UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA

HENRIQUE MATSUMOTO TORAETE

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UM CONHECIMENTO IMPORTANTE PARA OS ESTUDANTES E SEU FUTURO

Londrina
2013

HENRIQUE MATSUMOTO TORAETE

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UM CONHECIMENTO IMPORTANTE PARA OS ESTUDANTES E SEU FUTURO

Dissertação de mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Laerte Natti

Londrina
2013

Catalogação elaborada pela Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

T676m Toraete, Henrique Matsumoto.

Matemática financeira : um conhecimento importante para os estudantes e seu futuro / Henrique Matsumoto Toraete. – Londrina, 2013.

98 f. : il.

Orientador: Paulo Laerte Natti.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2013.

Inclui bibliografia.

1. Matemática financeira – Estudo e ensino – Teses. 2. Matemática financeira – Aprendizagem por atividades – Teses. 3. Orçamento familiar – Solução de problemas – Teses. 4. Matemática financeira – Inovações educacionais – Teses. I. Natti, Paulo Laerte. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática. III. Sociedade Brasileira de Matemática. IV. Título.

CDU 51-7:336

HENRIQUE MATSUMOTO TORAETE

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UM CONHECIMENTO IMPORTANTE PARA OS ESTUDANTES E SEU FUTURO

Dissertação de mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Laerte Natti
Universidade Estadual de Londrina

Profa. Dra.Simone Luccas
Universidade Estadual do Norte do Paraná

Profa. Dra. Ana Lúcia da Silva
Universidade Estadual de Londrina

Londrina, 15 de agosto de 2013.

A minha esposa, Marilza, companheira de todas as horas e aos meus pais, Roberto e Maria, exemplos de luta, perseverança e fé.

AGRADECIMENTO (S)

Primeiramente a Deus, pela oportunidade, força e iluminação em todo o trajeto percorrido nesta conquista.

Ao Professor Doutor Paulo Laerte Natti, pela parceria, pelo carinho, pela força, por ter me acolhido como orientando e tornado meu sonho possível. Por nunca ter deixado de acreditar na minha capacidade de fazer este trabalho e, principalmente, por ser muito mais do que um orientador, um amigo, que me estimulou em momentos difíceis. Enfim, um grande exemplo.

Aos professores do Mestrado PROFMAT - UEL, pela partilha de conhecimentos, pelas aulas e por contribuírem direta ou indiretamente com minha pesquisa e com meu aprimoramento intelectual.

A todos os colegas de turma, principalmente aos amigos Adriana (carinhosamente, a mãe), Luiz (o amigo inseparável, shulim) e Leda (irmã mais que especial, carinhosamente Koguishi), pelos momentos de partilha e companheirismo que contribuíram para que estreitássemos laços de amizade.

À todos os meus professores, em especial ao professor Antônio e a professora Neusa (in memorian), grandes incentivadores.

As professoras doutoras Simone Luccas e Ana Lúcia da Silva, membros da Banca examinadora, pelas relevantes contribuições.

A meus amigos Diego, Andréia, Ricardo e Claudia pela compreensão, pelo pouso, pelos momentos de descontração e pelo incentivo.

A meu avô Matsumoto (in memorian) pelos conselhos, incentivo, carinho, exemplo e pelo amor incondicional.

À minha mãe, pela paciência em me ouvir, pelo amor incondicional e pela ajuda constante sempre que precisei.

Ao meu pai, pelos conselhos e pelo estímulo, demonstrando seu orgulho a cada conquista minha.

A minha esposa, Marilza, pela paciência e compreensão pelos momentos de ausência constantes durante este percurso.

À meu irmão, Rodrigo, pelas conversas, pelas risadas, pelas palavras de carinho, pela cumplicidade e pelo companheirismo em todos os momentos de minha vida.

Enfim a todos que acreditaram e torceram por mim, o meu muito obrigado.

Mas que conta maluca,
Fiz, refiz e quase fundo a cuca!
Se é pra menos ou pra mais,
Não interessa, tanto faz!

Entrei no vermelho, novamente,
Por um cheque especial, quente,
Onde usei o limite, descompensado,
E me ferrei, igual um danado!

O cartão fora bloqueado,
E o meu ímpeto, todo quebrado,
Resultado da minha incapacidade,
De reverter, essa “irresponsabilidade”!

Todo mundo tem cartão,
E também um problemão:
Como gastar sem se enrolar?
Como não se enrolar, se gastar? rs rs

Léa Marinho

Um bom ensino da Matemática forma melhores hábitos de pensamento e habilita o indivíduo a usar melhor a sua inteligência.

Irene de Albuquerque

"Não há ramo da Matemática, por mais abstrata que seja, que não encontre aplicação em algum fenômeno do mundo real."

Nokolai Lobatchevsky

TORAETE, Henrique Matsumoto. **Matemática Financeira: um conhecimento importante para os estudantes e seu futuro**. 2013. 98f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma proposta didática para melhorar a qualidade do processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos da Matemática Financeira no 2º ano do Ensino Médio. O fator de motivação foram os seguintes questionamentos: O que leva tantas pessoas a contraírem dívidas que não podem pagar? O ensino da Matemática Financeira está atendendo as necessidades básicas dos nossos alunos? Como melhorar o ensino da Matemática Financeira no ensino médio? Neste trabalho, buscando contribuir para a melhoria da qualidade de ensino da Matemática Financeira, apresentamos uma sequência de atividades didáticas baseadas nas situações financeiras do cotidiano e nas Tendências Metodológicas da Resolução de Problemas e de utilização de Mídias Tecnológicas. Através desta sequência didática acreditamos que os alunos sejam capazes de construírem seus conhecimentos e futuramente usarem esses conhecimentos a seu favor, evitando, por exemplo, o endividamento.

Palavras-chave: Matemática Financeira. Resolução de problemas. Mídias Tecnológicas. Ensino básico. Orçamento familiar.

TORAETE, Henrique Matsumoto. **Financial Mathematics: an important knowledge for students and their future**.. 2013. 98f. Dissertation (Professional Masters in Mathematics in National Network – PROFMAT) – State University of Londrina, Londrina, 2013.

ABSTRACT

This work presents a didactic proposal to improve the quality of the teaching-learning process of the contents of Financial Mathematics in the 2nd year of high school. The motivating factor were the following questions: What drives so many people into debt they can not afford? The teaching of Financial Mathematics satisfies the basic needs of our students? How to improve the teaching of Financial Mathematics in high school? In this work, aiming to contribute to improving the quality of teaching of the Financial Mathematics, we present a sequence of learning activities based on the financial situations of everyday life and in the Problem-Solving methodology and by using Media Technology. Through this didactic sequence we believe that students are able to build their knowledge and use this knowledge to your advantage, avoiding, for example, the debt.

Key words: Financial Mathematics. Problem-solving methodology. Media Technology. Basic education. Family budget.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

BNDES - Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IBICT - Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia

NBR - Norma Brasileira

a.b. - ao bimestre

a.m. - ao mês

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O tema Matemática Financeira foi escolhido devido à importância desse conhecimento em nossas vidas. Acreditamos que podemos contribuir com o conhecimento de nossos alunos, para que eles possam auxiliar seus familiares nas questões financeiras e que num futuro os mesmos possam tomar suas próprias decisões financeiras de maneira consciente evitando endividamentos.

Vários pesquisadores destacam a importância da Matemática Financeira na vida das pessoas para a tomada de decisões e para a compreensão de muitos problemas vividos na atualidade. Segundo Valdelício Menezes:

> A Matemática Financeira também pode ser aplicada em diversas situações cotidianas como calcular as prestações de um financiamento de um móvel ou imóvel, optando pelo pagamento à vista ou parcelado, além de fornecer o instrumental necessário à avaliação de negócios, de modo a identificar os recursos mais atraentes em termos de custos e os mais rentáveis no caso de investimentos financeiros ou de bens de capital. Nas situações mais simples e corriqueiras do dia-a-dia, como por exemplo, se você tem dinheiro em algum tipo de poupança/investimento, ou em um pequeno negócio, ou ambos, e quer comprar um carro ou um eletrodoméstico, você deve decidir se paga à vista mediante saque da aplicação ou do capital de giro da empresa, ou se acolhe o financiamento oferecido pelo vendedor, nestas situações as ferramentas da Matemática Financeira vão indicar-lhe a melhor decisão. (MENEZES, 2010)

A Matemática Financeira está presente em nosso cotidiano desde a antiguidade, mas com o passar do tempo vem se aprimorando cada vez mais. Atualmente se uma pessoa deseja compreender as mudanças que ocorrem na sociedade é necessário que tenha conhecimentos básicos da Matemática Financeira, pois ela está diretamente ligada a nossas vidas, principalmente quando falamos em dinheiro. Assim podemos dizer que a Matemática Financeira está se tornando cada vez mais imprescindível nas nossas vidas, visto que se quisermos nos adaptar ao mundo moderno, devemos entender sobre tal assunto financeiro.

Quanto a Tendência de Resolução de Problemas, no ensino da matemática, podemos afirmar que os problemas são fundamentais, pois permitem ao aluno colocar-se diante de questionamentos e pensar por si próprio, possibilitando o exercício do raciocínio lógico e não apenas o uso padronizado de regras.

Segundo Lupinacci e Botin (2004): “A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. Os processos ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos”.

Percebemos ainda hoje que os alunos não são incentivados a pensar e a serem sujeitos ativos no processo de ensino, mas são receptores de informações que lhes são transmitidas, de modo mecânico, e são levados ao ato de decorar fórmulas, gráficos, tabelas, entre outros. Acreditamos que com o uso da Tendência Metodológica da Resolução de Problemas teremos sucesso no ensino dos conteúdos matemáticos estudados e tornaremos o ensino da disciplina dinâmico e voltado para a realidade dos estudantes. Daí a importância desta metodologia, um instrumento que visa um melhor ensino aos alunos, procurando fazer com que os mesmos se interessem pelos conteúdos trabalhados.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da Matemática Financeira, através de uma sequência de atividades didáticas baseadas nas situações financeiras do cotidiano e na Tendência Metodológica de Resolução de Problemas.

O trabalho está estruturado como apresentado a seguir. No capítulo 2 apresenta-se a problemática que motivou a realização deste trabalho, ou seja, a crescente desorganização do orçamento familiar. Na sequência descreve-se a fundamentação teórica das Tendências Metodológicas da Resolução de Problemas e do uso de Mídias Tecnológicas e suas importâncias como metodologias de ensino.

No início do capítulo 3 descrevem-se alguns fatos históricos e contribuições da Matemática Financeira, sua importância e história. Depois, apresentam-se como os conteúdos da Matemática Financeira são abordados nos livros didáticos utilizados em escolas públicas.

No capítulo 4 propõe-se uma sequência didática que objetive melhorar a qualidade dos processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos da Matemática Financeira baseada na Tendência Metodológica de Resolução de Problemas. Apresenta-se atividades sobre situações reais de compras a prazo, financiamentos e empréstimos.

No capítulo 5 apresentam-se as considerações finais, destacando sugestões de atividades a serem trabalhadas pelos professores de ensino médio para uma melhor assimilação dos conteúdos tratados. Propõem-se também possíveis encaminhamentos futuros para o trabalho apresentado.

2. PROBLEMÁTICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo trata do problema que consideramos mais pertinente no ensino da Matemática Financeira: a desorganização do orçamento familiar. Nele também se apresenta as Tendências Metodológicas que consideramos mais compatível aos nossos propósitos: a Resolução de Problemas e a utilização de Mídias Tecnológicas.

2.1 PROBLEMÁTICA: O ENDIVIDAMENTO FAMILIAR

A problemática que motivou a realização deste trabalho está enunciada a seguir. “**Como trabalhar a Matemática Financeira de modo que os alunos do ensino médio tenham um ensino de qualidade dos conteúdos contribuindo de maneira significativa e que tais conhecimentos os auxiliem na vida pós-escola?”**.

Em uma reportagem à Revista Melhor Gestão de Pessoas, Cristina Morgato refere-se ao fato preocupante das pessoas contraírem dívidas. Para ela:

> Dívidas tiram o sono, a concentração, mexem com a autoestima e, inevitavelmente, podem transformar uma pessoa proativa em alguém desmotivado e improdutivo. Isso é muito perceptível no ambiente de trabalho, pois quando um funcionário tem algum problema pessoal, de saúde, jurídico ou financeiro, por mais que tente, não consegue desempenhar sua função tão bem quanto poderia.
>
> Uma pesquisa da Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo, realizada com 17,8 mil consumidores de todas as capitais, constatou que 63% dos brasileiros têm alguma dívida. O cartão de crédito aparece como principal vilão, indicado por 72,4% das famílias como um dos principais focos do endividamento, seguido pelos carnês, com 27,4%, e pelo financiamento de veículos, com 12,5%. (MORGATO, 2010)

Pesquisas mostram que constantemente tem aumentado o número de pessoas que contraem dívidas, e muitas delas de maneira desorganizada, o que as leva ao endividamento e ao não cumprimento de suas obrigações. Veja na tabela 1, segundo a SERASA EXPERIAN, a quantidade de cheques devolvidos nos últimos anos.

Tabela 1: Número de cheque devolvidos por insuficiência de fundos (segunda devolução) a cada mil cheque compensados.

	jan	feb	mar	apr	may	jun	jul	aug	sep	oct	nov	dec
1991	3,6	3,9	2,5	1,9	2,7	2,4	1,6	1,6	1,7	2,5	2,2	1,9
1992	2,4	2,5	2,1	1,3	2,0	1,2	1,3	1,5	1,2	1,5	1,4	0,9
1993	1,4	1,2	1,2	1,0	1,3	1,0	1,2	0,9	1,1	1,3	0,8	1,1
1994	1,4	1,3	1,4	1,2	1,0	1,0	1,1	0,9	1,1	1,4	2,2	2,3
1995	2,5	3,6	3,5	3,2	4,6	5,2	4,8	4,0	4,2	3,5	4,1	3,9
1996	3,8	3,7	4,8	3,4	4,5	3,6	4,1	4,1	3,9	4,2	4,5	3,8
1997	5,3	6,0	6,0	7,2	7,0	6,8	7,3	8,4	6,9	9,3	7,2	7,4
1998	9,7	9,3	10,6	10,8	10,7	8,3	10,8	8,2	8,6	9,0	8,6	7,6
1999	9,5	9,5	10,2	9,4	8,7	9,1	9,2	9,0	8,4	9,4	8,9	8,9
2000	9,4	9,8	11,1	10,3	10,3	9,4	9,7	9,8	9,3	10,9	10,9	10,2
2001	10,7	11,6	13,9	12,2	14,1	12,6	13,7	14,1	13,7	14,3	14,1	13,6
2002	14,5	13,6	16,2	14,5	14,9	13,7	13,8	12,7	12,0	12,8	12,4	11,9
2003	14,3	14,3	16,7	16,2	17,6	15,3	16,8	15,5	14,7	15,9	15,4	13,9
2004	15,6	16,0	17,2	15,9	16,4	14,6	15,6	14,6	15,2	17,0	16,3	15,8
2005	15,3	15,8	20,8	19,0	19,2	19,1	19,2	18,6	19,4	19,7	20,6	20,1
2006	19,0	20,1	24,3	22,4	23,7	20,9	21,3	20,4	18,9	18,4	19,8	18,9
2007	18,8	19,3	23,1	19,8	22,4	19,0	19,1	19,0	17,7	17,8	19,2	18,7
2008	19,0	19,5	20,8	20,9	21,2	18,5	19,9	18,0	17,9	20,1	21,6	20,2
2009	22,9	23,2	24,6	22,2	25,2	20,2	22,1	19,6	19,4	19,2	20,4	18,7
2010	18,5	18,5	20,4	18,6	18,6	17,5	17,4	16,2	15,9	15,6	16,8	17,2
2011	17,0	18,3	21,3	20,0	20,0	19,3	19,9	18,8	18,2	19,2	21,9	19,9
2012	19,3	20,0	21,9	20,8	22,0	20,2	20,0	19,7	18,7	19,4	19,6	20,4
2013	20,2	19,0										

Fonte: SERASA EXPERIAN (2013a).

Segundo o indicador Serasa Experian, os dados de inadimplência do consumidor registraram uma alta de 2,9% em abril na comparação com o mês imediatamente anterior. Na relação anual, abril deste ano contra o mesmo mês do ano passado – a inadimplência do consumidor teve crescimento de 6,7%. No primeiro quadrimestre do ano, na comparação com o mesmo período do ano anterior, o índice apresentou alta de 9,5%. No primeiro trimestre do ano, o indicador havia registrado alta de 10,5%, ou seja, a inadimplência dos consumidores tem aumentado. Veja na tabela 2 um comparativo da inadimplência dos consumidores entre o 1º quadrimestre de 2012 com o 1º quadrimestre de 2013.

Tabela 2: Comparativo da inadimplência dos consumidores entre os 1os quadrimestres de 2012 e 2013.

Modalidades de Inadimplência	Valor médio das dívidas 1º quadrimestre 2012	Valor médio das dívidas 1º quadrimestre 2013	Variação (%)
Dívidas não bancárias	R$ 386,70	R$ 328,11	-15,2%
Títulos protestados	R$ 1.362,17	R$ 1.363,86	0,1%
Dívidas com os bancos	R$ 1.285,47	R$ 1.381,81	7,5%
Cheques sem fundos	R$ 1.440,76	R$ 1.592,27	10,5%

Fonte: Serasa Experian (2013b).

Observe que o valor médio da inadimplência não bancária apresentou queda de 15,2% no primeiro quadrimestre de 2013, na comparação com o mesmo período do ano anterior. Enquanto os títulos protestados, as dívidas com os bancos e os cheques sem fundos tiveram alta de 0,1%, 7,5% e 10,5%, respectivamente.

Os dados apresentados nas tabelas 1 e 2 mostram um fenômeno atual que é a crescente desorganização financeira familiar, que de alguma forma evidencia que a Matemática Financeira ensinada em sala de aula não está acompanhando as necessidades do dia-a-dia da sociedade.

Argumentamos que o ensino da Matemática Financeira, baseado nos moldes tradicionalistas, é uma das razões para o aprendizado superficial destes conteúdos. A busca de alternativas para apresentar a construção de um conhecimento construtivista para um melhor desenvolvimento de ensino em Matemática Financeira torna-se então um desafio.

Neste trabalho buscaremos indicar atividades que incentivem e mostrem a importância dos conteúdos da Matemática Financeira para a vida pessoal (financeira e social) de cada aluno. Para tanto desenvolveremos nossa proposta didática baseada na Tendência Metodológica da Resolução de Problemas, que descrevemos na próxima seção.

2.2 TENDENCIAS METODOLOGICAS ADOTADAS: RESOLUÇÃO DE PLOBLEMAS E USO DA TECNOLOGIA DIGITAL DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Devido aos obstáculos encontrados no ensino da matemática, começaram a ser desenvolvidas técnicas para o ensino que visavam minimizar estes percalços e fazer com que ocorram melhores entendimentos desta matéria por parte dos alunos.

Assim segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica para o ensino da Matemática, Paraná (2008, p. 61-62), a Educação Matemática é vista como um campo de estudos que possibilita este equilíbrio entre sua ação docente e o conceber a Matemática como uma atividade humana em construção. E mais, espera-se que o seu ensino possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação e formulação de conceitos.

Estas mesmas diretrizes, Paraná (2008, p. 63) afirmam que, os conteúdos propostos devem ser abordados por meio de tendências metodológicas da Educação Matemática que fundamentam a prática docente, das quais destacamos:

_ resolução de problemas;
_ modelagem matemática;
_ mídias tecnológicas;
_ etnomatemática;
_ história da matemática;
_ investigações matemáticas.

Para o desenvolvimento deste trabalho, usaremos as Tendências Metodológicas da Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas.

2.2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Os problemas são importantes, pois é através dos problemas que surgem novas ideias que impulsionam os diversos ramos da Matemática. Segundo Polya (2006) à medida do possível, é importante que os problemas sejam provocativos, pois quando o aluno é desafiado, suas emoções de entusiasmo na busca de solução são despertadas.

Para Polya (2006), cabe ao professor apresentar aos alunos problemas que provoquem a curiosidade, o que certamente vai despertar o interesse dos mesmos, para resolvê-los. Logo os problemas devem estar ao nível dos alunos, isto é, nem tão difíceis para que não desanimem frente às dificuldades encontradas e nem tão fáceis para que não percam o interesse por julgarem fáceis demais.

Segundo Polya (2006), outra questão que não pode ser desconsiderada pelo professor é o momento da explicação de como se resolve um problema. Aos alunos é preciso deixar claro que essa não é tarefa fácil, pois podemos encarar um problema de diferentes maneiras. Muitas vezes, o nosso entendimento do problema, quando lemos pela primeira vez é parcial, e assim só vai se completando na medida em que lemos mais atentamente e, dessa forma, nos organizamos em busca da solução.

Não há regras prontas para se resolver todos os problemas. Elas variam muito, mas de uma maneira geral, existem etapas que podem ajudar na resolução. Polya (2006) apresenta quatro etapas principais para resolução de problemas:

- Compreender o problema: quem vai resolver um problema, primeiramente precisa entender o que se pede, através de uma leitura atenta, ou até mais de uma, interpretando corretamente, para saber o que se pretende calcular. São partes importantes de um problema: a incógnita; os dados fornecidos pelo problema e a condição que deve ser satisfeita, relacionando esses dados conforme as condições estabelecidas no enunciado.
- Elaboração de um plano: depois de interpretar o problema é preciso escolher uma estratégia de ação, que pode variar muito dependendo da natureza do problema. Pode se iniciar com o esboço de uma figura geométrica, com um gráfico, uma tabela ou um diagrama; fazer uso de uma fórmula; tentativa-erro sistemática, entre outras.
- Executar o plano: se o plano foi bem elaborado, não fica tão difícil resolver o problema, seguindo passo a passo o que foi planejado, efetuando todos os cálculos,

executando todas as estratégias, podendo haver maneiras diferentes de resolver o mesmo problema. O importante é que o professor acompanhe todos os passos, questionando o aluno, podendo dar alguma ajuda, mas que o aluno se sinta o idealizador e realizador do plano.

• Retrospecto ou verificação: depois de encontrar a solução é hora de verificar se as condições do problema foram satisfeitas, se o resultado encontrado faz sentido. Pode-se questionar também sobre outras maneiras de resolver o mesmo problema, como também a resolução de outros problemas correlatos, usando a mesma estratégia.

Cabe ao professor proporcionar um momento de discussão no qual os alunos pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia, apresentem suas hipóteses e façam o registro da solução encontrada ou de recursos que utilizaram para chegarem ao resultado. Isso favorece a formação do pensamento matemático.

2.2.2 MÍDIAS TECNOLOGICAS

Segundo as Diretrizes Curriculares da Educação Básica para o ensino da Matemática, Paraná (2008, p. 65) os recursos tecnológicos, como o *software*, a televisão, as calculadoras, os aplicativos da Internet, entre outros, têm favorecido as experimentações matemáticas e potencializado formas de resolução de problemas. Atualmente é difícil imaginar um ensino da matemática sem a utilização dos recursos tecnológicos disponíveis.

A informática é considerada como um dos componentes tecnológicos mais importantes para a efetivação da aprendizagem matemática no mundo moderno. O estudo do uso do computador no ensino da Matemática ou como ferramenta de investigação cognitiva ou como maneira de renovar os cursos tradicionais, tem se firmado como uma das áreas mais ativas e relevantes da Educação Matemática.

Segundo Ponte (1995), o uso do computador no ensino da matemática contribui para:

• Uma relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas de forma mais rápida e eficiente;

• Um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem dos mais variados problemas;

• Uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem mais elevada, que se situam para além do cálculo e da simples compreensão de conceitos e relações matemáticas;
• O crescimento do interesse pelo desenvolvimento de projetos e atividades de modelagem matemática e investigação.

Com relação à calculadora podemos considerar que a mesma é um instrumento universalmente disponível e utilizado pelas mais diversas profissões. Desse modo, se torna imprescindível que as aulas de matemática passem a conceber a necessidade de subsidiar a sua utilização pelos alunos, mesmo depois de deixarem a escola.

Neste contexto, o trabalho com as mídias tecnológicas insere diversas formas de ensinar, e valoriza o processo de produção de conhecimentos.

2.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA

Nesta busca incessante de Tendências Metodológicas para um melhor ensino dos conteúdos de Matemática, optou-se pela Resolução de Problemas, haja vista os benefícios já citados anteriormente. Então, como proceder para trabalhar em sala de aula com esta tendência?

Segundo Buriasco (2005), o esquema de aula na tendência tradicional e o esquema de aula na tendência da Resolução de Problemas, é apresentado no quadro abaixo:

Tabela 3: Comparativo entre a Tendência Metodológica Tradicional e a Resolução de Problemas em sala de aula.

ESQUEMA DE AULA NA TENDÊNCIA TRADICIONAL	ESQUEMA DE AULA NA TENDÊNCIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
1) O professor explica a matéria (teoria).	1) O professor apresenta um problema - escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
2) O professor mostra exemplos.	2) Os alunos tentam resolver o problema com o conhecimento que têm.
3) O professor propõe “exercícios” semelhantes aos exemplos dados	3) Quando os alunos encontram algum obstáculo (falta de algum conteúdo

para que os alunos resolvam.	necessário para a resolução do problema) o professor apresenta, de alguma forma, esse conteúdo.
4) O professor (ou um aluno) resolve no quadro de giz os exercícios.	4) Resolvido o problema, os alunos discutem sua solução, se necessário, com a ajuda do professor. Essa discussão envolve todos os aspectos da resolução do problema, inclusive os do conteúdo necessário.
5) O professor propõe aos alunos outros "exercícios" já não tão semelhantes aos exemplos que ele resolveu.	5) O professor apresenta outro problema - escolhido por ele ou pelo(s) aluno(s).
6) O professor (ou um aluno) resolve os exercícios no quadro de giz.	
7) O professor propõe "problemas", se for o caso, ou mais "exercícios".	
8) Correção dos "problemas" ou e dos "exercícios".	
9) O professor começa outro assunto.	

Fonte: Sobre a resolução de problemas (I). Buriasco (2005).

Assim, na Resolução de Problemas, os problemas a serem resolvidos podem ser sugeridos tanto pelo professor como pelos alunos. Estes problemas são 'o ponto' de partida da atividade matemática. Isto é, 'o ponto' de partida não são as definições que são apresentadas pelo professor, mas sim o problema que é destinado à construção de conhecimento pelo aluno. O professor leva os alunos a pensar e fornece informações quando realmente há necessidade, é organizador, conselheiro e intermediário, pois proporciona materiais, textos, faz explanações, negocia prazos e cooperação entre os alunos, promove debates em relação aos resultados e em relação às estratégias utilizadas por eles.

Por outro lado, na tendência tradicional o professor explica o conteúdo, propõe os exercícios, corrige-os, ou seja, o professor conduz a aula sem muita participação do aluno.

3 O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira é um ramo da Matemática que estuda a mudança de valor do dinheiro em determinado período de tempo. Em tais estudos são criados modelos para avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos momentos. Atualmente, com as práticas de venda do comércio, apoiadas nas facilidades de financiamentos geralmente muito atrativos, tem-se que estar atento aos custos reais dos produtos devido aos altos valores dos juros. Tais cuidados exigem do consumidor um conhecimento básico da Matemática Financeira. Neste capítulo dividimos nossa explanação sobre o assunto em duas seções: A História da Matemática Financeira e o Ensino Clássico da Matemática Financeira.

3.1 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Historicamente a Matemática surgiu de acordo com as necessidades humanas, assim também ocorreu com a Matemática Financeira. Os homens primitivos retiravam da natureza os produtos necessários para a sua sobrevivência e nessa época não existia a troca de mercadorias. Quando ocorreu a comunicação entre os diferentes grupos humanos, iniciaram-se as trocas de mercadorias, onde cada grupo trocava o que estava em excesso em seus depósitos, sem pensar na equivalência de valores. Surgiu neste momento a primeira forma de comércio entre as sociedades, o escambo (troca direta de mercadorias).

Verifica-se que essa troca direta não visava o lucro, mas era exclusivamente para suprir as necessidades de cada grupo. Porém com o contato cada vez maior entre os grupos humanos e com o desenvolvimento da cultura e do artesanato, começaram a surgir dificuldades na realização de tais trocas, pois não havia uma medida de valores entre os produtos a serem trocados. Com isso surgiu a necessidade de mudar a forma como tais trocas estavam sendo realizadas, atribuindo valores às mercadorias. Segundo Georges Ifrah (1997), a primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. Nesta mesma época, surgiu outro padrão de equivalência, o sal, que detinha o seu valor devido à conservação dos alimentos. Devido a esse padrão de equivalência Helênico surgiu a palavra salário (remuneração devida ao empregador para pagamento de serviços prestados). Assim foram surgindo vários padrões de equivalência, cada qual com sua história e importância para seu povo.

A moeda, no sentido atual da palavra, só começou a ser utilizada quando o metal passou a ser fundido em pequenas peças. A invenção desse sistema ideal de troca comercial, segundo a opinião da maioria dos especialistas, ocorreu no século VII antes da era cristã e é atribuída às cidades-estados da Grécia na Ásia Menor e ao reino Lídia, também na Ásia Menor. A principal vantagem das moedas era que elas podiam ser facilmente manuseadas. Elas tinham a mesma massa e eram seladas com a marca oficial de uma autoridade da época, certificando assim suas validade e qualidade. Em razão das múltiplas vantagens que apresentava, seu uso teria se espalhado rapidamente pela Grécia, Fenícia, Roma e entre inúmeros outros povos, inclusive na China (IFRAH, 1997, p. 152).

Já no século XV, Holanda, Espanha, Portugal e posteriormente (século XVII) a Inglaterra se fortaleceram assumindo a liderança do comércio. Neste momento esses países intensificaram o transporte marítimo de suas mercadorias, pois, naquela época, era mais seguro realizar o transporte por água do que por terra devido aos saqueadores. Neste período surgiu o mercador e com ele uma nova atividade, o comércio de dinheiro, que na época girava em torno do ouro e da prata.

Com o passar dos séculos as relações entre os países foram se estreitando. Como cada país utilizava a sua moeda como forma de pagamento, surgiu à necessidade da elaboração de critérios de equivalência entre as moedas. A primeira forma de equivalência entre moedas se baseava na quantidade de ouro em poder de cada país. Segundo Jozsef Robert: “Ao passar as fronteiras, a questão – quantidade de ouro em cada moeda – se torna muito importante, pois o país comprador paga com sua moeda, uma soma equivalente à quantidade de ouro contida na moeda do país vendedor.” (ROBERT, 1989, p. 31). Essa forma de equivalência ficou conhecida como padrão ouro e só foi abandonada no início do século XX, aproximadamente em 1930.

Comerciantes que conheciam os valores das moedas estrangeiras começaram a se interessar por guardar grandes quantidades delas e a se dedicarem à atividade de troca ou câmbio daí, o surgimento dos cambistas. Tais comerciantes rapidamente acumularam grandes somas de dinheiro.

Segundo Jozsef Robert (1989) num espaço de tempo relativamente curto, acumularam-se fantásticas somas em dinheiro nas mãos dos cambistas. Paulatinamente, os cambistas foram se ocupando de uma nova atividade: guardar e emprestar dinheiro. “Imaginemos um cambista qualquer que tenha acumulado, desta forma, em seus cofres, imensa quantidade de dinheiro. Era natural que a seguinte ideia lhe ocorresse: porque estas grandes somas de dinheiro haverão de permanecer em nosso poder sem qualquer lucro para mim? [...] emprestarei parte deste dinheiro a quem pedir, sob a condição de que seja devolvido num prazo determinado. Como meu devedor empregará o dinheiro como quiser durante este período – talvez em transações comerciais -, é natural que eu obtenha alguma vantagem. Por isso, além do dinheiro emprestado, deverá entregar-me, no vencimento do prazo estipulado, uma soma adicional.” ROBERT (1989, p. 55-56)

Assim surgiu a atividade de guardar e emprestar dinheiro. Na atividade de empréstimo ocorria que depois de determinado tempo, o emprestador deveria ser recompensado com a cobrança de uma soma adicional, visando o lucro. Surgiram também as primeiras operações de crédito e o conceito de juros. Estes emprestadores ficavam a maior parte do tempo sentado em bancos, o que deu origem às palavras banco e banqueiro.

Segundo Ido José Schneider (2008, p.30), no mundo antigo, entre os egípcios e babilônios, e, mais tarde, entre os gregos e romanos, era costume os cidadãos mais abastados confiarem a custódia de seu ouro aos sacerdotes. Dessa forma, os primeiros bancos teriam sido criados pelos sacerdotes, pois emprestavam por meio de suas organizações, como os templos, quantias que depois de certo tempo eram devolvidas com juros, em ouro e prata. A Igreja Católica criou, então, o Banco do Espírito Santo, já com um fabuloso capital inicial. Já o primeiro banco privado foi fundado em Veneza, pelo duque Vitali, no ano de 1157. Nos séculos XIII, XIV e XV, houve a criação de toda uma rede bancária e a Igreja teve de aceitar a nova realidade, de que não estava mais sozinha nesse ramo de negócio.

No final do século XVI e início do século XVII surgiram poderosas agências bancárias e uma nova forma de transação, a conta corrente. Segundo Jozsef Robert (1989), os possuidores de dinheiro, tendo a frente o comerciante, depositavam no banco uma determinada quantia de dinheiro sob a denominação de conta corrente. Mais tarde, se o comerciante necessitava efetuar um pagamento, preenchia um formulário impresso pelo próprio banco, chamado de cheque. Assim, o cheque nada mais era que uma ordem que o depositante dava ao banco para que este pagasse ao portador a soma estipulada no cheque, deduzindo-a de sua conta corrente ou transferindo-a para a conta corrente de outro depositante. Desta forma, podemos concluir que a primeira forma de uso do papel-moeda foi a utilização do cheque.

Segundo Jean Piton-Gonçalves (2005), o surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros compostos e o uso da Matemática Comercial e Financeira, de modo geral. Os bancos foram os grandes propulsores práticos para o avanço da Matemática Comercial e Financeira e da Economia no período entre os séculos X até XV. A maneira como eram feitos os cálculos dos juros para a obtenção de lucro, praticamente não se alteraram até hoje. Por outro lado, desenvolveram-se os métodos de cálculos das garantias (seguros) para diminuir os riscos tanto para os clientes quanto para os bancos.

Devido ao crescente interesse da população nas atividades comerciais e financeiras que surgiram durante o Renascimento, começaram a aparecer muitos textos populares de aritmética. Três centenas desses livros foram impressos na Europa antes do século XVII. A mais antiga aritmética impressa é a anônima e hoje extremamente rara Aritmética de Treviso, publicada em 1478 na cidade de Treviso. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo (PITON-GONÇALVES*,* 2005).

Na próxima sessão vamos descrever como o conteúdo da Matemática Financeira é abordado no ensino médio.

3.2 - ENSINO CLÁSSICO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

No século XXI ocorrem avanços tecnológicos evidentes, tem-se acesso rápido à informação e um notório desenvolvimento da informática, cenário contrastante com aquele observado na educação, que em passos lentos tenta acompanhar o desenvolvimento da sociedade e de suas tecnologias.

A Matemática, mesmo sendo rejeitada por muitos, é uma ciência que une o pensamento formal a realidade do dia-a-dia. Ela busca através de técnicas, contribuir com a sociedade na compreensão dos fatos diários e em possíveis alternativas para soluções de problemas. Com o desenvolvimento da sociedade, a Matemática foi sendo aperfeiçoada e vive em constante evolução, de modo que é uma das ciências que mais se aplica em nossa vida diária, desde as operações básicas até aos cálculos mais complexos. Assim, dada a importância da Matemática no dia-a-dia, deveríamos ter um ensino de melhor qualidade.

Para explicar como a Matemática Financeira vem sendo trabalhada nas escolas, a seguir apresenta-se o conteúdo abordado no Ensino Médio.

3.2.1 O conteúdo

O ensino da Matemática Financeira no 2º ano do ensino médio, geralmente inicia-se com uma introdução onde é colocado um problema de ordem financeira, na tentativa de estimular o aluno a se interessar pelo conteúdo, porém os problemas apresentados muitas vezes fogem da realidade da maioria dos alunos e acabam por desmotivá-los ainda mais. Além disto, também ocorre o fato dos alunos não entenderem o porquê de estarem estudando tais assuntos.

Para descrevermos como está sendo aplicada a Matemática Financeira nas escolas atualmente, tomamos como referências as seguintes obras:

- Matemática: ciências e aplicações – volume 1- de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida;
- Matemática: ensino médio – volume 3 – de Katia Cristina Stocco Smole e Maria Ignez de Souza Vieira Diniz;
- Matemática – volume 1 – de Manuel Paiva;
- Conexões com a Matemática – volume 3 – de Juliane Matsubara Barroso; e
- Matemática: Novo Olhar – volume 2 – de Joamir Souza.

Nestas obras a abordagem realizada pelos autores com relação aos conceitos que envolvem Matemática Financeira seguem os mesmos padrões. A seguir apresentam-se os conteúdos abordados.

3.2.1.1. Porcentagem

O conteúdo é apresentado nos livros didáticos, fazendo uma relação entre a parte considerada de um total de 100, em seguida é feita uma definição:

- Taxa percentual ou porcentagem é a razão entre o número real *p,* $0 \leq p \leq 100$, e o número 100, que indicamos por *p* %.

Em seguida são apresentados aos alunos alguns exercícios resolvidos e finalmente, para concluir o conteúdo, são deixados outros exercícios a resolver.

3.2.1.2. Juros

Define-se o conceito de juros como a remuneração que se recebe da instituição ou que se paga em relação ao capital. Define-se também alguns termos que são utilizados quando se refere a juros, tais como:

- Capital (*c*): quantia em dinheiro investida ou emprestada.
- Juros (*j*): rendimento, acréscimo ou aluguel pago pelo investimento ou empréstimo de certa quantia.
- Taxa de juros (*i*): porcentagem que se recebe de rendimento em um investimento ou que se paga pelo empréstimo de certa quantia.
- Tempo (*n*): período em que se investe ou empresta certa quantia, podendo ser dado em dias, meses, anos, etc.
- Montante (*M*): soma do capital com o juro.

3.2.1.3 Juros Simples

Os livros explicam que os juros incidem apenas sobre o capital investido e que o montante resgatado nesse regime depende do capital, do tempo de aplicação e da taxa de juros. Calculam-se os juros simples por meio da fórmula

$$j = \mathrm{c} * \mathrm{i} * \mathrm{n}\ . \qquad (1)$$

Em algumas aplicações calcula-se o montante por meio das fórmulas

$$\mathrm{M} = \mathrm{c} + \mathrm{j} \qquad \textit{ou} \qquad \mathrm{M} = \mathrm{c} * (1 + \mathrm{i} * \mathrm{n}). \qquad (2)$$

Nessas fórmulas, ao substituir a taxa de juros, devemos escrevê-la na forma decimal.

Depois destas explicações e definições, novamente são apresentados aos alunos alguns exercícios resolvidos e finalmente, para concluir o conteúdo, são deixados outros exercícios a resolver.

3.2.1.4 Juros Compostos

Inicialmente define-se o conceito de juros compostos como o rendimento obtido no final de cada período de aplicação e que é incorporado ao capital inicial, dando origem ao montante. Dessa forma calcula-se o juro sempre sobre o resultado da aplicação anterior, o que chamamos de "juro sobre juro". Essa é a modalidade de remuneração mais empregada pelas instituições financeiras.

Os cálculos envolvidos na resolução de problemas de juros compostos em geral são trabalhosos, por isso se recomenda o auxílio de uma calculadora. De maneira geral, pode-se calcular o montante obtido ao aplicar um capital a juros compostos por meio da expressão:

$$M = c * (1 + i_1) * (1 + i_2) * (1 + i_3) * \dots * (1 + i_n) \qquad (3)$$

em que $\mathrm{i}_1 = \mathrm{i}_2 = \mathrm{i}_3 = \cdots \mathrm{i}_\mathrm{n} = \mathrm{i}$. Como as taxas de acréscimo estão associadas a um período de tempo, temos que *n* = *t*, logo

$$M = c * (1 + i)^n\,. \qquad (4)$$

Um dos autores, dos livros citados, refere-se ao fato de que nos juros compostos, não podemos multiplicar ou dividir uma taxa em certo período e obter uma equivalente em outro período, como ocorre nos juros simples. Diz-se que no caso dos juros compostos é necessário realizar outros cálculos, mas não se demonstram quais seriam esses cálculos.

3.2.1.5 Sistema de amortização

Dos livros citados apenas um apresenta o conteúdo de sistema de amortização sendo que o autor optou em utilizar o sistema PRICE de amortização. Normalmente os livros didáticos não trabalham este conteúdo.

Os textos definem amortização como o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento ou prestação corresponde aos juros e ao abatimento de parte do capital (valor da dívida), sendo os juros calculados sobre o saldo devedor.

As maneiras de pagamento de uma dívida estão associadas a diferentes sistemas de amortização, sendo dois os principais o Sistema de Amortização Constante (SAC), em que a amortização da dívida é constante, igual em cada período, e o sistema Price ou Francês, com prestações fixas.

Neste tópico iremos estudar apenas o sistema Price, em que o devedor paga o empréstimo em prestações fixas, sendo o número de prestações variável, de acordo com o contrato entre as partes (devedor e credor). Para calcular o valor de cada prestação de um empréstimo no sistema Price, utilizamos a seguinte fórmula:

$$P = \frac{C * i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad (5)$$

Na fómula (5) tem-se que *P* é o valor da prestação, *c* é o valor do bem ou empréstimo, *i* é a taxa de juros e *n* é o número de prestações.

Enfim, a cada etapa da apresentação dos conteúdos da Matemática Financeira dos livros citados, são colocados exemplos e propostos exercícios para fixação, com a finalidade de que os alunos se apropriem dos cálculos e das técnicas que envolvem a Matemática Financeira.

Enfim, no caso da Matemática Financeira, estes são os conteúdos abordados no ensino médio.

4 PROPOSTA DE INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Neste capítulo é descrita uma sequência didática, que tem por objetivo melhorar a qualidade do processo de ensino dos conteúdos da Matemática Financeira no 2º ano do Ensino Médio. Serão apresentadas atividades a serem realizadas e a metodologia proposta para a explicação dos conceitos da Matemática Financeira.

4.1 PROBLEMATIZAÇÃO

Atividade 1 – O problema!

Justificativa: Com o objetivo de introduzir e dar significados aos conceitos básicos da Matemática Financeira foi escolhido como situação-problema a compra de um veículo e de uma casa, ambos financiados. Tal problema foi escolhido devido ao fato de que estamos vivendo em uma sociedade capitalista, em que compreender os conceitos da Matemática Financeira permite ao ser humano tomar decisões quanto ao ato de adquirir ou não um bem. Nestas situações de compra convém analisar o menor preço em diferentes pontos de vendas, quando e como comprar, à vista ou a prazo, se é conveniente aumentar o endividamento familiar ou sair de situações de endividamento e melhorar a qualidade de vida, entre outros fatores.

Atividade 1. Está chegando aquele momento tão esperado de construir a vida a dois. Nada melhor do que já iniciar com um endereço fixo e um carro na garagem. Afinal, como diz o ditado “quem casa, quer casa” e agora em tempos automatizados “quer carro” também. Não interessa se a sua moradia e o veículo serão comprados à vista ou financiados, o importante é possuí-los, ter aquele cantinho especial e aquele veículo novo na garagem.

Pensando nisso, um casal de noivos de Ribeirão do Pinhal, prestes a se casarem, pretendem financiar um imóvel e um carro. Porém, nessa nova união apenas o rapaz trabalha, tendo como renda dois salários mínimos. Para tanto, o casal iniciou as buscas para encontrarem um imóvel não tão caro e um carro popular na própria cidade.

Dias depois já haviam selecionados um imóvel e definiram também o carro. Veja as figuras 1 e 2.

Detalhes do anúncio

Quartos: **3**
Banheiros: **1**
Metros quadrados: **62**

Mobiliado: **Não**
Animais de estimação: **Não**
Comissão do corretor: **Não**

casa nova

3 dormitorios

62m2

VALOR:

R$ 100.000,00

Figura 1 – Anúncio de venda de uma casa em Ribeirão do Pinhal.

CONFIGURAÇÕES DO CARRO MONTADO

SEU CARRO

MILLE FIRE ECONOMY 1.0 FLEX 2P 2013

Frete **Incluso**

Carro **R$ 22.230,00**

Figura 2 – Anúncio de venda de um veículo – Mille Fire Economy 1.0

Sabe-se ainda que o rapaz dispõe em sua poupança uma quantia equivalente a R$25.000,00, dos quais ele pretende utilizar R$20.000,00 para dar de entrada na casa e R$5.000,00 para a entrada no carro.

Assim podemos questionar: é conveniente ao futuro casal comprar a casa e o veículo zero, ambos financiados? Justifique.

Desenvolvimento: A atividade será realizada de acordo com a Tendência metodológica de Resolução de Problemas. O professor organizará os alunos em grupos de 5 pessoas, ou a quantia que lhe for adequada de acordo com a turma. Em seguida exporá a situação-problema aos alunos, para que estes com o uso seus de conhecimentos, de livros, calculadoras, computadores, internet, entre outros, resolvam o problema utilizando suas próprias metodologias. Na segunda parte da aula o professor deverá recolher as respostas e promover um diálogo entre os alunos para analisar as respostas fornecidas.

Nesse processo é interessante que o professor acompanhe a resolução das atividades, orientando os alunos, mas sem fornecer o resultado, para que os mesmos tirem suas próprias conclusões. Também é importante que as dificuldades sejam valorizadas, afim de justificar a necessidade de aprender novos conteúdos. Enfim, devemos considerar a possibilidade de que os alunos não consigam dar uma resposta satisfatória ao problema, justificando-se devido ao fato de que novos conceitos devam ser adquiridos.

4.1.1 Matemática financeira – aquisição de conceitos.

Em uma sociedade capitalista onde se visa o lucro, vemos que o estudo da Matemática Financeira torna-se imprescindível. Conhecer e compreender os conceitos básicos da Matemática Financeira permite ao aluno fazer distinção entre como, quando e onde comprar, à vista ou a prazo, entre outras opções. Nesta etapa vamos nos utilizar de situações-problemas vivenciadas diariamente para aquisição de conceitos da Matemática Financeira, fundamentais em nossa vida.

4.1.1.1 Porcentagem.

Justificativa: A porcentagem aparece em qualquer compra que realizamos, mais que isso ela está presente várias atividades do dia-a-dia, por exemplo: “Pague à vista e ganhe 10% de desconto!”. Assim é conveniente saber como elas funcionam, o que elas são e como calculá-las. Considere a seguinte situação-problema:

Porcentagem

Definição

Porcentagem pode ser definida como a centésima parte de uma grandeza, ou o cálculo baseado em 100 unidades.

É visto com frequência as pessoas ou o próprio mercado usar expressões de acréscimo ou redução nos preços de produtos ou serviços.

Exemplo:

- Dos funcionários que trabalham na empresa, 75% são dedicados.

Significa que de cada 100 funcionários, 75 são dedicados ao trabalho ou a empresa.

O que é taxa de porcentagem

É definido como taxa de porcentagem o valor obtido aplicando uma determinada taxa a certo valor. Também pode-se fixar a taxa de porcentagem como o numerador de uma fração que tem como denominador o número 100.

Como calcular porcentagem

Todo o cálculo de porcentagem, como informado, é baseado no número 100.

O cálculo de tantos por cento de uma expressão matemática ou de um problema a ser resolvido é indicado pelo símbolo (%), e pode ser feito, na soma, por meio de uma proporção simples.

Para que se possam fazer cálculos com porcentagem (%), temos que fixar o seguinte:

1) A taxa está para porcentagem (acréscimo, desconto, etc), assim como o valor 100 está para a quantia a ser encontrada.

2) O número que se efetua o cálculo de porcentagem é representado por 100.

3) O capital informado tem sempre por igualdade ao 100.

As porcentagens costumam ser representadas de três maneiras, além da representação geométrica:

Exemplo:

a) Sessenta e um por cento: 61%; $\frac{61}{100}$; 0,61 e

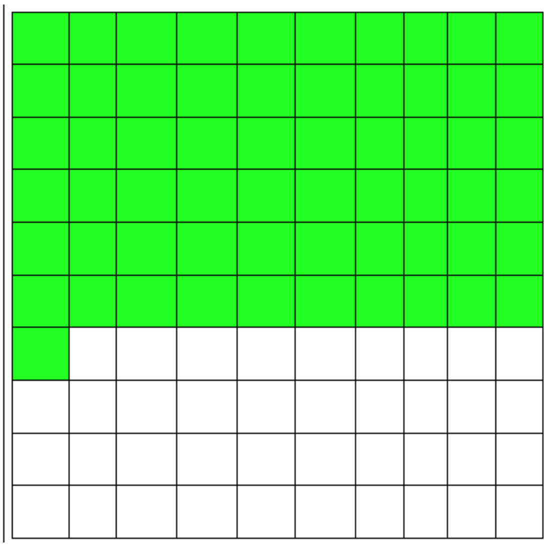


Figura 3 – Representação de porcentagem

<u>Atividade 2</u>. Um guarda-roupa foi comprado a prazo, pagando-se R$ 2.204,00 pelo mesmo. Sabe-se que foi obtido um desconto de 5% sobre o preço de etiqueta. Se a compra tivesse sido à vista, o guarda-roupa teria saído por R$ 1.972,00. Neste caso, qual teria sido o desconto obtido? Represente graficamente esse desconto.

RESOLUÇÃO:

- Como o guarda-roupa foi comprado com 5% de desconto, isto equivale a dizer que foi comprado por 95% (0,95 na forma decimal) do seu preço:

$$100\% - 5\% = 95\% = \frac{95}{100} = 0{,}95\,.$$

- Dividindo-se 2204 por 0,95, iremos obter o preço do produto sem qualquer desconto:

$$\frac{2204}{0{,}95} = 2320\,.$$

- Como o preço à vista seria de **R$ 1.972,00** e o preço sem nenhum desconto é de **R$ 2.320,00**, o desconto obtido seria de **R$ 348,00**:

$$2320 - 1972 = 348\,.$$

- Resta-nos calcular quantos por cento **348** é de **2320**, o que podemos fazer dividindo-se **348** por **2320**:

$$\frac{348}{2320} = 0{,}15\,.$$

- **0,15** é o resultado procurado, mas na forma decimal, multiplicando-o por **100** iremos obter o resultado na forma percentual: **15%**
- Portanto se o guarda-roupa tivesse sido comprado à vista, o desconto percentual teria sido de 15%. Veja a representação gráfica na figura (4).
- Representação gráfica:

Figura 4 – Representação gráfica do desconto no preço à vista da atividade 2.

Desenvolvimento: Propor a situação-problema aos grupos de alunos. Os grupos terão um tempo para resolver a situação-problema e após o término da atividade, destinarão um tempo para discussão do mesmo. Discutir-se-á o conceito de porcentagem, as formas pelas quais podemos representá-las, e como realizar os cálculos, utilizando-as.

4.1.1.2 Juros Simples.

Justificativa: Apesar de praticamente não se utilizar essa modalidade de juros, o conhecimento deste conceito contribuir na consolidação de outros conceitos, tais como: função afim, porcentagem e progressão aritimética, entre outros. Considere a seguinte situação-problema:

JUROS

É a remuneração, a qualquer título, atribuída ao capital. É a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no final de certo período de tempo.

JUROS SIMPLES

Definição: os juros calculados unicamente sobre o capital inicial; não incidindo sobre os juros acumulados. A taxa de juros varia unicamente em função do tempo

Montante: É a soma do capital aplicado ou devido mais o valor dos juros correspondentes ao prazo da aplicação da dívida.

Atividade 3: Uma jovem emprestou a importância de 15.000,00 reais, pelo prazo de 4 bimestres, à taxa de 7,5% ao bimestre (a.b.). Represente esta atividade no eixo das setas, demonstre esta situação por meio de um gráfico e calcule o valor dos juros e do montante resultante do empréstimo, considerando o sistema de capitalização por juros simples?

Resolução:

Segundo Polya (2006, p. 4) em seu livro “Arte de resolver problemas” para resolução de problemas deve-se: “Compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano, fazer o retrospecto e verificar a resolução.”

Sendo assim:

Compreendendo o problema: podemos nos utilizar das seguintes questões:

- Quais são os dados do Problema?

  Capital inicial = R$ 15.000,00

  Período: 4 bimestres.

  Taxa de juros: 7,5% ao mês.

  Observamos que a taxa está na forma de porcentagem é preciso transformá-la em taxa centesimal, usando os conhecimentos de representação de porcentagens, temos que 7,5% ao bimestre correspondem a 7,5/100 = 0,075 ao bimestre.

- É possível construirmos uma tabela?

  Sim, podemos construir utilizando a planilha do excel.

- Já resolvemos algum problema semelhante?

  Não, apenas problemas em que envolviam porcentagens.

Elaborando um plano

Como já conhecemos o cálculo de porcentagens, podemos calcular o valor a ser atribuído a cada bimestre e, montar uma tabela para tabular os dados.

Com os dados tabulados podemos observar se existe uma sequência e, caso exista se podemos encontrar uma fórmula que sirva para todos os cálculos de juros simples.

Executando o plano

Sendo o sistema de capitalização de juros simples, temos que por definição que os juros são calculados unicamente sobre o capital inicial. Logo, calculando a porcentagem do capital referente a taxa teremos o valor dos juros:

R$15.000,00 * 0,075 = R$ 1125,00.

Tabulando os dados temos:

Tabela 4: Tabulação de Juros simples e montante da atividade 3

BIMESTRE	JUROS DO BIMESTRE	JUROS ACUMULADO	MONTANTE
1	R$1.125,00	R$1.125,00	R$16.125,00
2	R$1.125,00	R$2.250,00	R$17.250,00
3	R$1.125,00	R$3.375,00	R$18.375,00
4	R$1.125,00	R$4.500,00	R$19.500,00

Observando a sequência temos:

- Para os juros:

Tabela 5: Tabela da sequência de juros simples da atividade 3

mês	Juros
1	1125 = 1*1125
2	2250 = 2*1125
3	3375 = 3*1125
4	4500 = 4*1125
...	...
n	n*1125

Como R$1125,00 é o juros de um período, resultado do cálculo de porcentagem entre o capital (c) e a taxa (i), temos, portanto que os juros é dado por: $j = c.i.n$. Sendo n a quantidade de períodos desejada.

Neste mesmo sentido podemos calcular o montante:

Tabela 6: Tabela da sequência de montante da atividade 3

bimestre	Montante
1	M_1 = 15000+15000*0,075*1
2	M_2= 15000+15000*0,075*2
3	M_3= 15000+15000*0,075*3
4	M_4= 15000+15000*0,075*4
...	...
n	M_n = 15000+ 15000*0,075 *n

Como M é o montante temos;

M_n = 15000,00 + 15000,oo *0,075*n

E como R$15.000, é o capital (c) e i é a taxa, conclui-se:

M_1 = 15000+15000*0,075*1

M_2= 15000+15000*0,075*2

M_3= 15000+15000*0,075*3

M_4= 15000+15000*0,075*4

...

M_n= 15000+15000*0,075*n

Assim o montante dos juros simples :

M_n = c + c*i*n. Logo:

M_n= c*(1 + i*n).

Representação dos juros no gráfico de setas:

Considere o eixo das setas representado na figura (5).

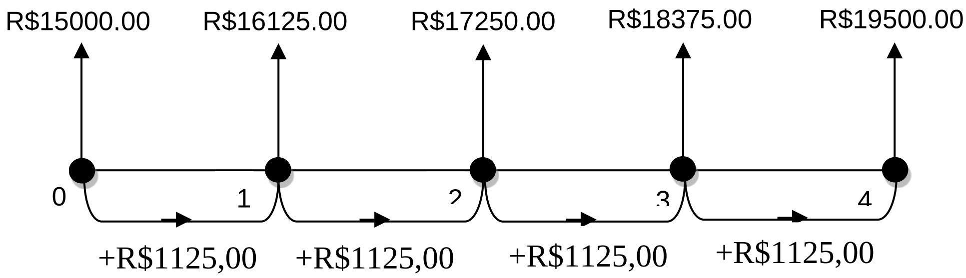


Figura 5 – Representação do eixo de setas da atividade 3 – juros simples.

- O gráfico dos juros simples e do montante acumulado por 4 bimestres é apresentado na figura (6), gerando uma função afim: M(t) = 15000 + 1125*t .

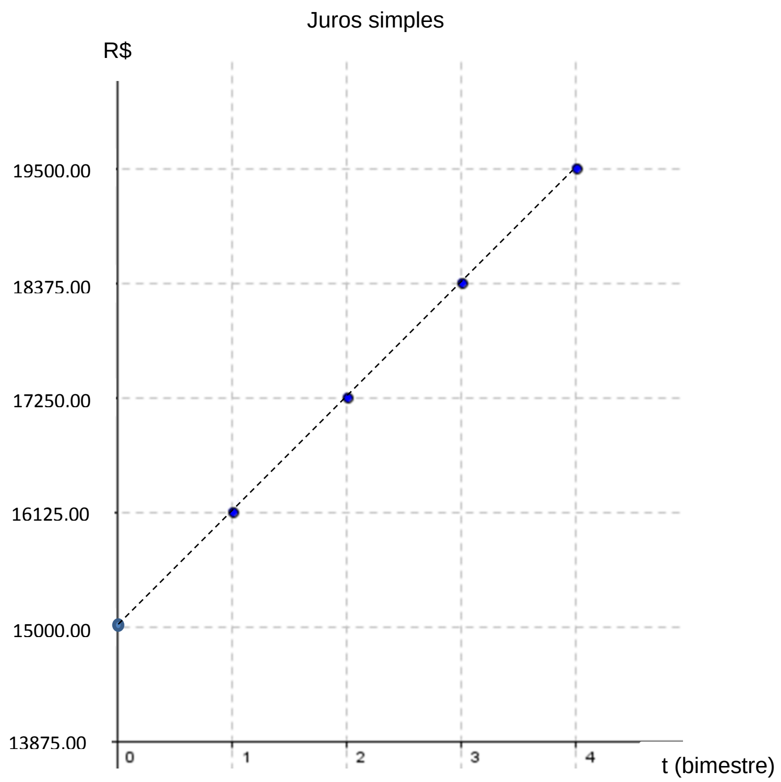


Figura 6 – Representação gráfica dos juros simples e do montante acumulado da atividade 3.

Verificação e validação

Logo para calcular os juros simples, bimestre a bimestre, utiliza-se a fórmula (1). Substituindo-se os valores dados no problema, segue que:

$\mathrm{j} = 15000{,}00 * 0{,}075 * 4$, ou ainda, $\mathrm{j} = 4500{,}00$ reais. (6)

O montante é obtido somando-se ao valor do capital, o valor total dos juros acumulados, equação (2). Substituindo-se os valores dados,

$M = 15000{,}00 + 4500{,}00$ ou ainda, $\mathrm{M} = 19500{,}00$ reais. (7)

Portanto, o valor dos juros será de R$ 4500,00, resultante do empréstimo de R$ 15000,00 à taxa de 7,5% a.b., pelo prazo de 4 bimestres. O montante será de R$ 19500,00.

4.1.1.2.1 Juros Simples no Excel

Para calcular juros simples, vamos relembrar a fórmula para o seu cálculo. Da equação (1) tem- se que $\mathrm{j} = \mathrm{c} * \mathrm{i} * \mathrm{n}$, onde;

- **j:** corresponde aos juros.
- **c:** corresponde ao capital, valor que você vai pegar emprestado.
- **i:** corresponde à taxa de juros, que pode ser a.a (ao ano), ou a.m (ao mês), entre outras opções. Antes de iniciar o cálculo você deve dividir a taxa de juros por 100, a fim de que obtenha o valor da taxa no sistema decimal.
- **n:** é o prazo ou período. Note que o prazo deve estar de acordo com a taxa, ou seja, se ela estiver em ano, o prazo também deverá ser expresso em ano, por outro lado se a taxa estiver em mês o prazo também deve ser convertido para mês.

Tomemos como exemplo o problema citado anteriormente: Uma jovem emprestou a importância de R$ 15.000,00 feito pelo prazo de 4 bimestres, à taxa de 7,5% a.b. Calcule o valor dos juros e do montante resultante do empréstimo, sendo que o sistema de capitalização é o de juros simples?

Para resolver o problema no Excel devem-se seguir os seguintes passos:

- Na célula A1 digita-se **CAPITAL**;
- Na célula A2 digita-se **TAXA**;
- Na célula A3 digita-se **PRAZO**;
- Na célula A5 digita-se **TOTAL DE JUROS**;
- Na célula A6 digita-se **TOTAL A PAGAR**;
- Na célula B1 digita-se o valor referente ao capital;
- Na célula B2 digita-se o valor referente a taxa;
  Como a taxa está expressa em taxa percentual, devemos dividi-la por 100 para obter em número decimal. O que foi feito na célula C2(=B2/100)
- Na célula B3 digita-se o valor referente ao prazo;
- Na célula B5 digita-se: =B1*C2*B3, e aperta-se o Enter e aparecerá o valor dos juros no tempo determinado.
- Na célula B6 digita-se: =B1+B5, e aperta-se o Enter e aparecerá o valor do montante a ser pago no tempo determinado. Veja figura 7.

G4

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	7,50%	0,075		
3	PRAZO	4			
4					
5	TOTAL DE JUROS	R$ 4.500,00			
6	TOTAL A PAGAR	R$ 19.500,00			
7					
8					

Figura 7 – Cálculo de juros simples com Excel

Nesta atividade o aluno terá a oportunidade de observar e aprender a trabalhar com o Excel, aplicado ao cálculo de juros simples.

- **Cálculo de juros simples no Excel com a função PGTO.**

Com o auxílio da função PGTO (taxa; nper; vp; vf; tipo) calcula-se os pagamentos devido a juros simples. Consideram-se situações com pagamentos periódicos constantes e taxas de juros constantes, em que:

- **taxa** é a taxa de juros por período.
- **nper** é o número total de pagamentos pelo empréstimo.
- **vp** é o valor presente de uma série de pagamentos futuros.
- **vf** é o valor futuro, ou o saldo, que você deseja obter depois do último pagamento. Se vf for omitido, será considerado 0.
- **tipo** é o número 0 ou 1 e indica as datas de vencimento.

Para a realização deste cálculo, seguem-se alguns passos:

➢ Passo 1:

Crie uma planilha, veja figura (8), com os seguintes dados:

- Capital
- Prazo (em meses)
- Taxa de juros (em porcentagem)
- Prestação mensal e,
- Valor total.

C8 *fx*

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL
2	R$ 15.000,00	12	1,70%		
3	R$ 10.000,00	24	2,24%		
4	R$ 23.500,00	36	0,60%		
5	R$ 12.330,00	6	3%		
6	R$ 1.000,00	10	1,34%		
7	R$ 100,00	12	2%		
8					

Figura 8 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – Capital, prazo e taxa

Na figura (8) tem-se que o capital ou vp corresponde ao valor presente da fórmula, o valor financiado ou empréstimo; o prazo ou nper corresponde ao número total de pagamentos, a taxa de juros corresponde aos juros aplicados no período, o valor mensal corresponde ao valor mensal a ser pago, já acrescido de juros e o valor total corresponde ao valor total a ser pago, também já acrescido de juros.

➢ <u>Passo 2</u>:

Clique na célula D2, em seguida vá ao **Menu, fórmulas, Inserir / Função. Abrirá uma caixa de diálogo chamada inserir função, na qual deve-se escolher a categoria financeira e clicar na função PGTO e em seguida em OK. Veja figura (9).**

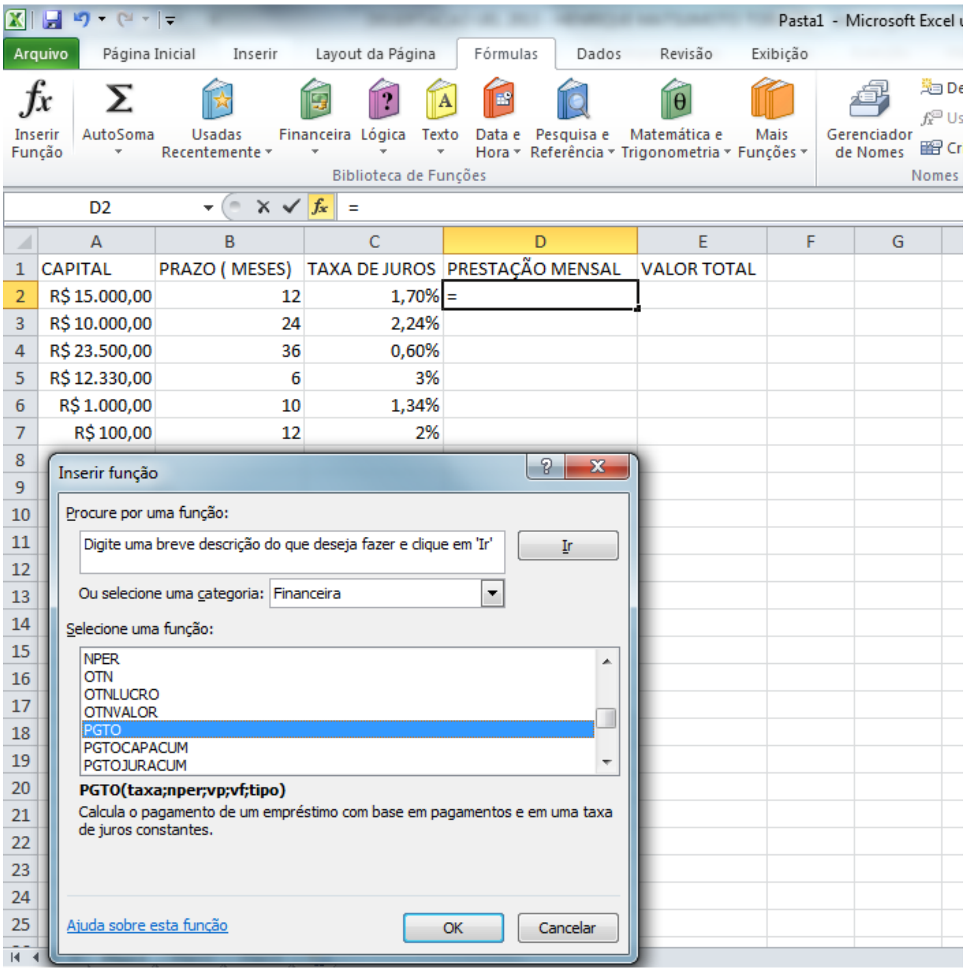


Figura 9 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – Prestação mensal 1º passo

Abrirá uma nova janela (Argumentos da função). Defina a célula C2 para taxa, B2 para nper e A2 para valor presente, como apresentado na figura (10).

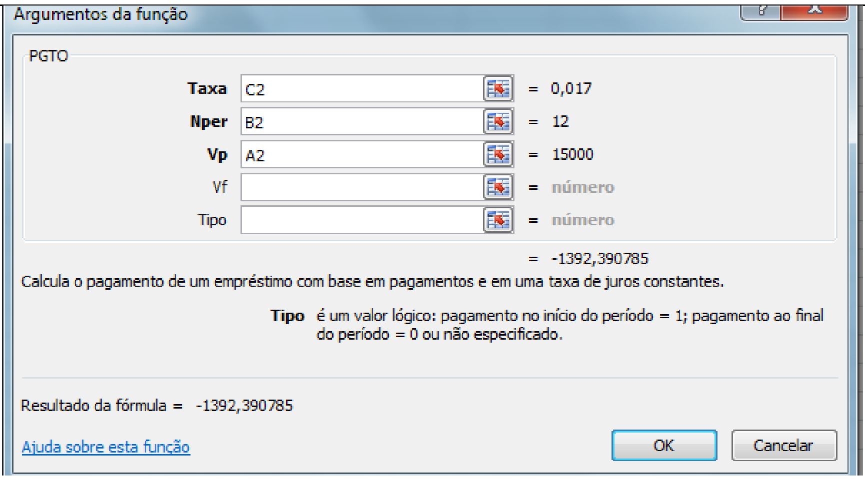


Figura 10 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – Prestação mensal 2º passo

Clique em OK novamente e o resultado aparecerá em negativo, veja figura (11).

D2 fx =PGTO(C2;B2;A2)

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL
2	R$ 15.000,00	12	1,70%	-R$ 1.392,39	
3	R$ 10.000,00	24	2,24%		
4	R$ 23.500,00	36	0,60%		
5	R$ 12.330,00	6	3%		
6	R$ 1.000,00	10	1,34%		
7	R$ 100,00	12	2%		
8					

Figura 11 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – Prestação mensal 3º passo

Para solucionar o problema clique em F2 e coloque um sinal de menos (-) na frente da fórmula PGTO, ou seja, -PGTO(C2;B2;A2). Observe figura (12).

D2 fx =-PGTO(C2;B2;A2)

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL
2	R$ 15.000,00	12	1,70%	R$ 1.392,39	
3	R$ 10.000,00	24	2,24%		
4	R$ 23.500,00	36	0,60%		
5	R$ 12.330,00	6	3%		
6	R$ 1.000,00	10	1,34%		
7	R$ 100,00	12	2%		
8					

Figura 12 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – Prestação mensal 4º passo

Agora basta multiplicar o valor mensal pelo número de parcelas (=D2*B2) para obter o valor total, como apresentado nas figuras (13) e (14).

PGTO | =D2*B2

	A	B	C	D	E	F
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL	
2	R$ 15.000,00	12	1,70%	R$ 1.392,39	=D2*B2	
3	R$ 10.000,00	24	2,24%			
4	R$ 23.500,00	36	0,60%			
5	R$ 12.330,00	6	3%			
6	R$ 1.000,00	10	1,34%			
7	R$ 100,00	12	2%			
8						

Figura 13 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO –valor total 1º passo

E3

	A	B	C	D	E	F
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL	
2	R$ 15.000,00	12	1,70%	R$ 1.392,39	R$ 16.708,69	
3	R$ 10.000,00	24	2,24%			
4	R$ 23.500,00	36	0,60%			
5	R$ 12.330,00	6	3%			
6	R$ 1.000,00	10	1,34%			
7	R$ 100,00	12	2%			
8						

Figura 14 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO –valor total 2º passo

Logo após obter o resultado, utilize a alça de preenchimento do Excel para copiar a fórmula para as demais células abaixo. Veja resultado na figura (15).

E10

	A	B	C	D	E	F
1	CAPITAL	PRAZO (MESES)	TAXA DE JUROS	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR TOTAL	
2	R$ 15.000,00	12	1,70%	R$ 1.392,39	R$ 16.708,69	
3	R$ 10.000,00	24	2,24%	R$ 543,19	R$ 13.036,66	
4	R$ 23.500,00	36	0,60%	R$ 727,76	R$ 26.199,45	
5	R$ 12.330,00	6	3%	R$ 2.276,09	R$ 13.656,52	
6	R$ 1.000,00	10	1,34%	R$ 107,52	R$ 1.075,17	
7	R$ 100,00	12	2%	R$ 9,46	R$ 113,47	
8						

Figura 15 – Planilha com cálculo de juros simples com função PGTO – preenchimento total das prestações mensais e dos valores totais

Desenvolvimento: Propor a situação-problema aos grupos de alunos. Após o término da atividade será destinado um tempo para discussão do mesmo, deixando claro a importância dos juros simples, a necessidade do uso da porcentagem e do conhecimento de progressão aritmética.

4.1.1.3 - Juros Compostos

Justificativa: A maioria das transações financeiras são feitas no regime de juros compostos. O sistema financeiro atual utiliza o regime de juros compostos, pois ele oferece maior rentabilidade quando comparado com os juros simples, uma vez que juros compostos incidem mês a mês, de acordo com o somatório acumulativo do capital com o rendimento mensal. Os juros compostos são utilizados na remuneração das cadernetas de poupança, entre outros investimentos, e é conhecido como "juro sobre juro".

JUROS COMPOSTOS

Definição: Juros compostos são os juros de um determinado período somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Juros compostos fazem parte da disciplina e conceito da matemática financeira, e esses juros são representados através de um percentual. Neste regime de capitalização a taxa varia exponencialmente em função do tempo.

Montante: É o mesmo definido para a capitalização de juros simples, ou seja, a soma do capital aplicado ou devido mais o valor dos juros correspondentes ao prazo da aplicação da dívida.

Taxas Equivalentes são taxas que quando aplicadas ao mesmo capital, num mesmo intervalo de tempo, produzem montantes iguais. Essas taxas devem ser observadas com muita atenção, em alguns financiamentos de longo prazo, somos apenas informados da taxa mensal de juros e não tomamos conhecimento da taxa anual ou dentro do período estabelecido, trimestre, semestre entre outros. Uma expressão matemática básica e de fácil manuseio que nos fornece a equivalência de duas taxas é:

$\boldsymbol{1 + ia = (1 + ip)^n}$, onde: (8)

ia = taxa anual, ip = taxa período, n: número de períodos

Atividade 4 - Aplicando-se R$ 15.000,00 a uma taxa de juros compostos de 1,7% ao mês (a.m.), quanto receberei de volta após um ano de aplicação? Qual o juro obtido neste período? Represente graficamente.

Resolução:

Seguindo novamente os passos de Polya (2006, p.4) deve-se: “Compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano, fazer o retrospecto e verificar a resolução.”

Neste contexto, para compreender o problema podemos nos utilizar das seguintes questões:

- Quais os dados do Problema?

  Capital inicial = R$ 15.000,00

  Período: 1ano.

  Taxa de juros: 1,7% ao mês.

  Observamos que a taxa está na forma de porcentagem é preciso transformá-la em taxa centesimal, usando os conhecimentos de representação de porcentagens, temos que 1,7% ao mês correspondem a 1,7/100 = 0,017 ao mês.
- É possível construirmos uma tabela?

  Sim
- Já resolvemos algum problema semelhante?

  Não, apenas problemas com juros simples.

Elaborando um plano

Como já conhecemos o cálculo de porcentagens e o de juros simples, podemos calcular o valor a ser atribuído a cada mês e, montar uma planilha com o auxilio do Excel para tabular os dados.

Com os dados tabulados podemos observar se existe uma sequência e, caso exista se podemos encontrar uma fórmula que sirva para todos os cálculos de juros compostos.

Executando o plano

Sendo o sistema de capitalização de juros compostos, temos que por definição os juros de um determinado período somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Assim calculando a porcentagem e o montante mês a mês, temos:

Tabela 7 – Tabulação do capital, juros e montante da atividade 4

MÊS	CAPITAL INÍCIO	JUROS CORRIGIDOS	MONTANTE FINAL
1	R$15.000,00	R$255,00	R$15.255,00
2	R$15.255,00	R$259,34	R$15.514,34
3	R$15.514,34	R$263,74	R$15.778,08
4	R$15.778,08	R$268,23	R$16.046,31
5	R$16.046,31	R$272.78	R$16.319,09
6	R$16.319,09	R$277,43	R$16.596,52
7	R$16.596,52	R$282,14	R$16.878,66
8	R$16.878,66	R$286.94	R$17.165,60
9	R$17.165,60	R$291,81	R$17.457,41
10	R$17.457,41	R$296,78	R$17.754,19
11	R$17.754,19	R$301,82	R$18.056,01
12	R$18.056,01	R$306,95	R$18.362,96

O valor do montante no final décimo segundo mês é de R$ 18.362,96. O montante final de cada mês é o valor do capital inicial do mês seguinte. Entretanto, essa forma de cálculo é bastante trabalhosa e demorada. Vamos deduzir uma fórmula que permita um cálculo mais fácil e rápido, partindo do desenvolvimento anterior, sem, no entanto efetuar os cálculos ali demonstrados.

$\mathbf{M_0}$ = 15.000,00

$\mathbf{M_1}$ = 15.000,00 + 0,017 x 15.000,00 = 15.000,00(1 + 0,017) = 15.000,00 $(1.017)^1$

$\mathbf{M_2}$ = 15.000,00(1,017) + 0,017 x 15.000,00 x (1,017) = 15.000,00 (1,017)(1+0,017) = 15.000,00$(1,017)^2$

$\mathbf{M_3}$ = 15.000,00$(1,017)^2$ + 0,017 x 15.000,00 x $(1,017)^2$ = 15.000,00 $(1,017)^2$(1+0,017) = 15.000,00$(1,017)^3$

...

M_{12} = 15.000,00(1,017)^{11} + 0,017 x 15.000,00(1,017)^{11} = 15.000,00(1,017)^{11}(1 + 0,017) = 15.000,00 (1,017)^{12}

Substituindo cada **n** da expressão **M_{12}** = 15.000,00(1,017)^{12} pelo seu símbolo correspondente, temos **M** = **C** (1 + **i**)^{n}, em que a expressão (1 + **i**)^{n} é chamada de fator de capitalização ou fator de acumulação de capital para pagamento simples ou único.

Verificação e validação

Da equação (2) o montante é dado por

$$\mathrm{M} = 15000{,}00 * (1 + 0{,}017)^{12} = 18.362{,}96 \text{ reais} \qquad (9)$$

Como a diferença entre o montante e o capital aplicado nos dá os juros do período, então, após um ano de aplicação, receber-se-á de volta um total de R$ 18.362,96, dos quais R$ 3.362,96 serão recebidos a título de juros.

A figura (16) apresenta a representação gráfica do montante acumulado, mês a mês, no caso de juros compostos.

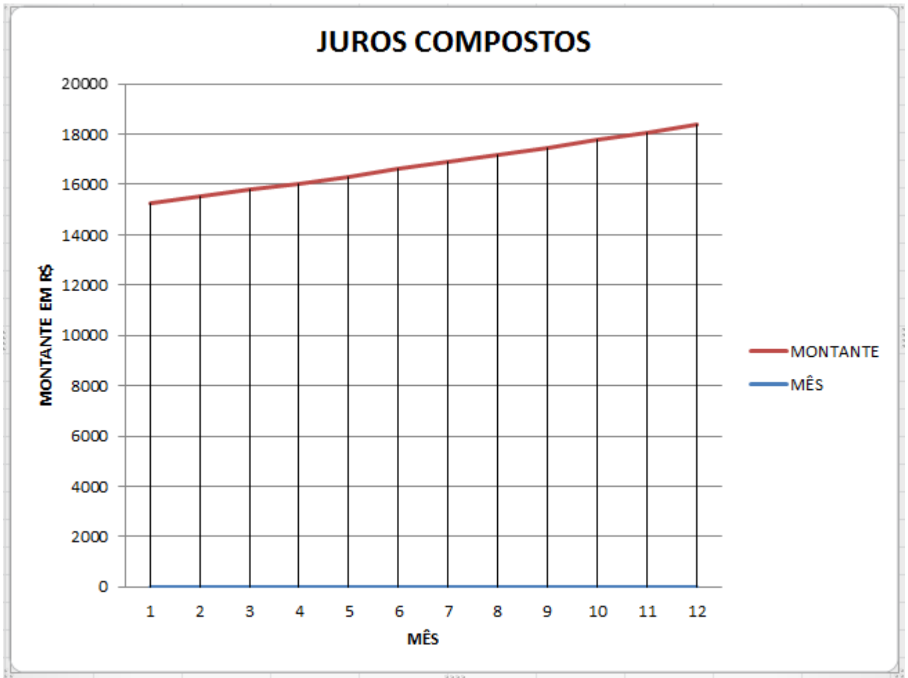


Figura 16 – Representação gráfica de juros compostos da atividade 4.

4.1.1.3.1 Juros compostos no Excel

Nesta etapa, utilizando o Excel, vamos criar uma planilha para o cálculo de juros compostos para auxiliar na assimilação do conteúdo pelos alunos. No regime de juros compostos os juros de cada período são somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes, de modo que o montante acumulado por meio de juros composto é dada pela equação (4), ou seja, $M = c * (1 + i)^n$, onde:

- *M* corresponde ao montante acumulado, ou seja, capital mais os juros.
- ***c*** corresponde ao capital, valor que se pega emprestado.
- ***i*** corresponde à taxa de juros, que *pode s*er a.a (ao ano), ou a.m (ao mês), entre outras possibilidades. Antes de iniciar o cálculo você deve dividir a taxa de juros por 100, a fim que se obtenha o valor da taxa no sistema decimal.
- ***n*** é o prazo ou período. Note que o prazo deve estar de acordo com a taxa, ou seja, se ela estiver em ano, o prazo também deverá ser expresso em ano, agora se a taxa estiver em mês, o prazo também deve ser convertido para mês.

Toma-se como exemplo o problema citado anteriormente: Aplicando-se R$ 15.000,00 a uma taxa de juro composto de 1,7% a.m. Quanto receberei de volta após um ano de aplicação? Qual o juro obtido neste período. Adote como sistema de capitalização os juros compostos.

Resolução:

Note que:

- A taxa de juro é de 1,7%, ou seja, 1,7/100 que é igual a *i* = 0,017.
- A taxa está ao mês e o tempo em anos, assim vamos converter o tempo em meses, logo 1 ano é igual a 12 meses.

Montando a planilha:

Abra o Microsoft Office Excel e crie a planilha com o valor do capital *c* na célula B1, a taxa de juro *i* em B2 e os meses devidamente distribuídos, *n* = 12, conforme na figura (17).

A23 | f_x

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS	MONTANTE	
5	1				
6	2				
7	3				
8	4				
9	5				
10	6				
11	7				
12	8				
13	9				
14	10				
15	11				
16	12				
17					

Figura 17 – Planilha com cálculo de juros compostos – valor, capital, taxa e meses

Em seguida clique na célula D5 e coloque a fórmula $= \mathrm{B}1 * (1 + \mathrm{B}2)^{\mathrm{A}5}$, conforme na figura (18).

SOMA | f_x =B1*(1+B2)^A5

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS	MONTANTE	
5	1			=B1*(1+B2)^A5	
6	2				
7	3				
8	4				
9	5				
10	6				
11	7				
12	8				
13	9				
14	10				
15	11				
16	12				
17					

Figura 18 – Planilha com cálculo de juros compostos – fórmula e montante do primeiro mês

Logo após clique na célula D6 para calcular o montante referente ao segundo mês. Coloque a seguinte fórmula $= \mathrm{B1} * (1 + \$\mathrm{B}\$2)^{\mathrm{A6}}$, conforme na figura (19).

VP | =$B$1*(1+$B$2)^A6

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1			R$ 15.255,00	
6	2			=$B$1*(1+$B$2)^A6	
7	3				
8	4				
9	5				
10	6				
11	7				
12	8				
13	9				
14	10				
15	11				
16	12				
17					

Figura 19 – Planilha com cálculo de juros compostos – fórmula e montante do segundo mês

Para calcular o montante nos próximos meses, utiliza-se o capital acumulado multiplicando-o por (1+ taxa) elevado ao prazo, e assim por diante, conforme na figura (20). Nas células D7 até D16, digite $= \mathrm{B1} * (1 + \$\mathrm{B}\$2)^{\mathrm{prazo}}$, tomando como prazo as células A7 até A16 respectivamente:

D22

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1			R$ 15.255,00	
6	2			R$ 15.514,34	
7	3			R$ 15.778,08	
8	4			R$ 16.046,31	
9	5			R$ 16.319,09	
10	6			R$ 16.596,52	
11	7			R$ 16.878,66	
12	8			R$ 17.165,60	
13	9			R$ 17.457,41	
14	10			R$ 17.754,19	
15	11			R$ 18.056,01	
16	12			R$ 18.362,96	
17					

Figura 20 – Planilha com cálculo de juros compostos – fórmula e montante de cada mês

Nesta atividade o professor poderá também calcular a projeção dos juros em moeda e em porcentagem, isto para o aluno verificar o quanto paga-se a mais (mensalmente), tanto em moeda quanto em porcentagem.

Assim, para saber a projeção de juros em moeda, basta subtrair do montante do mês desejado o capital. Montando uma nova planilha para esta atividade, clique na célula B5 e digite a fórmula $= \mathrm{D5} - \$\mathrm{B}\$1$, conforme na figura (21).

VP =D5-B1

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1	=D5-B1		R$ 15.255,00	
6	2			R$ 15.514,34	
7	3			R$ 15.778,08	
8	4			R$ 16.046,31	
9	5			R$ 16.319,09	
10	6			R$ 16.596,52	
11	7			R$ 16.878,66	
12	8			R$ 17.165,60	
13	9			R$ 17.457,41	
14	10			R$ 17.754,19	
15	11			R$ 18.056,01	
16	12			R$ 18.362,96	
17					

Figura 21 – Planilha com cálculo de juros compostos - fórmula e juros em moeda do primeiro mês

Para compor todos os resultados, copie a fórmula, arrastando para as células seguintes, conforme a figura (22).

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1	R$ 255,00		R$ 15.255,00	
6	2	R$ 514,33		R$ 15.514,34	
7	3	R$ 778,08		R$ 15.778,08	
8	4	R$ 1.046,31		R$ 16.046,31	
9	5	R$ 1.319,09		R$ 16.319,09	
10	6	R$ 1.596,52		R$ 16.596,52	
11	7	R$ 1.878,66		R$ 16.878,66	
12	8	R$ 2.165,60		R$ 17.165,60	
13	9	R$ 2.457,41		R$ 17.457,41	
14	10	R$ 2.754,19		R$ 17.754,19	
15	11	R$ 3.056,01		R$ 18.056,01	
16	12	R$ 3.362,96		R$ 18.362,96	
17					

Figura 22 – Planilha com cálculo de juros compostos – fórmula e juros em moeda de cada mês

Como última atividade relacionada a este problema pode-se calcular a projeção dos juros, em porcentagem. Para isto clique na célula C5 e digite a seguinte fórmula $= \left(\frac{\mathrm{B5}}{\$\mathrm{B}\$1}\right) * 100$, conforme na figura (23).

VP =(B5/$B$1)*100

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1	R$ 255,00	=(B5/$B$1)*100	R$ 15.255,00	
6	2	R$ 514,33		R$ 15.514,34	
7	3	R$ 778,08		R$ 15.778,08	
8	4	R$ 1.046,31		R$ 16.046,31	
9	5	R$ 1.319,09		R$ 16.319,09	
10	6	R$ 1.596,52		R$ 16.596,52	
11	7	R$ 1.878,66		R$ 16.878,66	
12	8	R$ 2.165,60		R$ 17.165,60	
13	9	R$ 2.457,41		R$ 17.457,41	
14	10	R$ 2.754,19		R$ 17.754,19	
15	11	R$ 3.056,01		R$ 18.056,01	
16	12	R$ 3.362,96		R$ 18.362,96	
17					

Figura 23 – Planilha com cálculo de juros compostos – juros em porcentagem referente ao primeiro mês

Para saber a projeção de juros, em porcentagem, primeiramente temos que dividir o juro correspondente ao primeiro mês pelo valor do capital, multiplicando o resultado por 100. Depois se calcula a projeção desse percentual mês a mês, ou seja, quanto de juros vai sendo acrescentado em relação aos juros embutido no primeiro mês.

Clique na célula C6 e digite a fórmula $= \left(\frac{\mathrm{B6}}{\$\mathrm{B}\$1}\right) * 100 - \mathrm{C5}$, **conforme na figura (24).** Assim para saber realmente quantos juros serão cobrados nos meses posteriores, divide-se o valor do juro correspondente ao segundo mês pelo capital (parte dividida pelo todo), multiplica-se este resultado por 100 e subtraí-se o percentual de juros do mês anterior. Dessa forma, obtemos somente a diferença do percentual de juros.

VP | =((B6/$B$1)*100)-C5

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1	R$ 255,00	1,7	R$ 15.255,00	
6	2	R$ 514,33	=((B6/$B$1)*100)-C5	R$ 15.514,34	
7	3	R$ 778,08		R$ 15.778,08	
8	4	R$ 1.046,31		R$ 16.046,31	
9	5	R$ 1.319,09		R$ 16.319,09	
10	6	R$ 1.596,52		R$ 16.596,52	
11	7	R$ 1.878,66		R$ 16.878,66	
12	8	R$ 2.165,60		R$ 17.165,60	
13	9	R$ 2.457,41		R$ 17.457,41	
14	10	R$ 2.754,19		R$ 17.754,19	
15	11	R$ 3.056,01		R$ 18.056,01	
16	12	R$ 3.362,96		R$ 18.362,96	
17					

Figura 24 – Planilha com cálculo de juros compostos - crescimento percentual em relação ao primeiro mês

Para saber a projeção de juros, em porcentagem, nos demais meses, arraste a fórmula para baixo, conforme na figura (25).

D18 |

	A	B	C	D	E
1	CAPITAL	R$ 15.000,00			
2	TAXA	0,017			
3					
4	PRAZA EM MESES	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS (%)	MONTANTE	
5	1	R$ 255,00	1,7	R$ 15.255,00	
6	2	R$ 514,33	1,73	R$ 15.514,34	
7	3	R$ 778,08	1,76	R$ 15.778,08	
8	4	R$ 1.046,31	1,79	R$ 16.046,31	
9	5	R$ 1.319,09	1,82	R$ 16.319,09	
10	6	R$ 1.596,52	1,85	R$ 16.596,52	
11	7	R$ 1.878,66	1,88	R$ 16.878,66	
12	8	R$ 2.165,60	1,91	R$ 17.165,60	
13	9	R$ 2.457,41	1,95	R$ 17.457,41	
14	10	R$ 2.754,19	1,98	R$ 17.754,19	
15	11	R$ 3.056,01	2,01	R$ 18.056,01	
16	12	R$ 3.362,96	2,05	R$ 18.362,96	
17					

Figura 25 – Planilha com cálculo de juros compostos - crescimento percentual em relação ao mês anterior

Cálculo do valor presente (vp) e do valor futuro (vf) em juros composto no Excel.

Considere novamente a equação (4), ou seja, $M = c * (1 + i)^n$. Nas novas definições tem-se que $VF = VP * (1 + i)^n$. Seja VP o valor presente, que representa o valor do capital na data 0 (zero) ou 1 (um). Se esse parâmetro for omitido em sua fórmula, o Excel irá considerar o zero para efetuar o cálculo. Seja VF o valor que será obtido ao final do período, considerando as entradas, saídas e os juros. Note que VF também é chamado de montante, na medida em que ele retorna o valor futuro de um investimento com base nas aplicações constantes reguladas pela taxa de juros. Em se tratando de um empréstimo ou compra, o valor futuro VF corresponde à rentabilidade do capital que você investiu em um determinado produto, serviço, etc.

Problema: Henrique vai aplicar 150,00 reais todo mês em uma poupança, com uma taxa de 0,6% ao mês. O que Henrique deve fazer para saber quanto vai obter após um determinado período?

Com o auxílio da função VF(taxa; nper; pagamentos; vp; tipo) resolve-se o problema. Para a realização deste cálculo, considera-se alguns passos.

- Passo 1: Abrir o Microsoft Excel 2010 e criar a tabela apresentada na figura (26).

G16

	A	B	C	D
1	PAGAMENTO	R$ 150,00		
2	TAXA	0,60%		
3				
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS
5	1			
6	2			
7	3			
8	4			
9	5			
10	6			
11	7			
12	8			
13	9			
14	10			
15	11			
16	12			
17				

Figura 26 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 1

- Passo 2: Clique na célula B5 e vá ao Menu Fórmulas / Inserir Função. Clique na categoria Financeira e escolha a fórmula VF. Veja figura (27).

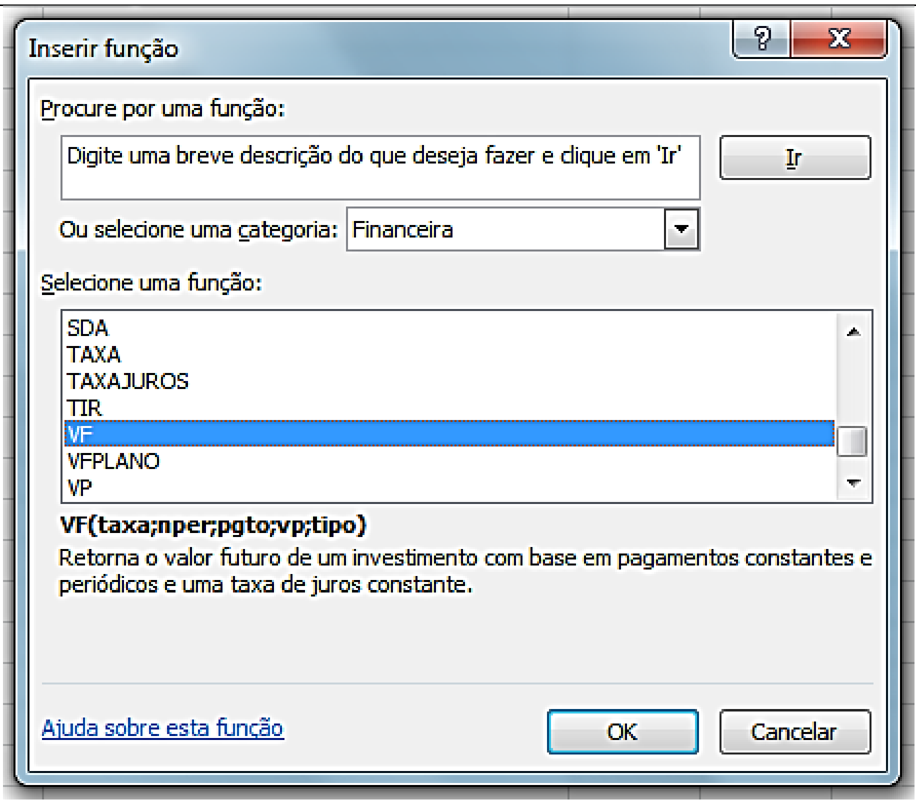


Figura 27 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 2

Clique em OK. Abrirá a caixa de diálogo chamada Argumentos da Função, que deve ser configurada. Faça os seguintes procedimentos como descritos abaixo e na figura (28).

- Taxa: digite $B$2 – 0,006
- Nper: clique em A5 – correspondente ao primeiro mês.
- Pgto: digite $B$1 – que corresponde ao valor aplicado constantemente.
- VP: não informaremos, pois os valores serão aplicados regularmente. Se desejar, digite zero (0) apenas para não deixar esse campo em branco.
- Tipo: digite 1 para informar que os pagamentos ocorrerão ao final de cada mês

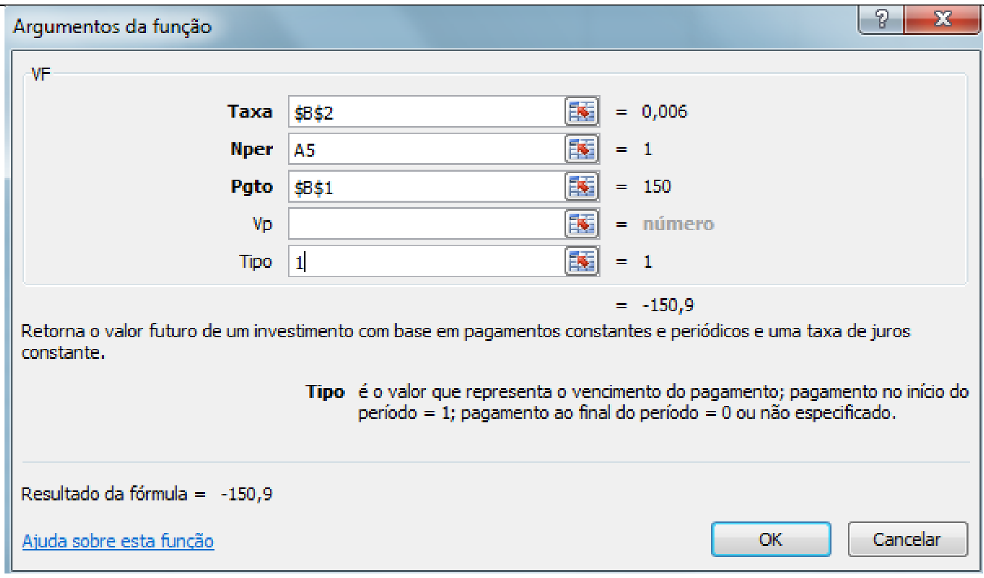
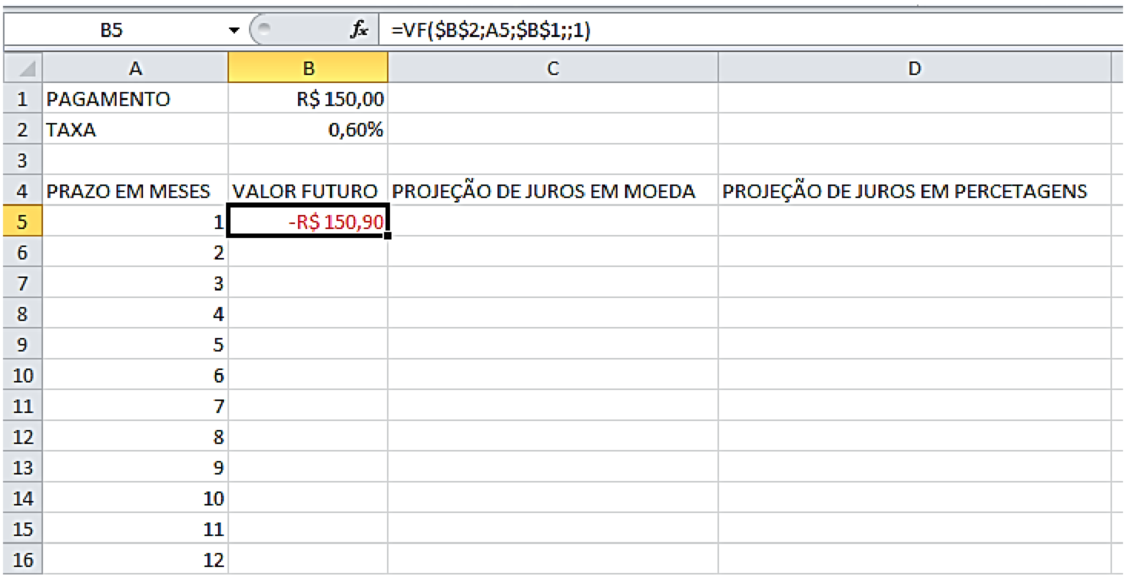


Figura 28 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 2.1

Como no caso precedente, o valor futuro aparecerá com o sinal de negativo. Observe a figura (29).


B5 =VF($B$2;A5;$B$1;;1)

	A	B	C	D
1	PAGAMENTO	R$ 150,00		
2	TAXA	0,60%		
3				
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS
5	1	-R$ 150,90		
6	2			
7	3			
8	4			
9	5			
10	6			
11	7			
12	8			
13	9			
14	10			
15	11			
16	12			

Figura 29 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 2.2

Coloque um sinal de menos (-) antes de VF para corrigir esse problema, ou seja,

=-VF($B$2;A4;$B$1;;1). Veja figura (30).

B5 | f_x | =-VF($B$2;A5;$B$1;;1)

	A	B	C	D
1	PAGAMENTO	R$ 150,00		
2	TAXA	0,60%		
3				
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS
5	1	R$ 150,90		
6	2			
7	3			
8	4			
9	5			
10	6			
11	7			
12	8			
13	9			
14	10			
15	11			
16	12			
17				

Figura 30 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 2.3

- Passo 3: Arraste o resultado para baixo a fim de obter o resultado dos próximos meses, conforme a figura (31).

B5 | f_x | =-VF($B$2;A5;$B$1;;1)

	A	B	C	D
1	PAGAMENTO	R$ 150,00		
2	TAXA	0,60%		
3				
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS
5	1	R$ 150,90		
6	2	R$ 302,71		
7	3	R$ 455,42		
8	4	R$ 609,05		
9	5	R$ 763,61		
10	6	R$ 919,09		
11	7	R$ 1.075,50		
12	8	R$ 1.232,86		
13	9	R$ 1.391,15		
14	10	R$ 1.550,40		
15	11	R$ 1.710,60		
16	12	R$ 1.871,77		

Figura 31 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 3

- Passo 4: Para saber a projeção do acúmulo de juros em moeda, clique na célula C5 e digite a fórmula $= B5 - (\$B\$1 * A5)$. Assim o valor futuro obtido no mês será subtraído do pagamento multiplicado pelo período atual. Observe os resultados na figura (32).

	A	B	C	D
1	PAGAMENTO	R$ 150,00		
2	TAXA	0,60%		
3				
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS
5	1	R$ 150,90	R$ 0,90	
6	2	R$ 302,71	R$ 2,71	
7	3	R$ 455,42	R$ 5,42	
8	4	R$ 609,05	R$ 9,05	
9	5	R$ 763,61	R$ 13,61	
10	6	R$ 919,09	R$ 19,09	
11	7	R$ 1.075,50	R$ 25,50	
12	8	R$ 1.232,86	R$ 32,86	
13	9	R$ 1.391,15	R$ 41,15	
14	10	R$ 1.550,40	R$ 50,40	
15	11	R$ 1.710,60	R$ 60,60	
16	12	R$ 1.871,77	R$ 71,77	

Figura 32 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 4

- Passo 5: Para sabermos a projeção do acúmulo de juros em porcentagem basta digitar na célula D5, a fórmula $=\frac{C5}{B5} * 100$. Em seguida arraste a fórmula para baixo para obter os resultados apresentados na figura (33).

	A	B	C	D	E
1	PAGAMENTO	R$ 150,00			
2	TAXA	0,60%	0,006		
3					
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS (%)	
5	1	R$ 150,90	R$ 0,90	0,60	
6	2	R$ 302,71	R$ 2,71	0,89	
7	3	R$ 455,42	R$ 5,42	1,19	
8	4	R$ 609,05	R$ 9,05	1,49	
9	5	R$ 763,61	R$ 13,61	1,78	
10	6	R$ 919,09	R$ 19,09	2,08	
11	7	R$ 1.075,50	R$ 25,50	2,37	
12	8	R$ 1.232,86	R$ 32,86	2,67	
13	9	R$ 1.391,15	R$ 41,15	2,96	
14	10	R$ 1.550,40	R$ 50,40	3,25	
15	11	R$ 1.710,60	R$ 60,60	3,54	
16	12	R$ 1.871,77	R$ 71,77	3,83	
17					

Figura 33 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 5

- Passo 6: O valor presente VP , veja figura (34), pode ser calculado por:

$\mathrm{VF} = \mathrm{VP} * (1 + \mathrm{i})^{\mathrm{n}}$, ou ainda, $\mathrm{VP} = \mathrm{VF}/(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{n}}$.

G10

	A	B	C	D	E
1	PAGAMENTO	R$ 150,00			
2	TAXA	0,60%	0,006		
3					
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS (%)	VALOR PRESENTE
5	1	R$ 150,90	R$ 0,90	0,60	R$ 150,00
6	2	R$ 302,71	R$ 2,71	0,89	R$ 299,11
7	3	R$ 455,42	R$ 5,42	1,19	R$ 447,32
8	4	R$ 609,05	R$ 9,05	1,49	R$ 594,65
9	5	R$ 763,61	R$ 13,61	1,78	R$ 741,11
10	6	R$ 919,09	R$ 19,09	2,08	R$ 886,69
11	7	R$ 1.075,50	R$ 25,50	2,37	R$ 1.031,40
12	8	R$ 1.232,86	R$ 32,86	2,67	R$ 1.175,25
13	9	R$ 1.391,15	R$ 41,15	2,96	R$ 1.318,24
14	10	R$ 1.550,40	R$ 50,40	3,25	R$ 1.460,38
15	11	R$ 1.710,60	R$ 60,60	3,54	R$ 1.601,67
16	12	R$ 1.871,77	R$ 71,77	3,83	R$ 1.742,11
17					

Figura 34 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 6

Também é possível obter o valor presente com o auxílio da Função PV, que retorna o valor presente de um investimento. Para tanto, clique em Inserir Fórmulas/ Inserir Função, aponte para a categoria Financeira e escolha VP, configurando-a conforme apresentado na figura (35).

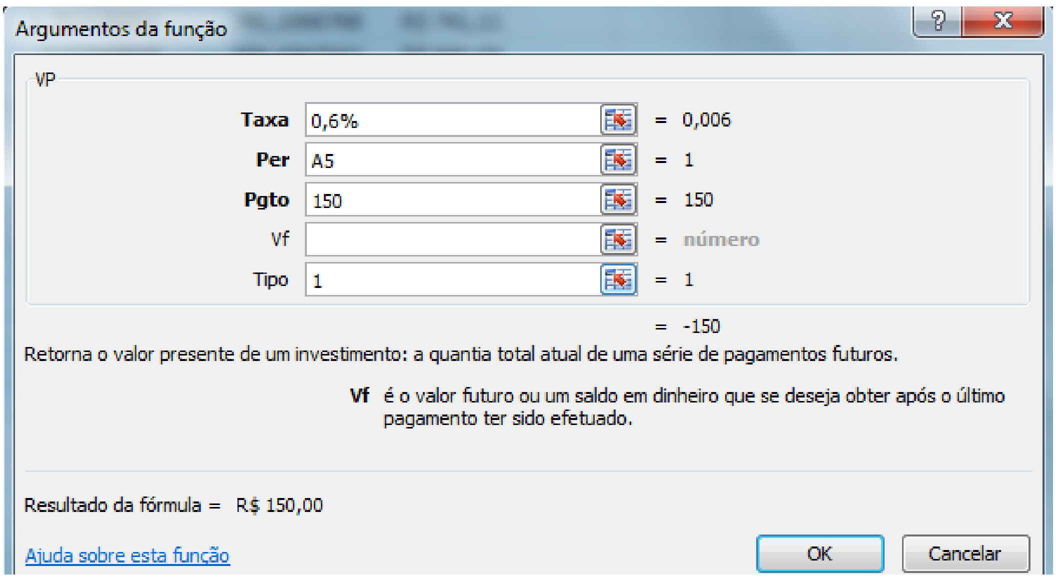


Figura 35 – Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 6.1

Novamente a fórmula **=VP(B2;A15;B1;;1)** retornará o resultado em negativo. Para corrigir o problema basta colocar um sinal de menos (-) antes de VP, ficando desta maneira assim **=-VP(B2;A15;B1;;1).** A figura (36) apresenta os resultados.

	A	B	C	D	E
1	PAGAMENTO	R$ 150,00			
2	TAXA	0,60%	0,006		
3					
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS (%)	VALOR PRESENTE
5	1	R$ 150,90	R$ 0,90	0,60	R$ 150,00
6	2	R$ 302,71	R$ 2,71	0,89	R$ 299,11
7	3	R$ 455,42	R$ 5,42	1,19	R$ 447,32
8	4	R$ 609,05	R$ 9,05	1,49	R$ 594,65
9	5	R$ 763,61	R$ 13,61	1,78	R$ 741,11
10	6	R$ 919,09	R$ 19,09	2,08	R$ 886,69
11	7	R$ 1.075,50	R$ 25,50	2,37	R$ 1.031,40
12	8	R$ 1.232,86	R$ 32,86	2,67	R$ 1.175,25
13	9	R$ 1.391,15	R$ 41,15	2,96	R$ 1.318,24
14	10	R$ 1.550,40	R$ 50,40	3,25	R$ 1.460,38
15	11	R$ 1.710,60	R$ 60,60	3,54	R$ 1.601,67
16	12	R$ 1.871,77	R$ 71,77	3,83	R$ 1.742,11
17					

Figura 36– Juros compostos. Valor presente e valor futuro – Passo 6.2

Desenvolvimento: Propor a situação-problema aos alunos que em grupos resolverão e logo após o término da atividade, deverão destinar um tempo para discussão do mesmo, deixando claro a importância dos juros compostos, a necessidade do uso da porcentagem e do conhecimento de progressão.

4.1.1.4 Comparativo gráfico entre juros simples e compostos

Justificativa: Demonstrar graficamente a diferença entre o crescimento do juros simples e dos compostos, estabelecendo comparações entre os mesmos.

Atividade 5- Aplicando-se R$ 1.000,00 a uma taxa de juro de 1,5% a.m., quanto receberei de volta após um ano de aplicação, sendo o regime de juros simples? E no regime de juros compostos?

Resolução:

Caso 1- No regime de juros simples, utilizando a fórmula (1) e substituindo os valores de cada termo, segue que:

$$\mathrm{j} = 1000{,}00 * 0{,}015 * 12 = 180{,}00 \text{ reais.} \qquad (10)$$

O montante é obtido da equação (2) somando-se ao valor do capital, o valor total dos juros. Logo:

$$\mathrm{M} = 1000{,}00 + 180{,}00 = 1180{,}00 \text{ reais.} \qquad (11)$$

O valor dos juros será de R$ 180,00, resultante da aplicação de R$ 1000,00 à taxa de 1,5% a.m., pelo prazo de 1 ano. O montante acumulado será de R$ 1180,00.

Caso 2 - No regime de juros compostos, utilizando a fórmula (4) e substituindo os valores de cada termo, segue que:

$$\mathrm{M} = 1000{,}00 * (1 + 0{,}015)^{12} = 1.195{,}62 \text{ reais} \qquad (12)$$

Como a diferença entre o montante e o capital aplicado nos dará os juros do período, então tem-se que após um ano de aplicação receber-se-á um total de R$ 1.195,62, dos quais R$ 195,62 serão recebidos a título de juros.

As figuras (7) e (8) apresentam a representação gráfica do montante acumulado, mês a mês, no caso de juros simples e de juros compostos, respectivamente.

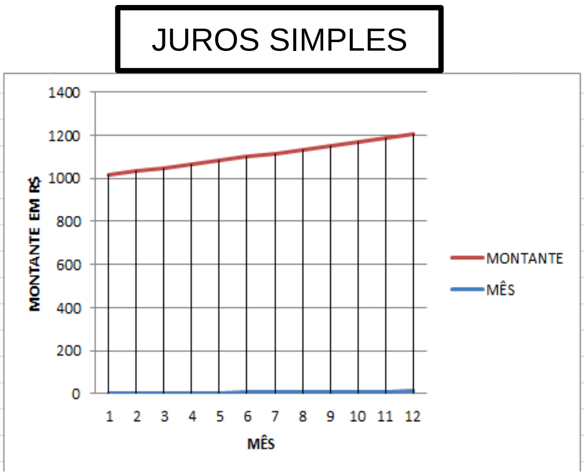


Figura 37 – Representação gráfica de juros simples da atividade 5.

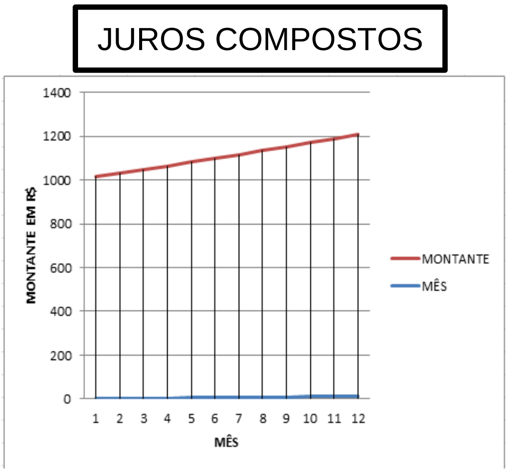


Figura 38 – Representação gráfica de juros compostos da atividade 5.

Observe que para grandes períodos tempo é conveniente o uso de juros compostos para ter-se um rendimento maior.

Desenvolvimento: Propor a situção-problema aos alunos que em grupos resolverão e discutirão o problema. Outras situações-problemas de financiamentos a longo prazo podem ser colocadas aos alunos para que os mesmos, por observação gráfica ou cálculos, definam qual a melhor opção de juros.

4.1.1.5 Atualização financeira

Justificativa: Já conhecemos o regime de juro simples e o composto, porém todas as pessoas têm o direito de saber o quanto estão pagando de juros por uma mercadoria, ou o quanto será o valor da parcela de um bem a ser adquirido. Nestas situações deve-se realizar uma atualização financeira.

Atividade 6 – Em uma compra de R$700,00, o lojista oferece duas formas de pagamento, além do pagamento à vista. As formas de pagamento sugeridas são:

- Em três parcelas iguais, sendo a primeira no ato da compra, e sendo os juros para esse tipo de venda de 7,5% a.m.
- Com uma entrada de R$100,00 e mais duas mensais de R$350,00.

a) Se o cliente optar em realizar a compra em três parcelas iguais, qual seria o valor de cada parcela?

b) Se o cliente optar em realizar a compra com entrada de R$100,00 e mais duas de R$350,00, qual é a taxa mensal de juros?

Solução:

a) Observe o esquema na figura (39):

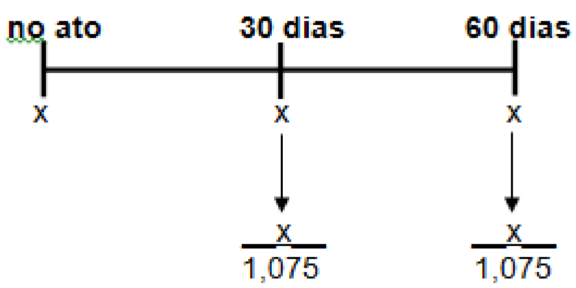


Figura 39 – Representação de compra em três parcelas iguais da atividade 6.

A soma da entrada (o que é pago no ato da compra) com as demais parcelas atualizadas monetariamente (descontado o juro) fornece o valor da compra à vista, Portanto:

$$x + \frac{x}{1{,}075} + \frac{x}{1{,}075^2} = 700 \qquad (13)$$

Resolvendo a equação (13) se obtém que as parcelas do financiamento serão de, aproximadamente, R$250,39.

b) Observe o esquema na figura (40):

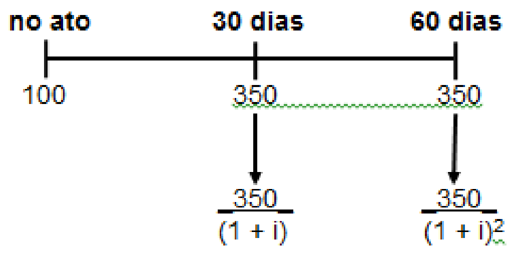


Figura 40 – Representação de compra com pequena entrada da atividade 6.

Neste caso, temos que:

$$100 + \frac{350}{1+i} + \frac{350}{(1+i)^2} = 700\ . \qquad (14)$$

Resolvendo a equação (14), encontra-se que i ~ 0,11. Portanto, a taxa de juros no plano (b) é de 11% a.m.

Na resolução deste problema, notamos que cabe ao cliente definir qual forma de pagamento irá assumir, porém com os cálculos em mãos poderá tomar uma decisão mais consciente.

Desenvolvimento: Propor a situação-problema aos alunos que em grupos resolverão e logo após o término da atividade, vão destinar um tempo para discussão do mesmo. Deve-se deixar bem claro a importância de saber utilizar a Matemática Financeira nas tomadas de decisões.

4.1.1.6 SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO: PRICE OU SAC

Justificativa: A escolha do sistema de amortização Price é devido ao fato de que este é um dos sistemas mais praticados pelo mercado financeiro, de modo que o aluno precisa conhecer como funciona tal amortização.

Price: As prestações calculadas neste sistema são constantes. Cada prestação é composta de uma cota de amortização e juros, que variam em sentido inverso ao longo do prazo de financiamento.

Para o cálculo das prestações utilizamos a fórmula:

$$P = \frac{(C * i)}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

SAC (Sistema de Amortização Constante): Ao longo do prazo a amortização é constante, reduzindo o principal. Como os juros são calculados com base no principal, este tende a ser decrescente. O Saldo devedor decresce a partir do 1º pagamento das prestações.

Atividade 7 - Um empréstimo no valor de R$ 20.000,00 reais deverá ser pago em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 3,5%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida pelo sistema de amortização SAC e pelo Sistema de amortização PRICE.

Resolução:
Pelo sistema SAC

Determinando o valor das amortizações:

20.000 / 5 = 4.000 As amortizações constantes serão de R$ 4.000,00

Tabela 8 – Tabela Sistema SAC da atividade 7

Meses	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação (amortização + juros)
0	R$20.000,00	-	-	-
1	R$16.000,00	R$4.000,00	R$20.000,00*0,035 = R$700,00	R$4.700,00
2	R$12.000,00	R$4.000,00	R$16.000,00*0,035 = R$560,00	R$4.560,00
3	R$8.000,00	R$4.000,00	R$12.000,00*0,035 = R$420,00	R$4.420,00

4	R$4.000,00	R$4.000,00	R$8.000,00*0,035 = R$280,00	R$4.280,00
5	-	R$4.000,00	R$4.000,00*0,035 = R$140,00	R$4.140,00
Total	-	R$20.000,00	R$2.100,00	R$22.100,00

Pelo Sistema PRICE.
Determinando o valor das prestações:

$$P = \frac{(C * i)}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{20.000,00 * 0,035}{(1 - (1 + 0,035)^{-5})} = \frac{700}{0,158} = 4.429,63 \qquad (15)$$

Tabela 9 – Tabela Sistema PRICE da atividade 7

Meses	Prestação	Amortização	Juros	Saldo Devedor
0	-	-	-	R$20.000,00
1	R$4.429,63	R$3.729,63	R$20.000,00*0,035 = R$700,00	R$16.270,37
2	R$4.429,63	R$3.860,17	R$16.270,37*0,035 = R$569,46	R$12.410,20
3	R$4.429,63	R$3.995,27	R$12.410,20*0,035 = R$434,36	R$8.414,93
4	R$4.429,63	R$4.134,48	R$8.414,93*0,035 = R$294,52	R$4.280,35
5	R$4.429,63	R$4.280,36	R$4.280,35*0,035 = R$149,28	0
Total	R$22.148,15	R$20.000,00	R$2.148,15	

Veja que os juros são calculados de acordo com o saldo devedor, na parcela de número 1 temos: 20.000 x 3,5% = 700.

A amortização é calculada subtraindo o valor da prestação do valor do juro: 4.429,63 – 700 = 3.729,63.

O saldo devedor da parcela 1 é calculado subtraindo: 20.000 – 3.729,63 = 16.270,37.

E assim respectivamente, até a quitação total do financiamento.

Um detalhe é que os juros são decrescentes e as amortizações são crescentes.

Tabela 10 - Análise entre os sistemas de amortização SAC e PRICE.

	SAC	PRICE
Prestações	Decrescente	Constantes
Amortização	Constantes	Crescentes
Juros	Decrescentes	Decrescente
Vantagem	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação a Tabela Price, o valor das prestações cai continuamente	Valor da prestação é o mesmo durante o financiamento e a prestação inicial é menor em relação a calculada pela SAC
Desvantagem	Prestação inicial maior em relação a calculada pela Tabela Price, e o valor das prestações varia todo mês	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação a SAC, o valor das prestações não diminui

Desenvolvimento: Propor a situção-problema aos grupos de alunos que em grupos resolverão e discutirão o problema. Deve-se deixar bem claro a importância de saber como é a amortização de um financiamento.

4.2 SIMULAÇÃO DE AQUISIÇÃO DE UM AUTOMÓVEL

Justificativa: Atualmente com as facilidades de crédito existentes no mercado financeiro ficou fácil fazer a aquisição de um automóvel, por exemplo, por meio de um financiamento, contudo para realizar tal aquisição deve-se levar em conta uma série de fatores. Com base nisso temos que analisar todas as situações antes de tomar qualquer atitude.

Atividade – 8. Um morador da cidade de Ribeirão do Pinhal trabalha em uma serralheria durante o dia, das 8 às 18 horas, e tem intervalo de duas horas para almoço. Ele cursa o Ensino Médio no período noturno, das 19 às 23 horas. A distância percorrida por bicicleta entre a sua casa e o local de trabalho é de 5 km. O seu salário líquido é de R$1.600,00, sendo que 20% desse valor são destinados para ajudar nas despesas de casa, outros 20% são gastos com vestuário e ainda 10% para o seu lazer. De acordo com essa situação, ele deve fazer um planejamento para verificar a possibilidade de aquisição de um veículo novo, da marca Fiat, modelo Uno.

Situação-problema: “É possível a aquisição do veículo pelo morador da cidade de Ribeirão do Pinhal?”

Para a realização da atividade devemos levar em consideração algumas perguntas:

a) O automóvel, neste caso, é uma necessidade ou um desejo?

b) Existem outros automóveis similares no mercado?

c) Quais são as opções de pagamento que existem?

d) Qual é a melhor opção de pagamento?

e) Comprando à vista, quais são as vantagens?

f) Comprando a prazo, quais são os acréscimos?

g) A parcela do financiamento representa quantos por cento do salário?

h) Com relação ao prazo de pagamento, qual é a melhor opção?

Com esse questionamento respondido e com os dados citados acima, vamos simular a compra de um automóvel, sabendo que o valor a vista é R$22.230,00.

I) Se comprar em 24 parcelas fixas de R$1.127,56 e sem entrada, quanto será o valor total pago? Qual foi a taxa de juros empregada nessa compra?

II) Comprando o automóvel sem entrada e em 36 parcelas fixas, a taxa de financiamento será de 1,8%. Quanto será o valor de cada parcela? Qual o valor total pago?

III) Se comprar em 48 parcelas fixas de R$737,76 e sem entrada, quanto será o valor pago? E qual é a taxa do financiamento?

IV) Se comprar em 60 parcelas fixas de R$ 667,11 e sem entrada, quanto será o valor total pago? Qual foi a taxa de juro empregada nessa compra?

V) Você realiza os cálculos ou apenas confia nas revendedoras?

VI) Os cálculos realizados por você são os mesmos oferecidos pelas revendedoras?

VII) Se não forem os mesmos, o que se deve fazer?

VIII) Nessa situação, existe algum órgão de proteção ao consumidor?

4.3 MONTAGEM DE UMA CESTA BÁSICA

Justificativa: Constantemente nos deparamos com pessoas que estão endividadas por não planejarem suas ações e dentre essas atitudes está a falta de controle do orçamento doméstico. Dentre os fatores que contribuem para o descontrole orçamentário está a falta de organização com a alimentação, higiene pessoal e cuidados com a casa. Com o auxilio da modelagem matemática faremos uma análise dos custos de uma cesta básica.

Atividade 9 – O salário mínimo e a cesta Básica!

Observe o texto escrito por Sérgio A. S. Fragoso

INFLAÇÃO VOLTA A ASSUSTAR OS BRASILEIROS

Figura 41 – Ilustração de compra de cesta básica

Cesta Básica

Alguns querem negar, mas é obvio que a inflação não esta totalmente sob controle. Prova disso é que recentemente a presidente Dilma anunciou a isenção de impostos de alguns produtos da cesta básica, isto como tentativa de conter a inflação. Outra ação foi a redução das tarifas de energia elétrica, no entanto, os combustíveis tiveram alta nos preços. Apesar de dizerem que o reajuste seria modesto, na prática é bem diferente. Pois as pessoas não compram apenas um litro, elas precisam encher o tanque do veículo e no final das contas um pequeno aumento tem grande reflexo no final do mês.

Apesar disso, o mais preocupante mesmo é a alta nos preços dos alimentos, haja vista recentemente os casos do tomate, da carne, do leite, dos remédios, etc.. Atualmente, o valor de uma cesta básica em São Paulo é de aproximadamente R$ 385,00.

O certo é que a inflação está aí e basta comparar os preços que você verá que seu poder de compra está diminuindo. O problema é que o reajuste no salário muitas vezes não é nem ao menos suficiente para cobrir estes gastos extras.

Texto adaptado. FRAGOSO (2013)

Para a realização desta atividade seguiremos os seguintes passos:

I) O professor reunirá a turma em sala de aula, para a realização da apresentação da situação problema. Neste momento o professor apresentará o problema a ser resolvido pelos alunos.

II) O professor deverá realizar alguns questionamentos a fim de verificar o conhecimento dos alunos sobre o assunto abordado. Algumas sugestões:

- Qual o valor do salário mínimo?

Espera-se que os alunos tenham uma noção de quanto é o salário mínimo praticado no Brasil atualmente.

- Quais as despesas existentes em uma casa?

Neste momento espera-se que os alunos respondam que sejam: água, luz, telefone, alimentação, gás, entre outros.

- O que é uma cesta básica?

Os alunos deverão ter em mente o que seria uma cesta básica.

- Quais os produtos que compõem uma cesta básica?

Neste questionamento dificilmente os alunos irão citar todos os produtos que compõem uma cesta básica. O professor deve colocar os produtos citados na lousa para que todos possam participar. Posteriormente deve ser aberta uma discussão sobre os itens citados e suas quantidades com o objetivo de verificar se não está faltando nada ou sobrando algum produto.

- O salário mínimo é suficiente para cobrir as despesas de uma cesta básica?

Neste instante, muitos alunos dirão que sim e outros dirão que não. Será solicitado aos alunos a realização de uma pesquisa sobre o assunto.

- Quanto tempo dura uma cesta básica?

Aqui as respostas serão diversas, muitos dirão que dura um mês, outros uma, duas e ou três semanas. São vários os fatores que influem nesta resposta, por exemplo, o tamanho da família.

III) Feito os questionamentos e as discussões, o professor dividirá a sala em grupos, sendo eles compostos pelo número de alunos que o professor julgar conveniente. Como sugestão indica-se grupos de cinco alunos.

Neste instante o professor formará grupos a fim de iniciar o trabalho.

IV) Como primeira atividade os grupos montarão as cestas básicas de acordo com o que julgarem necessário para montá-la.

Neste momento os alunos irão apresentar diferentes tipos de cesta básica com diferentes quantidades de cada produto. Neste caso é interessante respeitar cada um e verificar o porquê da cesta escolhida.

V) De posse dos itens e de suas quantidades, de cada cesta básica, o professor orientará os alunos a montar uma tabela contendo os produtos, quantidades e valores, para fazer uma tomada de preços em diferentes mercados da cidade. Sugere-se a tomada de preços da cesta básica em pelo menos três diferentes supermercados.

VI) Neste instante os alunos montarão uma tabela para fazer a tomada de preços nos supermercados da cidade.

Tabela 11 – Modelo de tabela de tomada de preços de uma cesta básica

SUPERMERCADO PREÇO BAIXO			
PRODUTO	QUANTIDADE	VALOR POR UNIDADE	TOTAL A PAGAR
ARROZ			
FEIJÃO			

VII) De posse dos dados da cesta básica, volta-se ao questionamento a respeito do tempo de duração de uma cesta básica? O professor deve questionar: ”O tempo de duração de uma cesta básica depende do número de pessoas da família?”

VIII) Após os questionamentos, deve-se solicitar aos alunos que montem as cestas básicas de acordo com o número de pessoas das famílias de cada integrantes do grupo.

IX) Com o auxilio de calculadora ou de recursos computacionais, oriente os alunos a realizarem os cálculos do custo de cada cesta básica;

Surgirão vários valores, alguns mais caros e outros mais baratos. Nesta situação o professor deve orientar sobre a questão dos altos custos e da qualidade dos alimentos citados na cesta.

X) O professor deve orientar os alunos a realizarem uma pesquisa sobre os produtos que compõem uma cesta básica, assim como também as quantias de cada produto, de acordo com o número médio de pessoas em uma família.

Aqui nesta etapa, os alunos farão uma comparação entre as cestas que montaram com as que são praticadas pelo mercado.

XI) Com a realização da comparação, o professor deve questionar os alunos quanto aos seguintes assuntos:

- A cesta que vocês montaram está cara ou barata?
- Algum produto deve ser retirado ou acrescentado?
- A quantidade de produtos é a mesma?
- Uma cesta básica é suficiente para a família passar o mês?

XII) Para concluir o professor orienta os alunos a discutirem sobre os resultados obtidos e escreverem um relato sobre a atividade.

4.4 ORÇAMENTO FAMILIAR

A atividade deve estimular a curiosidade, o interesse e a criatividade dos alunos, de modo que possam aplicar os conceitos matemáticos adquiridos numa situação de Controle do Orçamento Familiar. Os alunos deverão simular os rendimentos de uma família, as despesas e as receitas. Com as informações obtidas, deverão construir gráficos para facilitar a análise e a interpretação dos dados. Serão realizados debates para que sejam identificadas as possíveis soluções para os problemas de planejamento no controle do orçamento familiar. Os alunos receberão um formulário, denominado Modelo de Orçamento Familiar, que deverá ser preenchido. Abaixo apresenta-se um exemplo deste formulário.

Tabela 12 – Modelo de tabela para orçamento familiar

GRUPO	DESPESAS	VALOR MENSAL	VALOR ANUAL
ALIMENTAÇÃO	SUPERMERCADO		
	AÇOUGUE		

	PADARIA
	FEIRA
	OUTROS
	SUBTOTAL
CASA	AGUA
	LUZ
	TELEFONE
	TV A CABO
	MANUTENÇÃO
	IPTU
	OUTROS
	SUBTOTAL
TRANSPORTE	ONIBUS/TAXI
	COMBUSTVEL
	ESTACIONAMENTO
	MANUTENSÃO
	PEDAGIO
	PRESTAÇÃO DO CARRO
	OUTROS
	SUBTOTAL
EDUCAÇÃO	ESCOLA FILHOS
	FACULDADE
	OUTROS CURSOS
	UNIFORME
	MATERIAL
	LIVRO
	OUTROS
	SUBTOTAL
LAZER	ACADEMIA
	CLUBE
	ASSINATURA JORNAIS
	ASSINATURA REVISTAS
	LIVRO
	CINEMA
	VIAGENS
	PASSEIO DE FINAL DE SEMANA
	OUTROS
	SUBTOTAL
COMUNICAÇÃO	TELEFONE FIXO
	CELULAR
	INTERNET

	OUTROS
	SUBTOTAL
SAUDE	CONSULTAS MÉDICAS
	DENTISTAS
	REMÉDIOS
	SEGURO DE VIDA
	SUBTOTAL
PESSOAL	SALÃO DE BELEZA
	PRESENTE
	VESTUARIO
	CARIDADE
	OUTROS
	SUBTOTAL
FLHOS	MESADA
	SUBTOTAL
BANCO	JUROS
	TARIFAS
	CREDIARIOS
	ANUIDADE NOS CARTÕES DE CRÉDITO
OUTRAS DESPESAS	TOTAL

4.5 UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA 1

Considere o problema apresentado no início da seção 4.2. A partir do conteúdo apresentado neste trabalho pode-se contribuir com o casal do problema 1, apresentado as melhores opções para a compra do carro e da casa.

Etapa 1. Primeiramente vamos descobrir o valor em reais do salário do rapaz. O salário mínimo no Brasil hoje é de R$ 678,00. Como o rapaz recebe mensalmente dois salários mínimos por mês, então seu salário é de R$ 1356,00.

Etapa 2. Agora vamos calcular o valor da prestação mensal da casa. O casal se enquadra no programa do Governo Minha Casa - Minha Vida, de modo que é possível financiar até 80% do valor de um imóvel novo, a uma taxa de 5% ao ano, em até 360 parcelas.

Para calcular as prestações, utilizar-se-á o sistema PRICE. O valor do imóvel é de R$ 100.000,00. O valor financiável é de 80% de R$ 100.000,00 = $\left(\frac{80}{100}\right) * 100000 = 80000{,}00$ reais.

Sendo *im* a taxa mensal; *ia* = 5% a taxa anual; *n* o número de meses, então a partir da expressão:

$$\mathrm{im} = (1 + \mathrm{ia})^{\frac{1}{\mathrm{n}}} - 1 \qquad (16)$$

tem-se que $\mathrm{im} = (1 + 0{,}05)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}004$. Portanto, as prestações serão de

$$\mathrm{P} = \frac{(\mathrm{C} * \mathrm{i})}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}} = \frac{80000 * 0{,}004}{1-(1+0{,}004)^{-360}} = \frac{320}{0{,}76} = 419{,}73 \text{ reais} \qquad (17)$$

Etapa 3. Agora vamos calcular o valor da prestação mensal do possível veículo, sabemos que o valor do veículo escolhido é de R$22.230,00 e que o rapaz quer pagar em até 60 parcelas. Tem-se ainda que 80% do veículo é financiável com taxa de juros de 1,94% ao mês . Segue que:

Valor financiável: 80% de R$22230,00 = $\frac{80}{100} * 22230{,}00 = 17784{,}00$ reais.

Para calcular as prestações vamos utilizar o sistema PRICE. Novamente, a partir da equação (16):

$$\mathrm{P} = \frac{(\mathrm{C} * \mathrm{i})}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}} = \frac{17784{,}00 * 0{,}0194}{1-(1+0{,}0194)^{-60}} = \frac{345}{0{,}68} = 507{,}35 \text{ reais.} \qquad (18)$$

Etapa 4. Agora vamos montar uma planilha de orçamento familiar. Para realizar esta etapa deve-se utilizar o programa Excel. Antes de preencher a planilha considere que:

- O custo da cesta básica para duas pessoas (casal) é de R$ 185,00;
- Os custos com telefone celulares são de R$18,00 de créditos mensais por aparelho;
- O custo da água, em Ribeirão do Pinhal, com consumo inferior a 10m^3, tem custo fixo de R$ 42,30;
- Despesa mensal com gás, para um casal, é de aproximadamente R$ 38,00;

- Despesa mensal com energia elétrica, para um casal, é de aproximadamente 110kwh, totalizando cerca de R$50,00 ;
- Despesa mensal com açougue, para um casal, é de aproximadamente R$100,00 e
- Despesa mensal de 20% do salário para lazer, ou seja, R$ 271,00.

	A	B	C
1	DESPESAS	VALOR	TAXA EM RELAÇÃO AO SALÁRIO
2			
3	ÁGUA	42,3	3
4	ENERGIA ELÉTRICA	50	3,6
5	TELEFONE	36	2,6
6	CESTA BÁSICA	185	1,36
7	AÇOUGUE	100	7,37
8	GÁS	38	2,8
9	PRESTAÇÃO DA CASA	419,73	30,95
10	LAZER	271	20
11		1142,03	71,68
12	PRESTAÇÃO DO CARRO	507,35	37,41
13	COMBUSTIVEL	160	11,8
14	IMPOSTOS	100	7,37
15		1909,38	128,26
16			

Figura 42– Planilha orçamento familiar do problema 1

A partir da planilha calculada na figura (41), tem-se que mesmo considerando despesas relativamente baixas, pode-se realizar o financiamento da casa, porém o financiamento do carro não é possível. Assim concluímos que o casal deve adquirir o imóvel (casa), até mesmo pelo fato de que os dois iriam pagar um aluguel que deverá ser da mesma ordem do financiamento, contudo eles não devem financiar o carro neste momento.

4.6 QUESTIONÁRIO

Justificativa: O presente questionário tem como finalidade avaliar a qualidade da intervenção pedagógica proposta, verificando se o ensino obteve os resultados esperados. As respostas e respostas esperadas deste questionário são apresentadas no Apêndice A.

Atividade final: Responda as seguintes questões:

1) Você considera o ensino da Matemática Financeira importante na sua formação?

2) Um jogador de futebol, ao longo de um campeonato, cobrou 75 faltas, transformando em gols 8% dessas faltas. Quantos gols de falta esse jogador fez?
3) Se eu comprei uma ação de um clube por R$ 250,00 e a revendi por R$ 300,00, qual a taxa percentual de lucro obtida?
4) O que é juros e como funciona?
5) Aninha retirou de uma aplicação o total R$ 74.932,00, após decorridos 3,5 semestres. O valor dos juros obtidos foi de R$ 22.932,00. Qual a taxa de juros a.b.?
6) Planejo emprestar R$ 18.000,00 por um período de 18 meses ao final do qual pretendo receber de volta um total de R$ 26.866,57. Qual deve ser o percentual da taxa de juro composto para que eu venha a conseguir este montante?
7) Defina amortização.
8) Como foi sua experiência no processo da simulação da compra de um veículo?
9) Relate sua experiência na montagem da cesta básica.
10) Com o auxílio do Excel, monte uma planilha para auxiliar Henrique na aplicação em uma poupança de R$ 70,00 todos os meses. Considerando uma taxa de 0,9% ao mês, qual será o montante acumulado após um determinado período?

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo dos anos, tentamos responder os questionamentos apresentados no início deste trabalho, entre eles citamos: O que leva tantas pessoas a contraírem dívidas que não podem pagar? O ensino da Matemática Financeira está atendendo as necessidades básicas dos nossos alunos? Como melhorar o ensino da Matemática Financeira no ensino médio? Tais questionamentos nos levaram ao estudo de vários trabalhos, de várias sequências didáticas e metodológicas. Todo este conjunto de informações contribuiu para a realização deste trabalho.

Dos trabalhos pesquisados houve aqueles que contribuíram de maneira significativa, visto que eram mais pertinentes ao nosso propósito, principalmente aqueles que empregavam as Tendências Metodológicas da Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas aplicadas ao ensino da Matemática Financeira. Assim elaboramos nossa sequência didática em Matemática Financeira, buscando um ensino satisfatório e com aplicações no cotidiano de cada aluno.

Finalmente destacamos que esta sequência didática proposta ainda não foi aplicada para que uma análise de sua eficácia fosse realizada, o que abre espaço para que no futuro possamos dar continuidade ao presente trabalho, aplicando-o, analisando e publicando os resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**. v.3, 1 ed. São Paulo: Moderna, 2010.

BURIASCO, Regina L. C. de. Sobre a resolução de problemas (I). NOSSO FAZER, Londrina, v. 1, n. 5, p. 1, 1995.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade a ação**: reflexões sobre educação e matemática. 2ª edição Campinas: Unicamp; São Paulo: SUMMUS, 1986, 115p.

FRAGOSO, S. A. S. **Inflação Volta a Assustar os Brasileiros**. 2013. Disponível em < http://administracaoesucesso.com/2013/04/18/inflacao-volta-a-assustar-os-brasileiros/>. Acessado em 06/05/2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: Ciências e Aplicações**. v.1, 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no ensino de matemática. 2004.** Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p. 1–5.

MENEZES, Valdelício. Matemática financeira : Aplicação da Matemática Financeira. 2010. Artigo a "Adiministradores.com" (O portal d**a administração). Disponível em**: <http://www.administradores.com.br/artigos/cotidiano/matematica-financeira/47935/>. Acessado em 05/02/2013.

MOREIRA, M. I. C. Pesquisa intervenção: especificidades e aspectos da interação entre pesquisadores e sujeitos de pesquisa. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L.

(orgs). **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa. FAPERJ, 2008.

MORGATO, Cristina. **De bem com o bolso: Problemas financeiros não afetam apenas o bolso de um colaborador; eles podem impactar negativamente a produtividade da empresa. E o RH tem de estar atento aos dois casos.** 2010. Reportagem a “Revista Melhor Gestão De Pessoas”. Disponível em: <http://www.revistamelhor.com.br/textos/273/artigo223808-1.asp>. Acessado em 02/02/2013.

PAIVA, Manoel, **Matemática – Paiva**. v.1. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2009.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática do Estado do Paraná**. Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED): Curitiba, 2008.

PITON-GONÇALVES, Jean. **A história da matemática comercial e financeira**. 2005. Disponível em: < http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>. Acesso em: 06/06/2013.

POLYA, George, **Arte de resolver problemas**/ G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo], Rio de Janeiro: Interciência, 2006. Tradução de: How to solve it: a new aspect ofmathematical method.

PONTE, João Pedro da. Novas tecnologias na aula de matemática. In: **Educação e Matemática**. n. 34. Lisboa: APM, 1995. p. 2-7.

ROBERT, J. **A origem do dinheiro**. 2. ed. São Paulo: Global, 1989, p. 31, aput Schneider, I. J. , **Matemática Financeira : um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de Passo Fundo. Passo Fundo, 2008., p.29.

SCHNEIDER, Ido José. **Matemática financeira : um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. 2008. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo – Passo Fundo.

Disponível em <www.ppgedu.upf.br/index.php?option=com_docman&task...> *Acessado em 15/02/2013.*

SERASA EXPERIAN (a). **Indicador Serasa Experian de Cheques sem Fundos.** Disponível em: <http://www.serasaexperian.com.br/release/indicadores/cheques_devolvidos.htm>. Acessado em: 10/06/2013.

SERASA EXPERIAN (b). **Inadimplência do consumidor tem a segunda alta mensal consecutiva, revela Serasa Experian.** 2013. Disponível em: <http://www.abbc.org.br/images/content/Indicador%20Serasa%20Experian%20de%20Inadimpl%C3%AAncia%20do%20Consumidor%20abr13.pdf>. Acessado em: 10/06/2013.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática: Ensino Médio**. v.3, 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUZA, Joamir R. de. **Novo olhar matemática**. v.2, 1 ed. São Paulo: FTD, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – RESPOSTAS ESPERADAS AO QUESTIONÁRIO AVALIATIVO

1) Você considera o ensino da matemática financeira importante na sua formação?

Resposta esperada: Sim, pois é através da matemática financeira que temos a oportunidade de realizar melhor as análises de situações de compra e juros.

2) Um jogador de futebol, ao longo de um campeonato, cobrou 75 faltas, transformando em gols 8% dessas faltas. Quantos gols de falta esse jogador fez?

Resposta esperada: $8\%\ de\ 75 = \frac{8}{100} * 75 = \frac{600}{100} = 6$

Portanto o jogador fez 6 gols de falta.

3) Se eu comprei uma ação de um clube por R$250,00 e a revendi por R$300,00, qual a taxa percentual de lucro obtida?

Resposta esperada: Deve-se montar uma equação, onde somando os R$250,00 iniciais com a porcentagem que aumentou em relação a esses R$250,00, resulte nos R$300,00.

$$250 + 250 * \frac{\mathrm{x}}{100} = 300$$

$$2{,}5 * \mathrm{x} = 300 - 250$$

$$\mathrm{x} = \frac{50}{2{,}5}$$

$$\mathrm{x} = 20$$

Portanto, a taxa percentual de lucro foi de 20%.

4) O que é juros e como funciona?

Resposta esperada: é a remuneração cobrada de quem efetuou um empréstimo e deve ser paga ao proprietário do capital emprestado. Uma taxa de juro deve remunerar baseada em: o risco agregado no investimento (quanto mais arriscado o investimento deve-se exigir taxas de juros proporcionalmente maiores); as expectativas inflacionárias; a compensação pela não aplicação do dinheiro em outro investimento e os custos administrativos envolvidos na operação.

5) Aninha retirou de uma aplicação o total R$ 74.932,00, após decorridos 3,5 semestres. O valor dos juros obtidos foi de R$ 22.932,00. Qual a taxa de juros a.b.?

Resposta esperada : Inicialmente o valor do capital será obtido subtraindo-se do montante (R$ 74.932,00), o valor total do juro (R$ 22.932,00):

M= R$74932,00 j= R$22932,00

$$C = M - j = 74932{,}00 - 22932{,}00 = 52000{,}00$$

Veja bem que neste caso a taxa de juros e o período não estão na mesma unidade de tempo. Sendo assim, devemos converter uma das unidades.

Montando uma regra de três simples direta, temos:

3 bimestres	1 semestre
N bimestres	3,5 semestre

Resolvendo:

$$\frac{3}{n} = \frac{1}{3{,}5}$$

$$n = 10{,}5$$

Identificando-se os termos disponíveis, temos:

C=R$52000,00

J=R$22932,00

N= 3,5semestres = 10,5 bimestre

Para calcularmos a taxa de juros utilizaremos a fórmula:

$$i = \frac{j}{c * n}$$

Substituindo o valor dos termos temos que:

$$i = \frac{22932,00}{52000,00 * 10,5} = 0,042$$

Logo:

$$i = 0,042 = \frac{4,2}{100} = 4,2\%\ a, b,$$

Portanto, obteve-se que 4,2% a.b. é a taxa de juros da aplicação na qual Aninha investiu.

Alternativamente poderíamos dividir o valor total dos juros, R$ 22.932,00, pelo valor do principal, R$ 52.000,00, de sorte a encontrar a taxa de juros total do período:

$$\frac{22932,00}{52000,00} = 0,441$$

Dividindo-se então, esta taxa de 0,441 pelo período de tempo, 10,5 bimestres, obteríamos a taxa desejada:

$$\frac{0,441}{10,5} = 0,042$$

6) Planejo emprestar R$ 18.000,00 por um período de 18 meses ao final do qual pretendo receber de volta um total de R$ 26.866,57. Qual deve ser o percentual da taxa de juro composto para que eu venha a conseguir este montante?

Resposta esperada: Do enunciado identificamos as seguintes variáveis:

C=18000,00 n=18meses M;R$26866,57

A partir da fórmula básica para o cálculo do juro composto iremos isolar a variável i, que se refere à taxa de juros que se procura, ou seja:

$$M=c*(1+i)^n$$

Como já vimos na parte teórica, esta variável pode ser isolada com os seguintes passos:

$$M = c * (1 + i)^n$$

$$i = \left(\frac{M}{c}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Por fim, substituindo as variáveis da fórmula pelos valores dados no enunciado:

$$i = \left(\frac{26866{,}57}{18000}\right)^{1/18} - 1 = 0.0225$$

O valor decimal 0,0225 corresponde ao valor percentual de 2,25%.

Logo, para que eu venha obter o montante desejado, é preciso que a taxa de juro composto seja de 2,25% a.m.

7) Defina amortização.

Resposta esperada: Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento ou prestação realizado corresponde aos juros e a parte do capital (valor da dívida), sendo que os juros são calculados sobre o saldo devedor.

8) Como foi sua experiência no processo da simulação da compra de um veículo?

Resposta esperada: Ótima, pois nesta atividade notamos o quanto os juros são abusivos, além de aprender que a compra a vista sempre acaba sendo mais vantajosa.

9) Relate sua experiência na montagem da cesta básica.

Resposta esperada: Que os alunos relatem que há diferentes valores na montagem das cestas básicas, pois muitas vezes ao se confeccionar uma cesta básica os produtos possuem diferentes marcas. Espera-se também que ao realizarem comparações com preços das cestas do anos anteriores, os alunos relatem mudanças de preços nos produtos, a inflação.

10) Com o auxilio do Excel monte uma planilha para auxiliar Henrique na aplicação de 70 reais todos os mêses em uma poupança, com uma taxa de 0,9% ao mês. O que Henrique deve fazer para saber quanto vai obter após um determinado período?

Resposta esperada:

F25

	A	B	C	D	E	F
1	PAGAMENTO	R$ 70,00				
2	TAXA	0,90%	0,009			
3						
4	PRAZO EM MESES	VALOR FUTURO	PROJEÇÃO DE JUROS EM MOEDA	PROJEÇÃO DE JUROS EM PERCETAGENS (%)		VALOR PRESENTE
5	1	R$ 70,63	R$ 0,63	0,89197225		R$ 70,00
6	2	R$ 141,90	R$ 1,90	1,335960428		R$ 139,38
7	3	R$ 213,80	R$ 3,80	1,778616677		R$ 208,13
8	4	R$ 286,36	R$ 6,36	2,219941051		R$ 276,28
9	5	R$ 359,56	R$ 9,56	2,659933624		R$ 343,81
10	6	R$ 433,43	R$ 13,43	3,098594493		R$ 410,74
11	7	R$ 507,96	R$ 17,96	3,535923775		R$ 477,08
12	8	R$ 583,16	R$ 23,16	3,971921609		R$ 542,83
13	9	R$ 659,04	R$ 29,04	4,406588155		R$ 607,98
14	10	R$ 735,60	R$ 35,60	4,839923596		R$ 672,56
15	11	R$ 812,85	R$ 42,85	5,271928134		R$ 736,56
16	12	R$ 890,80	R$ 50,80	5,702601993		R$ 799,99

Figura 43 – Planilha valor presente e valor futuro – atividade 10 do questionário avaliativo.

APÊNDICE B – ATIVIDADES COMPLEMENTARES DE PORCENTAGEM

1. O Brasil ocupa uma área de, aproximadamente, 8.500.000 quilômetros quadrados. As terras indígenas, de acordo com os dados da Funai (Fundação Nacional do Índio), abrangem o equivalente a 12% do território brasileiro. De quantos quilômetros quadrados é a área das terras indígenas?

R: 1 020 000 km2

2. Uma empresa apurou que 52% dos funcionários vão para o trabalho de ônibus, 34% vão de metrô, e os restantes vão de carro. Sabendo que são 35 os funcionários que vão para o trabalho de carro, qual o total de funcionários dessa empresa?

R: 250 funcionários.

3. Uma pesquisa realizada sobre a preferência entre duas marcas de automóvel mostrou que 31,5% dos entrevistados preferiam o carro da marca A. Se foram entrevistados 2 000 pessoas, quantas tinham preferência pelo carro da marca B?

R: 1.370 tinham preferência pela marca B.

4. Um recipiente, com capacidade total de 8 m^3, tem 75% de sua capacidade preenchida por certo líquido. Sabendo que 1 m^3 = 1000 L, quantos litros desse líquido faltam para completar a capacidade total desse recipiente?

R: 2 000 L

5. Uma Pesquisa realizada pela Associação Brasileira dos Clubes da Melhor Idade, cujos associados são pessoas com mais de 60 anos, mostrou que 85% dos seus associados viajam pelo menos três vezes ao ano. Esse valor corresponde a cerca de 187 000 associados. Qual o número total de associados?

R: 220 000 associados.

6. A viação Ouro Branco faz a linha entre duas cidades, que distam 800 quilômetros uma da outra. Por questão de segurança, na viagem, são feitas duas paradas

obrigatórias para o revezamento dos motoristas. O primeiro trecho da viagem corresponde a 40% de todo o trajeto, e o segundo trecho, a 55% do restante. Calcule, em quilômetros, a distância que é percorrida:

a) no primeiro trecho da viagem;

R: 320 km

b) no segundo trecho da viagem;

R: 264km

c) no terceiro trecho da viagem.

R: 216 km

7. Uma empresa contratou alguns universitários para um estágio. Dentre os contratados, 18 eram do sexo masculino o que corresponde a 75% do número de contratações. Quantos universitários foram contratados ao todo para fazer esse estágio?

R: 24 universitários.

8. Ao Calcular 62% de uma quantia Q, Theo encontrou R$775,00. Qual é o valor de 50% dessa quantia Q?

R: R$625,00

9. Em um grupo de 500 pessoas, verificou-se que:

*32% Têm idade entre 30 e 40 anos;

*48% Estão entre 41 e 50 anos;

*Os 20% restantes estão entre 51 e 60 anos.

Dos que têm entre 30 e quarenta anos, 30% praticam exercícios regularmente; esse número sobe para 40% na faixa dos que estão entre 41 e 50 anos; mas só 22%

daqueles que têm entre 51 e 60 anos praticam exercícios regularmente. Quantas pessoas desse grupo praticam exercícios regularmente?

R: 166 pessoas.

10. Em uma pesquisa, verificou-se que a Vacina A falha em 1% das aplicações e é eficaz nas restantes, enquanto a vacina B falha em 2% das aplicações e é eficaz nas restantes. Com base nessas afirmações, responde:

a) Se a vacina A foi aplicada numa população de 350 000 pessoas, então espera-se que ela falhe em quantos casos?

R: 3 500 casos.

b) Se a vacina B foi aplicada numa população de 280 000 pessoas, em quantos casos espera-se que ela seja eficaz?

R: 274 400 casos.

APÊNDICE C: ATIVIDADES COMPLEMENTARES DE JUROS SIMPLES

1) Qual o capital que empregado durante 3 anos à taxa de 4% a.a. rendeu R$360,00 de juros?
Resposta: R$ 3.000,00

2) Qual o capital que empregado à taxa de 2% a.a. durante 6 anos rendeu R$720,00 de juros?
Resposta: R$ 6.000,00

3) Calcule o capital que empregado durante 2 anos à taxa de 6% a.a. rendeu R$ 600,00 de juros.
Resposta: R$ 5.000,00

4) Calcule o capital que empregado à taxa de 2% a.a. durante 5 anos rendeu R$ 800,00 de juros.
Resposta: R$ 8.000,00

5) Desejo receber R$ 60,00 de juros. Qual o capital que devo empregar durante 3 anos a uma taxa de 5% a.a.?
Resposta; R$ 400,00

6) Qual o capital que empregado durante 7 anos à taxa de 3% a.a .rende R$147,00 de juros?
Resposta: R$ 700,00

7) Qual a quantia que deve ser empregada à taxa de 1% a.a. durante 4 anos para render R$ 8,00 de juros?
Resposta: R$ 200,00

8) Calcule o capital que empregado à taxa de 8% a.a. durante 3 anos rende R$ 88,80 de juros.
Resposta: R$ 370,00

9) Calcule o capital que empregado durante 5 anos à taxa de 4% a.a. rende R$ 110,00 de juros.

Resposta: R$ 550,00

10) Quanto devo empregar à taxa de 3% a.a. durante 6 anos para receber R$167,40 de juros?

Resposta: R$ 930,00

APÊNDICE D: ATIVIDADES COMPLEMENTARES DE JUROS COMPOSTOS

1) Quais são os juros simples produzidos por um capital de R$ 7200,00 empregados a 10% ao ano, durante 5 anos?
Resposta: Os juros produzidos são de R$ 3600,00.

2) Um aparelho de som é vendido à vista por R$ 1200,00 ou a prazo com R$ 200,00 de entrada mais 3 prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação se a loja cobra juros compostos à taxa de 3% a.m.?
Resposta: R$ 364,24

3 Encontre o montante produzido por um capital de R$5.000,00, empregado a juros compostos de 3% ao mês durante 12 meses.
Resposta: M = R$ 7128,80

4) Depois de quanto tempo um capital inicial de R$5.000,00 dobre todo ano passará ser maior que R$40.000,00 reais?
Resposta: M = R$40,000,00

5) Um capital de R$ 2.500,00 esteve aplicado à taxa mensal de 2%, num regime de capitalização composta. Após um período de 2 meses, os juros resultantes dessa aplicação serão:
a) R$ 98,00 b) R$ 101,00 c) R$ 110,00 d) R$ 114,00 e) R$ 121,00
Resposta: B

6) Comprei um novo computador, mas como não tinha o dinheiro todo, fiz um empréstimo para pagá-lo. Ao final do empréstimo terei pagado R$ 4.300,00. Só de juros pagarei R$ 1.800,00. A taxa foi de 3% a.m. Por quantos anos pagarei pelo empréstimo? Qual o preço do computador sem os juros?
Resposta: 2 anos

7) Qual o montante produzido por uma capital inicial de R$ 1.000,00 durante 2 meses, taxa de 10% ao mês e regime de juros compostos?
Resposta: M = 1210,00

8) Qual o valor final, após aplicarmos R$ 20.000,00 na poupança, durante 3 meses a uma taxa de 0,5%?

Resposta: M = 20301,50

9) Saulo aplicou R$ 45 000,00 em um fundo de investimento que rende 20% ao ano. Seu objetivo é usar o montante dessa aplicação para comprar uma casa que, na data da aplicação, custava R$ 135 000,00 e se valoriza à taxa anual de 8%. Nessas condições, a partir da data da aplicação, quantos anos serão decorridos até que Saulo consiga comprar tal casa?

Resposta: 12

10) Qual deve ser o capital inicial que um cidadão deve aplicar em um fundo de renda fixa, que utiliza o sistema de juros compostos e que rende 20% ao ano, de modo que ele tenha R$ 1.440,00 ao final de dois anos?

Resposta: 1000,00