



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Instituto de Matemática e Estatística

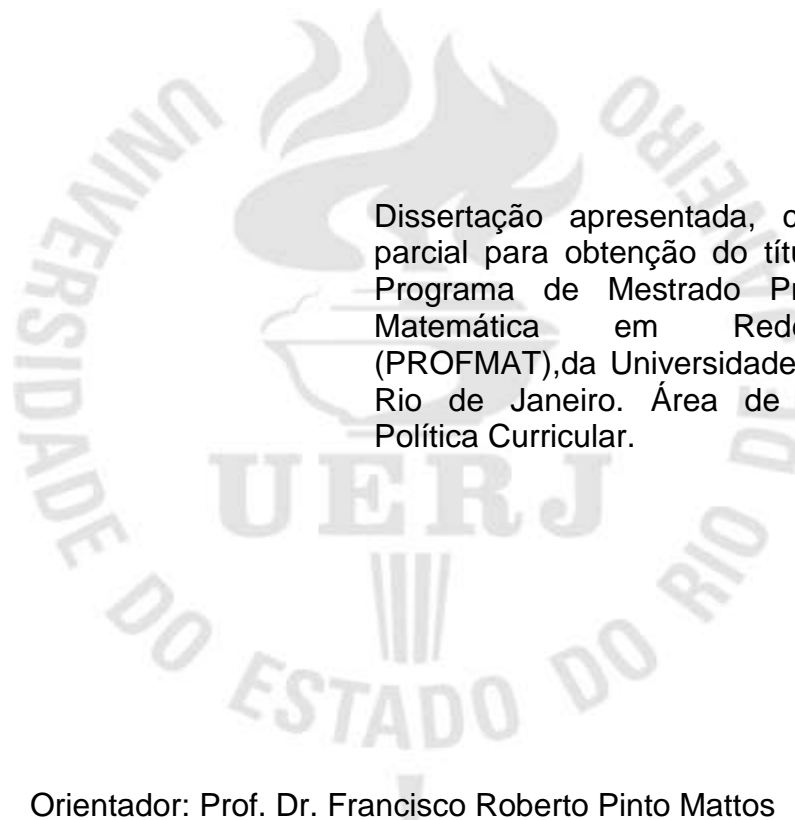
Adriano dos Santos da Silva

**O livro-jogo como ferramenta lúdica e tecnológica no
desenvolvimento de habilidades matemáticas**

Rio de Janeiro
2022

Adriano dos Santos da Silva

O livro-jogo como ferramenta lúdica e tecnológica no desenvolvimento de habilidades matemáticas



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Política Curricular.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos

Rio de Janeiro

2022

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S586 Silva, Adriano dos Santos da.
O livro-jogo como ferramenta lúdica, matemática e tecnológica no desenvolvimento de habilidades/ Adriano dos Santos da Silva. – 2022.
71 f.: il.

Orientador: Francisco Roberto Pinto Mattos
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

1. Jogos em educação matemática - Teses. 2. Matemática recreativa- Teses. 3. - Teses. I. Mattos, Francisco Roberto Pinto. II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 51-8

PatriciaBelloMeijinhos - CRB7/5217 - Bibliotecária responsável pela elaboração da ficha catalográfica

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte

Assinatura

Data

Adriano dos Santos da Silva

**O livro-jogo como ferramenta lúdica, matemática e tecnológica no
desenvolvimento de habilidades**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Política Curricular.

Aprovada em 10 de fevereiro de 2022.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos (Orientador)
Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira – UERJ

Prof.^a Dra. Gabriela dos Santos Barbosa
Faculdade de Educação da Baixada Fluminense – UERJ

Prof. Dr. Wanderley Moura Rezende
Universidade Federal Fluminense

Rio de Janeiro

2022

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos os professores, pois precisamos de muito mais valorização, devido a toda importância que exercemos no futuro das pessoas. E minha dedicatória também vai para todos os alunos. Vivemos em um mundo, infelizmente, repleto de pessoas corruptas e nocivas. Infelizmente, não consigo muda-lo de maneira direta, então, minha forma de muda-lo é através dos meus alunos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, a Deus por tudo de bom que me proporciona nessa vida. Quero agradecer também a CAPES, por ter contribuído financeiramente nos meus estudos. Acredito que o Brasil precise de mais incentivo como este à Educação, pois somente com a mesma que iremos mudar o mundo.

As duas primeiras pessoas que entram na minha lista de agradecimentos são minhas amigas Tainnah Rabelo e Rebeca Lugão. Se não fosse a nossa garra e a nossa amizade, ajudando um ao outro nos momentos difíceis, certamente eu não estaria obtendo mais essa conquista. Vou levar vocês para a vida.

Uma pessoa que apareceu nos meus agradecimentos da monografia de graduação e também deve estar presente aqui é meu irmão Reinaldo. Certamente, ele é uma das pessoas que mais me incentiva nos meus estudos.

Outra pessoa que gostaria de agradecer é a minha amiga Juliana Vieira. Nós dois conseguimos transformar um box de Crossfit em um lugar mais acadêmico, trocando nossas experiências enquanto mestrandos. Muito obrigado pelas dicas.

Por fim, quero agradecer ao meu orientador, o professor Francisco Roberto, pois foi quem mais me preparou para essa vivência de pesquisador. Espero um dia ser tão bom doutor quanto o senhor é. Muito obrigado.

Embora não citadas, muitas outras pessoas fizeram parte dessa minha vivência acadêmica e aqui fica o meu agradecimento a todas.

RESUMO

SILVA, Adriano dos Santos da. **O livro-jogo como ferramenta lúdica, matemática e tecnológica no desenvolvimento de habilidades**. 2022. 71f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

O presente projeto tem por objetivo apresentar uma dinâmica denominada livro-jogo, mostrando as possibilidades de utilizá-la como um material pedagógico. O trabalho teve seu fundamento no estudo de documentos e diretrizes, tais como a Base Nacional Comum Curricular, os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Alfabetização Midiática Informacional, assim como no uso da literatura científica como referência. Desta maneira, selecionamos quatro grandes pilares como norte: a Matemática lúdica, a aprendizagem distraída, a inserção de tecnologia e o desenvolvimento de habilidades e competências. Apresentamos o conceito de aprendizagem distraída, trazendo um exemplo de abordagem: os jogos. O uso de jogos lúdicos nas salas de aula tem se intensificado, pois os jogos motivam os alunos durante o processo de aprendizagem. Através de seus recursos, o uso de tecnologia pode facilitar o aluno a observar por outras perspectivas e auxilia também no desenvolvimento de um pensamento abstrato matemático. Procurou-se propor atividades que permitam o engajamento dos alunos diante do dinamismo das tecnologias. Ainda pretendemos permitir o desenvolvimento de habilidades através de um jogo lúdico que utiliza tecnologia. Pretende-se observar que a evolução dos alunos não seja apenas sobre a absorção de conteúdos escolares, mas também ao desenvolvimento de habilidades e competências. As metodologias advindas desses quatro campos podem ser exploradas isoladamente, contudo, procuramos conectá-las. Concluiu-se que o livro-jogo é uma ferramenta que conecta essas quatro áreas, pois no papel de jogo lúdico aplicado com o auxílio de tecnologia, o livro-jogo desenvolve uma série de habilidades e competências cognitivas, sociais, afetivas, emocionais, além de autonomia e trabalho em equipe. Dessa maneira, foi disponibilizado um exemplar de livro-jogo, elaborado pelo mesmo autor desta dissertação, além de orientações para a construção de exemplares desse tipo de material.

Palavras-chave: Livro-jogo. Matemática lúdica. Aprendizagem distraída. Tecnologia. Habilidades e competências.

ABSTRACT

SILVA, Adriano dos Santos da. **The gamebook as a playful and technological tool in the development of mathematical skills**. 71f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

The present project aims to introduce a gamebook and to show the possibilities of using it as a teaching material. Our work was based on the analysis of documents and guidelines, such as the Common National Curriculum Base, the National Curriculum Parameters and the Informational and Media Literacy, and in the use of the scientific literature as reference. Then, we placed four major pillars as our guides: playful Mathematics, distracted learning, insertion of technology and development of skills and competences. We present the concept of distracted learning, suggesting “Games” as an example of approach. The use of playful games in classrooms has intensified, as they motivate students during the learning process. Through its resources, the use of technology can help the student to look at things from different perspectives and to develop abstract mathematical thinking. We proposed activities that allow the engagement of students in the face of the dynamism of technologies. We also intended to enable the development of skills through a playful game that uses technology. We plan to assess that the students’ progress is not limited to the acquisition of school content, but that it also includes the development of skills and competences. Although the methodologies arising from these four fields can be explored in isolation, we tried to connect them and concluded that the gamebook is a tool that connects these four areas. In the role of a playful game applied with the assistance of technology, the gamebook develops a series of cognitive, social, affective, emotional skills and competences, in addition to autonomy and teamwork. Thus, a copy of our gamebook, prepared by the author of this dissertation, was made available, as well as guidelines for the manufacture of copies of this type of material.

Keywords: Gamebook. Playful Mathematics. Distracted learning. Technology. Skills and competences.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Um triângulo retângulo com a hipotenusa como base	33
Figura 2 –	Um paralelogramo de base AB e altura h	35
Figura 3 –	Um paralelogramo dividido em dois triângulos congruentes.....	36
Figura 4 –	Um círculo dividido em n triângulos congruentes.....	36
Figura 5 –	Um prisma oblíquo seccionado por um plano alfa e um plano beta	37
Figura 6 –	Três sólidos oblíquos seccionados por um plano alfa e um plano beta.....	38
Figura 7 –	Um prisma e um paralelepípedo seccionados por um plano beta..	39
Figura 8 –	Fluxograma indicando a 1ª e a 2ª etapa da elaboração de um livro-jogo, segundo Cerigatto.....	48
Figura 9 –	Parte final do fluxograma da elaboração de um livro-jogo, segundo Cerigatto.....	49
Figura 10 –	Página 1 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	51
Figura 11 –	Página 13 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	53
Figura 12 –	Página 7 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	53
Figura 13 –	Página 6 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	54
Figura 14 –	Página 8 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	55
Figura 15 –	Página 3 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	56
Figura 16 –	Página 11 do livro-jogo Labirinto Matemático.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RPG –	RolePlaying Games
UERJ –	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
BNCC –	Base Nacional Comum Curricular
PCN –	Parâmetros Curriculares Nacionais
TIC –	Tecnologia da Informação e Comunicação
EF –	Ensino Fundamental
EM –	Ensino Médio
LAL –	Lado-ângulo-lado
LLL –	Lado-lado-lado
AMI –	Alfabetização Midiática e Informacional
UNESCO –	Organização das Nações Unidas para a Educação e Cultura

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO.....	10
1	DESENVOLVIMENTO.....	13
1.1	A matemática lúdica e a aprendizagem distraída.....	13
1.2	A matemática lúdica e o livro-jogo inseridos no contexto escolar contemporâneo.....	21
1.3	A tecnologia computacional em junção à matemática lúdica.....	23
1.4	O livro-jogo como ferramenta pedagógica e tecnológica.....	26
1.5	O desenvolvimento de habilidades e competências.....	29
1.6	Conteúdos matemáticos selecionados.....	31
1.7	A matemática lúdica no desenvolvimento de habilidades.....	39
1.8	O livro-jogo no desenvolvimento de habilidades facilitadoras para o aprendizado de Matemática.....	44
2	METODOLOGIA.....	48
2.1	Formato de apresentação.....	49
2.2	Escolha do tema.....	50
2.3	Tarefas.....	51
2.4	Escolhas que geram fracassos.....	52
2.5	Escolhas que geram sucesso.....	55
	CONCLUSÕES.....	58
	REFERÊNCIAS.....	60
	ANEXO - Páginas do livro "Jogo Labirinto Matemático"	65

INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos, houve um aumento no número de professores que têm pesquisado e realizado trabalhos sobre matemática lúdica. Todavia, há quem considere como um fator de pouca relevância por estar se tornando algo comum ou por considerar outros fatores mais consideráveis no processo de ensino-aprendizagem. Por outro lado, há quem veja como um progresso na busca por melhorar a qualidade das aulas e da educação de uma forma geral. De fato, são comuns os problemas que os professores encaram em sala de aula, mas cabe ao próprio professor decidir acomodar-se com a situação ou atualizar-se e aprimorar sua forma de lecionar.

Nas salas de aula, predominam alunos desinteressados, desestimulados e com grande dificuldade em matemática. Ao mesmo tempo, se compararmos com os alunos do século passado, a era globalizada faz com que os alunos sejam também mais questionadores, onde os seus principais questionamentos são: Por que estou aprendendo esse assunto? Onde e como isto se aplicará na minha vida? Esse assunto que meu professor está ensinando realmente pertence ao cotidiano das pessoas?

A quantidade de questionamentos é tamanha que até alguns professores ficam sem saber o que responder sobre a real utilidade em ensinar tal conteúdo para aquela turma. A junção desses fatores gera frustrações por parte dos alunos, em ter que lidar com aulas monótonas e sem uma finalidade visível para eles, e por parte dos professores, por acharem que o problema está apenas na falta de vontade dos alunos.

Partindo desse pressuposto, podemos levantar algumas hipóteses. A matemática lúdica consegue auxiliar no aspecto motivador, tornando a aula mais dinâmica e interessante? Além do aspecto lúdico, de que maneira os jogos matemáticos podem contribuir na melhoria da aprendizagem do aluno?

Uma possível melhoria dos alunos não está apenas associada à absorção de conteúdos, mas também ao aprimoramento de habilidades. Quando um professor ensina determinado conteúdo, nele estão implícitas algumas competências que serão exercitadas, como rapidez de raciocínio, organização, análise de dados, entre outros. Segundo Lapa (2017), essas e outras habilidades são estimuladas quando

um aluno está diante de um jogo matemático. Portanto, a possibilidade de melhorar tais habilidades pode contribuir com benefícios para o dia a dia dos alunos. Então, por que não usar uma ferramenta lúdica? Por que não utilizar de uma aprendizagem distraída, isto é, inicialmente sem a intenção de aprender, na qual a aquisição do conhecimento se dará como consequência da realização de uma ação?

Todas as habilidades e competências têm sua importância, mas iremos focar em duas que são muito abrangentes: a leitura e a interpretação. De acordo com Santos et al(2016):

(...) a leitura e a escrita estão diretamente ligadas ao processo de interpretação e compreensão dos problemas matemáticos. Acredita-se que umas das principais dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas, estão sendo as explicações dos enunciados apresentados.”(SANTOS et al, 2016, p.1).

Portanto, segundo os mesmos, dizer que estas habilidades devem ser trabalhadas unicamente na Língua Portuguesa é um equívoco, pois elas são fundamentais para solucionar problemas do cotidiano, inclusive nas disciplinas exatas. A interdisciplinaridade se faz quando precisamos juntar conhecimentos de disciplinas distintas e isto é o mais puro retrato do nosso cotidiano. Por isso, devemos estar atentos a todo o momento, pois temos a possibilidade de obter um aprendizado novo nas diversas situações do cotidiano, seja referente a uma atividade de lazer ou durante a execução de um trabalho. De acordo com Falkembach, há muitas vantagens em se utilizar dos jogos lúdicos:

Um jogo bem concebido e utilizado de forma adequada oferece muitas vantagens, entre elas: fixa os conteúdos, ou seja, facilita a aprendizagem; permite a tomada de decisão e avaliações; dá significado a conceitos de difícil compreensão; requer participação ativa; socializa e estimula o trabalho de equipe; motiva, desperta a criatividade, o senso crítico, a participação, a competição sadia e o prazer de aprender. (FALKEMBACH, 2007, p.5)

Portanto, além de todos os benefícios que um jogo matemático traz naturalmente consigo, pensar em um jogo que estimule a leitura e a interpretação pode ser um ganho valioso, pois nas palavras de Von Dentz (2018):

Os trabalhos relacionados ao livro-jogo estudados neste mapeamento possibilitaram descobrir que o livro-jogo é um conceito em ascensão, assim

sendo considerado novo na educação. Dessa forma, dispositivos vem sendo testados para sua execução em sala de aula.

Mesmo assim, vale salientar que 99% dos artigos que utilizaram, tanto para contribuir no ensino de matérias específicas, bem como para o incentivo à leitura, classificaram o livro-jogo como um excelente motivador, já que possibilita a interação com a história, bem como com a modernidade que a tecnologia proporciona.(VON DENTZ, 2018, p.54)

Por essa razão, esta pesquisa desenvolveu uma ferramenta matemática em forma de livro, na temática de livro-jogo. Um livro-jogo não é um livro de jogos. Um livro de jogos tem em seu conteúdo brincadeiras e dinâmicas; já o livro-jogo, também chamado de RPG Aventura Solo segundo POOL (2017, apud Pimentel e Aragon, 2019), é uma obra de RPG (*Role Playing Games*) onde o leitor interage com a história, de maneira que ele tome as decisões dos personagens, podendo assim elaborar histórias diferenciadas com finais diversificados. Então, em uma determinada página, é colocada uma situação para o protagonista refletir e fazer uma escolha. Cada escolha terá sua consequência e novas situações para serem refletidas. Ou seja, o fator de tomada de decisão é determinante nesse tipo de abordagem.

Ainda que essa iniciativa possa parecer arcaica, tendo em vista que no século XXI, as crianças e adolescentes preferem aparelhos eletrônicos a livros físicos, devemos considerar o período contemporâneo que vivemos e inserir a tecnologia de maneira correta na vida da criança. Ela pode ser estimulada a utilizar seus aparatos tecnológicos, como celulares, tablets e computadores, de uma maneira também pedagógica. Ela tem em mãos uma ferramenta que, se bem utilizada, fará com que ela aprenda tanto quanto no espaço escolar. Então, o livro-jogo ganha um espaço de entretenimento virtual, isto é, mantendo sua essência lúdica e ensinando de uma forma distraída. Nas palavras de Riccetti (2001):

Fazer matemática é expor idéias próprias, escutar as dos outros, formular e comunicar procedimentos de solução de problemas, confrontar, argumentar e procurar validar seu ponto de vista, antecipar resultados de experiências não realizadas, aceitar erros, buscar dados que faltam para resolver problemas, entre outras coisas.”(RICCETTI, 2001, p.19).

E como cada indivíduo vive em sociedade, é extremamente necessário saber trabalhar em grupo, onde faz parte desse processo, saber expor suas ideias, ouvir opiniões adversas, respeitar, debater e conviver com diferentes posturas. Um pré-requisito fundamental para interagir com qualquer grupo de pessoas é a

comunicação, algo que aparentemente é simples mas nem sempre é, pois uma informação mal transmitida ou mal interpretada, ainda que tenha sido exposta corretamente, poderá não gerar o objetivo esperado.

A escola é um lugar, talvez um dos principais, onde o aluno tenha que lidar constantemente com isso, e cabe ao professor praticar mais atividades em grupo, a fim de trabalhar esse aspecto coletivo de cidadania. Por essa razão, Riccetti (2001) afirma que:

A socialização da criança é feita por intermédio de regras que representam o limite que regula as relações presentes entre as pessoas. Por meio dessa estrutura de jogo, a criança pode construir normas para as suas brincadeiras e, assim, descobrir e conhecer o outro”(RICCETTI, 2001, p.22).

Sendo assim outra vantagem dos jogos lúdicos seria o desenvolvimento da coletividade, pois quando o professor aplica um jogo cooperativo, o aluno se encontra inserido em um grupo com a responsabilidade de trabalhar em equipe de forma harmoniosa, porém crítica.

Em suma, são muitas as vantagens de se trabalhar no campo da matemática lúdica. Por que não expandir isso para fora do ambiente escolar? Trata-se de um processo que inicia em sala de aula e continua dentro das casas dos alunos, pois o livro-jogo é uma ferramenta onde é permitido sempre recomeçar. Se a Matemática é uma ciência exata que é pautada em axiomas, teoremas, conceitos e demonstrações, é necessário também que justifiquemos cada ensinamento na vida dos alunos, seja de uma maneira explícita, com alguma associação com o cotidiano, ou de uma maneira mais sutil, como o aprimoramento de habilidades e competências.

Objetivo geral

A presente pesquisa tem por objetivo mostrar o livro-jogo como uma eficaz ferramenta pedagógica, pois ele traz consigo as vantagens de se trabalhar com matemática lúdica, usufruindo das potencialidades da tecnologia atual, no desenvolvimento de habilidades e competências dos alunos. Isso, sem deixar, é claro, de associar com o cotidiano dos mesmos, no campo da aprendizagem distraída, destacando e incentivando a colaboração no trabalho em grupo, a

comunicação, a leitura e interpretação, podendo até ser um livro paradidático dentro das escolas.

Objetivos específicos

- 1) Através de documentos e trabalhos científicos, investigar as potencialidades de se utilizar a Matemática Lúdica e a tecnologia em sala de aula;
- 2) Apresentar um conceito denominado livro-jogo;
- 3) Elaborar uma ferramenta lúdica matemática no formato de livro-jogo.

O pesquisador

Meu nome é Adriano dos Santos da Silva e sou professor há sete anos. Como estudante, passei a minha vida toda na rede pública de ensino. Desde essa época, eu já podia observar a precariedade que se encontrava a educação. Ainda assim, prestei vestibular para a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) para Letras, mas não consegui passar, devido a minha falta de preparo para fazer uma prova de vestibular. Entretanto, eu queria a UERJ e não desistiria dela.

Tentei novamente no ano seguinte, mas para Matemática, e consegui entrar. Parece um salto grande sair de Humanas para Exatas, mas quando estava estudando para fazer o vestibular uma segunda vez, pude começar a aprender, de fato, os conteúdos matemáticos e encantei-me pela beleza dessa disciplina. Como a maioria dos estudantes calouros que vêm de escola pública, surpreendi-me com a minha defasagem perante às exigências do caminho que escolhi. Contudo, persisti e fui sendo aprovado nas disciplinas.

A partir do terceiro período da faculdade, conheci as disciplinas matemáticas voltadas para a sala de aula. Descobri aí a minha meta futura: ser professor de outros professores, através da educação matemática. O auge foi no sexto período, quando uma de minhas professoras apresentou-me a matemática lúdica. Nunca ficara tão maravilhado por algo e decidi pesquisar mais sobre esse ramo. Realizei minha monografia da educação nessa área, criando meu próprio jogo para turmas do Ensino Médio.

Assim que me formei, comecei a lecionar em cursos preparatórios, tanto para vestibular quanto para carreira militar. Isso contribuiu para que eu adquirisse uma postura mais exigente. Ainda no mesmo ano, comecei a dar aulas na rede particular e na rede pública. Curiosamente, o colégio da rede pública é o mesmo que estudei

no ensino médio. A sensação de voltar anos depois com uma visão totalmente diferente foi deveras interessante.

Decidi ingressar no mestrado para poder atingir a meta que estabeleci ainda na graduação, que é dar aulas para futuros professores. Como vim de uma família nordestina sertaneja, sou o primeiro membro da minha família paterna e segundo da família materna a ter título de mestre. Hoje, tive a sorte de ter como orientador o professor Francisco Roberto Pinto Mattos que, além de seu gabarito como educador, foi meu professor na graduação e tem uma visão muito semelhante à minha no que diz respeito à educação.

A minha trajetória de superações e conquistas, além da minha paixão por lecionar, é o que me cativa a elaborar projetos que almejam uma educação de qualidade em meio a um descaso generalizado. Meu projeto de livro-jogo procura ser original, eficaz e criativo. Utilizar do lúdico para ensinar, não é só trazer diversão para as crianças e adolescentes, mas sim conhecimento e melhorias em diversas áreas cognitivas, sociais e pessoais dos mesmos.

1 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo, pretende-se fundamentar a pesquisa, observando as considerações de alguns autores e documentos, a fim de fazer algumas conexões. Inicialmente, serão mencionadas as características do ensino em sala de aula através da matemática lúdica e a extensão do aprendizado fora do ambiente escolar. Em seguida, será apresentado o livro-jogo e relatos da utilização dessa modalidade, sob o ponto de vista educacional.

Na subseção posterior, discutiremos a relevância da tecnologia no âmbito pedagógico e, concomitantemente, algumas relações da mesma com matemática lúdica e com o livro-jogo. Por fim, será discutida a importância do desenvolvimento de habilidades e competências, pautada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), e como a matemática lúdica e o livro-jogo podem auxiliar neste processo.

1.1 A matemática lúdica e a aprendizagem distraída

A escola é um local detentor de muitos saberes e ensinamentos, contudo todos estão sujeitos a aprenderem algo a qualquer momento e em qualquer lugar. Os aprendizados podem vir da prática constante de uma ação, por necessidade, pela observação de um indivíduo mais experiente. Suponhamos uma cozinheira que nunca tenha ido à escola, mas aprendera quando criança a fazer um bolo para quatro pessoas, observando sua mãe cozinhar. No momento que essa cozinheira adapta a receita para uma quantidade diferente de pessoas, ela está utilizando o conceito de proporcionalidade, usando mesmo de modo inconsciente as ideias de proporções. Então, a partir de uma observação, a cozinheira adquiriu um aprendizado distraído.

Segundo Beraldi et al (2017), a aprendizagem distraída ocorre inicialmente sem a intenção de aprender, porém o aprendizado é consequência da realização de uma ação, geralmente fora do ambiente escolar. Pode-se então associar a aprendizagem distraída com o lazer. Ela acontece, por exemplo, quando uma pessoa tenta aprender a letra de uma música internacional e, por conseguinte, acaba treinando a leitura e a pronúncia de outro idioma. Ela também pode ocorrer ao interagir com um jogo, pois muitos jogos virtuais são simulações do cotidiano.

Então, os jogos virtuais do gênero esportes, como futebol, basquetebol, entre outros, podem trazer aprendizados desde as suas regras até conhecimentos sobre transações financeiras dos clubes àqueles que pretendem ser atletas. Os jogos de corrida permitem aprender sobre conceitos físicos envolvidos em veículos e noções de trânsito para qualquer tipo de público. Os jogos do estilo RPG podem ser úteis para ensinar logística de grupos principalmente aos que ocupam cargos de liderança, ou seja, cada gênero proporciona aprendizagens distraídas distintas para diversos tipos de público. Partindo dessa ideia, Barros (2020) afirma que:

Através dos jogos digitais, os alunos demonstram ter estimuladas as capacidades de explorar ambientes virtuais diversos e a criatividade, fazendo com que possam experimentar situações que podem simular a realidade de muitas profissões, ocasionando a aprendizagem por descoberta. Dessa forma, o aluno experimenta novas identidades, através da imersão em situações que abrangem várias profissões, dando-lhes a oportunidade de aprender competências relacionadas à determinadas áreas, assim como obter conhecimentos que envolvem as identidades dos personagens de cada jogo. Dessa forma, dizemos que os estudantes ao terem contato com um jogo que aborde a vida profissional de um piloto de avião, por exemplo, acaba por enfrentar problemas e dilemas vivenciados pelos profissionais de tal área. (BARROS, 2020, p.2)

Nessa perspectiva, os jogos são simuladores, sejam de uma realidade virtual ou de um universo fictício, onde há uma fuga da rotina e é permitido testar novas habilidades que talvez as atividades do cotidiano do indivíduo ainda não conseguiram elevar a níveis de competências. Com isso, podem-se levantar os seguintes questionamentos: e se a escola conseguisse produzir algo semelhante, isto é, ambientes onde fosse permitido obter aprendizados, através de atividades lúdicas? E como poderíamos mensurar os seus ganhos dentro do processo educacional?

Segundo Souza et al (2020), “Existe ainda a necessidade crescente de reformulações do ensino, em especial, em assuntos tidos como complicados e desestimulantes, tal fato converge na tentativa de mudar, o até então, conceito de ensino de trabalho de educadores que não podem se manter engessados, ou seja, de forma rígida, permitindo pouca ou (até em alguns casos) nenhuma evolução cognitiva dos alunos.”(p.27). Então, tais atividades não têm a função apenas

recreativa, mas também a função pedagógica, pois aprender unicamente através dos métodos tradicionais de ensino é, em muitos casos, desestimulante para as crianças e adolescentes, principalmente aos que não gostam de Matemática. Eles se veem forçados a estudar, muitas vezes têm dificuldades e não conseguem encontrar uma utilidade do conteúdo lecionado para o seu cotidiano.

Consequentemente, o número de alunos que não fazem as atividades propostas para o lar aumenta devido o excesso de dificuldades ou o baixo entusiasmo, o que acarretará na pertinência das dúvidas na disciplina, pois, de acordo com Ratelle et al. (2007, apud Bzuneck, Megliato e Rufini, 2013), “se há problemas de motivação para matemática na adolescência, é previsível que o mesmo ocorra na execução do dever de casa dessa disciplina”. Ainda que seja a obrigação dos alunos realizar todas as tarefas por uma questão de responsabilidade e, independentemente do motivo, os mesmos não estão isentos de cumprir com seus deveres, os professores podem exercitar o desejo de aprender, através de jogos lúdicos dentro das salas de aula ou através da aprendizagem distraída, aglutinando atividades interessantes e que despertem a curiosidade aos exercícios ditos como obrigatórios, pois, como afirma Emerique (1999, apud Segantini, 2013):

Se os professores utilizassem o jogo como uma atividade voluntária, à qual não se pode obrigar ninguém, e considerassem o lúdico como um recurso associado à motivação, talvez o exercício ou a tarefa se tornassem mais desafiantes, provocadores de curiosidade, e o dever de casa fosse percebido como um prazer de casa, permitindo maior envolvimento e compromisso com o desafio do conhecimento da realidade, de si mesmo e do outro, facilitando o aprender a aprender (EMERIQUE, 1999, apud SEGANTINI, 2013, p.36)

Segundo Silva e Angelim (2017) “As frustrações e os pensamentos negativos com relação ao ensino de matemática deixarão de existir quando for colocado em prática o pensamento de que é de grande importância unir aos conceitos matemáticos, o lúdico, o brincar através dos jogos, deixando claro aos estudantes que estudar matemática também pode ser divertido, pode ser prazeroso.”(p. 903 e 904). A Matemática lúdica faz com que o aluno aprenda e se divirta concomitantemente. Essa área tem sido muito pesquisada nos últimos anos, como metodologia alternativa para os professores, a fim de motivarem seus alunos a

estudarem, pois uma das características do trabalho com jogos lúdicos é o incentivo à seguir regras. Embora seja possível obrigar uma criança a estudar, não é muito melhor cativá-la, para que a mesma busque aprender mais por iniciativa própria?

Os alunos passam grande parte do seu dia nas escolas dentro de uma sala de aula, vivendo uma rotina constante. Todavia, a escola pode, a partir desse revés, contornar a situação de maneira proveitosa, tornando o seu espaço um campo repleto de aprendizados lúdicos e distraídos, não se limitando apenas à sala de aula, mas sim a sua construção como um todo. Por exemplo, em uma atividade interdisciplinar com Matemática e Educação Física, os alunos podem ir à quadra do colégio, responder perguntas voltadas para o cálculo mental e procurar cartazes com a resposta certa. É muito comum falarem que os professores precisam se reciclar, mas os currículos escolares também devem fazer uma atualização e agirem condizentemente com os tempos atuais. Como afirma Sartori (2010):

(...) é necessário que a escola esteja preparada para enfrentar e dialogar com percepções de mundo diferentes das que enfrentava décadas atrás. Ela deve aprender a lidar com a observação distraída, que proporciona aprendizagens na diversão, com aprendizagens construídas no contato com novas linguagens, criando ambiente que possibilitem que as narrativas reflitam as identidades locais e grupais; com percepções da cultura como híbridos de relações múltiplas. (SARTORI, 2010, p. 46 e 47)

Lidar com a observação distraída significa estar atento a aprendizagem na ludicidade. Para incentivar este tipo de percepção, os professores podem sugerir que os alunos busquem identificar a Matemática em seus *hobbies*, associando-a com o lazer cotidiano e não apenas à problemas difíceis de serem resolvidos. Contudo, há pessoas que têm dificuldades para visualizar figuras geométricas em objetos reais e correlacionar situações-problemas com modelos matemáticos. Pensando nesse cenário, a Matemática lúdica auxilia também nesse processo de correlação e no trabalho de conteúdos que exijam certa abstração, de uma forma mais branda, através de seus jogos. Então, Silva e Silva (2020) afirmam:

O jogo, em sua ludicidade, tem um poder transformador, pois nos tira da possibilidade e nos leva a ser formadores de opinião. O uso de jogos, sob os aspectos didático-matemáticos, tem como objetivo fazer com que os estudantes sintam simpatia com os conteúdos e abstrações, ao mesmo tempo em que os auxilia a construir conhecimentos, sem se sentirem pressionados, como ocorre nas opções metodológicas tradicionalmente em vigor. (SILVA; SILVA, 2020, p.4)

Os jogos lúdicos amenizam a pressão de sempre ter que acertar, já que uma das características dos jogos é a permissividade de falhar e recomeçar, fazendo com que o aluno entenda o erro como algo natural dentro do processo de aprendizagem. Com isso, os parâmetros curriculares nacionais (PCN) incentivam o uso desse tipo de material:

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p.46)

Segundo Spinillo et al (2014), o erro se faz tão importante quanto o acerto, quando se diz respeito à aprendizagem. Entender o erro do aluno faz com que o professor conheça sua maneira de raciocinar e, por conseguinte, terá mais condições de auxiliar o aluno a refletir sobre seu equívoco e encontrar uma maneira de acertar.

Assim, é relevante saber o que os erros informam sobre o modo de raciocinar dos alunos a saber o que fazer (e como fazer) com eles nas aulas de matemática. Na realidade, é possível dizer que ao assumir a perspectiva de que o erro pode ser entendido como uma ferramenta didática assume-se também a perspectiva de que é necessário conhecer o raciocínio do aluno.(SPINILLO, 2014, p.12)

Então, utilizar de jogos lúdicos poderá auxiliar os alunos a aprenderem a lidar melhor com seus erros e também que não fiquem desanimados quando falharem. Outro fator muito presente na sala de aula é a desmotivação dos alunos para estudar Matemática, pois trata-se de uma disciplina estereotipada como difícil, fazendo com que haja uma desmotivação a cada fracasso ao tentar compreendê-la. Dentro do contexto escolar, a matemática lúdica também funciona como fator motivador. Cada vez que um aluno consegue vencer um desafio, ele se sente mais motivado e, por conseguinte, seu ânimo para obter mais conquistas aumenta proporcionalmente. Em outras palavras, pessoas motivadas tendem a render mais em suas tarefas, seja no âmbito acadêmico ou de caráter profissional. Dentro do ramo da Neurociência, há uma explicação cientificamente plausível de como a

motivação interfere diretamente na aprendizagem. Carvalho (apud Dorneles, 2014) salienta que:

Segundo a neurociência cognitiva, a aprendizagem significativa pode ser pensada a partir daquilo que gera satisfação no indivíduo. Segundo Carvalho (2011), quando estabelecemos uma ligação entre a informação nova e a memória preexistente, são liberadas substâncias neurotransmissoras como a acetilcolina e a dopamina, que aumentam a concentração e geram satisfação. É dessa maneira que emoção e motivação influenciam a aprendizagem. A autora também comenta o fato da necessidade de oferecer aos indivíduos os pré-requisitos indispensáveis a qualquer tipo de aprendizado: interesse, alegria e motivação. (DORNELES, 2014, p.18)

A autora observa, de maneira análoga, porém no viés contrário, que situações geradoras de desconforto, pressão, estresse e constrangimento liberam substâncias no cérebro que são nocivas à aprendizagem. Então, uma vez que uma criança se encontre em uma das situações supracitadas, gerando assim uma falta de estímulos positivos, a mesma reduzirá ou não fará esforços para superar obstáculos e irá acomodar-se no ostracismo, permanecendo com suas dificuldades. Corroborando com algumas ideias de Dornelles e Carvalho, Oliveira (2011) afirma que os professores precisam estimular os alunos de maneira eficiente, a fim de que a aprendizagem ocorra com sucesso. Não se trata apenas de ensinar um conteúdo, mas sim preocupar-se também com a forma que o mesmo será lecionado.

Apresentar o conhecimento num formato que o cérebro aprenda melhor passa a ser, além da preocupação com o ensinar e o avaliar o processo de ensino-aprendizagem é uma necessidade da educação atual. Promover uma aprendizagem significativa tem como substrato biológico a reorganização das conexões entre os neurônios, a neurogênese e a aplicação ampla do conceito de neuroplasticidade. Do ponto de vista da neurociência, uma aprendizagem somente ocorre porque o cérebro tem a plasticidade necessária para se modificar e se reorganizar frente a estímulos e se adaptar. A educação amplia sua base científica com as pesquisas que demonstram que o cérebro humano não finaliza seu desenvolvimento, mas uma constante reestruturação o reorganiza a partir de estímulos eficientes. (OLIVEIRA, 2011, p.124)

Portanto, a proporção que a escola preocupa-se em gerir salas de aula com ambientes agradáveis, propícios a aprendizagens lúdicas, o estudo se tornará mais prazeroso e o aluno evoluirá melhor suas expertises, pois, baseado nas ideias de Vygotsky, Lapa (2017) afirma que:

O ambiente de aprendizado deve ser o mais agradável possível de forma a provocar o máximo de estímulos aos alunos. Para isso, o uso de material concreto, tecnologia e atividades que provoquem a interação entre os agentes desse aprendizado devem ser, ao máximo, incentivados. Neste ponto, o trabalho de forma lúdica se mostra essencial. (LAPA, 2017, p.19)

Também é indispensável citar o quão a relação professor-aluno é fundamental, pois muitos jovens são cativados quando o docente demonstra uma preocupação com o aprendizado e o bem estar dos mesmos. Ou seja, a ludicidade pode vir de uma atividade, de um local ou de um indivíduo e, independentemente da sua fonte, trará benefícios aos discentes. Muitos são os fatores psicológicos que interferem nos aspectos cognitivos. Por essa razão, o campo da Psicologia tem numerosas relações com a Educação. Oliveira e Kottel (2016) afirmam que:

A intervenção psicopedagógica essencialmente é dirigida à superação de dificuldades e déficits apresentados por um educando ao longo do seu processo de ensino-aprendizagem. Tradicionalmente, a avaliação dos condicionantes desses problemas era focada exclusivamente em aspectos cognitivos. Todavia, é evidente que questões comportamentais e emocionais também têm o seu grau de influência sobre a instalação e a manutenção de uma dificuldade de aprendizagem (OLIVEIRA; KOTTEL, 2016, p.1)

Não apenas devemos cativar os alunos, mas também conhece-los. Cada indivíduo possui suas particularidades, seus pontos positivos e dificuldades. Uma vez que se trace o perfil do aluno, o professor poderá procurar a melhor abordagem para auxiliá-lo. Durante a aplicação de um jogo lúdico, é possível traçar um panorama, pois os alunos saem da zona comum de sala de aula e acabam posicionando-se ou não em situações diversas. Conforme Fortuna (2002, apud da Silva e Angelim, 2017):

Através dos jogos podemos descobrir a personalidade da criança pois ela demonstra o que sente e que tipo de temperamento que possui: tímida, inquieta, agressiva, alegre, calma, temperamental, líder, egoísta, teimosa, intrometida, nervosa, etc. Podemos canalizar os temperamentos e modificar o comportamento das crianças enquanto são ainda pequenas, mais tarde podem surgir problemas de ordem psíquica difíceis de serem controlados. (FORTUNA, 2002, 21)

Há também a possibilidade de, no momento em que o professor conhece melhor a sua turma, identifique algum aluno que necessita de uma atenção maior. Nas diversas realidades das escolas, os professores devem estar preparados para qualquer situação, onde devo ressaltar um crescente aumento na quantidade de

alunos laudados com alguma necessidade especial, seja por uma limitação física, psicológica ou intelectual. Todavia, uma considerável parte dos professores não recebe um treinamento adequado ou suporte de algum profissional para lidar com essa situação que é natural. Pensando nisso, nós, enquanto educadores, temos que estar preocupados em promover atividades que não excluam nenhum aluno, a fim de trabalhar a socialização entre os mesmos e a matemática lúdica pode ser consideravelmente eficaz neste processo. Em sua pesquisa, Kranz (2011) concluiu que:

Nessa percepção, não temos dúvida do valor dos jogos para o desenvolvimento dos alunos com deficiência e de que eles podem e devem jogar junto com os demais colegas; que eles podem não gostar ou não querer jogar – como qualquer outro colega; e que é possível – e necessária – a utilização dos jogos em classes inclusivas. (KRANZ, 2011, p.5)

De modo similar, os jogos lúdicos podem auxiliar no processo de aprendizagem de um aluno com discalculia, pois exercitarão habilidades e competências próprias da Matemática. De acordo com Bernardi e Stobäus (2011, apud Barbosa et al, 2017), além das habilidades, a autoestima também deve ser trabalhada, pois esta atrela-se com o emocional do aluno.

Os jogos podem ser um importante aliado para minimizar as dificuldades que os discalcúlicos enfrentam em seu cotidiano, oferecendo inúmeros benefícios como o de aumentar a autoestima do estudante, pois a ludicidade tem relação direta com o emocional de cada indivíduo. A criança desenvolve uma enorme capacidade de raciocínio, de formular perguntas, de buscar diferentes meios de solução de problemas, elaborar novas ideias e repensar situações. (BERNARDI e STOBÄUS, 2011, BARBOSA et al, 2017, p. 2)

Mesmo com tantos prós, há também contras em utilizar a Matemática lúdica, contudo são contratempos que podem ser corrigidos. Para realizar a aplicação de um jogo lúdico, é necessário que haja um planejamento prévio, pois caso contrário, poderão ocorrer alguns malefícios. Nesse planejamento, deve conter objetivo, público alvo, pré-requisitos de conteúdos, entre outros. Além disso, neste tipo de atividade, é comum que os alunos fiquem alvoroçados. Então, é preciso que haja um controle da turma para que a intenção não se perca. E como as aplicações de jogos lúdicos ou manuseio de materiais requer tempo, o professor deve aliar tal atividade

com o conteúdo a ser introduzido, revisado ou fixado, dado que o mesmo tem um conteúdo programático para seguir.

Outro cuidado que os professores devem estar atentos é o fato de que a matemática lúdica e a aprendizagem distraída são muito sutis. Nem todas as pessoas conseguem entender suas concepções e acabam pensando que se trata de um mero momento de recreação. Para solucionar esse problema, recomenda-se que após cada atividade realizada haja um momento de diálogo com os alunos, a fim de fazer com que eles reflitam as analogias entre o jogo aplicado com a Matemática estudada em aula.

Ainda que existam esses contrapontos, a Matemática lúdica e a aprendizagem distraída possuem diversos benefícios que foram citados, por outros autores e documentos, ao longo desta dissertação. Em meu trabalho de conclusão de curso, denominado “A importância dos jogos matemáticos nas salas de aula em plena era virtual”, iniciei minhas pesquisas acerca dos jogos lúdicos e pude vislumbrar do quão ricos são do ponto de vista educacional, pedagógico e social. Dentre os materiais pesquisados, ressaltai o uso dos jogos digitais, fazendo uma relação entre tecnologia e as áreas supracitadas.

Entretanto, há também uma parcela de jogos, para computador, com resultados bem positivos que introduzem conceitos matemáticos, equilibrando diversão e aprendizagem. Ambos são possibilidades metodológicas tanto para uma aplicação dentro de sala de aula, quanto fora, fazendo uma alusão a um dever de casa divertido. Conseqüentemente, com a integração, dessas práticas pedagógicas alternativas, é possível contribuir com a Educação Matemática, auxiliando o aluno a construir um raciocínio lógico a partir das regras e aumenta suas possibilidades de resolver problemas mais complexos num futuro próximo.(SILVA, 2013, p.7)

Em suma, a Matemática lúdica, a aprendizagem distraída e a tecnologia são grandes aliadas no que diz respeito à Educação. Por essa razão, torna-se indispensável utilizar o máximo de recursos disponíveis possíveis, uma vez que estamos em um período onde a vida real está quase que totalmente conectada ao mundo virtual.

1.2 A matemática lúdica e o livro-jogoinseridos no contexto escolar contemporâneo

O espaço escolar é um ambiente propício para que indivíduos, com suas diversas particularidades e experiências, interajam entre si. Por conseguinte, os

professores ficam diante das mais variadas situações e precisam estar preparados para lidar com as mesmas. Podemos citar alunos com baixa motivação, ou com muitas dificuldades, onde alguns podem até ser portadores de necessidades especiais. Para amenizar essas adversidades, há professores que buscam metodologias alternativas na área da Matemática lúdica e outros que utilizam das tecnologias advindas de aparelhos eletrônicos como ferramentas facilitadoras no processo de ensino-aprendizagem.

Danelliet al. (2014) afirma que “Uma possibilidade que pode trazer muitos benefícios ao processo de ensino e aprendizagem é a união das tecnologias informáticas com o lúdico. Essa união dá-se, principalmente, com a utilização de jogos virtuais/eletrônicos no ensino.”(p.2). Um exemplo de jogo lúdico que pode ser apresentado através de uma ferramenta eletrônica é o livro-jogo.Green (2014, apud Silva, 2019) alega que o livro-jogo é oriundo de jogos de RPG.

Embora a ficção interativa tenha surgido antes da publicação de *The Warlock of Firetop Mountain* [livro-jogo que dá início à série *Fighting Fantasy*], experimentada desde a década de 1940, nunca houve até então algo um livro-jogo de fato. Nos EUA, o sistema de RPG *Tunnels & Trolls*, desenvolvido por Ken StAndre, publicou aventuras-solo [narrativas que apresentavam leitura não linear aliada a elementos lúdicos como aleatoriedade e sistema de regras de RPG dependentes de manuais auxiliares] começadas com *Buffalo Castle*, escrito por Rick Loomis, em 1976, mas esses eram suplemento-solo de RPG em vez de livros reais. A série *Choose Your Own Adventure*, de Edward Packard [1931 -] e R A Montgomery [1936 – 2014] apareceu na mesma época e, embora fossem livros, eles não possuíam regras de jogo. Foi a *Fighting Fantasy* que criou o gênero do livro-jogo, passando a popularizá-lo no Reino Unido e arredores, e seu sucesso foi certamente responsável pelo excesso de imitações (muitos deles terrivelmente inferiores em qualidade), que outros editores se apressaram depois de perceberem o nível de sucesso que os livros da Puffin estavam desfrutando com o novo formato (GREEN, 2014, p.16, grifos, comentários e tradução de Silva, 2019).

Em um livro comum, há início, meio e fim. Logo, independentemente de quem o leia, a história será única. Diferentemente, o livro-jogo apresenta um início, porém o leitor irá se deparar com situações onde terá que efetuar escolhas que irão compor o meio da história e conduzirão para finais distintos. Então, uma mesma pessoa poderá ler diversas vezes o mesmo livro-jogo, elaborar enredos distintos e construir diferentes desfechos. Esta característica pode estimular a curiosidade e o gosto pela leitura.

Para visualizar melhor a diferença entre esses dois tipos de leitura, imagine que um escritor elabore a história de um policial que foi recém-contratado para ficar

de vigia na frente de uma delegacia e, durante a madrugada, o policial avista ao longe um assalto. Em um livro comum, se a descrição dessa cena aparecesse no final de uma página, sua continuação iria aparecer na página seguinte. Entretanto, em um livro-jogo, após a descrição dessa cena, no final da página iriam aparecer opções do que poderia ser feito. Seguindo o mesmo exemplo, o leitor poderia ter a opção de tentar impedir o assalto ou a opção de não sair do seu posto. Cada escolha iria remeter a uma página diferente. Então, se esse livro-jogo fosse aplicado a dois alunos que escolhessem caminhos diferentes, o professor poderia ter uma percepção da personalidade de cada um dos mesmos, o que facilitaria na hora de tirar dúvidas, pois perfis diferentes podem indicar métodos diferentes de aprendizado. Tendo o livro-jogo como exemplo, fica a seguinte reflexão: como a tecnologia computacional pode agregar à matemática lúdica e vice-versa?

1.3A tecnologia computacional em junção à matemática lúdica

Indubitavelmente, a tecnologia se faz cada vez mais presente no processo de aprendizagem das pessoas. Na perspectiva do discente, as crianças usam seus celulares e computadores para fazerem pesquisas, assistem a vídeos tutoriais a respeito de algo que não sabem como proceder e usam programas e aplicativos no seu cotidiano. Então, Longo (2018) afirma:

Nascidas na era digital, as mentes das crianças trazem uma agilidade que não combina com o processo educacional analógico. Antes mesmo de aprenderem a balbuciar sentenças, os pequenos já brincam com os celulares dos pais – alternativa muito mais eficaz que as chupetas para os distrair – jogando ou desenhando – sim, eles começam a desenhar nas telas com os dedinhos muito antes de empunhar um lápis de cor. Certamente adquirem mais destreza com os instrumentos eletrônicos que qualquer adulto simplesmente porque são nativos digitais. (LONGO, 2018)

Já na perspectiva do docente, quando um professor leva seus alunos a laboratórios, sejam de informática ou de pesquisa, o aprendizado ali obtido será muito rico para os alunos, pois lhes é permitido observar experimentos aplicados, elaborar modelagens matemáticas, fazer considerações que, às vezes, em sala de aula fica mais complicado devido suas limitações.

Em seus estudos, Maia (2000) faz um comparativo entre matemática concreta e matemática abstrata. Segundo ela, cada professor coloca para si uma prioridade para o ensino de Matemática, cada qual com suas abordagens e finalidades

próprias, contudo, há conexões entre esses dois tipos de matemática. Para Piaget (apud Maia, 2000), “a abstração empírica corresponde a atividade mental capaz de abstrair as propriedades dos objetos. Dessa forma, este tipo de abstração necessita da realidade concreta para ser desencadeada.”. Por exemplo, diante de uma situação do cotidiano, é utilizado de abstração para atribuir variáveis e fazer uma modelagem do problema. Além disso, a mesma se faz presente no trato de diversas tecnologias disponíveis. Tamanha é sua importância que as Diretrizes para ensino de Computação na Educação Básica (2017) afirmam que:

O pilar fundamental da solução de problemas é a abstração. Dado um problema a ser resolvido, é necessário que se construa um modelo abstrato da realidade, incluindo apenas aspectos estritamente relevantes ao problema. Este modelo nos ajuda a entender o problema e suas condições de contorno, permitindo que tenhamos a clareza necessária para solucioná-lo. Porém, para que se consiga construir um modelo abstrato que possa ser compreendido e analisado, este precisa estar descrito em uma linguagem precisa. A Matemática provê uma linguagem formal e universal, que pode ser usada para construir os mais diferentes tipos de modelos, bem como várias técnicas para analisar modelos com precisão. (BRASIL, 2017, p.3)

Segundo Gravina e Santarosa (1999), torna-se muito eficaz utilizar-se de tecnologias e ambientes informatizados a fim de explorar o pensamento abstrato matemático. Em seu trabalho, as autoras citam exemplos de *softwares* que priorizam o aprendizado matemático através do construtivismo e abstração, ao invés de recorrer a efeitos atrativos de hipermídia.

No geral os programas disponíveis eram do tipo ‘instrução assistida por computador’. Nos dias de hoje ainda é grande a oferta de programas deste último tipo, que mesmo tendo interface com interessantes recursos de hipermídia (som, imagem, animação, texto não linear), nada mais oferecem aos alunos do que ler definições e propriedades e aplica-las em exercícios práticos (tipo tutorial) ou testar e fixar ‘conhecimentos’ através da realização de exercícios protótipos e repetitivos, que no máximo avançam em grau de dificuldade (tipo prática de exercícios).(GRAVINA ; SANTAROSA, 1999, p.74)

E acrescentam: “Conforme os ambientes tornam-se mais ricos nos seus recursos, mais acessíveis vão se tornando aos alunos ideias matemáticas significativas e profundas.”(p.85).Assim, o constante avanço tecnológico, ao passo que progride, nos induz ao consumo de equipamentos cada vez mais modernos e a possibilidade proporcionada por essas ferramentas pode influenciar positivamente,

como aliada, no processo de ensino-aprendizagem. Nas palavras de Pabón-Gómez (2014):

A proposta pedagógica lúdica baseada na utilização das TIC como ferramenta facilitadora, surge da necessidade de implementar estratégias de aprendizagem em vários cenários que permitam aos alunos colocar o conhecimento matemático em contextos e assim mostrar as suas capacidades de raciocinar, resolver e formular problemas e comunicar suas ideias e conceitos matemáticos com base em sua vida cotidiana. (PABÓN-GÓMEZ, 2014, p.39)

Estamos formando alunos que viverão no século XXI, portanto torna-se incoerente manter engessadas técnicas que já estão ultrapassadas, a ponto de se tornarem pouco eficazes. Beraldiet al. (2017), ao exemplificarem os jogos digitais como uma ferramenta que insere a tecnologia de uma maneira lúdica, porém educativa, afirmam que:

(...) o uso de jogos digitais, por exemplo, leva os jovens a uma aprendizagem mais intensa e os coloca em contato com um maior fluxo de informações que eles saberão processar para ter uma visão do todo e construir estruturas conceituais. Além disso, o aluno do século XXI não mais suporta conviver com a escola do século XIX, pois, para utilizar o termo proposto por Prensky (2001), ele é um nativo digital e necessita de uma linguagem que seja adequada. (BERALDI et al, 2017, p.163)

Os jogos digitais trazem consigo as vantagens de duas áreas: a matemática lúdica e a tecnologia. Ainda de acordo com Beraldi et al (2017), diante de um *game*, os jovens ficam empenhados para resolverem os desafios neles propostos, criando assim foco na resolução de problemas, onde esta é uma habilidade crucial dentro das salas de aula.

No mais, sabemos que os jovens são seduzidos pelos jogos digitais e tornam-se capazes de ficarem horas imunes à distração, empenhados em superar os desafios propostos pelos games. Nesse contexto, um dos grandes desafios da escola também consiste em apresentar ao aluno um ambiente semelhante àquele dos games. Além disso, se os jogos trazem consigo componentes de prazer e diversão, por que não inseri-los nos processos de ensino-aprendizagem, para que haja maior disposição do aluno em aprender? (BERALDI et al, 2017, p. 166)

Então, o professor pode motivar seus alunos a resolverem exercícios desafiadores de sala de aula, assim como os mesmos iriam se empenhar em solucionar os desafios propostos pelos *games*. Uma proposta é fazer com que o jovem torne-se protagonista de um jogo e seja conduzido a tomar decisões que

afetarão a sua história. Nessa perspectiva, estão sendo feitas pesquisas a respeito da inserção do livro-jogo digital nas salas de aula.

1.4O livro-jogo como ferramenta pedagógica e tecnológica

Baseadas no pensamento computacional, França e Tedesco (2019) afirmam que:

Os materiais usados em práticas de desenvolvimento de pensamento computacional na educação básica podem ser classificados em duas categorias: i) plugados, que requerem máquina para seu uso; e ii) desplugados; que independem de máquina para promover o ensino de Computação. (...) O livro-jogo integra atividades desplugadas e plugadas e propõe diferentes modos de interação com os pilares do pensamento computacional, desde o uso até a criação. Além disso, o enredo das atividades é pautado no contexto cultural dos estudantes, como estratégia para engajá-los e tornar a aprendizagem mais significativa (FRANÇA; TEDESCO, 2019, p.280).

No âmbito educacional, qualquer disciplina pode utilizar o livro-jogo como ferramenta pedagógica. Especificamente na Matemática, o livro-jogo pode auxiliar na resolução de problemas, treinamento de lógica, memorização, cálculo mental, entre outros. Contudo, este tipo de dinâmica não é muito conhecido e não há também um consenso sobre sua origem. Anjos et al (2021) realizaram uma pesquisa sobre a história dos jogos de RPG, e com base em Marcatto foi alegado que:

Marcatto (1996) apresenta uma série de livros jogos, a mais popular é a *FightingFantasy*, traduzida no Brasil como *Aventuras Fantásticas* (Jambô editora), criada pelos ingleses Yan Livingstone e Steve Jackson. Nelas, além das referências numéricas usadas para “navegar” pela aventura, o leitor/jogador também utiliza dados e tem uma planilha onde anota suas características e encontros com monstros e outras criaturas, além de tesouros e artefatos, por exemplo. Ainda segundo o autor o primeiro livro jogo com regras próprias publicado no Brasil foi em 1989: “Fugitivo das trevas”, de lá para cá mais de 20 títulos foram traduzidos e lançados, dentre eles “O feiticeiro da montanha de fogo”. (ANJOS et al, 2021, p. 319)

Já Cerigatto (2021) denomina esse tipo de abordagem como *interactivestory* game/narrações de ficções interativas, sendo este, segundo a autora, um exemplo de *storytelling* aliado à gamificação. Domingos (2009) define *storytelling* como o ato de contar histórias, utilizando de mídias em diversas plataformas, gerando assim uma interação com o público, enquanto Kapp (2012) conceitua gamificação como o

uso de mecânicas, estéticas e pensamento baseado em jogos para engajar pessoas, motivar ações, promover aprendizagem e resolver problemas. Em sua pesquisa, Silva, Oliveira e Martins (2017), buscaram observar as vantagens em unir *storytelling* e gamificação e ressaltaram uma característica muito importante de um livro-jogo.

Com a pesquisa buscou-se conceituar a gamificação abordando tópicos sobre as características de jogos e aspectos emocionais. Nela foi abordado também as características das narrativas de jogos, na qual, o indivíduo ao estar em contato direto com a história e incluído, tem sua ação como necessária para o desenvolvimento da história. Com isso, ele experimenta ser um protagonista, decorrendo em um constructo emocional e sensorial do indivíduo (SILVA, OLIVEIRA e MARTINS, 2017, p.987)

Em meio às divergências supracitadas, a fim de que não ocorram problemas a respeito de nomenclatura, será utilizado o nome livro-jogo. Em sua dissertação, Von Dentz (2018) fez um levantamento estatístico a respeito do livro-jogo.

Diante de tantos recursos, esta nova narrativa traz algumas discussões quanto a sua categoria. É possível confundi-la com um videogame ou denominá-la como “livro-jogo”, “animação interativa”, “livro animado” ou ainda, como uma versão digitalizada do livro – simulacro de uma obra impressa. A falta de identidade desta narrativa pode impactar seu sistema produtivo, distributivo e principalmente o sub aproveitamento das potencialidades midiáticas possibilitadas pelo ambiente digital (VON DENTZ apud TEIXEIRA; GONÇALVES, 2015, p.2).

Quando uma dissertação ou tese são desenvolvidas ou um artigo acadêmico é escrito, é primordial que se busquem referências para embasar suas teorias. Uma vez que exista essa problemática no livro-jogo, faz-se necessário definir e estruturar todas as suas características, a fim de que novos trabalhos sejam produzidos, pois as pesquisas mais recentes apresentam o livro-jogo como uma potencial ferramenta a ser inserida nas salas de aula.

O trabalho realizado por Anjos et al. (2021) apresenta uma série de vantagens na área de linguagem e se trabalhar com o livro-jogo. Além disso, à luz da BNCC, são citados outros benefícios de cunho social e pedagógico.

Na BNCC consta sobre o objetivo da prática de jogos dando significância ao aprendizado de conceitos. No livro-jogo em específico há um maior interesse pela leitura e escrita assim como desperta curiosidade e criatividade. Relacionar as práticas artísticas as diferentes perspectivas de convívio social, cultural, política, histórica, econômica, estética e ética são

fatores determinantes para promover melhoria no processo educativo. (BRASIL, 2018)

Ainda na área pedagógica, outra vantagem da inserção do livro-jogo como material é o seu aspecto inclusivo. Com o intuito de não ser tão abrangente, mas sim mais específico no que tange a prática em concordância com a teoria, o livro-jogo traz bons resultados como ferramenta educacional. Após uma aplicação de seu trabalho em turmas onde havia alunos com necessidades especiais, Pimentel e Aragon (2019) realizaram entrevistas com as professoras das turmas, afim de verificarem as impressões a respeito de sua atividade.

Nas entrevistas, as professoras consideraram o livro-jogo estimulante. *“Este tipo de jogo desperta interesse pela leitura, eles precisam disso, pois têm muita dificuldade de interpretação durante as provas e exercícios”* (professora de 9º ano). Elas também ressaltaram que o jogo promoveu interações. Durante a entrevista, a professora do 8º ano comentou que o aluno cego não usava livro didático em Braille e quando fez uma prova em Braille demorou muito. Ela comentou sobre a disponibilização do livro-jogo em Braille dizendo: *“(..) mas tendo o livro Braille ele poderia até jogar sozinho né? Ou num grupo só de cegos ou de baixa visão”*. Evidenciando que aluno cego não é visto pela professora como um participante pró-ativo, capaz de interagir ou liderar um grupo que inclui alunos videntes. (PIMENTEL ; ARAGON, 2019, p.159)

O livro-jogo tem a versatilidade de ser apresentado em sua forma física ou através do uso de aparelhos eletrônicos. Em ambas, o aprendizado é considerável, todavia, ao utilizar de recursos tecnológicos, o ganho é ainda maior. Com o auxílio do computador, podemos transformar a leitura que seria individual em coletiva, o que acarretará uma atividade em grupo, debate de ideias, formação e defesa de opiniões e tomada de decisões. Para os professores que possuem um conhecimento maior de *softwares*, é permitido que um ou mais sejam inseridos na atividade, como por exemplo, mostrar geometricamente alguma situação real encontrada no livro-jogo. Com isso, Von Dentz (2018) acrescenta:

Levando em consideração os avanços tecnológicos e a necessidade de mudança nas escolas, acredita-se que o livro-jogo é um recurso capaz de atender às expectativas dos estudantes quanto à utilização da tecnologia em sala de aula, bem como um instrumento que possui as qualidades necessárias para incentivar a fruição pela leitura, ao apresentar uma nova proposta de livro (VON DENTZ, 2018, p. 74)

Portanto, o livro-jogo no formato de uma TIC (tecnologia da informação e comunicação) traz consigo o dinamismo oriundo desse tipo de ferramenta, atrelado

ao entretenimento que a Matemática lúdica proporciona, o que acarretará em um ambiente estimulante de estudo com baixo nível de tédio. Nas palavras de Santos et al (2016), “Pedagogicamente falando, a utilização do software poderá oferecer um rico ambiente para trabalhar não só a leitura e interpretação dos livros paradidáticos de matemática, mas toda a realidade pela qual o educando se insere.”, levando a concluir que, diferentemente das aulas tradicionais, onde o livro didático é a principal ferramenta utilizada, as aulas que envolvem ludicidade têm a possibilidade de trazer o livro-jogo como um possível livro paradidático, principalmente se atreladas à tecnologia. Em sua pesquisa na Colômbia, Pabón- Gómez (2014) afirma que:

Aprender Matemática de forma divertida e apoiada na implementação de softwares dinâmicos permite-nos estabelecer uma ligação com a realidade e produzir mudanças no ambiente. No que se refere aos alunos canalizando desejos e necessidades, demonstrando capacidades e aptidões, em síntese este é o aspecto mais poderoso do jogo (ludicidade) e as TIC como estratégia de trabalho em sala de aula ou fora delas.(PABÓN-GÓMES, 2014, p.46)

As capacidades e aptidões demonstradas, a partir da junção da matemática lúdica com a tecnologia, poderão ser evoluídas gradativamente. Caberá ao professor mediar esse desenvolvimento para que potenciais habilidades tornem-se grandes competências.

1.50 desenvolvimento de habilidades e competências

“Por que estudar Matemática? A Matemática está em tudo.”. Muitos professores já ouviram essa pergunta dos alunos, principalmente daqueles que não têm afeição por essa disciplina, ao mesmo passo que a afirmação supracitada é uma das justificativas mais ditas a estes alunos. Entretanto, utilizar essa frase para responder essa pergunta não é suficiente para os alunos, pois estes não conseguem se aprofundar no sentido de tal afirmação. Andrade (2013) tece algumas reflexões sobre a importância de aprender e ensinar Matemática:

As razões pelas quais se ensina matemática na escola e a conseqüente necessidade de sua aprendizagem deve-se ao fato de esta ser extremamente presente no dia a dia da sociedade. Necessita-se ressaltar que os conceitos matemáticos têm sido acumulados aproximadamente desde o ano 3000 a. C., pois um indivíduo que se considera escolarizado deve necessariamente conhecer alguns desses fatos de destaque. O outro fator que deve ser salientado, é que as profissões de maior destaque normalmente necessitam conhecimento matemático, ou seja, se o aluno

almeja o status social proporcionado por essas profissões, é necessário ser bom em matemática. (ANDRADE, 2013, p.18)

Além do que já foi mencionado, uma resposta que os professores não costumam comentar é o aprimoramento de habilidades e competências. Quando um aluno estuda, por exemplo, função do 2º grau e se depara com um problema aplicado, nesse momento, eles estão trabalhando a habilidade de memorização para poderem gravar as fórmulas que identificam pontos importantes; organização para que consigam organizar passo a passo as sentenças matemáticas; o cálculo para poderem resolver as contas que aparecem; análise de dados para interpretar o comportamento dos gráficos relacionados aos problemas de função quadrática. Memorização, organização, análise de dados são habilidades que, além de estarem presentes na matemática, também estão presentes no dia a dia. Daí, estudar Matemática ganha uma importância diferenciada. Em um experimento feito na Indonésia, Aprisnatuti (2019) afirmou:

As habilidades do século 21 são chamadas de quatro C. Os quatro Cs do século 21 são algumas das estratégias de aprendizagem mais populares no ambiente atual. Os quatro Cs são: (1) pensamento crítico, que trata da resolução de problemas, (2) criatividade, que diz respeito aos alunos pensarem fora da caixa, (3) colaboração, mostra aos alunos como trabalhar juntos para atingir um objetivo comum, (4) a comunicação permite que os alunos aprendam a melhor transmitir suas ideias. Em grande escala, essas quatro qualidades são essenciais para que os alunos modernos tenham sucesso na escola e no local de trabalho (APRISNATUTI, 2019, p.80)

Então, aprimorar habilidades inerentes aos seres humanos os tornarão melhores e mais preparados para o mercado de trabalho. Um cozinheiro, por exemplo, deve ter uma boa memória de receitas e técnicas de cozinhas, saber interpretar ao ler um livro de receitas, calcular o tempo de preparo, utilizar de proporção para adaptar receitas. Um médico deve ter firmeza em suas tomadas de decisões, um advogado precisa ter bastante raciocínio para analisar casos, enfim, muitas profissões, ainda que não sejam necessariamente da área de exatas, utilizam de habilidades que podem ser aprimoradas ao se estudar Matemática.

Para isso, é primordial que o treinamento de competências comece desde a escola, onde o professor tem a possibilidade de utilizá-lo a seu favor. A partir de um exercício devidamente pré-selecionado e de um olhar atento, o educador conseguirá fazer uma análise individual de cada aluno, vendo suas potencialidades e defasagens. Suponhamos que seja colocado no quadro o seguinte enunciado “Uma

pessoa tem um muro retangular de dimensões 4 m x 2,5 m. Ela quer colocar pisos quadrados de 0,5 m de lado em todo esse muro, sem deixar espaçamento. Quantos pisos serão necessários?” A situação descrita não é apenas um mero exercício de sala de aula, mas sim uma aplicação da Matemática no cotidiano, portanto entende-se que este conhecimento o aluno deve possuir de maneira plena.

Cada etapa de resolução abrange habilidades específicas. Na primeira etapa, deve-se fazer uma boa leitura e interpretação para saber o que sendo pedido na questão; na segunda, é necessário ter uma abstração para relacionar o preenchimento da superfície do muro com o conceito de área; na terceira, é preciso que se recorde como é o cálculo da área de um retângulo e de um quadrado; na quarta, os cálculos das áreas são feitos e, por fim, faz-se novamente uso da interpretação para saber o que fazer com os dois resultados obtidos. Então, ao transitar pela sala e ver a etapa que cada aluno não conseguiu desenvolver, o professor terá um parâmetro de quais habilidades ainda não foram aperfeiçoadas em cada grupo de alunos e poderá fazer uma intervenção melhor direcionada.

O desenvolvimento de habilidades também é orientado para se trabalhar por documentos, como a BNCC e os PCN. À luz desses documentos, foi realizada uma pré-seleção de conteúdos matemáticos para estarem presentes no livro-jogo em prol de exercitar algumas habilidades e competências.

1.6 Conteúdos matemáticos selecionados

Para a elaboração deste material didático, foi selecionada uma área muito importante na Matemática: a Geometria. Dentro desse ramo, os assuntos abordados foram ângulos agudos e obtusos, volumes de sólidos, áreas de figuras planas, teorema de Pitágoras, perímetro e classificação de quadriláteros, além do conceito de equação, a fim de remeter também um pouco para Álgebra e não desvincilhando essas duas áreas. Essas escolhas foram feitas, baseadas na BNCC, de modo a trabalhar habilidades presentes em todas as séries finais do Ensino Fundamental e Médio, mantendo o intuito de ser um material a ser aplicado nas séries finais de cada ciclo, a fim de revisar conteúdos.

Cada habilidade do ensino fundamental é composta por oito caracteres, onde os dois primeiros são EF que representam Ensino Fundamental; os dois caracteres seguintes são Algarismos e indicam o ano escolar referente àquela habilidade; o quinto e o sexto são letras correspondentes à disciplina (como esta dissertação é

voltada para Matemática, todas as habilidades aqui mencionadas possuirão MA); e por fim os dois últimos caracteres são Algarismos que indicam a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos. No caso do Ensino Médio, cada habilidade é indicada através de uma sequência de dez caracteres (ou nove, no caso de Língua Portuguesa), onde os dois primeiros são EM, representando Ensino Médio; os dois seguintes são 13, indicando que a habilidade em questão pode ser desenvolvida em qualquer uma das três séries do Ensino Médio; os caracteres seguintes são letras que indicam a área ou componente curricular (no caso dessa dissertação, será utilizado MAT para representar Matemática); e, por fim, os três últimos caracteres formam um número que indica a competência específica a qual se relaciona a habilidade (1º Algarismo) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos Algarismos). E essas habilidades são:

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classifica-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles;

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas;

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada;

(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico);

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros;

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de áreas de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos;

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes;

(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas;

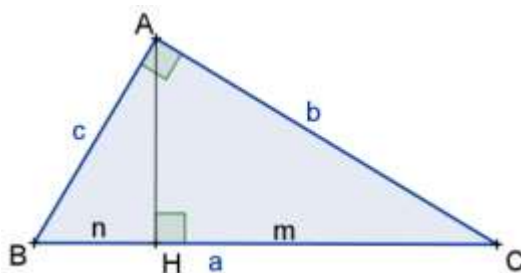
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Devido a habilidade supracitada EF06MA25, é importante que os alunos saibam as definições de alguns tipos de ângulo, como por exemplo, o ângulo reto, ângulos agudos e ângulos obtusos. Em seu livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental, Silveira e Marques (2019) citam tais definições, indicando que o ângulo é reto é aquele cuja medida é 90° , ângulo agudo é todo aquele de medida entre 0° e 90° e ângulo obtuso é todo ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180° .

Uma vez que se conheça o ângulo reto, é possível apresentar o triângulo retângulo. E de acordo com a habilidade EF09MA14, torna-se necessário conhecer também o teorema de Pitágoras. Uma de suas demonstrações é feita por Costa et al. (2012) através da proposição “os catetos são médias geométricas entre a hipotenusa e as suas projeções sobre a hipotenusa”. Então, seja ABC um triângulo retângulo com ângulo reto no vértice A. Ao traçar a altura $\overline{AH} = h$ do vértice A até o lado \overline{BC} , são obtidas as projeções $\overline{CH} = m$ e $\overline{BH} = n$ dos catetos b e c respectivamente, conforme a ilustração.

Figura 1 – Um triângulo retângulo com a hipotenusa como base



Como \overline{AH} é perpendicular a \overline{BC} , então os triângulos ΔHBA e ΔHAC são retângulos. Como $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ e $\hat{B} + \hat{B} + \hat{BAH} = 90^\circ$, então $\hat{BAH} = \hat{C}$. De maneira análoga, temos que $\hat{C} + \hat{HAC} = 90^\circ$, então $\hat{HAC} = \hat{B}$.

Logo, pelo caso AAA (ângulo-ângulo-ângulo), $\Delta HBA \sim \Delta HAC$ e estes triângulos são semelhantes ao triângulo ΔABC . Sendo assim, comparando os triângulos ΔABC e ΔHBA , é possível escrever as seguintes expressões que traduzem a proporcionalidade dos lados:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{n}$$

Com a primeira e a terceira razões, tem-se que $c^2 = a \cdot n$.

De maneira análoga, comparando os triângulos ΔABC e ΔHAC , tem-se as seguintes expressões:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} = \frac{c}{h}$$

Com a primeira e segunda razões, pode-se escrever $b^2 = a \cdot m$.

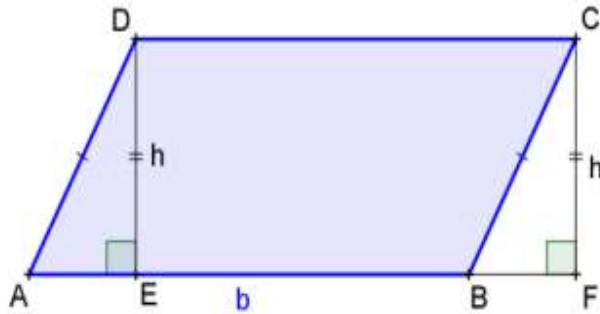
Lembrando que a soma das projeções resulta na hipotenusa, isto é, $m + n = a$, e somando membro a membro as duas equações obtidas, tem-se que $b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot n = a \cdot (m + n) = a \cdot a = a^2$, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$, demonstrando assim, o teorema de Pitágoras.

A respeito dos quadriláteros, tendo em base a habilidade EF06MA20, Silveira e Marques (2019) mencionam que os trapézios são quadriláteros que possuem somente dois lados paralelos, chamados de bases, enquanto os paralelogramos são quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos. A partir dessa ideia, são introduzidos outros quadriláteros importantes, tais como losangos, retângulos e quadrados.

Além das definições desses polígonos, é imprescindível saber como calcular suas respectivas áreas, assim como requisita a habilidade EF08MA19. Para isso, Costa et al. (2012) definem região triangular como um conjunto de pontos do plano formado por todos os segmentos cujas extremidades estão sobre os lados de um triângulo e região poligonal como a reunião de um número finito de regiões triangulares que duas a duas não possuem pontos interiores em comum (p. 119). Com isso, a área está associada ao número maior que zero correspondente a uma região poligonal.

A partir do axioma “se ABCD é um retângulo, então a sua área é dada pelo produto da base pela altura”, os autores ampliam esse raciocínio e provam que o cálculo da área de um paralelogramo é análogo.

Figura 2 – Um paralelogramo de base AB e altura h

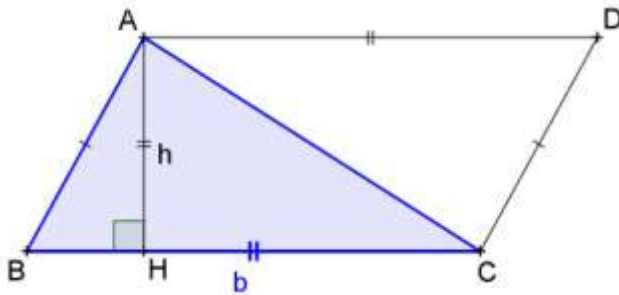


Para esta demonstração, eles consideram \overline{AB} como a base do paralelogramo e a prolongam. A partir do vértice C, é traçada uma perpendicular em relação à reta AB, obtendo assim o ponto F e, analogamente, o mesmo ocorre com o vértice D e o ponto E. Com isso, observou-se que $\overline{DE} = \overline{CF} = h$ representam a altura do paralelogramo relativa ao lado \overline{AB} .

Considerando os triângulos AED e BFC, observou-se que $\overline{AD} = \overline{BC}$, pois são lados paralelos do quadrilátero em questão, $\overline{DE} = \overline{CF} = h$ e que os ângulos \widehat{AED} e \widehat{BFC} são retos (ângulos correspondentes em relação às paralelas). Pelo caso LAL, os triângulos AED e BFC são congruentes, portanto pode-se concluir que suas áreas são iguais e que $\overline{AE} = \overline{BF}$.

Portanto, tem-se que $A_{ABCD} = A_{ADE} + A_{BCDE}$, mas $A_{ADE} = A_{BCF}$. Então, $A_{ABCD} = A_{BCF} + A_{BCDE} = A_{CDEF} = \overline{EF} \cdot \overline{DE}$. Mas $\overline{EF} = \overline{EB} + \overline{BF} = \overline{EB} + \overline{AE} = \overline{AB}$. Logo, $A_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{DE}$, ou seja, a área do paralelogramo também é calculada através do produto entre sua respectiva base e altura. A partir da demonstração da área do paralelogramo, os autores fazem a dedução da área de um triângulo qualquer, sendo esta correspondente à metade da área do paralelogramo. Traçando o segmento \overline{AC} , tem-se que:

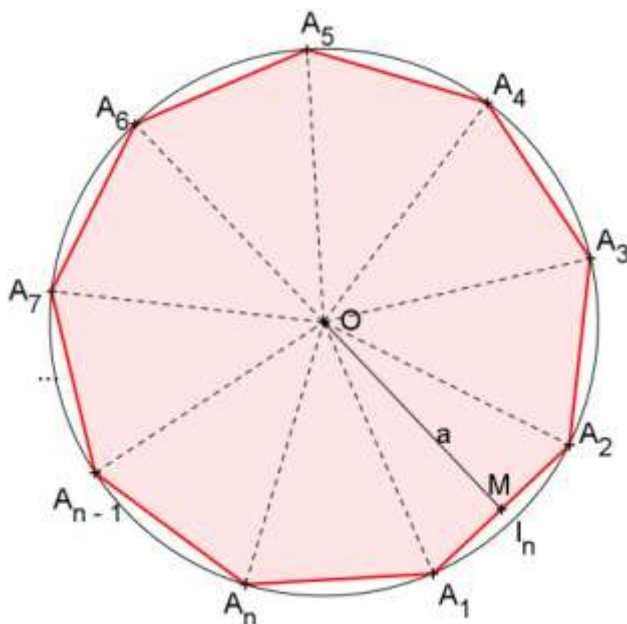
Figura 3 – Um paralelogramo dividido em dois triângulos congruentes



Como $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ e \overline{AC} é um segmento comum aos triângulos ABC e CDA, tem-se que $\Delta ABC = \Delta CDA$ e, pelo critério LLL, possuem áreas iguais, ou seja, $A_{ABCD} = A_{ABC} + A_{CDA} = 2 \cdot A_{ABC} \Rightarrow A_{ABCD} = 2 \cdot A_{ABC} \Rightarrow A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$. (p.120)

Já para as próximas demonstrações, os mesmos autores definem apótema de um polígono regular como o segmento com uma extremidade no centro do polígono e a outra no ponto médio de um lado. Com isso, procura-se provar que a área de um polígono regular de n lados, inscrito em uma circunferência de raio r é igual à metade do produto do comprimento do apótema pelo comprimento do perímetro. Então, consideram um polígono regular de n lados e com segmentos de extremidades no centro O que passam pelos vértices do polígono. Logo, o polígono fica dividido em n triângulos equivalentes, todos com a mesma altura a e mesma base l_n , conforme mostra a figura:

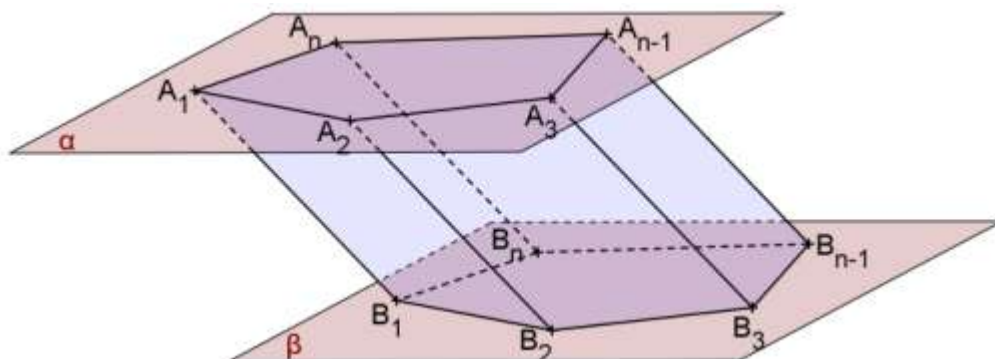
Figura 4 – Um círculo dividido em n triângulos congruentes



Como mostrado anteriormente, a área de um triângulo é dada pela metade do produto entre sua base e a altura. Portanto, a área de cada triângulo será: $A = \frac{a \cdot l_n}{2}$. A área do polígono será a soma das áreas destes triângulos, logo $A_{A_1.A_2...A_n} = A_{OA_1A_2} + A_{OA_2A_3} + A_{OA_3A_4} + \dots + A_{OA_{n-1}A_n} = n \cdot \frac{a \cdot l_n}{2}$. Contudo, o perímetro $2p$ de um polígono regular é igual ao produto entre o número de lados e o comprimento de um de seus lados, isto é, $2p = n \cdot l_n$. Portanto, $A_{A_1.A_2...A_n} = n \cdot \frac{a \cdot l_n}{2} = 2p \cdot \frac{a}{2} = a \cdot p$, onde p é o semi-perímetro e a é o apótema do polígono (p.124). Unindo a conclusão desta demonstração com o conceito de limites, foi possível deduzir a fórmula da área de um círculo, pois, considerando o número de vértices de um polígono regular tendendo ao infinito, a medida de l_n tende a zero, e o apótema do polígono tende ao raio da circunferência circunscrita. Logo, a área de um círculo de raio r será: $A = p \cdot a = \pi r \cdot r = \pi \cdot r^2$.

Sabendo como calcular a área de algumas figuras planas e tendo em vista as habilidades EF09MA19, EM13MAT309 e EM13MAT504, é importante que os alunos conheçam bem o conceito de volumes. Para introduzir este conceito, Costa et al. (2012) apresentam a definição de alguns sólidos geométricos, a começar pelo prisma que, dados dois planos α e β distintos e paralelos, o polígono $A_1A_2 \dots A_n$ em α e o ponto B_1 em β , obtêm-se B_2, B_3, \dots, B_n tais que $A_1B_1 // A_2B_2 // \dots // A_nB_n$. Os pontos $A_1, B_1, A_2, B_2, \dots, A_n, B_n$ são vértices de um poliedro denominado prisma. (p.150).

Figura 5 – Um prisma oblíquo seccionado por um plano alfa e um plano beta

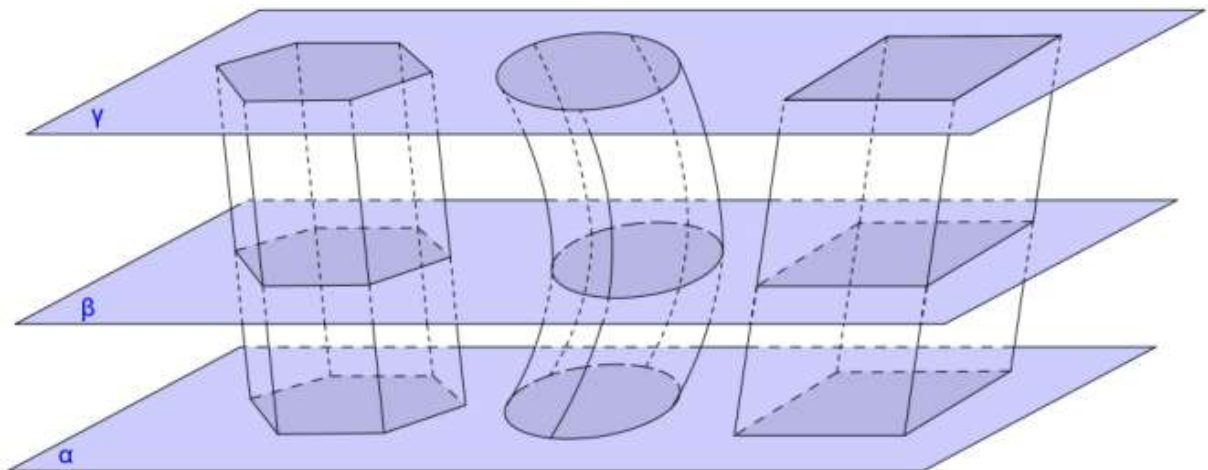


Além da definição geral de prisma, são definidos também alguns exemplos, como o paralelepípedo, que é um prisma cujas bases são paralelogramos, o

paralelepípedo retângulo, que é um prisma reto cujas bases são retângulos e o cubo, que é um paralelepípedo retângulo cujas arestas são congruentes.

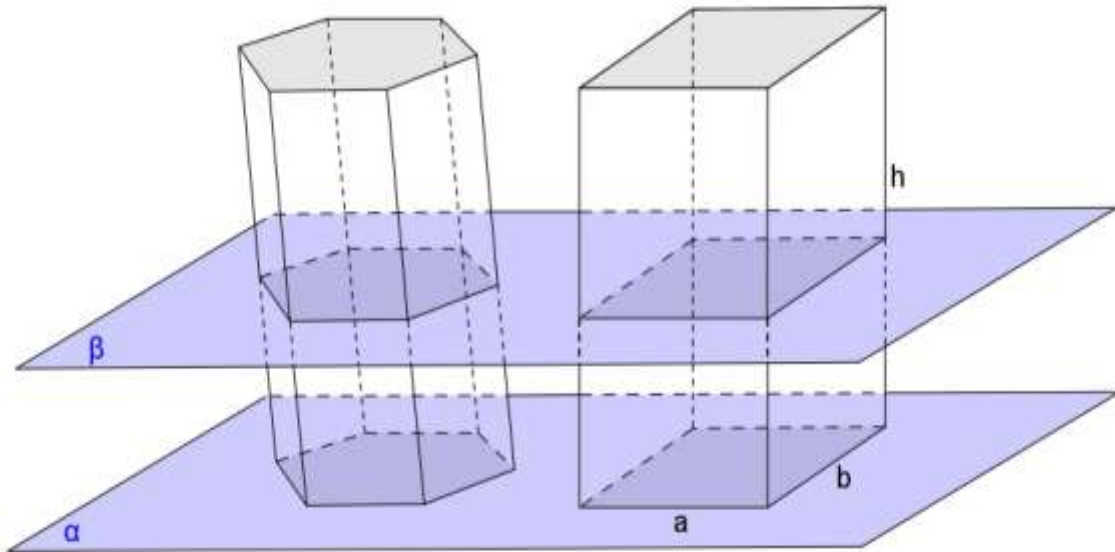
Quando comparadas duas figuras geométricas, o volume de um sólido é um número real positivo associado a ele tal que sólidos congruentes têm o mesmo volume e, através de um axioma citado pelos autores, o volume de um paralelepípedo retângulo de arestas a , b e c é $V = a \cdot b \cdot c$, ou seja, é dado pelo produto da área da base pela altura. Com todos esses conceitos definidos, é introduzido o princípio de Cavalieri (ou postulado de Cavalieri) que diz “dados alguns sólidos e um plano, se todo plano paralelo ao plano dado que intercepta um dos sólidos interceptar também os outros e se as seções assim obtidas tiverem áreas iguais, então os sólidos têm volumes iguais”.

Figura 6 – Três sólidos oblíquos seccionados por um plano alfa e um plano beta



A intenção é fazer um comparativo entre um paralelepípedo retângulo e um outro prisma de base equivalente à base do paralelepípedo, mas de outro formato, e ambos com alturas iguais, a fim de expressar uma ideia sobre seu volume e mostrar que é possível calcular o volume de um prisma qualquer, utilizando o princípio de Cavalieri. Então, apoiadas as bases desses prismas em um plano α , considera-se um plano β , paralelo ao plano α , que intercepte os sólidos em suas seções transversais, conforme mostra a ilustração (p. 154)

Figura 7 – Um prisma e um paralelepípedo seccionados por um plano beta



Então, de acordo com os autores, “como as seções transversais de um prisma são congruentes às suas bases e as bases dos dois prismas são equivalentes, as seções determinadas pelo plano β são equivalentes. Assim, pelo princípio de Cavalieri, os sólidos são equivalentes. Como o volume do paralelepípedo retângulo é dado pelo produto da área da base pela altura ($a \cdot b \cdot h$) e a área da base do paralelepípedo é a mesma que a do prisma, então o volume do prisma é dado pelo produto da área da base pela altura”. Ou seja, uma vez que se saiba calcular a área da base de um prisma, basta multiplicar pela altura do mesmo para obter o valor numérico associado ao seu volume.

Analogamente, podemos utilizar o mesmo raciocínio com um cilindro. Ainda de acordo com os autores, um cilindro é definido como “um prisma de base regular com o número de vértices das bases tendendo ao infinito” (p. 167). Conseqüentemente, o cálculo do seu volume também será dado pelo produto entre a altura e a área da base, sendo esta um círculo cuja área, já demonstrada anteriormente, é dada por $A = \pi \cdot r^2$.

Para este trabalho, procurou-se selecionar bem os conteúdos matemáticos, embasá-los com suas definições, axiomas e demonstrações e correlacioná-los com habilidades e competências da BNCC.

1.7A matemática lúdica no desenvolvimento de habilidades

O trato de habilidades e competências é trabalhado em documentos e normas como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Não é visto apenas como

importante, mas sim como um ponto central da educação, pois a criança deve adquirir e evoluir habilidades tanto pessoais quanto habilidades de socialização.

Essencial é a atenção que devemos dar ao desenvolvimento de valores, habilidades e atitudes desses alunos em relação ao conhecimento e às relações entre colegas e professores. A preocupação com esses aspectos da formação dos indivíduos estabelece uma característica distintiva desta proposta, pois valores, habilidades e atitudes são, a um só tempo, objetivos centrais da educação e também são elas que permitem ou impossibilitam a aprendizagem, quaisquer que sejam os conteúdos e as metodologias de trabalho.(BRASIL, 1998, p.42)

No ramo específico da Matemática, as competências e habilidades estão divididas em três itens, cada qual com seus respectivos subitens. Estes são: Representação e comunicação; investigações e compreensão; e contextualização sócio-cultural.

Em representação e comunicação, podemos destacar: ler e interpretar textos de Matemática; ler, interpretar e utilizar representações matemáticas e utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e comunicação. Fica evidente a necessidade de se trabalhar a interpretação na área da Matemática e o livro-jogo é bem enfático nesse aspecto. Dentro de sala de aula, espera-se que o livro-jogo seja aplicado com o auxílio de computadores e celulares, a fim de inserir qualitativamente a tecnologia no ambiente escolar.

Em investigações e compreensão, podemos destacar: identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc); procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; interpretar e criticar resultados numa situação concreta; e discutir ideias e produzir argumentos convincentes. Ressaltamos mais uma vez a importância da interpretação dentro da matemática, agora associando com situações do cotidiano. Diante de uma situação problema, é necessário investigar, interpretar, deduzir uma solução, testar, verificar sua validade e, no caso de erro, corrigi-la. No último subitem, os jogos cooperativos permitem esse debate de ideias e produção de argumentos dentro de um grupo.

Em contextualização sócio-cultural, podemos destacar: desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real e utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. Com o avanço tecnológico, os professores vêm inserido aparelhos

eletrônicos em suas aulas diárias ou em dinâmicas periódicas. De maneira análoga, os jogos matemáticos também têm essa permissividade, podendo ser mais explorado com os recursos que um computador ou um celular traz consigo. Os aparatos tecnológicos exercitam algumas habilidades específicas que são pouco ou não são trabalhadas por outros meios.

Não somente os PCN, mas também a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta a importância de associar a Matemática com o cotidiano. Todavia, tal fato não é um objetivo único, pois ela é muito enfática na atenção que os professores devem dar ao trato de habilidades em cada ano escolar, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. Neste documento, são discriminados o que é esperado que os alunos aprendam em cada série e as habilidades e competências a serem trabalhadas.

Cumpra também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto. (BRASIL, 2017, p.299)

Em seu trabalho, Proença (2014) fala do ensino por meio da resolução de problemas, sob o ponto de vista de alguns autores, onde cada um dos mesmos divide a resolução de um problema contextualizado em etapas. Baseado em Brito (2006), que enumerou quatro etapas de resolução, o autor explicita:

A representação está relacionada à compreensão que a pessoa faz de um problema, o que, no caso de um problema de Matemática, pode evidenciar se compreendeu, por exemplo, os termos matemáticos. O planejamento sugere que a pessoa apresente uma estratégia para resolver os problemas, o que pode envolver tentativa e erro, uso de conhecimentos matemáticos aprendidos anteriormente, diagramas, desenhos, quadros etc. Na execução, a pessoa deve desenvolver a estratégia, calculando, desenhando etc. Por fim, o monitoramento implica em rever a estratégias utilizadas, se há erros etc., e se a resposta é coerente ao problema resolvido. (PROENÇA, 2014, p.3)

As estratégias para solucionar problemas podem ser feitas de maneira tradicional, contudo a Matemática lúdica é uma alternativa muito viável também. Os jogos matemáticos, por sua vez, têm um papel muito importante nesse processo. De acordo com Lapa (2017):

Por intermédio dos jogos podemos desenvolver habilidades tais como a oralidade, a escrita, o cálculo (inclusive o cálculo mental), a colaboração, o respeito às regras, o controle do tempo e tantos outros. Os jogos, brincadeiras em geral, treinam a memória, a concentração, a atenção, despertam a imaginação e criatividade, possibilitam a socialização, o respeito ao outro e às diferenças. Os jogos ensinam, inclusive, a lidar com a perda, com a derrota. Importante aprendizado para a vida. (LAPA, 2017, p.21)

Esse treinamento e aprimoramento de habilidades que advêm do uso de materiais lúdicos pode ser realizado em qualquer etapa da educação. No ensino fundamental I, os professores pedagogos trabalham muito com o concreto, utilizando objetos coloridos e manipuláveis, para que cada etapa do desenvolvimento infantil seja atingida. Em relação ao ensino fundamental II, sendo mais específico na área matemática, trabalham-se consideravelmente operações e ferramentas que serão utilizadas nas etapas posteriores. Então, há jogos que servem de fixação ou introdução a estes conteúdos, como por exemplo, a Batalha Naval que é utilizada para treinar a visão de coordenadas no plano cartesiano.

No ensino médio, o uso de jogos é menos frequente, porém sua utilização tem grande valia, já que nessa faixa etária, muitos adolescentes apreciam jogos digitais. Então, pode-se utilizar destes para trabalhar com realidades virtuais ou até mesmo para revisar conteúdos vistos nas séries anteriores. Já no ensino superior, a importância dos materiais lúdicos está mais voltada para os cursos de graduação ligados à área da educação, pois cada um deles possui disciplinas específicas onde são trabalhadas elaborações de notas de aula, planejamentos e, principalmente, abordagens diferenciadas para o ensino básico. Uma vez que se realize uma boa preparação para os aspirantes a docentes, apresentando e instruindo plenamente ferramentas tecnológicas e lúdicas, a partir da interação dos futuros educadores com estes materiais, haverá um enriquecimento de suas futuras práticas aos discentes.

Ou seja, um tipo de jogo não é restrito a uma faixa etária específica, podendo ser recomendado a qualquer outro segmento. Por exemplo, é possível que se utilize

de jogos digitais com alunos do ensino fundamental II. A respeito disso, Barros (2020) observa que:

Os jogos digitais podem oferecer alguns benefícios ao processo de ensino e aprendizagem, tais como: efeito motivador; facilitador do aprendizado; desenvolvimento de habilidades cognitivas; aprendizado por descoberta; experiência de novas identidades; socialização; coordenação motora e comportamento *expert*.(BARROS, 2020, p.15)

Então, incentivar o uso de jogos matemáticos concretos ou digitais fará com que as crianças e adolescentes evoluam consideravelmente. Essa evolução também é observada e estudada pelo campo psicológico. Para Fiorentini e Miorim (1990):

(...) gostaríamos de dizer algumas palavras sobre outra corrente psicológica: o behaviorismo, que também apresenta sua concepção de material, e principalmente, de jogo pedagógico. Segundo Skinner (1904), a aprendizagem é uma mudança de comportamento (desenvolvimento de habilidades ou mudanças de atitudes) que decorre como resposta a estímulos externos, controlados por meio de reforços. A matemática, nessa perspectiva, é vista., muitas vezes, como um conjunto de técnicas, regras, fórmulas e algoritmos que os alunos têm de dominar para resolver os problemas que o mundo tecnológico apresenta.(FIORENTINI; MIRIM, 1990, p.3)

E acrescentam “Os jogos pedagógicos, nesta tendência, seriam mais valorizados que os materiais concretos. Eles podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades.”(p.3)

Os jogos podem ser jogados individualmente ou coletivamente. E partindo da ideia de que vivemos em sociedade e os ambientes de trabalho funcionam em equipe, é conveniente que sejam incentivadas em sala de aula mais atividades desse porte. Quando é aplicada uma tarefa em grupo, os alunos treinam habilidades de exposição de ideias, argumentação, interpretação de informações recebidas, entre outras. Para Lapa (2017):

As atividades lúdicas guardam em si a capacidade de desenvolver estratégias, o senso de observação, da reflexão, do raciocínio lógico, tão importantes para a matemática. É no trabalho em grupo mediado pelo professor, e com a motivação característica que as atividades lúdicas provocam, que o aluno consegue trabalhar e desenvolver sua capacidade de argumentação, concordando ou discordando com a posição defendida pelos seus colegas. Tal condição certamente tem impacto na sua auto estima e autoconfiança (LAPA, 2017, p. 21 e 22)

Tamanha é a importância de aplicar jogos lúdicos cooperativos que Smole, Diniz e Milani (apud. Lapa) citam (p.23) algumas habilidades desenvolvidas neste tipo de atividade:

Smole, Diniz e Milani: O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estritamente relacionadas ao assim chamado raciocínio lógico. As habilidades desenvolvem-se porque, ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada: refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. (SMOLE, 2007, apud LAPA, 2017)

No pensamento dos autores, essas e outras habilidades se desenvolvem na interação entre os envolvidos, pois, através da comunicação, pontos de vistas são defendidos de maneira crítica e confiante.

Contudo, as habilidades específicas de cada disciplina devem ser trabalhadas em comunhão, pois a vida é interdisciplinar. Uma vez que não haja certa competência em interpretar textos, será mais difícil interpretar as situações do cotidiano.

1.8O livro-jogo no desenvolvimento de habilidades facilitadoras para o aprendizado de Matemática

Além das habilidades e competências citadas pela BNCC e pelos PCN, há também aquelas que são próprias da natureza humana e primordiais para o aprendizado da Matemática e, por conseguinte, para o cotidiano. Uma vez que essas habilidades a serem desenvolvidas evoluam a um nível de competências, o aluno que tem dificuldades em Matemática poderá equiparar-se aos que têm facilidade em aprendê-la. Ao longo deste trabalho, foram citadas por outros autores diversas habilidades que são trabalhadas quando é aplicado um material lúdico. Baseado nessas premissas, serão citadas, do ponto de vista do autor desta pesquisa, maneiras de como o livro-jogo poderá ser utilizado a fim de aprimorar diversas dessas habilidades, como por exemplo: memorização, tomada de decisão, lógica, leitura, interpretação, cálculos, organização, análise de dados e socialização, incluindo autonomia, determinação, respeito às regras, pensamento crítico e, embora não seja uma habilidade, mas é importante ressaltar, a motivação.

A primeira habilidade a ser ressaltada é a memorização. Muitas pessoas confundem a habilidade de memorização com simplesmente decorar. Por definição, a memorização é o ato ou efeito de lembrar, conservar ou fixar na memória. A Matemática não deve ser decorada, mas sim aprendida. Todavia, há alunos que compreendem um conteúdo momentaneamente, geralmente na hora da explicação do professor, porém esquecem do que aprenderam não muito tempo depois. Uma vez que se trabalhe memorização, o aprendizado dos conceitos se torna permanente, além, é claro, de recordar das fórmulas utilizadas nas disciplinas de exatas. O aprendizado da Matemática vem muito da prática, pois quão mais se pratica, mais se memoriza. O livro-jogo desenvolve a memorização quando o aluno vai relendo a história, a fim de construir novos caminhos, recordando dos conceitos que utilizou para responder as perguntas propostas no livro-jogo.

Além da memorização, uma habilidade muito importante na resolução de exercícios é a determinação. Há alunos que tentam resolver uma questão e, no primeiro erro ou primeiro obstáculo encontrado, desistem, pois tem dificuldades em lidar com falhas. O livro-jogo trabalha esse aspecto quando o leitor acaba fazendo um final ruim e perseveram até chegarem em um final bom, fato este que justifica os diferentes tipos de desfechos. Esta característica assemelha-se a uma postura de um pesquisador investigador. O leitor-jogador testará teorias, novas formas de pensar, pois, assim como na Matemática, há diversos caminhos que chegam no resultado correto, bastando verificar qual é a melhor estratégia a seguir. Arelada à perseverança, está também a habilidade de tomada de decisão. Além do medo de errar, muitos alunos são inseguros e o livro-jogo é uma ferramenta que trabalha a confiança.

Dado que trata-se de uma ferramenta onde pode-se jogar individualmente ou coletivamente, o livro-jogo também trabalha a socialização e a comunicação. Marcatto (apud Silva, 2016) afirma que “mesmo o jogador, nas aventuras pedagógicas, pode ser incentivado a fazer pesquisas para municiar-se de informações e aumentar suas chances de contribuir com o grupo na próxima aventura.”. Quando uma pergunta é feita ao grupo dando-lhes alternativas, é necessário que o indivíduo saiba ser crítico em sua opinião, ao mesmo tempo que respeitoso para ouvir opiniões adversas, ou seja, a habilidade de comunicação também é praticada, visto que, em um trabalho em grupo, não basta ter um bom argumento para si, mas sim conseguir externalizá-lo de maneira clara e coerente, o

que acarreta no exercício da habilidade de pensamento crítico. O aluno é levado a questionar a si mesmo e aos outros o porquê de pensar daquela maneira, fazendo com que o mesmo deixe de ter uma mente operante passando a ter uma mente pensante.

Como o objeto em questão é um livro, o livro-jogo trabalha a lógica, a leitura e a interpretação, habilidades essas fundamentais para resolver os problemas do cotidiano. E por se tratar de um jogo lúdico que traz um desafio, o livro-jogo também trabalha a concentração. Segundo Vytosky (apud Silva e Angelim, 2017) “o lúdico influencia muito o desenvolvimento da criança, pois é através do jogo que a criança aprende a agir, tem a curiosidade estimulada, adquire iniciativa e autoconfiança, além de proporcionar o desenvolvimento da linguagem, do pensamento e da concentração.”

Diante de uma problemática a ser resolvida, o leitor-jogador tem um objetivo a ser alcançado e deve focar com o intuito de atingir essa meta. Podemos, então, fazer uma relação com o ato de resolver um exercício, pois o aluno precisa concentrar-se na pergunta a ser respondida, para não utilizar os dados fornecidos de maneira errônea. Conseqüentemente, o aluno também estará exercitando as habilidades de organização e análise de dados. Se o aluno não souber como organizar as informações que ele tem disponíveis, não conseguirá responder a pergunta final. Analogamente, no livro-jogo, se o leitor não souber ler as informações disponíveis, interpretá-las e organizá-las, não conseguirá fazer uma boa escolha.

Visto que o livro-jogo é uma ferramenta lúdica, também é estimulada a motivação. Não adianta os alunos terem aptidões para aprenderem algo, se eles não sentirem vontade. Então, através do mesmo, a criança ou adolescente se sentirá mais estimulado para ler, estudar e aprender. Além disso, uma boa leitura exercita também a criatividade ao imaginar a história contada. Ainda no âmbito da Matemática lúdica, uma das características de um jogo é a presença de regras. O livro-jogo incentiva o leitor-jogador a criar uma disciplina em seguir comandos, pois uma vez que os mesmos sejam burlados, a linearidade da história será perdida.

Também não podemos esquecer de uma habilidade principal dentro da Matemática que é a realização de cálculos. Na internet, há algumas fotos com desafios lógico-matemáticos que prendem a atenção daqueles que veem, pois são utilizados alguns recursos visuais. Se esses mesmos desafios estivessem em exercícios nas salas de aula, talvez o número de alunos interessados em resolvê-los

seria menor. Então, com os livros-jogos voltados para Matemática, o aluno estará realizando seus cálculos para poderem encontrar o caminho mais próximo daquilo que eles julgam como bom. Então, se o aluno fizer os cálculos sem o auxílio de papel, estará exercitando seu cálculo mental; já na possibilidade de o aluno efetuar os cálculos utilizando as sentenças matemáticas por escrito, estará exercitando o seu cálculo também, porém de uma forma alternativa; e na hipótese de o aluno utilizar calculadora, estará inserindo mais uma tecnologia dentro da dinâmica do livro-jogo.

Após serem observadas as percepções de alguns autores e documentos acerca da matemática lúdica, aprendizagem distraída, tecnologia e desenvolvimento de habilidades, discutiremos a possibilidade de utilizar o livro-jogo como uma ferramenta pedagógica aplicável em sala de aula.

Com isto, espera-se que professores tenham conhecimento a respeito deste tipo de metodologia e avaliem as vantagens de apresentarem o livro-jogo para suas turmas. Espera-se também que os alunos consigam exercitar conceitos matemáticos, observar aplicações no cotidiano, interajam com tecnologias, divirtam-se nesse processo e reflitam sobre a importância da inserção de novas dinâmicas pedagógicas.

O livro-jogo Labirinto Matemático é de autoria do autor desta tese e foi desenvolvido com o intuito de atuar nas séries finais do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio em caráter de revisão de conteúdos. Então, também é uma boa sugestão para alunos que prestarão concursos e necessitam de materiais que abordem os conceitos matemáticos de maneira contextualizada.

Neste capítulo, será apresentada uma síntese de como foi elaborado um livro-jogo. Em seu trabalho, Cerigatto (2021) observou os impactos que a pandemia do Covid-19 trouxe para a Educação e sugeriu o livro-jogo como ferramenta para um grupo de professores. A autora constatou que a maioria dos professores preferia adquirir um material pronto, ao invés de elaborar um próprio. Além disso, a mesma disponibilizou um modelo estrutural para a construção de um livro-jogo.

Figura 8 – Fluxograma indicando a 1ª e a 2ª etapa da elaboração de um livro-jogo, segundo Cerigatto

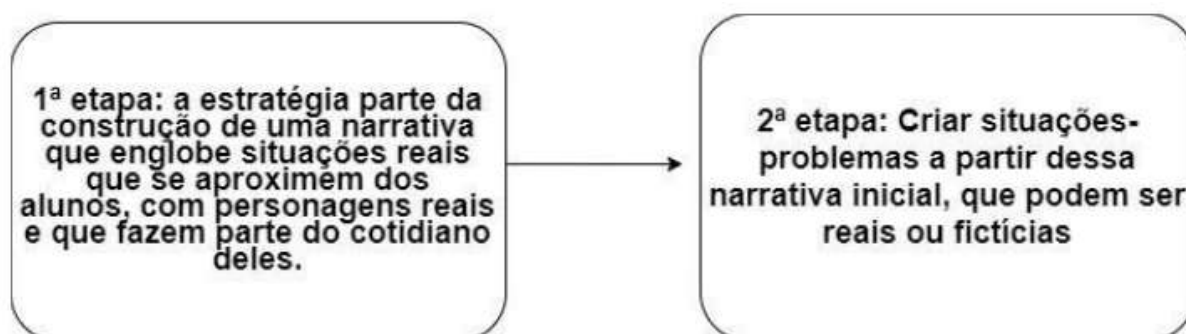
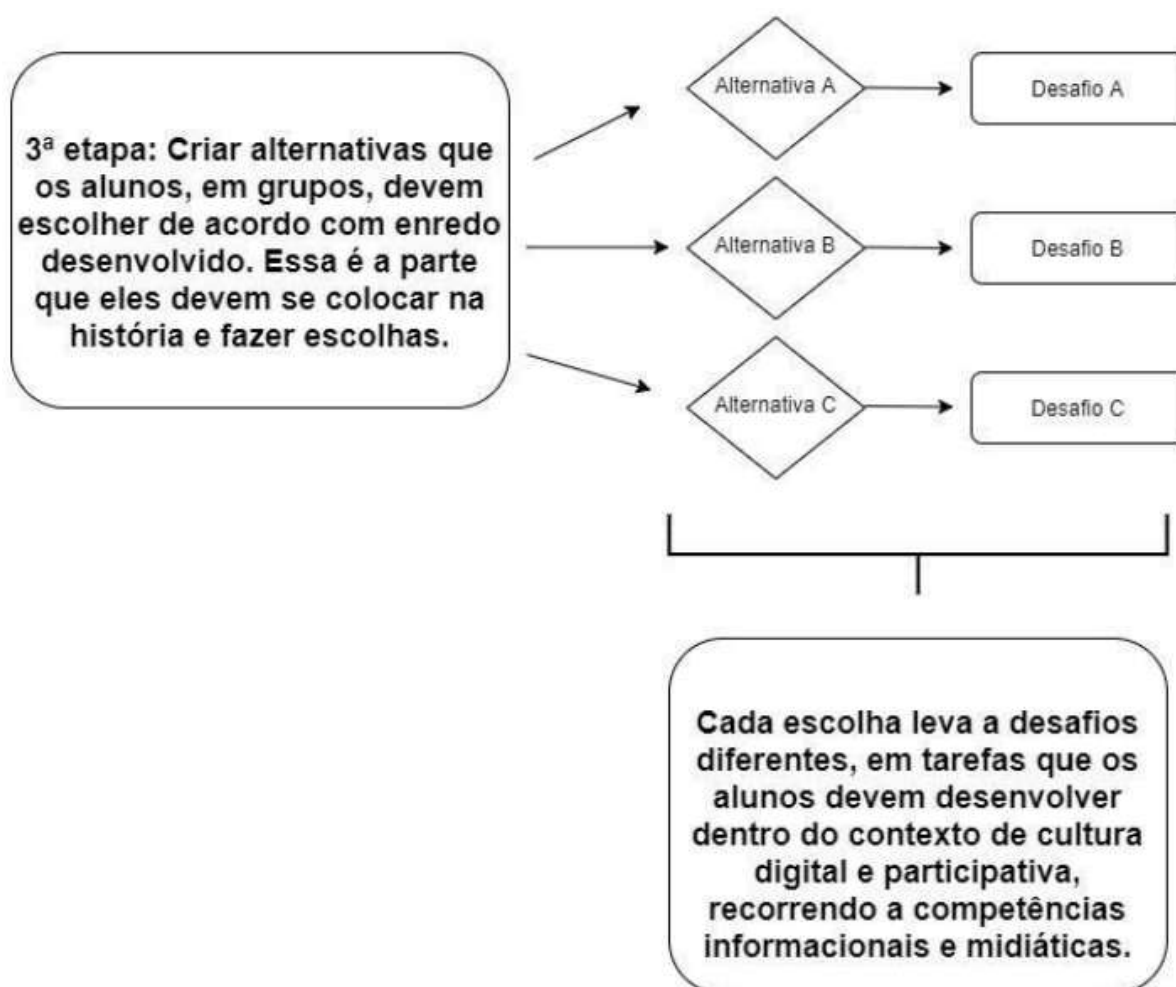


Figura 9 – Parte final do fluxograma da elaboração de um livro-jogo, segundo Cerigatto



Partindo deste princípio, com o intuito de atender às necessidades de ambos os grupos de professores, serão fornecidas algumas sugestões de temas e orientações para o caso de algum professor querer construir seu próprio material, além de anexar o livro-jogo elaborado por mim, para o caso de alguém buscar um exemplo pronto.

2.1 Formato de apresentação

Ainda que o livro-jogo possa ser facilmente impresso e distribuído para uma turma, houve a preocupação de inserir a tecnologia com este tipo de material, a fim de obter maiores ganhos, pois, além da BNCC e dos PCN, existe também a AMI, Alfabetização Midiática e Informacional, elaborada pela UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação e Cultura), mas com versões adaptadas por outros

autores. Trata-se de uma base para aumentar o acesso à informação e ao conhecimento, intensificar a liberdade de expressão e melhorar a qualidade da educação. Ela possui o intuito de trazer orientações para a formação docente, onde são citadas habilidades de letramento informacional que estão ligadas ao acesso efetivo da informação, habilidades de pesquisa e busca de informação, organização, produção da informação, entre outras.

No mundo globalmente conectado, os conhecimentos e as habilidades referentes às tecnologias computacionais devem ser desenvolvidas para que o potencial da AMI seja concretizado. No contexto das novas tecnologias midiáticas, isso inclui os conhecimentos e as habilidades de tecnologias da internet, mídia social e mídia móvel. Adaptabilidade é um princípio fundamental para obter bons resultados da AMI. Um dos objetivos principais das políticas da AMI é que os indivíduos devem aprender a adaptar seus conhecimentos e suas habilidades atuais aos processos tecnológicos e suas práticas em constante mudança quando surgem novas tecnologias (2016)

Então, a fim de também trabalhar habilidades citadas pela AMI, o livro-jogo foi produzido na sua versão virtual. Com a pretensão de uma futura e ampla divulgação desse material, foram utilizados programas de computador que são usuais para a maioria dos professores. O primeiro deles é o *Microsoft Power Point*, onde cada slide corresponde a uma página do livro-jogo. Foram feitos *hyperlinks* que ligam as escolhas das pessoas às respectivas páginas. Contudo, nem todas as escolas possuem tal ferramenta, por se tratar de um programa pago. Então, uma alternativa é utilizar qualquer leitor de imagens, onde cada imagem corresponderá a uma página e o professor deverá abrir manualmente àquela página referente a escolha dos alunos. Há a ideia de imprimir um exemplar para cada aluno, a fim de que o mesmo elabore novas histórias, trabalhando assim o conceito da aprendizagem distraída. O material estará disponível como anexo no fim deste trabalho.

2.2 Escolha do tema

Há diversas possibilidades para a escolha do enredo principal, tais como exploração de um local desconhecido, caça a um tesouro, desvendar um mistério, investigação de um crime, entre outros. No caso do livro-jogo Labirinto Matemático,

foi selecionado um tema típico de uma dinâmica chamada *Escape Room*, que consiste em acordar em um local fechado e, após resolver algumas tarefas, conseguir escapar. A imagem a seguir é a primeira página do livro-jogo Labirinto Matemático, mostrando o início da jornada a ser vivida pelo leitor-jogador.

Figura 10 – Página 1 do livro-jogo Labirinto Matemático

<p><u>Página 1:</u></p> <p>Você acorda num cômodo escuro. Não sabe onde está, como chegou lá e nem ao menos se lembra do seu nome. Entretanto, observa que há um crachá em seu pescoço com o seguinte nome: Pitágoras (Que nome legal!). E para piorar, seu celular está sem área.</p> <p>Embora não soubesse como chegou até aí, a ideia é escapar e voltar para casa. Você pega o seu celular e, com a lanterna dele, ilumina o local. Há duas portas: uma do lado esquerdo com o número 130 escrito na parte de cima e outra à frente, similar à primeira, porém com o número 45 escrito. Na parede, alguém escreveu com giz fluorescente.</p> <p style="text-align: center;">“Eu irei te testar Mas não ache que isso é um abuso Para escapar desse lugar Você deve seguir pelo ângulo obtuso”</p> <p>Se você abrir a porta da frente, vá para a página 13</p> <p>Se você abrir a porta da esquerda, vá para a página 7</p>

Esta página não apenas apresenta o tema, como também mostra já no início como funciona um livro-jogo.

2.3 Tarefas

As tarefas não são obrigatórias neste tipo de dinâmica, entretanto podem ser uma ótima oportunidade se pensarmos no livro-jogo como material pedagógico. Diante de uma situação-problema, o leitor-jogador pode tomar uma decisão unicamente pautada na história, considerando a hipótese de ausência de tarefas no livro-jogo, ou, no caso contrário, a sua decisão pode advir da resolução de uma tarefa proposta, como por exemplo, um enigma lógico. No caso da obra do autor

desta dissertação, as tarefas foram colocados no formato de exercícios sobre conteúdos matemáticos, já anteriormente mencionados. Como visto na seção anterior, dentro da primeira página, há um enigma que envolve os conceitos de ângulos agudos e obtusos. Então, o leitor-jogador deve unir os seus conhecimentos a respeito do assunto com a informação disponibilizada no texto, que são os números 45 e 130, para que possa tomar a decisão correta.

A fim de que não se perdesse o dinamismo, procurou-se colocar exercícios de resolução rápida ou imediata, pois questões que demandam muito tempo podem acabar trazendo distrações em relação à narrativa. Então, um professor de qualquer disciplina pode fazer uma seleção de questões que melhor se encaixam no enredo da história. No caso de Matemática, pode-se também utilizar de calculadora.

2.4 Escolhas que geram fracassos

Ainda remetendo ao exemplo visto na primeira página disponibilizada do livro-jogo, há uma situação onde o leitor-jogador terá que fazer uma escolha. Neste caso, há uma escolha que gerará sucesso, que corresponde à resposta correta na associação do número 130 com o ângulo obtuso, e outra que induzirá ao fracasso, que corresponde à associação do ângulo obtuso com o número 45. Ou também, há a possibilidade do leitor-jogador ter feito a associação corretamente, porém equivocou-se na escolha das portas, obtendo também uma falha.

Ao longo de toda a leitura, o leitor-jogador poderá acertar, como também poderá errar e estas escolhas que geram fracassos podem ser definitivas, levando para um dos finais negativos do jogo, ou não, dando a possibilidade do leitor-jogador continuar, porém com uma situação menos favorável do que se ele tivesse feito uma escolha correta. Então, suponhamos que no exemplo supracitado, o leitor-jogador tivesse feito a escolha errada e seguido para a página 13.

Figura 11 – Página 13 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 13:

Você entra num cômodo mais escuro ainda e que não há outras portas. No chão, está escrito com o giz fluorescente: “Infelizmente, você errou. Um ângulo obtuso tem medida entre 90° e 180° . Dessa vez, você está perdoado, mas não se acostume hein”.

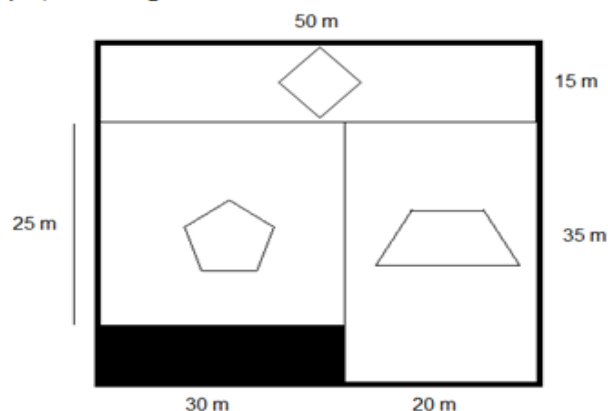
Volte para a página 1

Nesta situação, mesmo tendo falhado, o leitor-jogador terá a possibilidade de continuar a aventura, além de ver o motivo do seu erro. Uma ressalva importante é que o número de possibilidades de caminhos por situação não é restrito a dois, isto é, numa mesma situação-problema, o livro-jogo pode dar mais de dois caminhos possíveis a serem seguidos. Este recurso é utilizado quando o autor do livro-jogo não quer manter equiprováveis as probabilidades de sucesso e fracasso.

Figura 12 – Página 7 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 7:

Você encontra a porta certa. Agora, o lugar está um pouco mais iluminado, entretanto, continua sem móveis, com exceção de uma mesa com uma folha sobreposta. Ela mostra o seguinte mapa, com algumas frases embaixo.



“Eu sou o dono desse lugar. E sou muito detalhista com a minha obra de arte. Tanto até que coloquei pisos iguais nas três salas. Em uma dessas três salas, há um baú que vai ser a chave para a saída. Não se deixe guiar pelas figuras, pois a sala certa é aquela que gastei menos dinheiro para colocar o piso”.

Se você quiser ir para a sala “losango”, vá para a página 2

Se você quiser ir para a sala “trapézio”, vá para a página 4

Se você quiser ir para a sala “pentágono”, vá para a página 6

No caso da situação descrita na página 7, o leitor-jogador estaria mais suscetível a errar, pois há duas respostas erradas e apenas uma certa. Para obter sucesso, o mesmo deverá utilizar da sua habilidade de interpretação para associar a quantidade de piso com o cálculo de área, a fim de descobrir a única resposta correta, dentre as três possíveis. De modo geral, um autor pode colocar quantas possibilidades quiser. Por exemplo, pode haver uma situação onde tenha cinco possibilidades de caminhos, onde três levam ao fracasso, uma leva diretamente ao sucesso e outra também leva a um final positivo, porém por um caminho mais longo.

Um livro-jogo possui diversos finais, sendo alguns positivos e outros negativos. Um final negativo ocorrerá quando o leitor-jogador obtiver uma grande quantidade de falhas ou errar em alguma situação em que não poderia ocorrer erros. Na imagem a seguir proveniente da continuidade da história, o protagonista será colocado em uma situação de risco, onde precisará tomar uma decisão correta, que no caso, será subir pela corda da direita.

Figura 13 – Página 6 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 6:

Ao abrir a porta, você tropeça e cai numa espécie de barranco. Parece que algo está te sugando: Sim! É areia movediça. Duas cordas presas ao teto estão a sua disposição. A ponta da corda esquerda tem o formato de um losango e a ponta da corda direita tem o formato de um trapézio.

Na parede à sua frente, está escrito: Suba a corda certa até o fim e ela te levará à sala para escapar desse labirinto. Suba a corda errada e... pensando bem, é melhor subir a corda certa.

A corda certa é aquela que mostra um quadrilátero com apenas um par de lados paralelos.

Se você subir a corda esquerda, vá para a página 8.

Se você subir a corda direita, vá para a página 4.

Na suposição de o leitor-jogador escolher subir a corda da esquerda, seguindo para a página 8 e, conseqüentemente, obtendo assim uma falha, o mesmo irá, sem ter prévio conhecimento, encontrar um dos finais negativos do jogo.

Figura 14 – Página 8 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 8:

Você decide subir a corda da esquerda. Quando estava quase chegando no fim, a corda arrebenta e você acaba caindo desacordado. Ao acordar, você está em um hospital cuidando dos seus ferimentos. Uma boa notícia é que você se lembra de quem você é. A má notícia, é que no dia seguinte, terá prova de matemática e você não poderá ir. Aproveite o tempo para estudar um pouco mais alguns conceitos de Geometria.

FIM

Então, na elaboração de um livro-jogo, o autor deve colocar diversos finais negativos, diferenciando ou não, o grau de intensidade de cada encerramento.

2.5 Escolhas que geram sucesso

Analogamente às escolhas que geram fracasso, há também aquelas que geram sucesso, onde este pode advir da resolução correta de uma tarefa ou simplesmente de uma tomada de decisão coerente com o enredo de uma história. O acúmulo de sucessos fará com que o leitor encontre um final plenamente satisfatório ou parcialmente satisfatório. Por exemplo, suponhamos que haja um livro-jogo tenha como situação um personagem policial que deve resgatar sua esposa e prender um bandido. Há diversos finais positivos e negativos que podem ser formulados, onde o melhor final seria o protagonista atingir os dois objetivos, ou seja, salvar a esposa e prender o meliante, e o pior final seria a situação contrária, isto é, o protagonista não salvar a esposa e o criminoso escapar. Contudo, há outras combinações possíveis, o que caracterizaria um final parcialmente positivo (ou parcialmente negativo), como o protagonista salvar a esposa, mas deixar o bandido escapar ou conseguir prender o bandido, contudo não conseguir salvar a esposa.

No caso do livro-jogo Labirinto Matemático, o protagonista está tentando escapar de um lugar desconhecido e, no final, descobre que tem prova. Abaixo,

serão disponibilizados dois finais, onde, respectivamente, um é determinado como o melhor possível e o outro é parcialmente satisfatório.

Figura 15 – Página 3 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 3:

Ao chegar do outro lado, você olha pela janela e vê sua liberdade! Mas falta um desafio: retornar ao chão. Então, você tenta descer por uma árvore, mas acaba escorregando e caindo.

Só que isso foi bom, pois, ao bater com a cabeça, você se lembra quem você é e lembra também que terá prova final agora de Matemática. Por sorte, esse labirinto fez você treinar para a prova. Após terminá-la, você tira o seu primeiro 10! E ainda passou de ano! Tomara que haja mais labirintos desses nas próximas provas.

FIM

Figura 16 – Página 11 do livro-jogo Labirinto Matemático

Página 11:

Ao colocar o cubo e o cilindro na balança, o braço onde estava o cubo desceu mais e quebrou. Nisso, cai uma chave no chão. Você testa no cadeado da direita, mas falha ao tentar abrir. Ao testar no cadeado da porta esquerda, você abre a porta. Lá dentro, você vê uma pá e um mapa com a seguinte frase “ache o X”. Até passa pela sua cabeça ser o enunciado de uma questão de equação, mas faz muito mais sentido ser um local para você ir.

Ao ir nessa mesma sala, onde está o X, você começa a cavar. Não muito tempo depois, você acha um alçapão. Esperançoso pela saída, você o abre de maneira desajeitada e acaba caindo onde quer que seja. Ao se levantar, observa que está na sala da direção. Parece que você deixou que um monte de terra caísse na cabeça do diretor, o que lhe acarretará uma suspensão. Logo na SEMANA DE PROVAS! Que azar!

FIM

No final da página 3, o protagonista não apenas conseguiu escapar, como também conseguiu aprender os enigmas matemáticos do labirinto e obter nota máxima na sua prova. Já no final da página 11, o protagonista conseguiu sair do local onde estava, porém foi suspenso e não conseguirá fazer a prova. Ao todo, há 6 possíveis finais no livro-jogo Labirinto Matemático.

Em suma, uma vez definidos a forma de apresentação, seja física ou virtual, o tema, os finais positivos e negativos, e as situações-problemas, onde estarão disponibilizadas as tarefas referentes à respectiva disciplina, ficará mais fácil elaborar um livro-jogo, pois é um material produzido com baixo custo, utilizando, em sua maioria, criatividade.

CONCLUSÕES

Considero que há muitas vantagens em se trabalhar com Matemática lúdica ou tecnologia. Quando juntas, os ganhos podem ser potencializados. Há diversas habilidades e competências que podem ser desenvolvidas com ambas as áreas, sejam no aspecto cognitivo, social ou afetivo. Dentro desses âmbitos, foram citadas as habilidades de atenção, concentração, memorização, raciocínio lógico, cálculo, escrita, leitura, interpretação, criatividade, socialização, resolução de problemas, trabalho em equipe, autonomia, pensamento crítico, além de aspectos importantes tais como o respeito às regras e a motivação. Também foram mencionadas habilidades mais voltadas para o uso de TICs, como, localizar e acessar informações relevantes, avaliar conteúdos de forma crítica em termos de credibilidade, fidelidade e finalidade, extrair, sintetizar e organizar informações, entre outras.

Ainda que mais voltadas especificamente para a Matemática, também foram mencionadas habilidades extraídas da Base Nacional Comum Curricular. Além da BNCC, os PCN, a AMI e as Diretrizes para a Computação Básica incentivam o uso de jogos lúdicos ou a tecnologia em sala de aula. Pautado em tais documentos, foi elaborada uma ferramenta pedagógica no formato de livro-jogo.

Existem autores de diversas disciplinas que já estão implementando esse tipo de atividade em suas salas de aulas e observando os ganhos. No caso deste projeto, um dos fatores que procurou-se investigar foi a reflexão de quais habilidades o livro-jogo pode trabalhar e de que maneira. Observou-se que muitas das habilidades citadas por outros autores a respeito de jogos lúdicos encontravam-se no livro-jogo, concluindo que o mesmo poderia ser efetivamente um material pedagógico, como por exemplo, um livro paradidático. Em outra perspectiva, através de atividades, o livro-jogo é uma boa oportunidade para reforçar conteúdos matemáticos, aplicados em situações do cotidiano, sendo esta e o trato de habilidades os dois principais objetivos da Educação.

Embora haja uma gama de livros-jogos disponíveis na internet, um professor pode elaborar seu próprio material. É um objeto de baixo custo, não exige grandes conhecimentos sobre *softwares* em geral, podendo ser feito basicamente utilizando uma apresentação de Power Point com *hyperlinks*, e o tempo de elaboração pode ser curto, de acordo com o grau de criatividade do professor.

Como material lúdico, o mesmo pode ser apresentado através do uso de tecnologias. Então, é dado como sugestão, que seja feita uma atividade em que uma turma seja dividida em grupos e o livro-jogo seja transmitido para todos, através de uma apresentação de slides projetada em uma tela. A cada situação, os grupos conversariam entre si de qual seria o melhor caminho a seguir. Nessa estratégia, o livro-jogo estará trabalhando habilidades de socialização entre os alunos, pois os mesmos estarão defendendo seus respectivos pontos de vista, a fim de tomarem a melhor decisão.

Todavia, recomenda-se também a aplicação do livro-jogo não fique restrita à sala de aula. Então, o professor pode imprimir um exemplar e entregar para cada aluno, com o intuito de que cada um faça novos caminhos em suas casas. Esta estratégia estará estimulando que o aluno faça os deveres de casa, o que hoje em dia é um dos grandes problemas encontrados nas escolas, desenvolvendo o aspecto exploratório do aluno, trabalhando concomitantemente com a autonomia e a aprendizagem distraída.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, C. C. O Ensino da Matemática para o Cotidiano. Universidade Tecnológica Federal do Paraná Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação. Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino. Medianeira, 2013.

ANJOS, C. A. et al. RPG e suas Vertentes “Livro-Jogo”. Inova+ Cadernos de Graduação da Faculdade da Indústria. No 2/V.1, p. 310-332, Fev. 2021.

APRINASTUTI, C. (2020). Developing 21st century skills for elementary school students grade I by implementing Indonesia tradisional games in mathematic learning. Proceedings of International Conference on Progeessive Education (ICOPE 2019), 422, 80-82. Disponível em: <https://www.atlantis-pres.com/proceedings/icope-19/125937591>, 17 Abril 2020.

BARBOSA, B. S. et al. Os jogos matemáticos podem auxiliar a discalculia?. Revista ESPACIOS, Vol. 38, Nº 35, Pág. 3, 2017.

BARROS, V. L. A. Ensino de Matemática através dos Jogos Digitais. Série Educar, v 15, cap 2, p 13-17, 2020

BERALDI, G. et al. Lazer produtivo: uma proposta de aprendizagem distraída para a disciplina desenho geométrico, e-Mosaicos, v. 6, p. 162-175, 2017. Disponível em: <http://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/e-mosaicos/article/viewFile/28748/21446>

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL, Diretrizes para ensino de Computação na Educação Básica. Sociedade Brasileira de Educação (SBC), 16 Agosto, 2017. Disponível em : <https://www.sbc.org.br/educacao/diretrizes-para-ensino-de-computacao-na-educacao-basica>

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais (Ensino médio): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília, 1999. 58p.

BRASIL. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais –3oe 4ociclos do ensino fundamental. Geografia. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BZUNECK, J. A., MEGLIATO, J. G. P., RUFINI, S. É. Engajamento de adolescentes nas tarefas escolares de casa: uma abordagem centrada na pessoa. Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, SP. Volume 17, 151-161, Nº 1, Jan/Jun. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572013000100016&lng=en&nrm=iso>.

CERIGATTO, M. P Construindo Conhecimento por meio de Jogos Digitais com Narrativas Interativas: Engajamento na Cultura Participativa em Aulas Remotas. EaD em Foco, v. 11, n. 2, e1242, 2021.

COSTA, D. M. B. et al. Elementos de geometria: geometria plana e espacial. UFPR, Curitiba, 2012.

DANELLI, A., Post, E., KAMPHORST, E. M., Ana Paula do Prado Donadel, A. P. P., Boeri, C. N, Kamphorst, C. H. A Utilização da Tecnologia Lúdico-Educativa no Ensino de Matemática. IV Seminário Institucional Integrador de Iniciação à Docência, PIBID - URI, Dez. 2014.

DOMINGOS, A. A. STORYTELLING: Evolução, Novas Tecnologias e Mídia. Intercom – Sociedade Brasileira de Estudos Interdisciplinares da Comunicação, Curitiba, set. 2009.

DORNELES, T. M. As Bases Neuropsicológicas da Emoção: um diálogo acerca da aprendizagem. Revista Acadêmica Licenciaturas, Ivoti, v. 2, n. 2, p. 14-21, jul./dez. 2014.

FALKEMBACH, G. A. M. O Lúdico e os Jogos Educacionais. CINTED, UFRGS. 2007.

FIorentini, D.; Miorim, M, A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FRANÇA, R. S.; TEDESCO, P. C. A. R. Sertão.Bit: Um livro-jogo de difusão do pensamento Computacional. VIII Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE 2019), DOI: 10.5753/cbie.wcbie.2019.278, 2019.

GRAVINA, M. A., SANTAROSA, L. M. C. A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados. PGIE-UFRGS Informática na Educação : teoria & prática. V. 2, p. 73/88, Nº 1, maio, 1999.

GRIZZLE, A., CALVO, M. C. T. Alfabetização Midiática Informacional: diretrizes para a formulação de políticas e estratégias. Brasília: UNESCO, Cetic.br, 2016. 204 p.; ilustr.

KAPP, K.M. The gamification of learning and instruction; case-based methods and strategies for training and education. New York: Pfeiffer: Na Imprint of John Wiley & Sons, 2012.

KRANZ, C. R. Jogos na Educação, Matemática Inclusiva. XIII CIAEM – IACME, UFRN, Recife, 2011

LAPA, L. D. P. A ludicidade como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática : passeando por Brasília e aprendendo geometria. Experiências numa escola da periferia do Distrito Federal. Brasília, 2017.

LONGO, W. A escola não é mais aquela... Disponível em: <<https://www.linkedin.com/pulse/escola-n%C3%A3o-%C3%A9-mais-aquela-walter-longo/>>. Acesso em: 15 out. 2020

MAIA, L. S. L. Matemática concreta X Matemática abstrata: mito ou realidade? In: ANPEd, 23, 2000, Caxambu. Anais... Caxambu, 2000. 1 CD-ROM (Histórico).

OLIVEIRA, G. G. Neurociências e os processos educativos: um saber necessário na formação de professores. Minas Gerais, 2011.

OLIVEIRA, D. C.; KOTTEL, A. Determinantes comportamentais e emocionais do processo ensino-aprendizagem. Caderno Intersaberes, vol. 5, n.6, p.1-12, ISSN 2317 – 692x, dezembro, 2016.

PABÓN-GÓMEZ, J. Las TICs y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. Eco.Mat. 2014; 5(1): 37-48.

PIMENTEL, A. G.; ARAGON, G. T. Jogo Educacional e meio ambiente : adaptação de um livro-jogo para alunos com deficiência visual. Areté, Manaus, v.12, n.25, ISSN: 1984-7505, jan-jun, 2019

PROENÇA, M. C. O Ensino por Meio da Resolução de Problemas: Conhecimentos e Perspectivas de Professores de Matemática do PDE. XII EPREM, Universidade Estadual de Maringá, Campo Mourão, set, 2014.

RICCETTI, V. P. Jogos em grupo para educação infantil. Educação Matemática em Revista, São Paulo, n.11, p.18-25, Dez. 2001.

SANTOS, P. J. S. et al. Paradidáticos de matemática: uma proposta lúdica de (re) escrita textual utilizando o software. 7ª JICE - Jornada de iniciação científica e extensão, ISSN 2179-5649, IFT, Tocantins, 2016

SARTORI, A. Educomunicação e sua relação com a escola: a promoção de ecossistemas comunicativos e a aprendizagem distraída. Revista Comunicação Mídia e Consumo (ESPM), São Paulo, v.7, n.19, p. 33-48, jul.2010.

SEGANTINI, P. H. Os jogos lúdicos no processo de ensino-aprendizagem da matemática. 2013. 43 f. Monografia de Especialização (Métodos e Técnicas de Ensino) - UTFP, Medianeira, 2013.

SILVA, A. S. A importância dos jogos matemáticos nas salas de aula em plena era virtual. Rio de Janeiro, 2013.

SILVA, J. A. L., OLIVEIRA, F. C. S., MARTINS, D. J. S. Storytelling e gamificação como estratégia de motivação no ensino de programação com Python e Minecraft. In ProceedingsofSBGames. p. 987–990, 2017.

SILVA, J. S.; SILVA, J. N. A importância dos jogos no Ensino da Matemática. Série Educar, v. 15, cap 1, p. 7-13, 2020

SILVA, L. V.; ANGELIM, C. P. O Lúdico como Ferramenta no Ensino da Matemática. Id on Line Rev. Mult. Psic. V.11, N. 38. 2017 - ISSN 1981-1179 Edição eletrônica em <http://idonline.emnuvens.com.br/id>

SILVA, P. P. A Aplicação do "Livro-Jogo" em Aulas de Língua Portuguesa do Ensino Fundamental II. Laços e Desenlaces na Literatura. Atena Editora. Ponta Grossa, PR, Atena Editora, p. 43/50, 2019.

SILVA, P. P. O livro-jogo no ensino de História. XXIII Encontro Estadual de História. ANPUH, SP, 2016.

SILVEIRA, E.; MARQUES, C. Matemática: compreensão e prática: 6º ano. 6. Ed. São Paulo: Moderna, 2019.

SOUZA, A. V. D. C. Prática realizada por bolsistas do PIBID: Aplicação de jogo didático e manipulável como recurso de aprendizagem. Série Educar, v 15, cap 4, p 26 – 33, 2020

SPINILLO, A. G. et al. O erro no processo de ensino aprendizagem da matemática: errar é preciso? Boletim Gepem (Online) n. 64, jan./jun. 2014.

VON DENTZ, K. O Livro-Jogo como Instrumento de Incentivo à Leitura: contribuições da Literatura para o Ensino de Ciências nos Anos Iniciais. UDESC, Joinville, SC. 2018.

ANEXO–Páginas do livro "Jogo Labirinto Matemático"Página 1:

Você acorda num cômodo escuro. Não sabe onde está, como chegou lá e nem ao menos se lembra do seu nome. Entretanto, observa que há um crachá em seu pescoço com o seguinte nome: Pitágoras (Que nome legal!). E para piorar, seu celular está sem área.

Embora não soubesse como chegou até aí, a ideia é escapar e voltar para casa. Você pega o seu celular e, com a lanterna dele, ilumina o local. Há duas portas, uma do lado esquerdo com o número 130 escrito nela e outra à frente com o número 45 escrito. Na parede, alguém escreveu com giz fluorescente.

“Eu irei te testar
Mas não ache que isso é um abuso
Para escapar desse lugar
Você deve seguir pelo ângulo obtuso”

Se você abrir a porta da frente, vá para a página 13

Se você abrir a porta da esquerda, vá para a página 7

Página 2:

Ao entrar na sala, você dá dois passos e a porta se fecha. Você tenta abrir a porta, mas ela parece emperrada. A área do seu celular volta, dando possibilidade de enviar sua localização para seus pais e eles te salvarem. Você está livre, mas infelizmente, não venceu essa aventura sozinho.

FIM

Página 3:

Ao chegar do outro lado, você olha pela janela e vê sua liberdade! Mas falta um desafio: retornar ao chão. Então, você tenta descer por uma árvore, mas acaba escorregando e caindo.

Só que isso foi bom, pois, ao bater com a cabeça, você se lembra quem você é e lembra também que terá prova final agora de Matemática. Por sorte, esse labirinto fez você treinar para a prova.

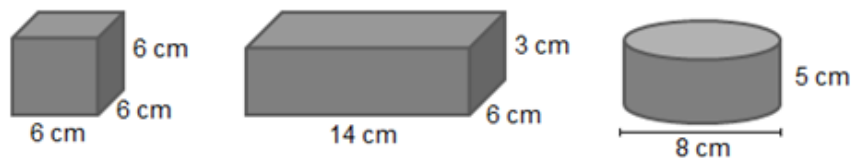
Após terminá-la, você tira o seu primeiro 10! E ainda passou de ano! Tomara que haja mais labirintos desses nas próximas provas.

FIM

Página 4:

No centro da sala, há um baú com dois dispositivos que simulam “braços” de uma balança. Você observa que o baú tem duas portas e está trancado com dois pesados cadeados, sendo um para cada porta. Parece que nem se você bater com uma pedra resolveria. Você procura por algo que possa colocar sobre os braços do baú, de modo que a balança permaneça em equilíbrio. Então, procurar algo muito irregular poderia não ser muito útil.

Sua busca se restringiu a três pedras com formatos bem próximos daquilo que você conhece.



Você procurou peças de materiais diferentes, para poder obter massas e densidades diferentes, podendo assim se preocupar apenas com um outro aspecto. Para agravar o problema, a terceira pedra era familiar, mas não era algo que você estava familiarizado. Se você tivesse internet, poderia facilmente procurar em algum site de buscas. Como não tinha, passou a observar a importância de saber alguns conceitos de cabeça. Por sorte, você havia tirado fotos sobre sólidos geométricos, para poder estudar depois. Após ver suas anotações, decidiu quais pedras colocaria na balança.

Se você colocar o cubo e o paralelepípedo, vá para a página 10.

Se você colocar o cubo e o cilindro, vá para a página 11

Se você colocar o cilindro e o paralelepípedo, vá para a página 12.

Página 5:

Ao apertar o botão, uma sirene toca. As paredes caem e um grupo de pessoas aparece gritando “você caiu na trolada do desaparecido”. Parece que fizeram uma filmagem do que você fez e vão postar na internet. Até que você gostou da aventura e do vídeo, porém, a má notícia é que você demorou tanto tempo que perdeu a prova de matemática que estava acontecendo. Não dá para ganhar em tudo.

FIM

Página 6:

Ao abrir a porta, você tropeça e cai numa espécie de barranco. Parece que algo está te sugando: Sim! É areia movediça. Duas cordas presas ao teto estão a sua disposição. A ponta da corda esquerda tem o formato de um losango e a ponta da corda direita tem o formato de um trapézio.

Na parede à sua frente, está escrito: Suba a corda certa até o fim e ela te levará à sala para escapar desse labirinto. Suba a corda errada e... pensando bem, é melhor subir a corda certa.

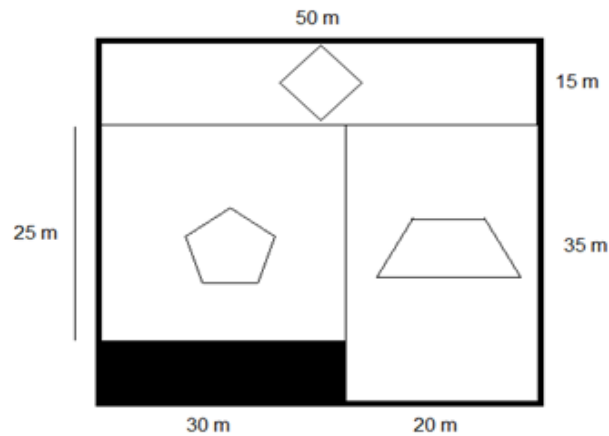
A corda certa é aquela que mostra um quadrilátero com apenas um par de lados paralelos.

Se você subir a corda esquerda, vá para a página 8.

Se você subir a corda direita, vá para a página 4.

Página 7:

Você encontra a porta certa. Agora, o lugar está um pouco mais iluminado, entretanto, continua sem móveis, com exceção de uma mesa com uma folha sobreposta. Ela mostra o seguinte mapa, com algumas frases embaixo.



“Eu sou o dono desse lugar. E sou muito detalhista com a minha obra de arte. Tanto até que coloquei pisos iguais nas três salas. Em uma dessas três salas, há um baú que vai ser a chave para a saída. Não se deixe guiar pelas figuras, pois a sala certa é aquela que gastei menos dinheiro para colocar o piso”.

Se você quiser ir para a sala “losango”, vá para a página 2

Se você quiser ir para a sala “trapézio”, vá para a página 4

Se você quiser ir para a sala “pentágono”, vá para a página 6

Página 8:

Você decide subir a corda da esquerda. Quando estava quase chegando no fim, a corda arrebenta e você acaba caindo desacordado. Ao acordar, você está em um hospital cuidando dos seus ferimentos. Uma boa notícia é que você se lembra de quem você é. A má notícia, é que no dia seguinte, terá prova de matemática e você não poderá ir. Aproveite o tempo para estudar um pouco mais alguns conceitos de Geometria.

FIM

Página 9:

Ao apertar o botão, de dentro do baú, sai uma escada automática que vai até o segundo andar. Ao subir, você entra numa sala mais iluminada. Parece que os raios de sol estão entrando com mais facilidade, o que faz você acreditar que está cada vez mais próximo da saída. Uma escada te leva ao segundo andar desse lugar que parece mais uma casa mal assombrada.

Você está num parapeito e vê uma janela que parece muito com uma saída. Contudo, o corredor que liga você a essa janela teve o chão destruído. Você até pensa em pular, mas se errar e cair, terá grandes problemas.

Você olha para cima e vê que o teto desta “casa” é muito alto. Deve ter uns quatro metros. Ainda olhando para o teto, há uma corrente “inclinada” que o liga até a janela. Na parede, está escrito “essa corrente tem 5 metros”. Você anda de um lado para o outro pensando numa solução, até que um raio de sol ilumina o seu crachá.

Uma ideia te surge a mente. Há uns pedaços bem compridos de madeira que podem servir de “ponte” até o outro lado. Você pensa em pegar o mais comprido pedaço de madeira, mas ao tentar coloca-lo do outro lado, ele não fica fixo. Então, você pega um pedaço da madeira que tem o tamanho exato do antigo corredor. Aproveita o encaixe dele e consegue seguir seu caminho.

Vá para a página cujo número é o tamanho do pedaço de madeira que você pegou.

Página 10:

Ao colocar o cubo e o paralelepípedo na balança, o braço onde estava o cubo desceu mais e quebrou. Nisso, cai uma chave no chão. Você testa no cadeado da esquerda, mas falha ao tentar abrir. Ao testar no cadeado da porta direita, você abre a porta. Antes de ver o que havia lá dentro, você sente um cheiro estranho e acaba dormindo.

Quando acorda, você está em seu quarto. Parece que virar a noite jogando te fez dormir mais do que deveria. E para o seu azar, você perdeu a prova de Matemática. O que resta agora é tentar estudar agora e fazer a prova de recuperação

FIM

Página 11:

Ao colocar o cubo e o cilindro na balança, o braço onde estava o cubo desceu mais e quebrou. Nisso, cai uma chave no chão. Você testa no cadeado da direita, mas falha ao tentar abrir. Ao testar no cadeado da porta esquerda, você abre a porta. Lá dentro, você vê uma pá e um mapa com a seguinte frase “ache o X”. Até passa pela sua cabeça ser o enunciado de uma questão de equação, mas faz muito mais sentido ser um local para você ir.

Ao ir nessa mesma sala, onde está o X, você começa a cavar. Não muito tempo depois, você acha um alçapão. Esperançoso pela saída, você o abre de maneira desajeitada e acaba caindo onde quer que seja. Ao se levantar, observa que está na sala da direção. Parece que você deixou que um monte de terra caísse na cabeça do diretor, o que lhe acarretará uma suspensão. Logo na SEMANA DE PROVAS! Que azar!

FIM

Página 12:

Ao colocar o cilindro e o paralelepípedo, você vê que, embora não exatamente iguais, os volumes são tão próximos que a balança se mantém em equilíbrio. Contudo os dois braços dela caem, juntamente com duas chaves. Você consegue abrir os dois cadeados e olha para dentro do baú.

Em seu interior, você vê dois botões: um com o número “108” e outro com o número “42”. Há também um pedaço de papel com alguns versos de uma canção:

“Um homem inteligente tinha uma fazenda retangular iá iá ô
Ela tinha 9 metros de comprimento iá iá ô
E 12 metros de largura iá iá ô
Este homem colocou cerca nela iá iá ô
Quantos metros de cerca ele precisou? lá iá ô”

Se você apertou o botão “108”, vá para a página 5

Se você apertou o botão “42”, vá para a página 9

Página 13:

Você entra num cômodo mais escuro ainda e que não há outras portas. No chão, está escrito com o giz fluorescente: “Infelizmente, você errou. Um ângulo obtuso tem medida entre 90° e 180° . Dessa vez, você está perdoado, mas não se acostume hein”.

Volte para a página 1