



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Departamento de Ciências Exatas

PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



Dissertação de Mestrado

**O JOGO DO BLACKJACK EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E
PROBABILIDADE**

Sidnei Silva da Visitação

Orientador: Prof. Dr. Jean Fernandes Barros

Feira de Santana

2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Departamento de Ciências Exatas

PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

**O JOGO DO BLACKJACK EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE**

Sidnei Silva da Visitação

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT do Departamento de Ciências Exatas, UEFS, como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre**.

Orientador: Prof. Dr. Jean Fernandes Barros

Feira de Santana

2022

Ficha catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

V816j Visitação, Sidnei Silva da
O jogo do blackjack em uma sequência didática para o ensino de
análise combinatória e probabilidade / Sidnei Silva da Visitação
.- Feira de Santana, 2022.

95 f.: il.

Orientador: Jean Fernandes Barros
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Feira de
Santana, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional,
2022.

1. Blackjack - Jogo - Aprendizagem. 2. Blackjack - Ensino de
Matemática. 3. Matemática - Análise combinatória. 4. Matemática -
Probabilidade. I. Barros, Jean Fernandes, orient. II. Universidade Estadual
de Feira de Santana. III. Título.

CDU: 519



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



ATA DA SESSÃO PÚBLICA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO DISCENTE SIDNEI SILVA DA VISITAÇÃO DO PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Aos trinta dias do mês de junho de dois mil e vinte e dois, às 14 horas, ocorreu a defesa pública não presencial, através da plataforma Google Meet, link: <https://meet.google.com/ojb-anqd-nen>, da dissertação apresentada sob o título “O JOGO BLACKJACK EM UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE”, do discente Sidnei Silva da Visitação, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual de Feira de Santana, para obtenção do título de MESTRE. A Banca Examinadora foi composta pelos professores: Jean Fernandes Barros (Orientador, UEFS), Luiz Marcio Santos Faria (UFBA) e Ana Carla Percontini da Paixão (UEFS). A sessão de defesa constou da apresentação do trabalho pelo discente e das arguições dos examinadores.

Em seguida, a Banca Examinadora se reuniu em sessão secreta para julgamento final do trabalho e atribuiu o conceito: APROVADO.

Sem mais a tratar, foi lavrada a presente ata, que segue assinada pelos membros da Banca Examinadora e pelo Coordenador Acadêmico Institucional do PROFMAT.

Feira de Santana, 30 de junho de 2022.

Prof. Dr. Jean Fernandes Barros (Orientador, UEFS)

Prof. Dr. Luiz Marcio Santos Faria (UFBA)

Prof.^a Dra. Ana Carla Percontini da Paixão (UEFS)

Visto do Coordenador:

Dedicatória

Dedico esse trabalho a minha família que sempre esteve comigo em todos os passos trilhados.

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram com o meu aprendizado e me permitiram chegar até aqui.

Agradeço a minha companheira de vida Giselle que esteve comigo desde a fase da inscrição, prova de seleção, idas e vindas para Feira de Santana, aulas, no bar e restaurante com a turma. Ela que é minha melhor companhia para todos os momentos, sejam eles de paz ou de desafios.

Agradeço a minha pequena menina Lavínia, minha vida. Ela que esteve no ventre de minha esposa durante boa parte do Mestrado, sendo minha maior inspiração e motivação.

Agradeço aos meus colegas de classe pelos momentos de comunhão, estudo, desespero e risadas. Certamente excelentes profissionais, pessoas íntegras e especiais.

Agradeço aos professores que desempenharam com dedicação as aulas ministradas, por terem me mostrado os melhores conteúdos com presteza e competência.

Agradeço a meu querido e amável professor e orientador que com sua graça, paciência e atrasos (risos), conseguiu mudar minha visão para tantos pontos que antes eu não me atentava.

Agradeço à CAPES, pois, o mestrado foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001

“Resolver problemas é uma arte que tem de ser praticada, tal como nadar, esqui, tocar piano: aprende-se imitando e praticando...”

(George Pólya)

RESUMO

O *Blackjack*, por ser um jogo que envolve Análise Combinatória e Probabilidade, é uma ferramenta que pode estimular de forma promissora a capacidade de dedução com base em cálculos e evidências. Nesse sentido, apresenta-se aqui uma análise acerca do jogo *Blackjack* como instrumento facilitador do processo de ensino-aprendizagem a ser utilizado nas aulas de Matemática do Ensino Médio. O objetivo deste trabalho foi evidenciar que o *Blackjack* pode ser utilizado como ferramenta de aprendizagem no ensino da Matemática, principalmente no que diz respeito à Análise Combinatória e Probabilidade. A metodologia de pesquisa amparou-se em trabalhos encontrados no Google Acadêmico, Capes/Periódicos e Banco de Dissertações do Portal Profmat. Pôde-se perceber que a proposta é relevante no tocante a dinamização das aulas de Matemática do referido público alvo e oportuniza aos estudantes o acesso a práticas desafiadoras que pode conduzi-los ao aprendizado significativo dos conteúdos, habilitando-os a adquirir posturas que facilitem a resolução de problemas que exijam escolha e uso de estratégias mais coerentes em outros contextos da sua vida. A aliança entre a Matemática e o *Blackjack* pode fomentar o desenvolvimento de cidadãos aptos a refletirem sobre o papel e a aplicação inovadora de jogos, imprimindo uma visão saudável e construtiva.

Palavras-chave: *Blackjack*, Análise Combinatória, Probabilidade.

ABSTRACT

Blackjack, being a game that involves Combinatorial Analysis and Probability, is a tool that can promisingly stimulate the ability to deduct based on calculations and evidence. In this sense, we present here an analysis of the Blackjack game as a facilitator of the teaching-learning process to be used in High School Mathematics classes. The objective of this work was to show that Blackjack can be used as a learning tool in the teaching of Mathematics, especially with regard to Combinatorial Analysis and Probability. The research methodology was supported by works found in Google Scholar, Capes/Periodics and Dissertation Bank of Portal Profmat. It could be seen that the proposal is relevant with regard to the dynamism of Mathematics classes for the aforementioned target audience and provides students with access to challenging practices that can lead them to a significant learning of the contents, enabling them to acquire postures that facilitate the solving problems that require choosing and using more coherent strategies in other contexts of your life. The alliance between Mathematics and Blackjack can foster the development of citizens able to reflect on the role and innovative application of games, printing a healthy and constructive vision.

Keywords: Blackjack, Combinatorial Analysis, Probability.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE CONCEITOS	12
2.1	ANÁLISE COMBINATÓRIA	12
2.1.1	Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	13
2.1.2	Fatorial de um Número Natural	14
2.1.3	Arranjo, Permutação e Combinação	15
2.2	PROBABILIDADE	19
2.2.1	Probabilidade Condicional	24
2.2.2	Teorema (Regra do Produto)	25
3	O JOGO BLACKJACK	30
3.1	JOGO	30
3.2	AS REGRAS DO JOGO	30
3.3	PONTUANDO NO <i>BLACKJACK</i>	33
3.4	PROBABILIDADE E BLACKJACK	40
4	PROPOSTA DE ATIVIDADES	50
4.1	SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)	53
4.1.1	Público Alvo:	53
4.1.2	Objetivos:	53
4.1.3	Desenvolvimento da Sequência Didática	53
4.1.4	Recursos:	63
4.1.5	Avaliação:	63
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	64
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
	REFERÊNCIAS	69
	APÊNDICE	72

1 INTRODUÇÃO

Mediante leituras e releituras pode-se afirmar que O *Blackjack*, também conhecido como 21, é um dos jogos prediletos em cassinos americanos. Em *Las Vegas*, Reno, entre outros lugares, o *Blackjack* compete com o *poker*, roleta e craps considerados jogos de azar padrão. Desses jogos, o *Blackjack* é o único que apresenta vantagem para o jogador em relação à casa (CARDOSO, 2004), pois a possibilidade da contagem das cartas durante a jogada dá ao jogador a vantagem de poder prever futuras jogadas, e assim, escolher qual ação executar de acordo com as cartas já expostas na mesa.

É válido ressaltar que não há uma data específica da criação do *Blackjack*, porém estima-se que tenha sido criado no século XV, na Itália, baseado no icônico jogo chamado 31. O objetivo é similar ao do 21, porém durante essa época os jogos de azar eram duramente criticados e reprimidos pela Igreja Católica. Independentemente das censuras, o jogo se espalhou pela Europa.

Apesar da vantagem que o *Blackjack* oferece ao jogador, o referido jogo ainda é um tema bastante negligenciado na literatura científica de jogos de azar e oferece uma área relativamente inexplorada pela Matemática.

A presente dissertação tem como objetivo evidenciar que o *Blackjack* pode ser utilizado como ferramenta didática no ensino da Matemática, principalmente no que diz respeito à *Análise Combinatória* e *Probabilidade*. Uma vez que diversas estratégias utilizadas no *Blackjack* são fundamentadas na distribuição de cartas e as possíveis combinações na mão dos jogadores – sendo o “acaso” o agente imperativo sobre quem vai receber a *mão boa* e a *mão ruim* – um bom jogador ao recorrer à estratégia certa, no tempo certo, ainda que tenha uma *combinação* menos favorável em sua mão poderá vencer o jogo. Sendo que as estratégias matemáticas utilizadas em cada jogada são basicamente focadas em *Análise Combinatória* e *Probabilidade*.

Ademais, os jogos como instrumento de aprendizado não são uma novidade mal vista pelos educadores, uma vez que há olimpíadas de Matemática em alguns colégios, recurso que engaja os alunos ao clima competitivo que os jogos possuem (ALVES; BIANCHIN, 2010).

Ainda segundo Alves, Bianchin (2010), o jogo tem um papel importante no desenvolvimento psicomotor do adolescente, estimulando o mesmo a ser uma pessoa mais calma, inteligente e que tome decisões com base na razão, no cálculo e na estratégia. O *Blackjack*, por ser um jogo que envolve Análise Combinatória e Probabilidade, é uma ferramenta que pode estimular de forma promissora a capacidade de dedução com base em cálculos e evidências. Diante do exposto espera-se que o uso do jogo supracitado ao trabalhar os conteúdos em foco colabore de forma significativa com o desenvolvimento intelectual das futuras gerações, permitindo um senso menos taxativo, transformando-as em pessoas com menor motivação ao julgamento a priori e mais guiadas pela razão, evidências e cálculos.

Portanto, tendo em vista a necessidade de promover um ensino de conteúdos de Matemática de maneira atrativa que proporcione aos estudantes oportunidades de tornarem-se protagonistas e engajados no processo ensino-aprendizagem a questão emergente é: como é possível tornar o *Blackjack* didático e interessante para o ensino da matemática, especificamente em Análise Combinatória e Probabilidade? Na presente dissertação pretende-se apresentar o *Blackjack* como instrumento de aprendizado, dentro dessa perspectiva problematizada.

2 REVISÃO DE CONCEITOS

2.1 ANÁLISE COMBINATÓRIA

Para Morgado et al. (1991), a Análise Combinatória é o ramo da Matemática destinado a estruturação e relações discretas, dispondo de dois problemas frequentes: a existência e a contagem de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições.

A Análise Combinatória também é composta pelos vários problemas de contagem, como os arranjos, as combinações e as permutações, os quais serão abordados neste trabalho. Essa é peça indispensável da Matemática Discreta, sendo primordial no desenvolvimento de cálculos de probabilidades (DORNELAS, 2004).

Tratando-se do valor educacional, a Análise Combinatória é de grande importância, uma vez que exige raciocínio diante de situações básicas, empregando tanto os métodos próprios quanto de técnicas de contagem (SOUZA, 2010). Dentro deste contexto, diversos problemas referentes a combinatória podem ser resolvidos facilmente através de consecutivas operações de adições ou multiplicações, sendo suas fórmulas deduzíveis e não obrigatoriamente decoradas (CARNEIRO, 1995).

Diante disso, pode-se perceber que os alunos do Ensino Médio, comumente apresentam grande dificuldade de aprendizado no conteúdo mencionado anteriormente. Já que ao ser aplicado em sala de aula, limita-se em embasá-lo em definições e fórmulas. Por tal motivo, muitas vezes torna-se uma atividade mecânica e não levam ao raciocínio e compreensão do mesmo. Sendo assim, a Análise Combinatória é tida como um conteúdo de difícil abordagem em sala de aula. Visto que ocorre, majoritariamente por meio de fórmulas e aplicação, deixando muitas vezes de lado a compreensão dos conceitos fundamentais de arranjo, combinação e permutação, consoante assevera (SOUZA, 2010).

Dessa forma, pode-se afirmar que o modo como o professor trabalha este conteúdo em sala de aula afeta diretamente no aprendizado do aluno. E, portanto, a adoção de metodologias alternativas, com planejamento e novas estratégias, que possibilitem a participação do aluno no processo de ensino aprendizagem, contribui

para a aquisição e a melhoria da compreensão da Matemática Básica. Influindo consideravelmente no cotidiano do aluno e na contextualização para a resolução de problemas (SOUZA, 2010).

2.1.1 Princípio Fundamental da Contagem (PFC)

Também conhecido como Princípio Multiplicativo, o Princípio Fundamental da Contagem consiste numa técnica esquematizadora de resolução de problemas que envolvem situações de contagem sem enumeração dos elementos. Tem como principal ferramenta a árvore de possibilidades que permite sistematizar o problema e, assim, chegar à sua solução. O Princípio Fundamental da Contagem é o elemento fundamental do pensamento combinatório, pois é a partir dele que todas as construções cognitivas posteriores (arranjo, permutação e combinação) se constituirão para o sujeito (DURO, 2012).

A não compreensão deste princípio, certamente, trará grandes dificuldades no reconhecimento de possíveis aplicações no processo de resolução de problemas futuros nos âmbitos pessoal e profissional do discente. Essa não compreensão impossibilitará, segundo Dornelas (2004), na disposição dos elementos e nas relações entre eles em um contexto em que se necessite manipulá-los e interpretá-los .

O *Princípio Fundamental da Contagem* pode ser enunciado da seguinte forma: dado um acontecimento A que pode ocorrer de x maneiras distintas e para cada uma das x maneiras possíveis de ocorrer o evento A , um acontecimento B pode ocorrer de y maneiras distintas, então o número de maneiras de ocorrer o acontecimento A , seguido do acontecimento B , é dado por $x \cdot y$.

Para demonstrar a validade desta afirmação pode-se utilizar o princípio da indução finita, porém este não será nosso foco neste trabalho.

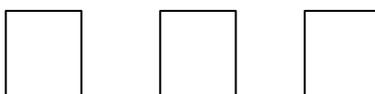
É válido salientar que o seguinte exemplo (VAZQUEZ. NOGUTI, 2004) ilustra a validade do conceito ora tratado: *Maria quer vestir sua boneca, para isto ela dispõe de 4 blusas de cores diferentes e 3 saias também de cores diferentes. De quantos modos ela pode vestir a boneca?*

Ocorrência 1: escolher uma dentre as quatro blusas disponíveis;

Ocorrência 2: escolher uma dentre as três saias disponíveis;

Como a ocorrência 1 pode ser tomada de 4 maneiras e a ocorrência 2 pode ser tomada de 3 maneiras, o número de maneiras de vestir a boneca, será $4 \cdot 3 = 12$. Sabemos que alguns problemas podem ser resolvidos pela simples enumeração de seus casos (como vimos acima), e que muitas vezes esse método torna-se impraticável devido ao número extremamente grande de casos que podem aparecer.

Partiremos do seguinte exemplo (VAZQUEZ. NOGUTI, 2004): “Quantos números de 3 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?”. Representemos um número de três algarismos, arbitrário, pelos três quadros seguintes:



Ora, o primeiro número pode ser escolhido de 6 maneiras diferentes; em seguida, o segundo número pode ser escolhido de 5 maneiras diferentes e, por último, o terceiro número pode ser escolhido de 4 maneiras diferentes. Assim temos:



Portanto, pelo *Princípio Multiplicativo* ou *PFC*, existem $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ possíveis números de três algarismos distintos formados com os seis algarismos dados.

2.1.2 Fatorial de um Número Natural

Dado um número natural n , o produto de todos os naturais de 1 até n é chamado de *fatorial de n* e é representado, em símbolos, por $n!$ (onde se lê n -fatorial). Assim, temos

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1.$$

A partir dessa definição e utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, pode-se facilmente ilustrar o Fatorial de um Número Natural. Conforme o exemplo aplicado a seguir.

Exemplo (VAZQUEZ. NOGUTI, 2004/ADAPTADO): Cinco pessoas, Sidnei, Giselle, Manoel, Evandro e Jannayna chegaram ao mesmo tempo em uma agência bancária que possui apenas um atendente. De quantas maneiras podemos formar uma fila entre eles, determinando assim a ordem em que eles serão atendidos?

Solução: Veja que, para organizar a fila, precisaremos fazer cinco escolhas. De fato, devemos escolher quem será a primeira, a segunda, a terceira, quarta e a quinta pessoa da fila. Podemos tomar essas decisões uma a uma, na ordem indicada.

Análise: o primeiro da fila pode ser qualquer uma das cinco pessoas, logo há 5 possibilidades para a escolha deste; o segundo da fila deve ser alguém diferente do primeiro (que já foi escolhido) e, portanto, há 4 possibilidades para sua escolha; o terceiro deve ser diferente dos dois primeiros, de forma que ainda há 3 candidatos para essa posição; o segundo deve ser diferente dos três primeiros, de forma que ainda há 2 candidatos para essa posição; finalmente, tendo escolhido os quatro primeiros, resta apenas uma pessoa e, nessas condições, há apenas 1 maneira de escolhermos o quinto da fila. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, o número total de maneiras de formar a fila é igual a $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

2.1.3 Arranjo, Permutação e Combinação

De modo geral, dado um conjunto $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ com n elementos distintos. Queremos formar grupos com r elementos cada ($n > r$), de tal forma que a ordem dos elementos em cada grupo seja importante. Esse resultado corresponde ao número de arranjos simples de n elementos, tomados r a r , que indicaremos por $A(n, r)$.

Por meio do Princípio Fundamental da Contagem, é possível deduzir uma expressão que servirá de auxílio na resolução de exercícios que possuem muitos casos a serem analisados. Considere que um arranjo de n objetos, tomados r a r , pode ter o primeiro elemento escolhido de n maneiras diferentes; depois, o segundo elemento do arranjo pode ser escolhido de $n - 1$ maneiras; depois, o terceiro elemento do arranjo pode ser escolhido de $n - 2$ maneiras e continuando essa

sequência, teremos que o último elemento do arranjo pode ser escolhido de $n - (r - 1) = n - r + 1$ maneiras diferentes.

Logo

$$A(n, r) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - r + 1).$$

Multiplicando-se, membro a membro, essa relação por

$$(n - r)! = (n - r) \cdot (n - r - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1,$$

tem-se

$$(n - r)! \cdot A(n, r) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot (n - r + 1) \cdot (n - r) \cdot (n - r - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

ou

$$(n - r)! \cdot A(n, r) = n!$$

Onde

$$A(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

Dessa forma pode-se, então, ilustrar a aplicação dessas definições por meio do seguinte problema (VAZQUEZ. NOGUTI, 2004): “Quantos números de 6 algarismos distintos podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?” Nesse caso, em que $n = r$, temos que:

$$P_n = A(n, n) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Em outras palavras, existem $n!$ permutações de n objetos tomados $n a n$. Com isso, introduz-se o termo *permutação* como sendo um caso particular de arranjo e o resultado do problema dado seria $6! = 720$ números distintos.

Uma *permutação repetida* de n objetos com elementos repetidos é qualquer ordenação de n objetos dos quais, pelo menos dois, são iguais.

Tenha como exemplo, segundo Vasconcelos (2019), a palavra *IRACEMA* que é um anagrama da palavra *AMÉRICA* e é uma permutação das sete letras *A, M, E, R, I, C, A* com repetição de duas letras *A*.

Para melhor compreensão da permutação de n objetos com elementos repetidos, observe como exemplo os anagramas da palavra *ESSES*.

Note que em *ESSES* existem duas letras iguais a *E* e três letras iguais a *S*. Assim, os seus anagramas são somente as palavras:

ESSES *ESSSE* *ESESS* *EESSS* *SESSE*
SESES *SSESE* *SSEES* *SSSEE* *SEESS*

É claro que isso ocorre por causa das letras iguais, pois se todas as letras fossem diferentes teríamos $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ anagramas.

Logo, para saber como determinar o número de anagramas com elementos repetidos, toma-se um desses anagramas e ver como ele se comporta com relação aos 120 possíveis. Para tanto vamos pensar o anagrama *ESSES* como se tivesse as cinco letras distintas. Assim: $E_1 S_1 S_2 E_2 S_3$. Dentre os 120 anagramas possíveis, 12 deram origem a *ESSES*. São eles:

Figura 1: Permutação com repetição ESSES

Grupo 1



Fonte: Vasconcelos (2019, p.37).

Figura 2: Permutação com repetição ESSES

Grupo 2



Fonte: Vasconcelos (2019, p.37).

Os anagramas do grupo 1 foram obtidos deixando-se E_1 e E_2 nas suas posições originais e permutando-se as três letras S entre si, dando origem a 6.

Os do grupo 2 foram obtidos a partir dos anagramas do grupo 1, permutando-se as duas letras E entre si, cada um dando origem a outro. Portanto, cada um dos 10 anagramas listados anteriormente foram originários de 12 anagramas obtidos pela permutação das duas letras E e das três letras S .

Percebe-se assim que , para determinarmos o número das permutações da palavra $ESSES$ temos que dividir as 120 permutações (pensadas como letras diferentes) pelas permutações das três letras S e pelas permutações das duas letras E .

Denotando por $P_5^{2,3}$ o número de anagramas da palavra $ESSES$, tem-se que $P_5^{2,3} =$

$$\frac{P_5}{P_2 \cdot P_3} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{120}{2 \cdot 6} = 10 .$$

Podemos generalizar este resultado da seguinte forma: o número de permutações de n objetos com repetição de $r_1, r_2, r_3, \dots, r_m$ desses objetos é denotado por $P_n^{r_1, r_2, r_3, \dots, r_m}$ e pode ser calculado como segue:

$$P_n^{r_1, r_2, r_3, \dots, r_m} = \frac{P_n}{P_{r_1} \cdot P_{r_2} \cdot P_{r_3} \cdot \dots \cdot P_{r_m}}$$

Agora observe o seguinte problema: “Uma escola tem 9 professores de matemática. Quatro deles deverão representar a escola em um congresso. Quantos grupos de 4 professores poderão ser formados? ”

Tem-se que o primeiro representante pode ser escolhido de 9 maneiras diferentes, o segundo de 8 maneiras diferentes, o terceiro de 7 maneiras diferentes e

o quarto de 6 maneiras diferentes, ou seja, um arranjo de 9 professores tomados a cada 4, ou seja, $A(9,4) = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ grupos.

Entretanto, nesse caso, um agrupamento se distingue do outro somente quando apresenta pelo menos uma pessoa diferente, pois invertendo a ordem dos elementos não alteramos o grupo, ou seja, temos aqui um agrupamento não ordenado. A quantidade de agrupamentos formados por esses professores, mudando-se apenas a ordem, é dada por $4! = 24$. Logo teremos $3024 \div 24 = 126$ grupos formados. A esse tipo de agrupamento damos o nome de *combinação simples* e sua fórmula poderia ser deduzida da seguinte maneira:

Queremos contar quantas são as *combinações simples de classe r em um conjunto com n elementos*. Podemos chamar esse número de $C(n, r)$.

Sabemos que $A(n, r)$ é uma escolha ordenada de r objetos entre n objetos. Podemos fazer essa contagem da seguinte forma:

Primeiro, escolhe-se de forma não ordenada r elementos: $C(n, r)$.

Em seguida, ordena-se os r elementos escolhidos, isso pode ser feito de $r!$ modos.

Usando o Princípio Fundamental da Contagem, obtém-se

$$A(n, r) = r! \cdot C(n, r).$$

Daí,

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

2.2 PROBABILIDADE

Vale destacar que a Probabilidade surgiu graças ao interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades utilizando jogos de azar e apostas, disseminados na Idade Média. Posteriormente esses jogos e apostas tiveram forte influência na Estatística.

Dentre os importantes estudiosos matemáticos que auxiliaram na estruturação dessa ferramenta, utilizada cotidianamente, podemos apontar: Pierre de Fermat (1601 – 1655), Blaise Pascal (1623 – 1662), Jacob Bernoulli (1654 – 1705), Pierre Simon

Laplace (1749 – 1827), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) e Lenis Poisson (1781 – 1840). E, também, algebristas como: Cardano, Pacioli e Tartaglia (séc. XVI) que são considerados os precursores das ponderações matemáticas referentes aos jogos e apostas de azar.

À vista disso, o ensino de Probabilidade carece de um foco nas discussões que coloquem em jogo o reconhecimento de que, em nosso dia a dia, deparamos com situações em que podemos fazer afirmações com certeza do resultado e outras em que não temos essa certeza. Posto que existem vários resultados possíveis. Melhor dizendo, a aprendizagem das Noções de Probabilidade implica em identificar todas as possibilidades de respostas que uma determinada situação ou experimento podem dispor, indicando aquela com maior chance de ocorrer.

Sendo assim, a Probabilidade é considerada como uma Ciência que ampara a Ciência da Estatística e que, por vários anos, foi considerada um ramo menor da Matemática. Dessa forma, o ensino de probabilidade, integrado à estatística, envolve “a construção de modelos de fenômenos físicos, desenvolvimento e uso de estratégias de simulação e a comparação, e a avaliação de problemáticas diversas” (LOPES, 2018, p. 69).

Contudo, Stelmastchuk (2009, p.104) foi incisiva ao afirmar que “o professor não está preparado para a proposta, deve-se, portanto, prepará-lo para que tenha condições de desenvolver um trabalho que proporcione o ensino de Probabilidade nas séries iniciais”. De acordo com a autora, é preciso que os professores tenham uma base em Matemática, que estejam preparados para o ensino desses conteúdos e que suas condutas metodológicas sejam um gerador de conhecimentos através de situações didáticas interessantes e atividades desafiadoras.

Nessa perspectiva, após a década de 1990, pesquisadores matemáticos, preocupados com a situação da Educação Brasileira, iniciam seus estudos pressionando o Estado e a Federação a formularem documentos oficiais a fim de normatizar o currículo nacional e dar um novo rumo ao ensino brasileiro (LOPES, 1998).

No que diz respeito ao tema estatística foi introduzido pela primeira vez, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), como forma de indicar a importância do ensino dessa Ciência na Educação Básica no Brasil. Divididos por disciplinas e por

ciclos, os PCN trazem, na área da Matemática, conhecimentos de gráficos e tabelas. Abordados desde o 1º ciclo do Ensino Fundamental e que fazem parte do Tratamento da Informação, um dos quatro grandes blocos que compõem a divisão da área da Matemática, a saber: Números e Operações; Espaço e Formas; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação (LOPES, 1998).

Inserido no bloco de conteúdo, nomeado Tratamento da Informação, além das Noções de Probabilidade e Estatística, evidenciou-se, da mesma forma, os fundamentos de contagem da combinatória (BRASIL, 1997, 1998).

O Ensino de Probabilidade e Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com base nas pesquisas da autora Lopes (1998), que investiga o ensino e a aprendizagem através da interface entre os conceitos e o raciocínio combinatório, probabilístico e estatístico, evidencia a relevância da contextualização na resolução de situações-problema reais a serem vivenciados pelos alunos e assim façam sentido. Nessa acepção, Lopes (1998, p. 25), destaca:

Acreditamos que não faz sentido trabalharmos atividades envolvendo conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a uma problemática. Propor coleta de dados desvinculada de uma situação problema não levará à possibilidade de uma análise real. Construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto ou relacionados a situações muito distantes do aluno pode estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua criticidade.

Diante disso, compreende-se que o conhecimento básico em Probabilidade é substancialmente importante, desde os Anos Iniciais através do registro, da leitura e da interpretação de dados presentes em imagens, gráficos e tabelas que precisam ser trabalhados em sala de aula. Como também, em função da constante presença no mundo do trabalho, na pesquisa científica e nos meios de comunicação.

Com o intuito de justificar a relevância do tema, na presente pesquisa, não ocorrerá a dissociação entre a Probabilidade e a Estatística. Uma vez que seus conceitos estão envolvidos nas situações didáticas que iremos propor, na etapa de experimentação e que levará o aluno ao desenvolvimento do raciocínio e do pensamento estocástico.

Ressalta-se que o termo *Estocástico* diz respeito aos processos que dependem das leis do acaso e seus sinônimos são: aleatório, casual, contingente, eventual, fortuito, etc. Dessa forma, esse termo é oposto ao *determinismo*, uma corrente

filosófica que afirma uma determinação da ação e das escolhas humanas no mundo. Portanto, a partir do conceito de estocástico apresentado é válida a reflexão: será que vivemos em um mundo determinista? Ou, como cita Lopes, “[...] temos aprendido a viver em um mundo simultaneamente estocatizado e determinista” (LOPES, 2003, p.72).

Nesse contexto de conciliar um mundo estocástico e determinista, frisamos a importância da noção de aleatoriedade para apropriação dos conceitos estatísticos e probabilísticos, pois, esse conhecimento aleatório, estando diretamente relacionado à forma como o aluno compreende a realidade e o conhecimento, estarão aptos à tomada de decisão.

Segundo Oliveira e Lopes (2013, p. 909), estocástica é uma expressão utilizada para denominar a junção das diferentes formas de raciocínio probabilístico, estatístico e combinatório, elaborado na figura 3 para ilustrar essa conexão, considerando a relevância do envolvimento de atividades significativas e a ruptura de uma prática linear dos educadores matemáticos.

Figura 3 - Organograma da interface dos raciocínios



Fonte: Lopes (2012, p. 168).

As considerações supracitadas nos levaram a analisar a importância da efetivação do ensino da estocástica na sala de aula, já nos Anos Iniciais, tendo como foco sempre as possibilidades cognitivas dos alunos.

Lopes (1998, p. 11-12) afirma que o “ensino de Probabilidade e Estatística são conhecimentos fundamentais para analisar índices de custo de vida, para realizar sondagens, escolher amostras e outras situações do cotidiano”. Dessa forma,

percebe-se que, a Probabilidade e a Estatística possuem objetos de aprendizagens que estão à nossa volta de atuação, na sociedade, nos meios de comunicação e dentre as mais diferenciadas fontes de informação. Expondo dados de forma implícita ou explicitamente, que precisam ser esclarecidos e possibilite se chegar a uma conclusão viável.

Dessa maneira, para entender o que é Probabilidade, é primordial definir alguns conceitos que serão de suma importância a partir de agora:

- **Experimento aleatório**
- **Espaço amostral (Ω)**
- **Evento**

Segundo Morgado (2013):

Experimento aleatório é todo experimento ou fenômeno que produz resultados imprevisíveis, dentre os possíveis, mesmo quando repetido em semelhantes condições, dependendo somente do acaso.

Espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Evento é todo subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.

Espaço amostral equiprovável é aquele no qual todos os eventos elementares de Ω tem a mesma chance de ocorrer.

Considere agora um evento A de um espaço amostral Ω , finito e *equiprovável*. Definimos *Probabilidade* do evento A como sendo a razão entre a quantidade de elementos de A (casos favoráveis) e a quantidade de elementos de Ω (casos possíveis).

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Casos favoráveis}}{\text{Casos possíveis}}$$

Exemplo (ANDRADE, 2017): um dado é lançado duas vezes consecutivas e o resultado de sua face voltada para cima é anotado. Qual a probabilidade da soma dos valores anotados ser maior que 9?

Solução: Para esse tipo de problema, vamos calcular (inicialmente) o espaço amostral Ω . Em dois lançamentos consecutivos, podemos ter como resultados:

(1; 1), (1; 2), (1; 3), ..., (6; 5), (6; 6) que, pelo Princípio Multiplicativo, temos 6 possibilidades de resultado para o primeiro dado e 6 possibilidades de resultado para o segundo dado, então $6 \cdot 6 = 36$ possíveis resultados. Logo $n(\Omega) = 36$. Para o evento, deve ser observado que a soma das faces deve ser maior que 9, ou seja, 10, 11 e 12. Temos, portanto, os seguintes resultados: (4, 6); (5, 5); (5, 6); (6, 4); (6, 5); (6, 6). Logo, $n(A) = 6$. Calculando então a Probabilidade,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{Casos favoráveis}}{\text{Casos possíveis}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Logo, a Probabilidade das faces anotadas gerarem uma soma maior que 9 é de $\frac{1}{6}$.

A partir do cálculo de eventos possíveis com base nos dados anteriores é possível, através da dedução ou do cálculo *probabilístico condicionado*, obter boas estratégias de jogo. É o que se verificará ao buscar definir a *probabilidade condicional*.

2.2.1 Probabilidade Condicional

De acordo com Andrade (2017), quando ocorre um evento que reduz (ou restringe) o espaço amostral para um evento seguinte, chama-se essa segunda probabilidade de condicional, pois ela é condicionada ao espaço amostral restrito após o primeiro evento. Denota-se por $P(A|B)$ a probabilidade de ocorrer o evento A , sabendo que ocorreu o evento B .

Pode-se calcular a probabilidade do evento A com o espaço amostral restrito pelo evento B ($P(B) > 0$), da seguinte forma:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Mas se

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

Da mesma forma,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

Quando $P(B) = 0$, definimos $P(A|B) = P(A)$

Regra do produto. A regra do produto permite expressar a probabilidade da ocorrência simultânea de diversos eventos a partir do valor de cada probabilidade condicional dados os eventos anteriores.

2.2.2 Teorema (Regra do Produto)

Dados A_1, A_2, \dots, A_n , eventos (subconjuntos) de Ω , vale:

$$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}).$$

Demonstração. Prova-se por indução sobre n , n natural.

Para $n = 1$, o resultado é trivial. De fato, $P(A_1) = P(A_1)$.

Para $n = 2$, temos:

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_2 \cap A_1)}{P(A_1)} \Rightarrow P(A_2 \cap A_1) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1)$$

Para $n = 3$, temos:

$$P(A_3|A_1 \cap A_2) = \frac{P([A_3 \cap (A_1 \cap A_2)])}{P(A_1 \cap A_2)} = \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)}{P(A_1 \cap A_2)}$$

e portanto,

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1 \cap A_2) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2).$$

Supondo a igualdade verdadeira para $n = m$, queremos provar que

$$P(A_{m+1}|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m) = \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m \cap A_{m+1})}{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m)}.$$

Usando a hipótese de indução,

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m \cap A_{m+1}) &= P((A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m) \cap A_{m+1}) \\ &= P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m) \cdot P(A_{m+1}|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m) \\ &= P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_{m+1}|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m). \end{aligned}$$

Assim, pelo Princípio da Indução Finita,

$P(A_1 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1})$, $\forall n$ natural, como queríamos demonstrar.

Exemplo (ANDRADE, 2017): Ao lançar um dado duas vezes e anotar os resultados, qual a probabilidade de a soma dos resultados da face voltada para cima ser maior que 9, sabendo que o primeiro resultado foi par?

Solução: Denota-se o evento A como sendo a soma dos resultados sendo maior do que 9 e o evento B todos os resultados em que o primeiro número obtido é par. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, o espaço amostral possui $\Omega = 6 \cdot 6 = 36$ resultados possíveis, e B tem $3 \cdot 6 = 18$ resultados possíveis, e com isso, $P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$. Para o evento A temos: (4,6); (5,5); (5,6); (6,4); (6,5); (6,6); mas desses 6 resultados, apenas 4 deles tem o primeiro número par. Então $P(A \cap B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Assim,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{9}$$

Exemplo (ANDRADE, 2017): Qual a probabilidade de, em um baralho, se sortear um A , sabendo que a carta sorteada é de copas?

Solução: Agora, considere um evento X as cartas A de um baralho e de evento Y as cartas de copas desse mesmo baralho. Assim, como há 13 cartas de cada naipe, $P(Y) = \frac{13}{52}$. Como há 4 cartas A no baralho, mas só um deles é de copas, $P(X \cap Y) = \frac{1}{52}$. Assim, $P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{13}{52}} = \frac{1}{52} \cdot \frac{52}{13} = \frac{1}{13}$.

Quando há um cenário com uma situação-problema com duas opções possíveis, é normal que o primeiro pensamento seja no sentido da equiprobabilidade, em outros termos, que cada uma tenha 50% de chance de acontecer, assim como num jogo de cara e coroa. Mas nem sempre é assim; as soluções podem ter pesos diferentes.

O problema de *Monty Hall* é uma destas situações. É aparentemente um paradoxo, que surgiu a partir do programa de auditório apresentado na televisão americana chamado de "*Let's Make a Deal*" nos anos 60 e 70, apresentado por Monte Halperin (*Monty Hall*).

O jogo funcionava da seguinte maneira: o apresentador disponibilizava 3 (três) portas aos participantes, sabendo que atrás de uma delas estava um bom prêmio e outras tinham prêmios de pouco valor – na versão brasileira, havia brinquedos e monstros.

Na primeira etapa, o participante escolhe uma porta;

Na segunda etapa, *Monty* abre uma das portas que o participante não escolheu (sabendo de antemão que o prêmio bom não se encontra ali);

Agora, com duas portas para escolher – pois uma delas já se viu, na segunda etapa, que não tinha o prêmio – e sabendo que o carro está atrás de uma delas, o participante tem a chance de decidir se permanece com a porta que escolheu no início do jogo ou se troca para outra porta que ainda está fechada.

Qual seria a estratégia mais lógica? Ficar com a porta escolhida inicialmente ou trocar? Em qual das portas ainda fechadas o participante tem mais chance de ganhar? Por quê?

A resposta intuitiva da maioria das pessoas ao Problema de *Monty Hall* seria que, quando o apresentador revela uma porta não-premiada, ter-se-ia à frente um novo dilema com apenas duas portas e um prêmio, portanto, a chance de que o prêmio estivesse em qualquer uma das duas portas seria de 50% e não faria diferença alguma trocar.

Figura 4 - As portas no jogo de Monty Hall



Fonte: Soldatelli (2016, p. 229)

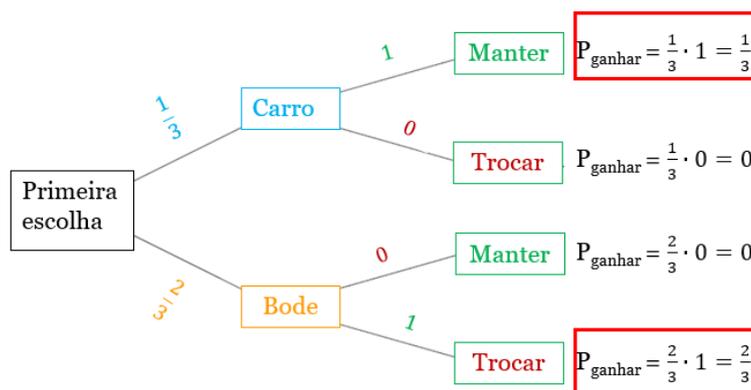
Isso é um erro que a maioria das pessoas comete porque essa brincadeira está associada à probabilidade condicionada e, nestas condições do jogo, o psicológico do ser humano fica mais emocionado do que racional intuitivo.

O erro desta resposta decorre da falsa ideia de que o apresentador escolhe a porta aleatoriamente. Em termos matemáticos, se trata de um problema de

probabilidade condicional, pois a porta que o apresentador abre depende da porta que escolhemos inicialmente e ele sabe desde o começo onde está o prêmio – de modo que nunca abrirá a porta premiada. Ao abrir uma porta não-premiada, ele não está criando um novo jogo; na realidade, se bem interpretado, ele está fornecendo informações sobre a localização do prêmio. Se o participante tiver escolhido inicialmente uma porta não-premiada (o que é mais provável), o apresentador não tem liberdade de escolha: só lhe resta abrir a porta não-premiada que sobrou, obrigando-o a continuar mantendo fechada a única porta premiada (SOLDATELLI, 2016, p. 229).

O jogo inicia com três escolhas, com $\frac{1}{3}$ de chances de escolher a correta em cada uma das portas. Quando o apresentador revela uma porta falsa, ele está subtraindo uma alternativa com $\frac{1}{3}$ de chance de vitória. Agora, com 2 portas onde somente em uma pode estar o prêmio, o apresentador oferece 2 alternativas: permanecer com a porta escolhida ou mudar de porta, o que nos leva a probabilidade de $\frac{2}{3}$ de chances de vitória, se o jogador mudar de porta, ou seja, 66,67% de chances de vitória, e 33,33% de chances de vitória se permanecer com a atual.

Figura 5 - Solução Problema de Monty Hall



Fonte: <http://clubes.obmep.org.br/>

Imagine que o participante escolhe uma porta e não pretende trocar. Nessa situação, qual a probabilidade de ganhar?

Observe que tendo três portas e sabendo que atrás de uma delas está o prêmio, a probabilidade de ganhar será $\frac{1}{3}$. Da mesma forma a chance de perder, visto que das três opções há duas formas de perder, será de $\frac{2}{3}$.

Agora pensemos na situação em que o participante deseja trocar de porta. Neste caso, qual a probabilidade de ganhar?

Note que se o participante escolher uma das duas portas que não possui o prêmio e fizer a troca, sempre ganhará. Porque ao escolher uma das portas não premiadas, o apresentador será obrigado a abrir a outra porta que não possui o prêmio. Portanto, se trocar vai acabar acertando e, neste caso, a probabilidade será $\frac{2}{3}$.

3 O JOGO BLACKJACK

3.1 JOGO

O jogo se constitui em uma importante ferramenta de ensino-aprendizagem em que a relação entre o discente e a ferramenta escolhida permite um sistema considerado prazeroso no processo de aprendizagem, reflexivo e adaptável à realidade, que vai além da mera memorização de regras e conteúdos (CASTRO, 2019). Dessa maneira, é essencial que o jogo possua a capacidade de despertar e manter a curiosidade do indivíduo para a manutenção da continuidade do seu uso muito além da sala de aula, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades para a vida pessoal e profissional do discente.

Nesse contexto, o jogo Blackjack, ou 21, é um jogo de cartas muito popular nas casas de apostas americanas.

Foi inclusive abordado no filme “Quebrando a Banca” (Columbia Pictures, 2008) e tornou-se ainda mais famoso, visto que muitos apostadores preferem esse jogo pelo grau de facilidade das regras. O objetivo principal do jogo é obter uma pontuação maior que o adversário sem ultrapassar 21 pontos, o apostador que conseguir esta façanha ganha o jogo (REZENDE, 2020, p.59).

3.2 AS REGRAS DO JOGO

Antes de apresentar as conexões entre o *Blackjack*, a Análise combinatória e Probabilidade. É de suma importância discorrer sobre o objetivo, as possíveis jogadas e as regras do jogo, pois, uma vez que entendidas, ficará mais fácil fazer a associação desses dois conteúdos matemáticos com o ato de jogar Blackjack. Assim como os alunos já dominarem os conteúdos em foco. Uma vez que estes são requisitos necessários para participarem das Atividades propostas. Logo a Análise Combinatória e Probabilidade já devem ter sido trabalhados em todas as turmas antes da aplicação desta Sequência Didática para que os alunos tenham condições de realizar a conexão entre o jogo e tais conteúdos.

O objetivo do jogo é fazer uma pontuação maior que a do *crupier*, sem *estourar* ou *rebeatar*, ou seja, sem ultrapassar 21 pontos.

As várias formas de jogadas são:

Stand(S) - “Parar” - acontece quando o jogador está satisfeito com suas cartas e não deseja pedir mais cartas.

Hit(H) - “Pedir” - acontece quando o jogador não está satisfeito com suas cartas e deseja, pelo menos, mais uma carta

Split(SP) - “Separar” - acontece quando um jogador recebe duas cartas iguais. Neste caso pode separar as cartas em duas apostas independentes e fica assim com duas mãos

Double Down(D) - “Dobrar” – acontece quando um jogador recebe duas cartas que fazem um valor relativamente baixo e acha que na próxima jogada vai alcançar um valor considerável. Neste caso pode dobrar a sua aposta e receber mais uma carta.

Assim que o *crupier* concluir sua rodada, o resultado é decidido da seguinte forma (MACHADO, 2018):

- Se o jogador fizer um *Blackjack* e o *crupier* não, o jogador ganha.
- Se o jogador tiver um valor superior ao do *crupier*, sem ultrapassar 21, ou seja, sem estourar, o jogador ganha.
- Se o jogador tiver 21 ou menos e o *crupier* estourar, o jogador ganha.
- Se o *crupier* fizer um *Blackjack* e o jogador não, o *crupier* ganha.
- Se o *crupier* tiver um valor superior ao do jogador sem ultrapassar 21, o *crupier* ganha.
- Se o jogador estourar, o *crupier* ganha, mesmo que ele tenha estourado também.
- Se o jogador e o *crupier* fizerem um *Blackjack* ou tiverem mãos com o mesmo valor, isso se chama “*push*” e ninguém ganha. Nesse caso, o valor da aposta original é devolvido ao jogador.

Mão suave é constituída por um Ás (*A*), e uma carta aleatória. Exemplo: mão composta por $A + 5$, formando um 16 suave(*soft*).

Mão dura é constituída por cartas que não contenham nenhum *A*, ou se contiver algum, esse vale apenas 1 ponto. Exemplo: mão composta por $9 + 6 + A$, formando um 16 duro(*hard*)

Sendo que o conhecimento das regras é o início de tudo, é a partir delas que o jogador já pode calcular através da dedução ou da experiência de jogo os possíveis eventos para que possa organizar mentalmente as melhores estratégias a serem executadas.

Quando todos os jogadores tiverem completado suas jogadas, é a vez do crupier. Na realidade, o crupier não decide nada, nem mesmo no momento de jogar sua própria mão, já que ele é forçado a pedir enquanto tiver menos de 17 pontos e parar com 17 ou mais (MACHADO, 2018, p. 2, tradução nossa).

Vale frisar que o jogador poderá pedir cartas (*Hit*) quando não possuir uma mão relativamente boa e não houver risco iminente de estourar. Quando o jogador não quiser mais pedir cartas ele para (*Stand*). No *Double Down* ou dobrar, o jogador dobra sua aposta após receber as duas primeiras cartas e, neste caso, receberá apenas mais uma carta, independentemente da carta retirada ou soma obtida. Quando ocorre de o jogador receber duas cartas de valores numéricos idênticos, ele pode dividir as cartas para duas jogadas distintas (*Split*) e solicitar mais cartas para cada mão. Depois que todos os jogadores jogaram suas mãos, da esquerda do *crupier* à direita, será a vez do *crupier*.

Consoante as explicações mencionadas acima neste tópico foram apresentados: o objetivo do jogo e as variadas formas de jogadas: *Hit*, *Stand*, *Double Down* e *Split*. Na estratégia básica que será apresentada adiante é possível notar em quais eventos do jogo qual jogada é a mais favorável a ser utilizada a fim vencer o *crupier*.

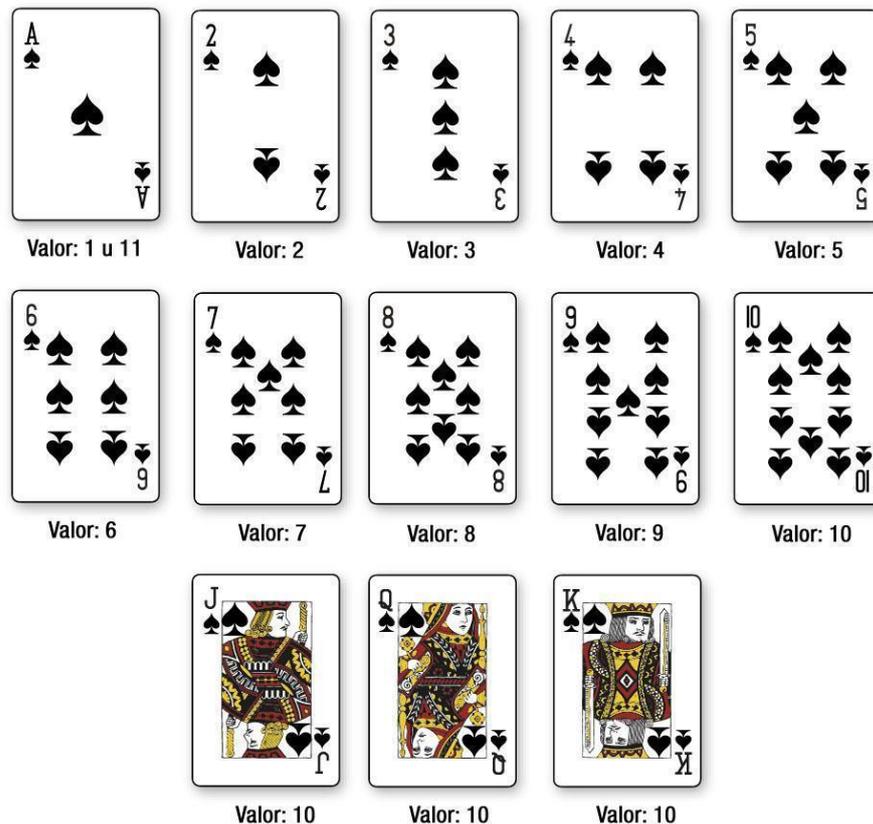
É válido ressaltar que existe sempre uma situação em que devemos utilizar uma jogada específica e nem sempre utilizamos todas em uma mesma partida. Às vezes, basta uma ou duas. Tudo depende da mão do jogador, ou seja, se está favorável ou não.

Estas foram as regras básicas e iniciais, e, a partir delas já é possível montar uma estratégia inicial utilizando a probabilidade através da quantidade de cartas do baralho viradas ou expostas, do número de cartas nas mãos, da quantidade de baralhos e do tipo de cartas que já tenham sido retiradas (rei, rainha, espadas, etc), evidenciando-se a natural união entre a Matemática e o jogo *Blackjack*.

3.3 PONTUANDO NO BLACKJACK

As cartas não têm distinções de naipes. Os valores das cartas de 2 até 10 valem o valor que consta na carta. As cartas de figuras (*J*, *Q* e *K*) valem 10 pontos. A única carta que pode ser chamada de especial é o Ás (*A*), que pode valer 1 ou 11 pontos. Se o jogador tiver em sua mão uma carta de valor 10 (10, *J*, *Q* e *K*), o *A* vale 11 pontos, o que já concede ao jogador a pontuação máxima de 21 pontos (Blackjack). Caso o jogador tenha outra carta que não seja de figura, o *A* vale 1 ponto, o que permite que ele aumente sua pontuação vagarosamente e corra menos riscos de ultrapassar os 21 pontos (ANDRADE, 2017).

Figura 6 - Valores das cartas no Blackjack



Fonte: Cassino.es

O “*Blackjack* natural” (obtido com apenas duas cartas) pode ser alcançado com um *A* e uma carta de valor 10 pontos e será indicado por $P(B_{j_2})$. São 16 cartas que valem 10 pontos (10, *J*, *Q* e *K* de 4 naipes cada) e 4 Áses (1 de cada naipe). Essas

cartas ainda podem aparecer em qualquer ordem, assim, aplicamos o princípio aditivo, ou simplesmente permutamos as duas cartas P_2 , sendo $P_2 = 2! = 2$. Assim:

$$P(B_{j_2}) = \frac{16}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot P_2 = 0,04826546 \cong 4,83\%$$

A pontuação "21" ainda pode ser alcançada com mais de duas cartas: três, quatro ou até mesmo cinco cartas, porém não é considerada Blackjack.

Para alcançar a pontuação "21" com 3 cartas, deve-se levar em conta que o espaço amostral será (após a retirada de cada carta) de $n(\Omega) = 52 \cdot 51 \cdot 50 = 132600$, e cada combinação de carta gera uma quantidade de permutações diferentes, algumas com repetição (como é o caso do $A + 10 + 10$) e outras não (como é o caso do $6 + 7 + 8$). Para um melhor entendimento, tomemos como exemplo essas duas situações citadas:

Situação 1: $A + 10 + 10$

Temos:

4 ases (um de cada naipe)

16 cartas de valor 10 (10, J, Q e K)

3 cartas, com duas repetições, que podem permutar entre si.

Portanto, a probabilidade de alcançar 21 pontos com 3 cartas, indicado por $P(B_{j_3})$, conforme situação 1, será:

$$P(B_{j_3}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{16}{51} \cdot \frac{15}{50} \cdot P_3^2 = \frac{2880}{132600} = 0,02171946 \cong 2,17\%$$

Situação 2: $6 + 7 + 8$

Temos:

4 cartas de valor 6 (uma de cada naipe)

4 cartas de valor 7 (uma de cada naipe)

4 cartas de valor 8 (uma de cada naipe)

3 cartas, que podem permutar entre si.

Portanto, a probabilidade de alcançar 21 com 3 cartas, conforme situação 2, será:

$$P(B_{J3}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot \frac{4}{50} \cdot P_3 = 0,00289593 \cong 0,29\%$$

Tabela 5: Probabilidade de fazer 21 pontos com três cartas

Cartas	Quantidade	Permutações	Total	Probabilidade
A+10+10	4.16.15	P_3^2	2880	0,02171946
2+9+10	4.4.16	P_3	1536	0,01158371
3+8+10	4.4.16	P_3	1536	0,01158371
3+9+9	4.4.3	P_3^2	144	0,00108597
4+7+10	4.4.16	P_3	1536	0,01158371
5+7+9	4.4.4	P_3	384	0,00289593
5+8+8	4.4.3	P_3^2	144	0,00108597
6+6+9	4.3.4	P_3^2	144	0,00108597
6+7+8	4.4.4	P_3	384	0,00289593
7+7+7	4.3.2	P_3^3	24	0,000181
			Total	0,080181

Fonte: Adaptado de Andrade (2017, 2022)

Do mesmo modo, para alcançar a pontuação 21 com 4 cartas (agora com o $n(\Omega) = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 = 6497400$:

Tabela 6: Probabilidade de fazer 21 pontos com quatro cartas

Cartas	Quantidade	Permutações	Total	Probabilidade
A+A+9+10	4.3.4.16	P_4^2	9216	0,00141841
A+2+8+10	4.4.4.16	P_4	24576	0,00378244
A+2+9+9	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
A+3+7+10	4.4.4.16	P_4	24756	0,00378244
A+3+8+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
A+4+6+10	4.4.4.16	P_4	24756	0,00378244
A+4+7+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
A+4+8+8	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
A+5+5+10	4.4.3.16	P_4^2	9216	0,00141841

A+5+6+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
A+5+7+8	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
A+6+6+8	4.4.3.4	P_4^2	2304	0,0003546
A+6+7+7	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
2+2+7+10	4.3.4.16	P_4^2	9216	0,00141841
2+2+8+9	4.3.4.4	P_4^2	2304	0,0003546
2+3+6+10	4.4.4.16	P_4	24756	0,00378244
2+3+7+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
2+3+8+8	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
2+4+5+10	4.4.4.16	P_4	24756	0,00378244
2+4+6+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
2+4+7+8	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
2+5+5+9	4.4.3.4	P_4^2	2304	0,0003546
2+5+6+8	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
2+5+7+7	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
2+6+6+7	4.4.3.4	P_4^2	2304	0,0003546
3+3+5+10	4.3.4.16	P_4^2	9216	0,00141841
3+3+6+9	4.3.4.4	P_4^2	2304	0,0003546
3+3+7+8	4.3.4.4	P_4^2	2304	0,0003546
3+4+4+10	4.4.3.16	P_4^2	9216	0,00141841
3+4+5+9	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
3+4+6+8	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
3+4+7+7	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
3+5+5+8	4.4.3.4	P_4^2	2304	0,0003546
3+5+6+7	4.4.4.4	P_4	6144	0,00094561
3+6+6+6	4.4.3.2	P_4^3	384	0,00005910
4+4+4+9	4.3.2.4	P_4^3	384	0,00005910
4+4+5+8	4.3.4.4	P_4^2	2304	0,0003546
4+4+6+7	4.3.4.4	P_4^2	2304	0,0003546

4+5+5+7	4.4.3.4	P_4^2	2304	0,0003546
4+5+6+6	4.4.4.3	P_4^2	2304	0,0003546
5+5+5+6	4.3.2.4	P_4^3	384	0,00005910
			Total	0,04261151

Fonte: Adaptado de Andrade (2017, 2022)

A máxima quantidade de cartas que o *crupier* ou um jogador pode ter são 5 cartas. Desse modo, $n(\Omega) = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 = 311875200$, e as probabilidades de se obter 21 pontos com cinco cartas serão:

Tabela 7: Probabilidade de fazer 21 pontos com cinco cartas

Cartas	Quantidade	Permutações	Total	Probabilidade
A+A+A+8+10	4.3.2.4.16	P_5^3	30720	0,00009850
A+A+A+9+9	4.3.2.4.3	$P_5^{3,2}$	2880	0,00000923
A+A+2+7+10	4.3.4.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+A+2+8+9	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+A+3+6+10	4.3.4.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+A+3+7+9	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+A+3+8+8	4.3.4.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+A+4+5+10	4.3.4.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+A+4+6+9	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+A+4+7+8	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+A+5+5+9	4.3.4.3.4	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+A+5+6+8	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+A+5+7+7	4.3.4.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+A+6+6+7	4.3.4.3.4	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+2+2+6+10	4.4.3.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+2+2+7+9	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+2+2+8+8	4.4.3.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+2+3+5+10	4.4.4.4.16	P_5	491520	0,00157602

A+2+3+6+9	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+2+3+7+8	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+2+4+4+10	4.4.4.3.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+2+4+5+9	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+2+4+6+8	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+2+4+7+7	4.4.4.4.3	P_5^2	46080	0,00014775
A+2+5+5+8	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+2+5+6+7	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+2+6+6+6	4.4.4.3.2	P_5^3	7680	0,00002463
A+3+3+4+10	4.4.3.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
A+3+3+5+9	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+3+3+6+8	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+3+3+7+7	4.4.3.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+3+4+4+9	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+4+4+5+8	4.4.3.4.4	P_5^2	122880	0,00039400
A+3+4+6+7	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
A+3+5+5+7	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+3+5+6+6	4.4.4.4.3	P_5^2	46080	0,00014775
A+4+4+4+8	4.4.3.2.4	P_5^3	7680	0,00002463
A+4+4+5+7	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+4+4+6+6	4.4.3.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
A+4+5+5+6	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
A+5+5+5+5	4.4.3.2.1	P_5^2	480	0,00000154
2+2+2+5+10	4.3.2.4.16	P_5^3	30720	0,00009850
2+2+2+6+9	4.3.2.4.4	P_5^3	7680	0,00002463
2+2+2+7+8	4.3.2.4.4	P_5^3	7680	0,00002463
2+2+3+4+10	4.3.4.4.16	P_5^2	184320	0,00059101
2+2+3+5+9	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+2+3+6+8	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775

2+2+3+7+7	4.3.4.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
2+2+4+4+9	4.3.4.3.4	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
2+2+4+5+8	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+2+4+6+7	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+2+5+5+7	4.3.4.3.4	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
2+2+5+6+6	4.3.4.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
2+3+3+3+10	4.4.3.2.16	P_5^3	30720	0,00009850
2+3+3+4+9	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+3+3+5+8	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+3+3+6+7	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+3+4+4+8	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+3+4+5+7	4.4.4.4.4	P_5	122880	0,00039400
2+3+4+6+6	4.4.4.4.3	P_5^2	46080	0,00014775
2+3+5+5+6	4.4.4.3.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+4+4+4+7	4.4.3.2.4	P_5^3	7680	0,00002463
2+4+4+5+6	4.4.3.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
2+4+5+5+5	4.4.4.3.2	P_5^3	7680	0,00002463
3+3+3+3+9	4.3.2.1.4	P_5^4	480	0,00000154
3+3+3+4+8	4.3.2.4.4	P_5^3	7680	0,00002463
3+3+3+5+7	4.3.2.4.4	P_5^3	7680	0,00002463
3+3+3+6+6	4.3.2.4.3	$P_5^{3,2}$	2880	0,00000923
3+3+4+4+7	4.3.4.3.4	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
3+3+4+5+6	4.3.4.4.4	P_5^2	46080	0,00014775
3+3+5+5+5	4.3.4.3.2	$P_5^{2,3}$	2880	0,00000923
3+4+4+4+6	4.4.3.2.4	P_5^3	7680	0,00002463
3+4+4+5+5	4.4.3.4.3	$P_5^{2,2}$	17280	0,00005541
4+4+4+4+5	4.3.2.1.4	P_5^4	480	0,00000154
			Total	0,01412411

Fonte: Adaptado de Andrade (2017, 2022)

Portanto, a probabilidade de se alcançar 21 pontos com 2, 3, 4 ou 5 cartas é de, aproximadamente, 0,18680562 ou 18,680562%.

3.4 PROBABILIDADE E BLACKJACK

Propõe-se aplicar a Probabilidade ao jogo do Blackjack, com finalidade didática. Um jogo é dito de azar se a probabilidade de derrota é maior que a probabilidade de vitória (ANDRADE, 2017). Jogos como o Blackjack não dependem de sorte ou azar e nem somente de habilidades do jogador, mas de uma realidade que foi produzida baseada em probabilidade matemática.

Os jogos como o *Blackjack*, uma vez que jogados com um espírito inteligente, ou seja, não visando a sorte ou o azar e sim a matemática por trás do jogo, seriam chamados de “jogos de pensar”, pois vence quem pensa de modo refinado e matemático. O *Blackjack* possui diversas estratégias utilizando-se da probabilidade. Deve-se ter em mente a probabilidade de conseguir o tipo de carta que dê ao jogador a maior probabilidade de vitória, antes de tudo.

O mais importante é o fato que a probabilidade pode ser usada para avaliar suas chances de estourar ao pedir outra carta nas duas cartas iniciais, conforme descrito na tabela 1:

Tabela 1 - Chance do jogador estourar no *Blackjack*

Valor das duas primeiras cartas(não inclui mãos suaves)	Cartas necessárias para estourar	Chance aproximada de estourar
11 ou menos	Não há	0%
12	10, J,Q,K	31%
13	9,10, J,Q,K	38,5%
14	8,9,10, J,Q,K	46,2%
15	7,8,9,10, J,Q,K	53,8%
16	6,7,8,9,10,J,Q,K	61,5%
17	5,6,7,8,9,10,J,Q,K	69,2%
18	4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K	76,9%

19	3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K	84,6%
20	2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K	92,3%

Fonte: autor da pesquisa

Para um maior entendimento, vejamos como foi construída a tabela 1.

Cálculo da probabilidade do jogador estourar (ultrapassar 21 pontos), levando em consideração a soma obtida nas duas primeiras cartas:

Tabela 2 - Cálculo da chance do jogador estourar no Blackjack

Soma 12	Soma 13	Soma 14	Soma 15	Soma 16	Soma 17	Soma 18	Soma 19	Soma 20
12+A=13	13+A=14	14+A=15	15+A=16	16+A=17	17+A=18	18+A=19	19+A=20	20+A=21
12+2=14	13+2=15	14+2=16	15+2=17	16+2=18	17+2=19	18+2=20	19+2=21	20+2=22
12+3=15	13+3=16	14+3=17	15+3=18	16+3=19	17+3=20	18+3=21	19+3=22	20+3=23
12+4=16	13+4=17	14+4=18	15+4=19	16+4=20	17+4=21	18+4=22	19+4=23	20+4=24
12+5=17	13+5=18	14+5=19	15+5=20	16+5=21	17+5=22	18+5=23	19+5=24	20+5=25
12+6=18	13+6=19	14+6=20	15+6=21	16+6=22	17+6=23	18+6=24	19+6=25	20+6=26
12+7=19	13+7=20	14+7=21	15+7=22	16+7=23	17+7=24	18+7=25	19+7=26	20+7=27
12+8=20	13+8=21	14+8=22	15+8=23	16+8=24	17+8=25	18+8=26	19+8=27	20+8=28
12+9=21	13+9=22	14+9=23	15+9=24	16+9=25	17+9=26	18+9=27	19+9=28	20+9=29
12+10=22	13+10=23	14+10=24	15+10=25	16+10=26	17+10=27	18+10=28	19+10=29	20+10=30
12+J=22	13+J=23	14+J=24	15+J=25	16+J=26	17+J=27	18+J=28	19+J=29	20+J=30
12+Q=22	13+Q=23	14+Q=24	15+Q=25	16+Q=26	17+Q=27	18+Q=28	19+Q=29	20+Q=30
12+K=22	13+K=23	14+K=24	15+K=25	16+K=26	17+K=27	18+K=28	19+K=29	20+K=30

Fonte: autor da pesquisa

Conforme tabela 2, temos as seguintes probabilidades para o jogador estourar de acordo com cada uma das somas:

Soma 12:

Temos quatro possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{4}{13} = 0,3076 \cong 31\%$

Soma 13:

Temos cinco possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{5}{13} = 0,3846 \cong 38,5\%$

Soma 14:

Temos seis possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{6}{13} = 0,4615 \cong 46,2\%$

Soma 15:

Temos sete possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{7}{13} = 0,5384 \cong 53,8\%$

Soma 16:

Temos oito possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{8}{13} = 0,6153 \cong 61,5\%$

Soma 17:

Temos nove possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{9}{13} = 0,6923 \cong 69,2\%$

Soma 18:

Temos dez possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{10}{13} = 0,7692 \cong 76,9\%$

Soma 19:

Temos onze possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{11}{13} = 0,8461 \cong 84,6\%$

Soma 20:

Temos doze possibilidades num total de treze, logo $P = \frac{12}{13} = 0,9230 \cong 92,3\%$

Tabela 3 - Chance do crupier estourar

Carta do <i>crupier</i>	Chance aproximada de estourar
2	35,72%
3	38,31%
4	40,56%
5	43,49%
6	44,39%
7	28,85%
8	25,88%
9	25,35%
10,J,Q,K	23,07%
A	11,69%

Fonte: autor da pesquisa

De acordo com a tabela 3, pode-se concluir que o melhor momento de o *crupier* rebentar, ultrapassar os 21, é quando a sua carta virada é um 6. O jogador tem então menos hipóteses de vencer quando a carta do *crupier* é um 9, carta a valer 10 pontos ou um *A*, isto porque fica cada vez mais próximo do 21. Essas probabilidades são muito importantes para ter noção, tendo em conta o jogo, se tem mais probabilidades de ganhar ou não. Claro que pode ter sempre aquela sorte e mesmo que o *crupier* tenha um *A* há sempre uma margem dele rebentar. Ainda assim, tendo em conta as probabilidades é possível ele ganhar.

Para efeito de comprovação das chances do *crupier* estourar apresentadas na tabela 3, e pensando em não tornar a leitura cansativa, trataremos aqui o caso em que a carta do *crupier* é um 2. Caso o leitor tenha interesse nos demais casos, estes serão encontrados no Apêndice deste trabalho.

É importante esclarecer que em nossos cálculos consideramos apenas um baralho tradicional e que quando o *crupier* inicia sua jogada, este está intacto, ou seja, que tenha 13 cartas de cada um dos quatro naipes com um total de 52. Além disso, vale ressaltar que a diferença apresentada entre nossos cálculos e os valores percentuais das tabelas apresentadas nos sites de apostas e cassinos se devem às formas de abordagem do problema, às regras seguidas e à quantidade de baralhos utilizados.

Uma vez que o *crupier* tenha retirado sua carta inicial, analisa-se todas as possibilidades de composições de sua mão e aplicamos a regra do produto para *probabilidade condicional*, a fim de se obter os percentuais apresentados nas tabelas. Para realização do cálculo das probabilidades, consideramos a carta inicial do *crupier* e analisamos todas as possibilidades de obter pontuação máxima, soma 12 até 16, com duas, três ou quatro cartas. Salienta-se que o intervalo de soma considerado se deve ao fato de que o *crupier* não estourará com pontuação inferior a 12 e caso obtenha pontuação superior a 16, de acordo com as regras do Blackjack, será forçado a parar.

No caso específico da carta 2, a pontuação máxima possível com duas cartas é 12 e, para obter essa pontuação, é necessário que a segunda carta retirada seja uma carta de valor 10 (10, *J*, *Q* e *K*). Com essa pontuação, o *crupier* estourará somente

se a terceira carta retirada for uma carta, também, de valor 10 (10, J, Q ou K) o que faria com que o crupier chegasse a 22 pontos.

Observe,

Mão do *crupier* composta por: $2 + N + \underline{\quad}$, onde N representa cartas de valor 10 (10, J, Q ou K)

Retirada da 2ª carta: $\frac{16}{51}$ Cartas de valor 10 (10, J, Q ou K)

Retirada da 3ª carta: $\frac{15}{50}$ Cartas necessárias para estourar (10, J, Q ou K)

Temos então que a probabilidade do *crupier* estourar com uma carta 2 e uma carta de valor 10 (soma 12) é:

$$P = \frac{16}{51} \cdot \frac{15}{50} = \frac{240}{2550} = 0,09411764 \cong 9,41\%$$

Analisemos agora, dois casos em que o *crupier* obtém soma 16, com três cartas, sendo a primeira carta um 2.

Observe:

Caso 1:

Mão do *crupier* composta por: $2 + N + 4 + \underline{\quad}$, onde N representa cartas de valor 10 (10, J, Q ou K)

Retirada da 2ª carta: $\frac{16}{51}$ Cartas de valor 10 (10, J, Q ou K)

Retirada da 3ª carta: $\frac{4}{50}$ Cartas de valor 4

Retirada da 4ª carta: $\frac{31}{49}$ Cartas necessárias para estourar (6, 7, 8, 9, 10, J, Q ou K)

Neste caso, devemos levar em consideração a possibilidade da permutação entre a segunda e a terceira cartas, ou seja, devemos multiplicar por $P_2 = 2 \cdot 1 = 2$. Temos, portanto, que a probabilidade do *crupier* estourar com uma carta 2, uma carta de valor 10 e uma carta de valor 4 (soma 16) é:

$$P = \frac{16}{51} \cdot \frac{4}{50} \cdot \frac{31}{49} \cdot P_2 = \frac{3968}{124950} = 0,03175670 \cong 3,18\%$$

Caso 2:

Mão do *crupier* composta por: $2 + 7 + 7 + \underline{\quad}$

Retirada da 2ª carta: $\frac{4}{51}$ *Cartas de valor 7*

Retirada da 3ª carta: $\frac{3}{50}$ *Cartas de valor 7*

Retirada da 4ª carta: $\frac{30}{49}$ *(6, 7, 8, 9, 10, J, Q ou K)*

Temos então que a probabilidade do *crupier* estourar com uma carta 2 e duas cartas de valor 7 (soma 16) é:

$$P = \frac{4}{51} \cdot \frac{3}{50} \cdot \frac{30}{49} = \frac{360}{124950} = 0,00288115 \cong 0,29\%$$

Note que nos casos analisados fizemos uso do conceito clássico de Probabilidade, razão entre os casos favoráveis e os casos possíveis, e da regra do produto para probabilidade condicional. Seguindo este raciocínio e calculando todas as possibilidades do *crupier* atingir soma entre 12 e 16 pontos, com uma carta inicial 2, concluiremos que a probabilidade total do *crupier* estourar com uma carta 2 é de aproximadamente 35,72%.

Tabela 4: Chance do crupier estourar com uma carta 2 virada

CARTA DO CRUPIER: 2

N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
12	2+N+ ___	16	15	240	0,094117647	10, J, Q, K
				Total	9,41%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	2+N+4+ ___	16	4	31	2	3968	0,031756703	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+9+5+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+8+6+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+7+7+ ___	4	3	30	1	360	0,002881152	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+N+3+ ___	16	4	27	2	3456	0,027659064	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+9+4+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+8+5+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+7+6+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	2+N+2+ ___	16	3	23	2	2208	0,017671068	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+9+3+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+8+4+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+7+5+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+6+6+ ___	4	3	24	1	288	0,002304922	8, 9, 10, J, Q, K
13	2+N+A+ ___	16	4	19	2	2432	0,019463786	9, 10, J, Q, K
13	2+9+2+ ___	4	3	19	2	456	0,003649460	9, 10, J, Q, K
13	2+8+3+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	2+7+4+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	2+6+5+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
12	2+9+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K

12	2+8+2+ ___	4	3	16	2	384	0,003073229	10, J, Q, K
12	2+7+3+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	2+6+4+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	2+5+5+ ___	4	3	16	1	192	0,001536615	10, J, Q, K
						Total	19,19%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	2+N+3+A+ ___	16	4	4	31	6	47616	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+N+2+2+ ___	16	3	2	31	3	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+9+4+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+9+3+2+ ___	4	4	3	31	6	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+8+5+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+8+4+2+ ___	4	4	3	31	6	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+8+3+3+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+7+6+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+7+5+2+ ___	4	4	3	31	6	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+7+4+3+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+6+7+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+6+6+2+ ___	4	3	3	31	3	3348	0,000558223	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+6+5+3+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+6+4+4+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	2+5+5+4+ ___	4	3	4	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+N+2+A+ ___	16	3	4	27	6	31104	0,005186074	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+9+3+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+9+2+2+ ___	4	3	2	27	3	1944	0,000324130	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+8+4+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+8+3+2+ ___	4	4	3	27	6	7776	0,001296519	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+7+5+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+7+4+2+ ___	4	4	3	27	6	7776	0,001296519	7, 8, 9, 10, J, Q, K

15	2+7+3+3+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+6+6+A+ ___	4	3	4	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+6+5+2+ ___	4	4	3	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	2+6+4+3+ ___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	2+N+A+A+ ___	16	4	3	23	3	13248	0,002208884	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+9+2+A+ ___	4	3	4	23	6	6624	0,001104442	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+8+3+A+ ___	4	4	4	23	6	8832	0,001472589	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+8+2+2+ ___	4	3	2	23	3	1656	0,000276110	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+7+4+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+7+3+2+ ___	4	4	3	24	6	6912	0,001152461	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+6+5+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+6+4+2+ ___	4	4	3	24	6	6912	0,001152461	8, 9, 10, J, Q, K
14	2+6+3+3+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
13	2+9+A+A+ ___	4	4	3	19	3	2736	0,000456182	9, 10, J, Q, K
13	2+8+2+A+ ___	4	3	4	20	6	5760	0,000960384	9, 10, J, Q, K
13	2+7+3+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	2+7+2+2+ ___	4	3	2	20	3	1440	0,000240096	9, 10, J, Q, K
13	2+6+4+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	2+6+3+2+ ___	4	4	3	20	6	5760	0,000960384	9, 10, J, Q, K
13	2+5+5+A+ ___	4	3	4	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	2+5+4+2+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	2+5+3+3+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
12	2+8+A+A+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	10, J, Q, K
12	2+7+2+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	10, J, Q, K
12	2+6+3+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	10, J, Q, K
12	2+6+2+2+ ___	4	3	2	20	3	1440	0,000240096	10, J, Q, K
12	2+5+4+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	10, J, Q, K
12	2+5+3+2+ ___	4	4	3	20	6	5760	0,000960384	10, J, Q, K
12	2+4+4+2+ ___	4	3	3	20	3	2160	0,000360144	10, J, Q, K

12	2+4+3+3+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	10, J, Q, K
							Total	7,11%	

Total Geral	35,72%
--------------------	---------------

Fonte: Autor da pesquisa

4 PROPOSTA DE ATIVIDADES

Os métodos de ensino que habitualmente são abordados na maioria das salas de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, métodos estes cujo uso de fórmulas é frequente para fazer com que os alunos consigam resolver exercícios em sala de aula, mostrar-se-ão ineficazes na aplicação do jogo *Blackjack* como interface didática, pois os alunos lidarão com a prática e a teoria *simultaneamente* e não dissociados um do outro. Portanto, o *Blackjack*, como uso didático para o ensino de Análise Combinatória e Probabilidade, será um desafio para os alunos. Desafio este que não é sinônimo de dificuldade, mas de oportunidade para que novos horizontes sejam ampliados para o desenvolvimento intelectual e matemático dos alunos.

Trazendo o jogo *Blackjack* para “dentro da sala de aula”, é pertinente, antes de mais nada enfatizar que tal introdução do jogo neste contexto será antagônica à realizada em cassinos onde reinam jogadas “emocionadas” - por puro sentimentalismo e satisfação pessoal em viver emoções fortes através de situações desafiadoras – onde as pessoas encaram o jogo como uma “droga” psicológica que leva à uma dependência semelhante à dependência química.

O jogo deve ser utilizado com o intuito de estimular os jovens ao aprendizado da probabilidade na prática de forma desafiadora e significativa, possibilitando-os a adquirirem habilidades para aplicá-la em cada jogada. E de modo análogo na vida ao se depararem com “mãos ruins” em cada situação do seu cotidiano. Tal prática os fará adultos prudentes, pacientes e perseverantes em suas metas. Visto que a maior probabilidade de alguém em uma circunstância com “mão ruim” é ser derrotado. Entretanto, se tiver a estratégia certa, disciplina e paciência, poderá obter a vitória.

Vale ressaltar que tem a questão ética envolvida no processo de implementação do jogo em sala de aula. Segundo o dicionário Aurélio, a ética é o conjunto de regras de conduta. É claro que povos diferentes muitas vezes terão percepções distintas com relação a este conjunto de regras. Neste ponto, cabe destacarmos que este conjunto de regras não tem relação obrigatória com a legalidade das ações de um indivíduo.

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) em seu art. 3º, o ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:

II – Liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber.

A liberdade de ensinar, o pensamento e o saber, são claramente pontos nos quais está embasada a LDB, portanto, inicialmente, não há divergência com relação à abordagem do tema central deste trabalho em sala de aula.

Já em seu art. 35º, afirma que o ensino médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidades:

III – O aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) estão em perfeita consonância com a abordagem dos jogos em sala de aula, desde que com a finalidade de desenvolver a capacidade de raciocínio, pensamento crítico e outras qualidades.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais

O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica e prazerosa e participativa, de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos (BRASIL, 2006, p. 28).

A importância acadêmica da utilização de jogos no ambiente escolar perpassa por questões culturais, se faz presente na escola e segue para o momento da vida que se desenvolve na vida após a academia. Ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais

No jogo, mediante a articulação entre o conhecido e o imaginado, desenvolve-se o autoconhecimento - até onde se pode chegar - e o conhecimento dos outros - o que se pode esperar e em que circunstâncias. Para adolescentes, os jogos são as ações que elas repetem sistematicamente, mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é, são fonte de significados e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se estruturam num sistema. Essa repetição funcional também deve estar presente na atividade escolar, pois é importante no sentido de ajudar o adolescente a perceber regularidades. Por meio dos jogos adolescentes não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações. Além disso, passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações (BRASIL, 1997, p.35).

Abaixo destaca-se aquelas que chamam mais a atenção:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamentos e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.

- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Desenvolver a capacidade de usar a matemática na interpretação e intervenção no real;
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes

Deste modo, salientamos que ao abordar o jogo do *Blackjack* como instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem, é possível direcionar o aluno a partir de uma atividade dirigida, de modo a estimular sua curiosidade, criatividade e raciocínio.

Certamente a abordagem do tema jogos de azar, mesmo que seguindo o enfoque matemático, pode trazer inúmeras questões polêmicas em sala de aula. Recomendamos que o professor opte pela discricção sem levantar todas as polêmicas oriundas deste tema e, caso ainda assim certos temas venham à tona, saiba fundamentar suas colocações, sem, contudo, levantar a percepção pessoal, mas sim descrevendo a lei se for o caso.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA (SD)

Tema: O jogo *Blackjack* e suas possibilidades no Ensino de Análise Combinatória e Probabilidade

4.1.1 Público Alvo:

Alunos do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual de Teofilândia (CET).

Tempo de Realização: 15 horas/aula.

4.1.2 Objetivos:

- Conhecer as especificidades do presente jogo e de suas regras;
- Compreender os critérios da tabela de probabilidade e as estatísticas que envolvem as chances de vitória e derrota;
- Desenvolver sua capacidade de dedução;
- Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico e organizado;
- Perceber e compreender o inter-relacionamento entre o jogo *Blackjack* e os conteúdos trabalhados;
- *Desenvolver a capacidade de interação.*

4.1.3 Desenvolvimento da Sequência Didática

Etapas da implementação em sala de aula:

I Etapa: Diagnóstico

Duração: 3 horas/aula (2h30min)

Metodologia: Mobilização dos conhecimentos prévios através de vídeos sobre o jogo em foco e o momento de escuta para os estudantes discorrerem sobre o que já conheciam ou sinalizarem o que desconheciam sobre o jogo. E também acerca dos conteúdos Análise Combinatória e Probabilidade.

Ressalta-se que todo conhecimento prévio será utilizado como ponto de partida para nossas ações pedagógicas no decorrer dessa proposta.

II Etapa: Fundamentação Teórica

Duração: 3 horas/aula (2h30min)

Metodologia: Nesta Etapa os alunos conhecerão as jogadas, as regras, a tabela de probabilidade e a história do jogo, assim como ícones do *Blackjack* que utilizaram da matemática para se saírem bem nos jogos de azar com o intuito de mostrar aos alunos

que mesmo em jogos há matemática e que saber usar a matemática a seu favor, em qualquer situação da vida, é um “divisor de águas” para futuros campeões na vida. Sugerimos a exibição do Filme Quebrando a Banca (Columbia Pictures, 2008).

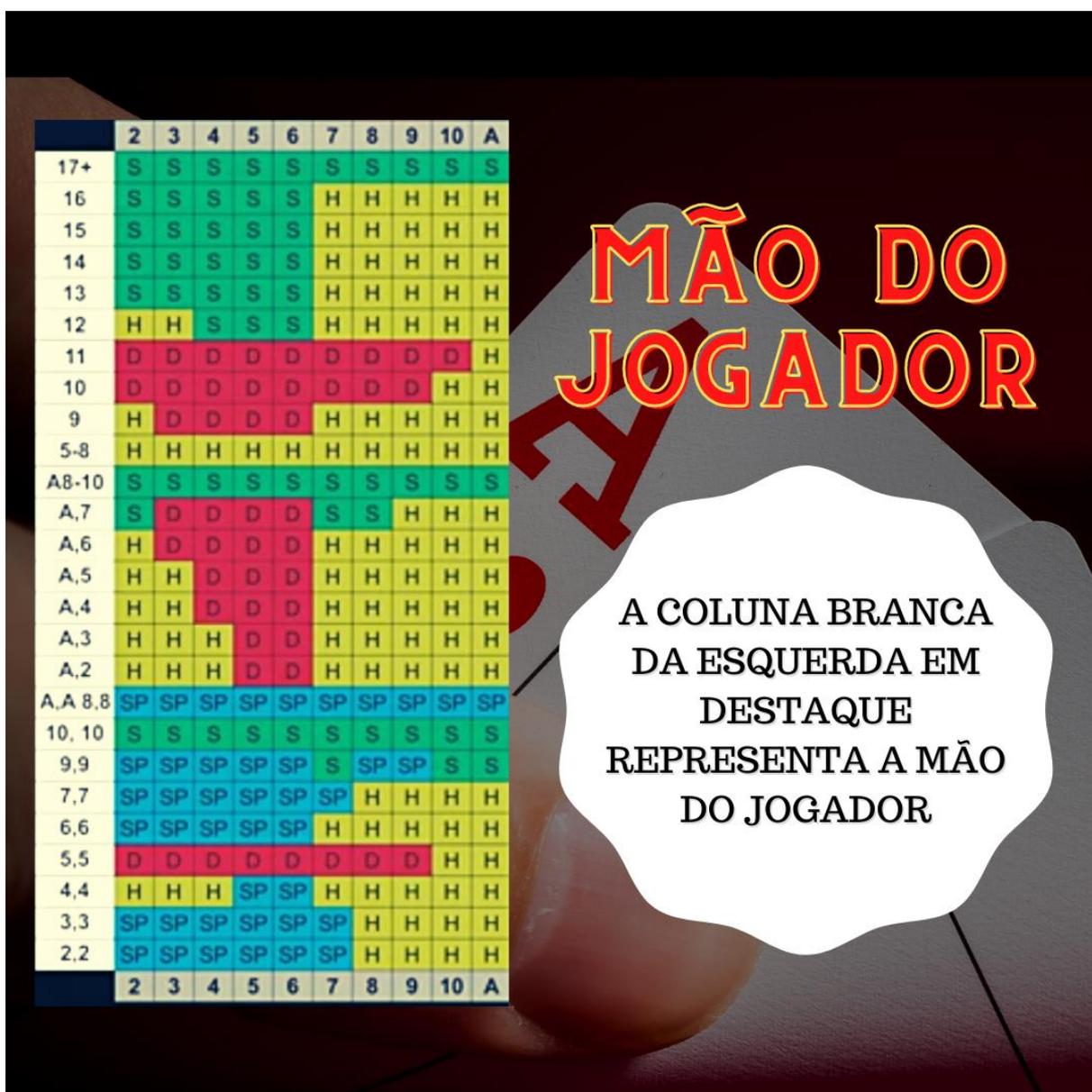
Vale considerar que o jogo como instrumento de aprendizagem é um recurso de extremo interesse aos educadores, uma vez que sua importância está diretamente ligada ao desenvolvimento do ser humano em uma perspectiva social, criativa, afetiva, histórica e cultural. Levando-se em conta isso, é de extrema importância que os profissionais que trabalham com adolescentes devam se interessar e buscar conhecimento sobre a temática, permitindo assim um melhor direcionamento no seu trabalho pedagógico (ALVES; BIANCHIN, 2010, p.283).

- Apresentação do Jogo *Blackjack* e suas especificidades para a turma;
- Explicação oral de slides contendo a tabela com as decisões certas a serem tomadas de acordo com as combinações do jogo;
- Discussão Coletiva das Regras do jogo em foco. Consoante explicações a seguir:

Para entender cada símbolo, será utilizado uma linguagem com sinais para facilitar o entendimento. A letra *A* significa a carta Ás, a letra *c* significa *crupier*, já os números em conjunto com as letras “*c*” ou “*j*” simbolizam o somatório dos valores das cartas que se encontram, respectivamente, nas mãos do *crupier* ou do jogador. Por exemplo: $A_j, 2_j, 3_j, \dots, 10_j$; significa o somatório das cartas presentes nas mãos do jogador. Para o *crupier* (*c*) segue o mesmo raciocínio.

No *Blackjack*, vários jogadores profissionais já utilizaram da probabilidade para saberem que decisão tomar diante de cada combinação de cartas presentes na mão do *crupier*, na própria mão e na mesa. Através deste estudo, foi elaborada uma tabela com as decisões certas a serem tomadas de acordo com tais combinações:

Figura 7: Coluna destacando as possíveis combinações na mão do jogador



Fonte: Autor da pesquisa

A coluna da esquerda tem as opções que se encontrarão sempre nas mãos do jogador, ele deve ter em mente a quantidade de combinações possíveis, ou seja, 26 combinações das quais, ele sempre iniciará com uma, até que peça mais cartas.

Figura 8: Linha destacando a carta inicial do *crupier*

CARTA DO CRUPIER

NA LINHA SUPERIOR ESTARÃO AS CARTAS DO CRUPIER

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17+	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,8-10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	D	D	D	D	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A,2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A,8,8	SP									
0, 10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	SP	SP	SP	SP	SP	S	SP	SP	S	S
7,7	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H
6,6	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	SP	SP	H	H	H	H	H
3,3	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H
2,2	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H

Fonte: Autor da pesquisa

A linha superior representa a carta do *crupier*. A carta do *crupier* é fundamental, pois será o parâmetro de ações do jogador, uma vez que ele (o jogador) joga contra o *crupier* e não contra os demais jogadores. O jogador saberá qual a melhor jogada a se fazer quando combina suas cartas com as cartas do *crupier*.

Figura 9: Jogada em destaque *Hit*



Fonte: Autor da pesquisa

“HIT” é uma jogada que fornece, pelo menos, mais uma carta para o jogador. De acordo com a estratégia básica, algumas das combinações de cartas presentes nas mãos do jogador, associadas às do *crupier*, ideais para fazer um HIT são:

Considerando que c são as cartas do crupier e j são as cartas do jogador:

$$12j + 2c = HIT$$

$$12j + 3c = HIT$$

$$12j + 7c, 12j + 8c, 12j + 9c, 12j + 10c, 12j + Ac = HIT$$

E assim por diante, seguindo o mesmo padrão nos demais HITs do jogo.

Figura 10: Jogada em destaque *Stand*



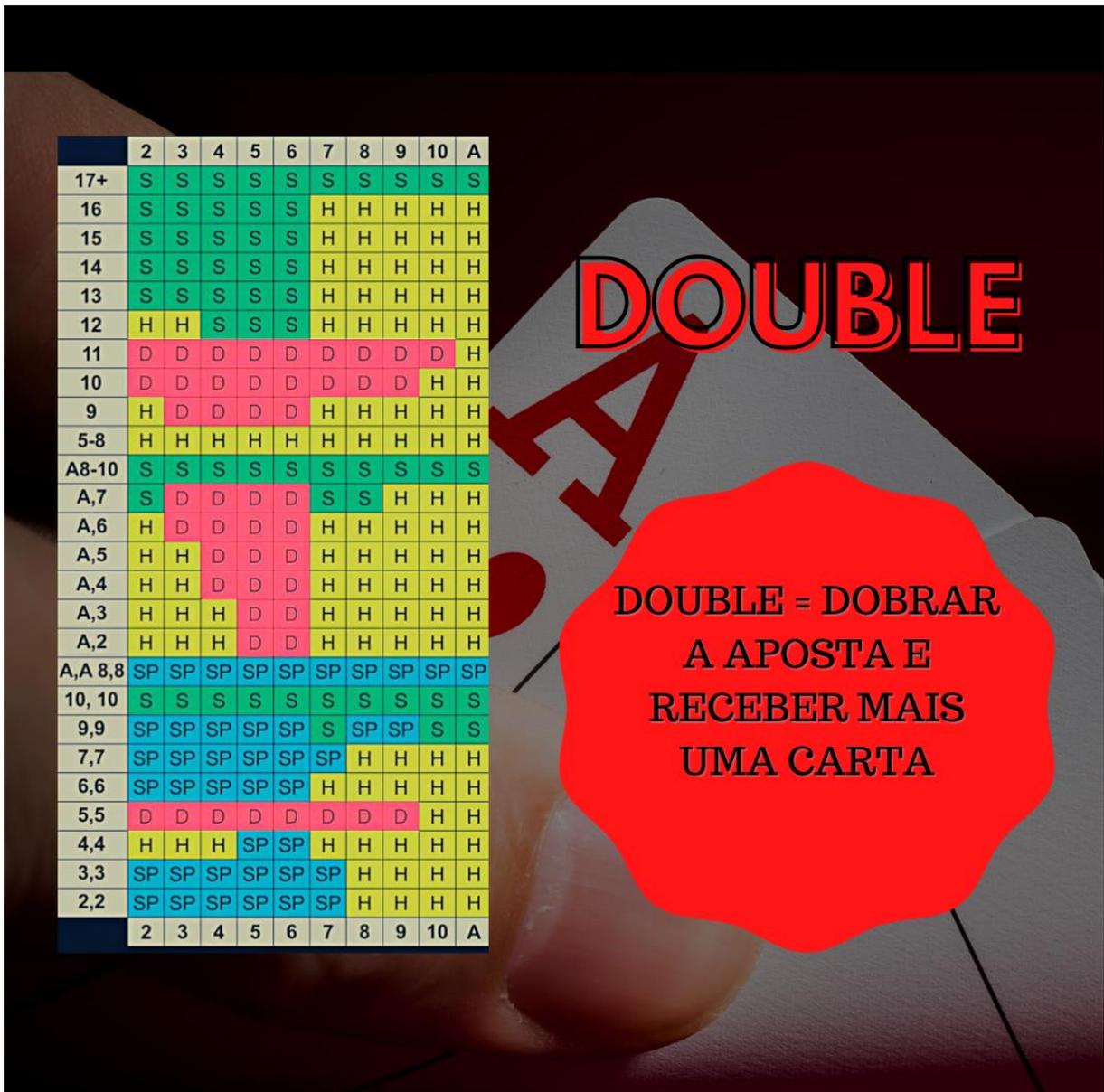
Fonte: Autor da pesquisa

“STAND” é uma jogada em que o jogador escolhe não tomar nenhuma atitude ofensiva ou defensiva, mas sim permanecer como está. Esse tipo de jogada ocorre quando a mão do jogador apresenta risco iminente de ultrapassar 21 pontos , ou quando o jogador está satisfeito com sua pontuação.

Seguindo o raciocínio da imagem anterior (HIT):

$$17j + 2c, 17j + 3c, 17j + 4c, \dots, 17j + Ac = STAND$$

Figura 11: Jogada em destaque *Double*



Fonte: Autor da pesquisa

“DOUBLE” é a jogada em que o jogador dobra a aposta e recebe mais uma carta. Geralmente dobra a aposta por ter uma mão com cartas que o favorecem ou para blefar no início do jogo.

$$11j + 2c, 11j + 3c, 11j + 4c, \dots, 11j + Ac = \text{DOUBLE}$$

Figura 12: Jogada em destaque *Split*

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17+	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A8-10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	D	D	D	D	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A,2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A,A 8,8	SP									
10, 10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	SP	SP	SP	SP	SP	S	SP	SP	S	S
7,7	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H
6,6	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	SP	SP	H	H	H	H	H
3,3	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H
2,2	SP	SP	SP	SP	SP	SP	H	H	H	H
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A

SPLIT

SPLIT = O JOGADOR DIVIDE DUAS CARTAS DE MESMO VALOR EM DUAS APOSTAS SIMULTÂNEAS

Fonte: Autor da pesquisa

SPLIT é a jogada ideal para o jogador em algumas situações nas quais ele recebe as duas primeiras cartas com valores idênticos. Por exemplo, quando o jogador recebe um par de A ou um par de 8. Nessa jogada, o jogador divide as cartas em duas apostas, onde cada carta é a primeira de uma nova aposta, de valor igual à anterior.

$$(A, A)_j; (8, 8)_j; (9, 9)_j + 2c; (9, 9)_j + 3c; (9, 9)_j + 4c; (9, 9)_j + 5c; (9, 9)_j + 6c = \text{SPLIT}$$

Mediante as explicações acerca do jogo e da estratégia básica apresentada anteriormente em cada imagem, espera-se que o processo da dinâmica em foco seja compreendido e a inserção em sala de aula da proposta que associa o ensino de Análise Combinatória e Probabilidade com o ato de jogar Blackjack possa ser realizada com êxito. É importante utilizar-se das tabelas de probabilidade como uma confirmação dos resultados da estratégia básica e não como um exercício em si. Para isso, pode-se convidar os alunos a calcular a probabilidade de vários arranjos dos valores de cada carta do baralho em relação a uma única carta do *crupier* para dar 21 ou ultrapassar essa pontuação e ir montando a tabela de probabilidade a partir disso, tendo em mente qual jogada (HIT, STAND, DOUBLE, SPLIT) é a melhor para cada arranjo numérico da mão do jogador.

III Etapa:

- Construção coletiva das Tabelas do Jogo;
- Realização de exercícios de probabilidade em Grupos envolvendo a tabela de probabilidade do *Blackjack*.

Duração: 3 horas/aula (2h30min)

Metodologia: Na referida etapa, o professor deverá apresentar a tabela de probabilidade aos alunos assim como as tabelas estatísticas para que eles já se acostumem com os valores das cartas da mão, da banca e as possíveis combinações. Torna-se interessante que os alunos sejam convidados a confeccionarem tabelas em Grupos para utilizarem posteriormente no jogo.

Outra sugestão é que o professor poderá inclusive sugerir exercícios de probabilidade envolvendo a tabela de probabilidade do *Blackjack* para os alunos treinarem as habilidades necessárias e se engajarem no processo antes da grande etapa a seguir. Ressaltando que essa proposta deve ocorrer de uma forma lúdica.

IV Etapa: Atividade Prática

Duração: 6 horas/aula (5h)

- Aplicação do jogo *Blackjack* em Atividades Didáticas envolvendo Análise Combinatória e Probabilidade em todas as Turmas da série em foco;
- Explicação oral dos resultados encontrados;

Culminância: Gincana entre turmas do 2º Ano do Colégio CET utilizando o jogo *Blackjack* e os conteúdos supracitados.

Metodologia: O professor convidará os alunos que desejarem participar da dinâmica dentro de sala de aula, em que cada voluntário escreverá seu nome no papel que será sorteado pelo professor, que fará o papel de *crupier*. O professor deverá sempre sacudir o recipiente dos papéis com nomes e puxar um nome, sacudir de novo e tirar outro, até que a mesa esteja completa, estes serão os que participarão da primeira rodada, e assim sucessivamente com os outros voluntários. O jogo, após isso tudo, deverá começar como uma Atividade dinâmica onde as pontuações serão dadas conforme os alunos mostrarem que sabem quais são as melhores jogadas a serem feitas de acordo com a combinação de cartas da mão e da banca. Além de já terem em mente, de acordo com o que se apresenta no jogo, a estatística que dirá se o *crupier* tem chances de estourar ou não e se a mão do jogador tem mais chances ou não.

Após a verificação, os alunos farão uma explicação para toda a turma, em que irão dizer o porquê de terem realizado tais jogadas e com base nas respostas serão dadas as pontuações. Para evitar que alguém receba um conceito positivo por “jogadas de sorte” ou alguma cola escondida. Oportunizando assim uma discussão coletiva a respeito das estratégias utilizadas.

A discussão coletiva também servirá para avaliar se o aluno compreendeu o conteúdo trabalhado no decorrer da proposta. E se os objetivos propostos foram alcançados, ou seja: estimular as capacidades psicomotoras na implementação do ensino da matemática através dos jogos.

Em educação, a utilização de um programa que estimule a atividade psicomotora, especialmente por meio do jogo, permite que o desempenho psicomotor da criança enquanto joga alcance níveis que só mesmo a motivação intrínseca consegue. Ao mesmo tempo, favorece a concentração, a atenção, o engajamento e a imaginação. Como consequência a criança fica mais calma, relaxada, e aprende a pensar, estimulando sua inteligência (ALVES; BIANCHIN, 2010, p.284).

Como culminância desta proposta, assim que concluir a realização das atividades através do Jogo Blackjack, o professor organizará uma Gincana no Pátio do CET envolvendo todas as turmas que participaram do processo anterior e com critérios previamente alinhados haverá uma competição lúdica em que os estudantes terão oportunidade de mostrar as habilidades adquiridas no decorrer de toda Sequência Didática. Os Grupos que apresentarem as melhores estratégias para alcançar os objetivos propostos serão premiados. É válido ressaltar que os conteúdos

trabalhados nesta proposta serão solicitados na Avaliação Escrita no final da Unidade. E haverá correção coletiva com o intuito de identificar quais estratégias precisam ser melhoradas para se alcançar os resultados esperados.

Diante do exposto, compreende-se que a aplicação de jogos em sala de aula mostrar-se-á como um fator decisivo no desenvolvimento psicomotor dos adolescentes assim como em sua inteligência emocional em saber lidar com diversas situações utilizando-se mais da matemática e da razão ao invés da emoção. O que influenciará positivamente até mesmo em suas vidas no âmbito psicológico, financeiro, social e profissional.

4.1.4 Recursos:

- Vídeos;
- Tabelas de Jogo;
- Computador;
- Datashow;
- Livros Didáticos e Cadernos;
- Lápis e borracha;
- Prêmios simbólicos (itens de uso escolar e outros).

4.1.5 Avaliação:

- Atividades Escritas;
- Participação direta nas atividades de grupos e na Gincana.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Salienta-se que a presente pesquisa foi desenvolvida durante a fase mais crítica da situação excepcional provocada pela pandemia de SARS-CoV-2. O que impediu a aplicação efetiva em sala de aula. No entanto pode-se perceber que a mesma será extremamente relevante no tocante a dinamização das aulas de Matemática do referido público alvo. Já que oportuniza aos estudantes terem acesso a práticas desafiadoras que pode conduzi-los a um aprendizado significativo dos conteúdos trabalhados, habilitando-os a adquirir posturas que facilitem a resolução de problemas que exijam escolha e uso de estratégias mais coerentes em outros contextos da sua vida. E um entrave que pode ser mencionado na realização desta proposta seria a falta de conhecimentos prévios no tocante aos conteúdos Análise Combinatória e Probabilidade, pois isso dificultaria a percepção dos alunos entre a conexão do jogo em foco e tais conteúdos.

O roteiro para a utilização do Blackjack em sala de aula segue os seguintes passos: Em primeiro lugar, é de fundamental importância que o professor ministre acerca do *Blackjack* e suas regras para que os alunos saibam do que se trata a didática e qual é o objetivo do jogo. Tudo isso seguido da distribuição das tabelas de probabilidade do *Blackjack*, em PDF, com a explicação de cada jogada, ou seja: Hit, Split, Double e Stand. Por fim, os alunos devem ter presente a tabela de probabilidade como a “tabuada” do *Blackjack*, onde devem ser estimulados a repetir de forma manuscrita cada situação em que cada jogada é a mais viável, sejam ágeis e tenham reflexo rápido na tomada de decisão. Sendo que a proposta pensada seria previamente apresentada e discutida com os professores de Matemática do CET das Turmas do 2º ano do Ensino Médio, sujeita a alterações após sugestões apresentadas pelos educadores das referidas turmas. O próximo passo seria os educadores dialogarem com os educandos a respeito da proposta após verificarem através de Atividades Escritas os conhecimentos prévios dos alunos a respeito dos conteúdos que são considerados pré-requisitos para eles terem condições de acompanhar a proposta da Sequência Didática de forma satisfatória. Uma vez a proposta sendo realizada, o Pesquisador acompanharia a mesma em algumas turmas após alinhar o processo de acompanhamento com os responsáveis pelas turmas. E estaria presente

na culminância que certamente envolveria todas as turmas. O referido acompanhamento o possibilitaria fazer os registros que julgassem pertinentes para chegar às conclusões específicas voltadas para o seu objeto de pesquisa.

A escolha pela proposta metodológica em foco objetiva não só demonstrar que a matemática pode ser aprendida através dos jogos, mas que também é capaz de desenvolver nos jovens suas capacidades psicomotoras além da inteligência emocional necessária para lidar com as dificuldades de forma calculista. E não de modo emocionado em que as paixões e as superstições sejam o fator preponderante na tomada de decisões. Pois a Sequência Didática oportunizou aprendizagens teóricas e práticas envolvendo o jogo Blackjack e demais conteúdos que tem como intuito levá-los a essa reflexão.

É válido ressaltar que o ensino no contexto pandêmico e pós-pandêmico nos traz um novo desafio no chão da escola que diz respeito ao ato de acolher, ensinar e motivar constantemente. Faz vir à tona a necessidade da escuta tão necessária e tão defendida por Rubem Alves (2012, p. 69-77) quando ele nos mostra a importância de nos prepararmos para a “*Escutatória*”, já que na vida a gente se preocupa mais em aprender a falar do que ouvir o outro. No tocante ao papel de educador, a referida escuta às vezes é negligenciada por estarmos ocupados e preocupados em cumprir outros propósitos. Este momento nos oportuniza a possibilidade de dialogarmos com nossos alunos acerca de situações cotidianas, levá-los a refletir sobre a importância de interagir com situações locais e mundiais que farão a diferença no meio social com o intuito de transformá-los em sujeitos desse processo. E não somente priorizar o repasse de conteúdos com estratégias ultrapassadas ou centrado num discurso unilateral que não envolve o aluno e conseqüentemente o desmotiva a participar ativamente do processo ensino-aprendizagem.

Segundo Arendt e Goedert (2020, p.50), “a escola é o espaço do grande evento amoroso de pessoas em acontecimento”, ou seja, de pessoas que precisam sair de um lugar social de precariedade e ter uma mobilidade para a dignidade; de fitar o outro com olhos de semelhante e acordar com o cheiro das possibilidades.

Por último e não menos importante, faz-se necessário ressaltar de imediato que o ensino remoto não se configurou como ensino a distância do ponto de vista da legislação educacional. Ensino a distância é uma modalidade de ensino organizado de forma teórico-prática e metodológica, subsidiado por uma legislação, decretos e

documentos normativos. Ensino remoto é uma nomenclatura destinada a padronizar e/ou configurar de maneira teórico-metodológica as novas práticas e processos educacionais mediados pelas tecnologias em tempo de pandemia. Tem-se suas potencialidades, entretanto, apresentou (im)possibilidades, desafios, exclusões e fragilidades. Portanto, é uma prática de ensino que não seguiu os pressupostos teóricos garantidos na Constituição Federal, dentre outras normativas e documentos que pautam e orientam a educação brasileira.

Alguns exemplos em relação à questão da web currículo, lembrando da perspectiva de práticas docentes que considera que os saberes docentes são, primeiro, multifacetados, são de diferentes fontes e se integram nas práticas docentes de forma complexa. Portanto, quando se pensa em saberes docentes está se remetendo a autores como Tardif, Lassar e a própria Ângela Clayma.

Tardif (2019, p.54) relata quatro naturezas de saberes docentes: “da formação profissional, dos saberes disciplinares, dos saberes da experiência e dos saberes curriculares”. Trazendo para o contexto atual, imediatamente se pode remeter aos novos saberes da experiência que estão sendo construídos nesse momento, com e pelos professores, juntos com os alunos.

O professor deve, inicialmente, refletir sobre sua nova condição de docente, visto as inúmeras precarizações à formação docente e traçar novas estratégias que permitam manter o diálogo com os estudantes. Sob a ótica de Farias (2006, p. 75)

O professor necessita reconhecer o ensino como uma construção social, vinculado a interesses de dominação, buscando desenvolver uma ação transformadora frente a esses determinantes. A prática reflexiva crítica é uma postura profissional produzida e expressa a partir do cuidado com a emancipação do outro, do diálogo com os demais colegas e do engajamento do professor com as questões profissionais e sociais que impedem essa emancipação.

Além disso, é plausível que o professor entenda a lógica operacional das novas configurações políticas, metodológicas e pedagógicas do ensino, de maneira a pensar em rotas e estratégias de ensino focados na emancipação dos estudantes diante das contradições existentes nesse novo processo educativo. Enquanto sujeito da práxis, o professor não pode distanciar a metodologia de ensino dos instrumentos de aprendizagem dos estudantes. É essencial que diante deste caos pedagógico, o professor assuma compromisso com a emancipação dos estudantes, como um intelectual crítico transformador.

Dito isto, pontua-se que o papel do professor está intimamente relacionado com as propostas de mudanças no processo educativo do ensino. Sem dúvidas, desenvolvendo um trabalho intelectual árduo, emocional, exigente e de grande desenvolvimento cognitivo. Desse modo, o papel do professor é extremamente incorporado às condições tecnológicas presentes que se entrelaçam na produção e disseminação da informação e conhecimento.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das leituras, releituras e realização da presente Pesquisa pode-se assegurar que a Análise Combinatória, Probabilidade e jogos como *Blackjack* são fortes aliados no desenvolvimento intelectual e psicomotor dos nossos educandos desde crianças até adolescentes. Além de também desenvolver nestes a inteligência emocional, habilidade tão rara em um mundo acelerado, principalmente num contexto pandêmico/pós-pandêmico. Em que há maiores possibilidades de se deixar levar pelo extremismo emocional para lidar com os problemas. Já que seguimos enfrentando momentos de desespero em relação à própria saúde física e mental.

Ademais, a aliança entre a Matemática e o *Blackjack* pode fomentar o desenvolvimento de um cidadão apto a refletir sobre o papel e a aplicação inovadora de jogos considerados danosos em sua aplicação corriqueira, imprimindo uma visão saudável e construtiva sobre esses jogos, principalmente o jogo em foco.

Constatou-se, ainda, que a tomada de decisão é peça fundamental da Probabilidade e Análise Combinatória nos jogos de azar como o *Blackjack*, e para evidenciar que é possível ganhar em jogos de azar através da educação da mente e do raciocínio para tomar decisões corretas foi apresentado o Problema de *Monty Hall* onde há uma fortíssima pré-disposição em tomar sempre a decisão errada a *priori* com base em uma percepção do senso comum.

Enfim, com a realização desta pesquisa, conclui-se que é possível e favorável que haja uma adaptação do ensino às realidades do jovem atual que é cercado de tecnologia e distrações envolvendo o mundo digital. Essa adaptação visa alcançar o jovem segundo seu tempo e não segundo o que era há tempos, o que significa que os métodos de educação devem mudar de acordo com a linguagem e realidade do jovem e cada tempo, facilitando assim o seu desenvolvimento e paixão pelo aprendizado, ainda que em tempos calamitosos de pandemia e pós-pandemia.

REFERÊNCIAS

- ALVES, L.; BIANCHIN, M. A. **O jogo como recurso de aprendizagem**. *Rev. psicopedag.* [online]. 2010, vol.27, n.83, pp. 282-287.
- ALVES, R. Escutatória. In: _____. **As melhores crônicas de Rubens Alves**. 4. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2012. p. 69-77.
- ANDRADE, R. T. **Probabilidade aplicada aos jogos de azar**. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996. BRASIL.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**, v. 2. Brasília: MEC, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) Matemática**: ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC, 1997.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998. 148p. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 10 jul. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1999.
- BRUNETTI, D., LUCA, M. e SPACEY, K. (Produtores). LUKETIC, R. (Diretor). **Quebrando a Banca**, 2008. Estados Unidos: Columbia.
- CARDOSO, K. R. **Um estudo sobre a definição de estratégias para o jogo de blackjack usando técnicas de aprendizagem de máquina e sistemas fuzzy**. 120 f. 2015. Dissertação (Mestrado Ciência da Computação), UERN, Mossoró, 2015.
- CARNEIRO, V. C. **Colorindo mapas**. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 29. p. 31-35, 1995.
- DORNELAS, A. C. B. **Resolução de problemas em análise combinatória: um enfoque voltado para alunos e professores do ensino médio**. Anais... In: SBEM: VII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.
- DURO, M. L. **Análise Combinatória e Construção de Possibilidades: O raciocínio formal no ensino médio**. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, 2012.
- FARIAS, I. M. S. **Inovação, mudança e cultura docente**. Brasília: Liber Livro, 2006.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 4 ed. Curitiba: Editora Positivo Ltda, 2009.

GOEDERT, L.; ARENDT, K. B. F. **Mediação pedagógica e educação mediada por tecnologias digitais em tempos de pandemia**. Criar Educação, Criciúma, v. 9, 2020.

LOPES, C. A. E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

LOPES, C. A. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MACHADO, R. E. P., **Las matemáticas del Blackjack: Desde las leyendas del cine a la austeridad de los números**. Trabajo Fin de Grado (Grado em Matemáticas), La Laguna, 2018.

MORAES, H. L. B., & NASCIMENTO, FARIAS, M. A., SANTOS JÚNIOR, G. P., S. M. **De ensino presencial para o remoto emergencial: adaptações, desafios e impactos na pós-graduação**. EDUCAÇÃO, 10(1), 180–193. Sergipe, 2020.

MORGADO, A. C. O. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MORGADO, A. C. O. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. 10 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

MORGADO, A. C. O. et al. **Matemática discreta**. 1 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

REZENDE, R. L. **Estudo da teoria de probabilidade através de dinâmicas de jogos**. 144 f. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020.

SABO, R. **Saberes Docentes: a análise combinatória no Ensino Médio**. 208 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2010.

SOLDATELLI, A. **O Paradoxo da Porta dos Desesperados**. Scientia cum Industria 4(4):228-231. Universidade de Caxias do Sul, 2016.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. 343 f. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UNESP, Rio Claro, 2010.

STELMASTCHUK, A. H. C. **Probabilidade: significados atribuídos por alunos do ciclo II do ensino fundamental**. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), UFPR, Curitiba, 2009.

STURM, W. **As possibilidades de um ensino de análise combinatória sob uma abordagem alternativa**. 94 f. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, São Paulo, 1999.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 19. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2019.

VASCONCELOS, C. B.; ROCHA, M. A. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 3 ed. Fortaleza: EdUECE, 2019.

VAZQUEZ. C. M. R.; NOGUTI, F. C. H. N. **Análise Combinatória: Alguns Aspectos Históricos e uma Abordagem Pedagógica**. In: VIII Encontro Nacional de Educação matemática. Anais... Recife, 2004.

sem autor: O Problema de Monty Hall. OBMEP, sem ano. Disponível em: <<http://clubes.obmep.org.br/>>. Acesso em: set. 2021.

APÊNDICE

Tabela 8: Chance do crupier estourar com uma carta 3 virada

CARTA DO CRUPIER: 3								
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)								
SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR		
13	3+N+ ___	16	19	304	0,119215686	9, 10, J, Q, K		
12	3+9+ ___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K		
				Total	14,43%			

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	3+N+3+ ___	16	3	31	2	2976	0,023817527	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+9+4+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+8+5+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+7+6+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+N+2+ ___	16	4	27	2	3456	0,027659064	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+9+3+ ___	4	3	27	2	648	0,005186074	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+8+4+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+7+5+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+6+6+ ___	4	3	28	1	336	0,002689076	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	3+N+A+ ___	16	4	23	2	2944	0,023561425	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+9+2+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+8+3+ ___	4	3	23	2	552	0,004417767	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+7+4+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+6+5+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K

13	3+9+A+ ___	4	4	19	2	608	0,004865946	9, 10, J, Q, K
13	3+8+2+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	3+7+3+ ___	4	3	20	2	480	0,003841537	9, 10, J, Q, K
13	3+6+4+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	3+5+5+ ___	4	3	20	1	240	0,001920768	9, 10, J, Q, K
12	3+8+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	3+7+2+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	3+6+3+ ___	4	3	16	2	384	0,003073229	10, J, Q, K
12	3+5+4+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
Total							17,89%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	3+N+2+A+ ___	16	4	4	31	6	47616	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+9+3+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+9+2+2+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+8+4+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+8+3+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+7+5+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+7+4+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+7+3+3+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+6+6+A+ ___	4	3	4	30	3	4320	0,000720288	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+6+5+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+6+4+3+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+5+5+3+ ___	4	3	4	32	3	4608	0,000768307	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	3+5+4+4+ ___	4	4	3	32	3	4608	0,000768307	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+N+A+A+ ___	16	4	3	27	3	15552	0,002593037	7, 8, 9, 10, J, Q, K

15	3+9+2+A+___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+8+3+A+___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+8+2+2+___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+7+4+A+___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+7+3+2+___	4	3	4	27	6	7776	0,001296519	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+6+5+A+___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+6+4+2+___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	3+6+3+3+___	4	3	2	28	3	2016	0,000336134	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	3+9+A+A+___	4	4	3	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+8+2+A+___	4	4	4	23	6	8832	0,001472589	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+7+3+A+___	4	3	4	24	6	6912	0,001152461	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+7+2+2+___	4	4	3	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+6+4+A+___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+6+3+2+___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+5+5+A+___	4	3	4	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+5+4+2+___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	3+5+3+3+___	4	3	2	24	3	1728	0,000288115	8, 9, 10, J, Q, K
13	3+8+A+A+___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	3+7+2+A+___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	3+6+3+A+___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	3+6+2+2+___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	3+5+4+A+___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	3+5+3+2+___	4	3	4	20	6	5760	0,000960384	9, 10, J, Q, K
13	3+4+5+A+___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	3+4+4+2+___	4	3	4	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	3+4+3+3+___	4	3	2	20	3	1440	0,000240096	9, 10, J, Q, K

12	3+7+A+A+___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	3+6+2+A+___	4	4	4	16	6	6144	0,001024410	10, J, Q, K
12	3+5+3+A+___	4	3	4	16	6	4608	0,000768307	10, J, Q, K
12	3+5+2+2+___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	3+4+4+A+___	4	3	4	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	3+4+3+2+___	4	3	4	16	6	4608	0,000768307	10, J, Q, K
12	3+3+3+3+___	3	2	1	16	1	96	0,000016006	10, J, Q, K
Total								5,99%	

Total Geral	38,31%
--------------------	---------------

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 9: Chance do crupier estourar com uma carta 4 virada

CARTA DO CRUPIER: 4

N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
14	4+N+___	16	23	368	0,144313725	8, 9, 10, J, Q, K
13	4+9+___	4	19	76	0,029803922	9, 10, J, Q, K
12	4+8+___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K
Total					19,92%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	4+N+2+___	16	4	31	2	3968	0,031756703	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+9+3+___	4	4	31	2	992	0,007939176	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+8+4+___	4	3	31	2	744	0,005954382	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K

16	4+7+5+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+6+6+ ___	4	3	30	1	360	0,002881152	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+N+A+ ___	16	4	27	2	3456	0,027659064	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+9+2+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+8+3+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+7+4+ ___	4	3	27	2	648	0,005186074	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+6+5+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	4+9+A+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+8+2+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+7+3+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+6+4+ ___	4	3	24	2	576	0,004609844	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+5+5+ ___	4	3	24	1	288	0,002304922	8, 9, 10, J, Q, K
13	4+8+A+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	4+7+2+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	4+6+3+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	4+5+4+ ___	4	3	20	2	480	0,003841537	9, 10, J, Q, K
12	4+7+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	4+6+2+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	4+5+3+ ___	4	3	16	2	384	0,003073229	10, J, Q, K
12	4+4+4+ ___	3	2	16	1	96	0,000768307	10, J, Q, K
						Total	16,61%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	4+N+A+A+ ___	16	4	3	31	3	17856	0,002977191	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+9+2+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+8+3+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+8+2+2+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K

16	4+7+4+A+ ___	4	3	4	31	6	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+7+3+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+6+5+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+6+4+2+ ___	4	3	4	31	6	8928	0,001488595	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	4+6+3+3+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+9+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+8+2+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+7+3+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+7+2+2+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+6+4+A+ ___	4	3	4	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+6+3+2+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+5+5+A+ ___	4	3	4	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+5+4+2+ ___	4	3	4	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	4+5+3+3+ ___	4	4	3	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	4+8+A+A+ ___	4	4	3	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+7+2+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+6+3+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+6+2+2+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,00057623	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+5+4+A+ ___	4	3	4	24	6	6912	0,001152461	8, 9, 10, J, Q, K
14	4+5+3+2+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
13	4+6+2+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	4+5+3+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	4+5+2+2+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	4+4+4+A+ ___	3	2	4	20	3	1440	0,000240096	9, 10, J, Q, K
13	4+4+3+2+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
12	4+6+A+A+ ___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	4+5+2+A+ ___	4	4	4	16	6	6144	0,00102441	10, J, Q, K

12	4+4+3+A+ ___	3	4	4	16	6	4608	0,000768307	10, J, Q, K
12	4+4+2+2+ ___	3	4	3	16	3	1728	0,000288115	10, J, Q, K
12	4+3+3+2+ ___	4	3	4	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
Total								4,02%	
Total Geral								40,56%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 10: Chance do crupier estourar com uma carta 5 virada

CARTA DO CRUPIER: 5

N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
15	5+N+ ___	16	27	432	0,169411765	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	5+9+ ___	4	23	92	0,036078431	8, 9, 10, J, Q, K
13	5+8+ ___	4	20	80	0,031372549	9, 10, J, Q, K
12	5+7+ ___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K
Total				26,20%		

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	5+N+A+ ___	16	4	31	2	3968	0,031756703	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+9+2+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+8+3+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+7+4+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K

16	5+6+5+ ___	4	3	31	2	744	0,005954382	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+9+A+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+8+2+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+7+3+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+6+4+ ___	4	4	28	2	896	0,007170868	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+5+5+ ___	3	2	28	1	168	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	5+8+A+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+7+2+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+6+3+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+5+4+ ___	3	4	24	2	576	0,004609844	8, 9, 10, J, Q, K
13	5+7+A+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	5+6+2+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	5+5+3+ ___	3	4	20	2	480	0,003841537	9, 10, J, Q, K
13	5+4+4+ ___	4	3	20	1	240	0,001920768	9, 10, J, Q, K
12	5+6+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	5+5+2+ ___	3	4	16	2	384	0,003073229	10, J, Q, K
12	5+4+3+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
						Total	14,09%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	5+9+A+A+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+8+2+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K

16	5+7+3+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+7+2+2+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+6+4+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+6+3+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+5+5+A+ ___	3	2	4	32	3	2304	0,000384154	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+5+4+2+ ___	3	4	4	32	6	9216	0,001536615	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	5+5+3+3+ ___	3	4	3	32	3	3456	0,000576230	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+8+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+7+2+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+6+3+A+ ___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+6+2+2+ ___	4	4	3	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+5+4+A+ ___	3	4	4	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+5+3+2+ ___	3	4	4	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+4+4+2+ ___	4	3	4	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	5+4+3+3+ ___	4	4	3	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	5+7+A+A+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+6+2+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+5+3+A+ ___	3	4	4	24	6	6912	0,001152461	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+5+2+2+ ___	3	4	3	24	3	2592	0,000432173	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+4+4+A+ ___	4	3	4	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+4+3+2+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	5+3+3+3+ ___	4	3	2	24	1	576	0,000096038	8, 9, 10, J, Q, K
13	5+6+A+A+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K

13	5+5+2+A+ ___	3	4	4	20	6	5760	0,000960384	9, 10, J, Q, K
13	5+4+3+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	5+4+2+2+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	5+3+3+2+ ___	4	3	4	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
12	5+5+A+A+ ___	3	4	3	16	3	1728	0,000288115	10, J, Q, K
12	5+4+2+A+ ___	4	4	4	16	6	6144	0,001024410	10, J, Q, K
12	5+3+3+A+ ___	4	3	4	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
							Total	3,21%	
							Total Geral	43,49%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 11: Chance do crupier estourar com uma carta 6 virada

CARTA DO CRUPIER : 6						
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)						
SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS PARA NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	6+N+ ___	16	30	480	0,188235294	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+9+ ___	4	27	108	0,042352941	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	6+8+ ___	4	23	92	0,036078431	8, 9, 10, J, Q, K
13	6+7+ ___	4	20	80	0,031372549	9, 10, J, Q, K
12	6+6+ ___	3	16	48	0,018823529	10, J, Q, K

Total	31,69%
--------------	---------------

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS PARA NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	6+9+A+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+8+2+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+7+3+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+6+4+ ___	3	4	30	2	720	0,005762305	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+5+5+ ___	4	3	31	1	372	0,002977191	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+8+A+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+7+2+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+6+3+ ___	3	4	28	2	672	0,005378151	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+5+4+ ___	4	4	28	2	896	0,007170868	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	6+7+A+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+6+2+ ___	3	4	24	2	576	0,004609844	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+5+3+ ___	4	4	24	2	768	0,006146459	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+4+4+ ___	4	3	24	1	288	0,002304922	8, 9, 10, J, Q, K
13	6+6+A+ ___	3	4	20	2	480	0,003841537	9, 10, J, Q, K
13	6+5+2+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	6+4+3+ ___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
12	6+5+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	6+4+2+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	6+3+3+ ___	4	3	16	1	192	0,001536615	10, J, Q, K
						Total	10,12%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS PARA NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	6+8+A+A+ ___	4	4	3	30	3	4320	0,000720288	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+7+2+A+ ___	4	4	4	30	6	11520	0,001920768	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+6+3+A+ ___	3	4	4	30	6	8640	0,001440576	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+6+2+2+ ___	3	4	3	30	3	3240	0,000540216	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+5+4+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+5+3+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+4+4+2+ ___	4	3	4	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	6+4+3+3+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+7+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+6+2+A+ ___	3	4	4	28	6	8064	0,001344538	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+5+3+A+ ___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+5+2+2+ ___	4	4	3	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+4+4+A+ ___	4	3	4	28	3	4032	0,000672269	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	6+4+3+2+ ___	4	4	4	28	6	10752	0,001792717	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	6+6+A+A+ ___	3	4	3	24	3	2592	0,000432173	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+5+2+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+4+3+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+4+2+2+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,00057623	8, 9, 10, J, Q, K
14	6+3+3+2+ ___	4	3	4	24	3	3456	0,00057623	8, 9, 10, J, Q, K
13	6+5+A+A+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K

13	6+4+2+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	6+3+3+A+ ___	4	3	4	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	6+3+2+2+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
12	6+4+A+A+ ___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	6+3+2+A+ ___	4	4	4	16	6	6144	0,00102441	10, J, Q, K
12	6+2+2+2+ ___	4	3	2	16	1	384	0,000064	10, J, Q, K
							Total	2,59%	
							Total Geral	44,39%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 12: Chance do crupier estourar com uma carta 7 virada

CARTA DO CRUPIER: 7						
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)						
SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	7+9+ ___	4	30	120	0,047058824	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+8+ ___	4	26	104	0,040784314	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	7+7+ ___	3	24	72	0,028235294	8, 9, 10, J, Q, K
13	7+6+ ___	4	20	80	0,031372549	9, 10, J, Q, K
12	7+5+ ___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K
				Total	17,25%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	7+8+A+ ___	4	4	30	2	960	0,008163265	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+7+2+ ___	3	4	30	2	720	0,006122449	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+6+3+ ___	4	4	30	2	960	0,008163265	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+5+4+ ___	4	4	31	2	992	0,008435374	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+7+A+ ___	3	4	26	2	624	0,005306122	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+6+2+ ___	4	4	27	2	864	0,007346939	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+5+3+ ___	4	4	27	2	864	0,007346939	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+4+4+ ___	4	3	27	1	324	0,002755102	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	7+6+A+ ___	4	4	24	2	768	0,006530612	8, 9, 10, J, Q, K
14	7+5+2+ ___	4	4	24	2	768	0,006530612	8, 9, 10, J, Q, K
14	7+4+3+ ___	4	4	24	2	768	0,006530612	8, 9, 10, J, Q, K
13	7+5+A+ ___	4	4	20	2	640	0,005442177	9, 10, J, Q, K
13	7+4+2+ ___	4	4	20	2	640	0,005442177	9, 10, J, Q, K
13	7+3+3+ ___	4	3	20	1	240	0,002040816	9, 10, J, Q, K
12	7+4+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004353741	10, J, Q, K
12	7+3+2+ ___	4	4	16	2	512	0,004353741	10, J, Q, K
Total							9,49%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	7+7+A+A+ ___	3	4	3	30	3	3240	0,000540216	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+6+2+A+ ___	4	4	4	30	6	11520	0,001920768	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+5+3+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+5+2+2+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+4+4+A+ ___	4	3	4	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+4+3+2+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	7+3+3+3+ ___	4	3	2	31	1	744	0,000124050	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K

15	7+6+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+5+2+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+4+3+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+4+2+2+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+3+4+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	7+3+3+2+ ___	4	3	4	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	7+5+A+A+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	7+4+2+A+ ___	4	4	4	24	6	9216	0,001536615	8, 9, 10, J, Q, K
14	7+3+3+A+ ___	4	3	4	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
14	7+3+2+2+ ___	4	4	3	24	3	3456	0,000576230	8, 9, 10, J, Q, K
13	7+4+A+A+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	7+3+2+A+ ___	4	4	4	20	6	7680	0,001280512	9, 10, J, Q, K
13	7+2+2+2+ ___	4	3	2	20	1	480	0,000080032	9, 10, J, Q, K
12	7+3+A+A+ ___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
12	7+2+2+A+ ___	4	3	4	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
Total								2,10%	
Total Geral								28,85%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 13: Chance do crupier estourar com uma carta 8 virada

CARTA DO CRUPIER : 8						
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)						
SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	8+8+ ___	3	30	90	0,035294118	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K

15	8+7+___	4	26	104	0,040784314	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	8+6+___	4	23	92	0,036078431	8, 9, 10, J, Q, K
13	8+5+___	4	20	80	0,031372549	9, 10, J, Q, K
12	8+4+___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K
				Total	16,86%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	8+7+A+___	4	4	30	2	960	0,007683073	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+6+2+___	4	4	30	2	960	0,007683073	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+5+3+___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+4+4+___	4	3	31	1	372	0,002977191	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+6+A+___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+5+2+___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+4+3+___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	8+5+A+___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	8+4+2+___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	8+3+3+___	4	3	23	1	276	0,002208884	8, 9, 10, J, Q, K
13	8+4+A+___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
13	8+3+2+___	4	4	20	2	640	0,005122049	9, 10, J, Q, K
12	8+3+A+___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
12	8+2+2+___	4	3	16	1	192	0,001536615	10, J, Q, K
						Total	7,69%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	8+6+A+A+___	4	4	3	30	3	4320	0,000720288	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+5+2+A+___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+4+3+A+___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	8+4+2+2+___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K

16	8+3+3+2+ ___	4	3	4	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+5+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+4+2+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+3+3+A+ ___	4	3	4	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+3+2+2+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	8+4+A+A+ ___	4	4	3	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K
14	8+3+2+A+ ___	4	4	4	23	6	8832	0,001472589	8, 9, 10, J, Q, K
14	8+2+2+2+ ___	4	3	2	23	1	552	9,20368E-05	8, 9, 10, J, Q, K
13	8+3+A+A+ ___	4	4	3	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
13	8+2+2+A+ ___	4	3	4	20	3	2880	0,000480192	9, 10, J, Q, K
12	8+2+A+A+ ___	4	4	3	16	3	2304	0,000384154	10, J, Q, K
							Total	1,33%	
							Total Geral	25,88%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 14: Chance do crupier estourar com uma carta 9 virada

CARTA DO CRUPIER: 9						
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)						
SOMA	2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR	
16	9+7+ ___	4	30	120	0,047058824	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+6+ ___	4	27	108	0,042352941	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	9+5+ ___	4	23	92	0,036078431	8, 9, 10, J, Q, K
13	9+4+ ___	4	19	76	0,029803922	9, 10, J, Q, K
12	9+3+ ___	4	16	64	0,025098039	10, J, Q, K

Total	18,04%
--------------	---------------

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	9+6+A+ ___	4	4	30	2	960	0,007683073	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	9+5+2+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	9+4+3+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+5+A+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+4+2+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+3+3+ ___	4	3	27	1	324	0,002593037	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	9+4+A+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	9+3+2+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
13	9+3+A+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	9, 10, J, Q, K
13	9+2+2+ ___	4	3	19	1	228	0,00182473	9, 10, J, Q, K
12	9+2+A+ ___	4	4	16	2	512	0,004097639	10, J, Q, K
						Total	6,36%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	9+5+A+A+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	9+4+2+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	9+3+3+A+ ___	4	3	4	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	9+3+2+2+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6. 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+4+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	9+3+2+A+ ___	4	4	4	27	6	10368	0,001728691	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+3+3+A+ ___	4	3	4	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	8+3+2+2+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	9+3+A+A+ ___	4	4	3	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K
14	9+2+2+A+ ___	4	3	4	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K

13	9+2+A+A+ ___	4	4	3	19	3	2736	0,000456182	9, 10, J, Q, K
12	9+A+A+A+ ___	4	3	2	16	1	384	0,000064026	10, J, Q, K
							Total	0,95%	
							Total Geral	25,35%	

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 15: Chance do crupier estourar com uma carta 10 virada

CARTA DO CRUPIER: 10

N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	N+6+ ___	4	30	120	0,047058824	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	N+5+ ___	4	27	108	0,042352941	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	N+4+ ___	4	23	92	0,036078431	8, 9, 10, J, Q, K
13	N+3+ ___	4	19	76	0,029803922	9, 10, J, Q, K
12	N+2+ ___	4	15	60	0,023529412	10, J, Q, K
					Total	17,88%

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	N+5+A+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	N+4+2+ ___	4	4	31	2	992	0,007939176	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	N+3+3+ ___	4	3	31	1	372	0,002977191	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	N+4+A+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	N+3+2+ ___	4	4	27	2	864	0,006914766	7, 8, 9, 10, J, Q, K

14	N+3+A+ ___	4	4	23	2	736	0,005890356	8, 9, 10, J, Q, K
14	N+2+2+ ___	4	3	23	1	276	0,002208884	8, 9, 10, J, Q, K
13	N+2+A+ ___	4	4	19	2	608	0,004865946	9, 10, J, Q, K
12	N+A+A+ ___	4	3	15	1	180	0,001440576	10, J, Q, K
						Total	4,71%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	N+4+A+A+ ___	4	4	3	31	3	4464	0,000744298	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	N+3+2+A+ ___	4	4	4	31	6	11904	0,001984794	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	N+2+2+2+ ___	4	3	2	31	1	744	0,00012405	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	N+3+A+A+ ___	4	4	3	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	N+2+2+A+ ___	4	3	4	27	3	3888	0,000648259	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	N+2+A+A+ ___	4	4	3	23	3	3312	0,000552221	8, 9, 10, J, Q, K
13	N+A+A+A+ ___	4	3	2	15	1	360	0,000060024	9, 10, J, Q, K
						Total		0,48%	

Total Geral	23,07%
--------------------	---------------

Fonte: Autor da pesquisa

Tabela 16: Chance do crupier estourar com uma carta A virada

CARTA DO CRUPIER: A								
N = CARTA COM VALOR 10 (10, J, Q, K)								
SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	A+N+5+ ___	16	4	31	2	1984	0,015878351	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+9+6+ ___	4	4	30	2	480	0,003841537	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+8+7+ ___	4	4	30	2	480	0,003841537	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+N+4+ ___	16	4	27	2	1728	0,013829532	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+9+5+ ___	4	4	27	2	432	0,003457383	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+8+6+ ___	4	4	26	2	416	0,003329332	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+7+7+ ___	4	3	26	1	312	0,002496999	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	A+N+3+ ___	16	4	23	2	1472	0,011780712	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+9+4+ ___	4	4	23	2	368	0,002945178	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+8+5+ ___	4	4	23	2	368	0,002945178	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+7+6+ ___	4	4	24	2	384	0,003073229	8, 9, 10, J, Q, K
13	A+N+2+ ___	16	4	19	2	1216	0,009731893	9, 10, J, Q, K
13	A+9+3+ ___	4	4	19	2	304	0,002432973	9, 10, J, Q, K
13	A+8+4+ ___	4	4	20	2	320	0,002561024	9, 10, J, Q, K
13	A+7+5+ ___	4	4	20	2	320	0,002561024	9, 10, J, Q, K
13	A+6+6+ ___	4	3	20	1	240	0,001920768	9, 10, J, Q, K
12	A+N+A+ ___	16	3	15	2	720	0,005762305	10, J, Q, K
12	A+9+2+ ___	4	4	16	2	256	0,002048820	10, J, Q, K
12	A+8+3+ ___	4	4	16	2	256	0,00204882	10, J, Q, K
12	A+7+4+ ___	4	4	16	2	256	0,00204882	10, J, Q, K

12	A+6+5+ ___	4	4	16	2	256	0,00204882	10, J, Q, K
						Total	10,06%	

SOMA		2ª CARTA	3ª CARTA	4ª CARTA	5ª CARTA	PERMUTAÇÕES	PRODUTO	PROBABILIDADE	CARTAS NECESSÁRIAS PARA ESTOURAR
16	A+N+4+A+ ___	16	4	3	31	6	5952	0,000992397	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+N+3+2+ ___	16	4	4	31	6	7936	0,001323196	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+9+5+A+ ___	4	4	3	31	6	1488	0,000248099	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+9+4+2+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+9+3+3+ ___	4	4	3	31	3	1488	0,000248099	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+8+6+A+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+8+5+2+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+8+4+3+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+7+7+A+ ___	4	3	3	31	3	1116	0,000186074	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+7+6+2+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+7+5+3+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+7+4+4+ ___	4	4	3	31	3	1488	0,000248099	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+6+6+3+ ___	4	3	4	31	3	1488	0,000248099	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+6+5+4+ ___	4	4	4	31	6	1984	0,000330799	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
16	A+5+5+5+ ___	4	3	2	32	1	768	0,000128051	6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+N+3+A+ ___	16	4	3	27	6	5184	0,000864346	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+N+2+2+ ___	16	4	3	27	3	5184	0,000864346	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+9+4+A+ ___	4	4	3	27	6	1296	0,000216086	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+9+3+2+ ___	4	4	4	27	6	1728	0,000288115	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+8+5+A+ ___	4	4	3	27	6	1296	0,000216086	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+8+4+2+ ___	4	4	4	27	6	1728	0,000288115	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+8+3+3+ ___	4	4	3	27	3	1296	0,000216086	7, 8, 9, 10, J, Q, K

15	A+7+6+A+ ___	4	4	3	27	6	1296	0,000216086	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+7+5+2+ ___	4	4	4	27	6	1728	0,000288115	7, 8, 9, 10, J, Q, K
15	A+7+4+3+ ___	4	4	4	27	6	1728	0,000288115	7, 8, 9, 10, J, Q, K
14	A+N+2+A+ ___	16	4	3	23	6	4416	0,000736295	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+9+3+A+ ___	4	4	3	23	6	1104	0,000184074	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+9+2+2+ ___	4	4	3	23	3	1104	0,000184074	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+8+4+A+ ___	4	4	3	23	6	1104	0,000184074	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+8+3+2+ ___	4	4	4	23	6	1472	0,000245432	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+7+5+A+ ___	4	4	3	24	6	1152	0,000192077	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+7+4+2+ ___	4	4	4	24	6	1536	0,000256102	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+7+3+3+ ___	4	4	3	24	3	1152	0,000192077	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+6+6+A+ ___	4	3	3	24	3	864	0,000144058	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+6+5+2+ ___	4	4	4	24	6	1536	0,000256102	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+6+4+3+ ___	4	4	4	24	6	1536	0,000256102	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+5+5+3+ ___	4	3	4	24	3	1152	0,000192077	8, 9, 10, J, Q, K
14	A+5+4+4+ ___	4	4	3	24	3	1152	0,000192077	8, 9, 10, J, Q, K
13	A+N+A+A+ ___	16	3	2	19	3	1824	0,000304122	9, 10, J, Q, K
13	A+9+2+A+ ___	4	4	3	19	6	912	0,000152061	9, 10, J, Q, K
13	A+8+3+A+ ___	4	4	3	20	6	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K
13	A+8+2+2+ ___	4	4	3	20	3	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K
13	A+7+4+A+ ___	4	4	3	20	6	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K
13	A+7+3+2+ ___	4	4	4	20	6	1280	0,000213419	9, 10, J, Q, K
13	A+6+5+A+ ___	4	4	3	20	6	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K
13	A+6+4+2+ ___	4	4	4	20	6	1280	0,000213419	9, 10, J, Q, K
13	A+6+3+3+ ___	4	4	3	20	3	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K
13	A+5+5+2+ ___	4	3	4	20	3	960	0,000160064	9, 10, J, Q, K

13	A+5+4+3+ ___	4	4	4	20	6	1280	0,000213419	9, 10, J, Q, K
13	A+4+4+4+ ___	4	3	2	20	1	480	0,000080032	9, 10, J, Q, K
12	A+9+A+A+ ___	4	3	2	16	3	384	0,000064026	10, J, Q, K
12	A+8+2+A+ ___	4	4	3	16	6	768	0,000128051	10, J, Q, K
12	A+7+3+A+ ___	4	4	3	16	6	768	0,000128051	10, J, Q, K
12	A+7+2+2+ ___	4	4	3	16	3	768	0,000128051	10, J, Q, K
12	A+6+4+A+ ___	4	4	3	16	6	768	0,000128051	10, J, Q, K
12	A+6+3+2+ ___	4	4	4	16	6	1024	0,000170735	10, J, Q, K
12	A+5+5+A+ ___	4	3	3	16	3	576	0,000096038	10, J, Q, K
12	A+5+4+2+ ___	4	4	4	16	6	1024	0,000170735	10, J, Q, K
12	A+5+3+3+ ___	4	4	3	16	3	768	0,000128051	10, J, Q, K
12	A+4+4+3+ ___	4	3	4	16	3	768	0,000128051	10, J, Q, K
							Total	1,63%	
							Total Geral	11,69%	

Fonte: Autor da pesquisa