



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
E TECNOLÓGICAS - DCET  
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL  
EM MATEMÁTICA - PROFMAT



REGILENO DA SILVA SANTANA

O ENSINO DE ARITMÉTICA BASEADO EM  
APRENDIZAGEM POR PROBLEMAS: UMA PROPOSTA COM  
FOCO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

ILHÉUS  
2022

REGILENO DA SILVA SANTANA

O ENSINO DE ARITMÉTICA BASEADO EM  
APRENDIZAGEM POR PROBLEMAS: UMA PROPOSTA COM  
FOCO NO 6<sup>o</sup> ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

*Dissertação submetida ao Colegiado do  
PROFMAT da Universidade Estadual  
de Santa Cruz.*

*Orientador: Profa. Dra. Karina Kfour  
Sartori.*

*Co-Orientador: Prof. Dr. Eduardo Del-  
cides Bernardes.*

ILHÉUS  
2022

S231

Santana, Regileno da Silva.

O ensino de aritmética baseado em aprendizagem por problemas : uma proposta com foco no 6º ano do ensino fundamental. – Ilhéus : UESC, 2022.

48f. : il.

Orientadora : Karina Kfourì Sartori.

Co-orientador : Eduardo Delcídes Bernardes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Inclui referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aritmética – Estudo e ensino. 3. Formação de professores. 4. Aprendizagem baseada em problemas. 5. Aprendizagem – Tecnologia. I. Sartori, Karina Kfourì. II. Bernardes, Eduardo Delcídes. III. Título.

CDD – 510.7

REGILENO DA SILVA SANTANA

O ENSINO DE ARITMÉTICA BASEADO EM  
APRENDIZAGEM POR PROBLEMAS: UMA PROPOSTA COM  
FOCO NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROF-MAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Trabalho aprovado. Ilhéus, 03 de março de 2022:

*Eduardo W. Bernardes*

---

Prof. Dr. Eduardo Delcídes Bernardes  
UESC  
(Co-Orientador)

*Flaviana dos Santos Silva*

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Flaviana dos Santos Silva  
UESC

*Karina Kfourí Sartori*

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Karina Kfourí Sartori  
UESC  
(Orientador)

*Mariluce de Oliveira Silva*

---

Prof<sup>a</sup>. Ma. Mariluce de Oliveira Silva  
IFBA

ILHÉUS  
2022

*Dedico este trabalho ao meu pai, a minha tia/mãe e aos meus avós, que não puderam mais estar aqui, no entanto, foram imprescindíveis para que este objetivo fosse alcançado.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de cursar esse programa de Mestrado, pela proteção, orientação e por ter me iluminado para realizar mais um sonho.

A minha mãe, Maria dos Carmo Azevedo da Silva, e aos demais familiares pelo incentivo que a mim foi dado no decorrer desta longa caminhada.

A minha companheira de sempre, Andreia Quinto dos Santos, que soube entender minha ausência em alguns momentos, sempre me apoiando e motivando para que eu concluísse este curso.

Aos meus colegas de curso pela parceria e pelo companheirismo, o compartilhamento de conhecimentos e a troca de experiências no decorrer dessa jornada. A vocês, sou muito grato.

Aos professores que participaram da jornada desse programa, o meu muito obrigado pela dedicação.

A minha querida professora orientadora Dra. Karina Kfourri Sartori e ao meu estimado Co-Orientador professor Dr. Eduardo Delcides Bernardes, pela paciência e contundente colaboração nessa trajetória.

Quero compartilhar com vocês esse momento pleno da minha formação profissional.

*“A única coisa perfeita é o conjunto vazio.”*  
*(Elon Lages Lima)*

## RESUMO

Ao longo do tempo, no Brasil, vêm sendo desenvolvidas estratégias que permitem que a qualidade educacional do nosso país seja melhorada e inovada. Parte dessas inovações tem se concentrado nos desafios apresentados pelas metodologias ativas, apoiando a importância da formação docente em relação às diversas estratégias educacionais e pedagógicas, com o efeito de alcançar melhorias na educação. Observa-se que as propostas metodológicas do tipo metodologias ativas, como a aprendizagem baseada em problemas, são de grande importância na construção de um novo currículo. A aprendizagem baseada em problemas parte de problemas que geram a curiosidade, instigam a investigação e propiciam o desenvolvimento dos processos matemáticos. Além disso, essa metodologia também apoia e incentiva o uso de ferramentas tecnológicas como o *whatsapp* e o *Google Classroom*, como recurso didático, de forma a auxiliar no processo ensino aprendizagem. Para tanto, é necessário problematizar situações do cotidiano e ou utilizar problemas que induzam o pensamento lógico dedutivo como introdução para conteúdos específicos. Diante disso, apresenta-se uma proposta de ensino, tendo como base problemas, a fim de favorecer a aprendizagem de Aritmética no Ensino Fundamental. Como resultado deste estudo espera-se contribuir com os alunos com uma proposta de ensino prazerosa de Aritmética e que desenvolva a curiosidade pela Matemática de forma mais ampla, além de fornecer ao professor mais uma boa prática em sua tarefa de articulador e de tutor no desenvolvimento de habilidades.

**Palavras-chave:** Aritmética. Aprendizagem baseada em problemas. Proposta de ensino.



## ABSTRACT

Over time, in Brazil, strategies have been developed that allow the educational quality of our country is improved and innovated. Part of these innovations has focused on the challenges presented by active methodologies, supporting the importance of teacher training in relation to the various educational strategies and pedagogical practices, with the effect of achieving improvements in education. It is observed that the methodological proposals such as active methodologies, such as learning based in problems, are of great importance in building a new curriculum. THE Problem-based learning starts from problems that generate curiosity, they instigate research and encourage the development of mathematical processes. In addition, this methodology also supports and encourages the use of technologies such as whatsapp and Google Classroom , as a didactic resource, in a way to assist in the teaching-learning process. Therefore, it is necessary to problematize everyday situations and/or use problems that induce logical thinking deductive as an introduction to specific content. In view of this, there is a teaching proposal, based on problems, in order to favor the learning of Arithmetic in Elementary School. As a result of this study, it is expected to contribute with the students with a proposal of pleasant teaching of Arithmetic and that develops curiosity for Mathematics more broadly, in addition to providing the teacher with one more good practice in its task of articulator and tutor in the development of skills.

**Keywords:** Arithmetic. Problem-based learning. Teaching proposal.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA POR MEIO DE PROBLEMAS</b>	<b>13</b>
2.1	CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA . . . . .	13
2.2	DIRETRIZES DE ACORDO COM A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR . . . . .	16
2.3	ASPECTOS ARITMÉTICOS . . . . .	19
2.4	APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS . . . . .	20
<b>3</b>	<b>PROPOSTA PARA O ENSINO DA ARITMÉTICA</b>	<b>24</b>
3.1	O USO DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS . . . . .	24
3.2	TECNOLOGIAS DE APOIO AO ENSINO . . . . .	25
3.3	INSTRUMENTOS PARA UMA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS . . . . .	26
3.3.1	PROPOSTA METODOLÓGICA . . . . .	28
3.3.2	PLANEJAMENTO . . . . .	30
3.3.3	DESCRIÇÃO DE AULA . . . . .	31
3.4	APLICAÇÃO PARA O ENSINO . . . . .	33
3.4.1	CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO . . . . .	33
3.4.2	INTRODUÇÃO A ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS . . . . .	39
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES</b>	<b>47</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>49</b>

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

Segundo Santos (2013) a Matemática é uma ciência exata com uma terminologia precisa e amplamente aceita. Contudo, não existem fórmulas ou algoritmos para se ensinar ou aprender Matemática, mas existem boas didáticas e recursos como a aplicação de problemas no ensino de uma Aritmética que dão significados e oferecem condições para que o estudante possa desenvolver uma boa intuição dos números e seus vários usos no cotidiano, sendo inquestionável o seu desenvolvimento em Matemática e nas mais diversas áreas do conhecimento.

Para Lins e Gimenez (2000) a Aritmética tem sido ensinada de modo que no ensino básico, principalmente o 2º ciclo do Ensino Fundamental, geralmente concentra-se em algoritmos para Aritmética de números naturais, inteiros, frações e decimais.

A fim de familiarizar gradativamente os alunos com o método matemático, é importante trabalhar habilidades para lidar desembaraçadamente com os mecanismos de cálculo e dar-lhes condições para mais tarde saberem utilizar seus conhecimentos em situação da vida real. Para isso, o ensino da Matemática deve abranger três componentes fundamentais, que chamaremos de conceituação, manipulação e aplicação (LIMA et al., 2007).

Nessa perspectiva, a utilização de problemas propostos para introdução de conteúdos, além de promover o desenvolvimento da autonomia do aluno com pesquisa e leitura de textos sugerido para a busca de uma solução, pode ser extrapolada com a consolidação de forças com os colegas de turma para discussão e análise de problemas ou atividades propostas. Portanto, contribuindo com o desenvolvimento de etapas como a conceituação, manipulação e aplicação.

Assim, uma questão relevante é: como utilizar problemas como meio de ensino de forma que corroborem com o aprendizado de Aritmética de maneira significativa contribuindo também para a consolidação do ensino de Matemática? Diante disso, objetivo

geral deste trabalho é desenvolver uma proposta de ensino tendo como base problemas para favorecer a aprendizagem de Aritmética no Ensino Fundamental.

Para tanto, foram delineados os seguintes objetivos específicos: problematizar situações do cotidiano e ou problemas que induzam o pensamento lógico dedutivo como introdução para conteúdos específicos; ilustrar o processo de introdução a Aritmética para os conteúdos referentes ao 6º ano do ensino fundamental indicados na Base Nacional Curricular Comum; contribuir com o desenvolvimento de atividades que possam ser parâmetro para o ensino de Aritmética e conseqüentemente de Matemática, importante para professores e alunos.

Este trabalho parte da hipótese de que a aprendizagem baseada em problemas é uma forma de aprendizado que estimula a proatividade, além do desenvolvimento da autonomia e do protagonismo dos estudantes. Por ser uma metodologia voltada para a resolução ativa de problemas, os alunos aprendem a controlar o próprio aprendizado ao escolher os modos como absorvem o conhecimento. Assim, realiza-se uma proposta de ensino baseada na aprendizagem por problemas como metodologia ativa capaz de construir o aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos que fortalece o ensino e acrescenta ao processo de aprendizagem significações que são articuladas a um saber já existente e a sua utilização no espaço cotidiano desenvolvendo habilidades e competências.

No capítulo 2, são abordadas as principais concepções de ensino que caracterizaram e ainda influenciam as formas de pensar o ensino da Matemática, além de situar o pensamento aritmético na Matemática de acordo com a BNCC (2018), pensada em termos da Aprendizagem Baseada em Problemas como metodologia ativa.

No capítulo 3, ocorre a descrição da proposta com as respectivas adaptações para o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas. São construídos ou apresentados exemplos de aplicação da proposta no ensino de Aritmética voltado para a o 6º ano do ensino fundamental.

Ao final, conclui-se apontando para a possibilidade de que nos mesmos moldes do ensino da Matemática, o ensino da Aritmética deve produzir significados, legitimando assim o processo de aprendizagem e sendo fundamental para isso, metodologias que impulsionem o aluno como protagonista de sua construção como a Aprendizagem Baseada em Problemas que é uma metodologia ativa.

## Capítulo 2

# FUNDAMENTAÇÃO PARA O ENSINO DE ARITMÉTICA POR MEIO DE PROBLEMAS

Neste capítulo, pretende-se fundamentar a proposta de ensino abordando-se tópicos como concepções sobre o ensino de Matemática no Brasil; a Aritmética na Matemática de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC); relevância da Aritmética na aprendizagem Matemática; e aprendizagem baseada em problemas como ferramenta no ensino de Aritmética. Esses tópicos foram distribuídos e interligados às questões relacionadas ao tema, servindo de partida para o desenvolvimento da proposta.

### 2.1 CONCEPÇÕES SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA

O estudo dos modos de ver e conceber a Matemática e de como construir o conhecimento matemático constituem as concepções sobre o ensino de Matemática. É importante na formação do professor discutir diferentes concepções de ensino de Matemática que têm norteado a nossa história, porque os modos de ensinar e de organizar a prática pedagógica estão vinculadas ao método de ensino aprendizagem e ao modo como se concebe a Matemática e a Educação.

Essas concepções sobre o ensino da Matemática são influenciadas pelas discussões e pelas modificações propostas tanto pelo campo da Educação Matemática quanto pelo campo da Matemática e contribuem com algumas das tendências que tiveram uma posição bastante marcante na história do ensino de Matemática no Brasil, pois:

O conceito de qualidade de ensino na verdade, é relativo e modifica-se historicamente sofrendo determinações sócio-culturais e políticas. Em termos mais específicos, varia de acordo com as concepções epistemológicas, axiológico-teleológicas e didático-metodológicas daqueles que tentam produzir as inovações ou transformações do ensino (FIORENTINI, 1995, p. 2).

Ou seja, a compreensão do processo ensino-aprendizagem e os fatores envolvidos neste processo é algo complexo e que envolve profundo conhecimento de como o ser humano desenvolve e processa a cognição.

A fim de compreender os métodos de ensino de Matemática, uma vez que, segundo Meneghetti e Trevisani (2013) a prática do professor de matemática sofre influência da forma como se concebe o conhecimento matemático, apresentamos algumas das concepções de conhecimento matemático vigentes em algumas das principais correntes filosóficas da Matemática, como por exemplo a Formalista Clássica, a Empírico Ativista, Formalista Moderna, Tecnicista, Construtivista, Socioculturalista, Histórico-Crítica e Sociointeracionista-Semântica.

O Formalismo Pedagógica Clássico, de acordo com Miguel (1995), se revela mais claramente antes dos anos 1950, o que não significa que hoje por exemplo não se há mais influência dessa concepção. Essa concepção, segundo Fiorentini (1995), tem como base o modelo euclidiano, modelo em que a Matemática é constituída a partir de definições, axiomas, teoremas e proposições que são demonstráveis. Essa forma de organizar a Matemática também se manifesta no modo de ensinar inclusive na educação básica.

A concepção Empírico-Ativista do processo ensino-aprendizagem, de acordo com Fiorentini (1995), surge no Brasil a partir de 1920. Eleva o professor à condição de orientador e o aluno é o centro da aprendizagem com o currículo organizado a partir dos interesses dos alunos. Dessa forma, as práticas de ensino estão centradas nas atividades do aluno, mas é mantida uma concepção idealista de matemática só que diferente da concepção anterior a matemática não está num mundo ideal, mas presente no mundo em que vivemos. Existem diferenciações dentro desta concepção: os denominados empíricos sensualistas para os quais eram muito importante a observação da natureza e os ativistas para os quais o mais importante é a ação, a manipulação e a experimentação.

Além disso, a participação Empírico-ativista foi muito importante porque contribuiu para unificar a Matemática e não mais ser tratada isoladamente como aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. Estas quatro áreas são agrupadas hoje no que se chama Matemática. Há também uma renovação metodológica do ensino, porque, se o foco está no aluno e não mais no professor, não dá para se manter as mesmas práticas de ensino anteriores, os livros começam a trazer mais figuras, mais desenho e sem uma abordagem mais pragmática. Nessa concepção, aprende-se fazendo, a manipulação e a

visualização geram abstrações e generalizações. A ênfase não está na estrutura interna da Matemática mas nas relações com as outras ciências empíricas, valorizando-se mais o processo do que o produto.

A concepção Formalista Moderna, evidente durante o Movimento da Matemática Moderna que no Brasil, é iniciada por volta dos anos 60 e perdurada até os anos 80, é um retorno a uma visão internalista da matemática, diferente da Formalista Clássica e coloca ênfase não no conteúdo, mas nas estruturas algébricas que vinculam um conteúdo ao outro. O uso formal da linguagem matemática é muito importante e o foco é a formação de especialista e não necessariamente um cidadão (que é uma consequência). O professor expõe e demonstra com rigor e o ensino é centrado nele (FIORENTINI, 1995).

A concepção Tecnicista ou Formalista estrutural, segundo Fiorentini (1995) e com presença marcante desde o final da década de 60 até o final da década de 70, manifesta-se na medida em que passa a enfatizar a Matemática pela Matemática, ou seja, a Matemática como autossuficiente. Os conteúdos são informações, são regras, são macetes onde se aprende o modo mais fácil de operar. Em resumo, nota-se que a tendência tecnicista, ao buscar romper com o formalismo pedagógico, provoca um novo reducionismo com o pensamento de que as possibilidades da melhoria do ensino se limitam ao emprego de técnicas especiais e ao controle do trabalho escolar.

A concepção Construtivista influenciou fortemente o período após a Segunda Guerra Mundial. Nela, a Matemática é concebida como uma construção humana. Visa-se a construção de estruturas do pensamento lógico matemático. A ideia é aprender a aprender, o processo também é mais priorizado que o produto (MIGUEL, 1995).

Corroborando com o pensamento construtivista, para Vergnaud (1990), um dos grandes problemas na educação aflora do fato de que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não entendendo que estes conceitos devem ser construídos pelos alunos. De alguma forma os alunos devem vivenciar as mesmas dificuldades conceituais e superar os mesmos obstáculos epistemológicos encontrados pelos matemáticos. Resolvendo problemas, debatendo conjecturas e métodos, tornando-se conscientes de suas concepções e dificuldades, os alunos posicionam-se como construtores de suas ideias.

Em resumo, um ensino de Matemática alicerçado na concepção construtivista é aquele que considera o aluno como um colaborador do conhecimento matemático, aquele que contribui com a aprendizagem do colega, no qual professor e aluno atuam de modo interativo, ou seja, trocando conhecimentos.

A concepção Socioetnoculturalista, no Brasil, em torno dos anos 70. Segundo Syrczyk (2013), o conhecimento matemático só adquire validade e significado em um meio cultural. Para o ensino, os pontos de partida são os problemas da realidade e concebem

a existência de um currículo preestabelecido e comum. Nesta tendência os atributos cognitivos e culturais dos indivíduos que buscam ou tomam o conhecimento sobre algo, passam a compor o pensar matemático de maneira mais completa e dinâmica posto que toda a aprendizagem matemática nestas condições já naturalmente será contextualizada, outro fator decisivamente potencializador da aprendizagem.

A concepção Histórico-Crítica, surgiu no final da década de 1970, com Dermeval Saviani. Considerada um marco na educação brasileira, porém pouco praticada no cotidiano escolar, tem como foco a transmissão de conteúdos científicos por parte da escola, porém sem ser conteudista. O ensino conteudista é aquele em que se passa uma quantidade enorme de conteúdo, sem se preocupar com o desenvolvimento intelectual, cultural e de raciocínio do aluno. A teoria de Saviani, no entanto, preza pelo acesso aos conhecimentos e sua compreensão por parte do estudante para que este seja inclusive capaz de transformar a sociedade. Nesta concepção, o saber matemático não é um saber pronto, é um saber vivo, dinâmico e que vem sendo construído historicamente. Visa-se a formação cidadã, o aluno deve conseguir atribuir significado e sentido às ideias matemáticas e sobre elas fazer relações.

Para a Concepção Sociointeracionista-Semântica, que começou a ser usada na década de 70, de acordo com Bakhtin (2000), a Matemática é um texto ou discurso com linguagem própria, construída historicamente de símbolos. O processo de significação é essencial no ensino e aprendizagem onde o professor é um mediador.

A nossa proposta de aprendizagem baseada em problemas pode se situar na tendência Sóciointeracionista-Semântica destacada por Fiorentini (1995) como emergente. De acordo com essas concepções, as possibilidades de significação, como produção de signos e sentidos, se ancoram nas práticas sociais e acontecem nas práticas discursivas.

Visto algumas concepções, é importante ressaltar que o valoroso não é o professor se apropriar de uma concepção ou outra e também não significa que deva fazer um apanhado das contribuições de cada um dos modos de ver e conceber o ensino da Matemática. Mas, o professor pode tomar conhecimento da diversidade de concepções para, então, conscientemente, construir e assumir aquela perspectiva que melhor atenda às suas expectativas enquanto educador e pesquisador.

## **2.2 DIRETRIZES DE ACORDO COM A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR**

Na seção anterior foram apresentadas algumas concepções que influenciaram o modo conceber o ensino da Matemática, o que nos fez rememorar acerca dos processos de



aprendizagem da Matemática. A proposta de elencar tais concepções serviu como uma espécie de convite para adentrarmos discussões a respeito de uma das unidades temática da Matemática, a Aritmética, de como ela está sendo proposta nos documentos norteadores da educação e, conseqüentemente, como está sendo “emoldurada” para práticas nas escolas.

Diante do contexto atual, permeado pela utilização de aplicativos facilitadores do processo de aprendizagem, nota-se nos modos de ensino características de concepções como a Socioetnoculturalista, Histórico-Crítica e Sociointeracionista-Semântica que são defendidas pela Pedagogia das Competências trazida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC é um documento que regulamenta quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras públicas e particulares de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio para garantir o direito à aprendizagem e ao desenvolvimento pleno de todos os estudantes. Por isso, é um documento importante para a promoção da igualdade no sistema educacional, colaborando para a formação integral e para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva (BRASIL, 2018).

Ao ter como objetivo nortear os currículos dos estados e municípios de todo o Brasil a partir dessas perspectivas, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) coloca em curso o que está previsto no artigo nove da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) sancionada em 1996. Pois cabe ao Governo Federal estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 9394/1996).

Durante o processo de discussão sobre a elaboração da BNCC o Conselho Nacional de Educação (CNE) realizou audiências públicas, em 2017, para a discussão sobre o documento para as etapas da Educação Infantil e do Ensino Fundamental e, em 2018, para a discussão sobre o documento para a etapa do Ensino Médio (PINTO; BOSCARIOLI, 2018). Além disso, o CNE coletou contribuições públicas enviadas por pessoas e instituições de todo o País, contendo sugestões de aprimoramento do texto da Base. Todas as contribuições recebidas foram analisadas e geraram alterações no documento. Sendo os documentos da BNCC referentes às etapas da Educação Infantil e do Ensino Fundamental homologados em 2017 e o documento da Etapa do Ensino Médio reformulado ao longo do ano seguinte, recebeu mais de 44 mil contribuições e foi aprovado pelo CNE em 4 de dezembro de 2018 (BRASIL, 2018).

O documento está estruturado em: textos introdutórios (geral, por etapa e por área); competências gerais que os alunos devem desenvolver ao longo de todas as etapas da Educação Básica; competências específicas de cada área do conhecimento e dos compo-

nentes curriculares; direitos de Aprendizagem ou Habilidades relativas a diversos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica.

À primeira vista, pode parecer que a BNCC não apresenta mudanças significativas em relação aos parâmetros curriculares nacionais no componente Matemática, a não ser em relação a organização e nomenclatura visto que os antigos eixos passam a se chamar unidades temáticas, os conteúdos são objetos de conhecimento e os objetivos tornam-se habilidades. Sobremaneira, a BNCC apresenta alterações em termos de enfoque do que deve ser priorizado em Matemática, enquanto os currículos anteriores eram elaborados seguindo diretrizes com enfoque para o mundo do trabalho. A Base Nacional Comum Curricular enfatiza bastante o desenvolvimento de competências e, conforme se apresenta, a:

[...] competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver chamadas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 27)

Diante disto, o foco do ensino de Matemática na BNCC (2018) passa a ser o letramento matemático e o domínio dos processos matemáticos. Quanto ao método de ensino, são dadas orientações, mas, este fica a critério do professor, dando ênfase às escolhas que ele pode fazer, desde que considere as diferentes maneiras de propiciar experiências matemáticas aos alunos.

O letramento, tal qual ocorre na alfabetização da criança, está presente na Matemática como desenvolvimento de competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar, argumentar matematicamente, resolver problemas e elaborar hipóteses. Além disso, torna-se fundamental propiciar a aplicação da matemática em diferentes contextos, tornando-a fundamental para atuação humana no mundo. Processos matemáticos, ou seja, Matemática em prática, consistem em tudo aquilo que permite trabalhar com os conceitos.

Para atender a essa perspectiva, a BNCC (2018) propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. São elas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

Nesse contexto, o ensino da Aritmética faz parte da escolaridade básica dos indivíduos de todas as nações e, conforme a base curricular em nosso país, a inclusão do estudo da Aritmética compõe a unidade temática número, distribuída principalmente nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental.

Sendo assim, a abordagem dos conceitos aritméticos nos anos iniciais da educa-

ção básica deve promover o desenvolvimento adequado do pensamento lógico-matemático. Para isto, é necessário construir uma base de habilidades de conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e as quatro operações fundamentais. Esta base precisa ser estabelecida a partir de definições e propriedades corretas e apresentada aos alunos através de estratégias coerentes (LINS; GIMENEZ, 2000).

Como consequência da proposta de estruturação curricular, os professores precisarão ajustar suas práticas pedagógicas. Com relação ao ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais 2000 já apontava a resolução de problema como uma metodologia de ensino. Agora, conforme a Base Nacional Comum Curricular 2018, há uma ênfase também na investigação, no desenvolvimento de projetos e na modelagem.

## 2.3 ASPECTOS ARITMÉTICOS

A Matemática adquiriu caráter científico na idade antiga com Pitágoras de Samos (580 - 500 a.C.), em cuja escola foi difundida a Matemática por toda a Grécia e suas colônias. Os gregos também adotaram a Aritmética como fundamental ao desenvolvimento do sistema filosófico. Platão (429 - 348 a.C.), embora não fosse matemático, optava pelo estudo de aspectos teóricos e conceituais da Matemática e conceituava como Aritmética a habilidade para desenvolver cálculos que denominava Logística (BOYER; MERZBACH, 2019).

Todavia, o tratamento dado à Matemática pelos gregos torna-se mais importante com a obra “Os Elementos de Euclides”. Euclides desenvolveu um padrão para dar rigor à Matemática, o qual passou a ser utilizado por milênios. “Os Elementos de Euclides” são compostos por treze livros, destes, três foram dedicados à Aritmética (VII, VIII e IX) e abordaram divisibilidade, divisão com resto, máximo divisor comum, números primos, progressões geométricas, dentre outros conteúdos (BOYER; MERZBACH, 2019).

No período que sucede Euclides a Aritmética vivencia uma estagnação (cerca de 500 anos) até o desenvolvimento dos trabalhos de Diofante de Alexandria (250 d.C.). Outros matemáticos também se dedicaram à Aritmética, como Pierre de Fermat e Leonhard Euler, por exemplo, que desenvolveram posteriormente a Teoria dos Números (FREITAS, 2015).

De acordo com Freitas (2015) nos séculos XVIII e XIX, surge o matemático Carl Frederich Gauss (1777 - 1855), que aos 17 anos de idade torna-se conhecido por desenvolver trabalhos em Aritmética, e, aos 21 anos, produz uma das obras primas da Matemática, o livro *Disquisitiones Arithmeticae* (1801). Ao longo da história da Matemática, a formação numérica se deu através dos tempos, de acordo com a necessidade social de realizar contagem.

*Arithmética* ou Aritmética (da palavra grega *arithmós*, número) é o mais elementar e mais antigo ramo da Matemática. O termo aritmética também é usado para se referir à Teoria dos Números, ramo da Matemática pura que estuda mais profundamente as propriedades dos números em geral. A Teoria dos Números é também chamada de Aritmética Superior (LORENSATTI, 2012, p. 2).

É relevante a aprendizagem Aritmética, pois a mesma fornece influência direta na aprendizagem de outros saberes deste componente curricular. Trata-se de uma área de conhecimento importante, pois permite resolver problemas do cotidiano, suas aplicações envolvem a modelagem das mais diversas situações e funciona como instrumento essencial para a formação de capacidades intelectuais, como a estrutura do pensamento e raciocínio lógico dedutivo.

A competência da educação aritmética atualmente é encontrar um equilíbrio entre o desenvolvimento da capacidade de usar nossas habilidades de resolver problemas, de investigar e explorar situações. Pois o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significado (pensar) é o que poderíamos chamar de atividades de inserção e tematização além do aprimoramento das habilidades técnicas. Isto é, a capacidade de usar as ferramentas desenvolvidas com maior facilidade (LINS; GIMENEZ, 2000).

Porém, encontrar esse equilíbrio é um desafio e requer um trabalho coletivo para que as modificações logrem êxito e se disseminem pelas escolas. A busca coletiva de soluções para o ensino dessa área requer soluções transformadoras, que se convertam em ações que tornem os conhecimentos matemáticos acessíveis aos alunos.

Contudo, para uma Aritmética voltada aos processos tecnológicos é preciso reformular objetivos, rever os conteúdos e a forma de ensinar e propor o uso de metodologias compatíveis com a formação matemática vigente. Assim, o ensino da Aritmética necessita promover o desenvolvimento de um processo voltado para o raciocínio figurativo e intuitivo, para o uso do pensamento relativo e absoluto e para o raciocínio estruturado no pensamento que o aluno tenha condição de construir conhecimentos aritméticos com significado e argumento. Essa prática pode ser vista como uma motivação para uma aprendizagem baseada em problemas que será abordada no tópico a seguir.

## **2.4 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS**

De acordo com Santos (2013), a Matemática ainda é vista por muitos indivíduos, como um componente curricular com resultados precisos e procedimentos infalíveis, tendo como elementos fundamentais as operações aritméticas, procedimentos algébricos, defini-

ções e teoremas geométricos. Pode-se perceber que a metodologia tradicional, empregada com frequência ainda hoje no ensino da matemática, não acompanha o desenvolvimento tecnológico da sociedade, exigindo dos alunos excesso de técnicas operatórias sem justificativas destas.

Ademais, destaca-se que as metodologias ativas fazem parte de um processo que acompanhado a evolução da educação que busca acompanhar a evolução da nossa sociedade. Então, diante desse contexto quando se trabalha o conteúdo é necessário que se coloque cada vez mais o aluno como protagonista do processo e não só como um sujeito passivo como ocorre na metodologia tradicional.

Um dos princípios da BNCC (2018) é a promoção do aluno como protagonista de seu processo de ensino-aprendizagem. Dessa forma, as metodologias ativas surgem como uma alternativa para proporcionar aos estudantes meios para que eles consigam guiar o seu desenvolvimento educacional, fugindo do modelo de ensino em que o professor detinha todo o conhecimento dentro da sala de aula. As metodologias ativas vêm sendo pensadas e trabalhadas já há algum tempo e um de seus grandes precursores foi William Glasser (1925 - 2013) e sua pirâmide de aprendizagem (PINTO, 2020).

Segundo Morán (2015), metodologia ativa é envolver mais o aluno e tentar mudar o que antes se fazia, como ficar dando tudo pronto para o aluno, e tentar fazer com que o aluno pesquise e reservar o momento presencial na sala de aula como um momento de aprofundamento de debate e de síntese. Portanto, são características da metodologia ativa: aluno ativo e autônomo, a ênfase é na aprendizagem, o professor é mediador e orientador, os alunos desenvolvem capacidade crítica e reflexão sobre suas práticas, incentivam a busca ativa e constante de informações e o trabalho em equipe, favorecem o desenvolvimento da autoavaliação e da avaliação grupal.

A seguir vamos destacar algumas das principais metodologias ativas:

1) Aprendizagem Baseada em Projetos – tem por essência criar projetos. Os alunos são desafiados a desenvolver projetos (protótipos), de tal forma que os professores apenas dão orientação para que os alunos possam desenvolver soluções (CIPOLLA, 2016).

2) Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) – traz em sua essência o fato de que os alunos precisam estudar a matéria antes, fazendo pesquisas que precedem a etapa de solução do problema. Fortemente interdisciplinar, os professores têm a tarefa de instigar a pesquisa (PINTO, 2020).

3) Gamificação - utilização de jogos e de games com a ideia de ranqueamento das entregas dos alunos, quanto maior a pontuação do aluno mais alta sua posição no ranking. Assim, a metodologia impulsiona-se a competitividade (SILVA et al., 2014).

4) Sala de Aula Invertida – modelo oriundo do ensino híbrido. Primeiro uma série

de tarefas para os alunos pesquisarem e depois discussões e debates dos assuntos onde os professores fomentam o debate com novos pontos de vista (PEREIRA; SILVA, 2018).

5) Aprendizagem em Pares – quando aplicado de maneira estratégica traz uma série de benefícios como pontos de vista diferentes da mesma temática, o aluno com mais conhecimento tende a explicar ao seu par com uma linguagem mais próxima (MORAN, 2018).

Para Morán (2015), a aula deve ser um espaço vivo de troca de resultados e de pesquisa. Seguindo essa linha de compreensão, Krulik e Rudnick (1998) passou a considerar a aprendizagem baseada em problemas como estratégia de sala de aula, na qual se organiza o ensino da Matemática em torno de atividades de resolução de problemas, o que valoriza o pensamento crítico e reflexivo dos alunos.

Dessa forma, nesse trabalho desenvolveremos uma proposta de atividade que objetiva fomentar o aprendizado através a aplicação dos fundamentos da Aprendizagem Baseada em Problemas tomando como referência o ensino de Aritmética para o 6º ano do Ensino Fundamental.

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), na língua inglesa “*Problem-Based Learning* (PBL)”, foi sistematizada pela primeira vez em 1969 no curso de Medicina da Universidade McMaster, no Canadá, que a utiliza até hoje. Em 1970, essa prática pedagógica foi introduzida nos Estados Unidos (EUA) no curso de Medicina da Universidade do Novo México e, na década de 1980, no curso de Medicina de Harvard. Na mesma época, a ABP foi implantada no curso de Medicina da Universidade de Maastricht (Holanda), hoje uma das referências mundiais nessa metodologia, e relacionada aos trabalhos de maior impacto na área no período entre 1945 e 2014 (Pinho et al., 2015). No Brasil, foram pioneiros os cursos de Medicina de Marília (1997) e de Londrina (1998), assim como os cursos de pós-graduação em Saúde Pública da Escola de Saúde Pública do Ceará (Batista et al., 2005) (LOPES et al., 2019, p. 45).

Aprendizagem Baseada em Problemas descreve um ambiente de aprendizagem onde os problemas impulsionam o aprendizado. Ou seja, a aprendizagem começa com um problema para ser resolvido, que é colocado de tal forma onde os alunos precisam adquirir novos conhecimentos antes que possam resolvê-lo. Ao invés de buscar uma única resposta correta, os alunos interpretam o problema, reúnem o necessário de informações, identificam possíveis soluções, avaliam opções e apresentam conclusões. Os adeptos da resolução de problemas matemáticos insistem que os alunos se tornam bons solucionadores de problemas aprendendo conhecimentos matemáticos heurísticamente. (ROH, 2003)

Utilizando a Aprendizagem Baseada em Problemas o professor deixa de transmitir as informações e passa a mediar a aprendizagem do estudante. Esta estratégia educativa centrada no aluno tem o problema como elemento motivador do estudo e integrador do

conhecimento. O método trabalha com casos práticos que podem ser extraídos de sua realidade ou elaborado pelo professor. Através da ABP o aluno é desafiado a encontrar de forma autônoma possíveis soluções para os problemas apresentados tornando-se o principal responsável por sua aprendizagem. O professor cria dinâmicas que estimulem o pensamento crítico e a criatividade na elaboração das soluções. Para isso, são usados questionamentos que orientam os aprendizes a refletir sobre as hipóteses levantadas pelos colegas (MORÁN, 2015).

Nota-se que o método da Aprendizagem Baseada em Problemas tem como propósito tornar o aluno capaz de construir o aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos que o expõe a situações motivadoras, favorecendo a integração entre diferentes áreas e aquisição de conhecimentos que realmente têm sentido na sua formação. Na ABP o professor não é o único responsável por avaliar o aluno, o estudante também avalia os colegas e reflete sobre seu próprio desempenho e isso facilita a identificação e correção dos erros.

Ensinar nessa perspectiva pressupõe privilegiar o esforço produtivo da turma, refletir sobre o processo, deixando para trás a ideia de que saber Matemática implica só acertar resultados e sempre com rapidez, diz Chica (2001). O sujeito matematicamente letrado usa ideias matemáticas como forma de leitura de mundo ao interpretar gráficos e tomar decisões diárias, por exemplo, decidir se realiza uma compra à vista ou a prazo.

No capítulo seguinte a Aprendizagem baseada em Problemas é utilizada como metodologia de ensino na introdução de conteúdos de Aritmética no 6º do Ensino Fundamental pensando em aumentar a motivação do estudante, estimular a sua criatividade, desenvolver o raciocínio crítico, desenvolver as habilidades de autoaprendizado, favorecer o trabalho colaborativo e tornar o aprendizado mais eficiente.

## Capítulo 3

# PROPOSTA PARA O ENSINO DA ARITMÉTICA

Neste capítulo, será apresentada uma proposta de atividade de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino de Aritmética no 6º ano do Ensino Fundamental utilizando como suporte didático a ABP, que é uma metodologia ativa voltada para a aquisição do conhecimento por meio da resolução de situações problemas e tem como princípio o trabalho em grupo, focado em desafiar os alunos a buscar estratégias para a solução de uma situação-problema, onde o educador torna-se o agente facilitador da aprendizagem (GAZALE, 2018).

### 3.1 O USO DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

Já estava pensando, como Trabalho de Conclusão de Curso, o desenvolvimento de uma proposta de ensino tendo como tema a Aritmética e utilizando problemas como ferramenta para o ensino de acordo com a BNCC. Ademais, a Aritmética é naturalmente associada a problemas do dia a dia através das operações básicas da adição, subtração, multiplicação e divisão e a resolução de problemas é sugerida pela BNCC como uma metodologia capaz de potencializar a construção dos saberes e engajar os estudantes nos trabalhos em grupos e desta forma dar sentido as aprendizagens construídas.

Este trabalho se consolidou com o surgimento repentino da inesperada pandemia em virtude do coronavírus com dimensões catastróficas segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS), que levaram a medidas de alto impacto na vida de todos como o *lockdown* e a suspensão das aulas com o posterior ensino remoto. Além de implicar em um momento



de reflexões e ajuste na proposta agora alinhada à Aprendizagem Baseada em Problemas e à utilização de algumas novas ferramentas que ganharam notoriedade com o ensino híbrido no momento em que o docente precisou planejar novas estratégias metodológicas para o ensino da Matemática.

De acordo com Ferraz (1929), ações e atividades como pesquisa e discussões em grupo auxiliam a compreensão e resolução de problemas nas aulas de Aritmética. No entanto, é importante contar com a mediação do professor para conduzir aos possíveis resultados. Assim, nota-se a relevância na metodologia utilizada pelo professor na construção da aprendizagem.

Segundo Morán (2015), através de uma metodologia voltada para a resolução ativa de problemas, os alunos tanto aprendem a controlar o próprio aprendizado ao escolher os modos como absorvem o conhecimento quanto desenvolvem a autonomia e o protagonismo.

Desse modo, apresentamos neste capítulo uma proposta para o ensino de Aritmética no 6º ano do ensino fundamental por meio da metodologia ativa de Aprendizagem Baseada em Problemas. Para potencializá-la propõe-se o uso de tecnologias de apoio como o *google classroom*, *google meet* as quais estão disponíveis nas plataformas *on-line* e serão citadas no próximo tópico.

## 3.2 TECNOLOGIAS DE APOIO AO ENSINO

De acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU), o desafio vivenciado pelo homem na atualidade causado pelo *covid-19* tem modificado comportamentos, hábitos e ressignificado atitudes. O distanciamento entre as pessoas por conta dessa pandemia, aumentou o uso das tecnologias na busca por minimizar os problemas causados por esse distanciamento nesses últimos anos. Desta forma, os meios de comunicação, através das plataformas *on-line* e ferramentas de comunicação como *google meet*, *whatsapp* dentre outras, possibilitaram a fluidez na comunicação. Assim como nos demais ambientes, a escola também foi desafiada a se reinventar utilizando essas plataformas tecnológicas, criando a possibilidade de desenvolver aulas remotas, em que os alunos pudessem através de seus aparelhos como celular, *tablet* e computador assistir as aulas de casa e o professor ministrá-las da sua residência. Essas mudanças representam desafios a todos os envolvidos, mas também possibilidades de transformação.

Segundo Herrera et al. (2021), frente aos avanços tecnológicos, a pandemia acelerou um processo de transformação da educação que já se fazia necessário há algum tempo, tanto em relação aos professores quanto em relação aos alunos, evidenciando o papel do professor como um facilitador dos processos de ensino e de aprendizagem durante a evolução da tecnologia, e do aluno como um ser autônomo.

Muitos professores passaram a utilizar ferramentas outrora do ensino remoto em suas aulas presenciais como por exemplo as metodologias ativas de aprendizagem e os fóruns de discussão, intensificação do uso do *whatsapp* por meio da criação de grupos para facilitar a comunicação, quadros virtuais como forma de tornar a aula ainda mais interativa dentre outros. O que demonstra a preocupação do professor em manter a comunicação e fortalecer a aprendizagem significativa.

Contudo, um momento de formação com a turma se faz necessário, onde o professor deve combinar a plataforma, como por exemplo o *google classroom*, que será utilizada para interação da turma e com a turma, além de postagens das atividades e materiais de estudos e pesquisa. E também é possível a utilização de outros aplicativos para comunicação ou ferramenta de aprendizagem. O momento pode ser inclusive aproveitado para definir monitores de acordo com a habilidade no uso da tecnologia para ajudar os colegas no uso de alguma nova ferramenta ou auxiliando os que tem acesso restrito. Como também de monitores para disciplina e de moderadores para os grupos. Assim, discutir algumas das regras de convívio virtual e presencial.

De acordo com Duch, Groh e Allen (2001), as habilidades que se busca desenvolver com o uso da ABP são: pensar e argumentar criticamente, analisar e resolver problemas complexos e reais, buscar fontes adequadas de informações, desenvolver a metacognição e utilizar o aprendizado obtido para continuar a aprender. Para a proposta de ensino baseada na ABP é importante o aporte das tecnologias para auxiliar o bom andamento da aula que, com a mediação do professor, deve ser conduzida de forma a não apenas resolver problemas, mas utilizá-los na construção de conceitos ou de propriedades. De todo modo, durante a construção dessas habilidades sugere-se o uso de instrumentos pedagógicos, na integração e coesão da proposta no processo de ensino, que serão apresentados na seção seguinte.

### **3.3 INSTRUMENTOS PARA UMA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS**

Neste trabalho, buscou-se estruturar e adaptar a aplicação da ABP como proposta de ensino. Essa proposta foi pensada como metodologia para ser desenvolvida em uma aula, de forma que estabeleça a coesão e potencialize o desenvolvimento da aluno. Como normalmente o tempo de aula é de 50 minutos ou de 1 hora e 40 minutos, foram criadas 3 etapas que vão ocorrer antes, durante e depois da aula na qual o objeto de conhecimento é desenvolvido, definidas como Etapa 1, Etapa 2 e Etapa 3.

A Etapa 1 ocorrerá antes da aula, utilizando-se uma plataforma como o *google classroom*, onde serão realizadas as ações: distribuir os problemas propostos com uma bi-

bibliografia sugerida e orientações procedimentais para pesquisa e estudo individual, auxiliar a formação de grupos elaborar hipóteses, as quais serão sintetizadas em um resumo sobre as ideias que levarão as possíveis soluções, postar os resumos ou entregar ao professor.

Os problemas propostos como gatilho para o desenvolvimento de conceitos ou propriedades distribuídos na Etapa 1 podem ser criados pelo professor ou utilizados e até adaptados de alguma plataforma, como o portal das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) ou algum livro que o professor utilize como referência. Esses problemas têm o intuito de despertar a curiosidade para o objeto de conhecimento proposto para a aula em questão e que induza aos conceitos e as propriedades, levando a uma aprendizagem significativa, podendo ser problemas do cotidiano do aluno, problemas de aplicação ou até mesmo uma mera conta de acordo com a proposta de ensino do professor.

Na Etapa 2, que ocorrerá durante a aula, teremos uma síntese do que já foi discutido na Etapa 1. Nessa etapa o professor será o mediador na condução da solução que também será utilizada para o desenvolvimento do conteúdo a respeito do objeto de conhecimento. O desenvolvimento desta etapa levará à construção das notas de aula que perpassa por momentos, que serão apresentados no Quadro 2, como retomada aos problemas, apresentação da solução com uma breve discussão para sistematização.

Na Etapa 3, ocorrerá a avaliação e o *feedback*. Sendo processual, a avaliação é formada pelo resumo de desenvolvimento das atividades de cada grupo que aconteceu na Etapa 1, pelos exercícios complementares que definem um momento de avaliação da Etapa 2 e com a autoavaliação depois de realizada a aula expositiva predeterminada pela Etapa 2.

Sendo parte da avaliação e compondo a Etapa 3, a autoavaliação ocorrerá depois da aula e será realizada individualmente através *google classroom*. É onde o aluno avalia seu grupo, os demais grupos, além de seu próprio desempenho. Conforme Villas (2008), a autoavaliação consiste na avaliação que o aluno faz de si mesmo, das aprendizagens que desenvolveu, o registro que percebeu na sua construção do conhecimento e identifique quais procedimentos precisa desenvolver para avançar na aprendizagem.

O *feedback* não compõe a avaliação e ocorre depois aula como parte da Etapa 3. Ele pode ser realizado através de uma enquete utilizando-se o *classroom*. Segundo (GODINHO et al., 1995, p. 217) *feedback* “é a expressão genérica que identifica o mecanismo de retroalimentação de qualquer sistema processador de informação”. Ou seja, é uma avaliação das ações que foram desenvolvidas permitindo mensurar pontos negativos e positivos, promover melhorias e avançar nos resultados rumo ao alcance de objetivos propostos. Ademais, o *feedback* leva não apenas ao maior engajamento, como incentiva talentos. Para o professor também é fundamental ao passo que críticas positivas podem lhe

dar a certeza de estar fazendo a coisa certa ou críticas negativas a chance de impulsionar mudanças.

Com o objetivo de maximizar a aplicação da ABP no ensino, são construídos ou adaptados alguns instrumentos como proposta metodológica, planejamento e descrição de aula. Cada um destes instrumentos apresenta e desempenha uma função para a obtenção do sucesso do desenvolvimento no processo ensino aprendizagem dos alunos. Sendo assim serão apresentados logo a seguir esses instrumentos destacados.

### 3.3.1 PROPOSTA METODOLÓGICA

Discussões sobre a aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas na Educação Matemática ainda precisam ser ampliadas. Necessita-se para tal, estabelecer um vínculo entre os problemas matemáticos disponibilizados pela escola e os problemas matemáticos que envolvem os alunos e a comunidade no entorno da escola. Essa é uma estratégia metodológica que se propõe a dar sentido e significado a aprendizagem matemática, mas que se desenvolva através da reflexão e resolução dos problemas em grupo, onde cada membro poderá apresentar a sua ideia sobre a resolução desses problemas, mediada pelo professor, e juntos possam encontrar as possíveis respostas. Criando-se assim condições que possibilitem o desenvolvimento de habilidades, as quais fazem-se presentes em documentos oficiais orientadores de políticas curriculares, proporcionando a construção de aprendizagem autônoma e pensamento crítico e criativo.

Segundo Lopes et al. (2019), práticas construtivistas, como a ABP, requerem uma rotina nas aulas com uma participação constante dos alunos, que são o centro do processo de ensino e constroem ativamente o conhecimento. A proposta metodológica (Quadro 1) são passos com a função de organizar o processo de aplicação da ABP. Pretende-se através da proposta metodológica, adaptar para o ensino as técnicas da ABP para ser aplicada em três Etapas.

Quadro 1 - Proposta Metodológica para orientação do desenvolvimento da aula de acordo com a ABP.

Proposta Metodológica
1. Definição do problema conforme o conteúdo a ser trabalhado (a ideia é sempre buscar problemas que induzam ao conceito ou que levem a uma propriedade específica).
2. O(s) problema(s) devem sempre ser distribuídos com pelo menos uma semana de antecedência da aula referente ao objeto de conhecimento específico e com uma bibliografia sugerida como complementar ao livro didático.

(continua)

### Proposta Metodológica

3. Durante o período que antecede a aula referente ao objeto de conhecimento, os alunos serão orientados a pesquisar individualmente e a formarem grupos para sínteses das soluções e aprofundamento das pesquisas realizadas. Um resumo com as soluções, dúvidas e sugestões deve ser postado ou entregue ao professor.
4. Na aula o professor começa expondo o problema já proposto na lousa e logo depois reorganiza os alunos conforme os grupos já definidos anteriormente.
5. Serão feitos questionamentos que induzam a participação da turma a expressar suas ideias ou soluções.
6. O professor apresenta sua solução ou escolhe uma das soluções apresentadas pelos alunos que contribua para o desenvolvimento do conteúdo fazendo o levantamento de algumas hipóteses.
7. Desenvolvimento do conteúdo se da à medida que cada problema vai sendo discutido e resolvido.
8. Sugere-se questões relativa(s) a(os) conceito(s) ou propriedade(s) que deve(m) ser resolvida(s) pela turma e corrigida(s) pelo professor e uma ou outra fica como atividade. As questões que ficam como atividade devem ser resolvidas pelos grupos e entregue no final da aula.
9. Autoavaliação.
10. *Feedback*.

Sugestão: Criar uma turma no *Google Classroom* onde as atividades, sugestões e enquetes possam ser disparadas ou postadas através da utilização de ferramentas do *Google Classroom* para que a turma possa ter acesso a uma plataforma de discussão com fácil acesso de intervenção do professor, além da utilização de aplicativos como *whatsapp*.

Fonte: Elaborado pelo autor/2021

A proposta metodológica é uma sugestão para o desenvolvimento da construção da aula de acordo com a ABP, que será dividida em etapas. A Etapa 1, engloba os passos 1, 2 e 3 apontados no roteiro metodológico. A Etapa 2, é composta pelos passos 4, 5, 6, 7 e 8. A Etapa 3, é formada pelos passos 3, 8, 9 e 10. Então ao se fazer referências as etapas da proposta de ensino, está se fazendo referências também aos passos da ABP sintetizados na proposta metodológica.

Em resumo, a Etapa 1 acontece com a construção ou garimpagem dos problemas que sirvam de trampolim para alcançar as competências e habilidades relativas a BNCC, além da distribuição dos problemas seguidos das orientações iniciais; a Etapa 2 com a execução da aula por meio da mediação do professor valorizando-se as discussões em grupos onde os alunos ajudam na construção das notas de aula; e a Etapa 3 é onde o processo de avaliação é concluído com a autoavaliação e ocorrendo também o *feedback*.

### 3.3.2 PLANEJAMENTO

Brandt e Tozetto (2009) acreditam que uma boa aula é aquela que é muito bem planejada com objetivos claros e precisos e uma avaliação que revele a aprendizagem pretendida naquele exato momento. Se assim caracteriza-se uma boa aula, podemos conjecturar que o planejamento do professor se tornará um instrumento de garantia de aprendizagem dos alunos à medida que revela uma relação entre objetivo de aula e avaliação da aprendizagem correspondente, considerando atividades que levem o aluno a desenvolver habilidades pretendidas naquela aula.

Dentro desse contexto, o planejamento assume tamanha importância a ponto de se constituir como objeto de teorização e se desenvolve a partir da ação do professor que envolve: “decidir a cerca dos objetivos a serem alcançados pelos alunos, conteúdo programático adequado para o alcance dos objetivos, estratégias e recursos que vai adotar para facilitar a aprendizagem, critérios de avaliação, etc.” (GIL, 2012, p.34).

Anastasiou (2009) explica que durante muito tempo as ações dos professores eram organizadas a partir dos planos de ensino em que o foco era o processo ensino a aprendizagem e as ações desenvolvidas pelo professor. Atualmente as propostas ressaltam a importância da construção de um processo de parceria em sala de aula com o aluno deslocando o foco da ação docente e do ensino para a aprendizagem, ou seja, o protagonista passa a ser o aluno conforme defendem as teorias construtivistas e sociointeracionistas.

O plano de ensino ou programa da disciplina deve conter os dados de identificação da disciplina, ementa, objetivos, conteúdo programático, metodologia, avaliação e bibliografia básica e complementar da disciplina. Entretanto, Gandin (1994), Barros (2007), Gil (2012) e Anastasiou (2009) argumentam que existem vários modelos que podem ser utilizados, mas que necessitam apresentar os elementos essenciais ao processo ensino aprendizagem e e uma sequência didaticamente coerente.

O planejamento que busca a previsão mais específica para as atividades de uma determinada disciplina durante o período do tempo é o plano de aula. O plano de aula é um instrumento que sistematiza todos os conhecimentos, atividades e procedimentos que se pretende realizar numa determinada aula, tendo em vista o que se espera alcançar como objetivos junto aos alunos segundo (LIBÂNEO, 1993).

De certo, aulas com a Aprendizagem Baseada em Problemas requerem planejamento. Para que os estudantes sejam de fato os atores de seu próprio desenvolvimento, é preciso que os professores preparem o terreno e planejem cada etapa do processo. Assim, é preciso considerar que o professor que planeja suas aulas, alcança os objetivos propostos pelo currículo, pois ao refletir, pesquisar e discutir, busca métodos e técnicas para alcançar as competências e habilidades na perspectiva de construir junto aos alunos, resultados mais duradouros e desta forma contribuir de maneira significativa com o processo ensino

aprendizagem, ou seja com o desenvolvimento desses alunos.

### 3.3.3 DESCRIÇÃO DE AULA

O plano de aula é um documento mais geral que apresenta os objetos, metodologia e avaliação. Mas, sem detalhar a ordem dos eventos ocorridos na aula, pois esse passos são detalhados na descrição de aula.

A descrição de aula nada mais é do que realizar uma sequência minuciosa dos momentos de aula e do que será dito. No cinema, por exemplo, o roteiro é fundamental para desenvolver um filme do início até o final, apresentando os personagens e transmitindo a ideia proposta. As aulas podem e devem ter esse mesmo nível de narrativa. Mas, claro, tudo de forma bem simples e com o intuito de prender a atenção dos alunos.

Com a descrição de aula pretende-se pontuar as ações a serem desenvolvidas, ou seja, apresentará os passos a serem desenvolvidos. Sendo complementar ao plano de aula, a descrição é uma orientação para o desenvolvimento da aula que ocorre na Etapa 2.

Com o objetivo de maximizar o tempo de cada momento que acontecerá durante a aula expositiva e manter a turma focada no objeto de conhecimento, é proposto uma descrição de aula que auxilie o professor durante a aula expositiva sintetizada no Quadro 2.

Quadro 2 - Descrição de aula.

Descrição de aula			
Momento	Objetivo	Ação	Tempo sugerido
Retomada	Retomar a discussão do(s) problema(s) proposto(s)	Transcrever a atividade na lousa e logo depois sugerir aos alunos que se organizem em grupos.	
Solução do(s) problema(s)	Resolver os problemas	Conhecer e explicar o uso de algumas estratégias na resolução da atividade.	
<i>Brainstorm</i>	Levantar hipóteses sobre as possíveis soluções para os problemas que esteja associados ao conceito que se pretende desenvolver.	Utilizar questionamentos que induzam a reflexão.	

(continua)

Descrição de aula			
Momento	Objetivo	Ação	Tempo
Sistematização	Sistematizar os conceitos envolvidos na aula.	Apresentar os conceitos, exemplos e demonstrações	
Avaliação	Verificar e reforçar a aprendizagem	Realizar exercícios relativo aos conceitos envolvidos.	

Fonte: Elaborado pelo autor/2021

O Quadro 2 resume os momentos da aula: retomada, solução do problema, *brainstorm*, sistematização e avaliação. Essas ações fazem parte da Etapa 2.

O momento da retomada é o retorno aos problemas baseando-se nas pesquisas desenvolvidas pelos alunos. Acontece quando os problemas que foram distribuídos na Etapa 1 são escritos no quadro e os alunos rearrumados em seus grupos de estudos.

A solução dos problemas é o momento de conhecer e explicar o uso de algumas estratégias na resolução das atividades. Acontece quando o professor conduz a solução ou quando esta é apresentada por um ou mais grupos.

A seguir no *brainstorm* serão discutidas as hipóteses que foram levantadas pelos alunos. Acontece quando o professor, utiliza ideias que foram expostas pelos alunos ou através de questionamentos, motivando o grupo a discutir os erros e acertos que conduzirão a solução dos problemas e já estabelecendo conexões para a construção da sistematização.

A sistematização, é a construção das notas de aula. Ocorre quando o professor utilizando a solução dos problemas que direcionadas pelas hipóteses e questionamentos levantados durante o *brainstorm* formaliza os conceitos e determina caracterizações através de propriedades e exemplos.

O momento de avaliação durante da aula expositiva é uma forma de reforçar a aprendizagem, ocorre através de exercícios complementares.

No que se refere, ao tempo sugerido para cada ação, vai depender do tempo disponível e pensado para a aula. Como o Quadro 2 é um roteiro geral, não especifica o tempo de cada ação.

A ideia com o roteiro de aula é que com a descrição dos passos pensados para a aula expositiva se tenha uma execução mais fidedigna ao plano de aula e, conseqüentemente, à aplicação dos passos pensado em conformidade com a ABP.



## 3.4 APLICAÇÃO PARA O ENSINO

Nas subseções seguintes apresentaremos um modelo ilustrativo do respectivo processo da proposta de ensino com o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas para o conceito de número e introdução da adição e subtração com números naturais, objetos de conhecimento de Aritmética no 6º ano do Ensino Fundamental. Cabe ao professor refletir sobre sua realidade e realizar adaptações, pois o que dá certo com algumas turmas não necessariamente tem sucesso com outras, podendo ajustar a proposta conforme o objeto de conhecimento e o tempo de aula.

### 3.4.1 CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO

Tendo como objeto de conhecimento o conceito de número, que pensamos ser importante estruturalmente no desenvolvimento dos demais tópicos de Aritmética. É importante que o professor trabalhe com os alunos a ideia e relevância dos números. No plano de aula que segue no Quadro 3, são descritas as competências e habilidades para o objeto de conhecimento de acordo com a BNCC, assim como a proposta de avaliação e as referências. Além de alguns dos recursos que serão utilizados e as orientações didáticas.

Quadro 3 - Plano de aula: Construindo o conceito de número.

Plano de aula				
Construindo o conceito de número				
Ano	Nível de ensino	Componente curricular	Tema	Tempo de aula
6º	Ens. Fundamental	Matemática	Números	50 min
Competência(s): Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.				
Habilidade(s): (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.				
Pré-requisitos	não há			

(continua)

Plano de aula		
Orientações didáticas	Resolver os problemas individualmente em casa; Utilizar o fórum do <i>Google Classroom</i> ou grupo de <i>whatsapp</i> e discutir a solução com os colegas; Anotar as ideias e duvidas para discussão em sala de aula.	
Recursos	Internet, <i>Google Classroom</i> , <i>youtube</i> , livro-didático e aula expositiva.	
Processo	Etapa 1	Distribuição dos problemas, seguidos das orientações iniciais.
	Etapa 2	Aula expositiva.
	Etapa 3	Análise, mensuração e conclusão do processo de avaliação com a autoavaliação. Ocorre também o e <i>feddback</i> .
Avaliação	o Resumo de desenvolvimento das atividades de cada grupo devem ser postados no <i>Google Classroom</i> ; Dos exercícios complementares no fim da aula relativos ao tópico estudado, devem ser postadas a posteriori por cada grupo no <i>Google Classroom</i> ; A autoavaliação como forma de avaliar o processo como um todo utilizando o <i>Google Classroom</i> .	
Referências		
IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DOS SANTOS MACHADO, Antonio. <b>Matemática e realidade</b> . Atual, 1993. Portal da OBMEP. Disponível em: < <a href="https://portaldabmeop.impa.br/index.php/site/index?a=1">https://portaldabmeop.impa.br/index.php/site/index?a=1</a> >. 30 de jul. de 2021.		

Fonte: Elaborado pelo autor/2021.

Utilizando-se os princípios da ABP, o tempo necessário para aplicá-los extrapola o tempo da sala de aula, que se limita a 50 min ou a 1 h 40 min, por isso, a aula foi dividida em etapas de acordo como a proposta metodológica.

Na Etapa 1, utilizando como suporte o *Google Classroom*, são enviados para os alunos com uma semana de antecedência, o(s) problema(s) para discussão e resolução, orientações de pesquisa e formação dos grupos, com uma bibliografia sugerida. Nessa etapa, através do *whatsapp* ou *Google Classroom* o professor pode orientar inicialmente a pesquisa que começa individualmente e o próximo passo com a formação de grupos conforme particularidades como afinidades, localidade. Ainda nessa etapa será produzido um resumo de como se dar o desenvolvimento das atividades até a sua solução ou não dos problemas, esse resumo produzido na Etapa 1, deve ser postado, pois compõem a avaliação do processo. A seguir o problema o proposto:

### **Problema - Construindo o conceito de número.**

1. O Sr. Antônio, avô do José, não teve a oportunidade de frequentar uma escola e,

tendo que trabalhar ainda muito cedo para ajudar a sua mãe, visto que havia perdido seu pai muito moço, deixando os estudos de lado, não aprendeu a ler e nem tão pouco escrever. No entanto, sempre muito engenhoso, criador de galinhas, associava bolinhas de gude (que acumulava em uma frasqueira) com as galinhas que possuía e assim no final da tarde sabia se estava faltando alguma ave ao comparar uma bolinha e uma galinha. Supondo que seu Antônio tinha 8 bolinhas em sua frasqueira, responda:

- a) Quantas galinhas tinha o Sr. Antônio?
- b) Qual a ideia utilizada por seu Antônio no processo de contagem?

Segue com a Etapa 2, durante a aula expositiva, que buscando maximizar o tempo de cada momento da aula é orientada pela descrição de aula, Quadro 4.

Quadro 4: Descrição de aula - Construído o conceito de número.

Descrição de aula			
Momento	Objetivo	Ação	Tempo
Retomada	Retomar os problemas	Transcrever a atividade na lousa e organizar a turma conforme os grupos.	10 min
Solução do(s) problema(s)	Entender como surgiu conforme a necessidade humana o processo de contagem e sua evolução para uma padronização de representação.	Resolver o problema	10 min
<i>Brainstorm</i>	Explicar as estratégias de resolução e refletir sobre a mais eficiente.	Conhecer e explicar o uso de algumas estratégias na resolução da atividade.	10 min
Sistematização	Sistematizar os conceitos envolvidos na aula.	Apresentar a forma de representar a ideia numero	10 min
Avaliação	Verificar e reforçar a aprendizagem.	Realizar exercícios relativos aos conceitos envolvidos.	10 min

Fonte: Elaborado pelo autor/2021.

No primeiro momento, com a retomada, onde a turma é reorganizada conforme grupos de estudos definidos na Etapa 1. O problema é exposto na lousa pelo professor e que dar início a uma conversa com a turma a respeito do que aconteceu, assim conduzindo para o próximo momento.

A solução do problema é o próximo momento de aula. A solução pode ser feita

pelo professor ou por algum dos grupos sempre orientado pelo professor de forma a já abrir espaço para o próximo momento sempre fazendo questionamentos de forma a incentivar o debate e a colaboração. A seguir uma possível solução relativa ao problema sugerido para construção do conceito de número.

### **Solução do problema - Construindo o conceito de número.**

1.

a)

Como seu Antônio utilizava como meio para contar as galinhas uma associação com as bolinhas de gude onde para cada galinha ele separava uma bolinha, então, seu Antônio possui 8 galinhas já que em sua frisqueira havia 8 bolinhas.

b)

Através da comparação de "um para um". O que o Sr, Antônio fez muito astutamente fez foi construir dois conjuntos com objetos diferentes - o conjunto das galinhas e o conjunto da bolinhas de gude - associando cada elemento de um conjunto com cada elemento do outro conjunto e determinando dois conjuntos com a mesma quantidade de elementos.

É o momento de se fazer perguntas e criar conexões para o desenvolvimento da teoria. O *brainstorm* ou *brainstorming*, se preferir, é um termo que se refere como "chuva de ideias", criado na década de 1940 pelo publicitário Alex Osborn. Seu principal objetivo é estimular a criatividade das pessoas para encontrarem meios ou caminhos alternativos para a resolução de algo (RAWLINSON, 2017).

As diversas ideias levantadas pelos estudantes são anotadas no quadro negro para que sejam socializadas. O envolvimento neste momento da aula gera a sensação de pertencimento e faz com que os alunos trabalhem mais motivados a solucionarem problemas e atingirem seus objetivos. Portanto, melhora os resultados de aprendizagem, processos, etc, como um todo.

O professor pode contribuir com questionamentos pontuais, caso ainda necessite de algum paralelo para o impulsionar a construção, das notas de aula, de forma organizada sempre partido dos problemas e citando sempre que possível referência e fatos históricos. Apresentamos seguir alguns questionamentos:

#### ***Brainstorm* - Construindo o conceito de número - Questionamentos.**

É possível comparar a quantidade de elementos entre conjuntos?

Como associar a quantidade de elementos a ideia de número?

Como representar o número?

Em resumo, a *brainstorm* nada mais é do que uma evolução de pensamentos conectados para resolverem algo. Contudo, é importante dar atenção aos erros. Ao caracterizar o erro como uma oportunidade para o aluno desenvolver, a partir dele, novas hipóteses, reconstruindo a resposta errada até chegar à resolução correta, o professor estará estimulando o raciocínio do aluno e este estará participando ativamente do processo da construção do conhecimento

A próxima ação é a sistematização, que ocorre a construção das notas de aula. A discussão das ideias apontadas durante a busca da solução do problema abre caminho para a construção dos conceitos e demonstrações e ou exemplificações por meio de exemplos das propriedades. Segundo Souza (1997), a sistematização é um instrumento, uma forma metodológica de elaboração do conhecimento. É mais que organização de dados, é um conjunto de práticas que propiciam a reflexão, práticas conscientes e a reelaboração do pensamento. De fato, é o momento em que as ideias discutidas e que levaram ou não a solução do problema se unem construindo uma “coxa de retalhos” costurada pelos alunos e pelo professor.

Contudo, a sistematização pode ocorrer de forma processual na medida em que as questões forem sendo resolvidas ou em um momento específico da aula de acordo com a habilidade e ou o planejamento do professor. A sistematização apresentada a seguir é baseada em Hefez (2015):

### **Sistematização - Construindo o conceito de número.**

Através da comparação de “um para um”, ainda na pré-história, segundo Boyer e Merzbach (2019), motivado pela necessidade, nota-se a ideia de contagem e registro dessa contagem através de ossos e desenhos rupestre em cavernas.

Algum tempo depois, os objetos dessa contagem, aquelas coleções que são “similares” são associadas a entes abstratos, desenvolvidos pelo homem como modelo que permite contar e medir, caracterizando a ideia de número com representação específica e som próprio.

Assim, número é um objeto abstrato da matemática usado para descrever quantidade, ordem ou medida. O conceito de número provavelmente foi um dos primeiros conceitos matemáticos assimilados pela humanidade no processo de contagem.

Com o passar do tempo, as quantidades foram representadas por gestos, expressões, palavras e símbolos, e cada povo tinha a sua maneira de representação.

Muitas vezes usamos as palavras números e numerais como sinônimos, porém possuem significados divergentes. Número é a noção de quantidade que idealizamos ao contar, ordenar e/ou medir e numeral é a representação dessa ideia por símbolos (gráfico ou não). Assim, por exemplo, as palavras sete, seven, sept ou os símbolos 7, VII são todos

utilizados para representar a quantidade sete.

Assim, um algarismo é o símbolo que utilizamos para representar, concretamente, a ideia dos números. Nossa numeração escrita atual usa os dez seguintes símbolos gráficos (aos quais denominamos correntemente “algarismos arábicos”): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. Por exemplo uma quantidade que sintetize a ideia do número 8 é expressa pelo numeral 8 e representada pelo algarismo 8.

A invenção dos algarismos denominados arábicos e do zero surgiu para permitir uma notação perfeitamente coerente de todos os números e para oferecer a qualquer um a possibilidade de efetuar qualquer tipo de cálculo sem uma tábua de contar. Assim como a escrita, o zero e os nossos números modernos figuram, entre os mais poderosos instrumentos intelectuais de que dispõe o homem hoje. Cálculos irrealizáveis durante milênios tornaram-se possíveis graças a sua descoberta, abrindo caminho para o desenvolvimento da matemática, das técnicas e de todas as outras ciências.

Finda-se a Etapa 2 com o momento de avaliação da aula expositiva através de exercícios complementares, os quais depois devem ser postados ou entregues, pois irão compor, na Etapa 3, a avaliação como um todo. A seguir exercícios que poderiam ser utilizados como complementar à aprendizagem:

### **Avaliação - Construindo o conceito de número.**

1<sup>a</sup>) Antes do desenvolvimento da representação de números com algarismos, como você acha que o ser humano fazia para indicar quantidade?

2<sup>a</sup>) Sem utilizar algarismos ou a escrita por extenso, pense em uma maneira de indicar a quantidade de alunos que estão na sua fila na sua sala de aula. Registre no caderno.

Agora na Etapa 3, tendo como suporte o *Google Classroom*, a avaliação que teve início na Etapa 1 com o resumo e continuou na Etapa 2 com os exercícios complementares é concluída com a autoavaliação, onde os alunos irão pontuar o que aprenderam e como seu grupo e os demais grupos contribuíram para esse aprendizado. Ainda na Etapa 3, ocorre o *feedback*, o *feedback* não caracteriza-se como parte de uma nota para a avaliação, mas é crucial para uma adaptação e melhoria das próximas aulas.

De acordo com Camargo (2019), quanto mais moderna a proposta de ensino, mais ‘ameaçadora’ ela pode se tornar para os alunos e os professores. Para se criar uma forma diferente do processo de ensino-aprendizagem, é preciso romper com as regras tradicionais de avaliação, das funções formalmente executadas por alunos e professores no ensino tradicional. De forma geral, a avaliação na ABP consiste numa abordagem mais formativa, na qual são tomadas três caminhos diferentes, geralmente com pesos distintos, mas relacionadas entre si: i) a de cada aluno sobre o seu próprio trabalho

(autoavaliação); ii) a dos colegas que formam os grupos de trabalho que irão atuar na resolução dos problemas (avaliação entre pares); e iii) a avaliação do professor.

Como via de regra o aluno não é limitado a memorizar conceitos para a resolução de questões predeterminadas, é orientado a desenvolver competências e habilidades através de casos orientados para situações específicas, resolução de problemas e a conduzir seu aprendizado. Pois, a ABP enfatiza muito mais a compreensão do que a memorização ainda que considere a importância desta última no processo de aprendizagem, ressaltando-se que, quanto maior a compreensão, melhor será a memorização.

### 3.4.2 INTRODUÇÃO A ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS

Ao tratar a adição, é relevante o professor ressaltar a importância das propriedades comutativa e associativa para facilitar cálculos, inclusive mentais.

O objetivo da aula é tratar de algumas ideias fundamentais associadas aos conceitos e propriedades da adição e subtração como a ideia de sucessor e as propriedades comutativa e associativa da adição. No plano (Quadro 5), seguem as competências e habilidades de acordo com a BNCC para o objeto de conhecimento relativo a adição e subtração de números naturais.

Quadro 5 - Plano de aula: Introdução a adição e subtração com números naturais.

Plano de aula				
Operações com números naturais: Adição e subtração				
Ano	Nível de ensino	Componente curricular	Tema	Tempo de aula
6º	Ens. Fundamental	Matemática	Números	1h 40 min
Competência(s): Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.				
Habilidade(s): (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.				
Pré-requisitos	Noção de agrupamentos como estratégia de contagem; Conceito de número.			

(continua)

Plano de aula		
Orientações didáticas	Resolver os problemas individualmente em casa; Utilizar o fórum do <i>Google Classroom</i> ou grupo de <i>whatsapp</i> e discutir a solução com os colegas; Anotar as ideias e duvidas para discussão em sala de aula.	
Recursos	Internet, <i>Google Classroom</i> , <i>youtube</i> , livro-didático e aula expositiva.	
Processo	Etapa 1	Distribuição dos problemas, seguidos das orientações iniciais.
	Etapa 2	Aula expositiva.
	Etapa 3	Análise, mensuração e conclusão do processo de avaliação com a autoavaliação. Ocorre também o e <i>feddback</i> .
Avaliação	o Resumo de desenvolvimento das atividades de cada grupo devem ser postados no <i>Google Classroom</i> ; Dos exercícios complementares no fim da aula relativos ao tópico estudado, devem ser postadas a posteriori por cada grupo no <i>Google Classroom</i> ; A autoavaliação como forma de avaliar o processo como um todo utilizando o <i>Google Classroom</i> .	
Referências		
IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DOS SANTOS MACHADO, Antonio. <b>Matemática e realidade</b> . Atual, 1993. Portal da OBMEP. Disponível em: < <a href="https://portaldabmeop.impa.br/index.php/site/index?a=1">https://portaldabmeop.impa.br/index.php/site/index?a=1</a> >. 30 de jul. de 2021.		

Fonte: Elaborado pelo autor/2021.

Acontece os passo 1, passo 2 e passo 3 da proposta metodológica, ou seja, a Etapa 1 como foi descrita na Seção 3.3. A seguir os problemas:

### Problemas - Introdução a adição e subtração com números naturais.

1. Pense numa escada gigante, em que cada degrau corresponde ao andar de um prédio. Suponha que se você subisse esta escada, um degrau de cada vez, saindo do 1º andar, que será representado por  $a$ , passando pelo segundo representado por  $a + 1$  e assim sucessivamente, sem pular nenhum degrau e parasse no 5º andar. Qual seria a representação do 5º andar?

2. Considere uma sala com cadeiras organizadas em filas horizontais igualmente espaçadas. Se partíssemos da esquerda para direita, da cadeira de número 3, tomando como referência sua posição sentado na cadeira. Ao deslocarmos 5 posições para direita estaríamos na cadeira de que número? E caso partíssemos da cadeira de número 5 e efetuássemos três deslocamentos para direita? Pode utilizar a imagem seguinte como parâmetro para



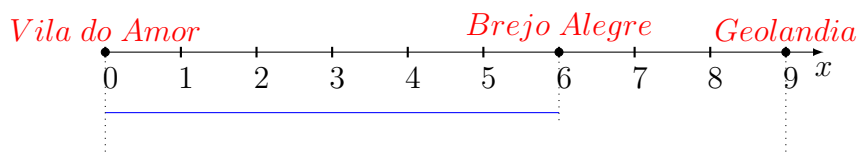
orientação.

Figura 1 - Cadeiras azuis em um salão vazio de um anfiteatro.



Fonte: Retirada do site <https://pt.dreamstime.com/foto-de-stock-cadeiras-azuis-em-um-sal%C3%A3o-vazio-do-anfiteatro-image61879282>

3. Se você estivesse jogando banco imobiliário, onde seu deslocamento é dado por meio de uma roleta numerada de *zero* a 5 e ao girar a roleta ela aponta para o número zero. De quantas casas deve ser seu deslocamento?
4. Considere que durante uma ida a feira com sua avó, que necessitava comprar algumas frutas, em uma das barracas pelas quais passou, você notou que depois de comprar algumas maçãs, um melão e um mamão, o vendedor rapidamente disse a senhora:  $3 + 2 + 2$ , 7 reais. Notando que o vendedor realizou aparentemente a soma de mais de dois números, como você realizaria esta operação?
5. Veja as distâncias, em quilômetros de Vila do amor a Brejo Alegre e a distância de Vila do amor a Geolândia. Observando os dados, descubra a distância de Brejo Alegre a Geolândia.



Segue com a Etapa 2, durante a aula expositiva, que buscando maximizar o tempo de cada momento da aula é orientada pela descrição de aula, Quadro 6.

Quadro 6: Descrição de aula - Introdução a adição e subtração com números naturais.

Descrição de aula			
Atividade	Objetivo	Ação	Tempo sugerido
Retomada	Retomar a discussão do(s) problema(s) proposto(s)	Transcrever a atividade na lousa e logo depois sugerir aos alunos que se organizem em grupos e discutam suas ideias e soluções	10 min
Solução do(s) problema(s)	Entender a lógica das operações de adição e subtração.	Resolver os problemas	25 min
Brainstorm	Explicar as estratégias de resolução e refletir sobre a mais eficiente.	Conhecer e explicar o uso de algumas estratégias na resolução da atividade.	15 min
Sistematização	Sistematizar os conceitos envolvidos na aula.	Apresentar conceitos e propriedades relativos a adição e subtração.	30 min
Avaliação	verificar e reforçar a aprendizagem envolvidos	Realizar exercícios	20 min

Fonte: Elaborado pelo autor/2021.

Na retomada, cujo objetivo é retornar a discussão dos problemas propostos. A turma terá 10 minutos para se organizar e se concentrar em torno dos problemas sugeridos na Etapa 1.

Na sequência, espera-se que com um tempo de aproximadamente 25 minutos seja possível entender a lógica das operações de adição e subtração. A seguir uma possível solução relativa aos problemas sugeridos:

### **Solução dos problemas - Introdução a adição e subtração com números naturais.**

**1.**

Temos então, 1° andar =  $a$ , 2° andar =  $a + 1$ , 3° andar =  $a + 2$ , 4° =  $a + 3$  e 5° andar =  $a + 4$ .

**2.**

Ao se deslocar de cinco posições para a direita, obtemos a sequência 3,  $3 + 1 = 4$ ,  $4 + 1 = 5$ ,  $5 + 1 = 6$ ,  $6 + 1 = 7$ ,  $7 + 1 = 8$  obtendo assim o número  $3 + 5 = 8$ .

Note que  $5 + 1 = 6$ ,  $6 + 1 = 7$ ,  $7 + 1 = 8$ . Logo, também,  $5 + 3 = 8$ . Portanto,  $3 + 5 = 5 + 3 = 8$ .

### 3.

No caso específico o *zero* significa que não deve haver deslocamento.

Portanto, o indivíduo continuaria na mesma posição.

### 4.

Observamos que ao realizar a operação da adição, sempre fazemos em pares, ou seja, um número adicionado a outro. Nota-se que quando aparece uma situação onde parece que temos que determinar a soma de vários números, o que acontece é que na prática não realizamos apenas uma operação e sim várias operações.

Portanto,  $3 + 2 + 2 = (3 + 2) + 2$ , utilizei os parênteses para indicar quais os números vou somar primeiro, depois de fazer a operação  $3 + 2$  que é igual a 5, faremos  $5 + 2$ , obtendo 7.

Assim,

$$\begin{aligned} 3 + 2 + 2 &= (3 + 2) + 2 \\ &= 5 + 2 = 7 \end{aligned}$$

Veja que,

$$\begin{aligned} 3 + 2 + 2 &= 3 + (2 + 2) \\ &= 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

### 5.

Observe que de Brejo Alegre para Geolândia, partimos do ponto 6 para o ponto 9, portanto, efetuamos o deslocamento de 3 posições para direita.

Note que de Geolândia para Brejo Alegre, partimos do ponto 9 e retornamos para o ponto 6, efetuamos o deslocamento de 3 posições para esquerda.

Assim entre Brejo Alegre e Geolândia ou Geolândia e Brejo Alegre, existem 3 posições. Portanto, a distância entre as duas localidades é de 3 km.

O momento agora é de explicar as estratégias de resolução e refletir sobre a mais eficiente, discutir os erros e acertos. Para o tema específico, o *Brainstorm* terá duração de 15 minutos. Apresentamos a seguir alguns questionamentos:

#### ***Brainstorm* - Operações com números naturais: Adição e subtração.**

Todo número natural tem sucessor?

Todo número natural tem antecessor?

Você já viu uma fita métrica, um termômetro ou uma régua? Notou algo em comum?

No problema de número 4, qual foi a estratégia utilizada para solução?

No problema de número 5. Há uma operação que pode ser utilizada para determinar o número de posições(distância) entre dois pontos específicos?

A próxima ação é a sistematização. A discussão das ideias apontadas durante a busca da solução do problema abre caminho para a construção dos conceitos, demonstrações, exemplos e propriedades. Na sistematização, vamos em aproximadamente 30 minutos mediar a construção dos conceitos e propriedades relativos a adição e subtração. A sistematização apresentada a seguir é baseada em Hefez (2015):

### Sistematização - Introdução a adição e subtração com números naturais.

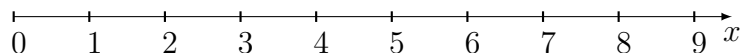
Dado um número natural  $a$ , o **sucessor** de  $a$  será também representado por  $a + 1$ :

$$\dots \longrightarrow a \longrightarrow a + 1 \longrightarrow \dots$$

Sejam dados dois números naturais  $a$  e  $b$ , quaisquer. Podemos deslocar  $a$  de  $b$  posições para  $a$  direita (como se estivesse subindo de um determinado andar para outro de um prédio), obtendo um número que será denotado por  $a + b$ . Essa operação entre números naturais é chamada de **adição** e o número  $a + b$  é chamado **soma de  $a$  e  $b$** :

$$\dots \longrightarrow a \longrightarrow \overbrace{a + 1 \longrightarrow a + 2 \longrightarrow \dots \longrightarrow a + b}^{b \text{ deslocamentos a partir de } a}$$

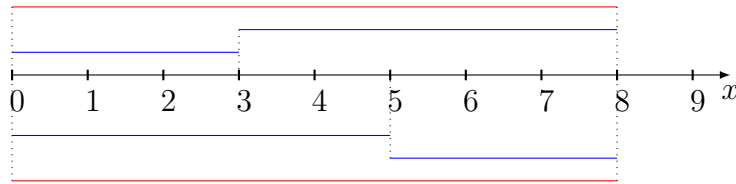
Imaginando que durante a subida de um elevador cada andar seja o degrau de uma escada e se representássemos essa escada na horizontal em uma escala menor, substituindo os andares/degraus por números e começando do térreo(zero) temos uma reta numerada com destaque em pontos específicos(andares/degraus): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e etc. Esta reta numérica é a **representação geométrica** da distribuição dos números naturais.



De acordo com a definição a soma de dois números naturais  $a$  e  $b$  definida por  $a + b$  é uma sequência de  $b$  sucessões partindo de  $a$  e como já sabemos todo número natural tem um sucessor e portanto a soma de dois números naturais é um número natural, o que caracteriza a propriedade de **fechamento**.

Observando-se a reta representada abaixo, percebemos a igualdade entre as somas  $3 + 5$  e  $5 + 3$ , pois, ambas as expressões representam uma mesma quantidade de

deslocamentos partindo do zero.



De fato, é imediato que um raciocínio análogo é verdadeiro para qualquer adição. Então independente de quem seja o número natural: 0, 1, 2, 3 e etc. Significa que  $a + b = b + a$ , o que denominados de **propriedade comutativa da adição**.

Deslocamos de zero posições quando dado um número  $a$  e não o movemos do seu lugar. Escreveremos, neste caso,  $a + 0 = a$ .

Percebemos, que se deslocarmos agora 0 de 1 posição para a direita, obtemos o número 1, se o deslocarmos de 2 posições à direita, obtemos 2, se o deslocarmos de 3 posições à direita obtemos 3. Portanto, é intuitivo aceitar que se deslocarmos 0 de  $a$  posições à direita obtemos o número  $a$ , ou seja,  $0 + a = a$ . Finalmente, é claro que  $0 + 0 = 0$ , pois ao não deslocarmos o zero nos mantemos no zero. Portanto, para todo  $a$  no conjunto  $\mathbb{N}$ , temos que  $a + 0 = a = 0 + a$  e dizemos que zero é **elemento neutro da adição**.

Para somar três números  $a$ ,  $b$  e  $c$ , podemos proceder da seguinte forma: somamos inicialmente  $a$  e  $b$ , formando o número  $(a + b)$ , depois somamos esse novo número com  $c$ , obtendo o número  $(a + b) + c$ . Por exemplo, dados 1, 3 e 4, formaríamos  $1 + 3 = 4$  e o somaríamos com 4 obtendo  $(1 + 3) + 4 = 4 + 4 = 8$ .

Por outro lado, poderíamos somar  $(b + c)$ , e em seguida  $a + (b + c)$ . Do exemplo acima, temos  $1 + (3 + 4) = 1 + 7 = 8$ .

Acontece que a adição tem também a seguinte propriedade: Quaisquer que sejam os números  $a$ ,  $b$  e  $c$  de  $\mathbb{N}$ , tem-se  $(a + b) + c = a + (b + c)$ , chamada de **propriedade associativa da adição**.

Dados dois números naturais  $a$  e  $b$  tais que  $a \leq b$ , o número de deslocamentos para a direita partindo de  $a$  para atingir  $b$  será representado por  $b - a$  e será chamado de **diferença entre b e a**.

Portanto, pela definição de  $b - a$ , temos que  $a + (b - a) = b$ . O número  $b - a$  pode ser interpretado como **o quanto falta a a para atingir b**. Consequentemente se tivermos uma igualdade entre números naturais do tipo  $a + c = b$ , então  $c = b - a$ .

Note que  $a - a = 0$ , pois devemos deslocar  $a$  de zero para atingir  $a$ ; ou seja não falta nada a  $a$  para atingir  $a$ .

Note também que  $a - 0 = a$ , pois devemos deslocar 0 de  $a$  para a direita para atingir  $a$ ; ou seja, falta a *zero* para atingir  $a$ .

A subtração é a operação inversa da adição, pois ao deslocarmos  $a$  para a direita de  $b$  posições encontramos  $a + b$ , depois ao deslocarmos  $a + b$  para a esquerda de  $b$  posições voltamos para  $a$ . Em símbolos:  $(a + b) - b = a$ .

Na avaliação, o momento é de reforço dos conceitos onde é dado um tempo de 20 minutos para exercícios. A seguir alguns exercícios complementares sugeridos:

### **Avaliação - Introdução a adição e subtração com números naturais.**

**1ª)** Paulo foi à cantina da escola e comprou dois salgados a R\$ 1 cada, um refrigerante por R\$ 3, e três brigadeiros por R\$ 1 cada. Qual foi o valor gasto por Paulo?

**2ª)** Em uma cidade, a temperatura mínima registrada durante um determinado dia foi de + 2°C, e a temperatura máxima, de + 8°C. Qual foi a variação máxima de temperatura nesse dia?

**3ª)** Em um jogo de futebol o time do Gustavo marcou 6 gols e sofreu 6. Qual foi o saldo de gols do time do Gustavo?

**4ª)** Utilize a adição ou a subtração para descobrir os números que faltam:

a)  $? - 15 = 48$

b)  $8 - ? = 5$

c)  $? - 3 = 9$

**5ª)** Diferentemente do que ocorre com a adição, a subtração não é comutativa e nem é associativa. Prove com um contra-exemplo.

Na Etapa 3, de acordo com a Seção 3.3, realiza-se uma análise, mensuração e conclusão do processo de avaliação com a autoavaliação. Ocorre também o *feedback*.

## Capítulo 4

# CONSIDERAÇÕES

A velocidade com que tem se dado o avanço tecnológico, as novas formas de comunicação e transmissão de dados implicam na atualização da máxima de aprender a aprender assim como a habilidade de ler e interpretar instruções corroborando para necessidade de mudanças na abordagem do ensino.

A Aritmética faz parte da cultura dos povos desde os tempos antigos, tendo sido desenvolvida, juntamente com a linguagem, para atender às necessidades de comunicação e quantificação. Vemos, na história das civilizações, como os povos criaram e recriaram a Aritmética, sob roupagens diferentes, mas utilizando essencialmente os mesmos processos matemáticos, aperfeiçoados ao longo do tempo. Em nossos dias, as experiências de quantificação de objetos e fenômenos fazem parte da vida prática das pessoas, e o estudo da Aritmética é uma necessidade para prover a organização adequada da sociedade e oferecer oportunidades para o indivíduo desenvolver processos matemáticos inerentes à sua estrutura lógica mental.

Nota-se com o desenvolvimento deste trabalho, que as propostas metodológicas do tipo Metodologias Ativas, como a Aprendizagem Baseada em Problemas, são de grande importância na construção desse novo currículo. A Aprendizagem Baseada em Problemas consiste em compreender o mundo das formas, das medidas, dos números e das probabilidades, a partir de problemas que gerem a curiosidade e instigue a investigação propiciando o desenvolvimento dos processos matemáticos.

Neste trabalho, apresentamos uma proposta atualizada de ensino de matemática, exemplificada com objetos de conhecimento de Aritmética voltada para o 6º ano do Ensino Fundamental mostrando que, durante as discussões em sala de aula, deve acontecer o desenvolvimento do conteúdo de forma integrada com o debate e a solução do problema.

Salienta-se ainda que é crucial à proposta de ensino, ser construída de acordo com o plano de ensino e conseqüentemente o plano de aula elaborado pelo professor, propiciando

através dos problemas utilizados como ferramenta, um caminho para o desenvolvimento de habilidades dos conceitos ou das propriedades que o professor quer trabalhar, então, é fundamental um bom planejamento.

Durante a construção deste trabalho observou-se a relevância do uso de ferramentas tecnológicas, como o *whatsapp* e o *Google Classroom*, de forma a auxiliar o processo ensino aprendizagem facilitando e agilizando o compartilhamento de material e contribuindo para fomentar as discussões preliminares intermediadas pelo professor.

Embora, essa proposta de ensino tenha sido inicialmente pensada para ser aplicada para objetos de conhecimento do 6º ano do Ensino Fundamental de Aritmética, a proposta foi construída de forma geral, de maneira que pode ser adaptada e utilizada, por outras áreas do conhecimento. Podendo ser moldada de acordo com o objetivo, realidade e ou lugar em que se pretende aplicar.

Entretanto, infelizmente com a inesperada pandemia e a suspensão das aulas, não foi possível a aplicação e conseqüentemente maiores contribuições para os ajustes da proposta de ensino por meio da ABP. Ademais, se mantém a pretensão de aplicação no Ensino Fundamental para conteúdos de Aritmética.

Como resultado deste estudo espera-se contribuir com os alunos com uma proposta de ensino prazerosa de Aritmética e que instigue a curiosidade pela Matemática de forma mais ampla, além de fornecer ao professor mais uma boa prática em sua tarefa de articulador, de tutor no desenvolvimento de habilidades.

No entanto, como qualquer atividade escolar ou aula planejada durante a aplicação da proposta de ensino podem ocorrer dificuldades como o aporte tecnológico disponível tanto pela escola quanto pelos alunos, dificuldade de adaptação dos alunos principalmente no trabalho em grupo. De toda forma, não existe receita e tão pouco garantias de sucesso, contudo um planejamento adaptável é auxiliar para transpor possíveis barreiras.

Observa-se que existem muitos trabalhos sobre resolução de problemas como ferramenta de ensino, mas poucos abordando a metodologia ativa de Aprendizagem Baseada em Problema no Ensino Fundamental. Sendo, portanto, um campo fértil para o desenvolvimento de pesquisas e propostas de ensino, principalmente relativo à sua utilização de forma prática, na sala de aula com professores e alunos.



# Referências Bibliográficas

ANASTASIOU, L. d. G. C. Alves, leonir pessate (orgs). *Processos de Ensino na Universidade: pressupostos para as*, 2009.

BARROS, J. d. Plano de aula. Disponível em <<http://educador.brasilecola.com/orientacoes/plano-de-aula.htm>>, 2007.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da matemática*. [S.l.]: Editora Blucher, 2019.

BRANDT, C. F.; TOZETTO, A. S. Reflexões sobre letramento crítico para a docência em matemática em cursos de formação de professores. *Práxis Educativa*, Universidade Estadual de Ponta Grossa, v. 4, n. 1, p. 73–83, 2009.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio): ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. [S.l.]: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular – BNCC*. [S.l.]: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB*. [S.l.]: Ministério da Educação, 9394/1996.

CHICA, C. H. Por que formular problemas. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, p. 151–173, 2001.

CIPOLLA, L. E. Aprendizagem baseada em projetos: a educação diferenciada para o século xxi. tradução: Fernando de siqueira rodrigues, porto alegre: Penso, 2015. escrito por william n. bender. *Administração: ensino e pesquisa*, Associação Nacional dos Cursos de Graduação em Administração, v. 17, n. 3, p. 567–585, 2016.

DUCH, B. J.; GROH, S. E.; ALLEN, D. E. *The power of problem-based learning: a practical "how to" for teaching undergraduate courses in any discipline*. [S.l.]: Stylus Publishing, LLC., 2001.

FERRAZ, A. N. Revista educação, 1929, v. vii, n. 1/2, sp. 1929.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no brasil. *Zetetiké*, v. 3, n. 1, p. 2, 1995.

FREITAS, C. W. A. Equações diofantinas. 2015.

GANDIN, D. *A prática do planejamento participativo*. [S.l.]: 2.ed. Petrópolis: Vozes, 1994.

- GAZALE, R. A. *Aprendizagem baseada em problemas: Uma proposta para as séries finais do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2018.
- GIL, A. C. *Metodologia do ensino superior*. [S.l.]: 4.ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- GODINHO et al. Informação de retorno e aprendizagem. *Horizonte. Lisboa: livros horizonte*, v. 11, n. 66, p. 217–220, 1995.
- HEFEZ, A. *Iniciação à Aritmética*. [S.l.]: IMPA, 2015.
- HERRERA, V. A. S. et al. Desafios docentes no contexto da pandemia de covid-19: ferramentas e estratégias. 2021.
- KRULIK, S.; RUDNICK, J. A. *Assessing Reasoning and Problem Solving: A Sourcebook for Elementary School Teachers*. [S.l.]: ERIC, 1998.
- LIBÂNEO, J. C. O ato pedagógico em questão: o que é preciso saber. *Revista Interação. Goiânia*, v. 17, n. 1-2, 1993.
- LIMA, E. L. et al. *Matemática e ensino*. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas Em Aritmética E Álgebra P/O Séc. XXI*. [S.l.]: Papirus Editora, 2000.
- LOPES, R. M. et al. Características gerais da aprendizagem baseada em problemas. *AUTORES (MINICURRÍCULO)*, p. 45, 2019.
- LORENSATTI, E. J. C. Aritmética: um pouco de história. *ANPED SUL Seminário de pesquisa em educação da região Sul, n. IX. Disponível em <<http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/anpedsul/9anpedsul/paper/viewFile/1>>*, v. 786, p. 265, 2012.
- MENEGHETTI, R. C. G.; TREVISANI, F. de M. Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem future mathematicians and their conceptions of the mathematical knowledge and its teaching and learning. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 15, n. 1, 2013.
- MIGUEL, A. Constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática p. 7-40 (terceira parte: 28-40). *Zetetikê*, v. 3, n. 2, 1995.
- MORÁN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. *Coleção mídias contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens*, v. 2, n. 1, p. 15–33, 2015.
- MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso*, p. 02–25, 2018.
- PEREIRA, Z. T. G.; SILVA, D. Q. da. Metodologia ativa: Sala de aula invertida e suas práticas na educação básica. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, Red Iberoamericana de Investigación Sobre Cambio y Eficacia Escolar, v. 16, n. 4, p. 63–78, 2018.

- PINTO, D. d. O. Metodologias ativas de aprendizagem: o que são e como aplicá-las. *Publicado em*, v. 4, 2020.
- PINTO, J. V.; BOSCARIOLI, C. Base nacional comum curricular da educação básica: reflexões sobre o processo de construção. *Revista Educação em Debate*, 2018.
- RAWLINSON, J. G. *Creative thinking and brainstorming*. [S.l.]: Routledge, 2017.
- ROH, K. H. Problem-based learning in mathematics. eric digest. ERIC, 2003.
- SANTOS, J. L. B.; SANTOS, G. B.; ARAGÃO, I. G. Possibilidades e limitações: as dificuldades existentes no processo de ensino-aprendizagem da matemática. *Especialização em Gestão Escolar, UFSE*, 2013.
- SILVA, A. R. L. da et al. *Gamificação na educação*. [S.l.]: Pimenta Cultural, 2014.
- SYRYCZYK, E. F. Pesquisa etnomatemática: métodos e técnicas para uma construção socioetnoculturalista. *REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, v. 1, n. 1, p. 73–87, 2013.
- VERGNAUD, G. Problem solving and concept development in the learning of mathematics. In: *Learning and instruction: European Research in an international context*. [S.l.: s.n.], 1990. p. 399–414.
- VILLAS, B. Benigna de Freitas. *Virando a escola do avesso por meio da*, 2008.