

DIOGO SOUZA QUARTEL

**DESENHO DE CROQUIS DE PLANTAS
BAIXAS NO ENSINO DE RAZÕES
DIRETAMENTE PROPORCIONAIS**

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ**

2021

DIOGO SOUZA QUARTEL

DESENHO DE CROQUIS DE PLANTAS BAIXAS NO
ENSINO DE RAZÕES DIRETAMENTE
PROPORCIONAIS

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Luiz Henrique Zeferino

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2021

FICHA CATALOGRÁFICA

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

Q1

Quartel, Diogo Souza.

DESENHO DE CROQUIS DE PLANTAS BAIXAS NO ENSINO DE RAZÕES DIRETAMENTE PROPORCIONAIS / Diogo Souza Quartel. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2021.

116 f. : il.

Inclui bibliografia.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2021.

Orientador: Luiz Henrique Zeferino.

1. Croqui. 2. Escala. 3. Planta Baixa. 4. Proporção. 5. Razão. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

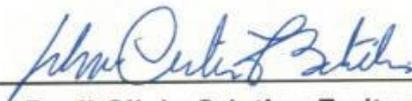
CDD - 510

DIOGO SOUZA QUARTEL

DESENHO DE CROQUIS DE PLANTAS BAIXAS NO
ENSINO DE RAZÕES DIRETAMENTE
PROPORCIONAIS

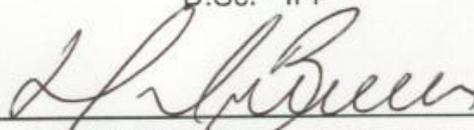
“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovado em 16 de dezembro de 2021.



Prof.^a Silvia Cristina Freitas Batista

D.Sc. - IFF



Prof. Nelson Machado Barbosa

D.Sc. - UENF



Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

D.Sc. - UENF



Prof. Luiz Henrique Zeferino

D.Sc. - UENF

(ORIENTADOR)

*A Deus, a minha família, meus amigos e a minha esposa,
que sempre me apoiaram nos desafios da vida.*

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por me conceder saúde, sabedoria e sanidade. Fazendo com que eu viva de forma proveitosa cada momento de minha vida. Por sempre me abençoar e me proteger nas estradas que a vida me leva.

A minha esposa, Marciene, que sempre esteve ao meu lado e a cada passo que decido dar na minha vida profissional sempre me apoia e me ajuda no que é possível ou não para o alcance dela. Com paciência e serenidade sempre me traz uma fala que faz com não desista dos meus sonhos.

Aos meus pais Bento e Rita que também me apoiam muito, mas antes de tudo foram os responsáveis pelo meu caráter, minha perseverança e meu histórico profissional, desde a graduação. São as pessoas que mais admiro nesse mundo e quero me espelhar sempre.

Aos meus irmãos, e suas companheiras, aos meus amigos, colegas de trabalho, familiares e pessoas que sempre torcem por mim. Aos meus amigos e colegas de curso que sempre estivemos unidos e apoiando um ao outro, além do excelente e divertido tempo que passamos juntos. Evitarei de citar nomes, pois admiro todos e queria que morássemos mais perto para convivermos mais.

Agradeço também ao apoio e carinho da família da minha esposa, que inúmeras vezes foram compreensíveis pela minha falta de tempo, e mesmo quando nos visitávamos não se importavam por estar estudando em um canto a parte.

Agradeço à Sociedade Brasileira de Matemática, por possibilitar esse período de estudos e desenvolvimento profissional. Ao PROFMAT, por possibilitar estes anos de estudo e aprendizagem. Os professores do curso e, em especial a meu orientador. Que se dedicaram e estiveram sempre à disposição para nos orientar e ensinar. São pessoas que admiro muito.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

E a todos aqueles que colaboraram de alguma forma para realização deste trabalho. Meu MUITO OBRIGADO!

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes”.

Isaac Newton

Resumo

Considerando as dificuldades no ensino da Matemática na educação básica e as constantes transformações nos métodos de ensino, é apresentada neste trabalho uma pesquisa que objetiva investigar as contribuições de uma sequência didática com atividades de criação de croquis de plantas baixas para o estudo de razões diretamente proporcionais. Tais atividades foram desenvolvidas com alunos de uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola situada na zona rural da cidade de Espera Feliz em Minas Gerais. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, na qual foram avaliadas as habilidades adquiridas com as atividades propostas na sequência didática. Por meio de um pré-teste, pode-se constatar indicativos de que os alunos não possuíam habilidades voltadas aos conceitos básicos para o ensino de razão e proporção. Sendo assim, precisou-se de um trabalho revisional precedendo a aplicação da sequência didática no ensino de razões diretamente proporcionais. Após aplicar a sequência didática e avaliar suas atividades, observou-se que o desenho do croqui de uma planta baixa de uma escola por meio de conceitos de escala e cálculos relacionados ao teorema fundamental da proporcionalidade pode contribuir no ensino de Matemática.

Palavras-chaves: Croqui; Escala; Planta Baixa; Proporção; Razão.

Abstract

Considering the difficulties in teaching Mathematics in basic education and the constant changes in teaching methods, this work presents research that aims to investigate the contributions of a didactic sequence with activities to create sketches of floor plans for the study of directly proportional ratios. Such activities were developed with students from a 7th grade class of Elementary School, in a school located in the rural area of the city of Espera Feliz in Minas Gerais. This is qualitative research, in which the skills acquired with the activities proposed in the didactic sequence were evaluated. Through a pre-test, it was possible to verify that the students did not have skills related to the basic concepts for the teaching of ratio and proportion. Therefore, a revisional work was needed prior to the application of the didactic sequence in the teaching of directly proportional ratios. After applying the didactic sequence and evaluating its activities, it was observed that the sketch drawing of a school floor plan through concepts of scale and calculations related to the fundamental theorem of proportionality can contribute to the teaching of Mathematics.

Key-words: Sketch; Scale; Floor Plan; Proportion; Ratio.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Matemática na construção de um telhado	16
Figura 2 – Exemplo relacionado a planta baixa de uma casa no livro Araribá	19
Figura 3 – Papiro de Rhind	23
Figura 4 – Exemplo de planta de um apartamento	28
Figura 5 – Mapa da região sudeste	29
Figura 6 – Exemplo de medida escalar em mapas	30
Figura 7 – Escalímetro para arquitetura e engenharia	31
Figura 8 – Exemplo de croqui	39
Figura 9 – Corte Para Planta Baixa	40
Figura 10 – Exemplo de Planta Baixa	41
Figura 11 – Fotos da escola	46
Figura 12 – Resposta do aluno A4 ao questionário	49
Figura 13 – Resposta do aluno A5 ao questionário	49
Figura 14 – Resposta do aluno A7 ao questionário	49
Figura 15 – Pré-teste: resposta do aluno A1 à questão 2	51
Figura 16 – Pré-teste: resposta do aluno A4 à questão 8	52
Figura 17 – Desenhos dos croquis para anotações	61
Figura 18 – Instrumentos utilizados para medir a escola	62
Figura 19 – Alunos medindo e realizando anotações	64
Figura 20 – Medidas de paredes do grupo 2	65
Figura 21 – Medição de portas e janelas	65
Figura 22 – Medidas de portas e janelas obtidas pelo grupo 1	66
Figura 23 – Cálculo de escala do grupo 1	67
Figura 24 – Alunos realizando os cálculos de transformações de medidas	68
Figura 25 – Cálculos realizados pelo grupo 2 referentes às paredes	69
Figura 26 – Alunos desenhando a planta da escola	70
Figura 27 – Cálculos do grupo 1 referentes as portas e janelas	71
Figura 28 – Alunos desenhando a planta da escola	72
Figura 29 – Planta desenhada pelo grupo 1	73
Figura 30 – Planta desenhada pelo grupo 2	73
Figura 31 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A1	75

Figura 32 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A4	76
Figura 33 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A8	76
Figura 34 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A2	77
Figura 35 – Pós teste: questão 3, respondida pelo aluno A5	77
Figura 36 – Pós teste: questão 5, respondida pelo aluno A6	79
Figura 37 – Pós teste: questão 6, respondida pelo aluno A1	80
Figura 38 – Pós teste: questão 6, respondida pelo aluno A5	81
Figura 39 – Pós teste: questão 7, respondida pelo aluno A2	82
Figura 40 – Pós teste: questão 8, respondida pelo aluno A4	82
Figura 41 – Pós teste: questão 8, respondida pelo aluno A2	83
Figura 42 – Opinião final: pergunta 4, respondida pelo aluno A4	84
Figura 43 – Opinião final: pergunta 4, respondida pelo aluno A7	84
Figura 44 – Opinião final: pergunta 5, respondida pelo aluno A4	85
Figura 45 – Opinião final: pergunta 5, respondida pelo aluno A8	85
Figura 46 – Opinião final: pergunta 6, respondida pelo aluno A1	86

Lista de tabelas

Tabela 1 – Respostas dos alunos ao pré-teste	51
Tabela 2 – Respostas dos alunos ao pós teste	75

Sumário

Introdução	14
1 PROPORCIONALIDADE	22
1.1 Contexto Histórico	22
1.2 Competências Referentes à Proporcionalidade	24
1.3 Grandeza	26
1.4 Razão	28
1.4.1 Escala	28
1.5 Proporção	31
1.5.1 Proporções Diretas	32
1.5.2 Proporções Inversas	33
1.5.3 Propriedade Fundamental das Proporções	34
1.5.4 Outras Propriedades das Proporções	36
2 CROQUIS E PLANTAS BAIXAS	38
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	44
3.1 Preparação da Pesquisa	44
3.1.1 Contexto da Pesquisa	45
3.1.2 Apresentação da Proposta	46
3.1.3 Questionário e Caracterização dos Sujeitos	46
3.1.3.1 Interpretação do Questionário	48
3.1.4 Pré-teste: Aplicação e Resultados	50
3.1.4.1 Interpretação do Pré-teste	51
3.1.5 Aulas Preparatórias à Sequência Didática	52
3.2 Etapas das Atividades da Sequência Didática	57
3.2.1 Conteúdo Base de Razão, Escala e Proporção	57
3.2.2 Medição das Dependências da Escola e Anotações	57
3.2.3 Elaboração dos Croquis	58
3.2.4 Lista de Atividades	58
3.2.5 Pós-teste	59
3.2.6 Opinião dos Alunos	59
4 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DE DADOS	60
4.1 Conteúdo Base de Razão, Escala e Proporção	60
4.2 Desenho dos Croquis de Rascunho	60

4.3	Obtenção das Medidas de Paredes, Portas e Janelas	62
4.4	Escolha da Escala para o Desenho das Plantas	66
4.5	Transformações das Medidas e o Desenho das Plantas	67
4.6	Lista de Atividades	74
4.7	Pós-teste: Resultados e Análise	74
4.7.1	Interpretação do Pós Teste	75
4.8	Opinião dos Alunos	83
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
	REFERÊNCIAS	89
	APÊNDICES	93
APÊNDICE A	– AUTORIZAÇÃO	94
APÊNDICE B	– QUESTIONÁRIO	96
APÊNDICE C	– PRÉ-TESTE	100
APÊNDICE D	– PLANO DE AULAS - SEQUÊNCIA DIDÁTICA	103
APÊNDICE E	– LISTA DE AVIVIDADES	107
APÊNDICE F	– PÓS TESTE	110
APÊNDICE G	– OPINIÃO FINAL	114

Introdução

Ao longo do tempo são estudadas e discutidas as dificuldades enfrentadas pelo Brasil em resolver os problemas da educação básica. Quando se verifica os indicadores, constata-se que apesar dos investimentos, o Brasil está “atrasado” em relação a outros países (VIEIRA, 2007). Confirma-se, também, que existem enormes diferenças nas distribuições de oportunidades do ponto de vista das regiões e classes sociais, evidenciando as características excludentes da nossa sociedade e, por conseguinte, do sistema escolar. Nas ideias abordadas por Bof (2006, p.21) junto a seus colaboradores, são citados que dois fatores contribuem para o fraco desempenho escolar e para uma evasão considerável, quais sejam: “[...]o capital sociocultural e a qualidade da oferta.”

As mudanças na educação estão muitas vezes relacionadas aos avanços tecnológicos e sociais. Para Souza (2011) as novas tecnologias vêm facilitando o processo de ensino-aprendizagem com a melhor transmissão de informações e comunicação. Os avanços sociais acontecem frequentemente, por outro lado, os avanços tecnológicos tendem a demorar um pouco mais. Nesse contexto, ressalta-se que a dificuldade se agrava principalmente em escolas de cidades do interior, e para ser mais preciso, em escolas de área rural, como relata Bof (2006). Não é fácil adotar um rumo para a educação, são várias mudanças somadas a muitos desafios.

Dentre tantos desafios apresentados no sistema público de ensino, um dos principais são as estratégias utilizadas para apresentação de ideias, cálculos e principalmente a assimilação do conteúdo a situações problemas do cotidiano. Como citado, é inegável que o avanço do mundo digital traz muitas possibilidades, porém, para Moran (2017), em termos de integração em sala de aula, em muitas instituições de ensino a tecnologia parece estar avançando lentamente, o que não transparece a certeza se o uso constante da tecnologia digital se traduzirá em resultados expressivos.

Certamente, é difícil ter a desejada e plena atenção do aluno no ensino matemático. O desinteresse em matemática e o baixo rendimento nos conteúdos vêm aumentando. Nesse sentido, os resultados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) (BRASIL, 2018, p.02) revelam um baixo rendimento dos alunos brasileiros em leitura, matemática e ciências, o que pode sinalizar certo desinteresse pela matemática.

O maior estudo sobre educação do mundo, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), apontou que o Brasil tem baixa proficiência em Leitura, Matemática e Ciências, se comparado com outros 78 países que participaram da avaliação. A edição 2018, divulgada mundialmente nesta terça-feira, 3 de dezembro, revela que 68,1% dos estudantes brasileiros, com 15 anos de idade, não possuem nível básico de Matemática, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Em Ciências, o número chega 55% e em Leitura, 50%. Os índices estão estagnados desde 2009. (BRASIL, 2018, p.02)

A cada ano, são criados por sistemas diferentes de ensino, ou planejados por escolas, projetos e oficinas para consolidar e alinhar o conhecimento teórico ao prático. Também são desenvolvidas olimpíadas de matemática com premiações para incentivar o interesse dos alunos, por exemplo. Nas salas de aula, professores criam diversas estratégias para ampliar os horizontes do conhecimento matemático e, na finalidade de elencar tais esforços é possível citar a OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) é um exemplo de incentivo aos estudantes.

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC.

Criada em 2005 para estimular o estudo da matemática e identificar talentos na área, a OBMEP tem como objetivos principais:

- Estimular e promover o estudo da Matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

(SBM MEC, 2020, p.02)

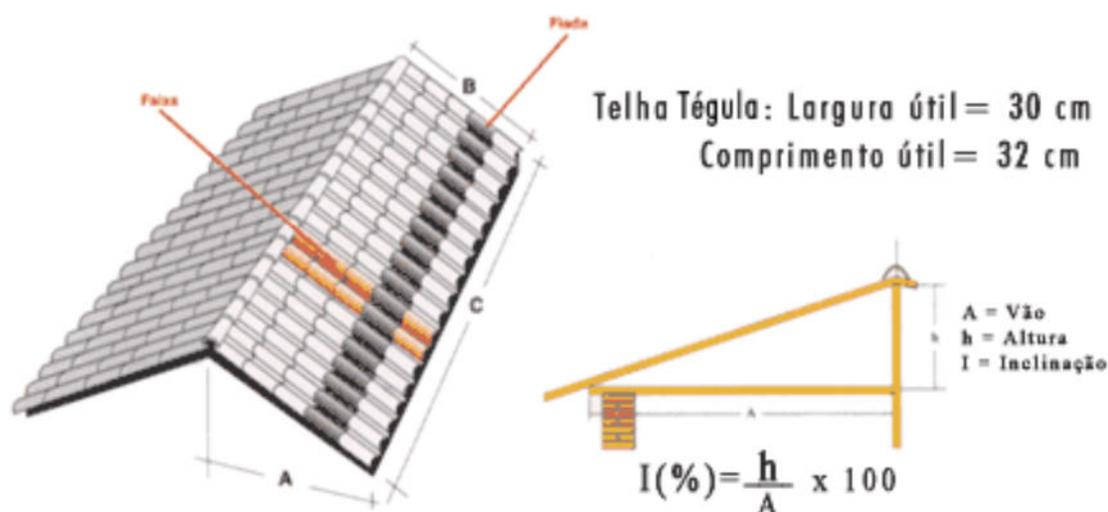
Sabe-se que os livros, ou simplesmente, os exemplos apresentados pelos professores são de grande valia. Porém, nas situações relacionadas aos métodos tradicionais, os conteúdos e exercícios matemáticos ficam mecanizados o que influencia os alunos na interpretação dos problemas propostos. Quanto mais utilizar as experiências vividas pelos discentes, mais fácil será o processo de ensino-aprendizagem. Segundo Cunha (2017, p.12):

Existem vários exemplos da utilização da matemática no cotidiano que são importantes para o professor aplicar em sala de aula, pois ao transmitirem seus conhecimentos, repassam aos alunos situações diárias comparando com a realidade mais próxima, refletindo num melhor aprendizado e ao mesmo tempo estimulando o raciocínio lógico.

A matemática está presente na vida das pessoas todo o tempo. Ela é utilizada por todos pela manhã ao ir à padaria comprar um pão; no cálculo do tempo e orçamento de uma viagem. No auxílio às mais diversas profissões a matemática se faz presente, como por exemplo na vida de um agricultor ao medir a quantidade de adubo; de um médico ao aferir temperatura do paciente; de um engenheiro ao elaborar um projeto. Também no esporte é possível encontrá-la no momento em que um maratonista calcula o seu tempo e velocidade, ou quando um atleta mede o seu salto.

Na figura 1, por exemplo, é apresentada a representação do cálculo feito por construtores sobre a inclinação de um telhado. A referida inclinação é dada em porcentagem, resultante da multiplicação do número 100 pelo quociente da medida do vão do telhado por sua altura.

Figura 1 – Matemática na construção de um telhado



Fonte: Tegula (2018, p.01)

Contextualizar os conceitos matemáticos significa articular o conteúdo de acordo com a cultura da região, e com o que é mais comum para os alunos e, principalmente trabalhando com o que possa ser útil para a sua vida profissional (CUNHA, 2013). Por exemplo, não é aconselhável utilizar como situação problema o volume de lixo na Baía de Guanabara para expressar uma questão aos alunos com pouco acesso às informações e que habitam em determinado local, onde as suas experiências são voltadas ao cultivo, à lavoura e à vivência com poucas pessoas em comunidades. Assim sendo, não é aconselhável utilizar o perímetro de um curral, para crianças que talvez nunca viram de perto um pasto. De acordo com Cunha (2013, p.21):

O professor precisa identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações; conhecer a história de vida dos seus alunos; ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções; superar os obstáculos encontrados na construção dos conceitos, transformando o saber científico em saber escolar, não deixando de considerar o contexto sociocultural do educando.

A matemática melhor desenvolvida na escola é aquela cujo professor permite a criatividade e a autonomia nas escolhas de resolução de problemas. De acordo com Pires (2010, p.13), estudos e pesquisas que concretizam novas alternativas e tendências pedagógicas contribuem significativamente para uma melhor educação matemática.

Em seu estudo relacionado a educação matemática, Borba (2016) relata que muitas vezes o ensino fica restrito à oralidade e ao exposto no quadro e que, os resultados nem sempre são os desejados. Contudo, o presente trabalho não tem por objetivo tecer críticas aos métodos de ensino, mas sim apontar mais uma forma de suscitar o interesse do aluno ao conteúdo matemático. Certamente, não se pode apenas relacionar o baixo rendimento matemático às práticas pedagógicas. Porém, atividades diferenciadas relacionadas a trabalhos de campo, atividades lúdicas, exemplos relacionados ao cotidiano e, principalmente situações que estão ao nosso alcance visual, auxilia o processo de ensino-aprendizagem, despertando o interesse do aluno (CASAGRANDE, 2019).

Tendo em vista a necessidade de inovar ou diferenciar a forma de ensinar para que o método seja mais atrativo aos alunos, e com tantas situações problemas possíveis para exemplificar os conceitos matemáticos, este trabalho destaca a interpretação da estrutura física dos prédios escolares por meio de croquis (rascunho de planta baixa).

Nesse sentido, ele apresenta uma proposta para o ensino de razão e proporção às turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, aplicada em uma turma de escola rural da Rede Municipal de Educação da cidade de Espera Feliz, no estado de Minas Gerais.

O objetivo geral é investigar as contribuições de uma sequência didática com atividades de criação de croquis para o estudo de razões diretamente proporcionais com alunos de um 7º ano do Ensino Fundamental.

Buscando a finalidade de alcançar o objetivo geral desse estudo, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Promover pesquisa bibliográfica sobre proporcionalidade, ensino da matemática, sequência didática, croquis e plantas;
- Planejar a pesquisa, elaborar as atividades, questionários e testes;

- Selecionar materiais e elaborar uma sequência didática que contribua no ensino de razões diretamente proporcionais;
- Analisar a aplicação das atividades e resultados obtidos no decorrer da pesquisa.

A motivação do pesquisador por esse trabalho se inicia anteriormente ao ingresso no curso de pós-graduação em matemática em nível nacional (PROFMAT). A oficina do uso de croquis do prédio escolar para o ensino de razão e proporção ao 7º ano do Ensino Fundamental já havia sido realizada de maneira informal em algumas escolas da rede municipal em que leciona desde o ano de 2016. Porém, de forma simples, sem diagnosticar (pelo motivo de possuir um conhecimento prévio da capacidade dos alunos), razão pela qual não foi relatado na época o desenvolvimento com a aplicação, sendo executado apenas um plano de aulas, no qual o conteúdo desenvolvido era inserido no planejamento anual.

Ainda sobre as aplicações informais, no decorrer do ensino do 7º ano do Ensino Fundamental, necessitou-se realizar aulas de maneira diferenciada, a fim de atrair um pouco mais a atenção dos alunos. Em determinado momento, no livro didático utilizado em 2016, Projeto Araribá (LEONARDO, 2010), ao preparar as aulas o pesquisador deste projeto observou exemplos e atividades de aprendizagem sobre proporcionalidade que trabalhavam com plantas de casas e terrenos (como é possível ver na figura 2), precisamente com escalas.

Figura 2 – Exemplo relacionado a planta baixa de uma casa no livro Araribá

Escala de um mapa ou de uma planta baixa

Os mapas e as plantas baixas são representações gráficas reduzidas de superfícies territoriais e de construções. Para elaborar esse tipo de representação, devemos usar uma escala.

Escala é a razão entre o comprimento que está na representação gráfica e o comprimento correspondente ao objeto real, empregando-se, para isso, a mesma unidade.

Exemplo

Paula comprou um apartamento que ficará pronto no final do ano. A planta baixa reproduzida ao lado indica as dimensões que esse apartamento terá.

A escala da planta é de 1 : 100 ou $\frac{1}{100}$ (lemos: 1 para 100). Isso significa que cada centímetro medido na planta corresponde a 100 centímetros no local real, ou seja, corresponde a 1 metro na realidade.

Assim, com base nessa planta, podemos calcular as medidas reais do apartamento. Acompanhe o exemplo a seguir.

As medidas do terraço nessa planta são 2,4 cm e 0,85 cm. Então, as medidas reais do terraço podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$\frac{1}{100} = \frac{2,4}{?} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{2,4}{240} \quad \frac{1}{100} = \frac{0,85}{?} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{0,85}{85}$$

$\begin{array}{c} \boxed{\times 2,4} \\ \downarrow \\ \frac{1}{100} = \frac{2,4}{?} \\ \uparrow \\ \boxed{\times 2,4} \end{array}$

 $\begin{array}{c} \boxed{\times 0,85} \\ \downarrow \\ \frac{1}{100} = \frac{0,85}{?} \\ \uparrow \\ \boxed{\times 0,85} \end{array}$

Portanto, as medidas reais do terraço são 240 cm e 85 cm, ou seja, 2,4 m e 0,85 m.

Fonte: (LEONARDO, 2010, p.173)

Com uma base intuitiva sobre leitura de plantas junto ao conhecimento como professor, passou a imaginar e a desenvolver algo que pudesse colocar em prática os possíveis conhecimentos de razão e proporção, como a leitura e interpretação de plantas envolvendo escalas e o desenho de uma estrutura que fosse acessível a todos os alunos.

Primeiro, houve a tentativa de desenvolver o trabalho desenhando e interpretando as plantas das casas onde os alunos habitavam, não havendo êxito no desenvolvimento das atividades. Certos discentes não disponibilizavam de fita métrica, outros tinham muita dificuldade para medir e anotar, sem contar a parcela que não se dispõe a participar da atividade desenvolvida em casa. Por esse motivo, surgiu a ideia de trabalhar com a planta baixa da escola, considerando ser o mais adequado para todos.



As ferramentas de medição podem ser disponibilizadas pelo professor, o material de desenho dos croquis fornecido pela escola e, comumente utilizados por todos.

Durante as atividades desenvolvidos com os alunos, observa-se a capacidade de reconhecer razões e fazer cálculos de proporções diretas. Além de revisar, fixar e intervir em alguns conhecimentos básicos de desenho, pode-se dizer que a motivação desse trabalho não se deu ao mero acaso, mas sim pelo interesse do professor/pesquisador no desenvolvimento do aluno. Hoje, a sequência de atividades descrita inicialmente é apresentada com intuito de produzir e consolidar mais uma proposta para facilitar o ensino de matemática.

Outros trabalhos de pesquisa familiarizam-se a esse estudo, com aspectos semelhantes. São pesquisas que abordam o mesmo tema, porém em diferentes perspectivas. Destacam-se as seguintes dissertações: (i) “Abordagem prática dos conceitos de área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola”, de [Vasconcelos \(2019\)](#): cuja pesquisa envolve atividades relacionadas ao desenvolvimento da planta baixa (croqui) de uma escola com conceitos de área e perímetro e, ainda, associando a geometria com a arquitetura e a engenharia por meio de exemplos; (ii) “A construção de maquetes no ensino de matemática”, de [Pinto \(2014\)](#): em que utiliza a construção de maquetes e conceitos de proporcionalidade no processo ensino aprendizagem de geometria e trigonometria; (iii) “Uma proposta de modelagem matemática como estratégia de ensino-aprendizagem na EJA”, de [Alencar \(2015\)](#): nesse trabalho são apresentas atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino aprendizagem em uma turma da 6ª etapa da educação de jovens e adultos. Isso ocorre por meio do planejamento e construção de planta baixa, planta de cobertura e maquete de uma casa; (iv) “Modelagem Matemática: Uma Proposta Metodológica para Tornar a Aula Espaço de Problematização, Pesquisa e Construção”, de [Martins \(2009\)](#): por meio da elaboração de uma planta baixa de uma casa os alunos coletaram dados e por meio de formulas e tabelas fizeram cálculos de alguns materiais e também levantamento de custos; (v) “Sequência Didática (SD): experiência no ensino da Matemática”, de [Babinski \(2017\)](#): é um trabalho que apresenta uma análise dos resultados obtidos por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática desenvolvida em uma turma de 9º ano do ensino fundamental. Nela, por meio de diversos instrumentos didáticos, foi apresentado aos alunos como realizar medidas inacessíveis, relacionando-as a conceitos de razão e proporção.

O diferencial nesta pesquisa é o foco no ensino de razão e proporção por meio de confecções ligadas à estrutura escolar. As atividades voltadas a utilização de plantas (ou croquis) do prédio escolar são muito semelhantes, mas os temas que podem ser abordados são inúmeros.

Para o desenvolvimento, este trabalho está estruturado em cinco capítulos da seguinte maneira:

O Capítulo 1 apresenta uma revisão bibliográfica baseada no ensino de proporci-

onalidade. Ele está dividido em cinco seções: o contexto histórico do ensino de razão e proporção; as competências referentes a, proporcionalidades baseando-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL 2017); os conceitos de grandezas; de razão; e de proporção.

O Capítulo 2 propõe uma revisão bibliográfica para a definição de croquis e plantas baixas de maneira geral e, de forma específica para este trabalho, além de apresentar a relação desses conceitos com o ensino de razão e proporção.

O Capítulo 3 refere-se à informações sobre o local da pesquisa e caracterização dos sujeitos por meio de relatos do professor, questionário e aplicação de um pré-teste. Também são apresentadas as etapas das atividades.

O Capítulo 4 traz os dados da aplicação e pesquisa e suas análises de acordo com o referencial bibliográfico e a visão do professor aplicador.

O Capítulo 5 compreende as considerações finais do pesquisador referentes ao trabalho realizado e seus objetivos, analisando as dificuldades encontradas, os pontos satisfatórios e a sugestões futuras para o tema.

Por fim, são apresentadas as referências utilizadas no texto e os apêndices.

Capítulo 1

Proporcionalidade

Os conceitos de razão e proporção surgiram com o desenvolvimento histórico da matemática, conceitos esses também muito utilizados em outras áreas do conhecimento, como em química, física, dentre outras. Esse desenvolvimento de conceitos é visto quando se estuda o livro “The history of mathematics” de Carl B. Boyer (1906-1976), sendo encontradas traduções como a “A História da Matemática” publicada em 2012 pela editora Edgard Biucher. Os estudos e afirmações de [Boyer \(2012\)](#) são tomados como base para um breve relato de um contexto histórico.

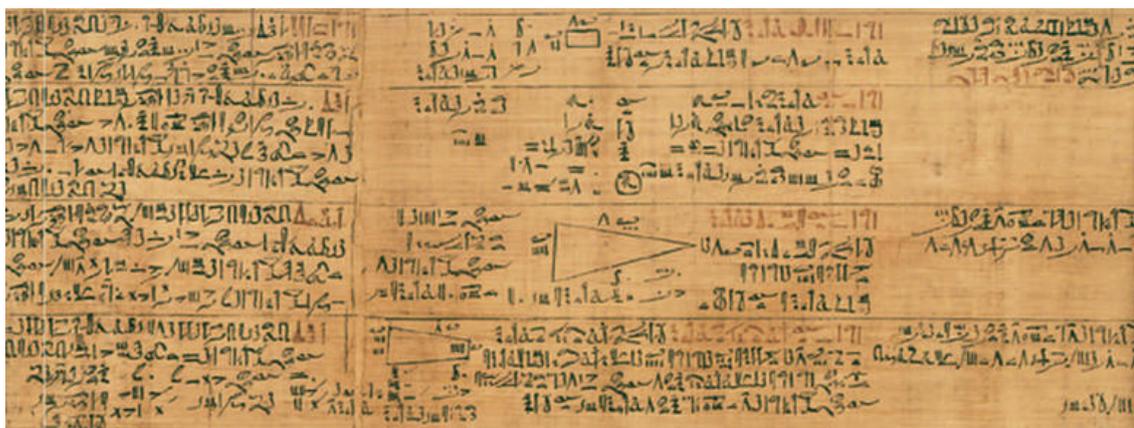
1.1 Contexto Histórico

A matemática teve seu desenvolvimento de diversas formas e em muitos lugares antes do surgimento de civilizações, devido a capacidade de pensar em quantidades como muito e pouco, grande e pequeno e, lento e rápido, sendo habilidades naturais do ser humano. No decorrer dos séculos, com os desafios sociais e econômicos, surgiu a necessidade de um pensamento matemático mais completo o que estimulou o homem a pensar numericamente.

Inicialmente, utilizando partes do corpo como ferramentas de contagem, o homem começou a analisar conjuntos e noções de ordens, surgindo, portanto, o pensamento numérico. Essa prática de associar quantidades a números contribuiu para o surgimento da matemática como campo de conhecimento nas primeiras civilizações. Na Mesopotâmia é possível citar os problemas de natureza econômica e comercial e no Egito o aperfeiçoamento da engenharia.

Foi também no antigo Egito, por volta de 1650 a.c., que surgiu o papiro de Rhind (Figura 3), feito por um escriurário chamado Ahmes, também conhecido como papiro de Ahmes. Com mais de 5 metros de comprimento e cerca de 33 centímetros de largura o papiro leva esse primeiro nome, pois foi adquirido pelo escorces Alexander Henry Rhind em 1858, em Luxor no Egito.

Figura 3 – Papiro de Rhind



Fonte: (SANTOS, 2017)

O papiro de Rhind contém uma lista de 87 problemas envolvendo conceitos matemáticos, como os de proporcionalidades. A maioria desses problemas envolvem situações comuns ao cotidiano dos egípcios e mostra que esse povo já fazia manipulações as quais dizemos ser parecidas com a regra três.

Um exemplo de aplicação de conceitos de proporcionalidade é o problema 72 que pede para calcular a quantidade de pães de peso 45 que são equivalentes a 100 pães de peso 10. Pode-se tomar como exemplo também o problema 75 que pergunta qual é o número de pães de peso 30 que podem ser feitos a partir da mesma quantidade de farinha de 155 pães com peso 20.

Apesar da Mesopotâmia e o Egito desenvolverem a matemática em um caráter concreto e prático, foi na Grécia o desempenho mais significativo em sua construção tornando-a o que se conhece hoje. A civilização grega fez com que a matemática deixasse de ser um conjunto de resultados empíricos e passasse a ter um formato de uma ciência mais organizada e abstrata.

Assim como os egípcios, a proporcionalidades era de muita importância para os gregos. Índícios mostram que os primeiros a sistematizarem a geometria em torno da proporcionalidade foram eles.

Tales de Mileto foi primeiro a iniciar seus estudos na Grécia com seus teoremas e seus conhecimentos de astronomia, geometria e teoria dos números. Fundador da Escola Ioniana e fundamentado na matemática da Mesopotâmia e Egito, Tales conseguia determinar a altura das pirâmides egípcias com esses conhecimentos - atualmente conhecido como Teorema de Tales. Ao fincar uma estaca na areia, ele observou que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e da altura da pirâmide em relação a medidas da sombra e altura da estaca no mesmo instante. Isso ocorria em razão da grande distância da terra em relação ao sol que faz com que os raios solares cheguem à Terra como um feixe de retas paralelas.

Superando a Escola Ioniana, a Escola Pitagórica formada por Pitágoras de Samos, que dava destaque a aritmética, música, geometria e astronomia, ensinava que os números inteiros descreviam o mundo. Concepção essa que apesar de interessante, foi abalada pela descoberta das grandezas incomensuráveis.

No século V a.C., por sua vez, a incomensurabilidade fora descoberta pelos gregos. O problema relacionado às medidas do lado e à diagonal de um quadrado, em que a razão entre elas não é igual a razão entre números inteiros, é um dos exemplos que ajuda a definir grandezas incomensuráveis.

Até a ideia de os números irracionais surgir, ocorreu uma crise sobre os fundamentos matemáticos. A descoberta da incomensurabilidade fez com que fossem separados o universo das grandezas do universo dos números e, esse fato importante fez surgir a necessidade também de uma nova teoria das razões e proporções.

Apesar do templo matemático de Pitágoras ser sido destruído, suas ideias perduraram, influenciando muitos pensadores - Platão, veio a ser um deles. Em uma época de desenvolvimento da filosofia, ciências e políticas públicas, o filósofo grego fundou a academia que mais tarde seria considerada o centro de atividades matemáticas mais importantes da Grécia.

Dentre os estudantes da academia de Platão destaca-se o nome de Eudoxo, que mais tarde se transformaria no maior matemático e astrônomo de sua época. Além dos cálculos de comprimentos, áreas e volumes pelo método de exaustão, Eudoxo também contribuiu com o descobrimento da teoria das proporções usada no livro V de “Os Elementos” de Euclides.

1.2 Competências Referentes à Proporcionalidade

Em entrevista realizada por [Falzetta \(2003\)](#) e publicada pela revista Nova Escola, a especialista Terezinha Nunes descreve que no processo de aprendizagem matemática é essencial entender a proporcionalidade. Nesta riquíssima entrevista, ela responde a perguntas, como: “Qual é a principal falha do ensino da Matemática hoje?”; “Como é, na prática, a relação entre a proporção e a multiplicação?”; “De que forma, então, se constrói o raciocínio proporcional?”; dentre outras perguntas. O que mais destaca em sua fala é o fato de ela sempre abordar de forma direta, pensamentos relacionados à multiplicação e ao raciocínio lógico. Em um exemplo citado, Terezinha retrata uma experiência com mestres de obras no Recife, muitos sem formação escolar, entretanto, ao longo da prática de trabalho apresentaram uma lógica matemática bastante desenvolvida.

Pessoas que utilizam da lógica matemática, principalmente de proporcionalidade, como na leitura de uma planta de obra, adquiriram competências e habilidades, muitas vezes,

sem ao menos entrarem em uma escola. Resumidamente, de acordo com pesquisador matemático D'Ambrósio (2005), essa lógica evolui naturalmente no ser humano e, cabe ao professor despertá-la com uma representação que o aluno consiga compreender, na qual possa enxergar os conceitos de proporção.

Toma-se como base de competências referentes à proporcionalidade, as habilidades inseridas na BNCC (BRASIL, 2017), documento criado para normalizar e definir um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que ao longo da educação básica todos os alunos devem desenvolver. Este documento normativo é aplicado exclusivamente à educação escolar assegurando os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, conforme o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE, Lei nº 13.005/2014) (BRASIL, 2014) e, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996) (BRASIL, 1996).

A BNCC (BRASIL, 2017) define competência como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

Os conceitos de proporcionalidade abrangem diversas unidades temáticas da matemática do 7º ano, porém são encontrados com maior frequência nas unidades temáticas de números e álgebra.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p.307), em números, o objetivo do conhecimento é reconhecer e aprender frações e seus significados: “[...] como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.” Com a habilidade de “Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza (EF07MA09).”

Já em álgebra, o objetivo do conhecimento é resolver “Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais”, com habilidade de “Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas (EF07MA17).”

Resumidamente pode-se concluir que o ensino de Razão e proporção em concordância com outros tópicos e competências da BNCC (BRASIL, 2017), procura consolidar conceitos, como:

- Reconhecimento de que a razão entre dois números a e b , com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$;
- Comparação de grandezas utilizando a razão entre elas;

- Reconhecimento da proporção como a igualdade de duas razões;
- Aplicação da propriedade fundamental das proporções em situações-problema;
- Identificação de uma sequência de números diretamente proporcionais e de uma sequência de números inversamente proporcionais;
- Reconhecimento de grandezas diretamente proporcionais;
- Reconhecimento de grandezas inversamente proporcionais;
- Resolução de problemas por meio de regra de três (envolvendo grandezas diretamente e grandezas inversamente proporcionais);
- Reconhecimento da porcentagem como razão entre um número p e 100.
- Resolução de problemas que envolvem porcentagem;
- Resolução de problemas que envolvem juros simples, pagamento à vista e pagamento a prazo;
- Resolução de problemas que envolvem aplicação financeira e empréstimo;
- Construção de tabelas e gráficos usando planilhas eletrônicas.

E em outros conhecimentos que de maneira indireta a proporcionalidade influencia.

Essas competências citadas ainda podem ser correlacionadas a outras habilidades existentes na BNCC (BRASIL, 2017, p.301). “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira (EF07MA02)”. Dessa mesma forma, “Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas (EF07MA36)” são exemplos dessa correlação.

1.3 Grandeza

Dentro da ideia de proporcionalidade, e anteriormente aos conceitos de razão e proporção, torna-se preciso destacar o que são grandezas, pois são os elementos (números) que formam as razões e, conseqüentemente as proporções.

Com o princípio da civilização, surgem também os primeiros indícios de unidades de medida, seja o tempo, os objetos, a distância, a temperatura, o peso e outros mais. Junto ao ser humano aparece a necessidade de contar e medir (BOYER, 2012). Essas medidas,

também chamadas de grandezas, trazem conceitos e cálculos matemáticos que podem ser classificados de acordo com a competência em que se insere.

As grandezas podem ter suas medidas aumentadas ou diminuídas. Dentre aos conceitos de grandezas encontra-se: o volume, a massa, a superfície, o comprimento, a capacidade, a velocidade, o tempo, o custo e a produção. Resumidamente, entende por grandeza “[...]tudo aquilo que pode ser medido ou contado” (BEIRAL, 2017, p.13).

As diferentes unidades de medida classificadas como grandezas, possuem suas variações de unidades em que estão relacionadas, tal como as medidas de comprimento com os milímetros, centímetros, metros, quilômetros, jardas, polegadas, léguas, e assim por diante. Essas unidades de medida são atribuídas em cálculos de superfície e volume, mas não estão relacionadas diretamente ao tempo ou massa, por exemplo (BEIRAL, 2017).

As grandezas de base utilizadas no SI são: comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de substância e intensidade luminosa. As grandezas de base são, por convenção, consideradas como independentes. As unidades de base correspondentes do SI, escolhidas pela CGPM, são: metro, quilograma, segundo, ampere, kelvin, mol e candela (INMETRO, 2012, p.16).

Grandezas matemáticas em conceitos formais podem ser classificadas em dois tipos, as discretas e as contínuas. Lima (2016), em seu livro, trata de forma resumida que ao comparar uma grandeza discreta (como uma população) com a unidade faz-se uma contagem onde o resultado sempre será um número inteiro. Porém, se a grandeza for contínua (como o tempo, a temperatura e a distância), realizando a comparação com a unidade, ocorre o processo de medição. Essas grandezas contínuas ainda podem ser ditas comensuráveis ou incomensuráveis, quando o que se quer medir resultar em um número racional ou em um número irracional, respectivamente.

Como serão abordadas as grandezas de comprimento e superfície, destacam-se dentro de suas unidades as relações:

1 milímetro equivale a 0,1 centímetro;

1 centímetro equivale a 0,01 metro;

1 metro equivale a 0,001 quilômetro;

1 polegada equivale a 2,54 centímetros;

1 jarda equivale a 0,9144 metros;

1 milha equivale a 1,60934 quilômetros;

1 pé equivale a 30,48 centímetros;

1.4 Razão

O ser humano acostumou-se a lidar diariamente com inúmeras situações que envolvem comparações de quantidades. Uma dessas situações típicas é exemplificada por Giovanni (1993, p.155), na qual ele relaciona as medidas consideradas na planta de um apartamento (figura 4) com suas correspondentes medidas reais.

Figura 4 – Exemplo de planta de um apartamento



Fonte: (GIOVANNI, 1993, p.155)

Na figura 4 observa-se que o comprimento da sala no desenho é igual a 4 centímetros e o comprimento da sala na realidade é igual a 4 metros, ou seja, 400 centímetros.

Essas medidas podem ser comparadas através do quociente $\frac{4}{400}$, que, em sua forma irredutível, é igual a $\frac{1}{100}$. Assim é possível concluir que cada centímetro considerado no desenho representa 100cm ou 1m na realidade. Neste caso, o quociente entre dois números serve como um instrumento de comparação. Segundo Giovanni (1993, p.155): “Em Matemática, o quociente entre dois números é chamado de razão entre eles.”

Para Cabral (2013, p.252):

A razão entre duas grandezas da mesma espécie é o quociente da divisão dos números que exprimem suas medidas, com mesma unidade. Assim, para determinarmos a razão entre dois estados da mesma grandeza, ou ainda, entre duas grandezas da mesma espécie, é necessário medi-las com a mesma unidade.

Tomando como base as afirmações anteriores, em geral:

Razão entre dois números, a e b , com $b \neq 0$, é o quociente de a por b , indicado por $\frac{a}{b}$ ou $a : b$, e lê-se: a para b .

1.4.1 Escala

Existem várias razões muito utilizadas no dia a dia, como velocidade média, densidade demográfica ou densidade de um objeto, por exemplo. As escalas são muito utilizadas

em mapas, plantas, maquetes e podem ser descritas como as razões entre o comprimento representado na figura (desenho gráfico, mapa, ilustração, etc.) e o comprimento real correspondente (GIOVANNI, 1993).

A razão que define os conceitos de escala é ilustrada por Beiral (2017, p.48):

$$Escala = \frac{medidacomprimentonodesenho}{medidacomprimentodoobjeto\ real} \quad (1.1)$$

Considerando e interpretando conceitos de escala, como os de Giovanni (1993) e (CABRAL, 2013): representando por E a razão escalar, por d o número que expressa o comprimento do desenho e, por r o número que expressa o comprimento real, pode-se ter três tipos de representação visual para escala:

$$E = \frac{d}{r} = d/r = d : r \quad (1.2)$$

A situação produzida pelo autor da pesquisa exemplifica uma situação que envolve a interpretação de mapas por conceitos de escala:

Exemplo 1.1. Dado o mapa da figura 5.

Figura 5 – Mapa da região sudeste



Fonte: (UOU, 2017, p.03)

Com uma régua, um aluno do 7º ano notou que a distância no mapa entre São Paulo e Vitória é de aproximadamente 4,8 cm. Sabendo que a distância real entre as cidades é de 744 km, qual seria a escala aplicada a esse mapa?

Pode-se calcular a razão entre a distância que está no mapa e a distância real entre as duas cidades. Para isso, necessita-se expressá-las em uma mesma unidade de medida.

Transformando os 744 km (distância real) em centímetros, tem-se:

$$744km = 74400000cm$$

Portanto, a razão desejada será dada por:

$$\frac{4,8}{74400000} = \frac{48}{744000000} = \frac{48/48}{744000000/48} = \frac{1}{15500000}$$

Neste caso, a razão 1 : 15500000 significa que cada centímetro representado no mapa equivale a 15.500.000 cm, ou seja, cada centímetro do mapa corresponde a 155 km.

Junto à imagem do mapa é usual representar a escala por um intervalo que possui o mérito de aumentar ou reduzir proporcionalmente ao mapa. Essa representação recebe geralmente o nome de escala gráfica (figura 6) (MENEZES, 2013).

Figura 6 – Exemplo de medida escalar em mapas



Fonte: imagem criada pelo autor

A abertura sob a linha representa um centímetro no mapa e o número quanto ele representa na medida real.

Para Menezes (2013, p.60):

A escala gráfica ou de barra é a forma de apresentação da escala linear – representada por uma linha que geralmente, faz parte da legenda da carta, dividida em partes que mostram os comprimentos na carta diretamente em termos de unidades do terreno.

Observa-se que plantas de construções geralmente são elaboradas pelos engenheiros e arquitetos em programas de computadores, obedecendo as escalas. Entretanto, quando o desenho é feito à mão, principalmente na fase dos croquis, usa-se uma régua chamada escalímetro (figura 7) (FERREIRA, 2019).

Figura 7 – Escalímetro para arquitetura e engenharia



Fonte: (ALIEXPRESS, 2021, p.01)

No escalímetro, o número que aparece à esquerda do zero representa a escala que está sendo utilizada. Por exemplo, no primeiro escalímetro da figura 7 o número 25 indica que a escala é de 1 para 25. Este instrumento facilita a elaboração do desenho, pois as unidades nele marcadas são comensuráveis a 1 metro. Geralmente, o escalímetro possui as escalas: 1 : 20, 1 : 25, 1 : 50, 1 : 75, 1 : 100 e 1 : 125.

1.5 Proporção

Em relação ao exemplo 1.1, citado no tópico anterior, é possível afirmar que ao simplificar cada razão (geralmente na forma de fração) obtém-se uma razão proporcional, onde proporcionalidade é a igualdade entre duas razões.

Essa igualdade entre razão é chamada de proporção. Para Almeida (2015, p.33), “Uma proporção é garantida e também estabelecida por duas razões equivalentes.”

Na proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, em que as frações são equivalentes, a leitura pode ser feita: um está para cinco assim como 3 está para 15.

De acordo com as afirmações de Lobato Junior (2018, p.71): "Sendo a, b, c, d números reais não nulos, nessa ordem formam uma proporção quando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$."

Observações:

- os números a, b, c, d são os termos da proporção;
- os termos a, d são chamados de extremos da proporção;
- os termos b, c são chamados de meios da proporção.

Na proporção $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$, os extremos são 1 e 15 e os meios são 5 e 3.

Ao obter a mesma fração irredutível, simplificando as razões, torna-se possível afirmar a existência de proporção entre elas. Por exemplo, $\frac{6}{8}$ e $\frac{15}{20}$ são razões proporcionais, pois $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ e $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

Considerando as afirmações de Almeida (2015), Lobato Junior (2018) e os exemplos citados, destaca-se como definição de proporções:

Definição 1.1. Dadas duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, com b e d diferentes de zero, há uma proporção entre elas quando $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ e $\frac{c}{d} = \frac{p}{q}$, em que $\frac{p}{q}$ é uma fração proporcional e irredutível com $p, q \in \mathbb{Z}$ e $p \neq 0$, ou seja, $\text{mdc}(p, q) = 1$.

A aplicação do estudo de razões e proporções está diretamente ligada à igualdade com frações algébricas, à qual se podem aplicar os conceitos de quarta e terceira proporcional. Consolidando o conteúdo, possibilita variações de medidas ou soluções de problemas matemáticos que envolvam uma proporção, em que, por exemplo, sabem-se uma razão e uma grandeza variada de uma das unidades da razão inicial.

É possível, ainda, associar a proporcionalidade a funções afins com correspondência $x \Rightarrow y$. Abordando conceitos destacados por Lima (2016, p.03), pode-se dizer que duas grandezas são proporcionais quando uma correspondência $x \Rightarrow y$ ocorre. Neste caso associa-se cada valor de x de uma delas a um valor y bem definido da outra. Essas proporções podem ser classificadas como **diretamente proporcionais** ou **inversamente proporcionais**.

1.5.1 Proporções Diretas

São semelhantes aos exemplos citados anteriormente, nos quais multiplicando em uma razão o valor de uma das grandezas por um número real n , o valor da outra também é multiplicado pelo mesmo número real n , de modo que satisfaça condições (LIMA, 2016).

1. Quanto maior for x , maior será y . De forma direta, se $x \Rightarrow y$ e $x' \Rightarrow y'$ então $x < x' \Rightarrow y < y'$.

2. Dobrando, triplicando, dividindo por um número real $p \neq 0$, etc. o valor de x então o valor de y correspondente, será dobrado, triplicado, dividido por um número real $p \neq 0$, etc. Ou seja, se $x \Rightarrow y$ então $nx \Rightarrow ny$ para todo $n \in \mathbb{R}$.

Exemplo elaborado pelo autor:

Exemplo 1.2. *Considerando o processo de impressão de páginas por meio de impressora, o tempo de impressão corresponde diretamente ao número de páginas. Pode-se dizer, portanto, que as grandezas que as representam são diretamente proporcionais. Ou seja, à medida que o número x de folhas aumenta o número y de minutos ou segundos também aumenta.*

Observa-se que a cada um minuto são feitas 22 impressões, logo para 55 folhas serão gastos um minuto e meio. Sendo possível representar esse exemplo por meio de uma função afim com correspondência x em y , como $y = \frac{x}{22}$.

Considerando as condições citadas por Lima (2016) e o exemplo anterior, pode-se definir proporções diretas como:

Definição 1.2. *Dadas duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, d \neq 0$, existe uma proporção (definição 1.1) direta quando se tem um número $k \in \mathbb{R}$ com $k \neq 0$ em que $c = ka$ e $d = kb$. Logo, a está para b e ka está para kb na mesma proporção em que c está para d .*

1.5.2 Proporções Inversas

Em razões inversamente proporcionais, sendo a razão inicial formada por duas grandezas, de acordo com Almeida (2015, p.37) observam-se os seguintes comportamentos:

1. Quanto maior for x , menor será y . Destacamos que, se $x \Rightarrow y$ e $x' \Rightarrow y'$ então $x < x' \Rightarrow y > y'$.
2. Dobrando, triplicando, dividindo por um número n , etc. o valor de x então o valor de y correspondente, será dividido por 2, dividido por 3, multiplicado por n , etc. Ou seja, se $x \Rightarrow y$ então $nx \Rightarrow y/n$ para todo $n \in \mathbb{R}$.

Resumidamente, dobrando o valor inicial de uma delas, a outra terá seu valor correspondente dividido por dois, triplicando o valor da primeira, o valor da outra divide-se por três, e assim por diante. De forma geral, multiplicando uma das grandezas por um certo número real x , a outra terá seu valor dividido pelo mesmo número real $x \neq 0$.

Exemplo elaborado pelo autor:

Exemplo 1.3. A distância entre duas cidades é de 300 km. Se um certo veículo gasta em média 6 horas a uma velocidade de 50km/h, dobrando a velocidade, o tempo de percurso reduzirá a metade. Ou seja, tomando como x a velocidade média do veículo e, y o tempo gasto, pode-se estabelecer uma relação de x em y como uma função, $y = \frac{300}{x}$.

Considerando os comportamentos citados por Almeida (2015) e o exemplo anterior, pode-se definir proporções inversas como:

Definição 1.3. Duas razões, $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, c, d \neq 0$, são inversamente proporcionais quando há uma proporção (definição 1.1) entre $\frac{a}{b}$ e a razão (ou fração) inversa de $\frac{c}{d}$. Sendo assim, dado um número $k \in \mathbb{R}$ com $k \neq 0$, existirá uma proporção inversa entre $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, se $d = ka$ e $c = kb$. Logo, a está para b e ka está para kb na mesma proporção em que d está para c , sendo $\frac{d}{c}$ razão inversa de $\frac{c}{d}$.

1.5.3 Propriedade Fundamental das Proporções

Como já citado anteriormente uma igualdade entre duas razões gera uma proporção direta e permite uma propriedade que ajuda em variados cálculos, tal como de terceiras e quartas proporcionais, que popularmente nas escolas são chamadas de regra de três.

Destaca-se como propriedade de acordo com Lima (2016) que: "Em todas as proporções diretas, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios."

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c, \quad (1.3)$$

para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, d \neq 0$.

Toma-se com verificação:

Sendo $\frac{c}{d}$ uma razão diretamente proporcional a $\frac{a}{b}$, tem-se para $k \in \mathbb{R}$, que $c = ka$ e $d = kb$, logo,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{ka}{kb} \Rightarrow kab = kab \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c, \quad (1.4)$$

para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, d \neq 0$.

Considerar como proporção a igualdade $\frac{6}{8} = \frac{15}{20}$.

É possível observar que os extremos dessa proporção são 6 e 20 e seu produto é 120. Os meios dessa proporção são 8 e 15, e seu produto também é 120. Nesse caso o produto dos extremos e o produto dos meios resultou no mesmo número.

Em outras proporções o mesmo ocorre:

- $\frac{0,9}{0,6} = \frac{15}{10} \Rightarrow 0,9 \cdot 10 = 0,6 \cdot 15 \Rightarrow 9 = 9$
- $\frac{8}{12} = \frac{12}{18} \Rightarrow 8 \cdot 18 = 12 \cdot 12 \Rightarrow 144 = 144$

Caso o produto dos extremos seja diferente do produto dos meios, não há proporção entre as razões.

$\frac{2}{5} = \frac{7}{18}$ não é uma sentença verdadeira, ou seja, não é uma proporção, pois $2 \cdot 18 = 36 \neq 35 = 5 \cdot 7$

Essa propriedade pode ser utilizada para razões inversamente proporcionais, porém, deve-se atentar para que situações que sejam solucionadas por meio de proporcionalidade não se confundam entre direta e inversas. Já que as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{d}{c}$ são inversamente proporcionais, mas não são iguais, como no caso anterior.

$$\frac{a}{b} \neq \frac{d}{c}, \text{ mas } \frac{b}{a} \text{ é inversa a } \frac{a}{b}, \text{ onde } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad (1.5)$$

logo $\frac{d}{c}$ é inversamente proporcional à $\frac{a}{b}$, para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, c, d \neq 0$.

Para terceira ou quarta proporcional, pode-se adotar x para incógnita ou valor desconhecido do problema e utiliza-se a propriedade das proporções para resolução de problemas. A seguir, são ilustrados dois exemplos elaborados pelo autor.

Exemplo 1.4. *A maquete de um ginásio de esportes tem altura igual a 54cm e foi construída na escala $\frac{9}{250}$; ou seja, nela, cada 9cm corresponde a 250cm na realidade.*

É possível calcular a altura real desse ginásio de esportes utilizando o conceito de escala (igualdade 1.2):

$$E = \frac{d}{r} \Rightarrow \frac{9}{250} = \frac{54}{x}$$

Neste caso foi obtida uma proporção. E aplicando a propriedade fundamental obtém-se uma equação que pode ser resolvida.

$$9 \cdot x = 54 \cdot 250 \Rightarrow \frac{9x}{9} = \frac{54 \cdot 250}{9} \Rightarrow x = 1500$$

Portanto a altura real desse ginásio é 1500cm, ou 15m.

Exemplo 1.5. *Dada a proporção $\frac{3x-1}{x+4} = \frac{2}{3}$, calcular o valor de x .*

Solução:

$$3(3x - 1) = 2(x + 4) \Rightarrow 9x - 3 = 2x + 8 \Rightarrow 9x - 2x = 8 + 3 \Rightarrow 7x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{7}$$

1.5.4 Outras Propriedades das Proporções

Além da propriedade fundamental da proporção, analisa-se a seguir, de acordo com Giovanni (1993), outras três importantes propriedades.

1ª Propriedade: Numa proporção, a soma (ou a diferença) dos dois primeiros termos está para o primeiro termo, assim como a soma (ou a diferença) dos dois últimos termos está para o terceiro termo.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}, \quad (1.6)$$

para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ não nulos.

Verifica-se:

Sendo $\frac{c}{d}$ uma razão diretamente proporcional a $\frac{a}{b}$, tem-se para k não nulo pertencente aos reais, que $c = ka$ e $d = kb$, logo,

$$\frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c} \Rightarrow \frac{a \pm b}{a} = \frac{ka \pm kb}{ka} \Rightarrow \frac{a \pm b}{a} = \frac{k(a \pm b)}{ka} \Rightarrow \frac{a \pm b}{a} = \frac{a \pm b}{a}$$

Exemplo 1.6.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3+2}{3} = \frac{6+4}{6} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{10}{6} \\ \frac{3-2}{3} = \frac{6-4}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \end{cases}$$

2ª Propriedade: Numa proporção, a soma (ou a diferença) dos dois primeiros termos está para o segundo termo, assim como a soma (ou diferença) dos dois últimos termos está para o quarto termo.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}, \quad (1.7)$$

para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, d \neq 0$.

Verifica-se:

Sendo $\frac{c}{d}$ uma razão diretamente proporcional a $\frac{a}{b}$, tem-se para k não nulo pertencente aos reais, que $c = ka$ e $d = kb$, logo,

$$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{ka \pm kb}{kb} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{k(a \pm b)}{kb} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{a \pm b}{b}$$

Exemplo 1.7.

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8+6}{6} = \frac{4+3}{3} \Rightarrow \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \\ \frac{8-6}{6} = \frac{4-3}{3} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

3ª Propriedade: Numa proporção, a soma (ou diferença) dos numeradores está para a soma (ou diferença) dos denominadores, assim como cada numerador está para seu denominador.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad (1.8)$$

para todo $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, e $b, d \neq 0$.

Verifica-se:

Seja $\frac{c}{d}$ uma razão diretamente proporcional a $\frac{a}{b}$, tem-se para k não nulo pertencente aos reais, que $c = ka$ e $d = kb$, logo,

$$\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a \pm ka}{b \pm kb} = \frac{a(1 \pm k)}{b(1 \pm k)} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Exemplo 1.8.

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4+8}{5+10} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \\ \frac{4-8}{5-10} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} \end{cases}$$

As propriedades citadas serviram como base para a aplicação da sequência didática descrita no capítulo 4, utilizando-se principalmente da propriedade fundamental das proporções (subseção 1.5.3), também conhecida como regra de três. Foram realizados cálculos de transformações de medidas envolvidos em situações problemas relacionados à planta baixa da escola. No capítulo seguinte são expressos os significados de croquis e plantas baixas e, como são abordados seus conceitos durante a pesquisa.

Capítulo 2

Croquis e plantas Baixas

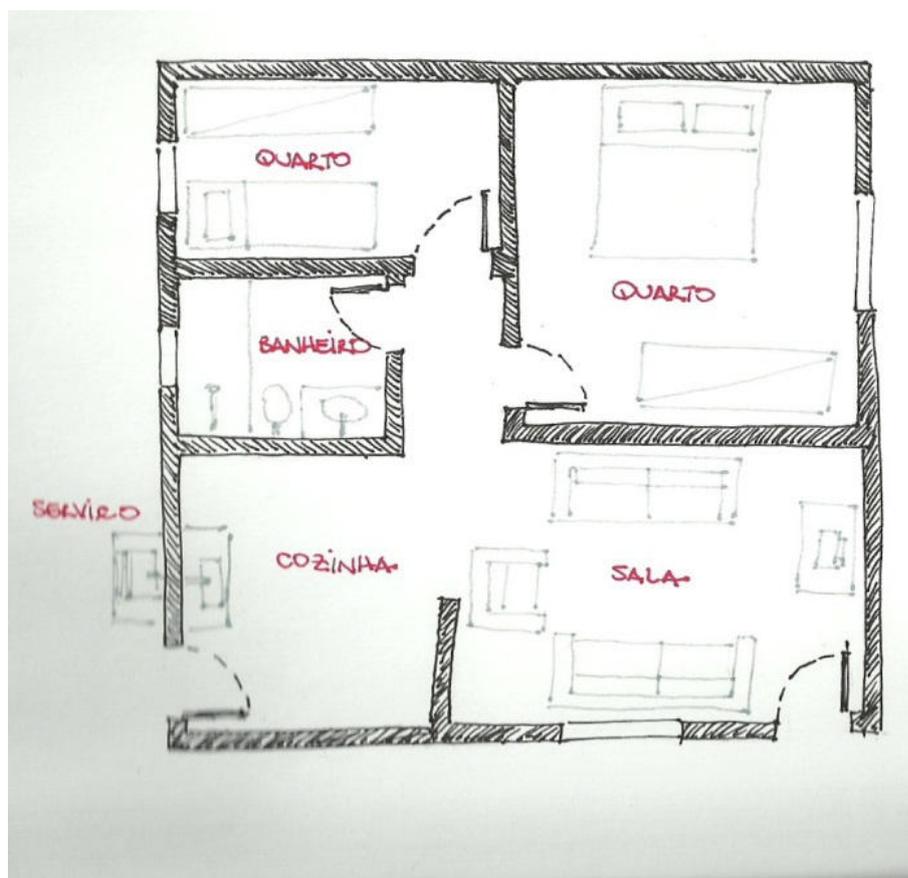
Segundo o dicionário Aurélio (FERREIRA, 2010), croqui é um substantivo masculino que significa esboço, em breve traços, de desenho ou de pintura. Croquis, é uma palavra de origem francesa que está relacionada a um desenho ou um esboço qualquer.

Croqui é caracterizado por Gouveia (1998, p.51) como:

Todo e qualquer desenho do arquiteto, parte do processo de projeto, instrumentado ou não. Este tipo de classificação engloba desenhos de observação da cidade ou do entorno, onde se edificará a obra, vistas perspectivas internas e externas da edificação, detalhes, como também plantas, cortes e fachadas, de caráter mais analítico e técnico.

Normalmente, usa-se a palavra em francês, pois a tradução para o português (esboço) pode possuir vários significados para diferentes contextos, mais ainda quando se trata do desenho arquitetônico, onde os croquis se destacam como projeto. O croqui (figura 8) é um desenho pessoal usado principalmente para discutir ideias.

Figura 8 – Exemplo de croqui



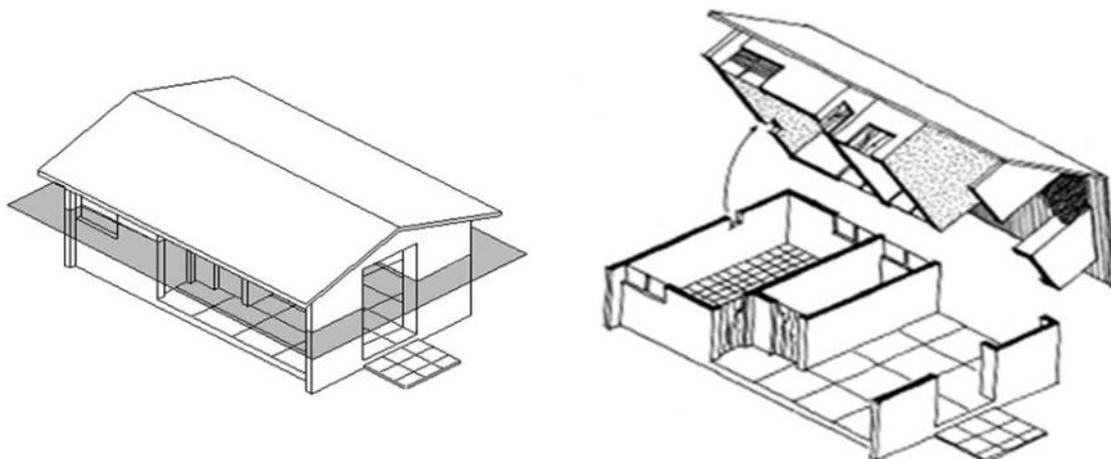
Fonte: [EWSeven \(2018\)](#)

Segundo [Mizutani \(2016\)](#) “O croqui poderá ser em planta, cortes e vistas ou em perspectiva isométrica. O importante é que todas as dimensões sejam proporcionais às medidas reais. É importante também que o croqui caiba no tamanho do papel.”

Para a definição de planta baixa ou planta arquitetônica, será utilizada a afirmação de [Xavier \(2011, p.17\)](#):

A Planta baixa é, genericamente, uma vista ortográfica seccional do tipo corte, feita em cada pavimento através de um plano projetante secante horizontal imaginário, posicionado de maneira a seccionar o maior número possível de elementos, normalmente em uma altura entre as vergas das portas e os peitoris das janelas.

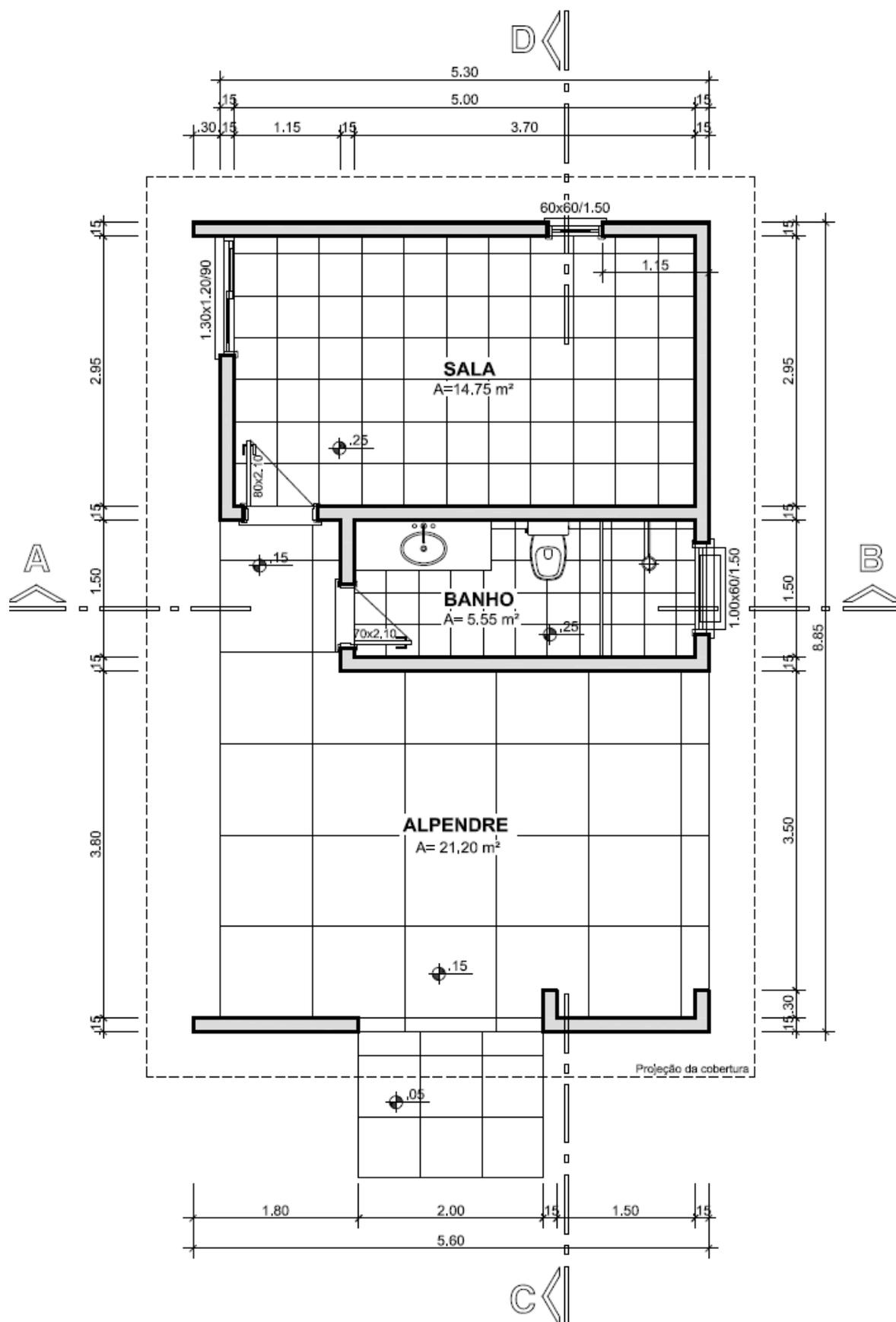
Figura 9 – Corte Para Planta Baixa



Fonte: [Xavier \(2011, p.17\)](#)

Observa-se na figura 9 que a porção acima do corte é retirada valorizando a vista superior do que restou. Na planta arquitetônica essa observação imaginária é acompanhada de todas as informações necessárias para construção da edificação. É possível observar a vista superior de uma planta baixa na figura 10.

Figura 10 – Exemplo de Planta Baixa



Fonte: Xavier (2011, p.18)

De forma resumida, pode-se definir croqui para esse trabalho como um desenho básico e sem muitas exigências em relação a uma planta baixa de uma escola, considerando ser o mais adequado para interpretação dos alunos de 7º ano em relação ao espaço físico de uma escola.

Na intenção de atingir algo acessível aos alunos, busca-se utilizar uma situação comum a todos, desde que dispõem de ferramentas adequadas e todos tenham o direito de participar. Considerando o prédio escolar: pode-se dizer tratar de uma estrutura onde os discentes convivem diariamente, absorvem, assim, uma noção de espaço facilmente por conhecerem as dependências e, pelo mesmo motivo, é democrático a todos.

Com uma trena, que é facilmente adquirida em casas de material de construção, todos os alunos podem ter acesso às medidas da escola, o que se tornaria um obstáculo caso o trabalho fosse solicitado em relação às residências dos alunos. No prédio escolar, a medição pode ser auxiliada pelo professor, o que diminuirá a margem de erro, e uma única trena poderá ser utilizada por diversos alunos.

As medidas proporcionadas pelo prédio escolar podem ser utilizadas para retratar as formas da escola em uma representação menor, como em um croqui ou uma planta. Isso pode ser feito por meio de escala, que está diretamente ligada a ideia de razão e proporção. Por conseguinte, o conhecimento será aplicado na ideia de figuras semelhantes e paralelamente refletido na interpretação de mapas.

Quando se desenham peças ou objetos de dimensões muito grandes ou muito pequenas, os desenhos são feitos em tamanhos menores ou maiores. Esse processo de mudança das dimensões reais de medidas para outras medidas no desenho é feito pela utilização de escalas. Como já dito em outros tópicos, a interpretação de croquis e plantas está diretamente ligada a escalas.

Ao se falar em escala, torna-se preciso contextualizar, pois o termo escala pode possuir várias interpretações, como: escala cartográfica ou topográfica, resolução (que é bastante relacionado a escala cartográfica), escala geográfica e escala operacional (MENEZES, 1999).

A escala a ser utilizada será a cartográfica, que em arquitetura é a relação entre as medidas de um espaço ou edificação e a sua representação, usualmente gráfica. Em um trabalho direcionado aos tipos de escala, Menezes (1999, p.03) define escala cartográfica como:

Conotação cartográfica, através de uma simples razão de semelhança, indica a razão entre comprimentos no mapa e seu correspondente no mundo real. Pode ser considerada como a transformação geométrica mais importante que a informação geográfica é submetida. Todas as demais transformações terão alguma ligação com esse processo.

As escalas geralmente são encontradas na parte inferior dos croquis, plantas e mapas. Por exemplo, um desenho que retrate uma casa na escala 1 cm por 100 cm (ou simplesmente 1 : 100), quer dizer que cada 1 centímetro da imagem representa 100 centímetros da casa. Consequentemente as escalas implicarão estudos de razão e proporção.

Geralmente as plantas ou croquis são desenhadas antes das construções dos prédios, mas este não era o caso, o processo foi realizado contrário ao natural descrito.

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

A pesquisa em relação a aplicação da oficina toma o caráter qualitativo ao qual são atribuídos significados às atividades e fatos que ocorreram durante a aplicação. Toma-se a pesquisa qualitativa como o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a relações, em que não podemos reduzir a operações de variáveis dos processos e fenômenos (MINAYO, 2011, p.21).

Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (SILVEIRA, 2009, p.32)

De acordo com Godoy (1995, p.62), a pesquisa qualitativa:

- Tem o pesquisador como instrumento fundamental e o ambiente natural como fonte de dados;
- Tem como preocupação primordial o estudo e a análise do ambiente natural baseada na experiência e na observação, metódicas;
- Valoriza a relação direta e prolongada do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo estudada.

3.1 Preparação da Pesquisa

Como citado na introdução desse trabalho, a escolha do tema ocorreu antes mesmo ao início do curso. Segundo Vera (1976, p.97), o tema é o assunto que se deseja provar ou desenvolver: “[...] é uma dificuldade, ainda sem solução, que é mister determinar com precisão, para intentar, em seguida, seu exame, avaliação crítica e solução.” Sendo assim,

o tema apresentado nessa pesquisa torna-se um desafio, para ser explicado, aplicado e analisado.

Com o tema escolhido, começou-se uma série de pesquisas bibliográficas, buscando um levantamento de bibliografias publicadas em forma de livros, revistas, artigos, imprensa escrita e demais publicações. A finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com aquilo que foi escrito sobre o assunto, com o objetivo de permitir a ele “[...]o reforço paralelo na análise de suas pesquisas ou manipulações de suas informações” (FERRARI, 1974, p.230).

Tratando-se do estudo em questão, foi realizada uma pesquisa bibliográfica partindo da análise do estudo histórico do ensino de proporcionalidade, dos conceitos e habilidades relacionados ao tema e de conceitos formais sobre croquis de plantas baixas.

Para que os resultados obtidos pela aplicação da sequência didática fossem melhor observados e houvesse uma comparação das habilidades conceituais dos alunos de antes da aplicação em relação a pós aplicação, tomou-se a iniciativa de esquematizar três etapas:

- Questionário, para traçar o perfil dos sujeitos pesquisados.
- Pré-teste, para que fosse possível diagnosticar a turma em relação aos conceitos necessários para realizar as atividades da sequência didática.
- Aulas preparatórias, para que conteúdos referentes a habilidades diagnosticadas como não consolidadas no questionário e pré-teste pudessem ser revistas.

3.1.1 Contexto da Pesquisa

A aplicação dessa pesquisa foi realizada nos meses de setembro e outubro de 2021 na Escola Municipal Álvaro de Sá Barbosa (imagens da figura 11), onde o pesquisador ministra as aulas de Matemática para as turmas de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. A escola é localizada na comunidade Vargem Alegre, zona rural do município de Espera Feliz, cidade localizada na região da Zona da Mata, no interior de Minas Gerais.

Figura 11 – Fotos da escola



Fonte: Elaboração própria

Vargem Alegre, assim como outras comunidades rurais de Espera Feliz, é acolhedora, promove muitas atividades de participação social, como eventos esportivos, festas tradicionais e trabalhos de associações. Os pais são participativos, mostrando interesse no desenvolvimento e bem-estar na vida escolar de seus filhos.

A pequena escola está localizada à 5 km da cidade e atende alunos a partir dos 4 anos de idade, do pré-escolar aos anos finais do Ensino Fundamental. O pré-escolar e os anos iniciais do Ensino Fundamental são atendidos no turno matutino e, os anos finais atendidos no turno vespertino, sendo todas turmas únicas.

Participativa e criativa, a escola sempre é premiada em suas participações de concursos a nível municipal, estadual e federal, o que causa muito orgulho em toda a comunidade escolar.

3.1.2 Apresentação da Proposta

Antes de dar início as atividades, foi necessária a aceitação do grupo escolar. No dia 01 de setembro de 2021, ocorreu uma breve apresentação da proposta à diretoria, equipe pedagógica e alunos, baseando-se na aplicação da oficina e fundamentado nas referências citadas até então neste trabalho. A equipe viu a proposta com otimismo e a diretora autorizou os trabalhos, conforme o apêndice A.

3.1.3 Questionário e Caracterização dos Sujeitos

A turma do 7º ano do Ensino Fundamental cuja qual participou da aplicação das atividades é composta por 12 alunos, em sua maioria com perfil criativo, participativo e comportado, fato que permitiu um otimismo em relação aos resultados da aplicação (afirmações do professor regente e aplicador da pesquisa). O tema razão e proporção faz parte

do planejamento (componente curricular) do 4º bimestre para esse ano de escolaridade, constando no plano de ensino com carga horária de 5 horas/aulas semanais.

No dia 02 de setembro de 2021, após a apresentação, foi aplicado com 9 alunos presentes um pequeno questionário, conforme apêndice B que ajudou a detalhar o perfil da turma e descobrir possíveis dificuldades no ensino de matemática. Trata-se de um questionário dividido em três partes, com perguntas qualitativas composta por quatro opções de resposta: Não; Um Pouco; Sim; Muito.

A primeira parte do questionário traz perguntas sobre a matemática na vida do aluno, tais como: se gosta de matemática; se acha a matemática difícil; se entende a matemática como necessária; se possui incentivo para aprender; e outras perguntas do gênero. No que diz respeito à segunda parte, essa já é destinada às habilidades necessárias para o desenvolvimento da sequência didática, principalmente no que se refere ao manuseio das ferramentas de desenho.

Na terceira e última parte do questionário, foi perguntado ao aluno se ele estava disposto a participar da oficina proposta. Dos 12 alunos matriculados, no dia da apresentação apenas 9 estavam presentes. Devido à pandemia do COVID-19, três alunos não estudavam pela modalidade presencial. No que se refere aos estudantes entrevistados, oito se mostraram interessados em participar das atividades. Vale assinalar que o aluno que assinalou não querer participar estava com processo de transferência de escola prevista. Isso posto, ele foi convidado e aceitou permanecer como ouvinte até a efetivação da sua transferência.

Os alunos, nessa e em outras etapas do projeto, não foram identificados. Assim sendo, para diferenciá-los uns dos outros, fora atribuída a letra A acompanhada dos números naturais de 1 a 8, distribuídos aleatoriamente (por exemplo aluno A1).

No que se refere à pandemia, as regras sanitárias seguidas pela escola são as mesmas adotadas pelo estado de Minas Gerais, mais precisamente, o “Protocolo sanitário de retorno às atividades escolares presenciais no contexto da pandemia da covid-19” (SEEMG, 2021).

Esse protocolo, no momento de aplicação, estava na sua 4ª versão (setembro de 2021) e dentre muitas informações e orientações pode-se destacar a opção da família do aluno pelo ensino remoto, o distanciamento social com uso de máscara no ambiente escolar reduzido de 1,5 m para 0,9 m, o uso obrigatório de álcool em gel e, em caso de sintomas relacionados à Covid se ausentar do ambiente escolar por 14 dias.

É afirmado que as normas foram seguidas e, nas atividades que necessitavam da aproximação física, os alunos foram devidamente higienizados com álcool em gel no início e no fim das tarefas, além da utilização dos objetos de proteção individuais (EPI).

3.1.3.1 Interpretação do Questionário

De acordo com as respostas dos alunos no questionário e, considerando a maioria das marcações, pode-se afirmar que a turma sobre a matemática:

- Considera uma disciplina importante;
- O gosto pela disciplina é mediano;
- A consideram difícil;
- Sentem a necessidade dela no dia a dia e a vê como algo útil;
- Afirmam que não só os melhores sabem matemática, mas que nem todo mundo tem jeito para aprender;
- Ficaram divididos em afirmar que a base da matemática é a tabuada e sobre ela ser o pilar resolução de problemas.
- Gostam de atividades diferenciadas e, segundo eles, há incentivo e participação dos pais no interesse deles pela matemática.

Quando perguntados sobre a matemática na vida deles, em sua maioria, responderam o quanto a matemática é importante e desafiadora, descreveram suas dificuldades no aprendizado e, principalmente mostraram o uso dela no cotidiano, conforme apresentado a seguir nas figuras [12](#), [13](#) e [14](#).

Figura 12 – Resposta do aluno A4 ao questionário

Fale um pouco da matemática na sua vida.

A matemática faz parte de praticamente tudo na minha vida, no momento em que me levanto ao alho as horas, fazer um café medindo o açúcar e o pó, ao fazer uma compra no supermercado dentre varias outras coisas.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 13 – Resposta do aluno A5 ao questionário

Fale um pouco da matemática na sua vida.

Eu tenho bastante dificuldade em matemática, mas faço o possível para tentar aprender, porque sei que é uma matéria muito importante na sociedade e no mercado de trabalho.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 14 – Resposta do aluno A7 ao questionário

Fale um pouco da matemática na sua vida.

Eu acho a matemática muito interessante pois ela está relacionada em muitos fatores do nosso dia-dia, ela tem varias formas de chegar em uma só solução. Eu particularmente não gosto muito pois tenho dificuldade na matéria.

Fonte: Dados da pesquisa

Sobre as habilidades necessárias para a oficina de desenho de croqui arquitetônico e o ensino de razão e proporção, os alunos afirmaram em sua maioria que:

- Sabem realizar as quatro operações básicas;
- Sabem utilizar régua para medir;
- Não sabem utilizar o par de esquadros;

- Possuem um pouco de dificuldade em realizar operações com frações e o reconhecimento de frações equivalente;
- Não conhecem por completo nosso sistema métrico decimal e, possuem uma dificuldade nas transformações de unidades de medidas.

Com a interpretação do questionário, junto ao conhecimento prévio do aplicador sobre a turma que leciona, as afirmações de que a turma é participativa, criativa e comportada tornam-se verdadeiras. Cabe, salientar as dificuldades descritas anteriormente, dificuldades essas que são comuns, porém agravadas pelo afastamento da sala de aula em razão da pandemia do novo coronavírus.

3.1.4 Pré-teste: Aplicação e Resultados

Começando devidamente os trabalhos, após a apresentação, aceitação e aplicação do questionário, no dia 03 de setembro de 2021, com os oito alunos presentes, foi aplicada uma pequena avaliação diagnóstica para saber o nível da turma no que diz respeito às habilidades desejadas para o trabalho.

Como o trabalho utiliza-se interpretação de medidas. Há a necessidade de que os alunos possuam um conhecimento prévio de unidades de medidas, como metros, centímetros e milímetros. Para as confecções dos croquis (planta baixa sem muitas exigências), foram necessárias as habilidades de desenhar com régua e esquadro segmentos de retas paralelos, perpendiculares e concorrentes, sendo, ainda muito importante que os estudantes tivessem uma noção de espaço e localização, o que ajuda na visualização do formato do prédio.

Em uma aula de 50 minutos, foi aplicada uma avaliação, conforme demonstrado no apêndice C, a apresentou oito perguntas, sendo quatro de múltipla escolha e quatro abertas. As questões são diretamente ligadas às habilidades necessárias para a compreensão do conteúdo de razão e proporção. A aplicação do pré-teste ajudou na escolha dos tópicos a serem abordados nas aulas preparatórias para a oficina. Podem ser observados erros e acertos dos alunos na 1, nos quais os acertos estão representados pela letra C, os acertos parciais pelas letras AP, os erros pela letra E, por fim, as não respostas pelas letras NR.

Tabela 1 – Respostas dos alunos ao pré-teste

QUESTÕES	ALUNOS								TOTAL DE ACERTOS
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
1	C	E	C	C	C	C	C	E	6
2	C	C	C	C	C	C	C	E	7
3	C	C	C	C	C	C	C	C	8
4	C	C	AP	C	C	AP	NR	NR	4
5	C	E	C	E	E	E	E	E	2
6	E	C	C	E	NR	NR	C	E	3
7	C	C	E	E	E	C	E	E	3
8	C	C	E	C	E	C	E	E	4
TOTAL DE ACERTOS	7	6	5	5	4	5	4	1	37 de 64

Fonte: Autoria própria

3.1.4.1 Interpretação do Pré-teste

A **questão 1** foi de múltipla escolha, na qual os alunos assinalaram a alternativa que melhor representavam a definição de retas paralelas. Essa questão teve como objetivo verificar se os alunos tinham o conhecimento básico de retas paralelas, conceito esse utilizado na aplicação da Atividade de desenho.

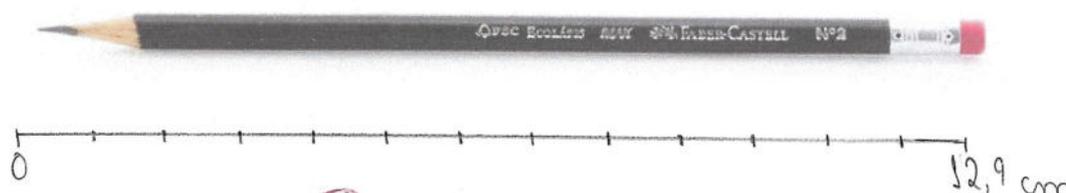
Dentre as alternativas, 6 alunos assinalaram a correta (alternativa B) e os outros 2 assinalaram a alternativa A. Assim, analisando as respostas, verifica-se que a maioria dos alunos percebe o conceito básico de retas paralelas, porém é importante que todos os alunos compreendam esse conceito.

A **questão 2** foi elaborada com intuito de perceber se os alunos tinham a capacidade de medir utilizando algum instrumento, neste caso a régua. Dos oito alunos participantes 7 acertaram a medida, 12,9 cm, e apenas um dos alunos errou. Com isso verificou-se que a maioria dos alunos possui a capacidade de medir.

É destacada a resposta do aluno A1 (figura 15) que além de acertar, associou a medida do lápis as unidades de medida da régua (centímetros) por meio de um desenho, lembrando-nos o conceito básico do ato de medir.

Figura 15 – Pré-teste: resposta do aluno A1 à questão 2

- 2) Com uma régua meça o lápis na figura a seguir e anote a medida obtida.



Fonte: Dados da pesquisa

As **questões 3 e 4** serviram para saber se os alunos sabiam identificar frações equivalentes. Na questão 3, todos acertaram, porém na questão 4 apenas quatro alunos obtiveram êxito por completo, transmitindo a impressão de que nem todos possuíam as noções básicas de frações equivalentes.

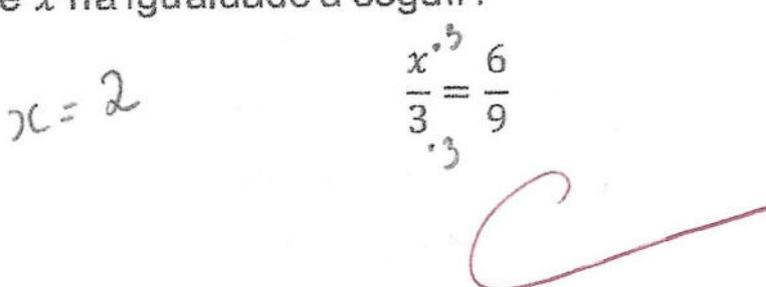
As **questões 5 e 6** foram aplicadas para identificar se os alunos sabiam fazer transformações em relação ao nosso sistema métrico. Dos 8 alunos, apenas 2 acertaram a questão 5 e 3 alunos acertaram a questão 6. Nessas duas questões constata-se que os discentes em sua maioria não sabem realizar tais transformações.

A **questão 7** serviu para aferir se os alunos eram capazes de interpretar e identificar uma expressão algébrica de acordo com um problema, sendo tal habilidade, assim como as outras, necessária nos cálculos referentes a proporções. Na questão citada, apenas 3 alunos acertaram, o que leva a considerar a hipótese de que a turma, em sua maioria, não possui tal habilidade.

Por último, a **questão 8** foi utilizada para verificar se os alunos sabiam resolver uma equação fracionária - sendo esse tipo de resolução ensinada na aplicação da oficina. Vale ressaltar que dos 8 alunos que responderam essa questão, 2 acertaram, tendo eles respondido de forma lógica ou pela noção de frações equivalentes, sem cálculos formais como mostra a resposta do aluno A4 (figura 16).

Figura 16 – Pré-teste: resposta do aluno A4 à questão 8

8) Qual o valor de x na igualdade a seguir?

$$x = 2$$
$$\frac{x^3}{3} = \frac{6}{9}$$


Fonte: Dados da pesquisa

Com o pré-teste, pode-se concluir que nem todos os alunos possuíam as habilidades necessárias para realização das atividades da oficina proposta. A partir dos resultados, foi traçado um plano de aulas para reforçar esses conceitos, o que foi chamado de “Aulas preparatórias à sequência didática”.

3.1.5 Aulas Preparatórias à Sequência Didática

Após resultados do questionário e pré-teste, houve necessidade de aplicar aulas preparatórias, sendo elas feitas de maneira revisional e aplicadas pelo pesquisador. Nelas foram ensinados conteúdos e introduzidos conceitos destinados à preparação para oficina. As-

sim posto, houve o apontamento sobre a utilização de instrumentos de desenho, uma breve revisão sobre frações (principalmente frações equivalentes), interpretação de grandezas e medidas e o conceito de linguagem algébrica, que ajudou na utilização da regra de três.

Do dia 09 ao 17, em setembro de 2021, ocorreram oito aulas preparatórias revisionais com duração 50 (cinquenta) minutos cada. As aulas estão descritas nos tópicos seguintes, bem como os conteúdos trabalhados, objetivos e habilidades - tendo como base a BNCC ([BRASIL, 2017](#)).

Aulas 1 e 2: Como utilizar os instrumentos de desenho, construção de ângulos e retas

Aulas aplicadas no dia 09 de setembro de 2021, com duas aulas, estando presentes os alunos A1, A2, A3, A5, A6, A7 e A8.

Tópicos trabalhados:

- Utilização de régua, par de esquadros e compasso;
- Construção de ângulos com par de esquadros;
- Construção de ângulos com compasso;
- Construção de retas Paralelas com par de esquadros e o transferidor;
- Construção de retas perpendiculares com par de esquadros e o transferidor;

Objetivo:

Fazer com que o aluno conheça e saiba utilizar os objetos de desenho geométrico, afim de obtermos maior precisão na confecção dos croquis e maquetes.

Habilidades:

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Aulas 3 e 4: Revisão sobre frações equivalentes

Aulas aplicadas no dia 10 de setembro de 2021, com duas aulas, estando presentes os alunos A1, A2, A4, A5, A6, A7 e A8.

Tópicos trabalhados:

- O conceito de frações;
- Números mistos;
- Frações equivalentes;
- Comparações de frações;
- Operação com frações;
- Frações e números decimais.

Objetivo:

Revisar brevemente o conteúdo de frações para que os alunos se lembrem e se familiarizam com as formas de cálculo que serão apresentadas, principalmente igualdade entre frações.

Habilidades:

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

Aulas 5 e 6: Grandezas e medidas

Aulas aplicadas no dia 16, com duas aulas e presença dos alunos A1, A3, A4, A5, A7 e A8.

Tópicos trabalhados:

- Unidades de medida de comprimento;
- Transformação entre unidades de medidas;
- Cálculo de perímetro;
- Cálculo de área e suas unidades de medidas.

Objetivo:

Fazer com que o aluno reconheça unidades de medidas e suas relações, para que essas unidades tragam uma noção de espaço.

Habilidades:

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Aulas 7 e 8: Linguagem Algébrica

Aulas aplicadas no dia 17, com duas aulas e presença dos alunos A1, A2, A3, A5, A6 e A7.

Tópicos Trabalhados:

- Situações que envolve uma expressão algébrica;
- Uso de expressões algébricas;
- Resolver problemas com uso de letras.

Objetivo:

Trazer para o aluno uma breve apresentação de expressões algébricas, para que ele já se familiarize com a expressão no momento em que trabalhar com terças e quartas proporcionais (regra de três).

Habilidades:

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Foi obtida uma boa participação dos alunos, apesar de algumas faltas. Essas aulas foram importantes para nivelar um pouco as habilidades entre eles. As habilidades aqui

referidas não consolidadas durante o ensino remoto decorrente da pandemia do Covid-19. Certamente nem todos passaram a possuí-las em sua plenitude, mas foi adquirido um pouco mais de conhecimento antes da aplicação das atividades da sequência didática.

3.2 Etapas das Atividades da Sequência Didática

Tendo em vista a necessária esquematização da aplicação do trabalho de pesquisa, as atividades da sequência didática foram divididas em seis etapas de aplicação, compreendendo aplicação dos conceitos de razão, escala e proporção até o pós-teste e opinião dos alunos. As etapas são:

1. Conteúdo base de razão, escala e proporção;
2. Desenho do croqui para medição da escola e a obtenção das medidas (atividades práticas);
3. Elaboração da planta baixa da escola;
4. Lista de atividades;
5. Pós teste;
6. Opinião dos Alunos.

Para que as etapas ocorressem de forma organizada, foram separadas em atividades que formulam um plano de aula direcionado à aplicação conforme demonstra o apêndice D.

Nas atividades aplicadas, o aluno teve autonomia para acertar ou errar em suas conclusões, cabendo ao professor orientar e corrigir os erros despertando no aluno a lógica matemática que é utilizada em proporcionalidade.

3.2.1 Conteúdo Base de Razão, Escala e Proporção

Antes do início das atividades práticas foi planejado que houvesse uma breve explicação dos conceitos de razão e proporção assim como a regra de três proporcionada pelo teorema fundamental da proporcionalidade. Para essa explicação planejou-se apresentar os relatos históricos do tema e situações problemas que envolvessem proporções.

3.2.2 Medição das Dependências da Escola e Anotações

As atividades práticas da sequência didática foram planejadas para começar logo após as atividades preparatórias, com uma divisão dos alunos em grupos de quatro integrantes. Sob a responsabilidade do professor, intencionalmente essa divisão em grupos

ocorreu a partir da utilização de métodos de separação que ocasionassem em um equilíbrio cognitivo dos grupos, tendo como base os resultados do questionário e pré-teste. Esses grupos seriam identificados posteriormente como G1 (grupo 1), e G2 (grupo 2).

Com os grupos separados, os alunos então poderiam rascunhar o croqui da escola, como se fosse uma prévia da planta baixa, para que fossem anotadas as medidas obtidas dos comprimentos de paredes, portas e janelas. Essas anotações permitiriam realizar o desenho da planta baixa da escola respeitando a escala escolhida.

3.2.3 Elaboração dos Croquis

Com o uso de medições realizadas e anotadas nos rascunhos e das ferramentas de desenho, planejou-se que cada grupo desenhasse uma planta respeitando a escala escolhida. Nessa etapa, as teorias de razões e, continuamente de proporção seriam inseridas, mostrando que dada a razão inicial em relação a primeira medida desenhada, utilizariam dela em todas as outras razões.

Primeiramente, foi necessário que os alunos estudassem as dimensões na cartolina, principalmente para verificar se a planta a ser desenhada caberia na folha. Pensou-se então que rascunhar a maior medida, em uma razão conhecida, fosse útil para utilizá-la no restante do desenho. A próxima medida seria desenhada de acordo com o grau entre as paredes, que em sua maioria, se interceptam num ângulo reto.

Essa planta simples é desenhada de acordo com a escala escolhida, na qual a estratégia utilizada é a quarta proporcional, ou regra de três, como alguns conhecem. Nessa atividade, utilizando da semelhança de figuras, o professor explicou a importância da propriedade fundamental da proporção e, ilustrou paralelamente outros exemplos em que a regra de três é utilizada.

3.2.4 Lista de Atividades

Essa etapa possui a intenção de utilizar mais exemplos, e ajudá-los na interpretação de problemas. Foram elaboradas cinco atividades (apêndice E), sendo três de interpretação de problemas relacionados à proporcionalidade direta e duas com expressões já elaboradas, bastando desenvolver os cálculos.

As atividades foram elaboradas para serem resolvidas ainda em grupo, trocando informações e auxiliando uns aos outros, junto ao professor. As atividades foram corrigidas depois de finalizadas, momento em que houve a troca de ideias e orientação sobre os erros e acertos.

3.2.5 Pós-teste

Assim como o pré-teste é necessário para traçar estratégias que tragam resultados, o pós-teste também é importante para saber se os trabalhos surgiram efeito ou não no aprendizado dos alunos. A partir de então, foi elaborada uma pequena avaliação, conforme consta no apêndice F, para ser aplicada após as atividades práticas. Suas questões são abordam às possíveis habilidades adquiridas com trabalho proposto.

A avaliação foi desenvolvida em oito questões as quais apresentam conceitos de razão, por meio de perguntas diretas e, de proporção com perguntas diretas e indiretas. Nelas constavam conceitos referentes ao uso de escalas em um desenho, uma planta ou maquete. Destaca-se também as questões 1 e 2, que permitiam compreender se o aluno associava o conteúdo a situações variadas, apenas ao exemplo trazido pelas atividades referentes a elaboração da planta, ou se não conseguia fazer associação alguma.

3.2.6 Opinião dos Alunos

Por fim, sabendo que o aluno é o objeto de estudo mais importante dessa pesquisa, o professor aplicador observou ser importante ouvir e ler as opiniões dos pesquisados referentes ao trabalho realizado. Assim, foi elaborado um outro e pequeno questionário conforme apêndice G, para ser aplicado no último dia de pesquisa com os alunos. Questionário composto por seis perguntas relacionadas a satisfação, tais como: se gostou das atividades; se achou fácil ou difícil; se considera que a oficina favoreceu no próprio aprendizado; os pontos que considera favoráveis e os desfavoráveis de todo trabalho.

Essas opiniões são importantes para as conclusões. Com elas é possível saber quão diferenciada e atrativa ou não são as atividades da sequência didática para o aluno e com isso identificar, ainda, se os resultados se relacionam com essa satisfação.

Capítulo 4

Aplicação das Atividades e Análise de Dados

Neste capítulo é apresentada uma análise de dados das atividades referentes à aplicação dos exercícios de desenho de croquis de plantas baixas no ensino de razões diretamente proporcionais. Também observou-se os resultados obtidos a partir das atividades e pós-teste. No decorrer da análise, tem-se uma descrição das atividades e curiosidades que ocorreram depois de uma observação e avaliação dos resultados.

4.1 Conteúdo Base de Razão, Escala e Proporção

Como o trabalho de pesquisa é relacionado ao conteúdo de razões, escalas, e proporções diretas, houve a necessidade de explicar conceitos básicos do referido tema, para que os alunos se ambientassem e, quando necessário o uso de cálculos, já tivessem um conhecimento prévio.

No dia 23 de setembro, com todos os alunos em sala de aula, foram apresentados os conceitos de razão, escala e proporção, conforme o texto presente no Capítulo 1 e os conceitos presentes no livro didático "Matemática: compreensão e prática" de [Silveira \(2018, p.181\)](#). Assim sendo, a partir do aludido material, o professor aplicador fez a explicação dos conceitos básicos e exemplificou situações-problemas que ajudaram nas atividades posteriores.

4.2 Desenho dos Croquis de Rascunho

Depois dos conceitos de razões, escalas e proporções diretas serem abordados, o pesquisador explicou aos alunos as etapas de aplicação da sequência didática, conforme seção 3.2 e os separaram em dois grupos. Esses grupos foram identificados como: G1 (grupo 1) com os alunos A1, A4, A6 e A8; G2 (grupo 2) com os alunos A2, A3, A5 e A7.

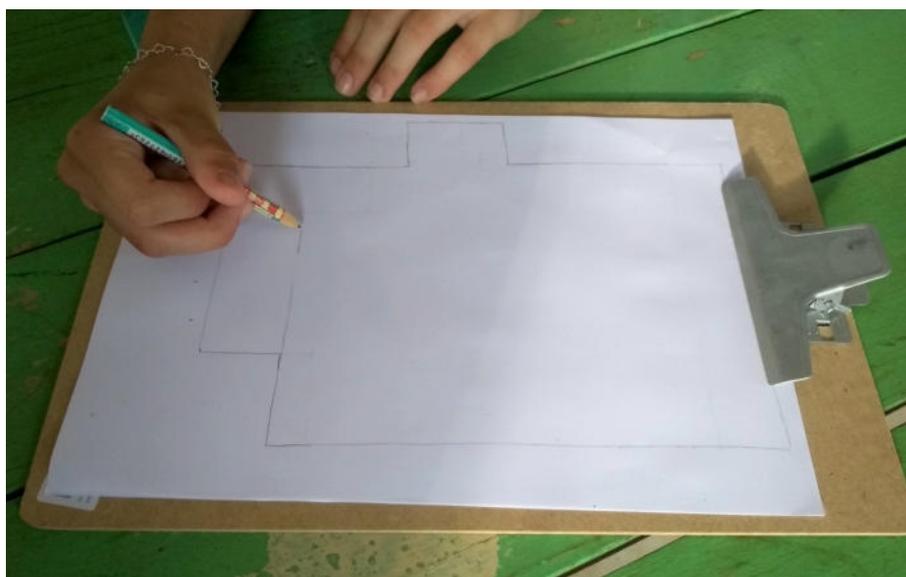
As atividades foram realizadas no dia 24 de setembro, num período de duas aulas, contando com a participação de todos os alunos.

Realizou-se uma explicação dos conceitos de croqui de plantas baixas abordados na seção 2 e, posteriormente cada grupo fez dois croquis para ajudar nas anotações de medidas. Baseados no espaço físico da escola, foi destinado um croqui para anotações dos comprimentos das paredes e outro para anotações das medidas de portas e janelas.

Para a elaboração dos croquis, os alunos que apresentavam maior facilidade ao desenhar se propuseram a fazer o rascunho. Foi entregue a cada grupo uma prancheta para que pudessem apoiar a folha de desenho. A partir de então, os alunos circularam a escola, se movimentaram, fizeram a troca de informações entre eles e os grupos. Em alguns momentos, o professor aplicador precisou auxiliar na interpretação do espaço, mas a atividade em seu maior tempo foi conduzida pelos próprios alunos.

Foram traçadas linhas sem o auxílio de régua ou outro instrumento a não ser o lápis, já que se tratava de um rascunho de anotações, conforme a figura 17.

Figura 17 – Desenhos dos croquis para anotações



Fonte: Registros das atividades

Essa atividade foi considerada prazerosa pelos alunos. Alguns não tinham a noção exata da divisão de cômodos da escola, como apresentado no questionário da seção 3.1.3, mas ao fazerem as observações para o desenho, passaram a conhecer melhor o espaço escolar. Observou-se com destaque a participação satisfatória dos alunos A3, A4 e A5, mesmo tendo eles relatado no questionário inicial não imaginar muito bem uma casa desenhada no papel.

Além do mais, destacam-se os alunos A3 e A1 dos grupos G2 e G1 respectivamente, pois foram os que tomaram a iniciativa de desenhar os primeiros croquis, demonstrando possuir a habilidade de interpretação de espaços. Curiosamente os alunos citados relataram

o contrário no questionário inicial (seção 3.1.3) e não obtiveram êxito nas atividades do pré-teste referentes a tais habilidades, imagina-se essa ocorrência por falta de oportunidade em obter esse conhecimento.

4.3 Obtenção das Medidas de Paredes, Portas e Janelas

Atividades realizadas nos dias 27 (duas aulas) e 28 (duas aulas) de setembro, com a ausência do aluno A7 no dia 28.

No início dessa atividade, foi explicado como seria o processo de medir a escola. Para os alunos, foram levadas duas trenas, sendo uma de oito metros de comprimento e a outra de cinco, juntamente com uma fita métrica, que foi muito utilizada em medições de espaços maiores, porque possuía medida de até vinte metros. Esses instrumentos de medidas estão destacados na figura 18.

Para aqueles que nunca tinham utilizado uma trena, explicou-se que bastava encostar sua ponta no ponto inicial do trecho a ser medido e, que com a ajuda de um colega para esticá-la, era possível conferir quantos metros e quantos centímetros o objeto em questão possui.

Em se tratando das distâncias maiores, as quais eram superiores a do total da trena, bastava medir o máximo possível, marcar o ponto final da trena no trecho, medir a partir desse ponto e somar as medidas.

Figura 18 – Instrumentos utilizados para medir a escola



Fonte: Registros das atividades

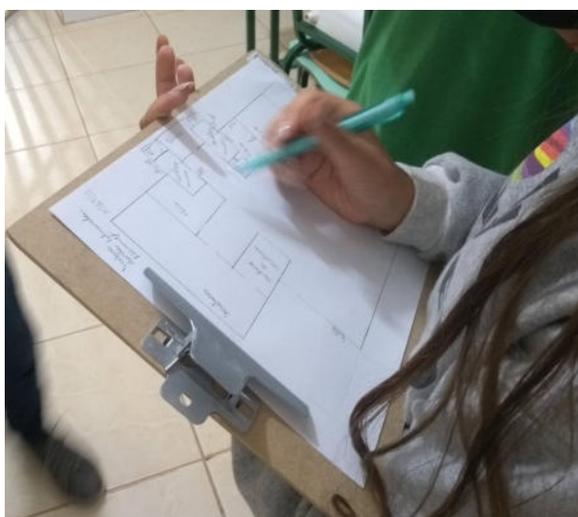
Existem três observações consideradas como importantes na aplicação da atividade inicial de medições das paredes. A primeira delas se refere ao fato de que quando observado

pelos alunos que os dois grupos deveriam medir todas as dimensões da escola, o aluno A2 pediu permissão para dividir a serem divididas entre os grupos para posterior troca de informação entre eles, otimizando assim o tempo.

A segunda observação a ser feita trata da fala do aluno A7, que observou a diferença de medida em uma única parede comparando a medida interna em uma das salas e sua medida externa, diferença essa proporcionada pela espessura das paredes. O aluno concluiu não ser preciso medir a escola externamente, sendo adicionada posteriormente a espessura das paredes ao desenho. A terceira observação foi feita pelos alunos do grupo G1. Segundo eles, em salas retangulares seria necessário apenas medir duas das paredes e não quatro como pensaram inicialmente. Isso ocorre, pois os lados opostos dessas salas possuem a mesma medida.

As observações dos alunos foram respeitadas e utilizadas no decorrer do trabalho. Essa iniciativa e capacidade dos alunos em observar os meios eficazes ajudaram a agilizar os processos intermediários. As medidas do comprimento das paredes foram adquiridas e anotadas no rascunho, conforme mostram as imagens da figura 19.

Figura 19 – Alunos medindo e realizando anotações



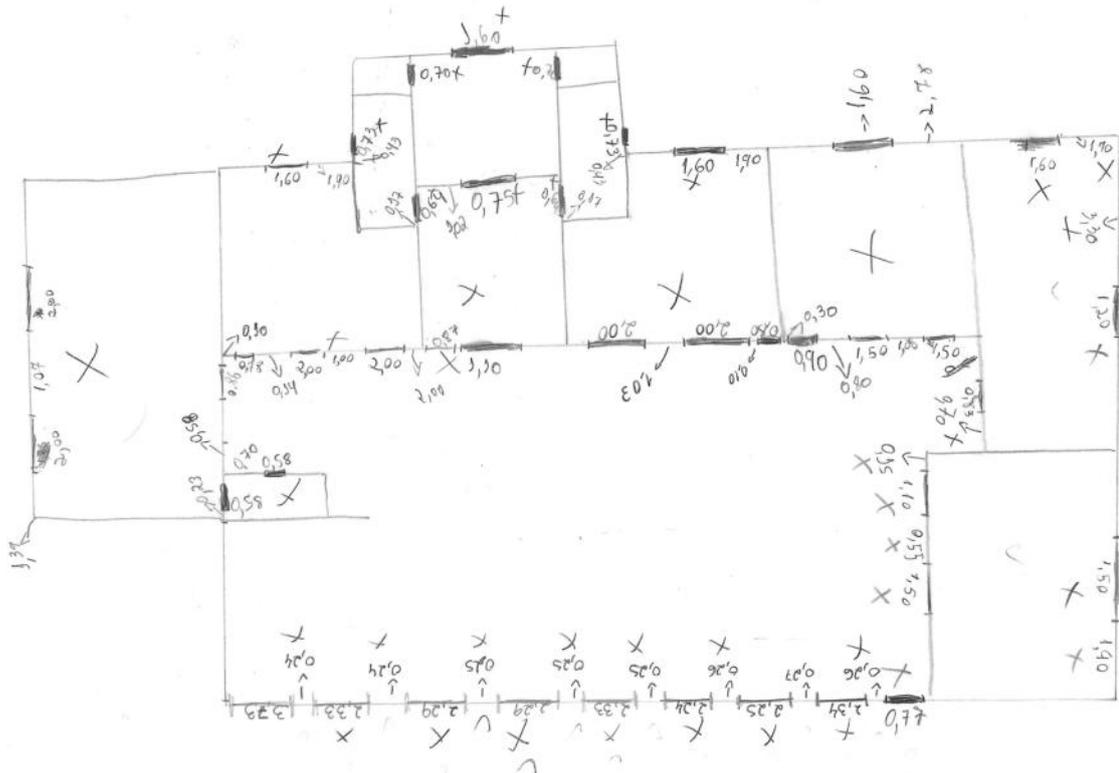
Fonte: Registros das atividades

Destaca-se a forma e a diferença em que os grupos anotaram as medidas. Pode-se observar na figura 20 um croqui de anotações de medidas de paredes do grupo G2. Em alguns registros os alunos anotaram as medidas alinhadas com as marcações das paredes e em outras não, assim anotaram-nas e posicionaram com uma seta para saber de que dimensão referia à medida.

Essas medidas serviram para localizar as aberturas nas paredes e, como na primeira etapa, as medições ocorreram com os alunos participativos e entusiasmados. Aqueles que tinham certa noção de medidas e em como utilizar os instrumentos ajudaram o professor a orientar os demais.

As anotações das medidas de portas e janelas estão representadas na figura 22.

Figura 22 – Medidas de portas e janelas obtidas pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa

4.4 Escolha da Escala para o Desenho das Plantas

Como a planta da escola foi feita em uma cartolina, existiriam muitas escalas possíveis para realizar o desenho. Surgiu, assim, a oportunidade de aprofundar nos conceitos de escala, apresentados na subseção 1.4.1. O professor, junto aos alunos, mediu a maior dimensão da escola, que totalizou 35,32 metros, sendo aproximada para 36 metros. Posteriormente mediu-se a maior dimensão da cartolina, que é de 66 cm e deixando uma pequena margem de cada lado diminuiu o espaço utilizado para 64 cm. Com essas medidas foi encontrada uma razão que auxiliou nas transformações das dimensões reais para as dimensões no desenho, como pode ser visto no cálculo da escala na figura 23.

Figura 23 – Cálculo de escala do grupo 1

Escala

$$\frac{16 \text{ cm}}{9 \text{ m}} = \frac{16 \text{ cm}}{900 \text{ cm}} = \frac{8}{450} = \frac{4}{225} \quad 4 : 225$$

Fonte: Dados da pesquisa

O professor explicou aos alunos que cada 4 cm no desenho da planta equivale a 225 cm no prédio escolar. Porém os alunos foram orientados a utilizar a razão $\frac{16}{9}$, sendo essa uma escala menos formal. As medidas anotadas pelos alunos estavam em metros e o desenho da planta iria ser feito em centímetros. Como a razão $\frac{16 \text{ cm}}{9 \text{ m}}$ está em metros para centímetros, a transformação desejada já iria acontecer na mesma ordem.

Essa atividade foi realizada na primeira aula de duas que ocorreu no dia 30 de setembro, contando com a presença de todos os alunos.

4.5 Transformações das Medidas e o Desenho das Plantas

Seguindo com o trabalho no quadro negro, foi demonstrado que qualquer dimensão que fosse ser representada na planta deveria seguir a escala obtida anteriormente, ou seja, qualquer que seja a parede, porta ou janela, quando obtém a razão fracionária da medida referente no papel para a medida real ao simplificar chega-se sempre a mesma fração, ou razão simplificada, $\frac{16}{9}$. Para tal transformação, foi utilizada a principal propriedade das proporções, conhecida como quarta proporcional ou regra de três. Conceitos esses apresentados na subseção 1.5.3.

As atividades referentes à transformação de medidas ocuparam um pouco mais de tempo, dando início na segunda aula do dia 30 de setembro, com continuidade no dia 01 de outubro com mais duas aulas (o aluno A7 faltou). Esta parte foi finalizada no dia 05 de outubro de 2021 com a ausência dos alunos A3 e A4.

Os discentes se revezaram nos cálculos e no desenho, sempre ficando um aluno resolvendo as expressões em uma folha de cálculos e um outro aluno utilizando a calculadora para auxiliar nos cálculos mais difíceis, os demais integrantes do grupo foram fazendo o desenho e apoiando um ao outro ao segurar uma régua ou um esquadro. Pode ser observada essa organização nas imagens da figura 24.

Figura 24 – Alunos realizando os cálculos de transformações de medidas



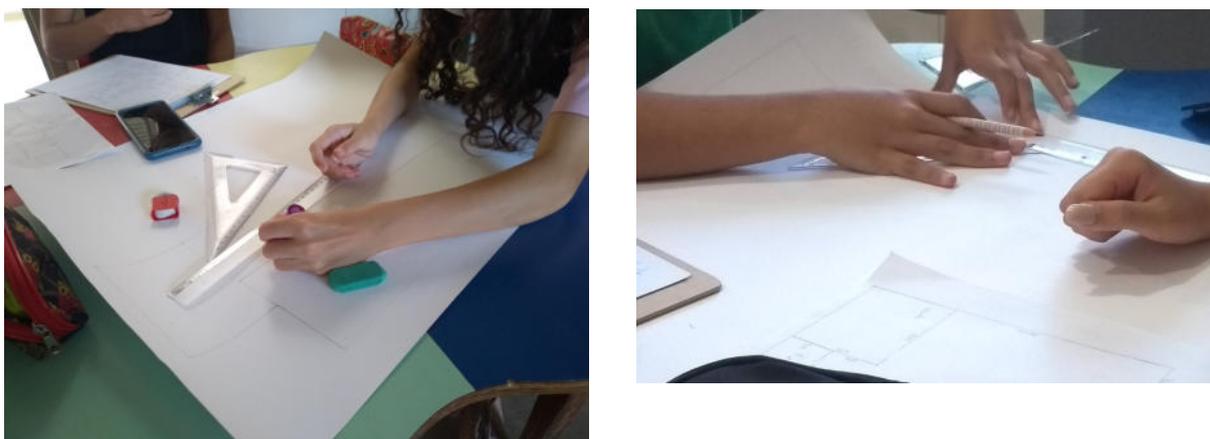
Fonte:

Registros das atividades

Foi utilizado por todos a regra de três para as transformações nessa quarta proporcional, sempre representando o resultado a ser obtido pela letra x . Os cálculos não eram muito complexos, não demorando para que fosse concluído por eles que de uma expressão para outra mudava apenas um número e assim consideraram as operações matemáticas parecidas. Observa-se na figura 25 com a imagem dos cálculos de transformações de medidas referentes às paredes, como as expressões eram semelhantes.

Como já citado, paralelamente aos cálculos, conforme demonstra a figura 26, outros alunos realizaram o trabalho de desenhar o croqui principal obedecendo às medidas obtidas em centímetros, utilizando o esquadro nas paredes perpendiculares e as ideias de retas paralelas nas paredes paralelas. Na parte dos desenhos, alguns dos alunos apresentaram certa dificuldade, erraram algumas medidas por se distraírem ou se afobarem no traçado das paredes. Nesse caso, o professor aplicador foi observando atentamente e corrigindo os equívocos.

Figura 26 – Alunos desenhando a planta da escola



Fonte: Registros das atividades

Depois do desenho dos croquis, respeitando as medidas com as paredes registradas, foi dado início aos cálculos e transformações das medidas das portas e janelas. Utilizando o croqui de anotação descrito na subseção 4.2 os alunos localizaram e marcaram os limites de portas e janelas. Assim como na parte da atividade referente às paredes, nas transformações utilizadas para portas e janelas ficaram dois alunos incumbidos dos cálculos, conforme exposto na figura 27 e, outros dois alunos responsáveis por definir os locais e marcações, revezando as funções entre os integrantes de cada grupo.

Figura 27 – Cálculos do grupo 1 referentes as portas e janelas

Portas e janelas

$\frac{x}{1,60} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,70} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,75} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,02} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,64} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,37} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,73} = \frac{16}{9}$
$9x = 25,6$	$9x = 31,2$	$9x = 32$	$9x = 36,32$	$9x = 30,24$	$9x = 2,72$	$9x = 31,68$
$x = 2,8$	$x = 3,2$	$x = 3,3$	$x = 3,8$	$x = 3,1$	$x = 0,3$	$x = 3,3$
$\frac{x}{0,43} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,37} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,10} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{2,20} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,10} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,58} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,74} \times \frac{16}{9}$
$9x = 6,88$	$9x = 13,42$	$9x = 17,6$	$9x = 32$	$9x = 1,6$	$9x = 12,98$	$9x = 2,24$
$x = 0,8$	$x = 1,5$	$x = 2,0$	$x = 3,6$	$x = 0,2$	$x = 1,4$	$x = 0,2$
$\frac{x}{1,00} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,40} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,60} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,39} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,07} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,23} \times \frac{16}{9}$	
$9x = 16$	$9x = 30,4$	$9x = 25,6$	$9x = 22,24$	$9x = 17,32$	$9x = 3,68$	
$x = 1,8$	$x = 3,4$	$x = 2,8$	$x = 2,5$	$x = 1,9$	$x = 0,4$	
$\frac{x}{0,58} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,70} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,80} = \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,03} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,58} = \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,86} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,30} \times \frac{16}{9}$
$9x = 9,28$	$9x = 11,2$	$9x = 32,8$	$9x = 36,48$	$9x = 9,28$	$9x = 33,76$	$9x = 4,8$
$x = 1$	$x = 1,2$	$x = 3,4$	$x = 3,8$	$x = 1,0$	$x = 3,5$	$x = 0,5$
$\frac{x}{0,90} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,50} = \frac{16}{9}$	$\frac{x}{2,78} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,89} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,70} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,77} = \frac{16}{9}$	
$9x = 34,4$	$9x = 24$	$9x = 44,48$	$9x = 33,28$	$9x = 27,2$	$9x = 32,32$	
$x = 3,6$	$x = 2,7$	$x = 4,9$	$x = 3,5$	$x = 3,0$	$x = 3,4$	
$\frac{x}{3,30} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,20} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,55} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{0,35} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,10} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{1,50} = \frac{16}{9}$	
$9x = 52,8$	$9x = 39,2$	$9x = 8,8$	$9x = 2,4$	$9x = 6,6$	$9x = 24$	
$x = 5,9$	$x = 2,1$	$x = 1,0$	$x = 0,3$	$x = 0,7$	$x = 2,6$	
$\frac{x}{0,26} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{2,34} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{2,25} = \frac{16}{9}$	$\frac{x}{2,29} \times \frac{16}{9}$	$\frac{x}{3,73} \times \frac{16}{9}$		
$9x = 4,16$	$9x = 37,44$	$9x = 36$	$9x = 36,64$	$9x = 59,68$		
$x = 0,4$	$x = 4,2$	$x = 4,0$	$x = 4,1$	$x = 6,6$		

Fonte: Dados da pesquisa

Em algumas oportunidades, nas medidas que eram muito próximas umas das outras ou iguais, os alunos identificaram que não precisavam realizar o cálculo novamente, sendo que na maioria das vezes necessitava por aproximar de casas decimais. Conceito esse, explicado durante a atividade. Os cálculos, que eram o principal instrumento das atividades para consolidação das propriedades de proporções, nas duas partes das atividades eram

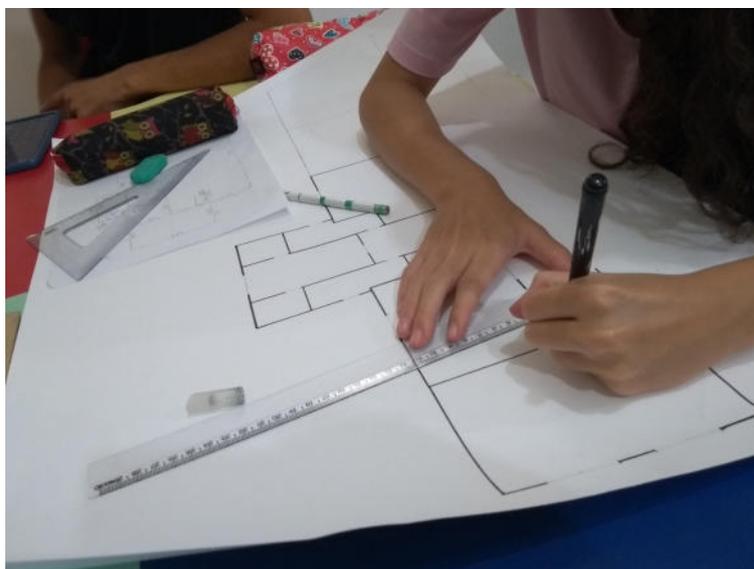
semelhantes e repetitivos, fazendo com que alguns alunos gostassem, pois consolidava bem os métodos de resolução.

Dentre opiniões ouvidas dos estudantes durante a realização das atividades dessa etapa, destaca-se a fala do aluno A1, que relatou ter gostado dos cálculos repetitivos e depois de algumas expressões disse: *“parece que já nasci sabendo fazer isso”*. Também houve aqueles que não gostaram por precisar de muitos cálculos e acharam um pouco cansativo, como o aluno A5 que disse não gostar muito de matemática, se estressando com muitas *“continhas”*.

Sobre os desenhos das plantas, que eram consequências dos objetivos, apesar de alguns alunos ficarem com um pouco de medo de errar, em sua maioria, gostaram e se sentiram empolgados por constatarem possuir um pouco da habilidade de interpretar plantas e estruturas.

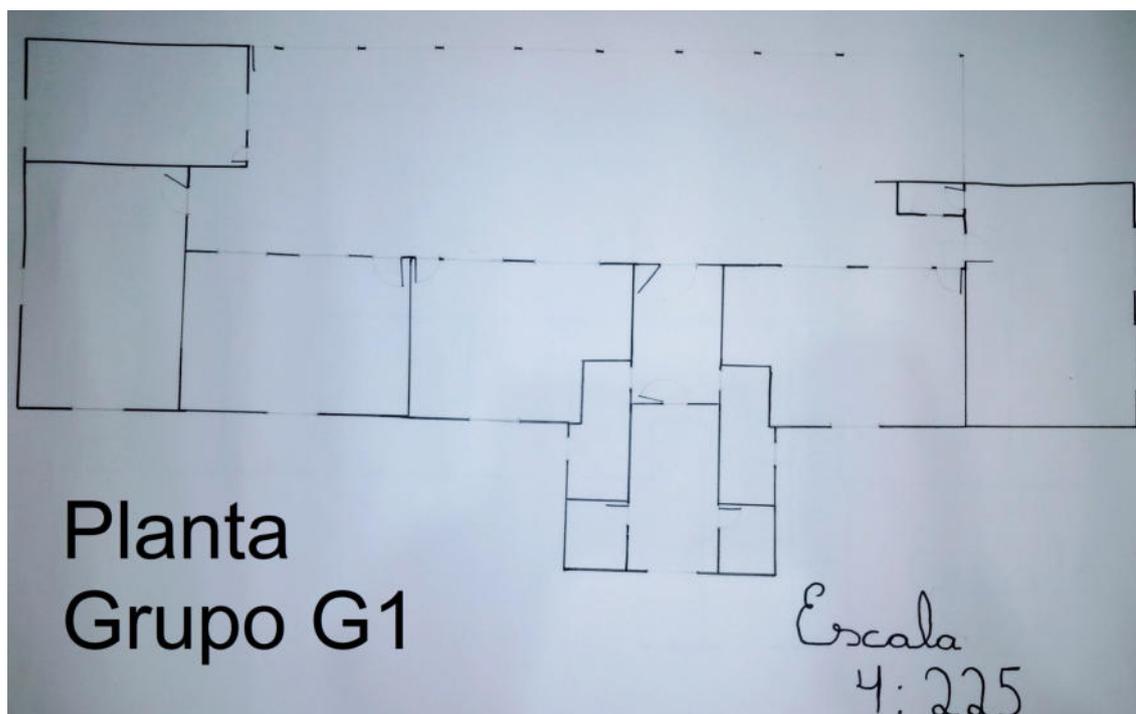
Por fim, os alunos passaram sob os segmentos que representam as paredes um pincel atômico, de cor preta, conforme exposto na figura 28 deixando claro os espaços das janelas e portas. Posteriormente, representaram as portas e suas aberturas com um ângulo, utilizando o compasso, e escreveram a escala do croqui na margem do desenho.

Figura 28 – Alunos desenhando a planta da escola



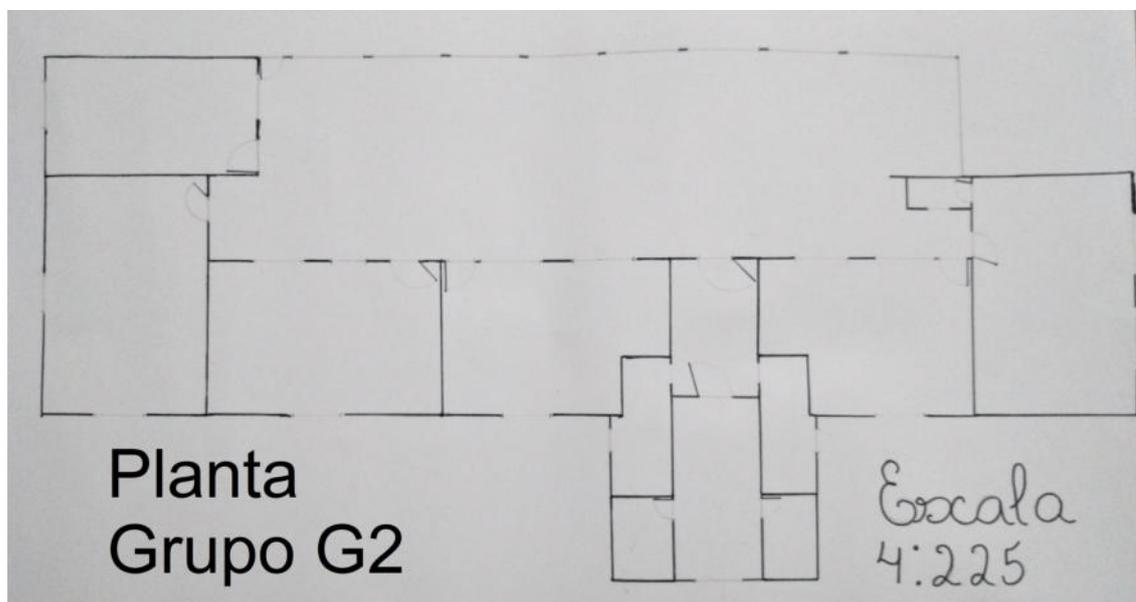
Fonte: Registros das atividades

Figura 29 – Planta desenhada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 30 – Planta desenhada pelo grupo 2



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se considerar os resultados obtidos nas duas plantas satisfatórios, os quais representam razoavelmente o espaço da escola estudada. Pode-se observar que as figuras 29 e 30 são muito semelhantes. Isso aconteceu devido fato de os alunos de grupos diferentes trocarem informações e se ajudarem no processo. Observa-se ainda, que nas duas plantas, nem as medidas reais, nem as utilizadas no desenho não foram representadas. A decisão de não anotar as medidas nas plantas partiu dos alunos, depois da afirmação do aluno A2,

que disse: “*se a planta já está com a escala, quem quiser saber a medida usa a régua e faz as contas para descobrir*”. O aplicador considerou a afirmação interessante e lógica.

4.6 Lista de Atividades

Após a aplicação da Sequencia Didática, foram aplicadas 5 atividades que se encontram no apêndice E. Durante a aplicação observou-se uma certa dificuldade da maioria dos alunos na interpretação das perguntas, dificuldade de certa forma comum, pois já vinham demonstrando-a anteriormente (afirmação feita pelo professor regente de aulas da turma). Nas atividades com expressões já escritas, os pesquisados tinham um pouco mais de facilidades, como na atividade 3, utilizando dos métodos aplicados nos cálculos anteriores, porém uma parte dos estudantes não conseguiu desenvolver a atividade 5 por ter uma multiplicação de dois termos.

Ao finalizar a atividade, com auxílio do professor na interpretação dos textos, foi observado que os alunos A1, A2 e A6 finalizaram as atividades com maior facilidade e na correção foram os únicos que acertaram todas. Os alunos concluíram as atividades ainda em grupo e aqueles que tiveram algum tipo de erro corrigiram tais erros junto do professor e aos colegas.

4.7 Pós-teste: Resultados e Análise

Tendo sido realizadas todas as atividades propostas, foi aplicado o pós-teste, conforme apêndice F, a fim de verificar se os alunos participantes da oficina consolidaram conceitos e habilidades pertinentes a proposta de ensino. É importante ressaltar que o pós-teste não foi considerado como única avaliação, pois durante aplicação da oficina e da lista de atividades também foi executada uma avaliação contínua.

A referida avaliação foi aplicada em um intervalo de duas aulas de cinquenta minutos cada, contando com a participação dos oito alunos pesquisados. O pesquisador não interferiu e nem deu orientações, sendo assim, considera-se que os participantes tiveram um tempo adequado para responderem as questões e, estavam munidos apenas por seus próprios conhecimentos e de suas interpretações.

Os erros e acertos das questões envolvidas no pós-teste são apresentados na tabela 2. Estão representados como no pré-teste, ou seja, os acertos pela letra C, os acertos parciais pelas letras AP, os erros pela letra E e, por fim, as não respostas pelas letras NR, considerando apenas os acertos para avaliação dos participantes.

Tabela 2 – Respostas dos alunos ao pós teste

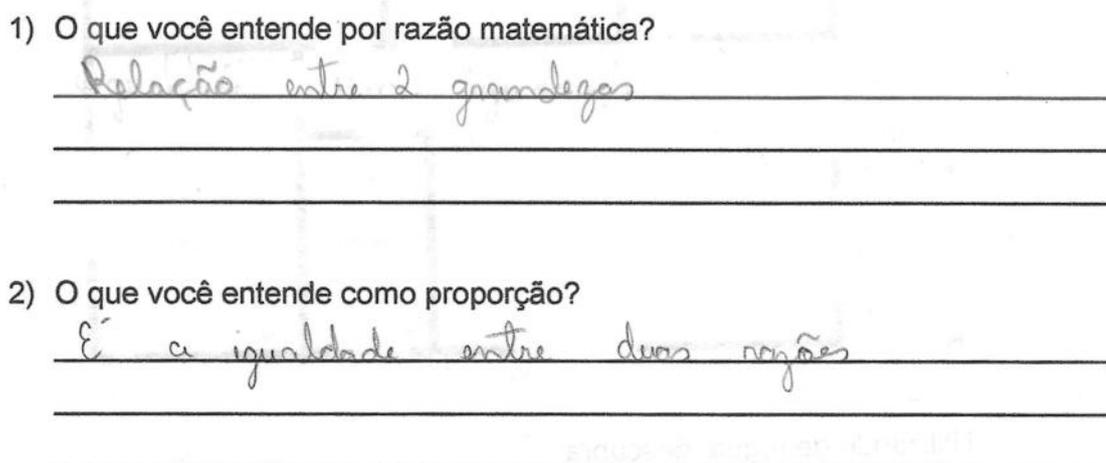
QUESTÕES	ALUNOS								TOTAL DE ACERTOS
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
1	C	C	C	AP	NR	AP	C	E	4
2	C	E	C	AP	AP	C	AP	AP	3
3	C	C	C	C	C	AP	C	AP	6
4	C	C	NR	NR	AP	E	E	E	2
5a	C	AP	C	C	C	C	C	E	6
5b	C	E	C	C	C	C	C	NR	6
6a	C	AP	C	C	C	C	C	E	6
6b	C	C	C	C	C	C	AP	E	6
7	C	E	AP	C	NR	E	E	NR	2
8	C	C	NR	C	C	C	C	E	6
TOTAL DE ACERTOS	10	5	7	7	6	6	6	0	47 de 80

Fonte: Autoria própria

4.7.1 Interpretação do Pós Teste

Nesta fase, no que se refere às **questões 1 e 2**, tratam-se de perguntas abertas sobre o que o aluno entende por razão matemática e proporção. As duas questões tiveram por objetivo saber se o aluno aprendeu a conceituar esses princípios. Dos oito alunos participantes, apenas dois conseguiram conceituar os dois princípios por completo, quais sejam: o princípio de proporção diretamente ligado ao de razão, conforme observado nas respostas do aluno A1 expostas na figura 31.

Figura 31 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A1



Fonte: Dados da pesquisa

Vale acrescentar que alunos que não souberam definir por completo os conceitos (caso do aluno A4) como é exposto na figura 32. O discente em questão confundiu o conceito de razão com uma atividade inicial da oficina e quis dar um exemplo para definir proporção, acabando por se tornar redundante.

Figura 32 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A4

- 1) O que você entende por razão matemática?

Razão é quando nós temos o número real, e precisamos de um número em em que caiba na folha.

- 2) O que você entende como proporção?

proporção é quando uma medida por exemplo é proporcional a outra ex: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

Fonte: Dados da pesquisa

Houve ainda alunos que não souberam explicar os conceitos ou explicaram parcialmente (aluno A8) como disposto na figura 33. Destacam-se, também, as respostas do aluno A2 que soube definir o conceito de razão, mas não conseguiu o mesmo sobre o conceito de proporção (figura 34).

Figura 33 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A8

- 1) O que você entende por razão matemática?

para fazermos exercícios e ideias de razões

- 2) O que você entende como proporção?

para simplificar uma razão, temos uma razão proporcional

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 34 – Pós teste: questão 1 e 2, respondidas pelo aluno A2

- 1) O que você entende por razão matemática?

razão é uma forma de ter uma estimativa de semelhança de duas coisas

- 2) O que você entende como proporção?

proporção serve para dar uma simplificar cada na razão

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere à **questão 3**, ela serviu para saber se os alunos estavam associando o princípio de razões equivalentes ao princípio de proporcionalidade. Essa questão teve um bom aproveitamento na qual a maioria dos pesquisados circularam a fração correta e souberam explicar o porquê circularam, conforme observa-se na resposta do aluno A5 na figura 35.

Figura 35 – Pós teste: questão 3, respondida pelo aluno A5

- 3) Circule a razão proporcional a $\frac{2}{5}$.

$$\frac{4}{25} \quad \left(\frac{30}{75} \right) \quad \frac{20}{10} \quad \frac{8}{40}$$

Por que você circulou esta fração?

Porque $2 \cdot 15$ é 30 , e $5 \cdot 15$ é 75

Fonte: Dados da pesquisa

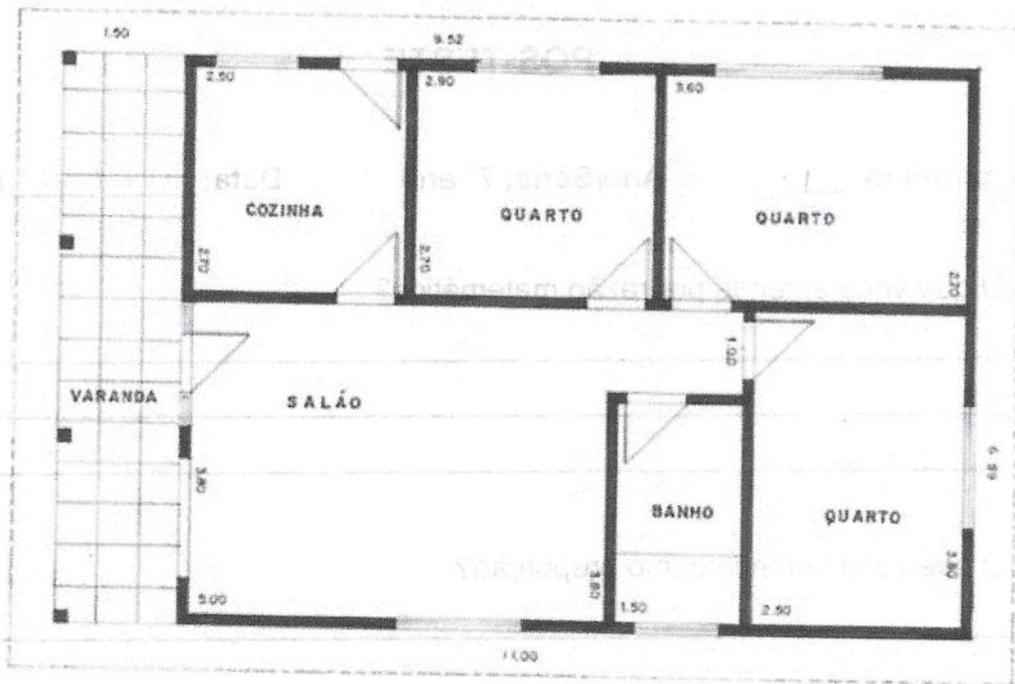
Quanto à **questão 4**, esta foi utilizada e adaptada de um vestibular na Unicamp-SP, na qual os alunos tinham que interpretar, utilizar conceitos de escala, transformar as dimensões e, por fim, calcular a área solicitada. Essa questão apresenta um grau de dificuldade mais elevado, com apenas dois acertos e somente um aluno transformou as medidas sem realizar o cálculo da área. Nessa questão não foi obtido um bom aproveitamento.

A **questão 5** é considerada como uma atividade de aplicação dos conceitos de razão e escala. Na letra “a” os alunos deveriam medir a largura da cozinha e relacionar a medida obtida com a medida real dada em uma razão. Assim sendo, para o aluno que conseguisse responder corretamente esta alternativa, bastava utilizar da razão e simplificar para responder a letra “b”.

Dos alunos que responderam à **questão 5**, houveram seis acertos completos e dois erros, com respostas simples e objetivas conforme mostra a figura 36. Nessa questão considera-se satisfatório o aproveitamento.

Figura 36 – Pós teste: questão 5, respondida pelo aluno A6

5) Temos abaixo a planta de uma casa popular.



Utilizando de régua, descubra:

a) Qual a razão entre a largura da cozinha na planta e a medida real (2,50 m)?

$$\frac{3,0 \text{ cm}}{2,50 \text{ m}} = \frac{3}{250}$$

b) Qual a escala utilizada na planta?

$$3 : 250$$

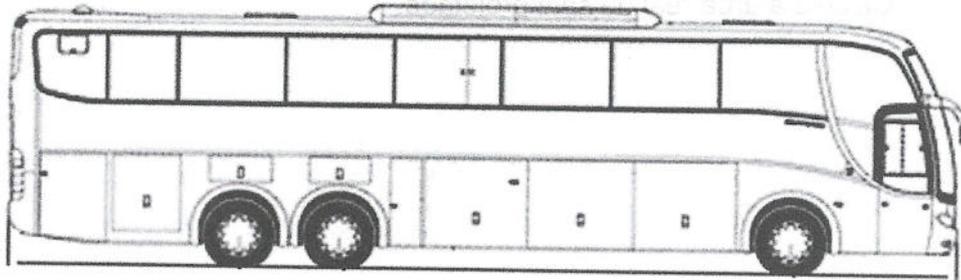
Fonte: Dados da pesquisa

A **questão 6** foi elaborada com a intenção de testar a analogia das atividades propostas até então, com uma situação problema que não envolvesse interpretações de plantas e mapas. Assim como a questão anterior, ela também foi dividida em duas partes nas quais os alunos deveriam solucionar os problemas utilizando a regra de três. Na primeira parte, letra "a", cabia aos alunos descobrir a altura de um ônibus na sua ilustração, sabendo a escala e a altura real do ônibus. Já na segunda, utilizando a mesma escala, eles deveriam encontrar o comprimento real do ônibus sabendo seu comprimento no desenho. Na respectiva questão seis, houve acerto das duas letras, por parte de cinco alunos, como o aluno A1 (figura 37); o aluno A5 (figura 38); e dois outros alunos souberam responder

uma das questões, mas não a outra. Considera-se também essa questão com resultado satisfatório diante das atividades realizadas.

Figura 37 – Pós teste: questão 6, respondida pelo aluno A1

6) Utilize a regra de três para encontrar o valor desejado.



a) Um ônibus de 4 m de altura foi desenhado na escala 3 : 80. Descubra a altura do ônibus no desenho.

$$\frac{x}{4} \times \frac{3}{80}$$

$$80x = 12$$

$$x = \frac{12}{80}$$

$$x = 0,15$$

$$\begin{array}{r} 120 \quad 180 \\ 400 \quad 0,15 \\ \hline 0 \end{array}$$

b) Se no desenho o comprimento do mesmo ônibus é de 52,5 cm. Qual o comprimento real do ônibus.

$$\frac{x}{52,5} \times \frac{3}{80}$$

$$8x = 157,5$$

$$x = \frac{157,5}{80}$$

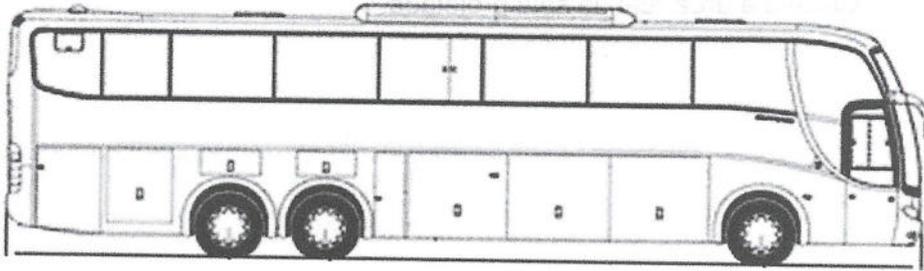
$$x = 1,96875$$

$$\begin{array}{r} 157,5 \quad 180 \\ 350 \quad 1,4375 \\ \hline 300 \\ 600 \\ 400 \\ \hline 0 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 38 – Pós teste: questão 6, respondida pelo aluno A5

- 6) Utilize a regra de três para encontrar o valor desejado.



- a) Um ônibus de 4 m de altura foi desenhado na escala 3 : 80. Descubra a altura do ônibus no desenho.

$$\frac{3}{80} = \frac{x}{400} = 1200 = 80x = \frac{1200}{80} = x = 12 \text{ cm}$$

- b) Se no desenho o comprimento do mesmo ônibus é de 52,5 cm. Qual o comprimento real do ônibus.

$$\frac{3}{80} = \frac{52,5}{x} = 3x = 4000 = x = \frac{4200}{3}$$

$$x = 1400 \text{ cm}$$

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere a **questão 7**, esta teve por objetivo identificar o quanto os alunos se desenvolvem em cálculos que envolvam a propriedade das proporções. Cálculos esses trabalhados no conteúdo introdutório e na lista de atividades. Essa atividade não obteve bons resultados, tendo apenas dois acertos e um aluno que multiplicou corretamente os meios e os extremos, porém não deu continuidade. A maioria dos erros de quem realizou a referida questão, foram em cálculos simples, principalmente por falta de atenção, como observa-se na resposta do aluno A2 (figura 39).

Figura 39 – Pós teste: questão 7, respondida pelo aluno A2

7) Qual valor de x na igualdade $\frac{2}{x-3} = \frac{9}{10x}$

$$\begin{array}{l} \frac{2}{x-3} \cdot \frac{10x}{10x} \\ 20x = (x-3) \cdot 9 = \\ 20x = 9x - 27 = \\ 2x - 9x = -27 = \\ -7x = -27 = \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{-27}{-7} \\ x = \end{array} \quad \begin{array}{l} 27 \cdot \frac{1}{7} \\ \frac{27}{7} \end{array}$$

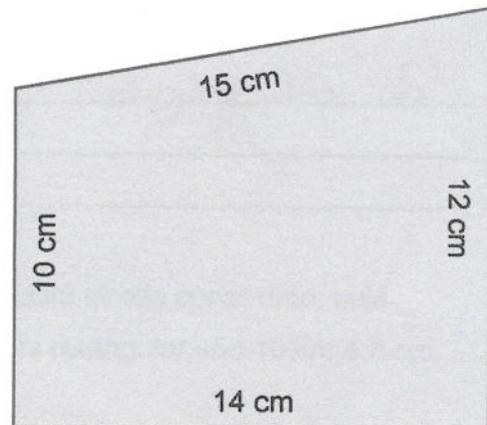
Fonte: Dados da pesquisa

A **questão 8** teve um índice maior de acertos, sendo em sua maioria por cálculos aritméticos, conforme mostra a resposta do aluno A4 na figura 40. Apenas o aluno A2 resolveu o problema pela álgebra com o uso da regra de três (figura 41). Nesta questão o aproveitamento dos alunos em relação ao uso da regra de três ou dos conhecimentos objetivados pelas atividades é de difícil definição.

Figura 40 – Pós teste: questão 8, respondida pelo aluno A4

8) Temos ao lado a planta de um Terreno.

Se cada centímetro representado nessa planta corresponde a 1,2 m, quantos metros de cerca serão necessários construir para cercar completamente o terreno?



63,2 m

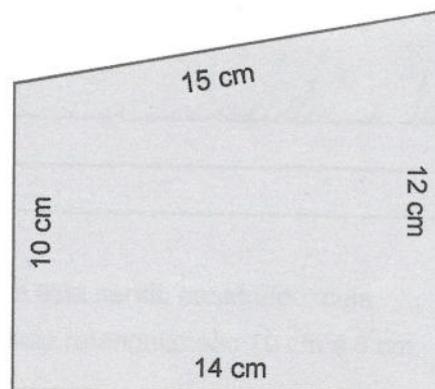
$$\begin{array}{r} 51 \\ \cdot 12 \\ \hline 102 \\ + 51 \\ \hline 63,2 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 41 – Pós teste: questão 8, respondida pelo aluno A2

8) Temos ao lado a planta de um Terreno.

Se cada centímetro representado nessa planta corresponde a 1,2 m, quantos metros de cerca serão necessários construir para cercar completamente o terreno?



$$\begin{array}{r}
 21 \\
 120 \\
 + 18,0 \\
 78,4 \\
 \hline
 61,2 \text{ m}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 \times 1,2 \\
 \hline
 20 \\
 100 \\
 \hline
 12,0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 1,2 \\
 \hline
 30 \\
 150 \\
 \hline
 18,0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 1,2 \\
 \hline
 24 \\
 120 \\
 \hline
 14,4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 \times 1,2 \\
 \hline
 22 \\
 110 \\
 \hline
 13,2
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

De forma geral, considera-se os resultados do pós-teste satisfatórios, pelo fato de a turma apresentar habilidades que antes não tinham e, acertarem em sua maioria as questões com habilidades diretamente relacionadas com as atividades aplicadas, conforme visto nas questões 5 e 6. Observa-se ainda, na tabela 2, que o aluno A8 não apresentou desenvolvimento satisfatório em relação às respostas das questões. Por outro lado, o aluno A1 acertou todas as questões, mostrando a consolidação dos conteúdos trabalhados.

4.8 Opinião dos Alunos

Por fim, além da opinião do pesquisador pode-se considerar como relevantes as dos alunos, que são os objetos de pesquisa. Depois de encerrar as atividades e aplicar o pós-teste, foi aplicado um pequeno questionário, conforme apêndice G, formulado com seis perguntas de satisfação sobre as atividades da sequência didática.

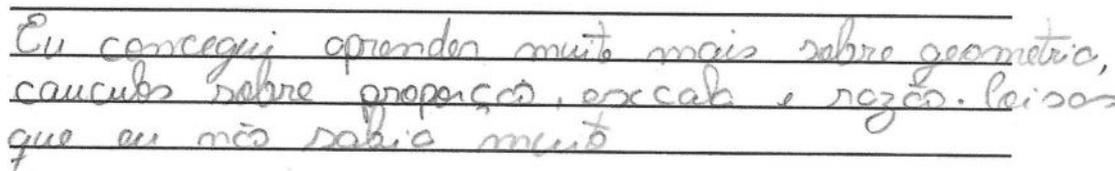
Dos oito alunos que participaram, sete deles responderam que consideraram o próprio ensino matemático ter sido favorecido com as atividades trabalhadas. Apenas um considerou ter favorecido pouco. Ainda, deste total de alunos participantes, cinco disseram ter gostado do trabalho realizado e três disseram que gostaram um pouco. Sobre a facilidade das atividades realizadas, seis desses alunos consideraram um pouco fáceis, um achou completamente fácil e um difícil.

Ao serem questionados sobre os pontos positivos que poderiam citar em relação ao trabalho realizado e sua aprendizagem, a grande maioria dos alunos disse achar importante

o conhecimento de razão, proporção e escala. Nesse mesmo sentido, falaram bastante sobre o desenho das plantas, relatando a satisfação em trabalhar com instrumentos e técnicas de desenho. Dentre os apontamentos, disseram aprender muito sobre as unidades de medida com suas transformações e gostaram do trabalho em grupo, conforme pode-se observar na resposta do aluno A4 na figura 42.

Figura 42 – Opinião final: pergunta 4, respondida pelo aluno A4

04. Quais os pontos positivos que você pode citar em relação ao trabalho realizado e sua aprendizagem.



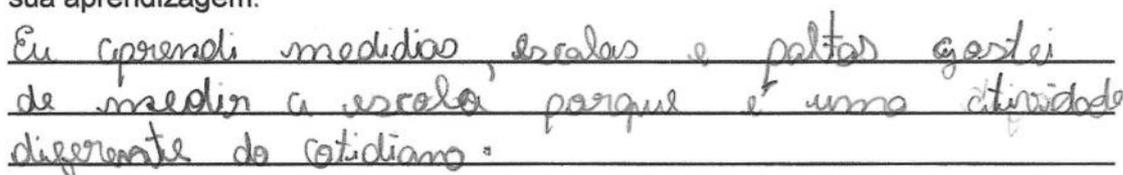
Eu consegui aprender muito mais sobre geometria, cálculos sobre proporção, escala e razão. coisas que eu não sabia muito

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A7 falou ainda sobre a atividade ser diferenciada em relação as outras do cotidiano, expondo o quanto gostou, conforme exposto na figura 43.

Figura 43 – Opinião final: pergunta 4, respondida pelo aluno A7

04. Quais os pontos positivos que você pode citar em relação ao trabalho realizado e sua aprendizagem.



Eu aprendi medidas, escalas e pontos gostei de medir a escala porque é uma atividade diferente do cotidiano.

Fonte: Dados da pesquisa

Na quinta pergunta, foram questionados os pontos negativos em relação ao trabalho realizado na opinião dos pesquisados. Nesse sentido, foi relatado suas dificuldades com expressões algébricas e suas operações; a maioria disse ter um pouco de dificuldade para entender os problemas escritos; alguns reclamaram do tempo gasto, considerando que “demorou muito”, conforme observa-se nas respostas expostas nas figuras 44 e 45.

Figura 44 – Opinião final: pergunta 5, respondida pelo aluno A4

05. Quais os pontos negativos que você pode citar em relação ao trabalho realizado.

Eu tive uma dificuldade na hora de fazer alguns cálculos e a escala também não foi muito fácil e também demorou um pouco para terminar.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 45 – Opinião final: pergunta 5, respondida pelo aluno A8

05. Quais os pontos negativos que você pode citar em relação ao trabalho realizado.

na pquestão das letras, e também em transformar m em em

Fonte: Dados da pesquisa

Por último, foram perguntados quais as habilidades adquiridas com o trabalho realizado que os pesquisados não consideravam antes. Dentre várias citadas, as mais frequentes foram:

- O conhecimento sobre frações equivalentes;
- O conhecimento sobre o sistema métrico decimal e suas transformações;
- A habilidade de manusear instrumentos de desenho, como o par de esquadro e o compasso;
- A habilidade de interpretar croquis e plantas baixas;
- O conhecimento sobre algumas expressões algébricas e como revolve-las;
- O conhecimento sobre razão, escala e proporção.

Destaca-se a resposta do aluno A1 que obteve melhor aproveitamento nas atividades e no pós-teste (figura 46).

Figura 46 – Opinião final: pergunta 6, respondida pelo aluno A1

06. Na sua opinião, quais foram as habilidades que você adquiriu com esse trabalho que considerava não ter? (O que você aprendeu que não sabia?)

As operações com letras, razão, proporção e escala melhoraram e antes eu nem sabia o que fazer com uma operação envolvendo letras e números decimais e agora parece que mais sabendo, é muito mais simples de compreender.

Fonte: Dados da pesquisa

Assim sendo, considera-se que os alunos observaram pontos positivos e pontos negativos capazes de nos ajudar na avaliação do trabalho realizado. Observa-se que algumas habilidades foram consolidadas e outras não. Segundo a própria opinião dos pesquisados, a questão do tempo para execução dos exercícios propostos é um fator a ser considerado já que as atividades não foram cansativas, mas sim objetivas e prazerosas, conforme na proposta inicial.

Capítulo 5

Considerações Finais

A presente pesquisa teve por objetivo investigar as contribuições de uma sequência didática com atividades de criação de croquis para o estudo de razões diretamente proporcionais. Esse estudo foi realizado em uma turma de 7º ano do ensino fundamental, uma vez que os conteúdos abordados fazem parte de sua grade curricular.

Para as conclusões desse trabalho, observam-se o estudo e os resultados da aplicação do pré-teste, atividades da oficina, lista de atividades e pós-teste. Nesse íterim, ressaltam-se as características apresentadas pela turma anteriormente a aplicação das atividades e as discussões sobre as opiniões dos alunos.

No início do trabalho, o pesquisador se deparou com alunos que apresentavam certas deficiências no que diz respeito às habilidades importantes e essenciais para o nível de ensino que se encontravam, o que pode ser atribuído ao ensino remoto ocasionado pela pandemia do Covid-19 ou, simplesmente pela não consolidação de conteúdo ao longo das etapas de ensino anteriores.

Com isso, surge a preocupação e necessidade de trabalhar conceitos que antecedem o ensino de razões diretamente proporcionais. A aplicação e revisão desses conceitos fez com que houvesse um atraso nas aulas que, em condições normais de ensino, não teriam a necessidade de serem aplicadas. No entanto, observada a época da pesquisa e a situação incomum apresentada em nosso sistema de ensino, consideremos importante essa intervenção.

As atividades da oficina podem ser separadas em duas etapas para análise: atividades intermediárias e as atividades objetivas.

No que se diz respeito às atividades intermediárias, essas são compreendidas pelos desenhos dos croquis no modo rascunho para anotações de medidas, medição da escola e o desenho do croqui mais elaborado, respeitando as transformações métricas (como se fosse uma planta baixa). As referidas atividades foram consideradas satisfatórias atingindo bons resultados. Elas trabalharam e consolidaram conteúdos e habilidades, tais como

conhecimentos sobre unidades de medida do nosso sistema métrico, noções de espaço e formas e técnicas de desenho.

Referente às atividades ditas como objetivas, elas abrangem as aplicações de conceitos sobre razão, escala e proporções, como pode ser visto nos cálculos referentes às transformações métricas de paredes portas e janelas por meio do uso da regra de três. A respeito dessas atividades, o aplicador também considerou seus resultados bons e satisfatórios, uma vez que fora trabalhado a aplicabilidade da principal propriedade das proporções, fortalecendo assim as habilidades referentes a certos cálculos algébricos, bem como a consolidação os conceitos de frações equivalentes.

De acordo com os resultados do pós-teste e as anotações das afirmações, antes citadas, podem ser consideradas verdadeiras. Os alunos obtiveram um bom aproveitamento e demonstraram a capacidade de resolver alguns problemas relacionados aos conteúdos propostos. Evidenciam-se ainda, as dificuldades dos pesquisados no que se refere a interpretações de textos e conteúdos matemáticos que antecedem o objetivado. Pode-se considerar que as atividades propostas seriam melhores aproveitadas caso não houvesse as aludidas dificuldades.

Destaca-se ainda, que as atividades envolveram um grande leque de habilidades, contando com materiais acessíveis e, muitas das vezes, disponíveis em escolas. Nota-se que essas trabalhadas em grupo, de forma dinamizada e diferenciada favorecem a visualização e aplicação de uma situação problema que pode ser relacionada a outras.

Ainda sobre as atividades, os alunos se mostraram interessados e participativos, em grande parte do tempo, deixando claro as suas observações. Essas opiniões fizeram com que o pesquisador concluísse que as atividades tiveram bons resultados, mas se tornaram um pouco extensas e cansativas, fazendo que em poucos momentos os alunos se desconcentrassem.

No começo da pesquisa, os alunos disseram não possuir conhecimentos de interpretação de espaços e estruturas, mas em meio aos pesquisados foi constatado haver filhos de pedreiros. Tais alunos, carregam, mesmo que sem notar, conceitos e conhecimento adquiridos anteriormente. A partir da proposição das atividades os pesquisados passaram a observar a estrutura de suas casas e escola, além de vivenciar e praticar a ação de medir. Com toda a experiência empírica e prática foi possível que as habilidades presentes neles e pudessem ser despertadas por meio de uma atividade formal de ensino de matemática.

Espera-se que os resultados adquiridos no trabalho possam servir para novas pesquisas e, que venham a trabalhar os conhecimentos fornecidos pelo estudo de croquis e plantas baixas nas escolas e/ou o ensino de proporcionalidade. De forma resumida, considera-se o trabalho realizado de boa relevância.

Referências

- ALENCAR, R. A. S. Uma proposta de modelagem matemática como estratégia de ensino-aprendizagem na eja. *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional*, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2015. Citado na página 20.
- ALIEXPRESS. Régua de resolução de plástico triângulo com 3 lados, arquitetura, arquitetura, engenheiros, ferramentas de medição técnica. 2021. Disponível em: <<https://pt.aliexpress.com/i/32960556539.html>>. Citado na página 31.
- ALMEIDA, R. de. Razão e proporção para além da sala de aula. *Dissertação (Mestrado Profissional), PROFMAT – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, MG, 2015.* Citado 4 vezes nas páginas 31, 32, 33 e 34.
- BABINSKI, A. L. Sequência didática (sd): experiência no ensino da matemática. *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop, MT, 2017.* Citado na página 20.
- BEIRAL, L. N. A proporcionalidade no cotidiano: Uma proposta para o ensino fundamental. *Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Viçosa. Florestal, MG, 2017.* Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.
- BOF, A. M. A educação no Brasil rural. *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília, DF, 2006.* Citado na página 14.
- BORBA, M. d. C. *Informática e Educação Matemática.* Belo Horizonte - MG: Autêntica, 2016. Citado na página 17.
- BOYER, C. B. *História da matemática.* São Paulo - SP: Blucher, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 26.
- BRASIL, M. d. E. Lei de diretrizes e bases da educação. *Lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Brasília - DF, 1996.* Citado na página 25.
- BRASIL, M. d. E. Plano nacional de educação. *Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Brasília - DF, 2014.* Citado na página 25.
- BRASIL, M. d. E. Base nacional comum curricular. 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 53.
- BRASIL, M. d. E. Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil. 2018. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/busca-geral/211-noticias/218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil>>. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

CABRAL, L. C. D. Matemática básica explicada passo a passo. *Elsevier. Rio de Janeiro, RJ*, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

CASAGRANDE, C. B. *Educação lúdica*. Editora Senac São Paulo, 2019. Disponível em: <https://www.ebook.de/de/product/35300337/caroline_boeing_casagrande_educacao_ludica.html>. Citado na página 17.

CUNHA, C. P. A importância da matemática no cotidiano. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, 2017. Citado na página 15.

CUNHA, D. da S. A educação matemática e o desinteresse do aluno. *REBES (revista brasileira de educação e saúde)*, 2013. Citado na página 16.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Revista Educação e Pesquisa, São Paulo - SP*, 2005. Citado na página 25.

EWSEVEN. Elaborando um croqui. 2018. Disponível em: <<http://ew7.com.br/autocad/index.php/avaliacao-elaborando-um-croqui.html>>. Citado na página 39.

FALZETTA, R. É hora de ensinar proporção. *Revista Nova Escola.*, 2003. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>>. Citado na página 24.

FERRARI, A. T. A metodologia das ciências. 3. ed. *Kennedy. Rio de Janeiro, RJ*, 1974. Citado na página 45.

FERREIRA, A. B. de H. *Mine Aurélio: o dicionário da língua portuguesa*. [S.l.]: Curitiba, PR, 2010. Citado na página 38.

FERREIRA, M. da S. Escalímetro: uma sequência didática para o ensino do desenho técnico arquitetônico. *Appris. Curitiba, PR*, 2019. Citado na página 30.

GIOVANNI, J. R. *Aprendendo Matemática*. [S.l.]: São Paulo, SP, 1993. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 36.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de administração de empresas. São Paulo, SP*, 1995. Citado na página 44.

GOUVEIA, A. P. S. O croqui do arquiteto e o ensino do desenho. *Tese de Doutorado. FAU USP. São Paulo, SP*, 1998. Citado na página 38.

INMETRO. Sistema internacional de unidades : Si. *Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. Duque de Caxias, RJ*, 2012. Citado na página 27.

LEONARDO, F. M. d. *Projeto Araribá 7º ano*. São Paulo, SP: Editora Moderna, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

LIMA, E. L. *Temas e Problemas Elementares*. [S.l.]: Rio de Janeiro - RJ, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 27, 32, 33 e 34.

LOBATO JUNIOR, J. M. d. S. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. *Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática)* ., 2018. Citado na página 32.

- MARTINS, E. A. Modelagem matemática: Uma proposta metodológica para tornar a aula espaço de problematização, pesquisa e construção. *Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: Universidade Católica de Brasília, Brasília, DF*, 2009. Citado na página 20.
- MENEZES, P. M. L. d. Escala : estudo de conceitos e aplicações. *Dep Geografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro*, 1999. Citado na página 42.
- MENEZES, P. M. L. de. Roteiro de cartografia. *Oficina de Textos. São Paulo, SP*, 2013. Citado na página 30.
- MINAYO, M. C. d. S. *Pesquisa social: Teoria, método e criatividade*. Petrópolis - RJ: Editora Vozes, 2011. Citado na página 44.
- MIZUTANI, K. *Orientações para um orçamento confiável*. [S.l.]: Timburi, SP, 2016. Citado na página 39.
- MORAN, J. M. *Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica*. Campinas - SP: Editora Papirus, 2017. Citado na página 14.
- PINTO, G. dos S. A construção de maquetes no ensino de matemática. *Dissertação de mestrado (PROFMAT) - UFPI, Terezina - PI*, 2014. Citado na página 20.
- PIRES, L. G. Conteúdos e metodologia da matemática. *UFPI/CEAD, Teresina - PI*, 2010. Citado na página 17.
- SANTOS, J. Os papiros da matemática egípcia - o papiro de rhind ou ahmes. 2017. Disponível em: <<https://www.matematicaefacil.com.br/2015/11/papiros-matematica-egipcia-papiro-rhind-ahmes.html>>. Citado na página 23.
- SBM MEC, I. Olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas. 2020. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>. Citado na página 15.
- SEEMG, S. d. E. d. E. d. M. G. Protocolo sanitário de retorno às atividades escolares presenciais no contexto da pandemia da covid-19. 2021. Disponível em: <<https://www2.educacao.mg.gov.br>>. Citado na página 47.
- SILVEIRA Ênio. *Matemática : compreensão e prática*. São Paulo - SP: Moderna, 5. ed, 2018. Citado na página 60.
- SILVEIRA, T. E. G. D. T. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre - RS: Editora da UFRGS, 2009. Citado na página 44.
- SOUZA, R. P. de. *Tecnologias digitais na educação*. Campina Grande - PB: EDUEPB, 2011. Citado na página 14.
- TEGULA. Cálculo para cobertura. 2018. Disponível em: <<http://www.tegula.com.br/install/calculo.asp>>. Citado na página 16.
- UOU, B. E. Industrialização da região sudeste. 2017. Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/brasil/industrializacao-regiao-sudeste.html>>. Citado na página 29.
- VASCONCELOS, N. M. do B. Abordagem prática dos conceitos de Área e perímetro a partir da planta baixa de uma escola. *Dissertação de mestrado (PROFMAT) - UENF, Campos dos Goytacazes - RJ*, 2019. Citado na página 20.

VERA, A. A. Metodologia da pesquisa científica. *Globo. Porto Alegre, RS*, 1976. Citado na página 44.

VIEIRA, S. L. *Ensino Fundamental: fim de um ciclo expansionista*. [S.l.]: Brasília: MTE/CGEE, 2007. Citado na página 14.

XAVIER, S. Desenho arquitetônico. *Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande - RS*, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização



Universidade Estadual do Norte Fluminense
Darcy Ribeiro - UENF
Programa de Pós-Graduação em Matemática



Autorização

Através do presente instrumento, é solicitado à direção da Escola Municipal Álvaro de Sá Barbosa, localizada no Município de Espera Feliz – MG, autorização para realização da aplicação de atividades e pesquisa integrantes da dissertação do programa de Pós-Graduação em Matemática (a nível de mestrado - PROFMAT), da instituição UENF (Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro), do acadêmico DIOGO SOUZA QUARTEL, orientado pelo Professor LUIZ HENRIQUE ZEFERINO.

A presente atividade será aplicada respeitando as normas da escola e normas referentes a pandemia do Covid19 vigentes na presente data.

Local data:

Espera Feliz, 01 de setembro de 2021

Assinatura e carimbo da diretora da escola:

ESCOLA MUNICIPAL "ÁLVARO DE SÁ BARBOSA"
LEI MUNICIPAL Nº 21/78 DE 13/04/1978
Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental - EJA
Espera Feliz - MG - CEP: 36.830-000

Marilei Donádio de Carvalho Rosa
Diretora Escolar
Autorização nº 877195

Marilei Donadio de Carvalho Rosa

APÊNDICE B

Questionário

QUESTIONÁRIO

Aluno anônimo: ____ **Ano/Série:** 7º ano **Data:** ____/____/____

Sobre a Matemática

ASSINALE COM X AS ALTERNATIVAS REFERENTES A CADA PERGUNTA DE ACORDO COM SEU GRAU DE CONCORDÂNCIA.		Não	Um Pouco	Sim	Muito
01	Considera a Matemática uma disciplina importante?				
02	Gosta de Matemática?				
03	A Matemática é uma disciplina difícil?				
04	A Matemática é uma forma de comunicação?				
05	A Matemática é necessária?				
06	A Matemática faz parte do nosso dia-a-dia?				
07	Podes passar bem sem Matemática?				
08	A Matemática é útil apenas em algumas situações para você?				
09	Qualquer um “tem jeito” para a Matemática?				
10	Só os melhores sabem Matemática?				
11	Saber Matemática é saber a tabuada?				

12	Saber Matemática é saber resolver problemas?				
13	Saber Matemática é fazer contas?				
14	Podemos saber Matemática mesmo não sabendo realizar as quatro operações?				
15	Gosta quando o professor traz atividades diferenciadas que tenha haver com a matéria?				
16	Meus pais já me ajudaram com a matemática?				
17	Minha família me incentiva a estudar matemática?				

Fale um pouco da matemática na sua vida.

Sobre as habilidades necessárias para a oficina de croqui e maquete no ensino de razão e proporção

ASSINALE COM X CADA UMA DAS PERGUNTAS DE ACORDO COM SEU GRAU DE CONCORDÂNCIA.		Não	Um Pouco	Sim	Muito
01	Sabe realizar as operações de adição?				
02	Sabe realizar as operações de subtração?				
03	Sabe realizar as operações de multiplicação?				

04	Sabe realizar as operações de divisão?				
05	Sabe utilizar uma régua para medir? E sei que começamos a medir no zero?				
06	Sabe utilizar a régua para desenhar?				
07	Sabe utilizar compasso?				
08	Sabe utilizar transferidor?				
09	Sabe utilizar o par de esquadros?				
10	Se lembra de operações com fração?				
11	Lembra o que são frações equivalentes				
12	Sabe o que são unidades de medidas como milímetros, centímetros, metros, quilômetros?				
13	Sabe transformar metros em centímetros, centímetros em milímetros e vice-versa?				
14	Consegue imaginar uma casa desenhada no papel?				
15	Lembra claramente da divisão em cômodos de sua casa?				

Está afim de participar de uma atividade de criação de croqui (planta simples) e maquete da escola, e aprender um pouco de matemática?

 Não ()  Claro que sim ().

APÊNDICE C

Pré-teste

PRÉ-TESTE

Aluno anônimo: _____ Ano/Série: 7º ano Data: ____/____/____

- 1) Qual das situações a seguir melhor descreve retas paralelas?
 - a) Retas que se intersectam num ângulo de 90° .
 - b) Retas distintas que nunca se cruzam.
 - c) Retas que ocupam o mesmo lugar no plano.
 - d) Retas que se intersectam num ângulo diferente de 90° .
 - e) Retas que simplesmente se intersectam.

- 2) Com uma régua meça o lápis na figura a seguir e anote a medida obtida.



- 3) Uma fração que é equivalente a $\frac{3}{4}$:
 - a) $\frac{6}{4}$
 - b) $\frac{3}{8}$
 - c) $\frac{9}{8}$
 - d) $\frac{10}{16}$
 - e) $\frac{9}{12}$

- 4) Complete os quadros vagos com números que tornem as igualdades verdadeiras.
$$0,7 = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{20} = \frac{21}{\quad} = \frac{\quad}{40}$$

- 5) Um quadrado de lado 35 cm, possui perímetro igual a:
 - a) 1,4 m
 - b) 140 m
 - c) 1,4 km
 - d) 0,70 m
 - e) 0,35 km

6) Transforme 1252 cm em metros.

7) “O dobro de um número subtraído de cinco”

Qual expressão algébrica melhor descreve a frase?

a) $x^2 - 5$

c) $x^2 + 5$

e) $\frac{2x}{5}$

b) $\frac{x}{2} - 5$

d) $2x - 5$

8) Qual o valor de x na igualdade a seguir?

$$\frac{x}{3} = \frac{6}{9}$$

APÊNDICE D

Plano de Aulas - Sequência Didática



PLANO DE AULA: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Aula 1: Conceitos de razão e escala.

- Introduzir e explicar os conceitos de razão. Como com informações de jornais, materiais para fazer um bolo, quantidade de pessoas e, outras situações.
- Introduzir e explicar os conceitos de escala. Como em mapas, miniaturas de carros, maquetes, explicar basicamente as ideias em uma planta baixa e, outras situações.

Objetivo:

Apresentar conceitos e ambientar os alunos ao trabalho proposto.

Aula 2: Conceitos de proporcionalidade e suas propriedades.

- Introduzir e explicar os conceitos de proporção. Como dizer que a mesma é uma igualdade entre duas razões ou entre duas frações.
- Explicar sobre a principal propriedade da proporção. Explicar um pouco sobre a terceira e quarta proporcional e suas aplicações.

Objetivo:

Ambientar o aluno com situações de aplicação de proporcionalidade para que quando precisar obter medidas corretas em seus croquis, consigam. Desenvolver os conceitos de proporcionalidade direta.

Aula 3 e 4: Medir a escola.

- Dividir a turma em grupos de 4 ou 5 (podendo ser alterada quantidade)
- Fazer um croqui (rascunho) da escola para possibilitar a noção de espaço.

- Medir as dimensões das dependências da escola e anotar no croqui rascunho.

Objetivo:

Que o Aluno adquira uma noção de espaço, formas e medidas, anotando informações que serão uteis na elaboração dos croquis e maquetes.

Aulas 5 a 6: Elaboração dos croquis.

- Ajudar os alunos a escolher uma escala onde a planta da escola caiba na cartolina e na folha de ofício.
- Desenho dos croquis, respeitando as escalas escolhidas, assimilando aos conceitos de razão e proporção.

Objetivo:

De forma Lúdica e prática assimilar as ideias de Razão e proporção a situação proposta por meio de escalas e adotando a regra de três como um recurso na resolução de problemas.

Aula 7: Consolidando o conteúdo.

- Explicar para a turma as ideias de razões diretamente proporcionais baseando-se nos trabalhos feitos.

Objetivo:

Utilizar os trabalhos realizados para fixar o ensino de razões diretamente proporcionais.

Aula 8: Lista de Atividades.

- Aplicar as cinco atividades referentes ao conteúdo abordado.

Objetivo:

Fazer com que o aluno fixe os conceitos apresentados e assimile-os a situações problemas que possam aparecer no dia-a-dia.

Aula 9: Pós-teste.

- Aplicar a avaliação pós-teste.

Objetivo:

Identificar um possível avanço no conhecimento lógico matemático dos alunos com as atividades realizadas.

APÊNDICE E

Lista de Atividades

4) Em uma manifestação, a polícia relatou que a cada 5 pessoas, 2 eram considerados jovens (abaixo de 18 anos). Sabendo que nessa manifestação foram aproximadamente 8000 pessoas, quantas aproximadamente eram jovens?

5) Qual o valor de y na igualdade $\frac{2}{y-3} = \frac{5}{y}$?

APÊNDICE F

Pós Teste

PÓS-TESTE

Aluno anônimo: _____ Ano/Série: 7º ano Data: ____/____/____

1) O que você entende por razão matemática?

2) O que você entende como proporção?

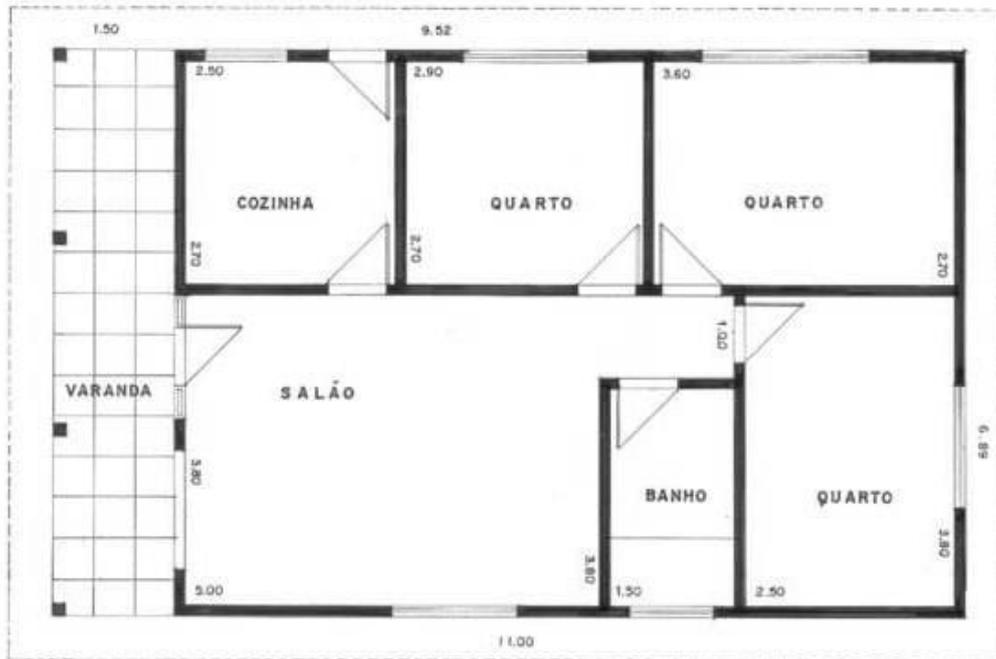
3) Circule a razão proporcional a $\frac{2}{5}$.

$$\frac{4}{25} \quad \frac{30}{75} \quad \frac{20}{10} \quad \frac{8}{40}$$

Por que você circulou esta fração?

4) (Unicamp-SP) Na planta de um edifício que está sendo construído, cuja escala é de 1 : 50, as dimensões de uma sala retangular são 10 cm e 8 cm. Calcule a área real da sala projetada.

5) Temos abaixo a planta de uma casa popular.

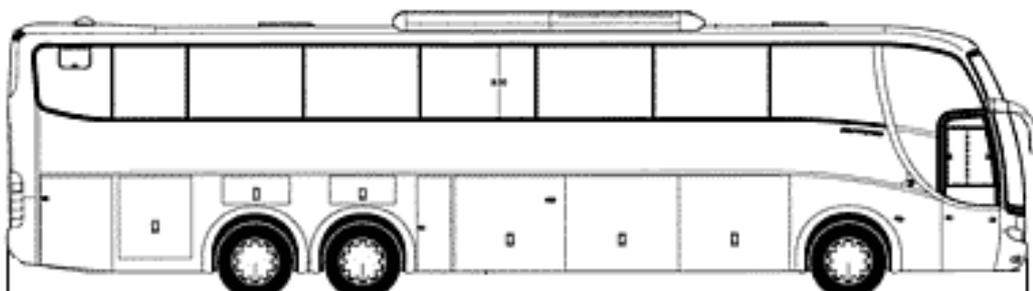


Utilizando de régua, descubra:

a) Qual a razão entre a largura da cozinha na planta e a medida real (2,50 m)?

b) Qual a escala utilizada na planta?

6) Utilize a regra de três para encontrar o valor desejado.



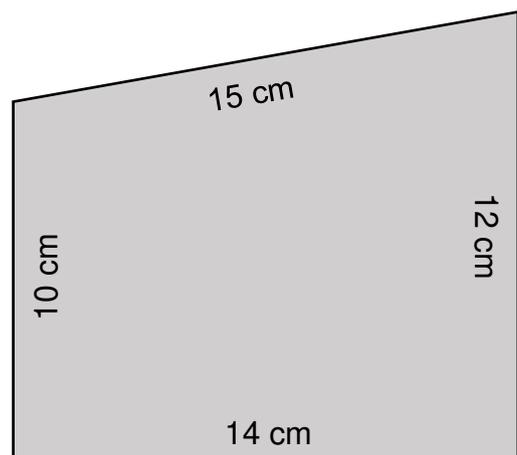
a) Um ônibus de 4 m de altura foi desenhado na escala 3 : 80. Descubra a altura do ônibus no desenho.

b) Se no desenho o comprimento do mesmo ônibus é de 52,5 cm. Qual o comprimento real do ônibus.

7) Qual valor de x na igualdade $\frac{2}{x-3} = \frac{9}{10x}$

8) Temos ao lado a planta de um Terreno.

Se cada centímetro representado nessa planta corresponde a 1,2 m, quantos metros de cerca serão necessários construir para cercar completamente o terreno?



APÊNDICE G

Opinião Final



OPINIÃO FINAL

Aluno anônimo: _____

Data: ____/____/____

Sobre as atividades

ASSINALE COM X AS ALTERNATIVAS REFERENTES A CADA PERGUNTA DE ACORDO COM SEU GRAU DE CONCORDÂNCIA.		Não	Um Pouco	Sim	Muito
01	Considera que as atividades trabalhadas favoreceram no seu ensino matemático?				
02	Gostou do trabalho realizado?				
03	Achou fáceis as tarefas realizadas?				

04. Quais os pontos positivos que você pode citar em relação ao trabalho realizado e sua aprendizagem.

05. Quais os pontos negativos que você pode citar em relação ao trabalho realizado.

06. Na sua opinião, quais foram as habilidades que você adquiriu com esse trabalho que considerava não ter? (O que você aprendeu que não sabia?)
