

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



TÂMISSON SANTOS REIS

CRIAÇÃO DE UM SISTEMA DE RPG COMO  
FERRAMENTA PARA O ENSINO DE  
PROBABILIDADE

BELO HORIZONTE  
2022

TÂMISSON SANTOS REIS

**CRIAÇÃO DE UM SISTEMA DE RPG COMO FERRAMENTA PARA  
O ENSINO DE PROBABILIDADE**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador

Luis Alberto D'Afonseca

Banca Examinadora

Dênis Emanuel da Costa Vargas

Fernando de Souza Bastos

Luiz Antonio Ribeiro de Santana

BELO HORIZONTE  
2022

R375c Reis, Tâmisson Santos  
Criação de um sistema de RPG como ferramenta para o ensino de probabilidade / Tâmisson Santos Reis. – 2022.  
42 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.  
Orientador: Luis Alberto D’Afonseca.  
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Probabilidades – Teses. 2. Gamificação – Teses. 3. Jogos de fantasia – Teses. I. D’Afonseca, Luis Alberto. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

CDD 519.3

TÂMISSON SANTOS REIS

**CRIAÇÃO DE UM SISTEMA DE RPG COMO FERRAMENTA PARA  
O ENSINO DE PROBABILIDADE**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 23 de maio de 2022.



---

Tâmisson Santos Reis  
(Autor)



---

Luís Alberto D'Afonseca  
(Orientador)

BELO HORIZONTE  
2022

# Agradecimentos

---

Não existe ordem na gratidão que possuo neste momento, onde entrego de forma satisfatória um projeto de extrema importância em uma fase complexa da minha vida.

Primeiramente eu devo agradecer ao meu pai que, no desenrolar da minha vida, me educou e ensinou a buscar no conhecimento uma ferramenta poderosa de conquista. Principalmente pelo incentivo constante que sempre me ofereceu.

Em segundo lugar eu agradeço à minha esposa que, desde que entrou na minha vida, me fez buscar caminhos que eu mesmo duvidava ser capaz de conseguir. Sem o seu apoio intelectual, físico, psicológico e emocional eu jamais teria condições de concluir este trabalho.

Ao meu orientador, que pacientemente me ajudou a trilhar as dificuldades desse trabalho. Sua descomunal paciência e disponibilidade me guiaram até o último segundo (do prazo de entrega) a uma versão completa e eficiente, em contrapartida ao projeto inicial que era vago e desnecessariamente amplo.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

# Resumo

---

O RPG – sigla em inglês para *Roleplaying Game* – é um jogo de encenação mesclado com um conjunto de testes de sorte baseados em Probabilidade. Os objetivos desta dissertação são explorar a aplicação do RPG na Educação Matemática a fim de desenvolver um sistema que seja de fácil aplicação em ambiente escolar e, baseado neste sistema, um manual de Probabilidade para o Ensino Fundamental. Para desenvolver o sistema se explorou: tendência de Jogos na Educação, o *Roleplay* na educação e trabalhos existentes com objetivos similares. Para o manual se observou os manuais de educação vigentes e se apresentou a definição Matemática dos tópicos a serem discutidos em sala de aula.

Palavras-chave: Probabilidade; Gamificação; RPG.

# Abstract

---

The RPG, an acronym for Roleplaying Game, is a game that mixes roleplay and a set of probability-based luck tests. The objectives of this dissertation are to explore the application of RPG in mathematics education in order to develop a system that is easy to apply in a school environment and, based on this system, a Probability manual for Elementary School. To develop the system, the following was explored: the trend of Games in Education, Roleplay in education and the existing works with similar objectives. For the Probability manual, we explored three Brazilian syllabuses and the mathematical definition of the topics to be discussed in class.

Keywords: Probability; Gamification; RPG.

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Jogos na Educação</b>	<b>9</b>
2.1	Vantagens do uso de jogos na educação . . . . .	10
2.2	Desvantagens do uso de jogos em sala de aula . . . . .	11
<b>3</b>	<b><i>Roleplay</i> como Ferramenta de Ensino</b>	<b>13</b>
3.1	<i>Roleplay</i> e sua aplicação no ensino . . . . .	15
<b>4</b>	<b><i>Roleplaying Game</i> no Ensino</b>	<b>17</b>
4.1	Funcionamento do RPG . . . . .	18
4.2	Algumas dissertações sobre o uso do RPG . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Contagem e Probabilidade no Ensino Fundamental</b>	<b>23</b>
5.1	A abordagem do PCN . . . . .	23
5.2	A abordagem na BNCC . . . . .	24
5.3	A abordagem no Currículo Referência de Minas Gerais . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Revisão de Combinatória e Probabilidade</b>	<b>27</b>
6.1	Análise Combinatória . . . . .	27
6.1.1	Princípio Aditivo . . . . .	27
6.1.2	Princípio Fundamental da Contagem . . . . .	28
6.2	Probabilidade . . . . .	30
6.2.1	Espaço Amostral . . . . .	30
6.2.2	Probabilidade . . . . .	32
<b>7</b>	<b>Produção e Apresentação da Apostila</b>	<b>35</b>
<b>8</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>37</b>
	<b>Referências</b>	<b>39</b>
	<b>Anexos</b>	
<b>I</b>	<b>Apostila</b>	<b>42</b>



# 1 Introdução

---

O sistema tradicional de ensino sofre críticas sobre sua efetividade e capacidade de formar um ser humano apto a exercer seus direitos e ser sujeito ativo e transformador em sua comunidade. Um dos principais argumentos é que os tópicos apresentados pela escola são desconexos das diversas realidades dos estudantes a educação deixa de ser ferramenta de transformação e se torna obrigação procedural, com baixo aproveitamento para a maioria dos estudantes.

Para complementar o método tradicional de ensino se propõe diversas ferramentas e estratégias de ensino, almejando maior capacidade de gerar tanto engajamento quanto interesse dos estudantes em executar as tarefas escolares.

Este trabalho surge de certa dificuldade enfrentada pelo autor durante sua experiência como educador, ao perceber que os estudantes conhecem, mas tem dificuldade de compreender, os tópicos basilares da Probabilidade. Os estudantes muitas vezes dominam os algoritmos e o processo resolutivo de um problema relacionado ao tema, mas não conseguem articular e entender o significado dos resultados encontrados. Então a busca passa a ser como tornar tal tópico comum às experiências dos estudantes, de forma controlada e capaz de gerar alicerce para formalização posterior.

Diante os dois problemas supracitados buscou-se então, dentre os recursos educacionais complementares ao modelo de ensino tradicional, qual seria ideal para se trabalhar a dificuldade observada em sala de aula. Utilizar e propor o uso de jogos de estratégia na educação é uma tendência que vem ganhando cada vez mais espaço na literatura pedagógica [1], principalmente no tocante da Matemática. A aplicação desta tendência dá ao estudante uma forma de se relacionar com as tarefas de sala de aula como algo além de uma obrigação, mas algo que deva ser tratado com interesse.

Dentre a gama de possíveis jogos se escolheu trabalhar com o *Roleplaying Game* (RPG), que pode ser traduzido como jogo de interpretação de papéis, por conter igualmente uma estrutura com regras bem definidas e ainda assim promover a liberdade de escolha do

jogador. A encenação permite que o estudante assuma um personagem e que ele possa ser outra pessoa, se despidendo de suas vergonhas. Já o jogo trás regras rígidas que limitam as ações dos estudantes através de um sistema lógico de fácil compreensão, e quando bem balanceada a dificuldade do jogo deve ficar no limiar entre o banal e o complexo.

O trabalho realizado será dividido em duas partes que fornecerão o respaldo didático ao modelo de jogo e ao conteúdo a ser trabalhado no mesmo e uma parte que visará à apresentação do produto elaborado, uma apostila anexa a esta dissertação.

Nos Capítulos 2, 3 e 4 se construirá um argumento partindo do geral para o específico, tratando de jogos na educação como um todo, passando pelo *Roleplay*, que muitas vezes é apresentado apenas como o jogo do faz-de-conta, até o RPG.

Desenvolver-se-á no Capítulo 5, de forma sucinta, como a legislação definiu o estudo de Probabilidade e Análise Combinatória no Ensino Fundamental ao longo dos tempos enquanto o Capítulo 6 apresentará, em linguagem formal Matemática, estes mesmos conceitos.

O Capítulo 7 apresentará a estrutura básica que forma o produto desta dissertação, qual seja, o Livro de Regras com a Apostila de Probabilidade e Combinatória para o Ensino Fundamental, seguindo as habilidades propostas pela legislação vigente bem como as estruturando com linguagem Matemática.

O objetivo do produto é assumir papel paradidático, ou seja, ser tal que dada a opção de ser utilizado em ambiente escolar se possa obter total proveito das ferramentas por ele propostas. Desta forma se procura não um jogo educativo, mas um jogo capaz de fornecer bases educativas ao mesmo tempo em que seja capaz de ser ampliado de forma a abarcar todos os tópicos da Probabilidade.

## 2 Jogos na Educação

---

A Matemática é, pela sua própria construção axiomática, extremamente teórica e abstrata o que gera, por consequência, um aumento de complexidade na compreensão dos tópicos que ela aborda. No desenvolvimento escolar, por esta razão, se dá um enfoque necessário à aplicação da Matemática na realidade pois, segundo Miguel:

[...] desde a produção dos primeiros programas escolares da disciplina matemática, em nosso país, tem sido natural vê-la exclusivamente como uma coadjuvante do ensino das denominadas ciências da natureza, dentre elas, sobretudo, a Física. (Miguel [1], p. 330)

Ao mesmo tempo que, ainda segundo Miguel [1], os currículos de formação de professores busque apresentar uma conexão da matemática com linguagem, artes visuais e alguns campos das humanidades. De forma que muitas vezes essa conexão que se é ensinada aos professores nos cursos superiores não é passada aos estudantes nos cursos base. A Matemática, como bem lembra Strapason [2], não deve ser ferramenta para os privilegiados e deve alcançar de forma plena inclusive aqueles com dificuldade de aprendizagem.

As novas tendências na educação vem com o objetivo de agregar e ampliar em efetividade o processo ensino-aprendizagem do chamado ensino tradicional, se valendo das experiências e conhecimentos prévios dos estudantes. Nas palavras de Piaget (1975, p. 70, apud Grandó [3], p. 14):

[...] a simples absorção do conhecimento intelectual matemático, já organizado, sem o estabelecimento de uma interação com o conceito; o desencadeamento do ensino formal, iniciado sempre pela linguagem, já institucionalizada, ao invés de se iniciar pela ação real e material; e a pobreza de relacionamentos sociais (diálogo-ação) desencadeados em sala de aula, entre os alunos e entre professor e aluno, sendo que o único tipo de relação existente é aquele que liga um professor, espécie de soberano absoluto, detentor da verdade intelectual e moral, a cada aluno considerado individualmente.

Para complementar esse sistema em busca de um desenvolvimento pleno dos estu-

dantes se propõe neste trabalho a aplicação de Jogos no Ensino da Matemática.

## 2.1 Vantagens do uso de jogos na educação

Explorar-se-á nesta dissertação o uso da tendência na educação Jogos. Para tanto, se busca que não se obtenha dos jogos apenas o caráter competitivo, mas que se explore sua ludicidade e irreverência. A combinação do caráter lúdico e certo grau de competição buscaria, como objetivo primário, o desenvolvimento e a aprendizagem do estudante. Nas palavras de Chapman:

Jogos tem sido um dos aspectos de maior interesse dos estudiosos da Educação Matemática, [...] responsáveis por dinamizar as aulas de Matemática, desafiando estimulando alunos resolução de problemas, que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante, divertido, e, conseqüentemente, diminuindo a aversão pela disciplina. (Chapman [4], p. 84, traduzido pelo autor)

Os jogos matemáticos apresentam situações problema que gerariam no indivíduo que joga o interesse de resolver, mas é impedido de fazê-lo mecanicamente por obstáculos inseridos no jogo com exatamente este propósito [5]. Em posse desta característica é possível instigar ao estudante que faça pleno uso das ferramentas educacionais propostas, ao mesmo tempo em que o permite ser sujeito ativo em sua educação. Nas palavras de Groenwald e Timm:

A aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido. Para isso, eles devem ser utilizados ocasionalmente para sanar as lacunas que se produzem na atividade escolar diária. Neste sentido verificamos que há três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais. (Groenwald e Timm [6], p. 21)

Não só o jogo instiga ao aluno a usar o conhecimento apresentado previamente como também o incentiva a procurar ativamente pelo saber. Como ensina Almeida:

[...] o jogo será o ponto de partida para preparar o aluno para lidar com questões abstratas que exijam reflexão e inteligência além da elaboração de estratégias e de soluções para as situações problemas. (Almeida [7], p. 52)

Por isso, ao preparar um plano de aula, o educador deve levar em conta o interesse dos alunos, com pensamento cético acerca do possível funcionamento daquela atividade

como ferramenta de ensino. Aplicar os jogos é, também, criar experiências concretas para exemplificar e tornar concreto o conhecimento por vir.

## 2.2 Desvantagens do uso de jogos em sala de aula

Todo método de ensino conta com suas vantagens e desvantagens para o processo de ensino-aprendizagem. Uma vez que as vantagens foram apresentadas no tópico anterior neste serão abordadas as maiores desvantagens da aplicação de jogos como ferramentas didáticas.

Um dos maiores problemas dessa metodologia de ensino, como propõe Falkembach [8], é que se assume uma ideia de que o jogo é uma ferramenta universal que deve ser usado para ensinar qualquer coisa, esquecendo que não é possível explicar todos os conceitos através desta metodologia. Se o professor tenta acelerar a conclusão que ele espera que os alunos alcancem, o jogo deixa de ser lúdico. Mais ainda, se existe uma necessidade de impor a participação nos jogos, então deixa de ser voluntário.

Além destas desvantagens existe a de administração de tempo. Uma aula com jogos tem por intuito criar um conhecimento concreto para facilitar a posterior abstração, o que praticamente incorre no fato de que a aplicação da atividade de jogos demanda um período maior do que seria usado para estabelecer e se adaptar aos conceitos de cada jogo.

Além da demanda maior de tempo para se ensinar o mesmo tópico existe uma necessidade constante de repetição das regras do jogo. Se as regras não forem bem explicadas, se a aplicação não ocorrer de forma correta e/ou se não for eficientemente avaliado então a tarefa perde parte de seu objetivo. Quando qualquer uma destas, ou todas, ocorrem perde-se o sentido da aula, o tempo maior gasto para criar um conhecimento concreto que se dispense passa a ter resultados infrutíferos em relação à esta intervenção.

Adams et al. [9], fez uma pesquisa onde realizou testes utilizando videogames educativos. O teste se seguiu após a criação de dois jogos onde o conhecimento e aprendizado de um conteúdo ajudavam a completar fases. Em contrapartida foram apresentados *slides* a outro grupo explicando o mesmo conteúdo ensinado nos jogos. Na pesquisa, os alunos que haviam estudado pelo *slide* consideraram a prova mais fácil que aqueles que aprenderam usando os jogos.

Os problemas supracitados são, pelo menos de forma parcial, passíveis de solução. A aplicação de um planejamento adaptativo, que leva em conta as experiências anteriores,

para aperfeiçoar os pontos problemáticos pode resolver muitos dos problemas de aplicação e administração do tempo. Um maior entendimento sobre os interesses dos alunos facilita na escolha dos jogos a serem aplicados de forma que o interesse gerado no estudante não se limite ao ambiente de sala de aula, ou seja, exista um incentivo a continuar jogando em casa. No caso de existir videogame sobre o assunto, como no caso apontado por Adams et al. [9], uma opção é a aplicação simultânea onde os *slides* são abordados em sala e o jogo seja ferramenta complementar a ser utilizada como tarefa.

De todos os problemas citados o único sem solução clara é justamente aquele que diminui a eficiência de sua aplicação em classe. Os jogos como ferramentas de ensino precisam de mais horas-aula comparado com uma aula expositiva. O jogo em geral não é, em si, ferramenta suficiente para a formalização dos saberes. O paliativo para este problema é observar quais tópicos que podem facilmente ser abordados em jogos.

Levando em consideração o que já foi exposto, esta dissertação será focada no ensino de Probabilidades, uma vez que este tópico tem sua origem nos estudos dos mais diversos jogos de azar e costuma ser apresentada de forma bastante abstrata aos estudantes.

# 3 *Roleplay* como Ferramenta de Ensino

---

*Roleplay*, do inglês encenação, está intimamente correlacionado à brincadeira de faz-de-conta. A própria apresentação formal dos tópicos de ensino costuma associar a brincadeira de faz-de-conta apenas ao nível de educação infantil e como uma estratégia de aprendizagem a ser superada após a fase da infância. Desta forma, trataremos como “faz-de-conta” as brincadeiras infantis e as demais aplicações no ensino serão apresentadas como *Roleplay*. Este capítulo discorrerá sobre a ampliação da aplicação do *Roleplay* para indivíduos que já superaram fase da infância.

O brincar é uma das principais formas de compreensão e percepção social de uma criança, método pelo qual ela desenvolve sua capacidade de socialização e de compreensão de algumas regras da sociedade [10]. Dentre toda a gama de jogos um destacado por Vygotsky, conforme Hueara et al. [11], é a brincadeira de faz-de-conta, que desenvolve as potencialidades das crianças pelo estímulo da imaginação e cria uma situação de aproximação com as regras sociais.

Hueara et al. [11] destaca algumas características do faz-de-conta como: “seu caráter espontâneo, sua possível utilização em sistemas educativos, embora com risco de perda de seu caráter central e seu potencial na promoção do desenvolvimento infantil”.

O contexto em que se trabalha o uso da brincadeira de faz-de-conta é basicamente voltando para a educação infantil, com poucas referências do uso da imaginação fantasiosa na educação dos adolescentes e de adultos. Uma das razões é a tendência de se definir a fantasia e a imaginação como coisas de criança, nas palavras de Lewis et al.:

A visão moderna, a meu ver, envolve uma falsa concepção do crescimento. Somos acusados de retardamento porque não perdemos um gosto que tínhamos na infância. Mas, na verdade, o retardamento consiste não em recusar-se a perder as coisas antigas, mas sim em não aceitar coisas novas. (Lewis et al. [12], p. 744)

Aponta Lewis et al. [12] que a comum existência de criaturas mágicas humanoides, animais falantes e outras ferramentas narrativas são formas de rerepresentar conceitos

inerentes ao convívio social, como fatores psicológicos e diferenças de caráter entre pessoas. Afirma ainda que tal abordagem permite que qualquer pessoa tenha acesso ao entendimento da mensagem desejada, inclusive crianças.

Diversos trabalhos abordam a importância da abstração, mas a significam como compreensão das propriedades de um objeto perfeito, muitas vezes sem a necessidade de visualizar e ter acesso ao objeto real. Este mundo imaginativo, que se assemelha ao “mundo das ideias” apresentado por Platão, permite pouca liberdade criativa.

A abstração que esta dissertação trata é aquela onde se busca uma realidade paralela e quaisquer temas de interesse ou dúvidas possam ser tratados como reais e válidos, tornando possível a realização de análises e aprendizagem. Neste sentido Chapman [4] nos apresenta aos conceitos de reflexão e de imaginação no contexto da Educação Matemática.

A reflexão, como definida por Chapman [4], é a estratégia de aprendizado onde o professor tenta se colocar nas situações problema de onde se originou a necessidade de uma ferramenta Matemática, ou como o autor decidiu aplicar uma ideia em um novo campo. Já a imaginação é descrita por ele como um pensamento de previsão em que, ao contrário de buscar a origem de uma ideia, se busca entender como ela será aplicada pelo estudante. A imaginação é fruto das experiências e conhecimentos acumulados e através dela é possível se descobrir novas ideias e crenças ao confrontar novos argumentos e controvérsias. Nesse sentido, ainda de acordo com Greene (2000, p. 3, apud Chapman [4], p. 84):

De todas as nossas habilidades cognitivas, imaginação é a que nos permite dar crédito para realidades alternativas. Ela permite que nos distancie com o convencional, deixemos de lado as definições e distinções que nos são familiares. (traduzido pelo autor)

Um educador pode também se valer do *Roleplay* para melhorar a qualidade de suas aulas. Através da reflexão o educador retorna ao passado, na pele daquele indivíduo que primeiro encarou tal situação problema, de forma que para ele seja coerente a busca humana para aquela resposta. Se valendo da imaginação o professor agora vai para o futuro, na pele de seu estudante, onde ele buscará compreender, sob a ótica deste, quais usos o estudante dará ao tópico, como atrair o interesse do mesmo e como ele enfrentaria um problema semelhante dotado dos contextos, ferramentas e tecnologias atuais.



### 3.1 *Roleplay* e sua aplicação no ensino

É comum que se afaste dos jovens e adultos a terminologia infantil do faz-de-conta, muitas vezes preferindo o termo em inglês *Roleplay*. Segundo Nunes [13] a tradução de *Roleplay* implica brincar de assumir papéis imaginários, isto porque neste contexto:

Relativamente ao que foi referido como sendo jogo dramático, a língua inglesa usa o termo *game* para designar um jogo com regras, a palavra *play* para designar o jogo infantil – livre e de cariz essencialmente espontâneo – e a palavra *acting* para designar a atuação/representação de um ator. (Nunes [13], p. 11)

Ainda segundo Nunes, *Roleplay* é um termo mais completo para este tipo de jogo pois descreve um método. Desta forma se constata que contém em si, simultaneamente, dramatização e simulação pois ambas são maneiras de espelhar a realidade. Assim, de acordo com Sales [14]:

Os personagens vivem aventuras que lembram os grandes épicos de nossa literatura e cinema: enfrentam monstros, salvam princesas, desafiam impérios galácticos... ou não, pois também é possível interpretar vilões e anti-heróis. (Sales [14], *online*)

No contexto do ensino da língua estrangeira, Ardriyati [15] aponta que existe pouco incentivo natural aos estudantes para o treinamento e aplicações de expressões idiomáticas da língua estrangeira. Não somente o uso está longe da realidade como, segundo Nunes [13], “a rigidez dos diálogos apresentados nos manuais não prepara os alunos para a diversidade de um contexto real”.

Como solução para estes problemas, segundo Ardriyati [15], a transformação da aula em um *Roleplay* permite que os estudantes, mesmo que receosos, se permitam testar, explorar e aprender. Além do receio de se permitir experimentar o *Roleplay*, Nunes [13] aponta que a liberdade ofertada pelo *Roleplay* contrasta com a rigidez de uma aula convencional, sendo necessário um tempo de adaptação a este novo estilo de aula.

No mesmo entendimento, Resnick e Wilensky [16] afirmam que as atividades de encenação são uma boa forma de introduzir diversas experiências inéditas como atividades de modelagem computacional, funcionamento de partículas dentre outros. Os autores citados fazem uso do *Roleplay* em encontros de qualificação profissional e eventos educacionais. Resnick e Wilensky [16] aponta que mais importante que expor um conteúdo:

[...] encenar auxilia a desenvolver a compreensão dos mecanismos causais de sistemas complexos. Agindo como um indivíduo em um sistema o participante passa a compreender a perspectiva do indivíduo ao mesmo tempo em que compreende também como interações dão origem a maiores padrões de comportamento. (Resnick e Wilensky [16], p. 167, traduzido pelo autor)

Quem se vale da aplicação do *Roleplay* deve estar preparado para que se possa surgir, através de um jogo, críticas e questionamentos não diretamente relacionados ao tópico principal. Desta forma o *Roleplay* tem potencial de criar, através da imersão dos alunos no contexto proposto, experiências concretas que servirão como base para correlação dos saberes teóricos.

# 4 *Roleplaying Game* no Ensino

---

RPG, sigla para *Roleplaying Game*, é, em tradução direta, um jogo de interpretação de papéis, onde, de acordo com Sales [14], um jogador ou grupo teoricamente ilimitado de jogadores improvisam ações e reações em cenários propostos por um jogador espectador, que tem a função de guiar os personagens e aplicar as regras já combinadas.

Duas são as maiores inovações que extraem o RPG do *Roleplay*. A primeira é a existência de um “mestre”, o jogador espectador responsável por planejar e apresentar a trama, além de guiar a campanha. A segunda diferença é a inserção de ferramentas que limitem a liberdade dos jogadores levando em conta a complexidade das ações planejadas, cuja forma mais comum testa a sorte dos jogadores através do uso de dados.

Usualmente um jogo de RPG é chamado de Aventura, que pode ser composta por diversas campanhas. Cada campanha é uma história fechada, a narrativa tem início, meio e fim se valendo dos mesmos personagens. Os personagens completam uma aventura depois de concluir todas as campanhas.

Existem diversas formas de se jogar RPG, pois o conjunto de regras pode ser criado e alterado à vontade pelos jogadores a cada Aventura. Os jogos de RPG podem ser jogados sozinho ou em grupo, ao entorno de uma mesa ou atuando e simulando os eventos, por meios físicos ou digitais, presencialmente ou à distância e ainda podendo substituir o mestre por um software.

Como indica Feijó [17], o universo do RPG não está limitado a apenas uma realidade ou um período histórico. Pode se passar no mundo real, reproduzindo eventos históricos do passado, lendas, mitologias e eventos religiosos ou em mundos fantásticos, onde a magia e/ou a tecnologia são completamente diferentes das do mundo real.

Os jogadores podem assumir personagens de diversas raças como humanos, deuses, elfos, robôs, gnomos, vampiros, demônios, anjos, ou qualquer outra. Desde que se mantenha a coerência com o tipo de mundo a ser explorado. Em geral, cada personagem tem uma Classe, que indica sua posição de combate, como: Guerreiro, Arqueiro, Mago, Ladrão,

entre outros. Existem diversas outras formas de tornar os personagens únicos como uma profissão, talentos, história pregressa e qualquer coisa que reforce a autonomia dos personagens.

No sentido narrativo o RPG pode ser visto como um livro interativo ou um jogo digital não linear. O mestre assume um papel semelhante ao de um mediador da história principal, seu objetivo é levar os jogadores a seguir seu roteiro ao mesmo tempo em que deve adaptar os resultados das ações dos jogadores no contexto de sua narração.

Neste trabalho se escolheu trabalhar com o modelo tradicional, de mesa, ao se valer de um manual, dados, lápis, papel ou ferramentas análogas, de fácil acesso em ambiente escolar. Além desta razão o modelo tradicional aparenta ser, na visão do autor, o que mais abre espaço para aplicar a metodologia de ensino de Probabilidades.

## 4.1 Funcionamento do RPG

O jogador iniciante de RPG começa seu jogo estudando, pois é muito comum que as primeiras aventuras são adquiridas prontas em livros. Existem diversos sistemas de RPG no mercado, alguns gratuitos e outros pagos, dos mais diversos graus de dificuldade de aprendizado e que usam diversas ferramentas de cálculo para sua execução. Existem, por este motivo, manuais separados para mestres e jogadores, além de não incomum existirem guias explicando regras para os mapas, seres, monstros e personagens não jogáveis, que são todos os personagens existentes além dos personagens dos jogadores e são interpretados exclusivamente pelo mestre.

Nessa estrutura o mestre constrói diversas aventuras, que formam uma campanha, pensando nos desafios e objetivos a serem alcançados durante elas. Os jogadores criam seus personagens de acordo com as características e atributos disponíveis e vivem essas aventuras enquanto seus personagens se desenvolvem, evoluem, tanto em força quanto em personalidade, anotando estas informações na ficha de personagem. O manual do Tagmar [18], um RPG nacional, apresenta as fichas de personagens da seguinte forma:

Cada jogador disporá de uma ficha do personagem onde constarão todas as capacidades, habilidades e posses de seu personagem. O conhecimento das regras possibilitará ao jogador conhecer as limitações e possibilidades de seu personagem e de seu ambiente. (Rodrigues et al. [18], p. 14)

O que não é definido pelo Livro de Regras deve ser analisado pelo mestre de forma a manter certo grau de verossimilhança e coesão no ambiente fantástico. Se a campanha

ocorre com base na mitologia grega é de se esperar que não existam armas de fogo no universo, essa situação deve ser bem esclarecida antes do jogo se iniciar.

Existem diversas ações que exigem do personagem certo grau de perícia para que ela seja bem executada. A dificuldade de cada ação deve ser analisada a partir do personagem e sua interação com o ambiente. Uma personagem com hidrofobia teria maior dificuldade em atravessar um rio a nado que um que seja de uma espécie humanoide submarina. Da mesma forma é mais fácil para um guerreiro de armadura leve escalar uma muralha que um de armadura pesada.

Além das alterações de um resultado oriundas das características de um personagem o ambiente também pode apresentar condições que auxiliam ou complicam a execução de uma ação. Atravessar a nado um rio lento, um rio caudaloso ou um vórtice marinho são tarefas de dificuldades completamente diferentes. Da mesma forma, escalar uma muralha rústica, de pedras e em um tempo seco é bem mais fácil que uma muralha completamente lisa em um dia chuvoso.

Geralmente essas análises do que é ou não plausível em cada contexto depende do bom juízo do mestre, que claramente pode ser convencido a aumentar ou diminuir o nível a depender da narrativa da história ou do argumento oferecido pelo jogador. Independente do sistema de RPG, complexo ou simples, a sorte é uma ferramenta fundamental para introduzir incertezas e complexidade aos jogos. A incerteza deve ser usada com parcimônia para não se tornar um limitador que impeça ações simples. É nessa incerteza que temos uma primeira abertura para trabalhar Probabilidade e Combinatória, além de inserir na própria narrativa aquilo que se deseja explorar.

Todas as ações dos personagens são delimitadas pelos seus atributos e ocorrem com testes de sorte. Este tipo de teste de sorte ocorre a partir de um algoritmo específico para cada situação que pode variar em cada sistema. Nesse contexto o combate também segue um conjunto de regras próprio, pois deve levar em conta tanto a capacidade de o atacante gerar dano ao inimigo quanto a chance deste de esquivar ou defender. Quanto mais complexo o sistema mais coisas são levadas em conta como armas, habilidades, pontos de atributos, magias de suporte ou maldições no atacante ou no defensor.

As ferramentas mais comuns de teste de sorte são os dados com faces de mesmo formato. De forma geral os dados convencionais são baseados em sólidos de Platão, onde cada face é numerada de um até o número total de e faces opostas somam o total de faces

mais um. Nesse modelo temos o dado convencional, baseado em um cubo, possui seis faces e é chamado de “D6” onde D representa que o objeto é um dado e o número representa a quantidade de faces. Os dados mais comuns são: D4, tetraedro; D6, cubo; D8, octaedro; D12, dodecaedro; e D20, icosaedro. Além destes cinco dados um dado comumente utilizado é o D10, que é o único que não é um sólido platônico, e o valor da soma de faces opostas é nove. O único dado que não assume face oposta é o D4.

Tagmar, por exemplo, faz uso de apenas dois dados poliédricos, o D10 e o D20 [18]. Por sua vez os sistemas ZIP e Excelsior [19], que são sistemas brasileiros gratuitos e bastante simplificados, se valem apenas de uma moeda para jogar ou, no caso de não ter moedas, um jogo de “par ou ímpar” contra o mestre.

## 4.2 Algumas dissertações sobre o uso do RPG

O tema do uso dos RPGs como ferramenta de ensino da Matemática não é novo, visto que já existem diversas dissertações defendidas em mestrados profissionais com o mesmo tema de pesquisa, como os de Bressan [20], Feijó [17], Silva [21], Roberto [22], Albino [23] e Ricardo [24].

- **Autor:** Bressan, Ricardo

**Título:** RPG como estratégia no ensino das operações elementares em Matemática

**Instituição:** Universidade Cruzeiro do Sul

**Ano:** 2014

- **Autor:** Feijó, Rodrigo O.

**Título:** O uso de *Roleplaying Games* como recurso pedagógico nas aulas de Matemática

**Instituição:** Universidade Federal Rio Grande do Sul

**Ano:** 2014

- **Autor:** Silva, Felipe Q.

**Título:** Usando RPG no ensino da Matemática

**Instituição:** Universidade Federal Juiz de Fora

**Ano:** 2014

- **Autor:** Roberto, Rafael R.

**Título:** O uso do RPG (*Roleplaying Game*) para o ensino do Teorema de Pitágoras

em uma Escola Municipal do Rio de Janeiro

**Instituição:** Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**Ano:** 2018

- **Autor:** Albino, Hélio H.

**Título:** Gênios do Cálculo RPG: Uma ferramenta para o ensino de Matemática

**Instituição:** Universidade Federal Santa Catarina

**Ano:** 2020

- **Autor:** Ricardo, Robson

**Título:** O uso do *Roleplaying Game* (RPG) como ferramenta motivacional no Ensino da Matemática

**Instituição:** Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**Ano:** 2020

Todos esses autores concordam em afirmar que o ambiente de sala de aula pode e deve ser enriquecido com aquelas ferramentas que já fazem parte da vivência dos estudantes, e que o jogo serviria de forma basilar ao desenvolvimento de experiências concretas. Roberto [22] salienta que o conhecimento adquirido sem base nas experiências pessoais dos estudantes se torna uma experiência rasa, não duradoura.

Os autores dos trabalhos citados, propõe que o ambiente de sala de aula pode ser enriquecido com aquelas ferramentas que já fazem parte da vivência dos estudantes. De forma geral todos eles apresentam um sistema de regras para o RPG, porém focam o caráter educacional apenas na narrativa.

Albino [23] indica que o aplicador dos jogos de RPG poderia gravar áudios imitando vozes de personagens, vídeos contando parte da narrativa. Além de se valer de objetos reais para facilitar a imersão e incentivar que o RPG tenha todas as características do *Roleplay*. Ele salienta que a limitação do horário escolar deve ser levada em conta na hora de se planejar a aventura e, quando for necessária uma extensão de horário se valer de plataformas de vídeo chamada.

Ricardo [24] percebe que existiu um aumento na motivação dos seus alunos, e que esse foi um fator capaz de impulsionar o ímpeto pela aprendizagem, pois quando motivado o estudante se dispõe a testar estratégias, tentar novos argumentos e resolver os desafios. Esse empenho surge uma vez que a ação do estudante advém do seu próprio interesse,

mais que da obrigação de efetuar uma tarefa ordenada a ele. Roberto [22] aponta que com a execução do RPG proposto por ele para o ensino da Matemática em sala de aula se percebeu um aumento notável de interesse, uma vez que a relação do educador com aluno se transforma de uma relação hierárquica para uma relação mista de hierarquia e parceria, já que o professor na posição de mestre também é jogador.

Ricardo [24] aponta que o uso do RPG não trouxe grande variação nos resultados quantitativos, como melhorias de notas, mas apresentou melhoria nos resultados qualitativos, como maior interesse e disposição pelas aulas de Matemática. Faz-se notar que qualquer análise quantitativa de aplicações de métodos diferenciados de ensino está sujeita à todas as variáveis socioculturais que uma seleção de estudantes com diferentes experiências pregressas pode assumir. Desse modo, a aplicação deste sistema de jogos pode não fornecer fatores quantitativos, mas a reação dos jogadores pode ser avaliada através de uma pesquisa qualitativa onde se questionaria aos estudantes o quão aquele método de ensino se mostrou interessante comparado à uma aula convencional.

O RPG, independente do modelo utilizado pelos autores citados, exige o uso de operações aritméticas básicas e comparação entre números pela própria construção ferramental. O estudante soma valores dos dados, subtrai pontos de vida, divide os prêmios das missões, entre outras ações. De certa forma se exige do estudante que a cada momento do jogo ele faça diversas operações simples para fazer o jogo continuar, mas estas operações estão contextualizadas e ocultas por meio da aventura que os personagens devem superar.

Além das noções que já fazem parte da estrutura do RPG, outros conteúdos podem ser expostos na própria narrativa dos jogos. Nessa linha Roberto [22] usa a narrativa para explorar o teorema de Pitágoras.

O objetivo do nosso trabalho será se valer da estrutura básica do RPG para explorar os conceitos de combinação e Probabilidade de forma a se valer das experiências dos trabalhos já realizados para auxiliar o desenvolvimento de um sistema próprio de RPG, que seja simples o bastante para facilitar a aplicação em ambiente de sala de aula.



# 5 Contagem e Probabilidade no Ensino Fundamental

---

Com base na fundamentação apresentada nos capítulos anteriores este trabalho busca apresentar uma ferramenta paradidática, na forma de um RPG, com intuito de explorar e treinar as noções basilares de Probabilidade e Análise Combinatória, com uma linguagem acessível a um público que possua, pelo menos, algum grau de proficiência nas quatro operações básicas.

Isso porque o objetivo é que a escala de dificuldade da apostila deve também se valer do próprio aumento da dificuldade dos conteúdos matemáticos. Partindo deste princípio podemos tomar como base a ordem proposta pelas principais cartilhas educacionais dos governos, quais sejam, a PCN a BNCC e o Currículo Referência de Minas Gerais.

## 5.1 A abordagem do PCN

Primeiramente vamos observar como a legislação anterior, substituída em 2018, tratava o ensino dos tópicos de Probabilidade e Combinatória antes da publicação da Base Nacional Curricular Comum. Essa ferramenta orientou o ensino durante vinte anos e foi nela que a maior parte dos adultos, professores inclusos, foram educados.

O Parâmetro Curricular Nacional (PCN) [25] de 1998, dividia os estudantes em ciclos etários de forma que os alunos do ensino fundamental dois se encontravam nos terceiros e quartos ciclos. O terceiro ciclo compreendia os estudantes das quinta e sexta séries, já os de sétima e oitava compunham o quarto ciclo. Essa delimitação indicava uma diferença na forma de exigência das disciplinas em relação à maturidade do estudante.

O PCN demandava a oferta aos estudantes do ensino fundamental, antigas 5<sup>a</sup> à 8<sup>a</sup> séries, no tocante ao tratamento de informações, uma grade curricular que trouxesse as noções da Estatística, Probabilidade e do Princípio Multiplicativo. Sem que este incorra em uma estrutura onde seus termos e fórmulas sejam definidas, de forma que ao aluno

seja fornecida noção preliminar de tais conceitos.

Na Probabilidade se trataria das noções de aleatoriedade, noções do acaso e da incerteza, estimando graus de possibilidades podendo se valer de experimentos em espaços equiprováveis. A Combinatória surge para introduzir a noção do princípio multiplicativo, servindo de base para ampliar o entendimento das Probabilidades.

Era esperado que estudantes do terceiro ciclo se tornassem plenamente capazes de representar a contagem dos casos possíveis em situações Combinatórias e construir o espaço amostral e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.

Já para os estudantes do quarto ciclo, além dos tópicos vistos no terceiro ciclo, se deveria valer do princípio multiplicativo para construir o espaço amostral e elaborar e executar experimentos para estimar e verificar Probabilidades.

O PCN [25] deu atenção extra à chamada falácia do apostador, ou usando o exemplo que o texto original apresenta:

Para ampliar a noção de Probabilidade pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda deu 9 vezes cara [...]. Se o número de lançamentos for 1.000? ou 10.000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso? É importante que eles descubram, pela experimentação, que as chances de cada resultado ser igual 50% deve-se à simetria da moeda e sua homogeneidade (moeda honesta). Com esse trabalho espera-se que o aluno também perceba que ele poderia ter lançado uma moeda 15 vezes obtendo nesses lançamentos 15 caras. Mas, mesmo que isso tivesse acontecido o que é bem difícil no 16º lançamento, a chance de obter cara continua sendo a mesma de obter coroa e que a disparidade entre os resultados de cara e de coroa tendem a diminuir conforme se amplia o número de experimentos. (Brasil [25], p. 38)

Desta forma foi dado um grande foco às noções e intuições dos estudantes, tanto para guiar quanto para corrigir erros lógicos através de uma aplicação sistêmica de um pensamento estruturado na forma apresentada pela Matemática da Probabilidade.

## 5.2 A abordagem na BNCC

A BNCC [26], sucessora dos PCN, dá bastante enfoque em trazer à tona os conhecimentos e experiências Matemáticas vivenciadas pelos estudantes. Também tem interesse em garantir que os novos conceitos sejam apresentados de forma ampla e capazes de gerar reflexão e que o conceito seja munido de contexto significativo para facilitar compreensão dos tópicos trabalhados. Nestes moldes a BNCC prevê a aplicação de jogos e

softwares na educação.

A Matemática no ensino fundamental dois, antigos terceiros e quarto ciclos, precisa correlacionar essa experiência com a argumentação Matemática e a devida linguagem simbólica. Já é esperada dos estudantes uma capacidade de abstrair conceitos para aplicá-los em novos contextos.

Interessa-nos então observar a unidade temática “Probabilidade e Estatística” e as habilidades que se relacionam a este tópico em cada ano do ensino fundamental.

Ao aluno de sexto ano se espera a capacidade de calcular a Probabilidade como razão entre a quantidade de resultados favoráveis e o total dentro de um espaço amostral dado, além de inferir com base em experimentos de repetições quais seriam as Probabilidades de alguns eventos. O sétimo ano foca em ampliar tais experimentos. Como indicam os tópicos no BNCC:

(EF06MA30) Calcular a Probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a Probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de Probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

No oitavo ano se dá início ao trabalho de soma de Probabilidades dentro de um mesmo espaço amostral e o princípio multiplicativo. Enquanto no nono ano são trabalhadas as noções de eventos dependentes e independentes.

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

(EF08MA22) Calcular a Probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das Probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a Probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Desta forma se percebe uma mudança sutil dos conteúdos previstos pela PCN e pela BNCC, principalmente um foco maior na experimentação e o acréscimo do tópico dos eventos dependentes e independentes.

A apostila desenvolvida neste trabalho é voltada para estudantes do ensino fundamental, mas se entende que uma compreensão plena das noções de Combinatória exige uma abordagem do Princípio Aditivo, que é prevista na grade curricular do Ensino Médio.

Qual seja:

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

Desta forma a soma de porcentagens independentes no mesmo conjunto se apresenta de forma mais natural posteriormente.

### 5.3 A abordagem no Currículo Referência de Minas Gerais

Tomando como base a BNCC cada estado foi incumbido de planejar e elaborar um currículo referência com base na realidade local. Desta forma é criado, em 2019, o Currículo Referência de Minas Gerais [27].

A estrutura pensada então é que o conhecimento de sala de aula se dá por uma análise em quatro fases, do geral para o específico. Primeiro temos o BNCC que dá a diretriz nacional, após o Currículo Referência iria adaptar à realidade do estado, na sequência se tomaria o Projeto Político Pedagógico da escola e por fim o Plano de Aula do professor.

O Currículo Referência ressalta que a Matemática, no ambiente escolar, não deve tratar apenas dos objetos matemáticos, mas da sua correlação com a realidade e as experiências dos estudantes. O texto esclarece que os conteúdos surgem em caráter progressivo, com uma construção continuada a cada ano de ensino, de forma que todos os tópicos são apresentados e/ou revisados a cada ano de ensino.

De forma semelhante a BNCC, nos interessa observar o que há na unidade temática “Probabilidade e Estatística”, principalmente o que remete à Probabilidade, a cada ano do ensino fundamental dois.

Assim basta observar que o Currículo Referência mantém o que estrutura o BNCC com o acréscimo de um tópico específico no conteúdo do sexto ano.

(EF06MA56MG) Relacionar o conceito de Probabilidade com o de razão.

Para se priorizar a correlação entre as Probabilidades e suas notações fracionárias.

Dado o conhecimento previsto em cada uma das normativas que regem a educação básica no Brasil estabelecemos a apostila de forma que cada um dos conceitos seja abarcado para o público-alvo, estudantes do Ensino Fundamental.

# 6 Revisão de Combinatória e Probabilidade

---

Neste capítulo buscamos apresentar resumidamente uma fundamentação Matemática formal dos conceitos trabalhados didaticamente na apostila, de forma que tanto a abordagem teórica quanto a paradidática do jogo sejam bem fundamentadas. Entende-se que o conteúdo fornecido por materiais com linguagem voltada para um conteúdo teórico da Matemática, como o material de Morgado e Carvalho [28], foge ao escopo do que seria aplicado nas turmas de ensino básico, por tal razão se buscou, dentre os materiais para estudantes de formação básica, aquele que apresentasse os tópicos de forma mais formal. Por tal razão apresentaremos as definições e resultados apresentados por Hazzan [29] e Vasconcelos e Rocha [30].

## 6.1 Análise Combinatória

Aponta Hazzan [29] que a análise combinatória visa desenvolver métodos de contar a quantidade de elementos em um conjunto dadas certas condições. O que pode ser trivial quando os grupos são pequenos pode se mostrar uma tarefa extremamente árdua para grupos maiores.

Esta seção vai apresentar o Princípio Aditivo e se preocupar em demonstrar o Princípio Fundamental da Contagem, também conhecido como Princípio Multiplicativo. Para isso vamos começar apresentando a seguinte definição.

**Definição 6.1 (Cardinalidade):** Seja  $A$  um conjunto finito,  $N(A)$  é sua cardinalidade, isso é, a quantidade de elementos contidos neste conjunto.

### 6.1.1 Princípio Aditivo

Segundo Vasconcelos e Rocha [30], o Princípio Aditivo da contagem que permite determinar o número de elementos de um conjunto que seja resultado de uma união de

dois outros conjuntos finitos. Podemos anunciar o Princípio Aditivo como se segue.

**Proposição 6.2 (Princípio Aditivo para dois conjuntos):** Se  $A$  e  $B$  são conjuntos finitos disjuntos, ou seja, tais que  $A \cap B = \emptyset$ , então  $A \cup B$  também é finito e vale a igualdade  $N(A \cup B) = N(A) + N(B)$ . Para o caso em que  $A$  e  $B$  não sejam disjuntos temos  $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$ .

Podemos definir o Princípio Aditivo para três ou mais conjuntos disjuntos, que são os tópicos de interesse para esta dissertação, da seguinte forma.

**Proposição 6.3 (Princípio Aditivo):** Tome os conjuntos  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  disjuntos dois a dois, ou seja, para quaisquer conjuntos  $A_i$  e  $A_j$ , com  $i \neq j$ , vale  $A_i \cap A_j = \emptyset$ . Nestas condições, sendo  $B = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ , vale a igualdade

$$N(B) = \sum_{i=1}^n N(A_i).$$

Como veremos o Princípio Aditivo de conjuntos disjuntos, que serve como base para estabelecer diversos conceitos posteriores.

### 6.1.2 Princípio Fundamental da Contagem

Hazzan [29] apresenta a construção do Princípio Fundamental da Contagem, também conhecido como Princípio Multiplicativo. Esse resultado é exposto em duas partes, A e B. Para fundamentar a parte A do teorema o autor apresenta o lema a seguir com uma demonstração visual para a compreensão dos estudantes do ensino médio.

**Lema 6.4:** Consideremos os conjuntos  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  e  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ . Podemos formar  $mn$  pares ordenados  $(a_i, b_j)$  onde  $a_i \in A$  e  $b_j \in B$ .

Apresentamos aqui a argumentação oferecida por Hazzan [29] para justificar esse lema.

*Demonstração.* Observe que para cada  $b_k \in B$  temos  $m$  possíveis elementos de  $A$

para formar um par ordenado.

$$\begin{array}{cccc}
 & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{a}_m \\
 \mathbf{b}_1 & (a_1, b_1) & (a_2, b_1) & \dots & (a_m, b_1) \\
 \mathbf{b}_2 & (a_1, b_2) & (a_2, b_2) & \dots & (a_m, b_2) \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \mathbf{b}_n & (a_1, b_n) & (a_2, b_n) & \dots & (a_m, b_n)
 \end{array}$$

De forma que o total de pares ordenados entre os conjuntos  $A$  e  $B$  pode ser escrito como  $m + m + \dots + m = mn$ .  $\square$

Em posse deste lema ele demonstra o que chama de “Princípio Fundamental da Contagem, Parte A”.

**Teorema 6.5 (Princípio Fundamental da Contagem, Parte A):** Tome  $r$  conjuntos  $A_i$  com  $i = 1, 2, \dots, r$  de cardinalidades  $N(A_i) = n_i$ , então o número de seqüências de  $r$  elementos de cada um dos conjuntos, na forma de  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$  com  $\alpha_i \in A_i$  é  $n_1 n_2 \dots n_r$ .

*Demonstração.* Se  $r = 2$  o resultado é imediato, pois corresponde ao Lema 6.4 já provado. Por indução finita, supomos que a fórmula seja válida para  $k - 1$  e provaremos que ela é válida para  $k$ .

Para  $k - 1$  tomamos as seqüências de  $k - 1$  elementos  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{r-1})$ , pela hipótese de indução, existem  $n_1 n_2 \dots n_{r-1}$  seqüências e  $N(A_r) = n_r$ . Cada seqüência  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{r-1}, \alpha_r)$  consiste de uma seqüência  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{r-1})$  e um elemento  $\alpha_r \in A_r$ . Portanto, pelo Lema 6.4, o número de seqüências do tipo  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{r-1}, \alpha_r)$  é  $n = n_1 n_2 \dots n_{r-1} n_r$ . Segue que o teorema é válido para  $\forall r \in \mathbb{N}$  e  $r \geq 2$ .  $\square$

A Parte B do Princípio Fundamental da Contagem trata sobre a combinação dos elementos de um conjunto entre si, sem repetição. Como preparação para esse resultado, Hazzan [29] apresenta o seguinte lema.

**Lema 6.6:** A quantidade de pares ordenados  $(a_i, a_j)$ , tais que  $a_i$  e  $a_j$  pertencem ao conjunto  $A$  e são distintos  $a_i \neq a_j$  (para  $i \neq j$ ), é  $m(m - 1)$ , onde  $m$  indica a cardinalidade de  $A$ ,  $m = N(A)$ .

*Demonstração.* Tome apenas um elemento  $a_k \in A$  e forme pares ordenados com os próprios elementos de  $A$ , da forma como segue  $(a_k, a_1), (a_k, a_2), \dots, (a_k, a_k)$ ,

$\dots, (a_k, a_m)$ , ou seja, teremos  $m$  pares ordenados desta forma. Pela definição não queremos  $a_i \neq a_j$  (para  $i \neq j$ ), logo o total de pares ordenados neste caso é  $(m-1)$ . Aplicando o mesmo raciocínio para todos os  $m$  elementos de  $A$  temos que o total de pares ordenados pode ser escrito como  $(m-1)+(m-1)+\dots+(m-1) = m(m-1)$ .  $\square$

Com base neste lema Hazzan [29] propõe a Parte B do Princípio Fundamental da Contagem, sem apresentar demonstração indicando apenas que a mesma pode ser obtida através de aplicação do princípio da Indução Finita.

**Teorema 6.7 (Princípio Fundamental da Contagem, Parte B):** Consideremos um conjunto  $A$  com  $m$  elementos, ( $m \geq 2$ ), então o número de sequências de  $r$  elementos distintos dois a dois de  $A$  é  $m(m-1)(m-2)\dots[m-(r-1)]$ .

Desta forma a combinação dos elementos de conjuntos distintos é dada pelo produto da quantidade de elementos de cada conjunto e a combinação de elementos distintos de um mesmo conjunto é dado pelo produto do total de elementos do conjunto após cada escolha de um elemento.

Esses resultados são o Princípio Fundamental da Contagem, ou Princípio Multiplicativo, que verá uso no produto quando da contagem de elementos de um conjunto. Não são raras as instâncias onde os jogadores combinam dados e moedas, de forma que é interessante que este saiba elaborar um método para guiar suas escolhas no jogo.

## 6.2 Probabilidade

Nesta seção serão apresentadas as definições matemáticas, conforme apresentadas por Hazzan [29], de eventos aleatórios, frequência relativa e probabilidade com distribuição equiprovável.

### 6.2.1 Espaço Amostral

O espaço amostral, indicado por  $\Omega$ , é o conjunto de todos os resultados possíveis decorrentes de um experimento aleatório.

**Definição 6.8 (Espaço Amostral Finito):** Diremos que o espaço amostral  $\Omega$  é finito se  $N(\Omega) = n \in \mathbb{N}$ .

Para o escopo deste trabalho apenas nos interessa trabalhar apenas com espaços



amostrais finitos.

**Definição 6.9 (Evento):** Um conjunto  $A \subset \Omega$  é chamado de evento, isso significa que estamos olhando um conjunto de resultados arbitrários dentro dos resultados de um experimento. Desta forma “o evento  $A$  ocorre” se, ao realizar o experimento, o resultado pertence ao conjunto  $A$ .

Se valendo da definição de Combinação, não apresentado neste trabalho, Hazzan [29] apresenta a seguinte definição.

**Definição 6.10 (Quantidade de Eventos em um Espaço Amostral Finito):** Dado um espaço amostral  $\Omega$  tal que  $N(\Omega) = n$ , então  $\Omega$  possui  $2^n$  subconjuntos e, portanto,  $2^n$  eventos.

Dentre estes eventos, ele destaca os eventos certo e impossível.

**Definição 6.11 (Evento Certo e Impossível):** Dentre todos os eventos de  $\Omega$  destacamos o conjunto vazio  $\emptyset$ , que chamamos de evento impossível, e o próprio  $\Omega$ , chamado de evento certo.

A partir daí o autor parte a definir as operações de união, interseção e entre dois eventos, com base nas operações correspondentes entre conjuntos.

**Definição 6.12 (União entre Eventos):** Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos; então  $A \cup B$  será um evento que ocorrerá quando pelo menos um dos dois ocorrer. Dizemos que  $A \cup B$  é a união entre os eventos.

**Definição 6.13 (Interseção entre Eventos):** Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos; então  $A \cap B$  será um evento que ocorrerá quando todos os dois eventos ocorrerem simultaneamente. Dizemos que  $A \cap B$  é a interseção entre os eventos.

**Definição 6.14 (Eventos Disjuntos):** Dados dois eventos  $A$  e  $B$  dizemos que eles são disjuntos se não possuem elementos em comum, isso é,  $A \cap B = \emptyset$ .

**Definição 6.15 (Evento Complementar):** O evento complementar de  $A$  é um evento  $A^C$  tal que  $A \cup A^C = \Omega$ , ou seja,  $A^C$  ocorre se, e somente se,  $A$  não ocorrer.

### 6.2.2 Probabilidade

Incluimos aqui o desenvolvimento do conceito de probabilidade como apresentado por Hazzan [29]. Começamos definindo eventos elementares e suas probabilidades.

**Definição 6.16 (Probabilidade de Eventos Elementares):** Considere o espaço amostral finito  $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ . A cada evento elementar  $\{a_i\}$  vamos associar um número real, indicado por  $p(\{a_i\})$  ou  $p_i$ , chamado de probabilidade do evento  $\{a_i\}$ . A probabilidade dos eventos elementares deve respeitar as propriedades

$$0 \leq p_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, k \text{ e}$$

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1.$$

Desta forma os valores de  $p_1, p_2, \dots, p_k$  definem uma distribuição de probabilidades sobre  $\Omega$ .

Dado um evento qualquer  $A \subset \Omega$  se define a probabilidade do evento  $A$ , representada por  $P(A)$ , como a soma das probabilidades dos eventos elementares contidos em  $A$ .

**Definição 6.17 (Espaços Equiprováveis):** Os espaços amostrais equiprováveis são tais que todos os elementos possuem a mesma probabilidade.

Assim, seja  $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ,  $N(\Omega) = K$ , uma distribuição equiprovável, onde

$$p_i = \frac{1}{K}, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Um evento  $A \in \Omega$ , onde  $N(A) = r$ , possui probabilidade

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{r}{K}.$$

Hazzan [29] passa então a apontar alguns teoremas que podem ser deduzidos a partir das definições e teoremas apresentados.

**Teorema 6.18:** A probabilidade de um evento certo é 1.

*Demonstração.* De fato, o evento certo é  $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  e por definição

$$P(\Omega) = p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1. \quad \square$$

**Teorema 6.19 (Probabilidade da União):** Se  $A$  e  $B$  são eventos, então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

*Demonstração.* A probabilidade de ocorrer o evento  $A \cup B$ , pela Definição 6.12, é a probabilidade de pelo menos um dos eventos  $A$  e  $B$  acontecerem. Quando somamos as probabilidades  $P(A)$  e  $P(B)$  computamos a interseção entre os eventos duas vezes (uma por estar em  $A$  e outra por estar em  $B$ ). Logo

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B). \quad \square$$

**Corolário 6.20:** No caso de dois eventos  $A$  e  $B$  disjuntos temos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

**Corolário 6.21:** No caso de  $n$  eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  disjuntos dois a dois temos que

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

**Teorema 6.22:** Se  $A$  é um evento então  $P(A^C) = 1 - P(A)$ .

*Demonstração.* Temos, por definição, que dado  $A \in \Omega$ ,  $A \cup A^C = \Omega$  e  $A \cap A^C = \emptyset$ . Assim temos que

$$P(\Omega) = P(A) + P(A^C) - P(A \cap A^C).$$

Sabemos que  $P(\Omega) = 1$ ,  $P(\emptyset) = 0$  e os conjuntos  $A$  e  $A^C$  são disjuntos, temos então que  $P(A \cap A^C) = P(\emptyset) = 0$ . Ou seja,  $1 = P(A) + P(A^C)$ , de forma que  $P(A^C) = 1 - P(A)$ .  $\square$

Outra noção de probabilidade que precisamos abordar é a de como calcular a probabilidade de dois eventos ocorrerem simultaneamente. A apresentação dada por Hazzan [29] envolve abordar probabilidade condicional, para abarcar os casos onde os eventos não são disjuntos. Como este tópico foge do escopo deste trabalho, as definições e teoremas serão citadas sem as devidas demonstrações. A apresentação deste tipo de atividade na apostila ocorrerá de apenas de forma intuitiva.

**Definição 6.23 (Probabilidade Condicional):** Seja  $\Omega$  um espaço amostral e consideremos dois eventos  $A$  e  $B$ . Com o símbolo  $P(A|B)$  indicamos a probabilidade condicional do evento  $A$ , uma vez que  $B$  tenha ocorrido.

**Teorema 6.24 (Teorema da Multiplicação):** Sejam  $A$  e  $B$  dois eventos, a probabilidade condicional do evento  $A$ , uma vez que  $B$  tenha ocorrido é

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0$$

De onde obtemos

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

Apenas neste momento ele apresenta a ideia de independência entre dois eventos.

**Definição 6.25 (Probabilidade de Eventos Independentes):** Dados dois eventos  $A$  e  $B$  de um espaço amostral  $\Omega$ , dizemos que  $A$  independe de  $B$  se  $P(A|B) = P(A)$

Desta definição podemos extrair

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A)}{P(A)} = P(B)$$

Temos então uma fórmula para a probabilidade de eventos independentes ocorrerem simultaneamente

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Concluimos assim a apresentação dos resultados que serão utilizados na apostila, quais sejam, Princípios Aditivos e Multiplicativos de Análise Combinatória e as noções de probabilidade em espaços amostrais equiprováveis. Esta apostila busca, ativamente, evitar tópicos mais complexos pois visa alcançar estudantes dos anos finais do ensino fundamental, como já exposto.

# 7 Produção e Apresentação da Apostila

---

O uso de jogos na Educação Matemática, conforme defendido no Capítulo 2, tem potencial para, através de uma forma de ensino não tradicional, introduzir conceitos abstratos por meios de ferramentas lúdicas. Com base nessa estrutura se buscou, no Capítulo 3, reintroduzir o faz-de-conta como ferramenta válida para educação daqueles que superaram a infância, passando a denominá-la como *Roleplay*.

O *Roleplay* exige que o participante se ponha no lugar do personagem para resolver as situações problemas. O participante, chamado de jogador, pode ser alguém em Paris aprendendo francês, uma molécula em um composto químico, um conector lógico em uma calculadora eletrônica. Como já defendido a ferramenta pode ser utilizada sem a estrutura do jogo onde, por meio de uma ação empática, o professor se coloca no lugar do estudante enfrentando aquele conhecimento pela primeira vez e com o resultado dessa abordagem adaptar a forma de ensino.

Um desenvolvimento direito do *Roleplay* é o RPG, onde se une à encenação uma gamificação. Nessa modalidade é dado a um jogador poder para arbitrar resultados e se insere os testes de sorte para randomizar a realidade.

Com base em toda essa construção e entendimento do RPG como um jogo, e da possibilidade de se usar os Jogos na Educação como ferramenta de ensino da Matemática, se pensou na construção de uma apostila especificando um sistema de RPG simples o suficiente para ser usado em qualquer ambiente, inclusive o escolar.

Desta forma se construiu a primeira parte da Apostila: um livro de regras e explicações com o intuito de fornecer a estrutura de um jogo que use a quantidade mínima de objetos para promover o máximo de diversão, se valendo de lápis, papel, duas moedas e um dado.

A versão atual da apostila visa atingir aqueles que já possuem alguma noção sobre o que é RPG, seja por conta de conhecimentos prévios ou por conta da leitura desta dissertação. Assim a apostila emprega pouco tempo explicando o que é um RPG.

O RPG “Zip Math” terá os conceitos apresentadas em uma ordem que faça sentido de acordo com a importância da ação para o jogo. Primeiro serão apresentados os conceitos de criação para o personagem, depois como funcionam os testes de sorte, combates e magias e por fim serão apresentados o sistema financeiro dentro do universo proposto.

Uma vez construído o livro de regras a apostila passa a apresentar a razão educacional que levou ao autor o interesse de usar o jogo de RPG em sala de aula, que foi a percepção de que os estudantes tendem a não compreender os tópicos de Contagem e Probabilidade pois possuem pouco contato com objetos reais que podem ser estudados com esse conceito. O RPG cumpre a demanda por se basear de forma efetiva em testes de sorte, além de não haver impedimento nenhum de que a parte do *Roleplay* também traga conhecimentos sobre o assunto.

Assim a segunda parte da apostila é um material didático, construído diante as regras do jogo proposto, explicando os conceitos básicos de Contagem e Probabilidade de forma a ser facilmente explorada para estudantes a partir do sexto ano do Ensino Fundamental.

## 8 Considerações Finais

---

Este trabalho acadêmico teve por fim construir um arcabouço teórico que serviu como base para a Apostila “ZIP Math” como uma ferramenta paradidática no ensino da Matemática. A construção teórica se deu de forma gradual, partindo do conceito geral de jogos na Educação Matemática até encontrar bases e resultados que suportem a aplicação do RPG como ferramenta de ensino.

Nesta dissertação se distinguiu os termos *Roleplay* de RPG, uma vez que o primeiro permite uma maior liberdade criativa e de resultados com um conjunto menor de regras. O *Roleplay* é parte fundamental do RPG e através da narrativa e encenação é possível acrescentar tópicos didáticos ao jogo, como explicações e justificativas para exemplos. O que tornaria o RPG ainda melhor como ferramenta educacional, no intuito deste trabalho, é o acréscimo dos testes de sorte através de rolagem de dados.

De tal maneira que, além de poder inserir na narrativa explicações, exemplos e demonstrações sobre os mais diversos tópicos da Matemática, é possível explorar as Probabilidades nos testes de sorte, ferramentas inerentes ao jogo de RPG.

Observando os testes de sorte nos jogos de RPG se decidiu trabalhar então os conceitos basilares de Probabilidade e Combinatória e, desta forma, o trabalho buscou apresentar como os manuais de ensino vigentes no Brasil preveem o ensino destes tópicos para estudantes de Ensino Fundamental.

Desta forma se buscou uma mescla da noção de RPG com as habilidades previstas na educação da Matemática para propor um novo RPG, adaptado de um sistema simplificado, que demandasse pouca informação inicial e provesse condições de explorar variados conceitos matemáticos durante uma sessão de jogos.

Assim surge o produto deste trabalho. Uma apostila composta de duas partes: Um livro de regras do “ZIP Math”, explicando o funcionamento do universo fantástico do jogo, e um texto didático que usa dos conceitos do próprio RPG para introduzir a base de Combinatória e Probabilidade.

Como planos futuros para desenvolvimento da apostila podem estar apresentações de uma aventura completa, composta de diversas campanhas curtas; correções e balanceamentos que se mostrarem necessários e/ou métodos de simplificar a jogabilidade sem diminuir a quantidade de ferramentas.



# Referências

---

- 1 MIGUEL, A. Entre jogos de luzes e de sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 9, n. 20, p. 323–365, dez. 2016. ISSN 2359-2842. Disponível em: <<https://desafioonline.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2877>>.
- 2 STRAPASON, L. P. R. *O uso de Jogos como Estratégia de Ensino e Aprendizagem da Matemática no 1º ano do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, 2011. Disponível em: <[https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFN-1\\_858424d6505ab095d57dd06330e5840d](https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFN-1_858424d6505ab095d57dd06330e5840d)>.
- 3 GRANDO, R. C. *O Conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula*. 224 p. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas. SP, 2000. Disponível em: <[http://matpraticas.pbworks.com/w/file/attach/124818583/tese\\_grando\(1\).pdf](http://matpraticas.pbworks.com/w/file/attach/124818583/tese_grando(1).pdf)>.
- 4 CHAPMAN, O. Imagination as a tool in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Springer Science and Business Media LLC, v. 11, n. 2, p. 83–88, mar 2008.
- 5 BRASIL. Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: saberes matemáticos e outros campos do saber. Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, 2014.
- 6 GROENWALD, C. L. O.; TIMM Úrsula T. Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. *Educação Matemática em Revista*, p. 21–26, maio 2020. Disponível em: <<http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-RS/article/view/2303>>.
- 7 ALMEIDA, P. N. d. *Educação Lúdica: Técnica e Jogos Pedagógicos*. [S.l.]: Loyola, 1990. ISBN 9788515001941.
- 8 FALKEMBACH, G. A. M. O lúdico e os jogos educacionais. *CINTED-Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, UFRGS*, 2006. Disponível em: <[http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura\\_1](http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura_1)>.
- 9 ADAMS, D. M. et al. Narrative games for learning: Testing the discovery and narrative hypotheses. *Journal of Educational Psychology*, American Psychological Association (APA), v. 104, n. 1, p. 235–249, 2012.
- 10 BRASIL. Referencial curricular nacional para a educação infantil: formação pessoal e social. Ministério da Educação, Brasília, 1998.
- 11 HUEARA, L. et al. O faz-de-conta em crianças com deficiência visual: identificando habilidades. *Revista Brasileira de Educação Especial*, v. 12, n. 3, p. 351–368, dec 2006. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbee/a/7mQSLmTR7NXKHKMrPZMJSB-/?format=pdf&lang=pt>>.

- 12 LEWIS, C. et al. *As Crônicas de Nárnia*. [S.l.]: WMF Martins Fontes, 2009. ISBN 9788578275693.
- 13 NUNES, R. A. *Roleplay: um recurso fiável e necessário no ensino da língua estrangeira*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, dez. 2016. Disponível em: <<https://run.unl.pt/handle/10362/20273>>.
- 14 SALES, M. *RPG (Role-Playing Game)*. Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/curiosidades/rpg.htm>>. Acesso em: 14 de abril de 2022.
- 15 ARDRIYATI, W. Roleplay: One alternative and effective teaching method to improve students' communication skill. *Dinamika Bahasa dan Budaya*, v. 3, n. 2, p. 218–228, 2009.
- 16 RESNICK, M.; WILENSKY, U. Diving into complexity: Developing probabilistic decentralized thinking through role-playing activities. *Journal of the Learning Sciences*, Informa UK Limited, v. 7, n. 2, p. 153–172, apr 1998.
- 17 FEIJÓ, R. O. *O uso de Role Playing Games como recurso pedagógico nas aulas de matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=1366113#](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1366113#)>.
- 18 RODRIGUES, M. et al. *Tagmar: Livro de Regras*. 3. ed. GSA, 2016. Disponível em: <<https://www.tagmar.com.br/Downloads/>>.
- 19 MICCHI, P. *ZIP*. Website. Disponível em: <<https://ziprpg.tripod.com/rpg/zip.htm>>. Acesso em: 14 de abril de 2022.
- 20 BRESSAN, R. *RPG como estratégia no ensino das operações elementares em Matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Cruzeiro do Sul, 2014. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=1452931](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=1452931)>.
- 21 SILVA, F. Q. da. *Usando RPG no ensino da matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), 2014. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=2185606](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2185606)>.
- 22 ROBERTO, R. R. *O uso do RPG (Role Playing Game) para o ensino do teorema de Pitágoras em uma escola municipal do Rio de Janeiro*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), 2018. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=6317961](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6317961)>.
- 23 ALBINO, H. H. *Gênios do Cálculo RPG: Uma ferramenta para o ensino de Matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2020. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=10069448](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10069448)>.
- 24 RICARDO, R. *O uso do Role-Playing Game (RPG) como ferramenta motivacional no Ensino da Matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade

- Federal Rural do Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=10381157](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10381157)>.
- 25 BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, 1998.
- 26 BRASIL. Base nacional comum curricular. Ministério da Educação, Brasília, 2018.
- 27 MINAS GERAIS. Currículo Referência de Minas Gerais. Conselho Estadual De Educação, Belo Horizonte, 2019.
- 28 MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. *Matemática Discreta*. Rio de Janeiro: SBM, 2015. (Coleção PROFMAT, 12). ISBN 978-85-8337-034-5.
- 29 HAZZAN, S. *Fundamentos de matemática elementar, 5: combinatória, probabilidade*. 3. ed. [S.l.]: Atual, 1977.
- 30 VASCONCELOS, C. B.; ROCHA, M. A. *Análise Combinatória e Probabilidade*. 3<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: EdUECE, 2019.

# Anexo I

## Apostila

---

Segue anexa a apostila resultante desta dissertação: “ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de Probabilidade”





# **ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de Probabilidade**

Tâmisson Santos Reis  
Luis Alberto D'Afonseca

# ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de Probabilidade

Tâmisson Santos Reis

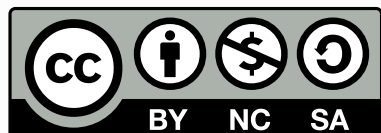
Luis Alberto D’Afonseca

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

23 de maio de 2022

Arte da capa: Fotografia [Donna Kirby](#) baixado de [Pixabay](#)

Esta apostila é fruto de uma dissertação realizada no programa de mestrado profissional (PROFMAT) no CEFET-MG.



Essa obra tem a licença [Creative Commons](#) “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Apresentação</b>	<b>1</b>
<b>I</b>	<b>Regras do Jogo</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Criação de Personagens</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Jogando uma Campanha</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>Realizando um Combate</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Compreendendo as Magias</b>	<b>16</b>
5.1	Magias arcanas . . . . .	17
5.2	Magias clericais . . . . .	18
<b>6</b>	<b>Comércio e Sistema Monetário</b>	<b>19</b>
6.1	Taverna e Hospedaria . . . . .	20
6.2	Ferreiro . . . . .	20
6.3	Mercado . . . . .	21
<b>7</b>	<b>Campanha Inicial – Tutorial</b>	<b>22</b>
<b>II</b>	<b>A Matemática do Jogo</b>	<b>25</b>
<b>8</b>	<b>Métodos de Contagem</b>	<b>26</b>
8.1	Princípio Aditivo . . . . .	27

8.2	Princípio Multiplicativo . . . . .	28
8.3	Exercícios . . . . .	34
<b>9</b>	<b>Probabilidade</b>	<b>35</b>
9.1	Apresentação de Probabilidade . . . . .	35
9.2	A Relação entre Contagem e Probabilidades . . . . .	40
9.3	Exercícios . . . . .	42
<b>A</b>	<b>Ficha de Personagens e Resumo das Regras</b>	<b>43</b>
	<b>Respostas</b>	<b>46</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>47</b>
	<b>Índice Remissivo</b>	<b>48</b>



# 1

## Apresentação

Esta apostila foi criada como resultado de uma dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) e tem como objetivo a criação de mais uma ferramenta que possa auxiliar os educadores a introduzir conceitos matemáticos através da aplicação de um jogo, bem como criar um manual que pode ser usado independente de sala de aula para gamificação de narrativas que os próprios jogadores quiserem construir.

Ensinar Matemática é um caminho em que existem diversas barreiras, desde barreiras sociais quanto pelo próprio estilo de construção do conhecimento que a Matemática se sustenta. Cada geração de educadores busca propor novas estratégias para resolver os problemas que surgem no processo de ensino e na tradução da linguagem dura da matemática em exemplos empíricos.

A elaboração deste material tem por objetivo a construção de um material complementar, que não visa uma substituição completa do método tradicional de ensino. Ele foi pensado para trabalhar apenas os tópicos de Probabilidade e Análise Combinatória em uma dificuldade acessível a estudantes de ensino fundamental, dada habilidade pedagógica do mestre.

Os jogos na educação já são usados há muito como ferramenta complementar para a educação, principalmente da Matemática, e fornecem, se não uma melhoria no aprendizado, uma melhoria da relação do estudante com o conteúdo.

A vantagem de se valer do RPG é que ele permite que o ensino da Matemática se dê através de duas formas. A primeira maneira que o RPG, assim como grande

parte dos jogos de tabuleiro, contribui no processo de aprendizagem da Matemática é familiarizando o jogador com as ferramentas de sorte como as cartas, dados, roletas ou quaisquer formas de testar sorte. Por outro lado, o RPG tem a questão de interpretação de papéis, onde os jogadores se veem diante uma narrativa que pode ser construída para trazer conhecimentos históricos, filosóficos, literários, políticos e matemáticos.

Por este caráter paradidático a Matemática apresentada no texto não será apresentada em sua roupagem formal, mas uma apresentação mais condizente com a que qualquer indivíduo possa compreender.

A Parte I do texto trata das regras do sistema do RPG adaptado de forma a facilitar aplicação em sala de aula com materiais simples, mas esta Parte I também pode facilmente ser utilizada como manual de regras para jogos sem nenhuma temática de ensino. Já a Parte II é uma apostila de introdução aos conceitos de probabilidade e contagem explorados no Ensino Fundamental, contextualizado com o jogo proposto.

## O que é RPG?

RPG, (*Roleplaying Game*), é um jogo onde cada jogador interpreta um personagem durante missões em busca de completar uma narrativa. É um jogo interativo, onde cabe aos jogadores escolher como o personagem irá lutar, sobreviver e superar as dificuldades apresentadas a ele pelo mestre.

O mestre, em um jogo de RPG, é um jogador que vai apresentar a narrativa, guiar os personagens, explicar e aplicar as regras do jogo. Além do RPG que apresentamos nesta apostila, outros três exemplos de fácil acesso, por serem nativamente em Português, são o [ZIP](#) e o [Tagmar](#), que são gratuitos, e o [Tormenta](#), que é pago. Cada um desses RPGs conta com sistemas de regras de distintos graus de complexidade.

A maior vantagem de um RPG é que as regras podem ser alteradas, removidas ou criadas pelo mestre para adequar o jogo às suas necessidades. Essa alteração no conjunto de regras abre espaço para que toda a narrativa seja possível e plausível dentro de um universo de RPG. Por exemplo, é possível construir RPGs de aventura solo, um livro onde um jogador segue a narrativa pré-produzida, até uma grande multidão de jogadores em um Live Action RPG, uma modalidade de RPG onde várias pessoas fantasiadas se juntam para aumentar a imersão.

O jogo pode se passar em um mundo mágico ou num futuro apocalítico. Pode ser no planeta terra ou em viagens espaciais. Os personagens podem ser desde super-heróis em lutas galácticas ou humanos comuns lidando com problemas normais. Tudo fica por conta da narrativa criada pelo mestre.

Essa liberdade narrativa torna opcional que se siga uma coerência histórica com o mundo real, mas é fundamental que o narrador, mestre, mantenha a narrativa coesa. Se a campanha ocorre com base na mitologia grega é de se esperar que não existam armas de fogo no universo. O mestre tem que estar preparado para jogadas ruins dos jogadores, como sacrificar um habitante do mundo sem se importar se ele é importante para a história.

Os resultados das ações dos personagens são delimitados pelos seus atributos e ocorrem com testes de sorte. Este tipo de teste de sorte ocorre a partir de um algoritmo específico para cada situação que pode variar em cada sistema. Neste contexto o combate também segue um conjunto de regras próprio, pois deve levar em conta tanto a capacidade do atacante gerar dano ao inimigo quanto a chance deste de esquivar ou defender.

Então RPG é essa combinação de narrativa, interpretação e sorte. De certa forma é um jogo de todos contra o mestre, pois o mestre quem criou os problemas que os personagens irão superar. Mas para o mestre os jogadores não são inimigos, são os protagonistas vivos da história que ele quer contar.

# I

## Regras do Jogo

# 2

## Criação de Personagens

Todo personagem deve ter características que possam fazer dele o mais vivo possível como possuir um nome, uma raça, um Ponto Forte e uma classe. É opcional a inclusão de informações como uma história pregressa simples, gênero, idade, altura, peso ou qualquer coisa que enriqueça sua individualidade, uma vez que esses fatores não serão considerados como base de cálculo para jogabilidade, mas podem enriquecer drasticamente o *Roleplay*.

Todo personagem criado, antes da escolha de qualquer característica ou melhoria dos armamentos, consegue resistir a 12 pontos de dano e, ao atacar, pode causar um ponto de dano. Dessa forma não há que se falar em pontos de vida, apenas na capacidade de receber e aguentar dano.

A primeira característica na criação de um personagem humano no nosso sistema de RPG é qual atributo em que este se destaca, chamado do Ponto Forte de um personagem. São quatro os atributos para possíveis pontos fortes: Força, Agilidade, Carisma e Vitalidade. Cada Ponto Forte gera benefícios distintos em determinadas ações.

Diametralmente oposto ao Ponto Forte é possível que o personagem também tenha Pontos Fracos. O Ponto Fraco causa efeito contrário ao do Ponto Forte, e quando um personagem possuir um Ponto Forte e Fraco pelo mesmo atributo os efeitos se anulam. O jogador só pode adquirir Pontos Fracos ao selecionar sua classe ou em caso de alguma armadilha ou efeito de venenos.

Os efeitos de Pontos Fortes são os apresentados abaixo:

**Força:** confere ao personagem vantagens em situações que envolvam força física, como levantar pesos ou quebrar uma porta. Todos os testes de força física têm dificuldade reduzida em um nível. O dano causado em combate, usando armas de mão ou desarmados, aumenta em um ponto.

**Agilidade:** o personagem possui domínio corporal sendo bastante ágil e atlético e é, portanto, capaz de realizar saltos mais complexos ou qualquer movimento que exija destreza. Testes de Agilidade diminuem em dificuldade. Aumenta um ponto de dano em armas de projéteis (arcos, balestras ou facas arremessadas) ou armas leves (facas).

**Carisma:** representa a capacidade natural de ser sociável, causando aos outros uma reação favorável, tanto pela atratividade física quanto pela simpatia. Ter Ponto Forte em carisma resulta na redução em um nível da dificuldade de causar boa impressão a um estranho (o nível de dificuldade é determinado pelo mestre, em função das circunstâncias). Muito útil para conseguir aliados, evitar conflitos e ainda melhor para obter descontos.

**Vitalidade:** torna o personagem extremamente resistente a tudo que possa causar um dano a sua saúde, como venenos, doenças, maldições, entre outros. Aumenta em 3 os Pontos de Dano do Personagem e em 1 a Defesa.

Além dos personagens humanos os jogadores podem escolher por personagens não humanos, cujos Pontos Fortes são definidos pela sua raça.

**Ogros:** Tem como características comuns corpos robustos e pele esverdeada, são abençoados naturalmente como uma Força acima do normal.

**Ponto Forte: Força**

**Anãos:** Conhecidos pela baixa estatura e seus cuidados capilares, sempre ostentam barbas e cabelos bem penteados. Possuem uma paixão por escavação, ouro e são reconhecidos pela habilidade manual. São abençoados com velocidade e reflexos físicos além do normal.

**Ponto Forte: Agilidade.**

**Elfos:** São amantes e amados pela natureza, buscando sempre um bom convívio com as outras espécies. São conhecidos pela sua beleza e vaidade.

**Ponto Forte: Carisma**

**Reptilianos:** Dizem que descendem de Dragões Ancestrais, talvez isso explique as escamas ultra resistentes que cobrem seus corpos como armaduras e a alta resistência que têm a venenos.

**Ponto Forte: Vitalidade**

Além dos pontos fortes outro caráter importantíssimo é a Classe do personagem, que indica qual é o treinamento de combate e demais habilidades que este personagem desenvolveu ao longo de sua vida. As classes em nosso jogo são: Guerreiro, Assassino, Arqueiro, Mago, Clérigo e Aldeão. Cada classe não mágica possui vantagens e desvantagens, com exceção da classe Aldeão que é neutra. O acesso a magias já é uma vantagem maior, pois ampliam drasticamente as possíveis estratégias, por isso as classes Mago e Clérigo possuem duas desvantagens. A diferença entre os tipos de magias será explicada posteriormente.

**Guerreiro:** Especialista em armas de mão (não inclui armas de projétil), pode usar escudos. Um guerreiro sacrifica sua velocidade em troca de causar mais dano ao adversário.

**Ponto Forte em Força; Ponto Fraco em Agilidade.**

**Assassino:** Ataca com facas, que podem ser arremessadas (armas de projétil até 5 metros) ou usadas como armas de mão; tem habilidade de se mover furtivamente; arrombar fechaduras; bater carteiras. O Assassino sacrifica a quantidade de dano que é capaz de causar em troca de aumentar sua destreza.

**Ponto Forte Agilidade; Ponto Fraco em Força.**

**Arqueiro:** Usa armas de projétil (arcos e bestas); rastreamento; sobrevivência; furtividade. Essa classe possui uma agilidade acima da média, infelizmente ela tem uma defesa frágil.

**Ponto Forte Agilidade; Ponto Fraco em Vitalidade**

**Mago:** É capaz de realizar magias arcanas. O mago remodela seu corpo com magia, de forma que ele sacrifica sua saúde e é incapaz de gerar dano a alguém usando sua força física.

**Ponto Fraco: Vitalidade, Não pode causar dano físico.**

**Clérigo:** Especialista em defesa, pode usar escudos, é capaz de realizar magias clericais. Suas longas meditações reforçaram sua capacidade de resistir às enganações do mundo material, seu treinamento mágico reforça sua capacidade de sobrevivência

**Ponto Forte: Vitalidade; Pontos Fracos: Agilidade e Força**

**Aldeão:** Pode usar qualquer arma de dano físico, mas não adquire especialidade nenhuma.











**Não possui Pontos Fortes ou Fracos**

Além da descrição das características, a Ficha de Personagem também tem campos para registrar as armas usadas por ele, se ele tomou algum dano e quanto dinheiro ele possui.

Observe a ficha criada a seguir como exemplo de um possível personagem. Na página 45 tem um modelo de ficha de personagem em branco para ser utilizada pelos jogadores.



## Exemplo de uma Ficha de Personagens

FICHA DE PERSONAGEM																																																											
JOGADOR: <i>Autor</i>		PERSONAGEM: <i>Drovark</i>																																																									
RAÇA: <i>Reptiliano</i>																																																											
<p>HISTÓRIA: <i>Drovark, o mais velho de sua família de reptilianos, decidiu usar sua Vitalidade em aventuras como forma de garantir o sustento de sua família. Por ironia do destino ele passou a estudar sob a tutela de um grande mago, sendo assim um dos raríssimos Magos Reptilianos existentes. Os efeitos da sua Vitalidade se cancelam com as desvantagens de sua Classe, não alterando nenhum teste de atributo, mas permitindo que ele use magias arcanas.</i></p>																																																											
CLASSE:																																																											
 GUERREIRO	 ARQUEIRO	 ASSASSINO	 CLÉRIGO																																																								
 MAGO		 ALDEÃO																																																									
ATRIBUTOS:																																																											
 FORÇA	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">P. Forte:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">P. Fraco:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">Total:</td><td style="text-align: center;"><i>0</i></td></tr> </table>	P. Forte:		P. Fraco:		Total:	<i>0</i>	 AGILIDADE	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">P. Forte:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">P. Fraco:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">Total:</td><td style="text-align: center;"><i>0</i></td></tr> </table>	P. Forte:		P. Fraco:		Total:	<i>0</i>																																												
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	<i>0</i>																																																										
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	<i>0</i>																																																										
 CARISMA		 VITALIDADE																																																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">P. Forte:</td><td style="text-align: center;"><i>+1</i></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">P. Fraco:</td><td style="text-align: center;"><i>-1</i></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">Total:</td><td style="text-align: center;"><i>0</i></td></tr> </table>		P. Forte:	<i>+1</i>	P. Fraco:	<i>-1</i>	Total:	<i>0</i>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="text-align: right;">P. Forte:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">P. Fraco:</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">Total:</td><td style="text-align: center;"><i>0</i></td></tr> </table>		P. Forte:		P. Fraco:		Total:	<i>0</i>																																												
P. Forte:	<i>+1</i>																																																										
P. Fraco:	<i>-1</i>																																																										
Total:	<i>0</i>																																																										
P. Forte:																																																											
P. Fraco:																																																											
Total:	<i>0</i>																																																										
EQUIPAMENTOS:		ITENS:																																																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>TRAPO</th> <th>SUCATA</th> <th>NORMAL</th> <th>ENCANTADA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ARMA</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+2</td> <td style="text-align: center;">+4</td> </tr> <tr> <td>ARMADURA</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">-4</td> </tr> <tr> <td>ESCUDO</td> <td style="text-align: center;">50% <small>Dif:Alta</small></td> <td style="text-align: center;">100% <small>Dif:Alta</small></td> <td style="text-align: center;">50% <small>Dif:Média</small></td> <td style="text-align: center;">100% <small>Dif:Média</small></td> </tr> </tbody> </table>			TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADA	ARMA	0	+1	+2	+4	ARMADURA	0	-1	-2	-4	ESCUDO	50% <small>Dif:Alta</small>	100% <small>Dif:Alta</small>	50% <small>Dif:Média</small>	100% <small>Dif:Média</small>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>Kit Primeiros Socorros</td> <td style="text-align: center;"><i>11</i></td> </tr> <tr> <td>Kit Médico</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Kit Acampamento</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Benção Divina</td> <td></td> </tr> </table>		Kit Primeiros Socorros	<i>11</i>	Kit Médico		Kit Acampamento		Benção Divina																													
	TRAPO	SUCATA	NORMAL	ENCANTADA																																																							
ARMA	0	+1	+2	+4																																																							
ARMADURA	0	-1	-2	-4																																																							
ESCUDO	50% <small>Dif:Alta</small>	100% <small>Dif:Alta</small>	50% <small>Dif:Média</small>	100% <small>Dif:Média</small>																																																							
Kit Primeiros Socorros	<i>11</i>																																																										
Kit Médico																																																											
Kit Acampamento																																																											
Benção Divina																																																											
PONTOS DE DANO BASE: 12 + Vitalidade = <i>19</i>		OURO:																																																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>Inicial</td> <td style="text-align: center;">00</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		Inicial	00																											<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>Inicial</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><i>Kit Primeiros Socorros (1)</i></td> <td style="text-align: center;"><i>-4</i></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><i>0</i></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>		Inicial	4			<i>Kit Primeiros Socorros (1)</i>	<i>-4</i>				<i>0</i>																		
Inicial	00																																																										
Inicial	4																																																										
<i>Kit Primeiros Socorros (1)</i>	<i>-4</i>																																																										
	<i>0</i>																																																										

# 3

## Jogando uma Campanha

Todas as ações dentro do jogo serão calculadas com duas moedas e um D6. Os testes de atributos serão decididos primariamente com as moedas enquanto o D6 servirá para auxiliar o cálculo dos danos sofridos e causados, sortear aumento da premiação em dinheiro entre outros possíveis usos que o mestre propor.

Os testes de sorte são realizados com moedas e possuem três níveis de dificuldade, onde coroa significa sucesso e cara resulta em fracasso, e o critério do grau de dificuldade depende da análise do mestre. Os graus de dificuldade são divididos nos cinco níveis a seguir:

**Certo:** 100% de chance de sucesso.

**Baixo:** o jogador joga a moeda duas vezes. Se conseguir ao menos um sucesso a ação foi bem-sucedida. Nesse caso existe 75% de chance de ser bem-sucedido.

**Médio:** o jogador joga uma moeda. Nesse caso existem 50% de chance ser bem-sucedido.

**Alto:** o jogador joga a moeda duas vezes. Você tem que conseguir sucessos nas duas jogadas, caso contrário falha. Nesse caso existem 25% de chance ser bem-sucedido.

**Impossível:** Não há como ser bem-sucedido.

É nesse momento que a escolha dos Pontos Fortes e Classe dos personagens interferem na dinâmica do jogo. Se um personagem tem como Ponto Forte o atributo Agilidade a dificuldade Alta de um teste se torna Média, um teste de dificuldade Média se torna Fácil e um teste Fácil se torna Certo. Por outro lado, as classes geram desvantagens,

tendo efeito contrário aos Pontos Fortes neste caso. O mestre decidirá se um ponto forte pode tornar um evento Impossível em um teste Difícil.

A narrativa abaixo serve como um exemplo de testes de sorte. O grupo precisa adentrar no covil de bandidos que roubaram um carregamento de ouro do seu contratante. Depois de uma discussão o grupo percebe que a opção de entrar atacando todo mundo é extremamente arriscada e assim o personagem com Ponto Forte em Agilidade e de Classe Assassino resolve entrar sorrateiramente durante a madrugada e encontrar um caminho mais seguro para recuperar o Ouro.

Após a decisão tomada o mestre define que o nível de dificuldade para a infiltração é Alta, pois vários bandidos ainda estão acordados comemorando o resultado positivo da pilhagem além de existirem sentinelas a postos para vigiar o covil durante a noite, no caso de falha o personagem acumula 3 pontos de dano para escapar com vida ou deve lutar.

Como o personagem é especialista em Agilidade, o teste, que deveria ser de dificuldade Alta, se torna de dificuldade Média e o mestre define que por causa da profissão de Assassino os efeitos de um teste negativo não são tão grandes assim, podendo lutar ou sair sofrer um ponto de dano.

Com base nessa análise de jogo, agora é a vez do jogador realizar o teste de dificuldade Média jogando uma moeda para testar seu sucesso.

# 4

## Realizando um Combate

Durante um jogo de RPG existem diversas situações de batalha, onde o grupo dos personagens encontra um grupo de adversários hostis. Esse grupo pode ser composto de vilões, monstros, animais selvagens, entre outros. O mestre pode considerar criar combates opcionais, onde as ações dos jogadores evitariam que um grupo neutro aos jogadores reagisse a eles com hostilidade. Por exemplo: se os jogadores atacarem pessoas dentro de uma cidade eles criam inimizade com os guardas locais; se os jogadores estão se espreitando em um castelo, uma ação em falso poderia criar um alerta sobre a presença de intrusos.

O combate ocorre por turnos, cada personagem e adversário tem seu momento de jogo. Quando no seu turno o jogador pode escolher uma das seguintes ações: se afastar, se aproximar, atacar, defender, usar magia ou passar o turno. Estas ações exigem um teste de sorte, que serão realizados da mesma forma dos testes de atributos. A decisão da ordem de ataque depende da estratégia do grupo ou, no caso de alguma armadilha por exemplo, da definição do mestre junto com um teste.

Em uma batalha normalmente existirão dois times, os jogadores contra os adversários. Quando for o turno dos jogadores eles escolherão a ordem dos personagens. Quando da vez dos adversários o mestre escolherá a ordem de inimigos que irão atacar.

O acerto em um combate físico também tem três graus de dificuldade:

**Baixo:** Se o adversário possui habilidade inferior.

**Médio:** Se o adversário possui habilidade equivalente.

**Alto:** Se o adversário possui habilidade superior.

Em combate com armas de projétil deve ser considerado também se a distância entre os adversários está dentro do alcance do atacante, caso contrário o ataque é impossível. Além dessas considerações é possível pensar vários cenários em que a dificuldade de acerto poderia variar. Um Arqueiro atacar um Guerreiro a distância é mais fácil que um Guerreiro atacar o Arqueiro a distância. Um clérigo tem dificuldade de esquivar, logo todo ataque a um clérigo possui maior chance de acerto. Todas essas análises devem ser feitas pelo mestre de acordo com a condição de batalha e de forma coerente com os personagens.

Personagens com Classes Clérigo e Guerreiro podem ser portadores de escudos e tem a opção de escolher defender ao invés de atacar. O efeito da defesa no turno é permitir que, sempre que o personagem for alvo de um ataque, ele possa realizar um teste de dificuldade para reduzir o dano de acordo com a qualidade do escudo (ver tópico sobre Armas e Armaduras 6.2). Tanto a porcentagem de redução do dano quanto a dificuldade do teste de sorte são diretamente relacionados à qualidade dos equipamentos.

Chamamos de **Dano físico** qualquer ferimento ou condição que afete a saúde do personagem, pode ser oriundo de batalha, armadilha, poções, maldições ou outras formas.

Para controlar o estado físico do personagem utiliza-se um sistema que avalia a saúde deste com base no número de pontos de dano que o personagem recebeu. Isso é, ao invés de calcular o total de pontos de vida que o personagem tem se calcula quanto de dano ela consegue acumular, somando os danos recebidos ou subtraindo no caso de curas, atendimentos médicos e descanso.

A qualidade de uma arma, da armadura e do escudo também auxiliam a aumentar o dano efetuado e reduzir o dano sofrido. Danos oriundos de armadilhas, envenenamentos, acidentes ou outros eventos inesperados devem ser definidos pelo mestre.

Como já dito, todo personagem aguenta até 12 pontos de dano físico, se ele tiver como Ponto Forte a Vitalidade ele consegue resistir a mais 3 pontos de dano que o normal, totalizando 15 pontos. Ao receber 12 pontos de dano um personagem **desmaia**. Caso algum dos jogadores não retirem o parceiro desmaiado da zona de combate a tempo e ele sofra um novo ataque o personagem **morre**. Retirar o parceiro da zona de batalha gasta um turno de um dos personagens.

No caso de morte de um personagem o jogador perde todo dinheiro acumulado, mas, para que o jogador continue no jogo, ele pode criar um novo personagem, com uma

nova ficha, onde um parente ou amigo próximo do falecido personagem assume sua posição. O novo personagem herda os itens do falecido e só poderá participar do jogo após período determinado pelo mestre.

Caso o personagem seja salvo durante a batalha ele deve fazer uso de um 'Kit de Primeiros Socorros' ou dormir em um Acampamento. Normalmente essas ações reduziram os danos acumulados nos jogadores mas, como ele estava gravemente ferido, apenas um item não será suficiente para deixar o jogador preparado para um novo combate.

Ao ser acordado o personagem será capaz de se proteger ficando longe da zona de batalha, mas não será capaz de suportar nenhum ataque. Ele recuperará pontos de dano perdidos após receber alguma cura, seja por acampamento, hospedaria ou pela ajuda do Clérigo. Caso ele não seja acordado depois da batalha algum outro jogador deverá proteger o amigo ferido, sem participar da batalha.

O Clérigo, que possui poder de cura, só pode usar o poder duas vezes antes de um descanso de um dia para o outro, e para que a cura seja realizada ele deve fazer um teste de dificuldade Média.

Qualquer personagem pode realizar os Primeiros Socorros desde que possua o item consumível 'Kit de Primeiros Socorros' adquirido no mercado, essa habilidade não reduz o nível de dano, mas cura efeitos negativos que geram danos contínuos, como envenenamento ou sangramento.

Em uma situação de combate, o Dano é calculado usando a seguinte lógica. O total máximo que o atacante irá causar é encontrado somando o bônus da arma, as vantagens dos pontos fortes e desvantagens dos pontos fracos do atacante. A esse valor se irá adicionar o resultado do lançamento de um dado D6.

$$\text{Ataque} = \text{Arma} + \text{Pontos Fortes} - \text{Pontos Fracos} + D6$$

Já a resistência do defensor a esse dano será calculado somando o bônus de defesa da armadura, os pontos fortes e os pontos fracos do defensor.

$$\text{Defesa} = \text{Armadura} + \text{Pontos Fortes} - \text{Pontos Fracos}$$

Para calcular o dano real basta subtrair o Ataque e a Defesa.

$$\text{Dano} = \text{Ataque} - \text{Defesa}$$

O dano sempre será positivo, no caso de a defesa ser maior que o ataque o dano resultante é zero.

No caso de um jogador possuir escudos ele deverá realizar o teste de sorte e, no caso de sucesso, aplicar a redução do dano de acordo com o nível do escudo.

O valor do dano é, então, adicionado ao total de Pontos de Dano acumulado do personagem.

Já o dano contínuo aumenta um Ponto de Dano a cada ação do jogador e pode ser causado por envenenamentos, maldições, sangramento, ossos quebrados ou deslocados. Caso o Jogador tenha Ponto Forte em Vitalidade ele recebe um de dano a cada duas ações, caso ele tenha Ponto Fraco em Vitalidade ele acumula dois Pontos de Dano por ação. Escolher não fazer nada bloqueia o acúmulo de dano contínuo temporariamente.

O mestre ainda pode inserir em sua narrativa outras situações onde dano seria causado, como afogamento, quedas ou acidentes.

# Compreendendo as Magias

No contexto deste RPG Magia é a manifestação da capacidade de um indivíduo em direcionar a energia de uma fonte externa para realizar ações de acordo com suas vontades. O treinamento de magia condiciona o corpo do praticante de forma que o personagem seja capaz de absorver, armazenar e conduzir essa energia a cumprir seus desígnios. Toda invocação de magia é instantânea e, no caso de magias contínuas, elas só perdem o efeito caso o conjurador fique inconsciente ou opte por terminá-las.

Existem basicamente duas fontes de Magia. As magias com origem na natureza são as chamadas magias arcanas, que tendem a ser agressivas tanto com o inimigo quanto com o usuário, que deve domar e armazenar uma grande quantidade de energia antes de quase toda magia. Enquanto isso a magia clerical é cedida pelo divino e obtida como recompensa pela fé, é muito mais branda que a arcana sendo também extremamente volátil pois podem existir situações em que o uso de certa magia contraria os ensinamentos da fé do personagem.

É possível que o mestre retire ou acrescente magias, que limite a quantidade de magias que um jogador possa aprender ou altere o funcionamento proposto.



## 5.1 Magias arcanas

---

A Magia Arcana é praticada apenas por magos, que só podem lutar através do uso de magia. Toda magia arcana tem um tempo de recarga, ou seja, uma quantidade de tempo em que o jogador deve esperar para repetir o uso da mesma magia mesmo em combates distintos. Esse tempo é contado em turnos de combate, durante cada ação que o personagem realiza durante uma batalha, por isso:

**Cada magia demora um total de oito ações para voltar a funcionar.**

O mago pode, em troca de quatro pontos de dano, forçar a invocação de uma magia que está recarregando. Além de esperar a única forma de eliminar o tempo de carregamento das magias é dormindo em local seguro.

**Detectar magia:** permite descobrir se um objeto ou ser está enfeitado, mas não por qual magia. Dificuldade Média.

**Ler línguas:** permite, apenas ao mago, ler durante 1 minuto escritos cuja língua o mago desconhece. Dificuldade Baixa.

**Criar fogo:** permite atear fogo, acendendo fogueiras ou tochas, por exemplo. Capaz de causar dano igual a D6 se o adversário se encontra a menos de 5 metros. Em combate exige teste de dificuldade baixa.

**Projétil Mágico:** uma bola de energia mágica que atinge inimigos dentro de 10 metros. O ataque é certo e causa um dano igual ao resultado de um dado D6. Se o mago desejar ele pode realizar um teste de dificuldade Alta, o dano pode ser aumentado para a soma de dois D6, atingindo até 3 oponentes em troca de dois pontos de dano do personagem.

**Sono:** faz adormecer um ser que estiver a até 10 metros de distância, o fazendo adormecer durante dois turnos do adversário, onde ele não pode realizar nenhuma ação. É necessário fazer um teste de dificuldade média para ver se o mago foi bem-sucedido. Se o ser for irracional a dificuldade será baixa, se for racional será média e se for um chefe será alta.

**Levitar:** permite que o mago se mova lentamente, apenas na vertical. O mago tem que esperar uma rodada para alcançar a altura desejada. Essa ação o deixa fora de alcance para ataques com distância menor ou igual 5 metros por três turnos.

**Confusão:** cria uma imagem tridimensional, com 50% de chance de enganar um ser racional, dificuldade média. Pode ser feita a até 10 metros do mago, e se desfaz ao ser tocada. O inimigo fica confuso durante dois turnos e realizará um teste de dificuldade média, caso seja bem sucedido ficará imóvel, caso falhe atacará a si próprio ou a um de seus companheiros.

## 5.2 Magias clericais

---

A magia clerical é a energia da divindade que responde à fé do clérigo. Na verdade, o clérigo é um sacerdote-guerreiro, capaz de usar um cajado como instrumento de combate, não dependendo de magia para lutar. O clérigo só pode realizar uma magia por situação em que ele ou seus companheiros estejam em perigo, como em um combate. O mestre decide se o uso da magia está de acordo com as vontades divinas.

**Curar:** recupera 4 pontos de dano de outro personagem que não seja o clérigo. Só pode ser utilizada duas vezes entre um descanso e outro. Dificuldade Baixa.

**Globo de luz** cria um globo de luz, de força equivalente a uma lanterna.

**Afastar monstros:** Não é suficiente para conter seres muito poderosos ou em grande número, a critério do mestre. Todos os adversários ficam um turno sem jogar.

**Abençoar:** Reduz em um nível de dificuldade a próxima ação de um companheiro ou a própria. Teste de dificuldade média.

**Amaldiçoar:** Aumenta em um nível de dificuldade a próxima ação de um adversário. Teste de dificuldade média.

# 6

## Comércio e Sistema Monetário

A vida de aventureiro não é nada simples. Todo o trabalho tem como objetivo arrecadar riquezas e deve ser recompensado em moedas de ouro, que serão usadas no Mercado, na Hospedaria e no Ferreiro.

Todo personagem inicia a campanha em posse de 4 moedas de ouro. Como já explicado os personagens trabalham por um contrato que garante a eles suas refeições. Cada personagem recebe uma moeda de ouro por batalha contra inimigos relacionados às missões, mais um bônus a cada conquista relevante para o cumprimento da missão. Caso o mestre queira incluir a noção de tempo de jogo ele pode criar missões que recompensem pela rapidez ou punam os jogadores pela demora na execução das missões.

Um personagem com Ponto Forte em Carisma pode conseguir negociar preços. Ele faz na sequência os testes de dificuldade Alta, Média e Baixa e tendo sucesso em algum deles ele obtém os seguintes descontos

- 20%** Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Alta.
- 15%** Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Média.
- 10%** Caso tenha sucesso em um teste de dificuldade Baixa.

Podendo assim poupar bastante dinheiro para o grupo a longo prazo. Os testes só podem ser realizados na primeira interação com cada comerciante entre missões.

## 6.1 Taverna e Hospedaria

---

A ‘Taverna e Hospedaria’ é onde os personagens se reúnem para buscar missões, descansar de suas viagens e obter cuidados médicos. A alimentação do grupo de aventureiros é gratuita, mas o uso dos quartos deve ser pago.

**Cochilo:** Reduz 3 pontos do dano acumulado, gasta 6 horas e custa uma moeda de ouro por personagem.

**Pernoite:** Reduz em 7 os pontos de dano acumulados, demora 12 horas e custa duas moedas de ouro por personagem.

**Atendimento Médico:** Zera os pontos de danos sofridos, demora 24 horas e custa 5 moedas por personagem.

O descanso em acampamentos arranjados no meio das missões tem efeitos semelhantes ao Cochilo e só pode ser utilizado quando em posse de um ‘Kit de Acampamento’.

## 6.2 Ferreiro

---

Todos os jogadores sempre estarão equipados com suas devidas armas e armaduras iniciais, que é presente oferecido quando um novo aventureiro completa sua missão inicial, o tutorial previsto nesta apostila. Os equipamentos recebidos são de qualidade tão baixa que não prejudicam nem ajudam no combate contra inimigos e são conhecidos como trapos.

A função do Ferreiro é, em troca de uma determinada quantia, ir melhorando seus equipamentos de acordo com os níveis: Trapo, Sucata, Normal e Encantado.

A arma, de acordo com seu nível, aumenta o dano do ataque dos personagens e a armadura, por sua vez, é responsável pelo aumento na defesa. Conforme apresentado na tabela abaixo.

	Trapo	Sucata	Normal	Encantada
<b>Arma</b>	0	+1	+2	+4
<b>Armadura</b>	0	-1	-2	-4

As classes que podem carregar o escudo também podem melhorá-lo no ferreiro. Cada melhoria no escudo pode diminuir tanto a dificuldade de sucesso na defesa quanto a capacidade de absorção de dano do ataque recebido.

<b>Escudo</b>	Trapo	Sucata	Normal	Encantado
Dificuldade	Alta	Alta	Média	Média
Absorção	50%	100%	50%	100%

O custo da melhoria se dá individualmente em cada item, e o jogador pode escolher o que vai querer aumentar primeiro. A primeira melhoria custa cinco moedas e cada melhoria seguinte custa o dobro da anterior, custando dez e vinte moedas. Não havendo impedimentos de, no caso do jogador possuir a quantia adequada, se realizar mais de uma melhoria no equipamento ao mesmo tempo.

	Trapo	Sucata	Normal	Encantado
<b>Custo</b>	–	5\$	10\$	20\$

## 6.3 Mercado

---

O Mercado possui apenas 3 itens, todos considerados caros mas extremamente úteis para qualquer aventureiro.

**Kit Primeiros Socorros:** Para ser usado fora de batalhas: cura situações negativas de dano contínuo, como envenenamento e sangramento. Acorda um companheiro desmaiado, não permitindo que entre em combate, mas diminuindo o fardo sobre os companheiros. Custa 2 Moedas de Ouro e é consumido com o uso.

**Kit Médico:** É a versão melhorada do Kit Primeiros Socorros. Recupera 3 pontos de dano de quem usa, caso usado em parceiro desmaiado ele pode voltar ao combate com esses dois pontos de dano. O efeito deste kit não é cumulativo com o Cochilo, por isso deve ser usado em emergências. Custa 4 moedas de ouro e é consumido com o uso.

**Kit de Acampamento:** Todos os personagens podem conseguir descansar ao levantar um acampamento em uma zona segura durante as campanhas, desde que um deles adquira esse Kit. Este Kit exige uma manutenção a cada três noites de uso. Custa 3 moedas de ouro por jogador, a manutenção custa uma moeda por jogador e recupera três pontos de dano por descanso.

Sobre o Kit Acampamento é ideal é que ele seja o primeiro item adquirido no jogo, uma vez que ele tem o maior custo benefício a longo prazo.

# 7

## Campanha Inicial – Tutorial

Nesse capítulo será apresentada uma proposta de narrativa para uma missão tutorial, que deve ser lida e estudada pelo mestre. Que pode planejar como continuar o resto da história.

Se você é jogador, pule este capítulo.

Como fazia todo dia, o taberneiro abriu sua Hospedaria para iniciar um dia de trabalho como qualquer outro. Há muito esta Hospedaria se tornara o principal local de encontro dos aventureiros da região pela limpeza dos quartos, suavidade da música e força de suas bebidas. Se tornou um local tão importante que o Senhor das terras decretou que nela deveria estar o quadro de aventuras, um local onde os aventureiros podem procurar as missões e problemas a serem resolvidos na região.

Para o taberneiro é um dia normal, como para qualquer outro. Mas para nossos novos jogadores ele será o primeiro entre vários dias de aventuras.

**Atenção mestre:** Como o tutorial é uma forma de introduzir os novos jogadores à mecânica do RPG, cada característica do personagem será apresentada em momentos distintos. Neste momento será introduzida a ficha de personagens, onde os jogadores escolherão apenas seus nomes e suas raças. Todos eles estão armados apenas com um bastão.

Essa primeira missão terá como finalidade a obtenção do Ponto Forte, portanto personagens raças não humanas ainda não usarão as vantagens dos pontos fortes, você pode justificar isto com algum ritual específico que será realizado ao fim desta missão.

Para fins de tutorial todos os personagens são considerados muito jovens e estão iniciando suas aventuras, então classe de todos eles é, por enquanto, Aldeão. Como são iniciantes, eles começam sem dinheiro.

Neste ponto os jogadores escolhem o que fazer. Se querem explorar a aldeia e conversar com os habitantes da cidade ou se querem aceitar uma missão diretamente. Quando forem para escolher as missões o taberneiro deve oferecer o contrato de aventureiro, mas antes eles devem conhecer o Ferreiro e o Comerciante. Nessa ocasião você explica como funcionam os serviços dos três prédios. Só então o Taberneiro dará acesso ao quadro de missões.

“Hahaha, vejo que já estão bem equipados com bastões e tacapes. Agora estão prontos para realizar a primeira missão de vocês.” Disse o taberneiro. “Como são Aldeões ainda vou oferecer uma simples missão a vocês, ultimamente todos os meus sacos de mantimento têm aparecido com buracos e roídos. Aquelas malditas ratazanas estão invadindo de novo.”

**Missão Tutorial:** O subsolo da Taverna está com uma pequena infestação de Ratazanas Selvagens. Elas não são perigosas, mas são bastante chatas de derrotar por aparecerem em grande quantidade. Requisitos da missão:

1. Derrotar todas as ratazanas do subsolo.
2. Coletar dos corpos os ingredientes para que o farmacêutico produza um Repelente de Ratos.
3. Aplicar o Repelente no Porão.

#### **Prêmios da Missão:**

- ▶ Duas moedas de ouro para cada jogador ao coletar os ingredientes.
- ▶ Duas moedas de ouro para cada jogador após a aplicação dos repelentes.
- ▶ Atendimento Médico grátis para todos os jogadores.

**Atenção mestre:** No primeiro encontro com ratazanas os jogadores encontrarão ratazanas no dobro de quantidades dos personagens na missão. Todas as ratazanas aguentam 3 pontos de dano e devem realizar um teste de sorte para saber quanto de dano cada um irá causar a um jogador da seguinte forma: jogue uma moeda, caso tenha sucesso causará 2 pontos de dano, caso falhe

apenas um. A cada rodada elas são as primeiras a atacar e o ataque proferido por elas não tem chance de errar, porém as ratazanas são incapazes de desviar dos ataques dos jogadores.

Os jogadores atacarão normalmente de acordo com as regras do capítulo de combate.

O farmacêutico é um personagem não jogável criado apenas para elaborar essa poção, ele não foi planejado para ter nenhuma outra função além desta.

A parte a seguir foi pensada como uma surpresa para os jogadores: Quando forem aplicar o repelente no porão, os personagens acabarão atraindo mais duas rodadas de batalhas. Na primeira rodada eles enfrentarão uma quantidade de ratazanas igual à quantidade de jogadores. Na sequência entrará para combate o chefe, a Ratazana Rei, a primeira vez que enfrentarão um chefe.

No combate com a Ratazana Rei será introduzido a chance de acerto ou erro dos ataques. Tanto os jogadores quanto a Ratazana terão que realizar um teste de sorte de dificuldade Fácil para verificar se conseguirão realizar o ataque.

A Ratazana Rei tem resistência ao dano total igual a quatro vezes o total de jogadores. Ele causa dano em área, ou seja, atinge todos os jogadores ao mesmo tempo. O ponto de dano que ele causa será de três no caso de sucesso e de apenas um caso falhe no teste de sorte de dificuldade média.

As batalhas da campanha terminam quando eles conseguem derrotar a Ratazana Rei, os moradores da cidade ficam surpresos com o desempenho inesperado dos iniciantes e resolvem mandá-los para treinar no Instituto dos Aventureiros, onde poderão obter seus Ponto Fortes, Classe e as armas específicas pra cada classe.

Após essa missão tutorial os jogadores estarão prontos para missões utilizando todas os pontos fortes e características das classes.



# II

## A Matemática do Jogo

# 8

## Métodos de Contagem

A partir desse ponto vamos explorar a Matemática envolvida nas regras do jogo. Primeiro vamos apresentar os métodos de contagem e ilustrar como eles podem ser usados para explorar características existentes no jogo.

No próximo capítulo apresentamos o conceito de probabilidade e o exploramos em cenários ligados ao jogo e possíveis aventuras.

Usamos os métodos de contagem para descobrir quantos resultados são possíveis dadas as condições que queremos. Podem ser usadas para descobrir, por exemplo, a quantidade de objetos em um grupo ou dada uma combinação de dois grupos o total de possíveis combinações. No contexto do RPG existem diversas situações e mecânicas que envolvem os princípios de contagem. Esses princípios também são ferramentas base para o desenvolvimento do capítulo de probabilidades.

Antes de começar a explorar o conteúdo de combinação se faz necessário apresentar o que é um conjunto.

### Conjunto

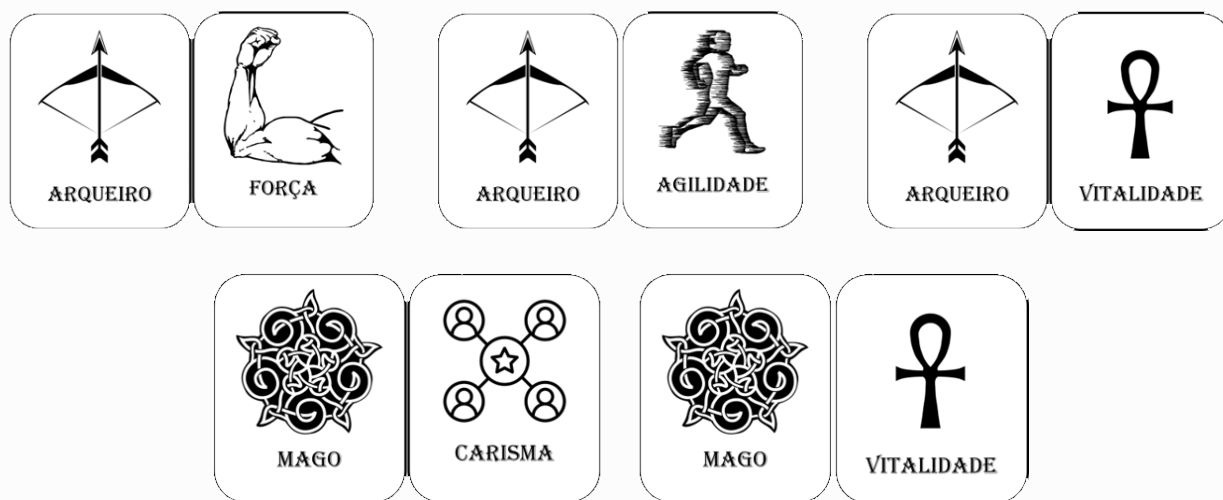
Pode ser compreendido como uma coleção de objetos que cumprem uma definição. Um conjunto pode ser infinito, como o conjunto dos números, ou finito, como o conjunto de cartas em um baralho.

## 8.1 Princípio Aditivo

Imagine que um novo jogador está querendo saber de quantas formas diferentes ele conseguiria formar personagens, ele está na dúvida se escolherá um mago ou um arqueiro. Para cada classe ele tem as seguintes escolhas de Pontos Fortes.

1. Se ele escolher a Classe Arqueiro, ele fica em dúvida entre Ponto Forte em Força, Agilidade ou Vitalidade.
2. Se ele escolher a Classe Mago ele fica em dúvida entre Ponto Forte em Carisma ou Vitalidade.

O jogador se pergunta, quantas são suas opções? Observe os desenhos apresentados, se ele escolher um Arqueiro ele possui duas possíveis escolhas e no caso de escolher um Mago também vai resultar em duas possibilidades. Em casos como este, basta somar o número de opções em cada caso.



Repare que no exemplo apresentado as escolhas dos Pontos Fortes do personagem mudam dependendo da escolha da Classe, ou seja, ele não pode ter um Arqueiro bom em Vitalidade ou um Mago bom em Agilidade. Esse é, basicamente, um caso do Princípio Aditivo que pode ser formulado como a seguir.

### Princípio Aditivo

Sempre que temos que escolher apenas uma entre várias situações o total de combinações possível é obtido somando as possibilidades em cada uma das situações.

Esse princípio é aplicado em diversas situações, como ilustrado nos exemplos a seguir

**Exemplo 8.1.1:** Durante a exploração de uma caverna os personagens observam que chegaram a uma trifurcação. No final do primeiro caminho existe uma porta, no final do segundo caminho existem duas portas e no final do terceiro existem três portas. Sabendo que eles devem andar todos juntos, quantas são as opções que os jogadores podem seguir?

Ora cada porta é uma escolha independente, é impossível escolher ir por duas portas. Então basta somar o total de saídas em cada caminho. Isto é, temos

$$n = 1 + 2 + 3 = 6$$

possíveis maneiras de se tomar a decisão.

## 8.2 Princípio Multiplicativo

Durante a criação de seu novo personagem um jogador está em dúvida entre as classes Guerreiro, Arqueiro e Assassino, quanto ao Ponto Forte ele não sabe se prefere Força ou Agilidade. Logo nesse início, quantas seriam as combinações possíveis para esse jogador?

A estratégia que ele usou para contar a quantidade de possíveis combinações foi colocar cada uma das possíveis combinações lado a lado.



Ou seja, ele pode escolher uma dentre as seis as possíveis combinações encontradas.

O mestre, curioso pela ideia do jogador, resolveu procurar uma estratégia de contagem mais eficiente para casos como este; e encontrou então uma explicação sobre o Princípio Multiplicativo. Antes de apresentar esse princípio vamos observar uma de suas formas mais simples.

Se temos que contar as combinações de  $a$  coisas de um grupo com  $b$  coisas de um outro, sendo que os grupos tem membros completamente diferentes o total de combinações será de  $a \times b$ . A ideia por trás disso é simples. Pensemos no exemplo do jogador escolhendo entre as três Classes e os dois Pontos Fortes. Independente da escolha da classe, ele ainda teria que escolher entre dois Pontos Fortes. Ou seja, cada classe pode ter duas combinações diferentes

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6.$$

### Princípio Multiplicativo (Parte A)

Dados dois ou mais conjuntos finitos, se temos que escolher um elemento de cada conjunto o total de possibilidades será o produto da quantidade de elementos de cada conjunto.

**Exemplo 8.2.1:** Para jogar o RPG, os jogadores precisam ter um dado de seis lados (D6) e duas moedas não viciadas. Com base nessa informação responda:

a) Quantos, e quais, são os possíveis resultados para o lançamento de uma moeda?

b) Quantos, e quais, são os possíveis resultados para o lançamento de um D6?

c) Se em algum momento do jogo o jogador lança duas moedas, quais são as possíveis combinações?

d) Se o jogador lançar o D6 e uma moeda, quantas são as possíveis combinações?

e) Se o jogador lançar as duas moedas e o D6, quantas são as combinações?

O lançamento de uma moeda só pode dar Sucesso (Coroa) ou Fracasso (Cara), logo existem duas possibilidades e essa é a resposta da letra (a).

Já a resposta da letra (b) consiste em observar que um D6 pode dar como resultado os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6, tendo assim seis possíveis resultados.

Para responder a letra (c) podemos fazer as contas usando o Princípio Multiplicativo (Parte A). Se uma moeda tem duas possibilidades, duas moedas têm  $2 \times 2 = 4$  diferentes combinações. Como a pergunta era quais os resultados podemos escrever:

Sucesso, Sucesso	Sucesso, Fracasso
Fracasso, Sucesso	Fracasso, Fracasso

As letras (d) e (e) resolvemos também com o Princípio Multiplicativo. Onde lançar uma moeda e um D6 gera  $2 \times 6 = 12$  combinações e lançar duas moedas e um D6 gera  $2 \times 2 \times 6 = 24$  combinações.

Quando um jogador cria um personagem da Classe Mago ele deve saber que seu personagem tem que esperar alguns turnos de batalha antes de poder repetir o uso de uma mesma magia. Vamos relembrar as magias arcanas: **Detectar Magia**, **Ler Línguas**, **Criar Fogo**, **Projétil Mágico**, **Sono**, **Levitar** e **Confusão**.

O jogador em controle deste mago está pensando em suas estratégias, mas por curiosidade ele pensou na seguinte pergunta. Quantas são as possíveis combinações de magias que ele poderia efetuar em dois ataques consecutivos?

Ao usar a primeira magia, onde ele teria sete opções, ele passa a não poder usá-la novamente. Assim quando for escolher a segunda magia ele tem apenas seis opções. Podemos pensar que o grupo de magias no momento da segunda escolha é diferente do grupo da primeira escolha e assim usar o que já sabemos:  $7 \times 6 = 42$  combinações de duas magias diferentes consecutivas.

O mestre, sempre curioso, se pergunta como poderia ser realizada a operação caso o mago quisesse usar mais de duas magias. Ele fica surpreso ao descobrir que a forma de calcular a informação é usando o mesmo princípio multiplicativo!

### Princípio Multiplicativo (Parte B)

Se dentro de um grupo temos que retirar vários elementos sem poder repetir, a cada escolha o total de objetos disponíveis diminui em um. O total de combinações é o produto do total de elementos disponíveis antes de cada escolha.

Ou seja, se o conjunto tem  $n$  elementos queremos combinar  $k$  itens que não podem se repetir. O total de combinações é de

$$C = n \times (n - 1) \times \cdots \times (n - k + 1).$$

A ideia por trás é mais simples de entender que a definição. O exemplo a seguir dará uma ideia disso.

**Exemplo 8.2.2:** Imagine que um grupo de cinco jogadores combinou de escolher cada um uma classe diferente, na ordem em que eles estão sentados e não vale escolher aldeão.

Observe que a cada escolha de um jogador os demais vão perdendo opções de escolha.

- ▶ O primeiro jogador a escolher a Classe tem as cinco opções:



- ▶ Suponha que ele escolheu um Assassino. O segundo jogador terá de escolher entre as quatro classes restantes.



- ▶ O terceiro terá três opções.



- ▶ O quarto terá apenas duas.



- ▶ Por fim o quinto jogador só possui uma opção.



O total de combinações então, pela Parte B do princípio multiplicativo, é

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

possíveis combinações na ordem de escolha das classes dos personagens..

**Exemplo 8.2.3:** Um time de quatro personagens, um Guerreiro, um Arqueiro, um Clérigo e um Mago, estão enfrentando, ao fim de uma missão, um chefe esqueleto. Para tentar obter vantagem na batalha eles querem impedir que o esqueleto possa atacar no turno dele e para isso bolam a seguinte estratégia.

O mago usa a magia Sono:

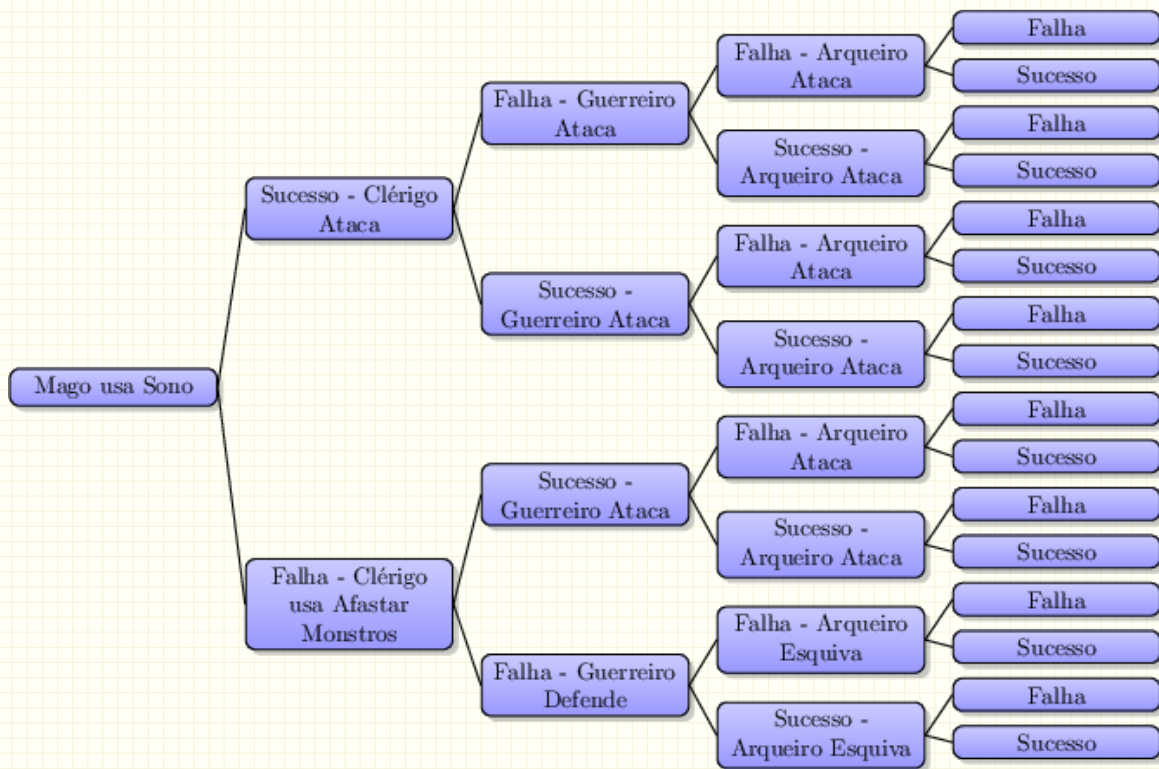
- ▶ Se tiver sucesso todos os jogadores tentam atacar.
- ▶ Caso falhe o Clérigo usará Afastar Monstros:
  - ▶ Caso o Clérigo tenha sucesso os outros tentam atacar.
  - ▶ Caso falhe o guerreiro tentará defender e o Arqueiro esquivar.

- Quantos são os possíveis resultados das ações dos jogadores nessa rodada?
- Quais são as condições em que ninguém afeta os pontos de dano do esqueleto?

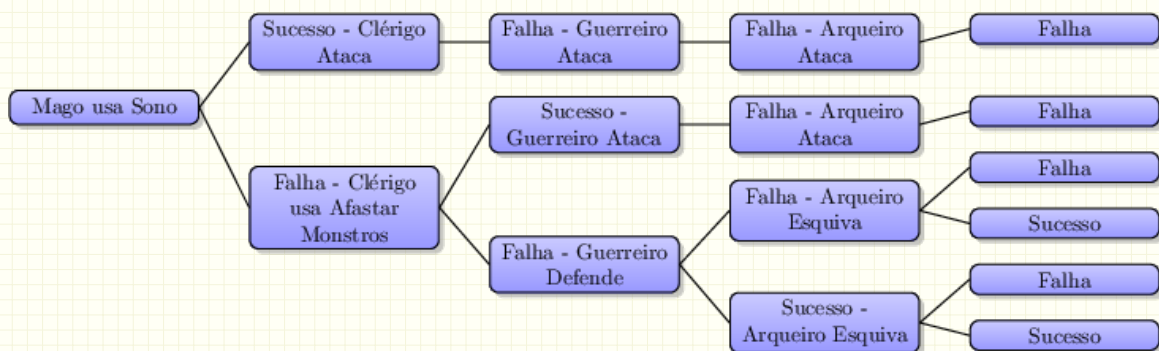
Dica: os ataques e defesas podem ser tanto bem-sucedidos quanto ser malsucedidos.



Podemos fazer as contas realizando um diagrama de árvore:



Para responder a pergunta **a)** observamos nosso diagrama de árvore acima e contamos os 16 resultados possíveis. Para isso tomamos o mesmo diagrama e excluímos dele todos os ramos onde algum ataque que gere dano físico foi bem-sucedido. Observe o diagrama resumido a seguir para encontrar essas situações.



Assim dos 16 possíveis resultados da batalha, o inimigo não levaria dano em 6 delas.

## 8.3 Exercícios

1) Com base no texto responda:

- a) O que é um conjunto?
- b) O que é contagem?
- c) Explique com suas palavras o Princípio Aditivo.
- d) Explique com suas palavras as Partes A e B do Princípio Multiplicativo.

2) [resp] Um jogador está na dúvida na hora de montar seu personagem. Ele quer criar um elfo ou um anão, e quer aproveitar para ampliar os pontos fortes destas raças. Ser anão dá vantagem em agilidade, então seria interessante se escolhesse como classes Arqueiro e Assassino. Se ele fosse elfo ele ganharia carisma como ponto forte, por tal razão qualquer uma das cinco classes servem. Quantos são os possíveis personagens que o jogador pode criar?

3) [resp] Pedro quer ser mestre em um jogo de RPG e quer saber quantas combinações de Classes e Pontos Fortes existem. Ajude pedro a montar sua lista de combinações, sabendo que existem cinco classes e quatro pontos fortes.

4) [resp] Pedro, que quer aprender a ser mestre, quer criar uma narrativa com três jogadores apenas. Para tanto ele cria uma regra onde todos os jogadores tem que ter classes e pontos fortes diferentes uns dos outros. Por sorteio Maurício será o primeiro a escolher, em seguida será a Bianca e por fim a Júlia. De quantas formas os personagens podem ser criados?

### Exercícios Tradicionais

5) [resp] Ana estava se organizando para viajar e colocou na mala 3 calças, 4 blusas e 2 sapatos. Quantas combinações Ana pode formar com uma calça, uma blusa e um sapato?

- a) 12 combinações
- b) 32 combinações
- c) 24 combinações
- d) 16 combinações

6) [resp] Um professor elaborou uma prova com 5 questões e os alunos deveriam respondê-la assinalando verdadeiro (V) ou falso (F) para cada uma das questões. De quantas maneiras distintas o teste poderia ser respondido?

- a) 25
- b) 40
- c) 24
- d) 32

7) [resp] (Enem/2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

# 9

## Probabilidade

### 9.1 Apresentação de Probabilidade

---

Uma vez que os jogadores entendem a noção de contagem eles passam a observar também que algumas coisas acontecem de formas diferentes que outras no jogo de RPG. Um jogador olha os níveis de dificuldade na página 10 e pode ficar sem entender como funcionam os níveis de dificuldade. Ele sabe os valores mas não entende como os resultados foram alcançados. Como funcionam então esses números?

O mestre, pacientemente explica, que não é possível ter certeza do resultado do lançamento de uma moeda, então o que esses números indicam são as chances de que vá conseguir o resultado esperado se você jogar as moedas.

Para entender corretamente esses conceitos precisamos de algumas ferramentas matemáticas.

#### **Evento Aleatório**

Um **evento aleatório** é um experimento que, quando repetido de forma similar, pode dar resultados completamente diferentes.

Alguns exemplos de eventos aleatórios são: o lançar de uma moeda, de um dado, sorteio de um número da Mega Sena, etc.

## Espaço Amostral

Chamamos de **Espaço Amostral** ( $\Omega$ ), representado com a letra grega Ômega, o conjunto com todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. Chamamos de  $N(\Omega)$  o total de elementos que Ômega contém.

**Exemplo 9.1.1:** Descreva o espaço amostral e indique a quantidade de resultados possíveis do lançamento de:

a) uma moeda.

b) um dado de seis lados.

*Dica: Geralmente não consideramos a possibilidade da moeda cair em pé, ou de um dado cair sobre uma quina.*

A primeira coisa que devemos observar é que contar o tamanho de um espaço amostral é um problema de contagem. Mais ainda, já resolvemos esses problemas usando as ferramentas de contagem no exemplo 8.2 da página 29. Mas para dar continuidade à explicação desejada vamos responder e mostrar visualmente. A segunda coisa é que temos que escrever os Espaços Amostrais como um conjunto.

As letras (a) e (b) são de simples resolução. Se a moeda possui duas faces então os resultados possíveis são sucesso (a coroa) e fracasso (a cara).



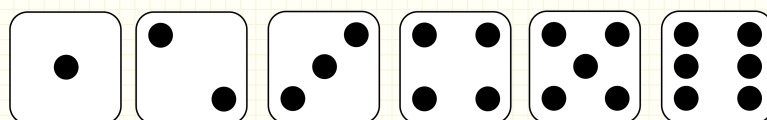
Então é certo dizer que o Espaço Amostral

$$M = \{\text{Sucesso, Fracasso}\} \text{ e } N(M) = 2.$$

Por sua vez o dado possui seis faces, logo seu Espaço Amostral

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ e } N(D) = 6,$$

ou seja os seis elementos a seguir.



Os jogadores ficam surpresos ao descobrir que calcular o espaço amostral é um problema de contagem. Mas o jogador curioso, que fez a pergunta inicial, ainda não entendeu o que aquelas porcentagens significam.

O mestre continua explicando que o bom de usar a moeda é porque ela tende a ter dois lados e a chance de cair de pé é tão pequena que pode ser ignorada. Então sempre podemos esperar os resultados Cara (que no jogo é o fracasso) e Coroa (que representa sucesso).

Dizemos que a probabilidade de um evento aleatório  $A$ , que segue as condições que queremos, acontecer é o total de combinações que seguem as regras de  $A$  dividido pelo total de resultados possível  $\Omega$ , o espaço amostral.

Dentre todas as situações possíveis existem duas que merecem ser especialmente apontadas, os eventos certos e os impossíveis.

### Evento Certo e Impossível

Dizemos que  $A$  é um **evento certo** se a regra de  $A$  serve para todos os possíveis resultados do espaço amostral  $\Omega$ .

Dizemos que  $A$  é um **evento impossível** se nenhum elemento de  $\Omega$  corresponde às regras propostas em  $A$ .

**Exemplo 9.1.2:** Seja meu experimento tal que os resultados dele só podem ser os números de 1 a 20. Explique com suas palavras:

a) Qual a chance de o resultado ser um número?

b) Qual a chance de o resultado ser uma letra?

Para a letra (a) a ideia é bastante simples. Se todos os elementos do espaço amostral são números, então se eu fizer o experimento a única possibilidade que me resta é que saiam números, com certeza. É um evento Certo!

A letra (b) é ainda mais fácil. Se não tem letra, não tem como tirar letras. É um evento Impossível

Em casos complicados, que não são objetivos desta apostila, encontrar o valor exato para o total de combinações de  $A$  pode ser bastante complexo.

Para evitar tais situações vamos trabalhar com as seguintes suposições:

- ▶ Os objetos estudados não possuem nenhum defeito de produção e cumprem exatamente o propósito para que foram planejados, sem erros.
- ▶ Quando realizamos um experimento todo resultado, independente do teste de sorte, possui a mesma chance de acontecer.

As duas condições acima definem o que chamamos de **eventos equiprováveis**. A moeda, citada pelo mestre, segue essa regra.

### Probabilidade de cada resultado em Eventos Equiprováveis

Dado um experimento com espaço amostral de distribuição equiprovável  $\Omega$  que tem  $n$  possíveis resultados. Cada resultado tem uma probabilidade  $p$  igual a:

$$p = \frac{1}{N(\Omega)} = \frac{1}{n}$$

Por fim, podemos calcular:

### Probabilidades em um Mesmo Espaço Amostral

Se uma condição  $A$  pode ser cumprida de  $k$  formas diferentes dentro de um espaço amostral equiprovável  $\Omega$  de  $n$  elementos, com  $k \leq n$  temos que:

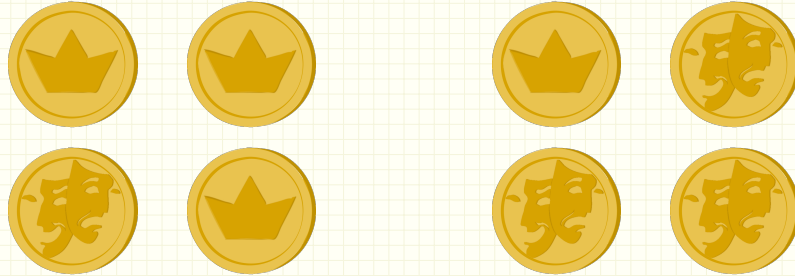
$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{k}{n}$$

Por fim o Mestre diz que **as probabilidades na forma de porcentagem são apenas conversão da versão fracionária**. Assim procede à resposta do jogador, que já ficou impaciente de ser enrolado.

**Exemplo 9.1.3:** Calcule a probabilidade de sucesso em cada um dos testes de dificuldades propostos (Certo, Baixo, Médio, Alto e Impossível).

A ideia deste exemplo é que se consiga justificar a informação do manual do jogo. O evento Certo e o Impossível vem na definição apresentada, de forma que o evento certo vai acontecer, em porcentagem isso significa 100% de chance de ocorrer, e o impossível nunca ocorrerá, ou seja, 0%.

Para os demais casos a melhor forma é pensar todas as possíveis combinações. No teste de dificuldade baixa se jogam duas moedas e basta um sucesso para ser ter resultado positivo. Então, tomando Fracasso e Sucesso, as possíveis combinações para duas moedas são:



Destas quatro possibilidades apenas três são desejáveis, as que possuem pelo menos um sucesso. Logo a Probabilidade de sucesso em um teste de dificuldade Fácil é

$$P(\text{Fácil}) = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

Para o teste de dificuldade Média só lançamos uma moeda, com resultados possíveis (Sucesso, Fracasso) onde a chance de sucesso é

$$P(\text{Médio}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Por fim, para o teste de dificuldade Alta também se jogam duas moedas, mas neste caso precisamos de dois sucessos, observe as combinações no resultado do teste Fácil, queremos apenas o resultado onde as duas moedas retornam sucesso. Assim chance é de:

$$P(\text{Difícil}) = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Por fim, sabendo as soluções das chances de cada um dos eventos ocorrer o jogador se pergunta: Qual a chance de fracasso nos testes de sorte?

### Evento Complementar

Chamamos de **evento complementar** aquele que indica a chance de um evento não ocorrer. Chamemos de  $A^C$  o evento complementar de  $A$ , podemos dizer que

$$P(A) + P(A^C) = 1$$



Assim a chance de se realizar um teste e falhar, em cada dificuldade é:

- ▶ Se for um evento fácil a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Fácil}) = 100\% - 75\% = 25\%,$$

- ▶ Se for um evento médio a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Médio}) = 100\% - 50\% = 50\%,$$

- ▶ Se for um evento difícil a chance de erro é de

$$P(\text{Falha}) = 1 - P(\text{Difícil}) = 100\% - 25\% = 75\%.$$

## 9.2 A Relação entre Contagem e Probabilidades

---

Depois de todo o tempo gasto decidindo como criar os personagens, os jogadores já estavam durante uma campanha quando se deparam com a seguinte situação dentro do jogo.

**Mestre:** Nosso grupo de aventureiros obteve a informação do caminho a ser seguido. Do esconderijo dos bandidos eles devem seguir ao norte até a caverna dos segredos. Ao chegar no local correto os jogadores percebem que a caverna está bloqueada por uma pedra gigante.

**Mago:** Eu usarei detectar magia para verificar se além do pedregulho existe alguma outra barreira mágica ou armadilha mágica, se tiver eu vou quebrar o feitiço.

**Arqueiro:** Eu avaliarei se existe algum tipo de armadilha de dano físico, se tiver eu vou desarmar a armadilha.

**Guerreiro:** Após as ações do Mago e do Arqueiro eu vou usar minha força para retirar a pedra do caminho.

Por conta de uma situação do jogo todos queriam tentar atingir o resultado em apenas uma tentativa. Qual a chance deles obterem sucesso? Pare responder a essa pergunta precisamos de mais resultados matemáticos

Quando falamos de probabilidade dizemos que dois eventos são independentes se o resultado do primeiro não interfere nas probabilidades do segundo resultado, um exemplo simples é que ao jogar duas moedas em sequência o resultado da primeira não afeta o resultado da segunda. Um exemplo de eventos dependentes é o sorteio de números de uma urna, como no jogo de bingo, a partir do momento



que um número é selecionado ele não pode ser sorteado novamente, alterando as probabilidades para o segundo sorteio.

Assim, calcular a probabilidade de eventos independentes é semelhante ao princípio multiplicativo da Combinatória.

### Probabilidade de eventos independentes

Se  $A$  e  $B$  são eventos independentes a probabilidade de acontecer  $A$  e acontecer  $B$  é o produto das probabilidades de cada um deles,

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B).$$

Vamos ver como esse resultado pode ser usado, apresentando alguns exemplos.

**Exemplo 9.2.1:** Com base na situação de jogo apresentada no início da seção, o mestre decidiu que todas as três ações tem nível de dificuldade Médio, considerando apenas o bônus de classe responda as perguntas abaixo:

- Qual a chance de sucesso de cada uma das ações dos jogadores?
- Qual a chance de todas as três ações serem bem sucedidas?
- Qual a chance de nenhuma das três ações serem bem sucedidas?

*Dica: Para o contexto do exemplo serão considerados apenas a classe do jogador, ignorando o Ponto Forte que ele escolhe*

Os testes realizados pelos Mago e Arqueiro são testes de dificuldade Média, logo possuem 50% de chance sucesso. O Guerreiro, com Ponto Forte em Força, reduz o nível de dificuldade para Baixo, com 75% de chance de sucesso.

No item **b)** usamos o principio multiplicativo

$$\frac{50}{100} \times \frac{50}{100} \times \frac{75}{100} = \frac{187.500}{1.000.000} = 18,35\%.$$

Para a resolução do item **c)** vamos usar o conceito de evento complementar. Para saber a chance de todos os eventos falharem calculamos o produto dos complementares. O complementar de 50% é 50% e de 75% é 25%. Assim a chance de todos os três eventos falharem é de

$$\frac{50}{100} \times \frac{50}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{62.500}{1.000.000} = 6,25\%.$$

## 9.3 Exercícios

- 1) Com base no texto responda:
- O que é um espaço amostral?
  - O que é um evento aleatório?
  - Qual a diferença entre eventos certos e impossíveis? Dê exemplos.
  - Explique com suas palavras o que é Probabilidade.
- 2) [resp] Em uma batalha a defesa do inimigo é de 4 pontos, enquanto o ataque do jogador é de 2 pontos mais o resultado do D6. Sabendo disso:
- Aponte o espaço amostral de todos os possíveis valores de ataque do jogador.
  - Apresente o total de dano causado para cada resultado possível no dado. (Dano = Ataque – Defesa, onde valores negativos se tornam zero)
  - Quais resultados no dado fazem com que o jogador não cause dano ao adversário?
  - Quais resultados causam danos?
  - Qual a probabilidade do jogador conseguir causar algum dano?
- 3) [resp] Durante uma batalha um jogador tenta atacar um inimigo muito rápido, e por isso a dificuldade de acertar o ataque é informada como difícil. Além disso é sabido que a defesa deste monstro é 6, enquanto o ataque do jogador é 3 mais o resultado de um D6. Qual a chance do jogador causar pelo menos um de dano no adversário?
- 4) [resp] Uma barreira mágica aparece no meio do mausoléu que a nossa equipe está investigando e pelas pistas em volta desta barreira ela só pode tentar ser desfeita duas vezes, caso não consigam abrir a barreira na segunda tentativa a passagem protegida por ela irá ruir, se tornando inacessível.

Merlin, o mago, pode resolver esse problema com um teste de nível fácil e, no caso dele falhar, Sirius, o clérigo, tentará resolver o teste com nível médio.

Qual a chance de sucesso em desfazer esta barreira nas duas tentativas?

### Exercícios Tradicionais

- 5) [resp] Se lançarmos um dado, qual a probabilidade de obtermos um número maior que 4?
- $\frac{2}{3}$
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{3}{2}$
- 6) [resp] Um restaurante está com 13 pessoas: 9 clientes e 4 garçons. Se escolhermos uma pessoa do local, aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?
- $\frac{3}{13}$
  - $\frac{9}{13}$
  - $\frac{6}{13}$
  - $\frac{7}{13}$
- 7) [resp] Uma pessoa foi até a padaria para comprar pão e iogurte. Se o estabelecimento possui 30 pães, sendo que 5 são do dia anterior e os outros foram fabricados no dia, e 20 iogurtes com data de validade inelegível, dos quais 1 já venceu, qual a probabilidade do cliente escolher um pão do dia e um iogurte dentro da validade?
- $\frac{19}{24}$
  - $\frac{17}{30}$
  - $\frac{14}{27}$
  - $\frac{18}{29}$
- 8) [resp] Um aluno prestou vestibular em apenas duas Universidades. Suponha que, em uma delas, a probabilidade de que ele seja aprovado é de 30%, enquanto na outra, pelo fato de a prova ter sido mais fácil, a probabilidade de sua aprovação sobe para 40%. Nessas condições, a probabilidade de que esse aluno seja aprovado em pelo menos uma dessas Universidades é de:
- 70%
  - 68%
  - 60%
  - 58%
  - 52%



# Ficha de Personagens e Resumo das Regras

Nesse apêndice será apresentada uma ficha de personagens para ser usada pelos jogadores na criação de seus personagens. Além de um compilado das regras do jogo, de forma a facilitar a consulta e agilizar a sessão de jogos.



## RESUMO DAS REGRAS

GLOSSÁRIO	
Ponto de Dano (PD)	Dano total que o personagem suporta
Dano	Resultado do Ataque
Sucesso	Tirar coroa na moeda
Falha	Tirar cara na moeda
D6	Dado de seis lados
Ponto Forte (PF)	Vantagens e desvantagens dos atributos
Atributos	Pontos de especialização
Raça	Espécie do Personagem

CLASSE	VANTAGEM	DESvantAGEM
Aldeão	—	—
Guerreiro	+FOR	–AGI
Arqueiro	+AGI	–VIT
Assassino	+AGI	–FOR
Clérigo	+VIT; Magia	–AGI; –FOR

RAÇA	VANTAGEM
Ogro	+FOR
Anão	+AGI
Elfo	+CAR
Reptiliano	+VIT

TESTES DE SORTE		
Fácil	2 moedas	1 sucesso
Médio	1 moeda	1 sucesso

CÁLCULO DO DANO	
Ataque	Arma + PF(FOR) + D6
Defesa	Armadura + PF(VIT)
Dano	Ataque - Defesa
O menor dano possível é zero	

MERCADO – KIT		CUSTO	
Primeiros Socorros		2	
Médico		4	

HOSPEDARIA	PD	TEMPO	CUSTO
Cochilo	3	6	1
Pernoite	7	12	2

ATRIBUTO	Efeito
Força (FOR)	+1 Dano
Agilidade (AGI)	+1 Dano
Carisma (CAR)	Carisma e Desconto

MAGIAS ARCANAS (Mago)		
NOME	FUNÇÃO	TESTE
Detectar Magia	Identificação	Média
Ler línguas	Identificação	Baixa
Criar Fogo	Combate – D6	Baixa
Projétil Mágico	D6	—
Projétil (II)	Sacrifica 2 PD Dois D6	Alto
Sono	Controle –2 turnos	Varia
Levitar	Defesa	—

MAGIAS CLERICAIS (Clérigo)		
NOME	FUNÇÃO	TESTE
Curar	Recupera 4 PD	Baixa
Globo de Luz	Iluminação	—
Afastar Monstros	Controle –1 turno	Varia
Abençoar	Facilita um teste	Média
Amaldiçoar	Dificulta um teste	Média

EQUIPAMENTO	TRAPO	FERREIRO		
		SUCATA	NORMAL	ENCANTADO
Arma	+0	+1	+2	+4
Armadura	+0	+1	+2	+4
Escudo	50%	100%	50%	100%
Dificuldade	Alta	Alta	Média	Média
Custo		5	10	20

# Respostas

## Capítulo 8

---

2) São possíveis duas combinações de anões e cinco de elfos, totalizando sete escolhas para esse jogador.

$$\begin{aligned} \text{Júlia} &= 3 \times 2 = 6 \\ 20 \times 12 \times 6 &= 1440 \end{aligned}$$

3) São  $5 \times 4 = 20$  combinações.

5) c)

4) Maurício =  $5 \times 4 = 20$   
Bianca =  $4 \times 3 = 12$

6) d)

7) a)

## Capítulo 9

---

2) i) Ataque = Dano Base + Ponto Forte +  $D6$ . O Dano Base = 2 e o dado dar  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Os possíveis danos são  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

ii) Dano = Ataque – Defesa. A Defesa = 4 e o dano é no mínimo zero, então os danos são  $\{0, 0, 1, 2, 3, 4\}$ .

iii) Não causa dano quanto o dado dá um ou dois.

iv) Causa dano quando o dado resulta em  $\{3, 4, 5, 6\}$

v) Quatro situações onde é possível causar algum dano de um total de seis possíveis. Assim a probabilidade é de  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

4) Como pro mago o teste é fácil, a chance de resolver o problema é de 75%. O Clérigo só vai tentar se o mago falhar e, neste caso, ele vai realizar um teste médio com 50% de chance de sucesso. A chance de o clérigo precisar tentar e conseguir é de:

$$\frac{25}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{1.250}{10.000} = 12,5\%$$

Como são eventos disjuntos a chance de pelo menos um dos dois acontecer é de:

$$75\% + 12,5\% = 87,5\% \text{ ou } \frac{7}{8}$$

3) É um teste difícil, logo tem 25% de a chance de sucesso. Ele causa dano quando o Ataque é maior que seis, ou seja que ele tire 4 ou mais nos dados. Ou seja, a chance de o ataque causa dano é de 50% de sucesso. A chance de causar algum dano no inimigo é de:

$$\frac{25}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{1.250}{10.000} = 12,5\%$$

5) c)

6) b)

7) a)

8) d)

# Bibliografia

- [1] P. N. d. Almeida. *Educação Lúdica: Técnica e Jogos Pedagógicos*. Loyola, 1990. URL: <https://books.google.com.br/books?id=-fzErzs9UkwC>.
- [2] G. Brauner et al. *Tormenta RPG — Edição Revisada: Guerreiros. Magos. Monstros. Deuses. Você*. Tormenta RPG. Jambô Editora, 2015. URL: <https://books.google.com.br/books?id=tTpeCwAAQBAJ>.
- [3] S. Hazzan. *Fundamentos de matemática elementar, 5: combinatória, probabilidade*. Ed. por G. Iezzi. 3ª ed. Atual, 1977. URL: <https://books.google.com.br/books?id=n3ORDQEACAAJ>.
- [4] P. Micchi. *ZIP*. Website. ZIP RPG. URL: <https://ziprpg.tripod.com/rpg/zip.htm>.
- [5] M. Rodrigues et al. *Tagmar: Livro de Regras*. 3ª ed. GSA, 2016. URL: <https://www.tagmar.com.br/Downloads/>.
- [6] M. Sales. *RPG (Role-Playing Game)*. Brasil Escola. URL: <https://brasilecola.uol.com.br/curiosidades/rpg.htm>.

# Índice Remissivo

## Atributo

- Agilidade, 5
- Carisma, 5
- Força, 5
- Vitalidade, 5

## Chance, 35

## Classe

- Aldeão, 8
- Arqueiro, 7
- Assassino, 7
- Clérigo, 7
  - Magias, 18
- Guerreiro, 7
- Mago, 7
  - Magias, 17

## Dano

- Contínuo, 15
- Físico, 13

## Desmaio, 13

## Espaço Amostral, 36

## Evento

- Aleatório, 35
- Certo, 37
- Complementar, 39
- Equiprovável, 38
- Impossível, 37

## Experimento, 35

## Ferreiro, 19, 20

- Equipamento, 13, 21
  - Encantado, 20
  - Normal, 20
  - Qualidade, 20
  - Sucata, 20
  - Trapo, 20

## Ficha de Personagem, 8

## Hospedaria, 19

- Atendimento Médico, 20
- Cochilo, 20
- Pernoite, 20

## Magia Arcana, 16, 17

- Criar fogo, 17
- Detectar magia, 17
- Ilusão, 18
- Ler línguas, 17
- Levitar, 17
- Projétil Mágico, 17
- Sono, 17

## Magia Clerical, 16, 18

- Abençoar, 18
- Afastar Monstros, 18
- Amaldiçoar, 18
- Curar, 18
- Globo de Luz, 18

## Mercado, 19, 21

- Kit Acampamento, 14, 21

## Kit Médico, 21

- Kit Primeiros Socorros, 14, 21

## Mestre, 2

## Moedas, 19

## Morte, 13

## Ponto

- de dano, 5
- de vida, 5
- Forte, 5
- Fraco, 5

## Princípio

- Aditivo, 27
- Multiplicativo, 28

## Raça

- Anão, 6
- Elfo, 6
- Humano, 6
- Ogro, 6
- Reptiliano, 7

## Roleplay, 5

## Teste

- D6, 14
- de Atributos, 12
- de Sorte, 3, 10
- Moedas, 10



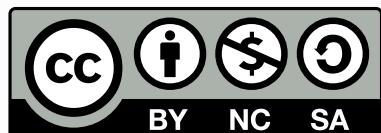
# ZIP Math – Um jogo de RPG para ensino de Probabilidade

Tâmisson Santos Reis

Luis Alberto D’Afonseca

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

23 de maio de 2022



Essa obra tem a licença [Creative Commons “Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0 Internacional”](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).