



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS - GRADUAÇÃO - PPG



PROFMAT

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

ISRAEL COSTA ABREU

**GEOGEBRA: RECURSO FACILITADOR E MOTIVADOR NO
PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DA
ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

SÃO LUÍS
2022

ISRAEL COSTA ABREU

**GEOGEBRA: RECURSO FACILITADOR E MOTIVADOR NO
PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DA
ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Maranhão, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, sob orientação da Professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

SÃO LUÍS
2022

Abreu, Israel Costa.

Geogebra: recurso facilitador e motivador no processo ensino - aprendizagem para o estudo de estatística no ensino médio / Israel Costa Abreu. – São Luís, 2022.

103 f.: il.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Maranhão, 2022.

Orientadora: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1.Estatística. 2.Geogebra. 3.Tecnologias. 4.Ensino. 5.Aprendizagem.
I.Título.

CDU: 51:[004.05:373.5]

ISRAEL COSTA ABREU

**GEOGEBRA: RECURSO FACILITADOR E MOTIVADOR NO
PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DA
ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual do Maranhão, no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, sob orientação da Professora Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 30 / 05 / 2022

BANCA EXAMINADORA

Sandra Imaculada Moreira Neto
Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto (Orientadora)
Doutora em Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

[Assinatura]

Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão
Doutor em Educação Matemática
Universidade Estadual do Maranhão

Documento assinado digitalmente

gov.br

Giovane Ferreira Silva
Data: 24/07/2022 16:24:25-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Giovane Ferreira Silva
Doutor em Matemática
Universidade Federal do Maranhão

À Deus pela vida e bênçãos recebidas.
À minha esposa, Leudilene de Jesus
Ribeiro Costa, aos nossos filhos, Isaac Ribeiro
Costa e Laureen Ribeiro Costa, e à minha
irmã, Idenes Oliveira Costa, pelo afeto e cari-
nho.

Aos meus pais e irmãos, pelo incentivo
e carinho constantes.

Aos meus amigos, Eliabe Rodrigues,
Jociel, Daniel e Luciano, pelo apoio e compa-
nheirismo.

Agradecimentos

À Deus, pelo dom da vida e pela sabedoria divina.

À minha esposa, Leudilene, por estar ao meu lado neste projeto.

Aos meus filhos Isaac e Laureen, que inspiram-me a cada dia ser uma pessoa melhor.

À minha mãe, Maria da Conceição, pelo afeto e carinho

In memoriam ao meu amado pai: Inácio Costa e à minha madrastra: Domingas Aumelice, por todo esforço, dedicação, carinho, amizade e conselhos.

Aos meus irmãos: Remédios, Ruth, Lélia, Lília, Idenes, Idenir, Inácio Júnior e Isaías pelo apoio e contribuição prestadas durante a minha caminhada.

A todos os meus sobrinhos, em especial, Laysa, Renata, Maria Clara e Rodolfo pelo carinho e proximidade que têm comigo.

Aos meus tios, minhas cunhadas, cunhados e amigos por todo amor dedicado aos meus filhos e pelo acolhimento desde que nos conhecemos.

Aos colegas do PROFMAT, Eliabe, Jociel, Daniel, Luciano, Roberto, Luís Ricardo, José Vitor, Leonardo Coqueiro, Sérgio Rodrigo, Gilberto, Olegário, Ivao, Paul Willliame, Cledson, Maria Camila, Marlon Maiko, Jandherson, Fábio Henrique, Alisson, Carlos Antônio, Alan Rubens, Jardel, Joel e Vicente Neto, por estarem comigo nessa jornada.

A todos os professores do PROFMAT-UEMA, por dedicarem seu tempo a nos passar conhecimento e aprendizado.

À minha orientadora profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, pelas orientações e pelo apoio intelectual e incondicional para conclusão deste trabalho.

À banca examinadora pela atenção e disponibilidade em avaliar o presente trabalho, realizando importantes contribuições.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração desta dissertação e, de modo especial, a minha esposa Leudilene de Jesus Ribeiro Costa e a minha orientadora professora Sandra Imaculada Moreira Neto, pela valiosa contribuição no direcionamento técnico e dedicação na realização deste trabalho.

*“Um bom ensino de Matemática, forma
melhores hábitos de pensamento e habi-
lita o indivíduo a usar melhor a sua in-
teligência.”*

Irene Albuquerque

Resumo

Este trabalho de pesquisa apresenta uma proposta de utilização do software GeoGebra e pretende avaliar se a utilização desse software como ferramenta pedagógica pode contribuir significativamente no ensino e na aprendizagem de conteúdos de Estatística. Essa pesquisa também visa despertar os professores para o estudo e a utilização do software GeoGebra como um grande recurso didático que pode se tornar um aliado na sala de aula, como uma ferramenta para apresentar, simular, interagir e discutir dados, diagramas e medidas centrais no estudo da Estatística no Ensino Médio. Um dos objetivos deste trabalho foi que os alunos compreendessem essas propriedades de forma interativa, através da manipulação do software para depois, na sala de aula, conhecerem as definições e demonstrações formais. O desenvolvimento deste trabalho foi motivado, inicialmente, pela necessidade de utilização de recursos de tecnologia presentes na escola e que não eram aproveitados didaticamente pelos professores. Outro objetivo foi apresentar uma metodologia que contemplasse a expectativa dos alunos por uma aula diferenciada e, conseqüentemente, oferecesse ao professor uma opção didática diferente para desenvolver no dia a dia. Além disso, comparou-se, também, o questionário diagnóstico, aplicado inicialmente, com o questionário final e avaliou-se todas as atividades desenvolvidas, dando ênfase ao uso do GeoGebra como ferramenta para introduzir as noções conceituais e as propriedades das principais medidas da estatística descritiva. Assim, pode-se concluir que a utilização do software trouxe resultados satisfatórios, pois a grande motivação apresentada pelos alunos permitiu uma participação ativa e, conseqüentemente, uma maior aprendizagem.

Palavras-chave: Estatística. GeoGebra. Tecnologias. Ensino. Aprendizagem.

Abstract

This research paper presents a proposal for using the GeoGebra software and intends to evaluate whether the use of this software as a pedagogical tool can contribute significantly to the teaching and learning of Statistics content. This research also aims to awaken teachers to the study and use of the GeoGebra software as a great didactic resource that can become an ally in the classroom, as a tool to present, simulate, interact and discuss data, diagrams and central measures in the study of Statistics in High School. One of the goals of this work was for students to understand these properties interactively, through the manipulation of the software, and then, in the classroom, to learn about the formal definitions and demonstrations. The development of this work was motivated, initially, by the need to use technology resources present in the school that were not used didactically by the teachers. Another objective was to present a methodology that could meet the students' expectations for a differentiated class and, consequently, offer the teacher a different didactic option to develop on a daily basis. In addition, the diagnostic questionnaire, initially applied, was compared with the final questionnaire, and all the developed activities were evaluated, emphasizing the use of GeoGebra as a tool to introduce the conceptual notions and the properties of the main measures of descriptive statistics. Thus, it can be concluded that the use of the software brought satisfactory results, because the great motivation presented by the students allowed an active participation and, consequently, a greater learning.

Keywords: Statistics. GeoGebra. Technologies. Teaching. Learning.

Lista de SIGLAS

Siglas utilizadas neste trabalho:

BNCC Base Nacional Comum Curricular

DNE Departamento Nacional de Estatística

ENCE Escola Nacional de Ciências e Estatística

ENEM Exame Nacional do Ensino Médio

IBGE Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INE Instituto Nacional de Estatística

PCEM Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PCN Parâmetro Curricular Nacional

PCNs Parâmetros Curriculares Nacionais

PNAD Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios

PNE Plano Nacional de Educação

LDB Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC Ministério da Educação

TIC Tecnologias de Informação e Comunicação

Lista de Figuras

1.1	Criador do GeoGebra	22
1.2	Tela inicial do GeoGebra no computador	24
1.3	Barra de Ferramentas no computador	25
1.4	Janela algébrica e janela de visualização (2D e 3D) no computador	26
1.5	Janela algébrica e janela de visualização (2D) no celular	26
1.6	Janela algébrica e janela de visualização (3D) no celular	27
3.1	Tipos de variáveis estatísticas.	38
3.2	Gráfico de barras horizontais.	42
3.3	Gráfico de barras verticais.	43
3.4	Preferência de viagens dos alunos por regiões do país.	44
3.5	Medida em massa de um grupo de estudantes.	45
3.6	Tamanho de roedores em centímetros.	45
3.7	Planilha para construção da tabela de frequência	46
3.8	Gráfico de barras e construção da tabela de frequência	47
3.9	Gráfico de barras e construção da tabela de frequência	47
3.10	Tela do GeoGebra após o 1 ^o passo.	48
3.11	Tela do GeoGebra após o 2 ^o passo.	48
3.12	Tela do GeoGebra após o 3 ^o passo.	49
3.13	Tela do GeoGebra após o 4 ^o passo.	49
3.14	Quantidade de filmes assistidos no primeiro semestre.	51
3.15	Criação da planilha no GeoGebra após o 1 ^o passo.	55
3.16	Criação de lista no GeoGebra após o 2 ^o passo.	56
3.17	Seleção do comando média no GeoGebra após o 2 ^o passo.	56
3.18	Cálculo da média aritmética no GeoGebra após o 3 ^o passo.	57
3.19	Cálculo da moda no GeoGebra após o 4 ^o passo.	57
3.20	Cálculo da mediana no GeoGebra após o 5 ^o passo.	58
3.21	Cálculo alternativo da média e mediana no GeoGebra.	58
4.1	Registro fotográfico do teste diagnóstico	62
4.2	Registro fotográfico da realização do minicurso.	63
4.3	Uso de aplicativos em sala de aula: CE Liceu Maranhense (turmas: 100, 101 e 102)	64
4.4	Uso do computador, smartphone ou tablet pelos professores: CE Liceu Maranhense	64
4.5	Possui smartphone ou tablet	65

4.6	Acesso à internet	65
4.7	Você acredita que o uso de softwares ou aplicativos pode ajudá-lo(a) a aprender conteúdos de Matemática?.	66
5.1	Seleção do controle deslizante.	69
5.2	Inserindo os dados controle deslizante.	69
5.3	Linha de entrada e seleção dos comandos.	70
5.4	Linha de comandos.	70
5.5	O que você entende por frequência? (Estudante 9).	71
5.6	O que você entende por frequência? (Estudante 14).	71
5.7	Tabela de frequência.	72
5.8	Tabela de frequência feita por um aluno em sala de aula.	72
5.9	Comando diagrama.	73
5.10	Gráfico de pontos.	74
5.11	Gráfico de pontos feito por um aluno em sala de aula.	74
5.12	Gráfico de barras.	75
5.13	O que você entende por média? (Estudante 7).	75
5.14	O que você entende por média? (Estudante 16).	76
5.15	O que você entende por média? (Estudante 27).	76
5.16	Média aritmética.	77
5.17	Moda.	77
5.18	Mediana.	78
5.19	Criação da lista com as frequências.	79
5.20	Seleção do comando diagrama de setores.	80
5.21	Criação do gráfico de setores.	80
5.22	Avaliação do minicurso GeoGebra pelos discentes.	81
5.23	Você acredita que a utilização do GeoGebra como recurso complementar às aulas tradicionais de Matemática tornaria o conteúdo mais atrativo e compreensível?	82
6.1	Votos por sexo na eleição para representante de classe	92
6.2	Dados do cartão Micro SD de 16 GB	93

Lista de Tabelas

3.1	Divisão de funcionários por sexo.	39
3.2	Quociente de inteligência.	39
3.3	Quociente de inteligência em ordem crescente.	40
3.4	Frequências do quociente de inteligência dos alunos.	41
5.1	Preferências regionais de viagens dos alunos.	79

Sumário

INTRODUÇÃO	14
1 O USO DE SOFTWARES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM	19
1.1 Tecnologia e Aprendizagem	19
1.2 Software GeoGebra	21
1.2.1 Seu Criador	22
1.2.2 Sua Interface	23
1.2.3 Benefícios e desafios que o Estado, os docentes e discentes poderão encontrar ao usar o software GeoGebra	25
2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA	30
2.1 Breve Histórico do Ensino de Estatística	30
2.2 Educação Estatística no Ensino médio	33
3 ESTUDO DA ESTATÍSTICA DESCRITIVA E APLICAÇÕES NO GEOGEBRA	36
3.1 Conceitos Básicos de Estatística	36
3.1.1 Descrição de Dados	37
3.1.2 População e Amostra	37
3.2 Tipos de Variáveis Estatísticas	37
3.3 Distribuição de Frequências	38
3.4 Representação Gráfica	41
3.4.1 Construções da tabela de frequência e do gráfico de barras no GeoGebra para dados agrupados por valor	45
3.4.2 Construções da tabela de frequência e do histograma no GeoGebra para dados agrupados por intervalo de classe.	47
3.5 Medidas de Tendência Central	50
3.5.1 Cálculo da média, moda e mediana no software GeoGebra	54
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	59
4.1 Sobre a Natureza da Pesquisa	59
4.2 Sobre o Teste Diagnóstico Usado Para Aferição do Conhecimento Estatístico	61
4.3 Etapas da Pesquisa	61
4.3.1 Análise do Questionário 1	63

5	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	67
5.1	Atividade 1	68
5.2	Atividade 2	71
5.3	Atividade 3	73
5.4	Atividade 4	75
5.5	Atividade 5	78
5.6	Análise do questionário 2	81
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
	REFERÊNCIAS	86
	APÊNDICE A - Teste Diagnóstico Para Aferição do Rendimento Escolar dos Alunos	91
	APÊNDICE B - Questionários Para Coleta de Informações	94
	B.1 - Questionário Feito com os Alunos	94
	B.2 - Questionário Feito com os Alunos	97
	APÊNDICE C1 - Carta de anuência apresentada à direção da escola.	98
	B.1 - Questionário Feito com os Alunos	98
	B.1 - Questionário Feito com os Alunos	100

INTRODUÇÃO

O uso de recursos computacionais no ensino das diversas áreas de conhecimento tem se tornado cada vez mais comum. As práticas docentes seguem novas metodologias que tendem a incluir o aluno no processo de construção do saber inserindo-o de forma a se familiarizar com a aplicação dos conhecimentos adquiridos em sala de aula, dando mais significância aos conteúdos estabelecidos no currículo adotado pelo sistema nacional de educação. Diante de tantas possibilidades de trabalhos nessa linha de pensamento, os recursos computacionais junto com os softwares têm-se feito cada vez mais presentes no cotidiano escolar.

E com a disseminação da informática na sociedade e conseqüentemente na educação pressupõe a exigência de uma nova linguagem, novos conhecimentos e maneiras de interagir com esta modalidade de comunicação e informação, implicando em uma nova cultura profissional. Essa nova postura, que se propõe ao professor, no entanto, deve ser incorporada à sua prática, de forma que o conduza a aceitar como parte de sua cultura. A aplicação e a utilização de atividades práticas como material pedagógico no ensino da matemática voltam-se para tratar do aprendizado para além do conteúdo. Para haver novos métodos é necessário que os professores estejam interessados em mudarem, que incluam em suas práticas as tecnologias voltadas para o ensino.

Além disso, o avanço e a expansão das tecnologias digitais provocaram uma nova leitura do mundo e a necessidade de novas exigências e novas competências para a formação do cidadão da sociedade moderna, tais como: a criatividade e a colaboratividade. Marcando mudanças e transformações em diversos campos do conhecimento, as novas tecnologias impulsionaram o desenvolvimento da ciência permitindo e amplificando a realização de experimentos, de simulações, bem como o acesso e o armazenamento de uma vasta quantidade de informações que podem ser divulgadas e compartilhadas em tempo real. A Estatística, por sua vez, representa um componente importante nesse processo por oferecer modelos que permitem resumir, representar e fazer inferências do conjunto de dados divulgados nas pesquisas e nas mídias.

Diante desse cenário, a Estatística tem sido um tema emergente nos currículos escolares, visto que se faz cada vez mais necessário formar cidadãos críticos que sejam capazes não apenas de ler e interpretar as informações representadas por gráficos e tabelas,

mas também de fazer previsões e tomar decisões para atender as necessidades do novo século.

Relacionado a matemática, o conteúdo de estatística é extremamente relevante para que os alunos possam compreender o mundo em que vivemos. Saber apresentar, simular, comparar, analisar, interagir, discutir dados e aplicar conhecimentos relacionados à estatística é uma oportunidade relevante.

O ensino de matemática sempre foi ministrado de forma tradicionalista. Os professores preocupavam-se em trabalhar todo o conteúdo curricular, sem levar em consideração o fato da aprendizagem dos alunos, quer dizer, se esses aprendiam ou não. Todavia, tinha-se a certeza de que os educandos, ou maioria deles, já saíam das séries iniciais sabendo resolver problemas com as quatro operações: somar, subtrair, multiplicar e dividir. Isto porque os mesmos eram obrigados a estudar, ou seja, decorar a tabuada, caso contrário recebiam punições por parte do educador.

Somente após a Revolução Industrial (final do século XVIII) é que ocorreu a aplicação da matemática nas salas de aulas, ou seja, foi introduzida como disciplina curricular, pois as novas transformações exigiam das pessoas novos conhecimentos matemáticos, porém seu ensino não utilizava uma linguagem adequada às séries da educação básica e os métodos de ensino ainda eram tradicionais (MEMÓRIA, 2004). Como resultado, obteve-se um grande quantitativo de reprovação e de discentes que desenvolveram aversão à disciplina, pois o seu ensino não era aplicado à realidade dos mesmos.

Memória (2004) afirma que por causa dos transtornos causados por esta forma de ensinar é que estudiosos iniciaram, na década de 70, uma pesquisa sobre Educação Matemática, que tinha como objetivo estudar soluções e técnicas de como aplicar métodos diferenciados de avaliação, fazendo relação com a vida do aluno. Este movimento só chegou ao Brasil em 1997 com a elaboração do Parâmetro Curricular Nacional (PCN). Os estudiosos do movimento acreditavam constar neste documento todas as informações necessárias ao bom ensino da disciplina.

Ainda, assim, ao compararmos o ensino de anos anteriores com o de hoje, verifica-se que não evoluiu em muitos aspectos. Atualmente, o ensino da matemática, principalmente em escolas públicas, é ministrado por profissionais despreparados de forma acrítica e abstrata, ou seja, o professor repassa o conteúdo e o aluno recebe e aceita o conhecimento sem questioná-lo, tampouco sem saber para que serve e onde poderá utilizá-lo. Este fato ainda tem gerado aversão à disciplina em um número significativo de discentes, que a veem como difícil ou não atrativa e, portanto, não demonstram interesse em aprendê-la.

O processo ensino aprendizagem requer muito esforço, tanto por parte de quem ensina quanto de quem deseja aprender. Na escola não é diferente, o professor deve estar sempre preocupado em fazer com que o aluno assimile o conteúdo e passe a buscar cada

vez mais aprimorar seus saberes.

A aprendizagem ativa aplicada em matemática emerge como uma metodologia que se baseia no desenvolvimento de habilidades centradas no aluno. Em outra perspectiva é possível notar, ainda, professores resistentes ao uso de aplicativos, softwares e tecnologias educacionais para que se possa ter mais autonomia e se aproximar dos alunos em sala de aula.

Com relação ao ensino da matemática, o professor encontra um obstáculo a mais, já que culturalmente essa disciplina é considerada difícil pela maioria dos alunos. Infelizmente, o ensino de matemática sempre foi visto como uma disciplina de difícil compreensão e absorção, muitas das vezes, isso se dá pelo fato de muitos profissionais não realizarem aplicação dentro da realidade dos mesmos. É baseado nessas dificuldades de ensinar à matemática que o professor deve estar buscando sempre novos métodos, isto é, mostrar que a matemática pode ser aprendida nas formas simples do dia a dia ou na imensidão de tecnologia que encontramos à nossa volta.

No ensino médio, o grau de dificuldade em ensinar tal disciplina aumenta, pois os conteúdos são mais abstratos, além de que os alunos já não são mais crianças e não será qualquer jogo que irá chamar a atenção dos mesmos, é preciso ir além, buscar recursos que façam parte do meio que eles estão inseridos. E nada melhor do que usar a tecnologia, em especial, o software GeoGebra no ensino da Estatística.

O software GeoGebra possui diversificados recursos de Geometria, de Álgebra, assim como de Estatística e Probabilidade. Inicialmente foram explorados os comandos do pacote de Estatística oferecidos pelo software. Nessa exploração, percebe-se alguns aspectos sobre conceitos estatísticos que não podem ser constatados sob a perspectiva estática do lápis e papel e que o caráter dinâmico do GeoGebra pode ampliar o significado de alguns conceitos. Desse modo, a constatação inicial foi de que o software pode ter grande potencial em oferecer uma nova forma de pensar sobre os conceitos estatísticos pelos alunos e ampliar o conjunto de problemas relativos a esse tema. Nasce então uma questão a ser investigada: **como ocorre o processo de construção de conhecimento dos conceitos estatísticos por estudantes de Ensino Médio a partir das suas ações realizadas sobre o software GeoGebra?**

Com base nesse questionamento, esta pesquisa buscou bases dentro do contexto educacional, mais especificamente no Ensino Médio, que justifiquem e/ou deem credibilidade a utilização do Software GeoGebra como uma ferramenta auxiliar ao processo de ensino aprendizagem de conceitos e cálculos de medidas estatísticas, não como uma forma de substituir as aulas ditas tradicionais, mas sim complementar a prática docente de maneira que as metodologias coexistem e se complementam.

Portanto, o presente trabalho visa buscar as aplicações do GeoGebra no ensino de

conceitos e medidas estatísticas, desenvolvendo e testando atividades complementares, bem como investigar os efeitos, na visão dos estudantes envolvidos, da utilização de tais recursos.

Salientamos ainda que existem diversos conceitos estatísticos e investigar a aprendizagem de todos eles, não é o objetivo dessa pesquisa. Desse modo, nos concentramos apenas nos conceitos relativos às medidas de tendência central (média, mediana, moda) e algumas construções e análise gráficas tais como: gráfico de barras e gráfico de setores.. Sendo assim, esta pesquisa tem como objetivo geral investigar a utilização do software GeoGebra para a melhoria do processo de ensino aprendizagem da Estatística e o seu uso na prática docente.

Portanto, para contemplar este propósito, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Investigar o processo de abstração reflexionante dos estudantes frente à leitura, interpretação e ação sobre o conjunto de dados, mediados pelas múltiplas representações disponibilizadas pelo software;
- Identificar o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes sobre as medidas de tendência central e representações gráficas quando agem sobre o GeoGebra;
- Explorar o pacote de Estatística do software GeoGebra identificando elementos que possam contribuir no processo de aprendizagem dos estudantes;
- Utilizar o software GeoGebra como ambiente de interação para a construção de conceitos estatísticos referentes às medidas de tendência central e construções gráficas por meio de atividades que propiciem a investigação, a reflexão e a abstração desses conceitos.

A fim de alcançarmos os objetivos, trabalhamos como o software GeoGebra, fazendo aplicações e usando as ferramentas da estatística do software em sala de aula com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio da escola pública estadual Centro de Ensino Liceu Maranhense durante o segundo semestre do ano letivo de 2021. Além disso, foram aplicados questionários com os alunos a fim de obter um diagnóstico e um levantamento sobre os conhecimentos estatísticos antes e após a apresentação do software GeoGebra.

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira: começamos apresentando a introdução, e no primeiro capítulo encontra-se uma breve apresentação do software GeoGebra com suas principais ferramentas. No segundo capítulo está o referencial teórico, com informações sobre a história estatística no Brasil. No terceiro capítulo apresenta-se os conceitos básicos do ramo da matemática denominado estatística e algumas

aplicações destes conceitos no software GeoGebra. No quarto capítulo é descrito o percurso metodológico do trabalho e suas etapas. No quinto capítulo estão apresentados e discutidos os resultados coletados e está o relato da experiência como discentes no ano de 2021. E no sexto e último capítulo estão as considerações finais, onde apresentamos pontos específicos do trabalho.

1 O USO DE SOFTWARES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Na sociedade atual, vivemos em uma era digital que está mudando rapidamente, apesar da crise financeira em nosso país. Um dos projetos tecnológicos que lideram essas mudanças é o *smartphone*, que vem sendo apreciado porque em um único dispositivo, além de funções como telefone, internet, entretenimento, música, jogos, imagens, livros, notícias, etc., podem ser adicionadas conforme necessário. Pode ser usado como forma de trabalho, sincronizando as redes sociais, principalmente com pessoas que vivem vidas agitadas.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) divulgou em 16 de maio de 2013, dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) que mostram que o número de brasileiros com mais de 10 anos que usam a internet ampliou 143,8% entre 2005 e 2011. O estudo mostrou também um crescimento de quase 32 milhões para mais de 77 milhões de pessoas. Os jovens de 15 a 17 anos são os que mais frequentam o ambiente online (74,1%). E o Nordeste foi o estado que apresentou o maior aumento de pessoas que usam a rede virtual. O número de pessoas com celular também subiu nesse período. E segundo o IBGE essa evolução do acesso a internet é resultado do aumento da renda e de empregados com carteira assinada, pelo avanço da escolaridade e pelo barateamento dos aparelhos. De 2011 até o presente, a tecnologia tornou-se mais barata e acessível, de modo que cada vez mais pessoas estão substituindo *desktops* e *laptops* por *smartphones* no trabalho, na escola ou no dia a dia. O crescimento da internet no Brasil é comprovado no dia a dia e também nas estatísticas. No entanto, ainda existe um percentual elevado de pessoas que não têm acesso à internet o que acaba dificultando o processo de ensino aprendizagem por meio de softwares como o GeoGebra.

1.1 Tecnologia e Aprendizagem

As mentes do século XXI, formadas dentro de um mundo globalizado, devem estar preparadas para um cenário de comunicação rápida. O ensino aprendizagem deverá ser

condicionado, não apenas para dar significado a realidade do ser em si, mas as diversas realidades que o mundo globalizado exige.

As tecnologias do mundo globalizado estão cada vez mais avançadas. Não podemos mais pensar de maneira retrógrada, é fato que, não estamos mais vivendo no século XX, onde as pessoas precisavam apenas ser alfabetizadas, ou seja, a mudança do sistema escravista de produção para o sistema assalariado necessitou de mãos de obras qualificadas para as indústrias, e dessa forma, foram criados os sistemas de educação, muitas escolas foram construídas com o objetivo de qualificar pessoas para ocupar posições específicas dentro das indústrias.

No entanto, o cenário econômico do mundo globalizado mudou, o grande magnata e empresário Bill Gates acredita que a tecnologia é tendência deste século e futuros. Em uma entrevista publicada na revista Exame, Gates afirma que o progresso nos próximos 30 anos será maior do que nunca. Segundo Guimarães (2015, p.1), “uma vez que os computadores/robôs alcancem um nível de capacidade em que ver e se movimentar seja fácil para eles, eles serão usados extensivamente.”

Pensando no aspecto das mudanças do próprio cenário mundial, as escolas que são as unidades, estruturas ou construções onde o ensino aprendizagem acontece, ou seja, é nelas que os cidadãos buscam, transformam e trocam conhecimentos, também deverão trilhar o caminho apontado pelo magnata.

Dessa forma, o caminho da escola, do professor e do aluno devem está alinhados com o caminho que as grandes empresas de tecnologias apontam para o mundo. Portanto, incorporar a tecnologia no curriculum da formação dos educadores nas universidades e da escola básica é fundamental.

Os governos devem olhar nessa direção, inovando as escolas públicas e seus construtores, ou seja, qualificando os profissionais da educação. É fato que, o conceito de escola tende a evoluir e as plataformas como *Google Classroom* (Google Sala de Aula), entre outras, estarão mais presente na vida dos profissionais da educação e dos discentes. Os professores devem buscar cada vez mais o uso de recursos tecnológicos para cativar e atrair os discentes a fim de que eles concentrem-se em disciplinas específicas, como por exemplo a matemática.

Como o conceito de escola tende a evoluir, muitos paradigmas também precisarão ser quebrados. E a estrutura física da escola continuará sendo um local de conhecimentos e encontros, e as plataformas serão um apoio nesse processo de ensino. Já os softwares, tenderão a embelezar e auxiliar nas construções do conhecimento. Um exemplo disso, é o softwares GeoGebra, que facilita as construções matemáticas, veremos a seguir como esse software facilita as representações geométricas e algébricas nas várias áreas da matemática, tais como: geometria, funções, matrizes, trigonometria, estatística que é o foco deste

trabalho entre outras.

Outro profissional a mudar seus paradigmas é o professor. Que também precisa seguir o rumo das tecnologias. É fato que, esse processo precisa ser acompanhado pelas políticas governamentais para a educação. No entanto, esse profissional precisa estar aberto para as novas ideias referentes as tecnologias computacionais que estão surgindo no mercado e ainda surgirão.

Usar softwares nas escolas do século XXI, especificamente, nas próximas décadas, será uma tendência, visto que, se for realmente adotado o ensino síncrono e assíncrono pelos sistemas de ensino, será necessário adaptar a escola para além da lousa e pincel. Dessa forma, os softwares serão uma opção bem viável para os governos, visto que, estão disponíveis no mundo digital de graça, e qualquer profissional da educação, seja professor, seja coordenador, gestor, etc. que tenha acesso a internet ou tenha um pouco de conhecimento de informática pode baixá-los e fazer uso deles, de maneira conveniente e adequada, em suas respectivas salas de aula.

No entanto, vale ressaltar que os softwares, jamais substituirão os conhecimentos que devem ser assimilados antes de serem usados, ou seja, é muito complicado usar um software sem antes estudar as teorias referentes ao conteúdo que se quer abordar no software, ou mesmo, ter conhecimento do próprio software. Assim, professores, tutores, os livros, entre outras fontes são fundamentais para um bom aproveitamento das novas tecnologias. Os softwares poderão trazer diversos benefícios ao processo de ensino aprendizagem, tornando-o mais significativo e divertido, visto que, as gerações do século XXI, em sua maior parte, estão acostumadas com os novos aparelhos que mudaram o modo da humanidade de se comunicar, tais como: celular, computador, tablet, etc.

Numa sociedade cada vez mais digital, estes softwares surgem como alternativa que ajudam a ampliar os currículos adotados pelos sistemas de educação e podem atrair cada vez mais o interesse dos alunos, incentivando-os a aprender um pouco da Matemática de forma inovadora, divertida e eficiente.

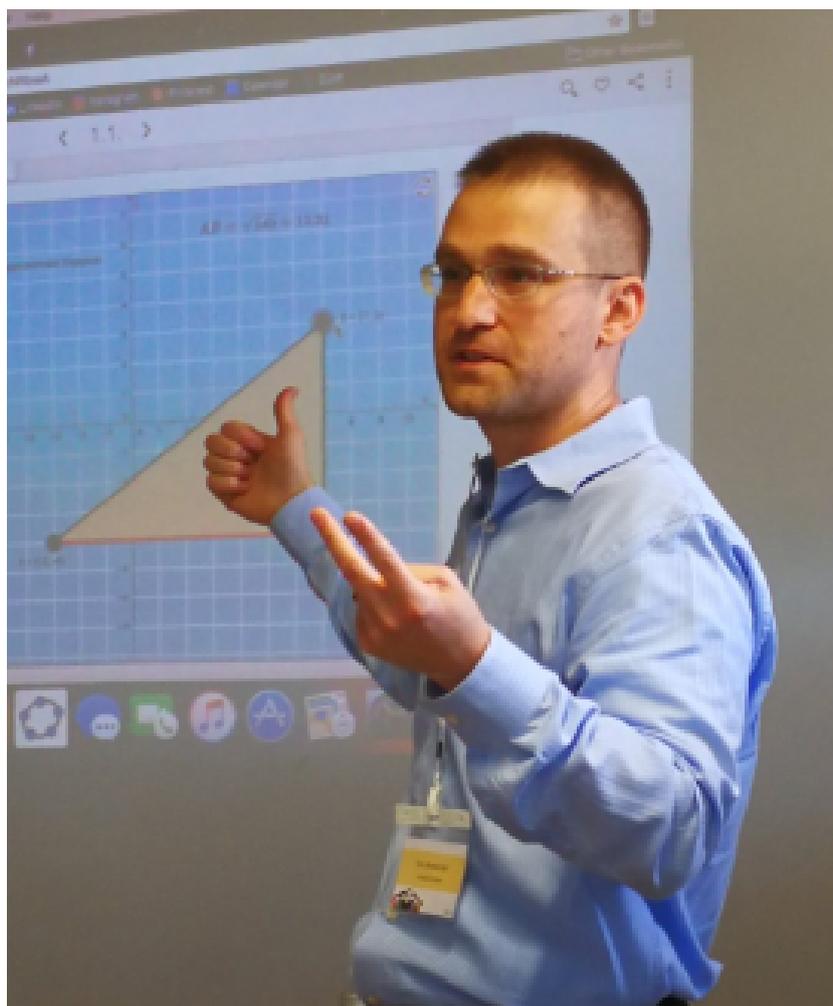
1.2 Software GeoGebra

O software GeoGebra é um dos recursos mais inovadores referente ao estudo da matemática de forma tecnológica, o mesmo trás uma gama de ferramentas que facilitam as construções no ramo da Geometria, Álgebra, Cálculo, Estatística, etc. Essas ferramentas aumentam o universo da aprendizagem, pois com elas podemos fazer uma série de atividades, em todos os níveis de ensino, desde o fundamental até o superior.

1.2.1 Seu Criador

O GeoGebra nasceu de um projeto brilhante, em 2001, através de seu idealizador e criador, *Markus Hohenwarter*, ver Figura 1.1, o defendeu como dissertação de mestrado, na universidade de *Salzburg*. Desde sua criação, o programa vem inovando e avançando suas representações e ferramentas, tanto geométricas quanto algébricas. O mesmo, já ganhou diversos prêmios no mundo inteiro.

Figura 1.1 – Criador do GeoGebra



Fonte: Teglskov (2017).

O Brasil também vem adotando esse software para facilitar a expansão dos conhecimentos matemáticos. Uma das principais universidades brasileira envolvidas com o projeto do GeoGebra é a Unespar (Universidade Estadual do Paraná). O departamento

de Matemática dessa instituição desenvolve um projeto de qualificação dos profissionais da educação no software por meio de cursos online, disponível a comunidade matemática. Os cursos são muito proveitosos, pois permitem discussões através de fóruns, entre pessoas do mundo inteiro. Assim, a matemática fica mais divertida e inovadora, pois conhecimentos matemáticos podem ser implementados por outras pessoas. Dessa forma, as pessoas se conectam e trocam ideias fazendo o conhecimento fluir mais rápido.

Portanto, a ideia de Markus Hohenwarter foi genial, visto que, o mesmo conseguiu incorporar a tecnologia no uso da matemática e ainda expandiu para outras nações favorecendo o desenvolvimento da humanidade no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos.

As novas versões do GeoGebra são bem práticas, e a comunidade matemática é a principal beneficiada, pois sua configuração é formada por um layout que facilita os processos de construções. O entendimento das ferramentas, comandos, janela gráfica, janela CAS, janela 2D e a 3D é um passo para o manuseio adequado e criativo dos conhecimentos e construções matemáticas.

A infinidade de comandos e possibilidade de criações de novas ferramentas facilitam muito os processos de representações geométricas e algébrica da matemática, pois há grande maneira de combinar comandos nos diversos conteúdos dos currículos escolares apontados nos sistemas de educação, na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) e nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacional).

Uma vantagem interessante do *software* GeoGebra é sua gratuidade, principalmente, pelo fato de estar disponível para ser baixado nos recursos computacionais dessa e das futuras gerações, em forma de aplicativos.

O *software* GeoGebra pode ser baixado tanto em computadores como em *smartphones*. É possível fazer o *download* no site www.geogebra.org/download ou pode-se baixá-lo na loja oficial de aplicativos do sistema operacional do aparelho; ou ainda pode-se acessá-lo *on-line* no site <https://www.geogebra.org/classic>.

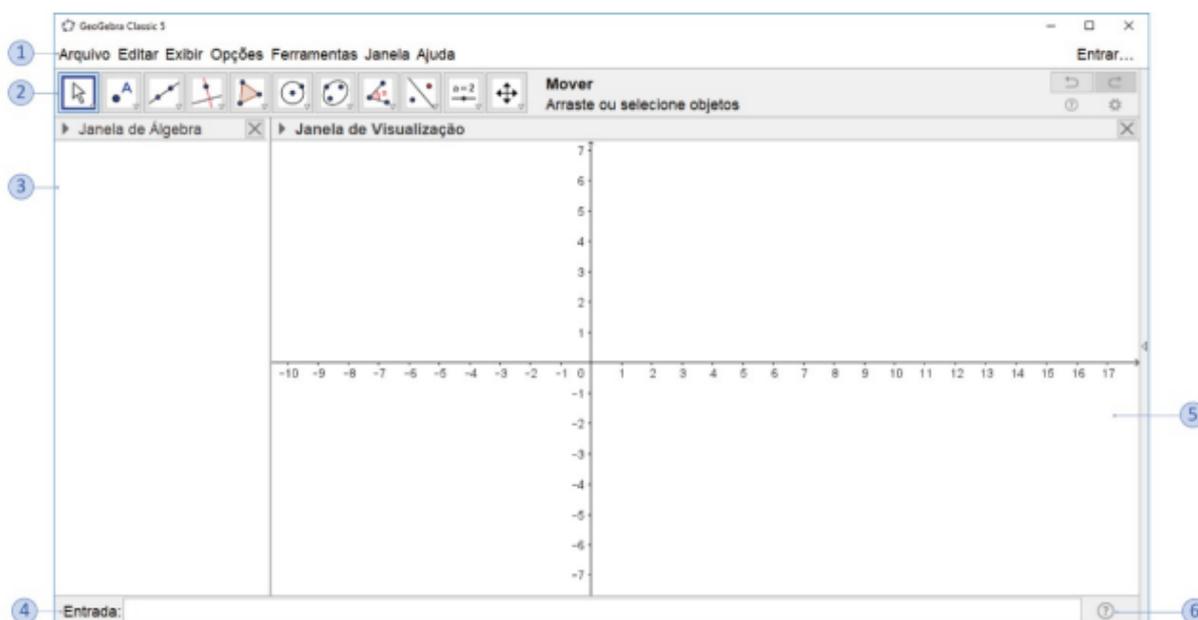
1.2.2 Sua Interface

A interface do GeoGebra é bem simples e intuitiva, como os principais jogos que as crianças e adolescentes desta geração estão acostumados, logo é mais fácil o público em geral acessá-lo.

Com as ferramentas e comandos do GeoGebra (ilustradas nas Figuras a seguir) podemos realizar muitas tarefas, entre tais, as associadas a gráficos e tabelas usadas na Estatística, cujo o estudo será o foco dos próximos capítulos. Assim, poderemos apresentá-lo através de exemplos e situações envolvendo o conteúdo.

Na Figura 1.2 expomos a tela inicial do GeoGebra para a janela 2D.

Figura 1.2 – Tela inicial do GeoGebra no computador



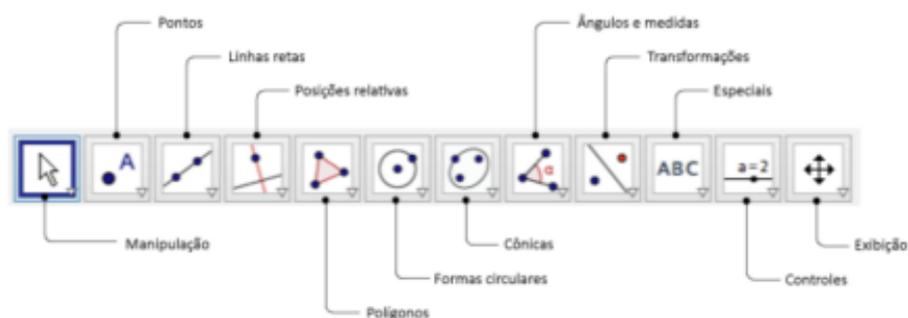
Fonte: Curso de GeoGebra (2021, p.2).

Os elementos enumerados são:

- 01 - Barra de Menus:** A Barra de Menus disponibiliza opções para salvar o projeto em arquivo (.ggb) e para controlar configurações gerais.
- 02 - Barra de Ferramentas:** A Barra de Ferramentas concentra todas as ferramentas úteis para construir pontos, retas, figuras geométricas, obter medidas de objetos construídos, entre outros. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones que podem ser acessados clicando com o mouse em seu canto inferior direito.
- 03 - Janela de Álgebra:** Área em que é exibida as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos.
- 04 - Entrada:** Campo de texto para digitação de comandos.
- 05 - Janela de Visualização:** Área de visualização gráfica de objetos que possuam representação geométrica e que podem ser desenhados com o mouse, após clicar nos ícones da Barra de Ícones. As construções exibidas na Janela de Visualização também podem ser realizadas via comandos digitados na Entrada.
- 06 - Lista de Comandos:** Listagem de comandos predefinidos. Entre eles há comandos relacionados aos ícones da Barra de Ferramentas

Na Figura 1.3 expomos a barra de ferramentas do GeoGebra para a janela 2D, ou seja, um conjunto de doze ícones, para o usuário construir, movimentar, obter medidas e modificar atributos de objetos construídos.

Figura 1.3 – Barra de Ferramentas no computador



Fonte: Curso de GeoGebra (2021, p.4)

Nas Figuras 1.4, 1.5 e 1.6 temos as telas de construções geométricas (versões disponíveis para computadores, *smartphones*, celulares e tablets), tanto 2D, quanto 3D. Observe que conhecimentos matemáticos de plano cartesiano e espaço tridimensional são interessantes, pois as janelas estão disponíveis em malhas cartesianas ou não. Muitas aplicações nessas janelas só poderão ser entendidas com conhecimentos matemáticos consolidados. Para mais detalhes sobre o GeoGebra o leitor poderá consultar os materiais disponíveis no Instituto São Paulo disponível no *site* https://www.pucsp.br/geogebra/sp/-pesquisa_publicacoes.html.

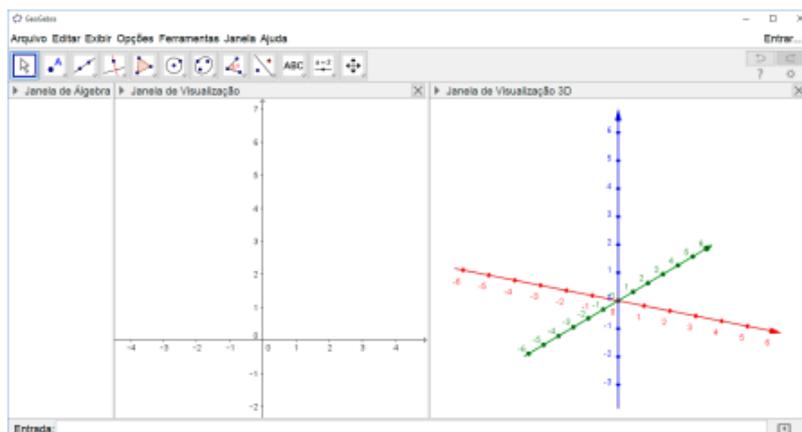
Ao analisarmos e usarmos esse software, observamos que a matemática caminha lado a lado com o mesmo e o aprendizado ganha significância a medida que os dois conhecimentos são incorporados. Portanto, é importante que o aluno ou mesmo quem deseja usar esse software tenha gosto pela Matemática e pelos problemas que esta disciplina pode lhe proporcionar.

Logo, a busca e gosto pelo conhecimento é o principal guia nessa parceria matemática e o software GeoGebra.

1.2.3 Benefícios e desafios que o Estado, os docentes e discentes poderão encontrar ao usar o software GeoGebra

Para Lages, Braga e Morelli (2004, p.47), ao emaranhado de instituições do campo administrativo que organizam o espaço de um povo ou nação chamamos de Estado.

Figura 1.4 – Janela algébrica e janela de visualização (2D e 3D) no computador



Fonte: Curso de GeoGebra (2021, p.33).

Figura 1.5 – Janela algébrica e janela de visualização (2D) no celular

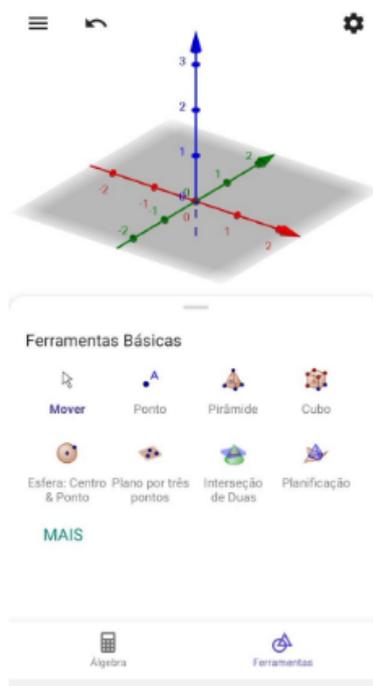


Fonte: Próprio autor

Exemplo: escolas, os hospitais, as forças armadas, as prisões, a polícia, os órgãos de fiscalização, as empresas estatais, entre outras. Portanto, essa entidade ficcional evolui quando suas instituições evoluem.

A escola é uma instituição que faz parte do órgão Ministério da Educação, ou seja, faz parte das políticas governamentais para o avanço da humanidade. Portanto, é uma instituição importante do século XXI, pois a mesma favorece os primeiros passos para o

Figura 1.6 – Janela algébrica e janela de visualização (3D) no celular



Fonte: Próprio autor

desenvolvimento das mentes que farão ciência (explicar o funcionamento do universo), que ocuparão as indústrias, que farão parte das gestões administrativas, etc. Portanto, melhorar a educação por meios de tecnologias, como os softwares, que ajudam no aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem, é um ganho para a população e para as instituições, visto que os processos de evolução do Estado andam de acordo com os processos de evolução das suas instituições.

Dessa forma, melhorar a assimilação de conhecimentos matemáticos na Educação Básica é uma das formas de melhorar a ciência, visto que a matemática é uma ciência que eleva os níveis das descobertas que favorecem o homem. Logo, o uso do GeoGebra, torna-se muito importante para formação discente (e porque não dizer docente) nas instituições de ensino, já que, o mesmo, avança e embeleza os conhecimentos matemáticos, que são importantes para o desenvolvimento das ciências e das descobertas que favorecem tanto a grande massa, quanto os produtores e financiadores de conhecimentos.

De acordo com Costa (2020, p.19-20), os benefícios do GeoGebra para os discentes são:

- 1^o) O universo da computação também é formado por jogos, cujo a população deste século, em sua maioria está adaptada e os tem como passa tempo e lazer. Logo, adaptar a Matemática para o rumo da computação, uso do GeoGebra, poderá

torná-la mais tangível, interativa e divertida, facilitando a aprendizagem com vários sentidos e desafiando a capacidade de investigação. Tal tangência ocorre porque o GeoGebra é um ambiente virtual com interface compreensível que liga as várias partes da Matemática.

- 2º) A acessibilidade é uma vantagem importante, como as redes de internet (2G, 5G, etc.) e as indústrias da computação estão se expandindo grandemente (praticamente, quase todas as pessoas têm celular), de maneira que a população em sua maior parte está conectada, e as que não estão, governos estão buscando maneiras de adaptá-las. Podemos dizer que o aluno poderá acessar o GeoGebra em qualquer lugar: escola, casa, ônibus, rua, etc.
- 3º) O GeoGebra possibilita a expansão de órgãos responsáveis pelo aprendizado, ou seja, tira a função apenas dos ouvidos e olhos, visto que ao tocar (celular) ou teclar (teclado do computador) direcionamos as mãos para várias ferramentas, favorecendo probabilidades de ambientes criativos.

Por outro lado, quanto aos benefícios associados aos professores a partir do uso do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática, enumeram-se, por exemplo:

- 1º) Aumento do interesse, dinamismo, participação e envolvimento dos alunos nas aulas de Matemática.
- 2º) Facilidades ao ministrar aulas, visto que não precisará usar somente pincéis para desenhar gráficos na lousa convencional.
- 3º) Inserção ao conhecimento de novas tecnologias que possam ser usadas como recursos didáticos que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos da Matemática a serem ministrados pelo professor em sala de aula.

No entanto, incorporar tecnologias a Educação Básica será um desafio para qualquer governante, visto que, grande parte da população não tem acesso a internet, como aponta Valente na citação a seguir.

Três em cada quatro brasileiros acessam a internet, o que equivale a 134 milhões de pessoas. Embora a quantidade de usuários e os serviços online utilizados tenham aumentado, ainda persistem diferenças de renda, gênero, raça e regiões. [...] Conforme o estudo, 74% dos brasileiros acessaram a internet pelo menos uma vez nos últimos três meses. Outros 26% continuam desconectados. (VALENTE, 2020 apud SANTOS, 2021, p.11)

Dessa forma, a falta de acesso contínuo as redes de internet podem ser um fator a ser considerado para o aprendizado dos alunos.

No período da pandemia do novo coronavírus (SARS-CoV-2), muitos governantes tiveram que explicar o motivo porque os alunos ficaram sem aula. E foi possível perceber uma grande diferença entre o setor público e o privado no que se refere a oferta e demanda de educação e tecnologia.

Enquanto a maior parte das escolas privadas se adaptaram mais rápido ao uso das tecnologias as públicas esperavam recursos dos governos como chips para que pudessem ter acesso a internet, ou seja, a falta de acesso a internet é um fator essencial para o conhecimento transmitido e aplicado em software. Portanto, formar o professor e o aluno abrangendo as tecnologias é algo a ser pensado. Sabe-se que o desafio é grande, visto que, de acordo com o censo de 2018 realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), uma a cada três disciplinas são lecionadas por professores sem formação específica, ou seja, se alguns professores não tem formação para lecionar uma disciplina específica, imagine juntar conteúdo e tecnologia.

Apesar do grande avanço das políticas educacionais brasileiras nos últimos anos, principalmente as relacionados à educação superior, no que se refere a mestrados e doutorados, ainda não são suficientes para abrangerem as necessidades das mudanças que a sociedade vem passando no ramo da tecnologia. Portanto, é preciso focar mais nessas políticas no sentido das universidades criarem especializações, mestrados e doutorados para profissionalizar os profissionais da educação básica no ramo dos aplicativos que embelezem a matemática. Outro fator importante é a estimulação da valorização dos recursos destinados à educação, pela sociedade, visto que muitas escolas recebem equipamentos de informática, laboratórios e etc, mas são extraviados rapidamente. Portanto, é importante que os alunos compreendam que todos recursos que servem para formação deles e das futuras gerações devem ser preservados de maneiras eficientes, ou seja, tanto os recursos materiais (laboratório de informática, mesa, cadeira, etc.) quanto os recursos humanos (professores, profissionais da educação, etc.) devem ser valorizados com políticas de remuneração salarial, para que os mesmos possam ser estimulados a buscar conhecimentos que venham melhorar a educação básica.

Além disso, vale destacar que aplicando-se a tecnologia, que é uma tendência para o futuro, usando-se do respeito pelos profissionais que prestam os serviços educacionais, tanto na esfera pública quanto privada, e levando-se em consideração a transparência dos gastos com a educação (principalmente a pública), os processos educacionais certamente podem evoluir e trazer maiores benefícios para a sociedade em geral.

2 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

A Educação Estatística tem como objeto de estudo as questões relativas ao ensino e à aprendizagem de conceitos sobre Estatística, Combinatória e Probabilidade, em todos os níveis de ensino. Mais especificamente, a pesquisa em educação estatística visa compreender como as pessoas aprendem esses conceitos envolvendo aspectos cognitivos e afetivos, bem como o desenvolvimento de métodos e materiais didáticos. (CAZORLA et al., 2017, p. 15).

Nos últimos anos, a estatística foi incluída no currículo de matemática da escola básica e desempenhou um papel importante em uma sociedade onde dados, mudanças e oportunidades são conceitos cotidianos na vida moderna (MOORE, 1998). Segundo Batanero e Godino (2005, p.1), as estatísticas estão incluídas nos currículos escolares não apenas por sua natureza instrumental, mas também “o desenvolvimento do raciocínio estatístico tem valor em uma sociedade caracterizada pela disponibilidade de informação e necessidades de tomada de decisão em um ambiente incerto”. Assim, a educação estatística proporcionada pelas escolas está em ascensão, permitindo aos alunos não só compreender, mas também participar na sociedade da informação.

2.1 Breve Histórico do Ensino de Estatística

Desde a antiguidade, para diversos fins, os funcionários do governo precisam de informações sobre a população que administram. Por exemplo, pesquisas arqueológicas comprovam o uso de informações estatísticas por antigos faraós egípcios. Em uma “Breve História da Estatística” de 2004, publicado pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento, relata a coleta e o uso de dados para medir a riqueza, a demografia e as características demográficas em vários períodos históricos e civilizações.

O registro de informações perde-se no tempo. Confúcio relatou levantamentos feitos na China, há mais de 2000 anos antes da era cristã. No antigo Egito, os faraós fizeram uso sistemático de informações de caráter estatístico, conforme evidenciaram pesquisas arqueológicas. Desses registros também se utilizaram as civilizações pré-colombianas dos maias, astecas e incas. É conhecido de todos os cristãos o recenseamento dos judeus, ordenado pelo Imperador Augusto. Os balancetes do império

romano, o inventário das posses de Carlos Magno, o Domesday Book, registro que Guilherme, o Conquistador, invasor normando da Inglaterra, no século 11, mandou levantar das propriedades rurais dos conquistados anglo-saxões para se inteirar de suas riquezas, são alguns exemplos anteriores à emergência da estatística descritiva no século 16, na Itália. (MEMÓRIA, 2004, p.11)

O conceito popular da palavra estatística evoca dados numéricos em tabelas ou gráficos publicados por agências governamentais, referindo-se a fatos demográficos ou econômicos. Até a etimologia da palavra, que vem do significado latino de status, reflete bem essa relação (AQUINO; BARROS; LIMA, 2021, P. 120).

No entanto, a estatística como a entendemos é um conjunto de métodos matemáticos (métodos estatísticos) usados para coletar, apresentar, analisar e interpretar dados quantitativos.

A primeira tentativa de se tirar conclusões a partir de dados numéricos só aconteceu no século 17, na Inglaterra, com o que foi denominado Aritmética Política, sendo o que conhecemos hoje como demografia. Somente no século XX, nos primórdios da estatística moderna, que começou a existir como uma disciplina separada, quando em 1662 o negociante de tecidos londrino John Graunt publicou uma análise de razões e proporções com base em fatos importantes, em que ele observou estatísticas sobre um grande número de leis de dados. Os dados usados por Grunt incluem uma série anual de 1604 a 1660, coletados na Diocese de Londres.

Em 1663, o astrônomo inglês Edmond Halley (1656-1742) produziu a primeira tábua de sobrevivência baseada nos registros da cidade alemã de Breslau, que se tornou um elemento essencial para o cálculo do seguro de vida.

Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874) foi o primeiro a perceber que a estatística deveria ser baseada no conceito de probabilidade. Sua principal obra, A Constituição da Sociedade, foi publicada em 1835 em quatro volumes. Os dois primeiros lidam com as qualidades físicas de uma pessoa, o terceiro com as qualidades morais e intelectuais e o quarto com os atributos e o ambiente social de uma pessoa.

Entre 1890 e 1920 floresceu na Inglaterra a Escola Biométrica em um dos grandes períodos formativos da história da Estatística, tendo como principal representante Karl Pearson (1857-1936), considerado o fundador da Estatística.

A coleta de dados apresentada tem suas origens nos primórdios da estatística, mas só se desenvolveu seguindo as contribuições da teoria estatística. Enquanto nos experimentos lidamos com populações imaginárias e infinitas, nos levantamentos as populações são reais e finitas, o que é um estudo mais recente. A amostragem é praticamente o único método de pesquisa nas ciências econômicas e sociais. Um dos primeiros defensores do uso de amostragem em pesquisas foi Andres Nicolas Kiaer, diretor do Escritório Central

de Estatísticas da Noruega, que usou uma amostra representativa como um retrato aproximado da população. Posteriormente, foram realizados inquéritos por amostragem em vários países.

O levantamento periódico da população passou a servir a várias necessidades, tornando-se um modelo para o planejamento de levantamentos por amostragem a ser usado no mundo inteiro.

No Brasil, a obtenção das informações básicas necessárias ao estudo do desenvolvimento socioeconômico do país é realizada principalmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), criado em 1934 e estabelecido em 1936 sob o nome de Instituto Nacional de Estatística.

Durante o período imperial, o único órgão com atividades exclusivamente estatísticas era a Diretoria Geral de Estatística, criada em 1871. Com o advento da República, o governo sentiu necessidade de ampliar essas atividades, principalmente depois da implantação do registro civil de nascimentos, casamentos e óbitos. Com o passar do tempo, o órgão responsável pelas estatísticas no Brasil mudou de nome e de funções algumas vezes até 1934, quando foi extinto o Departamento Nacional de Estatística, cujas atribuições passaram aos ministérios competentes. A carência de um órgão capacitado a articular e coordenar as pesquisas estatísticas, unificando a ação dos serviços especializados em funcionamento no País, favoreceu a criação, em 1934, do Instituto Nacional de Estatística - INE, que iniciou suas atividades em 29 de maio de 1936. No ano seguinte, foi instituído o Conselho Brasileiro de Geografia, incorporado ao INE, que passou a se chamar, então, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Desde então, o IBGE cumpre a sua missão: identifica e analisa o território, conta a população, mostra como a economia evolui através do trabalho e da produção das pessoas, revelando ainda como elas vivem. (IBGE, 2010 apud RODRIGUES, 2021, p.19)

Ainda com relação ao ensino da estatística no Brasil, duas escolas começaram a ensinar a disciplina em 1953. Uma é a Escola Nacional de Ciências e Estatística (ENCE), instituição criada pelo próprio IBGE, e a outra é a Escola de Estatística da Bahia, instituída e mantida pela Fundação Visconde de Cairu. Com o passar dos anos, o ensino de estatística se difundiu gradativamente em diversas instituições de ensino no Brasil.

Hoje, o ensino de estatística é comum em diversas instituições de ensino superior do país e faz parte da educação básica. A estatística deve estar presente na educação dos estudantes brasileiros desde cedo. A partir dos 6 anos, na primeira série do Ensino Fundamental, os alunos são expostos à estatística e à probabilidade. Ao final do segundo ano, os alunos devem saber, por exemplo, como coletar, classificar e representar dados em

tabelas simples e gráficos de colunas, além de classificar eventos cotidianos em poucos ou muito prováveis, improváveis e impossíveis (BRASIL, 2017).

Além do ensino da Estatística, visando buscar a construção da aprendizagem em sala de aula, a BNCC também faz alusão ao uso das tecnologias digitais, assunto este abordado no capítulo anterior.

2.2 Educação Estatística no Ensino médio

Os conteúdos de Estatística foram inseridos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental nas publicações dos anos de 1997 e 1998 (BRASIL, 1997, 1998) e no currículo do Ensino Médio, nosso foco de estudo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio PCNEM, nos anos de 2002 e 2006.

De um modo geral, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio PCNEM, orientam que a Matemática do Ensino Médio deve possibilitar aos alunos o conhecimento de dados atuais e indispensáveis, a fim de que seja possível uma aprendizagem gradual e contínua (BRASIL, 2002). Em outras palavras, os PCNEM apontam à relevância de a escola preparar o aluno para um aprendizado permanente.

No entanto, estes documentos apresentam algumas fragilidades em relação à abordagem desses conceitos, visto que a diferença entre o pensamento Matemático e Estatístico não está evidenciada provocando um estudo com ênfase em cálculos e aplicação de fórmulas como muitas vezes tem se apresentado em livros didáticos, por exemplo.

Os PCNs (1998) recomendam ver o processamento de informações envolvendo Estatística e Probabilidade como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem que a matemática seja aplicada a problemas do mundo real para que os alunos possam construir procedimentos de coleta, organização, comunicação e interpretação usando tabelas, gráficos e representações, pode descrever e explicar sua Realidade, usando o conhecimento matemático (BORGES, p. 418, 2009).

Recentemente, essas propostas curriculares foram reavaliadas para a elaboração da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). De acordo com a BNCC (2017), os conceitos estatísticos fazem parte do tópico Estatística e Probabilidade compondo assim uma das cinco unidades temáticas da Matemática a serem desenvolvidas nos segmentos da Escola Básica, percorrendo todos os níveis do Ensino Fundamental ao Ensino Médio. Além disso, a abordagem de conceitos estatísticos deve ser apoiada em situações-problema da vida cotidiana, ciência e tecnologia envolvendo a elaboração, a coleta e a organização de dados por meio de uma pesquisa de interesse dos alunos buscando desenvolver habilidades para:

[...] coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamen-

tados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BRASIL, 2017, p.230).

Para contemplar esses aspectos, recomenda-se uma abordagem didática incluindo consultas em páginas de institutos de pesquisas como Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), assim como o uso das tecnologias - como calculadoras e planilhas eletrônicas para auxiliar na construção de gráficos e na realização de cálculos.

[...] a cultura digital precisa ser reconhecida pela escola, com a incorporação das tecnologias ao currículo, como recurso pedagógico que favoreça o processo de ensino-aprendizagem. O uso pedagógico das tecnologias, associado ao conteúdo específico de cada disciplina do currículo, segundo a professora, é um dos maiores desafios. Outro é a formação inicial e continuada dos educadores. (BRASIL, 2015, p.1).

Nota-se que o ser atual está imerso em um universo de conhecimento e informação disponibilizado pelo meio digital, através da internet, e as escolas públicas, quase não usam, principalmente no que se refere a aplicativos para facilitar a aprendizagem. Um dos filósofos renomado da atualidade, Leandro Karnal (2020), em um vídeo publicado no canal Reação em Cadeia no Youtube, afirma que: “O mundo digital é uma ferramenta que em si é neutra, quem determina sua utilidade, o que vai saciar a sede ou afogar, e o próprio ser que utilizar dessa ferramenta”.

No mundo globalizado, é imensa a quantidade de informações que nos é apresentada cotidianamente. Gráficos e tabelas com números, porcentagens e outras formas de mensagens nos ajudam a entender o mundo que nos rodeia. Compreender essas informações é necessário para que o indivíduo compreenda seu papel na sociedade e possa atuar nela como agente consciente e transformador da sua própria realidade e, por consequência, da realidade na qual ele está inserido.

A escola possui um papel fundamental nesse processo ao passo que ela socializa conhecimentos necessários para o desenvolvimento dos alunos como cidadãos. Nela o aluno aprende a interpretar as informações que se apresentam no cotidiano, como na TV, rádio e internet. Nesse sentido, o estudo da estatística é fundamental.

Portanto, é preciso que as escolas se abram para esses processos de transformações, que preparem seus discentes com uma formação condizente com os processos de evolução da própria humanidade, ou seja, os professores não podem deixar de caminhar junto com a tecnologia, dessa forma, devem buscar selecionar e adaptar o que há de melhor no mundo digital para facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos discentes, pois é uma necessidade que poderá tornar esse processo mais criativo, dinâmico e inserido no contexto social, econômico e cultural de sua época.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de caráter normativo, é a referência para elaboração dos currículos de todas as escolas que ofertam Educação Básica no país. Ela orienta a elaboração e revisão das propostas pedagógicas na política para formação de professores, nos materiais didáticos e avaliações. Esta base curricular também apresenta competências que devem ser incorporadas nos currículos escolares, entre tais competências está, exatamente, o uso dos recursos digitais de forma crítica. Ou seja, os educandos devem aprender a utilizar os recursos tecnológicos com responsabilidade e senso crítico.

A primeira versão da BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018) encontra-se publicada e propõe a ampliação e aprofundamento das aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental. O documento destaca alguns pares de ideias fundamentais como variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018) essas ideias são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático e produzem articulações entre vários campos da Matemática como: Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas. Consideramos imprescindíveis para o estudo de Estatística e Probabilidade as ideias de variação e constância; certeza e incerteza, visto que as primeiras envolvem a observação e o reconhecimento de características comuns e diferentes que são fundamentais para a análise e interpretação de dados. As segundas envolvem o estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e inferências estatísticas (BRASIL, 2018, p 520).

Outra competência destacada pela BNCC é o uso da linguagem matemática na comunicação, ou seja, é importante que o aluno saiba ler a matemática, que entenda os seus símbolos, suas leis e conectivos. Assim compreenderá e observará que o mundo é cercado por formas matemáticas, ou seja, entendendo, será possível amadurecer o senso estético, olhar a matemática nas artes, na arquitetura, na escultura, na tecnologia e em várias outras ciências, tornando, portanto, mais fácil exercitar a curiosidade, a observação e o pensamento científico. Dessa forma poderá formular e desenvolver hipóteses e buscar soluções para ser um cidadão atuante na sociedade, criador de possibilidades e transformador da própria realidade.

3 ESTUDO DA ESTATÍSTICA DESCRITIVA E APLICAÇÕES NO GEOGEBRA

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos Fundamentais de Estatística, destacando-se alguns conceitos iniciais tais como: descrição de dados, população e amostra, os tipos de variáveis estatísticas, distribuição de frequências, representação gráfica e medidas de tendência central, além de aplicações no *software* GeoGebra envolvendo alguns destes conceitos.

3.1 Conceitos Básicos de Estatística

Estatística é a ciência que trata da coleta, organização, análise e interpretação dos dados para a tomada de decisões. A palavra estatística é derivada da palavra latina status, que significa estado (LARSON & FARBER, 2015).

A estatística é uma área da Matemática que envolve a coleta, a organização, a análise, a interpretação e a apresentação de dados relacionados aos mais variados assuntos, sendo, por esse motivo, utilizada por diversas áreas do conhecimento. Segundo Vieira (2013, p.1), “a estatística é a ciência que fornece os princípios e a metodologia para coleta, organização, apresentação, resumo, análise e interpretação de dados”. Nesse sentido, a estatística é necessária para as mais diversas áreas do conhecimento humano, especialmente aquelas ligadas ao conhecimento científico.

O estudo de estatística tem dois ramos principais: estatística descritiva e estatística inferencial. A estatística descritiva envolve a análise exploratória de dados, no tocante à sua redução, análise e interpretação, a serem utilizados numa fase posterior, a análise confirmatória de dados (ou inferência estatística), a qual, tem por objetivo fazer previsões para uma população, a partir dos dados de uma determinada amostra (BUSSAB & MORETTIN, 2013).

3.1.1 Descrição de Dados

Nos estudos estatísticos, as informações são obtidas de todos os elementos do universo coberto pelo estudo, ou usando um subconjunto do universo que se pretende estudar.

3.1.2 População e Amostra

População, ou universo estatístico, é o total de elementos que compõem todo um conjunto que se quer obter alguma informação. Segundo Sindelar, Conto e Ahlert (2014, p.28), "A população congrega todas as observações que sejam relevantes para o estudo de uma ou mais características dos indivíduos, os quais podem ser concebidos tanto como seres animados ou inanimados". Uma população é um conjunto de unidades individuais, que podem ser acontecimentos, objetos, animais, pessoas ou resultados experimentais com uma ou mais características comuns que se pretendem estudar. A cada elemento da população chama-se indivíduo ou unidade estatística. O número de elementos da população é representado por N , caso esta seja finita.

Em alguns casos (na maioria deles), por impossibilidade ou inviabilidade econômica ou devido ao tempo necessário, limita-se as observações da pesquisa apenas a uma parte da população. Esse subconjunto da população que se obtém através de métodos apropriados denomina-se amostra e seu tamanho (ou dimensão) é representado por n .

3.2 Tipos de Variáveis Estatísticas

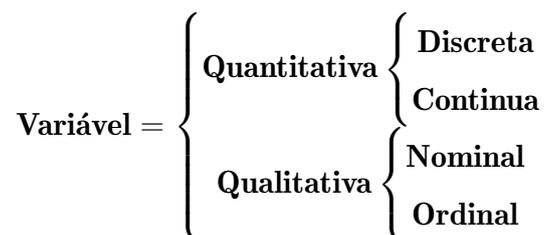
Uma variável representa uma característica comum que se observa nos elementos em estudo. Normalmente representa-se por letra maiúscula do fim do alfabeto. Por exemplo, X ou Y .

Chamamos de variável o conjunto de resultados possíveis de um fenômeno. Os símbolos utilizados para representar as variáveis são as letras maiúsculas do alfabeto, como X , Y , Z , ... que podem assumir qualquer valor de um conjunto de dados. Podemos citar como exemplo: idade, sexo, estado civil etc. A escolha da variável dependerá dos objetivos do estudo estatístico. (SILVA; FERNANDES; ALMEIDA, 2015, p.16)

Quando essa característica pode ser medida através de um número, ela é chamada de **variável quantitativa**, e quando não, ela é chamada de variável qualitativa. Se quantitativa, as variáveis são divididas em dois subgrupos: quantitativas **discretas** e quantitativas **contínuas**. Se qualitativa, elas são divididas em dois subgrupos: qualitativas nominais e qualitativas ordinais, conforme a Figura 3.1:

Conforme Silva, Fernandes e Almeida (2015, p.15), a variável quantitativa discreta assume apenas valores pertencentes a um conjunto enumerável e resultam de uma contagem.

Figura 3.1 – Tipos de variáveis estatísticas.



Fonte: Adaptado de BUSSAB & MORETTIN (2013, p.10).

Exemplo: número de filhos, quantidade de cursos e etc. Já a variável quantitativa contínua pode assumir qualquer valor num intervalo razoável de variação. Exemplo: peso, altura, faixa etária e etc.

Para Furtado (2019, p.14-15):

A **variável qualitativa** refere-se a uma característica que não é passível de medição ou contagem e expressa-se por categorias (ou modalidades) para os seus resultados. As variáveis qualitativas classificam-se em nominais ou ordinais. Uma variável é considerada **nominal** quando não se estabelece uma relação de ordem entre os seus valores possíveis e **ordinal** no caso em que os seus valores apresentam uma ordem implícita. Como exemplo, o desempenho de participantes numa competição representa uma variável qualitativa ordinal enquanto que a cor dos olhos configura um exemplo de variável qualitativa nominal.

3.3 Distribuição de Frequências

Segundo Larson e Farber (2015) uma **distribuição de frequência** é uma tabela que mostra **classes** ou **intervalos** dos valores com a contagem do número de ocorrências em cada classe ou intervalo. Denomina-se **frequência** de uma classe o número de ocorrências de dados numa determinada classe ou intervalo.

Exemplo 3.1. Em um Departamento Financeiro, obteve-se a seguinte informação sobre o sexo de 40 funcionários. Desses, 22 são do sexo feminino e 18 são do sexo masculino. Esses números representam o que chamamos de *frequência absoluta* (Fa). Se tomarmos as quantidades relativas, teremos que as mulheres representam 55% do total de funcionários do departamento, e os homens representam 45%. Essas porcentagens representam as *frequências relativas* (Fr). Esses dados estão representados na Tabela 3.1.

Note que a quantidade de dados é pequena, dessa forma, temos uma distribuição sem a ocorrência de classes, entretanto, quando a quantidade de elementos da amostra é grande, é necessário criá-las para se contabilizar o número de ocorrências em cada uma e

Tabela 3.1 – Divisão de funcionários por sexo.

	Frequência Absoluta (Fa)	Frequência Relativa (Fr)
Mulheres	22	55%
Homens	18	45%
Total	40	100%

Fonte: Adaptado de FARIAS (2010, p.10).

assim se possa resumir as informações que se quer repassar.

Exemplo 3.2. (SILVA *et al.*, 1999, p.24) Um teste para aferir o Quociente de inteligência em determinada classe de alunos de uma Faculdade deu origem a sequência de valores, conforme a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Quociente de inteligência.

111	90	121	105	122	61	128	112	128	93
108	138	80	110	112	112	97	128	102	125
87	119	104	116	96	114	107	113	80	113
123	95	115	70	115	101	114	127	92	103
78	118	100	115	116	98	119	72	125	109
79	139	75	109	123	124	108	125	116	83
94	106	117	82	122	99	124	84	91	130

Fonte: SILVA *et al.* (1999, p.24).

A esse conjunto completo de valores numéricos não organizados, obtidos diretamente da observação de um fenômeno coletivo e escritos de forma aleatória chamamos de *tabela primitiva* ou *dados brutos*. Quando ordenamos os valores na forma crescente ou decrescente, temos o *rol*, que é a organização dos dados brutos em ordem de grandeza crescente ou decrescente. Na Tabela 3.3 estão os dados em ordem crescente:

De acordo com Silva (1999, p.24) Para a construção da variável contínua, devemos determinar o número de elementos da sequência. Assim, Verificamos que a sequência possui $n = 70$ elementos.

Aplicamos o critério da raiz $K = \sqrt{n}$. No caso, $K = \sqrt{70} = 8,37$. O valor inteiro mais próximo é 8. Portanto, temos opção para construir a variável contínua com 7 ou 8 ou 9 classes.

O maior valor da sequência é $X_{max} = 139$ e o menor valor da sequência é $X_{min} = 61$.

Tabela 3.3 – Quociente de inteligência em ordem crescente.

61	70	72	75	78	79	80	82	83	84
87	88	90	91	92	93	94	95	96	97
98	99	100	101	102	103	104	105	106	107
108	108	109	109	110	111	112	112	112	113
113	114	114	115	115	115	116	116	116	117
118	119	119	121	122	122	123	123	124	124
125	125	125	127	128	128	128	130	138	139

Fonte: Próprio autor.

Portanto, a amplitude total da sequência é $A_t = 139 - 61 = 78$. No entanto, sabemos que pelo de o critério adotado do intervalo de classe ser semi-aberto à direita, devemos ajustar o valor X_{max} . Se ajustássemos X_{max} para 140, a amplitude ajustada passaria a ser $A_t = 140 - 61 = 79$. Este valor não é divisível de forma inteira nem por 7 nem por 8 e nem por 9, que são nossas opções de classes.

Nesta situação devemos ajustar X_{max} para 141 obtendo a $A_t = 141 - 61 = 80$ que é divisível exatamente por 8, obtendo-se uma amplitude do intervalo de classe h dada por:

$$h = \frac{A_t}{K} = \frac{80}{8} = 10.$$

Observe que o ajuste do valor X_{max} foi de duas unidades, passando de 139 para 141.

Silva (1999, p.24) aponta que a experiência do pesquisador, nesta situação, o levaria a distribuir este erro de duas unidades, iniciando a representação da série em 60 e terminando em 140. A amplitude total ajustada para a série é: $A_t = 140 - 60 = 80$.

O comprimento do intervalo de classe é $h = 10$ e o número de classes é $K = 8$.

Computando as frequências simples de cada classe, construímos a variável contínua representativa desta série.

Tabela 3.4 – Frequências do quociente de inteligência dos alunos.

Classe	QI (intervalo de classe)	<i>Fa</i>	<i>Fr</i> (%)
1	60 †70	1	1,42%
2	70 †80	5	7,14%
3	80 †90	6	8,57%
4	90 †100	10	14,28%
5	100 †110	12	17,14%
6	110 †120	19	27,14%
7	120 †130	14	20%
8	130 †140	3	4,28%
Total		70	100%

Fonte: Próprio autor.

A variável contínua é conceituada como uma representação tabular em que colocamos na primeira coluna os intervalos de classe e na segunda coluna os valores das frequências simples correspondentes.

Observações:

1º) O símbolo † indica intervalo fechado à esquerda e aberto à direita. Dessa forma, por exemplo, a altura 1,67 m não foi registrada em 1,61 † 1,67 m e sim no intervalo 1,67 † 1,73 m.

2º) A coluna “classe” tem a finalidade apenas de facilitar a referência as classes, não fazendo parte da variável contínua.

3º) O quadro final tanto da variável discreta como da variável contínua recebe o nome de *distribuição de frequência*.

Além das tabelas, a Estatística disponibiliza diferentes formas gráficas para representar os dados.

3.4 Representação Gráfica

Os gráficos representam um instrumento importante para analisar e interpretar um conjunto de dados, além de fornecer uma visualização mais rápida dos dados pesquisados do que a observação direta dos dados brutos.

Segundo Iezzi (2013, p.83) “ A importância dos gráficos está ligada sobretudo à facilidade e rapidez na absorção e interpretação das informações por parte do leitor e

também às inúmeras possibilidades de ilustração e resumo dos dados apresentados”. E de acordo com Furtado (2019, p.17) “Uma representação feita com clareza, simplicidade e veracidade permite chegar a conclusões a respeito da evolução da característica em estudo ou sobre como os valores apresentados se relacionam”.

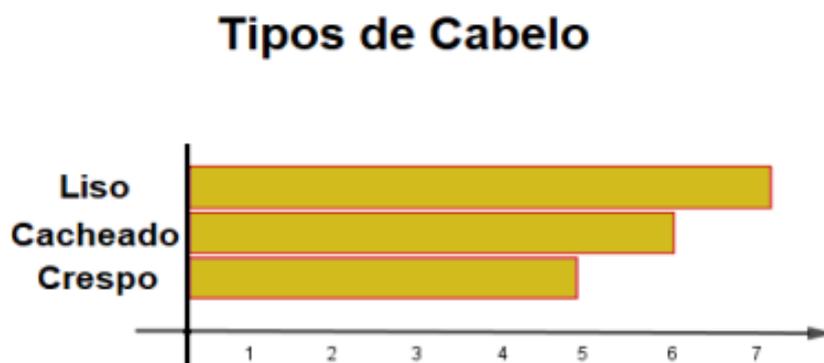
Estudaremos, nesta seção, quatro tipos de representações gráficas: o gráfico de barras (verticais ou horizontais), o gráfico de setores (ou “pizza), o histograma e o gráfico de pontos (ou “diagrama de pontos”).

Gráfico de Barras

Os gráficos em barras têm como finalidade comparar grandezas, por meio de retângulos de igual largura e alturas proporcionais às respectivas grandezas. Cada barra (ou coluna) representa a intensidade de uma modalidade do atributo. Quando as barras são verticais, chamamos de *gráfico de colunas*.

Seguem as Figuras 3.2 e 3.3 como exemplos de gráficos de barras.

Figura 3.2 – Gráfico de barras horizontais.



Fonte: FURTADO (2019, p.17).

Figura 3.3 – Gráfico de barras verticais.

Fonte: FURTADO (2019, p.17).

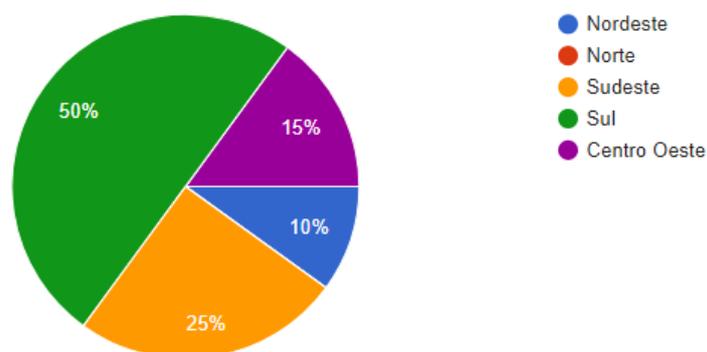
Gráfico de Setores

Os gráficos em setores são usados para representar valores absolutos ou porcentagens complementares. De modo geral, suponha-se que a variável em estudo apresenta k valores distintos. O processo consiste em dividir um círculo em k partes proporcionais às frequências dos valores observados. As medidas dos ângulos dos setores circulares são proporcionais às porcentagens de ocorrência dos valores da variável.

Representam séries estatísticas por meio de retângulos, dispostos verticalmente (em colunas) ou horizontalmente (em barras). Todos os retângulos devem apresentar a mesma largura, ficando os seus comprimentos proporcionais aos respectivos dados. (FONSECA, 2015, p.49)

Segue a Figura 3.4 como exemplo de gráfico de setores.

Figura 3.4 – Preferência de viagens dos alunos por regiões do país.



Fonte: Próprio autor.

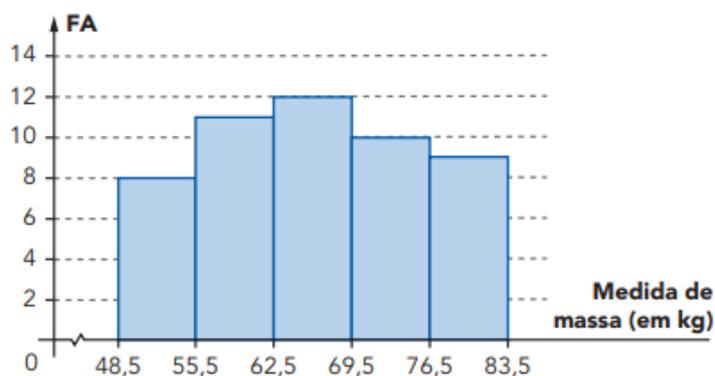
Histograma

O histograma é a representação gráfica de uma distribuição de frequências. É muito utilizado para representar variáveis quantitativas. É a representação gráfica da distribuição de frequência através de colunas justapostas de maneira contínua, representando cada coluna uma classe. Não há, portanto, espaço entre as colunas, ou seja, onde termina uma classe, imediatamente inicia-se outra.

Um histograma é uma ferramenta de análise e representação de dados quantitativos, agrupados em classes de frequência que permite distinguir a forma, o ponto central e a variação da distribuição, além de outros dados como amplitude e simetria na distribuição dos dados. (FARIAS, on-line).

De acordo com Costa e Giannotti (2010, p.113) as características do histograma são:

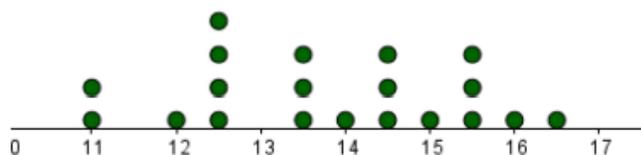
- é representado por retângulos justapostos;
- a base do retângulo se localiza no eixo das abscissas (eixo x) e é dada pela amplitude das classes;
- a altura do retângulo é representada no eixo ordenadas (eixo y) e é dada pela frequência simples.

Figura 3.5 – Medida em massa de um grupo de estudantes.

Fonte: DANTE (2020, p.34).

Gráfico de Pontos

O gráfico de pontos apresenta uma simplicidade tanto na sua elaboração quanto na interpretação. Gráficos de pontos também são chamados de diagramas de pontos. Pode ser utilizado para os dois tipos de variáveis (qualitativas e quantitativas). Num eixo horizontal marcam-se os valores ou categorias que a variável assume em cada grupo de dados. Por cima de cada um desses valores (ou categorias) marca-se um ponto sempre que ocorrer na amostra.

Figura 3.6 – Tamanho de roedores em centímetros.

Fonte: FURTADO (2019, p.18).

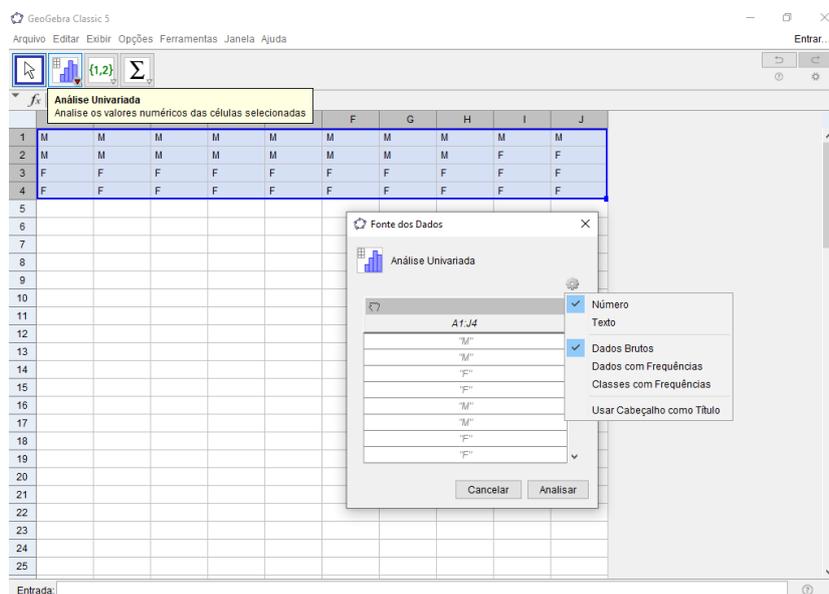
3.4.1 Construções da tabela de frequência e do gráfico de barras no GeoGebra para dados agrupados por valor

Nesta seção, ilustra-se como é possível construir as tabelas de frequências para dados agrupados por valor utilizando-se do software GeoGebra. Para isso, usaremos o exemplo da Tabela 3.1 e será necessário executar os seguintes passos no software GeoGebra:

1º passo: Acessar o software GeoGebra e abrir a janela de construção. Observar a barra de menu e clicar em exibir planilha. Uma janela em formato de planilha será aberta.

2º passo: Digite os dados na planilha, selecione os dados e em seguida use a ferramenta análise univariada. Observe que, ao clicar na ferramenta análise univariada uma janela chamada fonte dos dados será aberta, ver Figura 3.7. Na janela fonte de dados clique na engrenagem e abra-se-á uma nova janela, ver Figura 3.7. Assim teremos a opção de colocar os dados na forma de números, texto, etc. Vamos escolher texto. Em seguida clique em analisar.

Figura 3.7 – Planilha para construção da tabela de frequência



Fonte: Próprio autor

3º passo: Observe que quando clicamos em analisar abriu-se uma nova janela chamada análise de dados e a mesma exibiu o gráfico de barras, como mostra a Figura 3.8

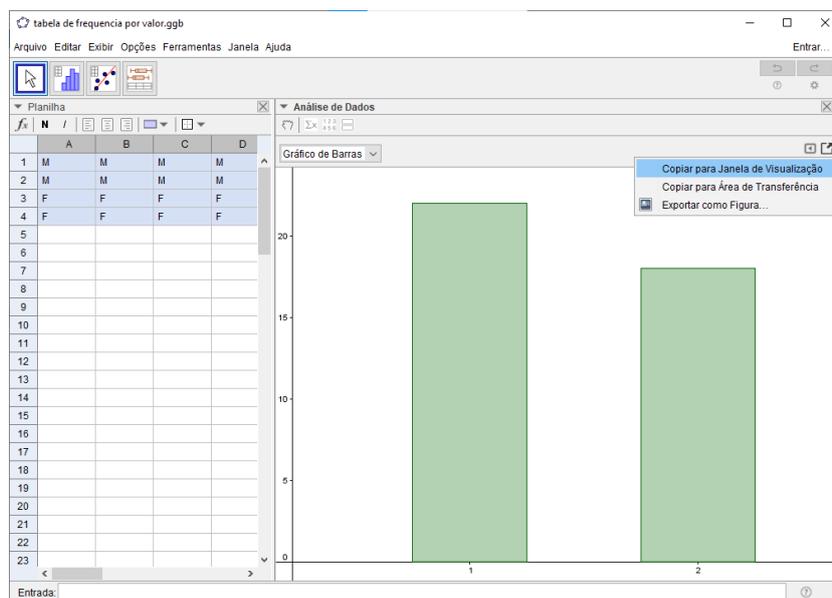
O próximo passo é copiar os dados para janela de visualização. Em seguida vamos na barra de menu e escolhermos a ferramenta exibir janela de visualização e janela de álgebra. Para não ficar muitas janelas abertas podemos fechar a janela da planilha e a janela de análise de dados. Observe a Figura 3.9, ou seja, na janela de visualização já temos o que queríamos, a tabela de frequência.

4º passo: Observe que ao lado do gráfico de barras da Figura 3.9 temos uma tabela mostrando o valor e a contagem. Essa é a tabela de frequência absoluta simples para dados agrupados por valor.

5º passo: Coloque o ponteiro do mouse em cima das barras e teremos a frequência relativa simples, ou seja, o percentual dos tipos de dados.

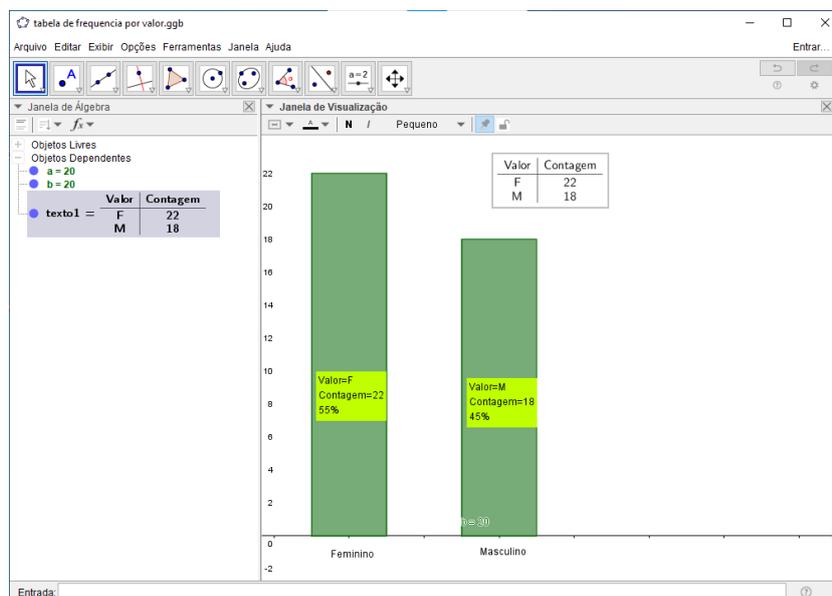
6º passo: As alturas das barras coincidem com os valores das frequências.

Figura 3.8 – Gráfico de barras e construção da tabela de frequência



Fonte: Próprio autor

Figura 3.9 – Gráfico de barras e construção da tabela de frequência



Fonte: Próprio autor

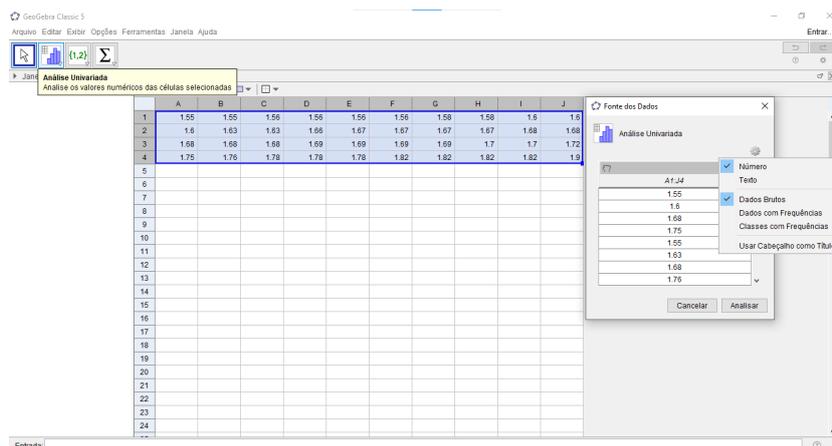
3.4.2 Construções da tabela de frequência e do histograma no GeoGebra para dados agrupados por intervalo de classe.

Nesta seção, ilustra-se como é possível construir um histograma e a tabela de frequência para dados agrupados por intervalo de classe, utilizando-se do software GeoGe-

bra. Para isso, usaremos o exemplo da Tabela 3.3 e será necessário executar os seguintes passos no software GeoGebra:

1º passo: Acessar o software GeoGebra e abrir a janela de construção. Na parte superior esquerda da tela, clique em exibir e, em seguida, selecione planilha. Depois, preencha a planilha que aparecerá com as alturas mostradas na Tabela 3.3.

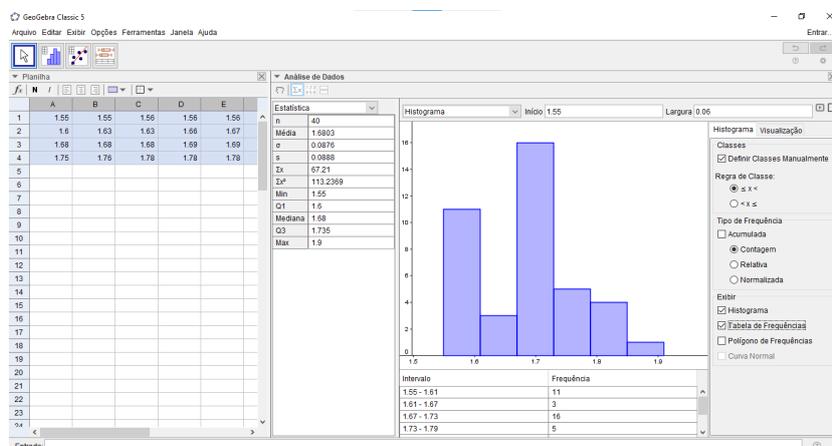
Figura 3.10: Tela do GeoGebra após o 1º passo.



Fonte: Próprio autor

2º passo: Selecione as células da planilha com as alturas. Em seguida, clique na ferramenta análise univariada. O software exibirá um histograma. Observe que, ao clicar na ferramenta análise univariada uma janela chamada fonte dos dados será aberta, ver Figura 3.10. Na janela fonte de dados clique na engrenagem e abra-se-á uma nova janela. Assim, teremos a opção de colocar os dados na forma de números, texto, dados brutos, etc. Vamos escolher número. Em seguida clique em analisar.

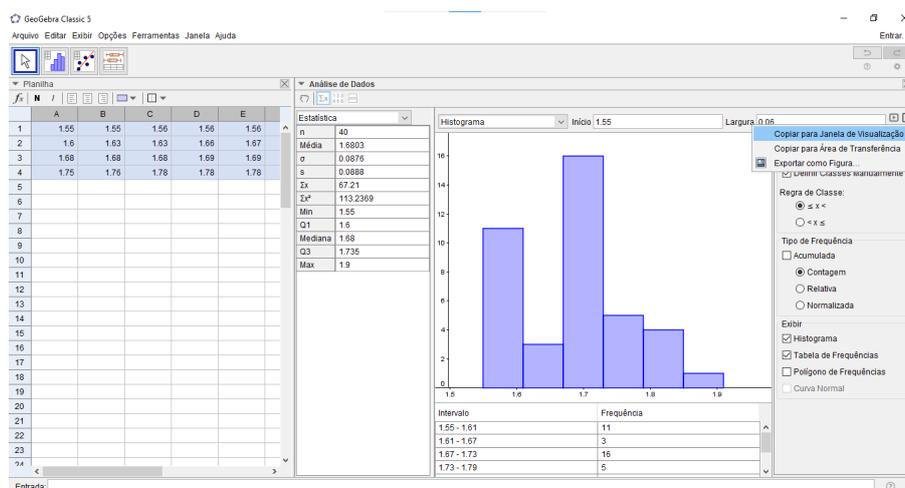
Figura 3.11 – Tela do GeoGebra após o 2º passo.



Fonte: Próprio autor

3º passo: Observe que quando clicamos em analisar abriu-se uma nova janela chamada análise de dados e a mesma exibiu um histograma, como mostra a figura abaixo. O próximo passo é copiar os dados para janela de visualização. Em seguida vamos na barra de menu e escolhemos a ferramenta exibir janela de visualização e janela de álgebra. Para não ficar muitas janelas abertas podemos fechar a janela da planilha e a janela de análise de dados. Observe a Figura 3.12, ou seja, na janela de visualização já temos o que queríamos, a tabela de frequência.

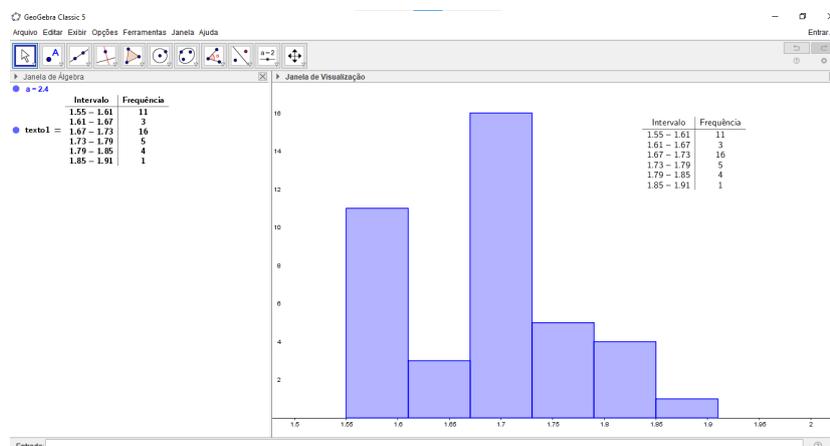
Figura 3.12 – Tela do GeoGebra após o 3º passo.



Fonte: Próprio autor

4º passo: Observe que ao lado do histograma da Figura 3.13, temos uma tabela de frequência mostrando as classes e a contagem correspondente. Essa é uma tabela de frequência absoluta simples para dados agrupados em classe.

Figura 3.13 – Tela do GeoGebra após o 4º passo.



Fonte: Próprio autor

5º passo: Coloque o ponteiro do mouse em cima das barras e teremos a frequência relativa simples, ou seja, o percentual dos tipos de dados.

6º passo: As alturas das barras coincidem com os valores das frequências.

3.5 Medidas de Tendência Central

Uma medida de tendência central é um número calculado a partir de uma fórmula usada para representar um conjunto de dados como um todo. Segundo Silva, Fernandes e Almeida (2015, p. 59), medidas de tendência central representam fenômenos por meio de seus valores médios, em torno das quais os dados tendem a se concentrar.

Para Silva *et al.* (1999, p.47) “ a medida de tendência central é um valor intermediário da série, ou seja, um valor que está compreendido entre o menor e o maior valor da série”.

Segundo Toledo e Ovalle (2010, p.107), as três medidas de tendência central mais usadas para resumir um conjunto de valores são: a *média aritmética*, a *mediana* e a *moda*.

Vale salientar que a média e a mediana são medidas relativas a uma variável quantitativa, enquanto que, a moda, pode ser determinada tanto para variáveis quantitativas quanto qualitativas.

Média Aritmética

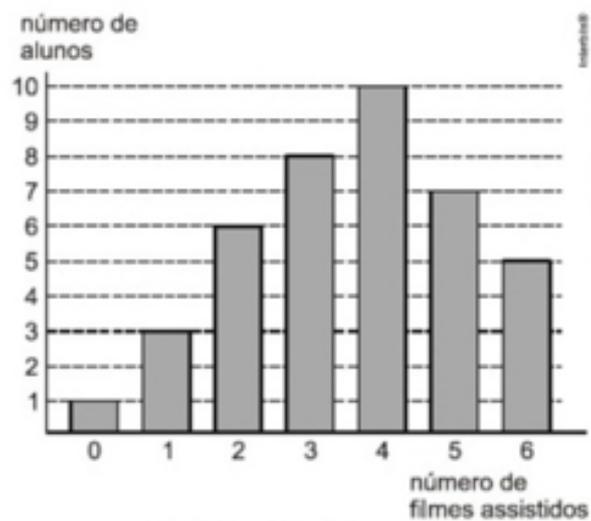
A média aritmética (\bar{x}) é a medida de tendência central mais usada. Obtemos o seu valor somando todos os valores e dividimos pela quantidade desses. Na estatística, a média Representando matematicamente, temos:

Seja n a quantidade dos valores de uma variável quantitativa de uma amostra denotados por $x_1, x_2, , x_n$. A *média aritmética* (\bar{x}) desses n valores é calculada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Exemplo: (Questão adaptada - IFSP, 2013) Uma pesquisa foi realizada com 40 alunos de uma classe sobre a quantidade de filmes que cada um assistiu durante o primeiro semestre. O resultado está representado no gráfico a seguir que está descrito na Figura 3.14 . E queremos saber a média aritmética do número de filmes assistidos pelos alunos.

Figura 3.14 – Quantidade de filmes assistidos no primeiro semestre.



Fonte: IFSP (2013).

Calculando a média aritmética, temos:

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 5}{1 + 3 + 6 + 8 + 10 + 7 + 5} = \frac{144}{40} = 3,6.$$

Ou seja, o valor médio do número de filmes assistidos é igual a 3,6.

Média Aritmética Ponderada

Quando as variáveis possuem pesos ou importâncias diferentes, usamos a média aritmética ponderada. Para calculá-la, devemos efetuar a soma dos produtos das variáveis por seus respectivos pesos e dividir o resultado pela soma dos seus pesos.

Existe um grande perigo no cálculo da média aritmética simples. Se um ou mais valores for muito diferente do conjunto, pode distorcer a tendência apresentada pela média. Esta distorção pode ser amenizada aplicando-se pesos às observações, isto possibilita atribuir peso ou importância diferente a cada valor, quando isto ocorre, temos a média aritmética ponderada. (FONSECA, 2015, p.70)

Matematicamente, segue a definição formal de média aritmética ponderada:

Seja uma sequência de n números reais x_1, x_2, \dots, x_n com pesos respectivamente iguais a p_1, p_2, \dots, p_n , $p \in \mathbb{R}$, a média aritmética ponderada é definida por:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_n \cdot p_n)}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i}{\sum_{i=1}^n p_i}.$$

Por exemplo: Um professor conseguiu fazer com que suas provas mais importantes fossem as últimas ao atribuir pesos diferentes para cada uma. A primeira prova teve peso 1; a segunda, peso 3; e a terceira, peso 5. Um dos alunos conseguiu as seguintes notas: 7,0 na primeira prova; 6,0 na segunda e 4,0 na terceira. Esse aluno conseguirá alcançar a média final 6,0 exigida pela escola?

Substituindo os valores na fórmula temos:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 5 \cdot 4}{1 + 3 + 5} = \frac{7 + 18 + 20}{9} = \frac{45}{9} = 5.$$

Observe que, ao atribuir maior importância às últimas provas, o professor concedeu um valor maior para elas que para a primeira, embora todas as provas tivessem valor entre 0 e 10 na correção. Perceba também que, mesmo obtendo duas notas acima da média, o aluno não conseguiu atingir a média final da escola. Isso ocorreu porque as duas primeiras provas valeram menos que a última, na qual ele tirou a menor nota.

Mediana

A mediana (Md) de um conjunto de n números ordenados em de forma crescente ou decrescente é o valor que ocupa o centro da amostra. Dessa forma, se n for ímpar, a mediana é exatamente o número que está na posição central. Se n for par, a mediana é a média aritmética dos dois números que estiverem no centro.

A mediana é o valor que divide o conjunto de observações ao meio, ou seja, 50% dos elementos são menores ou iguais à mediana e os outros 50% são maiores ou iguais à mediana.

A mediana é uma medida de posição. É, também, uma separatriz, pois divide o conjunto em duas partes iguais, com o mesmo número de elementos. O valor da mediana encontra-se no centro da série estatística organizada, de tal forma que o número de elementos situados antes desse valor (mediana) é igual ao número de elementos que se encontram após esse mesmo valor (mediana). (CORREA, 2003, p.52)

Como exemplo, vamos calcular a mediana dos conjuntos $A = \{2, 8, 12, 12, 20, 20, 23\}$ e $B = \{7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21\}$:

O conjunto A possui sete termos, portanto, a mediana é o número que ocupa a quarta posição, que é a posição central: $Md = 12$. Já o conjunto B possui oito termos, dessa forma a mediana é dada pela média dos termos da quarta e quinta posição, que são os termos centrais: $Md = \frac{(10+13)}{2} = 11,5$. O que significa que 50% dos valores do rol são valores menores ou iguais a 11,5 e 50% dos valores do rol são valores maiores ou iguais a 11,5.

Note que a mediana do conjunto A é um dos elementos do conjunto, já a do conjunto B não é um dos seus elementos. Dessa forma, a mediana pode ou não pertencer aos números da amostra.

Iezzi, Hazzan e Degenszajn (2004, p. 127) afirmam que algumas vezes a média aritmética pode ser muito afetada quando são encontrados valores discrepantes em um conjunto de dados. Dessa forma, essa medida de centralidade pode não representar muito bem o resumo dos dados.

Para resolver problemas desse tipo, a mediana é uma medida de centralidade mais resistente aos valores discrepantes

Segue a definição formal da mediana:

Seja uma sequência de n números reais tais que $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq x_n$. Definimos a mediana por:

$$\text{Md} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}}, & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ (x_{\frac{n}{2}} + x_{(\frac{n}{2}+1)})/2, & \text{se for par.} \end{cases}$$

Portanto,

- Se n for ímpar, a mediana será o elemento central das observações ordenadas;
- Se n for par, a mediana será a média entre os dois elementos centrais.

Moda

Chama-se moda (e indica-se por Mo) o elemento de maior frequência em uma amostra. A identificação da moda é simples para ambos os tipos de variáveis pois, basta observar o elemento que apresenta maior ocorrência na distribuição. No caso de variáveis qualitativas, a moda torna-se bastante útil pelo facto de não estarem definidas a média e a mediana. De acordo com Correa (2003, p.50), a moda É o valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados, e que e denominado valor modal

Diferentemente da média e da mediana, a moda pode não ser um valor único. Dependendo da quantidade de valores que se repetem, a moda pode ser:

Amodal: não possui moda,

Unimodal: possui apenas uma moda,

Bimodal: possui dois valores modais,

Multimodal: possui mais do que dois valores modais.

Como exemplo, vamos calcular a moda dos seguintes conjuntos de dados:

- $X = (4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8)$ $Mo = 6$. Esse conjunto é unimodal, pois apresenta apenas uma moda.
- $Y = (1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6)$ $Mo = 2$ e $Mo = 4$. Esse conjunto é bimodal, pois apresenta duas modas.
- $Z = (1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5)$ $Mo = 2$, $Mo = 3$ e $Mo = 4$. Esse conjunto é multimodal, pois apresenta mais de duas modas.
- $W = (2, 2, 5, 8, 5, 8)$. Observe que todos os elementos da série apresentam a mesma frequência. Nesta situação, não há um elemento que se destaque pela maior frequência, e diremos que a série é amodal.

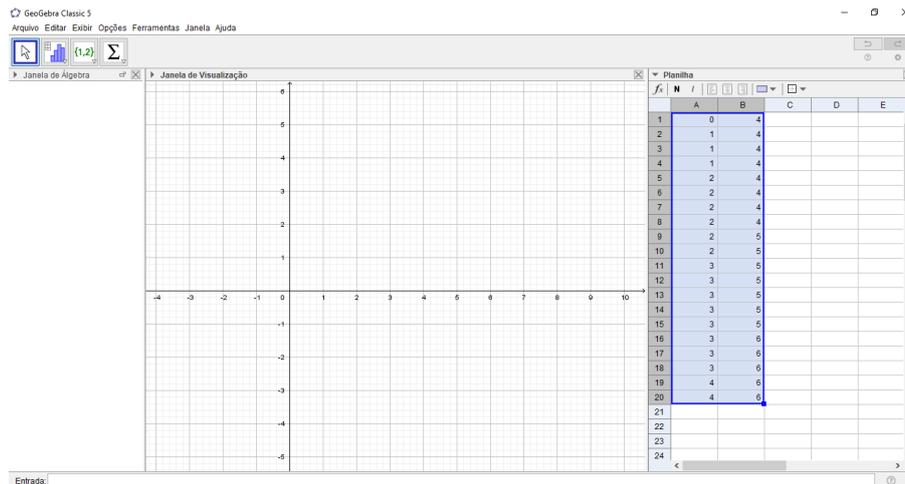
3.5.1 Cálculo da média, moda e mediana no software GeoGebra

Nesta seção, ilustra-se como é possível calcular a média aritmética, a moda e a mediana utilizando-se do software GeoGebra. Para isso, usaremos o exemplo da Figura

3.14 e será necessário executar os seguintes passos no software GeoGebra:

1º passo: Acessar o software GeoGebra e abrir a janela de construção. Na parte superior esquerda da tela, clique em exibir e, em seguida, selecione planilha. Depois, preencha a planilha com a quantidade de filmes assistidos pelos alunos no primeiro semestre conforme mostrado no gráfico da Figura 3.15.

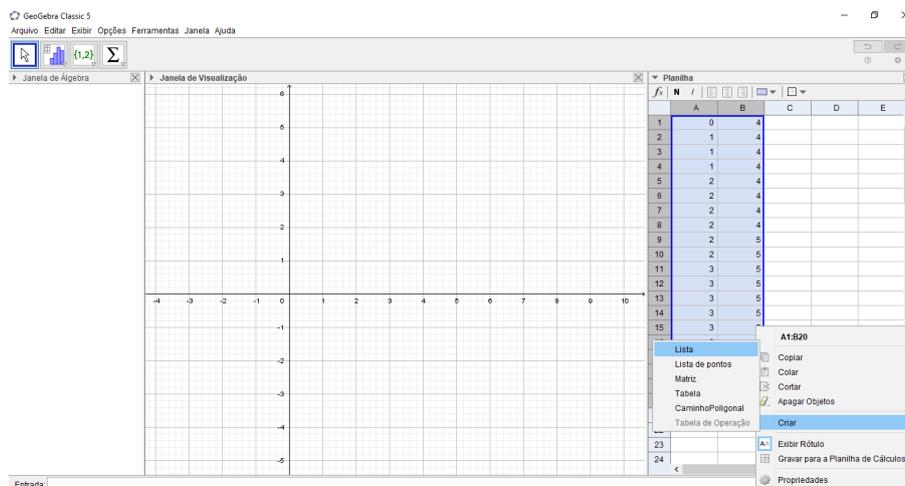
Figura 3.15 – Criação da planilha no GeoGebra após o 1º passo.



Fonte: Próprio autor.

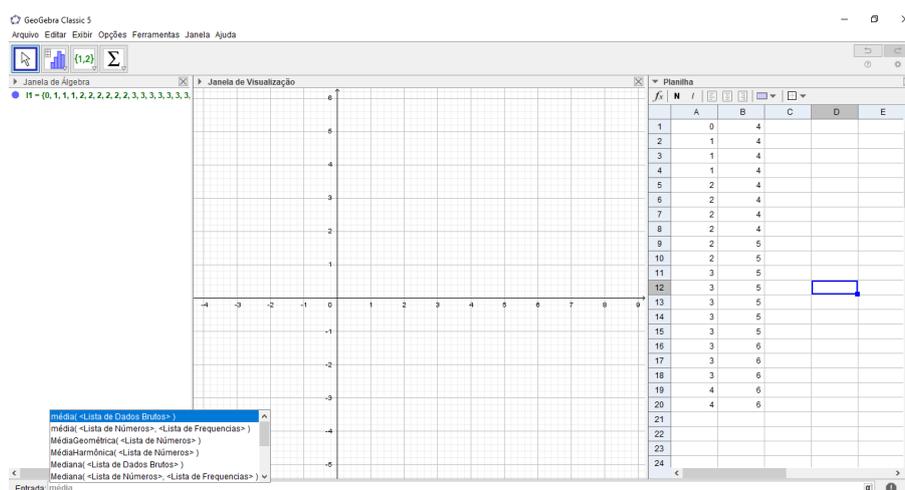
2º passo: Selecione as células da planilha com a quantidade de filmes assistidos no primeiro semestre. Em seguida, clique com o botão direito do mouse e crie uma lista conforme mostra a Figura 3.16. O software exibirá uma lista com todos os dados exibidos na planilha, ver Figura 3.17. A partir daí já podemos extrair as principais medidas de tendências centrais. Primeiramente vamos calcular a média aritmética.

Figura 3.16 – Criação de lista no GeoGebra após o 2º passo.



Fonte: Próprio autor.

Figura 3.17 – Seleção do comando média no GeoGebra após o 2º passo.

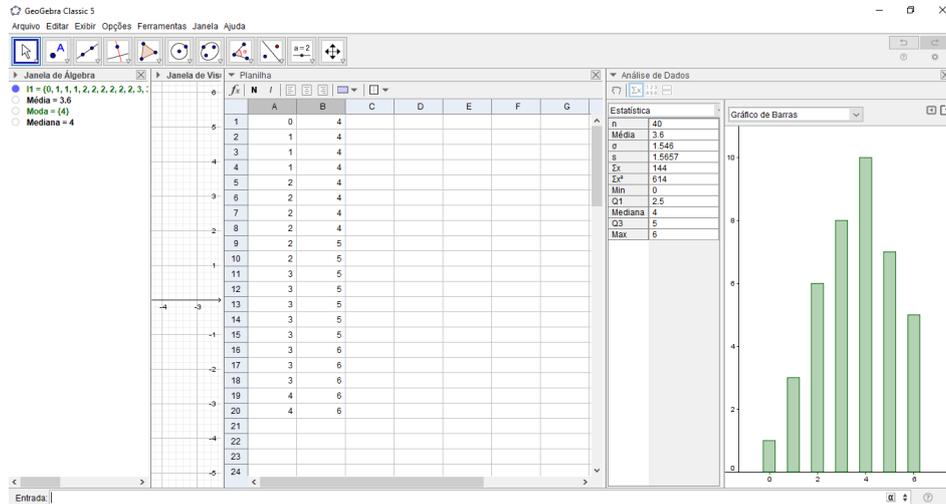


Fonte: Próprio autor.

3º passo: No campo de entrada digite o nome média(<Lista dos Dados Brutos>), seguido da tecla <Enter>, ver Figura 3.17. Agora, onde tem selecionado <Lista dos Dados Brutos> substitua por l1, seguido da tecla <Enter>, ver Figura 3.18. Assim, teremos o valor da média aritmética para o conjunto de dados da lista l1. Observe que após encontrar o valor do número $a = 3,6$ que corresponde à media aritmética, podemos renomear essa **Número a** para o nome que desejarmos, para isso basta clicar com o botão

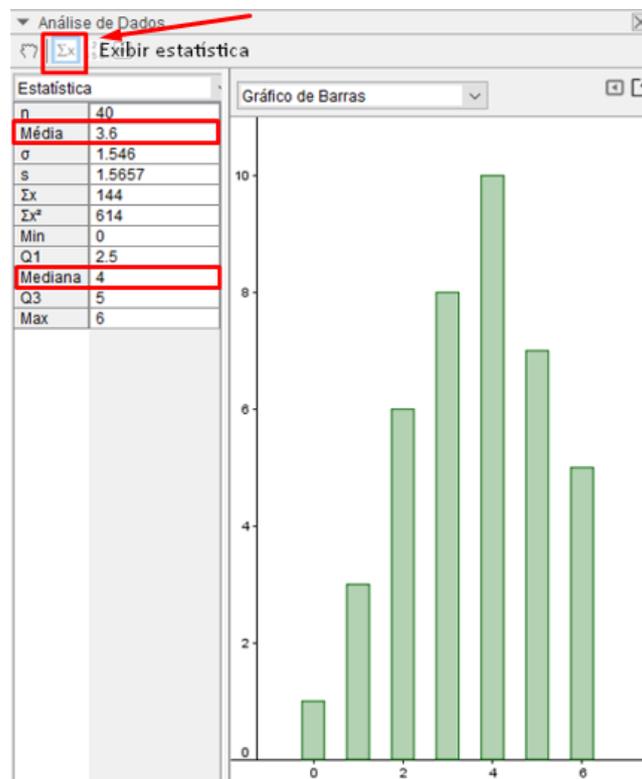
$\bar{x} = 3,6$ e $Md = 4$, conforme Figura 3.21 abaixo:

Figura 3.20 – Cálculo da mediana no GeoGebra após o 5^o passo.



Fonte: Próprio autor.

Figura 3.21 – Cálculo alternativo da média e mediana no GeoGebra.



Fonte: Próprio autor.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresenta-se um relato de experiência sobre uso do GeoGebra nas atividades, em sala de aula, com a intenção de sugerir a integração entre o método de resolução tradicional com o uso de tecnologias, de maneira que possibilite ao aluno uma exploração mais agradável durante o processo. Buscar-se-á uma abordagem que, partindo de uma situação-problema e com o auxílio dinâmico que o software possibilita, facilite o alcance dos objetivos. Particularmente, o estudo aqui relatado teve como participantes os alunos do 1^o ano, turmas com média de 40 alunos, para os quais foi apresentado o software GeoGebra, e proposto algumas atividades práticas, envolvendo, entre outros conteúdos, aqueles associados à estatística descritiva. A proposta de tal experiência é tratar da estatística na educação básica, trazendo sugestões, para apresentar, simular, interagir e discutir dados, tabelas, diagramas e medidas centrais, além, é claro, da própria aprendizagem no que diz respeito ao conhecimento e uso do GeoGebra por parte de professores e alunos.

O presente trabalho foi desenvolvido durante o ano de 2021 com o intuito de atender os alunos do 1^o ano do Ensino Médio, das turmas: 100, 101 e 102, do turno vespertino, da escola estadual Centro de Ensino Liceu Maranhense, situado na rua Urbano Santos s/n, Centro, Município de São Luís - MA. Como forma de validar qualitativamente as atividades propostas, foi realizado um minicurso com duração de 16 h/a, com as 03 turmas de 1^o ano do Ensino Médio.

4.1 Sobre a Natureza da Pesquisa

A pesquisa tem como objetivo despertar os professores para o estudo e a utilização do software GeoGebra como um grande recurso didático que pode se tornar um aliado na sala de aula, como uma ferramenta para apresentar, simular, interagir e discutir dados, diagramas e medidas centrais no estudo da Estatística Descritiva no ensino médio.

Esta pesquisa apresenta um enfoque qualitativo e quantitativo, com a aplicação simultânea desses dois tipos de abordagens para interpretação e análises do objeto de estudo.

Conforme Michel (2005, p. 31), a pesquisa quantitativa é um método de pesquisa social que utiliza a quantificação nas modalidades de coleta de informações e no seu tratamento, mediante técnicas estatísticas, tais como percentual, média, desvio-padrão, coeficiente de correlação, análise de regressão, entre outros. Enquanto que na pesquisa qualitativa a verdade não se comprova numérica ou estatisticamente, porém convence na forma de experimentação empírica, a partir da análise feita detalhadamente, abrangente, consistente e coerentemente, assim como na argumentação lógica das ideias. Por este motivo, ela é mais utilizada e necessária nas ciências sociais, onde o pesquisador participa, compreende e interpreta.

Quanto aos objetivos, a pesquisa é classificada como descritiva, pois de acordo com Gil (2008):

A Pesquisa Descritiva procura observar, registrar, analisar, classificar e interpretar os fatos ou fenômenos (variáveis), sem que o pesquisador interfira neles ou os manipule. Este tipo de pesquisa tem como objetivo fundamental a descrição das características de determinada população ou fenômeno (GIL, 2008, p. 42).

Antes da aplicação de qualquer metodologia de intervenção no ensino, não só de matemática, mas de qualquer disciplina do currículo, é necessário conhecer o público para o qual esta é dirigida. Muitas vezes comete-se o equívoco de atribuir igualdade a um determinado público sem antes analisar a diversidade de conhecimentos presentes dentro de um conjunto, mesmo que a priori este pareça homogêneo. Para tanto, é preciso que se inicie o processo com a sondagem dos conhecimentos já adquiridos pelos discentes e que estejam em consonância com o pretendido, sendo que o diagnóstico inicial dos conhecimentos matemáticos referentes à área da estatística é imprescindível, o que o torna o ponto de partida para o presente trabalho.

Realizado o trabalho de sondagem e diagnóstico, o professor deverá elencar conteúdos pertinentes e de maior necessidade para a execução do trabalho. Este item deve levar em consideração as necessidades educacionais no campo da estatística, estabelecendo uma continuidade ou início de trabalho sobre um determinado conteúdo tendo em vista que a culminância e sucesso do trabalho depende especificamente do engajamento dos alunos nas atividades propostas, fato que só será possível mediante uma gama de conhecimentos que devem ser previamente abordados sendo fixados com o decorrer do trabalho

4.2 Sobre o Teste Diagnóstico Usado Para Aferição do Conhecimento Estatístico

Para aferir o conhecimento estatístico dos alunos de forma objetiva, foi realizado um teste composto de 06 questões elaboradas com os assuntos básicos do tema estatística. Além do uso para este trabalho, o teste serviu como avaliação parcial para obtenção de nota para o período escolar, assim, como a participação durante o processo. Segue a descrição dos assuntos cobrados.

- Questão 01: Conceito de Média
- Questões 02: Conceito de Frequência
- Questão 03: Média Aritmética Simples, Moda e Mediana
- Questão 04: Média Aritmética Simples, Frequências Absoluta e Relativa
- Questão 05 e 06: Análise de Gráficos

A íntegra do teste pode ser consultada no Apêndice A.

4.3 Etapas da Pesquisa

Primeiramente requisitou-se à assinatura da carta de anuência (Apêndice C.1) pelo gestor e diretor da escola e enviou-se aos pais o termo de consentimento de livre e esclarecido (Apêndice C.2), através do qual solicitou-se a permissão deles para colher informações relacionadas aos alunos, visto que os mesmos são menores de idade. Em seguida, realizou-se um teste diagnóstico (Apêndice A) em sala de aula com perguntas relacionadas aos conteúdos de estatística descritiva que seriam abordados no decorrer do projeto e aplicou-se dois questionários (Apêndices B.1 e B.2), aos estudantes participantes da pesquisa, onde o primeiro questionário foi aplicado antes do início do minicurso (ver Figura 4.1) e da apresentação do software GeoGebra e o segundo questionário foi aplicado após a realização do minicurso, a fim de verificar a receptividade que as atividades propostas tiveram, além de verificar se o uso do software influenciou positivamente no processo de ensino-aprendizagem em relação aos conteúdos de Estatística Descritiva. Após diagnosticar as dificuldades e necessidades dos alunos em relação aos conceitos estatísticos desenvolveu-se, com as turmas do 1^o ano em análise, algumas aulas de conceitos estatístico fundamentais, além de construções de tabelas, gráficos e cálculos de medidas de tendência central de forma interativa, usando como base o livro didático “Prisma Matemática” de José Roberto Bonjorno. Foram utilizadas também algumas questões das provas do Exame

Nacional do Ensino Médio e um recurso não tão convencional ao ensino de matemática em sala de aula, a saber: *o smartphone*.

Figura 4.1 – Registro fotográfico do teste diagnóstico



Fonte: Próprio autor

A início, a ideia era de utilizar o laboratório de informática disponível na escola para aplicação do *software* GeoGebra durante o minicurso e na execução das atividades. No entanto, não foi possível utilizá-lo, devido ao reduzido número de computadores e boa parte não estarem em condições de uso. E como a escola dispõe de *wi-fi* para os alunos em sala de aula e a maioria deles possui aparelhos *smartphones* foi possível a aplicação do projeto.

No segundo momento, apresentou-se o *software* GeoGebra aos alunos (ver Figura 4.2), destacando-se suas principais ferramentas, características e funções. E, mediante a apresentação do projeto em sala de aula para os alunos, solicitou-se que baixassem o *software* em seus celulares. Posteriormente foram desenvolvidas, na forma de tutorial, atividades de familiarização, de modo a facilitar a compreensão dos princípios básicos de funcionamento do *software*.

Para as aulas de estatística e o desenvolvimento do minicurso foram usadas as ferramentas WhatsApp, para que se mantivessem diálogos entre os alunos e o professor, o Google Meet, para aulas on-line, o Google Forms, para testes on-line com questões de múltipla escolha e o Google Sala de Aula, ferramenta utilizada para a formação de salas de aula on-line. Vale ressaltar, ainda, que algumas encontros foram realizadas em sala de

aula e outras no sistema on-line.

O minicurso teve duração de 16 h/a e ocorreu nos dias: 18, 19, 20 21, 27 e 29 de outubro e 11 e 17 de novembro de 2020. Nas quatro primeiras aulas, que foram presenciais, tiveram duração de 1 h/a cada encontro e nas quatro últimas, que foram on-line, tiveram duração de 3 h/a cada encontro. Durante este período, as turmas estavam reduzidas pela metade e alternadas semanalmente devido às restrições ocasionadas pela pandemia do novo coronavírus (SARS-CoV-2) e, por isso, foi trabalhado com apenas um grupo de cada série do 1^o ano, que tinham um número de 20 alunos por turma. Sendo que 32 estudantes participaram integralmente de todas as etapas da pesquisa.

Figura 4.2 – Registro fotográfico da realização do minicurso.



Fonte: Próprio autor

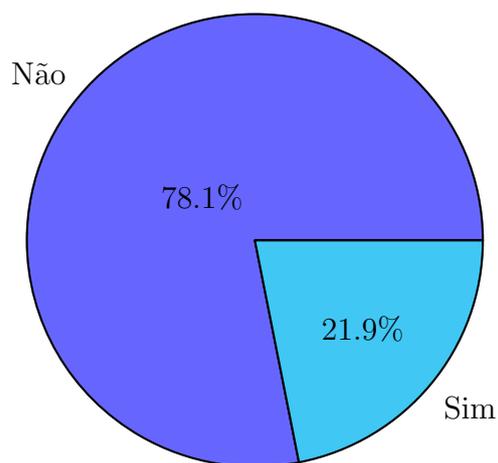
4.3.1 Análise do Questionário 1

Este questionário tem como objetivo investigar se durante a vida estudantil dos alunos, até o momento da aplicação do projeto, os alunos do 1^o ano do Ensino Médio tiveram algum contato com softwares para desenvolver conteúdos de matemática em sala de aula e se possuíam recursos tecnológicos mínimos necessários para que os docentes pudessem utilizar durante o processo de ensino-aprendizagem da disciplina específica.

Ao questionar se os estudantes já tinham usado alguma vez aplicativos em sala de aula para desenvolver conteúdos de matemática e se os seus professores utilizavam o computador, *smartphone* ou *tablet* como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas

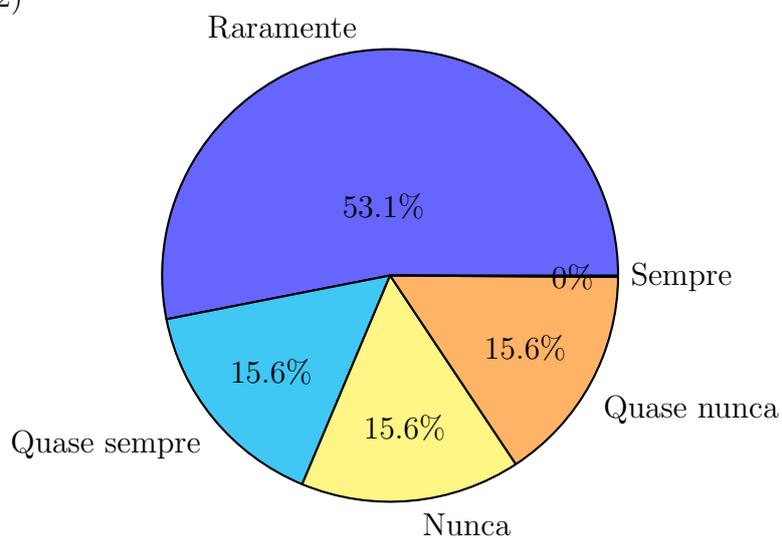
nessa escola, obtivemos os seguintes dados apresentados pelos gráficos das Figuras 4.3 e 4.4 conforme a seguir:

Figura 4.3 – Uso de aplicativos em sala de aula:
CE Liceu Maranhense (turmas: 100, 101 e 102)



Fonte: Próprio autor

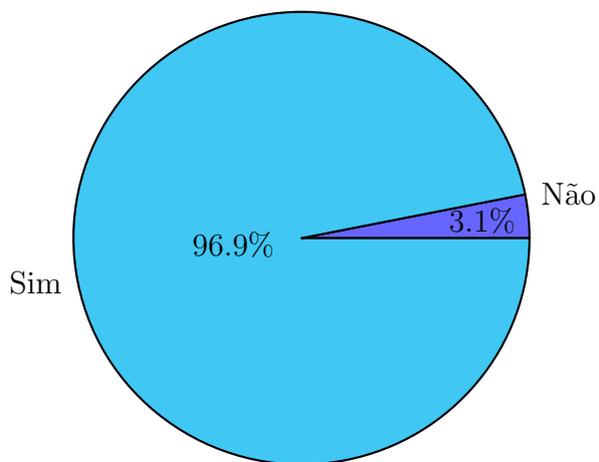
Figura 4.4 – Uso do computador, smartphone ou tablet pelos professores:
CE Liceu Maranhense



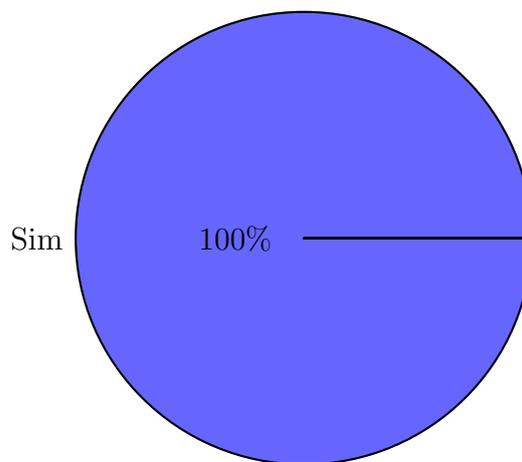
Fonte: Próprio autor

Quanto aos dados apresentados nos gráficos das Figuras 4.3 e 4.4 é possível notar nas respostas dos alunos em relação à questão sobre a utilização de aplicativos o pouco uso de ferramentas tecnológicas pelos professores para fins pedagógicos nas rotinas de suas aulas. Essa resistência pode estar sendo motivada pelo desconhecimento da existência de softwares educacionais ou por não saberem trabalhar com essas ferramentas. Vale ressaltar que o uso de tecnologias, aqui proposto, representa também para nós uma mudança de metodologia, o que nos coloca na mesma situação dos demais professores da escola. Segundo a Unesco (2014), “ A aprendizagem móvel envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar.”

Já os gráficos das Figuras 4.5 e 4.6 ilustram os dispositivos móveis utilizados pelos alunos e quantos têm acesso à internet .

Figura 4.5 – Possui smartphone ou tablet

Fonte: Próprio autor

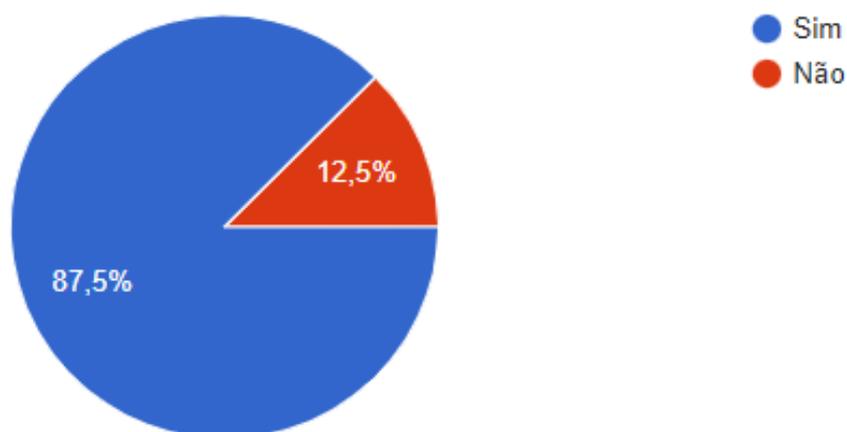
Figura 4.6 – Acesso à internet

Fonte: Próprio autor

Quando questionados se já usaram aplicativos em sala de aula para desenvolver conteúdos de matemática em sua vida estudantil, 89,5% responderam que não e 10,5% disseram que sim. O que mostra que mesmo tendo as ferramentas para a utilização de softwares, eles são ainda pouco conhecidos e utilizados tanto pelos alunos quanto por professores.

No que se refere ao GeoGebra, especificamente, nenhum dos estudantes participantes conhecia previamente o software. O que reforçou a necessidade de durante o minicurso serem exploradas atividades de familiarização.

Figura 4.7 – Você acredita que o uso de softwares ou aplicativos pode ajudá-lo(a) a aprender conteúdos de Matemática?.



Fonte: Próprio autor.

E quando perguntado se eles creditavam que o uso de softwares ou aplicativos pode ajudá-lo(a) a aprender conteúdos de Matemática, 87,5% responderam que sim enquanto 12,5% disseram que não acreditam, ver Figura 4.7. Veja alguns relatos:

“Creio que quanto mais ferramentas usarmos melhor vai ser o nosso aprendizado.”(Estudante 1)

“Eu acredito, pelo fato de simplificar o conteúdo. Desenvolvendo o estudo de uma forma mais clara.”(Estudante 3)

“Tecnologia pode ser empregada para melhorar efetivamente o aprendizado dos alunos e o dia a dia dos professores.”(Estudante 9)

“Porque pode ser uma forma mais simples de aprender matemática.”(Estudante 27)

“Pois é uma nova maneira de aprender a matemática, de uma forma mais “didática.”(Estudante 28)

“Facilita o estudo.”(Estudante 31)

O estudantes que responderam “não” não justificaram a suas resposta. E os relatos apontam que os softwares podem ser um grande aliado no ensino de conteúdos de matemática.

5 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

O desenvolvimento e as aplicações das atividades foram realizadas em ambientes diferentes como a sala de aula, onde foi feito o uso do quadro branco, celulares, data show e acessórios, e na plataforma *Google Meet*, utilizando computadores e dispositivos móveis para as reuniões e execução de tarefas. Nos dois espaços, foram desenvolvidas cinco atividades com os alunos, sendo que as questões utilizadas nas aplicações das atividades foram elaboradas com dados aleatórios e dados dos próprios alunos que participaram da pesquisa.

Vale ressaltar, ainda, que para a realização e execução das atividades realizadas pelos alunos foi utilizado o aplicativo: Calculadora Gráfica GeoGebra. O aplicativo *GeoGebra Graphing Calculator* foi adaptado dos computadores para ser acessado em *smartphones* na plataforma *Google Play* ou no próprio *site* do desenvolvedor *www.geogebra.org*.

Em geral observou-se uma facilidade dos alunos ao manusear o aplicativo GeoGebra. Acredita-se que tal facilidade ocorre pelo fato de muitos deles usarem o celular no dia a dia para comunicação e até mesmo para o lazer, como no uso para jogos.

Os discentes aprenderam, por exemplo, a fazer uma distribuição de frequência para dados agrupados por valor e por intervalos de classe, construir gráficos estatísticos e calcular medidas de tendência central, familiarizando-se com o aplicativo e o conhecimento matemático. Dessa forma, dinamizou-se a aula, na medida que os discentes foram os próprios construtores e observadores do conhecimento matemático.

Silva (2018, p.28) afirma que:

Ao utilizar um *app* durante a aula, o professor como mediador proporcionará situações para que o aluno manipule o programa, pressione os elementos, analise suas respostas e possa gerara novas indagações, construindo assim, o conhecimento matemático de gráficos e funções.

As atividades seguintes consiste em analisar e simular as notas bimestrais de 30 alunos de uma turma onde essas notas são números inteiros de 1 até 10. Apesar de ser muito indicado que trabalhemos com dados reais, neste caso, vamos indicar dados aleatórios para poder através das funcionalidades do aplicativo gerar diferentes volumes de dados, diferentes comportamentos e potencializar, assim, as discussões. A sequência das atividades realizadas pelos alunos usando o software GeoGebra juntamente com os

seus respectivos objetivos estão descritas a seguir:

- 1^a Atividade: Frequência absoluta simples.

Objetivo: Identificar o conceito de frequência absoluta simples a partir da construção de sequência de número aleatórios usando o controle deslizante.

- 2^a Atividade: Distribuição de frequência para dados agrupados por valor.

Objetivo: Construir uma tabela de frequência para dados agrupados por valor.

- 3^a Atividade: Gráficos de Pontos e Gráfico de Barras.

Objetivo: Construir gráficos de pontos e gráfico de barras de acordo com as tabelas geradas na simulação dos dados.

- 4^a Atividade: Média Aritmética, Moda e Mediana.

Objetivo: Calcular média aritmética, moda e mediana de acordo com os dados obtidos na simulação dos dados.

A próxima atividade foi elaborada com os dados dos próprios alunos que participaram da pesquisa.

- 5^a Atividade: Gráfico de Setor.

Objetivo: Construir um gráfico de setor no celular utilizando o aplicativo GeoGebra.

5.1 Atividade 1

A primeira atividade refere-se ao conceito de frequência. Foi perguntado aos alunos o que cada um deles entendiam por frequência. Em seguida foi usado o aplicativo para o entendimento do conceito e os passos usados estão descritos a seguir:

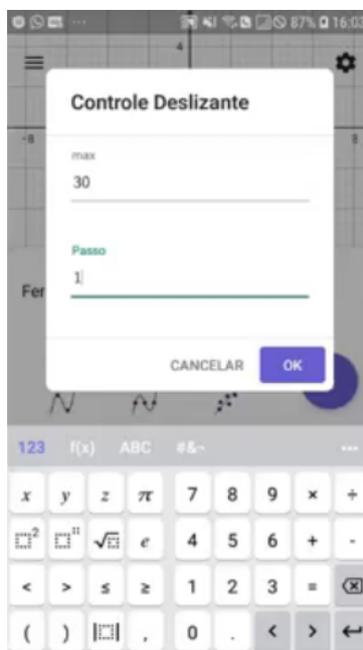
1^o passo: Para a realização desta atividade foi solicitado que os alunos abrissem o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra e selecionassem em ferramentas básicas o item controle deslizante (ver Figura 5.1) e, depois clicassem na janela gráfica e colocassem os dados descritos na Figura 5.2. Ou seja, o mínimo é 1 e o máximo é 30 já que a questão trata da nota de 30 alunos de uma turma e, em passo, coloca-se o número 1 gerando, assim, somente valores inteiros.

Figura 5.1 – Seleção do controle deslizante.



Fonte: Próprio autor.

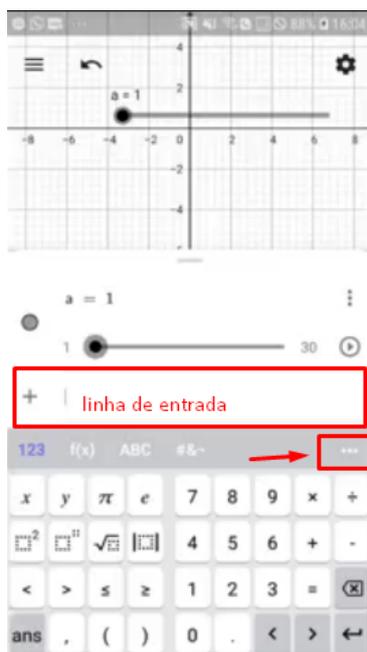
Figura 5.2 – Inserindo os dados controle deslizante.



Fonte: Próprio autor.

2º passo: Selecionar a janela de álgebra e clicar na linha de entrada. Depois clique nos 3 pontinhos à direita para selecionar os comandos (ver Figuras 5.3 e 5.4).

Figura 5.3 – Linha de entrada e seleção dos comandos.



Fonte: Próprio autor.

Figura 5.4 – Linha de comandos.



Fonte: Próprio autor.

3º passo: Selecionar o comando sequência. Depois dentro do parênteses do comando sequência pressione o ponteiro e clique novamente nos 3 pontinhos à direita para selecionar

o comando número aleatório, ou seja, digite: + Sequência(Numero Aleatório (0,10), n,1,a) seguido da tecla “Enter”, ver Figuras 5.3 e 5.4. Note que ao movimentar o controle deslizante tanto aluno quanto professor vai gerar diferentes sequências numéricas e, nesse momento, podemos trabalhar com a relação do conceito de frequência. E, nesse sentido, foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por frequência. Após a observação dos dados, cada estudante escreveu o que entendia por frequência em uma folha de papel. As Figuras 5.5 e 5.6 mostram alguns desses relatos:

Figura 5.5 – O que você entende por frequência? (Estudante 9).

R: Entendo por frequência a repetição contínua de um evento Ex: Juliana vai com frequência ao centro da cidade

Fonte: Acervo pessoal.

Figura 5.6 – O que você entende por frequência? (Estudante 14).

É uma grandeza que indica número de ocorrências em um determinado intervalo de tempo.

Fonte: Acervo pessoal.

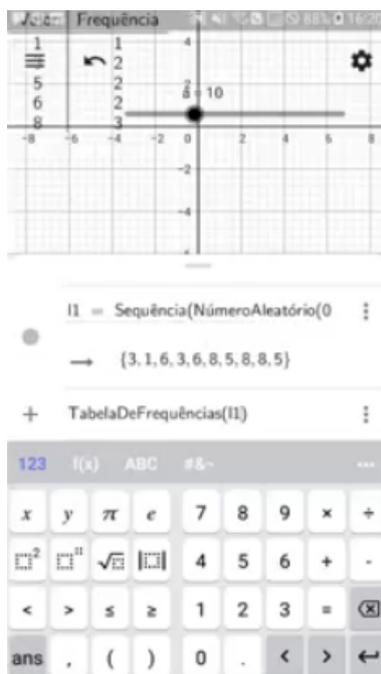
5.2 Atividade 2

A segunda atividade refere-se à distribuição de frequência para dados agrupados por valor. A construção da tabela de distribuição de frequência utiliza os dados notas bimestrais de 30 alunos e os passos usados no aplicativo estão descritos a seguir:

1º passo: Repita os procedimentos dos passos 1 e 2 utilizados na atividade 1.

2º passo: Clicar na linha de entrada e nos 3 pontos para abrir os comandos. Feito isto, digite na linha de comandos o nome tabela de frequências. Agora dentro do parenteses do comando selecionado digite o nome da lista com os dados, ou seja, l1 seguida da tecla “Enter”. Veja que a tabela com a frequência das notas aparecerá ao lado conforme mostra a Figura 5.7.

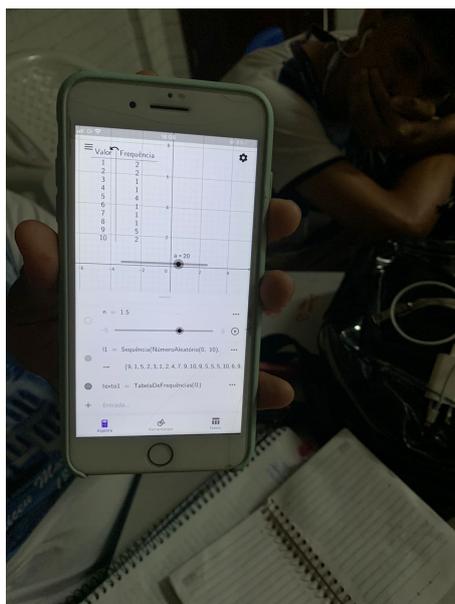
Figura 5.7 – Tabela de frequência.



Fonte: Próprio autor.

Na sala de aula foram feitas algumas aplicações pelos alunos em relação a construção de uma tabela de frequência para dados agrupados por valor conforme mostrado na Figura 5.8.

Figura 5.8 – Tabela de frequência feita por um aluno em sala de aula.



Fonte: Acervo pessoal.

Observe, ainda, que ao mover o controle deslizante a sua tabela muda e, assim, poderá fazer diferentes simulações com as notas dos alunos. Além de discutir com os seus alunos a frequência da ocorrência de determinadas notas.

5.3 Atividade 3

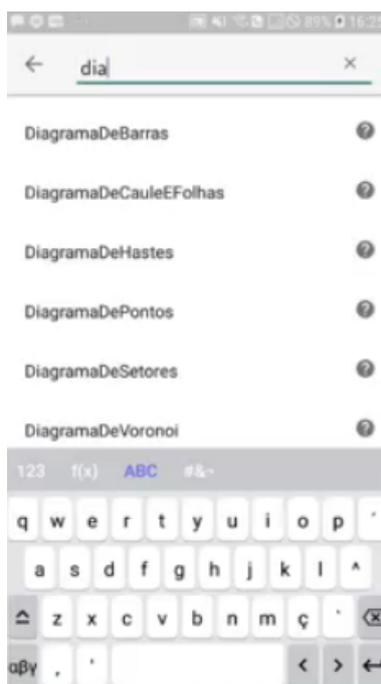
A terceira atividade refere-se à construção de gráficos. Para a construção dos gráficos de pontos e de barras foi utilizado os dados notas bimestrais de 30 alunos e os passos usados no aplicativo estão descritos a seguir:

Construção do gráfico de pontos:

1º passo: Repita os procedimentos dos passos utilizados na atividade 2.

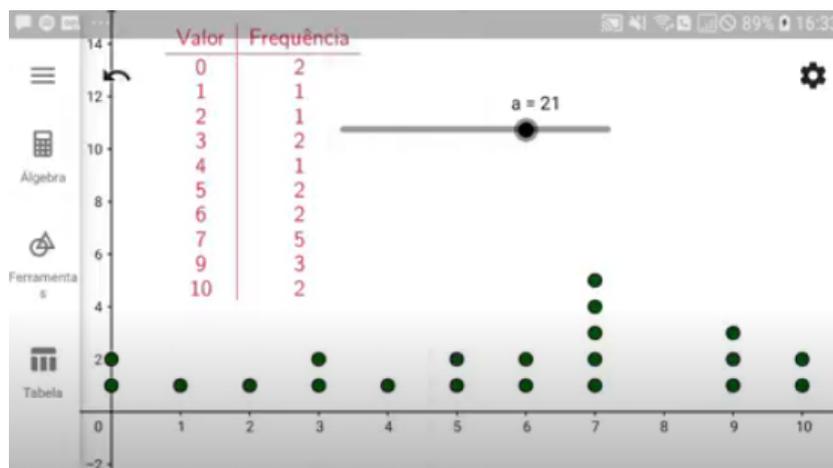
2º passo: Clicar na linha de entrada e selecionar o comando diagrama de pontos, ver Figura 5.9. E depois dentro do parenteses do comando digite l1 seguida da tecla "Enter".

Figura 5.9 – Comando diagrama.



Fonte: Próprio autor.

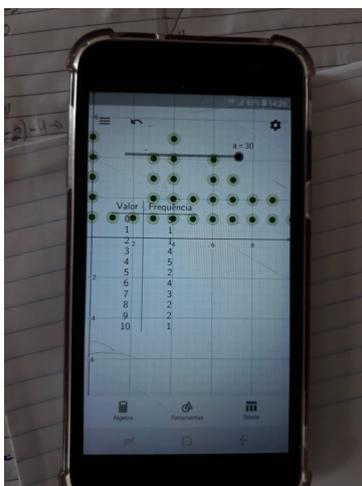
Figura 5.10 – Gráfico de pontos.



Fonte: Próprio autor.

Para melhor visualização e manipulação gráfica você pode colocar o celular na horizontal, além de poder reposicionar tanto a tabela quanto o diagrama de pontos (ver Figura 5.10). Nesse momento, apresenta-se possibilidades para que você possa fazer discussões gerando e simulando diferentes situações com relação a quantidade de alunos e as diferentes notas. Aqui foi perguntado onde os alunos percebem mais elementos e se a turma estava indo bem ou não em relação a média escolar. E Porquê?. Na Figura 5.10, por exemplo, em que a média escolar é 6, temos 12 alunos dentro da média e 9 alunos abaixo da média. E fazendo a simulação gráfica e tabular dos dados com os alunos em sala de aula os mesmos perceberam e diagnosticaram se a turma esta indo bem ou mal nas notas em relação à media escolar.

Figura 5.11 – Gráfico de pontos feito por um aluno em sala de aula.



Fonte: Acervo pessoal.

Construção do gráfico de barras:

1º passo: Repita os procedimentos dos passos utilizados na atividade 2.

2º passo: Clicar na linha de entrada e selecionar o comando diagrama de barras, ver Figura 5.9. E dentro do parenteses do comando digite 11 e 0.5 para definir a largura das barras seguida da tecla “Enter”, ver Figura 5.12.

Figura 5.12 – Gráfico de barras.



Fonte: Próprio autor.

5.4 Atividade 4

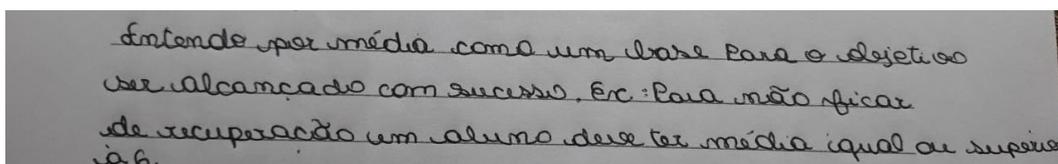
Para o cálculo da média aritmética, moda e mediana basta selecionar o comando correspondente e digitar 11 dentro do parênteses do comando selecionado seguido da tecla “Enter”, ver Figuras 5.16; 5.17 e 5.18. No início desta atividade foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por média. E alguns dos relatos estão descritos conforme mostram as Figuras 5.13; 5.14 e 5.15.

Figura 5.13 – O que você entende por média? (Estudante 7).

R= Entendo que a média é uma coisa que está no meio, ou seja, que é quase bom que não é muito ruim e não muito bom.

Fonte: Acervo pessoal.

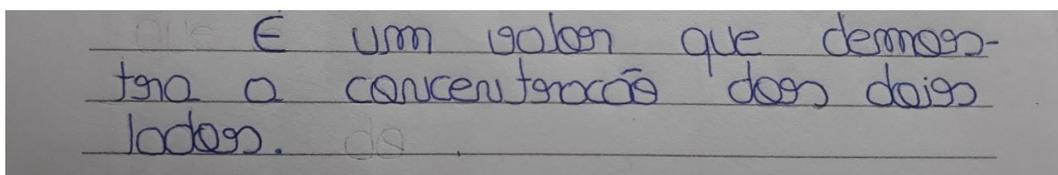
Figura 5.14 – O que você entende por média? (Estudante 16).



Entende por média como um base para o objetivo ser alcançado com sucesso, Ex: Para não ficar de recuperação um aluno deve ter média igual ou superior a 6.

Fonte: Acervo pessoal.

Figura 5.15 – O que você entende por média? (Estudante 27).



É um valor que demonstra a concentração dos dois lados.

Fonte: Acervo pessoal.

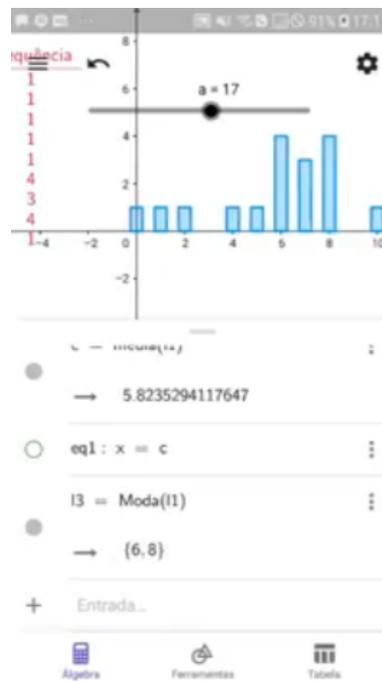
Após os relatos dos alunos sobre o que entendiam por média foi apresentado como se calculava a média aritmética no aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra usando o comando média, ver Figura 5.16. Vale ressaltar, ainda, que antes de usar o comando média é interessante mostrar aos alunos que a média aritmética é obtida pela soma das notas e dividida pela quantidade de dados. Para isso, podemos utilizar o comando “soma” e inserir dentro do parenteses l1 e clicar “Enter” e após dividir pela quantidade de dados correspondentes. Uma outra sugestão é trabalhar com as notas bimestrais dos alunos e mostrar como é realizado o cálculo de suas médias.

Figura 5.16 – Média aritmética.



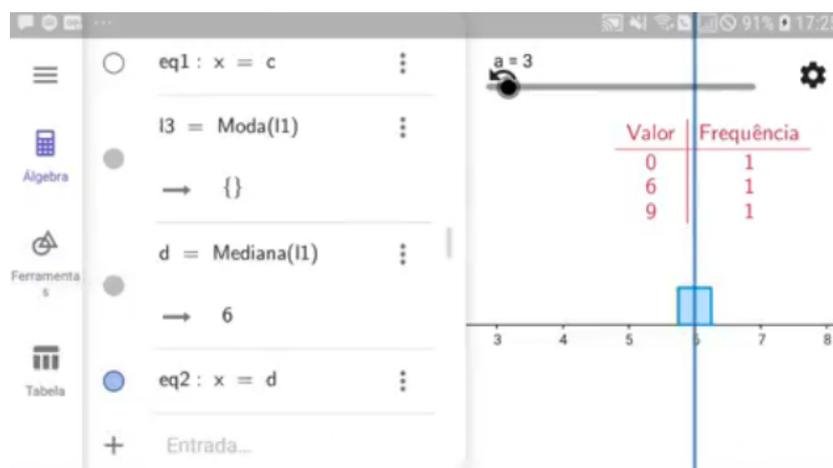
Fonte: Próprio autor.

Figura 5.17 – Moda.



Fonte: Próprio autor.

Figura 5.18 – Mediana.



Fonte: Próprio autor.

Durante a realização desta atividades pouquíssimos alunos tinham o conhecimento do que era moda e mediana. Já com relação a média um grande número de alunos tinham noção desta medida. Veja alguns dos relatos feito pelos alunos:

“É o que acontece em um desfile.”(Estudante 4)

“Quando me saio bem nas notas sou um aluno mediano.”(Estudante 13)

“Não tive aulas sobre esses assuntos.”(Estudante 5)

Com relação à mediana foi trabalhado e simulado para valores com quantidade de dados pares e ímpares onde o aluno verificou que a mediana tem a função de mostrar onde é que está o valor que divide o nosso conjunto numérico em duas partes iguais.

5.5 Atividade 5

A quinta atividade refere-se à construção de um gráfico de setores. Foi perguntado aos alunos qual região do país eles gostariam de visitar. As respostas foram resumidas em cinco itens: Nordeste, Norte, Sudeste, Sul e Centro Oeste.

Os dados foram coletados do google formulário em forma de tabela, para que eles fizessem um gráfico de setores para representar esses resultados. A tabela a seguir mostram os dados coletados:

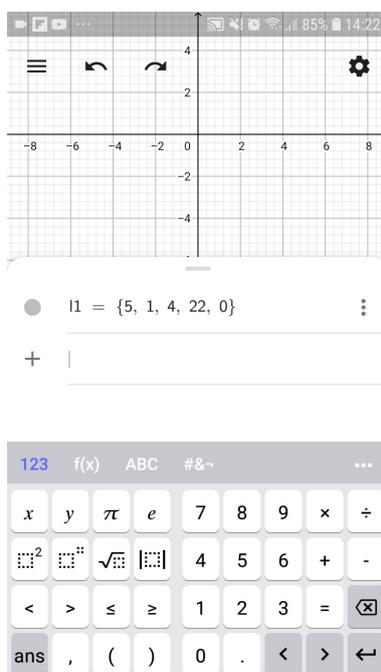
Para a elaboração desta atividade foi seguido os seguintes passos:

1º passo: Criar uma lista com as frequências dos dados. Para isso, clique na linha de entrada e procure as chaves e dentro das chaves colocamos as frequências separadas por vírgula e depois clique “Enter”para gerar a lista, ver Figura 5.19.

Tabela 5.1 – Preferências regionais de viagens dos alunos.

Regiões	Quantidade de alunos
Nordeste	5
Norte	1
Sudeste	4
Sul	22
Centro Oeste	0
Total	32

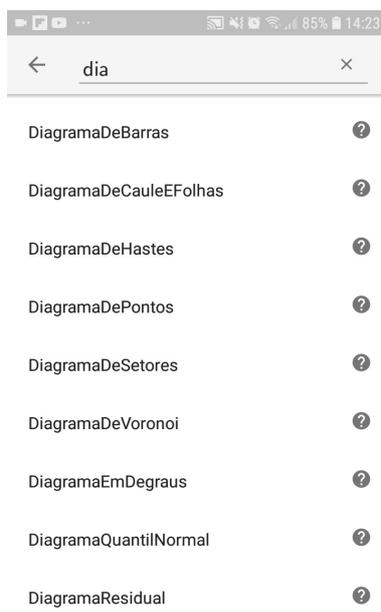
Fonte: Próprio autor.

Figura 5.19 – Criação da lista com as frequências.

Fonte: Próprio autor.

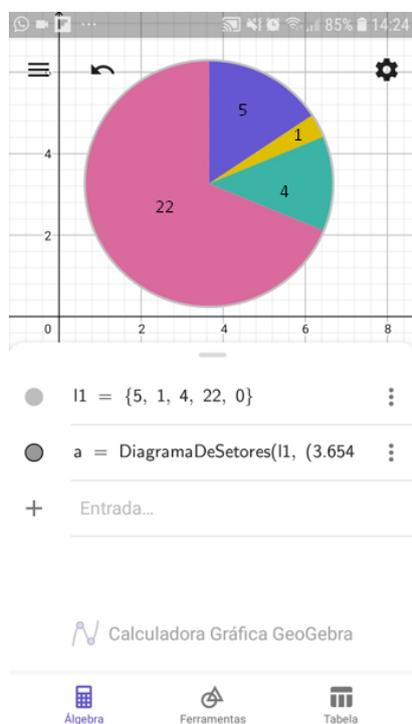
2º passo: Clique na linha de entrada e depois vá nos 3 pontinhos à direita para selecionar o comando diagrama de setores. Após a seleção dentro do parenteses do comando diagrama de setores digite l1 seguido da tecla "Enter" para gerar o gráfico de setores, ver Figuras 5.20 e 5.21.

Figura 5.20 – Seleção do comando diagrama de setores.



Fonte: Próprio autor.

Figura 5.21 – Criação do gráfico de setores.



Fonte: Acervo pessoal.

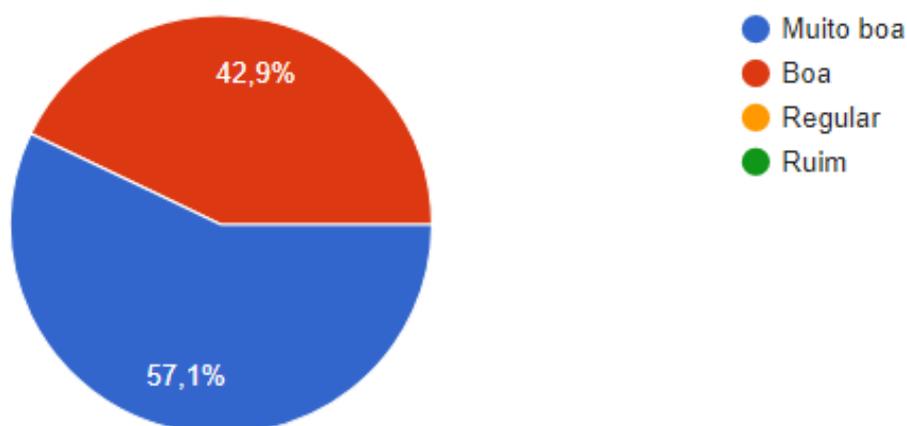
Vele ressaltar, ainda, que com a realização dessas atividades tanto para dados aleatórios quanto para dados reais outras inúmeras situações podem ser apresentadas dentro dos conteúdos abordados. E os professores e alunos ficam livres para novas descobertas e abordagens relacionadas tanto ao estudo de conceitos estatísticos como outros conteúdos da matemática de maneira geral.

5.6 Análise do questionário 2

Ao finalizar o minicurso foi solicitado que os estudantes respondessem um segundo questionário, no qual avaliou-se a execução e o desenvolvimento das atividades.

No primeiro questionamento foi solicitado que os estudantes classificassem a oficina como: muito boa, boa, regular ou ruim, onde 57,1% dos estudantes classificou como muito boa e 42,9% classificou como boa. O que mostra uma boa aceitação da proposta pelos alunos, ver Figura 5.22 .

Figura 5.22 – Avaliação do minicurso GeoGebra pelos discentes.



Fonte: Próprio autor.

Em seguida, foi solicitado aos estudantes que respondessem o seguinte questionamento: O que mais lhe chamou atenção ao usar o GeoGebra? Você aprendeu algo novo? Veja alguns relatos:

“Sim, pois fica mais fácil de compreender.”(Estudante 3)

“O fato de ser um programa bem completo, que ajuda em muito nos cálculos matemáticos.”(Estudante 6)

“Sim, a construção dos gráficos.”(Estudante 7)

“Os gráficos, aprendi a mexer com esses tipos de software.”(Estudante 11)

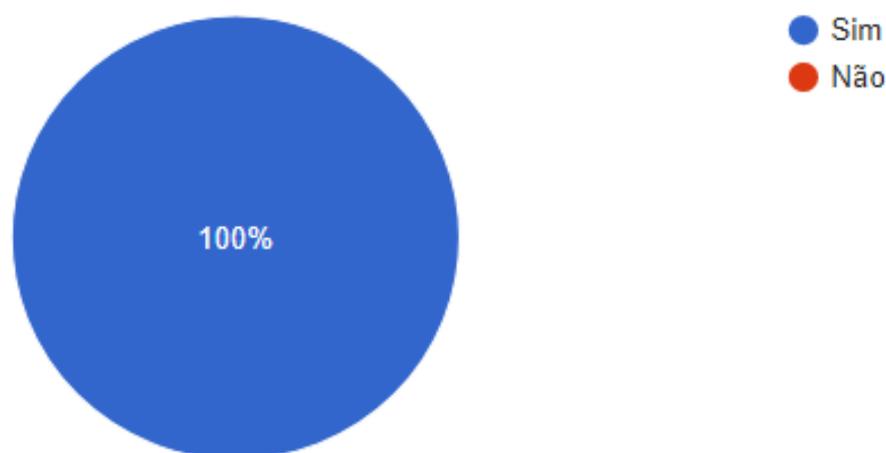
“A colaboração do processo de aprendizagem entre os alunos.”(Estudante 21)

“É ter uma maior facilidade pra resolver as questões e as atividades.”(Estudante 25)

“Me proporcionou maior praticidade na resolução das atividades, além de facilitar na compreensão o estímulo à criatividade e ao desenvolvimento lógico.”(Estudante 32)

E por fim, foi questionado se os estudantes acreditavam que a utilização do GeoGebra como recurso complementar às aulas tradicionais de Matemática tornaria o conteúdo mais atrativo e compreensível?

Figura 5.23 – Você acredita que a utilização do GeoGebra como recurso complementar às aulas tradicionais de Matemática tornaria o conteúdo mais atrativo e compreensível?



Fonte: Próprio autor.

A resposta a esta pergunta foi unânime, conforme os resultados apresentados na Figura 5.23. Ou seja, todos os participantes responderam “Sim”. Veja alguns relatos:

“Sim, pois associa a tecnologia com a matemática, sendo mais fácil para compreender o assunto.”(Estudante 3)

“Porque ele ajuda os alunos a aprender e ajuda também com os gráficos das funções.”(Estudante 4)

“Sim, pois temos algo a mais para praticar e aprender então ajuda na hora que estamos estudando.”(Estudante 6)

“Sim, pois fica uma aula bem dinâmica, e mais fácil de compreender.”(Estudante 13)

“É um modo mais fácil e prático de aprender.”(Estudante 28)

“Ele ajuda mais no desenvolvimento do aluno e ajuda a compreender melhor.”(Estudante 32)

Os relatos acima corroboram que a abordagem e aceitação do software GeoGebra no ensino de Matemática foi bem recebida pelos estudantes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das motivações para a realização desta pesquisa foi observar, infelizmente, a grande desmotivação dos alunos para estudar Matemática em sala de aula e como os conteúdos de Estatística Descritiva são ministrados pelos professores durante as aulas. Procurou-se, portanto, nesta pesquisa, encontrar meios que favorecessem o processo de ensino e aprendizagem, em sala de aula, dos conteúdos de Matemática, em especial, aqueles associados à Estatística Descritiva a fim de minimizar tal situação.

A partir da apresentação da proposta já foi possível notar uma mudança de postura dos educandos diante da possibilidade do manuseio de um aplicativo para ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática. Mesmo que os alunos não estavam inicialmente interessados em conhecimentos matemáticos foi-se observando uma evolução no decorrer do trabalho, já que tais conhecimentos eram necessários para que a ferramenta em suas mãos tivesse um uso adequado. Compreender a Estatística junto com os saberes inerentes a ela foi de suma importância para um bom desenvolvimento das atividades.

Em geral, observou-se uma facilidade dos alunos ao manusear o aplicativo GeoGebra. Acredita-se que tal facilidade ocorre pelo fato de muitos deles usarem o celular no dia a dia para comunicação e até mesmo para o lazer, como no uso para jogos.

Sobre os recursos computacionais sabemos que vivemos em mundo informatizado sendo que quase toda a população atual possui computadores, tablets ou smartphones. Assim, o professor pode usar essa informatização a seu favor, levando para sala aula meios tecnológicos, não só de exposição, mas também que permeiam a interação do aluno com o conhecimento a ser apreendido. Os resultados em torno de meios interativos de exploração do conhecimento se tornam cada vez mais presentes nas salas de aulas. Assim se faz, também, o uso do software GeoGebra na exploração de conhecimentos estatísticos aplicados neste para a construção de pesquisa. E com o uso dos recursos aqui apresentados é possível que o professor crie uma dinâmica de trabalho mais eficaz. No entanto, é válido lembrar que diferentes públicos exigem diferentes abordagens e mesmo sendo trabalhado o exposto, deve-se observar as especificidades apresentadas por cada conjunto de educandos. Assim, pode-se simplificar o trabalho ou até mesmo incrementá-lo.

Cabe, ainda, destacar que um dos desafios com a proposta de integrar a tecnologia à matemática na educação básica é justamente que o Estado incentive, prepare e motive

os professores a utilizarem os recursos tecnológicos em sala de aula, pois, a maioria das escolas não estão preparadas para esse processo.

Além dos desafios citados acima, o mundo também enfrenta a pandemia do novo coronavírus (SARS-CoV-2), que infelizmente fechou a maioria das escolas do país, dificultando algumas aplicações da proposta que ocorreu no segundo semestre de 2021. No entanto, apesar das restrições no quantitativo de alunos, afastamentos constantes devido a sintomas gripais e insegurança dos pais em mandarem seus filhos para a escola devido ao coronavírus foi possível a aplicação da proposta com os estudantes presentes. Vale, ainda, ressaltar que o GeoGebra é um aplicativo muito importante em cursos online, pois os professores transmitem os cursos pela Internet, e a construção de gráficos nesta transmissão é essencial para que os alunos compreendam melhor o assunto. Portanto, o momento atual da história da humanidade exige novas abordagens de disseminação e desenvolvimento do conhecimento, e o software GeoGebra pode ser um caminho a seguir.

Quanto ao minicurso realizado foi possível avaliar a eficácia da utilização do GeoGebra como ferramenta facilitadora e motivadora no processo de ensino- aprendizagem para o estudo da Estatística no Ensino Médio. De fato, os objetivos propostos foram alcançados já que constatou-se que a utilização do GeoGebra facilitou a compreensão dos conteúdos.

E por fim, constatou-se que o uso do software GeoGebra no estudo de Estatística na educação básica para apresentar, simular, interagir e discutir dados, tabelas, diagramas e medidas centrais compõem uma metodologia baseada em perspectiva construtivista que serve como importante subsídio na apropriação de saberes estatísticos. No entanto, é preciso que todas as práticas adotadas sejam avaliadas e estudadas a fim de se modificar as metodologias de trabalho de acordo com as necessidades educacionais de cada grupo.

REFERÊNCIAS

ABRES - Associação Brasileira de Estágios. **Estatísticas**. 2018. Disponível em: <<https://abres.org.br/estatisticas/>>. Acesso em 21 de ago. de 2021.

AQUINO, C. A.; BARROS, E. O.; LIMA, S. M. **O USO DE SOFTWARES NA ORGANIZAÇÃO DE DADOS**: A utilização do Excel na produção e representação de pesquisa estatística no 9º ano do ensino fundamental da Unidade Integrada Acadêmico José Sarney. 2021. Graduação (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Maranhão, Santa Luzia, 2016.

BBATANERO, C.; GODINO, J. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In: LUENGO, R. (Ed.). **Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas**. Badajoz. Universidad de Extremadura, 2005.

BONJORNO, J. R.; CÂMARA, P. R.; JÚNIOR, J. R. G. **Prisma matemática** : estatística, combinatória e probabilidade. São Paulo: FTD, 2020.

BORGES, A. P. (2009). **Análise da abordagem do Tratamento da Informação em livros didáticos de Matemática**. Anuário da Produção de Iniciação Científica Discente. Vol. XII. nº . 14, p. 413-424.

BRASIL. Ministério da Educação. **Curso capacita professores para o uso de recursos tecnológicos**. Cultura digital, 2015. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/222-537011943/30991-curso-capacita-professores-para-o-uso-de-recursos-tecnologicos>>. Acesso em: 11 de fev. de 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/imagens/BNCC_ELEF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 6 de ago. de 2021.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 8 ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

CAZORLA, I. *et al.* Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental. Brasília. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, 2017.

CORREA, S. M. B. B. **Probabilidade e estatística**. 2ª ed. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003.

COSTA, G. G. O.; GIANNOTTI, J. D, G. **Estatística aplicada ao turismo**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

COSTA, L. J. R. **GEOGEBRA**: ferramenta facilitadora no estudo das funções do 1º e 2º graus no Ensino Médio. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Maranhão, Sociedade Brasileira de Matemática, São Luís, 2020.

Curso de GeoGebra - 19ª edição. **Matemática Conectada**. 16 de set. de 2021. Disponível em: <<https://matematicaconectada.com/cursos/enrol/index.php?id=2>>. Acesso em: 10 de jan. de 2022.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos**: estatística e matemática financeira. São Paulo: Ática, 2020.

ENCE - Escola Nacional de Estatística. **Apresentação**. s/d. Disponível em: <<https://ence.ibge.gov.br/index.php/portal-a-ence/portal-a-ence-apresentacao>>. Acesso em: 01 de out. de 2021.

FARIAS, A. M. L. **Probabilidade e Estatística**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. Disponível em: <<https://canal.cecierj.edu.br/recurso/4684>> . Acesso em: 04 de out. de 2021.

FONSECA, S. C. C. F. **Fundamentos de Estatística**. Cuiabá: IFMT, 2015.

FURTADO, A. B. **Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade no Ensino Médio**: uma abordagem com o auxílio do software GeoGebra. 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, 2019.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUIMARÃES, S. P. Bill Gates dar dicas de como será a tecnologia em 2045. **Exame**, 2015. Tecnologia, p.1. Disponível em: <<https://exame.com/tecnologia/bill-gates-dar-dicas-de-como-sera-a-tecnologia-em-2045/>>. Acesso em: 11/08/2021

IBGE INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa nacional por amostra de domicílios** : síntese de indicadores. 2 ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2013.

IBGE INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **O IBGE**. s/d. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/institucional/o-ibge.html>>. Acesso em: 1 de nov. de 2021

IEZZI, G. ;HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. **Fundamentos de Matemática Elementar 11**: matemática comercial, matemática financeira e estatística descritiva. 1 ed. São Paulo: Atual, 2004.

IEZZI, G. ;HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. **Fundamentos de Matemática Elementar 11**: matemática comercial, matemática financeira e estatística descritiva. 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO. **Questões**. São Paulo: IFSP, 2013. Disponível em: <<https://www.kuadro.com.br/gabarito/ifsp/2013/matematica/ifsp-2013-uma-pesquisa-foi-realizada-com-40-alunos/68114>>. Acesso em: 12 de set. de 2021.

KARNAL, L. A educação no admirável mundo novo parte - 1. **Youtube**, 21 dez. 2020. Disponível em: <<https://youtu.be/G1y2RwbeB9U>>. Acesso em: 18 de jan. de 2022.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística aplicada**. 6 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2015.

MEMÓRIA, J. M. P. Breve história da estatística. **Área de Informação da Sede-Texto para Discussão (ALICE)**, 2004.

MICHEL, M. H. **Metodologia e Pesquisa Científica em Ciências Sociais**: Um Guia Prático para Acompanhamento da Disciplina e Elaboração de Trabalhos Monográficos. São Paulo: Atlas, 2005.

MOORE, D. **Should Mathematicians teach statistics?** The College Mathematical Journal, 19, p. 3-35. 1998.

RODRIGUES, E. A. **A influência do perfil socioeconômico dos alunos no rendimento escolar**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Maranhão, Sociedade Brasileira de Matemática, São Luís, 2021.

SANTOS, F. A. P. **Do ensino presencial para o EAD e de repente o ensino remoto emergencial: uma oportunidade (forçada) do uso de inovações tecnológicas e educacionais no ensino de Matemática**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Sociedade Brasileira de Matemática, Goiânia, 2021.

SÃO PAULO, I. G. **Sobre o GeoGebra**. Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia (PUC-SP). Disponível em: <<http://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>>. Acesso em: 17 de jan. de 2022.

SILVA, E. R. P. **A utilização do aplicativo GeoGebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Maranhão, Sociedade Brasileira de Matemática, São Luís, 2018.

SILVA, E. M. *et al.* **Estatística para os cursos de economia, administração e ciências contábeis**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1999, v.1.

SILVA, J. L. C.; FERNANDES, M. W.; ALMEIDA, R. L. F. **Estatística e probabilidade**. 3 ed. Fortaleza: EdUECE, 2015.

SINDELAR, F. C. W.; CONTO, S. M.; AHLERT, L. **Teoria e prática em estatística para cursos de graduação**. Lajeado: Editora da Univates, 2014.

TOLEDO, G. L.; OVALLE, I. I. **Estatística Básica**. 2 ed.. São Paulo: Atlas, 2010.

TEGLSKOV, R. **Discovery learning with GeoGebra. Brilliant work. Please never stop!**. 18 de jul. de 2017. Twitter: @RikkeTeglskov. Disponível em: <<https://mobile.twitter.com/RikkeTeglskov/status/887218801548419072>>. Acesso em 10 de jan. de 2022.

VALENTE, J. Brasil tem 134 milhões de usuários de internet, aponta pesquisa. **Agência Brasil**. Brasília, 26 de maio de 2020. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-05/brasil-tem-134-milhoes-de-usuarios-de-internet-aponta-pesquisa>>. Acesso em 02 de dez. de 2021.

VIEIRA, S. **Estatística Básica**. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Teste Diagnóstico Para Aferição do Rendimento Escolar dos Alunos

C. E. Liceu Maranhense	Disciplina de Matemática
Professor Israel Costa	
Aluno:	
Avaliação Diagnóstica	Nota:

1. O que você entende por média?

2. O que você entende por frequência?

3. Considerando os números 126, 130, 126 e 102, faça o que se pede.

(a) Calcule a média aritmética (MA).

(b) Calcule a mediana (Me).

(c) Calcule a moda (Mo).

4. O quadro seguinte apresenta as notas bimestrais de Matemática dos estudantes de uma turma do Ensino Médio composta de 30 alunos.

2	4	6	5	1	4	5	10	4	8
0	3	5	4	8	9	5	3	8	4
3	5	2	8	4	10	2	10	7	9

(a) Quantos estudantes obtiveram nota igual ou superior a 6 ?

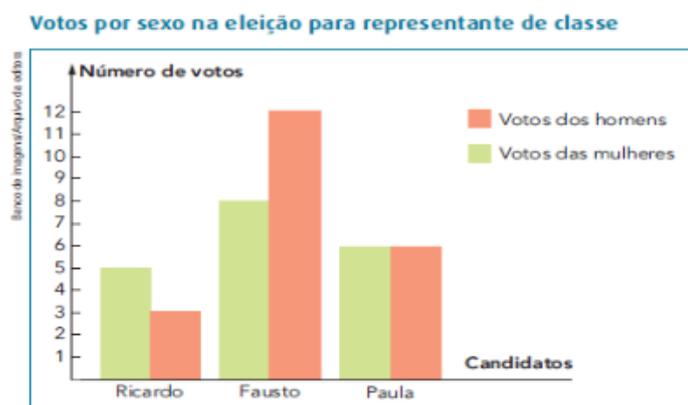
- (b) Quantos estudantes obtiveram nota inferior a 6 ?
 (c) Na sua opinião, a turma está indo bem ?

() sim () não

Justifique:

5. Em uma eleição para representante de classe, os candidatos foram Ricardo, Paula e Fausto. Cada estudante votou em apenas um dos candidatos. O gráfico representado a seguir apresenta o resultado da votação.

Figura 6.1 – Votos por sexo na eleição para representante de classe

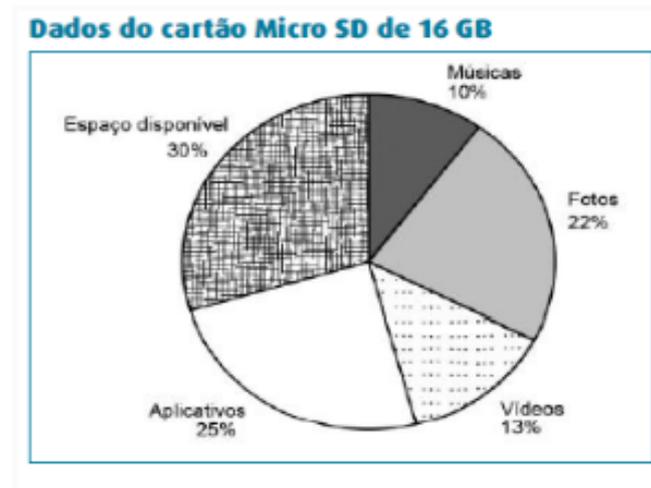


Fonte: Próprio autor

De acordo com os dados apresentados, responda:

- (a) Quantos votos obteve a candidata Paula?
 (b) Quantas mulheres votaram em Ricardo?
 (c) Quantos estudantes votaram? E quantas mulheres e quantos homens?
 (d) Qual é a porcentagem de votos recebidos por Fausto?
6. (ENEM - 2017). O cartão Micro SD é um tipo de mídia utilizada para armazenamento de dados (arquivos, fotos, filmes, músicas etc.). Um usuário tem um cartão Micro SD de 16GB e, utilizando seu computador, visualiza, em termos percentuais, os dados armazenados no cartão, conforme o gráfico.

O usuário adquiriu um cartão do mesmo tipo, mas de 32 GB com o objetivo de gravar os dados do seu cartão de 16 GB em seu novo cartão de 32 GB. No entanto,

Figura 6.2 – Dados do cartão Micro SD de 16 GB

Fonte: Próprio autor

para aumentar o espaço de armazenamento disponível, decidiu não gravar suas músicas no novo cartão. Analisando o gráfico, o espaço disponível no novo cartão de 32 GB em termos percentuais, é igual a:

- (a) 60
- (b) 65
- (c) 70
- (d) 75
- (e) 80

APÊNDICE B - Questionários Para Coleta de Informações

B.1 - Questionário 1 - Feito com os Alunos

Prezado(a) estudante.

Tendo em vista a realização de uma pesquisa de conclusão de mestrado que aborda o tema: **GEOGEBRA: recurso facilitador e motivador no processo ensino aprendizagem para o estudo da Estatística no Ensino Médio**, solicito sua contribuição ao responder este questionário.

ACADÊMICO: Israel Costa Abreu.

PROFESSORA ORIENTADORA: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1. Qual a sua turma:
 - (a) 100
 - (b) 101
 - (c) 102
2. Qual é a sua idade (em anos)? _____
3. Qual o seu sexo?
 - (a) Masculino
 - (b) Feminino
4. Qual é a sua altura (em metros)? _____
5. Qual o número de membros da sua família? _____
6. Qual a sua nota bimestral em Matemática no último simulado? _____
7. Qual região do país você gostaria de visitar?
 - (a) Nordeste

- (b) Norte
- (c) Sudeste
- (d) Sul
- (e) Centro Oeste

8. Qual o seu esporte preferido?

- (a) Futebol
- (b) Basquete
- (c) Vôlei
- (d) Outros

9. Possui celular smartphone ou tablet?

- (a) Sim
- (b) Não

10. Em caso afirmativo, responda: você tem acesso a internet?

- (a) Sim
- (b) Não

11. Caso sua resposta anterior seja Sim, com que frequência você acessa à internet pelo dispositivo móvel?

- (a) Todos os dias
- (b) Duas a quatro vezes por semana
- (c) Uma vez por semana
- (d) Quinzenalmente

12. Você já usou algum aplicativo para desenvolver conteúdos de Matemática em sala de aula?

- (a) Sim
- (b) Não

13. Se sua resposta anterior foi “Sim”, responda quais?

14. Como você avalia o seu interesse pelo estudo da disciplina Matemática?

- (a) Ótimo
- (b) Bom
- (c) Regular
- (d) Ruim
- (e) Péssimo

15. Quando os professores utilizam o computador, smartphone ou tablet como ferramenta pedagógica na rotina de suas aulas nessa escola?

- (a) Nunca
- (b) Quase Nunca
- (c) Raramente
- (d) Quase Sempre
- (e) Sempre

16. Você acredita que o uso de softwares ou aplicativos pode ajudá-lo(a) a aprender conteúdos de Matemática?

- (a) Sim
- (b) Não

17. Justifique a questão anterior:

18. Você tem algum conhecimento sobre o software ou aplicativo Geogebra?

- (a) Sim
- (b) Não

B.2 - Questionário 2 - Feito com os Alunos

Prezado(a) estudante.

Tendo em vista a realização de uma pesquisa de conclusão de mestrado que aborda o tema: **GEOGEBRA: recurso facilitador e motivador no processo ensino aprendizagem para o estudo da Estatística no Ensino Médio**, solicito sua contribuição ao responder este questionário.

ACADÊMICO: Israel Costa Abreu.

PROFESSORA ORIENTADORA: Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto.

1. Nome: _____

2. Qual a sua turma:

(a) 100

(b) 101

(c) 102

3. Como você classificaria a oficina de GeoGebra que você participou?

(a) Muito boa

(b) Boa

(c) Regular

(d) Ruim

4. O que mais lhe chamou atenção ao usar o GeoGebra? Você aprendeu algo novo?

5. Você acredita que a utilização do GeoGebra como recurso complementar às aulas tradicionais de matemática tornaria o conteúdo mais atrativo/compreensível?

(a) sim

(b) Não

6. Justifique?

APÊNDICE C - Documentos usados para a Solicitação e Autorização da Pesquisa

C.1 - Carta de Anuência - Solicitação e autorização ao gestor da escola

CARTA DE ANUÊNCIA

Autorizo que o pesquisador Israel Costa Abreu, mestrando matriculado no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, pertencente à Universidade Estadual do Maranhão - UEMA em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, desenvolva sua pesquisa intitulada **“GEOGEBRA: recurso facilitador e motivador no processo ensino aprendizagem para o estudo da Estatística no Ensino Médio”**, na Escola Estadual Centro de Ensino Linceu Maranhense, sob a orientação da Profa. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, professora vinculada ao PROFMAT/UEMA, São Luís/MA.

A pesquisa tem como objetivo geral: investigar a utilização do software GeoGebra para a melhoria do processo de ensino aprendizagem da Estatística e o seu uso na prática docente no ensino médio em escolas da rede pública de ensino de São Luís/MA.

A coleta de dados acontecerá por meio de anotações, registro fonográfico, gravações, questionários e observações com os participantes desta pesquisa, a partir das atividades elaboradas em salas de aula, minicursos do GeoGebra e através de seus relatos de experiência.

Para o cumprimento da pesquisa, este documento deverá ser assinado em duas vias, uma em poder do gestor da escola e outra com o pesquisador responsável. A pesquisa não

acarretará nenhum custo financeiro à escola participante, ficando toda e qualquer despesa por conta do pesquisador.

Por esta Carta de Anuência declaro estar ciente dos objetivos, métodos e técnicas que serão usadas nesta pesquisa, autorizando a utilização do nome, imagem e dados da instituição.

São Luís/MA, _____ de _____ de 2021.

Carimbo e assinatura do gestor da escola

C.2 - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - Solicitação e autorização aos responsáveis pelos estudantes participantes da pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

São Luís (MA), 06 de outubro de 2021

Prezado Aluno (a):

Eu, Israel Costa Abreu, venho por este meio lhe convidar a participar como voluntário da pesquisa intitulada **“GEOGEBRA: recurso facilitador e motivador no processo ensino aprendizagem para o estudo da Estatística no Ensino Médio”**, que faz parte da dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, pertencente à Universidade Estadual do Maranhão - UEMA em parceria com o Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, cujo objetivo geral é investigar a utilização do software GeoGebra para a melhoria do processo de ensino aprendizagem da Estatística e o seu uso na prática docente no ensino médio em escolas da rede pública de ensino de São Luís - MA, sob a orientação da Profl. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto, professora vinculada ao PROFMAT/UEMA, São Luís/MA.

A participação nesta pesquisa não acarretará nenhum custo, como também não haverá qualquer vantagem financeira. Todo e qualquer esclarecimento sobre a pesquisa será feito em qualquer aspecto que se fizer necessário.

Os instrumentos que serão utilizados para a implementação da pesquisa serão: laboratório de matemática, questionários, filmagens e fotos. Todas as informações serão usadas somente para os fins desta proposta, preservando assim o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Para isso os pais terão que **AUTORIZAR** se seu (ua) filho (a), irá participar: Os responsáveis terão até o **dia 12/10 para confirmação nesta pesquisa**. Cabe, ainda, lembrar que poderá retirar o seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso lhe traga prejuízo.

(Destacar e entregar para o responsável pela pesquisa)

Nome do aluno (a): _____ Turma:

Nome do Responsável: _____

AUTORIZO meu/minha filho (a) a participar desta **PESQUISA**.

NÃO AUTORIZO meu/minha filho (a) a participar desta **PESQUISA**.

Assinatura do responsável