



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA- IME
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A MATEMÁTICA FORENSE NA EDUCAÇÃO PARA O TRÂNSITO

LÁZARO FRANÇA

Salvador - Bahia
MARÇO DE 2022

A MATEMÁTICA FORENSE NA EDUCAÇÃO PARA O TRÂNSITO

LÁZARO FRANÇA

Dissertação de Mestrado apresentada
à Comissão Acadêmica Institucional do
PROFMAT-UFBA como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Moreira Mello.

Salvador - Bahia

Março de 2022

A Matemática Forense na Educação para o Trânsito

Lázaro Silva França

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 11/03/2022.

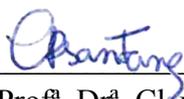
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Vinicius Moreira Mello
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia



Prof^ª. Dr^ª. Mariana Cassol
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia



Prof^ª. Dr^ª. Claudia Ribeiro Santana
Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)

À minha família

Agradecimentos

Neste momento de grande realização e exaltação na minha trajetória de vida pessoal e profissional, é mister perpetuar minha eterna gratidão à essa pessoa responsável por todas as minhas conquistas, na sua singularidade minha rainha MÃE, que mesmo diante das grandes adversidades de uma mulher negra e pobre, foi forte na construção de uma homem consciente do seu papel na sociedade. Em todas as minhas batalhas, senti-me verdadeiramente abraçado por minha família, mãe, irmãs, irmão, filha, genro, neto, sobrinhos, sobrinhas e ao meu companheiro, que sempre acreditaram no meu potencial e merecimento das minhas conquistas. Nestas lutas em específico, não posso esquecer das minhas eternas amigas Tamara Paiva, Fabíola Sento Sé, Daiane Machado e Lígia Taciane, que juntos tornamos os sábados super agradáveis e produtivos. Por último, mas de imensa importância, pela sua dedicação e paciência, quero registrar meu muitíssimo obrigado ao meu orientador, que não desistiu de mim, o Professor Mestre Vinícius Mello. Enfim, esta dissertação é a concretização de que sou filho de DEUS e que Ele cuida de mim e de minha família, me proporcionando momentos de plena felicidade.

"A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela".

Albert Einstein

Resumo

Este trabalho trata do estudo da matemática aplicada na perícia em local de acidente de trânsito, visando a inclusão da Educação para o Trânsito nas componentes curriculares da educação básica, em prol de uma trânsito seguro para todos. O trabalho está assim dividido: o primeiro capítulo trata da importância de um trânsito seguro nas nossas estradas e o papel social de cada indivíduo neste contexto, do papel da perícia de acidente de trânsito, que realiza análises investigativas dos elementos técnicos encontrados e utiliza cálculos matemáticos envolvendo parâmetros cinemáticos visando a materialização das provas, e das estatísticas de trânsito, que apontam para o homem como agente causador na maioria dos acidentes nas estradas brasileiras, o que justifica a necessidade de ações de Educação para o Trânsito. No segundo capítulo, trabalha-se a modelagem matemática de alguns tipos de acidentes, especificamente aqueles que podem ser tratados com a física e a matemática do ensino médio. O terceiro capítulo propõe atividades a serem desenvolvidas com aplicativos do GeoGebra, em que se espera que ocorra o desenvolvimento cognitivo que estabeleça relações entre os conteúdos físico-matemáticos abordados, de forma que os estudantes tornem-se protagonistas da própria aprendizagem, ao se colocarem no papel de peritos de acidentes de trânsito.

Abstract

This work deals with the study of mathematics applied in the investigation at the scene of a traffic accident, aiming at the inclusion of Traffic Education in the curricular components of basic education, in favor of traffic safety for all. The work is divided as follows: the first chapter deals with the importance of safe traffic on our roads and the social role of each individual in this context, the role of traffic forensics, which carries out investigative analyzes of the technical elements found and uses mathematical calculations involving kinematic parameters aiming at the materialization of the proofs, and traffic statistics, which point to the man as the causative agent in most accidents on brazilian roads, which justifies the need for Traffic Education actions. In the second chapter, we work on the mathematical modeling of some types of accidents, specifically those that can be treated with high school physics and mathematics. The third chapter proposes activities to be developed with GeoGebra applications, where it is expected that cognitive development will occur that establishes relationships between the physical-mathematical contents covered, so that students become protagonists of their own learning, by placing themselves in the role of traffic accident experts.

Lista de Siglas

Sigla	Significado
ABRAMET	Associação Brasileira de Medicina de Tráfego
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CESVI	Centro de Experimentação e Segurança Viária
CET	Centro de Educação de Trânsito da Companhia de Engenharia de Tráfego
CNH	Carteira Nacional de Habilitação
CONTRAN	Conselho Nacional de Trânsito
CTB	Código de Trânsito Brasileiro
DAMS	Reembolso de Despesas Médicas e Suplementares
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacional
DENATRAN	Departamento nacional de Trânsito
DPT	Departamento de Polícia Técnica
DPVAT	Danos Pessoais por Veículos Automotores Terrestres
E_c	Energia Cinética
MEC	Ministério da Educação e do Deporto
MRUV	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado
NHTSA	Administração Nacional de Segurança Rodoviária
OMS	Organização Mundial da Saúde
ONSV	Observatório Nacional Segurança Viária
ONU	Organização das Nações Unidas
PCQM	Princípio de Conservação de Quantidade de Movimento
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacional
PISA	Programme for International Student Assessment
PNE	Ponto de Não Escapada
PPP	Ponto de Percepção Possível
SNT	Sistema nacional de trânsito e de Educação
SUS	Sistema Único de Saúde
TCTs	Temas Contemporâneos Transversais

Sumário

Introdução	1
1 Trânsito, Perícia e Educação para o Trânsito	5
1.1 Trânsito	5
1.2 Perícia	7
1.3 Educação para o Trânsito	11
2 Modelagem de Alguns Acidentes de Trânsito	14
2.1 A Equação de Torricelli	14
2.2 Ponto de Não Escapada	16
2.3 Atropelamento	17
2.4 Velocidade de Salto	19
2.5 Colisão Traseira entre Automóveis	20
2.6 Colisão Perpendicular entre Automóveis	21
3 Atividades Propostas	23
3.1 Aplicativo PNE	25
3.2 Frenagem	27
3.3 Salto	28
3.4 Atropelamento	30
3.5 Colisão Traseira	32
3.6 Colisão Perpendicular	34
Apêndice	39
Referências Bibliográficas	49

Introdução

A segurança de trânsito é um dos problemas sociais da atualidade e necessita de uma atenção por parte dos órgãos responsáveis, que devem atuar com eficiência, criando políticas públicas para uma conscientização coletiva e visando um trânsito civilizado e humano para todos. Para Maria Helena Machado, coordenadora pedagógica do Departamento Nacional de Trânsito (Denatran), “o trânsito não se resume às responsabilidades dos condutores, mas de todos que se movimentam em ruas e estradas, a pé ou de bicicleta” [7]. Cabe a cada cidadão ter a consciência da sua parcela de responsabilidade nas suas ações diárias no trânsito, pois o comportamento de uma sociedade no trânsito define a qualidade deste trânsito em todos os aspectos. “O trânsito é complexo e, por isso, o ensino sobre ele deve abranger e relacionar todos esses aspectos”, diz Fabiana Marchezi [7].

Como na maioria dos problemas sociais, os acidentes de trânsito são uma questão de conscientização que precisa ser trabalhada na sua base, ou seja, nas escolas, com a educação para trânsito. O Código de Trânsito Brasileiro (CTB), no seu capítulo VI, trata da educação para o trânsito como direito constitucional e obrigatório no âmbito educacional. Ele estabelece que a educação para o trânsito deve ser promovida na pré-escola e nas escolas do 1º, 2º e 3º graus pelo Sistema Nacional de Trânsito e Educação através de medidas voltadas para todos os níveis de ensino, na construção de currículo interdisciplinar, com conteúdos abordando a Segurança no Trânsito, na criação de um corpo docente inter-profissional que estudará a Segurança no Trânsito em todas as áreas do conhecimento, no propósito que os educandos tenham suas próprias opiniões diante dos levantamentos estatísticos relacionados ao trânsito, conforme versa o seguinte artigo:

Art. 76. A educação para o trânsito será promovida na pré-escola e nas escolas de 1º, 2º e 3º graus, por meio de planejamento e ações coordenadas entre os órgãos e entidades do Sistema Nacional de Trânsito e de Educação, da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, nas respectivas áreas de atuação.

Parágrafo único. Para a finalidade prevista neste artigo, o Ministério da Educação e do Desporto, mediante proposta do CONTRAN e do Conselho

de Reitores das Universidades Brasileiras, diretamente ou mediante convênio, promoverá:

I - a adoção, em todos os níveis de ensino, de um currículo interdisciplinar com conteúdo programático sobre segurança de trânsito;

II - a adoção de conteúdos relativos à educação para o trânsito nas escolas de formação para o magistério e o treinamento de professores e multiplicadores;

III - a criação de corpos técnicos interprofissionais para levantamento e análise de dados estatísticos relativos ao trânsito;

IV - a elaboração de planos de redução de acidentes de trânsito junto aos núcleos interdisciplinares universitários de trânsito, com vistas à integração universidades-sociedade na área de trânsito.

Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio do Ministério da Educação, os conteúdos trabalhados no Ensino Médio devem ser desenvolvidos de forma contextualizada, reconhecendo as verdadeiras buscas da juventude e trabalhando com todos recursos humanos e materiais que encontramos nas escolas. O aprendizado dos conhecimentos escolares tem significado diferentes conforme a realidade do estudante. Vários movimentos sinalizam no sentido de que a escola precisa ser repensada para responder aos desafios colocados pelos jovens.

Dentro da visão freiriana, as escolas devem aproveitar ao máximo as relações com o contexto pessoal ou social do aluno, onde todo conhecimento envolve uma relação ativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento. “Ninguém educa ninguém, mas ninguém se educa sozinho.” (Paulo Freire, 2004).

Paulo Freire afirmava que a educação nada mais é do que uma Teoria do Conhecimento posta em prática. Com isso ele destacava não só a importância do conhecimento na educação, como salientava que a visão de conhecimento que o educador tem repercute diretamente na sua prática pedagógica, na qual as atividades relacionadas ao cotidiano do aluno despertarão uma postura ativa e trarão significado ao que está sendo estudado.

Infelizmente, apesar de todas essas diretrizes legais, poucas coisas foram feitas em direção ao problema da educação no trânsito, pois os dados estatísticos [10] trazem números alarmantes com relação aos acidentes de trânsito no Brasil, apresentando um panorama preocupante.

O respeito, a cortesia, a cooperação, a solidariedade e a responsabilidade, são os eixos determinantes da transformação do comportamento do cidadão no trânsito. É necessário trabalhar esta temática em todas as áreas do conhecimento, demonstrando para o educando a interdisciplinaridade em torno deste conteúdo, abordando as questões sociais e políticas, explorando suas causas e consequências.

Na BNCC [6], podemos encontrar os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), que têm como objetivos aprimorar a formação dos estudantes, deixando de ser meramente formal, conteudista e descontextualizada, para abordar suas necessidades reais. Os TCTs visam uma aprendizagem com uma contextualização dos assuntos estudados como meio de desenvolvimento do estudante-cidadão, sendo capaz de sentir-se parte da sociedade, entendendo os problemas da população, o que requer mudança de comportamento para promoção de mudança significativas individuais e coletivas. Desta forma, existem múltiplas possibilidades didático-pedagógicas para a abordagem dos TCTs e que podem integrar diferentes modos de organização curricular. Porém, destaca-se a orientação de que os TCTs sejam desenvolvidos de um modo contextualizado e transversalmente, por meio de uma abordagem intradisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar.

Para a inclusão no currículo ou implementação de programas e incentivos, os temas têm que atenderem os seguintes critérios: urgência social, abrangência nacional, possibilidade de ensino e aprendizagem no ensino fundamental, favorecer a compreensão da realidade e a participação social, e devem possibilitar serem trabalhados nas unidades escolares, no intuito de expressar conceitos e valores, indispensáveis a uma sociedade organizada.

Anualmente, no Brasil no mês de setembro, a Semana Nacional do Trânsito aborda temas relevantes para toda a sociedade refletir sobre a qualidade atual do nosso trânsito. Os temas são sempre voltados para a segurança no trânsito que se traduzem em valorizar a vida devido ao número alarmante de acidentes nas estradas brasileiras.

Os acidentes de trânsito nas nossas vias e estradas podem ser vistos por uma ótica científica, pois nos cenários de acidentes no trânsito encontram-se elementos materiais de convicções técnicas para desenvolvimento dos trabalhos periciais. Segundo [2], os elementos técnicos que os peritos precisam para o desenrolar os trabalhos em campo são levantamento topográfico e fotográficos dos elementos intervenientes, que são a via, o veículo, o homem e o ambiente.

Em um local de acidente de trânsito o levantamento topográfico da via traz relações métricas entre os elementos presentes de forma que permitir trabalhar uma matemática prática dentro de situações concretas, pois, segundo Cavalcante, ensinar matemática de forma isolada das demais áreas do conhecimento, explorar conhecimentos matemáticos apenas como pré-requisitos para depois ensinar mais matemática, não contribui muito para a formação do aluno:

a matemática traz grandes contribuições para o desenvolvimento do aluno, pois ela tem relações estreitas com diversas áreas do conhecimento e da atividade humana. [5]

O fazer matemática no cenário de acidente de trânsito começa no trabalho com a

noção de espaço, onde o indivíduo protagonista da cena deve desenvolver a concepção espacial de todos os elementos envolvidos no local, na realização do levantamento das medidas entre as posições de repouso dos elementos necessários para os cálculos matemáticos. No local do acidente de trânsito, o perito analisa a topografia da via, as marcas pneumáticas e as posições finais de repouso dos veículos e vítimas envolvidos para coligir dados técnicos, os quais servirão de parâmetros na realização de cálculos matemáticos que proporcionem o melhor entendimento da dinâmica do fato.

Os cálculos forenses realizados nos exames periciais em local de trânsito determinam as causas e consequências do fato em questão, permitindo aos peritos fazerem inferências quanto à segurança da via, ao comportamento do condutor para evitar o acidente e às condições técnicas dos veículos. Estes cálculos são provenientes de modelos matemáticos provenientes de experimentações científicas, mas, na sua aplicação prática usamos as fórmulas físico-matemáticas da educação básica, que ao serem analisadas e interpretadas, auxiliam na conclusão do trabalho pericial.

A matemática como mero conjunto de fórmulas e teoremas não tem efeito científico, se faz necessário uma matemática investigativa e norteadora de resultados.

Os cálculos utilizados nos exames periciais de acidentes trânsito podem ser perfeitamente trabalhados em sala de aula, apresentando-os dentro de uma abordagem prática facilitadora para o melhor entendimento e explicação de fenômenos da realidade. Esta conexão da matemática pura com a matemática da vida cotidiana do aluno tem um papel importante no processo de ensino-aprendizagem, despertando no educando o interesse pelo objeto de conhecimento. O ensino da matemática através de uma contextualização instiga a curiosidade dos estudantes para que os mesmos possam se tornar críticos e os protagonistas no processo de aprendizagem [15].

O trabalho está assim dividido: o primeiro capítulo trata da importância de um trânsito seguro nas nossas estradas e o papel social de cada indivíduo neste contexto, do papel da perícia de acidente de trânsito, que realiza análises investigativas dos elementos técnicos encontrados e utiliza cálculos matemáticos envolvendo parâmetros cinemáticos visando a materialização das provas, e das estatísticas de trânsito, que apontam para o homem como agente causador na maioria dos acidentes nas estradas brasileiras, o que justifica a necessidade de ações de Educação para o Trânsito. No segundo capítulo, trabalha-se a modelagem matemática de alguns tipos de acidentes, especificamente aqueles que podem ser tratados com a física e a matemática do ensino médio. O terceiro capítulo propõe atividades a serem desenvolvidas com aplicativos do GeoGebra, em que se espera que ocorra o desenvolvimento cognitivo que estabeleça relações entre os conteúdos físico-matemáticos abordados, de forma que os estudantes tornem-se protagonistas da própria aprendizagem, ao se colocarem no papel de peritos de acidentes de trânsito.

Capítulo 1

Trânsito, Perícia e Educação para o Trânsito

1.1 Trânsito

A Lei nº. 9.503 de 23 de setembro de 1997 foi promulgada pelo Congresso Nacional, que instituiu o Código de Trânsito Brasileiro, sancionada pela Presidência da República, entrando em vigor em 22 de janeiro de 1998, estabelecendo, logo em seu artigo primeiro, aquela que seria a maior de suas diretrizes, qual seja, a de que o trânsito seguro é um direito de todos e um dever dos órgãos e entidades do Sistema Nacional de Trânsito.

Em todos os aspectos, o trânsito é feito por pessoas. E, como nas outras atividades humanas, há princípios importantes para o relacionamento e a convivência social no trânsito, entre os quais destacam-se dois. O primeiro é o Princípio da Dignidade da Pessoa Humana, do qual derivam os direitos humanos e os valores e atitudes fundamentais para o convívio social democrático, como o respeito mútuo e o repúdio às discriminações de qualquer espécie, atitude necessária à promoção da justiça. O segundo é o Princípio da Igualdade, que concede a todos a possibilidade de exercer a cidadania plenamente. Resulta desses princípios a necessidade de praticar o respeito no trânsito, fundamentado pela solidariedade na promoção de um trânsito humanizado. Toda ação humana executada fora do padrão mínimo determinado tem como consequência um acidente. No trânsito não é diferente visto que todos participam dele, pelo menos na condição de pedestre. Então, quando pedestres, condutores e órgãos responsáveis não atuam corretamente com a devida atenção ao trânsito temos, como consequências os acidentes de trânsito.

Os problemas relacionados ao trânsito crescem progressivamente na sociedade, ao ponto de equipararem-se a outros problemas sociais tais como o consumo de drogas ilícitas, guerras, doenças e tragédias ambientais, tornando-se uma preocupação diária, pois diariamente alguém é vítima da negligência, da imperícia, da imprudência, da fadiga, da pressa

excessiva, da falta de educação, da falta de cuidados com as estradas e com os veículos.

Essa situação produz inúmeras consequências de ordem social e econômica, mas, por outro lado, desde do aparecimento dos primeiros automóveis no século XVII, a sociedade foi se moldando a estes rápidos meios de transporte e de comunicação, tornando-os parte indissociável do modo de vida moderno.

No Brasil, o alto índice de acidentes de trânsito com mortes e feridos em vias públicas mostra um quadro real da sociedade, despertando sobre o papel do Estado e dos cidadãos no tocante à segurança no trânsito, e o reflexo direto no cenário econômico e na saúde pública, pois as despesas decorrentes dos acidentes de trânsito são significativas e requerem uma política social de saúde pública de caráter preventivo [11].

Segundo a Lei 6194 de 19/12/1974, no seu terceiro artigo, o DPVAT - é o seguro de Danos Pessoais causados por Veículos Automotores de Vias Terrestres. trata-se de um seguro de caráter social que indeniza vítimas de acidentes de trânsito, sem apuração de culpa, sejam eles motoristas, passageiros ou pedestres. O DPVAT oferece coberturas para três naturezas de danos: morte, invalidez permanente e reembolso de despesas médicas e hospitalares (DAMS). Os recursos do Seguro DPVAT são financiados pelos proprietários de veículos por meio de pagamento anual. Em consonância com o Decreto nº. 2867/98, temos a repartição dos recursos dos pagamentos do DPVAT, cujo o total arrecadado é rateado da seguinte forma: 45% são repassados ao Ministério da Saúde (SUS), para custeio do atendimento médico-hospitalar às vítimas de acidentes de trânsito em todo país e 5% são repassados ao Ministério das Cidades (DENATRAN), para aplicação exclusiva em programas destinados à prevenção de acidentes de trânsito. Os demais 50% são destinados para o pagamento das indenizações e reservas.

Os números estatísticos do DPVAT sinalizam que o trânsito está matando de modo alarmante, com grande impacto no campo social e nas finanças públicas, pois são altos os pagamentos de indenizações para as vítimas de acidente de trânsito. No ano de 2017 foram 41151 mortes, 284191 ocorrências de invalidez permanente e 58651 reembolsos de despesas médicas, provenientes de acidentes de trânsito nas vias terrestres do país. Os pagamentos das indenizações dessas ocorrências corresponderam ao custo de 2,4 bilhões de reais para os cofres públicos, na proporção de 25% para as ocorrências de resultado morte, 71% para os casos de invalidez permanente e 4% para pagamentos de despesas médicas.(Boletim Estatístico ano 2017- Seguradora Líder)

Na Semana Nacional de Trânsito de 2019, a Seguradora Líder divulgou um Boletim Estatístico Especial de 10 anos com início em 2008. Os dados apresentados são referentes aos tipos de indenizações pagas relacionadas aos acidentes de trânsito do país e suas diversas relações. Destaque para as indenizações por morte, o relatório apresentou números surpreendentes de mortes nas vias brasileiras (ver figura 1.1)

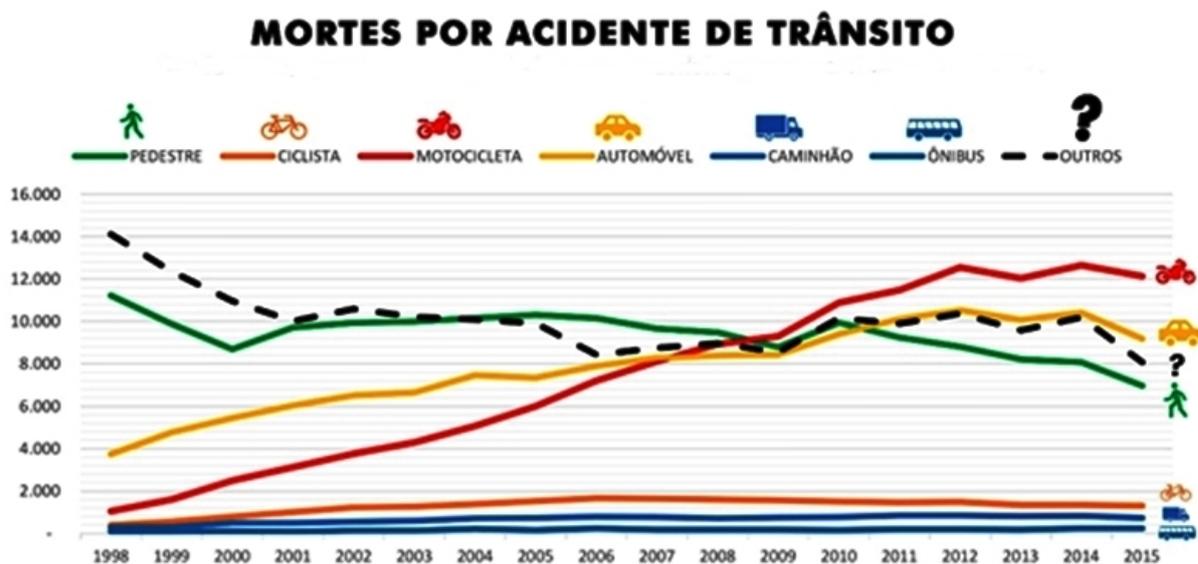


Figura 1.1: Mortes no trânsito.

Fonte: <https://www.onsv.org.br/20-anos-do-ctb-acidentes-de-transito-custaram-r-36-bilhoes-por-ano/>.

O Brasil pagou 485 mil indenizações por morte. Em paralelo de comparação, a guerra da Síria deixou quando foi iniciada. Concluiu-se que o trânsito brasileiro gera mais morte do que uma guerra civil. (<https://genteseguradora.com.br/transito-no-brasil-mata-mais-do-que-guerra-na-siria/>)

1.2 Perícia

A perícia em local de acidente envolvendo veículos automotores consiste na produção de prova material realizada por profissional graduado com curso de formação pericial e habilitado nas questões criminais e cíveis. O perito em acidente de trânsito desempenha sua função dentro de uma análise técnica precisa dos fatores humanos, viários-ambientais e veiculares, visando aplicar os métodos científicos e matemáticos na construção das convicções técnicas suficientes para estabelecer a dinâmica do acidente e sua causa.

No estudo sobre perícia de trânsito, alguns conceitos são importantes para o melhor entendimento desta ciência forense:

Acidente É qualquer acontecimento inesperado, casual, por ação ou omissão, imperícia, imprudência, negligência, caso fortuito ou força maior, e que foge ao curso normal, do qual advêm danos à pessoa e/ou ao patrimônio. (Ravier, 2009)

Trânsito O CTB - Código de Trânsito Brasileiro, trânsito é definido como a movimentação de veículos, pessoas e animais nas vias terrestres

Acidente de Trânsito Acontecimento involuntário, inevitável e imprevisível, ou inevitável mas previsível, ou ainda, imprevisível mas evitável, do qual participam, pelo menos, um veículo em movimento, pedestres e obstáculos fixos, que ocorre de forma isolada ou conjunta numa via terrestre, resultando danos ao patrimônio, lesões físicas ou morte.[2]

Conforme as definições acima, o acidente de trânsito deve ser considerado como todo acontecimento eventual que, como efeito de uma ou mais causas e com independência do grau dessas produz um dano voluntário por sujeito interveniente para as pessoas ou para o patrimônio no contexto do trânsito em vias terrestres. O dano é um elemento essencial para a ocorrência de acidente de trânsito, visto que, sem dano à pessoa e/ou ao patrimônio, não há acidente, de modo que se um veículo abandona a pista, adentrando no terreno lindeiro situado no mesmo nível e em local desprovido de defensas metálicas (*guard rail*), parando sem produzir danos de qualquer natureza para si ou terceiros, estaríamos diante apenas de um incidente.

Segundo [8], as causas de acidentes de trânsito podem ser:

Causas objetivas, imediatas ou diretas São aquelas determinadas por intermédio de vestígios e indícios materiais identificados imediatamente e anteriores ao fato, tais como defeito na via, problema mecânico no veículo, comportamento do condutor que trafegou na contramão, falta de percepção, percepção tardia, velocidade excessiva e outras.

Causas subjetivas ou indiretas são aquelas relacionadas à falta de vestígios materiais, sendo subdivididas em *intrínsecas* do condutor, tais como sono, fadiga, embriaguez, atos imprudentes e as *extrínsecas* ao condutor, tais como entrada inopinada do pedestre, fechada de outro veículo, falta de sinalização da via, as quais são melhor tratadas por meios de políticas preventivas.

Estudos da ONSV afirmam que as causas também podem ser classificadas de acordo com o agente causador em *causa humana*, *causa veicular* e *causa viária-ambiental*. A depender da dinâmica do fato, são identificadas isoladamente ou em conjunto. Ainda desta mesma linha de pesquisa, dados estatísticos do ONSV apontam para o condutor como causador na maioria dos acidentes, sendo forçoso concluir que a solução deste problema está na simples mudança comportamental deles, seja através de sanções como multas, quantificação de pontos na Carteira Nacional de Habilitações (CNH) e suspensão da mesma, seja através de ações educativas, as quais trataremos na próxima seção. Quanto às causas veiculares, ressalte-se que atualmente os veículos são cada vez mais construídos visando a segurança, e pode-se constatar pelos dados estatísticos que o fator causal veicular está

relacionado na maioria dos casos com a falta de manutenção preventiva nos veículos. Na mesma linha de entendimento do ONSV, em se tratando do causa humana, há um comportamento coletivo dos condutores, sendo que cada um, subjetivamente, não se colocam como causa, criando um grave problema social, diante desta situação temos um Estado inoperante na quantificação de pontos na CNH referentes às infrações dos condutores, e conseqüentemente a suspensão da CNH. A falta de ações com essas que geram uma sensação de impunidade. Segundo aos dados estatísticos pela Seguradora Líder, o condutor aparece como causador na maioria dos acidente, é danoso pensar que a solução do problema está na simples mudança comportamental deles, pois, enquanto isso não acontece, pessoas estão morrendo. Temos urgência de implantação de medidas restritivas coletivas, como restrição de venda de bebidas alcoólicas em determinadas áreas e estabelecimentos como posto de gasolinas, fiscalização e aplicação da “lei seca”

Há uma dificuldade de determinar a influência de certos fatores ambientais como causa de um acidente de trânsito. Considerando os efeitos físicos adversos das condições ambientes (redução da visibilidade, aquaplanagem, escuridão e ação do vento etc.), se espera que a segurança em termos gerais se reduza. Porém, diante deste ambiente, cabe ao condutor tomar uma direção defensiva e ter consciência que ao trafegar sob tais adversidades ambientais é necessário reduzir a velocidade. A condução noturna, no entendimento de [12], apesar da redução da visibilidade, apresenta outros fatores, tais como o perfil da população que circula à noite, a maior ingestão de álcool etc., o que dificulta a quantificação do seu efeito sobre a segurança no trânsito.

Importante pontuar que a prioridade da segurança no trânsito não consiste em apenas diminuir o número de acidentes e sim diminuir o número de mortes por acidentes de trânsito.

No local de acidente de trânsito, os leigos simplesmente veem um acidente. Entretanto o perito, na qualidade de especialista da área, tem uma visão particularizada e especializada. No cenário de acidente de trânsito, o perito vê mais que um acidente. Em alguns casos, pela posição final de repouso do veículo e por outros elementos técnicos do local, o perito determina qual é o tipo de acidente.

Em gera, os acidentes de trânsito são classificados conforme o número de veículos envolvidos no evento. Os eventos onde apenas um veículo é envolvido são chamados de *acidentes simples* e quando o evento envolve dois ou mais veículos temos os *acidentes compostos*.(Ravier, 2011)

Os acidentes simples são:

Choque é o embate de um veículo contra um obstáculo fixo, tais como árvores, muros, defensas etc.

Importante ressaltar que, o maior número de ocorrência deste tipo de acidente de

trânsito encontra-se de choque de motocicleta contra poste de iluminação. Isto pode ser explicado pelo crescimento de vendas de motocicletas, associado à faixa etária de seus condutores, em sua maioria jovens, apontados pelos dados estatísticos da Seguradora Líder.

Capotamento evento no qual o veículo, por causas as mais diversas, gira em torno de seu eixo horizontal e assume a posição final de repouso apoiado sobre o teto, com as rodas para cima, sobre a capota.

Tombamento evento no qual o veículo, por causas mais diversas, gira em torno do eixo vertical e assume a posição final de repouso apresenta-se apoiado sobre uma das laterais.

Precipitação queda livre de um veículo por ação da gravidade e que ocorre por causa as mais diversas, como perda de direção, manobra brusca etc.

Saída de pista o veículo sai da pista sem ter contato com outro ou com algum obstáculo da superestrutura da via.

Os acidentes compostos são:

Colisão é o embate entre dois ou mais veículos em movimento.

Abalroamento é o embate de veículo em movimento contra outro veículo que se encontra parado.

Atropelamento é o embate do veículo contra pedestres e também animais. Considera-se também como pedestre o motociclista ou ciclista que esteja desmontado e o condutor de veículo de tração animal que esteja a pé. Dependendo do seu estado dinâmico, o embate contra bicicletas e motocicletas se enquadra como colisão ou abalroamento se os condutores estiverem em suas respectivas posições de pilotagem. Caso estejam empurrando ou apenas segurando, trata-se de atropelamento.

Colisão em cadeia quando um veículo bate na traseira de outro que segue imediatamente à sua frente, o qual, por sua vez, impulsionando, embarra naquele que segue imediatamente à sua dianteira, podendo envolver vários veículos.

Na perícia de acidente de trânsito, em cada tipo descrito acima, o perito realiza levantamento topográfico e outros elementos de convicção técnica para estabelecer a *causa mater* do evento por meio de cálculos forenses aplicando e desenvolvendo as fórmulas e os métodos matemáticos apropriados para a situação, além de trabalhar com conhecimentos físicos e matemáticos como centro de massa, coeficiente de atrito cinemático, dissipação

de energias, raio de curvatura da via, inclinação transversal e longitudinal de rampas, na construções teóricas das convicções técnicas necessárias para todas as etapas do trabalho científico pericial. Trataremos disso com mais detalhe no próximo capítulo.

1.3 Educação para o Trânsito

Historicamente, a introdução da educação de trânsito no currículo escolar teve como objetivo principal atenuar a violência do trânsito e suas consequências, como os inúmeros acidentes de tráfego. As medidas tomadas foram de cunho normativo e educativo, porém foram insuficientes para evitar que fatos danosos acontecessem nas vias públicas. As primeiras referências sobre educação de trânsito como disciplina encontram-se nos Estados Unidos da América e estão relacionadas com a “educação do motorista” (*driver education*). Tais referências aparecem na década de 20, já integradas ao currículo de algumas “high schools”, para habilitar o indivíduo a dirigir veículos automotores e transmitir noções relacionadas ao trânsito e às leis de circulação viária.

Na década de 30, o número de acidentes de trânsito no sistema viário americano aumentou, tornando o trânsito perigoso. Diante do cenário, o governo americano adotou campanhas de educação pública, criando políticas públicas que viessem a viabilizar a segurança do tráfego nas cidades, voltadas para a redução de acidentes, que cresciam à medida que aumentava o número de veículos em circulação. Segundo [14], os Estados Unidos da América e a Inglaterra, parecem ter sido os pioneiros na utilização de dispositivos legais para fins disciplinares, desde o surgimento do automóvel motorizado. Apostavam na eficácia da lei para conterem os abusos praticados pelos motoristas. Estes dispositivos legais ofereciam maior segurança ao condutor e ao pedestre.

Desta foram, até fins da década de 50, a educação de trânsito estava vinculada às normas disciplinadoras, porém não foram apresentados programas educativos específicos que visassem ao preparo do indivíduo para a prática do trânsito de modo geral. As medidas apresentaram resultados positivos, pois os acidentes de trânsito começaram ao menos a fazer parte das discussões técnicas e políticas. Embora a utilização do automóvel fosse comum e os acidentes também fizessem parte da rotina da população americana, somente em fins da década de 60, é que o governo resolve tratar a questão da segurança viária em âmbito federal, através do “Department of Transportation” que passa a estabelecer normas rígidas para a incorporação de fatores e dispositivos de segurança nos veículos. Mas foi a partir da década de 70 que um maior número de países começou a se preocupar com a questão da segurança viária, e passou a tratar o assunto de maneira técnica. Dentre esses países que trataram a questão viária como prioridade nacional constam a França, o Japão e a Austrália.

As medidas foram tomadas pelos diversos países desenvolvidos em momento distintos, conforme aumentava a violência e os acidentes no trânsito agregados a outros fatores sociais e políticos. Algumas dessas medidas foram trazidas para o Brasil sem no entanto considerar as diferenças sócio-culturais e os aspectos estruturais de cada sociedade. Levando em conta a relação entre o indivíduo, o trânsito e a sociedade, pois a preocupação com a segurança no trânsito está diretamente relacionada para o bom uso do automóvel e a perícia dos seus condutores.

A preocupação com a adoção de medidas de caráter educativo no Brasil pode ser verificada a partir do final da década de 60, através da Resolução do Conselho Nacional de Trânsito — CONTRAN, que instituiu diretrizes para a Semana Nacional de Trânsito que ocorre anualmente no mês de setembro. O evento orienta o desenvolvimento da campanha que deve atingir a todos os cidadãos, através de intensa propaganda e aplicação por parte do povo de aspectos legais da sistemática do trânsito. Essa medida contribui significativamente para conscientização no tocante à prática segura do trânsito. Na Semana Nacional de Trânsito, são abordadas diversas discussões sobre administração do trânsito, comportamento e deveres dos usuários e sinalização viária. Além do aspecto moral e cultural, que pode influenciar na ordem do trânsito.

Tradicionalmente, a educação de trânsito consiste em atividades de ensino realizadas na escola, denominadas “educação para o tráfego” (*traffic education*), que trabalham as medidas de segurança com o objetivo de ensinar e pesquisar comportamentos adequados à nova realidade tecnológica frente ao advento do automóvel, como por exemplo o uso de celular na direção. Os conhecimentos necessários à segurança viária, nos Estados Unidos, Japão e Europa, são difundidos através da introdução da disciplina “Segurança de Trânsito” nos currículos escolares ou através de implementação de programas e incentivos à criação de associações de escolares com objetivo de divulgar e promover a assimilação de comportamentos e atitudes de atenção no trânsito e reflexão sobre situações que representem perigo potencial.

Conforme estudos realizados pelo CESVI — Centro de Experimentação e Segurança Viária, em parceria com a Seguradora Liberty, existem três tipos de distrações no trânsito: internas (como mudar a estação do rádio ou até conversar), externas (procurar um endereço ou ler placas) e as desatenções, que ocorrem quando o motorista simplesmente está distraído pensando em outra coisa em vez de prestar atenção”. Atualmente, uma das mais frequentes desatenções no trânsito está diretamente relacionada com o uso do aparelho celular.

De acordo com a ABRAMET [1], Associação Brasileira de Medicina de Tráfego, é grande o risco em acessar o celular, até mesmo verificar rapidamente a atualização de uma mensagem enquanto se dirige, mas números divulgados recentemente comprovam

quão inseguras são essas ações. No Brasil, O uso de celular ao volante é a terceira maior causa de fatalidades no trânsito. O mesmo estudo apontou que desviar o olhar para responder uma mensagem no WhatsApp à velocidade de 80 km/h equivale a dirigir a extensão de um campo de futebol inteiro com os olhos fechados.

O estudo apontou que alguns motoristas chegam a ficar até 4,5 segundos sem atentar ao trânsito enquanto interagem em alguma rede social. Sendo assim, abrir o Facebook à velocidade de 50 km/h equivale a deixar o carro “dirigir sozinho” por uma extensão equivalente a 12 veículos populares enfileirados. A pesquisa também cita o Instagram. Para se ter uma ideia, o simples fato de carregar a rede social à velocidade de 50 km/h equivale à percorrer a extensão de duas carretas enfileiradas com os olhos fechados.

Os números da NHTSA (Administração Nacional de Segurança Viária) apontam para o problema da desatenção no trânsito é mundial, nos Estados Unidos, em 2016, 3.450 pessoas morreram em acidentes causados por distração. . Ainda de acordo com a instituição, o uso de celular aumenta em 400% o risco de sofrer um acidente de trânsito.

Capítulo 2

Modelagem de Alguns Acidentes de Trânsito

Muitos exemplos de aplicações da matemática no cotidiano são um tanto forçados pois partem de situações simplificadas, onde os dados já são conhecidos *a priori* e se pede uma resposta numérica precisa. Mas na prática, em muitas situações, tais como na perícia de acidentes de trânsito, a matemática é uma ferramenta para se tomar uma *decisão*, como decidir qual a causa mais provável de um acidente. Para tanto, o perito deve buscar na cena do acidente os dados necessários para um certo modelo matemático do acidente, chegando não à respostas numéricas definidas, mas à estimativas que sejam suficientes para fundamentar sua decisão. Neste capítulo, faremos a modelagem, do ponto de vista de um perito de trânsito, de alguns acidentes de trânsitos mais simples e comuns.

2.1 A Equação de Torricelli

Antes de iniciar a modelagem propriamente dita, vamos relembrar algumas noções físicas que são úteis na determinação das velocidades dos veículos em um acidente de trânsito. Na maioria dos acidentes de trânsito, podemos supor os veículos trafegavam realizando um *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado* (MRUV), ou seja, a posição de cada veículo está sobre uma linha reta, com aceleração constante, pelo menos nos momentos imediatamente precedentes.

Nos cálculos de velocidade nos locais de acidentes, trabalha-se com elementos de convicção técnica materializados no local e coligidos nos exames topográficos e nos exames fotográficos. Todo evento ocorre no tempo e no espaço. Na perícia de acidentes, a variável tempo é importante. Entretanto, muitas vezes não é possível saber a duração de um acidente e por isso, nos cálculos que demandam o tempo, tem-se duas opções: ou este é obtido por meios de estudos experimentais, como no caso do *tempo de percepção* t_p (o

tempo que leva entre o condutor perceber um pedestre a frente e acionar o freio, por exemplo), ou indiretamente, através de uma equação que permita calcular velocidades em acidente de trânsito apenas com base em vestígios deixados na cena, tais como marcas de frenagem.

Vamos supor que um corpo esteja em MRUV de modo que sua posição velocidade instantâneas s e v , respectivamente, satisfaçam as equações

$$\begin{cases} s = s_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2} \\ v = v_0 + at \end{cases},$$

onde s é o espaço final; s_0 é o espaço inicial; v_0 é a velocidade inicial e a é a aceleração do corpo,. Podemos eliminar a variável tempo entre as equações, isolando a variável t na segunda equação e substituindo-a na primeira:

$$s - s_0 = v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{a}{2} \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2.$$

Fazendo $d = s - s_0$ e simplificando, obtemos a *Equação de Torricelli*

$$v^2 - v_0^2 = 2ad,$$

que relaciona as velocidades no instante inicial e instante final v com a distância percorrida d e a aceleração a , independentemente do tempo transcorrido entre esses instantes, o que era nosso objetivo.

No caso de acidentes de trânsito, temos muitas vezes que a única força atuando sobre o corpo de massa m é uma força de atrito $F_a = -\mu mg$ como o coeficiente de atrito μ e a aceleração da gravidade g e em sentido contrário ao movimento do corpo, de modo que a sua aceleração é dada por

$$a = -\mu g.$$

Além disso, os corpos encontram-se estacionários após um acidente, de modo que a velocidade final é sempre zero, e estamos interessados em descobrir suas velocidades no instante inicial. Assim, temos que

$$v_0 = \sqrt{2\mu g d},$$

e podemos estimar a velocidade inicial de um carro no momento da frenagem, por exemplo, conhecendo o coeficiente de atrito μ dos pneus com a pista e o comprimento d deixado pelas marcas de frenagem.

O coeficiente de atrito depende do tipo do pavimento e de sua condição de umidade. Esse valor pode ser calculado na cena do acidente ou pode ser obtido de tabelas, tal como

PAVIMENTO	V. SECO	V. ÚMIDO	C. SECO	C. ÚMIDO
Asfalto novo	0,85	0,60	0,60	0,42
Asfalto velho	0,70	0,55	0,49	0,39
Concreto novo	0,85	0,55	0,60	0,39
Concreto velho	0,70	0,55	0,49	0,39
Terra dura	0,65	0,70	0,46	0,49
Terra solta	0,50	0,55	0,35	0,39

Tabela 2.1: Coeficientes de atrito para vários tipos de pavimento. Accidentologia Vial y Pericia. Victor A. Irureta. Ediciones La Rocca. 1996.

a tabela 2.1.

2.2 Ponto de Não Escapada

Vamos usar a Equação de Torricelli para expressar o conceito de *Ponto de Não Escapada* (PNE), que é

O espaço mínimo necessário para que o condutor perceba, reaja e detenha seu veículo em processo de frenagem, ante uma situação de perigo iminente e inesperado à sua frente.

O PNE pode ser decomposto em duas parcelas: a *distância de percepção-reação* d_p e a *distância de frenagem* d_f :

$$\text{PNE} = d_p + d_f.$$

O condutor demora um certo tempo t_p , chamado *tempo de percepção-reação*, para perceber e reagir acionando o freio, de modo que

$$d_p = v_0 \cdot t_p,$$

se o veículo está se movendo com velocidade v_0 . Esse tempo de percepção é obtido através de estudos controlados, variando em geral entre 1,5s e 2,5s, dependendo das condições de visibilidade. Por outro lado, como durante a frenagem a velocidade varia de v_0 a zero, aplicando a Equação de Torricelli com $a = -\mu g$, temos que

$$d_f = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

e assim

$$\text{PNE} = v_0 \cdot t_p + \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

v_0 (km/h)	d_p (m)	d_f (m)	PNE (m)
10	04,17	00,46	04,63
20	08,33	01,85	10,18
30	12,50	04,17	16,67
40	16,67	07,41	24,08
50	20,83	11,58	32,41
60	25,00	16,67	41,67
70	29,17	22,69	51,86
80	33,33	29,64	62,97
90	37,50	37,52	75,02
100	41,67	46,31	87,98
110	45,83	56,04	101,87
120	50,00	66,69	116,69

Tabela 2.2: PNE para velocidades entre 10km/h e 120km/h , com tempo de percepção padrão de $1,5\text{s}$ e coeficiente de atrito $\mu = 0,85$. Fonte: Apostila do Curso de Atualização em Perícia de Trânsito. Pag. 63, 2009. Autores: Marcos Henrique Santos e Wagner dos Santos.

Vemos assim que o PNE depende quadraticamente da velocidade, de modo que um pequeno acréscimo na velocidade pode ocasionar um acréscimo mais que linear ao PNE, que é a distância mínima de segurança. A tabela 2.2 mostra o PNE para alguns valores de velocidade v_0 .

2.3 Atropelamento

Vamos utilizar novamente a equação de Torricelli para modelar um tipo de acidente infelizmente muito comum: o atropelamento. Vamos supor que um veículo que trafega com velocidade v_0 freia para tentar evitar um acidente, deixando uma marca de frenagem de comprimento d_f , mas acaba atingindo um pedestre de altura h , lançando inicialmente seu corpo no ar, para depois cair ao solo e deslizar no asfalto, parando a uma distância d do ponto de colisão. Será que um perito pode estimar a velocidade v_0 do veículo com base em elementos recolhidos da cena?

A resposta é sim, se fizermos algumas hipóteses. Vamos supor que a trajetória do corpo tem duas fases: na primeira o corpo descreve uma trajetória parabólica no ar, como se tivesse sido lançado horizontalmente a partir do seu centro de massa (que podemos supor ser $h/2$) com velocidade v , que é a velocidade do veículo no momento do impacto, percorrendo uma distância d_v . Na segunda fase, o corpo desliza no chão por uma distância d_a (ver figura 2.1).

Temos assim que

$$d = d_v + d_a,$$

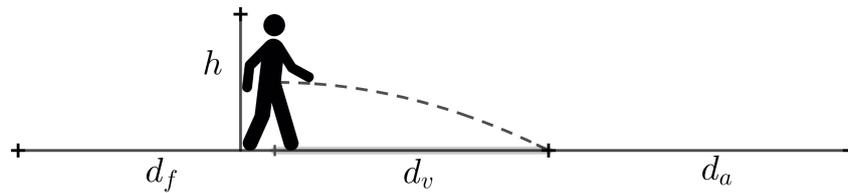


Figura 2.1: Esquema do atropelamento.
 Fonte: (<https://www.geogebra.org/m/jfsm7mbd>)

onde d_a pode ser obtido pela equação de Torricelli,

$$d_a = \frac{v^2}{2\mu_p g},$$

onde μ_p é o coeficiente de atrito entre o corpo e a pista e

$$d_v = v \cdot t_q$$

onde t_q é o tempo que de queda livre de uma altura $h/2$, ou seja,

$$\frac{h}{2} = \frac{gt_q^2}{2},$$

donde

$$t_q = \sqrt{\frac{h}{g}},$$

e assim

$$d_v = v\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Logo,

$$v\sqrt{\frac{h}{g}} + \frac{v^2}{2\mu_p g} = d$$

e temos uma equação quadrática para v , que podemos resolver para determinar a velocidade no momento do impacto. Para determinar a velocidade no momento da frenagem, basta usar a Equação de Torricelli:

$$v^2 - v_0^2 = -2\mu_f g d_f,$$

onde μ_f é o coeficiente de atrito entre os pneus do veículo e a pista.

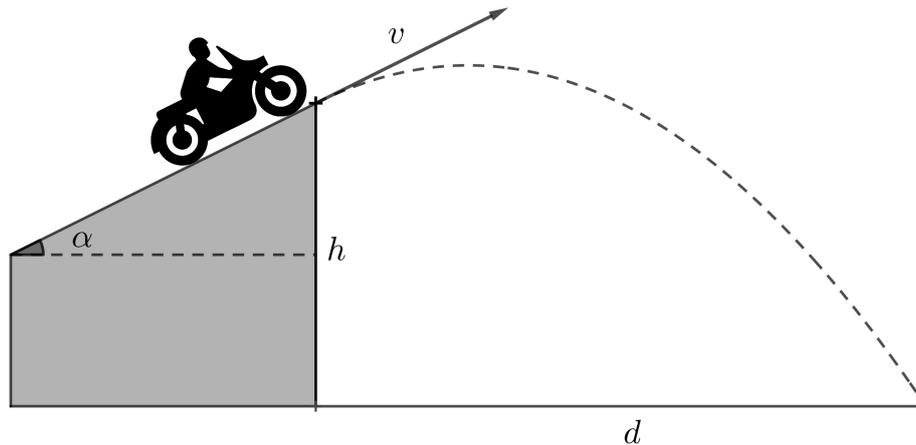


Figura 2.2: Esquema do salto.

Fonte: (<https://www.geogebra.org/m/e2375fku>)

2.4 Velocidade de Salto

Um outro tipo de acidente de modelagem simples é o *salto de plataforma em rampa*: um veículo perde o controle e projeta-se no espaço formando um ângulo de lançamento α com a horizontal, aterrissando em um ponto que forma um desnível h e a uma distância d do ponto de salto (ver figura 2.2). A pergunta para o perito é: qual a velocidade v do veículo no momento do salto?

No intervalo de tempo de queda t_q , o veículo percorre a distância d , ou seja,

$$d = (v \cos \alpha) \cdot t_q,$$

onde $v \cos \alpha$ é a componente horizontal da velocidade. Considerando um sistema de coordenadas com origem no ponto de salto, temos na direção vertical que

$$-h = (v \sin \alpha)t_q - \frac{g}{2}t_q^2.$$

Isolando t_q na primeira equação e substituindo na segunda, segue que

$$-h = \frac{(v \sin \alpha)d}{v \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{d^2}{v^2 \cos^2 \alpha},$$

donde

$$v^2 = \frac{g}{2} \frac{d^2 \sec^2 \alpha}{h + d \operatorname{tg} \alpha}.$$

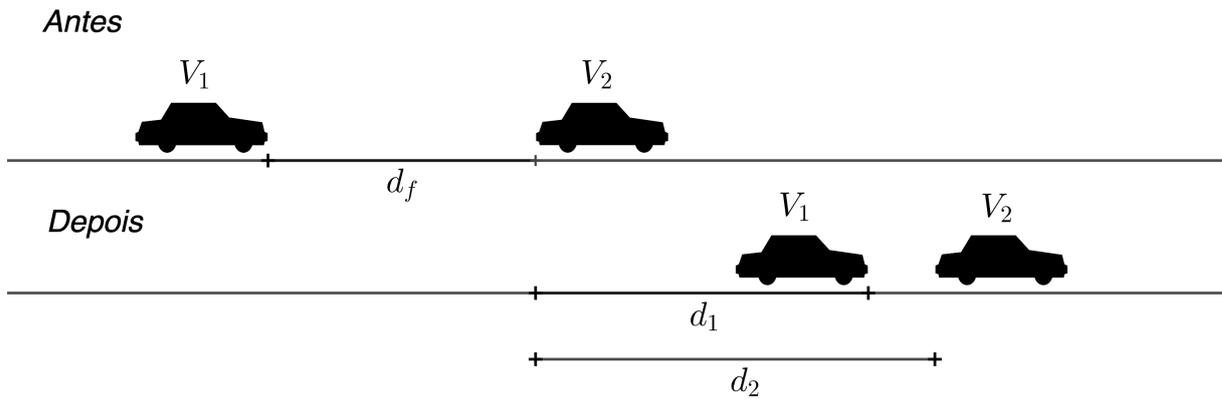


Figura 2.3: Esquema da colisão traseira.
 Fonte: (<https://www.geogebra.org/m/utrc3bvj>)

Introduzindo a elevação $e = \operatorname{tg} \alpha$, chegamos a expressão final da velocidade desejada:

$$v = \sqrt{\frac{g}{2} \frac{d\sqrt{1+e^2}}{\sqrt{h+d \cdot e}}}.$$

2.5 Colisão Traseira entre Automóveis

Vamos investigar agora a colisão traseira entre automóveis: suponha que o veículo V_1 trafegava com velocidade v_0 , quando colidiu no fundo do veículo V_2 que encontrava-se parado. Antes da colisão, o veículo V_1 acionou o freio, deixando marcas de frenagem de comprimento d_f , e depois da colisão, os veículos V_1 e V_2 deslizaram por distâncias de d_1 e d_2 , respectivamente. Queremos descobrir a velocidade v_0 no veículo V_1 a partir de elementos encontrados na cena (ver figura 2.3).

Vamos fazer duas suposições simplificadoras: primeiro, vamos admitir que ambos os veículos deslizam após a colisão sujeitos a uma força de atrito de mesmo coeficiente μ_d . Em segundo lugar, vamos supor que a colisão foi elástica, de modo que podemos aplicar o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento (PCQM). De acordo com [2], nas colisões veiculares, as forças internas atuantes têm muita intensidade e atuam em um curto intervalo de tempo, causando um grande impacto entre os veículos envolvidos, porém sem alterar a quantidade de movimento total do sistema. Neste caso, as forças externas são consideradas nulas, visto que o impulso exercido por elas são curtos. Este sistema é fisicamente classificado como sistema isolado, onde vale o PCQM.

Sejam m_1 e m_2 as massas dos veículos V_1 e V_2 , v_i a velocidade de V_1 no momento do impacto e u_1 e u_2 as velocidades de V_1 e V_2 após o impacto. Pelo princípio da conservação de momento,

$$m_1 v_i = m_1 u_1 + m_2 u_2,$$

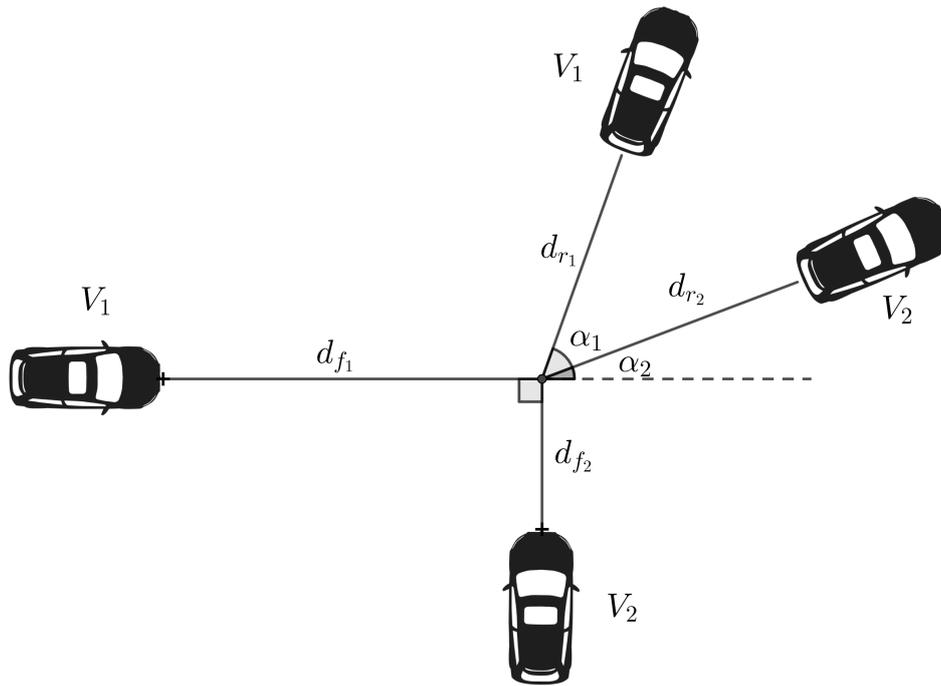


Figura 2.4: Esquema da colisão perpendicular.
 Fonte: (<https://www.geogebra.org/m/tekzzquf>)

donde

$$v_i = u_1 + \frac{m_2}{m_1} u_2.$$

Como os veículos deslizaram até parar, as velocidades u_1 e u_2 podem ser determinadas pela Equação de Torricelli:

$$\begin{cases} u_1^2 = 2\mu_d g d_1 \\ u_2^2 = 2\mu_d g d_2 \end{cases}.$$

Finalmente, para descobrir a velocidade v_0 , basta aplicar novamente a Equação de Torricelli:

$$v_0^2 = v_i^2 + 2\mu_f g d_f,$$

onde μ_f é o coeficiente de atrito na frenagem.

2.6 Colisão Perpendicular entre Automóveis

A velocidade de impacto em uma colisão perpendicular também pode ser calculada pelo PCQM, utilizando elementos básicos do cálculo vetorial. Dois veículos V_1 e V_2 que trafegavam em direções perpendiculares, deixam marcas de frenagem de comprimento d_{f1} e d_{f2} e se chocam no ponto de colisão, deslizando em seguida distâncias d_{r1} e d_{r2} até os pontos finais de repouso, que formam ângulos α_1 e α_2 com relação à direção inicial do veículo V_1 (ver figura 2.4).

Supondo novamente que ambos os veículos deslizam após a colisão sujeitos a uma força de atrito de mesmo coeficiente μ_d , temos que as velocidades u_1 e u_2 após a colisão podem ser calculadas pela Equação de Torricelli:

$$\begin{cases} u_1^2 = 2\mu_d g d_{r_1} \\ u_2^2 = 2\mu_d g d_{r_2} \end{cases} .$$

Denotando por v_{i_1} e v_{i_2} as velocidades de V_1 e V_2 no momento do impacto e aplicando o PCQM em cada eixo, temos que

$$\begin{cases} m_1 v_{i_1} = m_1 u_1 \cos \alpha_1 + m_2 u_2 \cos \alpha_2 \\ m_2 v_{i_2} = m_1 u_1 \sin \alpha_1 + m_2 u_2 \sin \alpha_2 \end{cases} ,$$

onde m_1 e m_2 são as massas de V_1 e V_2 . Assim,

$$\begin{cases} v_{i_1} = u_1 \cos \alpha_1 + \frac{m_2}{m_1} u_2 \cos \alpha_2 \\ v_{i_2} = \frac{m_1}{m_2} u_1 \sin \alpha_1 + u_2 \sin \alpha_2 \end{cases} ,$$

e as velocidades no momento do impacto podem ser calculadas com base nos dados da cena. Para obter as velocidades iniciais v_1 e v_2 , basta aplicar novamente a Equação de Torricelli:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2\mu_f g d_{f_1} \\ v_2^2 = 2\mu_f g d_{f_2} \end{cases} ,$$

onde μ_f é o coeficiente de atrito na frenagem.

Ressaltemos, porém, que para utilizar o PCQM nas cenas de colisão entre veículos, os elementos de convicção técnica, como o sítio de colisão, as posições finais de repouso dos veículos e as marcas de frenagem, precisam estar bem definidos. Além disso, nesta modelagem, desconsideramos alguns fatos importantes, tais como a rotação dos veículos, tornando-a um pouco menos realista.

Capítulo 3

Atividades Propostas

Segundo a BNCC - Base Nacional Curricular Comum [6], a matemática tem um importante papel na Educação Básica, pois seus objetos de conhecimentos têm grande aplicabilidade no desenvolvimento da sociedade contemporânea, mas este papel não deve se restringir tão somente à quantificar fenômenos determinísticos, como contagem, medição de objetos, grandezas e técnicas de cálculos descontextualizadas. Na matemática, tem-se sistemas abstratos inter-relacionados aos fenômenos do espaço, movimento, formas e números, associados ou não ao mundo físico. Nestes sistemas, os objetos de conhecimento são fundamentais na compreensão de fenômenos, na construção de representações e argumentações significativas para os diversos contextos, visando o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático.

Segundo a Matriz do Pisa 2012 [9], o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias”.

Para a BNCC, o letramento matemático deve garantir, que nos processos de aprendizagens, os alunos entendam que os conhecimentos matemáticos são ferramentas para a compreensão e a atuação no mundo real, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, que estimula a investigação dentro dos processos matemáticos na construção das competências específicas.

A abordagem dos conteúdos deste trabalho com a utilização do software do Geogebra, trabalha o letramento matemático, de modo que os alunos desenvolvam a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos, no caso específico na Educação para o Trânsito. Isso abrange o raciocinar matematicamente

e utilizar conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo. Diante dessas novas diretrizes, o fazer pedagógico do professor de matemática deve focar em atividades que promovam, para o aluno, o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da representação, que direcionem para o uso da resolução de problemas e da investigação como ferramentas pedagógicas na aprendizagem matemática. No contexto atual, o uso da tecnologia se faz necessário no processo ensino-aprendizagem, tanto para os educadores, como para os alunos, exigindo uma mudança de comportamento e uma nova metodologia, que estimule o aluno a participar mais ativamente da aquisição de seu conhecimento. Tendo a tecnologia como aliada, torna-se viável adotar uma metodologia interativa, participativa e construtiva, com o uso do software GeoGebra, por exemplo.

No contexto do presente trabalho, desenvolvemos um conjunto de *calculadoras gráficas* usando o GeoGebra, que exploram o tema da Educação para o Trânsito, utilizando modelos matemáticos interativos que facilitam a compreensão, representação e análise da interdependências de grandezas e, conseqüentemente, na resolução de problemas.

O conjunto das calculadoras apresentadas neste trabalho buscou assegurar o maior número de competências específicas de matemática em conformidade com a BNCC:

1. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
2. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
3. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
4. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

- Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

A seguir, apresentamos uma série de atividades explorando as calculadoras gráficas desenvolvidas, que podem ser aplicadas em classe, de forma a trabalhar tanto os aspectos físico-matemáticos quanto aspectos de segurança no trânsito.

3.1 Aplicativo PNE

Objetivo Calcular interativamente o PNE de uma via.

Conteúdos Dependência linear e quadrática entre variáveis.

Descrição O aplicativo PNE (figura 3.1) é uma calculadora interativa que permite o cálculo do PNE de uma via em função de três parâmetros: v_0 , a velocidade máxima da via em km/h , o coeficiente de atrito μ e o tempo de percepção t_p . Cada um desses parâmetros pode ser manipulado por um controle deslizante. A velocidade máxima é exibida também na forma de uma placa de trânsito, proporcionando uma melhor retorno visual. À medida que os parâmetros variam, o PNE é calculado de acordo com a fórmula

$$PNE = d_p + d_f,$$

onde a *distância de percepção*

$$d_p = v_0 \cdot t_p$$

e a *distância de frenagem*

$$d_f = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

O aplicativo também exibe uma planilha com os PNE's e valores auxiliares para as velocidades de 10 à 120 km/h em intervalos de 10 km/h .

Questões Propostas

- Em que consiste o PNE?

A soma da distância percepção-reação d_p com a distância de frenagem d_f .

- No que interfere a variação do tempo psicotécnico no cálculo do PNE?

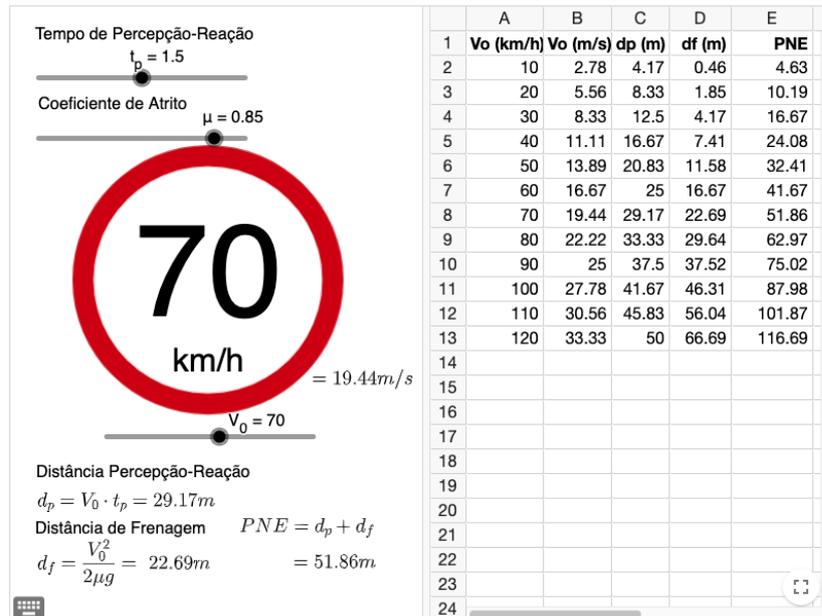


Figura 3.1: Aplicativo PNE. O estudante pode manipular os parâmetros e encontrar os PNE's para vários tipos de vias. (<https://www.geogebra.org/m/fpx2nsw3>)

O tempo psicotécnico interfere diretamente na distância de percepção-reação d_p , pois $d_p = v_0 t_p$, e conseqüentemente no valor do PNE.

3. Se o acidente ocorre em condições normais, com boa visibilidade, e no pavimento asfáltico novo e seco. Qual o PNE para velocidade $v_0 = 80 \text{ km/h}$?

Como boa visibilidade, o tempo de percepção-reação é igual a $t_p = 1,5 \text{ s}$ e para o asfalto temos $\mu = 0,8$ e $v_0 = 80 \text{ km/h}$. Com estes valores temos $PNE = 64,84 \text{ m}$.

4. O que ocorre com a distância de frenagem quando o veículo trafegando na pista de paralelepípedo molhado adentra numa pista asfaltada nova e seca?

Pela tabela 2,1, na pista de paralelepípedo molhado $\mu = 0,4$ e na pista de asfalto novo e seco $\mu = 0,8$. Para $\mu = 0,4$ tem-se $d_f = 62,99 \text{ m}$ e para $\mu = 0,8$ tem-se $d_f = 31,49 \text{ m}$, ou seja, no cálculo de PNE quando se aumenta o coeficiente de atrito, a distância de frenagem diminui de maneira inversamente proporcional.

5. Qual o comportamento do PNE em função da velocidade?

Considerando que PNE é uma soma das distâncias, e que distancias e velocidades são grandezas diretamente proporcionais, temos que o comportamento do PNE em função da velocidade ocorre de forma direta, aumentando-se a velocidade, aumenta-se o PNE.

6. Quando o condutor fala ao celular ou responde mensagem das redes sociais, o que ocorre com seu tempo de percepção-reação? Quais as conseqüências desta infração

no trânsito?

A combinação de celular com direção influencia a percepção do condutor de modo que este demora a notar o perigo iminente a sua frente e conseqüentemente aumenta-se o seu tempo de percepção-reação, o que favorece à ocorrência de acidente de trânsito. Segundo o Detran, o uso do celular no trânsito aumenta em 400% o risco de acidente e segundo o CTB, esta conduta configura infração do trânsito gravíssima, com perda de 7 ponto na CNH e multa de R\$283,47.

3.2 Frenagem

Objetivo Calcular a velocidade inicial de um veículo que efetuou uma frenagem a partir de dados coletados na cena do acidente.

Conteúdos Dependência quadrática. Função inversa. Equação de Torricelli. Conversão de unidades de medida.

Descrição O aplicativo Frenagem (figura 3.2) calcula a velocidade inicial v_0 de um veículo no momento imediatamente após o início da frenagem a partir da distância de frenagem d , e dos parâmetros t_p (Tempo de Percepção-Reação) e μ (coeficiente de atrito). Dessa maneira, o estudante pode se colocar na posição de um perito e efetuar simulações para decidir se um veículo estava ou não acima da velocidade máxima permitida, com base apenas em indícios coletados na cena. O aplicativo ainda executa uma animação da frenagem através do botão “Animar”.

Questões Propostas

1. Quais as variáveis físicas no processo de frenagem ?

- Tempo de Percepção-Reação t_p
- Coeficiente de Atrito μ
- Espaço de Frenagem d
- Distancia de Percepção-Reação

2. Qual a relação entre as distâncias de percepção-reação e de frenagem?

Quando a distância de frenagem varia, a distância de percepção-reação também varia tendo o mesmo comportamento, e ambas as distâncias determinam a velocidade inicial.

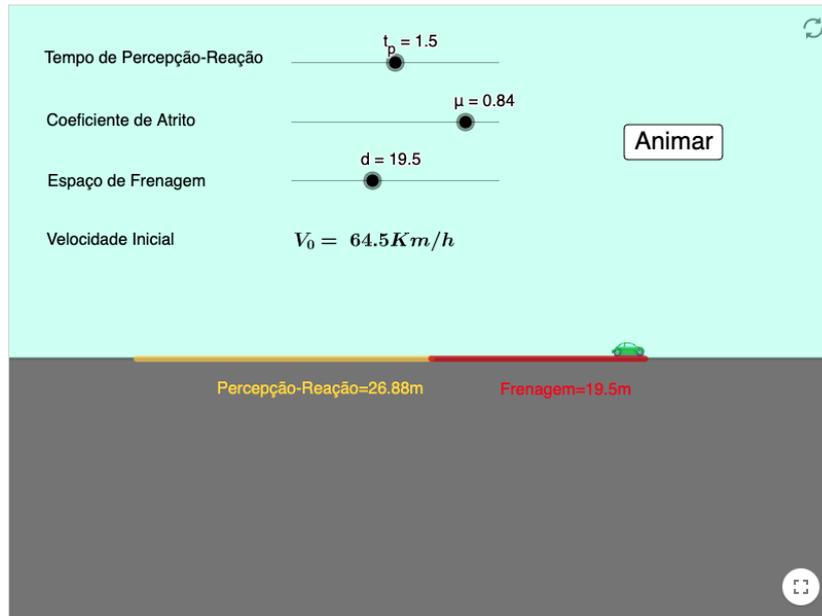


Figura 3.2: Aplicativo Frenagem. Manipulando os parâmetros, o estudante pode se colocar na posição de um perito e determinar a velocidade do veículo a partir das marcas de frenagem. (<https://www.geogebra.org/m/h25yxsug>)

3. No processo de frenagem, quando altera a medida da frenagem, quais as variáveis são alteradas?

Na variação da medida da frenagem, ocorrem as variações da distância de percepção-reação e da velocidade.

4. Mantendo as variáveis padronizadas $t_p = 1,5s$ e coeficiente de atrito $\mu = 0,8$. Qual o espaço máximo de frenagem para que a velocidade seja igual $v_0 = 60km/h$, aproximadamente?

$$d_f = 17,75m.$$

5. O coeficiente de atrito μ é uma grandeza adimensional que cada pavimentação apresenta seu grau de resistência ao movimento dos objetos. Na freada, como a variável μ interfere na distância de percepção-reação?

Inicialmente, definindo o μ em função do tipo de pavimentação, encontramos a velocidade pela equação de Torricelli, e conseqüentemente, a velocidade e o tempo de reação determina a distância de percepção-reação.

3.3 Salto

Objetivo Calcular a velocidade inicial de um veículo que efetuou um lançamento oblíquo a partir de dados coletados na cena do acidente.

Conteúdos Equação da Parábola. Lançamento oblíquo. Coeficiente angular de uma reta. Erros de medidas.

Descrição O aplicativo Salto (figura 3.3) permite calcular a velocidade v_0 de um veículo que se projetou a uma distância d a partir de um desnível de altura h e que forma um ângulo α com relação a uma direção vertical. Ao mover os pontos E, A e B , o estudante pode alterar os valores de α , h e d , respectivamente. O cálculo de v_0 é feito através da fórmula

$$v_0 = \sqrt{\frac{g d \sqrt{1 + e^2}}{2 \sqrt{h + ed}}},$$

derivada na seção 2.4, onde e é o coeficiente angular da reta EA . Clicando-se em “Animar”, efetua-se uma animação do lançamento do veículo.

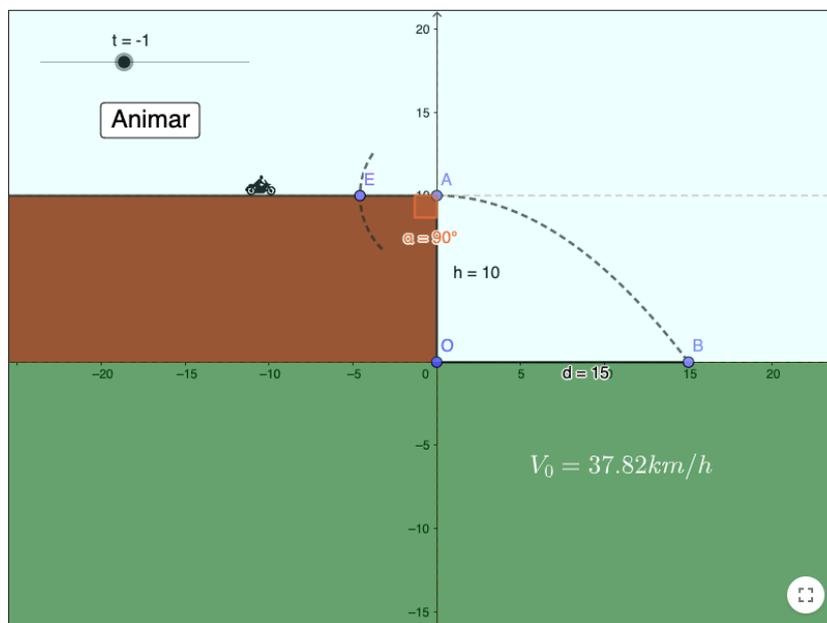


Figura 3.3: O aplicativo Salto realiza a simulação de um lançamento oblíquo de um veículo a partir de dados encontrados na cena do acidente. (<https://www.geogebra.org/m/e2375fku>)

Questões Propostas

1. Em qual cenário de local de acidente de trânsito calculamos a velocidade de salto do veículo envolvido?

Quando o veículo em deslocamento é lançado do plano que se encontra para um outro plano inferior.

2. No lançamento de salto, como determinam-se a altura h e a distância d ?

h é a distância vertical entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto e o d é a distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto de impacto.

3. No cenário do salto, o que ocorre com a variação da distância horizontal d ?

Quando varia-se o d , variam o ângulo de lançamento α e velocidade v_0 . Sendo, aumentando a distância d , diminui o α e aumenta v_0 .

4. Mantendo as distâncias h e d e $\alpha = 90$ e variando o ângulo de lançamento, o que ocorre?

Quando o ângulo de lançamento é obtuso, tem-se uma trajetória em declive e o aumento da velocidade e quando o ângulo é agudo, temos uma trajetória em aclave, com diminuição da velocidade.

5. Considerando $\alpha = 90^\circ$ e a distância vertical h é aumentada, o que ocorre com as outras variáveis?

Aumentando a distância h , ocorre o aumento do ângulo e a diminuição da velocidade.

6. Considerando a pista plana, qual a velocidade quando as distâncias vertical e horizontal, são iguais a $15m$?

$$v_0 = 30,88km/h.$$

7. Quando temos $h = d = 10m$, para que ângulo ocorre a velocidade mínima?

Aproximadamente $\alpha = 66^\circ$.

3.4 Atropelamento

Objetivo No modelo matemático para ambientação de um atropelamento típico, consideramos o sistema cartesiano ortogonal, onde definimos o ponto de impacto na origem dos eixos cartesianos, estando os demais elementos marcados nos eixos coordenados.

Conteúdos Dependência quadrática entre variáveis. Equação de Torricelli. Queda livre

Descrição O aplicativo da (figura 3.4) permite calcular a velocidade inicial v_0 de um veículo envolvido em que atropelamento representado no sistema cartesiano. A velocidade é determinada em função das variáveis, coeficientes de atritos, K_f e K_p , e a altura h (a distância do centro de massa do pedestre em relação ao solo) e as distâncias d_f e d_p . O aluno pode alterar os coeficientes e a altura por meio dos controles deslizantes (figura 3.4)

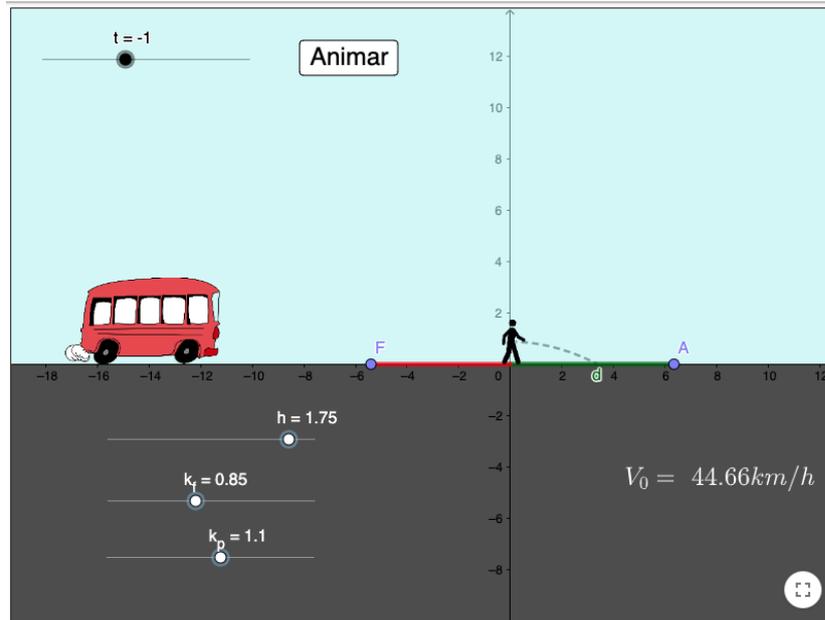


Figura 3.4: Atropelamento. (<https://www.geogebra.org/m/jfsm7mbd>)

com intervalo de 0 a 2 e as distâncias podem ser alteradas no eixo das abscissas variando de 0 a 12. Clicando-se em “Animar”, efetua-se uma animação do atropelamento.

Questões Propostas

1. No atropelamento, quais as variáveis para calcular da velocidade do atropelo?

- Distancia de frenagem do veículo atropelador d_f
- Distancia de arrastamento do corpo da vítima d
- Coeficiente de atrito de frenagem k_f
- Coeficiente de atrito de arrastamento k_p
- Altura do corpo da vítima h

2. Na dinâmica do atropelamento, na sua maioria, o veículo atropelador entre em processo de desaceleração e imprimindo marca de frenagem. Como a marca de frenagem interfere na velocidade do atropelo?

A velocidade de frenagem é uma parcela vetorial no cálculo vetorial da velocidade do atropelo, assim sendo, quanto maior a marca de frenagem maior será a velocidade do atropelo.

3. Tipicamente, no cenário de atropelamento, o condutor aciona o sistema de freios de forma tardia, que não evita atropelamento do pedestre, e em seguida o corpo da vítima é lançado ao solo e arrastado. A velocidade depende dos coeficientes do

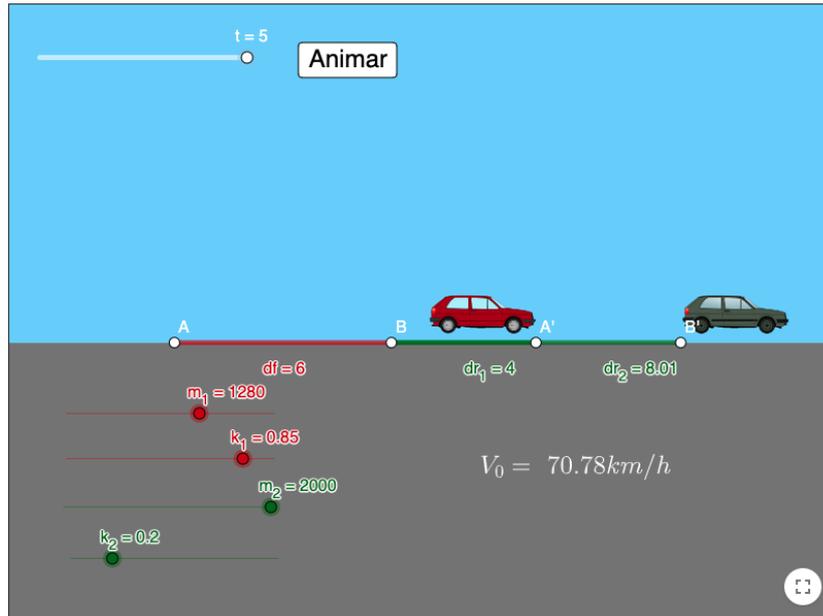


Figura 3.5: Colisão Traseira. (<https://www.geogebra.org/m/utrc3bvj>)

pavimento e o coeficiente de arrastamento. Esses coeficientes de atrito podem ser iguais? Porque?

Não. por que, o coeficiente de atrito do pavimento é entre o pneu e o pavimento, enquanto, o coeficiente de arrastamento é entre o corpo da vítima e o pavimento. Não tem como serem iguais

4. Em um atropelamento, o motorista do veículo atropelador será sempre o causador do acidente, por ser a vítima a parte vulnerável nesta relação?

No trânsito, todos são responsáveis por um trânsito seguro. No caso de um atropelo, havia situações, nas quais o pedestre é o causador, pois antes de realizar a travessia da pista não olhou atentamente para os lados e entra de forma inopinada na pista causando o atropelamento.

3.5 Colisão Traseira

Objetivo Este modelo físico-matemático da colisão traseira trata-se de um embate unidirecional do veículo 1 contra a traseira do veículo 2 que se encontra parado e com freio de mão ligado.

Conteúdos Dependência linear e quadrática entre variáveis. PCQM. Equação de Torricelli.

Descrição O aplicativo da (figura 3.5) calcula a velocidade inicial v_0 do veículo que colide na traseira de outro veículo parado na sua frente. A velocidade é calculada pelo PCQM, logo é determinada em função das massas dos veículos, m_1 e m_2 e os coeficientes de atrito, K_1 e K_2 que são alterados por meio de um cursor e pelas distâncias d_f , d_1 e d_2 percorridas pelo veículos, que podem ser alteradas na reta. Clicando-se em “Animar”, efetua-se uma animação da colisão traseira.

Questões Propostas

1. Como são definidas as distâncias encontradas no local de acidente do tipo colisão traseira?

Distância de Frenagem Comprimento da frenagem impressa no leito viário pelo veículo colidente, antes do ponto de embate contra o outro veículo

Distância Residual As distâncias percorridas pelos os veículos após o embate.

2. O que ocorre quando variamos as massas dos veículos?

Em se tratando de uma colisão, onde aplica-se o PCQM, as massas dos veículos são importantes. Neste tipo de colisão, as massas veiculares têm funções diferentes. Quando se varia a massa do veículo 1, a velocidade da colisão altera-se inversamente, quando aumentamos a massa 1, a velocidade de colisão diminui. Quando se aumenta a massa do veículo 2, a velocidade de colisão aumenta também.

3. O que ocorre quando se aumenta os coeficientes de atrito?

Para ambos os coeficientes de atrito, quando se varia, a velocidade de colisão aumenta-se também.

4. Determine a velocidade de colisão, sabendo que o veículo A de 1000kg colidiu na traseira do veículo B de mesma massa. Sabendo que antes da colisão o veículo A imprimiu frenagem de aproximadamente 7m de coeficiente de atrito $0,8$ e após a colisão o veículo A e B percorreram a distâncias de aproximadamente, $4,5\text{m}$ e 8m , respectivamente, sob o coeficiente de atrito $0,5$.

Resposta: $72,76\text{km/h}$

5. Considerando o caso anterior, admitimos que a colisão traseira ocorreu na Avenida Paralela, onde o Hyundai/Creta 2.0 colidiu na traseira de um Hyundai/HB20 1.0, sabendo que o pavimento do local é asfalto velho úmido e o coeficiente de atrito de arrastamento é o de freio motor.

Hyundai Creta 2.0 Prestige (Aut) 2022: Ficha Técnica (icarros.com.br)

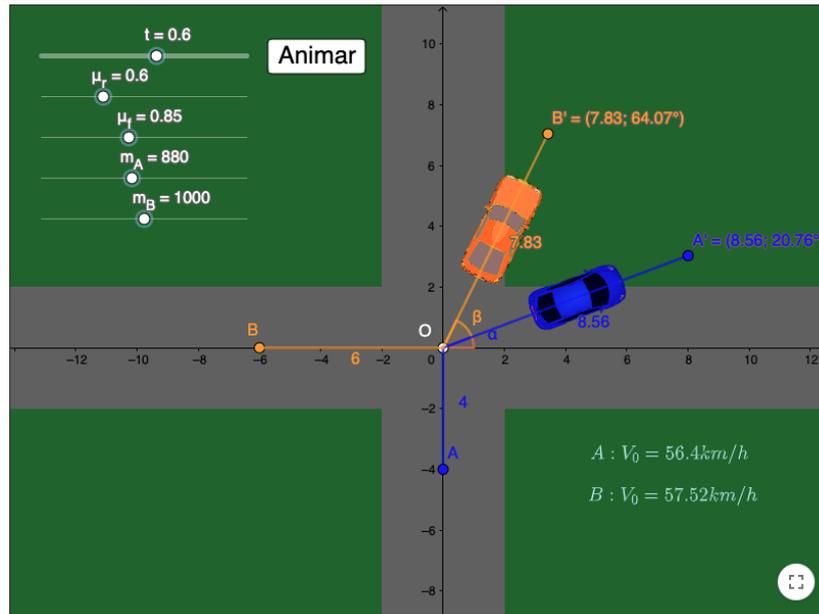


Figura 3.6: Colisão Perpendicular. (<https://www.geogebra.org/m/tekzzquf>)

Hyundai HB20 1.0 Comfort Plus 2022: Ficha Técnica (icarros.com.br)

Em consulta das fichas técnica dos veículo obteremos as respectivas massas adicionando 70kg (peso médio dos condutores), $m_1(\text{massa do creta}) = 1430\text{kg}$, $m_2(\text{massa do HB20}) = 1060\text{kg}$ e o coeficiente de atrito para asfalto velho e úmido, $k_1 = 0,55$ e para o freio motor $k_2 = 0,2$. Considerando estes dados temos a velocidade do Creta igual a $V_c = 50,89\text{km/h}$

6. O que ocorre no caso onde o HB20 colidisse na traseira do Creta? Por que? Neste caso vamos achar a velocidade do HB20, o veículo colidente $V_{HB} = 61,02\text{km/h}$

3.6 Colisão Perpendicular

Objetivo Calcular as velocidades dos veículos A e B envolvidos numa colisão perpendicular em função das suas massas e os coeficientes de atrito.

Conteúdos Sistema Cartesiano. PCQM. Trigonometria. Energia Cinética

Descrição O aplicativo da (figura 3.6) calcula a velocidade inicial v_0 dos veículos envolvidos numa colisão perpendicular animada no sistema cartesiano. A velocidade é calculada pelo PCQM, logo é determinada em função das massas dos veículos, m_A e m_B e os coeficientes de atrito dos pavimentos, K_r e K_f que são alterados pelos alunos por meio do manuseio de controles deslizantes e pelas distancias pré-colisão, d_A e d_B , e as distâncias pós-colisão, d'_A e d'_B , percorridas pelo veículos e os ângulos de saída, α e β que podem ser

alteradas com manuseio do sistema cartesiano. Clicando-se em “Animar”, efetua-se uma animação da colisão perpendicular.

Questões Propostas Para uma promover uma melhor ambientação do modelo físico-matemático no geogebra, vamos simular a seguinte situação:

1. Determina as velocidades de colisão dos veículos. o distância de frenagem do veículo $A = 4m$ o distância de frenagem do veículo $B = 12m$ o massa do veículo $A = 800$ kg o massa do veículo $B = 1000$ kg o deslocamento pós-colisão do veículo $A = 6m$ o deslocamento pós-colisão do veículo $B = 4m$ o angulo de saída do veículo $A = 45^\circ$ o angulo de saída do veículo $B = 30^\circ$.

Aplicando estes valores encontram-se as seguintes velocidades: $V_A = 61,95km/h$ e $V_B = 71,88km/h$

2. No modelo físico-matemático da colisão perpendicular representada, quais são os ângulos de entrada?

Os ângulos de entradas são definidos neste tipo de colisão, são $A = 0^\circ$ e $B = 90^\circ$

3. O que ocorre quando variamos os coeficientes de atrito? *Quando varia-se um coeficiente de atrito interfere diretamente na velocidade pós colisão, que interfere na quantidade de movimento e este interfere na velocidade de colisão, ou seja, o coeficiente de atrito interferem diretamente nas velocidades de colisão.*

4. Qual a relação da distância de frenagem com as velocidades do sistema isolado? *Quando se aumenta a distância de frenagem impressa por uma veículo envolvido na colisão, APENAS a velocidade de colisão deste veículo é alterada na proporção, ou seja, quanto maior for a marca de frenagem, maior será a velocidade de colisão do veículo que a imprimiu.*

5. Na colisão ocorre a dissipação de energia cinética $E_c = (mV^2)/2$, qual a relação entre as massas dos veículos e as velocidades de colisão? *Quando altera-se a massa de um veículo as velocidades de colisão tem comportamentos diferentes, como por exemplo, aumentando a m_A , a velocidade de colisão de A diminui e a velocidade de colisão de B aumenta.*

6. Considerando a situação da primeira questão, determine a velocidade de colisão dos veículos, para a colisão perpendicular entre um Creta e uma Fiat Mobi, trafegando numa pista de terra dura.

Em consulta das fichas técnica dos veículo obteremos as respectivas massas adicionando $70kg$ (peso médio dos condutores), m_1 (massadocreta) = $1430kg$, m_2 (massadofiat) =

980kg e o coeficiente de atrito para terra dura, $k = 0,65$. Com estes dados obtemos a velocidade do Creta igual a $V_c = 50,78\text{km/h}$ e a velocidade do Fiat $V_f = 65,77\text{km/h}$

Conclusão

Diante do exposto, o estudo da matemática nos exames periciais com apresentação dos conteúdos em situações de interesse do aluno, o que rompe a visão linear dos conteúdos do currículo e desperta nos estudantes a habilidade de comparar e relacionar um fenômeno do cotidiano com a matemática, se enquadra na metodologia da *Modelagem Matemática* segundo as concepções de Burak [3], onde a Modelagem é um conjunto de procedimentos que não é apenas técnico, mas que ocorre de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos.

O desenvolvimento deste trabalho consistiu na apresentação dos conceitos e definições matemáticos relevantes para a melhor compreensão dos fenômenos físicos na dinâmica das atividades forenses em local uma acidente de trânsito, seguida de uma exposição das equações matemáticas e físicas e suas aplicabilidades práticas nos cálculos periciais, dentro de uma abordagem direcionada para demonstração da matemática, utilizada como ferramenta para a aprendizagem nas mais diversas áreas do conhecimento, como por exemplo a materialização de provas periciais em local de acidente de trânsito, para conscientizar os alunos que os conhecimentos matemáticos não devem ser utilizados meramente para obter boas notas nas avaliações e aprovação na vida acadêmica. Este trabalho alcançou a inserção do estudo matemático na prática pedagógica científica no campo pericial com o objetivo de despertar um maior interesse pela ciência por parte dos alunos, colocando-os como investigadores e tomadores de decisões na qualidade de protagonistas do próprio saber. Nesta linha de abordagem, situações cotidianas podem ser trabalhadas e discutidas no tocante à qualidade do trânsito nas vias e estradas brasileiras, conscientizando os discentes como parte integrante deste trânsito, como condutor ou pedestre, para trabalhar a Educação para o Trânsito. A educação no trânsito faz parte do cotidiano dos educandos e este tema pode ser trabalhado em qualquer abordagem interdisciplinar, conforme as competências da nova BNCC, expressando conceitos e valores básicos à democracia e à cidadania e tratando de questões importantes e urgentes para a sociedade contemporânea.

Segundo Cataneo [4], os educadores matemáticos buscam uma forma de contextualizar os conteúdos matemáticos visto em sala, de forma a torná-los significativos aos

estudantes. Logo é necessária a orientação do professor no processo ensino–aprendizagem, tornando o estudante capaz de construir novos conhecimentos, interpretar e questionar dados apresentados em uma linguagem matemática no seu cotidiano, com isso os recursos de softwares como GeoGebra se tornam um importante meio facilitador neste processo.

Para Petla [13], o software GeoGebra é de fácil utilização para quem quer trabalhar uma matemática dinâmica, pois este permite aos estudantes, através de construções interativas, uma melhor compreensão das propriedades estudadas, aprofundando os conceitos e sendo estimulados a uma descoberta constante, melhorando assim a aprendizagem de conteúdos matemáticos que por vezes são de difíceis compreensão.

A construção das calculadoras no GeoGebra, permitiu desenvolver atividades onde os estudantes possam trabalhar com os diferentes conteúdos matemáticos e físicos, estabelecendo relações linear e quadrática entre as grandezas e fórmulas, desenvolvendo raciocínio lógico e habilidades na construção de competências para alcançarem seus objetivos. Com base nesse trabalho, acreditamos que o uso a tecnologia é uma forte aliada no ensino matemático e nas demais áreas do conhecimento e o GeoGebra uma ferramenta que serve de auxílio para adequar os procedimentos em sala de aula, conforme a nova BNCC, possibilitando ajudar os alunos a adquirirem as habilidades e competências necessárias para compreender e atuar em sociedade.

Apêndice

Encontram-se nas páginas seguintes alguns planos de aula que podem servir de modelo para aqueles professores que quiserem aplicar as atividades descritas nesta dissertação.



Plano de Aula 01

Dados de Identificação	
Professor:	Lázaro Silva França
Disciplina:	Matemática
Tema:	Estudo de funções utilizando software GeoGebra
Pré-Requisitos:	
Data:	
Duração da aula:	4 aulas de 50 minutos

3.1 Objetivos

3.1.1 Geral

Calcular interativamente o PNE de uma via e calcular a velocidade de um veículo no processo de frenagem a partir das variáveis disponíveis.

3.1.2 Específicos

- Trabalhar a interdisciplinaridade dos componentes curriculares: Matemática e Física;
- Aprender a manusear o GeoGebra.
- Estabelecer relações entre as operações, grandezas e procedimentos físicos-matemáticos.
- Utilizar a tecnologia digital disponíveis para modelar e resolver situações-problemas em acidente de trânsito.
- Apresentar a importância da segurança no trânsito para o bem individual e coletivo.

3.2 Conteúdos

- MU – Movimento Uniforme
- MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado
- Função afim e Função quadrática

- Equação de Torricelli

3.3 Procedimentos metodológicos

Introdução

- Revisão das funções a fim e quadrática para entender melhor os movimentos UM e MURV.
- Equação Torricelli.
- Apresentar o GeoGebra Resolução de situação problema dos aplicativos.

Desenvolvimento

- Recomendável trabalhar nas aulas as funções afim e quadrática apresentando as relações linear e quadráticas entre suas variáveis e grandezas.
- Aplicar os conhecimentos das funções matemáticas em comparação com as funções de espaço e velocidade dos movimentos UM e MURV.
- Demonstração da Equação de Torricelli a partir das equações do MURV.
- Treinamento do GeoGebra com aplicação das funções do MU e MURV.
- Explorar os aplicativos de Cálculo de PNE e de Frenagem.
- Refletir sobre a situação do trânsito.

Conclusão

- Resolver situações problemas a partir do software GeoGebra estabelecendo as relações entre as grandezas.
- Fazer o uso dos dois aplicativos simultaneamente.
- Abrir questões reflexivas sobre a segurança no trânsito e o papel social de cada um no processo de mudança.

3.4 Recursos didáticos

- Lousa
- Lista de exercícios
- O software GeoGebra no cromo
- Aplicativo PNE
- Aplicativo FRENAGEM

3.5 Avaliação

- A avaliação qualitativa e contínua considerando aspectos como o comportamento, envolvimento e participação do aluno ao longo da aula.

- A avaliação quantitativa com atividades escritas e realização de trabalhos em dupla para exploração dos aplicativos.

3.6 Indicações Bibliográficas

BRASIL. Lei Federal N° 9.394, de 20 de dezembro de 1997. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: setembro 2021;

GEOGEBRA. Disponível em: http://www.geogebra.org/cms/index.php?lang=pt_BR. Acesso em 21 de setembro 2021.

MELO, D. T., TICs na Educação: Um Estudo de Caso. Mococa-SP: Ed. Do Autor, 2013

SOUZA, J. R., Multiversos Matemática – Funções e suas aplicações, São Paulo 1ª Edição, 2020

RAMALHO, F., FERRARO, N.G., SOARES, P.A.T., Os Fundamentos da Física, São Paulo 11ª edição, 2015



Plano de Aula 02

Dados de Identificação	
Professor:	Lázaro Silva França
Disciplina:	Matemática
Tema:	Estudo de funções utilizando software GeoGebra
Pré-Requisitos:	
Data:	
Duração da aula:	4 aulas de 50 minutos

3.1 Objetivos

3.1.1 Geral

Calcular interativamente a velocidade inicial de um veículo que efetuou um lançamento oblíquo (SALTO) e a velocidade inicial do veículo no momento de um atropelamento a partir das variáveis disponíveis.

3.1.2 Específicos

- Trabalhar a interdisciplinaridade dos componentes curriculares: Matemática e Física.
- Aprender a manusear o GeoGebra.
- Estabelecer dependência quadrática entre as variáveis.
- Utilizar a tecnologia digital disponíveis para modelar e resolver situações-problemas em acidente de trânsito.
- Apresentar a importância da segurança no trânsito para o bem individual e coletivo.

3.2 Conteúdos

- MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado
- Função quadrática
- Equação de Torricelli
- Lançamento oblíquo
- Queda livre

3.3 Procedimentos metodológicos

Introdução

- Revisão das funções afim e quadrática para entender melhor os movimentos MU e MURV.
- Equação Torricelli.
- Apresentar o GeoGebra.
- Resolução de situação problema dos aplicativos.

Desenvolvimento

- Recomendável trabalhar nas aulas as funções afim e quadrática apresentando as relações linear e quadrática entre suas variáveis e grandezas.
- Aplicar os conhecimentos das funções matemáticas em comparação com as funções de espaço e velocidade em lançamento oblíquo e queda livre.
- Demonstração da Equação Torricelli a partir das equações do MURV.
- Treinamento do GeoGebra com aplicação das funções.
- Explorar os aplicativos Salto e Atropelamento.
- Estabelecer reflexão sobre a segurança no trânsito.

Conclusão

- Resolver as situações problemas a partir do software GeoGebra estabelecendo as relações entre as grandezas.
- Fazer o uso dos dois aplicativos simultaneamente.
- Abrir questões reflexivas sobre a segurança no trânsito e o papel social de cada um no processo de mudança.

3.4 Recursos didáticos

- Lousa
- Lista de exercícios
- O software GeoGebra no cromo
- Aplicativo SALTO
- Aplicativo ATROPELAMENTO

3.5 Avaliação

- A avaliação qualitativa e contínua considerando aspectos como o comportamento, envolvimento e participação do aluno ao longo da aula.
- A avaliação quantitativa com atividades escritas e realização de trabalhos em dupla para exploração dos aplicativos.

3.6 Indicações Bibliográficas

BRASIL. Lei Federal N° 9.394, de 20 de dezembro de 1997. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: setembro 2021;

GEOGEBRA. Disponível em: http://www.geogebra.org/cms/index.php?lang=pt_BR. Acesso em 21 de setembro 2021.

MELO, D. T., TICs na Educação: Um Estudo de Caso. Mococa-SP: Ed. Do Autor, 2013

SOUZA, J. R., Multiversos Matemática – Funções e suas aplicações, São Paulo 1ª Edição, 2020

RAMALHO, F., FERRARO, N.G., SOARES, P.A.T., Os Fundamentos da Física, São Paulo 11ª edição, 2015



Plano de Aula 03

Dados de Identificação	
Professor:	Lázaro Silva França
Disciplina:	Matemática
Tema:	Estudo de funções utilizando software GeoGebra
Pré-Requisitos:	
Data:	
Duração da aula:	4 aulas de 50 minutos

3.1 Objetivos

3.1.1 Geral

Calcular interativamente a velocidade inicial de veículos envolvidos em acidente de trânsito dos tipos Colisão Traseira e Colisão perpendicular a partir das variáveis disponíveis.

3.1.2 Específicos

- Trabalhar a interdisciplinaridade dos componentes curriculares: Matemática e Física.
- Aprender a manusear o GeoGebra.
- Estabelecer dependência quadrática entre as variáveis.
- Utilizar a tecnologia digital disponíveis para modelar e resolver situações-problemas em acidente de trânsito.
- Apresentar a importância da segurança no trânsito para o bem individual e coletivo.

3.2 Conteúdos

- Sistema de coordenadas cartesiano
- Função quadrática
- Equação de Torricelli
- Energia cinética.
- Princípio da Conservação de Quantidade de Movimento.

3.3 Procedimentos metodológicos

Introdução

- Revisão das funções quadráticas para entender melhor a equação de Torricelli.
- Revisar os tipos de colisões e a aplicação do PCQM nos casos.
- Apresentar o GeoGebra.
- Resolução de situação problema dos aplicativos.

Desenvolvimento

- Recomendável trabalhar nas aulas as funções afim e quadrática apresentando as relações linear e quadrática entre suas variáveis e grandezas.
- Aplicar os conhecimentos das funções matemáticas em comparativo com as funções de espaço e velocidade de colisão aplicando o PCQM.
- Treinamento do GeoGebra com aplicação das funções.
- Explorar os aplicativos Colisão Traseira e Colisão Perpendicular.
- Estabelecer reflexão sobre a segurança no trânsito.

Conclusão

- Resolver a situações problemas a partir do software GeoGebra na aplicação do PCQM através do uso dos aplicativos.
- Abrir questões reflexivas sobre a segurança no trânsito e o papel social de cada um no processo de mudança.

3.4 Recursos didáticos

- Lousa
- Lista de exercícios
- O software GeoGebra no cromo
- Aplicativo COLISÃO TRASEIRA
- Aplicativo COLISÃO PERPENDICULAR

3.5 Avaliação

- A avaliação qualitativa e contínua considerando aspectos como o comportamento, envolvimento e participação do aluno ao longo da aula.
- A avaliação quantitativa com atividades escritas e realização de trabalhos em dupla para exploração dos aplicativos.

3.6 Indicações Bibliográficas

BRASIL. Lei Federal N° 9.394, de 20 de dezembro de 1997. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: setembro 2021;

GEOGEBRA. Disponível em: http://www.geogebra.org/cms/index.php?lang=pt_BR. Acesso em 21 de setembro 2021.

MELO, D. T., TICs na Educação: Um Estudo de Caso. Mococa-SP: Ed. Do Autor, 2013

SOUZA, J. R., Multiversos Matemática – Funções e suas aplicações, São Paulo 1ª Edição, 2020

RAMALHO, F., FERRARO, N.G., SOARES, P.A.T., Os Fundamentos da Física, São Paulo 11ª edição, 2015

Referências Bibliográficas

- [1] ABRAMET. Médicos do tráfego alertam para o aumento dos sinistros decorrentes do uso do celular ao volante. <https://www.abramet.com.br/noticias/medicos-do-trafego-alertam-para-o-aumento-dos-sinistros-decorrentes-do-uso-do-> Acessado em 10/2/2022.
- [2] Ranvier Feitosa Aragão. *Acidentes de Trânsito, Análise da Prova Pericial*. Millennium, Campinas, São Paulo, 2011.
- [3] Verônica Burak. Contribuições da modelagem matemática. *The name of the journal*, pages 201–213, 1993.
- [4] Vanessa Cataneo. O uso do software geogebra como ferramenta que pode facilitar o processo ensino aprendizagem da matemática no ensino fundamental. *scribd.com*, 2011.
- [5] Luiz G. Cavalcante. *Para Saber Matemática*. SARAIVA, São Paulo, São Paulo, 2002.
- [6] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasilia, 2019.
- [7] Revista Nova Escola. Sinal verde para a educação no trânsito. <https://novaescola.org.br/conteudo/2347/sinal-verde-para-a-educacao-no-transito>. Acessado em 10/2/2022.
- [8] Alberi Espindula. *Técnicas Criminalísticas para a conclusão de laudos Periciais*. Millennium, João Pessoa, PB, 2000.
- [9] INEP. Matriz de avaliação de matemática – pisa 2012. https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acessado em 10/2/2022.
- [10] Seguradora Líder. Relatório anual 2020. <https://www.seguradoralider.com.br/Documents/Relatorio-Anual/Relatorio%20Anual%20-%202020%20v3.pdf>. Acessado em 10/2/2022.
- [11] Guilherme Cardoso Massaú and Rosana Gomes da Rosa. Acidente de trânsito e direito à saúde: Prevenção de vidas e economia pública. *Revista de Direito Sanitário*, 17(2):30–47, 2016.
- [12] Osvaldo Negini Neto and Rodrigo Kleinubung. *Dinâmica dos Acidentes de Trânsito - Análises, Reconstituições e Prevenção*. Millennium, Campinas, SP, 2012.
- [13] Revelino J. Petla. O uso do software geogebra como ferramenta auxiliar no ensino da função quadrática. *scribd*, 2008.

- [14] J.P.P Rodrigues. O currículo interdisciplinar e a educação para o trânsito. *Revista Eletrônica Dom Domenico*, pages 13–15, 2007.
- [15] J. A. Santos, K. V. França, and L. S. Santos. *Dificuldades na Aprendizagem de Matemática*. Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.