



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ANGELO VICTOR SIQUEIRA LINS

O NOVO CAMINHAR DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO BRASILEIRO:
DIRETRIZES, DESAFIOS E PROPOSTAS

FORTALEZA/CE

2019

ANGELO VICTOR SIQUEIRA LINS

O NOVO CAMINHAR DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO BRASILEIRO:
DIRETRIZES, DESAFIOS E PROPOSTAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia

FORTALEZA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L731n Lins, Angelo Victor Siqueira.
O novo caminhar da matemática no ensino médio brasileiro : diretrizes, desafios e propostas / Angelo Victor Siqueira Lins. – 2019.
93 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2019.
Orientação: Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia.

1. Novo ensino médio. 2. Currículo de matemática. 3. Novo agir docente. I. Título.

CDD 510

ANGELO VICTOR SIQUEIRA LINS

O NOVO CAMINHAR DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO BRASILEIRO:
DIRETRIZES, DESAFIOS E PROPOSTAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em 31/01/2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. José Valter Lopes Nunes
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. João Luzeilton de Oliveira
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

A Deus.

À minha família, em especial, aos meus pais,
Lima e Sílvia, à minha esposa, Élide Lins, e aos
meus filhos, Lucas Felipe e Cauã Davi.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, agradeço a Deus, pelo dom da vida, por todas as oportunidades que Ele me concedeu e que continua me concedendo, bem como pelo discernimento que advém de Sua Luz Divina.

Agradeço à minha esposa, Élide, e aos meus filhos, Lucas Felipe e Cauã Davi, pelo apoio incondicional e pelas diversas renúncias suportadas em família para a construção deste projeto de realização pessoal, agora tornado coletivo.

Aos diversos colegas professores com quem tive a honra de compartilhar experiências ao longo de minha vida estudantil e profissional, pelos exemplos de conduta moral, de conduta profissional e de atuação pedagógica que continuam a me ensinar e a me inspirar diariamente na eterna busca pelo melhor professor que podemos ser.

Aos insígnies professores da UFC que compartilharam seus conhecimentos durante as inesquecíveis aulas do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), bem como aos valorosos colegas da turma 2016/2018, pelos diálogos e ensinamentos, pelas dicas, reflexões, críticas e experiências trocadas durante o curso.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Alberto Duarte Maia, pela confiança, pela paciência e por toda a colaboração dispensada durante o período de orientação.

Aos professores participantes da banca examinadora, Dr. José Valter Lopes Nunes e Dr. João Luzeilton de Oliveira, pela disposição em participar deste momento tão significativo de formação acadêmica, pelo tempo dedicado à avaliação, pelas valiosas colaborações e pelas interessantes sugestões.

[...] um primeiro saber inicialmente apontado como necessário à formação docente, numa perspectiva progressista. *Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.* (FREIRE, 2015, p. 47, grifo do autor)

RESUMO

Tomando como premissa o surgimento de um ambiente cultural, social e político favorável ao estabelecimento de novas exigências estatais quanto aos objetivos dos processos de ensino-aprendizagem durante a etapa do ensino médio nas escolas brasileiras e, para além disso, percebendo um contexto de rompimento com o paradigma da escola tradicional “conteudista”, a presente dissertação se ocupou de identificar e analisar as diretrizes do novo ensino médio instituído pela lei nº 13.415/2017 e os parâmetros do texto consolidado da Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2018) que fora homologado em dezembro de 2018, para, ao final, apresentar uma proposta de reformulação curricular na área da “Matemática e suas tecnologias” que distribuísse os seus conteúdos entre o espaço da formação geral básica (FGB) e o espaço de um possível itinerário formativo específico (IF). Além disso, ao longo da argumentação, construiu-se a necessidade de surgimento de um novo professor, cujo agir docente consideraria os novos recursos tecnológicos disponíveis e ainda buscaria garantir alguns verdadeiros direitos de aprendizagem quanto ao desenvolvimento de múltiplas competências nos alunos, a partir da promoção de habilidades (cognitivas e socioemocionais), do estímulo de atitudes e do compartilhamento de valores. Isso sem deixar de lado, a apresentação de alguns exemplos de abordagens didáticas pontuais que poderiam facilitar a aprendizagem. Enfim, trata-se de pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa, que, referenciada na experiência docente pessoal do autor, em discussões normativas historicamente posicionadas e em alguns aspectos da doutrina de Paulo Freire relativa aos saberes necessários para uma “pedagogia da autonomia”, propõe uma reformulação curricular da matemática no ensino médio e uma mudança do seu próprio objetivo pedagógico, orientando o surgimento de um novo agir docente que reconheça o ensino médio como etapa de consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, mas também enfatize a possibilidade de ganhos com uma flexibilidade curricular, pautada pela interdisciplinaridade e pela contextualização para a produção de um conhecimento efetivo que seja capaz de levar ao pleno desenvolvimento dos discentes, preparando-os para o exercício de atividades laborais que lhes garantam um sustento com dignidade e, ao mesmo tempo, realizando a formação de cidadãos plenos e cientes de seus direitos em meio às suas participações sociais.

Palavras-chave: novo ensino médio; currículo de matemática; novo agir docente.

ABSTRACT

Taking as a premise the arise of a cultural, social and political environment favorable to the establishment of new state requirements regarding the objectives of the teaching-learning processes during the high school stage in Brazilian schools and, in addition, understanding the context of rupture with the paradigm of the traditional “content” school, the present dissertation was concerned to identify and analyze the guidelines of the new high school instituted by law nº 13.415/2017 and the parameters of the consolidated text of the National Common Curricular Base (NCCB) that had been approved in December of 2018, to, at the end, present a proposal for a curricular reformulation in the area of “Mathematics and its technologies” that would distribute its contents between the area of basic general education (BGE) and the area of a possible specific training itinerary (STI) . In addition, throughout the argument, arise the need of a new kind of teacher, whose teaching action would consider the new technological resources available and still seek to guarantee some true learning rights regarding the development of multiple competences in students, from the promoting of skills (cognitive and socio-emotional), encouraging attitudes and sharing values. However, without disregard the presentation of some examples of specific didactic approaches that could facilitate learning. Finally, it is a bibliographic research with a qualitative approach, which, based on the author's personal teaching experience, in normative discussions historically positioned and in some aspects of Paulo Freire's doctrine concerning the knowledge necessary for a "pedagogy of autonomy", proposes a curriculum reformulation of mathematics in High School and a change in its own pedagogical objective, guiding the emergence of a new teaching action that recognizes high school as a stage of consolidation and going futher on the knowledge acquired in elementary school, but also emphasizes the possibility of gains with a curricular flexibility, guided by interdisciplinarity and contextualization for the production of an effective knowledge that is capable of lead to the full development of students, preparing them for the exercise of work activities that guarantee a livelihood with dignity and, at the same time, carrying out the formation of full citizens and aware of their rights in the midst of their social participation.

Keywords: new high school; mathematics curriculum; new teaching act.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	DIRETRIZES E DESAFIOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	13
2.1	A previsão constitucional do sistema brasileiro de educação	15
2.2	A lei de diretrizes e bases da educação nacional (LDB/96)	18
2.3	As diretrizes curriculares nacionais do ensino médio (DCNEM/98)	19
2.4	Os parâmetros curriculares nacionais e a matriz de referência do ENEM	22
2.5	A LDB segundo a lei nº 13.415/2017 que instituiu o novo ensino médio	26
2.6	A Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2018)	29
3	PROPOSTA CURRICULAR PARA A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO..	33
3.1	A matemática e as suas tecnologias na formação geral básica (FGB)	37
3.2	O itinerário formativo (IF) da matemática	56
4	UM NOVO AGIR DOCENTE	60
4.1	Uma sugestão de apresentação inicial da geometria	60
4.2	Dando sentido à trigonometria	70
4.3	Estimulando uma busca por triângulos retângulos	78
5	CONCLUSÃO	80
	REFERÊNCIAS	85
	ANEXO I - ROL DE COMPETÊNCIAS E HABILIDADES CONFORME BNCC/2018	87
	ANEXO II - DISTRIBUIÇÃO DAS HABILIDADES ENTRE AS UNIDADES DE CONHECIMENTO CONFORME BNCC/2018	91

1 INTRODUÇÃO

No dia 14 de dezembro de 2018, foi homologado pelo governo federal, através de ato do Sr. Rossieli Soares da Silva, ministro da educação, o documento aprovado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) que consolida a Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2018) do sistema brasileiro de educação básica, complementando a sua primeira parte anteriormente aprovada, que estava ligada à etapa do ensino infantil e à etapa do ensino fundamental, com um trecho final relativo à etapa do ensino médio.

Tal elemento regulatório representa um passo inegavelmente relevante não somente para propiciar a construção de uma nova maneira de pensar a estrutura curricular de todo o sistema da educação básica, como também para induzir uma atenta e sincera revisão de todos os paradigmas metodológicos utilizados na abordagem de cada um dos tópicos que comporão os necessários novos arranjos curriculares.

Com a BNCC, o processo pedagógico deixa de ser conduzido para a mera apresentação abstrata de conteúdos e, retirando parte do protagonismo deles, passa a reconhecê-los apenas como ferramentas úteis numa missão mais importante que é a de mobilizar raciocínios, criar experimentações, desenvolver competências, promover habilidades e compartilhar valores, com vistas a atingir objetivos humanos práticos e efetivos, em particular reafirmando o ensino médio como etapa responsável pelas mais variadas formas de interdisciplinaridade e de contextualização, pela preparação para o mundo do trabalho e para o exercício de uma cidadania plena, pela capacitação para o ato de compreender, explicar, resolver problemas, analisar, criticar, argumentar, propor intervenções na realidade em que se vive e até criar soluções inovadoras.

Na verdade, por ser muito mais que um repensar aquilo que se ensina, espera-se o traçado de diretrizes e propostas que remodelem o agir daquele que ensina e daquele a quem se ensina. O foco deixa de ser os objetos de conhecimento, os conteúdos em si, e passa a estar nos atores, na prática pedagógica, na aprendizagem resultante dos momentos vividos, na sua utilidade efetiva e no reflexo que o modo de ensinar pode produzir na formação de um ser humano mais consciente, crítico, ativo, participativo e criativo.

Em arremate, traduz um estimulante novo caminhar do ensino médio que o dirige tanto para a construção do conhecimento em si, firmando conceitos e procedimentos a partir de fenômenos perceptíveis aos seres humanos, como também para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais preparatórias para a argumentação e para a tomada de decisões, com uma preocupação permanente na formação de atitudes e valores.

Nesse contexto extremamente atual, cujas diretrizes vieram sendo construídas com interessantes diálogos no mundo principalmente ao longo dos últimos 20 anos, chegou o momento da implementação de tudo o que vem sendo delineado. Abre-se um convite a todos aqueles que estão na ponta do processo educacional, participando direta ou indiretamente da relação educando-educador, para experimentarem imediatamente o novo modelo. Aliás, independentemente das adesões voluntárias imediatas, já se estabeleceu até um prazo de 5 anos para a acomodação das escolas e dos profissionais, ao fim do qual, pela própria grandeza do consenso sobre o novo modelo, espera-se que a sua efetivação ganhe corpo.

Como todas as escolas devem utilizar as novas diretrizes e bases para repensar seus currículos de ensino médio e seus planejamentos pedagógicos durante o ano de 2019, podendo dar efetividade ao novo sistema a partir de 2020 nos 1º anos, passa a ser também extremamente conveniente a realização de estudos ligados à implementação setorial deste modelo no âmbito da matemática e de suas tecnologias.

E foi frente a esse convite quase impositivo à quebra de paradigmas, que surgiu o interesse na presente dissertação. Objetiva-se uma reflexão sobre o caminhar específico do ensino da matemática dentro da nova proposta pedagógica de ensino médio, esclarecendo como as novas diretrizes podem ser encaradas no trato com esta área do conhecimento, antecipando alguns desafios inerentes ao processo de reconstrução pedagógica, propondo algumas soluções para as abordagens didáticas (interdisciplinares e contextualizadas, com novos motes e ferramentas) e redefinindo as próprias expectativas de aprendizagem. Por sinal, ao longo do texto, chega-se a sugerir uma estrutura curricular a partir de projetos adaptados à nova realidade educacional, com ênfase no desenvolvimento de competências, a partir da promoção de habilidades, da formação de atitudes e do compartilhamento de valores.

Trata-se, também, de uma resposta a uma inquietação pessoal, maturada ao longo de mais de 20 anos de sala de aula, que é típica de um professor de matemática já confrontado por seus alunos em diversas oportunidades com perguntas tais como: “Professor, para que estudamos isso?”, “Qual é a fórmula para decorar?” ou “Em qual momento de minha vida, eu vou usar isso?”. Por conseguinte, parte de um esforço em descrever como se pode tornar atraente uma aula de matemática, quer seja pela interação com a realidade e com outros ramos do conhecimento, quer seja pela aplicação de metodologias ativas, ou mesmo pelo uso de certos conteúdos para a mobilização de raciocínios, despertando o seu caráter intuitivo, propositivo e criativo, bem como fomentando a adesão a certos métodos científicos mais simples.

No desenvolvimento da temática levantada, serão utilizados principalmente os textos normativos condutores da atual quebra de paradigma pedagógico, de forma que se

efetuará um estudo bibliográfico partindo da Constituição da República Federativa do Brasil (CRFB/88), passando pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB/96), pelas Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (DCNEM/98) constantes na Resolução nº 3/1998 do Conselho Nacional de Educação (CNE), pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN/2000), pela revisão feita em 2013 nestes mesmos parâmetros curriculares nacionais do ensino médio (PCNEM/2013), pela lei nº 13.415/2017 conhecida como a lei da reforma do Ensino Médio (LREM) e, principalmente, pelo texto homologado em 2018 da BNCC/2018 consolidada com a parte relativa ao ensino médio.

Como referência, também serão utilizados alguns modelos de currículo que já começam a ser divulgados e implantados, em especial aquele que vem sendo estudado para uso no estado de Pernambuco desde 2017, pelo menos.

Na apresentação da narrativa do processo de interlocução para a elaboração e aprovação da BNCC, serão destacadas as falas estritamente pedagógicas que fazem parte dos objetivos deste trabalho, retirando de pauta quaisquer eventuais discussões eminentemente partidárias e eleitoreiras que não interessem diretamente à nova proposta política.

Nesse tom, estrutura-se a presente dissertação com um primeiro capítulo que se propõe a apresentar sucintamente como se deu o processo evolutivo de formação das atuais diretrizes, dos atuais parâmetros e da atual base nacional comum curricular, indicando os possíveis desafios para a sua implementação.

No segundo capítulo, apresenta-se uma proposta de organização curricular para os 3 (três) anos do ensino médio, partindo de projetos de aprendizagem semestrais que, não improvavelmente, podem acabar interligando mais de um eixo ou unidade de conhecimento, na medida em que congregam competências e habilidades próximas ou complementares.

Já, no terceiro capítulo, são sugeridas 3 abordagens bem peculiares dos temas relativos a cada projeto, indicando exemplos de interdisciplinaridade e de contextualizações possíveis, mas essencialmente indicando estratégias de conduções de aula que assegurem a mobilização de raciocínios e a produção de conhecimentos dotados de efetividade prática.

Por derradeiro, espera-se, na linha propositiva, que os leitores tenha captado e absorvido um verdadeiro convite à reflexão sobre os novos tempos da educação, sobre os novos alunos, os novos professores, as novas escolas, as novas tecnologias, sobre a nova realidade que cerca o processo educacional, percebendo os novos objetivos dos atores envolvidos e as novas práticas esperadas, reconhecendo-as como verdadeiros direitos de aprendizagem, que se destinam, no ensino médio, não somente à mera preparação para o vestibular, mas sim,

principalmente, à preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania plena, estimulando a participação social crítica, ativa, propositiva e criativa, guiada por objetivos concretos.

Assim, para além de uma fotografia utópica de uma realidade imaginada como ideal segundo parâmetros meramente pedagógicos, acredita-se seriamente que tal trabalho possa contribuir na percepção de que a mudança não está na matemática em si, nem mesmo propriamente na sua nova organização curricular durante a educação básica.

A principal mudança está no seu professor, na sua vontade de se inserir em um movimento de revisão da organização e das práticas de ensino, na sua vontade de escutar a realidade que o cerca e de atender aos seus reclamos e necessidades, retirando a centralidade da fórmula e do conceito meramente decorado para se concentrar na situação-problema que lhe é correlata, contextualizando os objetos de conhecimento através de objetivos humanos atuais e reais, sem se encastelar por trás de equações vazias de significado para os alunos e sem desprezar a possibilidade de construção interdisciplinar e colaborativa do conhecimento. Busca-se construir um novo professor cujo papel não está mais em apenas transferir conhecimento, mas sim em compartilhar experiências e vivências, mediando a aprendizagem e criando as possibilidades para que cada um possa construí-la da maneira que mais lhe aproveite, que lhe gere mais resultados reais e efetivos, individuais e sociais.

Em suma, espera-se ter contribuído para a percepção de que a mudança curricular existirá, todavia não como um fim em si mesma. E, só haverá um verdadeiro novo currículo, se este servir de instrumento para viabilizar uma verdadeira revolução do modo de ensinar e aprender, com foco no aluno e na sua aprendizagem.

2 DIRETRIZES E DESAFIOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Há aproximadamente 22 anos, quando ministrei minha primeira aula, sem perceber, já estava enfrentando meu primeiro dilema. Ora, se a grande maioria dos meus colegas de sala de aula durante os últimos anos do ensino fundamental e nos 3 anos de ensino médio tinham uma preocupante dificuldade com a matemática, será que eu deveria reproduzir em minhas aulas aquele mesmo modelo utilizado por alguns dos meus professores? E, por outro lado, se eu não tive referências de aulas diferentes daquelas, que modelo de intervenção pedagógica eu deveria utilizar?

Ao contrário de me inibir, esse primeiro receio me serviu de motivação, por exemplo, a tomar uma atitude bastante inesperada logo nos primeiros anos de magistério, quando estava planejando uma aula de logaritmo.

Resolvi largar o livro de matemática e abrir o famoso dicionário do Aurélio, em busca do verbete “logaritmo”. Afinal, por não fazer parte da linguagem comum, eu tinha uma crença formada de que essa palavra poderia gerar uma repulsa inicial e, quebrando o gelo com o dicionário na mão, talvez eu conquistasse a atenção inicial de mais alunos.

Nessa procura, tive a grata surpresa de que a palavra logaritmo não só estava presente entre os verbetes, como também tinha uma definição bem mais simples do que aquela que constava de modo exageradamente formal no livro de matemática, o que poderia facilitar a minha exposição. Falo em surpresa, porque até aquele momento nunca haviam me falado que **a matemática também poderia ser vista como uma linguagem**, que os diversos conceitos matemáticos também poderiam ser encarados como **verbetes cuja compreensão do significado deveria ser uma premissa** antes de qualquer tentativa de manipulação aritmética, geométrica, algébrica ou estatística. Pela própria exposição a uma cultura de mera aplicação de fórmulas, nem havia percebido que me faltava certa medida de letramento matemático.

Logaritmo [...] **S. m. Mat. 1.** Expoente a que se deve elevar um número constante para se obter outro número. [...] **Logaritmo binário. Mat.** Logaritmo de um número na base 2. [...] **Logaritmo decimal. Mat.** O expoente a que se deve elevar o número 10 para se obter outro número [símb.: *lg* e *log*]. (LOGARITMO, 1999, p. 1230, grifo do autor)

Desde aquele dia, sempre trago a definição constante nos dicionários para as minhas aulas, usando a palavra *logaritmo* quase que como um sinônimo da palavra *expoente*. Isso mesmo!!! Sinônimo!!!! E, como os alunos costumam ter menos dificuldades com as propriedades da potenciação quando a referência é feita diretamente a bases e expoentes, também associo a leitura das propriedades exponenciais à leitura das propriedades dos

logaritmos com o objetivo de facilitar a compreensão destas, criando um paralelo ao qual não fui apresentado enquanto aluno, mas que vem sendo de grande valia e com resultados surpreendentes na minha atividade como professor.

No último capítulo, até apresentaremos mais exemplos de associação que passamos a fazer, contudo, ao que importa neste momento, convém enfatizar que quaisquer propostas de mudança na forma de apresentação de temas não são implementadas de maneira tão simples como esta, existindo uma bagagem histórica que precisa ser vencida e exigindo uma postura ativa de cada professor de não condicionar a construção dos planos de aula aos modelos a que fora anteriormente exposto enquanto aluno, mesmo que, para isso, em algumas oportunidades, seja necessária uma criatividade deveras inusitada.

Parece que a razão realmente está com FREIRE (2015, p. 74-75) quando diz que:

ENSINAR EXIGE A CONVICÇÃO DE QUE A MUDANÇA É POSSÍVEL

Um dos saberes primeiros, [...] é o saber do futuro como problema e não como inexorabilidade. É o saber da história como possibilidade e não como determinação. O mundo não é. O mundo está sendo. Como subjetividade curiosa, inteligente, interferidora na objetividade com que dialeticamente me relaciono, meu papel no mundo não é só o de quem constata o que ocorre, mas também o de quem intervém como sujeito de ocorrências.

Não se trata, porém, de trabalhar com expectativas de rompimentos paradigmáticos severos. Nesse caminho, **as mudanças individuais, de uns ou outros professores, podem até ser rápidas, todavia as mudanças estruturais acabam sendo graduais e vencidas pouco a pouco, à medida em que novas gerações de professores e alunos vão se formando ao longo dos novos tempos.**

O mundo de hoje em que se dá a adolescência dos nossos alunos, não é igual àquele em que se deu a nossa adolescência, onde construímos nossa primeira bagagem de referências de aulas com nossos professores do antigo 2º grau. De fato, mesmo tendo em referência os últimos anos, já no contexto daquilo que se passou a chamar de ensino médio, é nítida a mudança de paradigma nas escolas em decorrência da substituição do foco nas aprovações em vestibulares tradicionais pelo foco no modelo de um exame nacional unificado de ensino médio (ENEM), levando os profissionais da educação a uma constante reformulação de seus planos de aulas para obter bons resultados nesta avaliação de habilidades cognitivas.

O problema é que, na atualidade, o sistema não se contenta mais apenas com a obtenção de notas altas no ENEM para a admissão em cursos de nível superior e passou a exigir um repensar sobre a própria condução qualitativa das aulas em si. Com a disseminação dos aparelhos celulares, as múltiplas ferramentas tecnológicas de pesquisa retiraram do professor a

condição de que ele seria o principal detentor e tutor da informação, criando a exigência de um ritmo mais acelerado nas mudanças, especialmente, com uma **reformulação no perfil e na postura dos novos professores em sala**.

Entretanto, essa é apenas uma primeira percepção mais geral sobre como se deu o processo de construção do atual modelo de ensino médio previsto para vigorar a partir de 2020, sobre como a mudança foi se tornando possível e até necessária, sobre como se chegou ao atual estado de princípios, parâmetros, diretrizes, bases curriculares e metas para esta última etapa da educação básica nacional.

Para sermos mais precisos e mais embasados juridicamente, convidamos o leitor a uma caminhada pelos marcos normativos que orientaram as diversas etapas deste processo de reformulação na experiência educacional brasileira que vêm ocorrendo desde 1988.

2.1 A previsão constitucional do sistema brasileiro de educação

Desde sua redação original, a CRFB/88 sempre tratou a educação como um direito fundamental social que precisava ser visto como um estratégico dever estatal. E, por isso, no seu artigo 211, previu um regime de colaboração federativa (entre União, Estados, Distrito Federal e Municípios) para o fornecimento de um sistema de ensino dedicado à formação integral do cidadão, que englobaria o seu pleno desenvolvimento enquanto pessoa, com uma preparação profissional e com uma preparação cidadã para o exercício dos seus direitos.

CRFB/88 (redação original)

Art. 6º São direitos sociais a **educação** [...]

Art. 205. A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, **visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho**. [...]

Art. 211. A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios organizarão em **regime de colaboração** seus sistemas de ensino.

§ 1º A União organizará e financiará o sistema federal de ensino e o dos Territórios, e prestará assistência técnica e financeira aos Estados, ao Distrito Federal e aos Municípios para o desenvolvimento de seus sistemas de ensino e o atendimento prioritário à escolaridade obrigatória.

§ 2º Os Municípios atuarão prioritariamente no ensino fundamental e pré-escolar. (BRASIL, 1988, grifos nossos)

Assegurou-se a liberdade de ensinar e de aprender como princípio norteador, estabelecendo-se também a promessa de garantia de um padrão mínimo de qualidade na educação ofertada, com uma igualdade nas condições de acesso e de permanência na escola, inclusive com o acesso aos mais elevados do ensino, da pesquisa e da criação artística, segundo a capacidade de cada um.

CRFB/88 (redação original)

Art. 206. O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:

I - igualdade de condições para o **acesso e permanência** na escola;

II - **liberdade** de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber; [...]

VII - garantia de **padrão de qualidade**. (BRASIL, 1988, grifos nossos)

Com efeito, o constituinte originário acabou confundindo educação com ensino escolar e **se limitou a trazer a busca pela universalização das vagas nas escolas** como uma meta estatal, que, diante do grande déficit escolar existente em 1988, **previa apenas o ensino fundamental como obrigatório e gratuito**. Ao ensino médio, restava um mero compromisso de que haveria uma progressiva extensão da sua obrigatoriedade e da sua gratuidade, mas isso sem prazo para a sua efetivação.

CRFB/88 (redação original)

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:

I - ensino fundamental, obrigatório e gratuito, inclusive para os que a ele não tiveram acesso na idade própria;

II - **progressiva extensão da obrigatoriedade** e gratuidade ao ensino médio; [...]

V - acesso aos níveis mais elevados do ensino, da pesquisa e da criação artística, segundo a capacidade de cada um; (BRASIL, 1988, grifos nossos)

Foi somente com a Emenda Constitucional nº 14 de 1996 (EC nº 14/96) que a **distribuição de tarefas** entre os entes federados e as **regras de responsabilidade** com o ensino médio ficaram mais claras, passando os Estados e o Distrito Federal a assumirem a missão constitucional de progressivamente **universalizarem** o acesso a um ensino médio gratuito em meio a um **regime de cooperação e colaboração** com os demais sistemas de ensino.

CRFB/88 (redação dada pela EC 14/96)

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:

I - ensino fundamental, obrigatório e gratuito, assegurada, inclusive, sua oferta gratuita para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria;

II - progressiva universalização do ensino médio gratuito; [...]

Art. 211. A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios organizarão em regime de colaboração seus sistemas de ensino.

§ 1º A União organizará o sistema federal de ensino e o dos Territórios, financiará as instituições de ensino públicas federais e exercerá, em matéria educacional, função redistributiva e supletiva, de forma a garantir equalização de oportunidades educacionais e padrão mínimo de qualidade do ensino mediante assistência técnica e financeira aos Estados, ao Distrito Federal e aos Municípios;

§ 2º Os Municípios atuarão prioritariamente no ensino fundamental e na educação infantil.

§ 3º Os Estados e o Distrito Federal atuarão prioritariamente no ensino fundamental e médio.

§ 4º Na organização de seus sistemas de ensino, os Estados e os Municípios definirão formas de colaboração, de modo a assegurar a universalização do ensino obrigatório.

§ 5º A educação básica pública atenderá prioritariamente ao ensino regular. (BRASIL, 1996, grifos nossos)

Mesmo assim, só aproximadamente 20 anos após a promulgação da Constituição, mais precisamente com a Emenda Constitucional nº 59 de 2009, o constituinte derivado considerou que todas as etapas da educação básica poderiam se tornar obrigatórias.

CRFB/88 (redação dada pela EC 59/2009)

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:
I - **educação básica obrigatória e gratuita** dos 4 (quatro) aos 17 (dezesete) anos de idade, assegurada inclusive sua oferta gratuita para todos os que a ela não tiveram acesso na idade própria;

[...]

Art. 211. A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios organizarão em regime de colaboração seus sistemas de ensino.

[...]

§ 4º Na organização de seus sistemas de ensino, a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios definirão formas de colaboração, de modo a **assegurar a universalização do ensino obrigatório**. (BRASIL, 2009, grifos nossos)

Ultrapassado esse período inicial de construção do acesso à educação, em que também foram estabelecidas políticas públicas especificamente moldadas para possibilitar a sua universalização na idade certa, nada poderia ser mais razoável do que **deslocar a atenção para um enfrentamento mais contundente do problema pedagógico relativo à qualificação do ensino**, quer seja para estimular a manutenção do aluno na escola, quer seja para atender aos objetivos constitucionais previstos no artigo 205, construindo um sistema de ensino que desenvolva o ser humano em sua integridade e, no que tange ao ensino médio, leve o aprendiz a um ambiente cada vez mais prático, formador e atrativo.

Tal construção, porém, já vinha se desenvolvendo de forma paralela a partir de discussões travadas no âmbito da União, já que ela era responsável por legislar sobre o tema:

CRFB/88

Art. 22. Compete privativamente à União legislar sobre:

[...]

XXIV - diretrizes e bases da educação nacional; (BRASIL, 1988)

Em suma, muito mais do que tratar a educação como um direito fundamental de cunho social que precisava ser assegurado a todos pelo Estado e pela família, a CRFB/88 traçou rumos estruturais e pedagógicos, inaugurando e incentivando as discussões que vão além do aspecto meramente estrutural e, hoje, parecem estar mais amadurecidas sobre o agir pedagógico, notadamente no ensino médio que ganha papel de destaque na realização dos objetivos constitucionais relativos ao direito à educação para a vida cidadã e para o trabalho.

2.2 A lei de diretrizes e bases da educação nacional (LDB/96)

Coube à lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 (LDB/96), a tarefa de traduzir o sentimento nacional vigente à época quanto aos objetivos da educação, reiterando os compromissos constitucionais estabelecidos não somente em relação à universalização do acesso, mas, principalmente, em relação aos rumos do processo pedagógico em si, reafirmando a ênfase naquilo que se costuma definir como formação integral do ser humano.

No que se refere especificamente ao ensino médio, foi a LDB/96 que vislumbrou algo a mais do que o mero aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental e reconheceu uma vocação ligada à preparação do indivíduo para o trabalho e para o exercício da cidadania no convívio social, conforme previa o artigo 205 da CRFB/88.

LDB/96

Art. 35. O ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:

I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o **prosseguimento de estudos**;

II - a **preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando**, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III - o aprimoramento do **educando como pessoa humana**, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos **processos produtivos**, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. (BRASIL, 1996, grifos nossos)

Em sua proposta inicial, **o ensino médio deixa de ser meramente informador e passa também a ser formador**, tanto no aspecto intelectual, como no aspecto ético, em especial pelo desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico, mas sempre com vistas a preparar o indivíduo para a condição de titular de direitos e deveres, para a condição de cidadão participativo e responsável em seu meio social e para a condição de trabalhador.

Aliás, desde a redação original da LDB/96, consta previsão expressa de uma **base nacional comum** para os ensinos fundamental e médio, tendo sido incluída em 2013 a previsão de uma base nacional também para o ensino infantil.

LDB/96 em sua redação original

Art. 26. Os currículos do **ensino fundamental e médio** devem ter uma **base nacional comum**, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. (BRASIL, 1996, grifos nossos)

LDB/96 com redação dada pela Lei nº 12.796 de 2013

Art. 26. Os currículos da **educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio** devem ter **base nacional comum**, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas

características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. (BRASIL, 2013, grifos nossos)

Nesse ponto, ressalte-se que a LDB/96 determina a adequação dos currículos à base nacional comum, mas vai além exigindo um **complemento específico** não somente de cada sistema de ensino, mas sim de cada estabelecimento escolar, que retrate **aspectos regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e até dos educandos**, inserindo-os no processo educacional.

Quadro 01 – Estrutura curricular do ensino médio, segundo a redação original da LDB/96

CURRÍCULO (segundo a LDB)	=	PARTE COMUM organizada a partir de uma base nacional comum	+	PARTE DIVERSIFICADA complemento para a inserção e o engajamento na realidade local
-------------------------------------	---	---	---	---

Fonte: elaborado pelo autor

Isso tudo sem esquecer de que a LDB/96 reconheceu a incompletude de seu trabalho e remeteu a atos posteriores a definição das diretrizes curriculares que corresponderiam à formação básica comum.

LDB/96

Art. 9º A União incumbir-se-á de:

I - elaborar o **Plano Nacional de Educação**, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios; [...]

IV - estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, **competências e diretrizes** para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, **que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum**; (BRASIL, 1996, grifos nossos)

Cabendo destacar ainda que, nesta redação original de 1996, a LDB falava expressamente em currículos montados a partir de **conteúdos mínimos**, não se utilizando da ideia atualmente vigente de **competência como um conjunto habilidades desenvolvidas, atitudes promovidas e valores formados**, o que a levou a alguns reparos.

2.3 As diretrizes curriculares nacionais do ensino médio (DCNEM/98)

Aproximadamente 10 anos após a promulgação da Constituição e um pouco mais de 1 ano após o início da vigência da LDB/96, através da sua resolução nº 03 de 20 de junho de 1998, a Câmara de Educação Básica do Conselho Nacional de Educação (CEB/CNE) deliberou sobre proposta enviada pelo ministro da educação e do desporto, instituindo as **diretrizes**

curriculares nacionais do ensino médio e, ao mesmo tempo, inaugurando as discussões sobre a mudança de foco na proposta pedagógica.

Pela primeira vez, deslocava-se uma parte da grande atenção antes dada ao **mero estudo de conteúdos disciplinares** para o início de uma preocupação com o **desenvolvimento de competências** e, bem assim, para a promoção de habilidades e para a formação de valores.

Em tom muito claro, a Resolução CEB/CNE nº 03/98 estabelece que **os conteúdos curriculares não são suficientes à formação integral dos estudantes, sendo apenas meios básicos para se constituir competências cognitivas e sociais**, que merecem prioridade frente à mera transmissão de informações:

Resolução CEB/CNE nº 03/98

Art. 5º Para cumprir as finalidades do ensino médio previstas pela lei, as escolas organizarão seus currículos de modo a:

I - ter presente que os **conteúdos curriculares não são fins em si mesmos**, mas meios básicos para constituir competências cognitivas ou sociais, priorizando-as sobre as informações;

II - ter presente que as **linguagens são indispensáveis** para a constituição de conhecimentos e competências;

III - adotar metodologias de ensino diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e **mobilizem o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas e outras competências cognitivas superiores**;

IV - reconhecer que as situações de aprendizagem provocam também sentimentos e requerem trabalhar a **afetividade do aluno**. (BRASIL, 1998, grifos nossos)

Começou aqui a surgir uma preocupação metodológica com uma educação para o pensar, o que conduzia a dificuldades operacionais tais como a alertada pela professora Maria Lucia de Arruda Aranha na obra coletiva “Educando para o pensar”, quando descreveu que:

O que é uma educação para o pensar – à primeira vista parece um truísmo porque poderíamos achar óbvio que um educador – e não um mero instrutor ou transmissor de conhecimentos – devesse se propor, desde o início, à tarefa de ensinar a pensar. No entanto, logo esbarramos com dificuldades, [...] os mestres que se propõe a ensinar a pensar saberiam eles próprios bem pensar? (CASTRO, 2011, p. 3, grifo do autor)

Parece-nos que tal mudança de paradigma na proposta metodológica é extremamente complexa e, a despeito da boa vontade presente na legislação acima, não poderia ser imediatamente implementada, por conta de diversos aspectos operacionais, sendo necessária uma ampla discussão envolvendo professores, pedagogos, diretores de escola, editores de livros didáticos, elaboradores de exames vestibulares e, principalmente, os discentes dos diversos cursos de pedagogia e de licenciatura pelo país afora.

Não somente precisaria haver uma grande divulgação das mudanças, como também um grande movimento de revisão da formação acadêmica de todos os profissionais de ensino do país para fazê-los perceber a importância de mudar o planejamento das rotinas realizadas

em sala de aula para se adequarem à nova proposta. Trata-se de uma nova perspectiva da relação educacional que exige a presença de **um novo professor para novas reflexões em favor de alunos que se valem de novas tecnologias e buscam novos resultados.**

É um pensar reflexivo a partir de objetivos humanos, com vistas a desenvolver a sua identidade e uma autonomia para agir e intervir na realidade, como novamente salienta a professora Maria Lucia de Arruda Aranha:

Não estaremos ensinando crianças e jovens a pensar se entendermos por esse procedimento um exercício a partir de reflexões abstratas, já que a reflexão pode estar a serviço da dominação, da exploração, da alienação, do preconceito, da exclusão e da barbárie. ‘As reflexões precisam ser transparentes em sua finalidade humana’, diz Adorno. (CASTRO, 2011, p. 6)

E, nessa linha, o fato de terem se passados mais de 20 anos desde a instituição das diretrizes curriculares nacionais do ensino médio para que se iniciasse o processo de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) talvez tenha sido proposital justamente para a qualificação dos próprios docentes.

No mais, não se pode deixar de observar que, também pela primeira vez, se busca dar significado prático ao ensino médio, confirmando sua vocação à formação do cidadão e à preparação para o trabalho através da inclusão de preocupações com a definição de verbetes como interdisciplinaridade e contextualização.

Resolução CEB/CNE n° 03/98

Art. 1º As Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio – DCNEM, estabelecidas nesta Resolução, se constituem num conjunto de definições doutrinárias sobre princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na organização pedagógica e curricular de cada unidade escolar integrante dos diversos sistemas de ensino, em atendimento ao que manda a lei, tendo em vista vincular a educação com o mundo do trabalho e a prática social, consolidando a preparação para o exercício da cidadania e propiciando preparação básica para o trabalho.

[...]

Art. 8º Na observância da **Interdisciplinaridade** as escolas terão presente que:

I - a Interdisciplinaridade, nas suas mais variadas formas, partirá do princípio de que **todo conhecimento mantém um diálogo permanente com outros conhecimentos**, que pode ser de questionamento, de negação, de complementação, de ampliação, de iluminação de aspectos não distinguidos;

II - o ensino deve ir além da descrição e procurar constituir nos alunos a **capacidade de analisar, explicar, prever e intervir**, objetivos que são mais facilmente alcançáveis se as disciplinas, integradas em áreas de conhecimento, puderem **contribuir, cada uma com sua especificidade, para o estudo comum de problemas concretos**, ou para o desenvolvimento de projetos de investigação e/ou de ação;

III - as disciplinas escolares são recortes das áreas de conhecimentos que representam, carregam sempre um grau de arbitrariedade e não esgotam isoladamente a realidade dos fatos físicos e sociais, devendo buscar entre si **interações** que permitam aos alunos a compreensão mais ampla da realidade;

IV - a **aprendizagem é decisiva para o desenvolvimento dos alunos**, e por esta razão as **disciplinas devem ser didaticamente solidárias** para atingir esse objetivo, de modo que disciplinas diferentes estimulem competências comuns, e cada disciplina

contribua para a constituição de diferentes capacidades, sendo indispensável buscar a complementaridade entre as disciplinas a fim de facilitar aos alunos um desenvolvimento intelectual, social e afetivo mais completo e integrado;

V - a característica do ensino escolar, tal como indicada no inciso anterior, amplia significativamente a **responsabilidade da escola** para a constituição de identidades que integram conhecimentos, competências e valores que permitam o exercício pleno da cidadania e a inserção flexível no mundo do trabalho.

Art. 9º Na observância da **Contextualização** as escolas terão presente que:

I - na situação de ensino e aprendizagem, o conhecimento é transposto da situação em que foi criado, inventado ou produzido, e por causa desta transposição didática deve ser relacionado com a prática ou a experiência do aluno a fim de adquirir significado;

II - a relação entre teoria e prática requer a concretização dos conteúdos curriculares em **situações mais próximas e familiares do aluno**, nas quais se incluem as do trabalho e do exercício da cidadania;

III - a aplicação de conhecimentos constituídos na escola às situações da vida cotidiana e da experiência espontânea permite seu entendimento, crítica e revisão. (BRASIL, 1998, grifos nossos)

Ao lado disso, ainda são reforçadas preocupações com a formação de valores fundamentais ao interesse social e à família, bem como instigações ao desenvolvimento de noções estéticas, políticas e éticas, sempre dirigindo o pensar para o desenvolvimento de competências básicas e imprescindíveis também a um novo agir social.

2.4 Os parâmetros curriculares nacionais e a matriz de referência do ENEM

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio (PCNEM/2000) publicados em 2000, discrimina-se como mais nitidez quais os reflexos que passariam a ser sentidos na área das ciências naturais e da matemática com a mudança do paradigma pedagógico instituído nas diretrizes curriculares nacionais do ensino médio (DCNEM/98), mormente com o lembrete de que, mesmo diante da busca pela interdisciplinaridade e pela contextualização, ainda se faz necessário um **aprofundamento dos saberes**, inclusive com abertura para novos procedimentos científicos pertinentes aos objetos de estudo.

Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio (PCNEM/2000)

No nível médio, esses objetivos envolvem, de um lado, o aprofundamento dos saberes disciplinares em Biologia, Física, Química e Matemática, com procedimentos científicos pertinentes aos seus objetos de estudo, com metas formativas particulares, até mesmo com tratamentos didáticos específicos. De outro lado, envolvem a articulação interdisciplinar desses saberes, propiciada por várias circunstâncias, dentre as quais se destacam os conteúdos tecnológicos e práticos, já presentes junto a cada disciplina, mas particularmente apropriados para serem tratados desde uma perspectiva integradora.

[...]

Ao se denominar a área como sendo não só de Ciências e Matemática, mas também de suas Tecnologias, sinaliza-se claramente que, em cada uma de suas disciplinas, pretende-se **promover competências e habilidades que sirvam para o exercício de intervenções e julgamentos práticos**. (BRASIL, 2000, p. 6, grifos nossos)

Especificamente no âmbito da matemática, os parâmetros ressaltam diversos aspectos interdisciplinares e contextualizados de sua aplicação, convidando os docentes a perceberem a matemática como linguagem e como método de pensar e articular a realidade.

Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio (PCNEM/2000)

A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como **linguagem** portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes.

Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para **codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, frequências e quantas outras variáveis houver**. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos. O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio, contudo, não deve ser preocupação exclusiva do professor de Matemática, mas das quatro disciplinas científico-tecnológicas, preferencialmente de forma coordenada, permitindo-se que o aluno construa efetivamente as abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo **habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico**, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98. (BRASIL, 2000, p. 9, grifos nossos)

Eles reconhecem que, no ensino médio, a matemática precisa produzir um conhecimento efetivo, de significado próprio, não somente propedêutico, desenvolvendo competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos.

Na sequência, após explorar o valor formativo, o caráter instrumental e a própria natureza científica da matemática, os PCNEM/2000 listaram uma série de competências e habilidades específicas que precisam ser abordadas no processo pedagógico.

Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio (PCNEM/2000)

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES A SEREM DESENVOLVIDAS EM MATEMÁTICA

Representação e comunicação

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e compreensão

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc.).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização sociocultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (BRASIL, 2000, p. 46)

Em meio a todo esse processo de maturação das mudanças, o governo federal acabou utilizando o Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM) como um dos maiores motivadores para a discussão, na medida em que gerava material de estudo e propiciava interessantes diálogos sobre a forma de se realizar a interdisciplinaridade e a contextualização, isso sem desprezar que, a partir de 2009, ele também passou a ser obrigatório como critério de acesso a um colossal volume de vagas em universidades públicas.

Uma vez que não se poderia limitar a ação ao rol de competências e habilidades previsto nos PCNEM/2000, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) estabeleceu uma matriz de referências própria para o ENEM com 30 habilidades e isso não só acabou orientando a prática nas escolas públicas e privadas de ensino médio, como acabou contribuindo nas discussões sobre a necessidade de revisões nos parâmetros curriculares ou sobre a elaboração das bases nacionais curriculares.

Matriz de referências das competências e habilidades da Matemática - ENEM
Competência de área 1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

- H1** – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.
- H2** – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
- H3** – Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
- H4** – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
- H5** – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

- H6** – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
- H7** – Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8** – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade. (BRASIL, 2009, p. 5 - 7).

Com essa matriz de referência do ENEM, a preocupação dos PCNEM/2000 com o desenvolvimento de competências e habilidades passou a se incorporar no ambiente escolar, mas ainda voltada apenas para a realização de uma prova ao final do 3º ano do Ensino médio.

2.5 A LDB segundo a lei nº 13.415/2017 que instituiu o novo ensino médio

Buscando dar seguimento ao processo de maturação qualitativa do sistema educacional brasileiro, no final de 2016, foi editada a Medida Provisória (MP) nº 746, que assegurou aos alunos o direito de optarem por uma formação mais específica e dirigida para a área em que pretendiam atuar, inclusive permitindo a opção pelo ensino profissionalizante.

Instituiu-se, assim, uma **nova estrutura curricular para o ensino médio**, que o dividiria entre as disciplinas ligadas a itinerários formativos (IFs), voltadas a conhecimentos mais específicos e complementares, e as disciplinas ligadas a uma formação geral básica (FGB), voltadas a conhecimentos mínimos exigíveis de todos.

Em vista de tal mudança paradigmática na organização curricular do ensino médio, se fazia necessária não apenas uma revisão completa das listas de temas abordados em cada disciplina obrigatória, mas também um redimensionamento das suas correspondentes cargas horárias individuais, de modo que, no final, houvesse uma ampliação gradual da carga horária anual de 800 horas até chegar a 1400 horas.

Com a conversão dessa MP nº 746/2016 na lei nº 13.415 de 16 de fevereiro de 2017, fixou-se até um prazo de 5 anos para o início dessas mudanças, com a exigência de um primeiro incremento da carga horária anual para um mínimo de 1000 horas ao final deste período.

LDB/96 com redação pela lei nº 13.415 de 2017

Art. 35-A. A Base Nacional Comum Curricular definirá direitos e objetivos de aprendizagem do ensino médio, conforme diretrizes do Conselho Nacional de Educação, nas seguintes áreas do conhecimento:

- I - linguagens e suas tecnologias;
- II - matemática e suas tecnologias;
- III - ciências da natureza e suas tecnologias;
- IV - ciências humanas e sociais aplicadas.

§ 1º A parte diversificada dos currículos de que trata o caput do art. 26, definida em cada sistema de ensino, deverá estar harmonizada à Base Nacional Comum Curricular e ser articulada a partir do contexto histórico, econômico, social, ambiental e cultural.

§ 2º A Base Nacional Comum Curricular referente ao ensino médio incluirá obrigatoriamente estudos e práticas de educação física, arte, sociologia e filosofia.

§ 3º O ensino da língua portuguesa e da matemática será obrigatório nos três anos do ensino médio, assegurada às comunidades indígenas, também, a utilização das respectivas línguas maternas.

§ 4º Os currículos do ensino médio incluirão, obrigatoriamente, o estudo da língua inglesa e poderão ofertar outras línguas estrangeiras, em caráter optativo, preferencialmente o espanhol, de acordo com a disponibilidade de oferta, locais e horários definidos pelos sistemas de ensino.

§ 5º A carga horária destinada ao cumprimento da Base Nacional Comum Curricular não poderá ser superior a mil e oitocentas horas do total da carga horária do ensino médio, de acordo com a definição dos sistemas de ensino.

§ 6º A União estabelecerá os padrões de desempenho esperados para o ensino médio, que serão referência nos processos nacionais de avaliação, a partir da Base Nacional Comum Curricular.

§ 7º Os currículos do ensino médio deverão considerar a formação integral do aluno, de maneira a adotar um trabalho voltado para a construção de seu projeto de vida e para sua formação nos aspectos físicos, cognitivos e socioemocionais.

§ 8º Os conteúdos, as metodologias e as formas de avaliação processual e formativa serão organizados nas redes de ensino por meio de atividades teóricas e práticas, provas orais e escritas, seminários, projetos e atividades on-line, de tal forma que ao final do ensino médio o educando demonstre:

I - domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna;

II - conhecimento das formas contemporâneas de linguagem.

Art. 36. O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino, a saber:

I - linguagens e suas tecnologias;

II - **matemática e suas tecnologias;**

III - ciências da natureza e suas tecnologias;

IV - ciências humanas e sociais aplicadas.

V - formação técnica e profissional.

§1º A organização das áreas de que trata o caput e das respectivas competências e habilidades será feita de acordo com critérios estabelecidos em cada sistema de ensino. [...]

§3º A critério dos sistemas de ensino, poderá ser composto itinerário formativo integrado, que se traduz na composição de componentes curriculares da Base Nacional Comum Curricular - BNCC e dos itinerários formativos, considerando os incisos I a V do caput. [...]

§5º Os sistemas de ensino, mediante disponibilidade de vagas na rede, possibilitarão ao aluno concluinte do ensino médio cursar mais um itinerário formativo de que trata o caput.

§6º A critério dos sistemas de ensino, a oferta de formação com ênfase técnica e profissional considerará:

I - a inclusão de vivências práticas de trabalho no setor produtivo ou em ambientes de simulação, estabelecendo parcerias e fazendo uso, quando aplicável, de instrumentos estabelecidos pela legislação sobre aprendizagem profissional;

II - a possibilidade de concessão de certificados intermediários de qualificação para o trabalho, quando a formação for estruturada e organizada em etapas com terminalidade.

§7º A oferta de formações experimentais relacionadas ao inciso V do caput, em áreas que não constem do Catálogo Nacional dos Cursos Técnicos, dependerá, para sua continuidade, do reconhecimento pelo respectivo Conselho Estadual de Educação, no prazo de três anos, e da inserção no Catálogo Nacional dos Cursos Técnicos, no prazo de cinco anos, contados da data de oferta inicial da formação.

§8º A oferta de formação técnica e profissional a que se refere o inciso V do caput, realizada na própria instituição ou em parceria com outras instituições, deverá ser aprovada previamente pelo Conselho Estadual de Educação, homologada pelo Secretário Estadual de Educação e certificada pelos sistemas de ensino.

§9º As instituições de ensino emitirão certificado com validade nacional, que habilitará o concluinte do ensino médio ao prosseguimento dos estudos em nível superior ou em outros cursos ou formações para os quais a conclusão do ensino médio seja etapa obrigatória.

§10. Além das formas de organização previstas no art. 23, o ensino médio poderá ser organizado em módulos e adotar o sistema de créditos com terminalidade específica.

§11. Para efeito de cumprimento das exigências curriculares do ensino médio, os sistemas de ensino poderão reconhecer competências e firmar convênios com instituições de educação a distância com notório reconhecimento, mediante as seguintes formas de comprovação:

I - demonstração prática;

II - experiência de trabalho supervisionado ou outra experiência adquirida fora do ambiente escolar;

- III - atividades de educação técnica oferecidas em outras instituições de ensino credenciadas;
 - IV - cursos oferecidos por centros ou programas ocupacionais;
 - V - estudos realizados em instituições de ensino nacionais ou estrangeiras;
 - VI - cursos realizados por meio de educação a distância ou educação presencial mediada por tecnologias.
- § 12. As escolas deverão orientar os alunos no processo de escolha das áreas de conhecimento ou de atuação profissional previstas no caput. (BRASIL, 2017, grifos nossos)

Nessa nova redação dada ao artigo 36 da LDB/96, cria-se uma distinção entre os currículos da **formação geral básica** (etapa comum a todos e orientada pela BNCC) e o currículo de cada **itinerário formativo** de cunho mais específico e especializado.

Quadro 02 – Estrutura curricular básica do novo ensino médio



Fonte: elaborada pelo autor.

De sorte que, como o ensino da matemática é obrigatório em todos os 3 anos do ensino médio e em todos os itinerários, a matemática precisa se fazer presente, a nosso ver, nos 6 arranjos curriculares (na FGB e nos 5 itinerários formativos possíveis).

Quadro 03 – Participações da matemática nos diversos arranjos curriculares possíveis a serem implantados no novo ensino médio

CURRÍCULOS QUE, SEGUNDO A LEI DO NOVO ENSINO MÉDIO, PRECISAM SER DEFINIDOS					
FORMAÇÃO GERAL BÁSICA	ITINERÁRIOS FORMATIVOS				
	Matemática e suas tecnologias	Linguagens e suas tecnologias	Ciências da Natureza e suas tecnologias	Ciências humanas e suas tecnologias	Formação técnica e profissional
- Matemática - Linguagens - Ciências da Natureza - Ciências humanas	- Matemática - Linguagens	- Matemática - Linguagens	- Matemática - Linguagens - Ciências da natureza	- Matemática - Linguagens - Ciências humanas	- Matemática - Linguagens - Formação técnica e profissional
Observação 1: A nosso ver é essencial que, em todos os itinerários formativos, devem ser mantidas “trilhas comuns” compostas por disciplinas necessárias à complementação da formação social, científica e cidadã dos alunos. Isso corresponde, por exemplo, à inclusão de estudos e práticas de educação física, arte, sociologia e filosofia.					
Observação 2: Muito embora não esclareça o momento, nem o período de duração, a própria lei já indica a oferta obrigatória de Língua inglesa e, em caráter optativo, de outras línguas estrangeiras, preferencialmente o espanhol.					

Fonte: elaborada pelo autor.

O primeiro currículo seria relativo à formação geral básica (FGB), com uma parte comum segundo a BNCC e uma parte diversificada segundo uma articulação com o contexto regional da comunidade discente. Os outros 5 currículos surgiram em meio a cada um dos correspondentes itinerários formativos.

Ou seja, na tarefa de se elaborar um currículo de matemática para o ensino médio, deve-se ter em mente a necessidade de se propor aquilo que fará parte da formação geral básica e aquilo que fará parte de cada um dos itinerários formativos com maior ou menor intensidade de exigência a depender das expectativas quanto à continuidade dos projetos de vida dos alunos.

Ao que interessa à presente dissertação, estabeleceu-se como limite de atuação desta pesquisa, a elaboração do **currículo básico e comum da matemática para a FGB** e o **currículo das disciplinas matemáticas** ligadas ao itinerário formativo denominado “Matemática e suas tecnologias”, ficando todas as demais disciplinas para outras pesquisas.

2.6 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2018)

Como já se viu, o projeto brasileiro de ensino médio foi constitucionalmente orientado em 1988 para buscar a superação de seus dois principais problemas históricos, quais sejam a falta de acesso e o elevado índice de evasão, havendo uma clara associação desta desmotivação a problemas estruturais e a problemas pedagógicos do sistema.

No primeiro flanco, se buscou e vem se obtendo um relativo resultado positivo no que se refere a uma progressiva universalização do acesso ao ensino médio, com ampliação da oferta de vagas e da oferta de incentivos aos pais que mantêm seus filhos na escola, notadamente a partir do momento em que se atribui responsabilidade específica ao Estados e ao Distrito Federal, mediante colaboração dos demais entes, em especial da União.

No Brasil, o Ensino Médio foi o que mais se expandiu, considerando como ponto de partida a década de 80. De 1988 a 1997, o crescimento da demanda superou 90% das matrículas até então existentes. Em apenas um ano, de 1996 a 1997, as matrículas no Ensino Médio cresceram 11,6%. É importante destacar, entretanto, que o índice de escolarização líquida neste nível de ensino, considerada a população de 15 a 17 anos, não ultrapassa 25%, o que coloca o Brasil em situação de desigualdade em relação a muitos países, inclusive da América Latina. Nos países do Cone Sul, por exemplo, o índice de escolarização alcança de 55% a 60%, e na maioria dos países de língua inglesa do Caribe, cerca de 70%. O padrão de crescimento das matrículas no Ensino Médio no Brasil, entretanto, tem características que nos permitem destacar as suas relações com as mudanças que vêm ocorrendo na sociedade. (BRASIL, 2000, p. 6)

Por mais que ainda haja muito a melhorar, é notório que, em relação ao que tínhamos em 1988, houve uma melhoria da estrutura física e a qualificação do corpo docente.

No segundo flanco, se encontra a BNCC concluindo todo o esforço estatal que começou com a própria Constituição e que passou pela LDB original, pela DCNEM, pelos PCNEM, pela matriz de referências do ENEM, pelas novas disposições da LDB surgidas a partir da lei do novo ensino médio e até pelos compromissos internacionais assumidos pelo estado brasileiro nos últimos anos com relação a uma educação de qualidade.

Ao longo dos vários quadros comparativos apresentados na versão preliminar do relatório EDUCAÇÃO PARA TODOS NO BRASIL 2000 – 2015, pode-se visualizar, por exemplo, que todos os indicadores relativos às taxas de matrícula na educação básica continuaram aumentando e todos os índices relativos a evasão escolar se reduziram, mormente propiciando uma maior adequação da etapa de ensino à idade dos alunos matriculados.

Aqui é oportuno registrar que o atendimento à população de 15 a 17 anos no ensino médio teve incremento significativo, passando de 36,9% (2001) para 51,6% (2011). Um dos grandes desafios enfrentados nesta etapa de ensino foi representado pela diminuição da taxa de distorção idade/série que caiu de 48,8% em 2000 para 44,9% em 2010. (BRASIL, 2014, p. 13)

Aliás, pode-se também observar que os demais problemas brasileiros são os mesmos que assombram várias outras nações, a ponto de justificarem acordos internacionais com metas bem semelhantes às aquelas definidas internamente, em especial quanto à busca por uma melhoria na qualidade da educação.

Na reportagem abaixo, por exemplo, reafirma-se esse relativo consenso mundial quanto aos novos objetivos e desafios ligados à busca por uma Educação de qualidade.

Entre os dias 19 e 22 de maio, em Incheon, na Coreia do Sul, aconteceu o Fórum Mundial de Educação (World Education Forum – WEF 2015), organizado pela UNESCO e que contou com a participação de mais de 130 Ministros de Educação e mais de 1.500 participantes, entre organizações de sociedade civil, agências bilaterais e multilaterais, professores, ativistas e experts.

O objetivo do Fórum foi acordar a nova agenda da educação, que irá vigorar entre 2015 e 2030, com os novos objetivos que compõem o compromisso Educação para Todos, iniciado em 1990, na Conferência de Jomtien, e reiterado em 2000, no Fórum Mundial de Educação realizado em Dakar.

Os cinco temas centrais desta terceira edição do Fórum foram:

- i) **Direito à educação:** assegurar educação equitativa e inclusiva de qualidade e aprendizagem ao longo da vida para todos até 2030.
- ii) **Equidade na educação:** acesso e aprendizagem equitativa, particularmente para meninas e mulheres, devem estar no centro da agenda pós-2015 para permitir o pleno potencial de todas as pessoas.
- iii) **Educação inclusiva:** uma educação inclusiva não apenas responde e se adapta a cada estudante, mas é relevante para a sociedade e para o respeito à cultura.
- iv) **Educação de qualidade:** educação de boa qualidade, provisionada por professores treinados e apoiados, é direito de todas as crianças, jovens e adultos, não privilégio de poucos.
- v) **Educação ao longo da vida:** toda pessoa, em toda a etapa de sua vida deve ter oportunidades de educação ao longo da vida para adquirir conhecimentos e capacidades de que necessitam para realizar suas aspirações e contribuir com suas sociedades. (AÇÃO EDUCATIVA, 2015, online)

Em meio a essa busca por uma educação de qualidade, a BNCC ajuda a delinear os contornos do projeto político-pedagógico de todo o sistema de ensino e, na parte homologada em dezembro de 2018, estabelece as bases de um novo ensino médio composto por uma formação geral básica (FGB) e por uma parte específica escolhida dentre itinerários formativos (IF's) disponíveis, conformando-se progressivamente nos moldes de uma escola de tempo integral acolhedora das diversidades culturais e das múltiplas formas de ansiedade das juventudes, garantindo o protagonismo dos próprios jovens nos seus processos de aprendizagem.

Considerar que há muitas juventudes implica organizar uma escola que acolha as diversidades, promovendo, de modo intencional e permanente, o respeito à pessoa humana e aos seus direitos. E mais, que garanta aos estudantes ser protagonistas de seu próprio processo de escolarização, reconhecendo-os como interlocutores legítimos sobre currículo, ensino e aprendizagem. Significa, nesse sentido, assegurar-lhes uma formação que, em sintonia com seus percursos e histórias, permita-lhes definir seu projeto de vida, tanto no que diz respeito ao estudo e ao trabalho como também no que concerne às escolhas de estilos de vida saudáveis, sustentáveis e éticos. [...]

Para atender às necessidades de formação geral, indispensáveis ao exercício da cidadania e à inserção no mundo do trabalho, e responder à diversidade de expectativas dos jovens quanto à sua formação, a escola que acolhe as juventudes tem de estar comprometida com a educação integral dos estudantes e com a construção de seu projeto de vida. (BRASIL. 2018, p. 463-464)

Trata-se de uma nova proposta metodológica para o ensino médio que visa justamente compatibilizar a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental com uma interdisciplinaridade e uma contextualização que garantam uma preparação para o trabalho e para a vida social, permitindo o acesso ao exercício da cidadania plena e a possibilidade de avançarem aos níveis superiores de educação.

A área de Matemática, no **Ensino Fundamental**, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. No **Ensino Médio**, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL. 2018, p. 471)

Valendo-se dos mesmos termos empregados em diversos instrumentos normativos já analisados ao longo deste trabalho, a BNCC constrói toda a estrutura do ensino médio a partir de uma **revisão cíclica, ou melhor, em espiral**, das diversas competências e habilidades estabelecidas como básicas, sugerindo a fixação de **expectativas de aprendizagem** para cada momento de revisitação, isso sem se esquecer de distinguir os currículos montados para servirem à **formação geral básica** (combinando aquilo que anteriormente se entendia como

parte comum com o que se conhecia como parte diversificada) e os currículos montados para servirem a algum **itinerário formativo** (destinado à preparação para o trabalho em um setor específico da vida, que será definido segundo preferências de cada estudante conforme ofertas realizadas por cada sistema de ensino a depender das necessidades e disponibilidades de cada realidade local vivenciada), isso sem deixar de lado a possibilidade de serem definidas **disciplinas livres**, que entrariam como atividades complementares às cargas horárias de todos os currículos e que resultariam em importantes contribuições na formação humana, social e cidadã, ou mesmo no projeto de vida de cada aluno.

3 PROPOSTA CURRICULAR PARA A MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Estabelecidas as premissas apresentadas no capítulo anterior que retratam com fidedignidade histórica os novos objetivos traçados pelo estado brasileiro para o seu processo educacional contemporâneo no ensino médio, em especial quanto aos desafios que precisam ser superados e quanto às diretrizes, aos parâmetros e às bases que precisam ser respeitados, passar-se-á a oferecer ao debate uma sugestão de currículo para a matemática do ensino médio, tanto no que se refere à formação geral básica (FGB), quanto naquilo que se refere ao seu específico itinerário formativo (IF) denominado como “Matemática e suas tecnologias”.

Salienta-se, porém, que, apesar de se reconhecer que, em face da obrigatoriedade de estar presente em todos os 3 anos de ensino médio, a matemática também deve constar nos currículos dos demais itinerários formativos (Linguagens e suas tecnologias; Ciências Naturais e suas tecnologias; Ciências Humanas e suas tecnologias; Formação técnica e profissional), tem-se como inoportuno o oferecimento de qualquer sugestão apriorística para este debate específico, haja vista que seria evidentemente necessário um diálogo interdisciplinar mínimo com os responsáveis por cada um destes outros itinerários formativos, o que se entende não ser cabível nos estreitos limites da atual pesquisa.

Portanto, é extremamente conveniente que sejam **mantidos os objetivos anteriormente traçados de se elaborar apenas os currículos de matemática** voltados para a formação geral básica (FGB) e para o seu específico itinerário formativo (IF da Matemática), não se desconhecendo também a exigência de que a estrutura curricular sugerida seja dotada de flexibilidade, conforme orientado pela BNCC.

Para que a organização curricular a ser adotada – áreas, interáreas, componentes, projetos, centros de interesse etc. – responda aos diferentes contextos e condições dos sistemas, das redes e das escolas de todo o País, é fundamental que a **flexibilidade** seja tomada como princípio obrigatório. (BRASIL, 2018, p. 479, grifo nosso)

Nesse tom, partir-se-á do rol de 5 competências e 43 habilidades que está previsto e muito bem descrito na própria BNCC (vide ANEXO I), mas não se utilizará da sugestão dada por tal documento quanto ao uso de uma organização curricular baseada na distribuição das habilidades segundo as 5 unidades de conhecimento (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e Estatística), mesmo quando agrupadas em 3 eixos por suas eventuais similaridades (vide ANEXO II), justamente por se entender que a melhor organização curricular deve considerar a **distribuição das habilidades ao longo do tempo no processo de aprendizagem**, de forma a permitir que se faça distinção entre aquelas habilidades mais ligadas

à formação geral básica e aquelas mais relacionadas com os itinerários formativos, **tratando a aprendizagem como um processo de revisitação em espiral com obstáculos cada vez maiores sendo vencidos e uma motivação constantemente presente de superação.**

As possibilidades de organização curricular das aprendizagens propostas na BNCC de Matemática são várias. Uma organização possível – e mais próxima da prática de elaboração curricular dessa área – é por unidades similares às propostas para o Ensino Fundamental. Essas unidades podem ser, entre outras, Números e Álgebra, Geometria e Medidas, e Probabilidade e Estatística, como apresentado nos quadros a seguir. É importante destacar que, nesses quadros, foram mantidos os códigos originais das habilidades (conforme apresentação no item anterior), o que permite reconhecer a competência específica à qual cada habilidade está relacionada. Assim, por exemplo, a habilidade EM13MAT402 está relacionada à competência específica 4, o que se identifica no primeiro algarismo após a sigla MAT.

Na (re)elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, **é possível adotar outras organizações, recorrendo tanto às habilidades definidas nesta BNCC quanto a outras que sejam necessárias e que contemplem especificidades e demandas próprias dos sistemas de ensino e das escolas. A despeito disso, é fundamental preservar a articulação, proposta nesta BNCC, entre os vários campos da Matemática, com vistas à construção de uma visão integrada de Matemática e aplicada à realidade.** Além disso, é importante que os saberes matemáticos, do ponto de vista pedagógico e didático, sejam fundamentados em diferentes bases, de modo a assegurar a compreensão de fenômenos do próprio contexto cultural do indivíduo e das relações interculturais. (BRASIL, 2018, p. 542)

Na linha traçada, partindo-se da consideração de que se mostra necessário o condicionamento da organização curricular a uma articulação com a interdisciplinaridade e a contextualização, tem-se que o melhor currículo deve ser construído em torno de **projetos pedagógicos sucessivos, temporários (preferencialmente semestrais) e efetivamente úteis** na preparação para o trabalho ou para o exercício da cidadania plena.

Não se trata de uma sugestão que visa estrangular as possibilidades de interação e de intervenção na realidade, nem muito menos que visa restringir as possibilidades fáticas de abordagem na relação entre educando-educador das mais diferentes regiões do território nacional, mesmo porque não se pretende definir os projetos em si a partir das experiências práticas a que correspondem, mas sim a partir das expectativas de aprendizagem que carregam consigo, permitindo resgates de aluno com dificuldade em momento menos distante.

Ao se propor uma divisão do currículo em projetos semestrais, não se está restringindo as formas de avaliação, permanecendo possível o uso de provas clássicas de caráter somativo ao final de cada projeto e também **o uso de avaliações diagnósticas** (que são aplicadas no início de etapas de ensino para interferir ativamente no processo pedagógico impedindo que a incompreensão de alguma expectativa de aprendizagem seja decorrente de algum pré-requisito mal assimilado ou que se perca muito tempo com o desenvolvimento de habilidades que os alunos já possuem) e **de avaliações comparativas** (que são aplicadas

durante ou ao final de cada exposição visando aferir o grau de compreensão dos estudantes de cada expectativa de aprendizagem parcial, redefinindo constantemente o agir pedagógico e impedindo o acúmulo de dúvidas).

Em meu entendimento, **há quatro tipos de avaliação nas escolas hoje**, a avaliação diagnóstica, a formativa, a comparativa e a somativa.

Avaliações diagnósticas:

Esta avaliação é usada para “diagnosticar” o que um aluno sabe e o que ele não sabe. A avaliação diagnóstica normalmente acontece no início de uma nova fase da educação e abrange tópicos que serão ensinados aos alunos nas próximas aulas.

Os professores utilizam as informações das avaliações diagnósticas para nortear o quê e como ensinar. Eles passarão mais tempo ensinando as habilidades nas quais seus alunos enfrentam mais dificuldades de acordo com os resultados da avaliação diagnóstica.[...]

Avaliação formativa:

Esse tipo de avaliação é usada para medir a aprendizagem do aluno durante a aula. Ela é informal e vale pouca nota, utilizada ao longo de uma palestra e desenvolvida para dar aos alunos a oportunidade de mostrarem que compreenderam o assunto (como no exemplo acima, com a atividade do relógio). [...]

Avaliação comparativa:

Esta avaliação é usada para verificar se os alunos dominam um tópico do conteúdo. A avaliação comparativa é aplicada durante ou depois de uma aula e abrange uma parte do material. Ao contrário das avaliações diagnósticas, os alunos devem dominar o conteúdo da avaliação comparativa. [...]

Avaliação somativa:

Esta avaliação é utilizada como uma forma de controle, no final do ano ou do curso, para avaliar quantos conteúdos os alunos aprenderam no geral. Esse tipo de avaliação é semelhante à avaliação comparativa, mas abrange tudo o que os alunos aprenderam ao longo do ano. [...] Uma vez que as avaliações somativas abrangem uma ampla variedade de conceitos de um determinado nível, elas não são capazes de avaliar nenhum conceito de maneira profunda. [...]

Com o uso de uma avaliação diagnóstica, é possível avaliar o que um aluno já sabe e o que ele aprenderá em uma próxima aula. As avaliações formativas auxiliam o professor e os pais a monitorarem o progresso de um aluno diariamente. Uma avaliação comparativa pode ser um indicador prévio de que os alunos alcançaram ou não os objetivos de uma lição, permitindo que os pais e os professores ensinem novamente os conceitos que o aluno apresenta dificuldades. O ideal é que, ao aplicar a avaliação somativa, os professores e os pais já saibam até onde o aluno aprendeu com o material. A avaliação somativa fornece a confirmação final. (O’MALLEY, 2018, online)

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

É uma **avaliação pedagógica e não punitiva**, que vai além da prova clássica, cujo objetivo é contabilizar acertos e erros, conforme definido por Yves de la Taille, professor do Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo. Com a avaliação diagnóstica, o professor deve ser capaz de chegar à matriz do erro ou do acerto, **interpretando a produção do aluno.**

De acordo com a avaliação diagnóstica, **o professor precisa localizar, num determinado momento, em que etapa do processo de construção do conhecimento encontra-se o estudante e, em seguida, identificar as intervenções pedagógicas que são necessárias para estimular o seu progresso.** Esse diagnóstico, onde se avalia a qualidade do erro ou do acerto, permite que o professor possa adequar suas estratégias de ensino às necessidades de cada aluno.

A ideia de avaliação diagnóstica surgiu a partir da **abolição da repetência** no ensino fundamental nas escolas públicas, com a chamada progressão continuada, implantada com base nas recomendações contidas na Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996. (AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA, 2001, online, grifos nossos)

A ideia de desenvolver as aprendizagens sobre a forma de projetos semestrais vai bem além da análise do tipo de avaliação e se propõe a sugerir a **prática de uma aprendizagem essencialmente colaborativa e cooperativa**, em que o professor diversifique os canais de acesso à informação e os meios de comunicação entre os alunos, garantindo a motivação para uma participação cada vez maior e para um engajamento cada vez mais efetivo em busca dos resultados pretendidos.

É desnecessário dizer que, a cada novo módulo, acabará sendo aberta uma nova janela de aprendizagem, a partir de um novo projeto de interação com a realidade, que pode ser desenvolvido inclusive com o uso de recursos tecnológicos adequados para a construção coletiva e efetiva do saber.

Como exemplo, tem-se que uma boa sugestão de primeiro projeto seria “**LETRAMENTO MATEMÁTICO BÁSICO**”. Nele, várias experiências práticas poderiam ser utilizadas para revisar aprendizagens ocorridas no ensino fundamental e para inaugurar uma linguagem própria do ensino médio, quer seja sob o viés aritmético, geométrico, algébrico ou estatístico.

Enfim, a cada projeto poder-se-ia percorrer mais de uma unidade de conhecimento, desenvolvendo competências e habilidades equivalentes e complementares num mesmo nível de aprofundamento, sem desmotivar o aluno com as famosas “viagens” que fazem os alunos se perderem durante as explicações.

Afinal, não se pode considerar como adequada a abordagem que, sob a alegação de manutenção da unidade de conhecimento, trabalha simultaneamente com habilidades sucessivas que pressupõe distintos níveis de maturidade no processo de aprendizagem.

Voltando-se à sugestão de um projeto denominado de “**LETRAMENTO MATEMÁTICO BÁSICO**”, poder-se-ia, por exemplo, fazer uso da arte renascentista para introduzir a percepção da representação em perspectiva ou mesmo fazer uso de trabalhos de medição em campo para introduzir a compreensão da utilidade das diversas unidades de medida e da necessidade de uma notação científica, inclusive fazendo menção expressa à ideia de algarismos significativos.

Na organização curricular baseada em projeto, sequer se faz necessária a restrição a uma única competência ou mesmo a alguma predefinição de ordem entre as competências e habilidades, isso porque a própria BNCC ressalta a possível flexibilização, senão vejamos:

As competências não têm uma ordem preestabelecida. Elas formam um todo conectado, de modo que o desenvolvimento de uma requer, em determinadas situações, a mobilização de outras. Cabe observar que essas competências consideram que, além da cognição, os estudantes devem desenvolver atitudes de autoestima, de

perseverança na busca de soluções e de respeito ao trabalho e às opiniões dos colegas, mantendo predisposição para realizar ações em grupo.

Por sua vez, embora cada habilidade esteja associada a determinada competência, isso não significa que ela não contribua para o desenvolvimento de outras. Ainda que Matemática, tal como Língua Portuguesa, deva ser oferecida nos três anos do Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017), as habilidades são apresentadas sem indicação de seriação. Essa decisão permite flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola. (BRASIL. MEC. BNCC/2018, p. 530)

Na verdade, a opção por currículos organizados através de projetos sucessivos ainda traz a grande vantagem de permitir que **habilidades analisadas nos projetos iniciais possam ser revisitadas em projetos posteriores**, criando uma **estrutura modular do ensino médio** que admite a estipulação de módulos tidos como pré-requisitos de outros, isso sem contar a vantagem de permitir processo de recuperação mais próximos no tempo e também mais completos, uma vez que passam a admitir uma acumulação menor de aprendizagens.

3.1 A matemática e as suas tecnologias na formação geral básica (FGB)

Partindo do rol de competências e habilidades previsto na BNCC (ANEXO I), em especial, considerando a sua distribuição entre as unidades de conhecimento sugeridas na própria BNCC (ANEXO II), acredita-se na possibilidade de obtenção de resultados mais efetivos e práticos com a **modulação do ensino da matemática e de suas tecnologias** durante a etapa da formação geral básica (FGB) através da definição de **projetos curriculares contemporâneos ou sucessivos, concatenados numa cadeia de pré-requisitos**, englobando múltiplas competências, habilidades e unidades de conhecimento.

Na definição da duração de cada projeto, considerou-se um momento inicial de aplicação da BNCC com uma carga horária de 1000 horas-aula por ano ao longo dos 200 dias letivos, havendo 5 horas-aula por dia (ou 6 aulas de 50 minutos por dia) e, bem assim, 25 horas-aula por semana (ou 30 aulas de 50 minutos por semana). Logicamente, todas as durações de aula precisariam ser repensadas à medida em que houvesse novas ampliações da carga horária total, nos termos determinados pela BNCC, até o limite de 1400 horas anuais, inclusive com a inclusão de disciplinas de formação humana que comporiam uma trilha comum a todos os itinerários.

Enfim, considerando uma divisão com 8 aulas de 50 minutos de matemática por semana na FGB até a metade do 2º ano, as nossas sugestões de projeto para a organização curricular da FGB são as seguintes:

PROJETO 1.1: OS NÚMEROS NATURAIS E OS PROCESSOS DE CONTAGEM

a) Momento da oferta: 1º semestre do 1º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Unidades de conhecimento envolvidas:

- Números (aritmética básica e processos de contagem)
- Álgebra (modelagem algébrica dos processos de contagem)
- Geometria (significado geométrico das operações fundamentais e dos processos de contagem)

d) Conteúdos trabalhados:

- **ARITMÉTICA BÁSICA.** (*Significado dos números naturais. Significado das operações básicas (adição e multiplicação).*).
- **TEORIA DOS CONJUNTOS.** (*Linguagem e representação. Elementos e Diagramas. Relação de pertinência (como caracterizar um elemento em um conjunto). Relação de inclusão. Apresentação dos quantificadores (todo, algum, nenhum, existe, não existe) Construção de argumentos lógicos envolvendo as relações de pertinência e inclusão. Operações com conjuntos (interseção, união, diferença, complementar e leis de Morgan).*).
- **ARGUMENTAÇÃO LÓGICA.** (*Apresentação dos conectivos lógicos (e, ou). Construção de argumentos lógicos envolvendo o uso de conectivos e as operações com conjuntos. Apresentação dos Operadores condicionais: “Se ... Então....”, “... se, e somente se,”. Construção de argumentos lógicos envolvendo o uso de condicionais e as operações com conjuntos.*).
- **ANÁLISE COMBINATÓRIA:** (*Definição de Fatorial. Princípio aditivo. Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Divisão do processo de contagem em etapas e casos. Contagens especiais (permutação, arranjo simples, combinação simples etc.). Modelagem algébrica das contagens especiais).*

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT310) Resolver e elaborar **problemas de contagem** envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

g) Atitudes estimuladas:

- Construir o conjunto dos números naturais a partir da ideia de contagem básica (sucessão de quantidades e ideia de adição), identificando grandezas que sejam caracterizadas por meio de contagens de números naturais (como exemplo, sugere-se falar das grandezas indicativas de posição e das diferenças entre idade e tempo, número de voltas na pista e distância percorrida etc.). Diferenciar número, numeral e algarismo, apresentando as suas diferentes representações (números romanos, ábacos, sistemas que representam os números por figuras ou códigos).
- Uso do raciocínio indutivo para a identificação de padrões de contagem. Perceber um padrão na contagem de algarismos em uma sucessão de números. Identificar os padrões de contagem (separando a contagem em etapas e casos).
- Promoção da distinção do procedimento entre etapas (regra do “e”) e entre casos (regra do “ou”). Uso do Princípio Aditivo (Soma ou União), identificando se há ou não interseção entre casos. Uso da árvore de possibilidades, dos diagramas de conjuntos e dos retângulos quadriculados como ferramentas de representação das contagens. Apresentar o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), distinguindo as etapas independentes, das dependentes ordenadas e das dependentes não ordenadas. Enfatizar a divisão pelas repetições contadas mais de uma vez (fator de correção da contagem).
- Uso do fatorial como ferramentas de modelagem algébrica das contagens. Perceber padrões nos resultados dos fatoriais.
- Observar o comportamento das contagens diante de simetrias

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Apresentação de diversas atividades com contagens variadas.
- Comparação dos elementos conceituais que determinam as contagens especiais, enfatizando aqueles que as diferenciam.
- Análise do número de jogos possíveis em cada tipo de loteria, identificando os custos e as chances de cartões marcados com jogos múltiplos.
- Atividade prática com o cálculo do custo de ladrilhamento de piscinas ou outros elementos arquitetônicos com azulejos quadrados.
- Construção de modelos de competição do tipo “pontos corridos” e do tipo “mata-mata”.
- Criação de planilha de tabulação de dados (Ex. Microsoft Excel) que utilizem ferramentas ligadas aos condicionais lógicos.

PROJETO 1.2: O LETRAMENTO MATEMÁTICO BÁSICO

a) Momento da oferta: 1º semestre do 1º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Unidades de conhecimento envolvidas:

- Números (Aritmética básica e frações)
- Álgebra (introdução à linguagem algébrica das sequências e das funções)
- Geometria (a representação, a linguagem e os conceitos geométricos básicos)
- Grandezas e medidas (unidades de medida e conversões para a geometria)
- Probabilidade e Estatística (introdução à estatística descritiva)

d) Conteúdos trabalhados:

- **A LINGUAGEM ARITMÉTICA:** *(Os números inteiros e as suas operações fechadas (adição, subtração, multiplicação e potenciação). Problemas básicos envolvendo modelagem aritmética/algébrica por meio das operações fechadas nos números inteiros (Exemplo: problemas sobre idades). Novas operações definidas nos enunciados das situações-problema. Perceber padrões numéricos nas operações fechadas básicas, em especial nas potenciações, quanto aos resultados, aos últimos algarismos e à quantidade de algarismos. Algoritmo da divisão. Divisibilidade. Perceber o padrão existente nos critérios de divisibilidade. Algoritmo da divisão. Divisibilidade. Perceber o padrão existente nos critérios de divisibilidade. Múltiplos e Divisores. Os números primos e os números compostos. Teorema fundamental da aritmética (fatoração numérica em fatores primos). Resolução de equações no conjunto dos inteiros. Sistemas de numeração.)*
- **OS POSSÍVEIS SIGNIFICADOS DAS FRAÇÕES** *(operação matemática de distribuição de quantidades iguais, referência de parte em relação a um todo, unidade de medida fracionada, referência do comportamento de uma mesma grandeza ao longo de transformações, relação entre duas grandezas diversas num mesmo cenário. Porcentagem. Aumento e redução percentual. Noção de variação e de fator de conversão).*
- **AS DIMENSÕES GEOMÉTRICAS** *(Problemas simples envolvendo as noções iniciais de perímetro, área e volume em quadrados, retângulos, cubos e paralelepípedos. As convenções necessárias para o desenho em perspectiva das figuras espaciais no plano do papel. A geometria da arte renascentista. Unidades de medida, prefixos e notação científica. Conversão de unidades (uso de uma fração unitária como fator de conversão). Modelagem de situações-problema que envolvem mudanças (aumentos e reduções) nas*

dimensões de figuras, em especial quando forem definidos fatores percentuais de aumento ou de redução.)

- **GEOMETRIA DE POSIÇÃO e DE VISUALIZAÇÃO:** *(Ponto, reta, plano, axiomas e posições relativas. As vistas e as projeções - sombras. Ladrilhamento. Planificação.)*
- **ESTATÍSTICA DESCRITIVA:** *(Introdução ao método estatístico e a distinção entre dados absolutos e relativos. Organizando os dados em Tabelas (frequência absoluta e relativa). Apresentando os dados em Gráficos. A ideia de valor médio e os tipos de média. Propriedades da média aritmética. Desigualdade das médias. Moda e mediana. Amplitude. Desvio médio absoluto, variância e desvio padrão. Propriedades dos desvios. Coeficiente de variação. Interpretação de gráficos cartesianos simples e combinados. Gráficos em coordenadas polares. Interpretação de gráfico BOXPLOT. Principais erros na construção e na leitura de gráficos.)*
- **LINGUAGEM ALGÉBRICA:** *(Construindo uma linguagem para perceber padrões. Linguagem das sequências e linguagem das funções. Identificando padrões numéricos em expressões algébricas. Criando expressões algébricas para representar padrões. O raciocínio indutivo. As sequências periódicas.)*

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 1:** *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.*
- **COMPETÊNCIA 2:** *Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.*
- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*
- **COMPETÊNCIA 4:** *Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.*

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a **variação de grandezas**, pela análise dos **gráficos** das funções representadas e das **taxas de variação**, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, **inadequações que possam induzir a erros de interpretação**, como escalas e amostras não apropriadas.
- (EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam **unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas**, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
- (EM13MAT104) **Interpretar taxas e índices** de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), **investigando os processos de cálculo** desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo **medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa**.
- (EM13MAT202) Planejar e executar **pesquisa amostral** sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e **comunicar os resultados** por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
- (EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a **notação científica** para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
- (EM13MAT406) Construir e interpretar **tabelas e gráficos de frequências** com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que **inter-relacionem estatística, geometria e álgebra**.
- (EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de **diferentes diagramas e gráficos** (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

g) Atitudes estimuladas:

- Compreensão dos diversos tipos de perspectiva, em especial da perspectiva geométrica presente na arte renascentista.
- Distinção entre os múltiplos usos práticos e significados das frações.
- Compreensão da distinção entre as ideias de variação e de taxa de variação.
- Leitura e Identificação de possíveis erros na construção de gráficos e tabelas ou em enunciados que se proponham a analisá-los.
- Uso da linguagem algébrica (sequências ou funções) em modelagens básicas.
- Percepção do uso adequado de algarismos significativos e da notação científica.
- Distinção entre o sistema de numeração decimal e o sistema binário utilizado em computação.
- Estimulação de um posicionamento crítico frente a análises feitas por outros intérpretes de dados apresentados em tabelas e gráficos

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Planejamento e execução de pesquisa amostral com caracterização das informações coletadas, diagnóstico e apresentação dos resultados encontrados com sugestões de intervenção.
- Estudo do volume de dados em pen drives e em memórias de computador.
- Coleta de textos jornalísticos com diferentes usos para as frações e as porcentagens.
- Estudo sobre a credibilidade da leitura estatística feita por textos jornalísticos elaborados a partir da análise de dados apresentados em tabelas ou gráficos.

PROJETO 1.3: A NOÇÃO DE PROPORÇÃO E O CRESCIMENTO LINEAR**a) Momento da oferta:** 2º semestre do 1º ano do ensino médio**b) Duração do projeto:** semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)**c) Unidades de conhecimento envolvidas:**

- Números (Múltiplos. MMC e MDC. Números diretamente e inversamente proporcionais. Distribuição proporcional.)
- Álgebra (função linear. Função afim. Progressão aritmética. Juros simples.)
- Geometria (proporcionalidade geométrica, a noção de escala, fator de ampliação/redução e as razões trigonométricas básicas)
- Grandezas e medidas (noção de variação e de taxa de variação. grandezas diretamente e inversamente proporcionais.)
- Probabilidade e Estatística (interpolação e extrapolação linear)

d) Conteúdos trabalhados:

- **A PROPORÇÃO NUMÉRICA:** *(Os múltiplos e o seu padrão de variação. MMC. MDC. Números diretamente proporcionais. Números inversamente proporcionais. Regra de três simples e composta. Distribuição proporcional.)*
- **A MODELAGEM DA PROPORÇÃO ENTRE GRANDEZAS:** *(expressão algébrica de grandezas diretamente proporcionais e de grandezas inversamente proporcionais. Representação gráfica de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.)*
- **A ÁLGEBRA DO CRESCIMENTO LINEAR:** *(Função linear. Função afim. Progressão aritmética. Juros simples.)*
- **GEOMETRIA ANALÍTICA:** *(Condição de alinhamento de 3 pontos. Equação de reta. Coeficientes angular e linear. Retas paralelas. Sistema de equações lineares.)*
- **A TENDÊNCIA LINEAR NA ESTATÍSTICA:** *(Determinação de valores ausentes (interpolação e extrapolação). Interpretação de valores extremos (quando descartá-los). Noção de reta tangente a uma curva.)*
- **PROPORCIONALIDADE GEOMÉTRICA:** *(Teorema de Tales. Teorema das bissetrizes. Divisão harmônica de um segmento. Semelhança entre triângulos retângulos. Relações métricas num triângulo retângulo. Semelhança entre triângulos quaisquer. Potência de ponto. Razões trigonométricas em um triângulo retângulo. Relações métricas em triângulo qualquer (lei dos senos e lei dos cossenos).)*

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 1:** *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.*
- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*
- **COMPETÊNCIA 4:** *Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.*
- **COMPETÊNCIA 5:** *Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como*

observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a **variação de grandezas**, pela análise dos **gráficos** das funções representadas e das **taxas de variação**, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, **inadequações que possam induzir a erros de interpretação**, como escalas e amostras não apropriadas.
- (EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam **unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas**, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
- (EM13MAT104) **Interpretar taxas e índices** de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), **investigando os processos de cálculo** desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- (EM13MAT105) Utilizar as noções de **transformações isométricas** (translação, reflexão, rotação e composições destas) e **transformações homotéticas** para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
- (EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem **equações lineares** simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as **funções polinomiais de 1º ou 2º graus**, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam **juros simples** com as que envolvem **juros compostos**, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

- (EM13MAT308) Aplicar as **relações métricas**, incluindo as **leis do seno e do cosseno** ou as noções de **congruência e semelhança**, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
- (EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem **grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras** (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
- (EM13MAT401) Converter representações algébricas de **funções polinomiais de 1º grau** em **representações geométricas no plano cartesiano**, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
- (EM13MAT404) **Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças** (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), **em suas representações algébrica e gráfica**, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT406) Construir e interpretar **tabelas e gráficos de frequências** com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que **inter-relacionem estatística, geometria e álgebra**.
- (EM13MAT501) Investigar relações entre **números expressos em tabelas** para representá-los no plano cartesiano, **identificando padrões** e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é **de função polinomial de 1º grau**.
- (EM13MAT507) Identificar e associar **progressões aritméticas (PA) a funções afins** de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
- (EM13MAT510) Investigar conjuntos de **dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas**, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

g) Atitudes estimuladas:

- Preocupação inicial com a identificação de algum padrão linear de crescimento.
- Livre circulação entre as representações aritmética, algébrica, geométrica e gráfica da noção de proporção (direta ou inversa) e da noção de crescimento linear.
- Compreensão da proporcionalidade entre os juros simples e o decurso do tempo.
- Projeção de tendências estatísticas lineares.

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Fazer projeções da população a partir dos censos realizados pelo IBGE.
- Trabalhar com situações reais em que a linearidade só aparece quando se permite certo grau de aproximação.
- Coleta de textos jornalísticos que se valeram de diferentes formas de comunicar a ideia de crescimento linear.
- Estudo sobre a credibilidade das projeções lineares frente a algumas situações reais.

PROJETO 1.4: A OCUPAÇÃO DO ESPAÇO BIDIMENSIONAL

a) Momento da oferta: 2º semestre do 1º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Unidades de conhecimento envolvidas: Geometria (figuras planas e áreas)

d) Conteúdos trabalhados:

- **ÂNGULO** (Definição. Paralelismo (ângulos nas paralelas). Ângulos na circunferência.)
- **TRIÂNGULO** (Condição de existência (desigualdade triangular. Classificação. Calculando a área do triângulo, a partir dos conceitos de base e altura. Congruência de triângulos. Outras expressões para o cálculo da área de um triângulo.)
- **CIRCUNFERÊNCIA** (Definição de circunferência e de seus elementos (centro, raio, diâmetro). As partes da circunferência (corda, arco, setor e segmento circular). Cálculos de comprimento e de área. Posições relativas entre ponto e círculo, entre retas e círculo ou entre dois círculos. Os comprimentos e os ângulos nos problemas de tangência. O círculo circunscrito e o círculo inscrito em um triângulo.)
- **QUADRILÁTERO** (Definição e classificação. As propriedades envolvendo as diagonais dos quadriláteros. O teorema de Ptolomeu. Cálculo de áreas. Problemas de inscrição e circunscrição com quadriláteros)
- **POLÍGONOS** (Definição. Ângulos internos e externos. Diagonais. Simetrias e ladrilhos poligonais. Cálculo de áreas em polígonos regulares)
- **LADRILHANDO e PLANIFICANDO** (Os ladrilhos montados e os padrões geométricos de contagem por camadas. Noções sobre os ângulos necessários ao encaixe de figuras planas. Modelagem plana da superfície de figuras tridimensionais.)
- **INSCREVENDO E CIRCUNSCREVENDO NO PLANO**

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 1:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das

Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

- **COMPETÊNCIA 2:** *Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.*
- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*
- **COMPETÊNCIA 5:** *Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.*

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
- (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
- (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo

do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

- (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
- (EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
- (EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

g) Atitudes estimuladas:

- Percepção da composição de figuras complexas por figuras mais simples.
- Identificação de figuras planas no universo da experiência humana, destacando suas propriedades úteis aos processos e aos objetivos práticos.
- Traçar expectativas quanto às medidas de grandezas dependentes de parâmetros meramente geométricos.

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Desenvolver atividades com plantas baixas de unidades habitacionais e de unidades comerciais/industriais, definindo áreas com uso de escalas.
- Determinar análises de obras/embalagens quanto aos gastos com materiais utilizados nos seus revestimentos.
- Qualificar a percepção do fenômeno da tangência, em especial para a determinação de suas consequências.
- Associar o fenômeno da tangência ao comportamento de veículos no traçado de curvas.

PROJETO 1.5: O CRESCIMENTO PARABÓLICO, O CRESCIMENTO EXPONENCIAL E A PERIODICIDADE TRIGONOMÉTRICA

a) Momento da oferta: 1º semestre do 2º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Unidades de conhecimento envolvidas:

- Números (Os quadrados perfeitos e as demais potências)

- Álgebra (função do 2º grau, Progressão geométrica, Função exponencial, Juros compostos, funções trigonométricas, função logarítmica e função modular.).
- Geometria (estudo da parábola e da hipérbole)
- Grandezas e medidas (Noção de variação e de taxa de variação. Transformações gráficas isométricas).

d) Conteúdos trabalhados:

- **A EXPANSÃO QUADRÁTICA E A EXPANSÃO EXPONENCIAL:** (Os quadrados perfeitos e o seu padrão de variação. As potências e seus padrões numéricos.)
- **A RELAÇÃO PARABÓLICA:** (*Definir geometricamente a parábola e os seus elementos (vértice, foco, raízes, parâmetro e diretriz). Construir a sua equação geral $[y = a.x^2 + bx + c]$ a partir da definição geométrica. Identificar os significados de seus coeficientes (a e c). Construir a ideia de função do 2º grau $[f(x) = a.x^2 + bx + c]$ a partir de uma modelagem algébrica de fenômenos comuns no dia-a-dia. Calcular as raízes pela fórmula de Báskara com uso do discriminante (Δ). Caracterizar o comportamento da parábola de acordo com o valor do discriminante (Δ). Modelar a parábola por uma equação fatorada $[y = a.(x - x_1).(x - x_2)]$. Relacionar as raízes com os coeficientes (soma e produto). Calcular as coordenadas do vértice da parábola a partir da sua equação geral. Resolver situações-problema que envolvem otimização.*)
- **A ÁLGEBRA DO CRESCIMENTO EXPONENCIAL:** (Progressão geométrica. Função exponencial. Hipérbole. Juros compostos, anuidades e sistemas de amortização.)
- **A RELAÇÃO LOGARÍTIMICA** (*Achando a posição de um termo em uma PG (definição de Logaritmo, propriedades e aplicações). Convertendo a PG em PA. O conceito de logaritmo e a sua condição de existência. As propriedades do logaritmo. Equações e funções logarítmicas. Representação hiperbólica.*)
- **A RELAÇÃO MODULAR** (*O conceito de módulo de um número real. Função modular: conceito e representação gráfica. A translação horizontal e vertical de funções.*)
- **A TRIGONOMETRIA E O CRESCIMENTO ANGULAR** (*As Razões trigonométricas num triângulo retângulo como indicativas do crescimento angular com aplicação da ideia de “ângulo de fase” e de “velocidade angular”. Revisão sobre os seus valores notáveis no 1º quadrante e sobre as relações trigonométricas fundamentais. Introdução da Ideia de arco-seno, arco-cosseno e arco-tangente. Ciclo trigonométrico e Redução ao 1º quadrante (estudo de sinais e determinação do ângulo formado com a horizontal). Equações e inequações trigonométricas básicas. Funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Translações (horizontal e vertical).*)

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 1:** *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.*
- **COMPETÊNCIA 2:** *Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.*
- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*
- **COMPETÊNCIA 4:** *Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.*
- **COMPETÊNCIA 5:** *Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.*

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
- (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
- (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
- (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
- (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
- (EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
- (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
- (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

g) Atitudes estimuladas:

- Construir a ideia de função do 2º grau [$f(x) = a.x^2 + bx + c$] a partir de uma modelagem geométrica e de uma modelagem algébrica de fenômenos comuns no dia-a-dia.
- Construir a ideia de função exponencial [$f(x) = a.b^x$] a partir de uma modelagem algébrica de fenômenos do dia-a-dia que possuem fatores de crescimento constantes.
- Comparar o crescimento em PA com o crescimento em PG.
- Comparar o crescimento exponencial com o crescimento logarítmico.
- Comparar o decrescimento exponencial com o decrescimento inversamente proporcional.

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Avaliar problemas de otimização que recaem em funções do 2º grau.
- Avaliar o custo de empréstimos bancários tomados a juros compostos.
- Comparar os rendimentos de linhas de crédito reais oferecidas sobre condições distintas.
- Verificar a validade da lei de Malthus (geografia) a partir de informações reais sobre crescimento populacional e crescimento da produção mundial de alimentos.
- Avaliar situações de decaimento radioativo.
- Analisar expectativas de comportamento periódico determinado por funções trigonométricas, em especial ligadas a movimento harmônico simples (MHS).

PROJETO 1.6: A OCUPAÇÃO DO ESPAÇO TRIDIMENSIONAL**a) Momento da oferta:** 1º semestre do 2º ano do ensino médio**b) Duração do projeto:** semestral (2 aulas de 50 minutos por semana)**c) Unidades de conhecimento envolvidas:** Geometria (figuras espaciais, superfícies e volume)**d) Conteúdos trabalhados:**

- **PRISMA** (*Definição, classificação e propriedades. A planificação e o cálculo de áreas. Cálculo de volumes. Secções de um prisma.*).
- **CILINDRO** (*Definição, classificação e propriedades. A planificação e o cálculo de Áreas. Cálculo de volumes. Secções de um cilindro. Tronco de cilindro. Criando furos cilíndricos.*).
- **POLIEDROS** (*Definição. Classificação. Contagem de vértices, arestas e faces*)
- **PIRÂMIDE** (*Definição e classificação. A planificação e o cálculo de área. Cálculo do volume. Teorema de Pitágoras nas Pirâmides. Áreas e Volumes. A secção transversal de uma pirâmide e a ideia de escala. Tronco de pirâmide.*).
- **CONE** (*Definição e classificação. A planificação e o cálculo de áreas. Cálculo de volumes. A secção transversal de um cone e a ideia de escala. Tronco de cone.*).

- **ESFERA** (*Definição. Partes da esfera. Cálculo de área da superfície esférica e do volume esférico. Problemas de tangência no espaço.*).

- INSCREVENDO E CIRCUNSCREVENDO NO ESPAÇO

e) Competências da BNCC desenvolvidas:

- **COMPETÊNCIA 1:** *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.*

- **COMPETÊNCIA 2:** *Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.*

- **COMPETÊNCIA 3:** *Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*

- **COMPETÊNCIA 5:** *Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.*

f) Habilidades da BNCC promovidas:

- (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

- (EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

- (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

- (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
- (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
- (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
- (EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
- (EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

g) Atitudes estimuladas:

- Percepção da composição de figuras complexas por figuras mais simples.
- Identificação de figuras planas no universo da experiência humana, destacando suas propriedades úteis aos processos e aos objetivos práticos.
- Traçar expectativas quanto às medidas de grandezas dependentes de parâmetros meramente geométricos.

h) Algumas práticas pedagógicas sugeridas:

- Desenvolver atividades com plantas baixas de unidades habitacionais e de unidades comerciais/industriais, definindo áreas com uso de escalas.
- Determinar análises de obras/embalagens quanto aos gastos com materiais utilizados nos seus revestimentos.
- Associar o fenômeno da tangência ao comportamento de veículos no traçado de curvas.
- Qualificar a percepção do fenômeno da tangência, em especial para a determinação de suas consequências.

3.2 O itinerário formativo (IF) da matemática

Enquanto etapa indispensável e essencialmente complementar na formação integral dos alunos e na construção dos seus diversos arranjos curriculares possíveis durante o ensino médio, os itinerários formativos (IF's) devem sempre ser vistos a partir de um objetivo pedagógico bastante distinto daquele que se atribui à formação geral básica (FGB).

No que tange ao itinerário formativo (IF) da matemática, por exemplo, as expectativas de aprendizagem devem estar ligadas a **formalizações conceituais**, a **modelagens avançadas** e a **conhecimentos específicos** que vão bem além daqueles obtidos durante o desenvolvimento das habilidades e das competências previstas na BNCC.

A sua grade de componentes curriculares deve permitir o acesso a um razoável **aprofundamento das abordagens** com fins específicos ligados ao uso profissional da matemática e ao desenvolvimento do aluno em todas as habilidades que se façam necessárias para um adequado avançar nos estudos no nível superior.

Não por menos, os itinerários formativos precisam **contemplar todos os itens remanescentes dos currículos tradicionais de cada área do conhecimento**.

Assim, considerando uma sugestão de distribuição da carga horária para o IF de matemática com 18 aulas de 50 minutos só de matemática por semana durante o 2º ano e com 20 aulas de 50 minutos por semana durante o 3º ano, a sua estrutura curricular pode se colocar de forma bem simples e objetiva através dos seguintes projetos resumidamente descritos:

PROJETO 2.1: EDUCAÇÃO FINANCEIRA

a) Momento da oferta: 2º semestre do 2º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- O consumismo e o consumerismo.
- Os riscos de empreender e o custo do estoque.
- A ideia de investir e o valor do dinheiro no tempo. Valor presente e Valor futuro.
- Sistemática de Juros simples. Descontos simples (comercial e bancário).
- Sistemática de Juros compostos. Descontos compostos (comercial e bancário).
- Tributação com alíquota por dentro e por fora.
- Anuidades e sistemas de amortização.

d) Atividades sugeridas para o projeto:

- Uso de calculadora financeira.

- Precificação e o custo da oportunidade.
- Simulações de investimentos em poupança e em fundos de renda fixa.
- Simulações de empréstimos bancários, de financiamentos habitacionais e de aquisições de cotas de consórcios, inclusive com quitações antecipadas.

PROJETO 2.2: ELEMENTOS DE ÁLGEBRA I

a) Momento da oferta: 2º semestre do 2º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Revistando a teoria dos conjuntos.
- Par ordenado, Produto cartesiano, relações binárias, conceito de função.
- Tipos de função (injetora, sobrejetora, bijetora, par, ímpar)
- Composição de funções e funções inversas.
- Polinômios e Funções polinomiais.
- Revisitando as funções trigonométricas.

PROJETO 2.3: ANÁLISE COMBINATÓRIA

a) Momento da oferta: 2º semestre do 2º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Revisão geral de Análise Combinatória.
- Binômio de Newton, número binomial, triângulo de Pascal e Polinômio de Leibniz.
- Aprofundamento com casos especiais (princípio da casa dos pombos, permutação caótica, combinação completa, partições e problemas envolvendo simetrias).

PROJETO 2.4: ELEMENTOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

a) Momento da oferta: 1º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Noção de Lugar geométrico e de equação característica.
- Condição de alinhamento entre 3 pontos (declividade) e estudo da reta (equações, posições relativas, ângulos entre retas e distância entre ponto e reta).
- Distância entre dois pontos (mediatriz, circuncentro), estudo da circunferência (equações e posições relativas) e Estudo das cônicas (parábola, elipse e hipérbole).

PROJETO 2.5: DESENHO COMPUTACIONAL I

a) Momento da oferta: 1º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Leitura de projetos arquitetônicos, estruturais ou de instalações diversas em planta-baixa
- Desenho computacional em programas CAD.

PROJETO 2.6: LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO I

a) Momento da oferta: 1º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Noções de lógica argumentativa para a produção de planilha de tabulação de dados.
- Introdução à linguagem computacional (Algoritmos em alguma linguagem computacional específica como, por exemplo, Python).

PROJETO 2.7: PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

a) Momento da oferta: 1º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Estatística descritiva (dados, tabelas, gráficos, média, moda, mediana e desvios).
- Probabilidade (Fenômeno aleatório. Espaço amostral, evento e probabilidade. União de eventos, eventos independentes, eventos complementares e eventos condicionais.)
- Esperança de uma variável aleatória. Análise do erro estatístico com base em parâmetros probabilísticos. Distribuição Normal.

PROJETO 2.8: DESENHO COMPUTACIONAL II

a) Momento da oferta: 2º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Leitura de projetos arquitetônicos, estruturais ou de instalações diversas em planta-baixa
- Desenho computacional em programas CAD.

PROJETO 2.9: LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO II

a) Momento da oferta: 2º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Noções de lógica argumentativa para a produção de planilha de tabulação de dados.
- Introdução à linguagem computacional (Algoritmos em JAVA).

PROJETO 2.10: ELEMENTOS DE ÁLGEBRA II

a) Momento da oferta: 2º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (4 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Números complexos (definição, forma algébrica, forma trigonométrica, módulo, argumento, propriedades e operações)

PROJETO 2.11: MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

a) Momento da oferta: 2º semestre do 3º ano do ensino médio

b) Duração do projeto: semestral (6 aulas de 50 minutos por semana)

c) Conteúdos trabalhados:

- Matrizes (conceito, propriedades, operações e matriz inversa)
- Determinantes (conceito, propriedades e operações)
- Resolução de sistemas de equações lineares (escalonamento e regra de Cramer)

d) Atividades sugeridas para o projeto:

- Organização de dados tabelados em planilhas de Excel
- Utilização de comandos mais avançados do Excel para lidar com problemas de logística e com problemas de otimização que podem ser resolvidos com programação linear.

4 UM NOVO AGIR DOCENTE

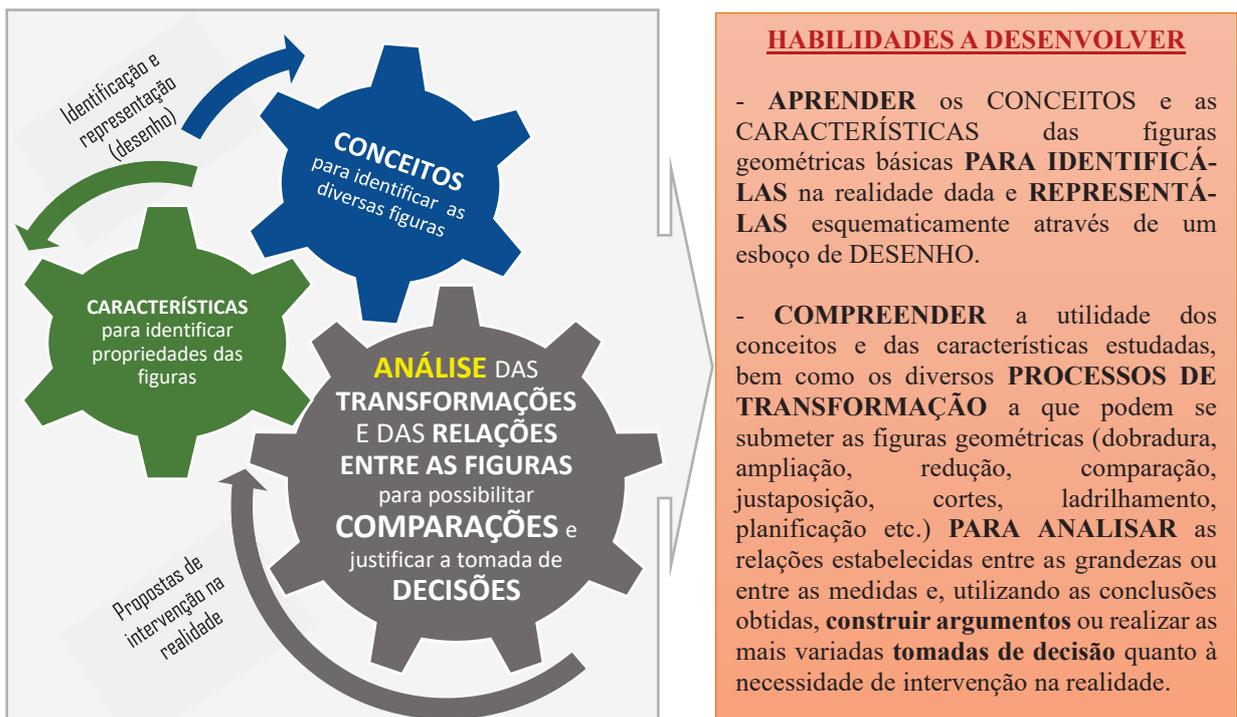
Muito embora, pudéssemos caminhar por vários campos do ensino da matemática, optamos, nos estreitos limites desta dissertação, a apenas inaugurar algumas discussões quanto à forma de abordagem de alguns temas relativamente simples que são apresentados em sala de aula durante o ensino médio, mas que, em suas propostas pedagógicas, acabam sendo cercados de uma linguagem que apenas afasta os alunos do processo educacional logo no início.

O claro objetivo será o de romper com alguns dogmas da didática meramente conceitual ligada à Educação Bancária que, ao longo dos anos, impuseram a exigência de formalismos na apresentação de temas matemáticos, reduzindo o significado prático do aprendizado e afastando os alunos dos seus professores.

4.1 Uma sugestão de apresentação inicial da geometria

Na geometria, a abordagem não pode ser formal, mas sim prática, sempre associando o conhecimento geométrico a algum **verbo**, ou seja, a alguma **habilidade** que precisa ser desenvolvida para possibilitar *uma leitura ou um agir sobre a realidade*.

Quadro 4 – Habilidades cognitivas relativas ao pensamento geométrico que precisam ser desenvolvidas no exercício do agir docente



Fonte: elaborado pelo autor

Não se descuida que devem ser estudados cuidadosamente os conceitos e as características das mais variadas **formas geométricas**, para que o aluno seja capaz de identificá-las, de representá-las através de desenhos em perspectiva e de realizar sobre elas alguma análise ou mesmo alguma alteração. Entretanto, antes de tudo devem ser fixadas as **CONVENÇÕES DE LINGUAGEM E DE DESENHO** que serão utilizadas no ato de posicionar e representar as figuras no papel, principalmente quando se estiver diante de figuras de geometria espacial.

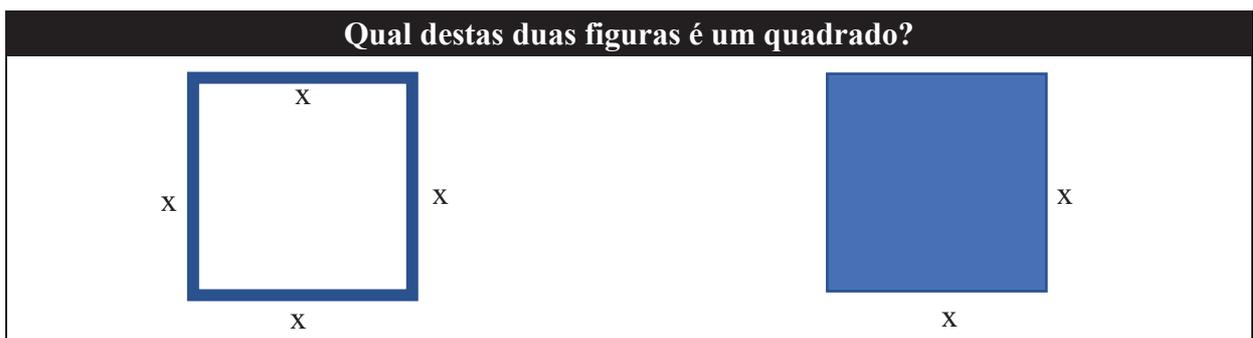
Devem ser apresentadas situações-problemas com **processos de transformação** das figuras geométricas para que os alunos se familiarizem com as suas linguagens próprias, compreendendo as sistemáticas envolvidas e sendo capazes de construir **relações entre suas grandezas e comparações entre as medidas** de suas dimensões, prevendo comportamentos e até justificando eventuais necessidades de propostas de intervenção na realidade.

Enfim, na metodologia utilizada, a cada aula deve-se ter o que **APRENDER** (conceitos e características) e o que **COMPREENDER** (processos de transformação e de comparação entre as figuras geométricas básicas), sempre buscando desenvolver **estratégias de abordagem** das situações-problema, bem como as habilidades ligadas à:

- a) **COMPREENSÃO** e ao **USO** da linguagem matemática envolvida;
- b) **IDENTIFICAÇÃO** de figuras e padrões geométricos,
- c) **REPRESENTAÇÃO** da realidade através de figuras geométricas,
- d) **ANÁLISE** das relações envolvidas entre as medidas e entre as formas
- e) **PROPOSITURA** de intervenções na realidade para alcançar os fins desejados.

Na primeira aula, dê atenção a dúvidas simples de linguagem às quais eles não costumam ter se atentado no ensino fundamental. Por exemplo, discuta os problemas decorrentes do uso da mesma palavra “quadrado” para significar a realidade linear do seu perímetro e a superfície plana correspondente à sua área.

Quadro 5 – Exemplo de ambiguidade da linguagem na geometria plana

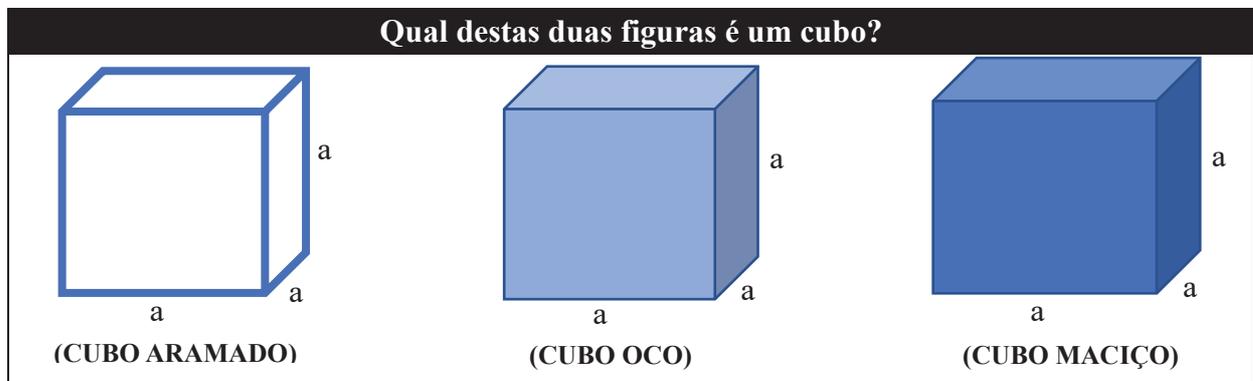


Fonte: elaborado pelo autor

Muito embora, as duas figuras planas sejam chamadas de QUADRADOS, tem-se como indiscutível que foram construídas com foco em objetivos distintos, enquanto a primeira representação evidencia com mais clareza uma preocupação com os **lados** que servem de limites demarcatórios, por exemplo, de uma praça (DIMENSÃO LINEAR DOS LADOS) com tudo que a esta ideia estiver relacionado, a segunda figura traz consigo uma preocupação com a **região plana** existente no interior da figura e que pode, por exemplo, vir a ser pintada (DIMENSÃO SUPERFICIAL).

Na sequência, faça o mesmo exercício com um cubo, percebendo que passam a existir três formas para representarmos esta mesma expressão através de uma figura, são elas:

Quadro 6 – Exemplo de ambiguidade da linguagem na geometria espacial

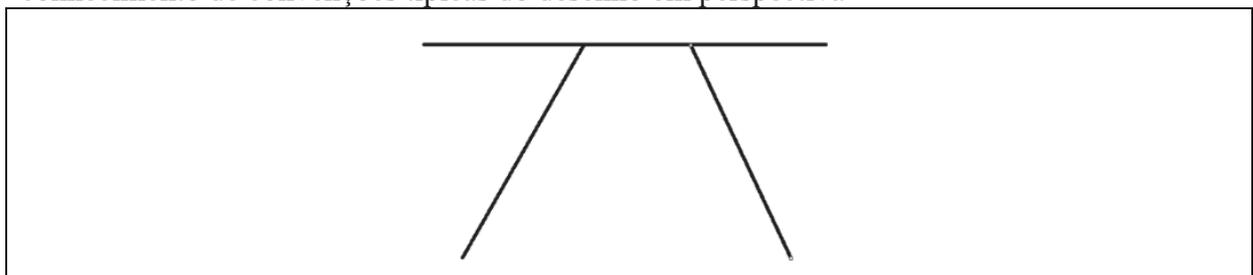


Fonte: elaborado pelo autor

Depois desse choque de linguagem que evidencia a existência de palavras polissêmicas no discurso matemático, sempre vale a pena retomar as convenções necessárias para o desenho em perspectiva, diferenciando a perspectiva cônica da perspectiva cilíndrica.

Um dos grandes entraves no estudo das figuras espaciais é justamente a representação gráfica. Afinal, desenhar uma figura espacial (que está em 3D) numa folha de papel (2D) não é tão simples como se imagina, havendo muitas distorções a serem consideradas quando se tenta representar as profundidades, gerando reflexos inclusive nas demais dimensões.

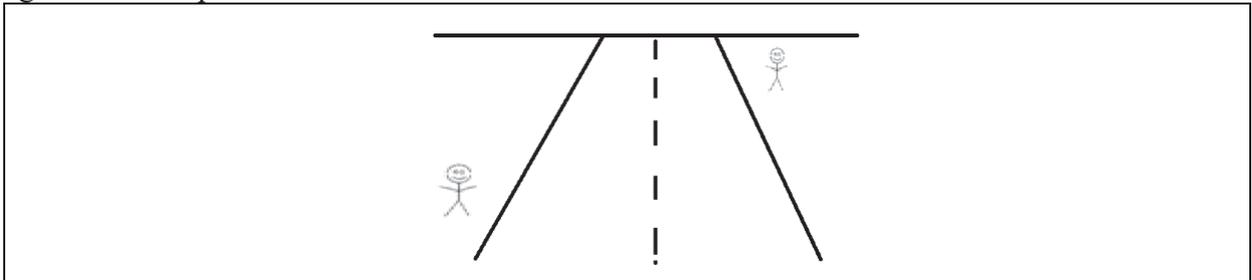
Figura 01 – Traços a serem apresentados aos alunos para avaliar o nível de percepção e de conhecimento de convenções típicas do desenho em perspectiva



Fonte: elaborada pelo autor

Quem olha para a figura acima, não tem qualquer percepção do que ela pode representar no espaço. Entretanto, quando se completa um pouco mais o desenho, percebe-se que ela pode representar uma estrada com duas pessoas nas suas margens, sendo que o primeiro está mais próximo ao observador, enquanto o segundo está mais ao fundo.

Figura 02 – Desenho em perspectiva que pode ser construído para instigar o pensamento geométrico espacial

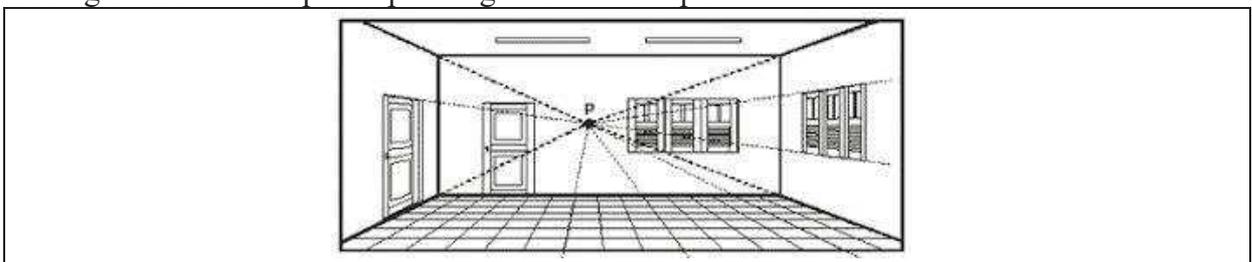


Fonte: elaborada pelo autor

Para compreender o que seria representado no desenho, o aluno precisava esperar o desenho avançar um pouco mais. Como não havia sido combinado nada com o desenhista, só se descobre o significado quando são acrescentados outros elementos.

Nesse caso específico, tal representação é conhecida como projeção em perspectiva cônica (com um ponto de fuga) e vem sendo muito utilizada desde o período do Renascimento como parte do método para a elaboração de pinturas artísticas com alto grau de preocupação geométrica. Ela surge naturalmente como um **expediente geométrico para produzir uma ilusão de realidade**, mostrando os objetos no espaço não somente com seus tamanhos corretos, mas também com suas reais posições na profundidade.

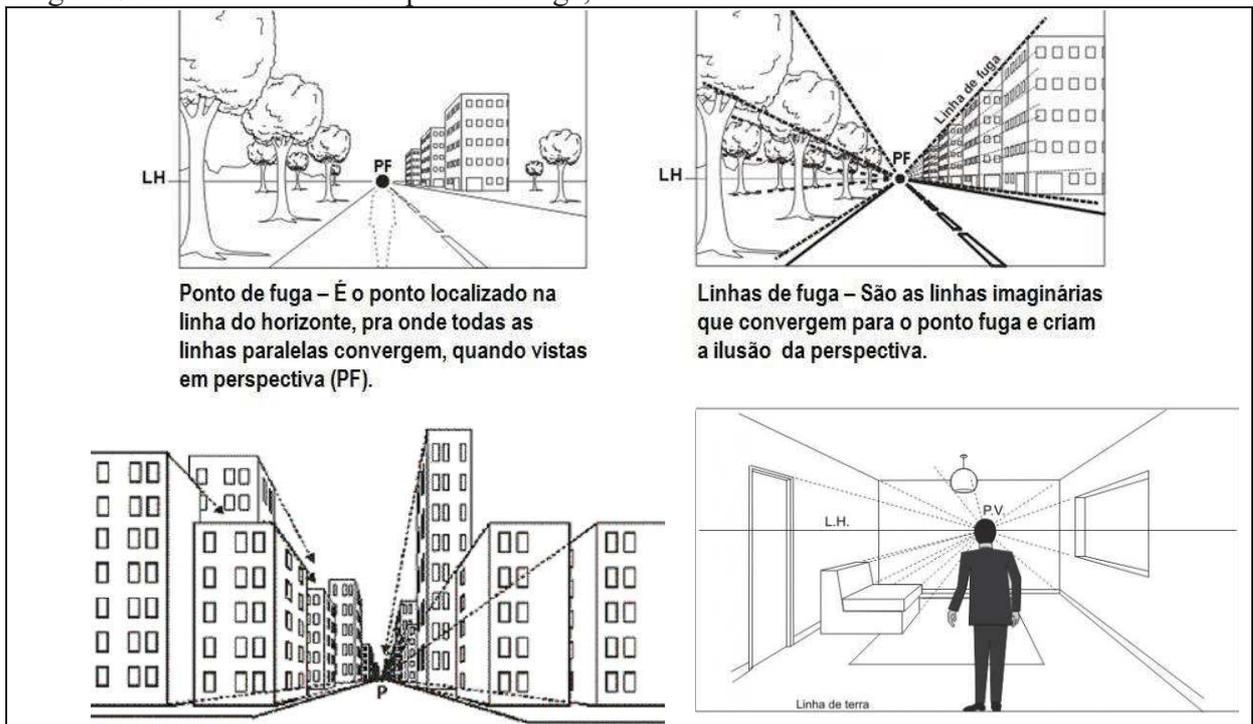
Figura 03 – Desenho em perspectiva que pode ser apresentado para ilustrar a utilização do ponto de fuga no desenho espacial para sugerir a ideia de profundidade



Fonte: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Ponto-de-fuga-de-imagem-em-perspectiva-Fonte-LELLIS-2009_fig1_334845406

À medida em que se avança na profundidade, surgem camadas indicadas por linhas paralelas ao horizonte que vão ficando cada vez menores. Em contrapartida, na direção vertical a estas camadas, surge um percurso em direção aos pontos mais distantes, que é dado por linhas dirigidas a um ponto de fuga situado no horizonte.

Figura 04 – Detalhamento do ponto de fuga, da linha de terra e da linha do horizonte



Fonte: <https://adrianabarros1968.wixsite.com/comparartes/perspectiva> e <https://www.uninorte.com.br/minicurso-de-design-de-interiores/>

Esta observação sobre o uso da perspectiva geométrica cônica como estratégia estética para a definição de um conceito de beleza próprio de arte renascentista é deveras importante e precisa ser enfatizada.

Que tal trazer outras obras para enaltecer esse conceito estético e essa técnica renascentista de desenhar em perspectiva?

Por exemplo, olhando para a tela abaixo denominada “Entrega das chaves à São Pedro”, percebe-se que o pintor Perugino se valeu de linhas paralelas demarcatórias do piso para estabelecer uma noção de profundidade.

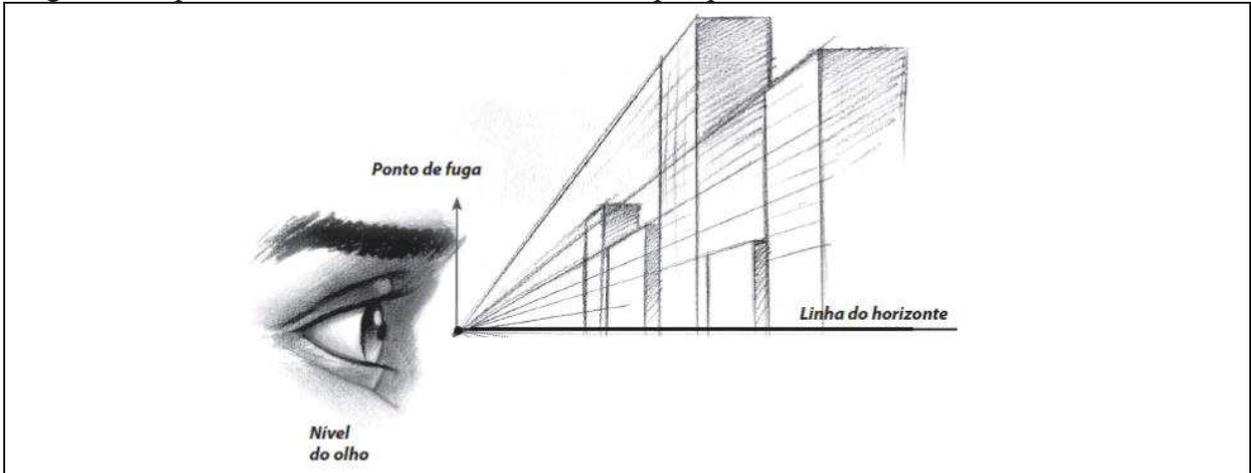
Figura 05 – Exemplo de obra de arte que utiliza a noção de ponto de fuga para sugerir a ideia de profundidade (obra: Entrega das chaves à São Pedro, Perugino, 1482)



Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Entrega_de_las_llaves_a_San_Pedro_\(Perugino\).jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Entrega_de_las_llaves_a_San_Pedro_(Perugino).jpg)

A perspectiva capta os fatos visuais e os estabiliza a partir da percepção de um observador situado na frente da tela, ou seja, transformando o ponto de fuga num infinito para o qual o mundo todo converge.

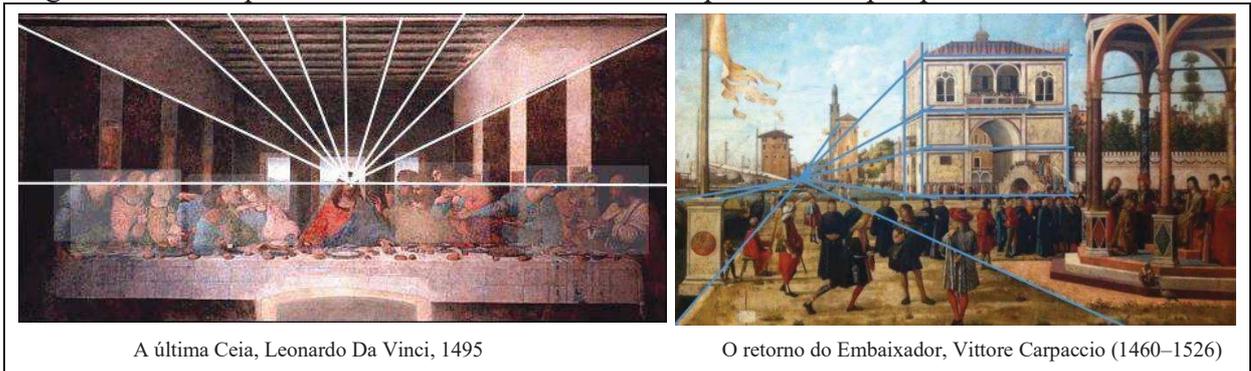
Figura 06 – posicionando o olhar no desenho em perspectiva cônica



Fonte: <https://www.pressreader.com/brazil/guia-curso-de-desenho/20220228/283304640972409>

A preocupação racional com uma estética geométrica (em especial pela descoberta da noção de profundidade a partir do desenho em uma perspectiva cônica com um ponto de fuga) foi uma das **principais inovações da pintura renascentista**. Abaixo, tem-se mais alguns exemplos em que as linhas demarcatórias de profundidade buscam um ponto de fuga:

Figura 07 – exemplos de obras de arte renascentistas pintadas em perspectiva



A última Ceia, Leonardo Da Vinci, 1495

O retorno do Embaixador, Vittore Carpaccio (1460–1526)

Fonte: <https://www.pressreader.com/brazil/guia-curso-de-desenho/20220228/283304640972409>

Quando o aluno percebe que, no Renascimento, houve ainda um cuidado especial com a **reprodução das simetrias** e com a **descrição das proporções (retomando os padrões clássicos de razão áurea)**, tem um sucesso ainda maior com a aula.

Na pintura renascentista as figuras eram dispostas numa composição estreitamente simétrica, a variação de cores frias e quentes e o manejo da luz permitiram criar distâncias e volumes que pareciam ser copiados da realidade e tudo isso se devia a utilização da geometria. (LIMA, 2012, online)

Isso sem se esquecer da percepção do requinte com que os vários pintores da época trabalhavam a variação de cores quentes e frias, delineando contornos e manejando as luzes e sombras para gerar uma sensação de profundidade e de volume.

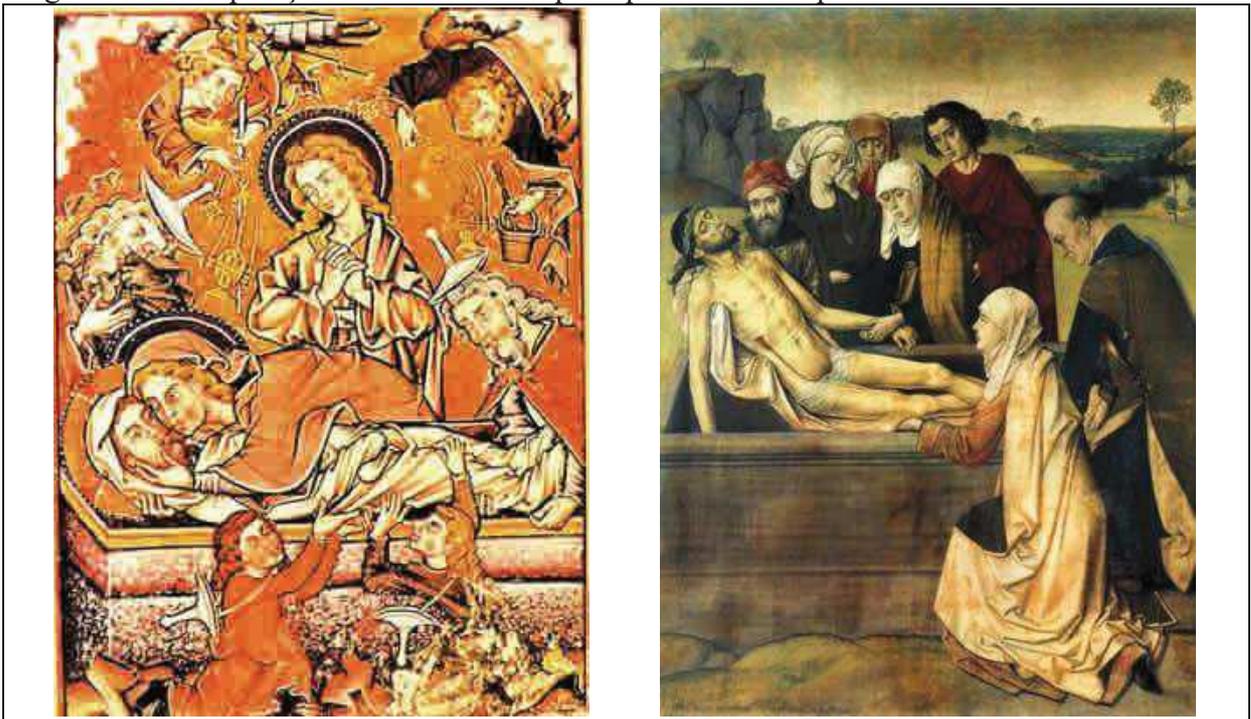
PINTURA RENASCENTISTA

A Pintura produzida pelos artistas desta época caracteriza-se por **inovações** que marcadamente a distam da Pintura Medieval:

- **VOLUMETRIA E GEOMETRIZAÇÃO**, a representação rigorosa com tridimensionalidade inserida em construções matemáticas harmoniosas;
- **NATURALISMO**, representação realista e expressiva, com pormenor paisagístico, vegetalista, anatômico;
- **PERSPECTIVA RIGOROSA CIENTÍFICA**, método de criar a ilusão de profundidade sobre uma superfície plana, com princípios geométricos e matemáticos, estudada profundamente por Brunelleschi, Alberti (arquitetos) e Piero Della Francesca (pintor) – a perspectiva linear era evidenciada na criação de espaços geométricos cujas linhas convergem num ponto de fuga e a dimensão das figuras varia consoante o seu plano, e a perspectiva aérea, a gradação de luminosidade, o esfumado;
- **TEMÁTICA**, que deixa de ser exclusivamente religiosa, mas também profana (denominação por oposição), nomeadamente, mitológica e alegórica, de cortejo, do quotidiano ou de retrato. (SATIRIDIS, 2010, online)

Para se entender melhor a diferença de paradigma entre a estética da pintura medieval e a perspectiva geométrica da pintura renascentista, pode-se seguir a sugestão dada pelo site “Brasil Escola” e comparar a pintura “O sepultamento de Cristo” (iluminura medieval do século XIII) com uma outra obra de mesmo nome em que o pintor italiano Michelangelo Merisi da Caravaggio tenta representar a mesma situação segundo o método renascentista.

Figura 08 – comparação entre as 2 obras que representam o sepultamento de Cristo



Fonte: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/a-pintura-renascentista-medieval.htm>

É perceptível o surgimento de uma preocupação com a noção de profundidade apenas na 2ª pintura (figura da direita) pintada em meio ao movimento do Renascimento.

Comparando as abordagens, é bastante fácil perceber que, ao mesmo tempo em que não abandonou o tema religioso, o Renascimento acabou promovendo uma nova preocupação com a “**reprodução do real**”, impondo um método geométrico bem mais elaborado e rigoroso com o uso de uma perspectiva cônica (com ponto de fuga) para gerar a ilusão de profundidade e permitir o posicionamento mais adequado dos corpos no espaço.

A força deste movimento cultural foi tão grande que somente a partir do final do século XIX algumas correntes estilísticas (como o Impressionismo, Cubismo e o Futurismo) começaram a desestabilizar o conceito da perspectiva como representação do espaço natural, propondo novas tendências para a pintura artística.

Veja um exemplo de exercício que pode ser trabalhado em sala para fugir da mera resolução de problemas de geometria e verificar se os alunos apreenderam a noção de profundidade no desenho em perspectiva.

EXERCÍCIO SUGERIDO:

Qual dos quadros abaixo apresenta uma preocupação estética típica do Renascimento cultural?



Solução: O único dos quadros que apresenta uma clara preocupação com a perspectiva e com a simetria é o do item D, estando associado ao paradigma estético do Renascimento cultural.

GABARITO: D

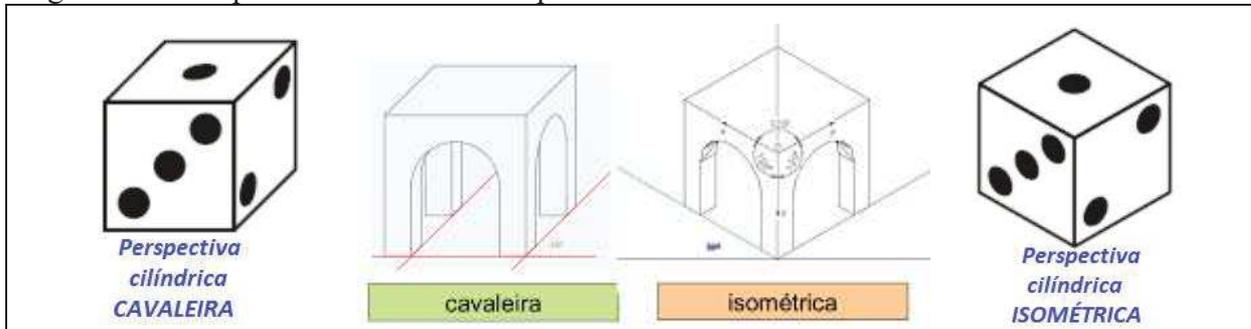
Antes de encerrar a aula, enfatize que, nos estudos de geometria, não há a necessidade de se ter qualquer pretensão de reproduzir as elaboradas pinturas renascentistas, devendo-se optar por esboços mais simples para representar as figuras geométricas espaciais.

Esclareça que se valerá de **perspectivas cilíndricas** que pressupõem a preservação de paralelismos em todas as dimensões, em especial com a **PERSPECTIVA CILÍNDRICA CAVALEIRA** que é construída com uma face no plano frontal sem distorções, ficando a profundidade traçada de forma inclinada havendo preservação apenas dos paralelismos e dos alinhamentos.

Nada impede que sejam apresentadas perspectivas cilíndricas a partir de outras rotações da figura especial, sugerindo outros pontos de vista, como ocorre, por exemplo, com

a PERSPECTIVA CILÍNDRICA ISOMÉTRICA, em que os eixos x, y e z se diferenciam por uma inclinação de 120°. No entanto, para facilitar as construções dê preferência à perspectiva cilíndrica cavaleira, que, como já dito, possui uma face frontal sem distorções.

Figura 09 – Perspectiva cavaleira x Perspectiva isométrica



Fonte: https://www.ufjf.br/frederico_braida/files/2019/03/AULA-06.pdf

Unificando a simbologia e buscando facilitar a construção e a compreensão das figuras, sugere-se que sejam esclarecidas as convenções mínimas a serem observadas por todos aqueles que tentarem levar o 3D para o 2D, segundo uma perspectiva cilíndrica.

Quadro 07 – Convenções que precisam ser apresentadas e combinadas com os alunos para facilitar a compreensão do desenho espacial

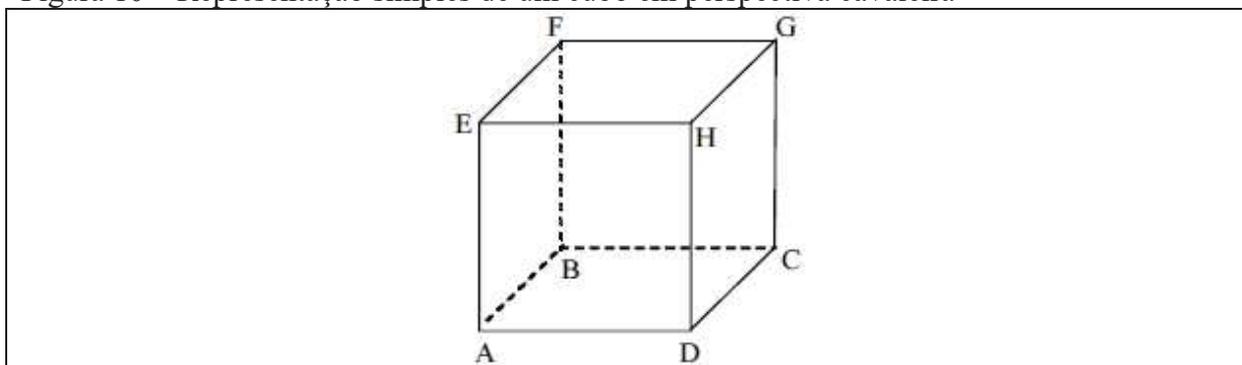
convenção 01	- PRESERVAR OS ALINHAMENTOS (pontos de uma mesma reta no espaço devem se manter em linhas retas ao serem representadas em 2D)
convenção 02	- PRESERVAR PARALELISMOS (segmentos de reta e curvas que sejam paralelos no espaço devem se manter paralelos na representação em 2D)
convenção 03	- DESENHAR COM LINHA TRACEJADA as partes da figura que estiverem ENCOBERTAS por outras.
convenção 04	- DESENHAR COM INCLINAÇÃO tudo o que representar a ideia de PROFUNDIDADE , alterando eventual ângulo reto (perspectiva cilíndrica)
<p>Não há compromisso em manter ângulos retos nas arestas que representam a profundidade, nem em manter os seus comprimentos.</p> <p>Daí, tenha CUIDADO!!!</p> <ul style="list-style-type: none"> - Na face frontal, os formatos e as escalas de tamanho devem ser próximos da realidade (regra básica da perspectiva cavaleira). - Na profundidade, os ângulos retos podem aparecer em formato diferente. - Na profundidade, há uma escala diferente nas dimensões e os segmentos iguais podem aparecer com tamanhos diferentes em relação àqueles que aparecem na face frontal. 	

Fonte: elaborado pelo autor

Com estes esclarecimentos, entende-se com mais tranquilidade porque, num cubo, as arestas indicadoras de profundidades (AB, CD, EF e GH) parecem ter dimensões diferentes

das demais e inclinações diferentes das inclinações perpendiculares, quando, na verdade, têm dimensões iguais às outras e ainda formam ângulos retos com elas.

Figura 10 – Representação simples de um cubo em perspectiva cavaleira

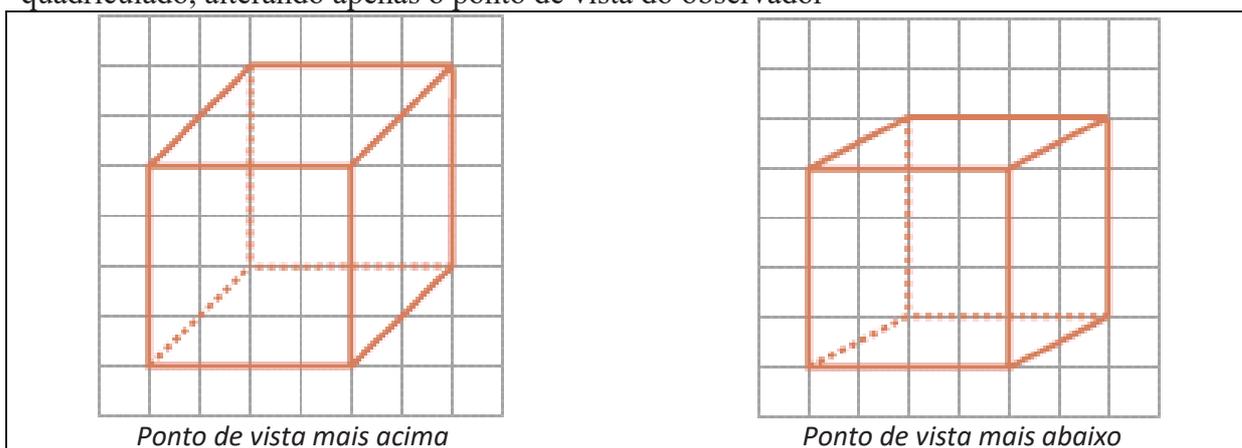


Fonte: elaborada pelo autor

Por fim, lembra-se que o uso destas convenções se torna particularmente mais fácil quando são usados papéis quadriculados conforme exemplo abaixo. Na dúvida, basta imaginar uma face à frente e outra face igual atrás, ligando os vértices correspondentes entre elas.

O que mudará de um traçado em perspectiva cavaleira para outro não será a face frontal, mas sim apenas a inclinação da profundidade com vistas a indicar uma pequena mudança na posição do observador.

Figura 11 – Representação de um mesmo cubo em perspectiva cavaleira com papel quadriculado, alterando apenas o ponto de vista do observador



Fonte: elaborado pelo autor

O uso desse tipo de papel como ferramenta pedagógica pode servir de relevante motivação para o surgimento de atividades colaborativas entre os alunos, em que simplesmente se procura mudar a posição do observador criando sensações distintas.

4.2 Dando sentido à trigonometria

Quase a totalidade dos estudantes detesta a trigonometria e não é por menos. Parece que o extremo formalismo da sua apresentação inicial em aula distorce o relevante papel que este conteúdo pode possuir na análise de várias situações da vida.

Para facilitar a sua compreensão, a trigonometria deve ser vista como uma modelagem algébrica da relação de proporção entre os lados de um triângulo retângulo gerador de uma família de triângulos com a mesma inclinação. E, com o uso dessa ferramenta, deve-se esperar que os alunos consigam:

- **PADRONIZAR AS PROPORÇÕES** que podem ser estabelecidas entre os lados de um triângulo retângulo a partir de uma associação aos seus ângulos agudos internos.
- **COMPREENDER AS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS como COEFICIENTES DE PROPORCIONALIDADE** que substituem as escalas, ampliando a sua aplicação para múltiplas figuras semelhantes, e que dependem apenas da inclinação dos ângulos de um triângulo retângulo.

No momento inicial, o foco da trigonometria não pode estar no mero “algebrismo formal”, mas sim na sua correlação com uma ideia de proporção.

Da geometria, extrai-se uma **RELAÇÃO DE PROPORÇÃO ENTRE FIGURAS SEMELHANTES**, ou seja, entre figuras que possuem o mesmo formato justamente por estarem definidas pelos **mesmos ângulos** e por corresponderem às exatas noções de **AMPLIAÇÃO** ou de **MINIATURA** a depender de quem seja a figura original.

Figura 12 – ideia de miniaturização



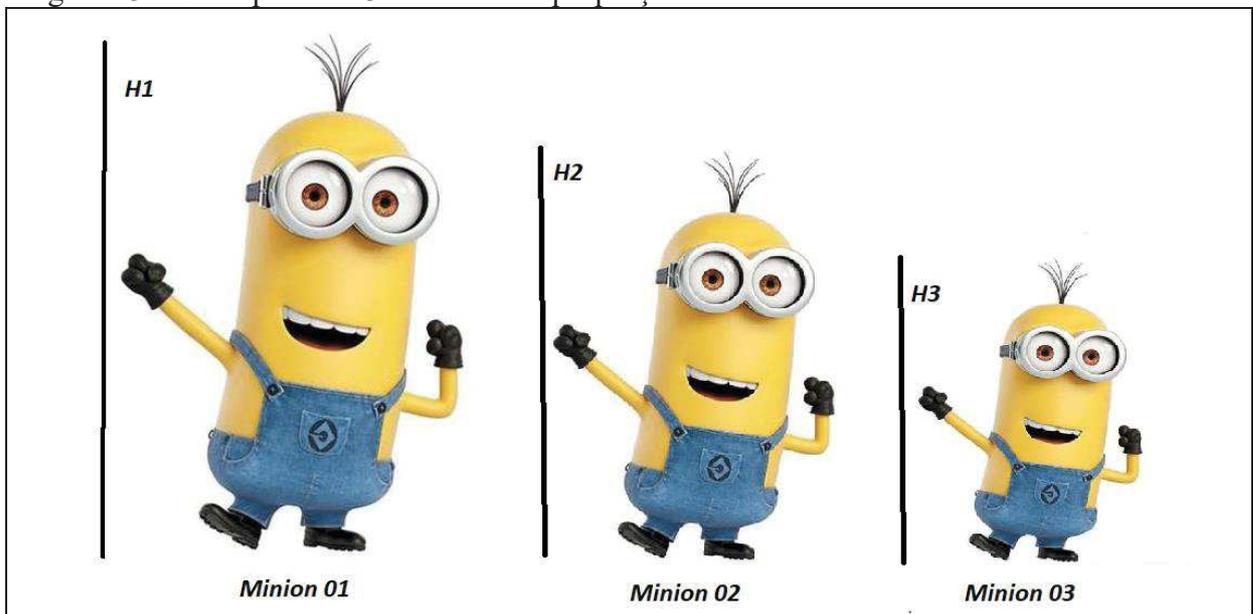
Fonte: https://www.ufjf.br/frederico_braida/files/2019/03/AULA-06.pdf

Há até uma razão especialmente definida para representar esta relação de proporção entre a figura original e a figura semelhante a ela. Trata-se daquilo que se conhece como **ESCALA** (de ampliação ou de redução, novamente a depender de quem seja a figura original).

O problema desse conceito é que ele não se aplica à comparação de mais de duas figuras, já que parte de uma comparação direta entre as dimensões de uma **figura chamada de original** e as dimensões correspondentes de uma única outra **figura semelhante a ela**.

Para se construir uma terceira figura semelhante às duas anteriores, não se pode utilizar da mesma escala (E) e se torna necessário mudar o seu valor sob pena de a terceira figura ser igual à segunda. Por exemplo, se se tem três figuras semelhantes (A, B e C) e se tenta utilizar o conceito de escala, precisa-se definir 3 escalas, sendo uma delas entre as figuras A e B, outra entre as figuras A e C e uma terceira entre as figuras B e C.

Figura 13 – Exemplo com 3 Minions em proporção



Fonte: adaptado pelo autor a partir de <https://br.pinterest.com/pin/818177457299983871/>

Na figura acima, por exemplo, surgem relações entre as alturas que permitem a construção das 3 escalas de proporção seguintes:

$$E_{A,B} = \frac{Ha}{Hb} \quad E_{A,C} = \frac{Ha}{Hc} \quad E_{B,C} = \frac{Hb}{Hc}$$

Daí, fica claro que **o conceito de escala carrega o inconveniente de ser definido de forma diferente para cada par de figuras semelhantes**.

Na verdade, quando se aumenta a quantidade de figuras, passa a surgir uma nova escala para cada novo par de figuras que possa ser estabelecido, tornando inviável a sua aplicação quando o número de figuras semelhantes é muito grande.

Figura 14 – Bonecas russas em proporção



Fonte: <https://isadoracln.wordpress.com/2011/06/09/a-lenda-da-matrioska-a-boneca-russa/>

Quando se parte para a definição de semelhança em um conjunto maior de figuras, faz necessário se valer de **comparações internas**, definidas entre **2 DIMENSÕES DISTINTAS DE UMA MESMA FIGURA**, exigindo que, em todas as outras figuras semelhantes, esta proporção se mantenha.

No exemplo acima, onde estão representadas algumas bonecas russas, por hipótese tidas como semelhantes (proporcionais), em vez de se definir a escala existente entre as mesmas dimensões de bonecas distintas, pode-se preferir o uso da **relação interna entre duas dimensões de uma mesma boneca**, criando a seguinte razão constante:

$$\frac{\text{LARGURA de uma boneca}}{\text{ALTURA da mesma boneca}} = \text{constante}$$

Depois disso, basta exigir que, em todas as outras bonecas, a razão entre as dimensões internas escolhidas seja constante.

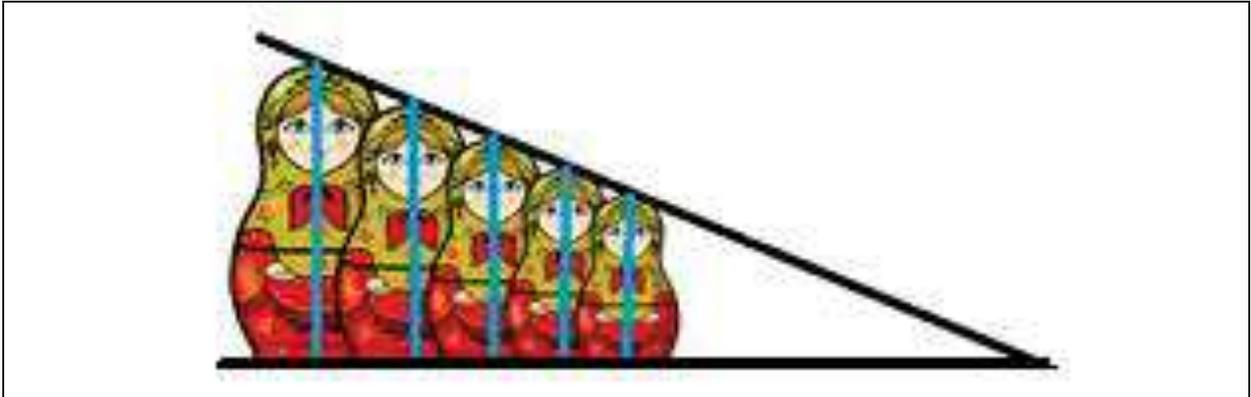
Se, na boneca maior, a altura for o dobro da sua largura, então, para que as demais bonecas possam ser semelhantes, em todas elas a altura deve ser o dobro da largura. Se, na boneca maior, a altura for o triplo da sua largura, então, para que as demais bonecas possam ser semelhantes, em todas elas a altura também deve ser o triplo da largura.

Em conclusão, quando se comparam **duas dimensões de um mesmo objeto**, cria-se uma **razão interna constante** que pode ser estendida a todas as demais figuras que se apresentarem como semelhantes a ela.

Agora, o mais incrível é que, quando olhamos para as bonecas russas colocadas lado a lado, percebemos que essa **relação de proporção entre as figuras semelhantes gera visualmente uma noção de crescimento linear e, bem assim, leva à construção triângulos retângulos semelhantes** com as alturas crescendo gradativamente de maneira proporcional com aquilo que acontece em qualquer outra dimensão.

Tal fato leva a percepção de que, para se construir tais figuras semelhantes, há uma técnica bastante simples que se baseia na ampliação (ou redução) das figuras a partir dos feixes de reta que partem de um ponto fixo (F), conforme representado abaixo.

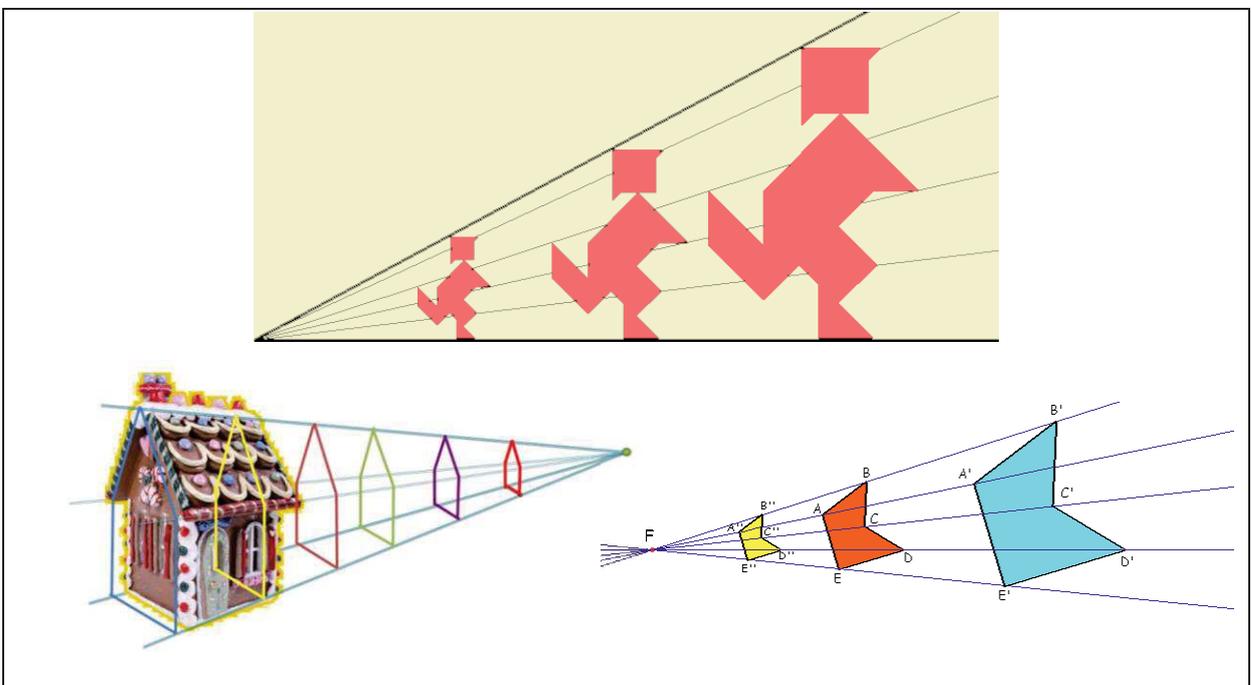
Figura 15 – Bonecas russas com dimensões em crescimento linear



Fonte: adaptada pelo autor a partir da Figura 14

Trata-se daquilo que, em matemática, se conhece como CONSTRUÇÃO POR HOMOTETIA e que merece grande espaço no olhar e na compreensão de mundo dos alunos.

Figura 16 – exemplos de construções por homotetia



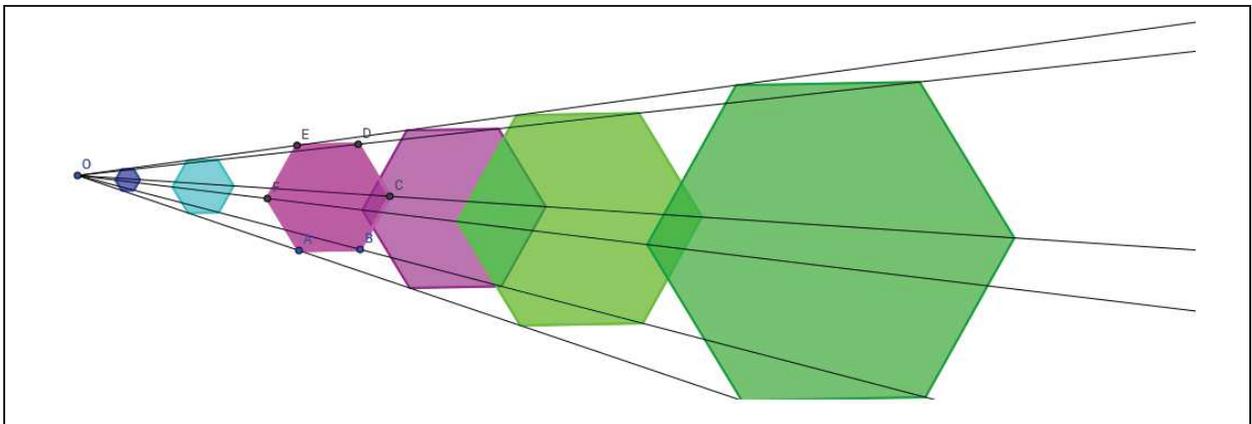
Fonte: <https://www.atractor.pt/mat/tangram/semelhanca.html>; <https://slideplayer.com.br/slide/10280406/> e https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/moduloII/conteudos2_homotetia1.html

É, nesse contexto, que surgem as duas ideias básicas para a compreensão daquilo que, em sala de aula, se chamará de trigonometria.

Como você já deve ter percebido, aquilo que se conhece como **trigonometria surge como ferramenta para o tratamento de figuras semelhantes**. É a trigonometria que define indiretamente como se dá a razão de crescimento de uma figura para que ela se mantenha semelhante. E, para isso, ela se baseia em duas ideias principais:

1ª IDEIA BÁSICA – AS FIGURAS SEMELHANTES PODEM SER CONSTRUÍDAS A PARTIR DE UM MESMO PONTO FIXO, BASTANDO PARA ISSO QUE SEJAM TRAÇADAS RETAS PELOS SEUS PONTOS CORRESPONDENTES.

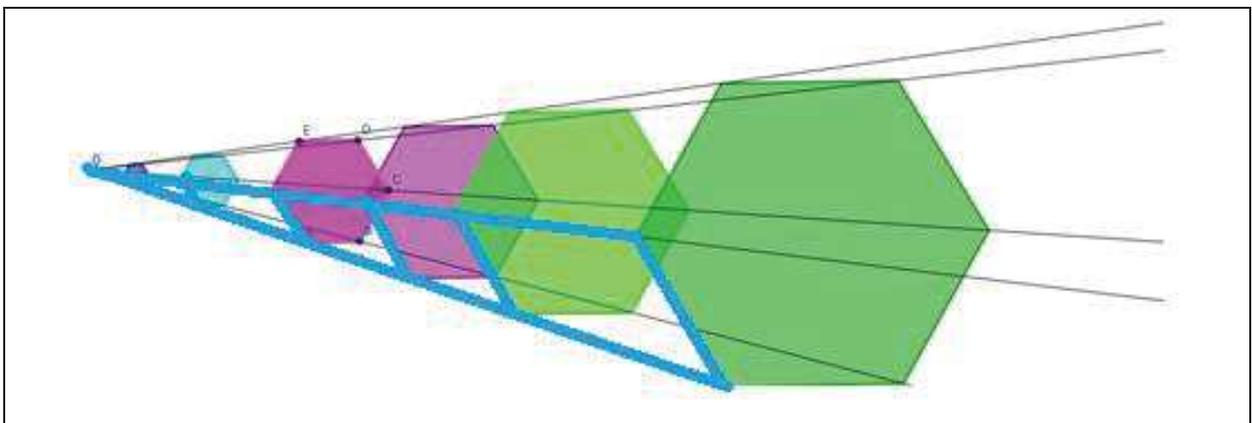
Figura 17 – Hexágonos construído por homotetia



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/rZSPwD7b>

Como brinde, tal ideia ainda nos fornece uma **série de triângulos semelhantes** conforme abaixo, sugerindo que qualquer conjunto de figuras semelhantes acaba sendo formado e podendo ser substituído por um conjunto de triângulos semelhantes.

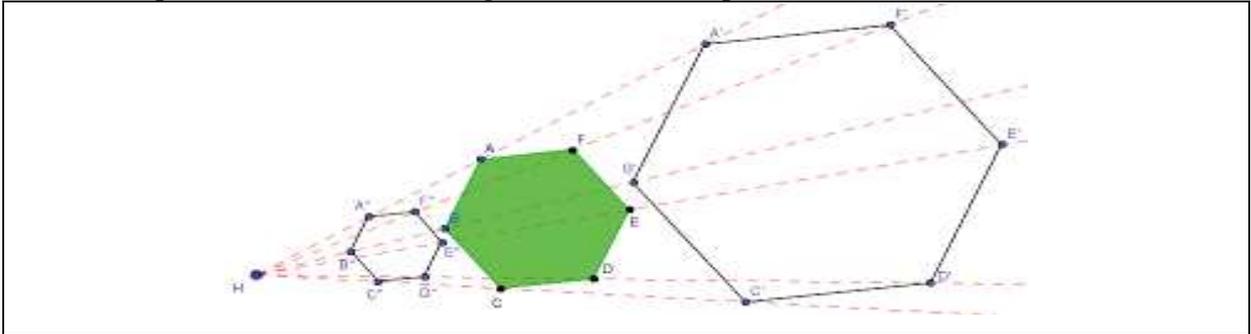
Figura 18 – Destaque de proporção em hexágonos construídos por homotetia



Fonte: elaborado pelo autor a partir da figura 17

2ª IDEIA BÁSICA – Em vez de se trabalhar construindo ESCALAS ENTRE AS FIGURAS SEMELHANTES DE DUAS EM DUAS, mostra-se muito mais útil fixar todas as **relações de proporcionalidade internamente a uma das figuras**, exigindo que as demais tenham internamente o mesmo padrão de proporcionalidade.

Figura 19 – Destaque de uma das figuras que servirá de base para a proporção que será observada por todos os demais hexágonos construídos por homotetia

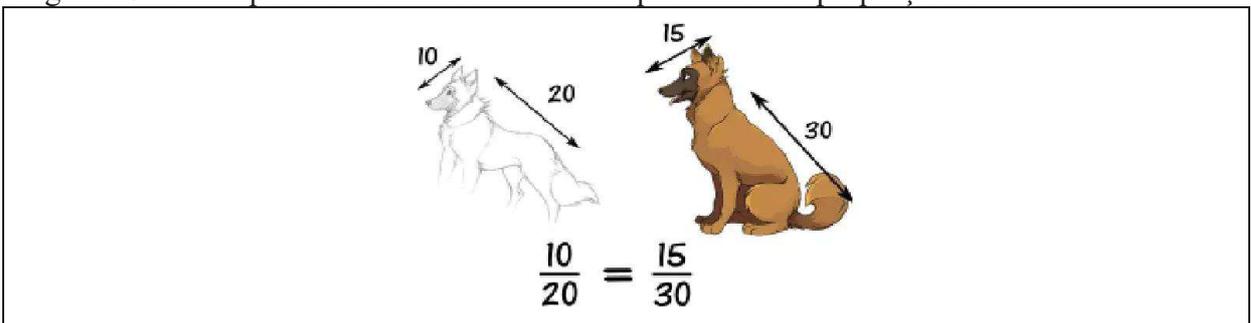


Fonte: <http://expressaomatematica.blogspot.com/2013/06/ampliacao-e-reducao-por-homotetia.html>

Assim, dadas duas figuras semelhantes, em vez de se sair comparando uma figura com a outra como se fazia no estudo das escalas ($E = d/D$), deve-se optar por construir **relações internas de proporcionalidade apenas em uma delas**, impondo à outra a obrigação de manter a proporção interna.

Se assim fizermos, manteremos aquilo que é chamado de mesmo padrão de formato, ou seja, terá os mesmos ângulos internos e será chamada de figura semelhante.

Figura 20 – Exemplo de desenhos semelhantes que mantém a proporção constante



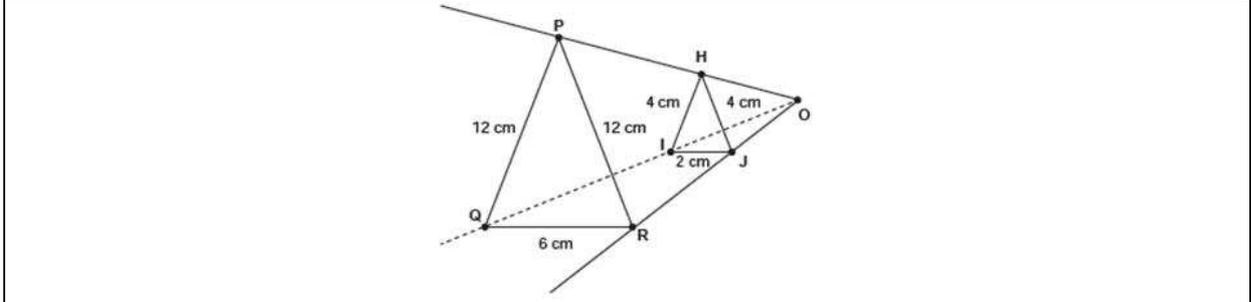
Fonte: <https://educacionalplenus.com.br/exercicios-resolvidos-matematica-proporcionalidade-e-regra-de-tres/>

No exemplo acima, basta se criar a razão entre as alturas marcadas apenas em uma das figuras. Na outra figura semelhante, a relação será a mesma.

Enfim, entre figuras semelhantes, basta se escolher uma delas para trabalhar e, nela, identificar todas as suas razões internas. Se outras figuras lhe forem semelhantes, terão esses mesmos valores em suas relações internas.

Neste outro exemplo, é fácil ver que os triângulos HIJ e PQR são semelhantes por sua própria construção a partir de um ponto fixo O.

Figura 21 – Exemplo de figura semelhantes que mantém a proporção constante



Fonte: <https://profwarles.blogspot.com/2016/02/quiz-19-matematica-9-ano.html>

O detalhe é que, para conferir a semelhança, em vez de se comparar as dimensões de uma figura com as dimensões de outra criando a noção de escala de crescimento, prefere-se fixar as **razões internas** a apenas um dos triângulos, neste caso o triângulo HIJ.

$$\text{Razão I} = \frac{HI}{IJ} = \frac{4\text{cm}}{2\text{cm}} = 2 \quad \text{e} \quad \text{Razão II} = \frac{HI}{HJ} = \frac{4\text{cm}}{4\text{cm}} = 1$$

Conferindo se a outra figura (triângulo PQR) segue o mesmo padrão, iremos confirmar que os triângulos são semelhantes. Vejamos:

$$\text{Razão I} = \frac{PQ}{QR} = \frac{12\text{cm}}{6\text{cm}} = 2 \quad \text{e} \quad \text{Razão II} = \frac{PQ}{PR} = \frac{12\text{cm}}{12\text{cm}} = 1$$

Como se viu, a 1ª ideia básica para a trigonometria leva à percepção de que qualquer conjunto de figuras semelhantes pode ser substituído por um **conjunto de triângulos semelhantes**.

Já a 2ª ideia, leva à percepção de que não precisamos sair construindo escalas entre as figuras semelhantes duas a duas, sendo muito melhor **se escolher apenas uma das figuras e se construir todas as razões internas entre suas medidas**.

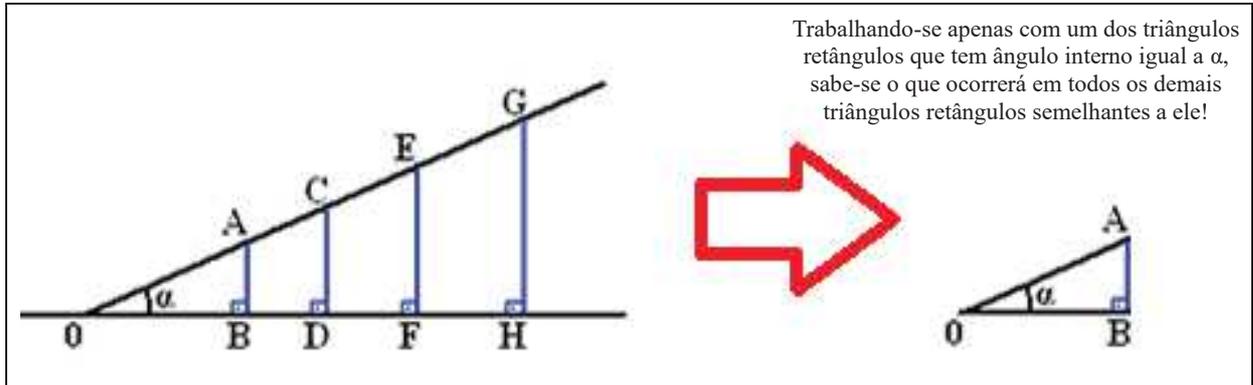
Se as outras forem semelhantes, ou seja, se mantiverem os ângulos internos, terão as mesmas razões entre os lados correspondentes.

Unindo essas conclusões, percebe-se que, para o estudo de todas as figuras possíveis, basta o estudo de todos os triângulos. Aliás, **basta o estudo dos triângulos retângulos**.

Ademais, não precisamos sair comparando um triângulo com outro, bastando escolhermos um único triângulo dentre aqueles que serão semelhantes.

AS RAZÕES INTERNAS QUE SURGIREM ENTRE SEUS LADOS serão as mesmas que surgirão em todos os demais triângulos retângulos que mantiverem os valores dos seus ângulos internos.

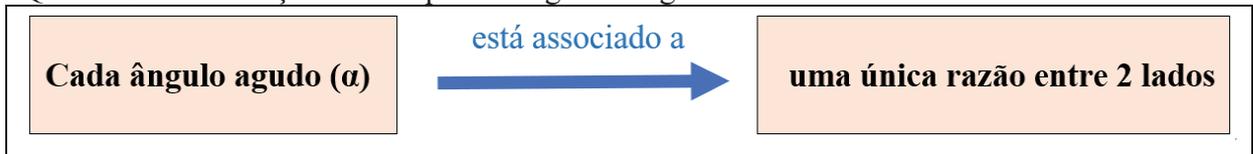
Figura 22 – Destaque de um dos triângulos da série de triângulos semelhantes para que ele sirva de referência aos demais.



Fonte: elaborado pelo autor

Se todos os triângulos retângulos de uma mesma família (triângulos retângulos semelhantes) estão associados a um mesmo ângulo agudo e a uma mesma proporção entre os seus lados correspondentes, então parece razoável que se possa criar uma **tabela** indicando qual **a proporção entre os lados para cada ângulo agudo**.

Quadro 8 – Associação básica que dá origem à trigonometria

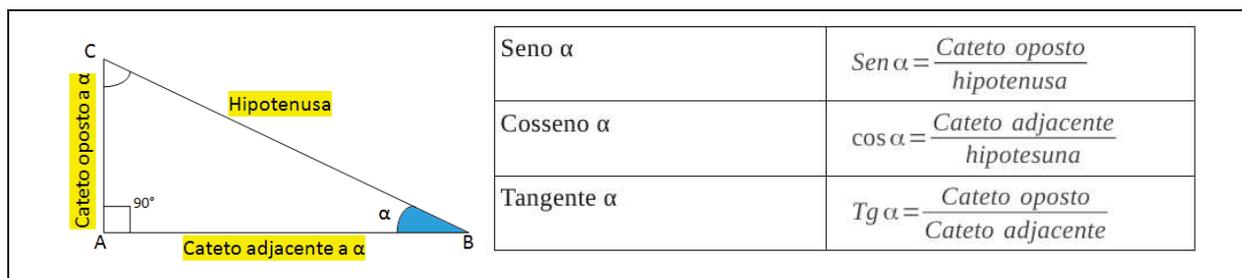


Fonte: elaborado pelo autor

Assim, uma vez fixada essa associação que existe entre a medida de cada ângulo agudo interno do triângulo retângulo e as possíveis proporções estabelecidas entre as medidas dos seus 3 lados, pode-se convencionar que vale a pena atribuir **denominações específicas** para cada uma das frações formadas por duas das 3 medidas dos lados, criando o que chamaremos de **RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS**.

Ou seja, dado um triângulo retângulo ABC com um ângulo agudo medindo α no vértice B e os lados medindo AB, BC e AC, conforme figura abaixo, definem-se, para cada par de lados proporcionais, as seguintes frações conhecidas como **razões trigonométricas básicas do ângulo α** :

Figura 23 – Definição das razões trigonométricas básicas.



Fonte: elaborado pelo autor

Em síntese, na sala de aula, a **trigonometria precisa surgir da noção geométrica de proporção**, sendo o tratamento algébrico mais rebuscado uma consequência que será mais preocupante apenas num momento de maior formalização, o que corresponde apenas ao âmbito de algum itinerário formativo.

4.3 Estimulando uma busca por triângulos retângulos

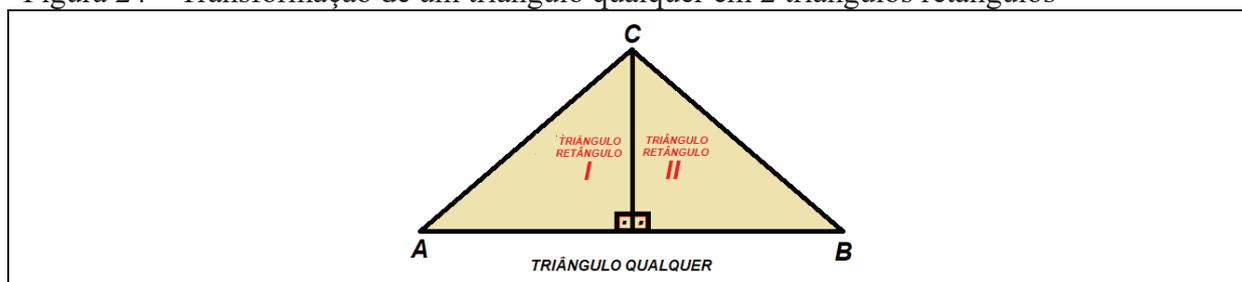
Todas as razões trigonométricas foram definidas para triângulos retângulos, então, se o triângulo não for retângulo, o caminho mais natural sempre deve ser justamente o de **forçar a barra para fazer com que os triângulos retângulos voltem a aparecer**.

E, nesse cenário, a postura mais inteligente será sempre a de estimular a atitude de **TRAÇAR ALTURAS**, criando dois triângulos retângulos no triângulo dado.

O foco não deve ser a apresentação das fórmulas conhecidas como lei do seno e lei do cosseno, mas sim o estímulo ao ato de **TRAÇAR ALTURAS** transformando qualquer triângulo em um triângulo retângulo.

Convém fazer vários exercícios para realçar a necessidade de elaborar traçados auxiliares, sempre lembrando que, em qualquer triângulo, se pode encontrar 2 triângulos retângulos implícitos simplesmente traçando a altura em relação a um dos lados, preferencialmente o maior.

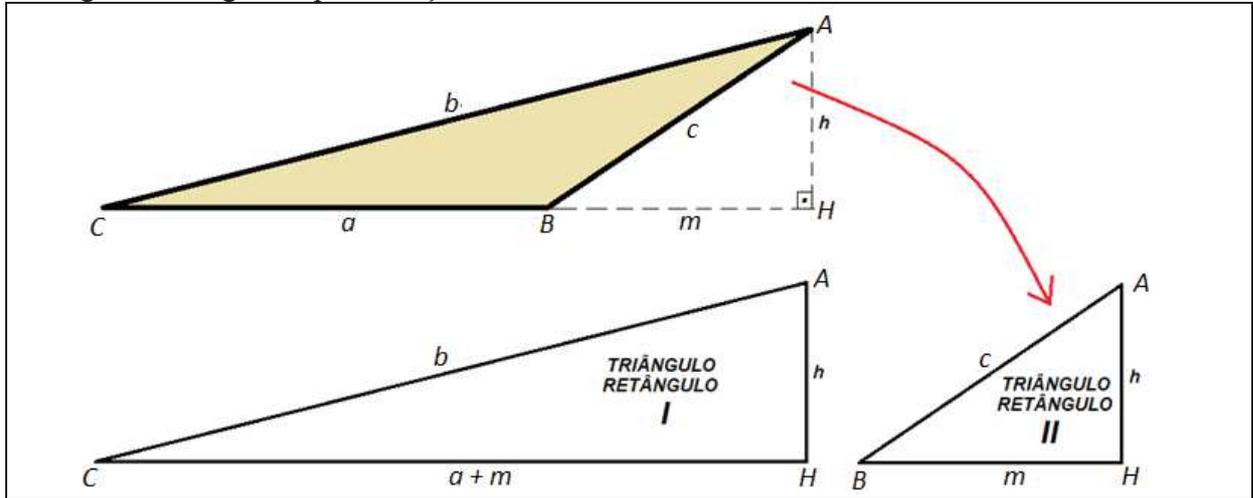
Figura 24 – Transformação de um triângulo qualquer em 2 triângulos retângulos



Fonte: elaborado pelo autor

Aliás, o traçado da altura gerará triângulos retângulos mesmo quando o triângulo original for obtusângulo.

Figura 25 – Comprovação de que os triângulos obtusângulos também se transformam em triângulos retângulos após o traçado da altura



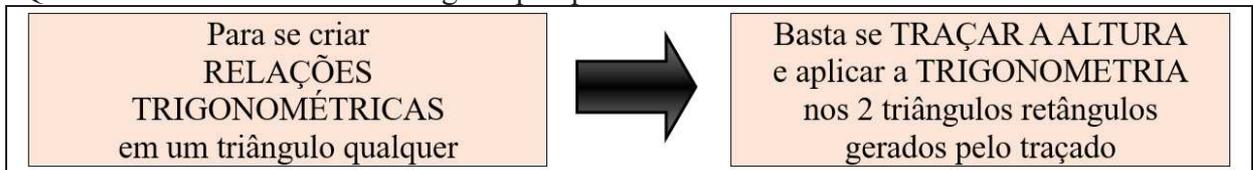
Fonte: elaborado pelo autor

Não se trata de uma nova trigonometria, nem muito menos de novos conceitos para as razões trigonométricas. Trata-se apenas de uma pequena adaptação da figura para que os mesmos conceitos anteriores continuem sendo aplicáveis.

Com isso, as relações trigonométricas estabelecidas em um triângulo qualquer não devem ser vistas como matéria completamente nova, mas sim como extensão natural daquilo que ocorre num triângulo retângulo, ou melhor, daquilo que ocorre nos 2 triângulos retângulos em que a figura original pode ser decomposta.

Em resumo, pode-se dizer e repetir exaustivamente em sala de aula, que:

Quadro 9 – Resolvendo um triângulo qualquer



Fonte: elaborado pelo autor

Com isso, espera-se que, ao final da aula, os alunos compreendam a necessidade de **traçar alturas fazendo com que surjam triângulos retângulos em triângulos quaisquer**, tornando possível o uso das conhecidas razões trigonométricas ou mesmo de outras relações geométricas simples. Aliás, isso deve corresponder a uma nova postura ativa que leva à construção de relações métricas em triângulos quaisquer, chegando às fórmulas destas relações de modo bastante natural e intuitivo.

5 CONCLUSÃO

Muito embora a reforma do ensino médio prevista na lei 13.415/2017 tenha sua origem num ato político deveras criticado, qual seja a edição da Medida Provisória nº 746 de 22/09/2016 (MP 746/2016), deve-se ter em mente que a temática nela abordada já vinha sendo maturada há mais de 20 anos no ordenamento jurídico brasileiro, em especial pelo fato de a construção de uma base nacional comum estar prevista desde 1996 na redação original da LDB, sendo reiterada em todos os documentos normativos supervenientes.

Ademais, a BNCC não se destina apenas à reformulação do ensino médio. Ela se destina a toda a educação básica. Nela, não apenas é apresentada uma lista com os temas típicos de uma formação geral básica que precisam estar presente em todos os currículos mínimos, mas também uma própria nova forma de abordar os conteúdos, privilegiando a abordagem com foco na aprendizagem dos alunos quanto às habilidades relativas aos conteúdos disciplinares.

Aliás, o novo modelo de estruturação do ensino médio com uma parte da carga horária dedicada à Formação Geral Básica e uma outra parte dedicada a itinerários formativos também já estava em discussão em momento bem anterior, na medida em que a MP 746/2016 simplesmente espelha o projeto de lei nº 6840 que fora encaminhado ao plenário da Câmara de Deputados ainda em 2013, após longos debates estabelecidos por deputados de diferentes perfis políticos em comissão especial criada justamente para promover estudos e consolidar as melhores propostas tendentes a reformular o ensino médio.

Trata-se de duas reformas historicamente alicerçadas que estão em pleno vigor, determinando, de um lado, a instituição de uma nova estrutura curricular para o ensino médio que será obrigatória a partir de 2022 e, de outro, a construção pedagógica de um novo agir docente em toda a educação básica com ênfase no desenvolvimento de competências e habilidades tendentes a promover uma formação integral do ser humano, que o capacite para a vida em sociedade e para o mundo do trabalho. Unidas, as reformas conduzem todos os atores envolvidos a um novo destino da qualidade educacional, que exige uma razoável preparação do corpo docente e um adequado planejamento para não haver discontinuidades nos projetos pedagógicos vigentes, nem prejuízos aos alunos que estarão até lá no antigo modelo à espera de definições quanto aquilo que encontrarão no ano seguinte.

Relativamente ao projeto pedagógico do novo ensino médio, não há dúvidas quanto aos compromissos firmados com a autonomia do estudante na tarefa de decidir seus rumos, com a interdisciplinaridade e com a contextualização dos conteúdos, nem, muito menos, com a

tendência de aumento de carga horária em face do foco na construção de escolas de ensino médio de tempo integral ao longo dos próximos anos.

Há também inegável consenso quanto à necessidade de trilhas comuns a todos os itinerários que, à semelhança daquilo que se realiza na formação geral básica, concretizem a busca por um modelo de ensino médio que vise a formação integral do ser humano, desenvolvendo-o em suas variadas competências.

Uma nova escola voltada para a promoção de habilidades, para a formação de valores e para o estímulo a atitudes compatíveis com adequadas compreensões éticas, estéticas, sociais e políticas, que sejam capazes de lhe conduzir a um espírito crítico, responsável, consciente, engajado, propositivo, criativo, argumentativo e coerente quanto aos julgamentos que efetua, respeitando o espaço do outro e o meio ambiente ecologicamente sustentável, bem como todos os demais direitos e deveres típicos do exercício da cidadania.

Pretende-se um ensino médio voltado à prática, ao agir, ao saber-fazer, voltado à produção de um conhecimento efetivo que se preste, simultaneamente, a oferecer condições para uma plena participação social em condições de igualdades com os demais, garantindo um pleno exercício da cidadania por todos os alunos, bem como a oferecer condições para o exercício imediato de atividades laborais, por um aluno que busca uma inserção profissional no mercado, e para uma adequada preparação para um caminho acadêmico, por quem deseja permanecer nos estudos de graduação universitária.

Um dos únicos entraves quanto a este novo modelo é justamente a necessidade de uma reformulação de toda a prática pedagógica atual, em especial, naquilo que, para além das mudanças curriculares, envolve um repensar sobre o próprio papel do professor em sala de aula como mediador do conhecimento.

No ensino médio, com a divisão do currículo, em uma etapa voltada à formação geral básica e em uma outra voltada para os diversos itinerários formativos, objetiva-se incentivar os alunos a permanecerem na escola com aulas mais voltadas aos seus interesses reais, mas, acima de tudo, pretende-se dar um significado mais concreto à aprendizagem buscada, estimulando os professores a conduzirem suas aulas de forma inovadora, para se desvencilharem de antigos padrões ligados a uma educação bancária repleta de decorebas. Almeja-se o surgimento de educadores ocupados com o desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais, promovendo habilidades e estimulando atitudes e valores.

Se, de um lado, não há dúvidas de que os currículos mudarão, de outro lado, não pode haver dúvidas sobre a necessidade de que as aulas também mudem para gerar um maior engajamento no corpo discente.

Nesse tom, não há dúvidas de que é chegado o momento de se repensar o modo formal com que alguns temas vêm sendo apresentados e, naquilo que se enfatizou como sugestões de abordagens na geometria e na trigonometria, não se pode deixar de pontuar as necessidades de contextualização, de interdisciplinaridade e até de simplificação do saber, orientando atitudes que mobilizem raciocínios em detrimento da mera aplicação de fórmulas.

Como citado, a abordagem inicial da geometria deve conduzir à apresentação de uma nova linguagem repleta de convenções cujos significados podem ser decisivos para o processo de compreensão das figuras. Fixar as convenções iniciais do desenho em perspectiva e mostrar como a arte vem se valendo dessas convenções pode ser uma tarefa fundamental.

Não há mais espaço para o professor que faz o aluno decorar a fórmula de área de triângulo e não promove nele a atitude de traçar a sua altura, impedindo-o de enxergar triângulos retângulos em quaisquer outras figuras com o simples traçado auxiliar de uma altura.

Não sobreviverá o professor que pauta a sua aula de trigonometria nas fórmulas de seno, cosseno e tangente, sem habilitar seu aluno a compreender estas razões como motes para a construção de várias outras figuras semelhantes.

Tem-se que o grande ponto positivo do novo sistema, nem está no currículo em si. Estará nas aulas que passarão a ser ministradas para alcançar a aprendizagem de habilidades, segundo as novas bases e diretrizes, motivando a promoção do agir pedagógico, a construção de uma metodologia voltada para novas expectativas de aprendizagem, que, por sinal, não mais coincidem com a memorização de conceitos, nem com a simples aplicação de fórmulas.

Surge um contexto de aprendizagem colaborativa em que o professor não é tutor da informação, nem os alunos se colocam de forma passiva frente àquilo que recebem.

Não pode mais haver espaço para a simples transferência de conhecimentos, mas sim para uma transferência de experiências e posturas, que precisam estimular atitudes tornando os alunos capazes de construir o saber de forma ativa, cooperada e coletiva.

Este é o novo papel do professor!!! Sua responsabilidade é a de buscar a apresentação de temáticas práticas, objetivas e sinceramente úteis à vida dos discentes.

Suas metodologias devem ser integradas às novas tecnologias, inclusive com o uso da computação quando for o caso, como ferramenta para a formação matemática, em especial no âmbito dos itinerários formativos. Daí, se propor nos itinerários formativos 5 módulos com atividades voltadas à área computacional.

Não se negou, em nenhum momento, a necessidade de se realizar, durante o ensino médio, uma consolidação dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental e um

aprofundamento das temáticas, sempre se guiando pela interdisciplinaridade e pela contextualização.

Ressaltou-se a importância de avaliações diagnósticas em conjunto com avaliações somativas mais próximas de cada contexto social escolar, inclusive se apresentando a meta de se utilizar das avaliações para guiar o processo pedagógico e não para apenas condecorar uns e punir outros alunos. A ideia principal passa a ser a de que a nota tirada em uma prova diz muito mais sobre a estrutura da prova e sobre o processo pedagógico envolvido do que sobre a aprendizagem ou sobre a classificação de cada aluno frente aos demais.

Enfim, restou apresentado um novo caminho com uma proposta de estrutura curricular da matemática na formação geral básica que deixa de lado a típica divisão anual e passa a distribuir o percurso em módulos semestrais que correspondem verdadeiramente a projetos pedagógicos específicos e que concentram competências, habilidades e unidade de conhecimento com alguma relação entre si.

Na formação geral básica, o presente trabalho propõe 6 projetos semestrais construídos em torno de conjuntos de habilidades matemáticas mínimas pretendidas.

FORMAÇÃO GERAL BÁSICA

Projeto 1.1: Os números naturais e os processos de contagem

Projeto 1.2: O letramento matemático básico

Projeto 1.3: A noção de proporção e o crescimento linear

Projeto 1.4: A ocupação do espaço bidimensional

Projeto 1.5: O crescimento parabólico, o crescimento exponencial e a periodicidade trigonométrica

Projeto 1.6: A ocupação do espaço tridimensional

Ao longo deles, espera-se a concretização de um letramento matemático que permita aos alunos saírem da escola em condições de competir no mercado de trabalho em atividades minimamente especializadas, mesmo que em outras áreas distintas da matemática.

Por seu turno, após o itinerário formativo, já se admite a formação de profissionais dotados de certo nível de especialização em algumas atividades ligadas às áreas do conhecimento com que mais se identificam pessoalmente. Para o itinerário formativo específico da “Matemática e suas tecnologias”, retomou-se uma maior preocupação com aspectos formais, apresentando-se 11 projetos semestrais distribuídos semanalmente segundo unidades de conhecimento que careciam de uma atenção especializada, inclusive com foco no mercado de programação computacional.

ITINERÁRIO FORMATIVO: “Matemática E Suas Tecnologias”

Projeto 2.1: Educação financeira (6 aulas)

Projeto 2.2: Elementos de álgebra I (6 aulas)

Projeto 2.3: Análise Combinatória (6 aulas)

- Projeto 2.4: Elementos de geometria analítica (6 aulas)*
- Projeto 2.5: Desenho computacional I (4 aulas)*
- Projeto 2.6: Linguagem de programação I (4 aulas)*
- Projeto 2.7: Probabilidade e estatística (6 aulas)*
- Projeto 2.8: Desenho computacional II (4 aulas)*
- Projeto 2.9: Linguagem de programação II (6 aulas)*
- Projeto 2.10: Elementos de álgebra II (4 aulas)*
- Projeto 2.11: Matrizes, determinantes e sistemas lineares (6 aulas)*

De certa forma, só no itinerário formativo da “Matemática e suas Tecnologias”, é que se retoma a ideia de módulos divididos exclusivamente por unidades de conhecimento e, mesmo assim, mantendo uma estrutura semestral, semelhante àquela utilizada nas diversas faculdades e universidades pelo país afora, sem descuidar da necessidade de interdisciplinaridade e de contextualização.

Aliás, o estudo da matemática não se encerra nesta lista de projetos do itinerário formativo da “Matemática e suas tecnologias”, pois é inegável que a matemática também precisará se fazer presente em alguma medida nos 4 outros itinerários formativos, sempre se apresentando simultaneamente como uma linguagem e como uma ferramenta essencial aos estudos desenvolvidos nas demais áreas de conhecimento, cujo escopo de trabalho será definido após um diálogo com os responsáveis pela programação curricular dos demais itinerários formativos.

Em conclusão, ciente do caráter estritamente subjetivo de algumas escolhas, espera-se que os nobres leitores, mesmo que não concordem com as opções, tenham compreendido tanto o espírito que conduziu a organização das temáticas nos currículos construídos para a formação geral básica e para os itinerários formativos, quanto o espírito que conduziu as preocupações com algumas de suas abordagens, de sorte que, com relativa tranquilidade, se reafirma o caráter inaugural das discussões travadas pela presente dissertação e se coloca o autor à disposição para novos diálogos.

REFERÊNCIAS

ACÇÃO EDUCATIVA. **Fórum Mundial de Educação na Coréia do Sul celebra a nova agenda internacional para educação**. Notícia divulgada em 29 mai. 2015. Disponível em: <http://www.acaoeducativa.org.br/desenvolvimento/forum-mundial-de-educacao-na-coreia-do-sul-celebra-a-nova-agenda-internacional-para-educacao/>. Acesso em 26 jan. 2019.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA. *In*: DICIONÁRIO Interativo da Educação Brasileira - EducaBrasil. São Paulo: Midiamix Editora, 2001. Disponível em <https://www.educabrasil.com.br/avaliacao-diagnostica/>. Acesso em 20 jan. 2019.

BRASIL. Constituição (CRFB/1988). **Constituição da República Federativa do Brasil: promulgada em 5 de outubro de 1988**. Disponível em https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em 24 dez. 2018.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional (LDB/96)**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Acesso em 26 jan. 2019.

BRASIL. Lei nº 12.796, de 04 de abril de 2013. **Alterações na Lei nº 9.394/96, que estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/112796.htm. Acesso em 26 jan. 2019.

BRASIL. Lei nº 13.415, de 20 de dezembro de 2017. **Lei que altera a Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional (LDB/96), instituindo o novo modelo de ensino médio**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm. Acesso em 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular da educação básica (BNCC)**, versão final homologada em 19/12/2018 pelo Ministro da Educação. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/12/BNCC_19dez2018_site.pdf. Acesso em: 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros curriculares nacionais do ensino médio (PCNEM/2000)**. Brasília-DF, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC) e Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matriz de Referência para o ENEM 2009**. Brasília, Distrito Federal, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Relatório EDUCAÇÃO PARA TODOS no Brasil 2000 – 2015**, versão preliminar. Brasília-DF, 2014, disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/junho-2014-pdf/15774-ept-relatorio-06062014/file>. Acesso em: 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Resolução CNE/CEB nº 03, de 26 de junho de 1998: **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM/98)**. Brasília-DF.

D.O.U. de 05/08/1998 – Seção I – p. 21. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb03_98.pdf. Acesso em: 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Resolução CNE/CEB nº 04, de 13 de julho de 2010. **Diretrizes curriculares nacionais gerais para a educação básica (DCNGEB)**. Aprovada pelo colegiado da Câmara de Educação Básica (CEB) do Conselho Nacional de Educação (CNE). Brasília-DF. 2010. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb004_10.pdf. Acesso em: 26 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Resolução CNE/CEB nº 03, de 08 de novembro de 2018: **Alterações nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM/2018)**. Portaria nº 1.210 do ministro da Educação, D.O.U. de 21/11/2018, Seção 1, p. 49. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=102311-pceb003-18&category_slug=novembro-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 26 jan. 2019.

CASTRO, Eder Alonso; RAMOS-DE-OLIVEIRA, Paula (org.). **Educando para o pensar**. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 51. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.

LIMA, Pâmela; SALES, Sávio. A pintura renascentista e o avanço da pintura geométrica. *In*: BLOG Articulando [S. l.]. 04 abr. 2012. Disponível em
<http://articulandocsjb.blogspot.com/2012/04/pintura-renascentista-e-o-avanco-da.html>. Acesso em 19 jan. 2019.

LOGARITMO. *In*: FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio Século XXI: o dicionário da língua portuguesa**. 3. ed. Rio de Janeiro: Nova fronteira, 1999, p. 1230.

O'MALLEY, Kimberly. **Os 4 tipos comuns de avaliação que os professores podem aplicar**. Disponível em: <https://www.entretantoeducacao.com.br/os-4-tipos-comuns-de-avaliacao-que-os-professores-aplicam-e-porque/>. Acesso em 27 jan. 2019.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Currículo de Matemática para o ensino médio com base nos parâmetros curriculares do estado de Pernambuco**. Disponível em:
http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica_em_2.pdf. Acesso em 26 jan. 2019.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução elaborada por Patricia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SATIRIDIS. Pintura renascentista. *In*: SATIRIDIS. **Blog Satiridis** [S. l.]. 02 mar. 2010. Disponível em <https://sataridis.wordpress.com/2010/03/02/pintura-renascentista/>. Acesso em 19 jan. 2019.

ANEXO I – ROL DE COMPETÊNCIAS E HABILIDADES CONFORME BNCC/2018

COMPETÊNCIA 1

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

6 HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 1

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a **variação de grandezas**, pela análise dos **gráficos** das funções representadas e das **taxas de variação**, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, **inadequações que possam induzir a erros de interpretação**, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam **unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas**, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

(EM13MAT104) Interpretar **taxas e índices** de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), **investigando os processos de cálculo** desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT105) Utilizar as noções de **transformações isométricas** (translação, reflexão, rotação e composições destas) e **transformações homotéticas** para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário **fazer escolhas** levando-se em conta os **riscos probabilísticos** (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

COMPETÊNCIA 2

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3 HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 2

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo **medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa**.

(EM13MAT202) Planejar e executar **pesquisa amostral** sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e **comunicar os resultados** por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a **utilização de aplicativos e a criação de planilhas** (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

COMPETÊNCIA 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

16 HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 3

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem **equações lineares** simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as **funções polinomiais de 1º ou 2º grau**, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam **juros simples** com as que envolvem **juros compostos**, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com **funções exponenciais** nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com **funções logarítmicas** nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem **fenômenos periódicos** reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as **funções seno e cosseno**, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da **área** de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT308) Aplicar as **relações métricas**, incluindo as **leis do seno e do cosseno** ou as noções de **congruência e semelhança**, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de **áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos** em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT310) Resolver e elaborar **problemas de contagem** envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando **contagem das possibilidades**, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da **probabilidade**.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o **cálculo de probabilidade** de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a **notação científica** para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem **grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras** (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um **algoritmo que resolve um problema**.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das **medidas de tendência central** (média, moda, mediana) e das **medidas de dispersão** (amplitude, variância e desvio padrão).

COMPETÊNCIA 4

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

7 HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 4

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de **funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano**, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de **funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano**, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as **representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano**, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

(EM13MAT404) **Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças** (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), **em suas representações algébrica e gráfica**, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma **linguagem de programação** na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

(EM13MAT406) Construir e interpretar **tabelas e gráficos de frequências** com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que **inter-relacionem estatística, geometria e álgebra**.

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de **diferentes diagramas e gráficos** (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

COMPETÊNCIA 5

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

11 HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 5

(EM13MAT501) Investigar relações entre **números expressos em tabelas** para representá-los no plano cartesiano, **identificando padrões** e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é **de função polinomial de 1º grau**.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é **de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$** .

(EM13MAT503) Investigar pontos de **máximo ou de mínimo de funções quadráticas** em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da **medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri**, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre **ladrilhamento** do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

(EM13MAT506) Representar graficamente a **variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam**, analisando e classificando as funções envolvidas.

(EM13MAT507) Identificar e associar **progressões aritméticas (PA) a funções afins** de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT508) Identificar e associar **progressões geométricas (PG) a funções exponenciais** de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes **projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica)**, com ou sem suporte de tecnologia digital.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de **dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas**, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de **diferentes tipos de espaços amostrais**, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

ANEXO II - DISTRIBUIÇÃO DAS HABILIDADES ENTRE AS UNIDADES DE CONHECIMENTO CONFORME BNCC/2018

NÚMEROS + ÁLGEBRA (UNIDADES DE CONHECIMENTO INTEGRADAS)

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decréscimo, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

GEOMETRIA + GRANDEZAS E MEDIDAS (UNIDADES DE CONHECIMENTO INTEGRADAS)

(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.