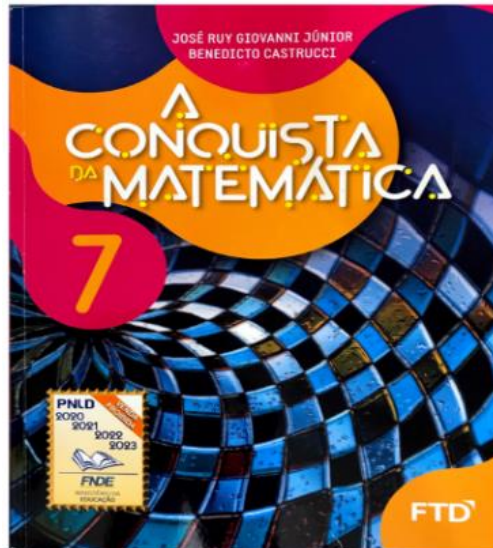
Figura 43 – Revezamento por cores

EMEF ADAMASTOR FURTADO	
9º ANO - MATUTINO	
GRUPO 1 - AMARELO	
AULAS MÊS DE JUNHO - DIAS DA SEMANA	
SEGUNDA-FEIRA	31/05/2021
TERÇA-FEIRA	08/06/2021
SEGUNDA-FEIRA	14/06/2021
SEXTA-FEIRA	18/06/2021
QUINTA-FEIRA	24/06/2021
QUARTA-FEIRA	30/06/2021
GRUPO 2 - VERDE	
AULAS MÊS DE JUNHO - DIAS DA SEMANA	
TERÇA-FEIRA	01/06/2021
QUARTA-FEIRA	09/06/2021
TERÇA-FEIRA	15/06/2021
SEGUNDA-FEIRA	21/06/2021
SEXTA-FEIRA	25/06/2021
GRUPO 3 - ROSA	
AULAS MÊS DE JUNHO - DIAS DA SEMANA	
QUARTA-FEIRA	02/06/2021
QUINTA-FEIRA	10/06/2021
QUARTA-FEIRA	16/06/2021
TERÇA-FEIRA	22/06/2021
SEGUNDA-FEIRA	28/06/2021
GRUPO 4 - AZUL	
AULAS MÊS DE JUNHO - DIAS DA SEMANA	
SEGUNDA-FEIRA	07/06/2021
SEXTA-FEIRA	11/06/2021
QUINTA-FEIRA	17/06/2021
QUARTA-FEIRA	23/06/2021
TERÇA-FEIRA	29/06/2021
ATENÇÃO!! O REVEAMENTO É POR COR, OU SEJA, UMA COR POR DIA.	

Fonte: GEF/2021

1ª aula após a suspensão das aulas: Retornamos às atividades fazendo uma breve revisão do conteúdo de área e perímetro, trabalhando novamente o conceito de área a partir de uma unidade padrão, isto é, um quadrado unitário. No quadro, foram apresentados exemplos e exercícios do livro *A Conquista da Matemática* (figura 44).

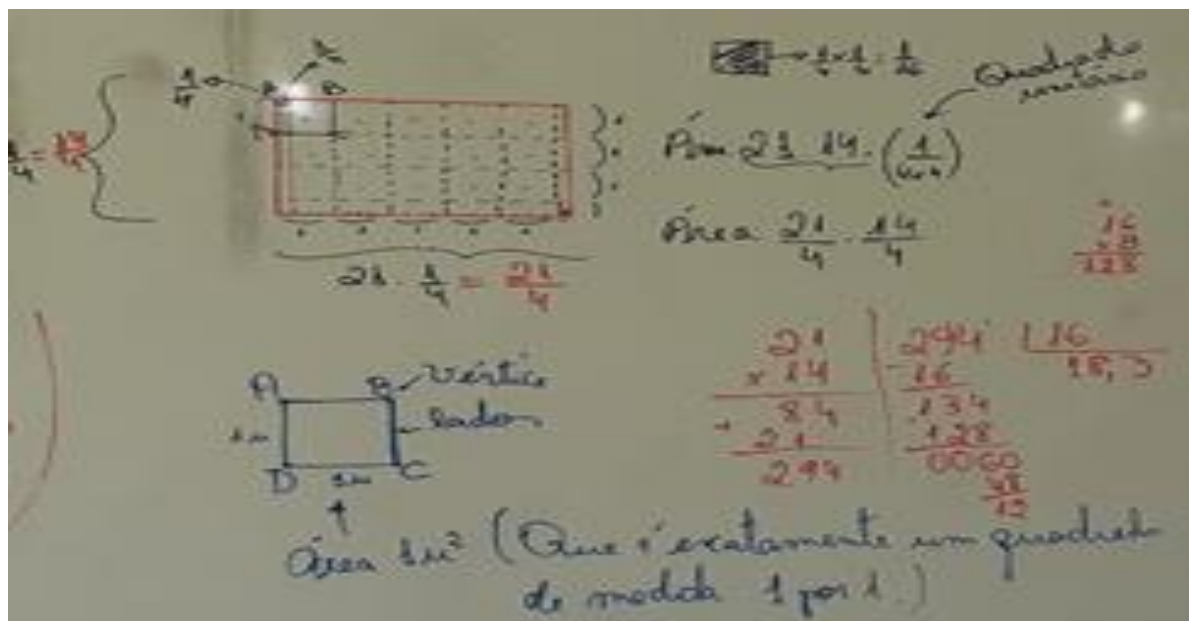
Figura 44 – Livro utilizado como exercício de reforço.



Fonte: acervo da escola EMEF Adamastor Furtado - 2021

Um dos exercícios abordados no quadro (figura 45) foi o cálculo da área de um retângulo cuja largura ($\frac{21}{4} u$) e comprimento ($\frac{14}{4} u$) eram números racionais.

Figura 45 – Área da superfície delimitada por um retângulo com dimensões racionais



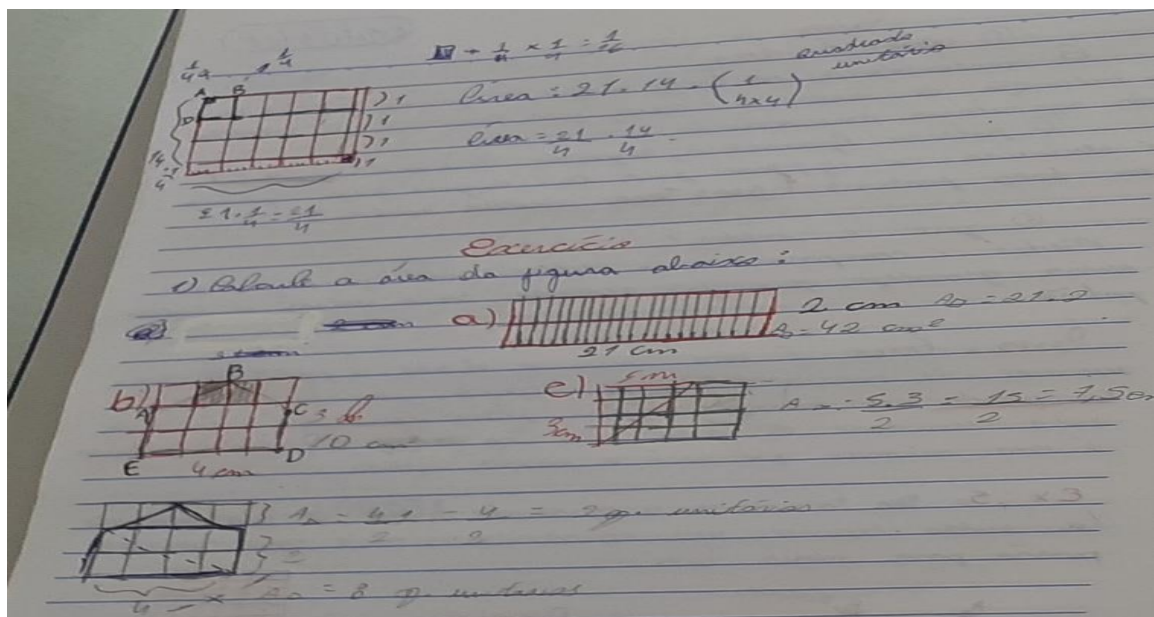
Fonte: acervo pessoal (2021)

Primeiramente os alunos fizeram uma estimativa, logo se procedeu à resolução do exercício fazendo os cálculos no quadro (figura 46). Para isso subdividimos o retângulo em 21 por 14 quadrados de área $1/16 u^2 = \frac{1}{4} u \times \frac{1}{4} u$.

Em seguida tivemos uma conclusão com aula dialogada, onde os alunos compararam as estimativas deles e o resultado final, após o cálculo pela multiplicação do comprimento pela largura. Concluimos que a multiplicação retangular seria suficiente para calcularmos a área do retângulo, sem precisar contar quadrados unitários, até porque, contar quadrados unitários quando as medidas são números racionais, torna a atividade muito trabalhosa.

Neste momento aproveitamos para fazer uma revisão de multiplicação de números racionais. Em seguida fizemos exercícios no caderno a partir de atividades expostas na lousa.

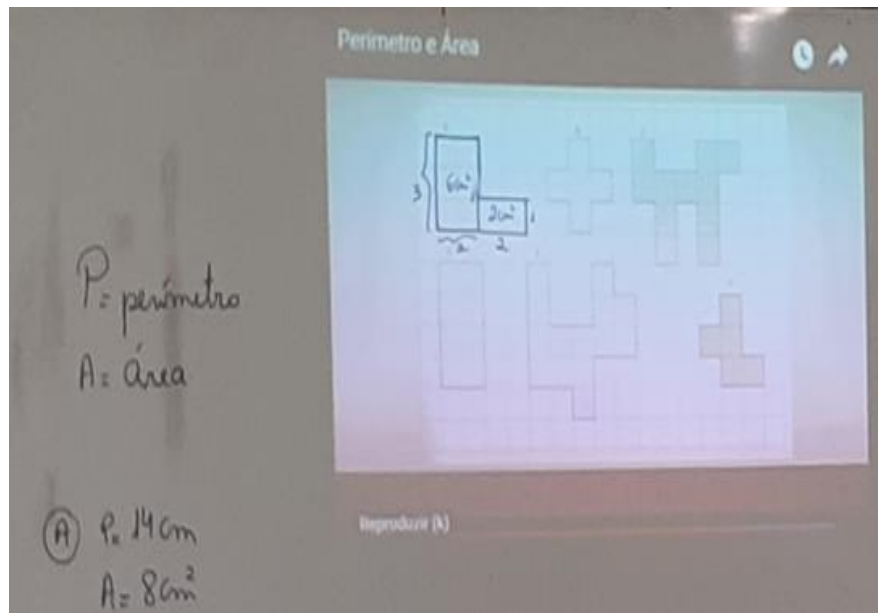
Figura 46 – Exercício sobre área e perímetro



Fonte: acervo pessoal (2021)

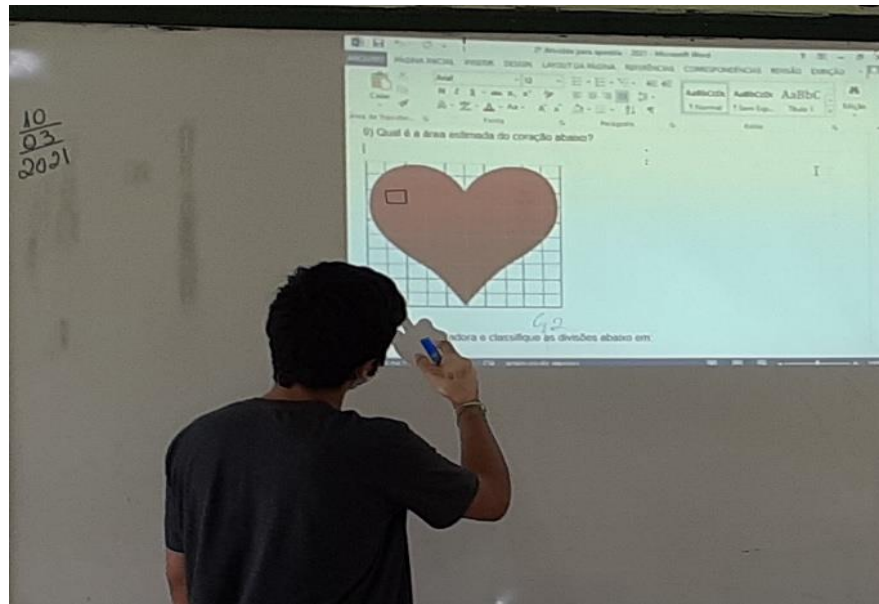
Fizemos novamente uma aula de exercícios diversos com ênfase nos descritores D12 e D13 de matemática do 9ºano, a partir do Blog do professor Warles (WARLES, 2013).

Figura 47 – Correção de exercício do blog do prof. Warles.



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 48 – Área do coração - contagem de quadrados por falta e por excesso.



Fonte: acervo pessoal (2021)

Fizemos no total oito aulas de exercícios de revisão utilizando figuras desenhadas em malha quadriculada, cujo perímetro e área requeria do aluno apenas contar lados unitários e contar quadrados unitários, respectivamente. Além disso, trabalhamos com a multiplicação retangular, ou seja, o cálculo da área a partir da multiplicação do comprimento pela largura de quadrados e retângulos. A partir dessa fórmula foram deduzidas as áreas do paralelogramo e do triângulo

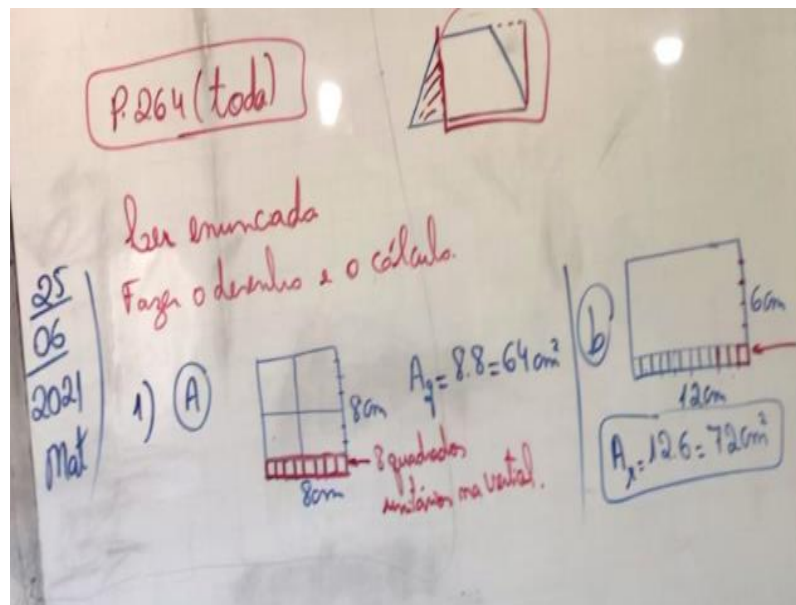
por meio de demonstração geométrica. Também foram trabalhados exercícios cuja solução deveria ser realizada pela decomposição da figura em: quadrados, retângulos e triângulos, para poder calcular sua área.

Figura 49 – Aluno fazendo exercício do livro do 7ºano, p. 264 e 265



Fonte: acervo pessoal (2021)

Figura 50 – Correção de exercício p. 264



Fonte: acervo pessoal (2021)

No total foram apresentadas oito aulas para as quatro "turmas", logo cada aluno assistiu a duas delas no período do revezamento das cores.

O espaçamento entre essas duas aulas dificultou a organização e continuidade do conteúdo para cada aluno. A avaliação de aprendizagem só foi aplicada após duas semanas da volta às aulas presenciais em 31/05/2021, ocupando toda uma semana, isto é, fazendo-se o uso de quatro aulas.

A seguir, no capítulo 6, será feita uma análise estatística da avaliação da aprendizagem por descritor e uma descrição geral da avaliação qualitativa, proposta inicialmente na sequência didática como sendo individual.

CAPÍTULO 6

AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

6.1 AVALIAÇÃO QUALITATIVA

A avaliação qualitativa foi baseada na análise da participação e envolvimento dos alunos durante as aulas da sequência didática. Devido às mudanças do planejamento inicial, a avaliação não foi realizada de forma individual ou por aluno, segue então uma avaliação qualitativa geral.

Inicialmente a turma de 25 alunos do 9º ano foi dividida em dois grupos para cumprir a medida de distanciamento social em sala de aula. Os alunos estavam muito empolgados com a volta às aulas presenciais, após o ano letivo 2020 ocorrer de forma remota devido à Pandemia de COVID-19. No período inicial da pesquisa, de fevereiro e março de 2021, mesmo mantendo distanciamento em sala de aula, os alunos trocaram ideias e conversaram entre si durante a execução das atividades propostas, com muito mais entusiasmo e participação mais ativa que em aulas regulares. No entanto, ao retornar do período de suspensão das aulas (maio), talvez pela divisão da turma, agora em quatro grupos, os alunos retornaram totalmente fora do perfil acostumado em dias “normais”, ou seja, nos dias em que não havia a ameaça de um vírus e as turmas de adolescentes eram bem agitadas e falantes. Os alunos estavam muito apáticos e com o semblante triste, em sua maioria. Dois alunos não puderam retornar por apresentarem algum tipo de comorbidade. Contudo, em todas as aulas, eles se dispuseram a realizar as atividades propostas, salvo um ou outro aluno, pois infelizmente, nem sempre uma metodologia de ensino é do agrado de 100% dos alunos. Em média, sempre haviam dois alunos que precisavam ser motivados para realizar as atividades que eram propostas, o que representa um percentual de 8% dos 25 alunos observados, julgando esse resultado ser um indicador positivo a respeito do uso de jogos como recurso didático que incentive a participação dos alunos em sala de aula. Além disso, consideramos que se as aulas tivessem sido lecionadas no formato tradicional, poderíamos ter obtido um resultado muito ruim na avaliação de aprendizagem, o que, como veremos a seguir, não ocorreu após a aplicação da nossa proposta didática.

Portanto, fica como sugestão, experimentar o uso de jogos como recurso didático em tempos menos tumultuados, para uma nova análise.

6.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Após as aulas de revisão do conteúdo de área e perímetro, aplicamos a avaliação da aprendizagem (ANEXO III) de forma presencial no período de 14/06/2021 a 18/06/2021, exceto para os dois alunos afastados, que fizeram

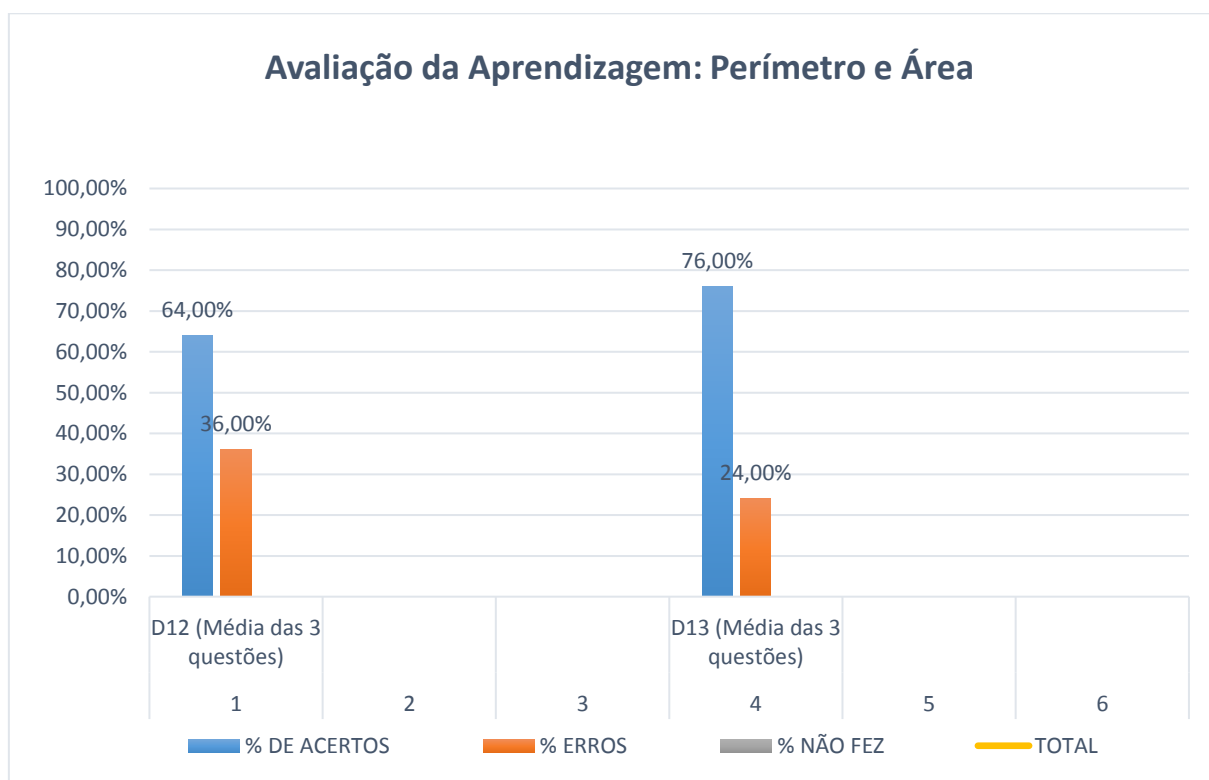
a avaliação em seus respectivos domicílios de forma remota, desta maneira, sendo possível analisar o aprendizado dos 25 alunos que participaram desde o início.

Tabela 2 – Análise estatística da avaliação da aprendizagem

TURMA 9º ANO - Turno Matutino						
NÚMERO DA QUESTÃO	1	2	3	4	5	6
DESCRITOR	D12 (Média das 3 questões)			D13 (Média das 3 questões)		
TOTAL DE ACERTOS	64,00%			76,00%		
TOTAL DE ERROS	36,00%			24,00%		
TOTAL DE QUESTÕES NÃO FEITAS	0,00%			0,00%		
TOTAL	100,00%			100,00%		

Fonte: acervo pessoal (2021)

Gráfico 3 – Análise da avaliação da aprendizagem



Fonte: acervo pessoal (2021)

Ao analisar os resultados da avaliação de saída, observamos que após aplicação de toda a sequência didática, com exercícios de fixação da aprendizagem, o percentual de alunos que deixaram uma questão em branco, ou sem resolução, foi de aproximadamente zero, ao fazermos uma média das três atividades por descritor, mostrando que houve pelo menos uma tentativa de acerto por parte dos alunos. Verificou-se também uma melhora significativa no número de acertos em relação aos descritores D12 e D13, quando comparado aos resultados de avaliação diagnóstica. Conforme análise das justificativas das repostas objetivas na avaliação da aprendizagem podemos constatar que os alunos conseguiram diferenciar os enunciados que requeriam o cálculo de perímetro do cálculo de área, com justificativas mais coerentes do conteúdo estudado, conforme a análise a seguir.

6.3 ANÁLISE DE JUSTIFICATIVAS NA AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM

Veja a seguir algumas das justificativas dadas na avaliação da aprendizagem.

Figura 51 – Avaliação do aluno A3

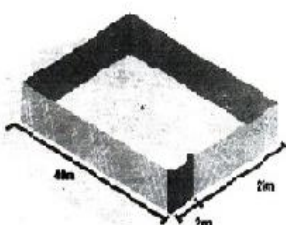
1) (D12) (Prova Brasil). Pedro cerca um terreno quadrado de lado igual a 90 metros. Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar esse terreno?

(A) 90 m Justifique sua resposta
 (B) 180 m
 (C) 380 m
 (D) 810 m

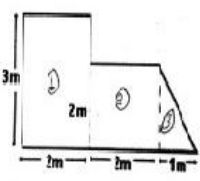
2) (D12) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de erba-lagens. Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

(A) 18 cm Justifique sua resposta.
 (B) 20 cm
 (C) 22 cm
 (D) 24 cm

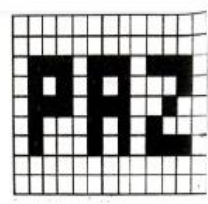
3) (D12) Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores. Para cercá-lo ele utilizou telas em portão de 2m de largura.



4) (D13) (SIMAVE). Usefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular veja, abaixo, a planta da cozinha.



5) (D13) (SPACE). Utilizando, como unidade de medida, o quadradinho do papel quadriculado, a área da palavra PAZ representada abaixo é igual a:



Essa área é igual a:

(A) 1 m²
 (B) 4 m²
 (C) 6 m²
 (D) 11 m²

Justifique sua resposta

6) (D13) (SIMAVE). Usefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular veja, abaixo, a planta da cozinha.

Elá precisa saber quanto mede a área total da cozinha.

(A) 18 quadradinhos
 (B) 31 quadradinhos
 (C) 45 quadradinhos
 (D) 50 quadradinhos

Justifique sua resposta

Handwritten justifications and calculations are visible for several questions, such as "90" for question 1, "20" for question 2, and "31" for question 6.

Fonte: acervo pessoal (2021)

Aluno A3

Análise da justificativa das questões 1 e 2 referentes ao descritor D12 e das questões 5 e 6 do aluno A3, comparada com a avaliação diagnóstica referente aos respectivos descritores.

O aluno A3 justificou a resposta correta da questão 1 com o cálculo do perímetro do terreno quadrado, ao efetuar a multiplicação de quatro vezes o seu lado. Na questão 2 deu uma justificativa descritiva de como encontrou o resultado: “Cada contorno mede 1 cm, se contar todos e somar dá o resultado de 20 cm.” Pela justificativa percebemos que o aluno entendeu que calcular o contorno (perímetro) do polígono, consistia em somar as medidas de cada um dos seus lados, no entanto, na questão 3 em que era demandado o cálculo do contorno de um terreno cercado por uma tela, exceto o pedaço cercado por uma porta, o aluno entrega uma resposta (67m.) que sugere ele ter considerado somente a parte frontal do cercado, de acordo ao desenho, além de incluir a medida da porta (2m.), embora seus cálculos também considerem o dobro dos lados laterais (50 e 80), porém divididos por dois e no final a soma destes mais a medida (da largura) da porta. Nesse sentido, a justificativa sugere que o aluno mal interpretou o enunciado, primeiro, ao não fazer distinção entre as partes cercadas pela tela e a porta, e segundo, ao não distinguir o entorno inteiro do terreno cercado pela tela, talvez pelo desconhecimento do significado da palavra tela ou pela falta de atenção na leitura da questão 3, que a diferença das questões 1 e 2, não é pedido a medida (total) do perímetro da figura plana. Observe que nas questões 1,2 e 3 não é utilizado o termo perímetro e sim ele é contextualizado (*muro/tela que cerca um terreno*) ou substituído pelo termo contorno.

Na questão 5, referente ao descritor D13, o aluno A3 calculou a área do polígono, que era apresentado como a decomposição de um quadrado, um retângulo e um triângulo, ao calcular a área de cada uma das partes, e para isso usou as fórmulas respectivas, e depois somou os valores para obter a área total. Para a questão 6, o aluno contou o total de quadradinhos unitários usados para formar a palavra PAZ, o que podemos perceber pela justificativa dada: “Se observar a figura, poderá ver que são 31 quadradinhos que estão pintados”, mostrando que ele entendeu que é possível calcular a área a partir da observação de quantos quadrados unitários compõem a figura na malha quadriculada. No entanto, se olharmos à questão 4, o aluno não a respondeu. A questão requeria o cálculo da área de uma figura apresentada em malha quadriculada e que podia ser decomposta em retângulos e triângulos. Pelas resoluções apresentadas pelo aluno nas questões 5 e 6, ele poderia ter resolvido a questão como fez na questão 5, mas para isso devia decompor a figura em polígonos menores, determinar os lados respectivos pela contagem de segmentos, e assim calcular as respectivas áreas. Também poderia ter calculado a área da figura, somando o número de quadradinhos usados para formá-la, como na questão 6, salvo a figura triangular que não é formada por quadradinhos cheios.

Embora fosse observado, na ausência de resposta da questão 4, uma possível falta de compreensão mais ampla de como calcular áreas, ao combinar as várias formas de resolução de um mesmo problema, quando comparamos os resultados do aluno nas avaliações diagnóstica (figura 27) e de aprendizagem, percebemos uma evidente melhoria. O mesmo aluno havia confundido área com perímetro na avaliação de entrada, fazendo contagem de quadrados unitários, tanto para o cálculo de área, quanto para o cálculo de perímetro, e ainda assim, não foi correta a contagem do número de quadradinhos que compunham a figura. Neste sentido, para o aluno A3 temos uma resposta positiva do aprendizado alcançado após a sequência didática fazendo uso do jogo de Tangram em sala de aula. Ele atingiu o objetivo de apreender o conteúdo básico de área e perímetro, fazendo distinção entre ambos, além de saber utilizar fórmulas ou multiplicação retangular para o cálculo de área de polígonos como: quadrado, retângulo e triângulo.

A dificuldade apresentada pelo aluno A3 na questão 4, é também observada na avaliação do aluno A1, a seguir.


Figura 52 – Avaliação do aluno A1

1) (D12) (Prova Brasil). Pedro cercou um terreno quadrado de lado igual a 90 metros.

Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar esse terreno?

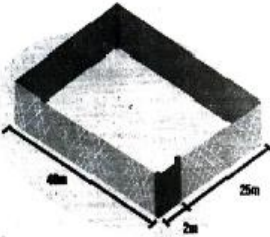
(A) 90 m Justifique sua resposta
 (B) 180 m
 (C) 360 m
 (D) 810 m

2) (D12) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens. Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:




(A) 18 cm Justifique sua resposta.
 (B) 20 cm
 (C) 22 cm
 (D) 24 cm

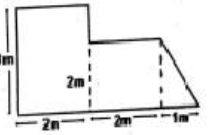
3) (D12) Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2m de madeira.



4) (D13) A ilustração abaixo, o quadrado sombreado representa uma unidade de área (u^2)



5) (D13) (SIMAVE). Josefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular: veja, abaixo, a planta da cozinha.



6) (D13) (SPAEC). Utilizando, como unidade de

Aluno A1

Na avaliação de aprendizagem, o aluno acertou as respostas das questões 1, 2 e 3, referentes ao descritor D12, apresentando cálculos para as questões 1 e 3, e justificativa para a questão 2: “Contei os segmentos”. Nas questões 5 e 6, referentes ao descritor D13, ele também acerta as respostas, mas não apresenta cálculos, porém justifica seus procedimentos com os dizeres “somei os metros²” e “contei os quadradinhos”, respectivamente. Agora na questão 4, o aluno apresenta um resultado próximo ($25 u^2$) da resposta correta $24 u^2$ e a justificativa “contei os segmentos”. Aqui percebemos a tentativa de resolver a questão e não deixar a resposta em branco. Assim como o aluno A3, o aluno A1 pode ter encontrado dificuldades em visualizar o triângulo como parte do polígono e procedeu a calcular a área contando os quadradinhos, como fez na questão 6, e concluindo em um valor aproximado.

Na avaliação diagnóstica, o aluno A1 (figura 28) revelava não saber diferenciar perímetro de área, nem as unidades que as distinguem (cm , cm^2), mas sabia que um deles podia ser calculado pela contagem de quadradinhos unitários. Não obstante, na avaliação da aprendizagem pudemos constatar que o aluno teve um avanço em relação ao cálculo de perímetro, visto as respostas das questões 1, 2 e 3, referentes ao descritor D12, onde o aluno fez os cálculos, quando necessário, ou contou os segmentos do contorno da figura, como descrito por ele, isto mostrou que o aluno A1 conseguiu calcular de formas variadas o perímetro, mostrando que compreendeu o assunto. E nas questões 5 e 6 (além da 4) o aluno A1 conseguiu perceber que área pode ser calculada por contagem de quadrados unitários, bem como por multiplicação retangular ao decompor a figura da questão 5 em retângulos e triângulo, salvo o erro na questão 4, porém, ressaltando a tentativa do cálculo aproximado.

6.4 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA E DE APRENDIZAGEM

As avaliações diagnóstica e de aprendizagem continham, cada uma, seis questões. A primeira com 3,5 questões referentes ao descritor D12 (perímetro) e 2,5 referentes ao descritor D13 (área), enquanto a segunda, 3 questões relativas ao descrito D12 e 3 ao D13. Foi utilizado o termo *perímetro* somente em uma das questões da avaliação diagnóstica, enquanto em nenhuma questão da avaliação de aprendizagem, em substituição foram usados termos contextualizados ou o termo *contorno*. Na avaliação diagnóstica, todas as questões sobre o cálculo de área podiam ser resolvidas somando apenas os quadradinhos que compunham a figura, enquanto na

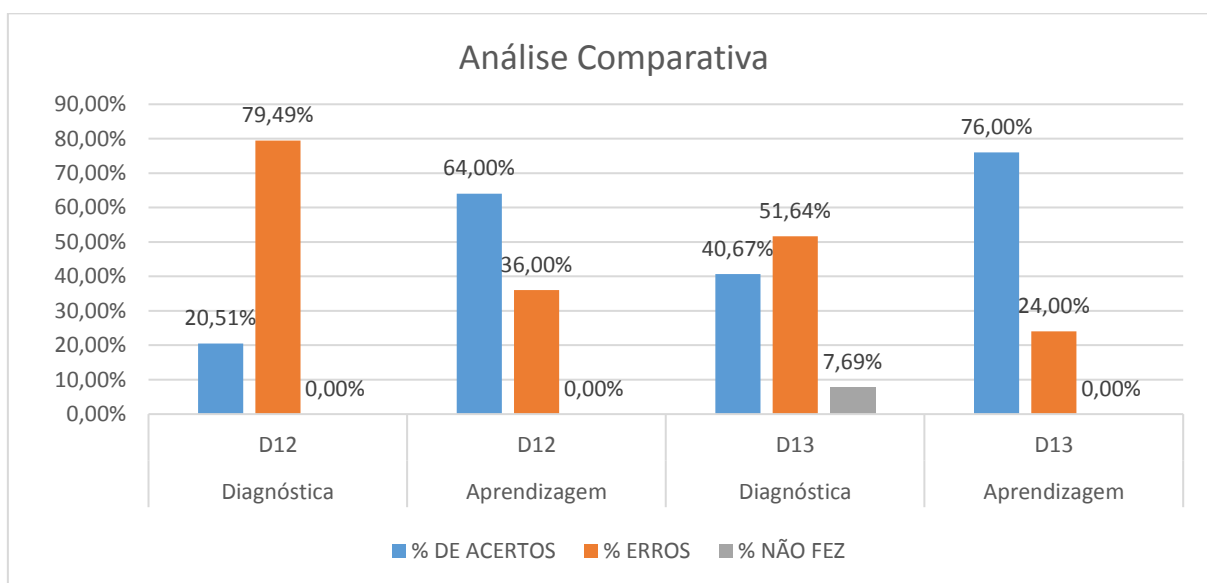
avaliação de aprendizagem, poderiam ser usadas fórmulas para calcular área de polígonos. Nas duas avaliações são usados somente números inteiros como medidas de comprimento ou de área. A questão 5, da avaliação diagnóstica (D12), foi cobrada novamente na avaliação de aprendizagem.

Tabela 3 – Análise comparativa

9º ANO A e B - Turno Matutino				
AVALIAÇÃO	Diagnóstica	Aprendizagem	Diagnóstica	Aprendizagem
DESCRITOR	D12	D12	D13	D13
TOTAL DE ACERTOS	20,51%	64,00% ↑	40,67%	76,00% ↑
TOTAL DE ERROS	79,49%	36,00% ↓	51,64%	24,00% ↓
TOTAL DE QUESTÕES NÃO FEITAS	0,00%	0,00%	7,69%	0,00%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Fonte: acervo pessoal (2021)

Gráfico 4 – Análise comparativa



Fonte: acervo pessoal (2021)

No contexto coletivo observamos que houve um crescimento no percentual de acertos nos dois descritores analisados, sendo que na avaliação da aprendizagem tivemos aproximadamente, zero por cento de abstenção ou questões não respondidas, o que mostra que os alunos tiveram mais segurança ao responder as questões, mesmo ocorrendo erros.

Ao concluir a pesquisa foram levantados alguns pontos que consideramos relevantes ao processo de ensino-aprendizagem, fundamentados no estudo atual e a experiência das professoras envolvidas.

- A existência de padrões de erros nas avaliações dos alunos pode indicar problemas similares na compreensão de um assunto. Por exemplo, na avaliação diagnóstica os alunos A3 e A21 obtiveram as mesmas respostas erradas que sugerem erro de entendimento dos conceitos e não de cálculo, salvo fraude entre os alunos, sendo esta hipótese pouco provável devido ao distanciamento social entre alunos em sala de aula. Logo é sugerido ao professor identificar junto aos alunos os erros de compreensão de conteúdo e ressaltar isso na correção das avaliações para evitar que eles permaneçam no erro, além disso, o erro pode ser concebido como uma estratégia didática no processo de ensino-aprendizagem.

(...) o erro, concebido numa dimensão construtiva, configura-se como uma oportunidade didática para o professor. Primeiro, por ser um guia para um planejamento de ensino mais eficaz, oferecendo indícios importantes para a identificação dos processos subjacentes da construção conceitual, condição relevante na organização do ensino. Segundo, porque se olhando com mais rigor, poderá oferecer novos elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas e, com isso, dar novos direcionamentos às suas práticas pedagógicas, o que certamente incidirá no seu desenvolvimento profissional. (PINTO, 1998)

Um erro padrão, quando se trata dos assuntos perímetros e área, é a confusão que os alunos têm entre ambos conceitos, logo o professor deve salientar exercícios em que estas grandezas se diferenciem em um mesmo objeto, como proposto na atividade 1 da avaliação diagnóstica.

- Os alunos devem ser estimulados a estudar tentando resolver exercícios ou problemas, embora erros possam acontecer. Observe que na avaliação diagnóstica, 7,69% dos alunos não responderam às questões do descritor D13, enquanto na avaliação de aprendizagem foi de quase 0%, o que sugere que os alunos se mostraram mais confiantes em responder todas as questões. Por exemplo, na avaliação de aprendizagem, o aluno A1 respondeu à questão 4 com um valor aproximado ao utilizar uma estratégia de contagem de quadradinhos, não totalmente coloridos, por valores aproximados.

(..) crianças bem informadas, que raciocinam com independência e são capazes de tomar posições (...) isto só será possível reenquadrando o papel do erro no seio da

escola: se este deixar de significar derrota, não há porque puni-lo, temê-lo ou evitá-lo. Ao contrário, o erro deve ser encarado como resultado de uma postura de experimentação, onde a criança levanta hipóteses, planeja uma estratégia de ação e põe à prova. Cabe ao professor ajudar seus alunos a analisarem a adequação do procedimento selecionado, encaminhando-os na busca de condutas mais ricas, complexas e diversificadas. (DAVIS, 2013, p. 75)

- Um possível aliado na compreensão e/ou fixação de termos não habituais que definem um conceito matemático, é apresentá-la pela sua etimologia, se tiver. Esta poderá ainda ser associada a outros termos que façam parte de outras áreas de estudo do aluno. Por exemplo, perímetro pode ser um termo não usual aos estudantes, mas pode ser fixado ao conhecer sua origem etimológica (*perí* = ao redor; *metron* = medir), e associá-lo a termos como periferia, pericárdio, peritonite, periodontite, periscópio, etc., da mesma forma com a palavra geometria (*geo* = terra, *metron* = medir). Embora a palavra área seja mais habitual, geralmente a noção de área não é trivial para os alunos, muitos não têm entendimento de “o que medir” para calcular a área de uma região bidimensional.

Muitos docentes frequentemente assumem que, para os alunos, o produto de dois comprimentos estrutura uma região em unidades bidimensionais de área. Contudo, a construção de uma malha bidimensional não é algo trivial para os estudantes. As primeiras experiências discentes com área deveriam incluir a partição de uma região com unidades bidimensionais escolhidas e, nesse processo, discutir questões como os espaços que restaram, a sobreposição de unidades e a precisão de medidas. As discussões destas ideias podem orientar os alunos para fazerem mentalmente a partição de uma região em sub-regiões enumeráveis. Ao cobrirem regiões com unidades de área, sem deixar quaisquer lacunas ou sobreposições, as crianças podem desenvolver o conceito de interação de unidades para medir áreas (CLEMENTS e STEFHAN, 2004, p. 299-320)

- Para introduzir o ensino de áreas, é recomendável o professor não focar nos procedimentos de cálculo, mas sim no significado que tais processos trazem para os alunos. Os alunos do ensino fundamental podem apreender primeiramente o cálculo de área a partir da contagem de unidades de área que cabem numa região, em vez do uso de fórmulas para o cálculo de área de polígonos. O primeiro propicia o entendimento de unidades de comprimento e de área, o que pode ajudar a distinguir estas duas grandezas, diferente do uso de fórmulas, quando não se tem maior compreensão das mesmas por parte dos alunos.

No documento de divulgação da matriz de referência e dos resultados da Prova Brasil, encontramos sugestões de modos com os quais os professores podem trabalhar a habilidade discente de calcular a área de figuras planas poligonais, como o encadeamento de perímetro e área, a utilização de figuras geométricas que permitam a contagem das unidades de área e a seleção de contextos artísticos apropriados a este fim. (HENRIQUES e DA SILVA, 2012).

- A resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem pode ser uma ferramenta aliada para incentivar os alunos na busca de conhecimentos. Na resolução de problemas em sala de aula, recomenda-se a análise coletiva da atividade proposta, desde sua leitura, interpretação, coleta de informações fornecidas e a compreensão do que foi pedido como resposta, isto tudo em conjunto, em uma aula dialogada que leve os alunos a refletirem sobre o que se pede na atividade e aonde se deseja chegar, ou seja, qual o(s) caminho(s) a seguir para chegar à resposta solicitada.

A aprendizagem da solução de problemas somente se transformará em autônoma e espontânea se transportada para o âmbito do cotidiano, se for gerada no aluno a atitude de procurar respostas para suas próprias perguntas/problemas, se ele se habituar a questionar-se ao invés de receber somente respostas já elaboradas por outros, seja pelo livro-texto, pelo professor ou pela televisão. O verdadeiro objetivo final da aprendizagem pela solução de problemas é fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-los de forma a aprender. (P. e POZO, 1998)

- Os jogos podem ser recursos didáticos que potencializam a aprendizagem de assuntos e facilitam a interação entre alunos e professor em sala de aula, mas sobretudo, o professor deve procurar fazer uso de metodologias de ensino que se diferenciem do ensino tradicional e que promovam a participação do aluno em sala de aula, como agente ativo no processo de ensino-aprendizagem. De acordo à observação de Falqueto:

(...) alguns [alunos] pensam que o Jogo não serve como fator motivacional dos alunos, mas que aulas diferenciadas, como as que tinham sido realizadas, estimulam a participação, fomentando a que os alunos saiam do papel passivo e passem para o ativo, estimulando a aprendizagem, mesmo aos poucos, fazendo com que eles se sintam parte dessa construção teórico-prática (FALQUETO, 2020, p. 77).

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de todas as dificuldades encontradas para a realização desta pesquisa, a sua execução trouxe resultados alentadores e a percepção do uso do jogo de Tangram em sala de aula como recurso didático que favorece a aprendizagem de temas relacionados à geometria. Os resultados comparativos por aluno, alguns apresentados no item 6.3, e coletivos, no item 6.4, mostram um avanço no aprendizado dos participantes e que os objetivos propostos foram alcançados.

Na análise comparativa de alguns alunos, percebemos uma evolução, o que nos indica que o uso de jogos pode ser uma boa tática metodológica de ensino, que pode contribuir para um aprendizado mais significativo e concreto, com um alicerce mais firme, que ajudará o aluno a avançar para conteúdos mais complexos, sem a limitação da tradicional decoreba de fórmulas, que ao final, muitos esquecem, seja por falta de prática ou talvez por não fazer sentido, pois decorar uma fórmula não indica compreendê-la.

Dialogam com este pensamento Serrazina e Matos, 1988, no sentido em que:

Muitas vezes o perímetro e a área são introduzidos através de fórmulas. Mais tarde é pedido aos alunos que determinem o “comprimento à volta”, ou o “espaço ocupado”, e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias (...). Os alunos devem passar por muitas experiências concretas construídas por eles próprios, até chegarem à compreensão da utilização das fórmulas” (SERRAZINA e MATOS, 1988, p. 114).

Observamos que as aulas em que aplicamos a sequência didática, o aluno se sentiu mais à vontade. A Matemática trabalhada nesta perspectiva, quebrou um pouco o descontentamento visível na maioria dos alunos no início da pesquisa. Com esta abordagem buscamos instigar a criatividade e a descoberta e enriquecer as discussões no momento de análise das soluções das atividades propostas.

Neste sentido, sugerimos uma continuação da pesquisa, trabalhando outros conteúdos e utilizando outros jogos adaptados ao tópico a ser abordado. Sugerimos ainda, um avanço no estudo dessa proposta de ensino com a criação de cursos de formação continuada que possibilitem utilizar mais recursos metodológicos em sala de aula e material didático adaptado pelo próprio professor, que seja de baixo custo, acessível a todos os alunos. Ações do tipo poderão potencializar a criatividade e o aprendizado de conteúdos de todos os agentes envolvidos.

BIBLIOGRAFIA

AMARO, N. D. S. N.; NOGUEIRA, C. M. I. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE – produções didático pedagógicas. **Artigo: A utilização do jogo como estratégia de aprendizagem das quatro operações com números naturais**, 2013. ISSN Volume I. Disponível em: <<https://bityli.com/BizHJ>>. Acesso em: 05 Março 2021.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetro Curricular Nacional: matemática**. 3ª. ed. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: [s.n.], 2018.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Plano de desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB, 2008.

CARMO, F. M.; MARCO, F. F. **Ensinando matemática com jogos: possibilidades e propostas**. 1ª. ed. Curitiba: Appris, 2018.

CLEMENTS, D.; STEFHAN, M. **Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates., v. 2, 2004.

DAVIS, C. . & E. Y. L. Papel e função do erro na avaliação escolar. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 74, p. 71-74, 2013. Disponível em: <<http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/cp/article/view/1086/1091>>. Acesso em: 27 fev. 2022.

EDUCAÇÃO e transformação. **Tangram para imprimir**. Disponível em: <<https://www.educacaoetransformacao.com.br/tangram-para-imprimir/>>. Acesso em: 27 Fevereiro 2021.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FALQUETO, B. P. **Teoria dos jogos: uma estratégia para o ensino e aprendizado de matemática**. Dissertação de Mestrado - PROFMAT da UFES-ES-2020. Vitória, p. 77. 2020.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GOMES, M. M. Fatores que facilitam e dificultam a aprendizagem. **Educação Pública**, 2018. Disponível em: <<https://bityli.com/BGQrQ>>. Acesso em: 2021 Junho 12.

HENRIQUES, M. D.; DA SILVA, A. **Sobre a produção de significados para área e perímetro no Ensino Fundamental**. Anais do II Seminário Hispano Brasileiro-CTS. [S.l.]: [s.n.]. 2012. p. 499-511.

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. 1ª. ed. São Paulo: Pioneira, 1994.

LIMA, E. L. **Medida e forma em geometria: comprimento, área, volume e semelhança**. Coleção do Professor de Matemática. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

LIMA, P.; BELLEMAIN, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: SBHMAT, 2002.

LUCKESI, C. Avaliação da aprendizagem. **SM Educação**, 2012. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=JqSRs9Hqgtc>>. Acesso em: 01 ago. 2021.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com Jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artmed, v. Reimpressão 2007, 2000.

OLIVEIRA, V. A. B.; SANTOS, W. P.; RAMOS, S. M. D. A. O Origami como ação facilitadora para o Ensino e a Aprendizagem da Geometria na Educação Básica. **Secretaria da Educação**, 2008. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/maio2013/matematica_artigos/artigo_oliveira_santos_ramos.pdf>. Acesso em: 15 Maio 2021.

P., E. M.; POZO, I. J. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. **A Solução de Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-37. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6831/mod_resource/content/4/pozo-cap%201%20.pdf>. Acesso em: 27 fev. 2022.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática no ensino da Matemática Elementar**. USP. São Paulo, p. 174. 1998.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006. 203 p.

SÁ, L.; ANNUNCIATO, P. Defasagem: como vencer esse obstáculo? **NOVA ESCOLA**, n. 313, 06 Junho 2018. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/11838/defasagem-como-vencer-esse-obstaculo>>. Acesso em: 10 Março 2021.

SARVESTANI, F. H. **Os encantos da matemática**. 1ª. ed. Vitória: Fator Gráfico, 2004.

SEGUNDO, T. **Afetividade no processo de ensino-aprendizagem**. São Paulo. 2007.

SERRAZINA, L.; MATOS, J. M. **O Geoplano na Sala de Aula**. Lisboa: APM, 1988.

SHENG, L. Y. et al. Utilização da Arte do Origami no Ensino de Geometria, 2005. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/c3.pdf>>.

SILVA, A. J. N.; VIEIRA, A. R. L.; BRITO, M. F. Investigação, construção e difusão do conhecimento em matemática 2, 2020. Disponível em: <<https://sistema.atenaeditora.com.br/index.php/admin/api/artigoPDF/44587>>. Acesso em: 11 Agosto 2021.

WARLES, N. Blog do prof^o Warles. **Por descritores – matemática – 9º ano**, 2013. Disponível em: <<https://profwarles.blogspot.com/2013/05/questoes-por-descritor.html>>. Acesso em: 2021 Março 2021.

ANEXOS

ANEXO I – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – ENTRADA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional



PESQUISA: EXPLORANDO O TANGRAM COMO RECURSO DIDÁTICO: reflexão sobre uma prática em sala de aula

MESTRANDA: Márcia Andréia Bicalho Peres Rocha

ORIENTADORA DA PESQUISA: Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo.

Prezado(a) aluno(a),

Esta avaliação faz parte de uma pesquisa que está sendo realizada no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), sobre o recurso didático: jogos tradicionais adaptados para o ensino de matemática. A finalidade é analisar a potencialidade do jogo no ensino/aprendizagem de matemática em sala de aula. Portanto essa avaliação é diagnóstica qualitativa, não tendo como objetivo quantificar a aprendizagem do aluno em termos de nota individual. Sendo assim, para que possamos alcançar os objetivos propostos, é importante que você faça às questões abaixo com muita atenção e reponsabilidade, sendo o mais verdadeiro possível.

Em cada questão você deverá justificar o resultado encontrado.

Unidade Temática avaliada: Grandezas e medidas.

Objeto de conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras, que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas por triângulos e retângulos.

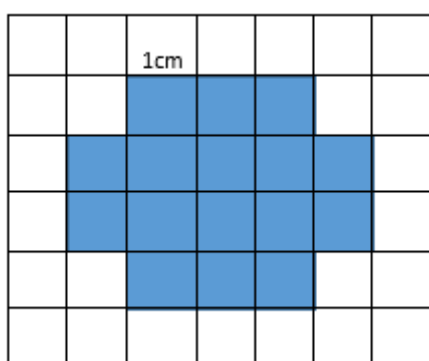
Habilidades: Comparar perímetros e áreas de figuras planas representadas em malhas quadriculadas. Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição ou decomposição de figuras.

D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas

D13 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas

01) (CEB, Adaptado): A figura abaixo será utilizada para responderem às questões 1.1 e 1.2 a seguir.

Suely usou um elástico para representar uma figura no quadro de preguinhos que a professora levou para a sala de aula. Veja o que ela fez.



1.1) (D12) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é o perímetro da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

- A) 20 cm. B) 22 cm.
C) 18 cm D) 16 cm.

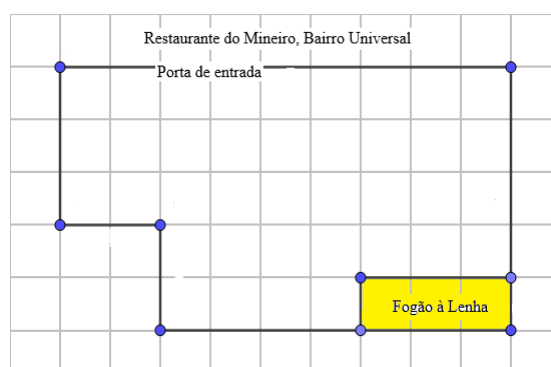
Espaço para justificar sua resposta.

1.2) (D13) Observando que a medida entre dois preguinhos é de 1 cm, qual é a área da figura delimitada pelo elástico que Suely usou?

- A) 20 cm² B) 14 cm².
C) 15 cm² D) 16 cm²

Espaço para justificar sua resposta.

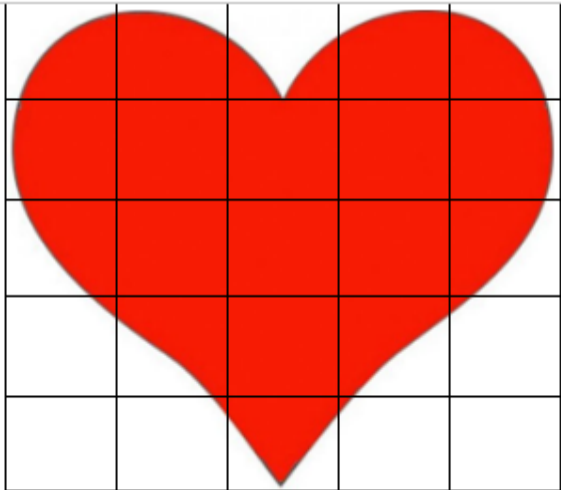
2) (D13) Seu Mineiro colocou pisos novos em seu restaurante. Ele colocou também rodapé, conforme mostra a figura a seguir. Considerando que na porta de entrada e ao redor do fogão à lenha não vai rodapé e que cada lado do quadradinho na figura mede 1m, é correto afirmar que:



- (A) a área revestida pelo piso é de 22 m² e a medida do rodapé é de 38 m.
(B) a área revestida pelo piso é de 41 m² e a medida do rodapé é de 26 m.
(C) a área revestida pelo piso é de 38 m² e a medida do rodapé é de 26 m.
(D) a área revestida pelo piso é de 38 m² e a medida do rodapé é de 22 m.

Espaço para justificar sua resposta.

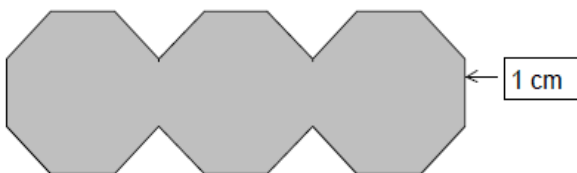
3) (D13) Veja o coração abaixo. Ele foi fixado em uma malha quadriculada com 1cm cada lado do quadradinho. Observando a figura, a melhor aproximação para a área é:



- (A) A área ocupada pelo coração é maior do que 7 cm^2 e menor do que 25 cm^2 .
- (B) A área ocupada pelo coração é maior do que 25 cm^2 e menor do que 7 cm^2 .
- (C) A área ocupada pelo coração é exatamente 19 cm^2 .
- (D) A área ocupada pelo coração é maior do que 7 cm^2 e menor do que 22 cm^2 .

Espaço para justificar sua resposta.

- 5) (D12) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens.

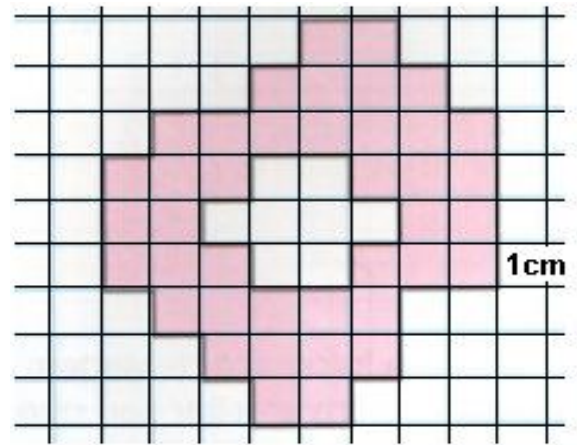


Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm , conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:

- (A) 18 cm .
- (B) 20 cm .
- (C) 22 cm .
- (D) 24 cm .

Espaço para justificar sua resposta.

- 6) (D12) Um empresário encontrou uma logomarca para a sua empresa como a figura abaixo.



Sabendo-se que cada lado da malha quadriculada mede 1 cm , conforme indicado, a medida do contorno externo em destaque no desenho é:

- (A) 14 cm .
- (B) 34 cm .
- (C) 30 cm .
- (D) 20 cm .

ANEXO II – LISTA DE EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES PARA CASA



PREFEITURA MUNICIPAL DE VIANA
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO - SEMED
SUBSECRETARIA PEDAGÓGICA.

EMEF ADAMASTOR FURTADO
DEVER DE CASA MATEMÁTICA – 9º ANO A e 9º ANO B
D12 E D13- CÁLCULO DE ÁREA E DE PERÍMETRO.

PROFª. MÁRCIA ANDRÉIA BICALHO PERES - ANO LETIVO 2021

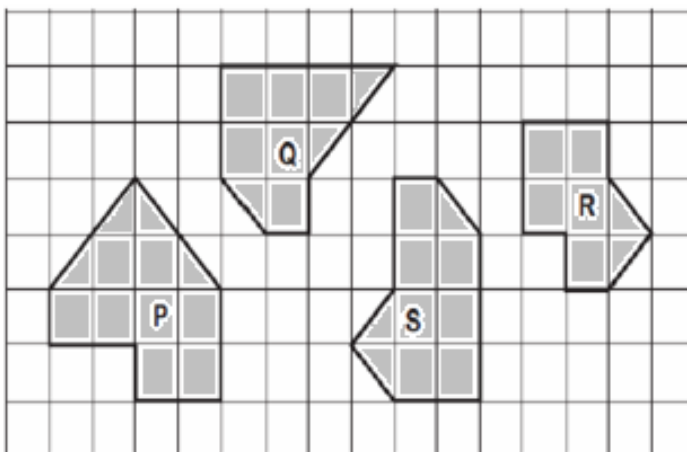
Fonte de Pesquisa: <https://profwarles.blogspot.com/2013/05/questoes-por-descritor.html>
acesso em 15/03/2021

Observação: Em cada questão justifique a resposta marcada com cálculo ou uma explicação do passo a passo para encontrar a resposta que você marcou.

1) (D12) José vai colocar uma cerca de arame em seu terreno retangular de 12m de largura por 30m de comprimento. A quantidade mínima de arame que ele vai precisar é de

- A) 360m
- B) 84m
- C) 42m
- D) 18m

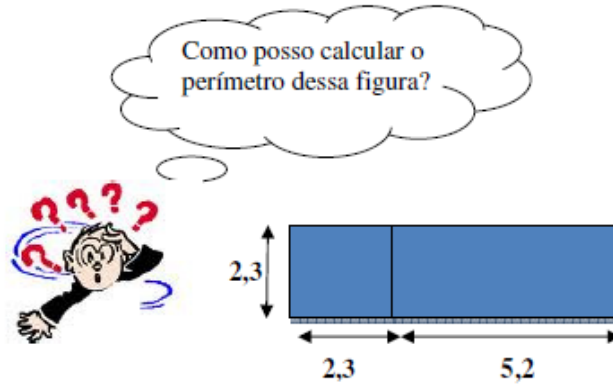
2) (D12) Daniel construí quatro figuras em uma malha quadriculada.



As figuras de mesmo perímetro são

- A) P e Q
- B) Q e S
- C) R e S
- D) P e S

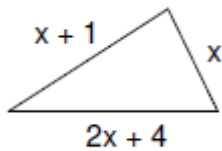
3) (D12)



- (A) $2,3 + 2,3 + 5,2 = 10$.
- (B) $2 \cdot (2,3 + 5,2) = 15$.
- (C) $2 \cdot 5,2 + 4 \cdot 2,3 = 19,6$.
- (D) $5 \cdot 5,2 + 2 \cdot 2,3 = 30,6$.

4) (D12) O perímetro de um polígono é obtido através da soma de todas as medidas de seus lados.

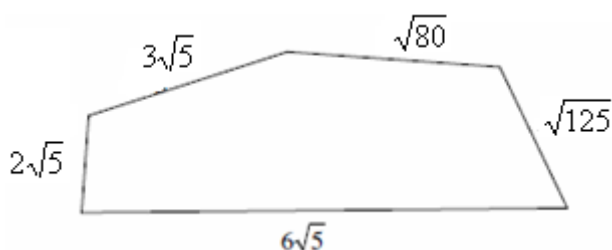
O perímetro do polígono da figura a seguir é



- (A) $9x$. (C) $2x + 5$.
- (B) $2x + 4$. (D) $4x + 5$.

5) (D12) Mauro deseja cercar o terreno que adquiriu recentemente. Para isso, ele precisa do perímetro (medida do contorno) desse terreno.

Na figura abaixo, pode-se ver a forma desse terreno e suas dimensões em metros.



O perímetro desse terreno é:

(A) $9\sqrt{5} + \sqrt{205}$

(B) $14\sqrt{15} + \sqrt{80}$

(C) $20\sqrt{5}$

(D) $20\sqrt{20}$

6) (D12) Um quadrado tem lado de medida 6 cm. Diminuindo 3 cm de cada um dos lados, é correto afirmar:

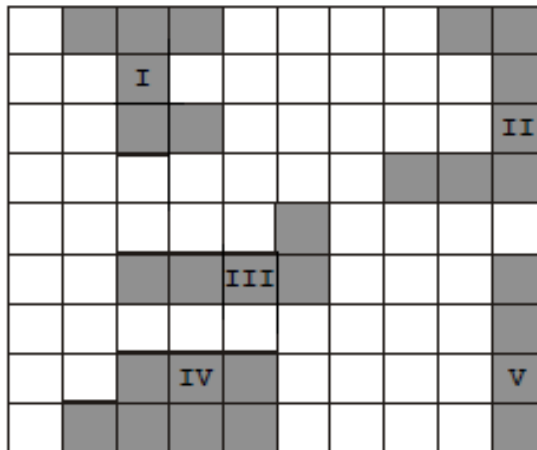
(A) o perímetro do novo quadrado tem 12 cm a mais do que o perímetro do primeiro.

(B) o perímetro do novo quadrado é a terça parte do perímetro do primeiro.

(C) O perímetro do novo quadrado é a metade do perímetro do primeiro.

(D) o perímetro do novo quadrado é a quarta parte do perímetro do primeiro.

7) (D12) (Saresp 2007). A figura seguinte é composta de uma malha, em que os lados dos quadradinhos medem 1 cm e na qual estão destacadas algumas regiões, numeradas de I a V.



As regiões que têm perímetros iguais são as de números

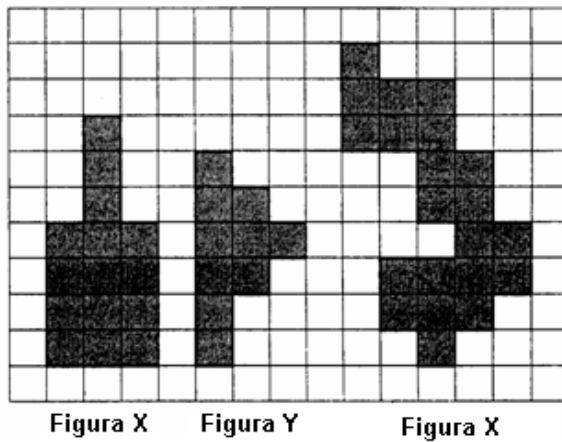
(A) III e IV.

(B) II e III.

(C) II e IV.

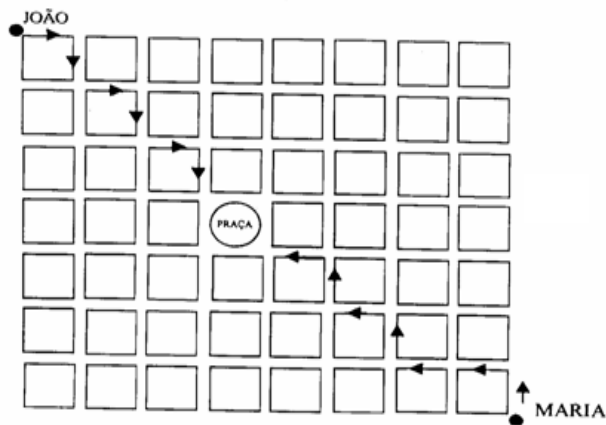
(D) I e II.

8) (D12) (Saresp 1998). Sabendo que cada quadradinho mede 1 cm de lado, e correto afirmar que os perímetros das figuras X, Y e Z são, respectivamente:



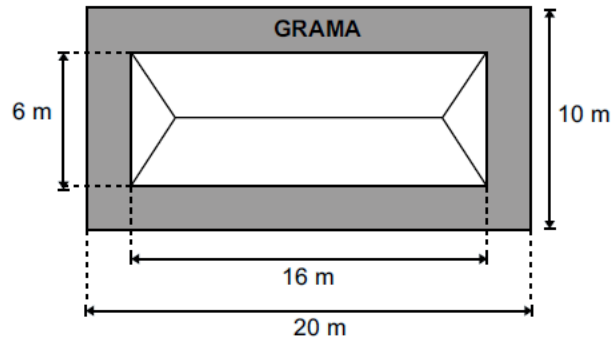
- (A) 15 cm, 10 cm, 21 cm.
 (B) 12 cm, 10 cm, 19 cm.
 (C) 15 cm, 9 cm, 20 cm.
 (D) 20 cm, 18 cm, 32 cm.

9) D(12) (Saresp 1998). Percorrendo quarteirões de 100 metros cada, João e Maria chegarão à praça após ter percorrido ao todo:



- (A) 1300 metros (B) 1200 metros
 (C) 700 metros (D) 600 metros

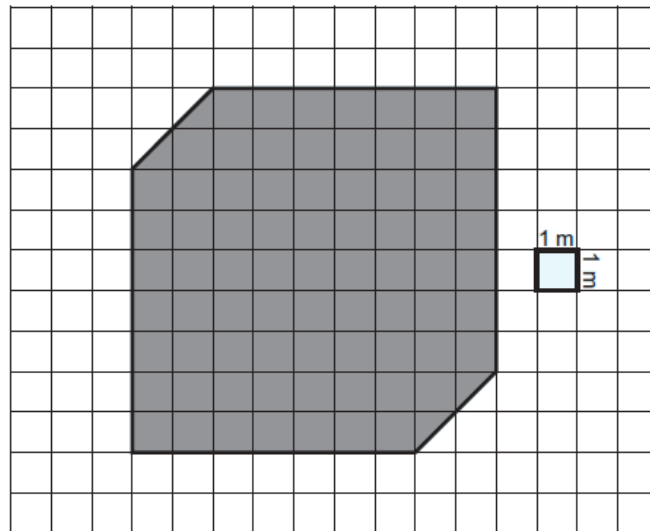
10) (D13) (PAEBES). Carlos comprou um terreno retangular cujas medidas estão representadas no desenho abaixo e, no centro dele, construiu uma casa de base também retangular medindo 6 metros de largura por 16 metros de comprimento. Ao redor da casa, ele plantou grama de forma a cobrir todo espaço que sobrou do terreno.



Quantos metros quadrados de grama Carlos plantou nesse terreno?

- A) 16 B) 96 C) 104 D) 200

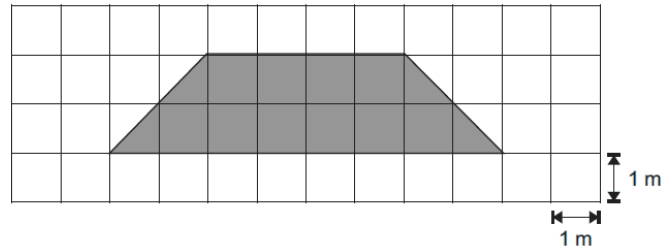
11) (D13) (SAEMS). Sérgio resolveu gramar uma área plana que se encontra representada na malha quadriculada abaixo. O preço da grama é R\$ 5,00 o metro quadrado.



Quantos reais Sérgio gastará para gramar essa área?

- A) R\$ 32,00
 B) R\$ 81,00
 C) R\$ 160,00
 D) R\$ 385,00

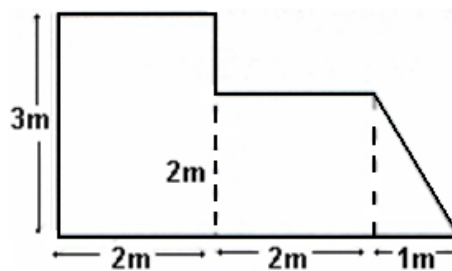
14) (D13) (SEAPE). Observe a forma geométrica de cor cinza desenhada na malha quadriculada abaixo.



A medida da área dessa forma geométrica é

- A) 10 m^2 . B) 12 m^2 .
 C) 14 m^2 . D) 16 m^2 .

15) (D13) (SIMAVE). Josefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular: veja, abaixo, a planta da cozinha.

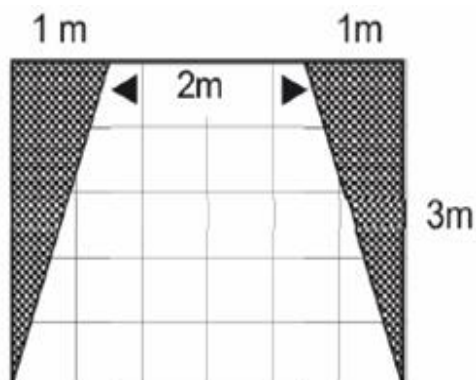


Ela precisa saber quanto mede a área total da cozinha para comprar o piso.

Essa área é igual a:

- (A) 1 m^2 (B) 4 m^2
 (C) 6 m^2 (D) 11 m^2

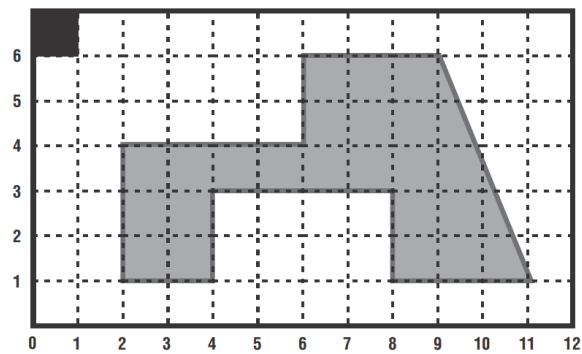
16) (D13) (Prova Brasil). O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restantes serão revestido em cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

- (A) 3 m².
- (B) 6 m².
- (C) 9 m².
- (D) 12 m².

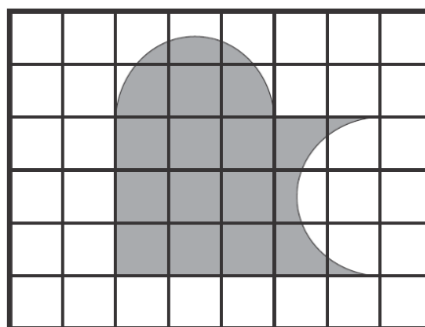
17) (D13) A ilustração abaixo, o quadrado sombreado representa uma unidade de área.



A área da figura desenhada mede:

- (A) 23 unidades.
- (B) 24 unidades.
- (C) 25 unidades.
- (D) 29 unidades.

18) (D13) O jardim da Renata tem formato da figura abaixo.



Usando como unidade de área o quadradinho da malha, conclui-se que a área da região sombreada é:

- (A) 13.
- (B) 14.
- (C) 15.
- (D) 16,5.

ANEXO III – AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM – SAÍDA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional



PESQUISA: Explorando o tangram como recurso didático: reflexão sobre uma prática em sala de aula.

MESTRANDA: Márcia Andréia Bicalho Peres Rocha

ORIENTADORA: Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo.

Objetivo: avaliar a aprendizagem após aplicação de metodologia utilizando o recurso didático – jogos.

D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas

D13 - Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas

Questão 1) (D12) (Prova Brasil). Pedro cercou um terreno quadrado de lado igual a 90 metros.

Quantos metros de muro Pedro construiu para cercar esse terreno?

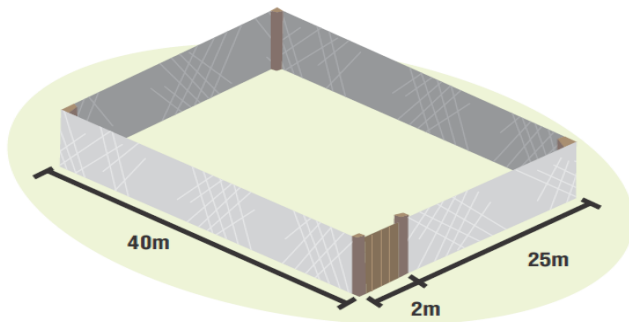
(A) 90 m	Justifique sua resposta
(B) 180 m	
(C) 360 m	
(D) 810 m	

Questão 2) (D12) O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens. Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é:



(A) 18 cm	Justifique sua resposta.
(B) 20 cm	
(C) 22 cm	
(D) 24 cm	

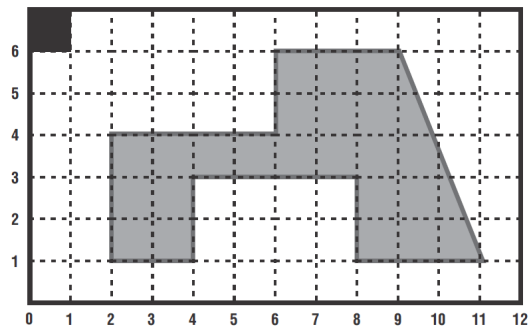
Questão 3) (D12) Rodrigo reservou em sua chácara um terreno de forma retangular para o plantio de flores. Para cercá-lo ele utilizou tela e um portão de 2m de madeira.



Rodrigo gastará quanto metros de tela:

<p>(A) 130m.</p> <p>(B) 132m</p> <p>(C) 67m.</p> <p>(D) 1080m.</p>	<p>Justifique sua resposta</p>
--	--------------------------------

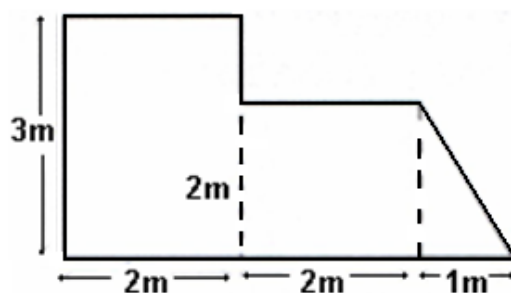
Questão 4) (D13) A ilustração abaixo, o quadrado sombreado representa uma unidade de área (u^2)



A área da figura desenhada mede:

<p>(A) 23 u^2</p> <p>(B) 24 u^2</p> <p>(C) 25 u^2</p> <p>(D) 29 u^2</p>	<p>Justifique sua resposta</p>
---	--------------------------------

Questão 5) (D13) (SIMAVE). Josefa quer revestir o piso da cozinha de sua casa. A forma desse cômodo é bastante irregular: veja, abaixo, a planta da cozinha.

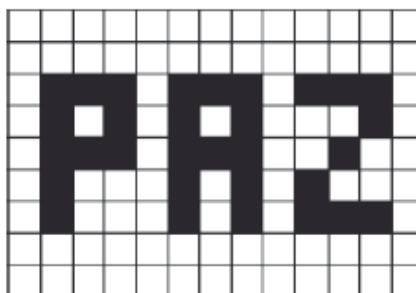


Ela precisa saber quanto mede a área total da cozinha para comprar o piso.

Essa área é igual a:

(A) 1 m ²	Justifique sua resposta
(B) 4 m ²	
(C) 6 m ²	
(D) 11 m ²	

Questão 6) (D13) (SPAECE). Utilizando, como unidade de medida, o quadradinho do papel quadriculado, a área da palavra PAZ representada abaixo é igual a:



A) 18 quadradinhos	Justifique sua resposta
B) 31 quadradinhos	
C) 45 quadradinhos	
D) 50 quadradinhos	