



UFRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO

RAFAEL BARBOZA DE JESUS SILVA

**O USO DO LABORATÓRIO LÚDICO ITINERANTE NO ENSINO
DA MATEMÁTICA NOS ENSINOS FUNDAMENTAL E MÉDIO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL –PROFMAT**

RIO DE JANEIRO-RJ

2022

RAFAEL BARBOZA DE JESUS SILVA

**O USO DO LABORATÓRIO LÚDICO ITINERANTE NO ENSINO DA
MATEMÁTICA NOS ENSINOS FUNDAMENTAL E MÉDIO**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu* de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica, pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do grau acadêmico de Mestre.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Marisa Leal

RIO DE JANEIRO-RJ

2022

Dedico este trabalho a minha filha
Juliana, pois ela é a razão do meu viver;
minha avó Eva, que sempre se
preocupou e me incentivou; e ao meu pai
por toda inspiração.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família pela ajuda, especialmente a Lucia Portella pela compreensão quando tive que ficar ausente para poder estudar e escrever; à minha mãe Jacira, que me ajudou o tempo todo, aos companheiros de profissão Felipe Fontes e Thamyres Ventapane, pelos conhecimentos e parceria; e à professora Marisa, por sempre estar disposta a me ouvir e aconselhar ao longo do tempo em que fiz o mestrado, principalmente nos últimos anos que foram os mais complicados, e eu até pensei em desistir. Sem eles, nada disso seria possível.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo discutir, compartilhar e apontar a viabilidade do uso de laboratório no ensino da matemática. O modelo de laboratório adotado foi o itinerante, pois permite replicar a atividade de formas distintas e em vários lugares. Diante das dificuldades encontradas ao longo da minha experiência em sala de aula, procurei trabalhar sempre que possível o uso do lúdico no ensino de algumas disciplinas. Este estudo foi aplicado em momentos distintos nos últimos três anos, em escolas públicas e particulares do estado do Rio de Janeiro. O conjunto de informações coletadas e aqui apresentadas pode agregar valor a alguns professores a escolherem ou conhecerem outra metodologia de ensino.

Palavras-chave: laboratório, metodologia, pesquisa, lúdico, itinerante.

ABSTRACT

This work aims to discuss, share and point out the feasibility of using the laboratory in mathematics teaching. The laboratory model adopted was the itinerant one, since it allowed its reapplication of distinct forms in several places. Faced with the difficulties encountered during my experience in the classroom, I tried to work whenever possible the use of play in teaching some subjects. This study was applied at different moments in the last three years, in private schools in the state of Rio de Janeiro. The set of information collected in this study may serve to help some teachers to choose or to know another teaching methodology.

Keywords: Laboratory, methodology, research, playful, itinerant.

Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	1
2 A ATIVIDADE LÚDICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM.....	3
3 NOÇÃO DE JOGO APLICADO À EDUCAÇÃO.....	5
4 O QUE É O LABORATÓRIO DE ENSINO DA MATEMÁTICA – LEM.....	9
5 ATIVIDADES DO LABORATÓRIO LÚDICO ITINERANTE DE MATEMÁTICA.....	13
5.1 Show da Matemática.....	13
5.2 Construção e Exploração de Poliedros.....	17
5.3 Estudo de Prismas.....	25
5.4 Estudo do Cilindro, Tronco do Cilindro e Cilindro Oblíquo.....	29
5.5- Estudo de Cones.....	37
5.6 Estudo do Volume das Pirâmides.....	41
6 CONCLUSÃO.....	44
7 APÊNDICE.....	45
8 REFERÊNCIAS.....	47

1 INTRODUÇÃO

Em tempos não longínquos, a pedagogia se mostrou capaz de adaptar-se às mudanças, assumindo diversas formas, inclusive sendo capaz de fixar novos objetivos e de criar estratégias; no entanto, vivemos, na atualidade, de uma fluidez generalizada, que põe os educadores diante de provocações assombrosas. Nosso cotidiano nos impõe o desafio de viver em um mundo já saturado de informações, que mal absorvemos, como, por exemplo, a arte cada vez mais difícil de educar o ser humano num novo *modus operandi* de vida. Neste cenário, o papel dos profissionais da educação de hoje, diante dos novos desafios propostos pela passagem desse estado mais sólido para a iminente fluidez, exige comportamentos e capacitações pedagógicas que incluem formação continuada dos educadores e uma permanente mudança de estratégia nos relacionamentos de sala de aula.

Nesse contexto propício para metodologias alternativas, surge o ludismo como uma fórmula nada mágica e sim mais atraente, e fascinante até, para uma possível construção do conhecimento. Vendo o brinquedo e a possibilidade da brincadeira orientada, é possível então estimular no educando a capacidade e a alegria de construir ele mesmo o próprio aprendizado por experimento, com livre acesso à espontaneidade do aluno; ou seja, essa construção do aprendizado faz com que o docente se sinta com total pertencimento à atividade, tirando-o do *status* de mero expectador da possibilidade do aprendizado. As atividades lúdicas e exploratórias e a proposta de uma educação menos formal vão então agregar valor ao desenvolvimento pessoal, social, cognitivo, afetivo, físico e psicomotor.

E cada vez mais o ludismo, como uma metodologia do nosso cotidiano de sala de aula, vem sendo incentivado como prática na Educação Infantil, pois é nesse período que a criança encontra seu espaço de questionamentos e exploração, descobrindo elementos da realidade de seu entorno, razão pela qual é nosso entendimento que a relação entre o jogo e a matemática se constitui abordagem altamente significativa.

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos, nos quais primeiramente (capítulos 1 e 2) apresentamos a descrição de ludismo no ensino-aprendizagem e jogos aplicados à educação; posteriormente, apresentamos a experientiação com as atividades de

laboratórios. Nosso trabalho descreve a implementação do laboratório lúdico itinerante de matemática em algumas escolas de Ensino Fundamental e Ensino Médio da cidade do Rio de Janeiro. Tivemos alunos de diversas séries, desde o quarto ano do Ensino Fundamental até à terceira série do Ensino Médio da rede pública de ensino e também da rede particular. Ao longo do trabalho foi possível fazer uma avaliação dos alunos de forma direta e indireta.

Objetiva e diretamente, oferecemos um questionário auto avaliativo sobre as aulas com e sem o laboratório, usando somente o quadro branco, no colégio Maxx, nas turmas de segunda série do Ensino Médio; no colégio Elite, trabalhamos com as turmas de terceira série de Ensino Médio. Já na forma indireta, foi feita uma análise em relação ao envolvimento, interesse, participação e aprendizado do conteúdo apresentado. Esses resultados encontrados e o desenvolvimento detalhado das atividades são a proposta deste trabalho que ora apresentamos.

2 A ATIVIDADE LÚDICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM

Como professores já dotados de significativa experiência de sala de aula, principalmente do Ensino Médio da grande metrópole, temos sentido a todo instante a premente necessidade de melhor interagir com o nosso alunato; as fórmulas mais simples, mais comuns, e objeto ainda da formação dos melhores professores, já não são suficientes por si mesmas de manter a atenção, o foco, o interesse do aluno. Este cenário de frequente necessidade das escolas, nos dias atuais, de se tornarem mais interessantes, aconchegantes para o aluno, capazes não só de atraí-los, mas de manter os alunos focados nas atividades didáticas, que nos fez privilegiar as linguagens lúdicas, a fim de que esse aluno se aproprie dos conteúdos de forma prazerosa.

Este trabalho que ora apresentamos é o resultado da investigação das formas de utilização das atividades lúdicas nas escolas, com grupos organizados de alunos do Ensino Médio de escolas da cidade do Rio de Janeiro, centro e seu entorno. Nos orientamos pela ludicidade como proposta de fixação no espaço natural e cultural da escola, acontecendo essas atividades em momentos específicos, com o objetivo de ser uma estratégia didática que objetivasse facilitar e tornar mais atraente o trabalho dos professores, com o cuidado de demonstrar firmeza na manipulação da ferramenta lúdica, a fim de não banalizar o que é um excelente facilitador do seu trabalho. Os professores que se utilizam de atividades lúdicas no trabalho intelectual são unânimes em declarar que as aulas têm efetivamente mais movimento, alegria, leveza, bom humor e espontaneidade no processo ensino-aprendizagem.

O dicionário etimológico Michaelis define a palavra lúdico como um adjetivo masculino, com origem no latim *ludos*, que remete para jogos, brinquedos e divertimento; relativo a qualquer atividade que distrai ou diverte. Para a Pedagogia, é a forma de desenvolver a criatividade, os conhecimentos, através de jogos, música e dança; e o intuito é educar, ensinar, se divertindo e interagindo com os outros. Já a Psicologia define como aquilo que é feito através de jogos, brincadeiras, atividades criativas, e que se refere à manifestação artística ou erótica que aparece na idade infantil e se acentua na adolescência, aparecendo sob a forma de jogo. Conceitos muito distantes de ilusionismo, que é a habilidade para fazer mágica com o auxílio das mãos. Lúdico é então uma atividade de despojamento, que dá prazer e diverte os envolvidos,

tanto os participantes quanto o facilitador do processo ensino-aprendizagem, já que aprender pode ser uma atividade de entretenimento, de recreação, potencializando a criatividade e empoderando o desenvolvimento intelectual dos alunos, constituindo-se como atividade decisiva para chamar a atenção e persuadir outras pessoas.

A matemática há muito tempo é considerada como disciplina estressante, enfadonha, tendo sido ministrada, involuntariamente talvez, de forma a gerar nos alunos apreensão, medo da não memorização, uma certa aversão por parte dos alunos que encontram dificuldade em assimilar os conteúdos e transferi-los para o seu cotidiano. Objetivando desmistificar essa percepção, cremos que a ludicidade é ferramenta indispensável ao ato de aprender, com vistas a motivar e facilitar o aprendizado sem a mesmice da sala de aula, fomentando a fase de desenvolvimento e de amadurecimento mental de crianças, adolescentes e jovens.

No entanto, entendemos que o ludicismo aplicado ao ensino-aprendizagem empodera a prática do aprender fazendo, como já preconizava Aristóteles: “É fazendo que se aprende a fazer aquilo que se deve aprender a fazer.” Ou seja, precisamos ver, entender e praticar a educação como sendo um processo de reconstrução e reorganização do já vivenciado para proveito de experiências futuras, pois quando há o envolvimento do aprendiz na atividade tudo passa a ser experiências e possibilidades educativas. Também conhecida como *learning by doing*, a metodologia não inova, já tendo o respaldo de nomes como Montessori e a ação da “educação pelo trabalho” de Freinet, como forma eficaz de aprendizagem.

3 NOÇÃO DE JOGO APLICADO À EDUCAÇÃO

Num mundo focado no *cyber* entretenimento, *cyber* conhecimento, com o domínio assustador da tecnologia globalizante, a expectativa é de que o ensino também seja capaz de superar a mesmice, com fórmulas cada vez mais criativas, capazes de estimular o alunato; espera-se que a escola seja o ambiente de inovação permanente, experimentação assídua, com novas e impactantes metodologias.

Para Spaulding(1992), faz-se necessária a releitura do processo em que os alunos aprendam com interesse, focados na atividade, já que a curiosidade e a vontade de aprender são talvez os mais importantes alicerces da aprendizagem e do desenvolvimento humano; é fundamental então que a escola e os professores estejam intencionados em recriar um ambiente de aprendizagem otimizado, para que haja reciprocidade entre a motivação e o desempenho. A mesmice das salas de aulas tradicionais, para alguns especialistas em comportamento, conflita com a realidade de *tablets*, celulares e jogos cada vez mais atraentes e disponibilizados a uma faixa-etária cada vez menor, gerando um aluno desinteressado, indisciplinado, inquieto e até mesmo promovendo a evasão escolar. Além da função de passatempo e/ou entretenimento, surge então a possibilidade de o jogo ser recurso motivacional da aprendizagem, tendo conteúdos específicos e lições de convivência. Em Psicologia Pedagógica, Liev Semionovich Vygotsky (2003), lemos que “O jogo da criança não é uma recordação simples do vivido, mas sim a transformação criadora das impressões para a formação de uma nova realidade que responda às exigências e inclinações dela mesma”.

Para Gandro (2000), há perfeita associação entre Jogo e Matemática, pois o jogo permite a criação e o desenvolvimento de estratégias de atuação na proposição de problemas, permitindo a investigação, isto é, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as, a fim de vencer o jogo. Ao participar de um jogo, o aluno tem a opção de poder resolver problemas, pesquisar, investigar, para descobrir ele mesmo a melhor alternativa de jogada; momento em que reflete e avalia regras, e estabelece relações entre as peças do jogo e os conceitos matemáticos de que tem conhecimento. O jogo possibilita então uma situação de satisfação e aprendizagem significativa nas aulas de matemática (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007).

Na oralidade do discurso, integram o nosso cotidiano expressões, como: “é lógico que sim”, ou “é lógico que vai chover”, etc.; e o que há de lógico nessas afirmações é que geralmente estamos nos referindo a algo que nos parece óbvio ou quando temos uma opinião muito fácil de justificar (MACHADO, 2000). Tais afirmações, geralmente, são baseadas em nossas intuições e/ou comparações, o que nem sempre são suficientes, pois para sustentar uma opinião faz-se necessário usar argumentos, geralmente consistentes e/ou inquestionáveis; isto é, elencar justificativas que convençam a estabelecer, sem sombra de dúvidas, se uma afirmação é falsa ou verdadeira.

Para Aristóteles, “a lógica estuda a razão como instrumento da ciência ou meio de adquirir e possuir a verdade.” Se entendermos que ter razão é o mesmo que raciocinar, o mesmo que construir mentalmente argumentos, então temos um tipo de operação do pensamento que encadeia com lógica ideias, para delas elaborar uma conclusão. Ou seja, a Matemática inexistente sem a lógica para propor definições, postulados, além de ser decisiva para validar se um teorema é verdadeiro ou não, e a partir disso tirar outras conclusões, propor outras conjecturas, provar outros teoremas. Para Druk (1998), a lógica é um tema com conotações interdisciplinares que se torna mais rico quando se percebe que ela está presente nas conversas informais, nas leituras e nas diversas disciplinas do Currículo, não sendo, portanto, um objeto exclusivo da Matemática. Em *Matemática e Língua Materna*, Machado (2001) diz ser senso comum a afirmação de que “A Matemática desenvolve o raciocínio”. O autor lembra ainda que muitos filósofos contribuíram para legitimar uma associação entre a Matemática e a Filosofia, onde o papel da lógica seria fundamental.

Presente na vida das pessoas de maneira direta ou indireta, a Matemática, apesar de ser utilizada praticamente em todas as áreas do conhecimento, nem sempre é fácil de ser apresentada aos alunos como formas genuinamente interessantes e/ou motivadoras, a fim de despertar o interesse dos mesmos. Pelas Diretrizes para o Ensino da Matemática (MEC, 2006), um dos desafios do ensino da disciplina é a abordagem de conteúdos para resolução de problemas, já que se trata de uma metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações de modo a resolver as questões propostas.

4 O QUE É O LABORATÓRIO DE ENSINO DA MATEMÁTICA – LEM

A prática do ensino da Matemática pelos métodos tradicionais tem sido a de apresentar um mundo abstrato para que o aluno o aproxime da sua realidade, e essa prática inversa da logicidade tem dificultado não só o aprendizado como criado o estigma de que Matemática é uma disciplina “chata” ou difícil. Para Lorenzato (2006, p.7) o LEM deve ser o “centro da vida Matemática da escola; mais que um depósito de materiais, sala de aula, ou museu de matemática, o LEM é o lugar onde os professores estão empenhados em tornar a Matemática mais compreensível aos alunos”. Segundo o autor, alguns educadores não se interessam pela construção de LEMs por entenderem todos os espaços de aprendizagem de Matemática como um laboratório; concepção rechaçada, segundo ele, uma utopia que inviabiliza a criação de espaços pertinentes à facilitação o ato de aprender.

O Laboratório de Ensino da Matemática - LEM pode ser considerado como o ambiente em que são disponibilizados instrumentais, lúdicos ou não, para a prática do aprendizado da disciplina, onde um mentor facilita o processo de comunicação, motivando, incentivando e esclarecendo os questionamentos da disciplina. A ideia central, o foco, da metodologia LEM é disponibilizar um mundo cheio de praticidades, com oportunidades de vivência, real, onde os próprios aprendizes descubram na prática relações e propriedades matemáticas que para eles até então significava apenas teoria. No laboratório, a vivacidade do aluno acompanha o raciocínio, de um professor ávido pela descoberta de novos resultados, isto é, a chance de descobrir na prática como funciona a disciplina até então assustadora, mas que propicia o prazer de descobertas intelectivas. Uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir; enfim, aprender e, principalmente, aprender a aprender, com o aluno protagonista do seu próprio conhecimento.

4.1 Metodologia do LEM

A nossa proposta de atuação com o Laboratório Lúdico Itinerante de Ensino da Matemática foi elaborada no período em que atuávamos como professor da disciplina,

nos colégios Mx Educacional, Colégio Maxx, Rede Elite de Ensino, e outros colégios em que fomos convidados, todos no Rio de Janeiro. Os materiais utilizados foram bem diversificados, como: varetas, cartolinas, cola, aquário, relógio, embalagens de leite, de pizza, rolos de papelão, pilot, isopor, etc.

4.1.1 Passo a passo da utilização de Laboratório Lúdico Itinerante do Ensino de Matemática

Para a prática do Laboratório Lúdico, alguns itens da logística foram considerados:

4.1.1.1 Público-Alvo

Os alunos que comporão a prática do Laboratório Itinerante podem ser organizados por séries, tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, a fim de facilitar o agrupamento de pessoas com algum conhecimento prévio específico do conteúdo a ser ministrado. Não recomendado um número muito grande de participantes, pois dificulta a atenção pontual que todos os alunos devem receber durante os experimentos.

COLÉGIO	TURMA	BAIRRO	NÚMERO APROXIMADO DE ALUNOS	LOCAL UTILIZADO
PIO XI	5° e 6°	RAMOS	100	AUDITÓRIO
PEDRO II	7° e 8°	SÃO CRISTÓVÃO	40	AUDITÓRIO
MAXX	2°	MÉIER	21	SALA DE AULA
MX	2°	RECREIO	45	SALA DE AULA
ELITE	3°	TIJUCA	56	SALA DE AULA

4.1.1.2 Conteúdo Programático

Um roteiro prévio para condução da atividade é essencial para assegurar a eficácia da mesma. Na comunicação com as escolas onde desenvolveríamos as atividades, estabelecemos com antecedência junto ao apoio pedagógico da instituição a cronologia do Conteúdo Programático que estava sendo ministrado na série objeto do laboratório para alinhar com o tema que estaríamos desenvolvendo.

4.1.1.3 Acolhimento dos alunos

Ao longo dos encontros desenvolvemos trabalho de rememoração da infância, com alusão a brinquedos do conhecimento dos alunos e ainda o uso de referenciais do cotidiano dos mesmos, a fim de demonstrar que a Matemática de fato faz parte de nossas vidas, desconstruindo a imagem da disciplina como difícil e pouco contextualizada das situações cotidianas. Durante a construção, exploramos conceitos matemáticos importantes, como ângulo, por exemplo, e ainda conceitos de perpendicularidade e paralelismo. A apresentação desses conteúdos e a ressignificação dos mesmos a partir das atividades propostas certamente fizeram os alunos (re)pensar a respeito da utilização de outras atividades.

4.1.1.4 Infraestrutura da sala de aula

A cada encontro íamos mentoreando a instituição acolhedora na logística necessária para a realização dos eventos, o que varia de escola para escola; algumas disponibilizam a própria sala de aula – que não é o ideal, pois há referências de cotidiano dos alunos, e o ideal é desconstruir essa referência, a fim do inusitado também ser apelativo. A quadra de esportes em algumas escolas foi uma alternativa, quando alocada exclusivamente para esse fim. Há instituições com auditórios, grandes espaços que facilitam a interatividade dos alunos entre si, com os colegas, com a experiência vivenciada e com os mentores dos eventos.

4.1.1.5 Desenvolvimento das atividades da aula

Conhecido o momento do conteúdo programático desenvolvido pela instituição acolhedora, tivemos como pressuposto alinhar com a temática a ser desenvolvida, elaboramos detalhadamente o planejamento das atividades que seriam mentoriadas junto aos participantes. Desenvolvemos um roteiro que objetivava analisar o envolvimento e as percepções dos alunos nas atividades a serem realizadas.

5 ATIVIDADES DO LABORATÓRIO LÚDICO ITINERANTE DE MATEMÁTICA

Considerando o preconizado por Lorenzato (2010, p. 7), o LEM “é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático”; e que trata-se de espaço que tem por objetivo facilitar o ensino e a aprendizagem, constituindo-se importante espaço de formação, objetivando diminuir a distância entre docentes e a comunidade escolar. Neste sentido, desenvolvemos algumas atividades de laboratório, 06 no total, em diferentes escolas tanto da rede pública quanto particular do estado do Rio de Janeiro, a saber:

- 5.1- Show da Matemática
- 5.2- Construção e Exploração de Poliedros
- 5.3- Estudo de Prismas
- 5.4- Estudo do Cilindro, Tronco do Cilindro e Cilindro Oblíquo
- 5.5- Estudo de Cones
- 5.6- Estudo de Volume das Pirâmides

5.1 Show da Matemática

5.1.1 Roteiro Metodológico

O programa teve a liderança de dois professores no ambiente de aprendizado das instituições que visitaram, num auditório, e foi realizado em dois encontros. O primeiro, em uma escola pública, localizada no bairro de São Cristóvão no Rio de Janeiro, onde os alunos eram de turmas do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental e, em sua maioria, da classe C. Nesse momento, tínhamos em média 40 alunos do sexo masculino e feminino, e as turmas tinham o mesmo perfil, já tendo se apropriado anteriormente dos conceitos que seriam explorados.

O segundo encontro ocorreu em uma escola particular, localizada no bairro de Ramos, no Rio de Janeiro, onde os alunos eram de turmas do 5º e 6º ano do Ensino Fundamental II, totalizando 100 alunos, aproximadamente, e também eram em sua maioria da classe C. Assim como no primeiro encontro, os alunos tinham o mesmo perfil, isto é, o conteúdo que seria abordado não era novo para eles.

Todas as atividades tiveram a mesma duração de 60 minutos e foram desenvolvidas da seguinte forma:

a) Apresentação pessoal dos Educadores, visto que os alunos nem sempre os conhecem, e exposição oral acerca da importância da Matemática.

b) Na sequência, foi dado início às apresentações, o que consiste em levar para os alunos assuntos da Matemática de uma maneira diferente.

c) Utilizamos oratória do cotidiano, com muito dialogismo e boa variedade de material, tais como: mamão, dados feitos de caixa de leite, torre de Hanói feitos de isopor e cano pvc.

Os conteúdos abordados com os alunos foram: números primos, multiplicação, sólidos geométricos, divisores e sequências. A meta era fazer com que o aluno visse a matemática por outra ótica, e assim pudesse ter algum interesse pela disciplina.

Momentos do Show da Matemática



Figura 1- Relação entre pentágono e a fruta mamão



Figura 2 - Sólidos Geométricos e Álgebra



Figura 3 - Mágica com o uso de dados/Soma dos números naturais

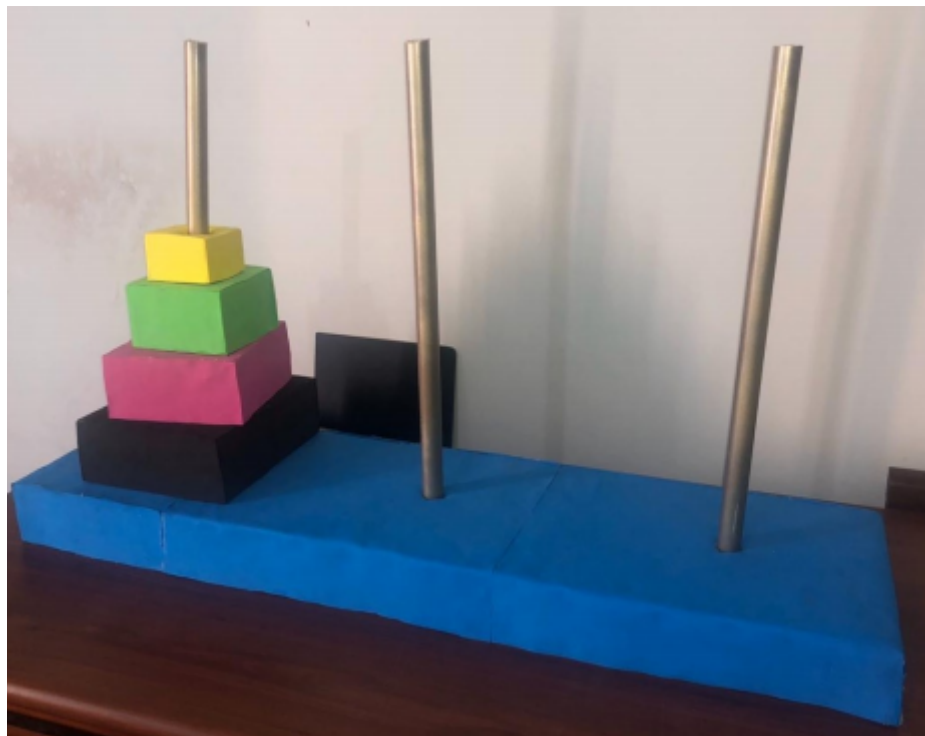


Figura 4- Torre de Hanói – a



Figura 5- Torre de Hanói - b

5.1.2 Resultados Alcançados

As expectativas para a realização desse evento foram satisfatoriamente atingidas, com os resultados considerados plenamente atingidos, embora tivesse uma quantidade muito grande de alunos participando, o que não conseguimos minimizar tamanha era a euforia dos discentes em querer participar, ainda que como mero espectadores. Nossa proposta pedagógica que era a de reconstruir a matemática por uma perspectiva diferente e estimular um certo interesse, uma curiosidade Matemática, foi plenamente atingida com os eventos realizados. O grande desafio dessa atividade foi o de conseguir atingir o maior número possível de alunos, considerando que tivemos auditórios lotados, praticamente; claro que se a quantidade de participantes for reduzida, o foco na atividade será maior e os resultados mais bem atingidos.

5.2 Construção e Exploração de Poliedros

5.2.1 Roteiro Metodológico

Para realizar as atividades, selecionei duas turmas do 2º ano e uma do 3º, ambas do Ensino Médio de diferentes escolas. Foram necessários dois encontros para as turmas de segundo ano e um encontro para turma do segundo ano. Na turma do 3º ano, para realizar a atividade, foram necessários dois tempos de 45 minutos, os quais foram divididos em dois momentos. Essa turma é de um colégio particular, localizada no bairro da Tijuca, no Rio de Janeiro, onde os alunos eram de classe C em sua grande maioria, e tinham idade entre 15 e 20 anos, e tínhamos aproximadamente 56 alunos em sala de aula.

Turma do Terceiro Ano

Primeiro momento

Foi feita a explicação do conteúdo de forma tradicional, registrando a conteúdo no quadro, e os alunos deveriam copiar a definição e os exemplos de poliedros.

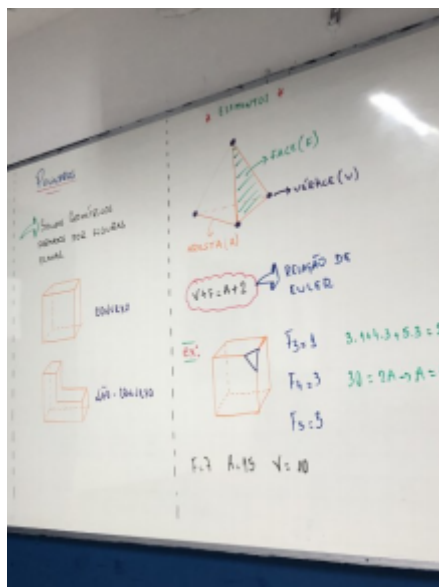


Figura 6 – Assunto apresentado no quadro

Segundo Momento

Apresentamos dois poliedros (Tetraedro e Dodecaedro), artesanais, criados com utilização de palitos de madeira, de uso doméstico para churrascos, e bolas de isopor, facilmente encontradas em papelarias, o que gerou muita curiosidade na classe; o objetivo era o de despertar a criatividade e desmistificar a leitura até então feita dos

materiais que os professores cotidianamente usam em sala de aula, permitindo que os alunos pudessem interagir tanto com os materiais apresentados, quanto entre si mesmos, o que gerou diversos comentários sobre o que entenderam o conteúdo e também acerca da curiosidade pelos materiais que foram apresentados.



Figura 7 - Alunos analisando o poliedro



Figura 8 – Alunos analisando o poliedro



Figura 9 – Poliedro sendo usado pra dar aula

5.2.1.2 Resultados alcançados

As expectativas com a realização da aula com os poliedros (Tetraedro e Dodecaedro) artesanais foram totalmente atendidas. Porém, por se tratar de uma turma voltada para Vestibular, não foi dada muita ênfase à construção e exploração dos Poliedros.

Turmas do Segundo Ano

Nessas turmas, localizadas nos colégios dos bairros Meier e Recreio dos Bandeirantes, no Rio de Janeiro, onde os alunos eram de classe C, em sua grande maioria, e tínhamos de 20 a 40 alunos em sala, com idade entre 15 e 17 anos, a atividade foi dividida em dois encontros:

Primeiro momento

No primeiro encontro, que teve duração de dois tempos de 45 minutos, para ministrar o conteúdo programático, organizamos a aula em dois momentos distintos. Primeiramente, utilizamos a metodologia tradicional de aula expositiva com algum dialogismo, ou seja, apostila da escola e lousa, onde foi apresentada a definição de

Poliedros, Elementos, Relação de Euler, Cálculo do número de arestas, Soma dos ângulos das faces e alguns exemplos. Ao término da aula, foi solicitado que os alunos levassem na semana seguinte palitos de madeira para churrasco, jujuba e brigadeiro.

Segundo momento

No segundo encontro, que também teve duração de dois tempos de 45 minutos, utilizamos 30 minutos do começo da aula para fazermos alguns exercícios da apostila. Em seguida, a turma foi dividida em pequenos grupos, com 5 alunos cada, e foi solicitado que os alunos construíssem poliedros com a quantidade de elementos apresentado abaixo:

- 1) Com 4 palitos
- 2) Com 4 jujubas
- 3) Com 6 jujubas
- 4) Com 12 palitos
- 5) Com 30 palitos e 12 jujubas

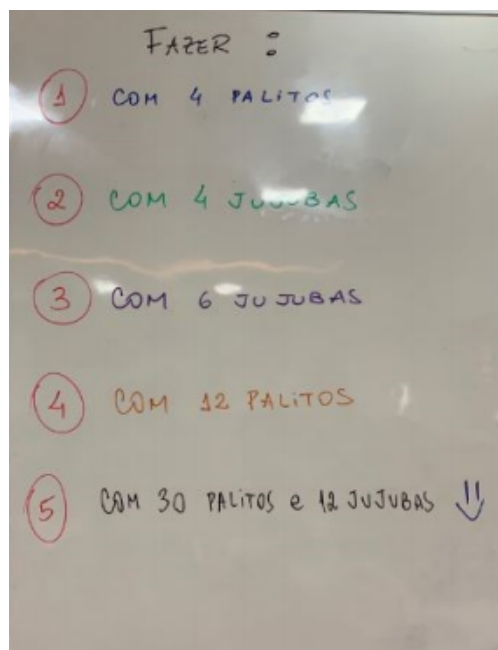


Figura 10 – Ordem das construções

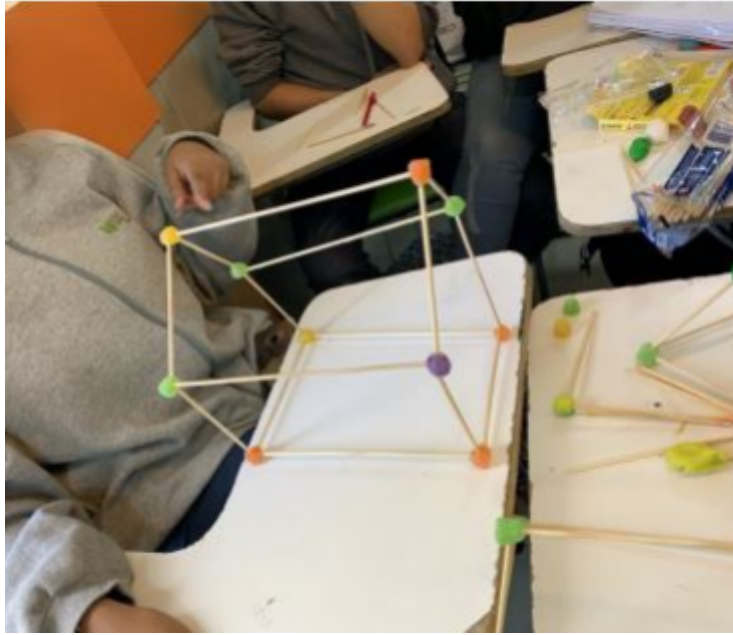


Figura 11- Construções dos alunos



Figura 12- Construções dos alunos

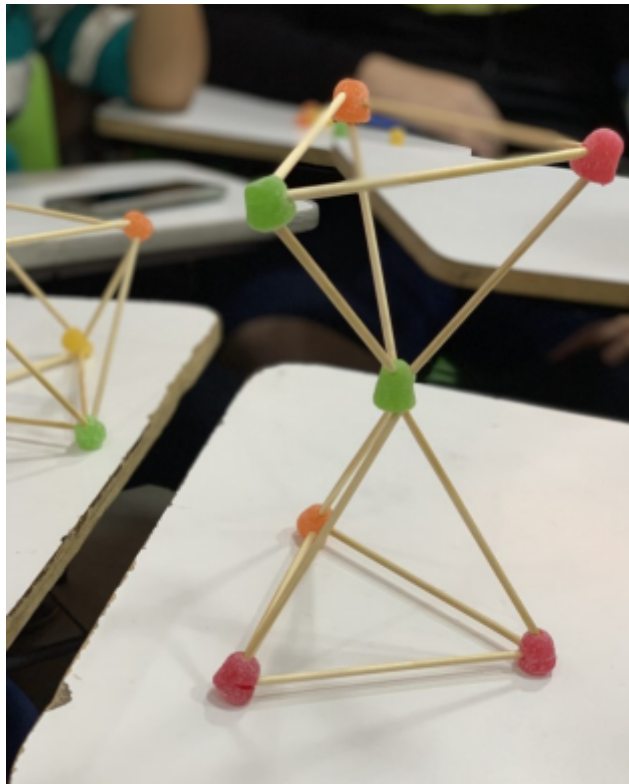


Figura 13- Construções dos alunos

5.2.1.3 Resultados alcançados

Os resultados alcançados com a atividade não poderiam ter sido melhores. Diferentemente da 3ª série, tivemos um tempo maior para trabalhar a construção das figuras geométricas, o que permitiu que os alunos pudessem tirar suas conclusões acerca de como é um poliedro, quais as relações entre arestas e faces, e vértices e arestas.

Vale destacar um aspecto importante: para análise do desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos nas atividades feitas, usei um pouco do conhecimento da Teoria de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

A teoria de Van Hiele Surgiu nas teses de Doutorado de Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, na Universidade de Utrecht. Depois, esse modelo veio a ser adotado por outros pesquisadores. O objetivo é que o aluno aprenda, em cinco níveis de compreensão de conceitos, e que o professor seja o facilitador de uma série de atividades para que os alunos consigam passar para o nível seguinte.

A seguir apresentamos um pouco dessa teoria tendo como fonte HIELE, P. M. VAN (1990) e KALEFF et all (1994)

Segundo a teoria, existem cinco níveis de aprendizado, em que poderemos classificar os alunos. Os níveis são os seguintes:

- **NÍVEL 0 - VISUALIZAÇÃO** ou **RECONHECIMENTO**: Trata-se de um raciocínio com base na visualização. Formas geométricas e conceitos são reconhecidos no todo, sem considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Figuras geométricas são identificadas, mas sem estudo de suas propriedades. Por exemplo, o aluno diferencia quadriláteros (identifica retângulos, losangos, trapézios) sem estudo de propriedades havendo o desenvolvimento do vocabulário e reprodução de figuras.

- **NÍVEL 1 - ANÁLISE**: Neste nível, como o próprio nome diz, os alunos analisam propriedades de figuras geométricas de caráter informal, no sentido de que não são abordadas demonstrações. Os alunos aprendem os conceitos geométricos por meio da observação e experimentação, tornando-se capazes de usar as propriedades para resolução de problemas. No entanto ainda não foi desenvolvida a habilidade estabelecer relações entre figuras e propriedades. Por exemplo, o aluno já consegue descrever um retângulo através das propriedades: quatro ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos

- **NÍVEL 2 - DEDUÇÃO INFORMAL** ou **ORDENAÇÃO**: Começa-se a formar definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras. Por exemplo: os retângulos são paralelogramos. Há o desenvolvimento do raciocínio lógico, portanto com a capacidade de distinguir entre necessidade e suficiência.

- **NÍVEL 3 - DEDUÇÃO FORMAL**: Neste nível o aluno é capaz de aplicar o desenvolvimento do pensamento dedutivo e desenvolver demonstrações de propriedades geométricas.

- **NÍVEL 4 - RIGOR**: Neste nível, os alunos são capazes de trabalhar o rigor de sistemas dedutivos.

Um dos elementos importantes que destacamos na Teoria de Van Hiele é que não são estabelecidas faixas etárias para cada nível de aprendizado. O que é explicitado é que para o aprendizado de geometria é necessário que cada nível seja atingido e que não é possível concretizar o aprendizado pulando níveis.

Percebemos que muitos alunos apresentam deficiência no aprendizado de geometria, evidenciando, segundo a Teoria de Van Hiele, que há níveis que não foram atingidos. Acreditamos que as atividades lúdicas auxiliam o professor na identificação de pontos de deficiência dos alunos para então realizar atividades para saná-los.

5.3 Estudo de Prismas

5.3.1 Roteiro Metodológico

Para essa atividade, escolhemos uma turma da 2ª série que já havia participado da construção dos Poliedros, com cerca de 20 alunos, localizada no bairro Recreio dos Bandeirantes, no Rio de Janeiro, onde os alunos eram de classe C, em sua grande maioria, e com idade entre 15 e 17 anos. Para realizar as atividades, foram necessários três encontros, cada um com duração de dois tempos de aula, com 45 minutos cada.

Inicialmente, e como no modelo anterior, o primeiro contato com os alunos foi na modalidade aula expositiva, com pouco dialogismo, utilizando a lousa onde os alunos copiaram o conteúdo programático proposto, previamente selecionado: Definição de prismas, elementos, classificação, cálculo de áreas e volumes, e exemplos.

Na aula seguinte, foi levada para a sala de aula uma caixa de pizza no formato pentagonal, e como atividade lúdica foi perguntado para os alunos se eles seriam capazes de mensurar o volume da caixa de pizza, e surgiram alguns voluntários para realizar os cálculos possíveis: dimensões da caixa, área da base e por último o volume da caixa, isto é, do prisma.



Figura 14- Prisma usado na aula



Figura 15- Alunos calculando as medidas da caixa

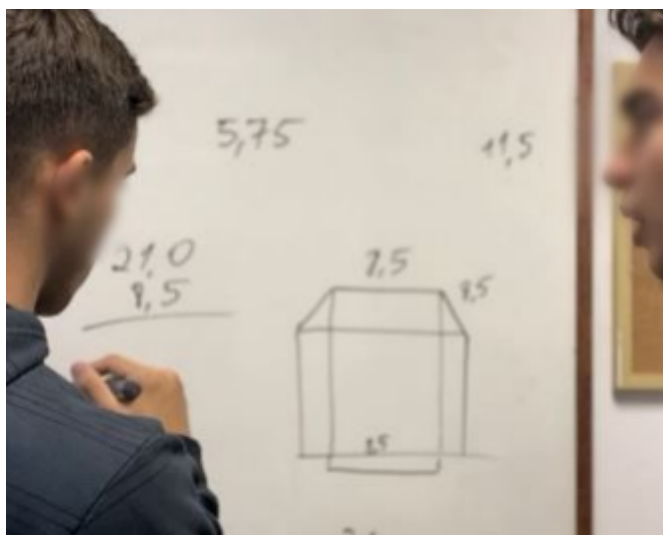


Figura 16– Alunos calculando a área da base da caixa

Na segunda atividade lúdica, que ocorreu no terceiro encontro, levamos para a escola um aquário, de uso pessoal e doméstico, e foi perguntado aos alunos o que aconteceria se fosse colocado um relógio dentro do aquário; a resposta foi que o nível da água subiria, como consequência. Os alunos entenderam que deveria ser mensurado o volume do relógio, e se voluntariaram para a experimentação de calcular a diferença do volume do aquário antes e depois de imergir o relógio; o aquário tinha o formato de prisma hexagonal e os voluntários dessa atividade registraram as medidas da área da base, colocaram água, anotaram o volume e então colocaram o relógio, registrando o novo nível de água atingido pelo aquário.



Figura 17- “Mergulho” do relógio no aquário



Figura 18- Alunos verificando a variação do nível da água

VOLUME *

$V = AB \cdot H$

EX: EXPERIMENTO ▼

1º : ARESTA DA BASE → 5,5 cm

2º : ALTURA → 13,5

3º : ÁREA DA BASE

4º : VOLUME

$V = 1034,5 \text{ cm}^3$

* $\Delta L = \Delta DM^3$

1000ML = 1000CM³

1ML = 1CM³

ALTURA ATINGIDA: 10,5 cm

ALTURA COM RELÓGIO: 11 cm

VOLUME DO RELÓGIO CORRESPONDE A UMA ALTURA DE 0,5 cm!

Figura 19- Resultado obtido pelos alunos

5.4 Estudo do Cilindro, Tronco do Cilindro e Cilindro Oblíquo

Inicialmente, destaco que esse segmento foi um dos mais desafiadores e interessantes de tudo que foi experienciado. O que me motivou foi sempre ter uma pergunta e nunca saber a sua resposta. “Como é a planificação do cilindro oblíquo?” Desde que tive o primeiro contato com o estudo da geometria espacial, ainda não tinha visto essa planificação. Assim motivado, pesquisei mais atentamente e pude compartilhar momentos interessantes com meus alunos. Nesse sentido, espero que o trabalho feito possa ser útil para professores e/ou outros estudantes.

Importante dizer que todo trabalho feito foi no período de pandemia do novo Corona vírus, o que dificultou bastante colocar o laboratório itinerante em prática. A maior das dificuldades encontradas foi a falta de interação com os alunos. Um ponto positivo foi poder fazer uso de uma ferramenta que não usava muito, o “GeoGebra”, um software de matemática que permite trabalhar com geometria plana, espacial, álgebra e gráficos, entre outros.

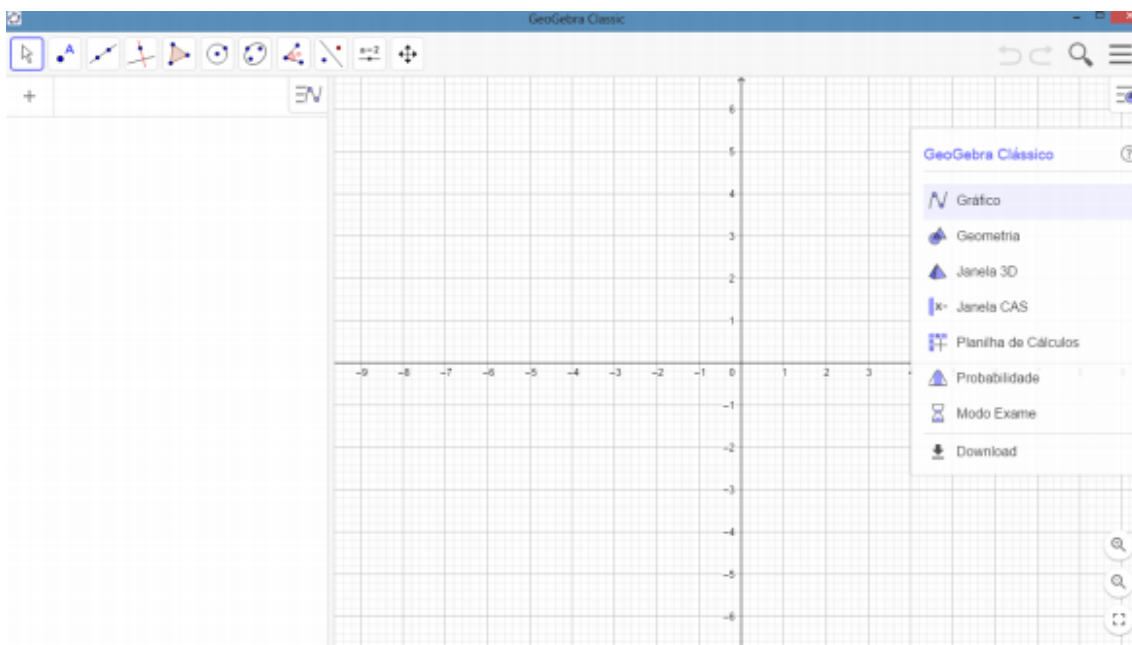


Figura 20 – Interface do GeoGebra

5.4.1. Cilindro, Tronco de Cilindro reto e Cilindro Oblíquo.

5.4.1.1 Roteiro metodológico

As atividades foram realizadas com três turmas da 2ª série de escolas

particulares do Rio de Janeiro, localizadas nos bairros Tijuca, Meier e Recreio dos Bandeirantes. Devido ao cenário de ensino exclusivamente remoto, o número de participantes em cada turma ficou entre 5 e 20. Os alunos eram em sua grande maioria da classe C, com idade entre 14 e 17 anos. Foram realizados três encontros em cada turma, cada um com duas aulas de 30 minutos cada, totalizando 180 minutos.

No primeiro encontro, apresentei a definição, os elementos do cilindro, classificação, a planificação do cilindro circular reto, cálculo das áreas, volume e exemplos. Inicialmente, e como no modelo anterior, o primeiro contato com os alunos foi na modalidade aula expositiva, utilizando a lousa e ministrando o conteúdo programático proposto. Em seguida, usei uma folha de papel cartolina no formato de retângulo, para mostrar a planificação do cilindro circular reto (sem as bases).

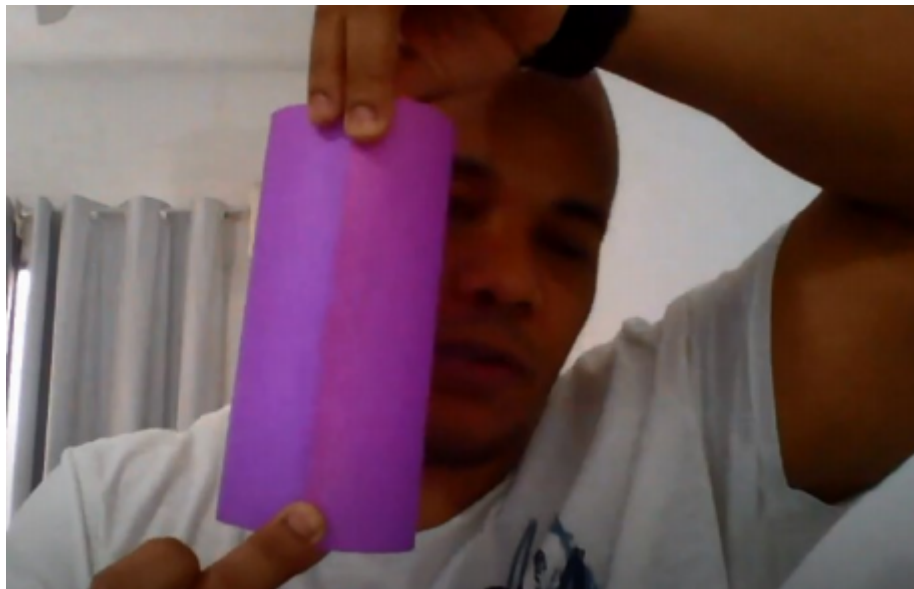


Figura 21– Cilindro Reto construído com folha de papel cartolina

Posteriormente, apresentei o cilindro circular reto como sólido de revolução. Essa etapa foi feita de duas maneiras: Usando a lousa e o programa GeoGebra.

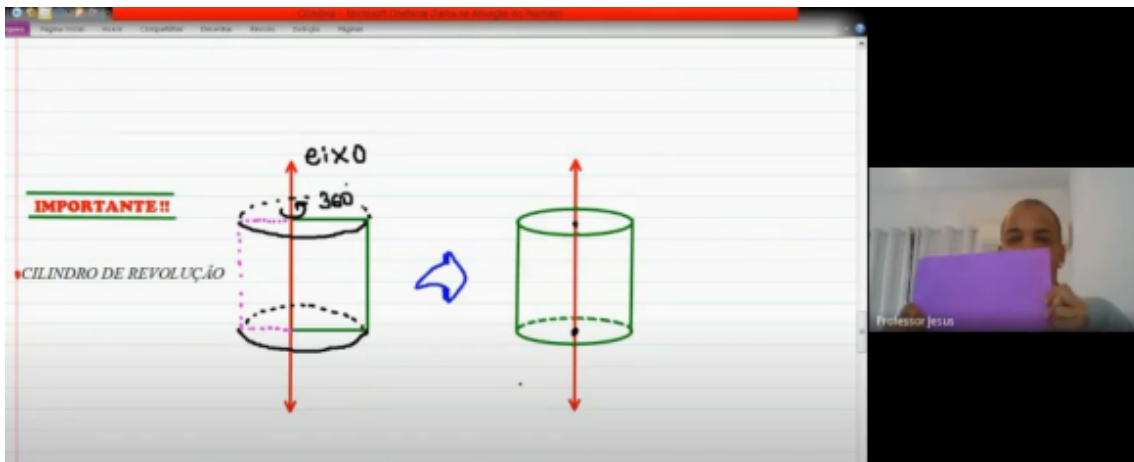


Figura 22– Cilindro de revolução na lousa com o programa One Note

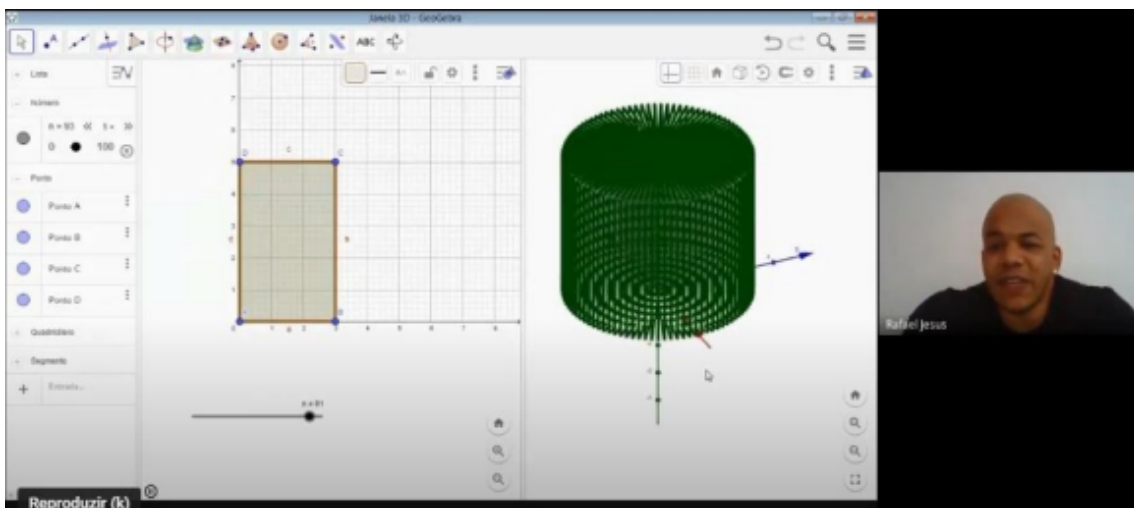


Figura 23– Cilindro de revolução com o programa GeoGebra

No segundo encontro, falei sobre o cilindro oblíquo e o tronco de cilindro reto. Esse encontro foi dividido em duas partes.

1ª Parte – Cilindro Oblíquo

Para provocar a curiosidade dos alunos, inicialmente perguntei se eles tinham ideia de como seria a planificação de um cilindro oblíquo. As respostas foram: “Um paralelogramo”, “retângulo” e “não faço ideia”. Em seguida, mostrei à turma como era a planificação.

No final desta dissertação, há um apêndice com os arquivos que usei para construir o cilindro oblíquo e tronco de cilindro.



Figura 24– Cilindro Oblíquo sem as bases construído com folha de papel ofício



Figura 25– Planificação do Cilindro Oblíquo sem as bases

2ª Parte – Tronco de Cilindro (Batom)

Para desenvolver essa atividade, comecei de uma situação-problema, que era calcular o volume de um “batom” (chocolate em forma de bastão); o que, na verdade, consistia em retirar uma parte do cilindro circular reto e calcular o volume do sólido restante. Todo processo foi feito usando a lousa para que os alunos visualizassem o passo a passo.

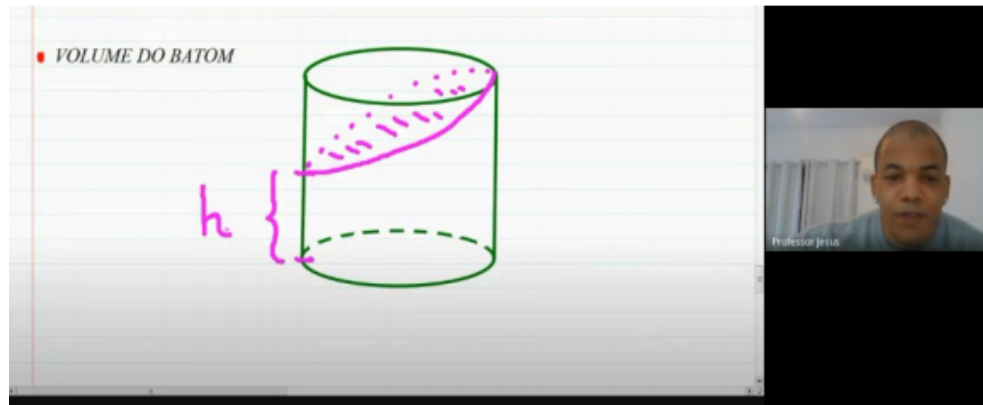


Figura 26– Obtendo o tronco de cilindro

Para que o desenvolvimento da aula ficasse mais interessante, apresentei para os alunos a planificação do tronco de cilindro circular reto em que o aluno pudesse formar o sólido.

No final dessa dissertação, há um apêndice com os arquivos que usei pra construir o cilindro oblíquo e tronco de cilindro.

Em seguida, usamos um rolo de papel toalha e fizemos um corte para entender o que de fato aconteceria.

Como o tronco de cilindro é obtido pela intersecção de um plano oblíquo às bases, a secção formada é uma elipse, já o resultado encontrado foi algo parecido, porém ficou formando um "bico" na ponta.



Figura 27- Resultado obtido com após o corte

Para enriquecer esse trabalho , fiz uma planificação do resultado obtido e comparei com o que de fato deveria acontecer .



Figura 28 - Planificação do sólido formado após o corte

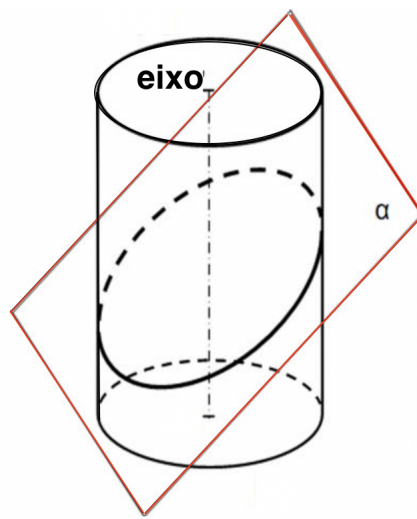


Figura 29 - Plano obluo cortando o cilindro

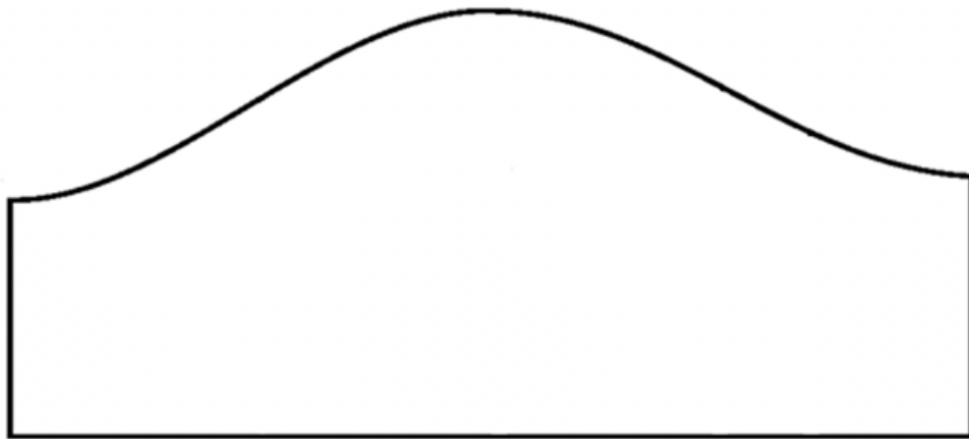


Figura 30 - Planificação após o corte no cilindro

Veja que a planificação do tronco de cone não apresenta "bico" diferente da atividade feita com o rolo de papel.

5.4.1.2 Resultados Alcançados

O resultado foi muito bom, pudemos explorar bastante uma parte da matemática que não é vista com muita frequência.

Quando estávamos pesquisando para esta atividade, foi percebido que existe pouquíssimo material que contivesse abordagem sobre as construções e planificações dos sólidos estudados.

Vale destacar que o uso do GeoGebra somado às construções, ajudaram bastante na compreensão do conteúdo ministrado. Por exemplo, ao mostrar a rotação em torno do eixo, os alunos conseguiram perceber como é obtido o cilindro de revolução, o que foi muito interessante, pois quando é visto somente na lousa, limita um pouco o entendimento, e os alunos acabam aceitando e não visualizando.

5.5- Estudo de Cones

5.5.1 Roteiro metodológico

Assim como na atividade descrita anteriormente, as demais ações foram realizadas na modalidade de ensino remoto, devido à pandemia do novo corona vírus. Foram realizadas atividades com cinco turmas da 2ª e 3ª séries do Ensino Médio de escolas particulares do Rio de Janeiro, localizadas nos bairros Tijuca, Meier e Recreio dos Bandeirantes. O número de participantes em cada turma foi entre 5 e 20. Os alunos eram em sua grande maioria da classe C, com idade entre 14 e 19 anos. O primeiro contato com os alunos para a ministração acerca de cones também foi na modalidade aula expositiva, com algum dialogismo, utilizando a lousa e ministrando o conteúdo programático proposto. Utilizamos duas aulas de 30 minutos que foram separadas em dois momentos.

Inicialmente abordamos o conteúdo previamente informado aos alunos, que chegaram já com definições preestabelecidas, como, por exemplo, de que o cone é um sólido geométrico, que possui base circular, que tem extremidade num vértice, geratrizes e altura caracterizada pela distância do vértice do cone ao plano da base. Propusemos a aplicabilidade da referência teórica que os alunos dominavam, isto é, a construção do cone, interagindo com a classe; utilizamos cartolina, lápis, tesoura, pilot e fita métrica.



Figura 31- Material usado pra fazer o cone

Com o intuito de maximizar o tempo de aula, o cone foi preparado com antecedência, seguindo os três passos seguintes:

Primeiro: medição na cartolina do raio do cone

Segundo: corte, de modo que ficasse um setor circular

Terceiro: corte na cartolina.

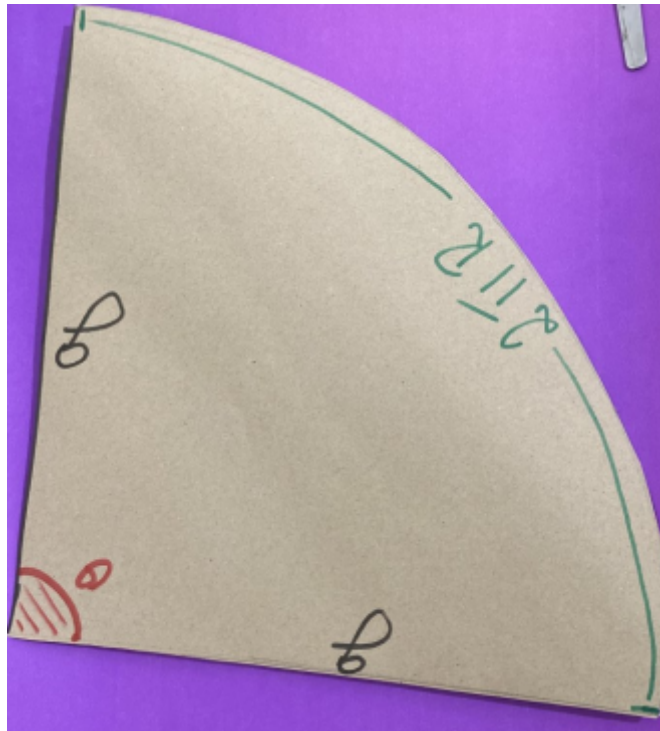


Figura 32 – Elementos

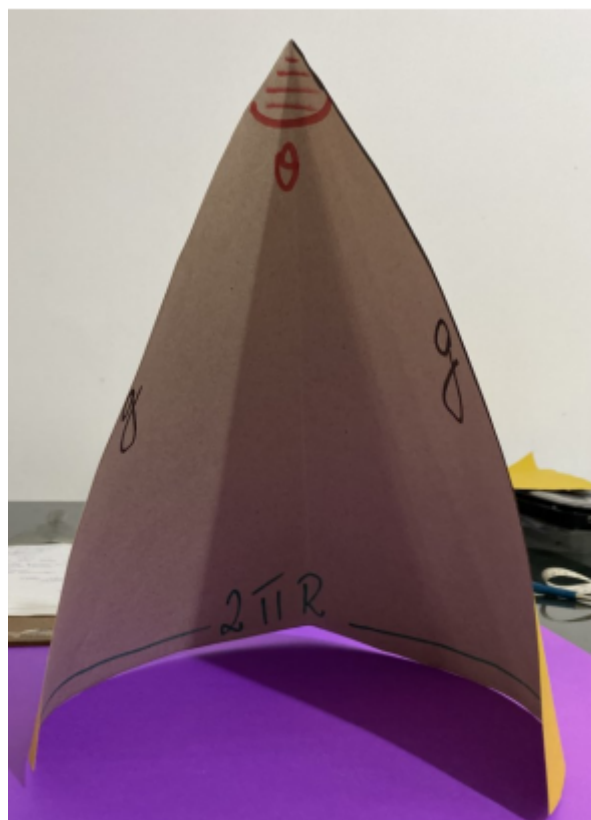


Figura 33- Cone Aberto

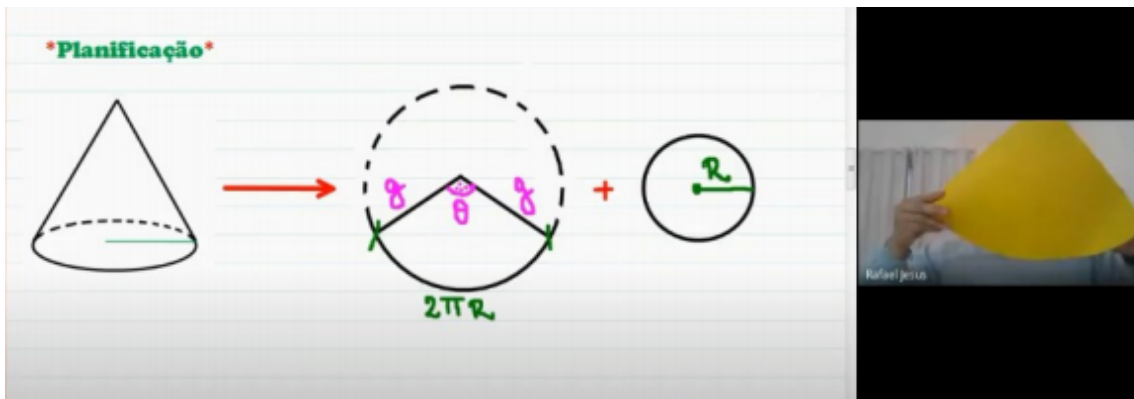


Figura 34 – Planificação do Cone circular reto

No segundo momento apresentei o cone circular reto como sólido de revolução. Foi usado o programa GeoGebra, para mostrar de forma animada um triângulo retângulo girando em torno de sua altura e virando um cone .

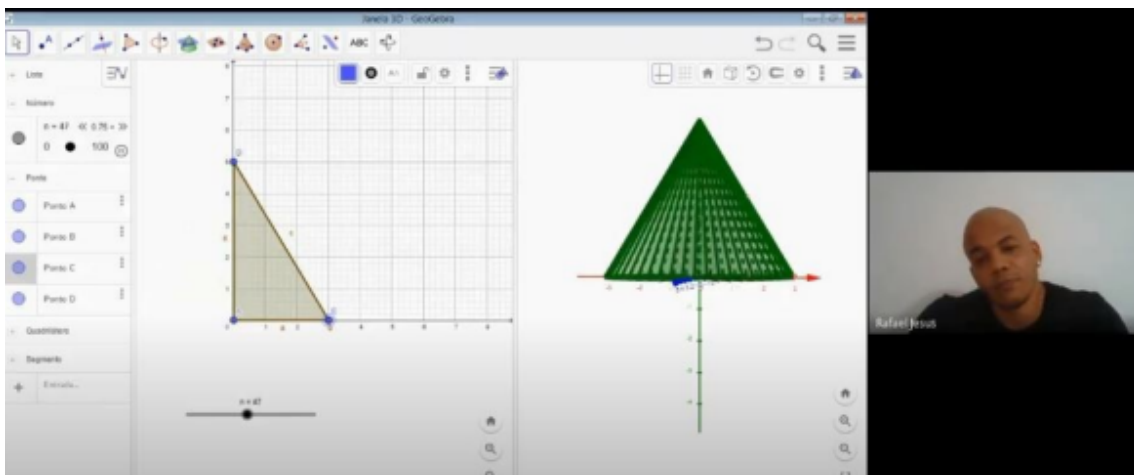


Figura 35 – Cone de revolução no GeoGebra

5.5.1 Resultados alcançados

As expectativas com a realização da aula com os cones artesanais foram totalmente atendidas, com os alunos extremamente interessados pelas construções. Ao entender a planificação, ficou mais simples para analisar os elementos de um cone. Assim como no estudo de cilindros, o programa GeoGebra, foi extremamente útil na compreensão do cone como sólido de revolução.

5.6 Estudo do Volume das Pirâmides

5.6.1 Roteiro metodológico

A atividade foi realizada com duas turmas da 2ª série de escolas particulares do Rio de Janeiro, localizadas nos bairros Meier e Recreio dos Bandeirantes. O número de alunos em cada turma ficou entre 18 e 32. Os alunos eram em sua grande maioria da classe C, com idade entre 14 e 17 anos. O objetivo era estudar o volume da pirâmide, e para isso usamos 1 tempo de aula de 45 minutos. Os alunos já chegaram com conhecimentos preestabelecidos, como por exemplo, definição, elementos, classificação e cálculo de áreas.

Para realizar a atividade, levamos um cubo formado por três pirâmides quadrangulares, montadas com papel de alta gramatura; primeiramente, expusemos a pirâmide solta e logo depois mostramos como um cubo pode ser formado por três pirâmides quadrangulares congruentes. O objetivo específico foi o de relacionar o volume da pirâmide com o volume do cubo.

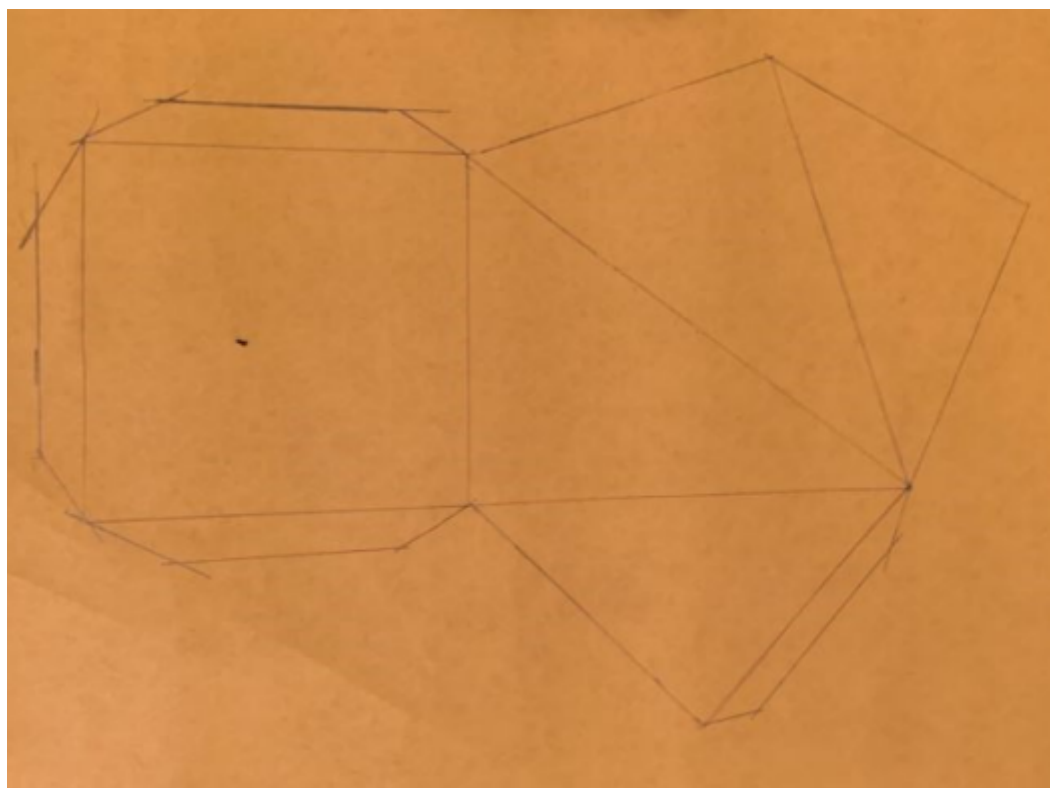


Figura 36– Cartolina com a planificação da pirâmide

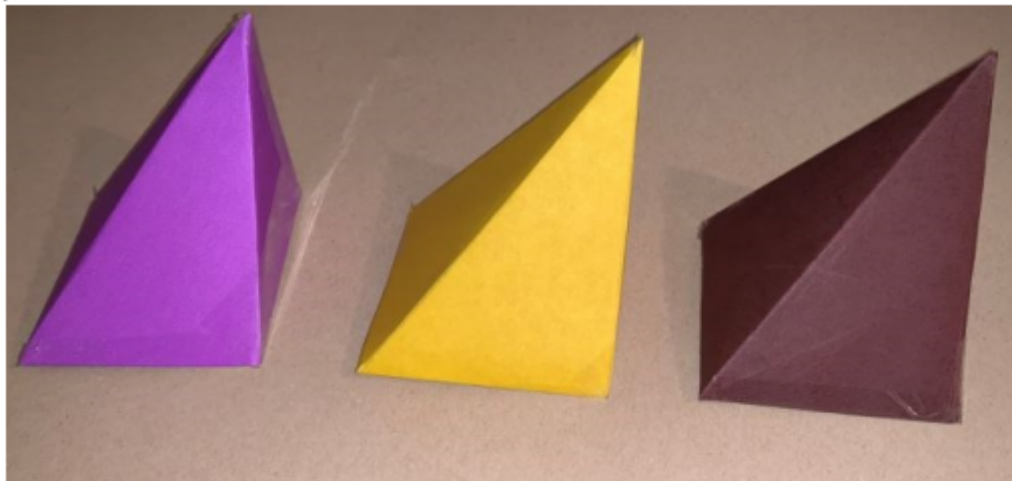


Figura 37– As três pirâmides quadrangulares usadas

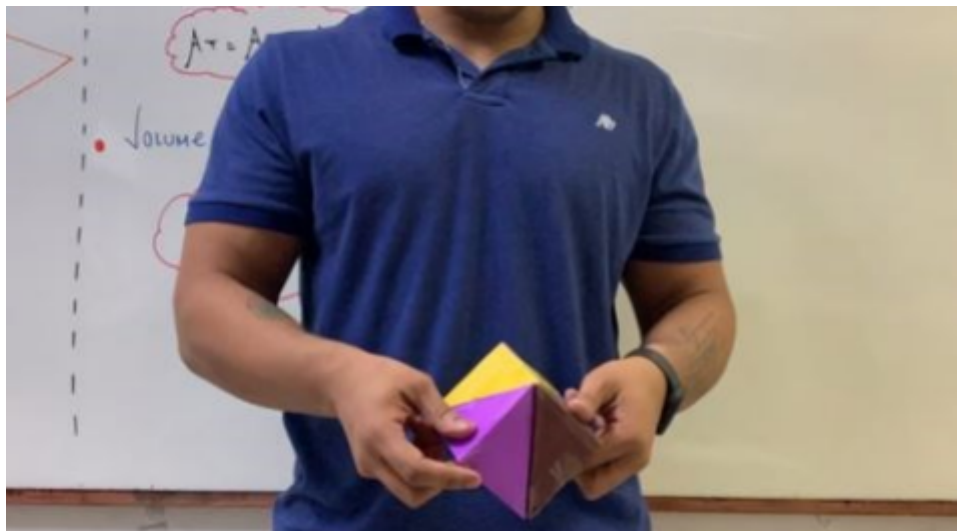


Figura 38– Cubo formado pela pirâmides



Figura 39– Cubo aberto

5.6.2 Resultados alcançados

Nessa atividade houve pouca interatividade, pois os alunos apreciaram mais a montagem das pirâmides com material artesanal levado para a sala. Apesar de essa aula ter foco em mostrar a relação entre volumes de cubo e pirâmides, as expectativas com a realização da aula foram totalmente atendidas, com os alunos extremamente interessados.

6 CONCLUSÃO

A vivência do Laboratório Itinerante de Matemática foi extremamente gratificante e desafiadora; foi impactante ver o envolvimento dos alunos, que se aglomeravam nos auditórios para participar de atividade artesanal de uma disciplina até então rejeitada por muitos; em contrapartida, as experiências deixaram claro para mim, como professor conteudista, que o maior desafio é ter ideias criativas e viáveis e conseguir a aplicabilidade dessas prospecções em tempo o mais próximo possível do real.

Fazemos parte de uma estatística nada otimista de profissionais do magistério que precisam assumir várias regências de turmas concomitantes para somar recursos financeiros a título de salário mais digno. Essa realidade, que é nacional, obriga o professor a administrar o tempo de ministração em sala de aula, de pesquisa e produção de conteúdo, de catalogação de performance de alunos, através dos diários de classe, entre outras atividades que envolvem a aula propriamente dita. Com mais de quinze anos de experiência no magistério, muito me ressinto do tempo exíguo para as atividades de reflexão, de pesquisa, e de efetiva produção de novos conteúdos. O imediatismo das aulas quotidianas e o cumprimento das muitas cargas horárias de sala de aula, frustram a expectativa de poder realizar mais e melhor.

Adotar a prática de alunos monitores por instituição e/ou por turma, com a função específica de assessorar o professor na organização da logística que envolve cada evento, talvez possa ser uma alternativa para dirimir a falta de estrutura, e de tempo mesmo do professor conteudista, que passaria a se dedicar mais ao pensar novas metodologias do ensino da disciplina.

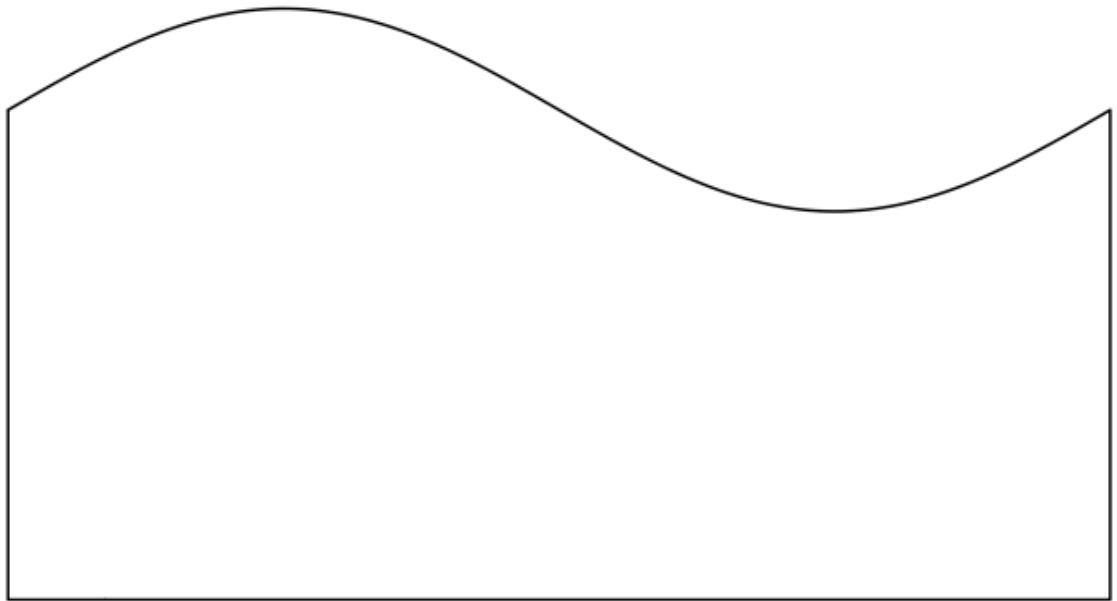
7 APÊNDICE

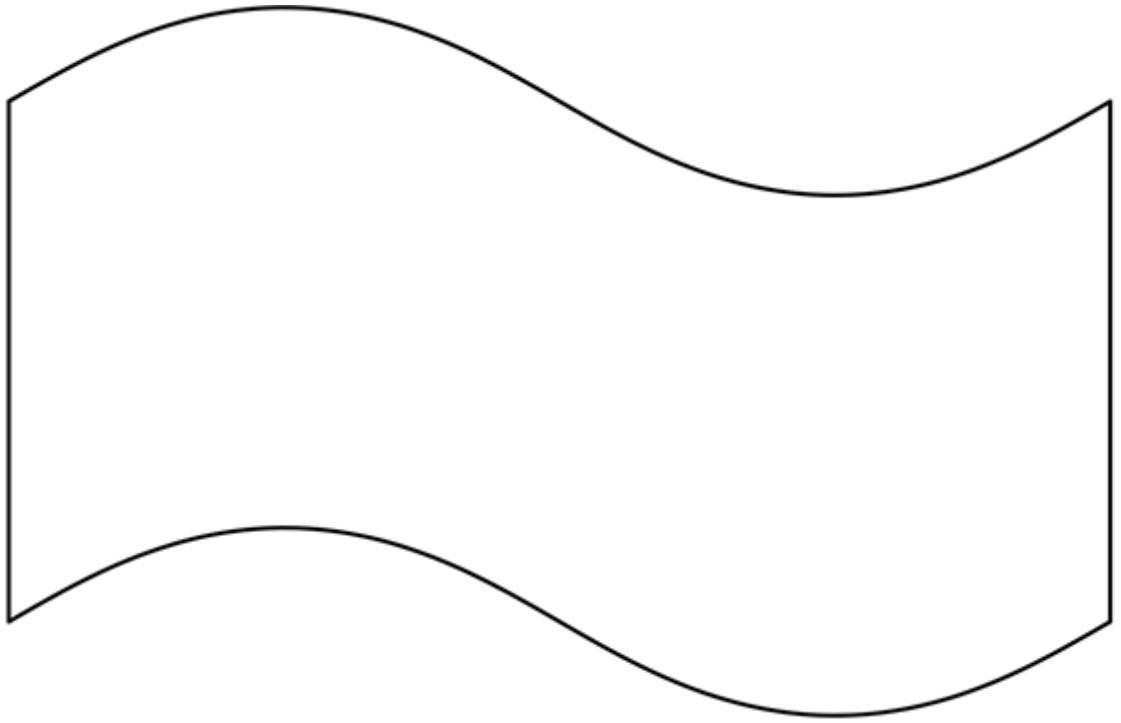
7.1 Moldes Para Construção dos Tronco de Cilindro e Cilindro oblíquo

Para auxiliar a explicação da matéria, podem ser usadas as planificações abaixo para construir os sólidos geométricos, conforme foi feito na aula.

1) PLANIFICAÇÃO DO TRONCO DE CILINDRO

$R = 2,5 \text{ cm}$



2) Planificação do cilindro oblíquo**R= 2,5 cm**

8 REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Básica (2013). **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília, DF: Diretoria de Currículos e Educação Integral, 2013 – MEC/ SEB/ DICEI. Acesso em: Maio de 2020.

COÊLHO, Saul Mark Lima. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas usando material concreto**. Disponível em: <https://docplayer.com.br/34907948-O-ensino-aprendizagem-de-matematica-atraves-da-resolucao-de-problemas-usando-material-concreto-resumo.html>
Acesso em: Abril de 2019.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática Elementar**. 10. 5ª Edição. São Paulo: Editora Atual, 1993. Acesso em: Agosto de 2020.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 39ª Edição. São Paulo: Paz e Terra, 2009. Acesso em: Maio de 2020.

GAGNEBIN, Jeanne Marie. **Lembrar, escrever, esquecer**. São Paulo. Ed.34, 2006. Acesso em: Junho de 2020.

HIELE, P. M. VAN. El Problema de la Comprensión en Conexión con la Comprensión de los Escolares en el Aprendizaje de la Geometría (De Problematiek van het inzicht Gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkundeleerstof). Utrecht: Utrecht University, 1957. (Tradução Gutiérrez, Angel et al, 1990).

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Novas tecnologias no ensino da matemática: tópicos em ensino de geometria**. Rio de Janeiro: UAB, 2008. 223 p Acesso em: Agosto de 2020.

KALEFF, Ana Maria et al. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele. *Bolema*, Rio Claro - Sp, v. 9, n. 10, p.1-8, 1994.

KODAMA, H. M. Y. **Jogos no Ensino da Matemática**. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA, 25 a 29 de outubro de 2004. Acesso em: Maio de 2020.

LIMA, Elon; CARVALO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do Ensino Médio**. v.2. 6.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. Acesso em: Agosto de 2020.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e ensino**. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2007. 3. ed. Acesso em: Agosto de 2020.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 6. ed. 241p. Acesso em: Outubro de 2019.

LORENZATO, Sérgio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de

Professores. LORENZATO, Sérgio. Entrevista cedida a Marisa Gomes dos Santos. Campinas, 05 de dezembro de 2012. Acesso em: Junho de 2018

LORENZATTO, Sérgio. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. 3ª Edição.: DPG LTDA 2021 . Acesso em Junho de 2018

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. 178p. Acesso em: Junho de 2018

MUNIZ, Maria Inês Sparrapan; SOARES, Maria Zoraide Martins; SANTINHO, Miriam Sampeiri; MACHADO, Rosa Maria; RODRIGUES, Wilson Roberto. **Guia do Professor - Experimento – Que curva é essa chamada elipse?**. São Paulo. Disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1374> . Acesso em : Agosto de 2020

NASSER, L. (1997). **Geometria segundo a Teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: IM / UFRJ
Acesso em : Maio de 2020

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática**. Anais do VI Encontro de Pesquisa em Educação da UFPI – 2010. Disponível em:
http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010
. p. Acesso em: Maio de 2020.

SHINE, C. **A Torre de Hanói**. Revista Eureka!, N°. 11, p. 17 – 23, 2001. SILVA, A. F.;
. Acesso em : Setembro de 2018

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e Formação profissional**. Petrópolis: Editora Vozes, 2004. 325 p. Acesso em: Junho de 2020

TOM M. Apostol and Mamikon A. Mnatsakanian. Unwrapping Curves from Cylinders and Cones. Disponível em:
https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/upload_library/22/Ford/apostol388.pdf
Acesso em : Agosto de 2020