UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PPG

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

MARIA CAMILA DA CUNHA DOS SANTOS

ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÃO AFIM: uma experiência com alunos da primeira série do Ensino Médio.

São Luís - MA

2022

MARIA CAMILA DA CUNHA DOS SANTOS

ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÃO AFIM: uma experiência com alunos da primeira série do Ensino Médio.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz

São Luís - MA

2022

Santos, Maria Camila da Cunha dos.

Análise de erros na resolução de questões sobre função afim: uma experiência com alunos da primeira série do ensino médio / Maria Camila da Cunha dos Santos. – São Luís, 2022.

107 f

Dissertação (Mestrado Profissional) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2022.

Orientadora: Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz.

1.Função afim. 2.Avaliação. 3.Resolução de questões. 4. Análise de erro. I.Título.

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

MARIA CAMILA DA CUNHA DOS SANTOS

ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES SOBRE FUNÇÃO AFIM: uma experiência com alunos da primeira série do Ensino Médio.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Aprovada em 31 / 05 / 2022

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz (Orientadora)
Universidade Estadual do Maranhão

Profº Dr. Raimundo José Barbosa Brandão (Examinador Interno)
Universidade Estadual do Maranhão

Profº Dr. Raimundo Luna Neres (Examinador Externo)
Universidade CEUMA

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades que surgiram nos últimos meses.

Aos meus pais, Antônio Calixto e Maria Elisabete, por não medirem esforços para oferecer todo o conforto e lutarem para garantir aos filhos uma boa educação, enquanto eles próprios não tiveram esse privilégio.

Ao meu irmão, Mateus, pelos momentos de descontração e por sempre me lembrar que, apesar das dificuldades, eu sempre contarei com a minha família para acalentar-me.

Aos amigos e colegas conquistados ao longo da minha vida escolar e profissional e que, de alguma forma, contribuíram para o meu desenvolvimento.

A todos os meus colegas do curso PROFMAT, cujo companheirismo nos grupos de estudos permitiu que eu obtivesse sucesso na qualificação.

A todos os professores que, direta ou indiretamente, contribuíram para o meu crescimento acadêmico.

À orientadora, Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz, que foi imprescindível para o desenvolvimento deste trabalho, agindo sempre de maneira sábia, acolhedora e humilde.

“O erro é a maneira humana, caracteristicamente humana, de aprender.”
(PÉPIN, 2018, p.21)

RESUMO

A pesquisa trata sobre erros cometidos quando se trabalha com o objeto do conhecimento (conteúdo) Função Afim. Definiu-se como objetivo geral investigar os tipos de erros cometidos por estudantes da primeira série do Ensino Médio na resolução de questões sobre Função Afim e, verificar se os erros cometidos pelos alunos influenciam na aprendizagem. A investigação, que tem caráter qualitativo e investigativo, foi realizada em uma escola Pública Estadual da cidade de São Luís- MA, com 64 estudantes. A primeira etapa do estudo, constou de aplicação de questionários aos alunos e professores das turmas pesquisadas, sobre a percepção que eles têm a respeito de erros cometidos por alunos em avaliações de conteúdos matemáticos. Na segunda etapa, foi aplicado teste de verificação de aprendizagem, aos estudantes, com questões sobre Função Afim. Na terceira etapa, ocorreu a análise das respostas dos testes aplicados e a categorização dos erros verificados. Pelos dados coletados, verificou-se que tanto professores quanto alunos ainda têm arraigadas concepções tradicionais de avaliação, influenciando no modo como percebem o erro, ademais, a partir da Análise de Erros nas respostas obtidas nos testes, pôde-se conferir as dificuldades sentidas pelos estudantes no domínio de conceitos e procedimentos associados à Função Afim, por conseguinte, percebe-se que esta é uma estratégia que pode fundamentar ações com vistas a favorecer melhor a construção do saber Matemático.

Palavras- Chave: Função Afim. Avaliação. Resolução de Questões. Análise de Erro.

ABSTRACT

This research is about the errors made when working with the object of the knowledge (the subject) Affine Function. It was defined as the general objective to investigate the types of errors made by students of the First Year of High School when solving Affine Function problems, and verify if the mistakes made by the students influence in the learning process. The investigation, which has a qualitative and investigative character, was carried out in a State Public School in the city of São Luís-MA, with 64 students. The first stage of the study consisted of the application of questionnaires directed to students and teachers of the surveyed groups, about the perception they have about errors made by students in math tests. In the second stage, a learning verification test was applied to students, with questions about Affine Function. In the third stage, the answers for the tests applied were analyzed, and the verified errors were categorized. From the data collected, it was found that both teachers and students still have ingrained traditional conceptions of evaluation, influencing the way they perceive errors, in addition,as of the Error Analysis in the answers abtained from the tests, it was possible to ascert the difficulties felt by the students in the domain of concepts and procedures associated with the Affine Function, therefore, it is clear that this is a strategy that can support actions with the purpose to promote a better construction of Mathematical knowledge

Keywords: Affine Funcion. Assessment. Problem-solving. Error Analysis.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA - Avaliação Nacional de Alfabetização

ANRESC - Avaliação Nacional do Rendimento Escolar

DCNs - Diretrizes Curriculares Nacionais

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

FIES - Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

PISA - Programa de Avaliação Internacional de Estudantes

PROUNI - Programa Universidade Para Todos

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

SISU - Sistema de Seleção Unificada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é imprescindível para o desenvolvimento da sociedade, uma vez que, auxilia no raciocínio lógico, no pensamento crítico, na percepção e análise de fenômenos químicos, físicos, biológicos, sociais, dentre outros.

Sendo assim, a abordagem da Matemática na educação é de extrema relevância e, nesse contexto, destaca-se o estudo da Função Afim, cuja importância deve-se a ampla capacidade de aplicação, contextualização e relacionamento com demais áreas do conhecimento. Entretanto, não é difícil perceber a dificuldade enfrentada tanto por professores, quanto por alunos, na abordagem desse conteúdo.

Segundo dados do último Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (PISA), aplicado em 2018, o Brasil está entre as posições 72 e 74 em letramento Matemático, de um total de 79 países, com 68,1 % dos estudantes brasileiros participantes ficando no nível de proficiência 1 ou abaixo dele. (BRASIL, 2020a).

Esse dado, embora não reflita toda a realidade da educação brasileira, revela que são grandes os obstáculos no entendimento dessa disciplina, o que desperta o questionamento sobre quais as causas dessa problemática no país e como ultrapassá-las. Para compreender o porquê das dificuldades de aprendizado da Matemática é necessário percorrer estruturas internas da prática pedagógica, desde a forma como são apreendidos o currículo escolar e as implicações dele na sala de aula, fundamentando atitudes, até mesmo inconscientes, de professores e alunos em etapas cruciais do ensino, como é a avaliação.

Avaliar é um processo frequente e que faz parte da cultura escolar. Ao longo dos anos, os debates acerca da avaliação foram se intensificando no sentido de superar modelos arcaicos que estão interessados somente na classificação dos estudantes, mediante a medição dos seus saberes. Esse tema é contemplado por teóricos tais como Hoffmann (2019), Luckesi (2018), Cury (2019) e Escobar (2020), que estão preocupados em discutir essa realidade das escolas e também expõem algumas alternativas de trabalho que façam contraponto ao que vem sendo praticado no dia a dia nas aulas.

Uma das alternativas levantadas pelos estudiosos diz respeito ao uso do erro como ferramenta de reconhecimento e bússola para novas estratégias de ensino. Nessa perspectiva, o erro não é visto como fracasso, mas como uma etapa que prepara o aluno para o alcance de novas potencialidades.

Seguindo essa ideia, a presente pesquisa versa sobre a Análise de Erros, partindo-se do seguinte problema de pesquisa: Quais as contribuições da análise de erros para o ensino aprendizagem da Função Afim na primeira série do Ensino Médio?

Para responder a esse questionamento, utilizou-se uma metodologia de pesquisa qualitativa, por meio de aplicação de questionários para professores e alunos, em que se abordou questões referentes às percepções sobre avaliação e erro. Ademais, ocorreu o uso de um teste que trazia questões sobre Função Afim, com a finalidade de fazer a verificação da aprendizagem dos estudantes. A análise dos erros cometidos na resolução das questões foi feita baseada em Cury (2019), em que ocorre o preparo das informações e codificação dos elementos da amostra, definição das unidades de análise segundo critérios previamente definidos e o agrupamento das resoluções que compartilham do mesmo código de identificação. Na fase final, baseou-se também nos estudos de Zabala (1998) referentes a tipologia dos conteúdos.

Nesse contexto, o objetivo geral deste estudo é: investigar os erros cometidos na resolução de questões envolvendo Função Afim por alunos da Primeira Série do Ensino Médio de uma Escola Pública Estadual.

Para que o objetivo geral seja alcançado, foram traçados os seguintes objetivos específicos: analisar as estratégias de resolução de problemas sobre Função Afim, classificar os erros cometidos pelos alunos na resolução das questões, compreender dificuldades que os alunos apresentam no estudo de Função Afim, analisar opiniões de professores acerca dos erros cometidos pelos alunos e verificar se a análise de erros oferece ferramentas para a melhoria da aprendizagem da Função Afim.

A estrutura do trabalho está dividida em sete sessões: introdução, abordagem da Função Afim, concepções de erros no processo de avaliação, categorizações dos erros, percurso metodológico, apresentação e análise dos dados e conclusão.

A primeira sessão, Introdução, apresenta, brevemente as etapas percorridas para o desenvolvimento do presente estudo.

Na segunda sessão, Abordagem da Função Afim, são contempladas definições básicas referentes à Função Afim, bem como apresenta-se algumas concepções sobre o seu ensino na educação básica.

A terceira sessão, Concepções de erros no processo de avaliação, aprofunda a visão sobre como o erro é tratado no contexto escolar e como as visões tradicionais de avaliação interferem no modo como o aluno e o professor lidam com o erro, somado a isso, serão apresentadas visões de teóricos sobre como o erro pode ser usado a partir de uma visão de avaliação mediadora, que sirva para repensar caminhos e estratégias de ensino.

A quarta sessão, Categorização dos erros, são apresentadas algumas categorizações presentes em trabalhos de diversos autores sobre Análise de Erros.

A quinta sessão, Percurso Metodológico, traz as etapas que foram seguidas para a realização da pesquisa, desde a elaboração e aplicação dos instrumentos, bem como, a estratégia para tratamento e organização dos dados.

A sexta sessão, Apresentação e Análise dos dados, apresenta o tratamento dos dados, mostrando quais erros ocorrem em cada item e discorrendo sobre as principais dificuldades dos alunos que participaram da pesquisa.

Por fim, na Conclusão, apresenta-se as considerações tiradas a partir das análises dos questionários e das respostas ao teste sobre Função Afim e, por conseguinte, serão apresentadas as conclusões a respeito das reflexões levantadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

2 ABORDAGEM SUCINTA DA FUNÇÃO AFIM

Dentre os assuntos estudados ao longo da Educação Básica, as funções desempenham um papel de destaque, por estarem relacionadas com problemas e situações práticas. A ideia de função emergiu e foi aprimorada a partir do século XVII, chegando nas concepções atuais somente no século XX.

O conceito de função só foi introduzido na Matemática após o aprimoramento dos estudos de Leibniz e Newton. Até o advento do cálculo, a Matemática era a ciência das quantidades, isso mudou a partir do século XVIII, quando muitos matemáticos passaram a considerar a função como seu principal objeto de estudo. (ROQUE, 2012).

O desenvolvimento do conceito de função foi determinante para uma série de estudos em diversas áreas da ciência. Nas sessões a seguir, será abordada a Função Afim, no que se refere aos seus conceitos básicos e à forma como é abordada no Ensino Médio.

2.1 Conceitos Referentes à Função Afim usado por alguns autores

A primeira função apresentada no Ensino Básico se trata da Função Afim, sobre a qual Iezzi e Murakami (2019, p. 100) afirmam: "Uma aplicação f de $R \rightarrow R$ recebe o nome de função afim quando a cada x $\in$ R associa o elemento (a*x* + b) $\in$ R em que a$\neq$ 0 e b são números reais dados". O valor de **b** é chamado coeficiente linear, $(0, b)$ é o ponto de interseção do gráfico com o eixo y e **a** é conhecido como coeficiente angular.

Dante e Viana (2020) abordam situações em que pode ser aplicada a Função Afim, uma dessas aplicações ocorre nas equações do movimento, estudadas na disciplina de Física, mais particularmente, a equação do movimento uniforme, $S(t) = vt + b$, onde v é a velocidade, **b** a posição inicial e S o espaço percorrido após um tempo *t.*

Outra situação descrita em que a Função Afim pode ser aplicada são as graduações do termômetro, por exemplo, na conversão de graus *Celsius* para *Fahrenheit*. Na expressão $f(c) = 1{,}8c + 32$, onde c indica a temperatura em graus *Celsius* enquanto *f*(*c*) corresponde a temperatura em *Fahrenheit.*

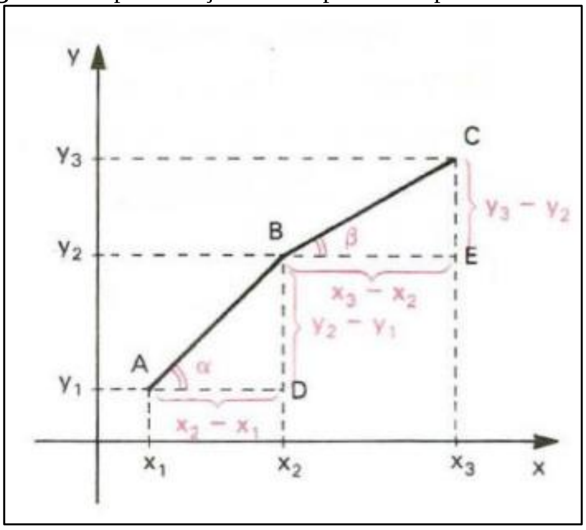
Uma particularidade da Função Afim decorre da taxa de variação, sobre ela Dante e Viana (2020, p.28) dizem: "Dados x e $x + h$ números reais, com h > 0, o número $\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = a$ é chamado taxa de variação média da função *f* no intervalo $[x, x\ +\ h]$".

Numa Função Afim, a taxa de variação média é constante e pode ser interpretada como a variação em *f*(x) causada por cada aumento em uma unidade de x. Sobre isso, ainda pode-se acrescentar que, quando a taxa de variação a é positiva, a Função Afim é crescente, ou seja, para quaisquer valores de x_1 e x_2, com $x_1 < x_2$, a imagem de x_2 é maior que a imagem de x_1, por meio de *f*. Por outro lado, quando a taxa *a* é negativa, a função é decrescente, o que significa que para quaisquer valores de x_1 e x_2, com $x_1 < x_2$, a imagem de x_2 é menor que a imagem de x_1 através de *f*. Resumindo, numa Função Afim $f: X \to R$, com $X \subset R$ e $\{x_1, x_2\} \subset X$, tem-se que:

- A função é crescente quando $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$;
- A função é decrescente quando $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Um aspecto importante a ser analisado nas funções é a construção do gráfico. O gráfico cartesiano da função f(x) = ax +b, com a$\neq 0$ é uma reta. Uma demonstração abordada por Iezzi e Murakami (2019, p. 101) utiliza a noção de semelhança de triângulos, conforme a Figura 1:

Figura 1- Representação de três pontos no plano cartesiano.



Fonte: Iezzi e Murakami (2019, p. 101)

Sobre o esboço de gráfico, Iezzi e Murakami (2019) diz:

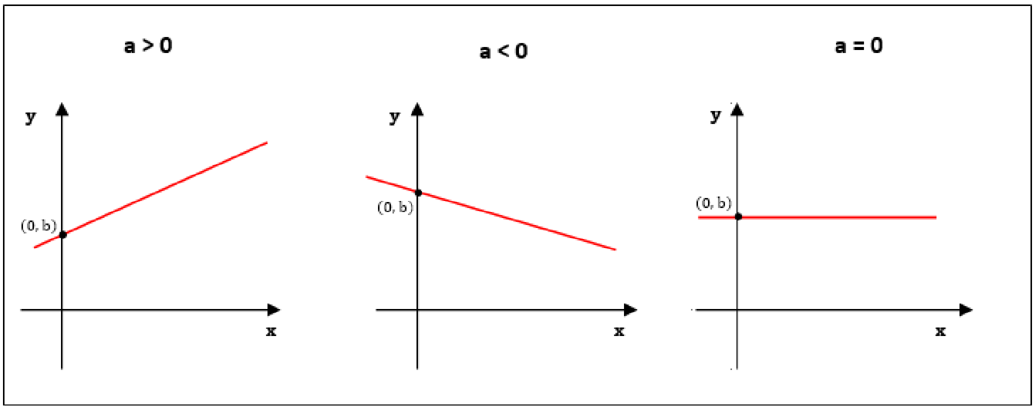
> Sejam A, B e C três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico-cartesiano da função $y = ax + b$, (a$\neq 0$) e (x_1, y_1), (x_2, y_2) e (x_3, y_3), respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos.
> Para provarmos que os pontos A, B e C pertencem a mesma reta, mostremos, inicialmente que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes.
> De fato:
> $$(x_1, y_1) \in f \Rightarrow y_1 = ax_1 + b \quad I)$$
> $$(x_2, y_2) \in f \Rightarrow y_2 = ax_2 + b \, II)$$
> $$(x_3, y_3) \in f \Rightarrow y_3 = ax3 + b \, III)$$
>
> Subtraindo membro a membro, temos:

$$\left.\begin{matrix} y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \\ y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

> Os triângulos ABD e BCE são retângulos e têm lados proporcionais, então são semelhantes e, portanto, $\alpha = \beta$. Segue-se que os pontos A, B e C estão alinhados. (IEZZI; MURAKAMI, 2019, p. 101)

A partir dessa compreensão de que o gráfico de uma Função Afim é uma reta, é possível observar as variações do gráfico em decorrência da taxa de variação, sobre isso, Lima *et. al.* (2016, p. 90) diz que, "[...] quando a > 0, o gráfico de *f* é uma reta ascendente (quando se caminha para a direita) e quando a < 0, a reta é descendente". Há ainda a situação em que o gráfico ocorre paralelo ao eixo *0x*, neste caso, a função é denominada constante. Isso pode ser verificado na Figura 2 a seguir:

Figura 2- Variações do gráfico da Função Afim em virtude do sinal da taxa de variação.



Fonte: Própria autoria

Tendo-se formalizado a noção de taxa de variação e função crescente ou decrescente, há a necessidade de abordar um novo tópico: o zero ou raiz da função. Com relação ao zero da função, Dante e Viana (2020) afirmam que é "o valor de *x* para o qual a função afim dada por *f(x)* = *ax* + *b* se anula, ou seja, para o qual *f*(x) = 0." (DANTE; VIANA, 2020, p.50).

Sobre o ponto de vista da interpretação gráfica, o zero da função é a abscissa do ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo x. Essa determinação do zero da função é importante para diversas circunstâncias, uma em particular diz respeito ao estudo do sinal da Função Afim.

Realizar o estudo do sinal, nada mais é que determinar para quais valores ocorre, $f(x) > 0$ ou $f(x) < 0$, uma vez que, por meio do cálculo da raiz, já se descobriu o valor para $f(x) = 0$.

Função Linear é um tipo particular de Função Afim *f*: $R \rightarrow R$ definida por f(*x*) = a*x* com a≠ 0. Segundo Lima *et.al.* (2016), esse é um modelo matemático para os problemas que envolvem proporcionalidade. Para os autores, existem muitos problemas nos quais a proporcionalidade é bastante evidente, em outros, porém, ela não está tão clara.

Sobre isso, Lima *et.al.* (2016) descreve o Teorema Fundamental da Proporcionalidade, que é a chave para determinar, em todas as situações, se uma função é ou não linear, os autores dizem:

> Seja *f*: $R \rightarrow R$ uma função crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:
> (1) $f(nx) = nf(x)$ para todo $n \in Z$ todo $x \in R$.
> (2) Pondo $a = f(1)$, tem-se $f(x) = ax$ para todo $x \in R$.
> (3) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para quaisquer x, $y \in R$. (LIMA *et.al.*, 2016, p.95)

Complementando essa ideia, Dante e Viana (2020) afirma que o coeficiente **a**, nesse caso, é chamado coeficiente de proporcionalidade, o gráfico, por sua vez, é uma semirreta com origem no ponto (0,0) do plano.

Depois dessa breve abordagem a respeito de conceitos básicos referentes às Funções Afins, é conveniente observar os aspectos didáticos que interferem no pleno domínio desses saberes matemáticos pelos alunos da educação básica, essa discussão será levantada nos subtópicos seguintes.

2.2 Função Afim em Livros Didáticos da Primeira Série do Ensino Médio

O livro didático é um dos recursos mais utilizados em sala de aula e por isso representa uma importante variável metodológica, de acordo com Zabala (1998, p. 169) “vários trabalhos apontam que é muito frequente que os professores ‘sigam’ o livro para estruturar suas aulas.” Ou seja, o livro pode direcionar os caminhos percorridos pelo professor ao desenvolver o seu trabalho pedagógico, representando, por conseguinte, um indicador da forma como o processo de ensino aprendizagem está ocorrendo.

Assim, é válido que, dentro de uma discussão a respeito das práticas didáticas, se investigue o livro utilizado nas aulas, porque é comum que instrumentos avaliativos sejam elaborados de maneira que as respostas mais adequadas coincidam exatamente com as definições trazidas pelo livro didático. (ZABALA, 1998).

Com a finalidade de perceber a forma como a Função Afim é tratada em alguns livros didáticos, realizou-se uma breve análise sobre obras que contêm o assunto e que fizeram parte do Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD, no ano de 2018, quando houve a última escolha de livro realizada, antes do Novo Ensino Médio ser posto em prática.

As obras estão dispostas no Quadro 1:

Quadro 1-Relação das obras analisadas sobre a abordagem da Função Afim.

AUTOR	EDITORA	TÍTULO	ANO	DISTRIBUIÇÃO DO CAPÍTULO SOBRE FUNÇÃO AFIM	TOTAL DE PÁGINAS
Manuel Paiva	MODERNA	MATEMÁTICA PAIVA	2015	1. Função Afim do 1º Grau ou Função Afim 2. Gráfico da Função Polinomial do 1º Grau 2.1 Função Linear 2.2 Propriedades da Função Linear 2.3 Proporcionalidade na Função Polinomial do 1º Grau – Taxa de Variação 3 Funções Definidas por Mais de Uma Sentença 4 Variação de Sinal da Função Afim 5 Inequação-Produto 6 Inequação- Quociente	10
Luiz Roberto Dante	EDITORA ÁTICA	MATEMÁTICA: CONTEXTO E APLICAÇÕES	2016	1. Situações Iniciais 2. Definição de Função Afim 3. Valor de uma Função Afim 4. Taxa de Variação Média da Função Afim 5. Determinação de uma Função Afim 6. Gráfico da Função Afim $f(x) = ax + b$ 7. Conexão entre Função Afim e Geometria Analítica 8. Zero da Função Afim 9. Estudo do Sinal da Função Afim e de Inequações do 1º grau 10. Outras Conexões 10.1 Função Afim e Progressão Aritmética 10.2 Função Afim e Física 10.3 Função Linear e Proporcionalidade 10.4 Função Linear e Escalas	14
Joamir Roberto de Souza e Jacqueline as Silva Ribeiro Garcia	FTD	#CONTATO	2016	1. Estudando Função Afim 2. Gráfico de função Afim 3. Zero de uma Função Afim 4. Coeficientes de uma Função Afim 5. Translação do Gráfico de uma Função Afim 6. Função Crescente e Função Decrescente; 7. Estudo do Sinal de uma Função Afim 8. Proporcionalidade e Função Afim 9. Inequação do 1º Grau	16

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Dentre as três obras, a que mais traz páginas sobre o assunto é a coleção #CONTATO, porém a que mais dedica espaço a mostrar exemplos de como a Função Afim pode ser aplicada em diversos contextos é a coleção Matemática: Contexto e Aplicações. Nesta última, há um tópico exclusivo com objetivo de contextualizar Função Afim, mostrando onde pode ser vista e curiosidades relacionadas a ela.

Com relação aos exercícios, as três coleções apresentam questões tanto diretas quanto inseridas em situações-problemas, apresentando níveis variáveis de dificuldades, o que é um fator positivo. Zabala (1998, p.172) diz que “estes materiais, apesar de conterem exercícios e atividades, são condicionados pelo espaço e não podem oferecer um número suficiente de propostas que levem em conta todos os alunos e seus níveis de realização". Ou seja, o professor deve buscar outros materiais e outras fontes para complementar e enriquecer suas aulas e não ficar restrito somente ao livro didático.

Souza e Garcia (2016) possui mais questões, totalizando 65, de diferentes abordagens e níveis de dificuldade. Paiva (2015) é o que possui menos questões, 35 no total, o que reflete numa menor variedade nos enunciados propostos. Dante (2016) possui 60 questões e é o que mais aborda questões diretas, como, por exemplo, fazer substituição de valores na função, calcular o zero ou esboçar o gráfico.

Como a coleção Paiva (2015) é o material didático escolhido pela escola onde essa pesquisa foi realizada, buscou-se ainda, descrever as sessões apresentadas no livro do primeiro volume, correspondente ao 1º ano do Ensino Médio.

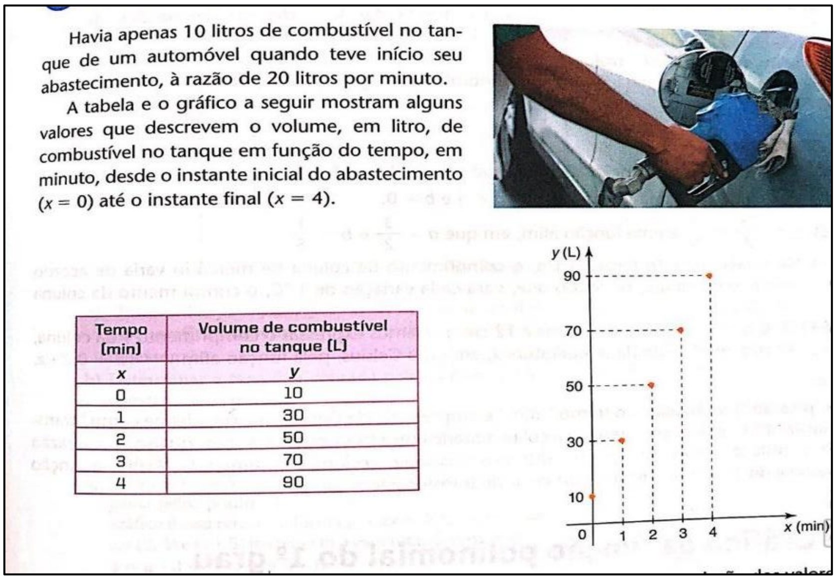
2.2.1 Descrição do Capítulo sobre Função Afim na Coleção Matemática Paiva

A Coleção Matemática Paiva discorre sobre o assunto Função Afim no sexto capítulo, depois de uma sessão que objetiva introduzir aos conceitos iniciais de função. A Função Afim é apresentada a partir de um exemplo, Figura 3, que aborda a variação de combustível durante um abastecimento.

Posteriormente, o autor apresenta um quadro que relaciona o tempo com o volume de combustível no tanque e a representação dos pontos presentes no quadro num sistema de eixos coordenados. As duas representações são colocadas uma ao lado da outra permitindo fazer correlações entre elas e, usando essa estratégia para introduzir uma discussão importante no que se refere à Função Afim, a forma como os valores variam no problema.

O autor aproveita a situação descrita para falar a respeito da taxa de variação, mostrando que ela permanece constante em quaisquer intervalos de tempo.

Figura 3- Exemplo de apresentação do assunto Função Afim.



Havia apenas 10 litros de combustível no tanque de um automóvel quando teve início seu abastecimento, à razão de 20 litros por minuto.

A tabela e o gráfico a seguir mostram alguns valores que descrevem o volume, em litro, de combustível no tanque em função do tempo, em minuto, desde o instante inicial do abastecimento ($x = 0$) até o instante final ($x = 4$).

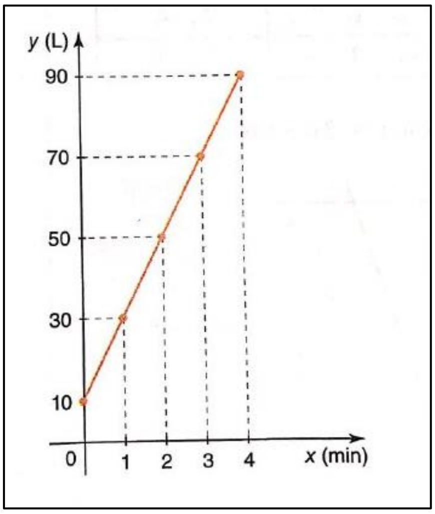
Tempo (min)	Volume de combustível no tanque (L)
x	y
0	10
1	30
2	50
3	70
4	90

Fonte: Paiva (2015, p. 157)

Por meio desse exemplo, Paiva (2015, p.157) afirma: “Em uma função y = f(x), se a taxa de variação é constante, então o gráfico de *f* é formado por pontos de uma reta”.

Essa informação é apoiada pela presença de um esboço de gráfico, Figura 4, evidenciando a reta formada pelos pontos descritos no problema inicial. O autor finaliza essa exemplificação mostrando a lei de associação do problema.

Figura 4- Esboço de gráfico que representa o primeiro exemplo de Função Afim.

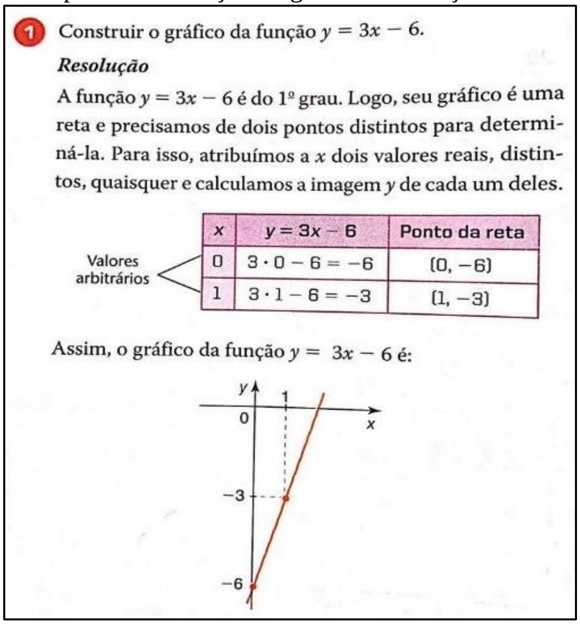


Fonte: Paiva (2015, p. 157).

Uma vez apresentada a Função Afim, o autor parte para a formalização da definição, Paiva (2015, p.158) diz: “Toda função do tipo f(x) = ax + b, com {a, b} ⊂ R e a ≠ 0, é denominada função polinomial do 1º grau ou função afim.” Depois deste ponto, mostra alguns exemplos de Função Afim e determina os coeficientes presentes em cada exemplo.

A próxima etapa deste capítulo dedica-se a falar sobre o gráfico que representa a Função Afim, o autor fala sobre a demonstração de que o gráfico da função polinomial *f* qualquer do primeiro grau é uma reta, mas o que de fato ocorrem são exemplificações como visto na Figura 5:

Figura 5- Exemplo de construção de gráfico na coleção Matemática Paiva.



1 Construir o gráfico da função $y = 3x - 6$.

Resolução

A função $y = 3x - 6$ é do 1º grau. Logo, seu gráfico é uma reta e precisamos de dois pontos distintos para determiná-la. Para isso, atribuímos a x dois valores reais, distintos, quaisquer e calculamos a imagem y de cada um deles.

x	$y = 3x - 6$	Ponto da reta
0	$3 \cdot 0 - 6 = -6$	(0, −6)
1	$3 \cdot 1 - 6 = -3$	(1, −3)

Valores arbitrários

Assim, o gráfico da função $y = 3x - 6$ é:

Fonte: Paiva (2015, p. 158).

Neste momento, são apresentados quatro exemplos envolvendo Gráfico de Função Afim: o primeiro exemplo mostra a construção de um gráfico de função a partir da lei de associação, o segundo aborda os coeficientes presentes na Função Afim a partir do gráfico, os dois exemplos seguintes são problemas contextualizados que exigem interpretação do enunciado, construção de gráfico e análise dos dados. Depois desse ponto, é proposta uma série de exercícios que fazem um apanhado das informações dadas até então.

Uma vez que, se estabeleceu a definição de Função Afim, Paiva (2015) segue para a abordagem de um caso particular. A sessão começa com a definição de Função Linear e com a explicação de que ela é um tipo particular de Função Afim. São apresentados, então, dois exemplos e o autor parte para as propriedades da função linear.

As propriedades descritas são:

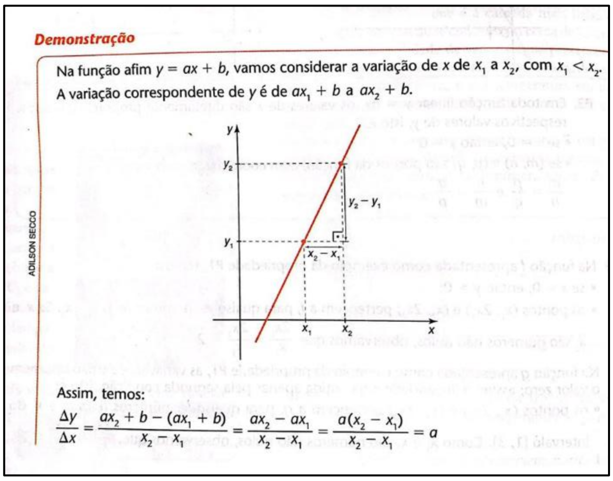
> P1. O gráfico de uma função linear é uma reta que passa pela origem O do sistema, caso o domínio seja R; ou é parte de uma reta que passa por O, caso o domínio seja uma parte de R.
> P2. Em toda função linear y = ax, os valores de x são diretamente proporcionais aos respectivos valores de y, isto é:

Se x = 0, então y = 0;
Se (m, n) e (p, q) são pontos da função, com coordenadas não nulas, então:
$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ e $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$. (PAIVA, 2015, p.161)

Sobre esse tópico o autor deixa, ainda, uma nota a respeito de como a Função Linear pode estar relacionada com fenômenos da física, dando exemplo sobre deformações elásticas e como a intensidade da força F aplicada a uma mola é diretamente proporcional à deformação x de uma mola.

O assunto seguinte a ser explanado é a proporcionalidade na Função Afim, que o autor também chama de taxa de variação. A sessão retoma o primeiro exemplo apresentado na seção e aprofunda um pouco mais a discussão sobre a taxa de variação, agora, utilizando como suporte um esboço de gráfico, apresentado na Figura 6, por meio do qual mostra que $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$.

Figura 6- Demonstração referente à taxa de variação numa Função Afim.



Fonte: Paiva (2015, p. 162).

Com essa informação o autor diferencia Função Linear e Função Não Linear. Paiva (2015) esclarece que na Função Linear, além das variações de Δy serem proporcionais às correspondentes variações Δx, os valores de y são proporcionais aos correspondentes valores de x.

No momento posterior, nas explanações de exercícios, o autor levanta a discussão sobre função crescente e função decrescente, fazendo demonstrações e apresentando exemplos de cada tipo de função.

Até esse ponto, todos os exemplos tratados no capítulo utilizavam contextos em que ocorria necessidade de uso de apenas uma sentença, o autor deixa claro que há situações em que as funções são definidas por mais de uma sentença**.** Esse assunto é introduzido por um texto sobre contribuição do imposto de renda, acompanhado de um quadro contendo as Alíquotas de

Contribuição, Figura 7. Por meio desse exemplo, o autor discute a necessidade de utilização de mais de uma expressão para representar a situação descrita.

Figura 7- Exemplo relacionado a funções definidas por mais de uma sentença.

Acompanhe a situação a seguir.

Em todos os países, os impostos arrecadados dos cidadãos devem ser aplicados na manutenção da estrutura pública e em políticas sociais, econômicas e culturais do Estado. No Brasil, os impostos são arrecadados pela Secretaria da Receita Federal.

O imposto que o contribuinte paga sobre a renda adquirida é chamado de Imposto de Renda (IR). Esse tipo de imposto é calculado em função da renda de cada cidadão, como mostra a tabela progressiva para o cálculo anual do Imposto de Renda de Pessoa Física arrecadado em 2015, com base na renda do ano de 2014.

Imposto de Renda – cálculo anual		
Base de cálculo anual (R$)	**Alíquota (%)**	**Parcela a deduzir do imposto (R$)**
até 21.453,24	0,0	0,00
de 21.453,25 até 32.151,48	7,5	1.608,99
de 32.151,49 até 42.869,16	15,0	4.020,35
de 42.869,17 até 53.565,72	22,5	7.235,54
acima de 53.565,72	27,5	9.913,83

Disponível em: <www.receita.fazenda.gov.br>. Acesso em: 29 jan. 2016.

Por exemplo, uma pessoa que recebeu em 2014 renda total de R$ 25.000,00 deverá pagar R$ 266,01 de imposto de renda, conforme mostram os cálculos abaixo:

$$\underset{\text{alíquota}}{7{,}5\%} \cdot \underset{\text{renda}}{25.000{,}00} - \underset{\text{parcela a deduzir}}{1.608{,}99} = 1.875{,}00 - 1.608{,}99 = 266{,}01$$

De acordo com a tabela, se a renda anual de um cidadão é x reais, então o imposto de renda anual $f(x)$ a pagar, em real, pode ser calculado pela função:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x \leq 21.453{,}24 \\ 0{,}075x - 1.608{,}99, \text{ se } 21.453{,}25 \leq x \leq 32.151{,}48 \\ 0{,}15x - 4.020{,}35, \text{ se } 32.151{,}49 \leq x \leq 42.869{,}16 \\ 0{,}225x - 7.235{,}54, \text{ se } 42.869{,}17 \leq x \leq 53.565{,}72 \\ 0{,}275x - 9.913{,}83, \text{ se } x > 53.565{,}72 \end{cases}$$

Fonte: Paiva (2015, p. 166).

Após essa apresentação, Paiva (2015) coloca um exemplo de construção de gráfico por meio de duas sentenças e, depois, segue para a lista de questões propostas.

Na etapa seguinte, o autor define a variação de sinal e apresenta esse estudo de sinal com os dois casos: função crescente ou decrescente. Posteriormente, são propostos exercícios abordando os conteúdos passados. Uma vez que, essa parte foi consolidada, nas duas sessões seguintes Paiva (2015) abordou as definições de inequação- quociente e inequação- produto e mostrou exemplos resolvidos de cada caso. O assunto encerrou-se com uma lista de exercícios trazendo questões para resolver inequações e apenas uma situação- problema envolvendo o tema.

2.2.2 Atividades propostas no livro Matemática Paiva

Ao longo de todo o capítulo de Função Afim, são propostas atividades de diferentes características e dificuldades, antes de cada bloco de exercícios o autor coloca alguns exemplos já resolvidos.

Valente (2015) classifica os problemas de acordo com a complexidade em: I) exercício de reconhecimento, em que o aluno necessita recordar e reconhecer um fato; II) exercício de algoritmo, que pode ser resolvido com um passo a passo; III) problemas de aplicação, que necessitam da mudança da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática; IV) problemas em aberto, que não deixam claro no enunciado pista alguma para resolução; V) situações-problema, cujas soluções ajudam a manejar as próprias situações.

Dentre as atividades, é possível observar a variação com que são apresentadas. Tem-se exercícios em que a proposta é:

- Reconhecer se a função é crescente ou decrescente, Figura 8:

Figura 8- Identificação de funções crescentes e decrescentes.

Classifique cada uma das funções a seguir em crescente ou decrescente.

a) $y = 9x - 4$

b) $y = 5 - 2x$

c) $y = -\frac{1+x}{4}$

d) $y = \frac{x}{5}$

Fonte: Paiva (2015, p. 159).

Nessa questão, que corresponde ao tipo I) descrito por Valente (2015), o autor pede apenas para que os alunos identifiquem as funções que são crescentes e decrescentes, com isso, espera-se que o aluno saiba identificar a taxa de variação de cada função e a influência que ele exerce na mesma.

- Construção do gráfico a partir da Lei de Formação, mostrado na Figura 9:

Figura 9- Questão sobre construção de gráfico.

Construa o gráfico de cada uma das funções.

a) $y = 2x - 4$

b) $y = -2x - 4$

c) $y = 5x$

d) $y = -5x$

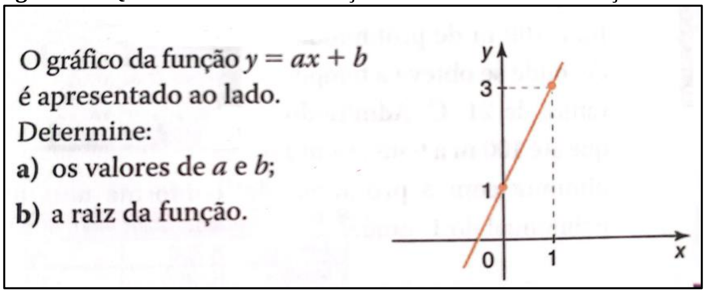
e) $y = \frac{x}{3} + 1$

Fonte: Paiva (2015, p. 159).

Nessa questão, que corresponde ao tipo II descrito por Valente (2015), os alunos poderiam tanto identificar os pontos de intersecção do gráfico da função com os eixos cartesianos, a fim de traçar o gráfico ou determinar, por meio de construção de quadro, as imagens de valores atribuídos para x.

- Determinação dos termos de uma Função Afim a partir do gráfico, Figura 10:

Figura 10- Questão sobre determinação dos termos de uma Função Afim.


O gráfico da função $y = ax + b$ é apresentado ao lado.
Determine:
a) os valores de a e b;
b) a raiz da função.

Fonte: Paiva (2015, p. 159).

Nessa questão, do tipo II, segundo Valente (2015), os alunos podem fazer substituições dos valores de x e y na lei de associação, construindo um sistema, cuja solução traz os valores de a e b. Outra possibilidade, decorre do uso da taxa de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$ e a substituição na forma algébrica. Dado que se chegou aos valores de a e b, a raiz da função é obtida através da resolução de uma equação do primeiro grau.

- Problemas em que é exigido a formação de Lei de Associação a partir de um enunciado, Figura 11;

Figura 11- Questão sobre formação de Lei de Associação de uma Função Afim.

Um terreno que foi comprado por R$ 50.000,00 no dia 1º de janeiro de 2011 valia R$ 59.000,00 no dia 1º de janeiro de 2014. Admitindo que o terreno valorize com o tempo, conforme uma função polinomial do 1º grau:

a) determine a lei de associação que expressa o valor y do terreno, em real, em função do tempo x, em ano;

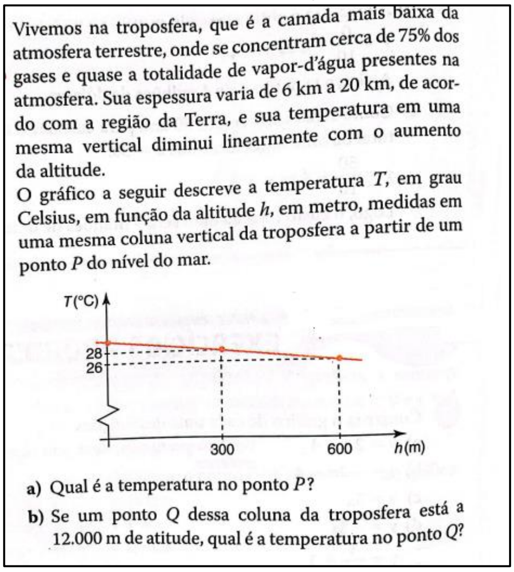
b) calcule o valor do terreno no dia 1º de janeiro de 2022.

Fonte: Paiva (2015, p. 160).

Nessa questão, do tipo III por Valente (2015), o aluno que tenha reforçados os conhecimentos sobre a forma como se estrutura uma Função Afim, pode fazer uma substituição de valores na forma $y = ax + b$, em que o y representaria os valores (em reais) e x o tempo (anos) desse investimento. A letra b seria resolvida fazendo a substituição na lei de associação determinada no item a.

- Problemas que pedem a determinação de algum valor desconhecido a partir do gráfico, exemplificado na Figura 12:

Figura 12- Questão sobre determinação de valores desconhecidos.


Vivemos na troposfera, que é a camada mais baixa da atmosfera terrestre, onde se concentram cerca de 75% dos gases e quase a totalidade de vapor-d'água presentes na atmosfera. Sua espessura varia de 6 km a 20 km, de acordo com a região da Terra, e sua temperatura em uma mesma vertical diminui linearmente com o aumento da altitude.

O gráfico a seguir descreve a temperatura T, em grau Celsius, em função da altitude h, em metro, medidas em uma mesma coluna vertical da troposfera a partir de um ponto P do nível do mar.

a) Qual é a temperatura no ponto P?

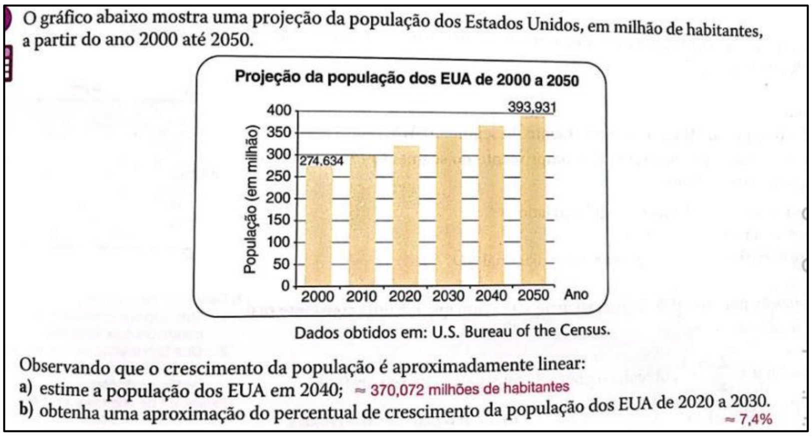
b) Se um ponto Q dessa coluna da troposfera está a 12.000 m de atitude, qual é a temperatura no ponto Q?

Fonte: Paiva (2015, p.160).

Nesse item, que seguindo a classificação de Valente (2015) é do tipo V, uma possibilidade de resolução partiria da determinação dos pares ordenados disponíveis no gráfico e uso dos mesmos da fórmula da taxa de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$. O valor de P seria o coeficiente linear da Função Afim e seria obtido através da substituição de um par ordenado na forma $y = ax+b$.

- Aplicação de Função Afim em outro contexto, Figura 13:

Figura 13- Questão sobre aplicação de Função Afim.


O gráfico abaixo mostra uma projeção da população dos Estados Unidos, em milhão de habitantes, a partir do ano 2000 até 2050.

Observando que o crescimento da população é aproximadamente linear:

a) estime a população dos EUA em 2040; ≈ 370,072 milhões de habitantes

b) obtenha uma aproximação do percentual de crescimento da população dos EUA de 2020 a 2030. ≈ 7,4%

Fonte: Paiva (2015, p.173).

Esse item, diferentemente dos outros, não deixa aparente que se se trata de uma Função Afim, somente usa a expressão "aproximadamente linear", requerendo que os alunos fizessem associação com o assunto em questão, assim, corresponde a questões tipo IV descritas por

Valente (2015). Para resolvê-la, uma estratégia seria determinar a taxa de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$, a fim de estimar o valor do ano de 2040.

Faz-se necessário, a partir dessa apresentação das questões, observar um outro aspecto imprescindível quando se trata de Função Afim: suas aplicações. Este será o assunto do próximo subtópico.

2.2.3 Algumas Aplicações das Funções Afim no livro Matemática Paiva

As Funções, como dito anteriormente, são ferramentas que permitem a aplicação em diversos problemas, característica que auxilia seu estudo, posto que oferecem alternativas mais criativas de trabalho. Por isso, é importante trazer essa visão para o aluno, para que, de fato, perceba a aplicabilidade do que ele estuda com os fenômenos a sua volta.

Ao longo do capítulo, referente a Função Afim do livro Matemática Paiva, são utilizados problemas que associam, por exemplo, situações de análise de gráficos estatísticos e relação entre medidas de temperatura. Embora, problemas como esses não sejam contemplados em exercícios resolvidos, que é uma sessão presente em todos os capítulos, há questões propostas, para que o aluno as resolva baseados nos conceitos apresentados pelo autor.

Entre os assuntos que podem ser abordados dentro da Função Afim destacam-se: as Progressões e Matemática Financeira. O primeiro, não é abordado no livro do primeiro ano, é visto somente no segundo volume, que corresponde ao material do 2º ano do Ensino Médio e não ocorre menção alguma ao assunto durante o estudo da Função Afim.

Paiva (2015) aborda o assunto Matemática Financeira, segundo capítulo, após a apresentação do conteúdo sobre Equações Quadráticas, ou seja, bem antes do início do estudo de Funções, que está presente no capítulo seis.

O autor faz uma introdução sobre porcentagem e, ao abordar o tópico Juro simples, conceitua juros, taxa de juro, capital e montante. Após esse momento, ele estabelece a relação entre os elementos, porém, em instante algum informa que se trata de uma Função Afim, que será estudada mais à frente.

Quando chega no capítulo de Função Afim, efetivamente, além das questões presentes na parte dos exercícios propostos, não ocorre nenhuma retomada dos conceitos anteriormente vistos em Matemática Financeira.

Ao realizar essa breve descrição do capítulo sobre Função Afim no livro Matemática Paiva (2015), pode-se observar o percurso de ideias estabelecido pelo autor para explanar o assunto. Essa visão contribui para perceber como ocorre o ensino da Função Afim, assunto que será aprofundado a seguir.

2.3 O Ensino da Função Afim

Função corresponde a um dos assuntos mais importantes na Matemática, sendo possível utilizá-la em aplicações cotidianas e percebê-la como ferramenta imprescindível para entendimento de fenômenos que ocorrem na vida prática. Sobre isso, Brasil (2002) expôs:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. (BRASIL, 2002, p.121).

Sendo assim, a fluência nesse conteúdo exige que o aluno percorra as diferentes formas que uma função pode ser representada, que de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009) são quatro modos principais: (i) através de enunciados verbais, usando a linguagem natural; (ii) graficamente, usando esquemas, diagramas, gráficos cartesianos e outros gráficos; (iii) aritmeticamente, com recurso a números, tabelas ou pares ordenados; e (iv) algebricamente, usando símbolos literais, fórmulas e correspondências.

Sobre formas de representação, Duval (2012) afirma que a mobilização dos objetos matemáticos só acontece mediante o uso de representações e que elas são essenciais à atividade cognitiva do pensamento. O autor destaca que:

> As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012, p.4).

Compreender como essas representações funcionam e transitam entre elas, facilita o entendimento de como o conhecimento Matemático é construído. Na Função Afim, por exemplo, percorrer por essas representações significa ter ferramentas suficientes para interpretar problemas e analisar fenômenos, que ocorrem nas diversas áreas do conhecimento, como saúde, economia, meio ambiente e outras.

Duval (2012) aponta que existem três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose, são elas: 1) a formação de uma representação identificável, 2) o tratamento de uma representação e 3) a conversão de uma representação. A primeira se refere a realizar um registro respeitando regras de construção, como, por exemplo, compor um texto, desenhar uma figura, expressar uma fórmula. O segundo, por sua vez, está ligado à uma mudança, porém no mesmo registro em que ela foi formada, por exemplo, o aluno para resolver uma equação do primeiro grau, deve isolar a variável, do momento inicial até o final, foram realizadas mudanças, porém todas elas dentro ainda do campo do registro algébrico. Por fim, o terceiro, que se trata de uma mudança de representação, como é o caso de uma Função Afim, associada a uma equação do 1º grau, com o intuito de encontrar a solução e, consequentemente, o zero da Função, a partir desse passo, é possível construir um gráfico. Ou seja: sair do registro algébrico para o registro gráfico, a essa mudança de registro, chama-se conversão entre registros de representação semiótica, Neres (2010).

As dificuldades dos alunos em compreender Matemática decorrem da diversidade e complexidade de transformações semióticas que existem para se representar um objeto matemático, de tal forma, que os alunos só conseguem, de fato, compreender um objeto do conhecimento (conteúdo) matemático, como, por exemplo, as Funções, quando ele consegue produzir, reconhecer e mobilizar diferentes tipos de registros de representação. (DUVAL, 2011).

O estudo de Função Afim tem sua abordagem iniciada no nono ano do Ensino Fundamental, quando chega ao Ensino Médio, espera-se que o aluno esteja preparado para aprofundar seus conhecimentos acerca do tema e possa empregá-lo em novas situações, agora considerando um contexto mais amplo e de maneira inter-relacionada, de modo a possibilitar o entendimento da Matemática de maneira mais integrada (BRASIL, 2018).

Embora seja um assunto que permite a aplicação em diversas situações cotidianas, ainda é possível verificar a dificuldade de muitos estudantes no entendimento sobre Função Afim. D'Ambrósio (2009) destaca que as dificuldades no ensino da Matemática decorrem das deficiências na formação do professor, abordagem de um currículo defasado, ações que privilegiam o "passar conteúdo", avaliação pautada na classificação, preocupação com a repetição e memorização mecânica dos procedimentos, dentre outros.

Ribeiro e Cury (2020) destacam que o formalismo exigido aos alunos no manuseio de equações e funções também é um fator determinante para a dificuldade apresentada pelos estudantes em compreender esse conteúdo. Os autores expõem que, mesmo dentro da comunidade científica, conceitos atrelados às funções foram se modificando, de tal maneira, que a forma como este assunto é estudado nas escolas pode se distanciar muito das primeiras concepções sobre as Funções, uma vez que, foram necessários muitos anos e estudiosos para se chegar ao entendimento atual dessa parte da Matemática.

Sendo assim, é incoerente exigir que alunos, dentro do seu processo de aprendizagem, já conseguissem, de imediato, se apropriar do formalismo exigido com estudo desse objeto do conhecimento (conteúdo). Compreender e resolver uma determinada situação-problema e não conseguir representá-la de maneira “matematicamente correta” não significa que o aluno não sabe Função, apenas que ainda falta apropriar-se de algumas habilidades pertinentes a esse respeito.

Um dos momentos em que é possível identificar as habilidades que os alunos já possuem e as que ainda faltam ser apropriadas diz respeito a avalição, nela os professores destacam os erros dos alunos e percebem as dificuldades que podem estar enfrentando no aprendizado da Função Afim, sobre esse tema será tratada a próxima sessão.

3 CONCEPÇÕES DE ERRO NO PROCESSO DE AVALIAÇÃO

Como já tratado anteriormente, a avaliação no processo educacional está presa às concepções tradicionais. Nessa realidade, o professor transmite o seu conhecimento, o aluno recebe aquelas informações e tenta reproduzi-las de maneira "correta". Para aferir se houve êxito no processo, o professor aplica uma prova, em que utiliza um apanhado de questões que resumem o assunto debatido durante as aulas, na expectativa de que os alunos obterão bom resultado. Posteriormente, chega a hora da correção, o professor destaca as questões que o aluno acertou, as que errou e entrega o resultado, evidenciando se o estudante obteve sucesso ou se fracassou na resolução da prova.

Assim, o processo avaliativo está pautado em eliminar os erros, estes não são tolerados. Errar é sinal de fracasso, demonstra que os objetivos educacionais não foram atendidos e que o aluno precisa passar por uma recuperação (castigo) a fim de que ele atinja o nível esperado pelo professor. Conforme salienta Luckesi (2018):

> A questão do erro, da culpa e do castigo na prática escolar está bastante articulada com a questão da avaliação da aprendizagem. Esta, à medida que se foi desvinculando, ao longo do tempo, da efetiva realidade da aprendizagem para tornar-se um instrumento de ameaça e disciplinamento da personalidade do educando, passou a servir de suporte para a imputação de culpabilidade e para a decisão de castigo. (LUCKESI, 2018, p.58).

A realidade descrita por Luckesi (2018) é comumente vista no contexto escolar e sua superação requer uma completa mudança da forma como é encarado o ato de avaliar, sobre isso, Hoffmann (2009) expõe que é necessário que a avaliação abandone esse significado punitivo, ou ainda, que a avaliação deve ocorrer dentro de um contexto mediador, ou seja, ela não pode estar desvinculada de todo o processo de ensino e deve agir para contribuir na passagem do aluno de um nível de construção do conhecimento para a produção. Sendo assim, o erro seria abordado numa perspectiva construtiva, baseando-se no fato de que o aluno está em pleno processo de aprimoramento e constante superação.

Em consonância com o que foi exposto, De La Torre (2007) destaca que há quatro direções semânticas quando se trata de erro: efeito destrutivo, deturpativo, construtivo e criativo, sendo que, enquanto os dois primeiros sentidos tratam o erro como um resultado, os dois últimos, por sua vez, já se baseiam no entendimento de que o erro faz parte do processo de ensino aprendizagem e, por essa razão, pode ser uma ferramenta de reconhecimento e um meio de se propor situações ou processos para que o aluno perceba suas falhas, sendo base para orientar ações que melhor atendam aos objetivos esperados da aprendizagem. De La Torre (2007) ainda complementa:

> Porque o erro está aí, em qualquer tarefa ou exercício de aula, em qualquer prova de controle ou exame. Necessitamos apenas ter consciência de seu valor positivo como instrumento inovador. Basta dar um novo significado a uma realidade tão difundida quanto distorcida em muitos processos de aprendizagem. O erro é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar. Dito mais peremptoriamente: não há aprendizagem isenta de erros. (DE LA TORRE, 2007, p.27).

Assim, de acordo com o autor, posto que já se sabe que um erro ocorrerá, nada melhor do que se preparar para quando ele vir e saber interpretá-lo de modo a superar possíveis dificuldades dos alunos. Quando se tem essa percepção sobre avaliação, o erro é tratado de maneira mais natural e ameniza tanto para professores quanto para alunos a pressão que uma avaliação tradicional pode exercer em ambos. Tendo-se isso em mente, o capítulo seguinte tratará de aprofundar as ideias a respeito do erro e como ele vem sendo abordado em sala de aula.

O erro é um processo comum na aprendizagem de qualquer disciplina e pode ser ocasionado por vários fatores. Destacar os erros dos estudantes é uma atividade comum, mas restringe-se, predominantemente, a assinalar quais questões estão certas ou estão erradas. Nas sessões seguintes serão mostradas algumas produções que recorreram à Análise de erro como tema de pesquisa, além de trazer a forma como este assunto é debatido pela literatura como prática no processo de ensino aprendizagem da Matemática.

3.1 Produções sobre Análise de Erros

Com a finalidade de investigar a ocorrência de trabalhos que abordem o assunto Análise de Erros, foi realizada uma pesquisa nos repositórios de Universidades Brasileiras. A ocorrência desses trabalhos pode ser vista no Quadro 2.

Quadro 2-Relação de trabalhos envolvendo Análise de Erros em Universidade Públicas.

AUTOR (ES)	ANO	TIPO	INSTITUIÇÃO	SÉRIE E NÍVEL DE ENSINO	TÍTULO
Raul Francisco da Silva Nascimento	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal do Oeste do Pará	Ensino Médio	Análise de erros no processo de resoluções de proporcionalidade.
Thyago Araújo Ferreira	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal do Maranhão	Ensino Médio	Resolução de problemas de probabilidade no ensino médio: uma análise de erros em provas da OBMEP no Maranhão

Virlane Nogueira Melo	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal do Ceará	Ensino Fundamental	Sequência Fedathi e análise de erros aplicadas ao ensino de frações.
Luís Carlos Góis de Oliveira	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal de Sergipe	7º ano do ensino fundamental e 1º ano do ensino médio	Análise de erros cometidos pelos discentes do sétimo ano do ensino fundamental e primeiro ano do ensino médio no estudo dos números racionais na sua forma fracionária
Tiago de Paula Zagnoli	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade de Juiz de Fora	Ensino Médio	Uma análise do erro de um grupo de estudantes do Ensino Médio em uma escola de Juiz de Fora - MG sob a ótica sociocontextual.
Patricia Cacho do Nascimento	2017	DISSERTAÇÃO	Universidade Cruzeiro do Sul	Ensino Superior	Um estudo sobre os erros dos alunos em cálculo diferencial e integral I em um curso de engenharia civil.
Raquel Carneiro Dörr	2017	TESE	Universidade de Brasília	Ensino Superior	ANÁLISES DE APRENDIZAGENS EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira.
Lúcia de Fátima Durão Ferreira	2018	TESE	Universidade Federal de Pernambuco	Ensino Fundamental	UM ESTUDO SOBRE A TRANSIÇÃO DO 5º ANO PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro.
Eliana Teles Portela	2018	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal de Sergipe	9º ano do Ensino Fundamental	APRENDENDO POR MEIO DA ANÁLISE DE ERROS: uma investigação sobre as operações com frações no estudo da função afim.
Jailson da Costa Pontes	2019	TESE	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Ensino Médio	Identificação e caracterização do perfil de erros e dificuldades de aprendizagem nas questões de estatística e probabilidade das provas de matemática do ENEM nos anos de 2013 a 2016 dos aprovados na primeira chamada do SISU para ingressar na UFRN.
José Marcos Nunces do Amarante	2019	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal do Oeste do Pará	Ensino Médio	ANÁLISE DE ERROS: reflexões sobre o ensino de geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP.
Thaís Vendruscolo	2019	DISSERTAÇÃO	Universidade Federal de Santa Maria	Ensino Fundamental	ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA OBMEP: uma proposta de utilização do Geogebra como recurso didático.

José Ferreira dos Santos Júnior	2020	DISSERTAÇÃO	Universidade Estadual da Paraíba	1° Ano do Ensino Médio	A ANÁLISE DIDÁTICA DE ERROS: um estudo com equações do segundo grau.

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

De acordo com o quadro, das 13 produções ocorridas no período de 2017 a 2022, tivemos:

- 6 trabalhos que analisam erros de alunos do Ensino Médio;
- 4 trabalhos contemplam o Ensino Fundamental;
- 1 que analisa Ensino Fundamental e Ensino Médio ao mesmo tempo;
- 2 foram realizadas no Ensino Superior.

A seguir, as produções foram brevemente analisadas, a fim de observar a forma como versam sobre a Análise de Erros, para isso, serão citados o problema da pesquisa, informações sobre a amostra utilizada e os resultados fundamentais de cada produção.

Nascimento (2017a) realizou uma análise sistemática dos erros cometidos pelos alunos na terceira série do Ensino Médio na resolução de questões sobre proporcionalidade, utilizando, para isso, fundamentação teórica de Cury (2007). Na pesquisa realizada, a maior incidência de erros foram aqueles referentes ao entendimento do enunciado, mesmo que o aluno realizasse cálculos corretos e uso equivocado das alternativas para criar argumento de resposta. A conclusão do trabalho realizado trouxe que a visão do docente sobre o erro deve ser na intenção de usá-lo como *feedback* do aluno em relação a aprendizagem.

Ferreira (2017) identificou dificuldades e os principais erros cometidos pelos alunos do Ensino Médio na resolução de problemas de probabilidade, utilizando, para isso, questões de provas da segunda fase da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBMEP). Tendo como principal aporte teórico Cury (2009) o autor fez a análise de erro das respostas dos estudantes, chegando à conclusão que é necessária maior preocupação com o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade, principalmente no que diz respeito à definição clássica.

Melo (2017) desenvolveu sua pesquisa com dez alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino do Ceará. O objetivo foi verificar a aplicabilidade da Sequência Fedathi aliada à Análise de Erros no ensino das Funções, sendo que Neto (2001) e Cury (2015) foram utilizados como fundamentação à pesquisa realizada. Com uma pesquisa de cunho qualitativo, ocorreu uma pesquisa-ação, utilizando como instrumento de levantamento dos dados aplicação de exercícios e questionários. O autor chegou à conclusão que a aplicação da Sequência Fedathi junto à Análise de Erros contribuiu para que os estudantes se mostrassem mais confiantes e interessados pelo conteúdo.

Oliveira (2017) investigou as dificuldades apresentadas por vinte alunos do sétimo ano com relação às quatro operações fundamentais no estudo das Frações e analisou se estas mesmas dificuldades são encontradas em vinte alunos da Primeira Série do Ensino Médio. A pesquisa realizada possui o caráter qualitativo e contou com a aplicação de um questionário aos dois grupos investigados, nos quais o autor verificou várias dificuldades referentes ao manuseio dos algoritmos e ao entendimento dos significados associados às Frações, além disso, verificou-se que as dificuldades enfrentadas pelos alunos na sétima série perduram na Primeira Série do Ensino Médio, mesmo que nesta série os alunos apresentem maior diversidade de estratégias de resolução.

Zagnoli (2017) realizou a pesquisa com 82 alunos do Ensino Médio de uma escola estadual de Juiz de Fora, interpretando a produção dos estudantes, analisando as respostas e categorizando os erros de acordo com os trabalhos de Cury (2007) e De La Torre (2007). O autor investigou se os estudantes com níveis econômicos distintos apresentavam os mesmos tipos de erros nos temas avaliados, chegando à conclusão de que no grupo dos alunos investigados o nível socioeconômico não se mostrou decisivo aos tipos de erros verificados.

Nascimento (2017b) realizou uma pesquisa qualitativa, com objetivo de analisar os erros apresentados por 40 alunos do curso de Engenharia Civil, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, em relação ao conteúdo de integrais, em uma faculdade particular de São Paulo – SP. Os resultados apresentados, demonstram que os participantes da pesquisa apresentaram dificuldades básicas que interferem decisivamente na compreensão e assimilação dos assuntos trabalhados na educação superior, os erros mais verificados dizem respeito às propriedades das potências, frações e aplicação das regras de integração.

Doör (2017) realizou sua pesquisa, de natureza qualitativa, investigando as produções de 20 estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em uma universidade Pública do Centro-Oeste. A autora aplicou um pré-teste e fez análise das respostas, além disso, acompanhou o desenvolvimento de grupos de estudos, realizando o monitoramento, o acompanhamento, mediação e apoio aos trabalhos com ajuda de monitores, analisando também as resoluções dos estudantes. Também ocorreu a aplicação de entrevistas com estudantes e professores a fim de investigar as percepções sobre as aprendizagens sobre Cálculo. A conclusão da pesquisa mostrou que apesar de os estudantes terem afirmado não terem tido dificuldades com as aprendizagens matemáticas no Ensino Básico, quando ingressam no curso superior e são confrontados com exigências de conhecimentos que não tiveram acesso anteriormente, demonstram dificuldades em assuntos referentes ao Ensino Fundamental, tais como fatoração, propriedade distributiva e determinação de valor de uma função.

Ferreira (2018) investigou as dificuldades de 22 alunos nos conteúdos de área e perímetro ao longo de três anos letivos, do 5º ano ao 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola de Recife. A pesquisadora, aplicou um instrumento avaliativo ao final do 5º ano e realizou um pós-teste com os mesmos alunos no início do 7º ano.

O objetivo era investigar fatores de natureza epistemológica, cognitiva, didática e pedagógica relativos à transição entre a primeira e a segunda etapa do ensino fundamental, buscando analisar o modo como os estudantes lidam com os objetos de saber: área e perímetro. Além disso, a pesquisadora analisou também os livros didáticos de Matemática adotados na escola, bem como, investigou comparativamente o 5º ano e o 6º ano com base em documentos oficiais, além do uso de entrevistas.

Os resultados da pesquisa apontam que instabilidades sobre conceitos de área e perímetro permaneceram em relação ao pós-teste. Sobre os livros didáticos, percebeu-se que houve a predominância de tarefas associadas às medidas, onde o aspecto numérico era o central. Por fim, a pesquisa revelou que é necessário reforçar estratégias que visem acompanhar não só o conteúdo que deve ser ensinado em cada nível, mas como determinado conteúdo está sendo ensinado e os aspectos ao seu entorno.

Portela (2018) investigou quais as dificuldades apresentadas por 18 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e atividades que envolvem as operações com frações aplicadas numa Função Afim. A pesquisa realizada teve cunho qualitativo e começou com a aplicação de um questionário, com a finalidade de verificar o nível de aprendizado dos estudantes nas operações com números racionais, depois utilizou-se uma atividade de Análise de Erro para que os discentes identificassem os erros e acertos de cada item, o questionário seguinte tinha por objetivo verificar se, após a explicação, os alunos reverteriam os resultados encontrados no primeiro questionário e, por fim, o terceiro questionário que buscou verificar se os estudantes conseguiram assimilar os conceitos trabalhados.

Os erros mais comuns verificados dizem respeito à adição de frações com denominadores diferentes e a multiplicação de um número inteiro por uma fração. A conclusão da pesquisa revela que a produção escrita dos alunos tem muito a ser explorada, pois a partir da análise das repostas pode-se fazer a retomada do conteúdo e permitir um olhar diferenciado para a aprendizagem e para o ensino.

Pontes (2019) estudou o perfil de erros e dificuldades de aprendizagem dos conteúdos de Estatística e Probabilidade nas provas do ENEM em estudantes aprovados para ingressar na

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, usando como referencial Cury (2007; 2008) Borasi (1985) e Radatz (1979) o autor traçou o perfil dos aprovados, observando que a maior parte deles é do sexo masculino e de faixa etária entre 18 a 20 anos, com relação a análise das respostas, notou-se que os erros observados dizem respeito a não determinar a hierarquia das operações, uso errado dos dados, erros ao interpretar as informações provenientes de gráficos , quadros e tabelas.

Amarante (2019) analisou os erros cometidos por alunos da terceira série do ensino médio de uma escola pública estadual de Óbidos- PA na resolução de questões retiradas da segunda etapa da OBMEP, para isso, utilizou a metodologia de Analise de erros de Cury (2007). Os resultados obtidos apontam dificuldades dos alunos em conteúdos básicos, que deveriam ter sido consolidados nas séries iniciais.

Vendruscolo (2019) executou uma pesquisa cujo objetivo principal foi verificar as contribuições que a análise de erros associada ao uso do Geogebra pode fornecer para a apropriação das grandezas: perímetro e área. Na pesquisa, contou com a participação de doze alunos do 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Polêsine – RS, utilizando, para isso, questões adaptadas da OBMEP. A autora plicou o primeiro teste e utilizou a categorização de Radatz (1979) como base para a análise dos erros e, posteriormente, utilizou o Geogebra como ferramenta alternativa para abordagem de outras questões, assim, pôde-se verificar uma melhora no desempenho dos alunos ao resolver os testes na primeira aplicação em relação à segunda.

Santos Júnior (2020), a fim de compreender o papel do erro no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, investigou a produção de 19 alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau. Para isso, foi aplicado um teste com os estudantes, a partir dos quais realizou-se a categorização e análise dos erros, além disso, o autor realizou entrevistas com os professores. A partir do estudo, o autor percebeu que em todas as situações propostas, o índice de erro foi muito elevado, evidenciando as profundas deficiências dos estudantes no assunto abordado. Com relação aos professores, observou-se que embora eles tenham boa iniciativa e compreendam a relevância do erro, ainda lhes falta conhecimento teórico acerca de como utilizar o erro com vistas a melhorar o processo de ensino aprendizagem.

Ao realizar a leituras das produções citadas acima foi possível notar que, apesar de a avaliação ser uma etapa recorrente em qualquer ambiente escolar, realizar uma correção que tenha como objetivo encontrar as razões do erro ao invés de apenas sinalizá-lo não é comum, tanto professores quanto alunos participantes das pesquisas são convidados a pensar sob outra ótica de trabalho.

No dia a dia da escola, os déficits de aprendizagem dos estudantes são conhecidos e comentados, mas sempre ficam no campo da superficialidade, generalização e do senso comum. Utilizar técnicas formalizadas e com um objetivo firmado de não apenas quantificar e classificar os estudantes reforça o compromisso da escola com aprendizagem e democratização do ensino.

3.2 O sentido do erro no ato de aprender

É comum deparar-se com situações em que os seguintes ditados podem ser usados: “errar é humano”, “é errando que se aprende”, “todo mundo erra”. É comum e é natural proferir qualquer uma dessas frases, pois já é sabido por todos que as pessoas são passíveis de erro. Quantas vezes a criança cai ou deixa objetos caírem até que consiga desenvolver plenamente suas habilidades motoras? Quantas vezes experimentos científicos precisaram ser repetidos e reelaborados ao longo da história até que se chegasse a um resultado esperado? O erro faz parte do percurso da aprendizagem. Sobre esse assunto, Pépin (2018) diz:

> Quando nos enganamos, quando fracassamos, manifestamos nossa verdade de seres humanos: não somos nem animais determinados pelos nossos instintos, nem máquinas perfeitamente programadas, nem deuses. Somos passíveis de fracasso porque somos homens e porque somos livres: livres para nos enganar, livres para nos corrigir, livres para progredir. (PÉPIN, 2018, p.12).

A partir desse ponto, deve-se pensar que é necessário abandonar essa postura punitiva ao falar sobre o fracasso, dado que ele nos conduz a novas experiências e possibilidades de ação. Reconstruímos percepções, estabelecemos novas conexões, lançamos mão de novas estratégias e nos preparamos para o próximo passo: a superação.

Bachelard (1996, p. 17) corrobora com essa ideia ao afirmar que para desenvolver o conhecimento científico é necessário superar os obstáculos, o que o autor chama de “autêntico arrependimento intelectual”, ele afirma ainda que “o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é ‘obstáculo à espiritualização’”.

Dessa maneira, a construção do conhecimento científico depende do contínuo questionamento, de modo a responder aos fenômenos que estão sendo alvo de investigação e superar conceitos anteriores que já não solucionam ou contemplam todas as especificidades dos problemas analisados e é dessa maneira que a ciência evolui. Ainda de acordo com Bachelard (1996):

> Logo, toda cultura científica deve começar, como será longamente explicado, por uma catarse intelectual e afetiva. Resta, então, a tarefa mais difícil: colocar a cultura científica em estado de mobilização permanente, substituir o saber fechado e estático por um conhecimento aberto e dinâmico, dialetizar todas as variáveis experimentais, oferecer enfim à razão razões para evoluir. (BACHELARD, 1996, p. 24)

Mesmo assim, o erro normalmente é taxado como algo terrível, fazendo com que muitas pessoas não assumam seus equívocos ou, pior, atribuam às outras a culpa pelo seu erro. Essas atitudes refletem a forma como a sociedade trata o erro, embora, todos saibam que o ato de errar seja um processo natural, poucos sabem lidar com ele.

Quando se trata do ambiente escolar, o tratamento do erro sob a ótica punitiva se consolida de tal forma, que gera nos alunos o medo e bloqueios nos estudos. O tema não é abordado de maneira natural nas escolas, na verdade, a cultura do “fazer medo” é combustível para muitas das ações praticadas no ambiente educacional, que normalmente é ameaçar o aluno sobre ele ficar com nota baixa e não passar de ano, sem contar nas situações em sala de aula em que os alunos são ridicularizados por não saberem determinada pergunta ou não responderem da maneira esperada pelo professor. (LUCKESI, 2018). O autor ainda expõe:

> Os professores utilizam as provas como instrumentos de ameaça e tortura prévia dos alunos, protestando ser um elemento motivador da aprendizagem. Quando o professor sente que seu trabalho não está surtindo o efeito esperado, anuncia aos seus alunos: "Estudem! Caso contrário, vocês poderão se dar mal no dia da prova". Quando observa que os alunos estão indisciplinados, é comum o uso da expressão: "Fiquem quietos! Prestem atenção! O dia da prova vem aí e vocês verão o que vai acontecer". Ou, então, ocorre um terrorismo homeopático. A cada dia o professor vai anunciando uma pequena ameaça. (LUCKESI, 2018, p. 18).

Ou seja, de acordo com o teórico, a prática avaliativa da escola está mais voltada para a manutenção do controle do que propriamente fornecer meios de melhorar a aprendizagem dos estudantes.

As consequências dessas atitudes são, justamente, alunos que não se permitem errar, mas isso não significa que eles busquem a excelência no desempenho das suas atividades, a verdade é que muitos desistem antes mesmo de tentar. Sobre isso Pépin (2018, p.12) escreveu que “como professor de filosofia do ensino médio, vejo muitas vezes alunos atormentados por suas notas baixas. É evidente que nunca lhes disseram que um ser humano pode fracassar.”

Escobar (2020) alerta, por sua vez, que algumas correções feitas nas atividades, como aquelas em que o professor exige rigor matemático exacerbado ou que não aceita a resposta do aluno quando este desenvolve a questão de maneira diferente da idealizada pelo professor, podem desestimular os estudantes no estudo da Matemática, pois podem dar a impressão de que os alunos não são capazes de resolvê-las, uma vez que sempre as respostas apresentadas são tidas como erradas.

Duas realidades são bem comuns na escola: por um lado, tem-se alunos temerosos pela ideia de não conseguirem atingir a média esperada e, por outro, é possível enxergar estudantes que somente estão presentes, eles sentam ao “fundo” da sala e, quando o professor lhes passa alguma atividade, não rabiscam nada, nem ao menos tentam.

Denominando de fracasso escolar, Sacristán (2018, p.30) afirma que “quando os interesses dos alunos não encontram algum reflexo na cultura escolar, se mostram refratários a esta sob múltiplas reações possíveis: recusa, confronto, desmotivação, fuga, etc.” Essa questão perpassa pela forma como os alunos são avaliados, pois o processo avaliativo, como visto anteriormente, está intimamente relacionado com o contexto escolar. Possivelmente, estas atitudes por parte de alguns estudantes são frutos de anos de frustração e acúmulo de dúvidas, que os distanciaram ainda mais da participação das aulas. Tendo-se me vista essa realidade, busca-se aprofundar a discussão sobre o erro no ensino e aprendizagem de Matemática.

3.3 A Abordagem do Erro no Ensino e Aprendizagem de Matemática

A Matemática normalmente é vista pelos alunos como complicada e de difícil assimilação e essa visão está arraigada ao processo de ensino aprendizagem dessa disciplina. Por um lado, os estudantes não conseguem associar os assuntos que são trabalhados em sala de aula com o que eles vivenciam no seu cotidiano e, por outro, a escola, algumas vezes, utiliza práticas autoritárias, como já visto em tópicos anteriores do presente trabalho.

A heterogeneidade é presente nas salas de aulas, como aborda Lorenzato (2010, p. 33) ao afirmar que “não existem alunos iguais: há diferenças entre alunos de uma mesma série, entre os de uma mesma turma; entre distintos momentos de um mesmo aluno.” Ou ainda, na fala de Zabala (1998, p.199) “aceitamos que cada aluno chega à escola com uma bagagem determinada e diferente em relação às experiências vividas, conforme o ambiente sócio- cultural e familiar em que vive, e condicionado por suas características pessoais”. Ou seja, a pluralidade de ideias, culturas, vivências que é a realidade da sala de aula e, por isso, essa caraterística deve ser levada em consideração ao propor estratégias voltadas para o ensino.

Conforme complementa Zabala (1998):

> As aprendizagens dependem das características singulares de cada um dos aprendizes, correspondem, em grande parte, às experiências que cada um viveu desde o

> nascimento; a forma como aprende e o ritmo de aprendizagem variam segundo as capacidades, motivações e interesses de cada um dos meninos e meninas; enfim, a maneira e a forma como se produzem as aprendizagens são o resultado de processos que sempre são singulares e pessoais. (ZABALA, 1998, p.34).

Desse modo, trabalhar a Matemática considerando a vivência do aluno é uma necessidade real e contribui para aproximar dos educandos o entendimento mais facilitado dos conceitos matemáticos. Conceber o estudo da Matemática a partir dessa perspectiva é uma forte ferramenta para a superação dos desafios no ensino dessa disciplina, em razão de que ela promove a aquisição democrática do saber matemático. (LORENZATO, 2010).

É importante também perceber que conferir atenção à diversidade cultural não significa levar ao isolamento, pelo contrário, a partir de um tratamento que leve em consideração as diversidades encontradas é possível ajudar os alunos a perceberem a Matemática como um instrumento que permita aproximar os indivíduos e culturas. (UNESCO, 2016).

Para aproveitar a vivência do aluno é necessário, antes de tudo, conhecê-lo. Ao conhecer o aluno é possível evitar que, na prática pedagógica, seja abordado um assunto cujo entendimento requer um saber que o estudante ainda não adquiriu ou, ainda, adiar a abordagem de algum assunto por prejulgar que o aluno não teria condições de aprendê-lo. (LORENZATO, 2010).

Em sala de aula é possível observar alunos de todos os tipos e dificuldades: há aqueles que executam as operações de maneira correta, porém não sabem aplicar as técnicas na resolução de problemas, ocorre também aqueles que apresentam dificuldades desde os conceitos mais básicos e ainda os que cometem pequenos erros, porém é possível notar que eles compreendem o processo e apenas cometeram um deslize.

A postura do professor frente ao erro do aluno ajuda a incentivar esse sentimento de que a Matemática não é pra todo mundo e que é normal não conseguir entendê-la, isso porque normalmente o professor tem uma posição mais inflexível no processo de ensino aprendizagem. Valente (2015) destaca nos seus estudos que, ao serem questionados, os educadores dessa disciplina afirmaram acreditar que o domínio do conteúdo supera a necessidade de saberes relacionados à prática docente, comportamento esse que o autor chama de *habitus* do docente de Matemática.

Segundo Varizo (2006) ainda há os que afirmam que se aprende a ensinar matemática imitando outros professores, decorando o livro didático e praticando muito, o que a teórica diz se tratar de uma técnica vazia, que afasta das pessoas a percepção de que existem saberes matemáticos pedagógicos que possibilitam a democratização do ensino dessa disciplina.

A partir das constatações trazidas pelos estudiosos, é possível notar que a docência matemática está impregnada de concepções tradicionais. Nesse contexto, o erro também é contemplado através de uma visão arcaica. A forma como o erro é percebido em sala de aula é comentada por Cury (2019):

> Em geral, o erro é execrado, e o aluno teme a reação do professor se não consegue dar a resposta esperada. Muitas vezes, cria-se uma reação em cadeia: o estudante escondendo seu erro para não ser punido; o professor tentando fazê-lo cair nas "ciladas" em questões que apresentam exatamente as dificuldades que o aluno oculta ou, até mesmo, não se dá conta da existência. (CURY, 2019, l. 1399).

A autora reforça uma característica constantemente dada ao professor de Matemática, que costumeiramente é tido como mais rígido, aquele que mais reprova, o que menos dá "segundas chances", isso passou a fazer parte da forma como o educador é percebido pelos estudantes. Esse comportamento, às vezes incentivado pelo pensamento de que os alunos respeitarão mais o professor e manterão mais a atenção naquilo que é dito, acaba tendo o efeito contrário, pois causa um afastamento do professor em relação aos discentes, estes, por sua vez, não se sentirão confortáveis para questionar quando tiverem dúvidas.

Por outro lado, quando o professor age como um mediador, seu objetivo não é eliminar as dificuldades que podem existir na resolução de algum problema matemático, tampouco dificultar questões para que estas ocasionem em erros, a função do educador está ligada a usar esse erro, quando ele surgir, como estratégia pedagógica. (DE LA TORRE, 2007).

O erro, dessa maneira, deve ser encarado como uma pista a partir da qual o professor poderá de fato conhecer o seu aluno e seria este o ponto de partida para superar as dificuldades sentidas no processo de ensino aprendizagem de Matemática. Sobre essa questão, Cury (2019) afirma:

> Se focalizarmos a natureza da Matemática em si, a eliminação do erro está ligada ao entendimento da incompreensão do aluno sobre o conceito apresentado e à retomada do assunto sob novos enfoques, se pretendemos explorar o erro, esse pode nos levar à reflexão sobre os limites e características da própria Matemática. (CURY, 2019, p. 9).

Dessa forma, é grande a necessidade de o erro ser tratado sob uma nova perspectiva, sempre considerando que o papel do professor no processo é conduzir situações em que o erro venha a ocorrer. Pinto (1998) ressalta que é postura comum do professor de Matemática realizar correções no quadro para todos os alunos, com o objetivo de retomar algum assunto que tenha deixado dúvidas para os estudantes. A autora, porém, afirma que essa atitude por parte dos professores não permite acompanhar o desempenho geral do grupo, uma vez que, assim, dificilmente o docente perceberá quais dos estudantes compreenderam o que de fato erraram e como podem superar essa dificuldade.

É prática comum dos professores realizarem *feedbacks* como orientação para melhorar o desempenho dos estudantes, em virtude de deixar claro para o aluno o nível em que ele se encontra e oferece uma comparação dos seus desempenhos anteriores. Porém, ao realizar essa ponderação, pode ocorrer uma tendência que a informação chegue de maneira desigual aos alunos, privilegiando aqueles que acertaram mais, ou que sentam mais afrente na sala, os rapazes, os alunos das etnias dominantes. (FERNANDES, 2009).

Portanto, é importante repensar as práticas e redefinir estratégias. O professor quando apenas aponta na prova o que está certo e o que está errado não expõe ao aluno nenhuma outra informação a não ser aquilo em que este falhou, porém, muito possivelmente, o aluno já esperava o resultado ruim, pois ele vem como consequência de uma série de dúvidas que o aluno acumulou.

Outra situação preocupante é descrita por Escobar (2020):

> Diversos são os professores que transferem a culpa do erro para os alunos. Para esses profissionais, todo o conteúdo esboçado em sala de aula deveria ser assimilado, ou melhor, decorado pelos alunos, pois, já que o docente falou ou escreveu sobre o conteúdo, os estudantes não têm mais o direito de errarem. Tais professores, em nenhum momento, responsabilizam-se pelos índices de erros, acreditando que a aprendizagem ocorra por transmissão. (ESCOBAR, 2020, p.35).

A partir da ideia do autor, percebe-se que o ensino tradicional é ambiente propício para a difusão da ideia negativa do erro, uma vez que, nessa realidade, o professor privilegia transmissão de conhecimento.

Escobar (2020) enfatiza também que o erro não é, logicamente, somente culpa do professor, visto que o desenvolvimento eficiente do ensino aprendizado depende de outros fatores como: facilidades particulares dos alunos com determinados conteúdos, interesse na disciplina, dedicação dos estudantes nos estudos, dentre outros.

O autor alerta, porém, que é preciso ter cuidado sobre a postura que os docentes apresentam frente ao sucesso e ao erro cometido pelo aluno, pois é comum que, no primeiro caso, o professor divida as glórias e se sinta responsável pela conquista, na segunda situação, a mesma postura não é análoga. Por isso, o erro precisa ser visto como algo construtivo, pois, dessa maneira, ele colaborará com a autoestima dos estudantes.

Pode-se acrescentar também as correções coletivas que se baseiem em constrangimento e exposição dos alunos, onde o professor procura, dentre os estudantes, aquele que está mais vulnerável e, então, o regente pergunta o que já sabe que o estudante não domina (LUCKESI, 2018). Ou, ainda, o que descreve Escobar (2020, p.37) “há aulas em que impera o medo, por parte dos alunos, de fazerem alguma pergunta e sofrerem represália do professor, ou serem alvo de risadas por parte dos colegas de classe, atos que devem ser evitados pelos docentes.” Utilizar esses mecanismos é contribuir para que o aluno se sinta desconfortável durante o processo avaliativo, fazendo- o querer participar cada vez menos das aulas e que ele fique menos à vontade para tirar suas dúvidas.

Posto que o erro, como uma ferramenta de análise, é uma estratégia positiva na superação das dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos alunos, busca-se mostrar como, efetivamente, o seu uso pode ocorrer no processo avaliativo, o que requer, dentre outros fatores, que o erro seja categorizado.

4 CATEGORIZAÇÃO DOS ERROS

Processos tradicionais de correção se limitam a verificar se "está certo ou se está errado", não dando espaço para verificação das razões que levaram o aluno a errar. Normalmente, o pensamento comum ao realizar a correção das atividades dos alunos é associar o seu erro com a falta de conhecimento, o que nem sempre é o que ocorre.

O erro pode ser ocasionado por diversos fatores, seja por uma má interpretação dos dados apresentados na questão, por não dominar determinado conceito, por falta de atenção, por erro na escrita matemática, dentre outros. Saber identificar o erro cometido pelos estudantes é importante, porém uma tarefa difícil. (LORENZATO, 2010).

Cury (2019) descreve uma estratégia para a realização da análise de erros, que passa pelo preparo das informações e estabelecimentos de códigos para identificar cada elemento da amostra, posteriormente define as unidades de análise segundo critérios previamente definidos, em seguida, ocorre o agrupamento das resoluções que compartilham do mesmo código de identificação.

Vários pesquisadores procuraram categorizar erros que ocorriam e determinar o que poderiam ocasionar cada um deles. Serão abordadas algumas dessas categorizações feitas.

Uma forma com a qual o erro pode ser categorizado é apresentado por De La Torre (2007) que trata o estudo das respostas dos alunos sob três perspectivas: entrada, organização e execução. Estas, por sua vez, se subdividem, sendo que a primeira classifica os erros em: de intenção, de percepção e de compreensão. A segunda, têm os erros divididos em: de análise e síntese, de ordenação e de conexão e, por fim, a terceira, cujos os erros se dividem em mecânicos, operacionais e estratégicos.

Booth (1984 *apud* ENGLER *et. al*., 2004) descreve as seguintes categorias: erros no entendimento e manipulação dos símbolos e letras utilizadas; limitação dos alunos referente a entender o objetivo da atividade proposta e conseguir percorrer caminhos mais adequados para a resolução de um problema dado; falta de compreensão dos alunos em aritmética; uso inadequado de regras e procedimentos.

Por sua vez, Radatz (1979, *apud* PONTES, 2019), utilizou as seguintes categorias: erros cometidos por dificuldades de linguagem; erros cometidos por dificuldades na obtenção de informações espaciais; erros cometidos no domínio deficiente de pré-requisitos de habilidades, fatos e conceitos; erros por fazerem associações incorretas ou por rigidez do pensamento; e, erros cometidos na aplicação de regras e estratégias irrelevantes.

É importante abordar também a categorização apresentada por Movshovitz-Hadar *et al* (1987, *apud* BRUM, 2013) que faz as seguintes distinções: erro quanto ao uso dos dados; erro quando à linguagem mal interpretada; erro referente à definição ou teorema distorcido, erros técnicos, cópia dos dados sem solução, erros que não foram compreendidos pelos pesquisadores e, por fim, erros por distração.

Embora Zabala (1998) não fale diretamente sobre categorização de erros, o autor trata a respeito da aprendizagem dos conteúdos, levando em consideração a sua tipologia, que, segundo o autor, pode ser: factual, conceitual, procedimental e atitudinal.

O primeiro diz respeito ao conhecimento de fatos, acontecimentos e dados. O segundo, que associa conceito e princípio, trata sobre o conjunto de fatos, objetos e símbolo, as mudanças que se reproduzem sobre eles e as relações de causa e efeito ou de correlação que se estabelecem entre eles. O terceiro, versa sobre todas as regras, técnicas, métodos, habilidades dirigidas para se alcançar determinado objetivo. Por fim, o quarto, que, segundo Zabala (1998, p. 48) "engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas".

Embora o autor faça essa classificação, ele salienta que os tipos de conteúdo não ocorrem dissociados um do outro e afirma: "Uma aprendizagem significativa de fatos envolve sempre a associação dos fatos aos conceitos que permitem transformar este conhecimento em instrumento para concepção e interpretação das situações ou fenômenos que explicam." (ZABALA, 1998, p. 202). Ou seja, o teórico fala a respeito da relação estreita existente entre o conhecimento do conteúdo factual e o conceitual. Além disso, o autor expressa que na avaliação de conteúdos atitudinais, em virtude das suas características, a fonte de informação é oriunda de debates e atividades grupais.

A teoria defendida por Zabala (1998) fornece suporte teórico necessário a realização da análise de erro, pois estabelece critérios de organização de conteúdos e permite a identificação com mais precisão das intenções educativas.

Dessa forma, as teorias e discussões levantadas pelos autores apresentados até aqui foram basilares para o percurso metodológico que será apresentado a seguir.

5 PERCURSO METODOLÓGICO

Tendo-se em vista que o presente estudo busca investigar os erros cometidos pelos alunos de uma escola pública estadual do Maranhão na resolução de questões sobre Função Afim e, numa visão mais ampla, verificar as contribuições da Análise de Erros no ensino e aprendizado da Matemática, optou-se por uma metodologia de investigação que explora uma base qualitativa.

A investigação ocorreu em três etapas. Na primeira, foram aplicados dois questionários semiestruturados, um para os alunos e o outro para os professores das turmas pesquisadas, aos alunos, as perguntas eram direcionadas a como eles encaravam o processo de correção das atividades, se tinham medo de tentar resolver as questões e como faziam para tirar as suas dúvidas. Já aos discentes, os questionamentos diziam respeito a como faziam as correções das atividades e como interpretavam os erros cometidos pelos estudantes nas resoluções.

Na segunda etapa, o instrumento avaliativo, contendo as questões sobre Função Afim, foi aplicado aos estudantes. Esse teste tratava-se de uma verificação de aprendizagem do conteúdo, visto que Função Afim já havia sido abordada, em todas as turmas pesquisadas, no primeiro semestre de 2021. Por fim, na terceira etapa, as respostas foram analisadas a partir do viés da Análise de Erros.

No desenvolvimento da pesquisa procurou-se responder ao seguinte problema de pesquisa: **Quais as contribuições da análise de erros para o ensino aprendizagem da Função Afim na Primeira Série do Ensino Médio?**

Para conduzir as ações que permitiriam responder esse questionamento, foram elaboradas questões que nortearam a investigação: a) Qual é a concepção do professor de Matemática a respeito do erro do aluno na resolução de problemas sobre Função Afim? b) Qual a atitude do professor de Matemática frente ao erro do aluno na resolução de problemas? c) Quais conhecimentos os professores têm sobre a análise de erros? d) Como o erro é encarado pelo aluno da Primeira Série do Ensino Médio? e) Como a análise de erro pode ser adotada como ferramenta de melhoria da aprendizagem da Função Afim?

Com o intuito de responder aos questionamentos propostos sobre como a Análise de Erros pode contribuir no processo de ensino aprendizagem da Função Afim e perceber quais os erros cometidos pelos alunos na resolução de questões sobre o tema, realizou-se a presente pesquisa cujo objetivo geral, conforme citado anteriormente, é: investigar os erros em resolução de problemas sobre Função Afim. Para alcançá-lo, traçou-se os objetivos específicos: a) analisar as estratégias de resolução de problemas envolvendo Função Afim; b) classificar os erros cometidos pelos alunos na resolução dos problemas; c) compreender dificuldades que os alunos apresentam no estudo de Função Afim; d) analisar opiniões de professores acerca dos erros cometidos pelos alunos; e) verificar se a análise de erros oferece ferramentas para a melhoria da aprendizagem da Função Afim.

A presente pesquisa se ambienta em uma escola pública estadual na cidade de São Luís-MA. A instituição contava, no ano de 2021, com 345 alunos matriculados, distribuídos nos três turnos.

Embora seja uma escola estadual, ela ainda possui uma turma do 9º ano do ensino Fundamental, que foi criada por conta da alta demanda na região. Nos últimos dados divulgados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), a escola atingiu, para esta série, no ano de 2019, nota 3,9, ficando abaixo da meta estabelecida pelo INEP. (BRASIL, 2020b).

Em virtude da pandemia de COVID-19, a escola atuou até meados de 2021 com o ensino remoto, através da utilização de plataformas, tais como Google Sala de Aula e *WhatsApp*. Os alunos que tinham acesso aos recursos multimídias em casa puderam acompanhar aulas síncronas e assíncronas, enquanto os alunos que não dispunham dos equipamentos realizavam atividades escritas que eram buscadas e devolvidas na escola.

Determinadas pelas Diretrizes Pedagógicas para o Retorno Híbrido das Escolas da Rede Estadual de Ensino do Maranhão, as aulas presenciais se iniciaram em agosto de 2021. De acordo com o documento, cada turma foi dividida em dois grupos, que revezavam semanalmente sua presença na escola. Aqueles que ficavam em casa, deveriam resolver as atividades que eram passadas no momento presencial.

A partir de 18 de outubro de 2021, mediante o avanço da vacinação e diminuição dos casos de COVID, foi autorizada a volta presencial de todos os estudantes, porém, por conta de uma greve de ônibus deflagrada na cidade de São Luís – MA em 21 de outubro de 2021 e que durou 12 dias, as aulas presenciais tiveram que ser suspensas e a escola voltou a operar através de aulas online síncronas e assíncronas. Somente a partir de 03 de novembro de 2021, com o fim da greve de motoristas, as aulas puderam finalmente retornar.

A aplicação dos instrumentos de pesquisa ocorreu em um momento em que as turmas ainda estavam divididas em grupos, desse modo, ela não pôde ser realizada em um único dia. Uma questão importante que se refere à aplicação diz respeito à dificuldade de conseguir um quantitativo que englobasse a maioria dos estudantes das turmas em questão.

Ao longo da pandemia, a escola sofreu com o número elevado de faltosos e evadidos, mesmo no momento em que as aulas presenciais já haviam retornado e vigorava o revezamento de estudantes. Esse fator, além de dificultar a realização da pesquisa, revela parte dos desafios enfrentados pelos professores para realizar suas atividades, tentando manter a continuidade e fluidez do trabalho efetuado. Com todas essas dificuldades, o percentual dos estudantes participantes na presente pesquisa corresponde a 68,1% dos alunos matriculados nas turmas analisadas.

Os participantes da pesquisa foram 64 estudantes de três turmas: 100MAT, 101MAT e 100VESP, com 22, 24 e 18 alunos, respetivamente, sendo eles da Primeira Série do Ensino Médio de uma escola pública estadual, bem como os professores de Matemática que atuam na série em questão.

Para análise dos dados foi utilizada como base a estratégia proposta por Cury (2019), em que incialmente ocorre o preparo das informações e determinação de códigos para representar cada elemento da amostra, sendo usado, neste caso, o nome da turma (100 MAT, 101 MAT, 100 VESP), seguido da numeração presente no instrumento avaliativo, ou seja, o código **100MAT_01** representa o aluno da turma 100 MAT que recebeu o instrumento com código 01, isso a fim de manter o sigilo da identidade do estudante. Após a aplicação dos instrumentos de pesquisa, ocorreu a preparação e análise dos erros.

A divisão das categorias, após o reagrupamento, seguiu a tipologia de Zabala (1998), dando-se ênfase aos conteúdos conceituais e procedimentais, assim sendo, os erros foram categorizados como T1 e T2, em que o primeiro corresponde aqueles predominantemente ocasionados por dificuldades de apropriação em conteúdos conceituais e o segundo aos predominantemente ocasionados por dificuldades de apropriação em conteúdos procedimentais.

6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As respostas dadas pelos alunos e pelos professores aos questionários semiestruturados da primeira etapa da pesquisa foram transcritas e as soluções elaboradas pelos alunos ao teste de verificação de aprendizagem foram escaneadas. A partir desse momento, iniciou-se a correção e organização, utilizando como base a estratégia proposta por Cury (2019). Em um primeiro momento, buscou-se classificar as questões EM BRANCO, as CORRETAS e as ERRADAS.

No segundo momento, focou-se nas resoluções erradas, sendo elas, o cerne da análise de erros proposta por este trabalho. Os erros de cada questão foram assinalados como: apenas repetição dos dados, encadeamento inadequado do cálculo, dificuldades no uso da linguagem matemática, erro na interpretação do enunciado, erro na realização de cálculo aritmético ou algébrico.

Em seguida, os erros foram agrupados e colocados em categorias maiores. A categorização dos erros, após o reagrupamento, seguiu a tipologia de Zabala (1998), dando-se ênfase aos conteúdos conceituais e procedimentais, da seguinte forma:

Tipo 1 (T1) – Erros predominantemente ocasionados por dificuldades de apropriação de conteúdos conceituais;

Nessa classificação foram incluídos:

- Apenas repetição dos dados da questão;
- Encadeamento inadequado do cálculo;
- Dificuldades no uso da linguagem matemática.

Tipo 2 (T2) – Erros predominantemente ocasionados por dificuldades de apropriação de conteúdos procedimentais;

Nesta classificação foram incluídos:

- Falha na interpretação do enunciado;
- Falha na realização de um cálculo aritmético ou algébrico.

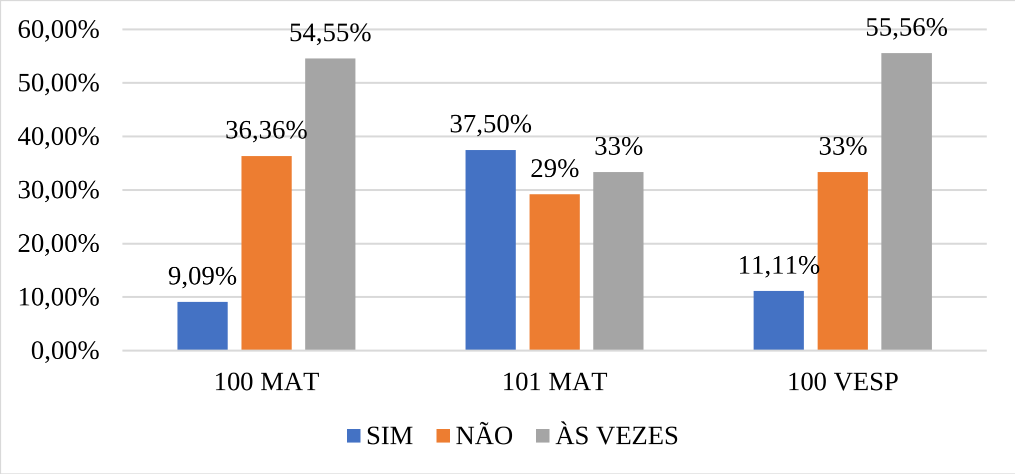
Foi frequente a aparição de mais de um erro na resolução de questões, porém, a fim de facilitar a organização e análise das respostas, foi considerada a primeira ocorrência de erro na resolução do estudante.

6.1 Questionário aplicado aos Alunos: o que pensam sobre Avaliação Matemática e o Erro.

Com vistas a compreender a forma como os alunos encaram o estudo na disciplina de Matemática e o comportamento que possuem nos momentos antes e depois das avaliações, foram feitas algumas perguntas, cujas respostas selecionadas serão expostas a seguir:

Os alunos foram questionados: **Você gosta de estudar Matemática?** As respostas dos alunos podem ser vistas no Gráfico 1.

Gráfico 1-Gostam de estudar Matemática.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

De acordo com o gráfico, a turma 101 MAT foi a única cuja porcentagem dos que afirmaram gostar de estudar Matemática superou as demais opções, enquanto nas outras turmas, esse percentual foi inferior às duas outras alternativas disponíveis, destaca-se, nessa análise que foi considerável o quantitativo de alunos que condicionou o gostar a momentos específicos.

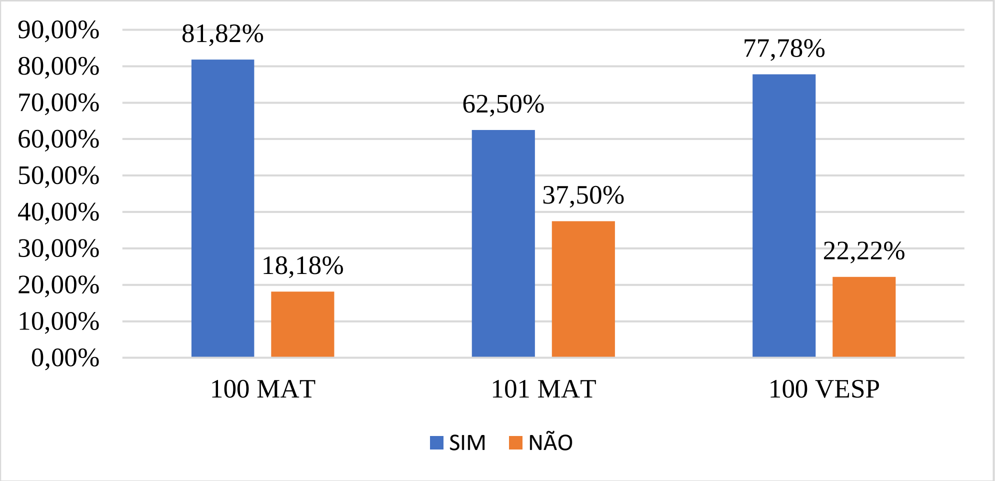
Essa realidade é apontada pela Organização das Nações Unidas para Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), em que afirma que mesmo dentre os alunos que possuem resultados satisfatórios em avaliações, há aqueles que não apreciam tanto a disciplina Matemática e não têm interesse de se dedicar a ela em outro contexto que não seja na escola. (UNESCO, 2016).

Essa realidade é reforçada pelas experiências vivenciadas em sala de aula, em que constantemente os alunos externalizam a dificuldade nessa disciplina e, consequentemente, afirmam não gostar dela, pois a julgam como sendo difícil. Essa circunstância pode ser vista na fala dos alunos:

> 100MAT_9
> *"Não gosto. É a matéria que tenho mais dificuldade de acompanhar, sempre acho difícil, mas sempre me esforço, por saber a importância."*
>
> 101MAT_18
> *"Não gosto. Determinados assuntos são difíceis e exigem repetição, o que pra mim torna a matéria chata."*
>
> *100VESP_2*
> *"Não gosto. Não sou muito boa em Matemática, desde pequena tenho uma dificuldade enorme, principalmente em fazer cálculo. Mas quando presto atenção, reviso a matéria em casa, eu consigo obter um resultado melhor, embora nem sempre consiga."*

Os três relatos têm em comum o fato de apontarem as dificuldades na compreensão dos assuntos em Matemática como justificativa para não gostarem de estudá-la. Essa informação é reforçada no Gráfico 2 que aborda as respostas dos alunos quando perguntados: **Você sente dificuldade em estudar Matemática?**

Gráfico 2- Sentem dificuldade em estudar Matemática.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A maior parte dos estudantes afirmou ter dificuldade no estudo da Matemática e a porcentagem ficou ainda mais destacada na turma 100MAT, que foi a turma em que menos alunos afirmaram gostar de estudar essa disciplina.

Os alunos foram questionados também sobre se acham importante estudar Matemática, dentre as respostas, destacaram-se:

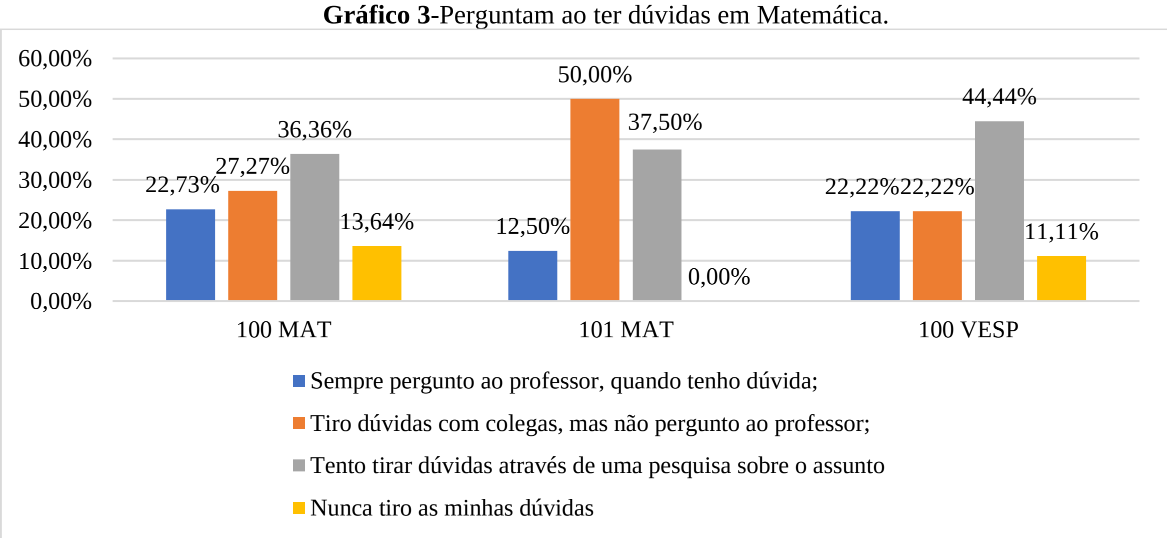
> *101MAT_10*
> *"Não acho importante, não depois de certo ponto. Depende da sua futura carreira."*
>
> *100MAT_17*
> *"A importância da Matemática é por conta que mais em frente tem o ENEM. Às vezes não acho necessários todos aqueles cálculos, mas enfim, só minha opinião."*

Os dois estudantes destacaram o fato de que, na percepção deles, há assuntos que não necessariamente deveriam ser abordados para todos ou, pelo menos, não da maneira que são. É fato, também, que dentro do conteúdo programático da disciplina existem diversos assuntos onde a contextualização não é simples de ser feita, como há também abordagens em que a preocupação é maior no desenvolvimento do cálculo do que no raciocínio lógico empregado.

É comum que jovens e crianças tenham essa postura de dizer que a Matemática tratada em sala de aula não é importante, pois o aluno acredita que não vai precisar dela na sua futura profissão. Também é fácil notar, em sala de aula, alunos que afirmam que a Matemática tratada na escola deve ser aquela que terá aplicação na vida das pessoas, porém, que nem tudo o que é estudado em Matemática pode ser facilmente aplicado e, além disso, não se deve ensinar só aquilo que possui aplicação. (LORENZATO, 2010).

Neste sentido, foi perguntado aos alunos: **Você, normalmente, pergunta ao sentir dificuldade em algum assunto ou questão?** As respostas podem ser conferidas no Gráfico 3.

Gráfico 3-Perguntam ao ter dúvidas em Matemática.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Por meio do gráfico é possível notar que os alunos costumam recorrer a outras fontes na hora de tirar alguma dúvida. Nas três turmas, o percentual de alunos que afirma fazer perguntas ao professor é inferior à soma daqueles que procuram ajuda de colegas ou pesquisam sozinhos a solução das suas dúvidas, isso demonstra que os estudantes sentem, de alguma forma, receio de fazer perguntas ao professor.

Os erros cometidos na aritmética oral são menores que na aritmética escrita, isso porque na primeira forma é utilizado mais raciocínio lógico pelos estudantes, esse fator evidencia a importância da participação e da fala dos alunos para a aprendizagem, pois é nesse momento que o professor consegue saber o que estão pensando na hora que cometem um erro. (ESCOBAR, 2020).

Escobar (2020) também destaca que a interação com colegas é um ponto que auxilia na aprendizagem dos alunos e, por isso, atividades em duplas ou grupos podem contribuir para dar aos alunos mais liberdade de diálogo do que quando tratam com o professor, porém o autor enfatiza que estas atividades devem ser acompanhadas de perto pelo docente.

O preocupante, nesse caso, não é que o aluno utilize o colega como fonte para sanar suas dúvidas e, sim, que ele não enxergue uma abertura para fazer o mesmo com o seu professor. Além disso, nas turmas 100 MAT e 100 VESP houve alunos que afirmaram não utilizar qualquer meio para tirar as dúvidas, o que demonstra uma realidade que contribui para os déficits de aprendizagem desses estudantes na disciplina.

Para compreender a forma como os alunos lidam com o processo de correção do professor, foi feito o questionamento: **Como você se sente ao receber do professor a correção de alguma atividade ou prova de Matemática?**

Sobre essa pergunta, destacaram-se as seguintes respostas:

> *100MAT_01*
> *"Me sinto aliviado, pois posso ver onde errei (caso tenha errado) e poder corrigir e aprender com aquilo."*
>
> *101MAT_01*
> *"Orgulhoso, se for nota boa, e decepcionado, se for nota ruim (não é diferente de outras matérias)."*
>
> *101MAT_07*
> *"Nervoso, como medo de tirar nota baixa e ficar de recuperação."*
>
> *100VESP_10*
> *"Muitas vezes envergonhado, pois, por algum motivo, sinto que não me esforcei."*

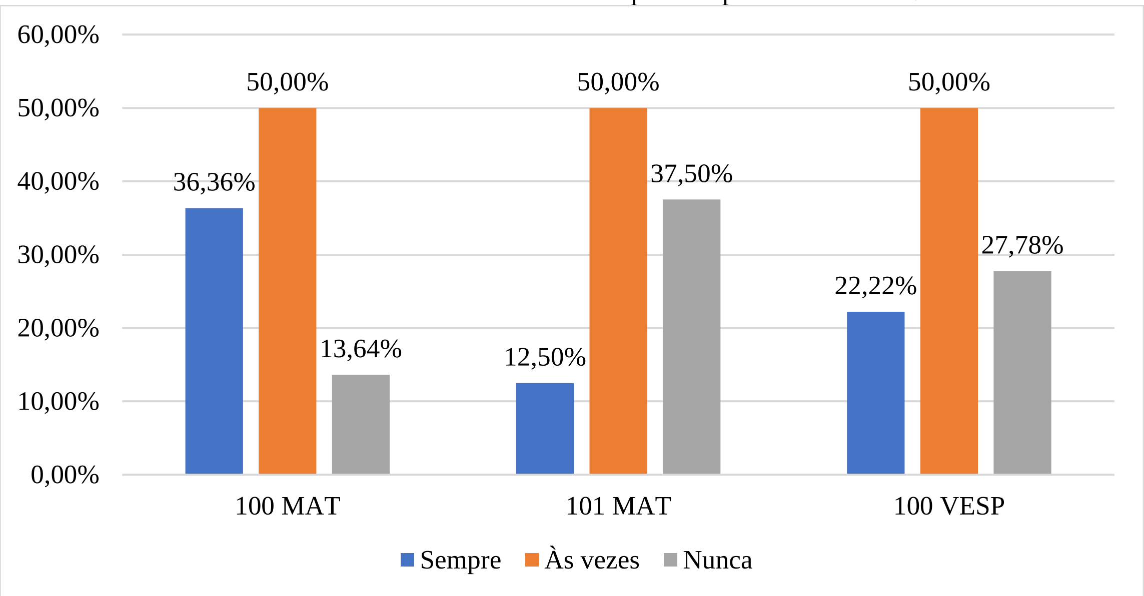
Pelas respostas, pode-se notar que enquanto o aluno 100MAT_01 tem a visão de que a correção da atividade deve ser encarada como uma possibilidade de reconhecer os erros e tentar evoluir por meio deles, os demais estudantes tiveram respostas que expõem o caráter negativo dado às atividades avaliativas e a forma como eles se sentem ao serem submetidos ao processo de avaliação pautado na atribuição de nota.

O entendimento da maioria dos estudantes está de acordo com o que foi apontado pelos últimos três estudantes, pois, em vários depoimentos, nota-se a aflição que muitos alunos sentem ao receber o resultado de uma correção de atividade, e ainda, pode-se perceber que muito do que os alunos associam a fracassar ou prosperar numa determinada atividade diz respeito à nota que eles recebem, o processo de aprendizagem não foi evidenciado, apenas o produto final, nota boa ou ruim.

Sobre esse ponto, Luckesi (2018) aponta que o ensino está centrado nos resultados de provas e exames e a avaliação da aprendizagem escolar vem privilegiando a atribuição de notas, sendo que elas são operadas como se nada tivessem a ver com a aprendizagem. Ainda segundo o autor, os alunos costumeiramente colocam em função da nota a sua prática escolar, de tal forma que eles não se importam se ela expressa ou não uma aprendizagem satisfatória.

Aprender Matemática requer que o aluno esteja disposto e à vontade para tirar suas dúvidas e para exercitar os conceitos estudados em sala, por essa razão, levantou-se o seguinte questionamento aos alunos**: Você já deixou de resolver uma questão de Matemática por medo de errar?** As repostas dadas podem ser vistas no Gráfico 4.

Gráfico 4- Deixou de resolver questões por medo de errar.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Pode-se ver, através do gráfico, que nas três turmas foram grandes as porcentagens de alunos que afirmaram ter deixado de tentar resolver questões, pelo menos alguma vez, por conta do medo de errar. Sobre isso, Luckesi (2018) diz:

> O clima de culpa, castigo e medo, que tem sido um dos elementos da configuração da prática docente, é um dos fatores que impedem a escola e a sala de aula de serem um ambiente de alegria, satisfação e vida feliz. Assim, as crianças e os jovens rapidamente se enfastiam de tudo o que lá acontece e, mais que isso, temem o que ocorre no âmbito da sala de aula. (LUCKESI, 2018, p. 51)

Essa realidade pode ser evidenciada em situações em que o professor, dentre todos os alunos presentes na sala, escolhe justamente aquele estudante que mais apresentou dificuldade para ser sabatinado a respeito do assunto. Essa atitude visa, através da produção do medo e vergonha, que o aluno deixe de errar, porém o resultado é que o aluno gradativamente ficará mais retraído e inseguro ao resolver qualquer problema matemático.

Posto que as respostas dos alunos foram discutidas, cabe agora, verificar a percepção do professor sobre as circunstâncias que envolvem o ensino da Matemática, no que diz respeito à avaliação e ao erro.

6.2 Questionário aplicado aos professores: o que pensam sobre Avaliação e o Erro.

Para saber como os professores enxergam o processo avaliativo e a análise de erros na resolução de questões, aplicou-se um questionário que abordou tanto aspectos referentes à formação dos professores das turmas participantes da pesquisa, como também, a didática desses docentes ao lidarem com erro do aluno.

Quando perguntados sobre as suas formações, os professores responderam:

> ***Professor_1***
> *"Graduado em Matemática Licenciatura (UFMA), mestrado profissional em rede nacional (UFMA :PROFMAT)."*
>
> ***Professor_2***
> *"Graduada em Ciência Licenciatura Matemática pela UEMA e pós graduada em Ensino da Matemática pela Faculdade de Tecnologia Equipe Darwin."*

Essas respostas revelaram que os dois possuem formação em Matemática e por Universidades Públicas do Estado do Maranhão e realizaram, posteriormente, cursos de pós graduação, sendo esse fator de extrema relevância, pois demostra que os profissionais buscaram se aperfeiçoar para além da graduação.

Normalmente, os professores tendem a reproduzir as percepções construídas ao longo das suas formações nas suas práticas pedagógicas, ou seja, se no decorrer das suas graduações o rigor e a formalidade dos conceitos estudados tenham sido priorizados, há mais chance de que o docente replique essa realidade com os seus alunos. (VALENTE, 2015).

Com relação à experiência dos profissionais, os dois professores atuam há bastante tempo, sendo o primeiro com 16 anos e o segundo com 25 anos, ambos fazendo parte do quadro de efetivos da Secretaria Estadual de Educação do Maranhão.

Quando perguntados se a avaliação da aprendizagem escolar foi tema abordado durante a formação dos dois docentes, o Professor_1 afirmou ter tido, na universidade, disciplinas que abordavam a avaliação e o ato de avaliar, enquanto que o Professor_2, que tem mais anos de experiência e de formação, afirmou que não.

De acordo com a resposta do segundo professor, pode-se notar que embora a avaliação esteja presente no cotidiano da prática docente, esse tema não foi abordado durante a formação do professor. Não se discute que para ser um bom professor de Matemática tenha que haver, obviamente, o domínio dos assuntos que serão trabalhados, porém, um aspecto tão importante quanto e que é deixado de lado em muitos cursos de Licenciatura em Matemática é a parte pedagógica, uma vez que ainda é comum os discursos que preconizam que a docência é algo inato ou, até mesmo, que é na sala de aula que o professor aprenderá os ofícios da profissão, ignorando a necessidade de que aspectos importantes atrelados ao processo de ensino aprendizado sejam devidamente abordados. (VARIZO, 2006).

Ao serem indagados a respeito da forma como fazem a avaliação em sala de aula, os dois docentes afirmaram utilizar como meio de avaliação: a frequência dos estudantes, a participação e o desempenho nas atividades passadas.

Freitas (1995, apud BURIASCO, 2008) afirma que as práticas de avaliação, em sala de aula, preocupam-se em analisar, principalmente, o domínio do conteúdo, o comportamento e se os alunos seguem os valores e atitudes esperados pelo professor, sendo que esse tripé avaliativo visa, grande parte das vezes, reforçar valores de dominação e submissão em sala de aula.

Avaliar deve ser um processo contínuo, não estando restrito a momentos específicos das aulas, além disso, deve privilegiar e promover a autonomia e emancipação dos estudantes, para isso, é pertinente utilizar diferentes estratégias para realizar essa avaliação da aprendizagem.

Outra questão importante é analisar como o professor retorna ao aluno o resultado da sua produção, por isso, perguntou-se sobre a forma como os professores fazem a correção das atividades, eles afirmaram:

> ***Professor_1***
> *"De forma minuciosa, levo em consideração todo o processo de tentativa em caso de erro."*
>
> ***Professor_2***
> *"Faço a correção em sala de aula para todos os estudantes."*

Enquanto o primeiro professor utiliza como método de correção a abordagem mais individual, conferindo o processo e as estratégias de resolução de cada questão, o segundo utiliza o método de correção mais geral, envolvendo toda a sala.

A correção das atividades deve ter um significado para a aprendizagem do aluno e não deve estar limitada a simples direcionamento dos estudantes nas resoluções, seguindo apenas os moldes estabelecidos pelo professor. Deve-se aproveitar a oportunidade para promover uma reflexão em torno das respostas dadas pelos alunos, verificando os acertos, indagando as causas dos erros, valorizando o raciocínio utilizado nas respostas. (VALENTE, 2015).

Culturalmente, as avaliações em Matemática costumam ter um caráter mais rigoroso e os métodos de correção nessa disciplina acompanham essa tendência, onde o professor não busca compreender as dificuldades individuais do aluno e sim selecionar aqueles que conseguem reproduzir com a máxima exatidão o gabarito definido pelo docente. (VALENTE, 2015).

O processo avaliativo deve assumir um caráter investigativo e abandonar a postura tradicional, impositiva e coercitiva. Para isso, é necessário que o professor acompanhe as tarefas produzidas pelos estudantes, mas não com a intenção, única e primeira, de apontar erros e, sim, construindo um ambiente em que a avalição tenha características investigativas, fornecendo informações importantes para o melhor desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem. (HOFFMANN, 2019).

Ainda referindo-se à postura do professor frente à resposta do aluno, perguntou-se: **Como você interpreta o aluno errar uma questão em Matemática?** Sobre isso, os professores responderam:

> ***Professor_1***
> *"Falta de compreensão da questão ou falta de conhecimento adequado para a solução."*
>
> ***Professor_2***
> *"Falta de atenção ou o aluno não domina o conteúdo, tem dificuldade na disciplina."*

A fala dos dois professores evidencia uma realidade comum nos processos de avaliação, em que o erro é tido como responsabilidade única do aluno, sobre isso, Escobar (2020) fala que muitos professores encaram o erro como falta de aprendizagem e se isentam de compartilhar a responsabilidade pelo erro dos alunos, somado a isso, não é frequente que docentes repensem suas metodologias com vistas a tentar reduzir as dificuldades.

Uma vez que a temática da pesquisa é a Análise de Erros na resolução de problemas sobre Função Afim, perguntou-se: **Com relação ao estudo de Função Afim, qual a maior dificuldade dos alunos na resolução de questões que envolvem essa temática?** Seguem as respostas dos professores:

> ***Professor_1***
> *"Em compreender que tais funções estabelecem uma lei de formação entre duas grandezas e como aplicar no sistema cartesiano."*
>
> ***Professor_2***

> *"A maior dificuldade decorre na conversão de uma Função Afim em gráfico e vice versa."*

Os dois docentes relataram a dificuldade dos estudantes em percorrer as diferentes representações de uma função, principalmente no que se refere à construção do gráfico.

Essa realidade revela a necessidade de que as práticas relacionadas ao ensino desse tópico sejam repensadas e uma possibilidade de ação consiste no uso de softwares, aplicações e aplicativos educacionais, que ajudariam a dinamizar as aulas e também mostram de maneira mais eficiente com é que um gráfico de função é determinado. (FERNANDES, TEIXEIRA; BONI, 2019).

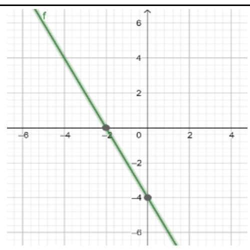
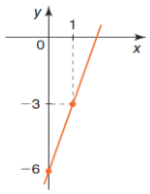
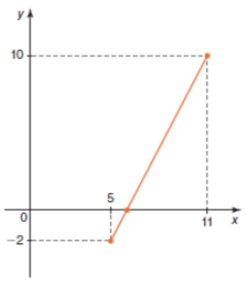
As dificuldades trazidas pelos professores nesta última questão, também foram percebidas em estudos trazidos por Ribeiro e Cury (2020). Cabe agora, para aprofundar ainda mais o entendimento sobre as aprendizagens em Função Afim, discutir as resoluções feitas pelos alunos participantes da pesquisa.

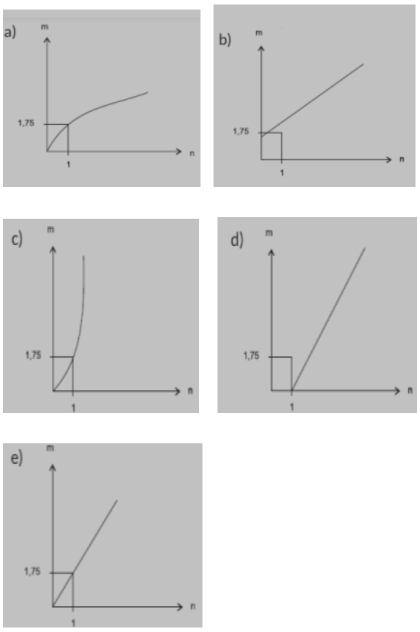
6.3 Contagem das resoluções certas, erradas e em branco cometidas pelos estudantes no teste de verificação de aprendizagem

As questões utilizadas no teste aplicado aos estudantes foram selecionadas considerando a gradação nos níveis de dificuldades e podem ser vistas no Quadro 3, juntamente com as possibilidades de resolução. Elas foram selecionadas baseando-se em itens presentes no livro didático utilizado pelos professores das turmas e a forma com a qual o assunto é abordado.

Quadro 3-Apresentação das questões e possibilidade de resolução do instrumento de pesquisa.

QUESTÕES	UMA POSSIBILIDADE DE RESOLUÇÃO	
Dada a função *f* definida de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, com expressão algébrica f(x) = 5 - x. Determine o valor de f(3).	f(x) = 5 – x f(3) = 5 – 3 f(3) = 2	1. Substituir x pelo valor 3; 2. Fazer o cálculo aritmético 5 - 3;
Dada a função *f* definida de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, com expressão algébrica f(x) = 5x + 3. Determine o zero da função.	f(x)= 5x+3 0 = 5x +3 5x = -3 x = $-\frac{3}{5}$	1. Substituir f(x) por 0; 2. Somar -3 aos dois membros da equação; 3. Multiplicar os dois membros por $\frac{1}{5}$.
Utilizando a função *f*, f(x) = -2x - 4, definida de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Esboce o gráfico que representa essa função.	b = -4 zero da função f(x) = -2x -4 0 = -2x -4 2x = -4 x = -2	1. Reconhecer os pontos de intersecção da reta nos eixos cartesianos; 2. Determinar o coeficiente linear; 3. Determinar o Zero da função; 4. Traçar uma reta que passe pelo zero da função e pelo coeficiente linear.

		
O gráfico da função y = ax + b é apresentado abaixo. Determine: a) Os valores de a e b. b) A forma algébrica que descreve essa função.  	y = ax + b Pontos (0, -6) e (1, -3) -6 = a·0 +b b = -6 -3 = a·1 + b -3 = a + (-6) -3 = a – 6 a = 3 Logo, a função é: y = 3x – 6	1. Fazer a substituição na função dos pontos (0, -6), achando o valor de b; 2. Fazer a substituição na função do ponto (1, -3) e ainda de b = -6.
Obter a função afim *y* = *ax* +*b*, cujo o gráfico passa pelos pontos *A* (4, 7) e *B*(1, 13).	a = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ a = $\frac{13-7}{1-4}$ a = $\frac{6}{-3}$ a = -2 y = ax + b, aplicar em A (4,7) 7 = -2 · 4 + b 7 = -8 + b b = -15 Logo, y = -2x -15	1. Utilizar a fórmula da taxa de variação, conhecida como coeficiente angular; 2. Substituir o Ponto A e o valor de a na função y = ax +b; 3. Determinar o valor de b
Em um dia de inverno, a temperatura *y* de uma região do Rio Grande do Sul, em grau Celsius, em função do horário *x*, no período das 5 às 11 h, pôde ser descrita pelo gráfico:  a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0°C? b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? c)Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva?	a) $\frac{x-5}{11-x} = \frac{0-(-2)}{10-0}$ 10 · (x -5) = 2 · (11-x) 10x – 50 = 22 - 2x 12x = 72 x = 6 Às 6 h b) 5h ≤ x < 6h c) 6 < x ≤ 11 h	a) 1. Usar semelhança de triângulos para montar as proporções; 2. Fazer meio pelos extremos; 3. Realizar as operações aritméticas; b) Observar o intervalo em que o gráfico está acima do eixo x; c) Observar o intervalo em que o gráfico está abaixo do eixo x;

As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independentemente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é. 	Letra e	Observar que à medida em que se aumenta o total em quilogramas de fruta comprada, o valor a ser pago aumenta em uma taxa proporcional e constante. Essa característica indica que o gráfico a ser tratado deve ser uma reta. Além disso, considerando que para 1 kg o valor a ser pago é de 1,75, a opção deve ser o gráfico que contempla o ponto (1; 1,75), sendo a resposta correta a letra e.

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A primeira questão requeria apenas a substituição e cálculos simples, a segunda questão também trata de uma substituição, mas que exige eliminação de termos nos dois membros da equação a partir de alguma manipulação matemática, a terceira se trata da construção do esboço do gráfico da função representada, a quarta diz respeito à determinação dos termos de uma função a partir do gráfico, a quinta requer a definição da função a partir de dois pontos, a sexta é um problema que exige a interpretação e aplicação dos conceitos que já haviam sido abordados em questões anteriores, por fim, a sétima é um problema que demanda identificação do gráfico mediante a interpretação do problema apresentado.

É importante salientar que o quadro traz possibilidades de resoluções, o que significa que os alunos poderão utilizar métodos diferentes dos que foram apresentados aqui, as resoluções dos alunos são apresentadas a seguir, na análise dos dados.

Após a aplicação do teste de verificação de aprendizagem aos alunos, as respostas foram classificadas em CERTAS, ERRADAS e EM BRANCO e, posteriormente, tabuladas. No

Quadro 4, estão relacionados os percentuais de respostas dos 22 alunos da Primeira Série do Ensino Médio da turma 100 MAT em cada uma das questões utilizadas no teste.

Quadro 4-Resultado dos alunos da turma 100 MAT.

NÚMERO DA QUESTÃO	CERTAS		ERRADAS		EM BRANCO		TOTAL
	Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%	
Questão 1	7	31,82	14	63,64	1	4,54	22
Questão 2	9	40,91	12	54,55	1	4,54	22
Questão 3	7	31,82	13	59,09	2	9,09	22
Questão 4	6	27,27	11	50,00	5	22,73	22
Questão 5	1	4,54	15	68,18	6	27,27	22
Questão 6	3	13,64	8	36,36	11	50,00	22
Questão 7	4	18,18	13	59,09	5	22,73	22

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A turma analisada teve percentuais baixos de acertos em todas as questões, demonstrando a dificuldade dos estudantes em praticamente todas os fundamentos do estudo de Função Afim. Dentre as questões, as que mais se destacaram foram a primeira, a quinta e a sexta.

A primeira questão consistia em fazer uma substituição para encontrar a imagem de *x* através de uma função definida, esperava-se, com esse item, verificar se os alunos compreendiam a técnica de fazer substituição da incógnita por um valor, essa foi a segunda questão com maior percentual de erro, com 63,64% de respostas incorretas.

A quinta questão pedia que o aluno determinasse a Lei de Associação da Função Afim a partir de dois pontos, com esse quesito, esperava-se verificar se os alunos compreendiam como as coordenadas poderiam ser utilizadas para determinar uma Função, essa questão foi a que mais se observou dificuldades na resolução, com 68,18% das respostas incorretas.

A sexta questão foi a que apresentou maior percentual de respostas em branco, 50% do total. Nesse item, o aluno utilizaria os conceitos de Função Afim para solucionar um problema, envolvendo o gráfico que representava a situação descrita. Os conceitos abordados nessa questão já haviam sido trazidos anteriormente no mesmo teste aplicado, porém em questões diretas, esperava-se, então, que o aluno aplicasse as técnicas já vistas em uma situação problema.

Da mesma maneira, realizou-se a análise das respostas dos 24 alunos da turma 101 MAT, o desempenho deles pode ser visualizado no Quadro 5.

Quadro 5- Resultado dos alunos da turma 101 MAT.

NÚMERO DA QUESTÃO	CERTAS		ERRADAS		EM BRANCO		TOTAL
	Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%	
Questão 1	10	41,67	12	50,00	2	8,33	24
Questão 2	8	33,33	12	50,00	4	16,67	24
Questão 3	2	8,33	17	70,83	5	20,83	24
Questão 4	0	0,00	11	45,83	13	54,17	24
Questão 5	2	8,33	8	33,33	14	58,33	24
Questão 6	1	4,17	2	8,33	21	87,50	24
Questão 7	1	4,17	16	66,66	7	29,17	24

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A turma 101 MAT, dentre as três turmas analisadas, foi a que teve a maior porcentagem média de questões deixadas em branco, essa situação ficou mais evidente na sexta questão, onde 87,50% dos alunos a deixaram sem resposta.

Com relação aos erros, destacam-se a terceira e a sétima questões, sendo que a primeira teve o maior percentual de erro, 70,83%, e solicitava a construção do gráfico da Função Afim a partir da lei de formação, esperava-se, com isso, que o aluno colocasse em prática as definições de zero da função e coeficiente linear como uma possibilidade de resolução ou, até mesmo, encontrasse coordenadas que permitem a construção do gráfico.

A classificação das respostas dos 18 alunos da turma 100 VESP pode ser visualizado no Quadro 6.

Quadro 6-Resultado dos alunos da turma 100 VESP.

NÚMERO DA QUESTÃO	CERTAS		ERRADAS		EM BRANCO		TOTAL
	Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%	
Questão 1	4	22,22	12	66,67	2	11,11	18
Questão 2	4	22,22	12	66,67	2	11,11	18
Questão 3	4	22,22	10	55,56	4	22,22	18
Questão 4	2	11,11	9	50,00	7	38,89	18
Questão 5	2	11,11	7	38,89	9	50,00	18
Questão 6	0	0,00	3	16,67	15	83,33	18
Questão 7	3	16,67	10	55,56	5	27,78	18

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A turma 100 VESP também teve índices de acerto baixos em todas as questões, evidenciando, mais uma vez, os déficits de aprendizagem dos estudantes no que se refere ao estudo da Função Afim. Dentre as questões, as que mais se destacaram foram a primeira, a segunda e a sexta.

A primeira questão teve um percentual de erro de 66,67 %, o mesmo da segunda questão, que pedia para que o aluno determinasse o zero da função. Esperava-se com isso, que o aluno mediante o entendimento do que é o zero da função, fizesse a substituição adequada para chegar no resultado. A sexta questão, mais uma vez, foi a que mais foi deixada em branco, correspondendo a 83,33% do total das provas da turma 100 VESP.

6.4 Análise e Classificação dos Erros Cometidos Pelos Estudantes.

A categorização dos erros seguiu a metodologia de trabalho de Cury (2019). Os erros que apareceram foram então reagrupados em categorias maiores, seguindo-se a tipologia de conteúdo proposta por Zabala (1998), dando-se ênfase aos conteúdos conceituais e procedimentais, cujos erros foram considerados do Tipo 1 e do Tipo 2, respectivamente, como já mencionado antes. A seguir, são apresentadas as questões e algumas resoluções.

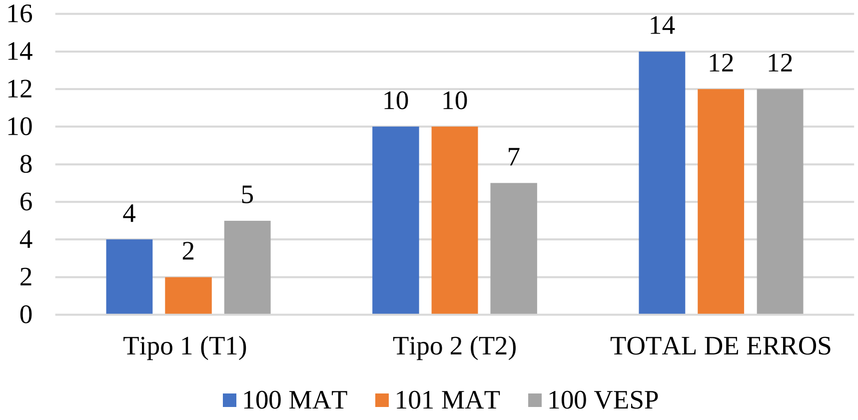
Primeira questão:
Dada a função f definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com expressão algébrica f(x) = 5 - x. Determine o valor de f(3).

A primeira questão versa sobre uma das primeiras noções apresentadas aos alunos quando se trata de Funções, a determinação de uma imagem, para resolver esse quesito, o aluno deveria fazer uma substituição $x = 3$ na expressão algébrica.

Dentre os 22 alunos da turma 100 MAT, 14 erraram essa questão, o que corresponde a 63,64% dos estudantes, na turma 101 MAT, das 24 resoluções, 12 foram incorretas, representando 50% das respostas, por fim, na turma 100 VESP, dos 18 alunos que responderam à avaliação, 12 erraram a questão, o que corresponde a 66,67% das resoluções.

Foram considerados erros do Tipo 1 aqueles em que o aluno manipula os termos algébricos, sem realizar a substituição pedida. Do Tipo 2 foram considerados os erros em que os alunos erram procedimentos de cálculos depois de fazer a substituição do valor do *x*. As três turmas apresentaram erros dos dois tipos mencionados, a distribuição dos erros pode ser visualizada no Gráfico 5.

Gráfico 5-Distribuição dos tipos de erros da primeira questão nas três turmas analisadas.

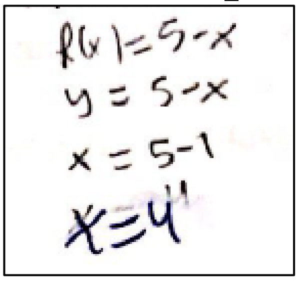


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

De acordo com o gráfico, os erros Tipo 2 foram os que mais ocorreram nas três turmas pesquisadas, o que demonstra que a maior parte dos estudantes reconhece o passo inicial de resolução do problema, falhando, na realização dos procedimentos, para observar mais de perto esses casos, serão apresentadas resoluções feitas pelos alunos.

Primeiramente, serão abordados os erros Tipo 1 apresentados pelas turmas analisadas, sendo que as dificuldades demonstradas pelas três na resolução dessa questão foram similares. Sobre a turma 100 MAT, por exemplo, uma resposta a essa primeira questão é mostrada na Figura 14.

Figura 14- Erro T1 do aluno 100MAT_15 da primeira questão.

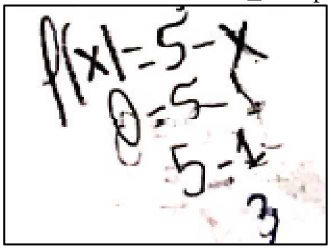


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_15 não chegou a utilizar o dado disposto na questão, *x*= *3*, mostrando não compreender que o processo de encontrar a imagem consistia em fazer substituição do valor de x na função. Além disso, no passo seguinte, realizou uma operação algébrica incorreta.

Semelhante ao caso apresentado anteriormente, na turma 101 MAT também houve ocorrências em que os alunos não souberam realizar a substituição devida, isso pode ser visto na Figura 15.

Figura 15- Erro T1 do aluno 101MAT_2 da primeira questão.

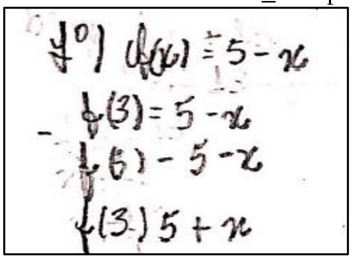


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_2 também teve dificuldades no conceito referente à imagem da Função Afim e o confundiu com a determinação do zero da função, no final, ainda errou uma operação aritmética ou, talvez, ciente de que não estava utilizando os dados fornecidos na questão, finalizou colocando o *3* como resultado da operação *5 -1*.

Agora, tratando sobre as respostas da turma 100 VESP, o erro Tipo 1 pode ser visto na Figura 16.

Figura 16- Erro T1 do aluno 100VESP_6 da primeira questão.

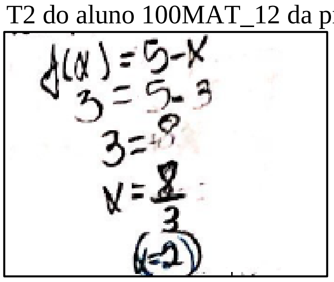


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100VESP_6 escreveu o início da função utilizando o dado fornecido da questão, mas não soube aplicá-lo, resultando em repetições da expressão algébrica nas linhas seguintes e realização incorreta de um jogo de sinal ao final.

Com relação aos erros Tipo 2, como mencionado anteriormente, estes foram maioria nas resoluções incorretas, sendo que neste caso, o aluno, embora vislumbrasse o procedimento que permitiria a determinação da imagem, na prática, não conseguiu realizar corretamente. A Figura 17 apresenta uma resolução da turma 100 MAT:

Figura 17- Erro T2 do aluno 100MAT_12 da primeira questão.

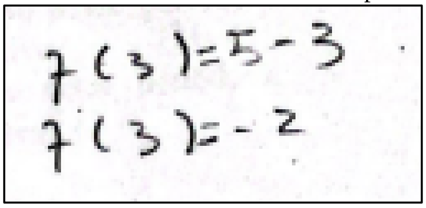


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_12 teve dúvidas ao determinar qual elemento da Função deveria ser substituído a fim de se chegar à imagem pedida, fazendo-o empregar o valor *3* tanto em *x* quanto em *f(x)*, o que, evidentemente, afetou os demais passos. Na sequência, o aluno confundiu o procedimento, achando se tratar de uma equação do 1º grau.

Com relação à turma 101 MAT, um exemplo de ocorrência de erro Tipo 2 pode ser conferido na Figura 18.

Figura 18 - Erro T2 do aluno 101MAT_2 da primeira questão.

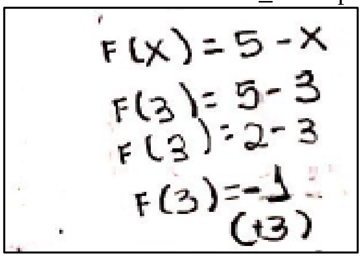


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_2 demonstra compreender o processo que permite a determinação da imagem de uma função, realizou a substituição de maneira correta, porém finalizou com erro na operação *5 - 3*.

Na turma 100 VESP, o erro T2 é exemplificado na resolução trazida na Figura 19.

Figura 19- Erro T2 do aluno 100VESP_12 da primeira questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100VESP_12 iniciou a resolução de maneira correta, fazendo a substituição devida, porém, na terceira linha, repetiu mais uma vez o -*3*, o que pode ter sido ocasionado por distração ao desenvolver a questão.

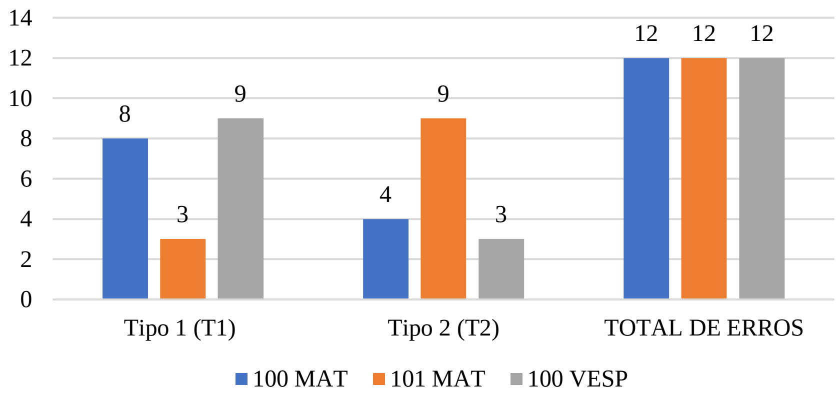
Ponte, Branco e Matos (2009, p. 122), nos seus estudos referentes à análise de erro, perceberam que os alunos têm dificuldade com a simbologia *x*, *y*, *f(x)*, ou seja, às vezes, os alunos podem até compreender quando se fala "a imagem de 5 é 3", mas não entendem quando utiliza-se *f(5)= 3*, dessa forma, os autores afirmam que é necessário que essa simbologia seja mais explorada em sala de aula.

Segunda questão:
Dada a função f definida de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, com expressão algébrica $f(x) = 5x + 3$. Determine o zero da função.

Nessa questão, os alunos teriam que, além de fazer a substituição, realizar as manipulações algébricas a fim de solucionar uma equação do 1º grau que apareceria no desenvolvimento.

Os percentuais de erros, nas turmas 100 MAT, 101 MAT e 100 VESP, foram, respectivamente, 54,55%, 50,00% e 66,67%. Os erros que ocorreram nessa questão foram considerados do Tipo 1 quando o aluno não realizou qualquer substituição na questão, ou seja, quando não se compreende a forma como é possível determinar o zero a partir da Lei de Associação da Função, do Tipo 2 foram considerados aqueles erros em que o aluno fez a substituição correta, mas não soube continuar o desenvolvimento da questão a partir deste ponto. A distribuição dos erros que acorreram nas resoluções da questão, em cada turma, podem ser vistos no Gráfico 6.

Gráfico 6-Distribuição dos tipos de erros da segunda questão nas três turmas analisadas.

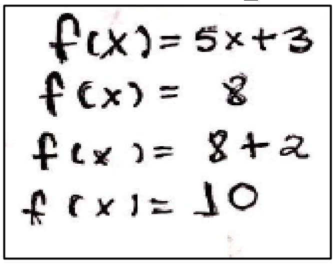


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nesta análise, foram observados, dentro do Tipo 1, casos em que alunos fizeram apenas a repetição da função presente no enunciado, não realizando qualquer manipulação após esse momento, porém, a maior ocorrência foi de alunos que transcreveram a função e fizeram operações incorretas com os termos algébricos.

Nas 12 resoluções incorretas que ocorreram na turma 100 MAT, oito correspondem ao Tipo 1, em que foram considerados casos em que os alunos não compreendiam o conceito de zero da função e como ele deveria ser inserido no quesito. Sobre esse caso, pode-se destacar a resolução trazida pela Figura 20.

Figura 20- Erro T1 do aluno 100MAT_01 da segunda questão.

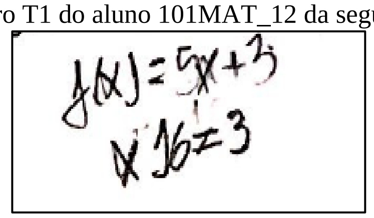


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_01 não compreende o conceito de zero da função, uma vez que não fez qualquer movimento para utilizar o zero em alguma etapa da resolução. No primeiro passo, adicionou incorretamente os coeficientes numéricos da expressão algébrica, levantou-se a hipótese que ele tenha subtraído os coeficientes usados no primeiro passo executado e somado os dois resultados anteriores.

Na turma 101 MAT, por sua vez, o erro T1 ocorreu em três respostas apresentadas, um exemplo de resolução pode ser conferido na Figura 21.

Figura 21- Erro T1 do aluno 101MAT_12 da segunda questão.

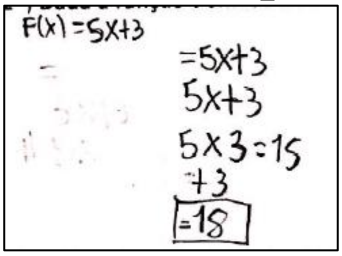


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_12 apresenta dificuldades predominantemente conceituais, pois a sua solução revela desconhecer conceitos básicos, tanto no que se refere à determinação do zero da função, que é pedido na questão, quanto dificuldades na organização dos símbolos e cálculos.

Com relação à turma 100 VESP, das 12 resoluções incorretas, nove dizem respeito ao erro Tipo 1, o que mostra que a maior parte dos estudantes possuem dificuldades no conceito de zero da função, resultando em respostas que apresentam deslizes desde as etapas iniciais. Um exemplo pode ser visto na Figura 22.

Figura 22- Erro T1 do aluno 100VESP_4 da segunda questão



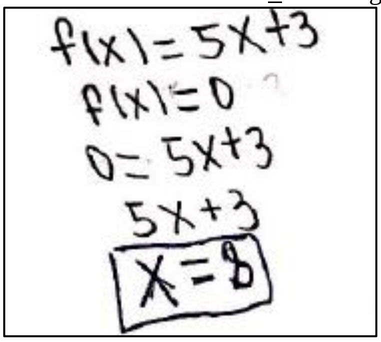
Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100VESP_4 seguiu o cálculo repetindo a função duas vezes e efetuando uma multiplicação, possivelmente confundindo a incógnita *x* com um sinal de multiplicação.

Agora, com relação aos erros do Tipo 2 cometidos na resolução da segunda questão, eles estão associados aos problemas na execução dos passos, ou seja, são respostas em que os alunos conseguiram mostrar que entendiam como o zero da função deveria entrar no enunciado e qual seria a incógnita a ter o valor encontrado, porém, erraram técnicas associadas à resolução da equação que aparece no problema após a substituição de *f(x)*.

Na turma 100 MAT, esse fato diz respeito a quatro resoluções. Um exemplo em que erro T2 ocorreu pode ser visto na Figura 23.

Figura 23- Erro T2 do aluno 100MAT_04 da segunda questão.

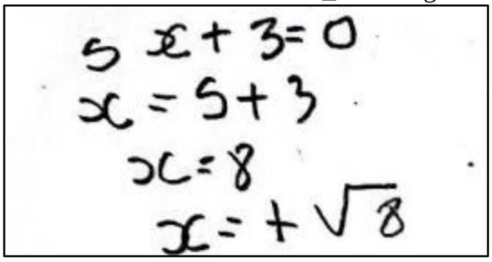


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na resposta apresentada pelo aluno 100MAT_04, ele evidenciou a substituição que seria feita, mostrando que compreendia que o zero da função estaria associado ao ponto em que ordenada é igual a zero. Após isso, fez a substituição correta, mas apresentou dificuldade em resolver a equação do primeiro grau oriunda da substituição. O estudante então, não colocou mais a igualdade e apenas fez a adição dos coeficientes numéricos.

Os erros T2 ocorreram em nove resoluções dos alunos da turma 101 MAT, em todos, pode-se observar a dificuldade em resolver uma equação do primeiro grau, um exemplo particular pode ser visto na Figura 24.

Figura 24- Erro T2 do aluno 101MAT_12 da segunda questão.

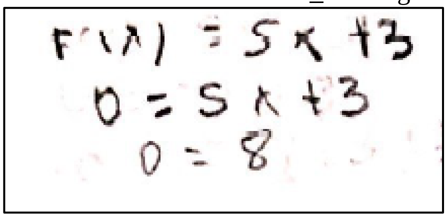


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_12 realizou corretamente a substituição *f(x) = 0*, porém, nos passos seguintes demonstrou dificuldades em resolver a equação do primeiro grau: primeiro, ao separar a incógnita do coeficiente numérico de maneira errada, além das dificuldades em utilizar os princípios aditivos e multiplicativos para organizar e resolver a equação, por fim, o aluno somou os termos e aplicou uma raiz, possivelmente, recordando dos métodos de resolução de equação do segundo grau, em que o uso de raízes é frequente.

As três resoluções incorretas restantes da turma 100 VESP referem-se ao erro T2, em que o aluno iniciou o raciocínio da questão corretamente, porém percorreu os demais passos de maneira equivocada, isso pode ser visto na Figura 25.

Figura 25- Erro T2 do aluno 100VESP_8 da segunda questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Com relação a resolução apresentada pelo aluno 100VESP_8, ele iniciou aplicando corretamente a substituição necessária para calcular o zero da função, porém na etapa seguinte efetuou uma soma algébrica incorreta, resultado em uma igualdade impossível.

Grande parte dos erros cometidos pelos alunos decorreu de problemas ao resolver a equação gerada pela substituição *f(x) = 0*. Ribeiro e Cury (2020) realizaram um apanhado de produções em que o tema abordado era a análise de erros em resoluções de equações e notaram as dificuldades dos alunos nesse assunto, os erros observados iam desde a transposição incorreta dos termos, até aplicação de procedimentos operatórios em que o aluno faz a memorização da regra, sem, no entanto, ter compreendido como ela ocorre efetivamente.

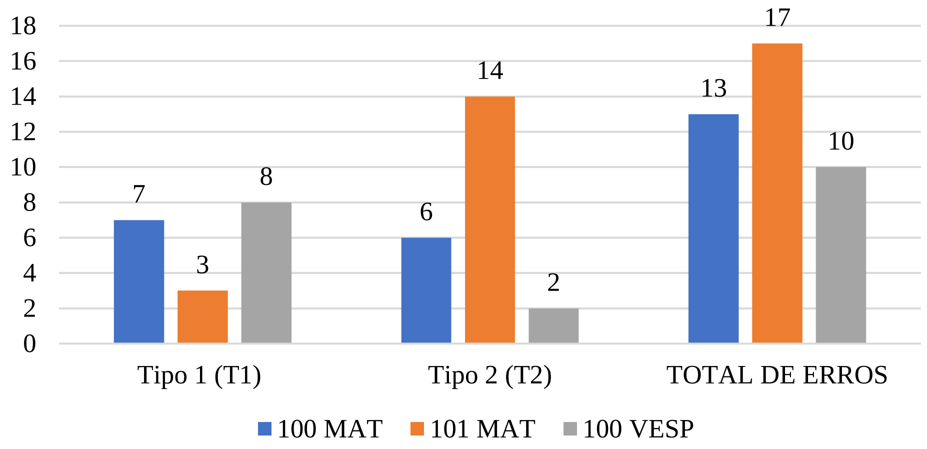
Além disso, os autores citam que, mediante as pesquisas selecionadas, os estudantes chegam ao final da educação básica sem reconhecer a estrutura de uma equação ou, até mesmo, defini-la. E, mais, erros em resoluções de equações foram vistos, inclusive, em respostas de alunos que estavam cursando Licenciatura em Matemática, demonstrando, que mesmo no curso de exatas, é possível ver os entraves na resolução de questões básicas de Matemática.

Terceira Questão: Utilizando a função f(x) = -2x - 4, definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Esboce o gráfico que representa essa função.

Nesse quesito, buscou-se analisar se os alunos dominavam as mudanças de representação de uma função. Foram considerados erros do Tipo 1 quando o aluno não conseguiu fazer quaisquer associações corretas entre a expressão algébrica e a representação no plano cartesiano, do Tipo 2 foram considerados erros em que o aluno conseguiu realizar alguma associação entre as duas formas de representação, porém errou no desenvolvimento do procedimento.

É interessante notar que todos os alunos que resolveram a questão corretamente como também os que cometeram os erros do Tipo 2 buscaram encontrar as intersecções com os eixos cartesianos. A distribuição dos erros que ocorreram nas resoluções da questão, em cada turma, podem ser vistos no Gráfico 7.

Gráfico 7-Distribuição dos tipos de erros da terceira questão nas três turmas analisadas.

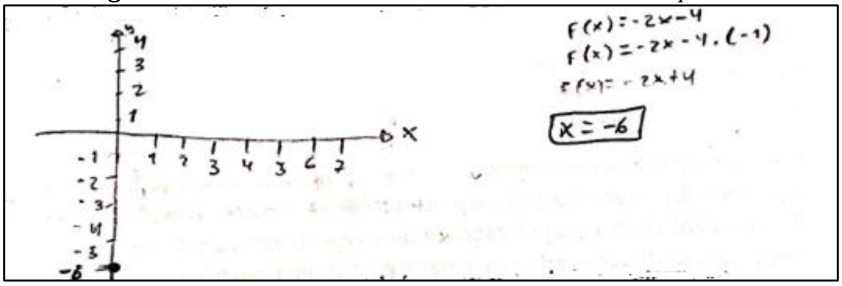


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na análise dessa questão, com relação ao erro do Tipo 1, foram verificados dois casos em que os alunos apenas desenharam o plano cartesiano, porém, o maior quantitativo corresponde à situação em que os estudantes fazem manipulações incorretas e os registros delas no plano cartesiano. Com relação aos erros do tipo T2, os casos se dividiram em trocas de sinais em operações aritméticas e, majoritariamente, confusão sobre os eixos cartesianos, ou seja, registros que deveriam ser feitos no eixo das abscissas foram feitos no das ordenadas e vice-versa.

Na Figura 26 é mostrado a resolução feita pelo aluno da turma 100 MAT, onde pôde-se observar que o erro diz respeito ao Tipo 1, cuja ocorrência se deu em sete resoluções.

Figura 26- Erro T1 do aluno 100MAT_ 22 da terceira questão.

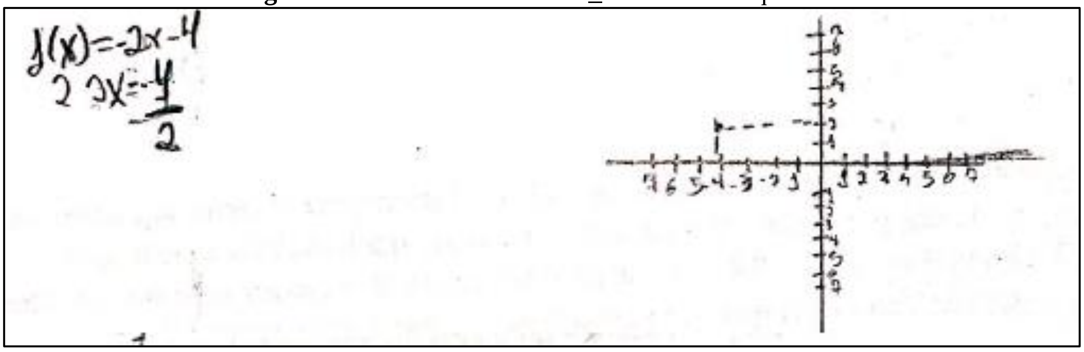


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nesta resolução, o aluno 100MAT_ 22 escreveu a função, multiplicou a função por *-1* com a finalidade de tornar os termos positivos e realizou o somatório, com sinal incorreto, dos coeficientes da expressão, encontrando o valor *x = - 6*, valor este que o aluno colocou no eixo das ordenadas, mostrando também que o estudante possui dificuldades em encontrar a posição de um ponto no plano cartesiano.

Na turma 101 MAT, o erro do Tipo 1 ocorreu em três resoluções, uma delas pode ser verificada na Figura 27.

Figura 27- Erro T1 do 101MAT_12 da terceira questão.

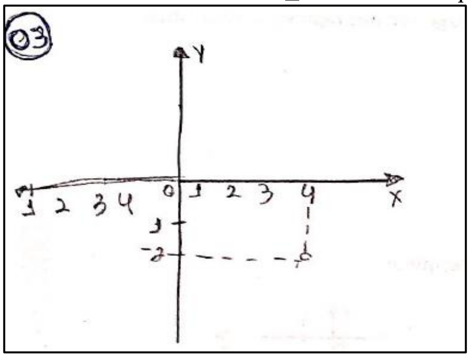


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na resolução do aluno 101MAT_12 percebe-se que ele tentou calcular o zero da função, porém organizou mal o cálculo e realizou o procedimento de maneira incorreta quando utilizou o princípio multiplicativo na equação. Paralelamente, a construção do plano cartesiano também teve dificuldades, haja vista que o eixo negativo de *y* não foi escrito. Com relação ao esboço do gráfico, o aluno não conseguiu construí-lo, visto que assinalou apenas um ponto, baseado, erroneamente, nos coeficientes numéricos da função e, ainda, com sinal errado.

Sobre a turma 100 VESP, erros do Tipo 1 ocorreram em oito resoluções, uma delas pode ser verificada na Figura 28.

Figura 28- Erro T1 do 100VESP_02 da terceira questão.

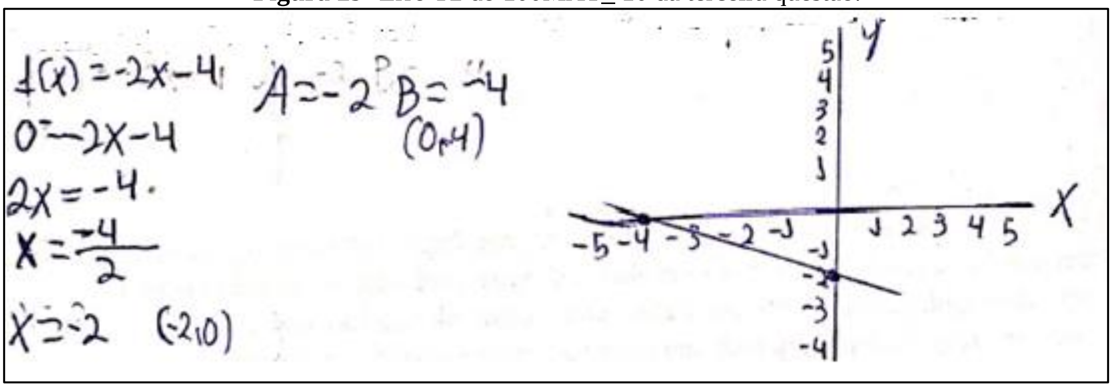


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na resposta dada pelo aluno 100VESP_02, desde a construção do plano cartesiano foi possível verificar entraves na aprendizagem do conteúdo, dado que não soube dispor os números corretamente nos eixos, dispondo-os na ordem *1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4* no eixo x, ademais, o estudante marcou apenas um ponto no plano cartesiano, a estratégia pensada pelo aluno, possivelmente, apesar de ter trocado o sinal do *-4* (o aluno usou o *4*), consistiu em formar um par ordenado com os coeficientes numéricos da Função Afim apresentada no enunciado.

O erro T2 ocorreu em seis resoluções na turma 100 MAT e pode ser visto no exemplo tratado na Figura 29.

Figura 29- Erro T2 do 100MAT_ 10 da terceira questão.

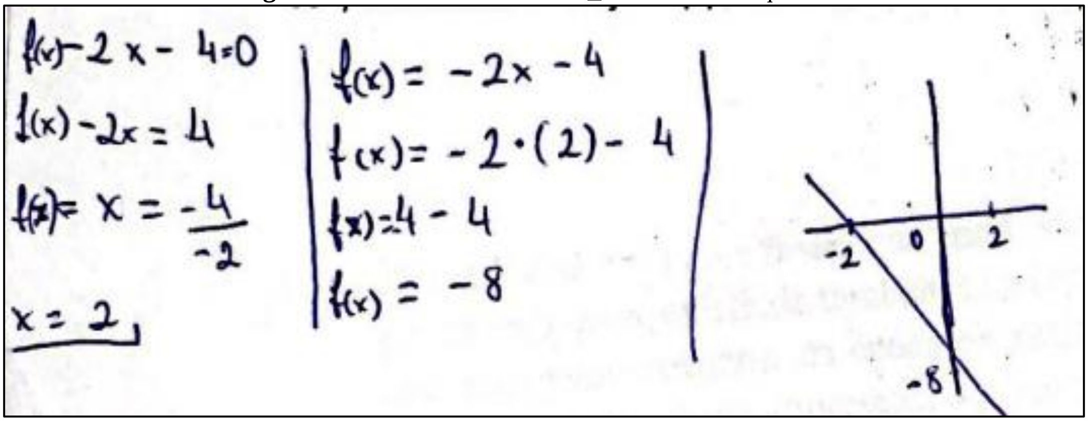


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_10 determinou corretamente o coeficiente angular e o coeficiente linear da Função Afim, além de determinar o zero da função, porém, ao realizar a representação no plano cartesiano, trocou os eixos nos quais deveria fazer cada registro. Nesse caso, percebe-se que o aluno tem o domínio da representação algébrica, porém dificuldades na gráfica.

Na turma 101 MAT, o total de T2 foi catorze, o que revela que o maior número de alunos que errou a questão conhece os princípios necessários para a resolução, porém sente dificuldade em passos posteriores. Isso pode ser verificado na resolução abordada na Figura 30.

Figura 30- Erro T2 do 101MAT_ 11 da terceira questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

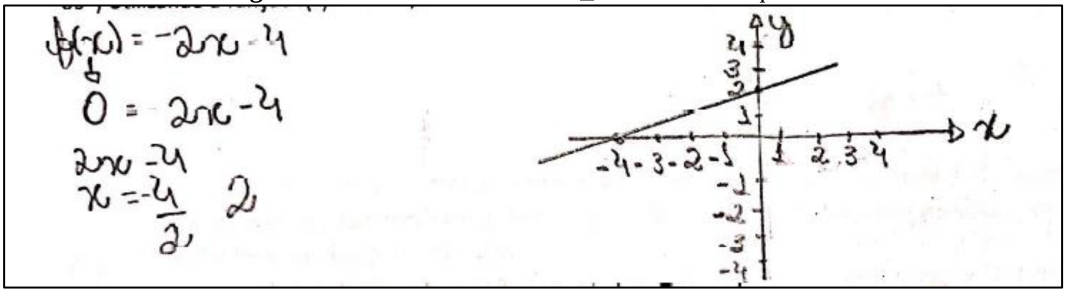
O aluno 101MAT_11 cometeu erro na notação no primeiro passo (mais à esquerda), pois o *f(x)* foi mantido ao mesmo tempo em que o *0* foi colocado para montar a equação, além disso, os sinais, na terceira linha foram usados de maneira incorreta, prejudicando o resultado final.

Posteriormente, o aluno usou o resultado obtido na etapa anterior e substituiu na função novamente, com o objetivo de achar um valor que representasse a intersecção com o eixo y. A ideia do aluno é que existiria um par ordenado *(a, b)*, com *a* pertencente ao eixo *x* e *b* pertencente ao eixo *y* que representasse os pontos de intersecção da reta nos eixos coordenados.

Embora a resposta esteja errada, é possível notar que o aluno compreende o fato de que na técnica escolhida por ele para esboçar o gráfico, seria necessário conseguir dois pontos do gráfico, que seriam o zero da função e, o outro, um que estivesse no eixo y, suas estratégias partiram da necessidade de encontrar esses dois pontos, que o estudante considerou como sendo importantes para a sua resolução.

Agora, tratando-se da turma 100 VESP, os erros do Tipo 2 ocorreram duas vezes na resolução da terceira questão, sendo que uma dessas ocorrências pode ser vista na Figura 31.

Figura 31- Erro T2 do 100VESP_ 16 da terceira questão.



Fonte: Arquivo da própria autora (2022).

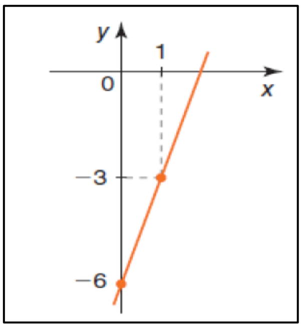
A resolução, feita pelo aluno 100VESP_16, iniciou pela determinação de zero da função, na terceira linha o aluno não colocou a igualdade presente, finalizou a divisão errando o jogo de sinal, chegando no resultado *2*, ao invés de *-2*. No gráfico, marcou equivocadamente o *2*, que seria o zero da função, no eixo *y*, além de marcar o coeficiente linear no eixo *x*.

Nessa questão, de acordo com Duval (2012), os alunos deveriam realizar uma conversão do registro semiótico, segundo o autor, é essencial na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica, sendo que esse domínio é necessário para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com as suas representações.

Quando o aluno consegue encontrar o zero da função por meio da manipulação algébrica, mas não o representa corretamente no plano cartesiano, a confusão pode ser justamente no fato de que o aluno pode perceber os dois registros como dissociados, como se eles tratassem de temáticas diferentes, porém, quando o discente os percebe como representações distintas de um mesmo objeto, é mais fácil fazer as correlações pertinentes.

Quarta questão:
A partir do gráfico da função f definida por: y = ax + b apresentado na figura 32. Determinar:
a) Os valores de a e b.
b) A forma algébrica que descreve essa função.

Figura 32- Gráfico da quarta questão.



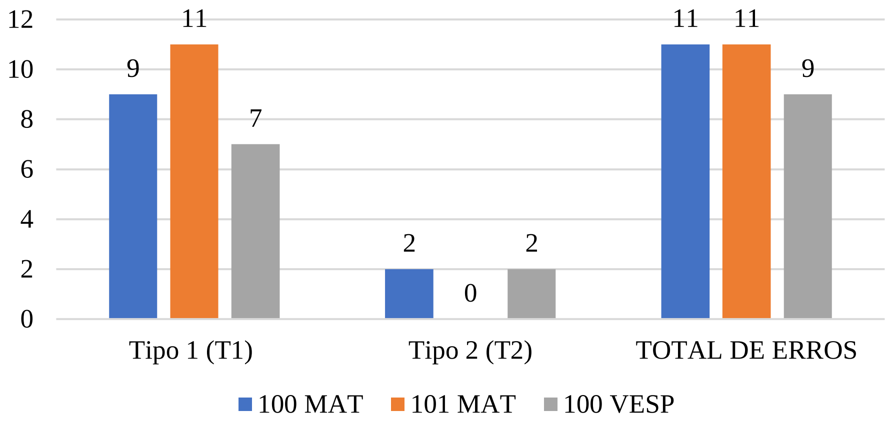
Fonte: Arquivo da pesquisadora, (2022).

Nesta questão é explorada uma nova perspectiva da representação de uma Função Afim, seguindo o caminho contrário da questão anteriormente abordada, esta tem como finalidade encontrar a forma algébrica de uma função a partir do gráfico disponibilizado pelo enunciado.

Nessa questão, erros aparecem em taxas de 50,00% na 100 MAT, 45,83% na 101 MAT e 50,00% na 100 VESP. Foram considerados do Tipo 1, os erros quando os alunos não conseguiram retirar, de maneira eficaz, informações do gráfico, resultando em resoluções que se resumiram à repetição dos dados do enunciado e operações algébricas entre os termos da função.

Do Tipo 2 foram considerados aqueles em que os alunos conseguiram coletar informações corretas do gráfico, porém erraram na aplicação das mesmas em dispositivos que permitissem a determinação da expressão algébrica correta. A distribuição dos erros, em cada turma, pode ser vista no Gráfico 10.

Gráfico 8-Distribuição dos tipos de erros da quarta questão nas três turmas analisadas.



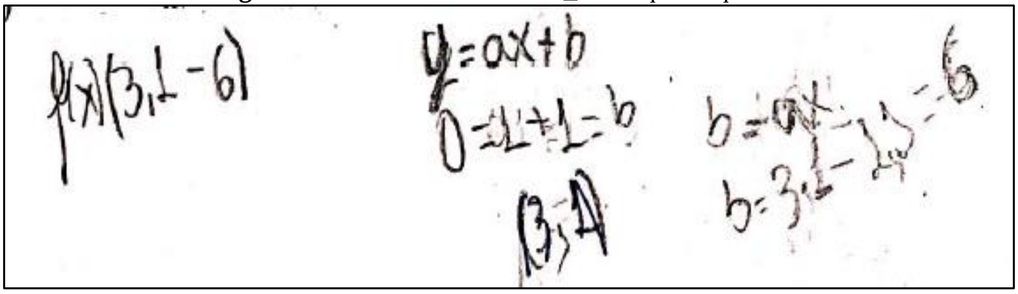
Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na análise dessa questão, os erros do Tipo 1, que foram maioria, consistiram em resoluções em que alunos não conseguiram extrair do gráfico as coordenadas que seriam importantes para determinar a forma algébrica da Função Afim, nem desenvolver outra estratégia que permitisse encontrar o resultado.

Com relação ao Tipo 2, os casos dividiram-se entre erros na determinação das coordenadas no eixo, erros na aplicação da fórmula de determinação do coeficiente angular e, por fim, erros na execução de alguma operação.

Dentre os nove casos em que o erro do tipo T1 ocorreram na turma 100 MAT, destaca-se o que pode ser visto na Figura 33.

Figura 33- Erro T1 do 100MAT_14 da quarta questão.

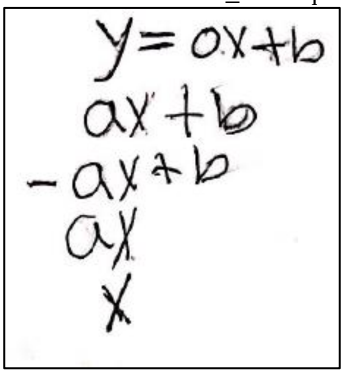


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A resolução apresentada pelo aluno 100MAT_14 demonstra a dificuldade do aluno em determinar as coordenadas dos pontos de intersecção do gráfico com os eixos cartesianos, uma vez que ele escreve *f(x) (3,1 -6),* que representa, parcialmente, os números que ficaram em destaque no plano cartesiano trazido pela questão. Com esses dados, o aluno tenta fazer associações, inserindo os valores na estrutura da função afim, porém, sem êxito.

Analisando agora a turma 101 MAT, em todas as onze resoluções, a ocorrência foi de erros T1, sendo que elas consistiram em repetir dados do enunciado, um desses casos pode ser visto na Figura 34.

Figura 34- Erro T1 do 101MAT_06 da quarta questão.

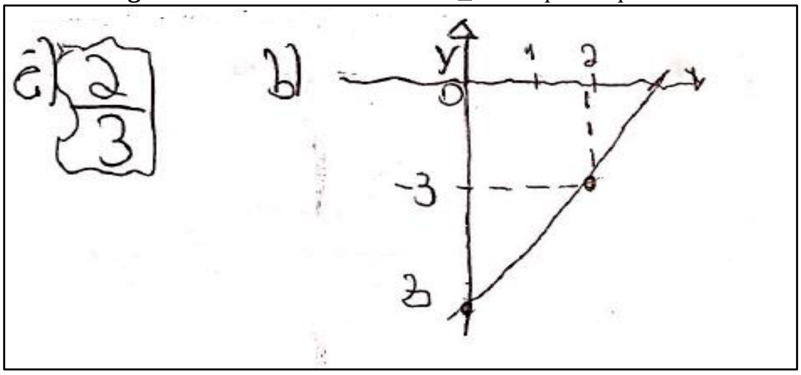


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

A resolução do aluno 101MAT_06 consistiu em apenas repetir informações contidas no enunciado da questão, diminuindo, em cada linha, a quantidade de elementos que ele dispunha para manipular, sem um encadeamento lógico compreensível na resolução.

Sobre a turma 100 VESP, sete das resoluções apresentaram erro T1, dessas, seis repetiram dados da questão, ou seja, os alunos reescreviam $y = ax + b$, mas não acrescentavam os valores presentes no gráfico. Na que restou, o aluno fez um procedimento diferente, o que pode ser visto na Figura 35.

Figura 35- Erro T1 do 100VESP_16 da quarta questão.

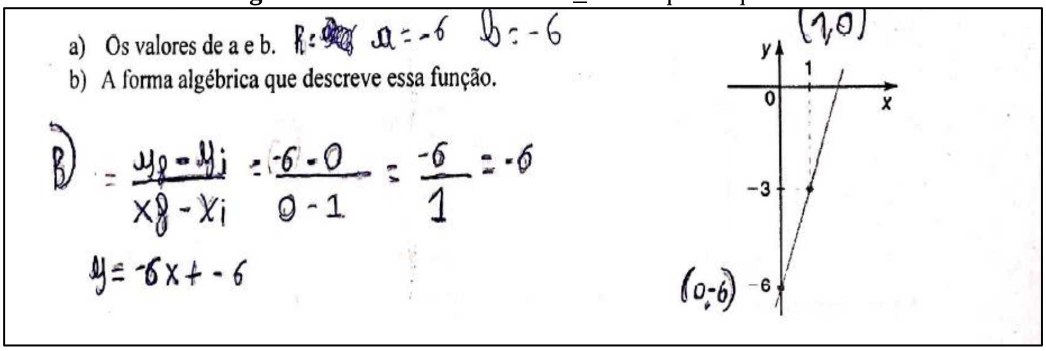


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Com relação a resolução do aluno 100VESP_16, acredita-se que ele tenha transcrito, por distração, os dados do gráfico de maneira incorreta (colocando 2 no lugar do 1) e, a partir disso, montado uma fração em que no numerador estivesse a abscissa e, no denominador, a ordenada, com sinal trocado.

Agora, referente aos erros T2, na turma 100 MAT, eles ocorreram duas vezes, sendo que uma das ocorrências pode ser vista na Figura 36.

Figura 36- Erro T2 do 100MAT_ 07 da quarta questão.



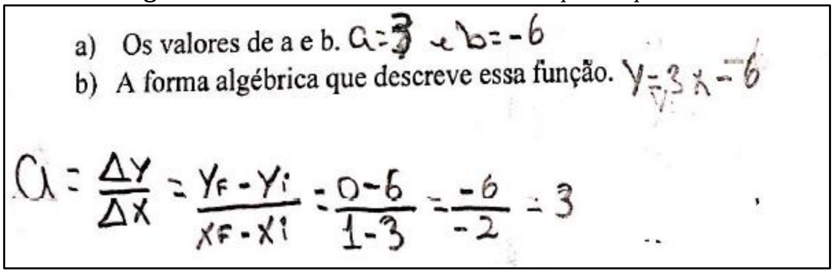
Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nota-se que o aluno 100MAT_07 reconheceu o coeficiente linear a partir da observação do ponto em que a reta intercepta o eixo *y (b= - 6)*, porém errou ao presumir que o ponto de intersecção da reta com o eixo *x* seria *(1,0)*, o erro pode ter sido ocasionado pela confusão com o ponto assinalado no gráfico *(1,-3)*. A partir das coordenadas, o aluno, então, aplicou os valores na fórmula do coeficiente angular, após um erro com os sinais, resultou em - *6*. Por fim, o aluno colocou na estrutura da Função Afim, obtendo como resposta final *y = -6x + - 6*, a resolução demonstra que o aluno reconhece as bases necessárias para a determinação da expressão algébrica, porém errou a execução de alguns procedimentos.

A turma 101 MAT, por sua vez, não apresentou, nesta questão, erros do tipo T2, demonstrando que as barreiras no que se refere à determinação da função a partir do gráfico estão associadas ao domínio dos conceitos básicos, muito mais que problemas de operacionalização.

Sobre o erro T2 na turma 100 VESP, a ocorrência foi de dois casos, pode-se conferir um deles na Figura 37.

Figura 37- Erro T2 do 100VESP_07 da quarta questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Sobre a resolução do aluno 100VESP_07, ele encontrou corretamente o coeficiente linear *(b = -6)*, porém, ao aplicar a fórmula do coeficiente angular, utilizou as coordenadas de maneira incorreta, pois ao invés de usar (1,-3) e (0, -6) na forma $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, o aluno empregou $\frac{x_1 - y_1}{x_0 - y_0}$, resultando em *a = -3*. Os valores encontrados, então, foram substituídos na forma geral da Função Afim.

Mais uma vez, aborda-se uma conversão de registro semiótico, agora do registro gráfico para o algébrico, Duval (2011) afirma que questões tais como essa exigem uma interpretação global, pois é necessário que o aluno perceba uma série de propriedades.

Na terceira questão, como foi falado, todos os estudantes que acertaram ou cometeram o erro T2, tentaram resolvê-la determinando as intersecções com os eixos cartesianos, nenhum aventurou-se a determinar ponto a pronto as coordenadas. Esse fato, segundo o autor, já facilita o aperfeiçoamento no trabalho de questões que realizam o percurso inverso, do gráfico para a expressão algébrica, isso porque já deixa claro os prontos que são importantes para a resolução do quesito.

Quinta Questão:

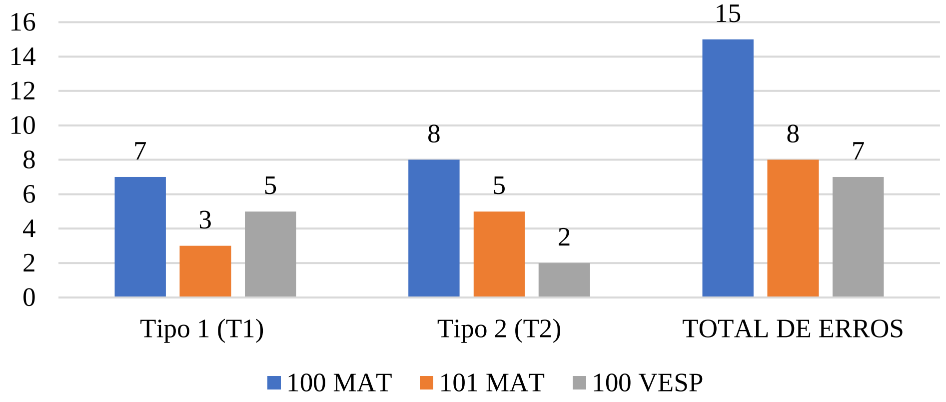
Obter a Função Afim y = ax +b, cujo o gráfico passa pelos pontos A (4, 7) e B (1, 13).

Nessa questão, os alunos deveriam utilizar os pares ordenados fornecidos e, a partir deles, determinar qual expressão estaria associada ao gráfico que passa pelos dois pontos dados.

Na turma 100 MAT o percentual de erro foi de 68,18%, na 101 MAT foi de 33,33% e, na 100 VESP, de 38,89%. Foram considerados erros do Tipo 1 aqueles em que os alunos não conseguiram fazer qualquer associação correta entre os pontos dados e a forma $y = ax + b$, tampouco utilizaram o coeficiente angular para determinar os coeficientes da Função Afim.

Do Tipo 2, foram considerados erros em que os alunos aplicaram incorretamente a fórmula do coeficiente angular ou realizaram operações incorretas em substituições na forma $y = ax + b$. A distribuição dos erros nessa questão, pode ser vista no Gráfico 9.

Gráfico 9-Distribuição dos tipos de erros da quinta questão nas três turmas analisadas.

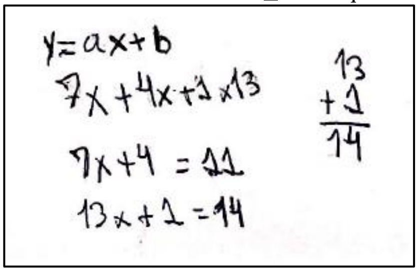


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nessa análise, foram vistos, dentro do erro Tipo 1, casos em que os alunos têm dificuldade na organização e disposição dos dados, além daqueles que manipulam os dados a fim de que possam encaixá-los, sem seguir procedimentos corretos de resolução. Com relação ao Tipo 2, os erros verificados dizem respeito a erros de substituição e na realização de operações aritméticas.

Com relação ao erro Tipo 1, na turma 100 MAT a ocorrência se deu em sete resoluções, sendo que a maior ocorrência foi a de casos em que os alunos manipularam aleatoriamente os dados da questão, um exemplo pode ser visto na Figura 38.

Figura 38- Erro T1 do 100MAT_06 da quinta questão.

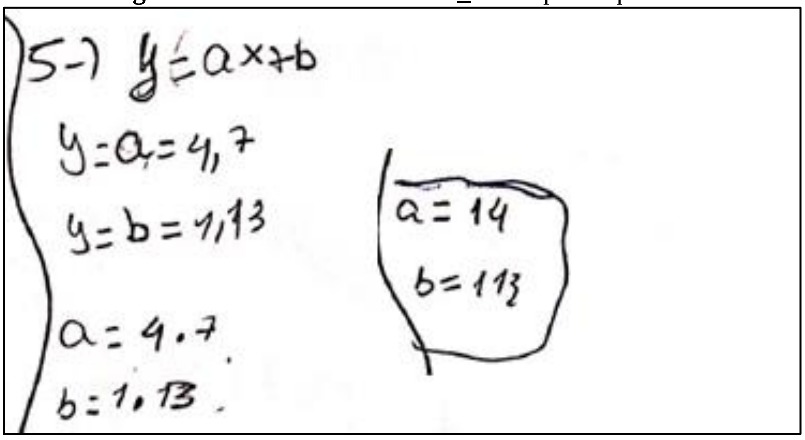


Fonte Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_06 somou as abscissas entre si e fez o mesmo com as ordenadas, acrescentando a incógnita *x,* acredita-se que com a finalidade de aproximar a sua notação com a estrutura do enunciado *y = ax+b.*

Com relação à turma 101 MAT, apareceram erros do Tipo 1 em três respostas, um exemplo pode ser visto na Figura 39.

Figura 39- Erro T1 do 101MAT_21 da quinta questão.

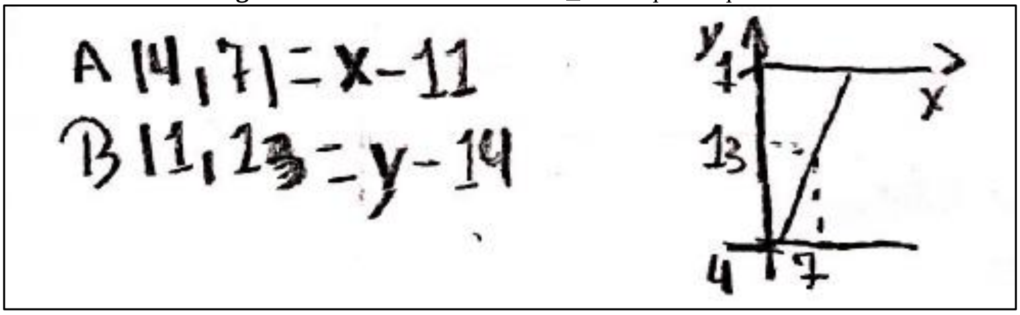


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_21 também busca utilizar os dados da questão, manipulando-os a fim de encontrar valores que pudessem ser usados como coeficientes da Função Afim. Primeiramente, ele atribui a *a* e a *b*, respectivamente, os valores *4,7* e *1,13,* oriundos das coordenadas dadas no enunciado, depois, multiplica os valores entre os termos das abscissas e das ordenadas.

Na turma 100 VESP também ocorreu o erro Tipo 1, aparecendo em cinco resoluções, uma dessas ocorrências pode ser vista na Figura 40.

Figura 40- Erro T1 do 100VESP_11 da quinta questão.

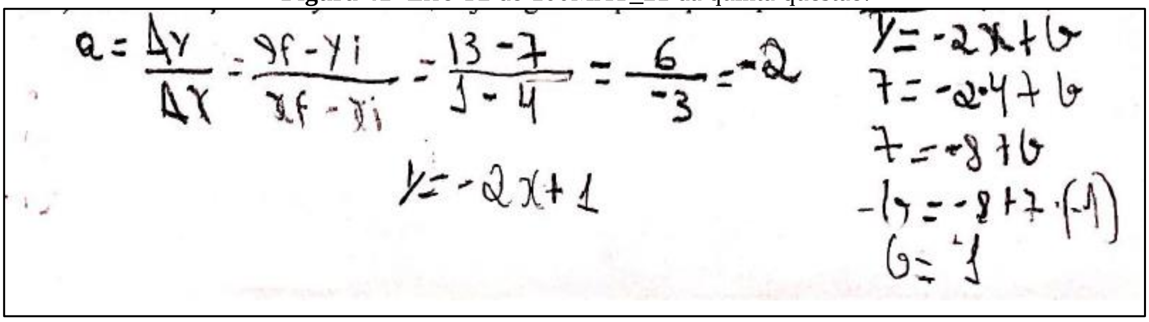


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nesta resolução feita pelo aluno 100VESP_11, também houve a tentativa de manipular as coordenadas dadas na questão, neste caso, o estudante realizou a soma das coordenadas do ponto e tentou inserir essa informação numa expressão algébrica, além disso, como o enunciado mencionou a palavra gráfico, o aluno presumiu que era necessário a construção de um.

Houve erros Tipo 2 nas três turmas analisadas, com relação à turma 100 MAT, eles ocorreram em oito resoluções, uma delas pode ser vista na Figura 41.

Figura 41- Erro T2 do 100MAT_21 da quinta questão.

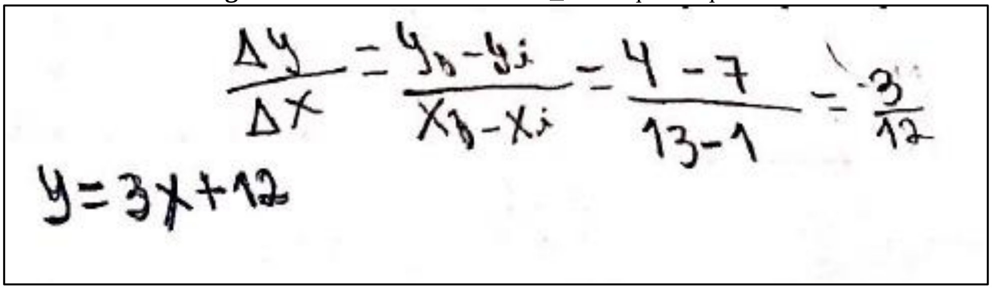


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_21 aplicou corretamente a fórmula referente ao coeficiente angular, bem como a aplicação desse elemento na Função Afim com o objetivo de encontrar o valor de *b*, no entanto, ao realizar “as passagens” dos elementos de um membro para outro, errou na mudança dos sinais, o que afetou no resultado final da questão.

Com relação à turma 101 MAT, o erro Tipo 2 ocorreu em 5 resoluções. Um exemplo dos erros cometidos nessa turma pode ser visto na Figura 42.

Figura 42- Erro T2 do 101MAT_04 da quinta questão.



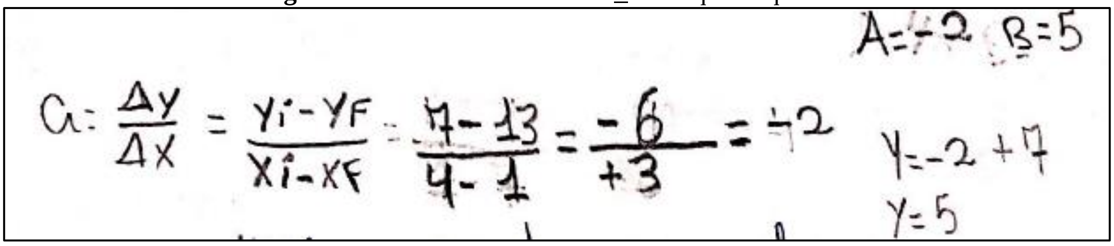
Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Na resolução apresentada pela Figura 42, o aluno tentou encontrar os coeficientes numéricos da função por meio da aplicação da fórmula do coeficiente angular, porém realizou a substituição incorreta dos dados, ou seja, o estudante escreveu a fórmula $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, no entanto, fez a substituição $\frac{x_0 - y_0}{y_1 - x_1}$, obtendo o resultado $a = \frac{-3}{12}$.

O valor encontrado foi então “desmembrado”, de tal forma que o numerador da fração resultante, sem sinal, foi usado como coeficiente angular e o denominador como coeficiente linear.

Na turma 100 VESP, o erro Tipo 2 ocorreu em duas resoluções, um caso ser visto na Figura 43.

Figura 43- Erro T2 do 100VESP_09 da quinta questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

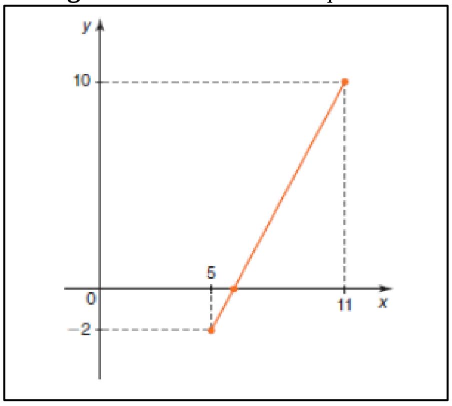
Nesta resolução, o aluno 100VESP_09 aplicou corretamente a fórmula do coeficiente angular, porém, posteriormente, com o objetivo de encontrar o valor do *b*, escolheu a ordenada de A, *7*, e fez o cálculo aritmético com o *-2*, que foi obtido anteriormente.

Nessa questão, os alunos tinham a opção de utilizar a estrutura $y = ax + b$, fazendo substituições nas coordenadas apresentadas e montando um sistema de equações, a fim de achar os valores dos coeficientes, para isso, era necessário notar a relação que se estabelece entre *x* e *y* numa função, além disso, os alunos deveriam compreender como o gráfico de uma Função é montado a partir dos pontos.

Fernandes, Teixeira e Boni (2019) apontam que o uso da tecnologia pode ser uma boa estratégia para superar as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo de Função, os autores destacam o uso do *software* GeoGebra como meio que permite ao aluno reconhecer relações entre coeficientes e como os gráficos podem ser formados por conjuntos de pontos.

Sexta Questão: ***Em um dia de inverno, a temperatura y de uma região do Rio Grande do Sul, em grau Celsius, em função do horário x, no período das 5 às 11 h, pôde ser descrita pelo gráfico (Figura 44):***

Figura 44- Gráfico sexta questão.



Fonte: Questão adaptada (ENEM/2011), (2022).

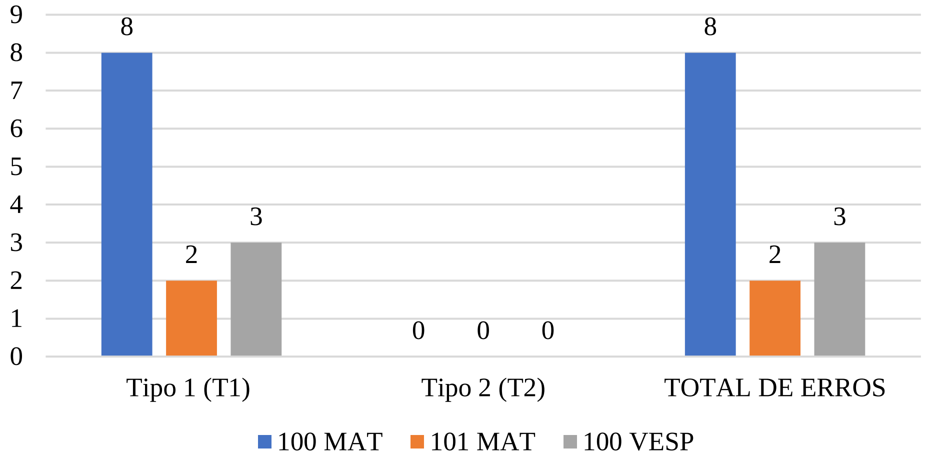
a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0°C?
b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa?
c)Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva?

Nessa questão, os alunos teriam que resolver um problema que relaciona temperatura e horário, não foi especificado que deveria ser usada Função Afim, porém todos os alunos que resolveram o quesito utilizaram esse assunto como estratégia para resolver.

Dentre todas as questões, essa foi a que teve a maior porcentagem de questões em branco, 50% na 100 MAT, 87,50% na 101 MAT e 83,33% na 100 VESP, sinalizando que os alunos apresentam muitas dificuldades em empregar os conceitos de Função Afim em situações-problema, de tal forma que eles não conseguiram esboçar quaisquer estratégias no sentido de resolver a questão, talvez tenham "se assustado" com o enunciado, que era diferente à estrutura usada nas questões anteriores.

Os erros que ocorreram na sexta questão foram considerados do Tipo 1 quando os estudantes não conseguiram desenvolver qualquer estratégia para a resolver a questão, seja utilizando Função Afim ou semelhança de triângulos. Do Tipo 2, foram consideradas as situações em que os alunos empegaram estratégias corretas para resolução da questão, porém erraram nas operações realizadas, seja por conta de substituições ou sinais. A distribuição dos erros que acorreram nas resoluções da questão, em cada turma, pode ser vista no Gráfico 10:

Gráfico 10-Distribuição dos tipos de erros da sexta questão nas três turmas analisadas.

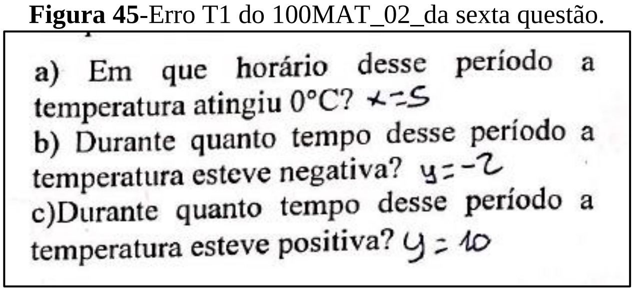


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nesta análise, todos os erros do Tipo 1 dizem respeito a casos em que os alunos apenas repetiram os dados presentes no enunciado e no gráfico da questão e copiaram como sendo respostas dos itens a, b e c.

Com relação ao Tipo 2, não houve registro. Sobre as respostas com erros T1 na turma 100 MAT, 8 casos, pode-se ver um exemplo na Figura 45.

Figura 45-Erro T1 do 100MAT_02_da sexta questão.

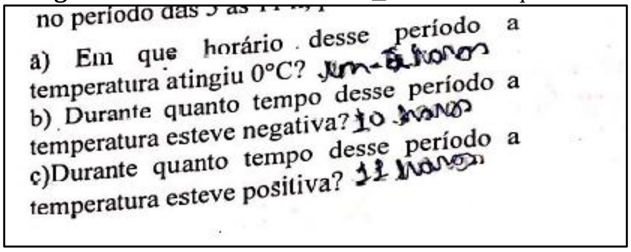

a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0°C? x=5
b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? y=-2
c)Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva? y=10

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100MAT_02 repetiu os números que estavam destacados no gráfico trazido na questão, não realizando nenhum procedimento com os dados mostrados.

A situação descrita na turma 100 MAT se repetiu na turma 101 MAT, em duas ocorrências, um exemplo de resolução nesta turma pode ser visto na Figura 46.

Figura 46-Erro T1 do 101MAT_02 da sexta questão.


no período das 5 às 11 h, ...

a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0°C?

b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa?

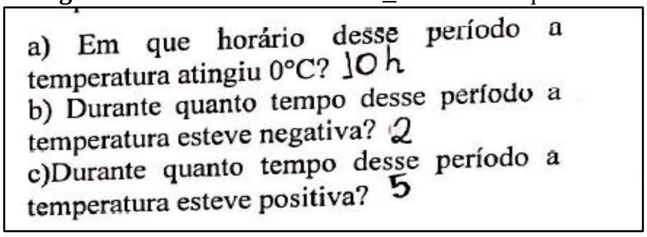
c)Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva?

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 101MAT_02 também repetiu os dados da questão utilizando os números que estavam em destaque no gráfico mostrado na questão, o aluno também não apresentou qualquer estratégia que pudesse utilizar os dados para resolver aos questionamentos da situação-problema.

De forma semelhante ocorreram os erros na turma 100 VESP, um exemplo pode ser visto na Figura 47.

Figura 47-Erro T1 do 100VESP_02 da sexta questão.


a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0°C? 10 h

b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? 2

c)Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva? 5

Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

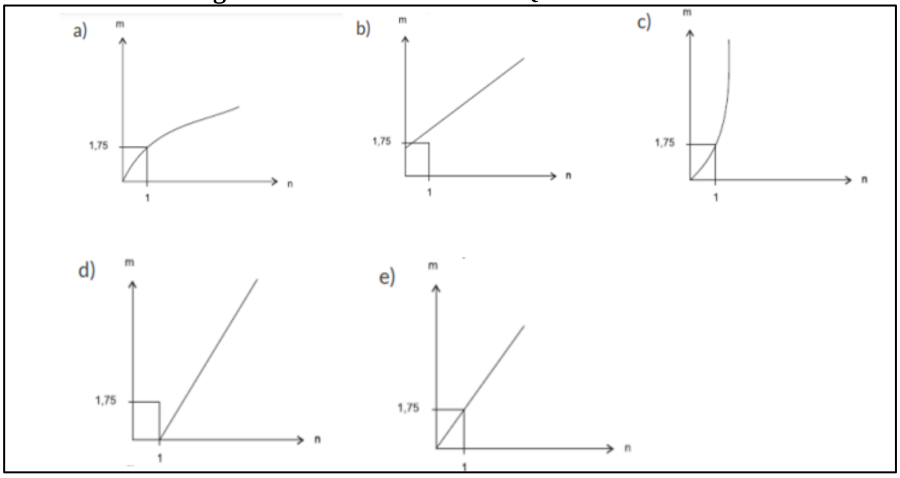
Nesta resolução, tal como ocorreu nos exemplos anteriores abordados sobre essa questão, o aluno apenas copiou os dados.

Diferentemente das questões anteriores utilizadas nesse instrumento avaliativo, esta se trata de uma situação-problema, Kieran (2004, *apud* RIBEIRO; CURY, 2020) classifica esse tipo de atividade algébrica como global, em que a álgebra é usada como ferramenta, inclusive em outros campos do conhecimento.

Segundo Fernandes, Teixeira e Boni (2019), questões como essa exigem que o aluno utilize procedimentos algébricos com a finalidade de fazer a tradução de um problema real para linguagem matemática, o que pode ser ainda mais complexo quando o aluno não tem uma bagagem que lhe permita aplicar eficientemente os conceitos.

Sétima Questão:
As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independentemente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir (Figura 48), o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é:
Justifique sua resposta.

Figura 48-Gráficos da Sétima Questão.

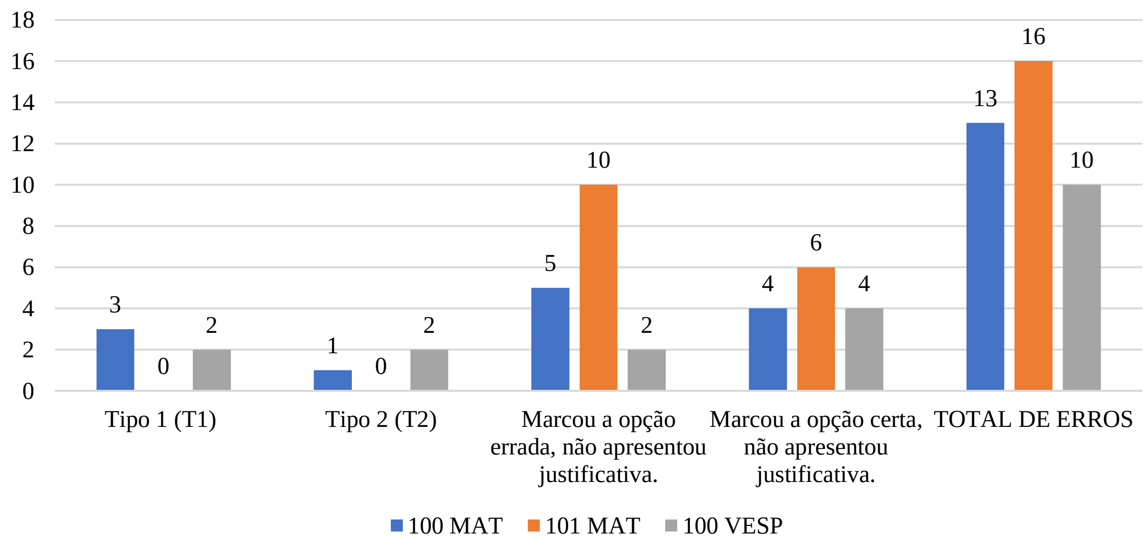


Fonte: *Questão adaptada (ENEM/2011), 2022*.

Na sétima questão, os alunos deveriam, a partir da situação-problema proposta, determinar o gráfico que melhor representasse a relação entre o preço a ser pago pelo cliente e o preço no quilograma da fruta, o aluno, além de marcar a opção que contém o gráfico, deveria também justificar a sua resposta, porém, alguns estudantes deixaram-na sem justificativa.

Nessa questão, foram considerados erros do Tipo 1 aqueles em que os alunos não reconhecem o comportamento linear do problema, ou seja, não percebem que a reta representaria melhor a situação descrita. Os erros do Tipo 2 são aqueles em que os alunos percebem a reta como melhor representante do problema, porém erram por não reconhecer o par ordenado (1; 1,75) como pertencente ao gráfico. A distribuição dos erros que acorreram nas resoluções da questão, em cada turma, pode ser vista no Gráfico 11:

Gráfico 11-Distribuição dos tipos de erros da sétima questão nas três turmas analisadas.

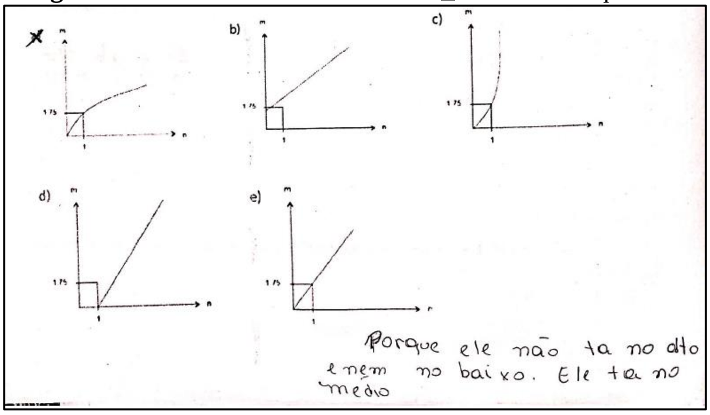


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nesta análise, os erros do Tipo 1 são aqueles em que os alunos não compreendiam que as alterações nos quilogramas afetariam proporcionalmente os valores finais a serem pagos, caracterizando, assim, uma função linear.

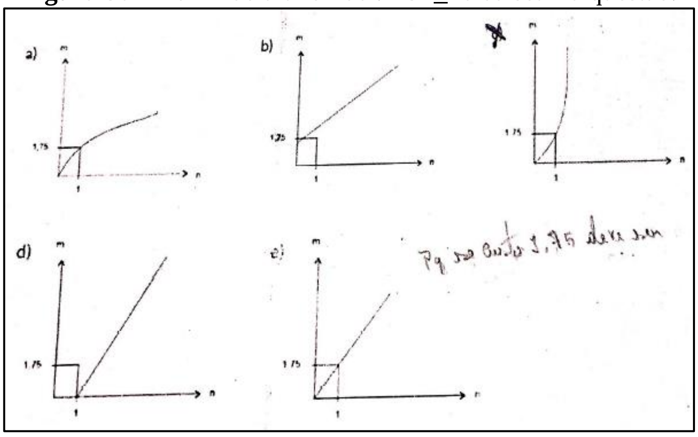
As turmas 100MAT e 100 VESP, apresentaram erro T1, com três e dois casos, respectivamente, exemplos são vistos na Figura 49 e Figura 50:

Figura 49- Erro T1 do aluno 100MAT_01 da sétima questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Figura 50-Erro T1 do aluno 100VESP_10 da sétima questão.

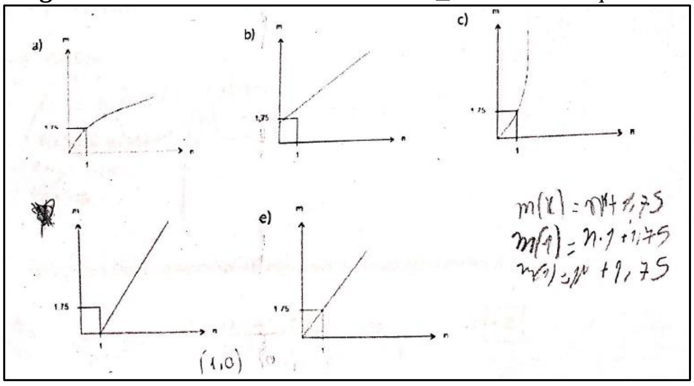


Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

Nas resoluções apresentadas pelos alunos 100MAT_,01 e 100VESP_10 foram assinaladas opções em que o gráfico amostrado não se trata de uma reta, o que mostra que os alunos não conseguiram perceber a situação descrita como linear, tampouco associaram ao fato de que a temática de todas as questões era Função Afim, logo esta questão teria chances de se tratar de uma também, sendo assim, não fizeram a associação de que a resposta da questão deveria ser uma reta.

Nessa questão, houve também erros Tipo 2 nas resoluções das turmas 100 MAT, com uma ocorrência e 100 VESP, com duas. Exemplos podem ser vistos na Figura 51 e na Figura 52, respectivamente.

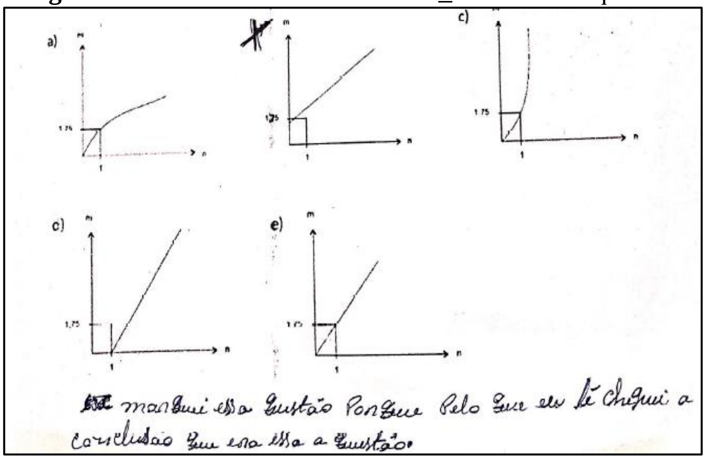
Figura 51- Erro T2 do aluno 100VESP_20 da sétima questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100VESP_20 reconhece que o gráfico que representa a questão é uma reta e tentou escrever a Lei de Formação da Função Afim, errou por não perceber que o par ordenado *(1;1,75)* correspondia ao ponto que deveria estar na reta descrita.

Figura 52-Erro T2 do aluno 100VESP_09 da sétima questão.



Fonte: Arquivo da própria autora. (2022)

O aluno 100VESP_09 também identifica que o gráfico que representa a questão é uma reta, porém também não reconheceu que o par ordenado *(1;1,75)* correspondia ao ponto que deveria estar no gráfico da Função.

Duval (2011, p. 111) afirma que “a interpretação das representações gráficas cartesianas depende de uma identificação precisa de todos os valores das variáveis visuais pertinentes e do reconhecimento qualitativo das unidades da expressão simbólica correspondente”. Ou seja, o aluno tem que reconhecer os pontos relevantes que fazem parte do gráfico e, além disso, fazer as associações pertinentes entre as variáveis, o que permitirá que ele reconheça naquela estrutura, a representação da situação descrita no problema.

Nessa questão, a proporcionalidade das variáveis poderia ser um argumento a ser utilizado pelos estudantes para reconhecer os demais valores que fazem parte do gráfico, contudo, a maioria dos estudantes não conseguiu reconhecer esse padrão. A BNCC afirma que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos devem ser expostos à noção intuitiva de Função, reconhecendo situações em que ocorre variação proporcional, por exemplo. (BRASIL, 2018).

Com esse conhecimento fortalecido, mesmo que os alunos não tenham formalizado o conceito de variável, nem mesmo de Função, eles conseguem resolver problemas realizando essa correlação entre variáveis. Nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos começam a estudar as definições e, a partir disso, devem compreender os significados das variáveis em uma expressão, estabelecer uma generalização de propriedades, investigar a regularidade de uma sequência, estabelecer a variação entre duas grandezas.

7 CONCLUSÃO

No decorrer da realização deste trabalho, buscou-se evidenciar as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de questões que envolvem Função Afim, utilizando, para isso, a Análise de Erros em respostas de estudantes da Primeira Série do Ensino Médio de uma Escola Estadual.

Esta pesquisa partiu da discussão a respeito das concepções tradicionais de erro, tão fortemente arraigadas na educação brasileira, que contribuem para que o processo avaliativo seja concebido como algo penoso para alunos e professores, posto que o erro é tratado como fracasso e a avaliação como o meio pelo qual ocorrem julgamentos sobre as capacidades do aluno de ser aprovado ou reprovado.

O desenvolvimento desta pesquisa permitiu a constatação do erro sob uma ótica diferente, haja vista que ele não se restringe a ser indicador de falhas, mas fornece informações sobre as estratégias estabelecidas pelos alunos ao solucionar as questões, bem como, demonstra os percalços que o discente enfrenta no entendimento de certos conteúdos. Além disso, serve de indicativo para o professor rediscutir, reavaliar sua práxis buscando uma ensinagem com vistas a melhoria do desempenho escolar de seus comandados.

O corpus da pesquisa constou de questionários aplicados aos professores e alunos, como vistas a perceber o modo como eles enxergam os tipos de erros que geralmente são cometidos nos processos avaliativos. Com relação aos discentes, houve diversas exposições de que costumeiramente não gostam de estudar Matemática, disciplina que, embora percebam como sendo importante, não conseguem assimilá-la. Mesmo assim, quando sentem dúvidas sobre algum assunto de Matemática, 77, 27% dos estudantes da turma 100 MAT, 87,5% da 101 MAT e 77,78 % da 100 VESP não consultam o professor, podendo até recorrer a outras fontes de informação, de acordo com as respostas dos alunos.

Essa realidade é complementada pelos depoimentos dos alunos a respeito do medo de errar e de como se sentem ao receber a correção de alguma atividade em Matemática, os relatos descrevem nervosismo, vergonha e decepção quando não alcançam a média e, orgulho, quando tiram notas boas. Portanto, a satisfação desses alunos é pautada na nota que eles recebem na atividade. Luckesi (2018, p.18) já contemplava essa postura ao afirmar que “o que predomina é a nota: não importa como elas foram obtidas nem por quais caminhos.”

Mudar essa perspectiva requer que a escola ofereça meios para que o aluno reconheça avaliação como forma de autoconhecimento e isso, só será possível, se todos os agentes escolares estiverem juntos nessa função. No que se refere aos docentes, os dois que participaram da pesquisa são experientes e apresentavam formas semelhantes de avaliar, como: frequência dos estudantes, a participação e o desempenho nas atividades aplicadas. Sobre o processo de correção, surgiu a diferença de metodologias, enquanto um deles privilegia a correção escrita individual, o outro, prefere realizar a correção coletiva, ou seja, para toda a sala. Essas formas de correção, como visto, não conseguem alcançar todos os estudantes que têm dúvidas sobre o assunto de Matemática e só trazem a informação que o discente errou.

Quando o erro ocorre, o entendimento dos dois professores é de que houve falta de algo: de compreensão, de conhecimento, de atenção, sendo que isso mostra uma postura de culpabilização do estudante, como se este fosse o único responsável pelo que não consegue aprender ou ainda que se o professor ministrou um conteúdo em sala de aula, o aluno não pode mais errá-lo.

Após a realização do teste com questões sobre Função Afim, as resoluções foram classificadas, em um primeiro momento, identificando o total de respostas certas, erradas e em branco. Pautando-se em teóricos como Cury (2019) e Zabala (1998), as respostas erradas foram analisadas e organizadas em duas categorias: erros em conteúdo conceitual e erros em conteúdo procedimental.

A pesquisa evidenciou que, nas três turmas, as dificuldades de aprendizagem em Função Afim são grandes. Foi possível verificar erros associados à concepção básica do assunto, principalmente no que tange às diversificações de representação da Função Afim.

Em outras questões, nas resoluções apresentadas pelos alunos, os erros ocorreram em virtude de falhas de procedimentos, tais como: sinais e erro em operações. Esse fator demonstra que, numa sala de aula, os alunos apresentam níveis diferentes de compreensão do assunto, o que revela a necessidade de abordar a Matemática contemplando essa variedade de demandas que ocorrem no ambiente de aprendizagem.

Porquanto, o presente estudo destacou o potencial da Análise de Erros como fonte de informação acerca do conhecimento do alunado sobre função Afim. Ela está pautada numa perspectiva de avaliação acolhedora, mediadora, em que o enfoque não ocorre somente na quantidade de acertos e erros e, sim, em detalhar as razões pelas quais o erro ocorreu e como o aluno entendeu e desenvolveu as suas resoluções.

A partir dessas respostas, o professor poderá repensar estratégias, nessa atmosfera de ensino, aluno e professor são convidados a trabalharem juntos, pois, por um lado, o aluno compreende e reflete sobre o seu desempenho e o professor media formas de o aluno aprimorar e desenvolver os seus conhecimentos.

Espera-se que pesquisas como essa contribuam para o debate sobre o tema e levantem outros questionamentos que podem ser utilizados em trabalhos futuros como, por exemplo, sugestões de estratégias de intervenções mediante a realização da Análise de Erros e reaplicação dos testes como vistas a perceber se houve alguma alteração de desempenho.

REFERÊNCIAS

AMARANTE, José Marcos Nunes do. **Análise de erros: reflexões sobre o ensino de Geometria no Município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/313 Acesso em: mai. 2022.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução: Esteia dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 316 p.

BRASIL **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais** (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002. Disponível em: portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em 22 nov. 2021.

BRASIL. **Brasil no Pisa 2018.** Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020a. 185 p. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em 22 nov. 2021.

BRASIL. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – Ideb.** 2020b. Disponível em: http://ideb.inep.gov.br/resultado/. Acesso em: 12 abr. 2022.

BRASIL. **Questão ENEM 2011**. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/dia2_caderno5_amarelo.pdf. Acesso em: 8 nov. de 2021.

BRUM, Lauren Darold. Análise de Erros Cometidos por Alunos de 8º ano do Ensino Fundamental em Conteúdos de Álgebra. **Dissertação.** (Curso Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática). 2013. - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, 2013.Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/371. Acesso em 12 abr. 2022.

BURIASCO, Regina Luiza Corio de (Org). **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM, 2008. 120 p.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. Edição do Kindle. Não Paginado.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática:** Da teoria à prática. 17 ed. Campinas, SP: Papirus, 2009. 122 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática em Contextos e Aplicações.** 3 ed. São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos:** Função Afim e Função Quadrática. 1 ed. São Paulo: Ática, 2020.

DE LA TORRE, Saturnino. **Aprender com os Erros:** o Erro Como Estratégia de Mudança. Porto Alegre: Artmed, 2007. 240 p.

DÖRR, Raquel Carneiro. **Análises de aprendizagens em cálculo diferencial e integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) -Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Disponível em: http://repositorio.unb.br/handle/10482/25283. Acesso em: mai. 2022.

DUVAL, R. Gráficos e equações**:** a articulação de dois registros. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011. Tradução de: Strasbourg: ULP – IREM, 1988. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2011v6n2p96. Acesso em: 25 fev. 2022.

DUVAL. Raymond. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Tradução de: Strasbourg: ULP- IREM, 1993. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: 25 fev. 2022.

ENGLER, Adriana *et. al*. Los Errores em el Aprendizaje de Matemática. **Revista Premisa de la Sociedad Argentina de Educación Matemática**, v. 6, n. 23, 2004. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/23134/1/Engler2004Los.pdf. Acesso em: 10 nov 2021.
ESCOBAR, Felipe Corrêa da Cruz. **Erros em matemática**: refletindo sobre sua origem. Curitiba: Appris, 2020. 159 p. Edição do Kindle.

FERNANDES, Domingues. **Avaliar para aprender:** fundamentos, práticas e políticas. São Paulo: Editora UNESP, 2009. 224 p.

FERNANDES, Renata Karoline; TEIXEIRA, Lilian Aparecida; BONI, Keila Tatiana. **Metodologia do ensino de Matemática**. 2. ed. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2019. 192 p.

FERREIRA, Lúcia de Fátima Durão. **Um Estudo sobre a Transição do 5º ano para o 6º ano do Ensino Fundamental:** o caso da aprendizagem e do ensino de área e perímetro. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2018. Disponível em: Acesso em: 12 abr. 2022. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34164. Acesso em 12 abr.2022.

FERREIRA, Thyago Araújo. **Resolução de problemas de probabilidade no ensino médio: uma análise de erros em provas da OBMEP no Maranhão**. Dissertação. (Curso Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). 2017. - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017. Disponível em: https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/2009. Acesso em: 12 abr. 2022.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliação mito e desafio**: uma perspectiva construtivista. 46. ed. Porto Alegre: Mediação, 2019. 160 p.

IEZZI; Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 9.ed.Sáo Paulo: Atual, 2019. 416 p.

LIMA, Elon Lages et al. A Matemática do Ensino Médio. 11. ed. **Coleção do Professor de Matemática. vol 1**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2016.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. 3 ed. Campinas, SP: Autores associados, 2010. 144 p.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2018. 342 p.

MELO, Virlane Nogueira. Sequência Fedathi e análise de erros aplicadas ao ensino de frações**.** 2017. **Dissertação** (Mestrado em Educação). **-** Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/26755. Acesso em: 12 abri. 2022.

NASCIMENTO, Patricia Cacho do. **Um estudo sobre os erros dos alunos em Cálculo Diferencial e Integral I em um curso de Engenharia Civil**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2017b. Disponível em https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6089251. Acesso em: mai. 2022.

NASCIMENTO, Raul Francisco da Silva. **Análise de erros no processo de resoluções de proporcionalidade**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2017a. Disponível em: https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/370 Acesso em: mai. 2022.

OLIVEIRA, Luís Carlos Góis de. **Análise de erros cometidos pelos discentes do sétimo ano do ensino fundamental e primeiro ano do ensino médio no estudo dos números racionais na sua forma fracionária**. 2017. Dissertação. (Mestrado em Matemática). **-** Universidade Federal de Sergipe. Itabaiana, 2017. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFS-2_75ae20fcd62198bc80dba04e3d2d98df. Acesso: 12 abri. 2022.

PAIVA, Manuel. **Matemática Paiva.** 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PÉPIN, Charles. **As virtudes do fracasso**. Tradução Luciano Vieira Machado. 1. ed. São Paulo: Estação Liberdade, 2018.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009. 181 p.

PONTES, Jailson da Costa. **Identificação e Caracterização do Perfil de Erros e Dificuldades de Aprendizagem nas Questões de Estatística e Probabilidade das Provas de Matemática do Enem nos Anos de 2013 a 2016 dos Aprovados na Primeira Chamada do Sisu para Ingressar na UFRN**. 2019. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2019.

PORTELA, Eliana Teles. **Aprendendo por Meio da Análise de Erros: Uma Investigação sobre as Operações com Frações no Estudo a Função Afim**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática). – Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2018. Disponível em: https://ri.ufs.br/handle/riufs/10267. Acesso em 12 abri. 2022.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; CURY, Helena Noronha. **Álgebra para a formação do professor**. Autêntica Editora. 2020. Edição do Kindle. Não paginado.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012. 512 p.

SACRISTÁN, José Gimeno. **O Currículo:** uma Reflexão sobre a Prática. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2018. 352 p.

SANTOS JÚNIOR. A análise didática de erros: Um estudo com equações do segundo grau. 2020. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Campina Grande, 2020. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3759. Acesso em 12 abri. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **#Contato Matemática**. São Paulo: FTD, 2016.

UNESCO. **Os desafios do ensino de matemática na educação básica**. São Carlos: EdUFSCar, 2016. 114 p. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246861. Acesso em: nov 2021.

VALENTE, Rodrigues Valente (Org)**. Avaliação em Matemática:** História e Perspectivas Atuais. Campinas, SP: Papirus, 2015. Edição do Kindle. Não paginado.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. Os caminhos da didática e sua relação com a formação dos professores de Matemática. In: Nacarato, Adair Mendes; Paiva, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs). **A formação do professor que ensina matemática**. Autêntica Editora. 2006. p. 43 - 59.

VENDRUSCOLO, Thaís. **Análise de erros na resolução de questões da OBMEP: uma proposta de utilização do Geogebra como recurso didático**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/handle/1/19575. Acesso em: mai. 2022.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Penso,1998. 238 p.

ZAGNOLI, Tiago de Paula. **Uma análise do erro de um grupo de estudantes do ensino médio em uma escola de Juiz de Fora – MG sob a ótica sociocontextual**. 2017.

Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/5461. Acesso em: mai. 2022.

APÊNDICE A – Questionário aplicados aos alunos

PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Prezado aluno, estou realizando uma pesquisa cujo objetivo é investigar os erros em resolução de problemas envolvendo Função Afim, para isso é importante contar com a percepção dos alunos acerca de como veem o erro em Matemática, quais as suas visões e dificuldades na aprendizagem da Função Afim e como o erro pode influenciar o desempenho final do estudante. Por esse motivo, solicito sua colaboração, respondendo a este questionário, pois sua contribuição é muito importante para a elaboração do meu trabalho, referente à dissertação de Mestrado.
Desde já, agradeço.
Maria Camila da C. dos Santos

Questionário aplicados aos alunos

1 Quantos anos você tem? ________
1 Você já repetiu de ano?
( ) SIM ( ) NÃO

3 Você gosta de estudar Matemática?
( ) Sim ( ) Não ( ) Às vezes
Justifique sua resposta:
____
____
____

4 Porque você acha importante estudar Matemática?
____
____
____

5 Você sente alguma dificuldade em estudar Matemática?
____
____
____

6 Você sente alguma dificuldade em estudar Matemática?
( ) Sim, qual? ____
( ) Não

7 Como normalmente você é avaliado na disciplina de Matemática?

( ) apenas através de provas;
( ) trabalhos em grupos;
( ) exercícios em sala de aula;
( ) tarefa para casa.

8 Você, normalmente, pergunta ao sentir dificuldade em algum assunto ou questão?
( ) Sempre pergunto ao professor, quando tenho dúvidas;
( ) Tiro dúvidas com colegas, mas não pergunto ao professor;
( ) Tento tirar dúvidas através de pesquisa sobre o assunto;
( ) Nunca tiro as minhas dúvidas.

9 Numa avaliação de Matemática, ao analisar as questões, o que é mais comum:
( ) tento resolver apenas se achar muito fácil;
( ) tento um pouco, mas se não consigo de cara, desisto;
( ) tento resolver sempre, mesmo que tenha dificuldade no assunto;
( ) não tento, apenas chuto a questão.

10 Em sala, quando o professor de Matemática passa uma questão, você normalmente:
( ) tento resolver todas as questões passadas e pergunto ao professor quando tenho dificuldade;
( ) tento resolver todas as questões, mas quando tenho dúvidas fico com vergonha de perguntar ao professor;
( ) não tento resolver as questões, porque (explique o motivo)

____
____
____

11 Você já deixou de resolver uma questão de Matemática por medo de errar?
( ) sempre ( ) às vezes ( ) nunca

12 Como você se sente ao receber do professor a correção de alguma atividade ou prova de Matemática?

____
____
____

13 Normalmente, após a realização e correção de uma avaliação, o que acontece:
(obs: Você pode marcar, se necessário, mais de uma alternativa).
( ) o professor apenas devolve com a nota;
( ) o professor devolve a atividade com anotações;
( ) o professor faz correção das questões no quadro;
( ) o professor faz um reforço do assunto passado, caso tenha existido dificuldade na resolução da avaliação.

APÊNDICE B - Questionário aplicado aos professores

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

PROFMAT

PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO- PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMATICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Caro professor (a), estou realizando uma pesquisa, que tem como objetivo investigar a opinião e percepção dos professores de Matemática do Ensino Básico sobre a análise de erros no processo de ensino aprendizagem de Matemática, particularmente no que diz respeito à abordagem da Função Afim. Por esse motivo, peço sua colaboração, respondendo a este questionário, uma vez que sua contribuição é fundamental para a conclusão do meu trabalho, referente à dissertação de Mestrado.

Desde já agradeço.
Maria Camila da C. dos Santos

QUESTIONÁRIO AOS PROFESSORES

1) Qual a sua formação?
( ) apenas ensino superior, qual instituição? ______________________________
( ) pós graduação lato sensu, qual instituição? ____________________________
( ) pós graduação stricto sensu, qual instituição? __________________________
( ) outra ____

2) Quantos anos de experiência na educação?

____

3) Cursou alguma disciplina que tratasse sobre avaliação e o ato de avaliar?
( ) sim
( ) não

4) Como normalmente você avalia os alunos?
( ) Apenas através de provas;
( ) Por meio de atividades e trabalhos individuais e em grupo;
( ) Utilizo múltiplos instrumentos para realizar a avaliação, cite:
( ) Não avalio
( ) Outro, qual? ____

5) Como realiza a correção das avaliações dos alunos?
( ) Apenas a correção manual no próprio instrumento avaliativo;
( ) Faço a correção em sala de aula para todos os estudantes;
( ) Realizo a correção individualmente, abordando o erro específico de cada aluno;
( ) Realizo outra técnica para corrigir, qual? ______________________________

6) Você realiza a análise dos erros cometidos pelos alunos?
   ( ) Sim
   ( ) Não
   ( ) Não sei do que se trata.

Justifique sua resposta

____
____
____

7) Qual a sua postura mediante o erro do aluno?

____
____
____

8) O que significa pra você o aluno errar uma questão de Matemática?

____
____
____

9) Com relação ao estudo das funções afim, qual a maior dificuldade dos alunos na resolução de questões que envolvem essa temática?

____
____
____