



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

MATHEUS FELICIANO DA SILVA

**RAZÃO, PROPORÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.**

Londrina
2022

MATHEUS FELICIANO DA SILVA

RAZÃO, PROPORÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Regina Célia Guapo Pasquini

Londrina
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

S586r Silva, Matheus Feliciano da.
Razão, proporção e Resolução de Problemas : uma proposta para o ensino fundamental / Matheus Feliciano da Silva. - Londrina, 2022.
66 f. : il.

Orientador: Regina Célia Guapo Pasquini.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, 2022.
Inclui bibliografia.

1. Metodologias Ativas - Tese. 2. Resolução de Problemas - Tese. 3. Temas Contemporâneos Transversais - Tese. 4. Proporção - Tese. I. Pasquini, Regina Célia Guapo. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDU 51

MATHEUS FELICIANO DA SILVA

**RAZÃO, PROPORÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
UMA PROPOSTA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Londrina, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Regina Célia Guapo Pasquini
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof.^a Dr.^a Elaine Cristina Ferruzzi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Prof.^a Dr.^a Magna Natália Marina Pires
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, _____ de _____ de 2022.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por guiar meus caminhos, em todas as situações, tanto pessoais, quanto profissionais.

A Prof.^a Regina Célia, minha orientadora, que me ajudou com seus ensinamentos e sua disposição.

A minha esposa Larissa, que me apoiou e acreditou em mim durante toda a caminhada de meus estudos.

Aos meus pais, Luiz e Rosangela, que sempre me deram forças e aconselharam a buscar meus objetivos.

Aos professores do PROFMAT que contribuíram com seus ensinamentos.

“O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que as outras gerações fizeram.”

Jean Piaget.

SILVA, Matheus Feliciano da. **Razão, proporção e Resolução de Problemas**: uma proposta para o ensino fundamental. 2022. 66 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta para o ensino de proporcionalidade por meio de Metodologias Ativas. Ao considerar a Resolução de Problemas como uma Metodologia Ativa, a proposta anunciada apresenta uma coleção de problemas o ensino de razão e proporção de grandezas. Fundamentando-se no trabalho na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, segundo Onuchic e Allevato (2014) com os problemas geradores introduz-se o conteúdo, e a partir dos conhecimentos que os alunos possuem, o professor realiza um trabalho mediador em sala de aula a fim de que os alunos construam soluções para os problemas. A partir da resolução, sistematiza-se ou formaliza-se os conceitos desejados. Os problemas utilizados na proposta contemplam alguns dos Temas Contemporâneos Transversais presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ligados à realidade dos alunos: Educação Ambiental e Educação para o Consumo.

Palavras-chave: Metodologias Ativas. Resolução de Problemas. Temas Contemporâneos Transversais. Proporção.

SILVA, Matheus Feliciano da. **Ratio, proportion and Problem Solving**: a proposal for elementary education. 2022. 66 f. Dissertation (Professional Master's in Mathematics in National Network) - State University of Londrina, Londrina, 2022.

ABSTRACT

The present work aims to present a proposal for the teaching of proportionality through Active Methodologies. When considering Problem Solving as an Active Methodology, the announced proposal presents a collection of problems for the teaching of ratio and proportion of quantities. Based on the work in the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics, according to Onuchic and Allevato (2014) with the generating problems, the content is introduced, and from the knowledge that the students have, the teacher performs a mediating work in classroom in order for students to build solutions to problems. From the resolution, the desired concepts are systematized or formalized. The problems used in the proposal include some of the Transversal Contemporary Themes present in the National Common Curricular Base (BNCC), linked to the reality of students: Environmental Education and Education for Consumption.

Key words: Active Methodologies. Problem solving. Transversal Contemporary Themes. Proportion.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	Metodologias Ativas.....	12
2.2	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.	18
2.3	Proporcionalidade	21
2.4	Temas Contemporâneos Transversais	24
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	31
4	A PROPOSTA.....	34
5	ENSAIO DE UMA APLICAÇÃO DA PROPOSTA	54
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	60
	REFERÊNCIAS.....	62
	ANEXOS	65

1 INTRODUÇÃO

No mundo ocorrem constantes inovações, em todas as áreas, e na educação não é diferente, as disciplinas também inovam, tanto em relação aos componentes curriculares que serão trabalhados em cada grade curricular, quanto nas metodologias para se trabalhar durante as aulas.

A utilização das Metodologias Ativas está se tornando uma grande aliada dos professores durante suas práticas docentes, pois essas metodologias propiciam os alunos a participarem das aulas de forma mais ativa e participativa, oportunizando estudar por meio de problemas contextualizados, para que possam assimilar, compreender os significados e os conteúdos inseridos nos diversos componentes curriculares.

Sobre essas metodologias, Moran (2018, p. 4) afirma que as “Metodologias Ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem”.

Devido aos avanços tecnológicos, uma possibilidade é combinar as Metodologias Ativas com o uso das tecnologias digitais, tais como: apps, plataformas, softwares, computadores, celulares, tablets, entre outros, isso pode fortalecer o processo de aprendizagem, pois a praticidade e aplicabilidade dessas tecnologias auxiliam para uma melhor compreensão e entendimento, alavancando e dando suporte a construção do conhecimento (MORAN, 2018).

No ensino de matemática, as Metodologias Ativas vêm tomando espaço nas instituições e nas estratégias de trabalho dos professores, pois substitui aulas expositivas com repetições de exercícios, por aulas que possibilitam aos alunos construir seus conhecimentos por meio de problemas, projetos e situações que envolvem temas da sociedade, além disso, consideram o aluno um protagonista na sala de aula.

Utilizar as Metodologias Ativas para ensinar os mais diversos conteúdos, nos diferentes componentes curriculares, não é uma tarefa tão simples, pois exige dos professores tempo para planejar e preparar suas aulas com situações que se encaixe nessas metodologias.

Com o intuito de colaborar com o professor de Matemática no que tange o ensino de proporcionalidade, neste trabalho centrou-se os estudos em formas em

como o conteúdo de proporcionalidade pode ser abordado utilizando as Metodologias Ativas.

Para isso, primeiramente, analisou-se formas possíveis para tal, e chamou a atenção, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas segundo Onuchic e Allevato (2011), devido ao ser uma metodologia que ensina por meio de problemas e/ou situações, em que, a partir das soluções, o conceito vai se formalizando e o conhecimento sendo construído.

O motivo que instigou a utilizar essa metodologia foi que “enquanto o professor *ensina*, o aluno, como participante ativo, *aprenda*, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Nesse sentido, o presente trabalho versa sobre essa Resolução de Problemas na perspectiva de Onuchic e Allevato (2014), na qual a partir dos estudos desenvolvidos, tem-se como objetivo apresentar uma proposta para trabalhar o conteúdo de proporcionalidade nas aulas de matemática. Por meio desta proposta, espera-se trazer uma contribuição para o campo da Educação Matemática ao acenar sobre a importância do uso das Metodologias Ativas, compreender o modo pelo qual uma aula deve ser desenvolvida segundo a Resolução de Problemas, além de refletir sobre os Temas Contemporâneos Transversais. Traz-se em específico situações envolvendo a educação ambiental e seu consumo, considerando mostrando como a proporcionalidade assume importância em nosso cotidiano.

O texto que segue é apresentado em seis capítulos. O **Capítulo 1** com uma introdução ao texto. O **Capítulo 2** traz aspectos teóricos sob os quais debruçou-se a atenção para a elaboração da proposta, ou seja, realizou-se estudos sobre as Metodologias Ativas, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os Temas Contemporâneos Transversais e, o tema matemático, Proporcionalidade. Para isso, utilizou-se uma gama de autores, tais como: Anastasiou (2015), Moran (2018) e (2019), Onuchic e Allevato (2011) e (2014), Melo (2020), Brasil (2017) e (2019), Da Silva e Costa Junior (2016), Roque e Carvalho (2012), Euclides (2009), Pessoa (2004), Silveira (2015) e Thadei (2018). No **Capítulo 3**, apresenta-se os aspectos metodológicos, na

qual descreveu-se como foi feita nossa proposta, quais caminhos foram percorridos para elaboração desse trabalho. O **Capítulo 4** apresenta a proposta para o ensino de proporcionalidade na componente curricular Matemática, por meio da Resolução de Problemas. Enfim, embora não seja o objetivo deste trabalho, no Capítulo 5, apresenta-se um pequeno ensaio, ainda que sem intenção de análise dos dados obtidos, alguns apontamentos decorrentes de uma aplicação da proposta para uma turma de alunos do Ensino Fundamental que estava sob responsabilidade do autor à época da realização deste trabalho. Por fim, apresenta as **Considerações Finais**, no sexto capítulo, em que se encerra o texto trazendo algumas considerações acerca do empreendido.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Como resultado dos estudos realizados para a elaboração deste trabalho como um todo, neste capítulo descreve-se os aportes metodológicos que serviram para a construção da proposta, onde realizou-se estudos sobre as Metodologias Ativas, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o tema escolhido para o trabalho, a Proporcionalidade, e os Temas Contemporâneos Transversais.

2.1 METODOLOGIAS ATIVAS

As pessoas aprendem o tempo todo, desde o nascimento e durante a suas vidas, aprendendo das mais diferentes formas: lendo, ouvindo, observando, discutindo, ensinando, ou, combinando algumas dessas formas.

Ao ensinar seus alunos, muitos professores utilizam metodologias criadas a alguns séculos atrás, baseada na exposição de conteúdo e repetição de exercícios. Thadei (2018) enfatiza que os professores embasam sua prática docente a partir da influência que receberam em sua formação inicial. Sendo assim, muitos professores acabam utilizando a metodologia expositiva, pois ela acaba sendo um reflexo de como eles foram ensinados.

Sobre a aula expositiva, tem-se que:

Nessa visão de ensino, a aula é o espaço onde o professor fala, diz, explica o conteúdo, cabendo ao aluno anotá-lo para depois memorizá-lo. (...) toma-se assim a simples transmissão da informação como ensino, e o professor fica como fonte de saber, tornando-se o portador e a garantia da verdade (ANASTASIOU, 2015, p. 17).

Nessa metodologia, o professor expõe o conteúdo para a turma apresenta explicações fazendo uma demonstração, exemplo ou resolvendo uma situação. Os alunos recebem os conceitos e replicam nos exercícios e avaliações, exercitando assim suas capacidades auditivas, de visualização e de repetição, sem muitas vezes refletir, analisar e contextualizar os reais elementos, aspectos e significados do assunto.

Segundo Anastasiou (2015), a metodologia tradicional exercita apenas uma habilidade nos alunos, a de memorização, isso faz com que não ativem as habilidades para que eles sejam seres pensantes, críticos, criativos, autônomos e

trabalhem em grupo, tornando-os inábil em suas vidas profissionais perante a sociedade.

Moran (2018, p. 2) afirma que: “constatamos, cada vez mais, que a aprendizagem por meio da transmissão é importante, mas a aprendizagem por questionamento e experimentação é mais relevante para uma compreensão mais ampla e profunda”.

Com o avanço de estudos e de pesquisas, metodologias que colocam os alunos no centro do processo de ensino, tornando-os construtores de seus próprios conhecimentos vem tomando força. Nesse sentido, as novas metodologias buscam inovar no ensino, fazendo com que os alunos sejam os próprios protagonistas no processo de escolarização, reconhecendo a importância de seu papel na aprendizagem (BRASIL, 2017).

As Metodologias Ativas estão se tornando cada vez mais presentes nas práticas pedagógicas, devido essa característica de fazer com que os alunos participem ativamente do processo de ensino e a aprendizagem (MORAN, 2018). Como a própria denominação anuncia, elas são práticas que possuem uma característica de fazer com que os alunos participem das aulas de uma forma mais ativa, ou seja, com vistas a levar os alunos a construir seus conhecimentos a respeito dos mais diversos conteúdos. Com isso, eles assumem maior responsabilidade ao aprenderem por meio de sua participação em discussões, pesquisas, seminários, trabalhos em grupos, análises de situações, projetos, entre outros, assim formalizando novos conteúdos.

Essas metodologias, tem o papel de fazer com que os alunos busquem ativamente construir seus próprios conhecimentos, o professor que era considerado o centro do aprendizado troca de papel com o aluno que assume a posição central, tornando-se “protagonista de seu processo de construção do conhecimento” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014, p. 40).

O professor é visto como um orientador, um supervisor, um mediador pois ele mostrará, guiará, conduzirá o caminho a ser seguido durante as aulas. Essa mediação, segundo Thadei (2018), é pautada em ações feitas de modo a questionar, investigar, problematizar, dialogar, explorar, personalizar, estar entre o sujeito e o objeto de conhecimento, possibilitando que haja a aprendizagem.

Segundo Moran,

O papel do professor hoje é muito mais amplo e complexo. Não está centrado só em transmitir informações de uma área específica; ele é principalmente designer de roteiros personalizados e grupais de aprendizagem e orientador/mentor de projetos profissionais e de vida dos alunos (MORAN, 2018, p. 21).

Com isso, o professor não prepara suas aulas e ministra para os alunos apenas estar no currículo de sua disciplina, mas sim, ele planeja a sua aula pensando nas ações, metodologias e atividades adequadas que possibilitem aos alunos a aprenderem de diferentes formas, construindo seu conhecimento referente aos conteúdos estabelecidos, levando esses conhecimentos não só para uma futura avaliação, mas para suas vidas perante a sociedade.

Utilizar as Metodologias Ativas não depende apenas dos professores, em que preparem suas aulas usando metodologias diferenciadas, planejando os caminhos e ações a serem tomadas, mas também precisa de uma enorme colaboração e participação dos alunos, pois suas interações e a vontade de aprender é fundamental para que os objetivos das aulas sejam alcançados. Moran (2018, p. 4) afirma que, “[...] as metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as etapas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor”.

Utilizar as Metodologias Ativas nas práticas pedagógicas propicia aos alunos uma participação e interação efetiva, seguindo as orientações passadas pelo professor para que eles consigam construir seus conhecimentos referentes aos conteúdos trabalhados durante a aula, tornando assim uma pessoa mais autônoma e protagonista na busca pelo conhecimento. Essa metodologia também valoriza as diferentes maneiras que os alunos podem aprender, possibilitando que cada um aprenda no seu ritmo, tempo e estilo (MORAN, 2018).

Evidentemente que, ao utilizar as várias Metodologias Ativas nas práticas pedagógicas, cabe ao professor procurar qual delas mais se encaixa com o conteúdo que se deseja trabalhar. E vários são os métodos existentes, destacam-se, a Sala de aula Invertida, a Aprendizagem Baseada em Projetos, a Aprendizagem Baseada em Problemas, a Gamificação, a Aprendizagem entre Pares, a Aprendizagem Baseada em Times, o Design Thinking, o Storytelling, a Resolução de Problemas, e pode-se anunciar ainda, as diversas tendências em Educação

Matemática, tais como: A Investigação Matemática, A Modelagem Matemática etc. entre outras.

Escolheu-se neste trabalho apresentar um breve relato de cada um dos métodos citados acima será apresentado a seguir a fim de tornar o leitor informado sobre tais metodologias.

A Sala de aula invertida – nessa prática pedagógica ocorre a inversão nas ações dos alunos para construir seus conhecimentos, ao invés do aluno receber os conceitos básicos referente a um dado conteúdo, para depois utiliza-los para se aprofundar, primeiramente fazem uma pesquisa, assistem vídeos, fazem leituras sobre o tema a ser abordados na aula, essas ações devem ser feitas em casa antes das aulas, assim já adquirem um contato com os conteúdos, deixando o momento da aula para se aprofundarem no tema por meio de atividades, discussões ou sínteses (MORAN, 2019).

A Aprendizagem Baseada em Projetos – envolve os alunos em projetos interdisciplinares, individuais ou em grupos, para resolver um determinado problema ou situações do cotidiano, em que o tema ou problema pode ser escolhido pelo professor ou sugerido pelos alunos. Utilizar a Aprendizagem por projetos, faz com que os alunos trabalhem suas habilidades de pensamento crítico e criativo, tomem decisões, trabalhem individualmente ou coletivamente, e, percebam que possuem várias formas de realizar uma tarefa, tornando-os capazes de adquirir as competências necessárias para o século XXI (MORAN, 2019).

Aprendizagem Baseada em Problemas – método que trabalha com o pensamento crítico e reflexivo, buscando soluções para problemas relacionados as profissões dos alunos. Faz o uso de problemas ou temas ligados a uma matriz não disciplinar ou transdisciplinar, pode ser trabalhada em grupo ou individual (MORAN, 2019).

Gamificação - utilização de jogos durante as aulas ou até mesmo fora da escola. Os jogos podem ser usados de duas formas, para verificar um conteúdo trabalhado, seja com fixação ou aprofundamento, ou para analisar um conhecimento prévio sobre um determinado assunto, além de desenvolver nos alunos habilidades para lidar com dificuldades, enfrentar desafios, correr riscos, construir estratégias, entre outros. Por ser algo que está inserido no cotidiano da grande maioria dos alunos, os jogos são bem aceitos quando são trabalhados durante as aulas e as

tornas mais atraentes. Ferramentas como kahoot, padlet, mentimeter, mindmeister, wordwall, socrative, scratch, entre outros, são excelentes para trabalhar a gamificação (MORAN, 2019).

Aprendizagem entre pares – esse método consiste na construção do conhecimento a partir da interação entre os alunos. Sua aplicação é dividida em 3 etapas: pré-aula, aula e pós-aula. Na pré-aula o professor disponibiliza o conteúdo para o aluno estudar antes da aula, por meio de vídeos, leituras, pesquisas, plataformas ou podcast, construindo um conhecimento prévio acerca do conteúdo que será trabalhado. Após o estudo o aluno responde a um questionário referente ao assunto estudado, assim possibilita ao professor que ele verifique o que os alunos conseguiram aprender até o momento. Durante a aula, o professor explica as partes do conteúdo das quais os alunos mais tiveram dúvidas, e passa um novo teste para verificar se os alunos compreenderam o assunto, caso os resultados do teste forem ruins, o professor repete o processo, se os resultados forem bons o professor juntamente dos alunos fazem uma conclusão do conteúdo proposto. E por fim, na pós-aula que é feito em casa, o professor seleciona problemas mais aprofundadas referente ao conteúdo trabalhado (MORAN, 2019).

Aprendizagem baseada em times – nessa prática os alunos primeiramente acessam o conteúdo estabelecido referente a aula e faz um prévio estudo, esse conteúdo pode ser fornecido pelo professor de diversas maneiras: livros, sites, vídeos, entre outros, para que em seguida, respondam a uma avaliação individual contendo alguns problemas ou desafios próximos da vida e da realidade dos alunos. Na sala de aula os alunos são separados em grupos/times em que a partir de suas ideias e respostas acerca da avaliação, discutem e busquem chegar em um consenso dentre as soluções corretas para a avaliação proposta. Nesse método os alunos desenvolvem tanto o trabalho individual, quanto o trabalho em grupo (MORAN, 2019).

Design Thinking – prática que trabalha com uso de problemas ou situações para determinar algum conteúdo, o problema pode ser definido pelo professor ou aluno. Esse método coloca os alunos com um olhar ou papel de um designer, desenvolvendo nos alunos o pensamento crítico e criativo, utilizando sempre a empatia, colaboração e experimentação na busca pelas soluções dos problemas. Suas etapas são divididas em 5 partes: descoberta, interpretação, ideação,

prototipação e evolução. O primeiro passo é a descoberta, que ocorre quando busca entender ou descobrir a ideia por trás do problema. Na interpretação é feita a análise crítica, verificando todo o contexto em que o problema está inserido, para que assim possa ser definido com ele será resolvido. Na sequência ocorre a ideação, que é o momento de produzir ideias que sejam plausíveis com a solução do problema. No penúltimo passo, a prototipação é escolhida algumas ideias que possuem mais chances de sucesso para resolver o problema, elas são testadas na prática, criando assim um protótipo, para verificar se o modelo é a solução. E por fim, a evolução é a hora de testar a solução e verificar se ela obteve o sucesso, caso contrário, é feita a retomada para que possa identificar as melhorias a serem feitas, para que seja resolvido o problema proposto (MORAN, 2019).

Storytelling – esse método consiste na arte de contar histórias, essas devem estar relacionadas a um determinado conteúdo curricular. O storytelling pode ser trabalhado de duas formas: o professor contando uma história que envolva o conteúdo da aula para os alunos ou os alunos construindo uma história sobre o assunto proposto, porém não deve ser uma simples história sem contexto, ela deve estar baseada em atrair a atenção, ser compreensível com a realidade e tornar um relato memorável, para que assim seja possível construir os conhecimentos a partir do storytelling. Essa prática pode ser abordada com os alunos trabalhando de forma individual ou coletiva, desenvolvendo habilidades de análise, reflexão, interpretação, pensamento crítico, trabalho em grupo e a criatividade (MORAN, 2019).

Resolução de Problemas – essa metodologia será apresentada na sessão seguinte, pois foi a prática escolhida na presente proposta.

Quanto àquelas que se referem às tendências em Educação Matemática apresentamos uma referência: Educação Matemática: Pesquisa em Movimento.¹

Os métodos apresentados acima são muito utilizados quando se trabalha com as Metodologias Ativas, porém não são as únicas que existem, muitas outras práticas podem ser aplicadas seguindo a característica de trabalhar de forma ativa.

Atualmente, os professores, os currículos e escolas que buscam uma mudança de configuração, acabam migrando para os modelos mais centrados em Metodologias Ativas, pois possibilitam aprender com problemas reais, jogos,

¹ BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.); BORBA, Marcelo de C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

trabalhos individuais e em equipe, desafios relevantes, projetos pessoais de vida e de aprendizagem e projetos em grupo (MORAN, 2018).

2.2 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

Com o avanço das Metodologias Ativas no sistema de ensino nesses últimos anos, muitas pessoas podem imaginar que esse conceito de trabalhar ativamente com os alunos, fazer os alunos refletir, ser criativos, protagonistas, entre outros, surgiu recentemente, porém, no século XX essas características e práticas para trabalhar com os alunos já eram comentadas e discutidas.

No início do século XX, a Teoria da Disciplina Mental era muito utilizada no currículo escolar, essa teoria se apoiava na premissa que a mente humana era uma coleção de capacidades interligadas e a escola deveria apenas trabalhar com o processo de percepção-memória-intuição, pois desenvolvendo essas capacidades já era suficiente para que os alunos aprendessem (ONUICHIC; ALLEVATO, 2014).

Ainda neste século, o psicólogo Thorndike desenvolveu a teoria do Conexionismo, dizendo que a aprendizagem ocorria por meio da adição, eliminação e organização de conexões, ou seja, ao ensinar os alunos adiciona-se novos conteúdos, eliminando outros e organizando as conexões entre os mais diversos a serem ensinados. Porém, para que essas conexões acontecessem um passo importante a ser seguido era a lei do exercício ou repetição, em que se deveria trabalhar com diversos problemas que estavam ligados com o cotidiano, praticando assim as conexões. Com o passar dos anos, essa teoria foi perdendo espaço e sofrendo diversas críticas, pois relatavam que essa teoria deveria ser repensada devido a sua incapacidade de fazer os alunos refletir (ONUICHIC; ALLEVATO, 2014).

Em 1945, o matemático George Polya, lançou seu livro titulado como “*A arte de resolver problemas*”, ensinando como ser um resolvidor de problemas matemáticos. Neste livro, ele apresentava a sequência de passos a ser seguida para resolver os problemas matemáticos, juntamente com a resolução e explicação de vários problemas. Segundo Polya, um resolvidor de problemas deve seguir os seguintes passos: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e examinar a solução obtida. Por muitos anos, essa prática proposta no livro ficou

conhecida como Resolução de Problemas, sendo reflexo para vários estudos e pesquisas sobre essa abordagem (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

Por volta dos anos 80 e 90, começou-se a pensar nas diferentes formas de inserir a Resolução de Problemas nos currículos escolares, assim, começou a distinguir três diferentes abordagens: ensinando sobre resolução de problemas, ensinando para resolver problemas e ensinando via resolução de problemas. Ao ensinar sobre a resolução de problemas, está se referindo ao método utilizado por Polya, em que se utiliza problemas para aprender a matemática. Ao ensinar para resolver problemas, trabalha-se como a matemática sendo aplicada para resolver problemas do cotidiano. E ao ensinar via Resolução de Problemas, é quando se aprende a matemática trabalhando com situações problemas, ou seja, utilizar os problemas como um caminho para que aprenda a matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

No início dos anos 2000, o Conselho Nacional dos Professores de Matemática (NCTM) dos Estados Unidos, começou a pensar em uma metodologia que abordasse as três formas de trabalhar com a resolução de problemas. Com isso, surgiu a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014).

Realizando alguns estudos e pesquisas, as autoras Onuchic e Allevato, começaram a desenvolver uma metodologia para trabalhar os conceitos matemáticos por meio de problemas, em que os alunos, resolvendo-os com os conhecimentos que possuem, buscam formalizar novos conteúdos matemáticos, assim construindo seus próprios conhecimentos. Assim se formalizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo Onuchic e Allevato (2014, p. 43), a metodologia recebe esse nome pois tem como objetivo, “expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador.

Ao analisar os estudos feitos referente as Metodologias Ativas e perceber suas características, notou-se que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática segundo Onuchic e Allevato, possui os mesmos princípios.

Segundo Melo (2020, p. 33) essas metodologias têm características

semelhantes, como:

proporcionar a construção de conhecimento, colocando o foco no sujeito da aprendizagem (o aluno). Em ambas, o professor não mais “transmite” conhecimentos, mas se faz um mediador com a responsabilidade de preparar recursos que coloquem o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem.

Com isso, ao trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas está se utilizando de uma Metodologia Ativa, pois, essa prática possibilita desenvolver a criatividade, pensamento crítico, trabalho em grupo, autonomia, confiança, protagonismo do aluno e a construção do conhecimento.

No sentido de que ocorra um desenvolvimento produtivo ao trabalhar a perspectiva de Resolução de Problemas nas aulas de matemática, para dar um suporte, Onuchic e Allevato (2014) propõe aos professores que utilizem o seguinte roteiro:

- 1) Proposição do problema - o professor deve selecionar, preparar ou montar os problemas, para que os alunos possam, a partir de suas resoluções, ir formalizando novos conteúdos. É importante usar problemas que para suas resoluções sejam necessários alguns conhecimentos já adquiridos pelos alunos.
- 2) Leitura individual - deixar um tempo para que o aluno faça uma primeira leitura e tente ter uma noção do que o problema está tratando.
- 3) Leitura em conjunto - os alunos em grupos ou uma leitura em conjunto com toda a sala é feita, para caso haja alguns alunos que não tenham entendido, possa se inteirar sobre o problema proposto. Caso os alunos não tenham entendido alguma parte, ou palavra contida no problema, o professor pode auxiliá-los esclarecendo o que está sendo solicitado.
- 4) Resolução do problema - neste momento, após o entendimento do problema proposto, os alunos em grupos e com seus conhecimentos adquiridos até o momento, buscam resolver o problema.
- 5) Observar e incentivar - o professor tem agora o papel de mediador, ele observa como está o andamento das resoluções de cada grupo e incentiva para que os alunos consigam chegar na solução. Caso o professor observe que algum grupo está com dificuldade ou indo para um caminho errado, cabe a ele instigá-los para que verifiquem suas resoluções e consigam chegar no que foi proposto.

- 6) Registro de resoluções na lousa - após as resoluções, um integrante de cada grupo expõe na lousa a solução encontrada. Importante registrar diferentes soluções, para que todas sejam discutidas na etapa seguinte.
- 7) Plenária - aqui a participação de todos os alunos é de suma importância, pois analisaram cada uma das resoluções colocadas na lousa.
- 8) Busca do consenso - o professor juntamente com os alunos, buscam chegar a um consenso em qual resolução se encaixa melhor com o problema proposto.
- 9) Formalização do conteúdo - neste momento, o professor formaliza o conteúdo para os alunos, mostrando-lhes os conceitos, procedimentos, demonstrações e técnicas que podem ser utilizadas na resolução de situações que envolvam conteúdos relacionados ao que foi acabado de ser aprendido.
- 10) Proposição e resolução de novos problemas – por último, trabalhar novos problemas e situações relacionadas a situação inicial, a fim de praticar, analisar, verificar e aprofundar o conteúdo matemático construído (ONUICHIC E ALLEVATO, 2014).

Esse roteiro serve para ser usado como um suporte para o professor em suas aulas, porém, ele pode ser adaptado conforme sua necessidade, aula ou turma em que for ministrar suas aulas. Ele serve para que os professores tenham um norte, um caminho a ser seguido, mas como no ensino as situações são imprevisíveis, cabe ao professor escolher os passos e ações a serem tomadas no decorrer de suas práticas. Mas, é importante que ele parta do problema.

2.3 PROPORCIONALIDADE

O conteúdo de proporcionalidade é um assunto que faz parte de muitas situações do cotidiano, considerada a muito tempo pelos povos antigos, desde a época antes de era cristã.

Desde sua formação, a cerca de 4000 a.C., a civilização egípcia já utilizava, mesmo que de forma implícita, o conteúdo de proporção em situações e problemas da época, isso foi percebido em alguns registros do papiro de Rhind. Os babilônios usavam o conceito em seus tabletas de multiplicação, ao realizar seus raciocínios multiplicativos, acabavam resolvendo-os de maneira proporcional (DA SILVA; COSTA JUNIOR, 2016).

Depois de muito tempo, por volta de 300 d.C., segundo Roque e Carvalho (2012), a teoria das proporções, atribuída a Eudoxo e inserida no Livro V dos Elementos de Euclides, usa um método axiomático-dedutivo e toma como verdade algumas definições, postulados e axiomas, para que, a partir destes, sejam demonstradas as consequências, apresentando alguns resultados importantes na sua abordagem. Com isso, formalizou-se alguns conteúdos matemáticos, juntamente com a definição de razão e proporção.

O conteúdo de proporção está relacionado às grandezas, ou seja, “grandezas é tudo aquilo que pode ser medido ou contado” (SILVEIRA, 2015, p.199), tais como: comprimento, tempo, temperatura, massa, preço, idade, entre outros. Quando se tem duas grandezas elas podem ser escritas na forma de uma razão/divisão, se as razões formadas por elas são iguais então tem uma proporção, ou seja, a proporção é quando ocorre a igualdade entre duas razões (SILVEIRA, 2015).

A proporcionalidade está presente em diversas situações do cotidiano, por isso que aprender e compreender esse conteúdo é importante para a vida das pessoas. Segundo Da Silva e Costa Júnior (2016), o conteúdo de proporcionalidade não é só a aplicação de algoritmos para resolver problemas matemáticos de sala de aula, mas sim, possui a propriedade que nos possibilita a resolver problemas matemáticos abrangentes em diversos contextos.

A proporcionalidade entre grandezas ocorre em muitas situações no ensino de Matemática, envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Mas, deve-se observar que nem todas as grandezas são proporcionais, ou seja, existem também algumas situações que envolvem grandezas não proporcionais, que são situações que não estabelecem uma proporção.

As grandezas diretamente proporcionais aparecem com maior frequência e em diversas situações, assim acaba sendo mais intuitiva, e à proporção que as caracteriza como tal pode ser observada mais facilmente pelas pessoas. Segundo Silveira (2015, p. 200) “Duas grandezas são diretamente proporcionais quando variam sempre na mesma razão. Ou seja, a razão entre os valores da primeira grandeza e os valores correspondentes da segunda é a mesma”.

Alguns exemplos de onde aparecem as grandezas diretamente proporcionais são: no uso do dinheiro em ocasiões de compra, quando se compra

um determinado objeto, ele custa um certo preço, se for levado k unidades do item o seu preço final será proporcional ao custo de uma única unidade, ou seja k vezes o preço unitário; em receitas de culinárias, ao fazer um bolo, tem a quantia certa de cada ingrediente, ao dobrar o tamanho do bolo a quantidade precisa ser dobrada, seguindo a mesma proporcionalidade; no cálculo de porcentagens, quando se tem um desconto ou acréscimos por algum objeto ou serviços, também se trabalha com a proporção.

As grandezas inversamente proporcionais são pouco menos percebidas pelas pessoas, devido a sua característica que “[...] uma varia sempre na razão inversa da outra. Ou seja, a razão entre os valores da primeira grandeza e o inverso dos valores correspondentes da segunda é a mesma” (SILVEIRA, 2015, p. 201).

As grandezas inversamente aparecem em situações como: se dobrar a velocidade do objeto, o tempo gasto por ele, em um mesmo percurso, cai pela metade; para fazer um determinado serviço um certo número de pessoas leva alguns dias, ao aumentar o número de pessoas os dias irão diminuir na mesma proporção (inversa) que sofreu o aumento, pois quanto mais pessoas, mais rápido terminará o serviço; entre outras.

Por fim, “há grandezas que não são direta nem inversamente proporcionais” (SILVEIRA, 2015, p. 201), que são as grandezas ditas não proporcionais, que não seguem um padrão semelhante ao descrito acima, ou seja, não tem uma proporção entre as grandezas. Se uma grandeza aumenta a outra pode aumentar, porém num valor diferente, não seguindo uma mesma proporção, o mesmo, vale para a redução.

Situações que não estão ligadas a uma proporção, são os casos de: peso e altura, ao comparar o peso em relação com a altura eles não seguem um padrão, se uma pessoa aumentar a sua altura o seu peso não aumenta na mesma proporção; idade e altura, conforme uma pessoa aumenta a sua idade, não necessariamente a sua altura também aumentará; em contratos de trabalho, não necessariamente tempo de serviço e salário são grandezas proporcionais; pontos em um jogo em relação ao número de partidas; entre outros.

Embora o conteúdo de proporcionalidade aparece com frequência, em várias ocasiões do nosso cotidiano, muitas vezes as pessoas acabam nem percebendo sua aplicação, por isso que é importante saber reconhecê-las e utilizá-las quando deparados com tais situações de proporcionalidade. É um tema propício para ser

trabalhado nas diferentes situações de problemas da vida real. E neste texto exploramos este conteúdo nos problemas elaborados segundo os Temas Contemporâneos Transversais da BNCC.

2.4 TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS

Quando se ensina algo para um aluno ou para alguém, leva-se um conhecimento que servirá para o indivíduo crescer como pessoa e utilizar este conteúdo em algum momento de sua vida, assim, “educar e aprender são fenômenos que envolvem todas as dimensões do ser humano e, quando isso deixa de acontecer, produz alienação e perda do sentido social e individual no viver” (BRASIL, 2019, p.6).

Ao ensinar um conteúdo na escola, o professor não apenas o ensina por si só, mas sim para que ele tenha sentido, significado e utilidade na vida dos alunos. Seguindo esse pensamento, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe aos professores que durante as suas aulas, eles utilizem os Temas Contemporâneos Transversais (TCT), para que os conteúdos curriculares propostos tenham conexão com as mais diversas situações de nosso cotidiano.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular, é dever dos sistemas de ensino e escolas:

[...] em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2017, p. 19).

Desse modo, as instituições devem abordar os temas com situações locais onde ela está inserida, pois assim, fará com que os ensinamentos e conhecimento adquiridos pelos alunos possam ter utilidade em suas vidas perante a sociedade em que ele vive.

Mas, afinal, o que são os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) anunciados na BNCC? Os temas contemporâneos são assuntos atuais existentes na sociedade, temas que são debatidos e discutidos no dia a dia, tais como, educação, trabalho, diversidade cultural, direitos, saúde, tecnologia, entre outros. E o adjetivo transversal deve-se à sua capacidade de abranger diversos conhecimentos,

disciplinas e concepções, de forma que um único tema pode estar presente em vários componentes curriculares. Assim, os TCT são um conjunto de assuntos que podem ser trabalhados em vários currículos, possibilitando um aprendizado mais significativo e expressivo de um determinado conteúdo.

Na BNCC, os TCT estão dispostos em seis macroáreas temáticas, conforme apresentados abaixo:

- **Ciência e Tecnologia:** Ciência e tecnologia;
- **Saúde:** Saúde; Educação alimentar e nutricional;
- **Cidadania e Civismo:** Vida familiar e social; Educação para o trânsito; Educação em direitos humanos; Direitos da criança e do adolescente; Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso;
- **Economia:** Trabalho; Educação financeira; Educação fiscal;
- **Meio Ambiente:** Educação ambiental; Educação para o consumo;
- **Multiculturalismo:** Diversidade cultural; Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras.

Utilizar os Temas Contemporâneos Transversais em práticas pedagógicas é de relevada importância, pois são assuntos pertinentes em nossa sociedade, assim, trabalhar os conteúdos curriculares juntamente com os TCT possibilita aos alunos relacionar os conhecimentos com o meio em que vivem, tornando-os cidadãos preparados para viver em sociedade.

Na BNCC, esses temas aparecem nas habilidades dos componentes curriculares, ou seja, cada escola ou sistema de ensino trabalha os temas de acordo com sua especificidade e realidade, desde que os trate de forma contextualizada (BRASIL, 2017), ou seja, cabe a cada componente ou instituição analisar e verificar quais temas são mais pertinentes a realidade em que os alunos estão inseridos, trabalhando com eles de forma contextualizada, para que o assunto esteja no nível de conhecimento e entendimento da turma.

Ao utilizar as TCT em suas práticas docentes, é importante salientar que esses temas estão apoiados em quatro pilares: a problematização da realidade e das situações de aprendizagem; a superação da concepção fragmentada do conhecimento para uma visão sistêmica; a integração das habilidades e competências curriculares à resolução de problemas; a promoção de um processo educativo continuado e do conhecimento como uma construção coletiva (BRASIL,

2019, p. 8).

No primeiro, tem-se que os temas devem ser baseados em situações do cotidiano, que fazem parte da realidade dos alunos, pois, assim, fará com que ele reflita e problematize soluções para aquele determinado assunto, construindo seu conhecimento com base nas situações pertencentes na vida em sociedade. No segundo item, o conhecimento a respeito dos temas deve ser visto por uma visão sistêmica, ou seja, de forma geral e ampla, analisando todas as ações formuladas em sua construção. No item seguinte, as habilidades e competências propostas pela BNCC devem estar contidas na proposição e resolução de problemas que retratam os temas. E por último, que o trabalho envolvendo os temas tenha uma continuidade, que siga uma sequência, que não seja visto em um único momento, para que não seja visto como algo acabado. Além disso, o conhecimento deve ser colocado como uma construção coletiva, pois quanto mais opiniões, discussões e ideias diferentes, isso fortalece a construção de um conhecimento referente aos temas a serem trabalhados.

Considerando estas premissas, a fim de auxiliar o leitor no maior entendimento e compreensão de como utilizar os Temas Contemporâneos Transversais no componente curricular de matemática, traz-se a seguir, alguns problemas que demonstram situações sobre como abordar os temas, utilizando o conteúdo de proporcionalidade. Segue abaixo alguns exemplos possíveis de integração:

Em Ciência e Tecnologia – A bateria de uma smartphone, um celular moderno, cuja capacidade da bateria de 3000 mAh tem duração de 10 horas. Qual seria a duração em horas de um celular com maior capacidade da bateria, sendo essa de 7000 mAh?

Em Saúde – As vacinas são meios de proteção que existem contra vírus e certas doenças infecciosas. Na pandemia do coronavírus, em Londrina foram aplicadas 1.127.495 doses de vacinas, sendo que desse total, incluía a quantidade aplicadas em todas as doses necessárias. Do número de doses 40% foram para as pessoas que receberam a imunização completa, ou seja, duas doses. Qual é o número de pessoas que receberam as duas doses da vacina no município de Londrina?

Em Educação Alimentar e Nutricional – Uma lata de 390 ml de refrigerante possui aproximadamente 139 calorias. Se uma pessoa tomar 2 litros desse refrigerante,

quantas calorias ela ingerirá em seu corpo? Compare esta quantidade com o que se espera que ela consuma diariamente em calorias.

Em Vida Familiar e Social – No Brasil, em 2020, cerca de 76.846 casais acabaram se divorciando e desfazendo a família formadas pelos seus matrimônios. No ano seguinte, em 2021, houve um aumento no número de famílias desfeitas, pois a quantidade aumentou 0,35%. Com isso, qual foi a quantidade de famílias desfeitas no ano de 2021?

Em Educação para o Trânsito – No município de Londrina foi criada a campanha “olhe e sinalize” para reduzir o número de acidentes no município. Em 2019, o número de acidentes foi de 2450. No ano seguinte, em 2020, houve uma queda de 17,63% no número de acidentes. Qual foi a quantidade de acidentes ocorridos em 2020?

Em Educação em Direitos Humanos – Um direito fundamental das pessoas é o direito a educação. Para que essa educação aconteça, a cidade de Londrina, possui a sua disposição, aproximadamente, cerca de 5761 professores, sendo que dessa quantia, 2 a cada 13 professores ensinam matemática. Qual é a quantidade de professores de matemática que a cidade de Londrina possui?

Em Direitos da Criança e do Adolescente – Toda criança tem o direito a educação pública em nosso país. No Brasil, em 2020, cerca de 12,52% dos 40,74 milhões de alunos não tiveram acesso à educação, devido a problemas relacionados a pandemia. Conforme o dado apresentado, quantos alunos ficaram sem ter acesso à educação no país no ano de 2020?

Em Processo de Envelhecimento, Respeito e Valorização do Idoso – Para ser considerado uma pessoa idosa, atualmente, a pessoa precisa ter 65 anos ou mais. Em Londrina, sua população é de aproximadamente 600.000 habitantes, sendo que 13 a cada 100 pessoas se encaixam na idade de 65 anos ou mais. Assim, qual é o número de habitantes considerados velhos na cidade de Londrina?

Em Trabalho – O município de Londrina registrou em 2021 sua maior marca de empregos criados por trabalhos com carteira assinada, sendo que da população, aproximadamente, 1,54% das pessoas conseguiram empregos com carteira assinada. Sabendo que a população de Londrina é de aproximadamente 600.000 habitantes, quantas pessoas conseguiram novos empregos no município em 2021?

Em Educação Financeira – Um celular pode ser comprado em uma determinada loja

por 11 parcelas de R\$ 99,00. Se for pago à vista, esse mesmo celular tem um desconto de 15% no seu valor. Qual será o preço a ser pago neste celular, se a compra for realizada à vista?

Em Educação Fiscal – O Nota Paraná é um programa do Estado que incentiva as pessoas a pedirem o CPF no momento de uma compra, assim, ele colabora para que empresas não soneguem impostos, além de receber parte do Imposto recolhido pelo estabelecimento. Por ser um programa lançado a alguns anos, muitas pessoas ainda não conhecem ou acaba tendo algum medo por usar. Atualmente, 35,52% aproximadamente da população paranaense estão cadastrados no programa. Considerando que a população do Estado do Paraná é de quase 11.600.000 habitantes, qual é a quantidade aproximada de pessoas cadastradas no programa Nota Paraná?

Em Diversidade Cultural – A diversidade cultural refere-se aos diferentes costumes que uma sociedade pode ter, tais como: culinária, religião, vestimentas, tradições, danças, entre outras. O Brasil é um país com diversas culturas, uma delas são os povos indígenas. No Paraná existem três etnias indígenas: Guarani, Kaingang e Xetá, sendo que 7 a cada 10 índios pertence a etnia dos Kaingang. Sabendo que no Paraná, vivem cerca de 13.300 indígenas, quantos são os índios da etnia dos Kaingang?

Em Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras – O multiculturalismo é um movimento social que possui como objetivo de unir diversas culturas em uma só, sem distinção de raça, cor, etnias, sexualidade, religiosidade, etc. Um grupo que acaba sofrendo diversos preconceitos e discriminação são as pessoas da cor negra. No Paraná, segundo dados do IBGE, em 2018, 34% da população paranaense era negra ou parda. Seguindo essa mesma porcentagem, se a população do Paraná é de aproximadamente 11.600.000 habitantes, quantas pessoas são da cor negra ou parda?

Já, os temas, Educação ambiental e Educação para o consumo, foram os assuntos escolhidos para o desenvolvimento deste trabalho, assim, os exemplos das abordagens estão apresentados na proposta, no capítulo 4.

Ainda no documento BNCC existem orientações sob como devem ser abordados os Temas Contemporâneos Transversais, e são de três maneiras diferentes: intradisciplinar, interdisciplinar e transdisciplinar (BRASIL, 2019).

Usa-se a abordagem intradisciplinar quando os temas são trabalhados em um único componente, uma única disciplina, com isso, acaba limitando um pouco o assunto, pois não consegue abranger outras áreas relacionadas ao mesmo tema, trabalhando assim apenas as habilidades e conteúdo específicos envolvido em um determinado componente (BRASIL, 2019). Um exemplo, ao trabalhar o tema de educação financeira no componente de matemática, poderia abordar as formas possíveis para comprar um produto, ensinando os cálculos de acréscimos simples, descontos simples, juros, financiamentos, empréstimos, entre outros, verificando as diferentes formas de pagamentos possíveis, restringindo-se aos cálculos matemáticos envolvidos.

Na abordagem interdisciplinar, a abordagem torna-se mais ampla, pois pode envolver duas ou mais componentes, trabalhando de forma integradora, em que as disciplinas discutem os mesmos assuntos, porém cada uma aborda o conteúdo dos temas que se encaixa na sua área (BRASIL, 2019). Por exemplo. Em uma situação, ao utilizar o tema educação alimentar e nutricional, pode-se trabalhar de forma interligada os componentes de matemática e ciências. Na matemática tratar-se-ia das calorias contidas em cada alimentos, fazendo os cálculos relacionados a quantidade consumida de cada produto. Já no componente de ciências, poderia analisar quais alimentos são essenciais para o corpo e quais fazem bem ou mal para a saúde, entre outros, extrapolando a matemática envolvida. Nessa abordagem também pode ser abordado mais de um TCT.

A abordagem transdisciplinar ocorre quando vários componentes, de uma mesma área de conhecimento, ou, até mesmo de áreas distintas, se intercomunicam referente a um ou mais temas, de forma integradora e transversal, contribuindo para que o conhecimento a ser construído em relação aos esses temas se completem conforme trabalhados em cada componente (BRASIL, 2019). Um exemplo, poderia trabalhar com os temas de educação para o consumo, educação ambiental, saúde, educação alimentar e nutricional, utilizando a construção de uma horta no colégio, envolvendo estudos e conteúdos de várias componentes, tais como:

- Estudos de quais verduras e legumes podem ser plantados, analisando aquelas que possuem maior facilidade no cultivo, tempo de produção, resistência a diferentes temperaturas etc. (Ciências)
- Estudo do solo e da topografia existente. (Geografia)

- A otimização do espaço e a localização, analisando as melhores formas de utilizar os espaços ou canteiros, calculando áreas, perímetros, consumo de água para as plantas, entre outros. (Matemática)
- Produção de texto sobre a importância do consumo de vegetais e leguminosos. (Português)
- A estética da horta em si que está aliada à dinamicidade de coleta, tratamento, que pode servir de modelo para a construção. (Arte)
- Caderno de receitas de família. (História da família-cultura)

Uma ampla forma para se trabalhar a transdisciplinaridade é por meio de projetos, pois ele possibilita uma interação entre os participantes, como também, entre as disciplinas, além de trazer uma contextualização dos conteúdos inseridos nos currículos, leva os alunos a observar as conexões entre as diferentes áreas de conhecimento (BRASIL, 2019).

Assim, abordagens dos Temas Contemporâneos Transversais na prática docente, possibilitam ensinar aos alunos conteúdos existentes nas grades curriculares de cada componente curricular, juntamente com as situações e assuntos pertencentes à realidade das pessoas, da sociedade em geral.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Como professor, sempre que penso em ensinar meus alunos um determinado conteúdo, evidentemente que planejo minha aula pensando na sala toda, ou seja, é desejo que todos os alunos aprendam o que foi proposto naquele momento. Deste modo, as ações que delineiam e organizam meu trabalho começam por escolher uma metodologia para utilizar, uma que mais se encaixa com o que eu desejo trabalhar, para que assim, a aula possa ser desenvolvida com a turma.

Seguindo esta dinâmica, ao elaborar este trabalho, pensou-se em como utilizar as Metodologias Ativas no processo de ensino de matemática, para que as aulas sejam diferentes do que costumeiramente faço, produzindo aulas mais dinâmicas, com maior participação dos alunos, orientando os alunos para que o conteúdo trabalhado durante a aula seja construído.

Para isso foi necessário fazer uma pesquisa bibliográfica a respeito das Metodologias Ativas, para entender: o que são essas metodologias, sobre quais são suas características; compreender as diferentes práticas metodológicas de cada uma delas, e sobre como utilizar algumas dessas práticas.

Estes estudos foram essenciais para que a proposta apresentada neste texto pudesse ser concebida, já que é desejo que ela possa auxiliar, inspirar ou influenciar os professores que desejam trabalhar com as Metodologias Ativas para ensinar os conteúdos de matemática, visto que por ser uma metodologia um pouco diferente das que são usadas normalmente, montar ou planejar aulas nessa nova perspectiva é um processo um pouco trabalhoso e toma um certo tempo.

Autores que tratam deste assunto foram consultados, com foco nos estudos de Anastasiou (2015), Moran (2018) e principalmente, Onuchic e Allevato (2014) cujas autoras possuem renome no campo da Educação Matemática e tratam especificamente de Matemática.

Com o aprofundamento dos estudos, percebeu-se que a Resolução de Problemas possui características fundamentais para que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados, tais como: trabalhar com situações problemas como pontapé inicial para construir os mais diversos conteúdos matemáticos, colocar o aluno como centro da aprendizagem, possibilitar aos alunos construir seus próprios conhecimentos, trabalhar coletivamente, levar os alunos a refletir e analisar

os problemas, usar a criatividade nas resoluções, dentre outros.

O trabalho com a Resolução de Problemas, favorece a integração de situações que fazem parte do cotidiano dos alunos, que tenham relação com suas vidas, assim, com base nos Temas Contemporâneos Transversais, foram elaboradas situações com tais características.

Elaborar um problema requer uma pesquisa que vai além da matemática, são necessários dados, informações atualizadas e localizadas. Para tal, foi necessário a realização de pesquisas para o levantamento de dados, em diversas fontes, tais como sites, revistas, jornais, documentos, reportagens, entre outros, sempre buscando trazer dados da realidade local onde os alunos estão inseridos, pois assim, além de trabalhar a matemática proposta nos problemas, pretende-se, simultaneamente, levá-los a refletir sobre os assuntos considerados, analisando suas práticas pessoais e suas atitudes referente às situações apresentadas. É isso que se espera ao trabalhar com o TCT, que a abordagem vá para além do mero tratamento conteudista do problema em si, que a sua resolução impacte de alguma forma o aluno.

Com uma coleção de problemas em mãos envolvendo situações diversas, partiu-se para a organização a fim de elaborar um planejamento de como seriam trabalhadas as situações, pensando nas diversas possibilidades de resoluções dos alunos, para que a partir das respostas obtidas, fossem feitas a formalização do conteúdo proposto. Deste modo, foi necessário pensar, analisar, refletir e se colocar no lugar dos alunos, para que as ações a serem realizadas durante a aula estivessem dentro das suas realidades, possibilitando-os a construir os conteúdos estabelecidos pelos problemas durante a aula. A escolha de um problema para a adoção da estratégia de Resolução de Problemas segunda as autoras anunciadas, requer uma análise criteriosa. É preciso que a solução do problema envolva conteúdos prévios que os alunos já tenham visitado e aprendido, e que a solução possa promover uma generalização, ou a construção de uma ideia que traga algum conteúdo novo a ser aprendido. E, neste caso, precisa-se analisar se o conteúdo que se deseja ensinar poderá ser decorrente daquele problema. Nem sempre é uma tarefa fácil, pois envolve vários passos e compreensão do que se deseja para uma aula. Espera-se que com a proposta apresentada a seguir este caminho possa ser abreviado. E mais ainda, que os leitores possam ser incentivados a fazer este

caminho, adotando a Resolução de Problemas como estratégia de ensino de Matemática integrando os TCT em sua prática docente.

4 A PROPOSTA

Neste capítulo, apresenta-se a proposta anunciada que é desenvolvida na Resolução de Problema, como uma Metodologia Ativa, seguindo o roteiro elaborado por Onuchic e Allevato (2014), cujo conteúdo é proporcionalidade, para isso, os problemas, juntamente com possíveis soluções são apresentados, na perspectiva que foi exposta sobre Resolução de Problemas, anteriormente, neste trabalho.

Convém lembrar que para uma aula de Resolução de Problemas é desejável que a turma seja dividida em grupos, para que nos grupos sejam construídas as soluções para o problema. O trabalho em grupo pode resultar em uma movimentação maior na aula por parte dos alunos. Assim, antes mesmo de apresentar o problema, será proposto a construção de um contrato didático com os alunos.

Segundo Pessoa (2004, p. 1), o contrato didático:

define as regras de funcionamento da relação, dentro da situação didática como, por exemplo, o direito de falar e de ouvir de cada uma das partes, a forma de relacionamento dos alunos dentro da sala de aula, a forma de relação desses com o professor, a distribuição das responsabilidades, a determinação de prazos, a proibição ou permissão do uso de determinados recursos etc.

É demasiada a importância da definição dessas regras, já que uma aula com os alunos trabalhando em conjunto, nas equipes, pode causar alvoroço, dificultando a condução desta aula. As regras colaboram para que o professor e os alunos não saiam da rota, não percam tempo com situações que não fazem parte da aula e do assunto trabalhado. O contrato didático especifica as ações que são permitidas durante a aula, possibilitando assim, um ambiente favorável para que ocorra a aprendizagem e a construção do conhecimento.

Definir algumas regras entre o professor e os alunos durante a aula, favorece o bom andamento do trabalho, pois todos conhecem quais são seus direitos, o que podem ou não fazer. Assim, o contrato didático tem o intuito de deixar claro que a aula é o momento de aprendizado, possibilitando aos alunos que participem de forma ativa e colaborativa, sem medo de serem julgados por soluções erradas ou dúvidas, influenciando-os a pensar, resolver, analisar, discutir e refletir sobre o que lhes foi proposto. A exposição da solução do problema por parte dos

alunos é fundamental nesta estratégia, e desta forma há uma exposição de ideias que podem ser ou não corretas, ou mesmo incompletas, que se o professor considerar que seja interessante e oportuno, levará o aluno a mercê de possíveis comentários por parte de toda a sala, podendo ser de ordem pejorativa. Para que isso não aconteça tudo deve ser combinado no contrato, ou seja, o respeito ao próximo é um ponto a ser frisado nestas regras.

A seguir, apresenta-se um modelo de contrato que pode ser proposto no início da aula:

Contrato Didático.

- Respeitar as opiniões e resoluções dos colegas de sala e de equipe;
- Não zombar os colegas por sugestões ou resoluções que possam estar erradas;
- Participar das discussões, sem ficar esperando a respostas do professor ou dos colegas;
- Ser criativo nas resoluções e pensar em soluções possíveis, que condizem com os problemas propostos;
- Não utilizar o celular ou qualquer outro aparelho para fazer pesquisas;
- Ser colaborativo e interagir com os colegas.

O contrato pode ser adaptável para cada turma, na construção e exposição, o professor juntamente dos alunos, caso queiram, podem acrescentar uma outra regra ou retirar uma das já estabelecidas.

Os problemas propostos têm como finalidade fazer com que os alunos aprendam o conteúdo de proporcionalidade de uma forma mais ativa e reflexiva, construindo seus conhecimentos matemáticos por meio de situações que envolvam o cotidiano. Assim, buscou-se elaborar problemas que extrapolam os objetivos de uma aula puramente de conteúdos matemáticos, a fim de que possam ser abordados outros conteúdos de outras disciplinas, possibilitando uma abertura que favorecerá a interdisciplinaridade.

Na elaboração dos problemas matemáticos buscou-se não apenas trabalhar os conteúdos propostos no currículo, mas sim, trabalhar os conteúdos com situações que fizessem parte do cotidiano, da vida dos alunos. Os problemas estão

relacionados com os Temas Contemporâneos Transversais (TCT), em específico com uma de suas macroáreas, e, pelo fato de os temas tratarem de uma gama considerável de assuntos, escolheu-se trabalhar com o meio ambiente, abordando os assuntos: educação ambiental e a educação para o consumo.

Com os problemas propostos, além de formalizar o conteúdo de proporcionalidade, as situações abrem diversos caminhos para que também possa trabalhar outros conteúdos matemáticos e expandir as reflexões para outras disciplinas, pois, os TCT possuem essa característica de trabalhar um assunto pertinente da sociedade mesclando os mais diversos componentes curriculares.

Como uma aula de Resolução de Problemas deve partir do problema, é evidente que esse problema deve ser resolvido, anteriormente, pelo professor para que ele tenha conhecimento de quais conteúdos poderão surgir da solução do problema, e desejável que ele pense nas várias soluções que podem ser construídas, o que traz mais segurança para que o professor possa conduzir a aula. Pois, como os alunos terão autonomia para resolver o problema é possível que surjam diferentes soluções.

Para a redação do texto que segue, em cada problema são destacadas algumas possíveis resoluções para a situação proposta que foram pensadas por este autor, para que a partir dessas e outras resoluções seja feita a formalização.

Uma observação sobre as soluções é que, pode ser que algumas das resoluções sejam as mesmas feitas pelos alunos durante a aula, porém, fica claro que as apresentadas não são as únicas possíveis para os problemas, outras poderão ser construídas.

O fato de ser um trabalho executado pelos alunos, podem surgir diversas outras situações, e caberá ao professor analisá-las, e, caso seja necessário, em situações em que os alunos estão tomando um caminho errado ou chegam em soluções que não condizem com o problema, fazer questionamentos para orientá-los em suas resoluções. Por fim, é feita a formalização do conteúdo a partir das resoluções feitas.

PROBLEMA 1: Uma das grandes preocupações com o meio ambiente refere-se ao desperdício de água, já que, a água é um recurso essencial para nossa

sobrevivência. Dados da SANEPAR, agência que organiza a distribuição de água no Paraná, mostram que um banho de 15 minutos exige 105 litros de água. A partir desta informação, responda:

- (a) Quantos litros de água são gastos por minuto, para um banho?
- (b) Se você tomar um banho com duração de 3 minutos, quantos litros de água você utilizará?
- (c) E qual seria o tempo de um banho, em que o gasto de água seja de 56 litros?

Conforme anunciado, a seguir, segue algumas soluções para o problema 1.

Solução 1

(a) Um banho de 15 minutos gasta 105 litros de água, para obtermos a quantidade de água gasta em um minuto, basta dividirmos dividindo a quantidade de água gasta medida do tempo (em minutos) durante o banho, obtém-se $105 \div 15 = 7$, ou seja, são gastos 7 litros de água por minuto.

(b) Com a quantidade de água gasta por minuto, basta multiplicar esse valor por 3, para saber quantos litros serão gastos em um banho de 3 minutos. Assim: $7 \times 3 = 21$. Logo, serão gastos 21 litros de água em um banho cuja duração é de 3 minutos.

(c) Em relação à outra pergunta, para determinar a duração em minutos de um banho em que seja gasto 56 litros de água, pode-se dividir a quantidade de litros, neste caso, 56 litros, pela quantidade de litros gasto por minuto, que é 7, assim tem-se $56 \div 7 = 8$. Portanto, para que sejam gastos 56 litros de água, a duração do banho deve ser de 8 minutos.

Solução 2

(a) Para determinar quantos litros de água são gastos por minutos, basta dividir a quantidade de água, que é de 105 litros, pelo tempo gasto nesse banho, que é de 15 minutos. Logo, são gastos 7 litros de água por minuto.

(b) Dividindo 15 minutos por 3 minutos, tem-se $15 \div 3 = 5$, que corresponde à razão em relação aos minutos. Utilizou aqui a ideia da proporção entre as grandezas obtidas (ainda que intuitivamente).

Para que os números que expressam as quantidades de litros gastos formem a mesma razão, neste caso 5, deve-se encontrar o número cujo produto por 5 seja 105, ou seja: $\square \times 5 = 105$.

Para determinar o número desconhecido, basta dividir 105 litros por 5, utilizando o significado da divisão. Tem-se, $105 \div 5 = 21$, que corresponde ao valor que mantém a razão 5, entre os quocientes:

$$5 = \frac{15}{3} = \frac{105}{21} = 5$$

Logo, a quantidade de litros gastos para um banho de 3 minutos é de 21 litros.

(c) Para determinar qual seria o tempo necessário para um banho, em que o gasto de água seja de 56 litros, pode-se resolver de maneira análoga, dividindo 105 por 56, tem-se, $105 \div 56 = 1,875$, que corresponde ao número que representa a razão em relação aos litros de água gastos.

Para que a comparação entre as duas medidas de tempo forme a mesma razão, deve-se encontrar o número cujo produto por 1,875 seja 15, ou seja, $\square \times 1,875 = 15$, deve-se encontrar o número que divide o 15 e chega também no valor 1,875. Para isso, basta dividir 15 por 1,875, assim, $15 \div 1,875 = 8$, que corresponde ao valor que mantém a razão 1,875, pois $15 \div 8 = 1,875$. Logo, para um banho cujo gasto é de 56 litros de água levará 8 minutos.

Solução 3 - (não correta)

Dividindo 15 minutos por 3 minutos, tem-se, $15 \div 3 = 5$, que corresponde a razão em relação aos minutos.

Multiplicando o valor encontrado por 105 que corresponde a quantidade de litros, tem-se, $5 \times 105 = 525$. Logo, a quantidade de litros gastos para um banho de 3 minutos é de 525 litros.

Solução 4 - (não correta)

Para a segunda pergunta, somando 56 litros com 105 litros de água, obtém, $56 + 105 = 161$, que corresponde a quantidade de litros gastos.

Dividindo o valor encontrado por 15 litros, tem-se, $161 \div 15 = 10,733...$

Logo, o tempo gasto para que em um banho sejam gastos 56 litros, a duração deve ser de aproximadamente 11 minutos.

Observação:

No caso de houver uma resolução como a Solução 3 e a Solução 4, cabe ao professor fazer alguns questionamentos para os alunos perceberem as consequências do cálculo realizado. Poderiam ser:

- O número encontrado corresponde ao total de água para um banho de 3 minutos?
- O valor encontrado representa o tempo gasto para um banho que exige 56 litros de água?
- Se você tem os minutos de duração de um banho e a quantidade de água gasta, qual operação precisa fazer para encontrar a quantidade de água gasta, para um banho cuja duração seja uma outra quantidade qualquer?
- O que acontece com a quantidade de água se você diminuir a duração do banho? E se aumentar essa duração?

O professor pode ainda, considerar números menores e tomar como exemplo para induzir o aluno a perceber quais operações poderiam ser realizadas a fim de obter o resultado correto.

Encaminhamento:

Para dar início à aula na perspectiva adotada o professor deverá seguir o roteiro apresentado neste texto (página 20).

É desejável que a turma seja dividida em grupo para que sejam criadas possibilidades de interação entre os alunos.

Com os grupos criados o professor pode colocar o problema na lousa ou entregar impresso para cada aluno, em uma tirinha para possível colagem no caderno. Isso ganhará tempo na aula.

Será disponibilizado um tempo para uma leitura individual, em seguida, em conjunto, realizada por um aluno ou pelo professor.

Na sequência os alunos deverão resolver o problema em busca de uma solução para tal. Esta solução deve ser possível de ser realizada, pois o aluno irá utilizar conhecimentos prévios que ele possui.

Durante este momento o professor deverá circular pela sala de aula a fim de orientar os grupos quanto aos possíveis questionamentos. Ele deverá realizar um trabalho de mediação, ou seja,

o professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho (ONUICHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84).

Assim, o papel do professor durante o momento de resolução dos alunos é muito importante, pois ele irá guiar, mediar, verificar e questioná-los sobre suas ações, visando ajudá-los a pensar em como chegar na resposta do problema.

Em caso do surgimento de dúvidas a respeito de algum conteúdo que os alunos já viram ou um determinado conceito básico, o professor deve agir de forma a não apresentar a resposta de imediato, mas sim, questioná-los com situações parecidas ou ainda, mostrar alguns exemplos relacionados. Seu suporte irá ajudar os alunos que estão com alguma dificuldade para entender, interpretar ou resolver o problema que foi proposto.

Com o término do momento destinado para que os alunos resolvam o problema, o professor poderá convidar um aluno de cada grupo para que vá até à lousa a fim de registrar a solução encontrada por seu grupo. Caso nenhum aluno do grupo queira ir, o professor pode fazer pelo grupo, mas sempre envolvendo os alunos daquele grupo, questionando sobre o raciocínio construído. Por exemplo: “Qual foi a ideia que você utilizou aqui...?”

É desejável que na escolha das soluções a serem apresentadas na lousa o professor observe o empreendido pelos alunos, sempre pensando naquela solução

que tem potencial para o encaminhamento da aula, ou seja, para a sistematização do conteúdo desejado. Evidentemente, poderão surgir soluções distintas que fujam aos objetivos da aula, mas que sejam importantes de serem discutidas, quer seja por um erro cometido ou por uma solução genial. Por isso que é de extrema relevância que o professor esteja preparado quanto às possíveis soluções para o problema, sejam as corretas ou aquelas que incutem erros.

Com as diferentes respostas encontradas pelos grupos, parte-se para o momento de plenária, em que todos os grupos e alunos, juntamente com o professor discutem as resoluções encontradas, verificando se as soluções expostas condizem que o problema proposto, porém, sem julgar os colegas e as resoluções que possam estar erradas. Esse momento é delicado, pois a exposição dos alunos fica evidente, e para que a adoção de estratégias em que o aluno é o centro da aprendizagem, é necessário que se tenha cautela sobre o que se diz, como se pergunta, para evitar constrangimentos. Uma pergunta mal colocada pode marcar o aluno e interferir não somente no relacionamento, mas, em todo o andamento da aula.

Feito a plenária, os alunos e professor analisam e chegam a um consenso entre as resoluções, mediados pelo professor. Todos devem participar, o professor deve incentivar os alunos para isso. Como na mediação o professor precisa escolher uma solução que viabiliza a sistematização do conteúdo desejado vem a relevância do preparo do professor para que ele seja capaz de saber qual procedimento ou estratégia usada pelo aluno poderá conduzir ao desejado está relacionada ao conhecimento intrínseco da matemática ali envolvida, ou seja, dos fundamentos do conhecimento matemático. Esta pode não ser uma tarefa fácil. Serão mobilizados diversos conhecimentos de matemática, por vezes, algum que o professor possa não ter pensado sobre ele. Mas, ele não deve se intimidar por isso, faz parte do processo.

Finalmente, apresenta-se a sistematização das ideias envolvidas nas resoluções para a formalização do conteúdo. Em todos os problemas propostos as etapas sugeridas acima devem ser realizadas, pois assim possibilita que a perspectiva da Resolução de Problemas seja trabalhada de forma eficaz.

Apresenta-se a seguir um texto que vem ilustrar uma forma de conduzir o passo da formalização/sistematização.

Para verificar a quantidade de água gasta em um banho de 3 minutos, pode-se montar a seguinte tabela:

Duração banho (minutos)	Quantidade de água (litros)
15	105
3	21

Na tabela apresentada, observa-se que, ao dividir 15 por 3, e, 105 por 21 obtemos as razões $\frac{15}{3}$ e $\frac{105}{21}$, cujo resultado da operação é o mesmo número, neste caso, o 5:

$$\frac{15}{3} = 5 \quad \text{e} \quad \frac{105}{21} = 5$$

Assim, pode-se escrever a igualdade das duas razões, em que a igualdade abaixo é chamada de proporção.

$$\frac{15}{3} = \frac{105}{21}$$

Na obra Os Elementos de Euclides, com tradução para o Português de Irineu Bicudo, a definição de proporção é dada da seguinte maneira: “*Caso quatro números estejam em proporção, o número produzido do primeiro e quarto será igual ao número produzido do segundo e terceiro; e caso o número produzido do primeiro e quarto seja igual ao do segundo e terceiro, os quatro números estarão em proporção*” (EUCLIDES, 2009, p. 283).

A relação de proporcionalidade é representada por $a : b :: c : d$. Com isso, a proporção apresentada acima seria escrita como $15 : 3 :: 105 : 21$, daí é que vem os termos meios e extremos. Os termos 15 e 21 são chamados de extremos da proporção e os termos 3 e 105 são chamados de meios da proporção.

Com isso, pode-se enunciar um resultado de grande importância nesta aula, denominado a propriedade fundamental da proporção, que traz:

“Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios,

ou seja, dados a, b, c e d não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $a \cdot d = b \cdot c$ " (SILVEIRA, 2015, p. 186).

Vamos observar esta propriedade usando os dados do problema, que intuitivamente já foram utilizados nos raciocínios para a construção das soluções. Observada a propriedade, a seguinte proporção $\frac{15}{3} = \frac{105}{21}$ permite-nos concluir que:

$$15 \cdot 21 = 3 \cdot 105$$

Retornando à pergunta (b) do problema,

“Se você tomar um banho com duração de 3 minutos, quantos litros de água você utilizará?”

Como resposta tem 21 litros como a quantidade procurada para que as razões sejam iguais. A partir da solução apresentada, em que 21 é o número que torna a igualdade verdadeira $15 \cdot 21 = 3 \cdot 105$, e da observação das propriedades dos números, ao dividir ambos os lados da igualdade por 15 para obtém:

$$21 = \frac{3 \cdot 105}{15}$$

Assim, observa-se da igualdade acima que o valor encontrado 21 corresponde ao quociente entre o produto dos meios 3.105, e um dos extremos, o 15. Com isso, se estabelece que, ao relacionar grandezas cujas medidas satisfazem a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Conclui assim que:

$$a = \frac{b \cdot c}{d} \text{ ou } b = \frac{a \cdot d}{c} \text{ ou } c = \frac{a \cdot d}{b} \text{ ou } d = \frac{b \cdot c}{a} \quad (I)$$

Portanto, ao escrever $\frac{15}{3} = \frac{105}{21}$, comparando valores que expressam a duração do banho com a quantidade de água e com o resultado que se concluiu acima em (I), pode-se determinar qualquer um dos valores da tabela apresentada a seguir se conhecer três entre os quatro valores envolvidos.

Duração banho (minutos)	Quantidade de água (litros)
-------------------------------	-----------------------------------

15	105
3	21

No problema estudado, as grandezas tempo (duração do banho) e volume (quantidade de água) são denominadas diretamente proporcionais.

Segundo Silveira (2015, p. 200), “Duas grandezas são diretamente proporcionais quando variam sempre na mesma razão. Ou seja, a razão entre os valores da primeira grandeza e os valores correspondentes da segunda é a mesma”. Esta denominação está associada ao fato de que se aumentar o tempo, também aumentará o volume de água gasto, e vice-versa, se diminuir o tempo diminuirá o volume.

Problemas que envolvem duas grandezas proporcionais, podem ser resolvidos de modo prático se empregar o procedimento chamado regra de três, usando a álgebra para representar o valor desconhecido, por exemplo, o x . (SILVEIRA, 2015).

O procedimento da regra de três, segue a resolução descrita pela propriedade fundamental da proporção, apresentada em (I), porém o valor desconhecido representa-se por uma letra qualquer.

Ainda em relação ao problema, para o item (c) foi preciso determinar a duração em minutos de um banho (tempo) para que sejam gastos 56 litros de água (volume), assim, para determinar o valor desejado, por se tratar de grandezas diretamente proporcionais, pode ser resolvido usando a regra de três, logo:

Duração banho (minutos)	Quantidade de água (litros)
15	105
x	56

Usando o raciocínio obtém:

$$\frac{15}{x} = \frac{105}{21}$$

Que nos permite concluir que

$$x = \frac{15 \cdot 56}{105}$$

Logo, $x = 8$, ou seja, o banho terá duração de 8 minutos.

Esta pergunta do item (c) do problema pode ser explorada para reforçar que se pode determinar qualquer um dos valores no contexto de um problema que relaciona duas grandezas (tempo e volume) a partir de seus valores.

PROBLEMA 2: O óleo de cozinha é um líquido que, se descartado de maneira incorreta, pode trazer grandes prejuízos ao meio ambiente. Se for despejado na pia ou no lixo comum, ele poderá contaminar a água, o solo e a atmosfera. Um litro de óleo descartado de forma irregular contaminar cerca de 25000 litros de água. No Estado do Paraná, tem-se que, em média cada família consome 4 litros de óleo de cozinha por mês. Com base nos dados responda:

- (a) Quantos litros de óleo uma família paranaense consome por ano?
- (b) No Brasil, estudos estimam que cerca de 10% do óleo de cozinha usado é reciclado. Seguindo essa média, qual é a quantidade de óleo reciclado em relação ao total de óleo consumido anualmente por sua família?

Segue-se algumas possíveis soluções para o problema 2.

Solução 1

(a) Como no enunciado fala que cada família consome em média 4 litros de óleo por mês, para saber a quantidade que uma família gasta de óleo por ano, basta multiplicar a quantidade consumida de óleo por 12, pois um ano contém 12 meses. Assim, $4 \times 12 = 48$. Logo, uma família paranaense consome cerca de 48 litros de óleo por ano.

(b) Considerando que em uma família é consumido em média 48 litros de óleo por ano, como dessa quantidade 10% são reciclados, tem que em uma família a quantidade de óleo reciclado é dado por: $48 \times 10\% = 48 \times 0,1 = 4,8$. Logo, do

óleo consumido por uma família ao ano, 4,8 litros são reciclados.

Solução 2

(a) Como cada família consome em média 4 litros de óleo por mês, basta multiplicar essa quantidade por 12 meses para encontrar a quantidade de óleo consumida no ano, assim, $4 \times 12 = 48$. Portanto, uma família paranaense consome 48 litros de óleo por ano.

(b) Conforme encontrado acima, uma família consome 48 litros de óleo por ano. Dado que da quantidade de óleo consumida, 10% são reciclados. Para saber a quantidade de óleo reciclado, basta multiplicar 48, que é a quantidade de óleo, por $10\% = \frac{10}{100}$. Assim,

$$48 \times \frac{10}{100} = \frac{480}{100} = 4,8$$

Logo, a quantidade de óleo usado reciclado por família é de 4,8 litros por ano.

Encaminhamento:

Neste problema, estão envolvidas duas proporções. A primeira consiste em, após indicar a quantidade de óleo consumida no mês por uma família, é solicitada a quantidade gasta no ano, e a segunda, quando se pretende encontrar a quantidade equivalente a porcentagem de óleo reciclado. No item (a), a quantidade consumida no mês (litros) é diretamente proporcional à quantidade consumida ao ano (tempo), já no item seguinte, a porcentagem é uma parte do total, ou seja, a parte é diretamente proporcional ao todo. Por se tratar de situações envolvendo a proporcionalidade, os dois itens podem ser resolvidos usando a propriedade fundamental da proporção.

Formalizando o conteúdo de acordo com as resoluções, para o item (a), pode-se montar uma tabela de acordo com a quantidade de óleo consumida (litros) no mês e a quantidade de tempo (meses). Assim, segue:

Quantidade de óleo	Quantidade de tempo
--------------------	---------------------

consumido (litros)	(meses)
4	1
x	12

Montando a proporção, tem-se

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{12}$$

Aplicando a propriedade, obtém

$$4 \cdot 12 = 1 \cdot x$$

Logo, $x = 48$.

Portanto, uma família paranaense consumirá 48 litros de óleo por ano.

Para a o item (b), a problema solicita que seja calculada a porcentagem referente a quantidade de óleo que é reciclada.

Para Silveira (2015, p. 213), a porcentagem é: “representar partes de um total de 100 partes”. Logo, essa situação trata-se de duas grandezas diretamente proporcionais, à parte, e o todo, assim, para calcular porcentagem pode-se usar a propriedade fundamental da proporção.

Segundo o problema, no Brasil, cerca de 10% do óleo de cozinha usado é reciclado. Assim, para saber qual é a quantidade de óleo reciclado, tem que a quantidade total de litros usado ao ano por uma determinada família é 48 litros, logo, esse valor corresponde ao total, ou seja, a 100%. Como se deseja saber uma parte desse total, a parte referente ao óleo reciclado corresponde a 10% do total. Com isso, pode-se montar a seguinte tabela:

Quantidade de óleo usado (litros)	Porcentagem
48	100
x	10

Da tabela, segue a proporção:

$$\frac{48}{x} = \frac{100}{10}$$

Aplicando a propriedade, obtém

$$48 \cdot 10 = x \cdot 100$$

Resolvendo,

$$x = \frac{48 \cdot 10}{100}$$

Conclui-se que, $x = 4,8$.

Portanto, a quantidade de óleo reciclado anualmente por uma família é de 4,8 litros de óleo.

PROBLEMA 3: Para que seja feito um reflorestamento em uma região com o tamanho de um hectare, se cada pessoa plantar 2 árvores serão necessários um total de 1250 pessoas. Sendo assim, se cada pessoa plantar 5 árvores, qual será a quantidade de pessoas necessárias para que esse mesmo reflorestamento seja feito?

A seguir são apresentadas algumas soluções para o problema 3.

Solução 1

Conforme o enunciado, para fazer um reflorestamento em um hectare, cada pessoa plantando 2 árvores precisa de 1250 pessoas. Se aumentar o número de árvores a ser plantada por uma pessoa faz com que o número de pessoas se reduza.

Multiplicando a quantidade de pessoas pelo número de árvores plantadas por cada pessoa, tem-se, $1250 \times 2 = 2500$, que é a quantidade de árvores necessárias para que seja feito o reflorestamento.

Para encontrar quantas pessoas precisa ter se cada uma plantar 5 árvores, basta dividir a quantidade total de árvores, que é 2500, pelo número que cada pessoa irá plantar, assim, $2500 \div 5 = 500$.

Logo, se cada pessoa plantar 5 árvores precisa-se ter 500 pessoas para que

seja feito o reflorestamento.

Solução 2

Se cada pessoa plantar 2 árvores são necessárias 1250 pessoas para o reflorestamento.

Ao multiplicar a quantidade de árvores plantadas por cada pessoa pelo número de pessoas, tem-se que o resultado é 2500, pois $1250 \times 2 = 2500$. Assim, conclui que haja o reflorestamento são necessárias 2500 árvores.

Para encontrar a quantidade de pessoas de acordo com a quantidade de árvores plantadas por cada pessoa, pode-se verificar pelos divisores do número 2500, assim:

Divisores (2500) = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250, 500, 625, 1250, 2500.

Montando uma tabela em que o número de árvores plantadas por cada pessoa multiplicado pelo número de pessoas deve resultar em 2500, tem-se:

Quantidade de árvores plantada por pessoa	Quantidade de pessoas	Total de árvores a serem plantadas
1	2500	2500
2	1250	2500
4	625	2500
5	500	2500
10	250	2500
20	125	2500
25	100	2500
50	50	2500
100	25	2500
125	20	2500
250	10	2500
500	5	2500
625	4	2500
1250	2	2500

2500	1	2500
------	---	------

Logo, o número de pessoas necessário para que haja o reflorestamento deve ser 500 pessoas, pois 500 pessoas sendo que cada uma plantando 5 árvores cada obtém o total de 2500.

Solução 3

Para reflorestar um hectare, cada pessoa plantando 2 árvores precisa-se de 1250 pessoas. Se cada pessoa plantar 10 árvores então a quantidade de árvores plantada por pessoa aumentou 5 vezes, pois $2 \times 5 = 10$. Logo, a quantidade de pessoas terá que reduzir 5 vezes, pois conforme aumenta a quantidade de árvores plantada por pessoa se reduz o número de pessoas para que haja o reflorestamento. Assim, reduzindo 5 vezes a quantidade de pessoa, tem-se, $1250 \div 5 = 250$ pessoas.

Para saber a quantidade de pessoas necessárias para o reflorestamento, sendo que cada pessoa planta 5 árvores, basta trabalhar com os valores encontrados anteriormente. Se cada pessoa plantar 10 árvore precisa-se de 250 pessoas, dividindo a quantidade de árvores plantadas por pessoas por 2 e multiplicando a quantidade de pessoas pelo mesmo valor obtém que, a quantidade de árvores por pessoa $10 \div 2 = 5$ e quantidade de pessoas $250 \times 2 = 500$.

Logo, seriam necessárias 500 pessoas plantando cada uma delas 5 árvores para que esse mesmo reflorestamento fosse feito.

Solução 4 - (não correta)

Caso os alunos já tenham aprendido o conteúdo de grandezas diretamente proporcionais, pode surgir uma resolução conforme a apresentada abaixo.

O enunciado diz que, para reflorestar um hectare, cada pessoa plantando 2 árvores precisa-se de 1250 pessoas. Como quer saber quantas pessoas serão necessárias se cada uma plantar 5 árvores, pode-se calcular montando a proporção:

$$\frac{2}{5} = \frac{1250}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental da proporção, tem-se

$$2 \cdot x = 5.1250$$

Logo, obtém

$$x = \frac{5.1250}{2}$$

Resolvendo, conclui-se que, $x = 3125$.

Portanto, se cada pessoa plantar 5 árvores serão necessárias 3125 pessoas para o reflorestamento.

Observação:

No caso de houver uma resolução como essa, cabe ao professor fazer alguns questionamentos para os alunos perceberem as consequências do cálculo realizado. Como por exemplo:

- O número encontrado corresponde a quantidade de pessoas necessárias?
- Será que se aumentar a quantidade de árvores plantada por cada pessoa o número necessário de pessoas também tem que aumentar?
- Se cada pessoa plantar mais árvores, o que acontecerá com o número total de pessoas?

Questionamentos que fazem com que os alunos reflitam em relação às respostas encontradas são importantes, é uma forma de fazer com que eles pensem se os valores encontrados condizem com o resultado esperado.

Encaminhamento:

A situação apresentada neste problema traz duas grandezas: quantidades de árvores a serem plantadas por uma pessoa e número de pessoas necessárias para que seja feito o reflorestamento.

Silveira (2015, p. 201) define: “Duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma varia sempre na razão inversa da outra. Ou seja, a razão entre os valores da primeira grandeza e o inverso dos valores correspondentes da segunda é a mesma”. Assim, o problema proposto refere-se a grandezas inversamente proporcionais, pois se aumentar a quantidade de árvores que cada pessoa irá plantar, o número de pessoas necessárias para o reflorestamento

diminuirá, e ao contrário, quanto menor for a quantidade de árvores plantadas por cada pessoa, maior será o número de pessoas para que haja o reflorestamento.

Segundo o problema, para fazer um reflorestamento em um hectare, se cada pessoa plantar 2 árvores é necessário ter 1250 pessoas. Assim, para determinar o número de pessoas necessárias para o reflorestamento se cada uma plantar 5 árvores, pode-se montar a seguinte tabela:

Quantidade de árvores plantada por pessoa	Quantidade de pessoas
2	1250
5	x

Nesta situação, para se calcular o número de pessoas, tem-se a seguinte proporção:

$$\frac{2}{5} = \frac{1250}{x}$$

Ao se tratar de grandezas inversamente proporcionais pode-se estabelecer as grandezas como uma proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Porém, para resolver esta situação precisa-se inverter a segunda razão, pois conforme citado anteriormente, a razão entre os valores da primeira grandeza corresponde ao inverso dos valores da segunda, assim a proporção segue:

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

Da propriedade fundamental da proporção, concluir-se que:

$$a = \frac{b \cdot d}{c} \text{ ou } b = \frac{a \cdot c}{d} \text{ ou } c = \frac{b \cdot d}{a} \text{ ou } d = \frac{a \cdot c}{b} \quad (\text{II})$$

Voltando ao problema, invertendo a segunda razão, tem-se

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{1250}$$

Aplicando a propriedade, obtém

$$2 \cdot 1250 = 5 \cdot x$$

Logo,

$$x = \frac{2.1250}{5}$$

Resolvendo, conclui-se que, $x = 500$

Portanto, se cada pessoa plantar 5 árvores precisa-se de 500 pessoas para fazer o reflorestamento.

5 ENSAIO DE UMA APLICAÇÃO DA PROPOSTA

O presente trabalho foi elaborado com intuito de auxiliar professores em suas práticas docentes, ao abordarem o conteúdo de proporcionalidade, mostrando uma possibilidade que permitem analisar, refletir e utilizar uma estratégia diferente para se ensinar o conteúdo de proporção.

A proposta foi construída para iniciar o conteúdo de proporcionalidade, geralmente, este conteúdo se aplica no Ensino Fundamental II, no 7º ano, porém pode ser utilizado para qualquer turma do Fundamental, desde que ainda não tenha visto ou trabalhado o conteúdo de proporção.

Buscou-se seguir exatamente os passos descritos na proposta, a fim de analisar os comportamentos, as ações e atitudes que os alunos teriam ao trabalhar com a Resolução de Problemas.

A aplicação da proposta foi feita em três aulas, com duração de 50 minutos cada. Na primeira aula foi realizado a apresentação do contrato didático juntamente com o problema 1. Já na segunda aula foram trabalhados os problemas 2 e 3. Na terceira aula, foram trabalhados outros problemas (Anexo 1), como exercícios de fixação.

A primeira aula, iniciou com a construção do contrato didático, a partir do modelo descrito na proposta e discutindo com os alunos ao seu respeito. Alguns alunos manifestaram-se comentando sobre a importância de determinar as regras, pois perceberam que para o bom andamento da aula eles teriam que participar, interagir, respeitar as opiniões e buscar soluções para os problemas.

Após a discussão do contrato didático, deu início a resolução do primeiro problema, que foi entregue de forma impressa, individualmente, para os alunos realizar a leitura.

Passados alguns minutos, foi feita uma outra leitura, essa em conjunto, em que todos acompanharam, para que fosse possível perceber e identificar as principais informações da situação. Sabendo que a formação de duplas ou grupos é muito rica em interação, pois possibilita aos alunos conversarem e debaterem entre si, discutindo suas ideias e seus conhecimentos a respeito do assunto. Infelizmente isso não foi possível, pois em novembro de 2021, estávamos ainda em meio a pandemia, logo, algumas restrições permaneciam, como o distanciamento social.

Deixou-se alguns minutos para que os alunos, com os conhecimentos que possuíam, buscassem soluções para resolver o problema. Enquanto isso, o professor teve o papel de ser um observador, incentivador, questionador, mentor e mediador durante esse momento, pois ao movimentar-se pela sala verificava as soluções realizadas pelos alunos.

O problema 1, relata um questionamento sobre a quantidade de água (litros) gasta em relação a duração de um banho durante alguns minutos (tempo), conforme apresentado abaixo:

Problema 1: Uma das grandes preocupações com o meio ambiente é em relação ao desperdício de água, já que, a água é um recurso essencial para nossa sobrevivência. Dados da SANEPAR, agência que organiza a distribuição de água no Paraná, mostram que um banho de 15 minutos exige 105 litros de água. a partir desta informação, responda:

- (a) Quantos litros de água são gastos por minuto, para um banho?
- (b) Se você tomar um banho com duração de 3 minutos, quantos litros de água você utilizará?
- (c) E qual seria o tempo de um banho, em que o gasto de água seja de 56 litros?

Nesse problema, percebeu-se que para a resolução dos itens (a) e (b) os alunos não tiveram dificuldades, pois a grande maioria percebeu a divisão a ser feita no item (a) para encontrar a quantidade de água gasta por minuto. No item (b) também se resolveu facilmente, os alunos tiveram a noção de que bastava multiplicar a quantidade gasta por minuto para encontrar a quantidade de água usada para um banho de 3 minutos.

Uma dificuldade encontrada por alguns alunos foi na resolução do item (c), pois não sabiam qual operação utilizar para encontrar qual seria o tempo necessário para que fossem gastos 56 litros de água. Uma situação interessante, foi que dos alunos que conseguiram resolver, a maioria não teve a ideia de usar a operação inversa, ou seja, usar a divisão, dividindo o 56 por 7, mas, como já tinham encontrados a resposta do item (a) usaram a ideia de qual número que multiplicado

por 7 resultaria no 56, chegando assim ao valor 8.

Após as resoluções, as respostas dos alunos foram colocadas no quadro pelo professor, a fim de verificar as diferentes soluções obtidas, em seguida, entrou-se em um consenso para identificar qual solução melhor se encaixa com o problema proposto.

Na sequência, foi feita a formalização do conteúdo junto aos alunos, concretizando que as operações realizadas por eles nas resoluções são as mesmas que contém na propriedade fundamental da proporção, assim, formalizou o que é uma proporção, mostrando que o problema proposto se trata de uma proporção, envolvendo as grandezas são diretamente proporcionais.

Concluiu-se a formalização/sistematização, mostrando que problemas que envolvam duas grandezas diretamente proporcionais, pode-se resolver utilizando a regra de três, que é um dos métodos usados para encontrar um valor desconhecido em uma proporção.

Notou-se que alguns alunos comentaram que ao utilizar a regra de três nas resoluções, ajuda a identificar o valor que se deseja encontrar e saber qual a sequência de operações que deve ser feita com os valores já dados pelo problema.

Na segunda aula, foram trabalhados os outros dois problemas, seguindo os mesmos passos do problema anterior.

Iniciou-se com o problema 2, trazendo uma situação sobre o descarte irregular do óleo de cozinha, seu consumo e a quantidade de óleo reciclada no país.

Problema 2: O óleo de cozinha é um líquido que, se descartado de maneira incorreta, pode trazer grandes prejuízos ao meio ambiente. Se for despejado na pia ou no lixo comum, ele poderá contaminar a água, o solo e a atmosfera. Com um litro de óleo descartado de forma irregular pode ocasionar a contaminação de 25000 litros de água. No estado do Paraná, tem-se que em média cada família consome 4 litros de óleo de cozinha por mês. Com base nos dados responda:

- (a) Quantos litros de óleo uma família paranaense consome por ano?
- (b) No Brasil, estudos estimam que cerca de 10% do óleo de cozinha usado é reciclado. Seguindo essa média, qual é a quantidade de óleo reciclado em

relação ao total de óleo consumido anualmente por sua família?
--

Após as leituras realizadas do enunciado, foi dado o tempo para que os alunos resolvessem a situação, enquanto isso, o professor foi analisando as resoluções dos alunos.

Nesse problema constatou que na resolução do item (a), os alunos conseguiram resolver sem dificuldade, pois perceberam rapidamente que basta pegar a quantidade consumida em um mês e multiplicar por 12, que corresponde a quantidade de meses que tem em um ano.

Na resolução do item (b), observou-se duas situações, que chamou muita atenção.

A primeira é que alguns alunos não lembravam como se realizava o cálculo da porcentagem, coube ao professor nessa situação, questionar os alunos levando-os a pensar sobre suas dúvidas e buscar algum conhecimento prévio que pudesse auxiliá-los na resolução, foram feitas perguntas como: o que é a porcentagem? Para que se utiliza? Como representar 10% de uma quantidade? Para que, com essas e outras perguntas, possibilitassem os alunos a refletir e lembrar de como trabalhar com a porcentagem.

A segunda observação, foi em relação aos alunos que conseguiram resolver o problema, em que se verificou duas formas diferentes de calcular a porcentagem. Alguns perceberam que 10% é um décimo do total, então apenas dividiu a quantidade de óleo consumida anualmente por 10 para chegar na resposta, já outros pegaram os 48 litros de óleo, que é a quantidade consumida anualmente pela família, dividiu por 100, para verificar quanto representava uma parte, para que em seguida, multiplicasse o valor encontrado por 10, chegando assim no 4,8, ou seja, no 10% do total.

Na parte da formalização/sistematização desse problema, buscou mostrar que a porcentagem é uma proporção, pois aumentando o total, a quantidade referente a uma parte desse todo também aumentará, o mesmo ocorre se diminuir o total, a parte também diminuirá. Assim, constatou que a porcentagem é uma grandeza diretamente proporcional, logo, pode ser resolvida usando o método da regra de três.

Em seguida, foi proposto o problema 3, uma situação abordando a quantidade de árvores que deve ser plantada por cada pessoa, para que haja um reflorestamento. Uma situação que também envolve a proporção, porém, nesse problema trabalha com as grandezas inversamente proporcionais.

Problema 3: Para que seja feito um reflorestamento em uma região com o tamanho de um hectare, se cada pessoa plantar 2 árvores serão necessários um total de 1250 pessoas. Sendo assim, se cada pessoa plantar 5 árvores, qual será a quantidade de pessoas necessárias para que esse mesmo reflorestamento seja feito?

Seguiu os mesmos passos relatados nos outros problemas: leitura individual, leitura em grupo, momento para resolver o problema, professor mediando as ações, registro das soluções, consenso e formalização.

Um incidente observado, foi no momento de resolver esse problema, percebeu-se que vários alunos não conseguiram identificar que era uma situação envolvendo a proporção inversamente, assim, muitos alunos estavam resolvendo de maneira incorreta.

Perante o incidente, coube ao professor indagá-los de forma a perceberem que a situação se tratava de grandezas inversamente proporcionais, assim, foram feitos os seguintes questionamentos: quanto maior for o número de árvores plantadas por cada pessoa, o que acontecerá com a quantidade de pessoas? E se diminuir a quantidade de árvores plantada por cada pessoa? Questionamentos como esses e outros, fizeram os alunos perceber que deveriam realizar as operações inversas, ajudando-os a encontrar a resposta correta.

Por fim, mostrou-se que para resolver uma situação envolvendo as grandezas inversamente proporcionais, usando o método da regra de três, deve-se inverter uma das razões, para que na sequência, possa ser aplicada a propriedade da proporção.

Na terceira aula, finalizou-se com a proposição de outros problemas envolvendo diversas situações de proporção, para que os alunos exercitassem o conteúdo. Utilizou-se os problemas inseridos no final deste trabalho (Anexo 1).

Um relato interessante da aplicação, foi que em cada problema, após a leitura em conjunto foi dada uma abertura aos alunos para refletirem a respeito dos dados trazidos por cada situação, possibilitando assim, que eles analisassem seus comportamentos, suas ações e de suas famílias referente aos temas abordados em cada questão. Esta etapa é importante ao tratar de problemas que envolvem temas transversais, pois não se deve ficar meramente restrito aos cálculos matemáticos ali envolvidos, é necessário que seja realizada uma reflexão sobre a solução obtida a fim de conscientizar os alunos sobre tal assunto.

Finalmente, com a aplicação pode-se perceber que os alunos tiveram uma grande interação durante as aulas, refletindo e discutindo a respeito dos dados trazidos por cada problema, como também, buscaram participar e resolver todas as situações propostas. Pode ser que isso se deve ao fato de o trabalho desenvolvido trazer assuntos relevantes à formação cidadã de cada um.

Notou-se que trabalhar com a Resolução de Problemas segundo as autoras abordadas, foi uma experiência significativa, tanto para o professor, que teve que sair da sua zona de conforto, pois teve que pensar e elaborar situações que envolvessem os alunos, mediar as ações e resoluções dos problemas durante a aula, quanto para os alunos, que precisaram ter uma postura ativa, em que tiveram que pensar, analisar, refletir e resolver as situações propostas, para que a partir delas fossem possível aprender e construir seus conhecimentos a respeito da proporcionalidade.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há nove anos atuo como professor de matemática, e desde então, me dedico ao ensino com os mais variados conteúdos matemáticos, assumindo uma postura inclusiva, com um discurso que todos podem aprender matemática.

Meu ingresso no mestrado fez-me refletir sobre diversos assuntos relacionados ao ensino de Matemática. Um deles trata-se sobre a forma como ensino a matemática para os meus alunos, com isso surgiu o seguinte questionamento: como ensinar de uma maneira diferente e mais dinâmica um determinado conteúdo matemático, em específico, a proporcionalidade, utilizando uma estratégia que instigue os alunos a aprender e construir seus conhecimentos a respeito da proporção?

A elaboração da proposta apresentada neste texto surge de um trabalho que buscou investigar diferentes metodologias possíveis, com foco naquelas que são apontadas na literatura que possuem características de fazer os alunos pensar, analisar, refletir, ser protagonista, trabalhar em equipe e construir seus conhecimentos.

Realizado os estudos, buscou-se desenvolver uma proposta utilizando as Metodologias Ativas, e especificamente para o ensino de Matemática, a Resolução de Problemas, direcionada ao ensino do conteúdo de razão e proporção.

Para que a proposta pudesse ser desenvolvida, alguns caminhos foram traçados. Realizar estudos a fim de compreender mais particularidades e características das Metodologias Ativas; aproximar-se e compreender sobre a Resolução de Problemas, através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, segundo as autoras Lourdes Onuchic e Norma Allevato; compreender a perspectiva apresentada nos documentos oficiais da educação sobre os Temas Contemporâneos Transversais; e conhecer mais a fundo os fundamentos do conteúdo de proporcionalidade.

Os estudos realizados trouxeram uma percepção que, ao utilizar as Metodologias Ativas, em específico a Resolução de Problemas, favorece o aprendizado ativo dos alunos, no sentido de envolvê-los com responsabilidade movimentando a criatividade, a sua interação e conseqüentemente tornando-o também um responsável pelo seu aprendizado.

A princípio não fazia parte deste trabalho aplicar os problemas em uma aula de Matemática. Mas, com a aplicação, pode-se observar algumas das inferências apontadas pelos autores consultados ao longo dos estudos desenvolvidos. Como por exemplo, utilizar a Resolução de Problemas, juntamente com os Temas Contemporâneos Transversais, despertou nos alunos o interesse em participar da aula, pois perceberam que os problemas propostos eram assuntos que estão inseridos em diversas situações de suas realidades, assim, ao resolvê-los poderiam analisar e refletir as situações, além de aprender o conteúdo matemático inserido no problema.

Constatou-se também que, trazer problemas que envolvem os Temas Contemporâneos Transversais proporcionou aos alunos refletirem sobre suas ações relacionadas à preservação do meio ambiente, nos assuntos da educação ambiental e na educação para o consumo, percebendo o conteúdo de proporção ao seu redor, em situações presentes em suas casas, famílias ou nas proximidades.

Com a elaboração do presente trabalho, observou-se que a proposta permite que os objetivos vão além da matemática, pois ao discutir os Temas Contemporâneos Transversais, abre um leque de possibilidades para trabalhar vários conteúdos, em que ambos possam ser trabalhados simultaneamente em uma ou várias disciplinas.

Por fim, toda esta construção contribuiu para trazer orientações sobre minha prática em sala de aula, pois fez perceber que utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas traz muitas contribuições especialmente para que os alunos sejam ativos na construção de seus conhecimentos matemáticos por meio de problemas e/ou situações rotineiras ou não rotineiras, aprendendo de forma mais ativa, participando e interagindo durante as aulas, aprendendo os conteúdos matemáticos, e sobretudo, percebendo a importância de aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos. **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula / organizadoras Léa das Graças Camargos Anastasiou e Leonir Pessate Alves - 10. ed.- Joinville, SC: Editora Univille, 2015.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.); BORBA, Marcelo de C. (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC, 2017. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC**: Proposta de Práticas de Implementação. MEC, 2019. Brasília, DF, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2022.

DA SILVA, João Batista Rodrigues; COSTA JÚNIOR, José Roberto. **Contribuições da história da matemática para o estudo de conceitos matemáticos**: o caso da proporcionalidade. In Anais do 12º Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

BICUDO, Irineu. **Prefácio e introdução**. EUCLIDES. Os Elementos. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

MELO, Marcela Camila Picin. **A Resolução de Problemas**: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos “Potenciação e radiciação” com alunos do Ensino Fundamental / Marcela Camila Picin de Melo - Londrina, 2020.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 2-25.

MORAN, José. **Metodologias ativas de bolso**: como os alunos podem aprender de forma ativa, simplificada e profunda. São Paulo: Editora Brasil, 2019.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Hopner; JUSTILIN, Andressa Maria. **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática/ Lourdes de la Rosa Onuchic; Norma Suely Gomes Allevato; Fabiane Cristina Hopner Noguti; Andressa Maria Justulin (Orgs). Jundiaí, Paco Editorial: 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas**: caminhos, avanços e novas perspectivas. BOLEMA.

Boletim de Educação Matemática. UNESP. Rio Claro, v.25, p.73-98, 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>>. Acesso em: 22 jan. 2022.

PESSOA, Cristiane. **Contrato Didático**: sua influência na interação social e na resolução de problemas. In Anais VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática** / Ênio Silveira. — 3. ed. — São Paulo: Moderna, 2015.

THADEI, Jordana. Mediação e educação na atualidade: um diálogo com formadores de professores. In: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018, p. 91-105.

ANEXOS

ANEXO 1 - Outros Problemas envolvendo Proporção

01- Sabemos que a quantidade de lixo produzido pelas pessoas, e o descarte incorreto destes, podem trazer um grande impacto para o meio ambiente. Em Londrina, segundo a CMTU² (Companhia Municipal de Trânsito e Urbanização), o município produz, em média, cerca de 411 toneladas de lixo diariamente, (equivalente a 411.000 kg/dia). Sabendo que a população de Londrina é de aproximadamente, 580.870 habitantes, qual é a quantidade de lixo produzida por dia na sua família? Quantos quilogramas de lixo você produz por mês? E em toda a sua vida?

02- Segundo a ABRELPE³ (Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais), por ano, são gerados quase 80 milhões de toneladas de lixo no Brasil, mas apenas 4% são reciclados. Com base nessa informação, supondo que em sua cidade a quantidade de lixo reciclada sejam os mesmos 4% do Brasil, qual é a quantidade, em quilograma, de lixo reciclado por dia na sua cidade? E qual seria a quantidade reciclada, em média, referente ao lixo que você produz no mês? (OBS: Para esse problema usar as informações do problema 1.)

03- O desmatamento é um grave problema ambiental da atualidade. Além de devastar as florestas e os recursos naturais, ele compromete o equilíbrio do planeta em seus diversos elementos, incluindo os ecossistemas, afetando gravemente também a economia e a sociedade. Se considerarmos um exemplar padrão, como o eucalipto, podemos produzir 20 resmas de papel, que totalizam 10 mil folhas para cada árvore. Considerando que um caderno de 10 matérias tem em média 160 folhas, qual é a quantidade de árvores desmatadas para que seja necessário fazer dois cadernos para cada aluno da sua turma? E a quantidade de árvores para fazer dois cadernos para a escola que você estuda? (o aluno precisará levantar dados sobre a quantidade de alunos que estudam na escola).

² Fonte dos dados: <https://cmtu.londrina.pr.gov.br/index.php/ult-noticias/1888-marco-na-gestao-de-residuos-em-londrina-ctr-completa-10-anos.html>

³ Fonte dos dados: <https://www.cnnbrasil.com.br/nacional/2020/08/04/brasil-deixa-de-ganhar-r-14-bilhoes-com-reciclagem-de-lixo>

04- Ao tomar banho mais curtos, além de reduzir o gasto de água, você também reduz o gasto com luz elétrica (que é medido em Kw/h). A família de Pedro é composta por 4 pessoas, eles gastam por mês, com o chuveiro elétrico, 165 Kw/h, em que cada um tomava um banho de 15 minutos. Nas férias Pedro vai receber a visita de 2 primos, sendo que eles ficarão um mês em sua casa. A mãe de Pedro comentou que para que não se alterasse a quantidade gasta de Kw/h, assim a soma dos banhos de todos que estiverem na casa deveriam ser os mesmos 165 Kw/h. Sendo assim, qual será o tempo de banho das 6 pessoas que estão na casa de Pedro para que seja gasto a mesma quantidade de Kw/h neste mês?