A curva normal

Interpretação e tomada de decisão por meio de Projetos para o desenvolvimento do Letramento Estatístico por alunos do Ensino Médio

Rita de Cassia Laselva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pelo Prof. Amari Goulart.

IFSP

São Paulo

2022

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

IFSP

RITA DE CASSIA LASELVA

A CURVA NORMAL

INTERPRETAÇÃO E TOMADA DE DECISÃO POR MEIO DE PROJETOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Orientador: Prof. Dr. AMARI GOULART

Dissertação de mestrado apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus São Paulo.

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA ALUNA RITA DE CASSIA LASELVA E ORIENTADA PELO PROF. DR. AMARI GOULART

SÃO PAULO, 2022

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DO CÂMPUS SÃO PAULO APÓS A DEFESA E DURANTE A PREPARAÇÃO DA VERSÃO FINAL.

Catalogação na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

l343c Laselva, Rita de Cassia
A curva normal: Interpretação e tomada de decisão por meio de Projetos para o desenvolvimento do Letramento Estatístico por alunos do Ensino Médio / Rita de Cassia Laselva. São Paulo: [s.n.], 2022.
142 f.

Orientador: Amari Goulart

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2022.

1. Curva Normal. 2. Probabilidade. 3. Estatística. 4. Letramento Estatístico. 5. Estocástica. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

RITA DE CASSIA LASELVA

A CURVA NORMAL

INTERPRETAÇÃO E TOMADA DE DECISÃO POR MEIO DE PROJETOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada e aprovada em 18 de outubro de 2022 como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, junto ao programa de Pós-graduação - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus São Paulo.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Amari Goulart

IFSP – Campus São Paulo

Orientador e Presidente da Banca

Profa. Dra. Auriluci de Carvalho Figueiredo

Universidade Metropolitana de Santos

Membro da Banca

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho

IFSP – Campus São Paulo

Membro da Banca

“A única coisa que se leva da vida é ...

... a vida que se leva!”

Barão de Itararé

“Cada dia que amanhece assemelha-se a uma página em branco, na qual gravamos os nossos pensamentos, ações e atitudes.

Na essência, cada dia é a preparação de nosso próprio amanhã.”

Chico Xavier

Agradecimentos

Esse trabalho jamais seria possível se Ele não fosse minha inspiração, na Humildade e no Amor. Foram muitos anos de vivências, de aprendizados, de construções, desconstruções e reconstruções. Muitos passos inseguros, muitos passos errados, muitos passos na tentativa de fazer o melhor e da melhor forma para que meu aluno pudesse aprender e se desenvolver nos estudos da Matemática. Certamente muitos erros, muitos exageros, muitos equívocos foram cometidos, mas muito amor, muita cumplicidade, muitas amizades, muitas trilhas foram percorridas. Chego ao final de mais uma delas com imensa gratidão a Jesus por permitir realizar esse sonho.

Muita gratidão também a meus pais porque me deram a oportunidade da vida e por todo o amor dedicado em suas vidas na formação de uma família linda, a qual agradeço também a amizade de meus irmãos Claudia e Roberto.

Agradeço imensamente toda a paciência e auxílio de meus amores: meu marido Mauro e de meus filhos Rodrigo e Rebecca.

Durante toda a minha trajetória de vida, muita aprendizagem, muitas risadas, muitas histórias, muita gratidão a muitos. Não teria como citar um a um sem esquecer alguém, mas, sem dúvida, algumas dessas pessoas não podem deixar de figurar aqui: Otaviano e Muhamad, mestres e amigos que foram como pais na orientação e inspiração no início de meu trabalho como professora no Arqui; Viviane Olivares, uma grande amiga que não permitiu que desistisse dessa empreitada, sempre incentivando e apoiando; Gabriel Tambarussi Avancini, pelos esclarecimentos numa das atividades propostas e, em especial, aos professores do Mendel, Alexandre Vasconcellos Croti e Gabriel Henrique Motta Esteves, que ofereceram a atividade desenvolvida por eles sobre o Gosto Amargo para fazer parte desse estudo.

Por fim, agradeço a todos os professores do Profmat – turma 2019 – do IFSP – campus São Paulo, em especial ao meu orientador Prof. Dr. Amari Goulart, que com muita paciência, dedicação e amizade conseguiu me conduzir à conclusão desse trabalho, bem como a todos os colegas que fizeram parte dessa trajetória, propiciando muitas trocas de experiência e aprendizagens.

RESUMO

Com base no Letramento Estatístico e na Estocástica, o estudo foi desenvolvido levantando aspectos fundamentais para o ensino e a aprendizagem de Estatística pelos estudantes do Ensino Médio, de modo a aproximar a realidade da sala de aula, trazendo interpretações e tomadas de decisões como objetivos essenciais para o desenvolvimento de cidadãos. Esse estudo tem como diretriz a BNCC, utilizando metodologias ativas na busca do saber e na aplicação da pesquisa e no desenvolvimento dela. O Projeto de pesquisa apresenta propostas de trabalho com a Estatística de modo interdisciplinar, explorando por meio do software Excel a construção de histogramas e de curvas normais, além de análise de probabilidades obtidas usando funções do Excel, permitindo assim a tomada de decisões em relação aos problemas propostos.

Palavras-chaves: Estatística, Probabilidade, Letramento Estatístico, Curva Normal.

ABSTRACT

Based on Statistical Literacy and Stochastics, the study was developed raising fundamental aspects for the teaching and learning of Statistics by high school students, to bring the reality of the classroom closer, bringing interpretations and decision-making as essential objectives to the citizens' development. This study is guided by the BNCC, using active methodologies in the search for knowledge and in the application of research and its development. The research project presents proposals for work with Statistics in an interdisciplinary way, exploring through Excel software the construction of histograms and normal curves, in addition to the analysis of probabilities obtained using Excel functions, thus allowing decision making in relation to the proposed problems.

Keywords: Statistics, Probability, Statiscal Literacy, Normal Curve.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EM	Ensino Médio
FUMEC	Fundação Municipal para Educação Comunitária
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMC	Índice de Massa Corporal
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
OBEDUC	Observatório de Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pibid	Programa de Iniciação à Docência
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PTC	Feniltiocarbamida
QI	Quociente de Inteligência
ROA	Retorno sobre o Ativo
VaR	Value at Risk

Sumário

1. Introdução

Durante os 23 anos de trabalho, envolvendo o ensino de Análise Combinatória, Probabilidades e Estatística para os segundos e terceiros anos do Ensino Médio, em um colégio da rede privada da cidade de São Paulo, sentia-se uma inquietação que levava a uma reflexão: de que maneira seria possível tornar a aprendizagem dos estudantes, em assuntos tão relacionados à prática e vivência, mais significativa?

A proposta de trabalho com os conteúdos de Estatística a partir do segundo ano iniciava-se com estudos em grupo, em que os estudantes lidavam com dados estatísticos sobre temas sociais, econômicos e/ou científicos escolhidos, de pesquisas elaboradas e realizadas com uma amostra populacional pré-estabelecida, de modo presencial ou virtual, utilizando redes sociais (por exemplo, o Facebook). Após o levantamento dos dados, trabalhavam com tópicos da Estatística Descritiva, fazendo representações por meio de tabelas e de gráficos, dentre eles o histograma, cálculo de frequências, de média, mediana e moda (medidas de tendência central), variância e desvio padrão (medidas de variabilidade) e, por fim, analisavam situações envolvendo as probabilidades dos resultados obtidos, por meio da representação da Curva Normal a partir do gráfico do Histograma representado, discutindo possibilidades de soluções para o problema levantado.

Entretanto, apesar de toda a riqueza de informações trabalhadas e desenvolvidas, percebia-se uma fragilidade no fechamento ou conclusão desses estudos, o que reforçava a necessidade de ampliação de conhecimentos e aplicações, desde o uso de tecnologias até as análises dos gráficos, tais como, a Curva Normal e o seu significado em cada situação problema que estava sendo discutida, com resultados que pudessem gerar interpretações e análises críticas que gerassem reflexões quanto à postura cidadã dos estudantes envolvidos frente a essas situações.

Justamente num ano tão conturbado, 2020, no qual seria necessário fazer a escolha de um tema para a dissertação de mestrado, o mundo parou por conta da Pandemia causada pela Covid-19, que gerou, de modo constante, debates na mídia realizados por jornalistas, lideranças políticas e agentes de saúde.

Neste contexto, representações e análises envolvendo dados e termos estatísticos, como por exemplo, gráficos de curvas e de barras, análises de números de casos e média móvel de infectados, taxas de incidência, de letalidade e de mortalidade, termos como “achatamento da curva”, eram citados nos meios de comunicação, na tentativa de esclarecer a população brasileira sobre a necessidade de cuidados higiênicos e preventivos (como uso de máscara e álcool em gel) e a importância do distanciamento social e, mesmo, do isolamento social, justificados pela “fragilidade” do Sistema de Saúde e pela preservação da vida.

Levando em conta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que vem sendo discutida e implementada nas escolas, com prazo até 2022 para sua total implementação, defende-se que o caminho da contextualização, a aplicabilidade de conteúdos, o uso de tecnologias e o protagonismo dos alunos sejam a força vital do ensino e da aprendizagem para além dos muros da escola.

Segundo Batanero (2001), para uma formação sólida e atual sobre os métodos e técnicas da Estatística por parte dos alunos, deve-se considerar atividades contextualizadas, que favoreçam uma reflexão frente aos problemas e motivem os alunos a construir conhecimentos.

As possibilidades da utilização dos dados da Covid-19 nas aulas de Matemática da Educação Básica são motivadores de estudos e discussões a respeito da aplicabilidade correta de termos estatísticos, como média móvel; de observações de comportamentos sociais, econômicos e ocupação hospitalar como informações adicionais na análise dos resultados gráficos, o que leva ao entendimento de que, para se fazer a leitura além dos dados, são necessários outros conhecimentos para melhor interpretá-los. Além disto, as vivências pessoais (exemplificação pessoal), expressões afetivas, conhecimentos etnomatemáticos[1] e todos os aspectos socioculturais contribuem para a análise das situações problema.

---

[1] Etnomatemática é a área de investigação que estuda as multifacetadas relações e interconexões entre ideias matemáticas e outros elementos e constituintes culturais, como a língua, a arte, o artesanato, a construção e a educação. Fonte: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/etnomatematica-pedagogica, acessado em 05/11/2022 às 13h39min.

Todas as informações acima citadas permitem desenvolver o Letramento Estatístico, que representa, segundo Gal (2002), a habilidade básica de compreensão ou investigação dos resultados estatísticos, levando-se em conta a coleta e organização de dados, a construção e exibição de tabelas e a representação de diferentes formas de linguagem, além de, com certeza, incluir a compreensão de conceitos, vocabulários e símbolos como medida de incerteza probabilística.

Com base no Letramento Estatístico, tem-se o objetivo de propor atividades para desenvolver as aprendizagens que envolvam a Probabilidade e a Estatística, que integram o estudo da Estocástica[2] e que auxiliem na busca de respostas à questão motivadora deste trabalho:

❖ Quais atividades e/ou projetos de pesquisa, contextualizados, permitem representações da Curva Normal, que resultam em aprendizagem significativa e crítica para os alunos do terceiro ano do Ensino Médio?

Esta questão se desdobra em duas perguntas:

➢ Quais conteúdos da Probabilidade e da Estatística devem ser explorados para uma aprendizagem crítica e fundamentada em relações de significados nos estudos envolvendo Curva Normal?

➢ Quais propostas de atividades, utilizando metodologias ativas, podem tornar a compreensão da Curva Normal significativa, auxiliando os alunos em tomadas de decisões?

De modo globalizado, pode-se observar a aplicabilidade da Estatística em todo o tipo de organizações, tais como empresas e microempresas, órgãos governamentais, instituições financeiras, instituições educacionais, dentre outros, o que mostra a importância de conhecimentos estatísticos para um bom desempenho dos estudantes no mundo do trabalho e na vida.

A questão que se coloca é: o aluno de hoje está preparado para ler, interpretar, tomar decisões diante de um gráfico que relaciona dados obtidos em situações problema?

---

[2] Estocástica é o estudo da Estatística e da Probabilidade de forma integrada, isto é, o emprego para uso estatístico do cálculo de probabilidade. Fonte: BATANERO, 2001.

Nesta linha, percebe-se que, em geral, um simples diagrama de árvore não é compreendido pela maioria da população brasileira, como por exemplo, na Figura 1 que segue.

Figura 1 - Será que assim ficou mais claro?

Fonte: Autor desconhecido. [3]

A Figura acima circulou na rede social 'WhatsApp' com o propósito de estimular o brasileiro a tomar vacina contra a Covid-19 com destaque à seguinte frase: "Será que assim ficou mais claro?". Neste esquema, a intenção de deixar claro os benefícios da vacina foi eficiente e comunicou aquilo que gostaria de deixar explícito? Infelizmente, não! Leituras e interpretações de infográficos nem sempre são trabalhadas e estimuladas na escola. Na maioria das vezes, o ensino de Estatística fica atrelado a representações de tabelas com dados que não estão relacionados a uma questão levantada pelo grupo de estudantes, com aplicações referentes a cálculos de frequências, a conceitos básicos de medidas de tendência central e de dispersão e seus respectivos cálculos, sem analisar o que significa cada um dos conceitos diante dos dados tabulados e de suas

[3] WhatsApp [Laselva's & Cirillo's]. 17/01/2021. 14h58min. O *WhatsApp* é uma rede social de troca de mensagens e comunicação instantânea em áudio e vídeo pela internet.

representações gráficas, ou seja, não se exploram os significados dos conceitos em suas aplicações.

Um aspecto que está diretamente relacionado ao ensino de Estatística é o fato de os atuais professores não terem tido uma aprendizagem adequada como alunos da escola básica, nem mesmo em seus cursos de licenciatura, conforme apontam os estudos de Macedo (2016) e Carzola (2008).

Toda esta dificuldade no ensino e na aprendizagem da Estatística Descritiva e da Probabilidade na Escola de Educação Básica pode ser justificada por este conteúdo não ter feito parte do currículo de Matemática em todos os seus anos, o que justamente contrapõe a BNCC, a partir de 2018, com sua proposta de implementação desses estudos desde os anos iniciais. Não é de hoje a preocupação com o ensino da Estatística, pois desde o início dos anos 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) já inseriam um eixo de estudos estatísticos denominado Tratamento da Informação.

Carzola e Castro (2008) consideram que as ações para letrar e alfabetizar o cidadão em estatística e probabilidade deveriam suscitar reflexões sobre a formação do professor, pois estes atuam na base educacional, tendo em vista que os conceitos referentes a esse tema são ferramentas para a compreensão da realidade e podem inserir o aluno nas discussões sociais.

De acordo com Macedo (2016),

> [...] Compartilhamos com Guimarães, Gitirana, Marques e Cavalcanti (2009) a visão de que os docentes não têm uma formação adequada ao longo de sua vida escolar, seja no ensino básico ou superior. Segundo essas autoras, esse tema ganhou, recentemente, a atenção dos pesquisadores. Muitos professores não tiveram em sua vida escolar e profissional uma aprendizagem sistematizada sobre esse assunto. Em função dessa recente inclusão, só mais recentemente estão sendo realizadas pesquisas referentes ao processo de ensino e de aprendizagem dessa disciplina. [...] (Guimarães, Gitirana, Marques e Cavalcanti, p. 14, 2009; *apud* MACEDO, 2016, p. 46)

Para se letrar e alfabetizar o cidadão a sala de aula deve ser um ambiente de provocações e proposições onde se utiliza a alavanca do conhecimento capaz de mover o mundo. O professor deve ser o pivô, o ponto de apoio neste processo.

> [...] Corroboramos Costa e Nacarato (2011), que indicam deficiências dos docentes quando tratam dos processos de ensino e aprendizagem de noções estatísticas, seja por razões de formação inadequada ou de formação deficitária na escolarização do professor. Esses déficits de aprendizagem conduzem ao despreparo para atuação em sala de aula, acarretando certamente abordagens superficiais. Segundo essas autoras: Essa deficiência também está na dificuldade que os professores de Matemática têm que lidar com a estocástica, pautados na prática tradicional e decorativo, o que gera um despreparo generalizado nos alunos e uma grande dificuldade no desenvolvimento do raciocínio estocástico. Tal deficiência vem dos próprios cursos de licenciatura. [...] (Costa e Nacarato, p.372, 2011, *apud* MACEDO, 2016, p. 46)

Sem formação ou com formação deficitária para ensinar Estatística e Probabilidade, o professor se vê amarrado a um processo de ensino técnico, preso a conceitos, fórmulas e representações descontextualizadas e descontínuas, não permitindo reflexões e relações que estabeleçam links com a vida, nem mesmo, que permitam analisar situações segundo estes dois tópicos.

> [...] Para sintetizar esses aspectos, citamos Kataoka, Oliveira, Souza, Rodrigues e Oliveira (2011), que destacam como as dificuldades em trabalhar os conteúdos concernentes ao bloco da Estatística e Probabilidade na Educação Básica estão relacionadas à não contextualização dos conteúdos, dando prioridade apenas ao uso de fórmulas, sem discutir os significados dos conceitos em estudo, como por exemplo a relação entre desvio-padrão e a média. [...] (MACEDO, 2016, p. 46)

É muito comum observar-se nos alunos do EM os que sabem determinar, a partir de um rol, sua média e seu desvio-padrão, porém, nada além disto consegue-se extrair, evidenciando a ineficiência de ensino, pois são jovens que se formam como cidadãos que não são capazes de interpretar, analisar e tomar decisões diante de dados, tabelas, infográficos, dentre outras formas de representações.

> [...] Uma das maiores dificuldades em se trabalhar com Probabilidade e Estatística no ensino fundamental é que professores de Matemática não tiveram, durante o seu processo de formação, uma discussão sob os aspectos relacionados à didática da Estatística. Assim, muitas vezes, eles apresentam tais conteúdos de forma descontextualizada, priorizando o uso excessivo de fórmulas, que muitas vezes não fazem sentido para os alunos, opondo–se, dessa forma, à exploração de situações que envolvam aproximação, aleatoriedade e estimação. [...] (MACEDO, 2016, p. 46)

Ben-Zvi e Garfield (2005) definem três conceitos para a formação do cidadão crítico estatisticamente: letramento estatístico, pensamento estatístico e raciocínio estatístico.

1. O Letramento Estatístico: composto pela habilidade básica para compreensão ou investigação dos resultados estatísticos. Inclui a coleta e organização de dados, a construção e exibição de tabelas e a representação de diferentes formas de linguagem, bem como a compreensão de conceitos, vocabulários e símbolos como medida de incerteza probabilística.

2. Raciocínio estatístico: definido como a forma pela qual as pessoas dão sentido à informação estatística, o que envolve a interpretação de um conjunto de dados, as formas de representações ou o resumo dos dados estatísticos. É uma conexão entre os dados e a oportunidade de ocorrência, ou seja, a relação entre conceitos capazes de explicar os processos estatísticos.

3. Pensamento estatístico: compreensão de como são conduzidas as investigações estatísticas em um estudo. Envolve a natureza da amostragem, a inferência a partir da amostra de uma população, estabelecendo parâmetros de casualidade, ou seja, considerando a simulação de fenômenos aleatórios, como são produzidos os dados para estimar probabilidades, e como, quando e por que as ferramentas inferenciais existentes podem ser usadas como recurso do processo investigativo. Assim, o pensamento estatístico permite que o sujeito seja capaz de compreender e utilizar o contexto de um problema para estabelecer meios para tirar conclusões, considerando que sejam capazes de criticar e avaliar resultados de um estudo estatístico.

Desta forma, todo planejamento de atividades que permitam uma aprendizagem significativa, segundo os três parâmetros descritos acima, deve levar em conta a epistemologia do conhecimento matemático, os significados dos objetos específicos a serem ensinados e suas transformações e adaptações que devem ocorrer nas diferentes etapas do ensino e da aprendizagem.

Para uma aprendizagem significativa[4] são necessárias metodologias que busquem a resolução de problemas como um elemento norteador fundamental, visando a superação de dificuldades, discussão de erros e/ou busca de estratégias para superar obstáculos. Assim, o estudante se torna protagonista de sua aprendizagem, além de desenvolver habilidades de socialização e de colaboração no trabalho com os colegas, o que é de fundamental importância para seu engajamento no mundo adulto.

Percebe-se, então, a importância da contextualização e da problematização para uma aprendizagem crítica e consistente da Estatística e da Probabilidade, tornando a interpretação da Curva Normal significativa em situações de aplicabilidade na vida do cidadão.

Levando em conta o desejo de responder à questão “Como tornar a Curva Normal um objeto de aprendizagem significativa para os alunos do terceiro ano do Ensino Médio?”, tem-se a necessidade de buscar atividades metodológicas que criem condições para serem trabalhados os conteúdos de Probabilidade e de Estatística Descritiva a partir de situações problema, que busquem criar questionamentos e discussões da aplicação dos conteúdos e o seu porquê e o que implicam nas etapas de resolução das situações.

A Curva Normal, geralmente, nem chega a ser abordada nos cursos do terceiro ano do Ensino Médio, mas traz-se a discussão da importância do trabalho com a Curva Normal por permitir a análise dos dados, buscando um posicionamento crítico do estudante diante das situações analisadas, propiciando, assim, formar cidadãos críticos e preparados a tomarem decisões em suas vidas.

Como pode-se observar na Competência Específica 3 da BNCC que afirma:

---

[4] **Aprendizagem significativa** é o conceito central da teoria da aprendizagem de David Ausubel. Segundo Marco Antônio Moreira "*a aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-literal) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo*". Em outras palavras, os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o aluno possui. Ausubel define este conhecimento prévio como "*conceito subsunçor*" ou simplesmente "*subsunçor*". Os subsunçores são estruturas de conhecimento específicos que podem ser mais ou menos abrangentes de acordo com a freqüência com que ocorre aprendizagem significativa em conjunto com um dado subsunçor. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Aprendizagem_significativa acessado em 05/11/2022 às 13h52min.

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, 2018, p. 533)

E ainda,

> As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, geométricos, estatísticos, probabilísticos, entre outros. (BNCC, 2018, p. 533)

Seguida da habilidade:

> (EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). (BNCC, 2018, p. 537)

Assim, o Letramento Estatístico e a Estocástica (Estudo de Estatística e Probabilidade) estarão presentes nos estudos deste trabalho a partir de contextualizações que permitam criar atividades que culminem no estudo da Curva Normal.

Usando a BNCC como diretriz, as atividades pretendem explorar o conjunto de habilidades que seguem na Tabela 1 abaixo.

Tabela 1 – Habilidades da BNCC

(EM13MAT202)	Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT106)	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
(EM13MAT406)	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407)	Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.
(EM13MAT511)	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Adaptada BNCC, 2018, p.546

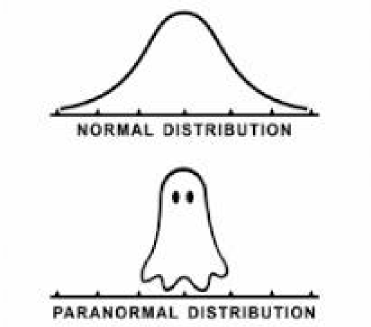
Tais habilidades exigem que a construção das atividades contemple situações problema que representem diferentes contextos, ou seja, explorem situações discretas, contínuas, que levem a análises de casos de probabilidades a partir de diversas representações gráficas e que possam caracterizar a Curva Normal.

2. Um pouco da História da Curva Normal

Segundo Caire (2013), nos séculos XVIII e XIX, matemáticos e físicos desenvolveram uma função densidade de probabilidade que descrevia bem os erros experimentais obtidos em medidas físicas. Essa função densidade de probabilidade resultou na conhecida curva em forma de sino, chamada distribuição normal ou gaussiana. Essa distribuição fornece uma boa aproximação de curvas de frequência para medidas de dimensões e características humanas.

De modo ilustrativo, segue a Figura 2 que traz a forma da Curva Normal.

Figura 2 – Uma Comparação Visual das Distribuições Normais e Paranormais



Fonte: Autor: Matthew Freeman –
https://www.dicionarioinformal.com.br/variantes%20al%C3%A9licas/Janeiro de 2006.[5]

Os primeiros matemáticos a consideravam apenas como uma aproximação conveniente para a distribuição binomial, que constitui um modelo probabilístico resultante do Binômio de Newton – Isaac Newton, físico e matemático inglês (1643-1727). Mas no início do século XIX, em trabalhos de Pierre Simon Laplace – matemático, astrônomo e físico francês (1749-1827) – e Carl Friedrich Gauss – matemático, astrônomo e físico alemão (1777-1855) –, a distribuição normal tornou-se amplamente aceita com base em muitos trabalhos

[5] Figura 2 – fonte: https://www.google.com/search?q=IMAGEM+CURVA+NORMAL+X+CURVA+PARANORMAL&sxsrf=AOaemvI2tMtr66J9Z3D2AQTEPEuiHDsfQA:1637597899629&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjF4d3Ir6z0AhWWqpUCHcIIDVgQ_AUoAXoECAEQAw&biw=1280&bih=577&dpr=1.5#imgrc=zU1KG-Iv9jGSSM acessado em 22 de novembro de 2021.

estatísticos, principalmente em astronomia. A distribuição normal pode ser usada como aproximação para outras distribuições.

Historicamente, a primeira publicação da distribuição normal (como uma aproximação da distribuição binomial) foi em um panfleto publicado em latim, datado de 12 de novembro de 1733, cujo título era "Approximatio ad Summam Terminorum Binomii (a + b)n in Seriem expansi". Em 1738, Abraham de Moivre – matemático francês (1667-1754), publicou em The Doctrine of Chances a tradução para o inglês, porém, sem chamar atenção.

Caire registra que "em 1774, Laplace obteve a distribuição normal como uma aproximação da distribuição hipergeométrica e quatro anos mais tarde ele dispôs em tabelas a probabilidade integral".(CAIRE, 2013, p. 8)

Gauss, no início do século XIX, apresentou técnicas baseadas na distribuição normal que se tornaram métodos padrões usados a partir de então. Os argumentos teóricos usados na distribuição normal eram baseados no Teorema Central do Limite.

Assim, a Curva Normal é a forma gráfica de uma função de probabilidade f(x) dada por uma função específica resultante do Binômio de Newton (p + q)n em que p e q assumem valores iguais a meio com n infinitamente grande – caso especial do Binômio de Newton.

Caire (2013) ainda traz que a equação da curva normal se baseia em dois parâmetros: a média e o desvio-padrão que definem uma determinada população, com uma certa característica.

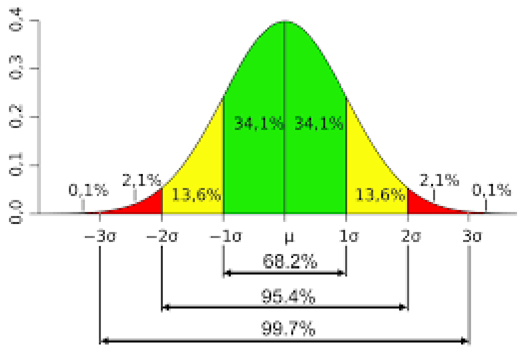
Atualmente, a função densidade de probabilidade é estudada considerando uma variável aleatória contínua X, que assume valores reais quaisquer, de modo que temos uma distribuição normal se a função densidade de probabilidade for dada por:

$$f(x) = \left(\frac{1}{\left(\sqrt{(2\pi)}\sigma\right)}\right).e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma^2)}\right)} \text{ para } -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty \text{ e } \sigma^2 > 0,$$

em que μ, média da população, e σ, desvio-padrão, são parâmetros que especificam completamente uma distribuição normal.

Um exemplo dado por Caire (2013) para essa função foi com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right).e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}$. Cujo gráfico foi representado pela Figura 3 abaixo:

Figura 3 – Curva Normal com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$



Fonte: (CAIRE, 2013, p. 11)

No gráfico da Figura 3, observa-se que a média posiciona o centro, enquanto o desvio-padrão fornece o grau de dispersão.

Ainda, tem-se que a média é o ponto da curva onde a primeira derivada de sua equação é igual a zero e o desvio-padrão representa os dois pontos de inflexão dessa curva, isto é, onde a sua segunda derivada é igual a zero.

Segundo Caire (2013) existe uma polêmica sobre a origem da Curva Normal, destacada na publicação de um artigo de Karl Pearson[6] (inglês, 1857 – 1936), denominado Historical Note on the Original of Normal Curve of Errors, revista Biometrika[7], que questionava a origem e a história da curva normal. Antes da publicação desse artigo, o surgimento da Curva Normal era atribuído a Gauss, porque Laplace fez uma referência a Gauss em "Théorie Analytique des Probabilités" (1812).

---

[6] Karl Pearson foi um grande contribuidor para o desenvolvimento da estatística como uma disciplina científica séria e independente. Foi o fundador do Departamento de Estatística Aplicada na University College London em 1911; foi o primeiro departamento universitário dedicado à estatística em todo o mundo. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Karl_Pearson, acessado em 22 de novembro de 2021.

[7] Biometrika é uma revista científica revisada por pares, publicada pela Oxford University Press para o Biometrika Trust. O editor-chefe é Paul Fearnhead. O foco principal desta revista é a estatística teórica. Foi criada em 1901 e originalmente apareceu trimestralmente. Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Biometrika, acessado em 22 de novembro de 2021.

Pearson afirma ser Abraham de Moivre o primeiro a desenvolver a fórmula da “curva normal”, pois tal panfleto teria sido encontrado como um suplemento em novembro de 1733, de Miscellanea Analytica, editado por Moivre em 1730.

Pearson vai mais além ao analisar o suplemento e encontrar o primeiro tratamento conhecido dado à probabilidade integral e essencialmente à curva normal. Tal suplemento, entretanto, foi anexado a apenas algumas cópias de Miscellanea Analytica, o que gerou discussões entre Pearson e outro matemático, Archibald[8] (1875-1955), quanto a esse suplemento ser ou não de Miscellanea Analytica e quanto à sua importância histórica.

Ainda hoje, a polêmica se faz presente nos meios acadêmicos e se continua chamando de Curva Gaussiana, mas, de fato, verifica-se que Moivre antecedeu Gauss e Laplace no estudo da curva normal conforme foi deduzido e transcrito com o suplemento “Approximatio ad Summam Terminorum Binomii (a + b)n in Seriem expansi” de 1733.

[8] Raymond Clare Archibald foi um matemático canadense. (1875-1955). Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Raymond_Clare_Archibald, acessado em 22 de novembro de 2021.

3. Revisão Bibliográfica

A fim de buscar uma formação com base na construção de conhecimentos e conteúdo em contextos que conversem com a realidade dos estudantes, por meio do uso de métodos e técnicas da Estatística, como já justificado, os professores devem sugerir atividades contextualizadas, que favoreçam uma reflexão frente aos problemas e motivem os alunos a construírem conhecimentos.

Tomando-se como base de estudos a dissertação de Macedo (2016), cujo tema é "Conhecimentos de Professores de Matemática sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Noções Estatísticas – CURVA NORMAL", observa-se que o autor teve como objetivo investigar a ampliação da base de conhecimentos de um grupo de professores de Matemática da Educação Básica da Rede Pública do Estado de São Paulo para ensinar noções envolvidas na leitura da curva normal para alunos do Ensino Médio, por meio de uma formação continuada, a partir de reflexões compartilhadas e de vivências sobre inovações didáticas no ensino de Estatística e Probabilidade.

O autor destaca que a opção de trabalhar com a curva normal decorre do desenvolvimento da aplicação desse conceito em muitas situações cotidianas (por exemplo, em pesquisas eleitorais, área de saúde, análise ambiental, análise financeira) a fim de projetar algumas probabilidades.

Também justifica a importância desse ensino, adequado ao desenvolvimento de um cidadão crítico e consciente, diante de análises de resultados de pesquisas eleitorais realizados pela mídia, levando os cidadãos a tirarem conclusões equivocadas, ao utilizarem termos estatísticos de maneira inoportuna.

Macedo (2016) considerou as seguintes questões no desenvolvimento de sua pesquisa:

> [...] Quais conhecimentos que um grupo de professores de Matemática da Educação Básica revela sobre noções de Estatística e de seu ensino, em especial os que se referem à Curva Normal?
>
> Quais são as contribuições de um processo formativo cujo pressuposto é o de reflexões compartilhadas sobre situações que exploram noções estatísticas por meio da curva normal de forma intuitiva para a ampliação da base de conhecimentos de professores de Matemática da Educação Básica para o ensino desse tema?

> Este trabalho foi desenvolvido na linha de pesquisa “Formação de Professores que Ensinam Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, e os dados foram coletados no âmbito do Projeto Observatório da Educação (Edital Capes 49/2012), com financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). (MACEDO, 2016, p. 17)

O autor usou como base teórica textos que analisam a formação de professores a partir de profissionais não licenciados, como por exemplo, engenheiros, que assumem o cargo sem estarem aptos para exercerem a tarefa de ensinar por falta de licenciatura na disciplina, segundo Gatti (2014).

Macedo (2016) concorda com Gatti (2014) quanto ao posicionamento referente à formação de professores.

> Levanta questões a serem equacionadas no que respeita à necessidade de uma política de ação dirigida aos cursos de licenciatura, em suas condições de oferta, em perspectiva de valorização, como se verifica por algumas pesquisas (curso fácil, curso esquecido, não valorizado na universidade etc.) de modo que se reforcem suas características específicas. (GATTI, 2014, p. 33)

Diante de tantas necessidades de qualificar professores que atuam na Educação Básica, a Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) desenvolveu programas específicos voltados para a formação inicial docente nas instituições de ensino superior, tais como o Programa de Iniciação à Docência – Pibid, dentre tantos outros.

Desta forma, toda a dissertação de Macedo (2016) foi voltada à importância da formação continuada do professor no ensino da Curva Normal, a fim de propiciar uma base adequada para atuação profissional, procurando também suprir as deficiências da formação inicial.

Assim, por meio do programa Observatório de Educação (OBEDUC), uma parceria da Capes e do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – Anísio Teixeira (INEP), foi possível fomentar pesquisas e estudos junto a um grupo de professores da escola básica referente ao ensino da Curva Normal – objeto de pesquisa desta dissertação.

Macedo (2016) utilizou documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para analisar situações de ensino e aprendizagem e a importância da formação de professores frente à tarefa de ensinar Matemática. O PCN também indica o distanciamento entre teoria e prática, isto é, a dificuldade de contextualização e aplicação de interpretações significativas de conceitos e cálculos estatísticos e probabilísticos. Algo que é corroborado ao longo do trabalho aplicado junto ao grupo de professores desse estudo.

A metodologia partiu de análises de documentos curriculares como os do Estado de São Paulo (2014) e a versão preliminar da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de 2015. A pesquisa foi estruturada em duas fases: a primeira, um estudo diagnóstico, a partir da aplicação de dois questionários - um para definir o perfil dos professores participantes e identificar conhecimentos de conteúdos presentes no estudo da curva normal, como por exemplo média e desvio-padrão e, o segundo, com a finalidade de obter dados sobre conhecimentos específicos (conceitos) e pedagógicos dos professores relativos ao tema – tais questionários foram o ponto de partida para a elaboração de atividades aplicadas aos professores ao longo do processo formativo.

Na segunda fase – o Processo Formativo – foram aplicadas atividades aos professores participantes a fim de estimular discussões e debates sobre o processo de ensino e de aprendizagem a respeito de noções estatísticas – desvio-padrão e curva normal.

Foram utilizados os princípios do Design Experiments, segundo Cobb et al. (2003), para o desenho do processo e da coleta de dados empíricos durante a formação.

Para reflexões envolvendo o letramento estatístico, foram adotados os princípios de Gal (2005) e Ben-Zvi e Garfield (2005), que consideram que um cidadão é estatisticamente letrado se for capaz de organizar, discutir e comunicar de forma eficiente as informações coletadas em diferentes contextos. Além do aporte teórico de Batanero e Godinho (2005), que discutem atividades e formação sobre a Educação Estatística e justificam a inserção desse tema na escola básica desde os anos iniciais.

Portanto, a formação continuada sobre os processos de ensino e aprendizagem da curva normal procurou, por meio da vivência e análise de uma sequência didática contextualizada, investigar quais são os conhecimentos necessários para o professor ensinar noções relativas à curva normal. Partiram do pressuposto que a partir da discussão da curva normal, o professor poderia ressignificar conceitos fundamentais da Estatística como média e desvio-padrão – e a relação entre esses dois conceitos – bem como a interligação da Estatística e Probabilidade.

Autores como Tauber (2001) fundamentaram teoricamente a pesquisa, dando mais sentido às reflexões e debates, no tocante a deixar de lado o ensino tradicional de Estatística, isto é, ensino por meio de fórmulas, para desenvolver uma reflexão sobre significados de conteúdos estatísticos e probabilísticos, de forma a promover um letramento estatístico, contextualizando e aproximando a Probabilidade da Estatística, cujos conceitos são desenvolvidos de forma independente pelos currículos escolares.

Macedo (2016) foi muito assertivo ao relacionar o ensino e a aprendizagem de Estatística e Probabilidade à compreensão da realidade e do mundo quando afirma

> O ensino da probabilidade e da estatística atualmente é um campo que deve merecer profundas reflexões por parte de educadores e pesquisadores em Educação Matemática, tendo em vista as indicações para o ensino desse tema em currículos prescritos de Matemática para a Educação Básica. Essas indicações decorrem do fato de conceitos e procedimentos estatísticos se constituírem como elementos fundamentais para a compreensão da realidade e as demandas de outras áreas do conhecimento. (MACEDO, 2016, p. 51)

A BNCC traz de forma assertiva o ensino da Estatística e da Probabilidade distribuído ao longo dos doze anos da Educação Básica. Tal tomada de decisão favorece a criação de situações que levem os estudantes a elaborar hipóteses e se certificar sobre a validade das mesmas, isto é, a aprender matemática de maneira crítica, ao fazer matemática, ao desenvolver registros de representações pessoais e ao apropriar-se dos registros formais.

Durante a fase diagnóstica da pesquisa, foram levantados os perfis dos professores e de suas formações iniciais, bem como uma investigação sobre as concepções do ensino de Estatística, levando em conta os conhecimentos dos professores antes do processo formativo. Segundo Shulman (1986), é fundamental levar-se em consideração as três categorias: conhecimento de conteúdo, conhecimento pedagógico (estratégias que o professor utiliza para ensinar) do conteúdo e conhecimento do currículo.

Todas as respostas das pesquisas foram registradas e documentadas no corpo da pesquisa. Ao final, foi possível perceber o quanto é fundamental a formação continuada do professor.

Dentre as reflexões estabelecidas, alguns ganhos foram percebidos quanto à utilização de uma planilha eletrônica Excel para auxílio de cálculos referentes a dados obtidos e registrados. Na medida que reflexões eram estabelecidas, novos significados para termos estatísticos eram incorporados, por exemplo, a média deixou de ser um valor que representa um valor central para o grupo, e passou a compor um conjunto de dados a serem considerados, juntamente com outras medidas de tendência central (mediana e moda). Bem como relacionar desvio-padrão como um dado de suma importância para a análise da dispersão dos dados, permitiu aos docentes incorporarem novos conceitos relacionados à base de análise de dados estatísticos, convergindo ao aprendizado da Curva Normal, de modo a estabelecer conjecturas nas mais diversas aplicações, por exemplo, perceber como a curva de Gauss é usada em situações do cotidiano e das ciências.

Esses avanços permitiram que os professores participantes ressignificassem conceitos, para qualificar melhor suas atuações em sala de aula, com segurança e qualidade. A Estatística associada à Probabilidade atribuiu nesta pesquisa uma leitura de dados com significados, garantindo condições para promover uma reflexão mais segura sobre os novos saberes concebidos pelo grupo.

Dando sequência a importância da formação de professores, toma-se outro autor que corrobora com esse assunto a partir de análises de textos que experenciaram processos de ensino e de aprendizagem em Estatística por meio de aplicação de atividades e análise de resultados. Assim, Goulart (2015) explora, em sua revisão bibliográfica, a pesquisa de doutorado de Moreira (2004), que examinou o processo de formação de professores de um curso de Licenciatura em Matemática, com o objetivo de analisar as relações entre os conhecimentos matemáticos veiculados nesse processo e as questões que se colocam na prática docente. O autor salienta em seu trabalho a importância do saber escolar e do saber científico na formação de professores de Matemática, com foco aos conteúdos de Probabilidade e Estatística, objeto de estudos de Goulart.

Moreira considera que é necessário construir uma perspectiva que leve à compreensão de que:

> O futuro professor de matemática da escola vai ensinar, que tipo de questões referentes ao conhecimento matemático ele encontra no seu trabalho docente e que significado se pode atribuir, em termos da prática escolar, à expressão "o professor precisa saber mais do que aquilo que ensina". Em outras palavras, uma perspectiva que nos permitisse estudar o processo de formação e a prática docente escolar e investigar como os conhecimentos matemáticos da formação se conectam (ou não) aos conhecimentos matemáticos envolvidos nas questões que se colocam para o professor na prática profissional na escola básica. (MOREIRA, 2004, p. 181, *apud* GOULART, 2015, p. 24)

A reflexão que se coloca perpassa a investigação quanto à articulação dos conhecimentos estatísticos presentes na formação dos futuros professores de Matemática e dos conhecimentos estatísticos envolvidos nas questões que se colocam para o professor na prática profissional na Escola Básica. Goulart (2015) afirma que o ensino da Estatística e da Probabilidade na Escola Básica não passa de aplicação cega de regras e manipulação de algoritmos, sem nenhuma compreensão por parte dos alunos. Para Goulart (2015), conforme apontado por Luís (2004), os cursos de Licenciatura não oferecem condições para que os futuros professores de Matemática possam reconstruir os conhecimentos matemáticos durante seus cursos. Faz-se necessária, assim, uma conscientização do saber, mediante uma relação reflexiva entre sujeito e objeto do conhecimento, nomeada de "perspectiva da construção do conhecimento" (LUÍS, 2004, p.29, apud GOULART, 2015, p.26). Tal perspectiva exige, dentre outras coisas, uma mudança de postura dos docentes que lecionam em cursos de formação de professores. Ainda, especificamente a professores que lecionam estatística em cursos de graduação, Goulart destaca afirmação de Cordani (2001):

> É preciso mudar a concepção de boa parte dos professores, que insistem numa orientação exclusivamente computacional para a disciplina, com cálculos muitas vezes tediosos, para uma base mais experimental, ligada ao contexto cultural do aluno bem como a área de concentração do curso. (CORDANI,2001, p. 11, *apud* GOULART, 2015, p.27)

Goulart (2015) também coloca como referência resultados obtidos por Santos (2005) em sua dissertação de Mestrado Profissional, que entrevistou um grupo de 52 professores da rede pública estadual de São Paulo e, a partir de análises de dados coletados, observou que a maior parte dos professores não trabalha com conteúdo estatístico na Educação Básica pelos seguintes motivos: assunto complexo, conteúdos estatísticos não serem apresentados em livros didáticos, faltar domínio de conteúdos estatísticos e haver ausência de abordagem destes na formação inicial.

Atualmente, todo livro didático voltado à Escola básica apresenta conteúdos estatísticos, uma vez que os editais do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) deixam claro que todos os blocos do conhecimento matemático identificados nos PCN devem constar no material, bem como, devem estar alinhados à BNCC.

Goulart (2015) destaca o trabalho de Santos (2005) em sua pesquisa por ele apontar indícios do escasso Letramento Estatístico dos professores da Escola Básica, o que pode ser consequência de sua formação inicial ou do longo tempo sem participação em formação continuada, isto é, o professor restringe sua prática à exposição única e exclusiva do que é apresentado no livro didático adotado.

Goulart (2015) também analisou a dissertação de Mestrado Acadêmico de Costa (2007), que investigou como os professores da Escola Básica percebem a inserção de Probabilidade e Estatística nos currículos escolares e como os professores formadores percebem esse ensino na formação do professor de Matemática. Costa (2007) desenvolveu sua pesquisa a partir de um questionário com questões abertas e fechadas aos professores da Educação Básica e de entrevistas com quatro professores formadores. Seus resultados foram semelhantes aos de Santos (2005), porém, pode constatar que a maioria desses professores pesquisados procurava inserir conteúdos estatísticos em suas aulas, buscando apoio não só em livros paradidáticos e didáticos, mas também em jornais e revistas.

Costa (2007) registrou problemas apontados em relação ao livro didático nas entrevistas com professores formadores, como erros conceituais graves quando abordam temas de Probabilidade e Estatística:

> Como o nome do bloco de conteúdo é Tratamento da Informação, qualquer texto que o aluno vai tirar informação do texto eles interpretam como parte, faz tratamento da informação. Os buracos que têm na formação, na sequência do livro são enormes, erros conceituais, dizer que uma frequência relativa é a probabilidade é café pequeno, só que são erros cometidos por quase todos os livros. Então você não pode dizer assim no livro didático o quê que eu tenho que fazer, adianta eliminar esse livro? Não. Porque esse erro está muito difundido. Qual é o trabalho que tem que fazer? É trabalhar corpo a corpo mesmo, é tentar atingir os autores. [...] os resultados têm sido assim desanimadores, têm sido desanimadores em termos de falta de associação, a média existe por si só. Para que relação com alguma coisa? A confusão normal de média com moda não tem nada no livro que leve o aluno a sair dessa confusão porque isso é um obstáculo epistemológico. Aquilo é muito natural do aluno ter, mas não tem nada no livro que minimize isso. (COSTA, 2007, p. 145, *apud,* GOULART, 2015, p.29)

Assim, Goulart (2015) observa, a partir do trabalho de Costa (2007), a necessidade de se analisar como os conteúdos de Probabilidade e Estatística são abordados nos livros didáticos voltados à Escola Básica.

Goulart (2015) destaca também a pesquisa de Viali (2008) referente a cursos de Licenciatura em Matemática, nos quais buscou dados referentes ao trabalho com Probabilidade e Estatística na formação dos futuros professores da Escola Básica, com levantamento e análise das seguintes variáveis: carga horária das disciplinas de Probabilidade e Estatística, percentual desta carga horária em relação à carga total do curso e em que períodos são ministradas essas disciplinas.

Outro aspecto tão importante quanto a formação de professores é o uso de tecnologias que favoreçam o processo de aprendizagem. E para tal, estudou-se o artigo de Carvalho e Araujo (2020), cujo nome é “Articulando a estatística e a probabilidade por meio da curva normal: conhecimentos didáticos-matemáticos de professores do EM”, no qual a Curva Normal é apresentada como uma das possibilidades para o ensino e a aprendizagem da Estatística e da Probabilidade no Ensino Médio, além do destaque que se dá à importância desses assuntos serem explorados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme a BNCC propõe.

A partir da constatação de que o ensino de Estatística está pautado em uma abordagem tradicional, não promovendo a articulação com a Probabilidade, de modo que as duas áreas são ensinadas de forma separada e desconectadas, o trabalho com a Curva Normal é, segundo Carvalho e Araujo (2020), o principal modelo de análise de dados presente na Inferência Estatística que possibilita a abordagem da interrelação entre essas áreas.

Como citam os autores, para Tauber (2001) a aprendizagem da Curva Normal deve ser iniciada na educação básica, por propiciar aos alunos da Educação Básica estudos relativos a fenômenos físicos, biológicos e sociológicos do nosso cotidiano, modelados por meio dela, a partir de sequências didáticas que envolvam a utilização lúdica de recursos computacionais e que permita o envolvimento dos estudantes com a coleta, organização e análise exploratória e significativa de dados reais, tendo em vista que há uma complexidade do significado e entendimento do conceito da Curva Normal, pois ela não pode ser reduzida apenas à sua definição, mas inclui um sistema interligado de conceitos estatísticos e probabilísticos.

Defendem que o professor de Matemática, para exercer sua função docente no ensino de Estatística e Probabilidade, deve ter domínio de conhecimentos e competências que englobam tanto o conhecimento matemático, como também o conhecimento sobre o ensino da Matemática.

Por meio de um trabalho formativo junto a professores de matemática do Ensino Médio da rede pública do estado de Pernambuco, concluíram a importância de se promover discussões e reflexões que possibilitem a ampliação da base de conhecimentos desses professores relativo ao campo Estatístico e Probabilístico.

Também é indiscutível a importância da Curva Normal para as ciências em geral, já que em toda a área do conhecimento humano encontramos formas de se prever fenômenos, modelando conjuntos de medidas na natureza, na indústria e no comércio.

Com o foco na importância da Curva Normal em diferentes campos da vida, toma-se como base de estudos a dissertação de Lima (2009), cujo tema é "Distribuição Normal: Uma introdução voltada ao Ensino por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos", observa-se que o autor sugere o estudo da Distribuição Normal a alunos do Ensino Médio, usando uma planilha eletrônica como ferramenta para simulações. Nas atividades propostas, cálculos de média e desvio-padrão de uma determinada variável contínua foram necessários serem desenvolvidos, levando os alunos a perceberem regularidades e variações importantes para a construção e desenvolvimento do raciocínio estocástico.

Destaca a importância da informática ser inserida no contexto educacional como um meio de contribuição na construção do conhecimento, objetivando a autonomia humana, fundamentando sua pesquisa em trabalhos que visaram à inserção das novas tecnologias no ensino da análise exploratória dos dados, no ensino da distribuição de probabilidade, assim como nas orientações dos PCN. O que foi fortalecido com a BNCC (Brasil, 2018), que destacou o Ensino de Estatística e de Probabilidade desde os anos iniciais da Educação Básica.

Lima (2009) parte da hipótese de que o uso da planilha eletrônica (Excel) na abordagem da Distribuição Normal de Probabilidade permite o dinamismo no tratamento dos dados, mantendo o foco na análise e modelagem, facilitando para que os alunos compreendam esse conteúdo.

Ambientes informatizados permitem usar o computador como uma ferramenta com diversos fins, tais como, descrever uma solução, validar a resposta, analisar possíveis erros e resultados obtidos. Utilizando esses meios, o professor pode definir objetivos, elaborar e realizar experiências de aprendizagem diversificadas e estimulantes, promovendo discussões e reflexões em sala de aula que permitam aos alunos desenvolver um senso de cidadania e cooperação.

Segundo Lima:

> surge a necessidade de responder a uma população escolar cada vez mais diversificada e proporcionar a todos, e a cada um dos alunos um ensino de estatística diferenciado que contribua para que sejam cidadãos conscientes, críticos e responsáveis, capazes de enfrentar os desafios de uma sociedade cada vez mais tecnológica.
>
> A tomada de consciência da necessidade de uma atividade mais centrada no aluno não é novidade. Tem sido marcada no domínio da reflexão sobre educação, pelas contribuições de vários investigadores que têm demonstrado que não existem generalizações como “aluno razoável”, que os alunos têm ritmos individualizados de aprendizagem e que o conhecimento não é uma coisa que se adquire por transmissão, mas algo que se constrói em interação com o mundo e os outros. (LIMA, 2009, p. 18)

Assim, Lima procurou fazer emergir e valorizar as potencialidades do uso da planilha eletrônica (Excel) diante do trabalho com conceitos básicos das distribuições de probabilidade trabalhados no Ensino Médio, a fim de levar os alunos a terem condições de realizar algumas previsões diante de um conjunto de dados, se posicionando diante desses resultados.

O autor também parte da premissa que alguns conceitos devem ser garantidos como ponto de partida para a construção de qualquer sequência didática, tais como: média e desvio-padrão e reconhecimento de variáveis quantitativa discreta ou contínua.

Outro aspecto destacado é o de se buscar sempre trabalhar com exercícios “a partir da coleta de dados reais”, visando a melhor apreensão dos conteúdos por parte dos alunos, conforme aponta Tauber (2001, apud LIMA, 2009). O ensino da Matemática deve favorecer o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o estudante possa interagir com o conhecimento e suas aplicações num mundo em constante transformação.

Após a aplicação da sequência didática, Lima considerou que os alunos passaram a ter a “ideia da Distribuição Normal”, a partir das atividades realizadas em sala de aula, percebendo também a noção da relação existente entre Estatística e Probabilidade, porém, não atingiu o propósito inicial da sua pesquisa, que era propiciar condições de relacionar a probabilidade com os intervalos de normalidade 68%, 95% e 99%. Acredita que os alunos não conseguiram relacionar a probabilidade da área abaixo da curva desses intervalos ao curto espaço de tempo da aplicação da sequência didática. Concluindo, assim, que “a técnica dos exercícios interativos merece ser explorada com maior profundidade, pois acreditamos que os resultados tragam ganhos cognitivos significativos no tocante à aprendizagem da Distribuição Normal" (LIMA, 2009, p. 106)

O estudo permitiu concluir que, na grande maioria dos cursos de licenciatura, a disciplina se limita a um curso de sessenta horas, inserida numa carga total mínima de 2400 horas, o que representa 2,5% da carga horária total do curso e é, em geral, ministrada no quinto ou sexto semestre, além de incluir a Estatística como uma disciplina da Matemática. Além de que, a ênfase do ensino recai sobre a manipulação de algoritmos e demonstração de fórmulas, sem preocupação com a compreensão dos conceitos estatísticos, que representa um trabalho fundamentado na construção do conhecimento.

O Letramento Estatístico não é desenvolvido na formação do futuro professor, tornando-o um mero transmissor de informações, limitando seu trabalho em sala de aula.

Portanto, Goulart (2015) coloca a necessidade de se repensar o ensino da Probabilidade e Estatística na formação inicial de professores de Matemática, com uma nova abordagem, explicitando o papel do saber escolar e do saber científico na formação desses futuros professores, de modo a potencializar em cada um o desenvolvimento do letramento estatístico, para que possam, em suas práticas, criar situações que favoreçam o letramento estatístico de seus alunos.

Como se pode constatar, a partir da revisão bibliográfica levantada, a maioria dos trabalhos envolvendo a Curva Normal, colocou em evidência a falha na formação do professor de Matemática no tocante ao ensino de Estatística na Escola Básica, não explorando o ensino e a aprendizagem da Curva Normal por meio de atividades e/ou sequências didáticas contextualizadas e embasadas em dados da realidade dos estudantes no Ensino Médio. Assim, o foco dessa dissertação será o desenvolvimento de atividades que abordem a Curva Normal, a fim de contribuir com o letramento estatístico dos estudantes da Educação Básica.

4. Objetivo e Metodologia

"*O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram.*"

(Jean Piaget)

O objetivo desta pesquisa é a apresentação de atividades, que possam ser aplicadas em sala de aula por meio do uso de metodologias ativas, que relacionem conceitos estatísticos e resoluções de situações probabilísticas, culminando na construção da Curva Normal e na análise dos dados que dela possam ser extraídos e inseridos no meio social da situação problema trabalhada. Assim, procura-se responder à seguinte questão: Quais atividades e/ou projetos de pesquisa, contextualizados, permitem representações da Curva Normal, que resultam em aprendizagem significativa e crítica para os alunos do terceiro ano do Ensino Médio?

As atividades propostas têm a pretensão de mostrar pontos necessários para que a compreensão da Curva Normal leve a um posicionamento crítico por meio das seguintes questões:

Quais conteúdos da Probabilidade e da Estatística devem ser explorados para uma aprendizagem crítica e fundamentada em relações de significados nos estudos envolvendo Curva Normal?

Quais propostas de atividades, utilizando metodologias ativas, podem tornar a compreensão da Curva Normal significativa, auxiliando os alunos em tomadas de decisões?

A aprendizagem é um processo inerente ao ser humano, uma vez que se aprende desde que se nasce, seja a partir de situações concretas, por tentativas, erros e acertos, que levam a observar, analisar e tomar decisões. Elas nos permitem a realização das ações de modo cada vez mais eficiente e eficaz. Aprende-se também a partir de teorias e ideias que se podem aplicar e verificar se são meios ou soluções para a resolução de problemas. São dois tipos de processos de aprendizagem, o indutivo e o dedutivo. Segundo Paulo Freire (1996), a aprendizagem acontece "[...] não apenas para nos adaptarmos à realidade, mas, sobretudo, para transformar, para nela intervir, recriando-a", fazendo com que o indivíduo faça parte do processo como o ator principal e não apenas como um coadjuvante, ou seja, de forma passiva.

A aprendizagem é ativa e significativa quando ocorre em espiral, em escala de níveis de dificuldades de conhecimentos e competências em todas as dimensões da vida. As etapas de aprendizagem realizam-se por diferentes trilhas com tempos, dinâmicas e formas distintas, que acabam por compor um leque de conhecimentos que se funde com os já existentes em cada indivíduo, estabelecendo relações e conexões.

A Neurociência afirma que o processo de aprendizagem é único e diferente para cada indivíduo, de modo que cada um de nós aprende o que é mais relevante e o que é mais significativo para si, ou seja, o que gera conexões cognitivas e emocionais.

Nesta linha, o que se quer, contrapõe ao ensino tradicional das escolas, que passa por um processo de transmissão de conhecimento e de avaliação uniforme de informações para todos os alunos.

Os processos de aprendizagem são múltiplos, contínuos, híbridos, formais e informais, organizados e abertos, intencionais e não intencionais. O ensino regular é fundamental, por representar um espaço institucional, que organiza e avalia todo o processo escolar de um indivíduo, tendo o poder da certificação, mas, convive com muitas outras formas de aprendizagem, como a internet, o famoso Google, que estimula a curiosidade e permite pesquisas em inúmeros temas, de forma mais livre e sedutora.

A aprendizagem ativa aumenta a flexibilidade cognitiva, que é a capacidade de alternar e realizar diferentes tarefas, operações mentais ou objetivos e de adaptar a situações inesperadas, superando modelos mentais rígidos e automatismos pouco eficientes.

Como fazer, então, uma junção de meios de aprendizagem não presos à uma forma única de transmissão, e que permita um envolvimento do indivíduo muito mais ativo?

De acordo com Bacich e Moran (2018),

> As aprendizagens por experimentação, por design e a aprendizagem maker são expressões atuais da aprendizagem ativa, personalizada, compartilhada. A ênfase na palavra ativa precisa sempre estar associada à aprendizagem reflexiva, para tornar visíveis os processos, os conhecimentos e as competências do que estamos aprendendo com cada atividade. Ensinar e aprender tornam-se complementares e fascinantes quando se convertem em processos de pesquisa constantes, de questionamento, de criação, de experimentação, de reflexão e de compartilhamento crescentes, em áreas de conhecimento mais amplas e em níveis cada vez mais profundos. A sala de aula pode ser um espaço privilegiado de cocriação, maker, de busca de soluções empreendedoras, em todos os níveis, onde os estudantes e professores aprendam a partir de situações concretas, desafios, jogos, experiências, vivências, problemas, projetos, com os recursos que têm em mãos: materiais simples ou sofisticados, tecnologias básicas ou avançadas. O importante é estimular a criatividade de cada um, a percepção de que todos podem evoluir como pesquisadores, descobridores, realizadores; que conseguem assumir riscos, aprender com os colegas, descobrir seus potenciais. Assim, o aprender se torna uma aventura permanente, uma atitude constante, um progresso crescente[...] (BACICH, MORAN, 2018, p.3)

As metodologias ativas têm como maior objetivo o protagonismo do estudante na construção de sua trilha de aprendizagem por envolvimentos diretos, participativos e reflexivos em todas as fases do processo de aprendizagem, com a mediação do professor, que assume o papel de orientador e tutor a fim de garantir que o estudante alcance a meta estabelecida a priori.

A aprendizagem pode se dar de forma híbrida, ou seja, por meio de uma flexibilidade entre presencial e online, uma combinação e um compartilhamento de materiais, técnicas, tecnologias, atividades e espaços.

De acordo com Bacich e Moran (2018), as metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida. Num mundo conectado e digital, as metodologias ativas expressam-se por meio de modelos híbridos com aulas invertidas, plataformas interativas, jogos didáticos, dentre outros.

As atividades serão construídas com base na Metodologia Ativa, com o objetivo de desenvolver estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida, para que o aluno avance mais profundamente na aprendizagem.

Na metodologia Ativa, a aprendizagem formal (o trabalho mais voltado ao conteúdo) pode se dar num processo envolvendo três movimentos ativos híbridos principais: a construção individual – na qual cada estudante percorre e escolhe seu caminho, sob orientação do tutor; a grupal – na qual o estudante interage e compartilha conhecimentos e saberes com o envolvimento de outros estudantes que tenham os mesmos interesses e objetivos, ou que desejem desenvolver um projeto comum, com a mediação de um professor ou de um grupo deles; e a tutorial, na qual a aprendizagem do estudante se dá sob a orientação de pessoas mais experientes em diferentes campos e atividades.

Em todos os níveis, o professor é essencial no processo, como orientador e tutor, para garantir que o estudante não desvie de seus caminhos e se aprofunde na sua aprendizagem, garantindo sempre o protagonismo do estudante.

Para as Metodologias Ativas, as tecnologias digitais são o motor e a expressão do dinamismo transformador, da aprendizagem social por compartilhamento, da aprendizagem por design e aperfeiçoamento de produtos e conhecimentos de novos softwares e processos. A BNCC sugere as tecnologias como eixos estruturantes de uma aprendizagem criativa, crítica, empreendedora e compartilhada, a fim de enriquecer currículos abertos e metodologias ativas.

Por outro lado, as tecnologias digitais trazem inúmeros problemas, desafios, distorções e dependências que devem ser parte do projeto pedagógico da aprendizagem ativa, porém, não é possível mais, nos dias de hoje, fechar os olhos para elas. Vive-se num mundo conectado e deve-se educar para formar um cidadão globalizado.

As tecnologias facilitam a aprendizagem colaborativa, permitindo cada vez mais conexões com realidades próximas e distantes, trocas de informações, desenvolvimento de atividades em conjunto, realização de projetos comuns, que compartilham interesses, vivências, pesquisas, aprendizagens.

Muitas das informações e dados que podem ser utilizados em projetos são extraídos de sites como IBGE, IPEA, https://github.com/DATAUNIRIO/base_de _dados/blog/master/df_pokemon.RData, dentre outros. Também será dada ênfase ao uso de softwares como o Excel nos estudos das atividades propostas.

5. Referencial teórico

“A educação é um processo social, é desenvolvimento. Não é a preparação para a vida, é a própria vida.”

John Dewey

Segundo Carzola, Kataoka e Silva (2010), a Educação Estatística tem como objetivo estudar e compreender como se realiza o ensino e a aprendizagem nos indivíduos que ocupam os diferentes papéis (educador e aprendiz) ao ensinarem e aprenderem estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino e da aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, visando o letramento estatístico.

A Educação Estatística se dá de forma interdisciplinar, isto é, utilizando contribuições de diferentes áreas do conhecimento, como Ciências Humanas e Sociais (principalmente Geografia e Sociologia), Ciências da Natureza (principalmente Biologia) e a própria Matemática.

Gal (2005) e Ben-Zvi e Garfield (2005) consideram que um cidadão é estatisticamente letrado se for capaz de organizar, discutir e comunicar de forma eficiente as informações coletadas em diferentes contextos.

Macedo (2016) se baseia em estudo de Shulman (1986), no qual se refere à capacidade de um estudante obter este grau de proficiência no letramento estatístico caso o professor, formador desse estudante, possua no mínimo a mesma capacidade, isto é, o educador precisa ter o domínio de conhecimentos como: Conteúdo, Pedagógico do Conteúdo e do Currículo. Para Schulman (1986), o Conhecimento do Conteúdo corresponde “à quantidade e à organização do conhecimento propriamente dito na mente do professor” (Schulman, 1986, p.9, apud, Macedo, 2016, p. 33). O professor deve saber trabalhar com o conteúdo além das margens de um livro, estabelecendo relações em que o conteúdo se encaixe em áreas afins e periféricas, de modo a permear análises e aplicações do mesmo em situações contextualizadas e concretas.

Atribui-se a esse conhecimento a estratégia de ensino, isto é, a forma pela qual o conteúdo é construído, avaliado e validado como um novo conhecimento, entendido como método de investigação científica. No caso da Matemática, seria o seu raciocínio lógico-dedutivo.

O Conhecimento de Conteúdo no ensino da Curva Normal corresponde a saber não apenas calcular, mas interpretar o significado de média e mediana para um determinado conjunto de dados, bem como, compreender que representatividade tem o cálculo do desvio-padrão nesse conjunto. Levando-se em conta que, no trabalho com alunos do EM, não se pretende trabalhar com os conceitos de limites e integral.

O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo corresponde à maneira como o professor desenvolve o trabalho com o conteúdo, partindo de vivências e leituras pessoais acerca do assunto. Refere-se, assim, ao conhecimento relacionado ao modo de abordar um determinado conteúdo, com diversidade de significados. Supõe-se, para tanto, que o professor deva ter uma coleção de significados de conhecimentos sobre o assunto e suas relações em áreas afins.

Macedo (2016) corrobora com Villani (2009) quanto ao ´Conhecimento Pedagógico proposto por Shulman (1986), como o que trata:

> [...] de preparar o professor para explorar e desenvolver conceitos por meio de atividades, exemplificando atividades que podem ser lançadas quando da exploração de conteúdos, ou, melhor ainda, provendo ao professor a capacidade de preparar suas próprias atividades voltadas para a construção dos conceitos. (VILLANI, 2009, p.119, *apud*, MACEDO, 2016, p. 35)

Desta forma, Macedo (2016) coloca que o Conhecimento Pedagógico no ensino da Curva Normal desenvolva a noção de variável aleatória, variáveis aleatórias discretas e contínuas, função de distribuição, distribuições teóricas de probabilidade discretas e contínuas, distribuições de funções de variáveis aleatórias normais e aplicações da distribuição normal. Porém, essa organização levaria um tempo bastante razoável para ser desenvolvida e exigiria do aluno compreensão de conceitos matemáticos mais complexos, como o de integral, mesmo que de forma intuitiva, mas não indicados para os alunos do EM.

Evitando-se, assim, desenvolver temas não adequados para o EM, Macedo (2016) sugere que a curva normal seja apresentada de forma intuitiva, por meio de situações significativas para os alunos e que se discuta a relação entre o formato da curva e o valor da média e do desvio-padrão da distribuição. Com base nisso, probabilidades associadas a intervalos de valores da curva possam ser calculadas, de modo a ampliar os significados já construídos sobre o que expressa o número correspondente à probabilidade de ocorrência de um fenômeno aleatório. A apresentação da curva normal de modo intuitivo pode se dar por meio de representações de histogramas envolvidos na situação proposta.

O terceiro conhecimento que o professor deve ter domínio é o Conhecimento do Currículo, “o conhecimento crítico de diferentes programas para o ensino de tópicos para uma determinada etapa de escolaridade, bem como materiais disponíveis para seu ensino”, segundo Shulman (1986). Relacionados a esta categoria estão a interdisciplinaridade (envolvendo a relação dos conhecimentos estudados concomitantes com o tópico ensinado – Conhecimento Curricular Lateral) e a articulação entre o que foi estudado e o que será futuramente estudado na área (Conhecimento Curricular Vertical). Este tipo de domínio permite ao professor ampliar seu campo de criação e exemplificação de aplicações e significados que favoreçam a condução de um trabalho mais efetivo junto aos estudantes, propondo atividades que favoreçam uma aprendizagem significativa e crítica.

5.1. Letramento Estatístico

“Mesmo quando tudo parece desabar, cabe a mim decidir entre rir ou chorar, ir ou ficar, desistir ou lutar, porque descobri, no caminho incerto da vida, que o mais importante é o decidir.”

Cora Coralina

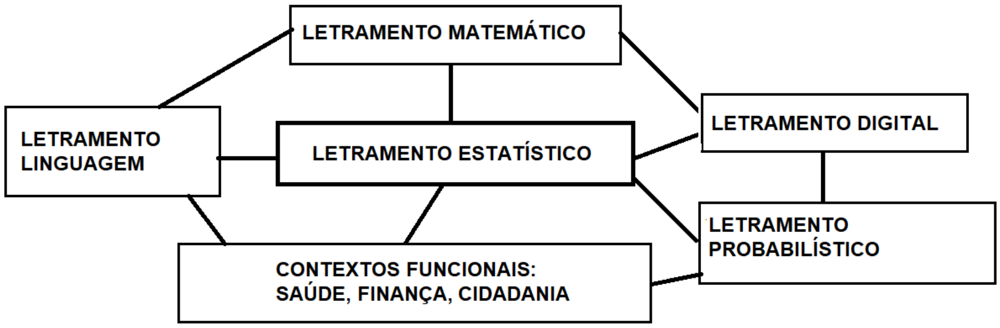
A sociedade globalizada atual vive cercada de informações estatísticas, divulgadas midiaticamente, por meio de gráficos e de tabelas, nem sempre compreendidas pelas pessoas. Nesse sentido, Gal (2002) salienta a importância de proporcionar uma cultura estatística para a sociedade. Coutinho e Souza (2015) contribuem com Gal (2002), destacando “a importância da reflexão sobre o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos estatísticos que permitem desenvolver tal tipo de cultura, importante tanto para o exercício profissional como para o exercício pleno da cidadania”. (COUTINHO e SOUZA, 2015, p. 121)

Gal (2002) tem um olhar para o letramento estatístico a partir de duas competências que se interrelacionam. Uma é a capacidade que os indivíduos têm de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos ou fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos. A outra, é a capacidade de discutir ou comunicar suas reações a essas informações estatísticas, a partir de sua compreensão do significado da informação, de suas opiniões sobre as implicações dessas informações ou suas preocupações em relação a aceitabilidade das conclusões dadas.

Um cidadão, atualmente, para compreender informações ou dados e conseguir expressar uma opinião ou dar seu posicionamento, necessita ser estatisticamente letrado, isto é, além de conhecimentos estatísticos, precisa ter habilidade para compreender e avaliar criticamente resultados estatísticos que se apresentam no dia a dia, além de reconhecer a contribuição que o pensamento estatístico representa em tomadas de decisões pessoais, profissionais e sociais.

Denomina-se Letramento Estatístico a habilidade de tornar esse processo possível e viável. Gal, em palestra online, ministrada em 30/09/2021, às 15h30 – horário de Brasília, expressou que para o Letramento Estatístico é necessário que todos os cidadãos adquiram competências básicas, não se tratando de versões simplificadas, mas de forma graduada e complexa, construindo assim uma rede de competências envolvidas em todos os campos da vida, conforme observa-se na figura que se segue.

Figura 4 – Rede de Competências



Fonte: Palestra online “Desenvolvendo Letramento Estatístico: necessidades, desafios e novas direções dentro e fora da Educação Matemática”, Iddo Gal, 30/09/2021.

Para Gal, a combinação entre Performance e Competência do Letramento Estatístico é muito importante, o que sugere a partir da combinação de vários tipos de conhecimentos e o uso da linguagem, relacionando a Estatística com texto e contexto, permitindo, assim, que o adulto do amanhã (o aluno do EM, por exemplo) melhore a forma de leitura e de compreensão das informações que acessa em forma de tabelas, gráficos e textos, dentre muitas outras formas de representações que podem ser obtidas por meio de vários atores que atuam de modo conjunto, como meios de comunicação, hospitais (para Gal, estes podem trabalhar de forma efetiva a Educação Estatística), etc.

Para Gal (2002), o modelo de Letramento Estatístico é composto de cinco elementos cognitivos, responsáveis por levar o indivíduo a compreender, interpretar e avaliar informações estatísticas, e por dois elementos de disposição, responsáveis pela postura ativa diante da informação estatística.

Os cinco elementos cognitivos são:

- A alfabetização estatística, ou seja, a capacidade de leitura de informações textuais, gráficas e tabulares;
- Os conhecimentos estatísticos;
- Os conhecimentos matemáticos;
- O conhecimento do contexto;
- A competência para elaborar questões críticas.

Conceitos básicos de Probabilidade e de Estatística são um pré-requisito óbvio para a compreensão e para a interpretação das informações estatísticas, de modo que para Gal (2002) é importante que ao se desenvolver temas estatísticos em sala de aula, os tópicos abaixo relacionados sejam de amplo conhecimento e domínio tanto pelo educador quanto pelo estudante. São eles:

- Planejamento de uma pesquisa ou de um experimento, tal como o que constitui uma boa amostra, ou métodos de coleta de dados e, ainda, a estrutura de um questionário numa pesquisa para coleta de informações (dados);
- Conhecimento e familiaridade com termos e ideias básicas da Estatística, tais como, compreender variáveis, o significado numérico delas, padrões em dados de frequência de uma variável ou mais;
- Conhecimento e familiaridade com gráficos e tabelas: leitura e representação;
- Compreensão de noções básicas de Probabilidade;
- Raciocínio inferencial, como intervalos de confiança ou hipótese de teste, obtidos em pesquisas estatísticas.

Gal (2002) ainda destaca a importância do conhecimento de ideias básicas da investigação estatística tais como: a existência natural da variabilidade; a compreensão dos significados e aplicações de média e mediana no conjunto de dados de uma pesquisa, como valores de tendência central, em que a média sofre maior influência de resultados dos dados que a mediana; a compreensão das possibilidades de representações dos dados (em tabelas e gráficos) e a importância da compreensão do significado da aleatoriedade.

Para se obter os resultados estatísticos, Gal destaca a importância do domínio matemático, isto é, saber operar com números, bem como do domínio do contexto, ou seja, ter conhecimento a respeito do assunto que está se estudando a fim de compreender o significado dos dados, possibilidades de variação e erro, bem como questionar de forma crítica os resultados obtidos, dentro do contexto da investigação empírica. Este último, para o autor, é de extrema importância, constituindo um dos elementos essenciais na construção do conhecimento estatístico.

Assim, é importante frisar que a construção do Letramento Estatístico do indivíduo ao longo do seu processo de formação é essencial para que possa participar ativamente na sociedade, possibilitando a ele pensar, refletir, interpretar fenômenos de forma crítica nas suas diversas tarefas diárias, no seu trabalho e em vários outros contextos da sua prática social.

A partir dos PCN (Brasil, 1997, 1998, 2000), o ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica ganhou "espaço" por meio do eixo Tratamento da Informação, embora ainda sendo negligenciado por muitos professores, por diversos motivos, dentre eles, sua formação deficitária. Com a BNCC (Brasil, 2018), que sistematizou os conteúdos que passam a ser referência nacional obrigatória para a elaboração e organização dos currículos e das propostas pedagógicas de escolas de rede pública e privada, o ensino de Estatística ganhou enorme impulso. Na BNCC o ensino de Matemática deve se dar a partir de contextos, relacionando os objetos matemáticos a seus significados e suas aplicações. A BNCC organizou o conjunto de habilidades e competências da área de Matemática em cinco unidades de conhecimento: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, de modo a estabelecer conexões com outras áreas e com a própria matemática.

Ainda salienta que para se atingir os objetivos da área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas.

> Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BNCC, 2018, P. 529)

Lima e Giordano (2021) apontam o que Garfield e Gal (1999) apresentam como metas a serem alcançadas de modo a levar o estudante a entender o propósito e a lógica das investigações estatísticas; a dominar as habilidades usadas nos processos de investigação estatística; a entender as relações matemáticas presentes nos conceitos estatísticos; a desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar e a desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana.

Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC)[9] podem ser utilizadas para tornar o processo de ensino e de aprendizagem mais dinâmico, lúdico e que torne o estudante mais ativo, como destacam:

> Ressaltamos que não há uma receita para que tais metas sejam alcançadas, mas, no âmbito da Educação Estatística, algumas estratégicas tem se mostrado facilitadoras para seu cumprimento, dentre as quais podemos destacar: incorporar o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) ao ensino de Estatística; promover a aprendizagem de Estatística "fazendo Estatística" (por meio de projetos, resolução de problemas, modelagem matemática), de forma motivadora e instigante para os alunos, levando-os a argumentar, interpretar e analisar [...] (LIMA & GIORDANO, 2021, p. 477)

Importante destacar que o letramento estatístico se torna ainda mais complexo numa abordagem coletiva, seguindo as orientações da BNCC, no desenvolvimento da pedagogia por projetos, isto é, a compreensão significativa dos dados que permeiam contextos presentes em situações reais, no cotidiano dos alunos, na cultura de uma comunidade escolar, exige uma capacidade de compreensão textual e de implicações possíveis das informações estatísticas

---

[9] As TDIC são instrumentos mediadores da aprendizagem, principalmente no que diz respeito ao conhecer e ao fazer, e, também, para acessar a cultura tecno-popular, embora tal potencialidade seja pouco utilizada na escola.
Fonte:*https://www.scielo.br/j/pee/a/NwwLwRTRTdBDmXWW4Nq7ByS/?format=pdf&lang=pt, acessado em 17/03/2022, às 19h.*

.

pertinentes ao contexto, desde entendimento de terminologias, da linguagem e de conceitos inseridos no contexto social, além do desenvolvimento de atitudes investigativas críticas.

Retomando assim, que para Gal (2002), o letramento estatístico é construído a partir de uma postura crítica e investigativa, de conhecimentos básicos de Estatística e Matemática, habilidades de leitura e interpretação, crenças, atitudes e conhecimento sobre o contexto, ou seja, é uma habilidade que deve ser necessariamente desenvolvida para o exercício da cidadania.

Tabela 2 - Modelo de Letramento Estatístico

Elementos Cognitivos	**Elementos de Disposição**
Habilidades de Letramento **Conhecimento Estatístico** **Conhecimento Matemático** **Conhecimento do Contexto** **Questionamento Crítico**	**Crenças e Atitudes** **Postura Crítica**
Letramento Estatístico	

Fonte: Gal (2002, p. 4, tradução nossa)

5.2. Estocástica

"A sorte embaralha as cartas e nós jogamos."

Schopenhauer

O termo Estocástica, no âmbito da Educação Estatística, está relacionado ao conjunto de conhecimentos da Estatística, Probabilidade e Combinatória, trabalhados simultaneamente, sem separá-los. Mais ainda, à compreensão da Educação Estocástica no Ensino Médio como uma necessidade de uma sociedade que exige cada vez mais cidadãos inseridos em contextos, que sejam capazes de buscar soluções para diversos tipos de situações, quer sejam incertas ou sejam complexas, que ocorram nos seus cotidianos.

Nesse aspecto, é esclarecedor que os professores são os pivôs desse processo de ensino e aprendizagem, que exige o domínio dos conceitos, conteúdos, métodos e estratégias de ensino para lidar com a complexa rede de saberes que envolvem a Teoria das Probabilidades e a Estatística, de modo a atender à grande diversidade de interesses sociais, econômicos e políticos, além do domínio de conhecimentos que permeiam a sala de aula e a estocástica.

Pfannkuch e Wild (2004) analisaram questionários respondidos por professores participantes de um curso de formação e constataram que as pessoas tendem a crer que uma pequena amostra ou experimento pode ser representativo ou pode refletir as características de uma população, porém tais amostras podem gerar dúvidas e incertezas, pois, por serem pequenas, possuem maior variação, gerando menor precisão do agrupamento de dados. Ainda, de acordo com os autores, situações como essas podem ocorrer em pesquisas realizadas em grupos de professores e em grupos de alunos.

Percebe-se com isso que, para que pessoas consigam interpretar dados em situações adversas, é essencial que o raciocínio estatístico e probabilístico comece a ser desenvolvido desde as séries iniciais, de modo que o indivíduo, por meio de sua visão e percepção de mundo e de seus conhecimentos probabilísticos e estatísticos, seja capaz de generalizar resultados, aplicando-os em situações reais, consciente da incerteza presente nelas. Souza e Lopes (2011) ressaltam que

> Essa reflexão epistemológica torna-se essencial no caso da estocástica, porque seus conceitos podem ser difíceis de ensinar, devido às suas características especiais, tanto de aprofundar questões mais amplas a partir de dados analisados, como de efetuar juízo de valor sobre os modelos apropriados para adequar trabalhos com os dados. Mas a dificuldade se revela, principalmente, pelo processo de reflexão sobre ideias controvertidas, como o azar e a casualidade. (SOUZA e LOPES, 2011, p. 124)

Para ensinar estocástica, não basta ensinar diferentes modelos e mostrar suas aplicações. Se faz necessário aprofundar a questão que se pretende trabalhar, buscando conhecimentos que permitam, por meio de análise de dados obtidos acerca da situação que se estuda, levando-se em conta a aleatoriedade e a casualidade presentes, desenvolver intuições coerentes que orientem um posicionamento e sua consequente tomada de decisão. Pode-se destacar a importância de um processo construído desde a coleta de dados em uma situação até o trabalho com eles, refinando, assim, seu tratamento e estudo, de modo a estabelecer uma linha de raciocínio que facilite ao aluno “pensar estatisticamente”. Souza e Lopes (2011) afirmam que o contexto e as simulações probabilísticas são determinantes no raciocínio, porque implicam significado e consistência para conclusões.

> Os resultados da nossa pesquisa apontam que muitos professores de Matemática têm um sentimento de insegurança, quando falam da sua preparação para ensinar Estatística. [...] Além disso, percebemos que grande parte dos professores apoia suas aulas nos exercícios propostos nos livros didáticos ou em jornais e revistas, os quais, segundo Friolani (2007), não são eficientes para a consolidação do raciocínio exigido para a construção do conhecimento estatístico. (SOUZA e LOPES, 2011, p. 125)

Dessa forma, o ensino da estocástica deve ser explorado a partir de atividades de ensino – resolução de problemas - propostas para os alunos desenvolverem em sala de aula, de modo investigativo, elaborando desta forma, um processo de construção de conhecimento centrado em discussões e reflexões a partir da manipulação de dados, o que permitirá aos estudantes ampliar suas leituras de mundo.

Usando a Estocástica e o Letramento Estatístico como ideias fundamentais do desenvolvimento desse trabalho serão propostas atividades de ensino baseadas na resolução de problemas, em que serão realizadas pesquisas, coletas de dados, tratamento das informações relacionadas aos contextos dos problemas e suas representações, por meio de histogramas, gerando assim, uma ideia de Curva Normal.

6. Curva Normal: definição e aplicações

“A vida é um jogo, ou você aprende a jogar, ou pra sempre ficará no Game over.”

Victor Muller

Tal afirmação reflete o sentimento de que viver é estar cercado de eventos imprevisíveis ou aleatórios. Segundo Wild e Seber (1999), a aleatoriedade é uma característica básica da existência. Em toda parte, há variação causada por mudanças imprevisíveis, ora pequenas, ora grandes. Como exemplo, pode-se tomar o ser humano desde sua concepção até sua fase adulta, em que dia após dia há mudanças físicas, desde o desenvolvimento do feto, o nascimento da criança, o desenvolvimento físico e mental do bebê, da criança, do adolescente, do jovem, do adulto, em que há variações de massa, de pressão sanguínea, de contagem de glóbulos vermelhos, dentre outros.

Há muitos outros exemplos de variações que se pode observar em situações envolvendo a Química, como por exemplo, a pressão exercida por um gás ser proporcional à sua temperatura, de onde tira-se uma ideia do comportamento médio das moléculas de gás num recipiente, mas não sobre moléculas individuais. Mesmo na Física, não se tem medidas precisas, por exemplo, ao se tentar medir a velocidade do som sob condições experimentais controladas, os resultados obtidos são sempre ligeiramente diferentes. Ou seja, além de toda a variação presente em tudo, pode-se ter problemas ao tentar fazer medições. Pode-se ter erros experimentais e de medição imprevisíveis, que acrescentam mais variações aos dados. Porém, apesar de toda essa variação, há teorias, estruturas e relações que são expressas por meio dos dados, isto é, a Estatística.

Por essa razão, a escolha da metodologia de pesquisa para definir a amostra correspondente ao público-alvo é muito importante para se evitarem conclusões errôneas geradas a partir de uma amostra não representativa.

Wild e Seber (1999) citam exemplos de pesquisas de opinião publicadas em livros escritos pela sexologista americana Shere Hite. No livro “Mulheres

Apaixonadas, uma Revolução Cultural“, publicado em 2013, Hite traz uma pesquisa a partir de um questionário com 127 itens, contendo as respostas de 4.500 mulheres americanas, de faixa etária entre 14 e 85 anos, que formaram um retrato sombrio das relações entre homens e mulheres nos Estados Unidos, particularmente, do casamento. (Wild e Seber, 1999, p. 2)

A crítica a essa pesquisa e, consequentemente, a Hite foi muito grande, com declarações no nível: “Ela (Hite) inicia com preconceito e termina com uma estatística”.

> A matéria de capa da *Time*[10] afirmou: “com relação aos Relatórios I e II de Hite, a pesquisa parece simplesmente oferecer uma oportunidade para a autora externar suas diatribes contra os homens.” Segundo um artigo do *NZ Herald*, “Hite utiliza-se da estatística para sustentar sua opinião de que as mulheres americanas estão, com razão, fartas dos homens americanos.” Subjacente ao emocionalismo, havia disputas verdadeiras sobre o que diziam as conclusões das pesquisas a respeito da sociedade americana. Era evidente que Shere Hite acreditava que essas conclusões eram, geralmente, representativas. Alguns críticos não acreditavam nessa representatividade. Outros simplesmente acreditavam ser a metodologia da pesquisa tão repleta de falhas a ponto de tornar impossível afirmar qualquer coisa sobre a representatividade das conclusões. (WILD e SEBER,1999, P. 2)

Possivelmente, de acordo com Wild e Seber (1999), o problema da pesquisa da autora norte-americana foi no processo de seleção do grupo de mulheres que responderam à pesquisa, ou seja, na definição da amostra, o que leva a refletir como foi direcionada a coleta dos dados para as questões investigadas, por quem e para quem. Muitas vezes, pesquisas enviadas via correio não são respondidas por pessoas muito ocupadas ou desinteressadas, atingindo apenas um grupo de pessoas que acabam se sensibilizando pelo tema. Neste caso, a população amostrada é um subconjunto não representativo da população de interesse. Outro problema na pesquisa de Hite foi o tamanho de

---

[10] ***Time*** é uma das mais conhecidas revistas de notícias semanais do mundo, publicada nos Estados Unidos. Uma edição europeia (Time Europe, antes conhecida por Time Atlantic) também é publicada de Londres, e cobre o Oriente Médio, a África e (desde 2003) a América Latina. Além disso, uma edição asiática (Time Asia) é editada de Hong Kong. Uma edição canadense (Time Canada) é editada de Toronto. Segundo muitos observadores da imprensa mundial, a Time é hoje a revista semanal de maior circulação no planeta. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Time_(revista), acessado em 28 de abril de 2022, às 15h15.

sua amostra, ou seja, 4.500 mulheres responderam ao questionário contra 100.000 questionários enviados para vários grupos de mulheres, desde organizações femininas a grupos religiosos e clubes de jardinagem (gerando um problema em estatística denominado vício de não-resposta). Além do pequeno grupo de mulheres que, sem representatividade alguma, respondera à pesquisa, tem-se outro ponto negativo no tocante à escolha de grupos de mulheres, o que a faz atingir diretamente um certo tipo de pessoa, as mulheres que se associam a clubes e instituições (gerando um problema em estatística denominado vício de seleção).

Com esse exemplo, percebe-se que para se obter resultados estatísticos que validem uma pesquisa elaborada e aplicada deve-se cuidar de todos os processos, desde ter a clareza do objetivo da pesquisa, do público-alvo que se quer atingir, da elaboração e seleção das perguntas, de como a pesquisa será realizada, ou seja, será feita por pesquisadores (voluntários ou contratados?), via telefone, nas ruas, interpelando pessoas que podem ou não desejar participar da pesquisa, atingindo assim, pessoas com menos compromissos e responsabilidades, via correio ou via redes sociais, etc.

Wild e Seber (1999) destacam algumas noções estatísticas muito importantes no planejamento da coleta de dados para uma pesquisa. Seguem abaixo:

1. População-alvo: representa a população de interesse – conjunto completo de indivíduos, de objetos, ou de unidades sobre os quais se deseja informações.
2. População de pesquisa: conjunto completo de unidades, que poderiam ser incluídas no estudo. Neste caso, considera-se a população de pesquisa um subconjunto da população-alvo. (Por exemplo, subconjunto que pode ser contactado pelo WhatsApp[11].)

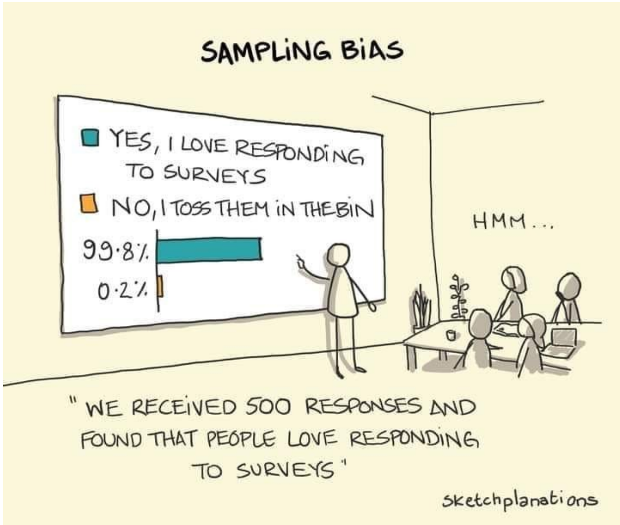
[11] **WhatsApp** é um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones. Além de mensagens de texto, os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em PDF, além de fazer ligações grátis por meio de uma conexão com a *internet*. O *software* está disponível para Android, BlackBerry OS, iOS, Symbian, Windows Phone e Nokia.[8] A empresa com o mesmo nome foi fundada em 2009 por Brian Acton e Jan Koum, ambos veteranos do Yahoo e está sediada na cidade estadunidense de Santa Clara, na Califórnia.
Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/WhatsApp, acessado em 28 de abril de 2022, às 16h25.

3. Cadastro Amostral: lista das unidades da população de pesquisa, de onde a amostra será extraída.
4. Plano de Amostragem: Procedimento utilizado para selecionar a amostra.
5. Amostra: subconjunto de unidades da população de pesquisa acerca das quais realmente são coletadas as informações. A representatividade da população-alvo na amostra é a garantia do sucesso da pesquisa.
6. Censo: tentativa de amostrar toda a população.
7. Variável: uma característica que pode ser medida em cada unidade. Por exemplo, para uma população humana, pode-se tomar como variável a “idade”, o “salário”, o “sexo”, dentre outras.
8. Parâmetro: uma característica numérica da população, por exemplo, renda média da população de uma determinada região. Geralmente estabelecido por meio de pesquisa / investigação estatística para se estimar os valores desconhecidos dos parâmetros de interesse.
9. Estatística: uma característica numérica da amostra. Uma estatística (da amostra) é frequentemente utilizada para estimar um parâmetro (da população), por exemplo, utilizar a renda média da amostra para estimar a renda média da população inteira.

A partir dessas noções, se faz importante escolher um método de seleção de amostras que evite vícios (obviamente não-intencionais) que podem ocorrer. A Amostragem Aleatória é um método que parte de um cadastro amostral, isto é, de uma lista de nomes ou rótulos de todos os objetos da população-alvo. A partir de um sorteio aleatório de nomes desse universo, formam-se amostras sem reposição, denominadas amostras aleatórias simples. Um detalhe importante é de se partir de um universo equiprovável. Uma forma de se obter a Amostragem Aleatória pode ser usando o Excel, um software que será utilizado em atividades aqui propostas.

Essa abordagem tem a finalidade de mostrar o quanto é importante um planejamento cuidadoso desde a coleta de dados até seu tratamento e interpretação dos resultados apresentados para a elaboração de atividades que objetivem a aprendizagem do aluno do EM de modo significativo, pois neste trabalho, se quer explorar a pesquisa estatística desde a coleta de dados até a as inferências que se podem obter das análises dos resultados obtidos.

Figura 5 - Ilustrando a importância da escolha da Amostra



Exemplificando vieses

(opções da pesquisa)

Sim, eu amo responder pesquisas – 99,8%

Não, eu jogo (pesquisas) no lixo – 0,2%

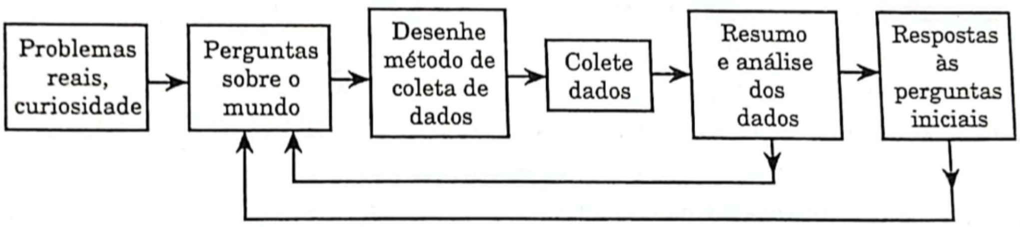
(análise)

“Nós tivemos 500 respostas e descobrimos que as pessoas amam responder pesquisas”

Fonte: Autor desconhecido. [12]

Como Wild e Seber (1999) destacam, “No mundo real, a variabilidade está por toda parte e em todas as coisas.”, o que indica que em cada situação pode-se encontrar uma variabilidade, o que reforça a importância de se planejar uma pesquisa a fim de se separar a variação natural de uma variação causada pelo método de pesquisa estabelecido. Os autores ainda consideram que “A área temática da Estatística é o processo de descobrir mais sobre o mundo real, coletando e dando sentido aos dados”.

Figura 6 - O Processo de Investigação



Fonte: Wild e Seber (1999).

[12] WhatsApp [Grupo GT12]. 14/05/2022. 10h51min. Postado no grupo por Humberto Bortolossi.

No processo de Investigação, representado no quadro acima (figura 6), percebe-se uma convergência para a etapa “Perguntas sobre o mundo”, o que destaca um processo cíclico que pode ocorrer a partir da obtenção dos dados de uma pesquisa que respondem a determinadas perguntas e, eles mesmos, os dados, suscitam novas perguntas, gerando a necessidade de se retomar a pesquisa com outras investigações. A mesma situação pode ainda ocorrer após a obtenção de respostas às perguntas. Sim, são as perguntas que sustentam uma pesquisa, ou seja, para determinadas respostas dadas, podem ser levantadas novas perguntas, gerando um processo de realimentação. A fase da investigação é conhecida geralmente como estágio exploratório. A parte formal, em que se analisam os dados coletados, fazendo-se inferências é denominada estágio confirmatório.

6.1. Conceitos Básicos da Estatística

"Feliz é aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina."

Cora Coralina

No estágio exploratório, se faz o levantamento de dados a partir das características que se pretende observar, estudar e analisar. A partir de um conjunto de dados levantados, pode-se analisar as diversas características de interesses que correspondem a aspectos investigados, os quais permitirão fazer a análise desejada – tais características são denominadas de variáveis.

As variáveis podem ser classificadas em qualitativas ou quantitativas. As variáveis quantitativas referem-se a tudo que pode ser obtido com medições, por exemplo, altura, massa e distância, isto é, assumem valores numéricos. Já as variáveis qualitativas definem classes ou grupos, por exemplo: raças[13], estado civil[14], grau de escolaridade, tipo sanguíneo, dentre outras, isto é, assumem valores categóricos.

As variáveis quantitativas podem ser discretas ou contínuas. Uma variável quantitativa é discreta quando existem lacunas entre os valores que pode assumir. Por exemplo, num condomínio com 64 apartamentos, o número de pessoas que moram em cada unidade.

---

[13] **Raça** pode ser entendida como um constructo social, usado para distinguir pessoas em termos de uma ou mais marcas físicas. Em outras palavras, raça é uma categoria usada para se referir a um grupo de pessoas cujas marcas físicas são consideradas socialmente significativas. Fonte: https://www.google.com/search?q=racas&oq=racas&aqs=chrome..69i57j0i3j0i512j0i3j0i512l6.2538j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8, acessado em 12 de maio de 2022.

[14] **Estado civil** é o termo jurídico que faz referência à situação de um cidadão em relação ao matrimônio. A legislação brasileira identifica cinco tipos diferentes de estado civil, são eles: solteiro, casado, separado, divorciado e viúvo. Fonte: https://www.google.com/search?q=estado+civil&oq=estado+civil&aqs=chrome..69i57j0i512l9.4600j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8, acessado em 13 de maio de 2022.

Tabela 3 – Exemplo de Variável Quantitativa Discreta

Nº de pessoas por unidade	0	1	2	3	4	5	6 ou mais
Frequência Absoluta	2	5	11	25	16	4	1

Fonte: Autoria própria.

As variáveis Quantitativas Contínuas correspondem a medições como altura de uma pessoa, peso (massa) de uma pessoa, temperaturas, dentre outras. Se as medições fossem suficientemente precisas, não haveria lacunas entre os valores possíveis.

Tabela 4 – Exemplo de uma Variável Quantitativa Contínua

Estaturas de 40 alunos da 3ª série A do Colégio X (em cm)									
150	154	156	160	160	162	163	164	166	170
151	155	156	158	161	162	163	164	167	172
152	155	157	160	161	162	163	165	167	178
153	156	158	160	162	163	163	166	169	184

Fonte: Autoria Própria.

Como os instrumentos de medições são limitados, as medidas obtidas são essencialmente discretas, porém, como as lacunas entre os valores possíveis são pequenas, consideramos a variável como contínua.

Segundo Wild e Seber (1999), para se analisar se uma variável quantitativa é discreta ou contínua, usa-se, como critério, o número de valores distintos apresentados pela variável. Se a variável possui poucos valores repetidos, é considerada contínua. Variáveis com muitos valores repetidos são consideradas discretas.

Em relação à variável qualitativa, Wild e Seber (1999) classificam em ordinais, quando podem ser ordenadas, por exemplo, renda classificada em alta, média ou baixa, e não ordenadas, denominadas categóricas, como por exemplo, tipo sanguíneo, quando não se pode estabelecer uma ordenação. (WILD & SEBER, 1999, p. 25)

Tabela 5 – Exemplo de Variável Qualitativa categórica

Sexo	Número de pessoas
Feminino	383
Masculino	204
Não Respondeu	1
Total	588

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 – Exemplo de Variável Qualitativa Ordinal

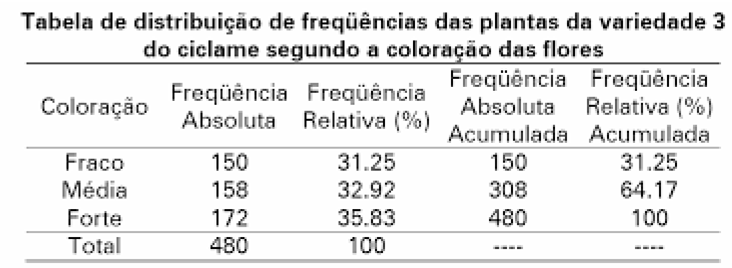


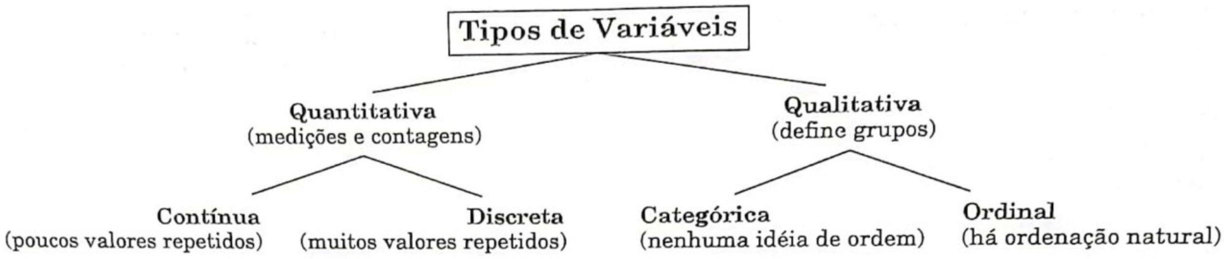
Tabela de distribuição de freqüências das plantas da variedade 3 do ciclame segundo a coloração das flores

Coloração	Freqüência Absoluta	Freqüência Relativa (%)	Freqüência Absoluta Acumulada	Freqüência Relativa (%) Acumulada
Fraco	150	31.25	150	31.25
Média	158	32.92	308	64.17
Forte	172	35.83	480	100
Total	480	100	----	----

Fonte: https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fedisciplinas.usp.br%2Fmod%2Fresource%2Fview.php%3Fid%3D538955&psig=AOvVaw3MJwUWrz7emlCsO_pDn-29&ust=1653138899000000&source=images&cd=vfe&ved=2ahUKEwib-f23lO73AhVJspUCHajKA6sQr4kDegUIARDTAQ. Acesso em 20/05/2022.

De forma sucinta, pode-se esquematizar os tipos de variáveis para melhor compreensão como segue no esquema.

Figura 7 - Diagrama de árvore dos tipos de variáveis



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 26)

O uso de tabelas para as representações de dados de uma pesquisa facilita a visualização e permite o trabalho denominado tratamento da informação de modo mais simplificado. Porém uma tabela pode ter dois papéis distintos e importantes, como citam Wild & Seber (1999):

1. Transmitir informação de modo rápido e de fácil visualização, para que o leitor possa perceber as características dos números representados na tabela.

2. Tornar o dado disponível ao leitor para verificação detalhada, análise ou ambos.

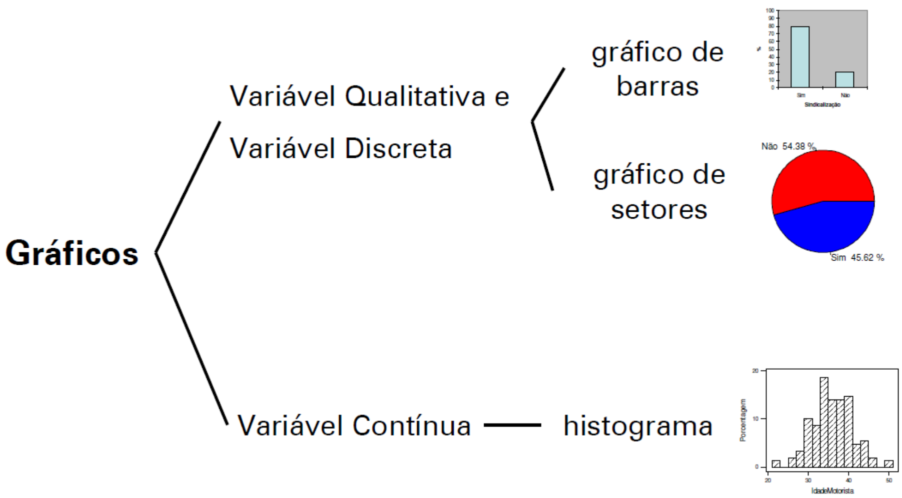
Em geral, as tabelas utilizadas em pesquisas são do primeiro tipo, relatando argumentos que serão expostos no relatório. Tabelas do tipo 2 são encontradas em apêndices de relatórios com a finalidade de corroborar com os argumentos trabalhados.

Quanto à apresentação dos dados numéricos na tabela é importante destacar a questão de arredondamentos. Considera-se arredondar valores numa tabela conveniente para a visualização do leitor, porém para se trabalhar com os dados em cálculos, se deve considerar os valores sem os arredondamentos, para se evitar os erros que se acumulam, gerando grandes diferenças nos resultados.

Outro ponto importante no trabalho com os dados de uma pesquisa é a sua representação gráfica. Esta pode ser feita de diversas maneiras. Nesse estudo serão destacados dois gráficos: o gráfico de pontos e o histograma.

Abaixo serão abordadas as características gerais de cada uma dessas representações e em que abordagens são mais bem utilizadas.

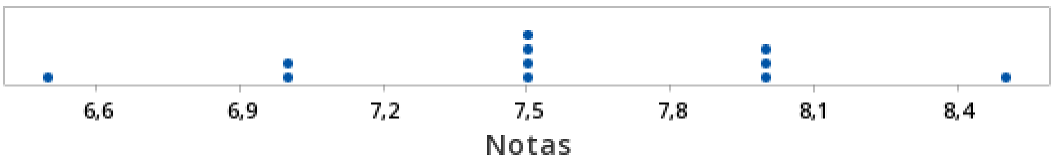
Figura 8 - Organização e Apresentação Gráfica dos Dados



Fonte: ppt Análise Descritiva de Dados – Aula 2 – acessado em 20/05/2022. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1039462/mod_resource/content/1/Aula%202%20-Tabelas%20e%20Gr%C3%A1ficos_Variaveis%20Qualitativas.pdf

Os gráficos de pontos exibem pontos empilhados de acordo com a frequência dos dados obtidos. Por exemplo, se no boletim de notas obtidas no primeiro período de uma aluna da 1ª série do EM de um colégio ocorrem os valores: 7,0; 8,0; 7,5; 7,5; 6,5; 7,5; 8,0; 8,0; 8,5; 7,0; 7,5, representa-se o gráfico de pontos que segue na Figura 8 abaixo.

Figura 9 - Gráfico de Pontos



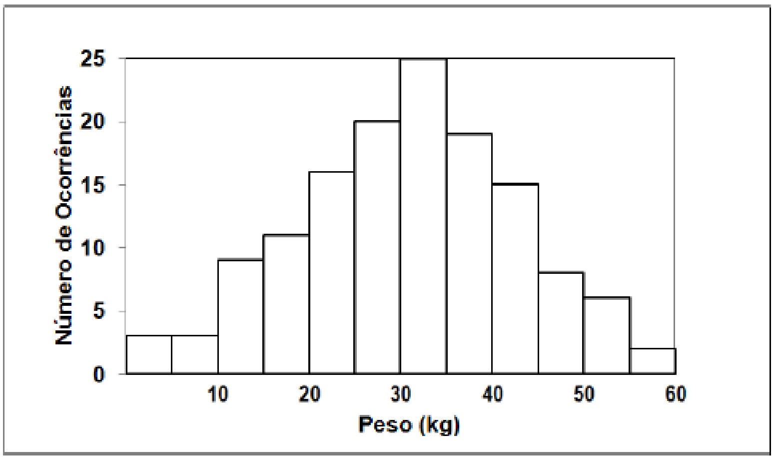
Fonte: Autoria Própria.

Esse tipo de gráfico é adequado para mostrar características como conglomerados de pontos, lacunas e valores atípicos (outliers)[15]. Como pode-se observar no gráfico da figura 7, 6,5 e 8,5 são valores atípicos, enquanto o conglomerado de pontos está no intervalo de notas de 7 a 8.

Um histograma é um tipo de gráfico de barras que representa uma distribuição de frequências. Num histograma, a base de cada uma das barras representa uma classe e a altura representa a quantidade ou frequência absoluta com que o valor de cada classe ocorre.

Na Figura 10 apresenta-se um exemplo de histograma.

Figura 10 - Exemplo de Histograma



Fonte: https://www.tecconcursos.com.br/questoes/934348 ; acessado em 24/05/2022.

O histograma é o melhor gráfico para se representar situações envolvendo um grande conjunto de dados e suas frequências, sejam absolutas ou relativas. Ele permite uma interpretação e análise dos conjuntos de dados de forma mais amigável, tornando mais fácil a visualização de onde a maioria dos valores se concentram.

[15] **Valores atípicos (outliers)** são dados que se diferenciam drasticamente de todos os outros. Em outras palavras, um outlier é um valor que foge da normalidade e que pode (e provavelmente irá) causar anomalias nos resultados obtidos por meio de algoritmos e sistemas de análise. Os outliers presentes em datasets possuem diversos outros nomes, como: dados discrepantes; pontos fora da curva; anomalias; entre outros. Fonte: https://www.aquare.la/o-que-sao-outliers-e-como-trata-los-em-uma-analise-de-dados/, acessado em 13/05/2022.

A construção de um histograma é indicada para:

- ✓ Resumir grandes conjuntos de dados de forma visual, em contraponto com a utilização de tabelas onde não é tão fácil a visualização.
- ✓ Comparar os resultados percebendo-se tendências e limites.
- ✓ Comunicar as informações graficamente, de modo direto e claro, deixando a visualização dos dados mais inteligível e explícita.

O histograma permitirá a obtenção de informações como centralidade, amplitude e simetria, explicados a seguir.

Os histogramas, às vezes, são confundidos com gráficos de barras. Um histograma é usado para dados contínuos, em que os intervalos de classe representam a extensão dos dados. Já um gráfico de barra é um gráfico de variáveis categóricas ou discretas.

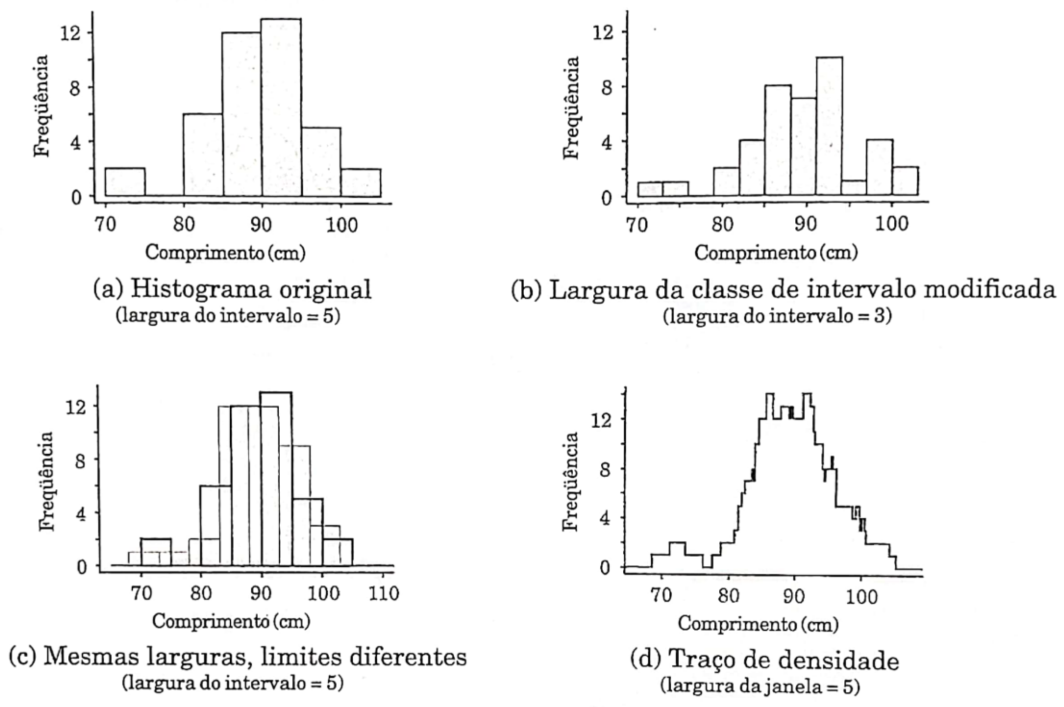
O objetivo de um histograma é ilustrar como uma determinada amostra de dados ou população está distribuída, dispondo as informações de modo a facilitar a visualização da distribuição dos dados. Ao mesmo tempo, ressalta a localização do valor central e da distribuição dos dados em torno deste valor central.

A construção de histogramas pode ser feita manualmente, mas pode-se usar softwares estatísticos como, por exemplo, Mintab, Splus, R e Excel. Wild e Seber destacam:

> Histogramas estão disponíveis em pacotes estatísticos para fins gerais, por exemplo, sob Graph → Histogram no Minitab e usando hist.(varname) no Splus e R. No Excel parta de Tools → Data Analysis e escolha Histogram. Isso produz uma tabela de frequência de onde um histograma pode ser produzido utilizando-se um assistente de gráfico. (Observe que há problemas na rotulação do eixo dos x.) Os pacotes têm configurações padrão para intervalos de classe que podem ser modificadas (ver ajuda *on-line* para a sintaxe). (WILD e SEBER, 1999, p.35)

Ainda Wild e Seber (1999) destacam no estudo do histograma o “traço de densidade”, que representa um “suavizado” do histograma que evita o problema da escolha dos extremos de intervalos de classe. Na figura 11, pode-se observar representações de histogramas com diferenças quanto as representações de intervalos de classes em a, b e c e o traço de densidade em d.

Figura 11 - Histogramas e Traço de densidade

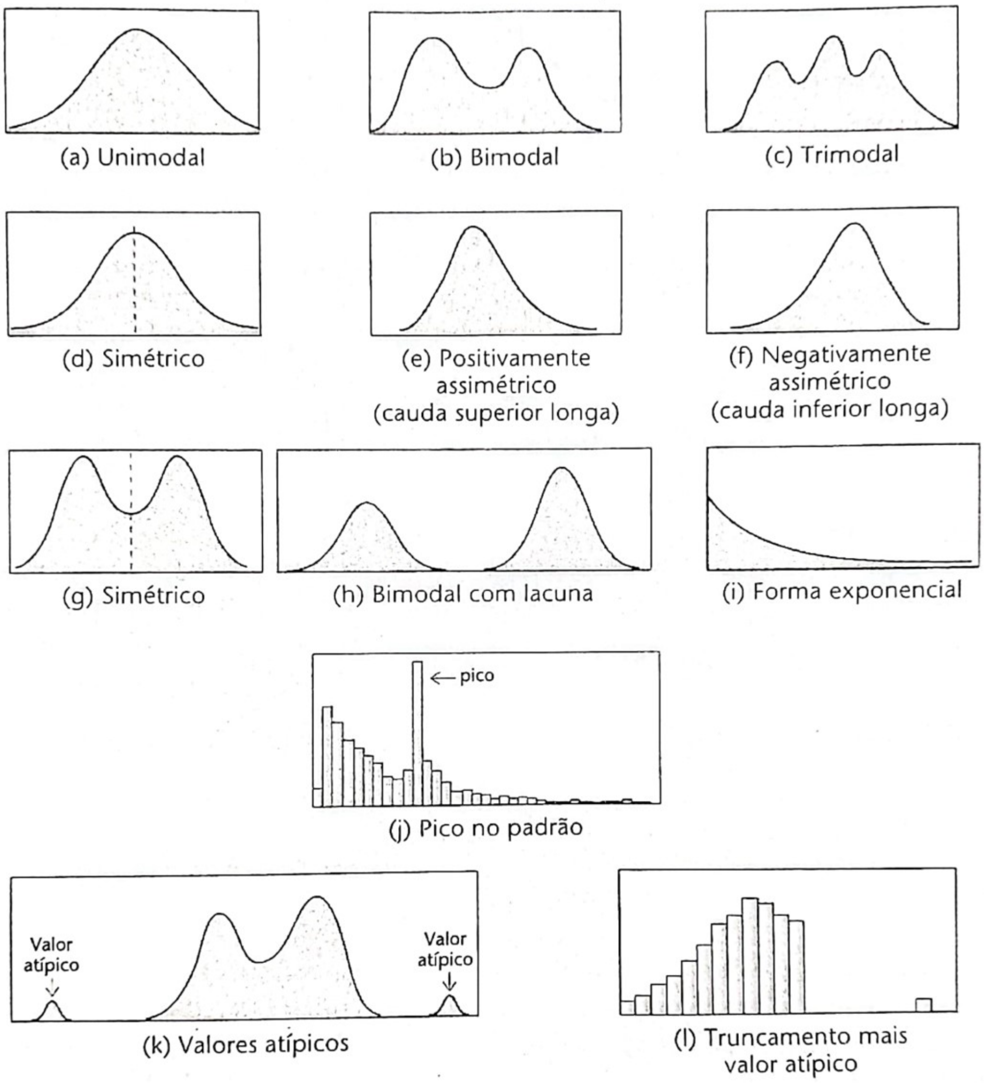


Fonte: Wild e Seber (1999, p.35).

Observar diferentes histogramas, com diversas representações de larguras de intervalos de classe e posições de extremos, permite que se faça uma escolha pela melhor maneira de se visualizar o formato de um histograma, isto é, seu formato geral e as áreas dos retângulos.

Ao analisar gráficos como histogramas, um dos primeiros pontos que se busca é se existem valores discrepantes, denominados valores atípicos (outliers). O que significam dentro do contexto: erros ou algo incomum e interessante que ocorreu, o que causou, qual sua plausibilidade. Algumas vezes, não se consegue determinar se é um erro ou uma casualidade. Em seguida, volta-se à análise do grupo maior de dados.

Figura 12 - Características a serem procuradas em Histogramas



Fonte: Wild e Seber (1999, p.36).

Na Figura 12, observa-se diferentes representações gráficas, em que aparecem um, dois ou três picos. Esses picos são chamados modas. Se há um único pico tem-se um único valor que ocorre em maior frequência, ou um intervalo de classe mais popular, ou seja, a moda. Caso isso ocorra para mais de um valor ou mais de um intervalo de classe, tem-se representações bimodais (dois picos) ou trimodais (três picos).

Quanto às formas de distribuição, pode-se observar na Figura 12, gráficos mais simétricos, como por exemplo d e g; gráficos com assimetria moderada, como em e e f, por exemplo; gráficos com assimetria extrema, como em i.

Também pode-se observar se a envoltória do gráfico tem aproximadamente forma de sino, como no exemplo a e d, ou se tem outra forma, tal como a forma exponencial, como na figura i.

Assim, destaca Wild e Seber (1999), um histograma pode ser muito útil na construção de um modelo estatístico para o processo que descreve os dados, isto é, pode sugerir uma função matemática cuja curva se ajuste bem ao histograma. Especialmente neste ponto encontra-se a representação gráfica que será explorada neste trabalho, a curva em forma de sino.

Wild e Seber (1999) ainda chamam a atenção para o aspecto de, em muitas pesquisas, além de representações gráficas e tabulares de um grande conjunto de dados, ser fundamental a compreensão de medidas numéricas representativas das características da população obtidas por meio dos dados para se estabelecer comparações mais precisas. Por exemplo, determinar o "centro" dos dados, medidas de posição que podem representar uma tendência em torno das quais os valores tendem a se concentrar, ou seja, do total de valores do conjunto de dados ordenados (rol) tomamos o valor ou a média dos dois valores que se encontram exatamente no meio deste conjunto. São elas a média amostral e a mediana amostral.

Entende-se por média amostral a média aritmética, ou seja, a soma dos valores obtidos nas observações dividido pelo número de observações, ou seja,

$$\text{Média Amostral} = \frac{\text{Soma das observações}}{\text{número de observações}}.$$

Enquanto a mediana amostral é o valor na posição central da amostra, quando todas as observações são escritas em ordem crescente (ou decrescente). Por exemplo, em uma amostra com 9 números,

$$1 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Mediana}}}{6} \quad 7 \quad 9 \quad 11 \quad 13$$

o elemento na posição 5 $\left(=\frac{9+1}{2}\right)$ é a mediana amostral.

Enquanto em uma amostra com 10 números tem-se como mediana amostral o valor indicado na posição indicada pela seta, que é o meio da quinta e da sexta observações, ou seja, considera-se a mediana a média entre o 5º e o 6º valores.

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 3 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 7 & 9 & 11 \end{array}$$

$\uparrow$

Mediana

Assim, a mediana amostral destes valores é 5,5.

De modo geral, pode-se colocar que a mediana amostral em n observações é a observação na posição $\frac{n+1}{2}$. Se $\frac{n+1}{2}$ não é um número inteiro, a mediana é a média das duas observações em cada lado, ou seja, a mediana amostral divide o conjunto de dados ordenados em duas metades, com o mesmo número de observações.

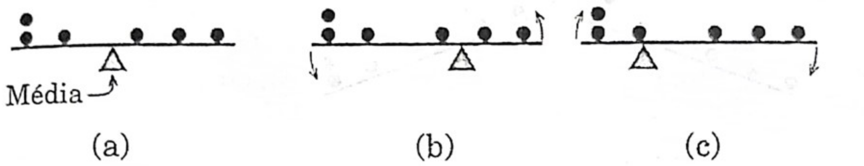
Para se representar a média amostral e a mediana amostral utiliza-se $\bar{x}$ ë Med, respectivamente. Para os n valores da observação indica-se $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$.

Assim, a média amostral é representada por $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$.

Wild e Seber (1999) destacam o significado de média amostral e de mediana amostral a partir da interpretação gráfica

> Embora possamos imaginar a mediana amostral como simplesmente o valor do meio, não é tão simples visualizar a média amostral. Uma boa maneira de fazê-lo é imaginar que o gráfico de pontos dos dados é constituído de bolas de aço de mesmo tamanho, presas a uma barra bem rígida e leve. Então, a média é simplesmente o centro de gravidade do sistema, ou seja, o ponto onde a construção se equilibra. Por exemplo, na Fig. 2.4.1 somente (a) está equilibrada, em (b) e (c) a barra irá sofrer uma rotação, como é mostrado. A média amostral é onde o gráfico de pontos se equilibra. (WILD e SEBER, 1999, p. 39)

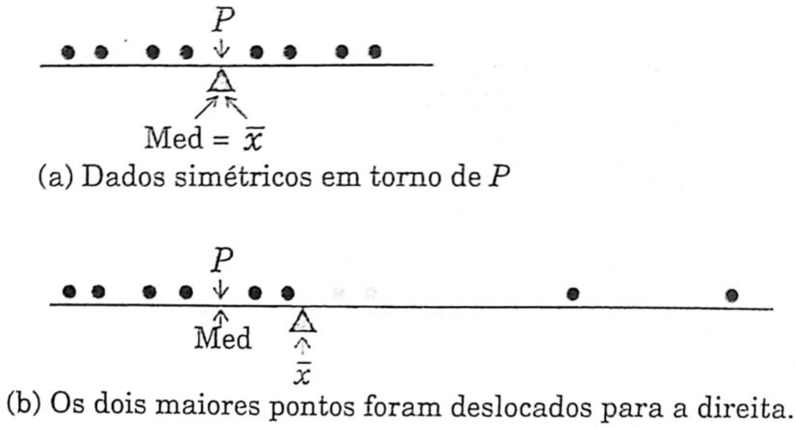
Figura 13 - Representação de Média em Gráfico de Pontos



Fonte: Wild e Seber (1999, p.39).

Num histograma aproximadamente simétrico, a média e a mediana são muito próximas; em caso de assimetria, a média e a mediana se distanciam, de modo que a média tenha um deslocamento para o sentido da cauda mais longa. Pode-se interpretar tal situação a partir da percepção de que a média amostral sofre a influência de valores extremos enquanto a mediana permanece entre a maioria dos dados. A Figura 14 ilustra a situação descrita acima.

Figura 14 - Média e Mediana



Fonte: Wild e Seber (1999, p.39).

Muitas vezes, a mediana amostral acaba sendo utilizada no lugar da média amostral por refletir melhor a tendência central dos valores de uma amostra assimétrica.

Assim como a mediana amostral divide o conjunto de dados em duas metades quantitativamente iguais, toma-se entre a mediana e um dos extremos (mínimo ou máximo da amostra), um ponto denominado quartil, em cada um dos sentidos, obtendo-se, assim, os quartis inferior e superior. Por exemplo, segue uma amostra com 8 elementos e a indicação dos quartis inferior, superior e da mediana.

$$\begin{array}{cccccccc} 3 & 4 & 6 & 7 & 7 & 9 & 11 & 23 \\ & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & \mathbf{Q_1} & & \mathbf{Med} & & \mathbf{Q_2} & & \end{array}$$

De modo geral, os cinco números: Mínimo, Quartil inferior (Q1), Mediana, Quartil Superior (Q2) e Máximo[16], representam estatisticamente informações que permitem a localização dos dados num rol, dividido em quatro partes iguais.

A amplitude é uma medida que representa a diferença entre o maior valor e o menor valor do conjunto de dados. Representa uma medida que pode ser muito afetada por valor atípico, como por exemplo no conjunto de notas de um aluno no 1º bimestre da 1ª série do EM (4; 6; 6; 6,5; 7; 7; 7,5; 7,5; 8; 8,5; 9)[17], a amplitude é 9 – 4 = 5, sendo que 4 é um valor atípico dentre as notas desse aluno.

Um recurso menos sensível a valores atípicos é a amplitude interquartil, ou seja, a diferença entre o quartil superior e o quartil inferior.

A medida de dispersão mais utilizada é o desvio padrão. Ela tem grande importância na interpretação e na tomada de decisões em inferências estatísticas. Indica-se o desvio padrão por s_x. Adota-se a seguinte fórmula para seu cálculo, pensando-se em EM e considerando-se que se tratam de dados populacionais, diferente de dados de amostragem.

$$s_x = \sqrt{\frac{\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + \left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + \cdots + \left(x_n - \overline{x}\right)^2}{n}} \Leftrightarrow s_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2} \ .$$

Como exemplo de aplicação da fórmula do Desvio Padrão, toma-se novamente o conjunto de notas acima citado: (4; 6; 6; 6,5; 7; 7; 7,5; 7,5; 8; 8,5; 9). Inicialmente, faz-se o cálculo da média amostral:

---

16 Os autores denominam Q1: o quartil inferior e Q2: o quartil superior. Na maioria dos livros de estatístico brasileiros, quando eles abordam os quartis amostrais Q1 é o primeiro quartil (Wild e Seber chamam de quartil inferior, Q2: é o segundo quartil ou mediana (Wild e Seber não fazem a distinção) e Q3 é o terceiro quartil (Wild e Seber o chamam de quartil superior e os representa por Q2).

17 Em se tratando das notas de um aluno, se tratam de dados populacionais.

$$\overline{x} = \frac{4 + 2.6 + 6,5 + 2.7 + 2.7,5 + 8 + 8,5 + 9}{11} = \frac{77}{11} = 7$$

Agora, calcula-se o desvio padrão:

$$s_x = \sqrt{\frac{(4-7)^2 + 2.(6-7)^2 + (6,5-7)^2 + 2.(7-7)^2 + 2.(7,5-7)^2 + (8-7)^2 + (8,5-7)^2 + (9-7)^2}{11}}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{9 + 2 + 0,25 + 0 + 0,5 + 1 + 2,25 + 4}{11}} = \sqrt{\frac{19}{11}} = \sqrt{1,\overline{72}} \simeq 1,31426.$$

Ou seja, o desvio padrão corresponde a 1,3, aproximadamente. Como interpretar isso? O desvio padrão é uma medida de dispersão, o que representa que em relação à média dos valores do rol, a maioria dos valores das notas se encontra no intervalo entre 5,7 e 8,3. O que pode se observar de fato no rol.

Hoje em dia, este tipo de cálculo é realizado por planilhas eletrônicas com apenas um comando de função, o que é um grande facilitador para a manipulação de um grande conjunto de dados.

Quando se trabalha com dados amostrais, utiliza-se a fórmula do desvio padrão com o denominador (divisor da fração dentro do radical) como n – 1. Para n representando um número grande de dados amostrais, usar n ou n – 1 não faz diferença.

Em amostras unimodais, moderadamente simétricas, pode-se usar a Regra de 68% - 95%, que representa uma aproximação da dispersão dos dados em relação à média do rol como indicado por Wild e Seber (1999):

68% dos dados caem a uma distância de $\overline{x}$ menor que 1 desvio padrão, ou seja, entre $\overline{x} - s_x$ e $\overline{x} + s_x$

95% dos dados caem a uma distância de $\overline{x}$ menor que 2 desvios padrão, ou seja, entre $\overline{x} - 2s_x$ e $\overline{x} + 2s_x$

Wild e Seber (1999) ainda destacam de forma bastante relevante para esse estudo que:

> O desvio padrão não somente é difícil de interpretar diretamente, como também é sensível a observações extremas. (Você sabe por quê?) Você poderia perguntar por que tantas pessoas usam uma medida “tão pouco amigável”. A razão disso está diretamente ligada ao desenvolvimento da teoria estatística, baseado numa curva simétrica muito importante, tendo forma de sino, chamada distribuição Normal, usada para achar probabilidades. (WILD e SEBER, 1999, p.43)

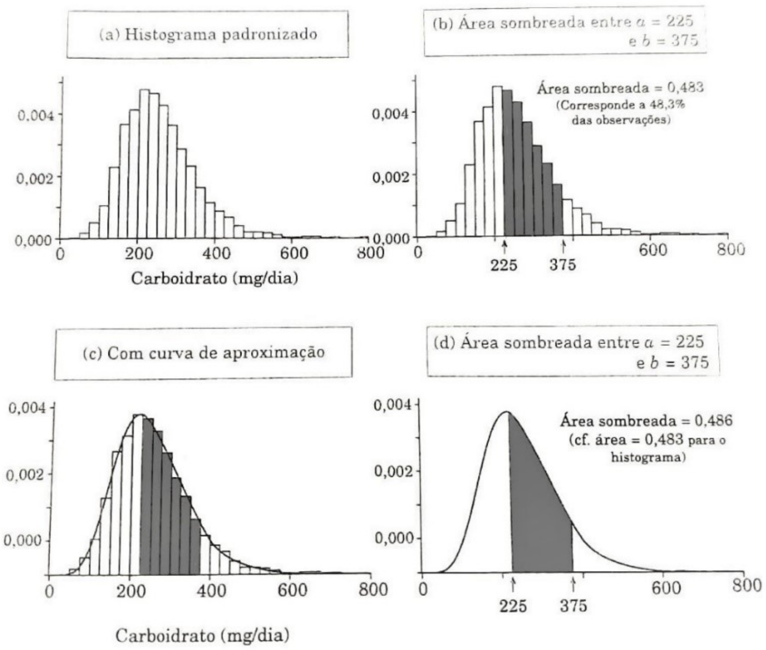
Assim, em um experimento aleatório, que pode ser um fenômeno natural observado, um experimento científico analisado ou um experimento de amostragem, no qual um objeto (uma pessoa, um gráfico, etc.) é selecionado aleatoriamente de uma população de objetos, analisa-se as aplicações estatísticas a partir de um tipo de medição feita nesse experimento aleatório, isto é, a partir de uma variável aleatória.

Como já foi citado, essas variáveis aleatórias podem ser discretas ou contínuas. A partir desse estudo, o enfoque será o trabalho com as variáveis aleatórias contínuas, utilizando a função de densidade de probabilidades de uma variável contínua, representada por meio de uma curva de densidade, na qual a área sob a curva indica probabilidades, sendo a média o centro de gravidade da curva e o desvio-padrão interferirá em intervalos de distribuição das probabilidades.

6.2. A Curva Normal

Neste estudo, a referência tomada será a construção de um histograma a partir de um banco de dados envolvendo uma variável contínua, como por exemplo, as dimensões de uma pessoa: peso (massa), estatura (altura), medidas de busto, quadril, cintura, dentre outras, pressão sanguínea, concentração de substâncias químicas no sangue. Wild e Seber (1999) tomam como exemplo a ingestão diária média de carboidrato na dieta. Como se pode observar no histograma padronizado (a) representado na figura 15 que segue, obtém-se a partir dos dados coletados, um histograma unimodal, com intervalo modal de 200 a 225 mg/dia, assimétrico no sentido dos valores de mg/dia maiores. A amplitude de ingestão de carboidratos varia de 50 a 800 mg/dia, o que mostra que os maiores consumidores, neste banco de dados, têm uma ingestão de carboidratos mais de dez vezes superior aos menores consumidores.

Figura 15 - Estudo de *histograma padronizado* a partir de um exemplo



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 142).

Em geral, os histogramas são construídos com a altura do retângulo para cada intervalo de classe definido a partir da frequência absoluta (fj) ou da frequência relativa (fj /n) de observações dentro de um intervalo j-ésimo de classe, sendo n o número de dados coletados. Os autores relatam que se for utilizada a frequência relativa, a altura do retângulo informa a proporção de observações que caem no j-ésimo intervalo, o que pode ser lido na escala vertical do gráfico. E ainda afirmam que

> Para um **histograma** padronizado, ajustamos a altura do retângulo de modo que sua área seja igual à frequência relativa. Isso é obtido mudando-se a altura para $f_j/(nw)$, em que *w* é a largura do intervalo. [A área (largura x altura) é, então, f_j/n]. Portanto, agora, é a *área* do *j-ésimo* intervalo de classe. (WILD e SEBER, 1999, p.141)

Portanto, na figura 15 (a), a proporção de pessoas no banco de dados cuja ingestão de carboidrato diária cai dentro de qualquer intervalo de classe é a área do retângulo correspondente. Por exemplo, os autores tomam o intervalo entre os limites a = 225 mg/dia e b = 375 mg/dia e afirmam que a proporção das pessoas cuja ingestão de carboidrato diária cai entre a e b é dada pela soma das áreas de todos os retângulos entre esses limites, ou seja, corresponde à área sombreada no histograma da figura 15 (b), cujo resultado é 0,483 ou 48,3% das pessoas no banco de dados. A essa correspondência entre área e proporções é o que será considerado como probabilidades para variáveis contínuas. Assim, tomando-se a área total sob o histograma padronizado tem-se a probabilidade total (100%=1), ou seja, $\sum\left(\frac{f_j}{nw}\times w\right)=\frac{\sum f_j}{n}=1.$

Portanto, para um HISTOGRAMA PADRONIZADO tem-se:

- A escala vertical é razão entre a frequência relativa e a amplitude do intervalo de classe
- A área total sob o histograma é igual a 1
- A proporção dos dados entre a e b é a área sob o histograma entre a e b

Para finalizar esse estudo, na figura 15 (c) foi traçada uma curva suave de aproximação ajustada ao histograma padronizado e na figura 15 (d) apaga-se o histograma, mantendo-se apenas a curva suave de aproximação, com o destaque à parte anteriormente sombreada entre os limites a e b. Wild e Seber (1999) calcularam a área sombreada na figura 15 (d) e obtiveram 0,486, um resultado muito próximo de 0,483 obtido sob o histograma. Isso se deve a áreas sob a curva suave entre os limites a e b estarem em estreita concordância com as áreas correspondentes no histograma e, portanto, com proporções de pessoas no banco de dados.

A essa curva suave, que descreve o comportamento de uma variável aleatória contínua, dá-se o nome de curva de densidade, ou gráfico de uma função de densidade de probabilidade. A probabilidade é obtida pela área sob a curva entre intervalos de classe e a área total sob a curva vale 1 (uma unidade). Ao se estudar uma amostra e representá-la em intervalos de classe a partir da coleta de dados de uma variável aleatória contínua, é necessário que a amostra seja muito grande (tendendo a infinito) e que os intervalos de classe sejam muito pequenos (tendendo a zero), a fim de que a curva de densidade suave seja bem representativa da amostra em questão representada no histograma.

Wild e Seber (1999) nos gráficos da figura 15 (c) e (d) utilizam dados gerados por computador, por exemplo, observação aleatória como a ingestão alimentar de carboidrato de um indivíduo amostrado aleatoriamente de uma grande população, como a população americana. Os 15 valores de X obtidos, em inteiros mais próximos, foram:

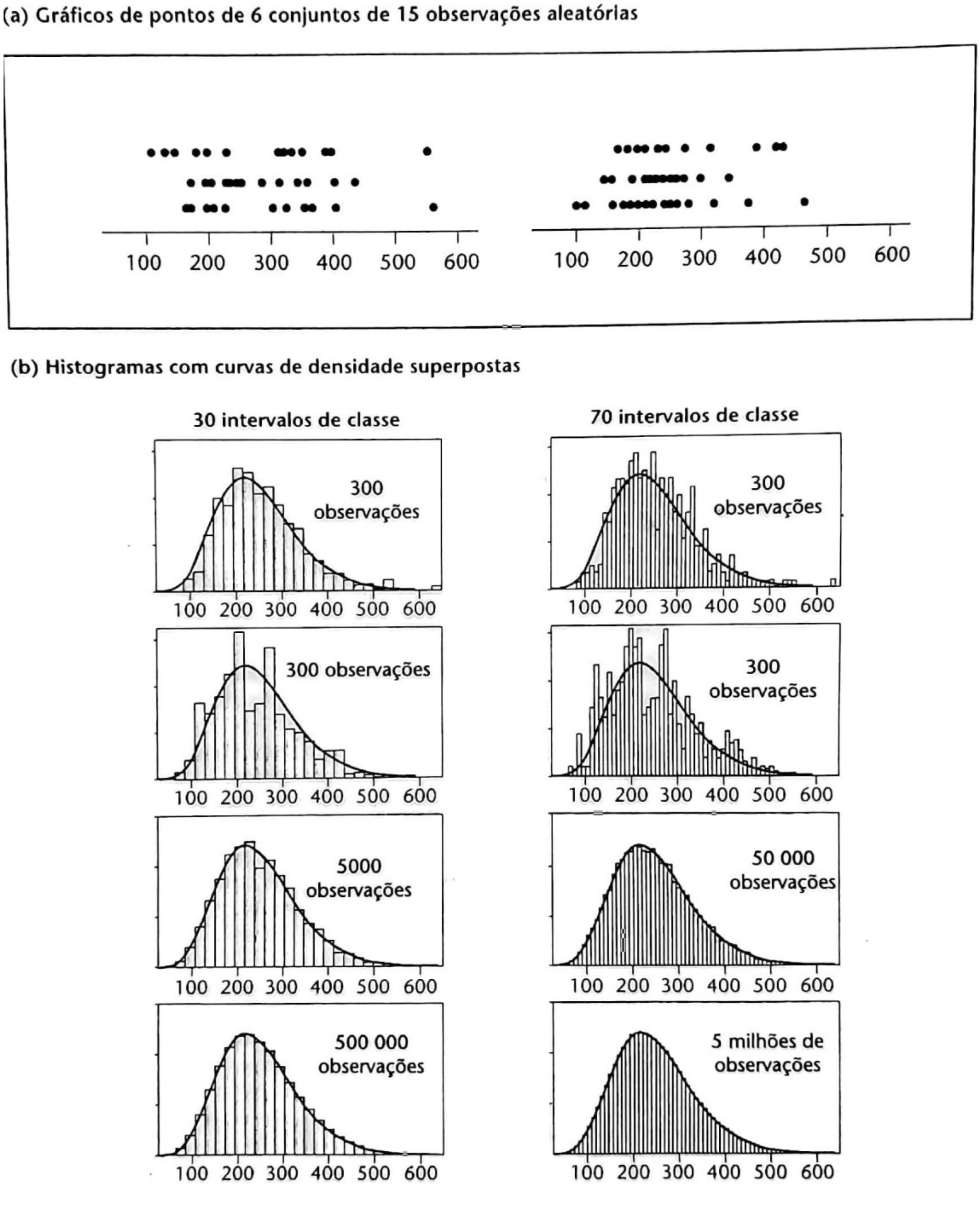
Figura 16 - Os 15 valores de X aleatórios

194 348 243 106 285 233 322
299 160 383 185 391 455 155 210

Fonte: Wild e Seber (1999, p.142).

Wild e Seber (1999) tomam, a partir dessas 15 observações aleatórias, gráficos de seis conjuntos distintos nesse processo, como segue na figura 17 (a). Mostram que cada conjunto apresenta um padrão diferente, embora todas as observações estejam representadas entre 100 e 600. A outra parte da figura 17 (a parte b) mostra histogramas de conjuntos de dados muito maiores gerados pelo processo, de modo que, em cada um deles, se superpõe a curva de densidade fazendo referência à distribuição de probabilidade que está sendo produzida por esses dados. Na figura, os histogramas da esquerda usam 30 intervalos de classe na amplitude de 0 a 650 mg/dia enquanto os histogramas da direita usam 70 intervalos de classe para a mesma amplitude. Observa-se que os 4 histogramas superiores se referem a amostras de tamanho 300, sendo que em cada horizontal, os histogramas são gráficos do mesmo conjunto de dados. Pode-se perceber que estes histogramas (cujo conjunto de dados tem tamanho 300) não se parecem muito com a curva de densidade. Ao se aumentar o tamanho das amostras, os histogramas começam a se parecerem mais com a curva de densidade, isto é, quanto maiores as amostras com intervalos de classe menores, muito melhor o histograma passa a representar a curva de densidade.

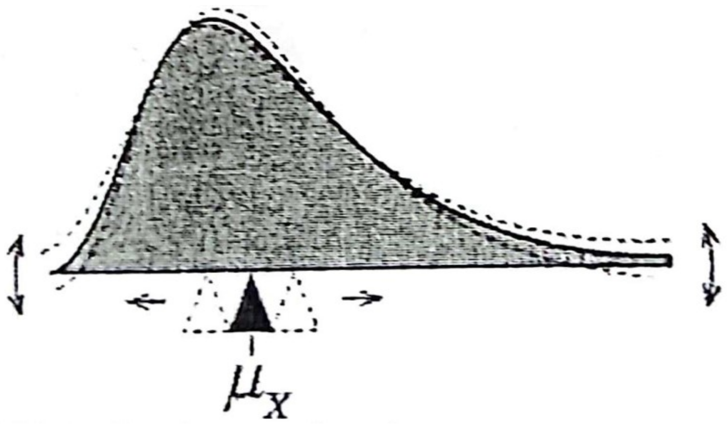
Figura 17 - Comportamento de dados gerados aleatoriamente a partir da curva de densidade suave na figura 15 (d)



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 144)

Tomando-se a média de uma distribuição de uma variável aleatória contínua, a qual denomina-se "média populacional" (indicada por E(X) ou μ_X) e seu desvio-padrão, denominado por "desvio-padrão populacional" (indicado por dp(X) ou σ_X), observa-se que μ_X é o centro de gravidade da curva de densidade (ou seja, μ_X é onde a curva iria se equilibrar), conforme mostra a figura 18 a seguir.

Figura 18 - A média numa curva de densidade



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 144)

Outra importante observação é a de que o estudo da probabilidade num intervalo envolvendo variável aleatória contínua não se altera se forem incluídos ou não os extremos desse intervalo, ou seja, a probabilidade de que a ingestão de carboidrato X caia entre 200 e 250 mg/dia pode ser calculada por:

$$pr(200 \leq X \leq 250) = pr(200 \leq X < 250) = pr(200 < X \leq 250) = pr(200 < X < 250).$$

Isso se justifica pois para uma variável aleatória contínua, a probabilidade de X = 200 é nula, ou seja, $pr(X = 200) = 0$. Pode-se analisar isto a partir do conceito de que a probabilidade é obtida pela área sob a curva num intervalo. Assim, se for considerado um intervalo de $199{,}5 \leq X \leq 200{,}5$, a probabilidade será dada pela área entre esses pontos extremos, que é de aproximadamente 0,0046, conforme Wild e Seber (1999) exemplificam. Se for tomado um intervalo de amplitude 0,1 em torno de 200, o intervalo torna-se um décimo do anterior, o que gera consequentemente uma área aproximadamente igual a um décimo da área anterior, isto é, $pr(199{,}95 \leq X \leq 200{,}05) \approx 0{,}00046$. Portanto, a cada casa decimal que se aproxima mais e mais de 200, mais e mais a probabilidade tende a zero. Wild e Seber (1999) citam como exemplo:

> [...] Quanto mais casas decimais exigimos, mais a probabilidade se aproxima de 0. Na prática, isso não chega a ser um problema. Como não podemos jamais alcançar uma precisão de número infinito de casas decimais numa medição, a probabilidade *relevante* nunca se reduz a 0. Por exemplo, seria otimismo pensar que é possível medir a altura de uma pessoa com precisão de milímetro, de modo que uma altura medida (observada) de uma pessoa de 1,8m significa, na melhor das hipóteses, uma altura exata de algo entre 1,7995 m e 1,8005 m. (WILD e SEBER, 1999, p.143)

A Distribuição Normal é um dos principais modelos de distribuição contínua, o que representa uma enorme importância para a Estatística, uma vez que na Natureza, muitas variáveis distribuem-se conforme o modelo normal.

A representação dessa distribuição normal possui uma forma de sino, simétrica, de onde vem o nome dado a ela:

> O nome "curva em forma de sino" deve-se a Esprit Jouffret (1837-1904) matemático e militar que primeiro utilizou o termo "superfície de sino" em 1872. O nome "distribuição normal", foi inventado por Charles S. Peirce (Cambridge, 10 de setembro de 1839- Milford, 19 de abril de 1914) filósofo e matemático, Francis Galton (Birmingham, 16 de fevereiro de 1822-Haslemere, Surrey, 17 de janeiro de 1911) matemático, antropólogo, estatístico e Wilhelm Lexis (Eschweiler, 17 de julho de 1837– Gottingen, 25 de outubro de 1914) economista e estatístico alemão por volta de 1875. (CAIRE, 2013, p.16)

A Curva Normal também é conhecida como Gaussiana ou Curva de Gauss, como já mencionado neste estudo, no Capítulo 2 (p. 33). Essa curva descreve fenômenos físicos e fenômenos financeiros, tendo uma ampla aplicação em situações nas quais a pesquisa envolve uma enorme quantidade de dados relacionados a variáveis aleatórias contínuas.

> Essa curva descreve tanto fenômenos físicos como financeiros e tem uma propriedade que é enunciada como Teorema Central do Limite que diz que podemos aproximar outras distribuições sob determinadas hipóteses gerais pela normal quando o número de observações fica grande. O Teorema Central do Limite afirma que quando o tamanho da amostra aumenta a distribuição amostral da sua média (distribuição de frequência das médias amostrais) aproxima-se cada vez mais de uma distribuição normal. Assumir a distribuição normal em pesquisa está baseado em dois fundamentos: quando a própria distribuição dos eventos é normal ou quando a distribuição não é normal, mas o número de casos for grande. A distribuição da média amostral padronizada tende à normal e o Teorema Central do Limite dá apoio ao uso da

normal como distribuição de erros, pois em muitas situações reais é possível interpretar o erro de uma observação como resultante de muitos erros pequenos e independentes. Por exemplo, a distribuição de alturas de homens adultos de certa idade pode ser considerada aproximadamente normal, pois a altura pode ser pensada como soma de muitos efeitos pequenos e independentes. Aplicações da distribuição normal incluem ruído térmico em resistores e em outros sistemas físicos que possuem um componente dissipativo; ruídos de baixa-frequência e variabilidade em parâmetros de componentes manufaturados e de organismos biológicos (por exemplo, altura, peso, inteligência). (CAIRE, 2013, p.16)

A curva Normal pode ser representada por uma função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua X, que assume valores reais quaisquer, dada por:

$$f(x) = \left(\frac{1}{\left(\sqrt{(2\pi)}\sigma\right)} \right) . e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma^2)} \right)} \text{ para } -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty \text{ e } \sigma^2 > 0,$$

em que μ, que representa a média populacional, e σ, que representa o desvio-padrão populacional, são parâmetros que especificam completamente uma distribuição normal.

Neste estudo não será utilizada esta fórmula. Ela será apenas uma referência de comparação da função densidade de probabilidade com a curva de densidade suave, a que se ajusta ao histograma padronizado obtido pela representação dos muitos intervalos de classe obtidos a partir de um banco de dados de uma população muito grande de valores de uma variável aleatória contínua.

Como pode-se observar nos exemplos dados por Wild e Seber (1999) que seguem abaixo.

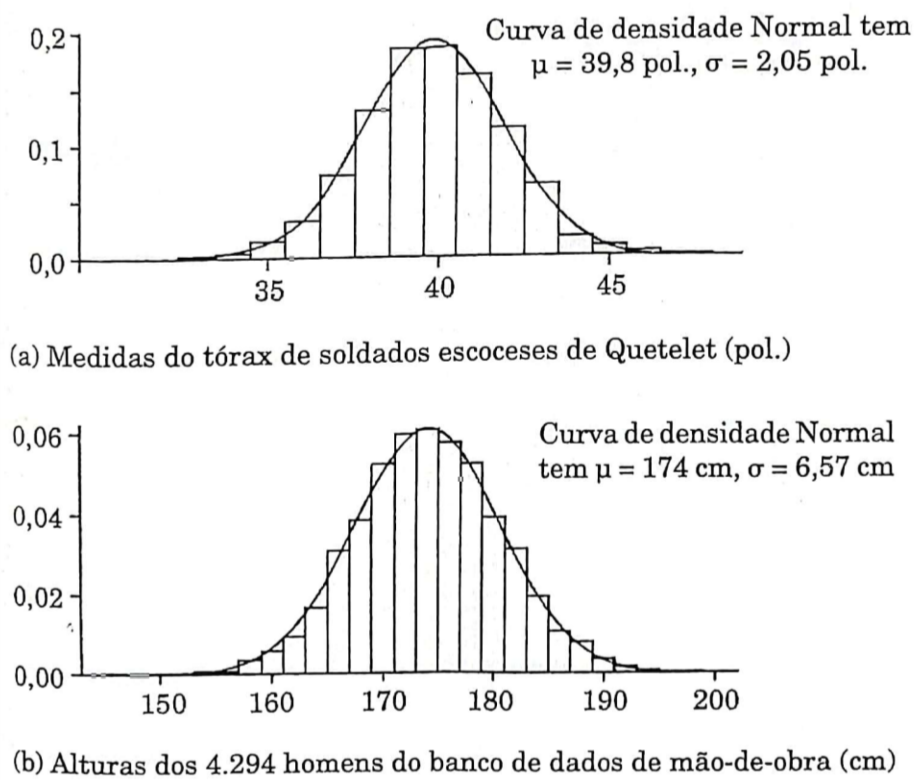
Exemplo 1: Soldados Escoceses de Quetelet – medição do tórax de 5.738 soldados escoceses.

As medidas foram coletadas por um estudante belga chamado Lambert Adolphe Jacques Quetelet (1796 – 1874), muito interessado no estudo de Estatística.

> Esses dados são interessantes, porque Quetelet foi a primeira pessoa a aplicar a distribuição Normal a dados de pessoas, e este foi seu primeiro exemplo importante. A tabela de frequências à partir da qual o histograma foi desenhado apareceu pela primeira vez em um livro datado de 1846 de cartas para o Duque de SaxeCoburg e Gotha e foi reproduzido em Stigler [1986, p.207]. (WILD e SEBER, 1999, p.145)

Observando o histograma (Figura 19), percebe-se a variabilidade das medidas de tórax dos soldados, com a grande maioria dos soldados apresentando tórax de tamanho entre 35 e 45 polegadas. Com isso, a média amostral e o desvio-padrão das 5.738 medidas de tórax tomadas é 39,8 polegadas e 2,05, respectivamente. Com isso, a curva de densidade superposta é a de uma distribuição Normal com média $\mu = 39{,}8$ e desvio-padrão $\sigma = 2{,}05$.

Figura 19 - Exemplo: Medidas do tórax de soldados escoceses de Quetelet



(a) Medidas do tórax de soldados escoceses de Quetelet (pol.)

(b) Alturas dos 4.294 homens do banco de dados de mão-de-obra (cm)

Fonte: Wild e Seber (1999, p. 145)

Exemplo 2: Alturas de Homens do Banco de Dados de Mão-de-obra

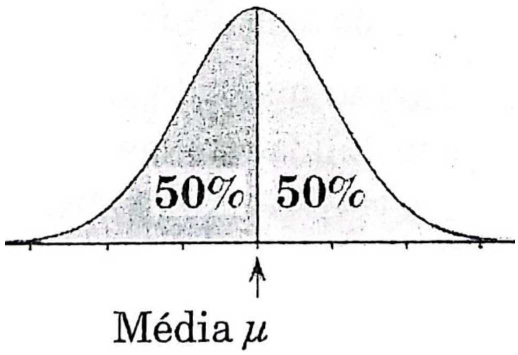
A figura 19 (b) representa um histograma padronizado cujos dados correspondem às alturas de 4.294 homens no banco de dados de mão-de-obra. Nele, observa-se que a média amostral apontada é $\mu = 174{,}4\text{cm}$ e o desvio-padrão

$\sigma = 6{,}57cm$, sendo a maioria dos homens do banco de dados com altura entre 160cm e 190cm. A curva de densidade normal superposta tem uma aproximação bastante boa, porém Wild e Seber (1999) destacam um ponto nesta curva que merece cuidado:

> Altura foi a única variável contínua no banco de dados que produziu um histograma que não era visivelmente assimétrico, embora o grau de assimetria de algumas outras dimensões físicas (p.ex., medidas de quadril e cintura) fosse pequeno. (WILD e SEBER, 1999, p.145)

Quando a curva de densidade normal é similar a um sino, tem-se uma perfeita simetria, a média μ é o centro do sino e a distribuição em torno da média mostra a probabilidade de 50% de que a observação aleatória seja menor que a média e de 50% de que seja maior que a média. Ainda, neste caso, a mediana e a moda da distribuição é a mesma que a média.

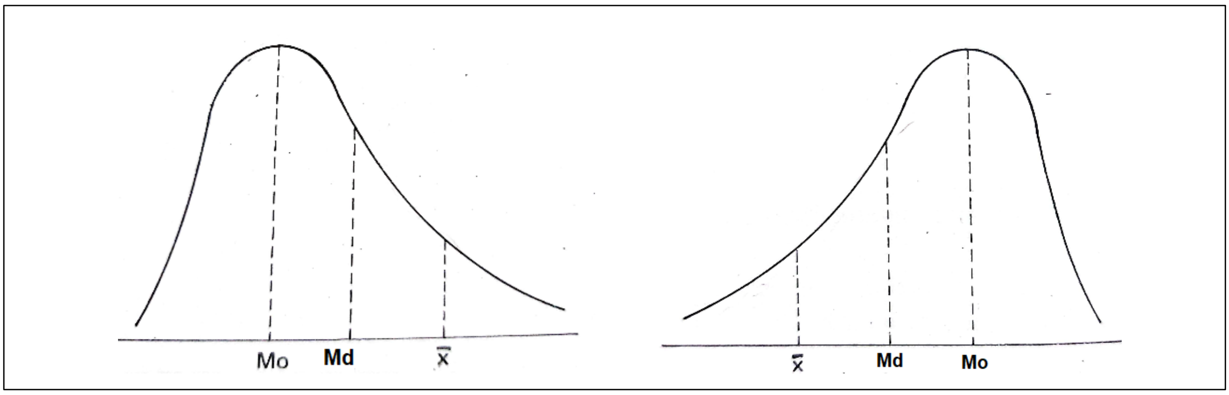
Figura 20 - Curva na forma de Sino



Fonte: Wild e Seber (1999, p.146)

Em uma distribuição assimétrica, a relação entre média, mediana e moda se dá por desigualdades. Se a distribuição assimétrica for positiva (ou seja, a mediana e a média estão à direita da moda), observa-se que a média é maior que a mediana que é maior que a moda. Se a distribuição assimétrica for negativa (ou seja, a mediana e a média estão à esquerda da moda), observa-se que a média é menor que a mediana que é menor que a moda.

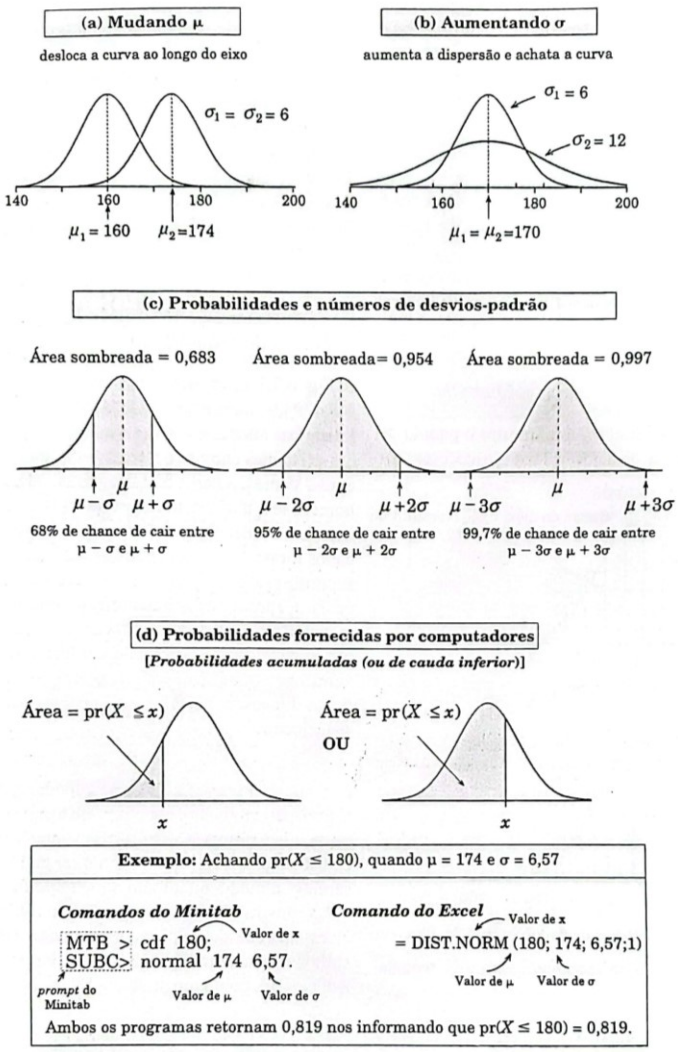
Figura 21 - Distribuições assimétricas



Fonte: Autoria Própria

Pode-se ter também outras representações da Curva Normal, como segue na figura abaixo:

Figura 22 - Propriedades da Distribuição Normal



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 146)

Na figura 22 (a) tem-se uma mudança de média, o que desloca a curva normal ao longo do eixo, já na figura 22 (b), observa-se o que o desvio-padrão representa numa representação gráfica, de modo que se o desvio-padrão é maior, a dispersão se torna maior em torno da média e, consequentemente, a curva sofre um achatamento. A figura 22 (c) mostra que, para qualquer distribuição normal existe uma chance de cerca de 68% de uma observação aleatória cair a uma distância de até um desvio-padrão em torno da média (para a esquerda e para a direita), tem cerca de 95% de cair a uma distância de até dois desvios-padrão em torno da média e cerca de 99,7% de cair a uma distância de até três desvios-padrão da média. Wild e Seber observam que

> [...] De acordo com Stigler [1986, Capítulo 5], Quetelet acreditava que todas as distribuições de dados de ocorrência natural, coletadas e organizadas apropriadamente, seguiriam uma curva normal, e que deixar de exibir tal forma seria evidência de grupo não-homogêneo. Por exemplo, um histograma simples de alturas de todas as pessoas da base de dados de mão-de-obra (4.294 homens e 1.635 mulheres) é assimétrico. A proposição de Quetelet sempre teve seus críticos e não é mais levada em consideração. De fato, é incomum dados brutos de uma variável contínua passarem em um teste estatístico da proposição de que os dados tenham sido gerados por uma distribuição normal. A importância da distribuição normal em estatística é em grande parte devida ao fato das médias amostrais e algumas outras quantidades derivadas de dados brutos tenderem a ser aproximadamente normalmente distribuídas. (WILD e SEBER, 1999, p.146 e 147)

Observa-se, a partir de situações como estas expostas acima que, estatisticamente busca-se a distribuição normal para se analisar um conjunto bastante grande de dados de variável contínua, mesmo que os resultados gerem uma aproximação com a normal.

Usando planilhas eletrônicas, como, por exemplo, o Excel, podem ser obtidas as probabilidades da distribuição normal informando no pacote estatístico qual a média e o desvio-padrão. Em geral, o software é projetado para calcular o valor da probabilidade para valores menores ou iguais a um determinado valor tomado, isto é, $\mathrm{pr}(X \leq x)$. Assim, dado um valor x, o programa devolve a probabilidade de uma observação aleatória ser menor que ele. Na figura 22 (d), trabalha-se com o Minitab e com o Excel (especificamente com a função DIST NORM) atribuindo-se o valor 180 e obtendo-se em ambos os programas a probabilidade de uma observação aleatória cair abaixo de 180, como 0,819, isto é, $pr(X \leq 180) = pr(X < 180) = 0,819$. Pode-se inferir disso que 81,9% de um homem selecionado ao acaso, não ser mais alto que 1,80m, ou seja, que quase 82% da população de homens tem altura inferior a um metro e oitenta centímetros.

Se deseja-se calcular a probabilidade de X cair num intervalo, por exemplo, a probabilidade de um homem desta população ter altura entre 1,60m e 1,80m, Wild e Seber (1999) propõem um Método Básico:

> 1.Esboce uma curva Normal e assinale a média e outros valores de interesse. 2. Traceje a área sob a curva que fornece a probabilidade desejada. 3. Imagine uma forma de obter a área desejada a partir das áreas de caudas inferiores. (WILD e SEBER, 1999, p.147)

Na figura 23 (a) que segue, observa-se no gráfico os passos 1 e 2 colocados no Método Básico pelos autores. As áreas das caudas abaixo de 180 e abaixo de 160 foram determinadas pelo programa (software) utilizado, como pode-se perceber em relação aos dois gráficos da esquerda da figura acima citada. Assim, a área desejada é (conforme o passo 3) a diferença $pr(160 < X \leq 180) = pr(X \leq 180) - pr(X \leq 160)$.

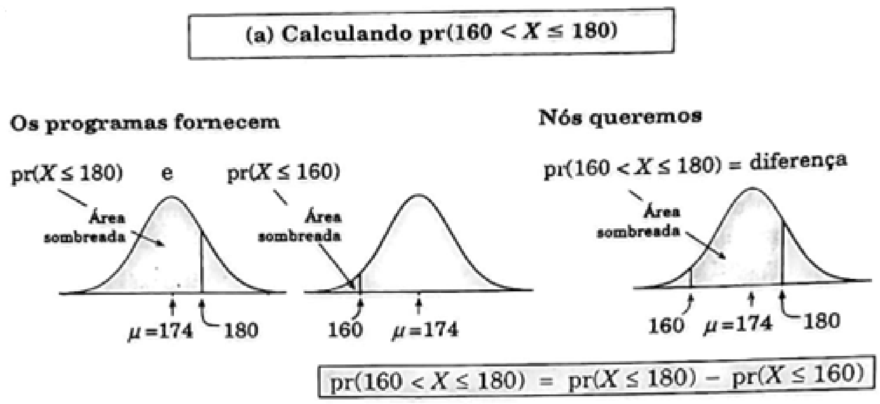
Ainda na figura 23, observa-se a tabela (b) como uma forma de deixar mais visual o que se deseja calcular, de modo que, a probabilidade de um homem dessa população ter altura entre 1,60m e 1,80m é de aproximadamente 80%.

Na tabela apresentada na parte (c) da figura 23, pode-se analisar outras probabilidades envolvendo limites de intervalos tais como 152,4cm, 167,6cm, 177,8cm e 182,9cm, e, a partir daí, relacionar a probabilidade de uma altura cair num determinado intervalo, por exemplo:

$$pr(167,6 < X \leq 182,9) = pr(X \leq 182,9) - pr(X \leq 167,6) = 0,747 \simeq 75\%.$$

Um outro cálculo que se pode destacar é o da probabilidade complementar, ou seja, calcular a probabilidade de um homem da população ter altura superior a 1,80m pode ser determinada por $pr(X > 180) = 1 - pr(X \leq 180) = 1 - 0,819 = 0,181 \simeq 18\%$.

Figura 23 - Cálculo de Probabilidades com a Distribuição Normal



(b) Exemplo: implementação no Excel

	A	B	C	D
1		$pr(X \le 180)$	$pr(X \le 160)$	$pr(160 < X \le 180)$
2	Probs Normais	0,819	0,017	0,802
3				

Comandos do Excel: =DIST.NORM (180; 174; 6,57;1) =DIST.NORM (160; 174; 6,57;1) =B2-C2

(c) Mais probabilidades Normais
(valores obtidos do Minitab)

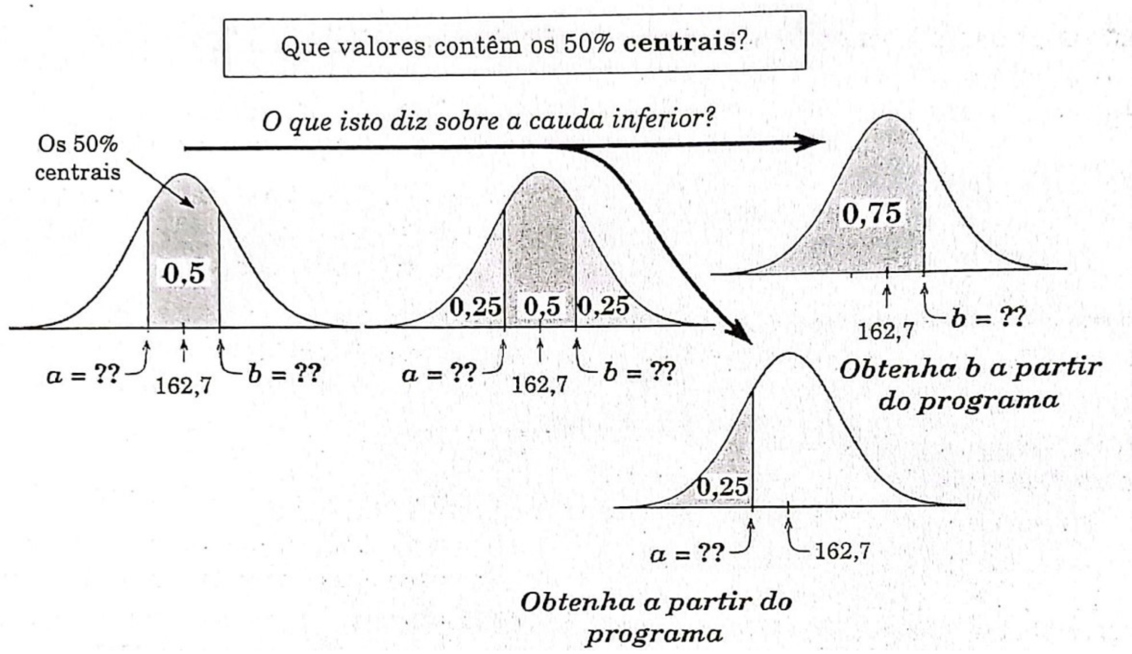
b	$pr(X \le b)$	a	$pr(X \le a)$	$pr(a < X \le b)$ = diferença
167,6	0,165	152,4	0,001	0,164
177,8	0,718	167,6	0,165	0,553
177,8	0,718	152,4	0,001	0,717
182,9	0,912	167,6	0,165	0,747

Obs: 152,4cm = 5 pés, 167,6 cm = 5 pés 6 pol., 177,8 cm = 5 pés 10 pol., 182,9 cm = 6 pés

Fonte: Wild e Seber (1999, p. 148)

Ainda pode-se explorar cálculos como os que se encontram na região central da distribuição normal, ou seja, para que valores no intervalo [a; b] tem-se K% centrais da curva normal, sendo $K \in]0;100[$, o que se denomina de Amplitude Central. Por exemplo, na figura 24, se quer determinar para que valores se têm os 50% centrais, ou seja, a determinação do intervalo correspondente à probabilidade $pr(25\% < X \le 75\%)$.

Figura 24 - Exemplo de Obtenção de uma amplitude central



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 151)

Outras situações podem ser usadas como exemplos de aplicação da Distribuição Normal de uma variável contínua, como por exemplo: o Índice de Massa Corporal (IMC), a gestação natural para o nascimento de seres humanos, escores de Quociente de Inteligência (QI) etc.

6.2.1. *O Escore-Z*

Na Figura 22 (c) pode-se observar que, para uma distribuição normal e valores da média (m) e do desvio-padrão (s), tem-se 68,3% de chance para o intervalo de $[\mu-\sigma\ ;\ \mu+\sigma]$, 95,4% de chance para o intervalo de $[\mu-2\sigma\ ;\ \mu+2\sigma]$ e 99,7% de chance de cair no intervalo de $[\mu-3\sigma\ ;\ \mu+3\sigma]$. De modo geral, pode-se afirmar que a probabilidade de cair em qualquer intervalo depende apenas da distância em desvios-padrão entre os extremos do intervalo e a média. Logo, Wild e Seber (1999) afirmam que, para distribuições normais, faz muito sentido medir distância em termos de número de desvios-padrão a partir da média. Daí o uso da relação: $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$, em que se denomina z por unidades padrão ou escores-z. Pode-se definir, então, o escore-z de x como a distância de x à média em número de desvios-padrão.

O escore-z é positivo se x for maior que a média e negativo, caso contrário, como se pode observar na figura 25 que segue abaixo.

Figura 25 - Exemplos de Escores-z

x	escore-$z = (x-\mu)/\sigma$	Interpretação
Valores IMC de homens[a] *(kg/m²)*		
25	$(25 - 27,3)/4,1 = -0,56$	25 kg/m² é 0,56 dp´s abaixo da média
35	$(35 - 27,3)/4,1 = 1,88$	35 kg/m² é 1,88 dp´s acima da média
Alturas de mulheres[b] *(cm)*		
155	$(155 - 162,7)/6,2 = -1,24$	155 cm é 1,24 dp´s abaixo da média
180	$(180 - 162,7)/6,2 = 2,79$	180 cm é 2,79 dp´s acima da média

[a]Valores de IMC de homens $\mu = 27,3$, $\sigma = 4,1$
[b]Alturas de mulheres $\mu = 162,7$, $\sigma = 6,2$

Fonte: Wild e Seber (1999, p.152)

Sendo $Z=\frac{X-\mu}{\sigma} \Leftrightarrow Z=\frac{1}{\sigma}X-\frac{\mu}{\sigma}$ a distribuição de uma variável contínua num escore-z pode-se mostrar que essa distribuição é normal com média 0 e desvio-padrão 1, denominada Normal Padrão.

Assim, a expressão para Z dada por $Z = \frac{1}{\sigma}X - \frac{\mu}{\sigma}$ em que a média μ = E(Z) = 0 e o desvio-padrão σ = dp(Z) = 1 numa distribuição normal de variável X pode ser representada por $E(aX + b) = aE(X) + b$ e $dp(aX + b) = |a| dp(X)$, em que $a = \frac{1}{\sigma}$ e $b = -\frac{\mu}{\sigma}$.

Wild e Seber comparam o uso do escore-z aos cálculos de probabilidade afirmando que:

> Antes de as probabilidades serem obtidas rotineiramente pelo uso do computador, trabalhar em termos de escore-z era necessário para obter as probabilidades normais a partir de tabelas (ver a Seção 6.3.3). Contudo, raciocinar em termos de números de desvio-padrão é ainda útil por duas razões. Primeiro, permite-nos fazer cálculos mentais rápidos que nos dão uma ideia da amplitude usual de uma variável, como ilustraremos depois. Segundo, essa maneira de raciocinar será generalizada para formar os chamados intervalos de confiança em capítulos futuros. (WILD e SEBER, 1999, p.151)

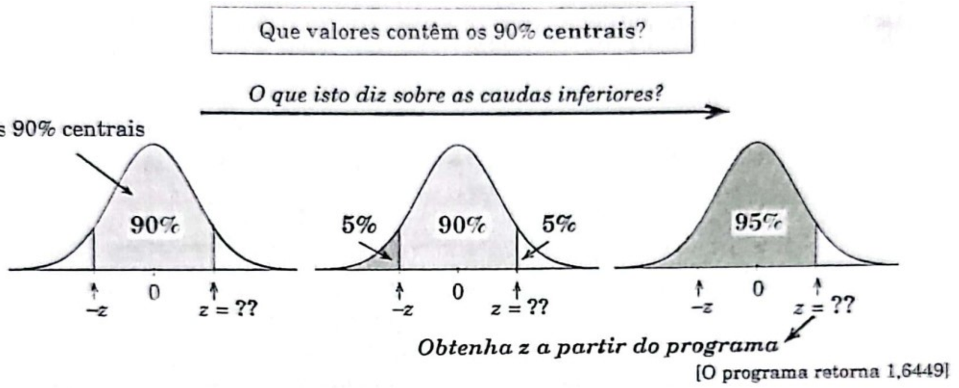
Segue exemplo do uso de escore-z para Comparar Desempenhos dado por Wild e Seber (1999).

Toma-se os resultados de um exame nacional ou estadual em dois anos sucessivos. Suponha-se que um certo indivíduo obteve um escore bruto de 80% este ano e que seu colega obteve 85% no ano passado. A questão que se coloca é: Quem se saiu melhor: o indivíduo com 80% neste ano ou o de 85% no ano passado? Sabe-se que é praticamente impossível que dois exames mantenham o padrão. Sendo assim, pode-se supor que, devido ao grande número de alunos envolvidos, a distribuição dos níveis de habilidade dos alunos que prestaram o exame é razoavelmente constante de um ano para o outro. Supondo-se que os escores foram aproximadamente normalmente distribuídos e que a média e o desvio-padrão dos escores deste ano foram respectivamente 60% e 20% e no ano passado, foram 65% e 25%, pode-se afirmar que o do ano passado foi mais fácil. Assim, o escore-z do indivíduo que fez o exame este ano é $(80 - 60)/20 = 1$, enquanto o do colega (o que fez o exame no ano passado) é $(85 - 65)/25 = 0{,}8$. Isto significa que o indivíduo com 80% neste ano se saiu melhor do que o com 85% no ano passado, no sentido de que sua classificação entre aqueles que fizeram o mesmo exame foi mais alta. Por que se pode afirmar isso? Em ambos os anos, os escores-z seguem uma distribuição normal $(\mu = 0, \sigma = 1)$. A proporção das pessoas com escore-z menor do que 1 é maior do que a proporção com um escore-z menor do que 0,8, ou seja, usando uma distribuição normal $(\mu = 0, \sigma = 1)$, as probabilidades são 0,841 e 0,788 respectivamente.

Cálculos de amplitudes centrais correspondentes a 68%, 95% e 99,7% de qualquer distribuição normal podem ser explorados por meio de escores-z. Por exemplo: “Que amplitude de valores de IMC corresponde a 90% da população?”

Inicialmente, usando a distribuição normal padrão, observa-se que os 90% centrais da distribuição normal padrão cairão entre $-z$ e $+z$, em que o valor de z é algo que deve ser determinado. Usando o método mostrado na figura 26, que segue, obtém-se z=1,6449, resultado este que pode ser aplicado a qualquer outra distribuição normal, interpretando z em termos de desvio-padrão a partir da média. Logo, para qualquer distribuição normal, há uma chance de 90% de uma observação aleatória cair entre 1,6449 desvios-padrão abaixo da média e 1,6449 desvios-padrão acima da média. Em relação a valores de IMC masculinos (figura 25), para os quais $\mu = 27{,}3$ e $\sigma = 4{,}1$, obtém-se $\mu - 1{,}6449\sigma = 20{,}56$ e $\mu + 1{,}6449\sigma = 34{,}04$. Assim, os 90% centrais da distribuição de valores de IMC masculinos se estendem de $20{,}56 kg/m^2$ até $34{,}04 kg/m^2$, ou seja, a probabilidade do IMC masculino de estar entre $20{,}56 kg/m^2$ e $34{,}04 kg/m^2$ é de 90%.

Figura 26 - Obtenção de uma amplitude central



Fonte: Wild e Seber (1999, p. 153)

Na figura 27 abaixo, tem-se uma tabela que apresenta outros valores-z correspondentes a outras porcentagens centrais da distribuição normal padrão, conforme método mostrado na Figura 26.

Figura 27 - Amplitudes Centrais

		Valores de IMC de homens[a]		Alturas de mulheres[b]	
Porcentagem	z	$\mu - z\sigma$	$\mu + z\sigma$	$\mu - z\sigma$	$\mu + z\sigma$
80%	1,2816	22.05	32.55	154,8	170,6
90%	1,6449	20.56	34.04	152,5	172,9
95%	1,9600	19.26	35,34	150,5	174,9
99%	2,5758	16.74	37,86	146,7	178,7
99,9%	3,2905	13.81	40.79	142,3	183,1

[a]Valores de IMC de homens: $\mu = 27,3$; $\sigma = 4,1$
[b]Alturas de mulheres: $\mu = 162,7$; $\sigma = 6,2$

Fonte: Wild e Seber (1999, p. 153)

6.3. Aplicação: Gerando a Curva Normal por meio do Software Excel

Usando o software Excel, será apresentada uma simulação hipotética de um rol de dados gerado aleatoriamente, seu tratamento e obtenção do histograma e da curva normal.

Inicialmente, será gerado um banco de dados aleatório referentes a alturas de pessoas com 500 observações.

Tabela 7 - Exemplo: Rol de alturas

h(m)	1,48	1,49	1,5	1,51	1,52	1,53	1,54	1,55	1,56	1,57	1,58	1,59	1,6	1,61
Fa	4	5	5	5	6	5	4	6	7	6	7	8	7	10
h(m)	1,62	1,63	1,64	1,65	1,66	1,67	1,68	1,69	1,70	1,71	1,72	1,73	1,74	1,75
Fa	10	15	16	17	18	20	19	18	17	16	15	14	13	13
h(m)	1,76	1,77	1,78	1,79	1,80	1,81	1,82	1,83	1,84	1,85	1,86	1,87	1,88	1,89
Fa	13	12	12	10	11	10	10	10	9	9	9	8	7	5
h(m)	1,90	1,91	1,92	1,93	1,94	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2,00	2,01	2,02	2,03
Fa	6	7	6	6	5	5	4	4	4	3	3	3	2	1

Fonte: Autoria própria.

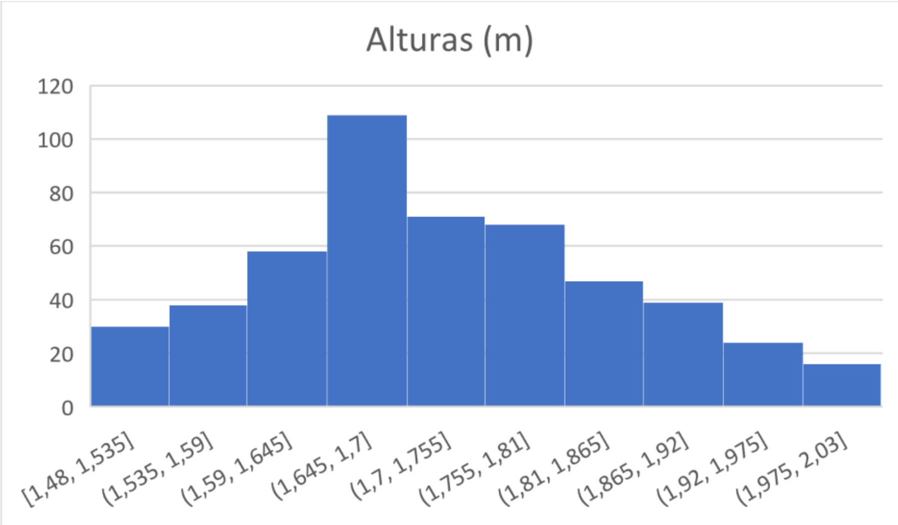
Usando o Excel, calcula-se a média e o desvio-padrão desses dados, obtendo-se: $\mu = 1{,}72922 \simeq 1{,}73$ e $\sigma = 0{,}124306 \simeq 0{,}124$. Assim, usando a função do Excel denominada por Distribuição Normal de Média e de Desvio-Padrão especificados, obtém-se a tabela que colocada no anexo 1.

Na sequência, no Excel, em “inserir gráfico”, escolhe-se “histograma” e constrói-se a seguinte representação[18].

---

[18] A construção do histograma utilizando o Excel foi realizada após estudos do vídeo https://youtu.be/2YItnzdFHjU.

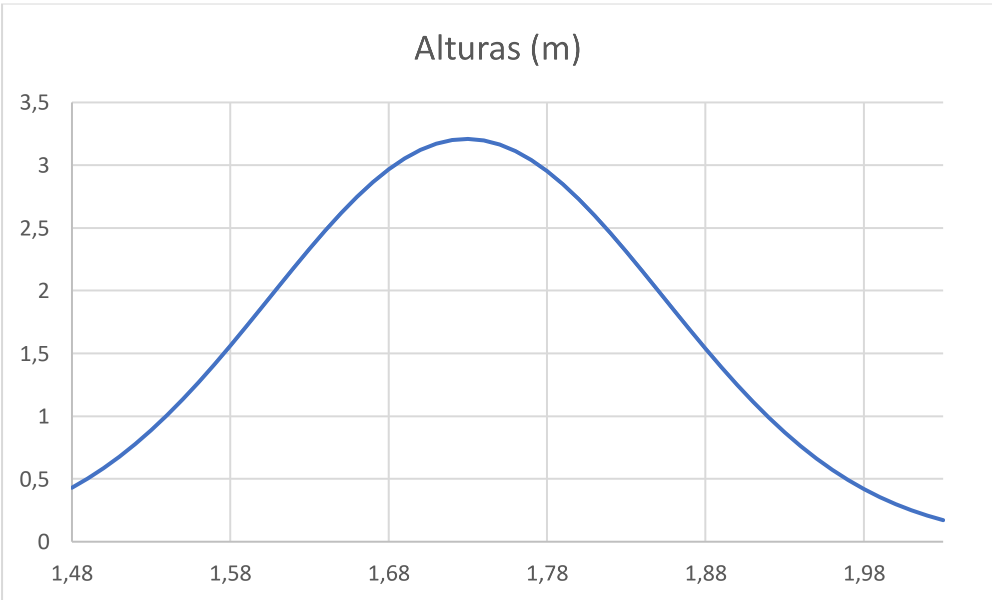
Figura 28 - Histograma das alturas



Fonte: Autoria própria.

Da mesma forma, a partir da tabela do anexo 1, em “inserir gráfico”, escolhe-se “gráfico de dispersão”, linha contínua. De onde segue a seguinte construção.

Figura 29 - Curva Normal das alturas



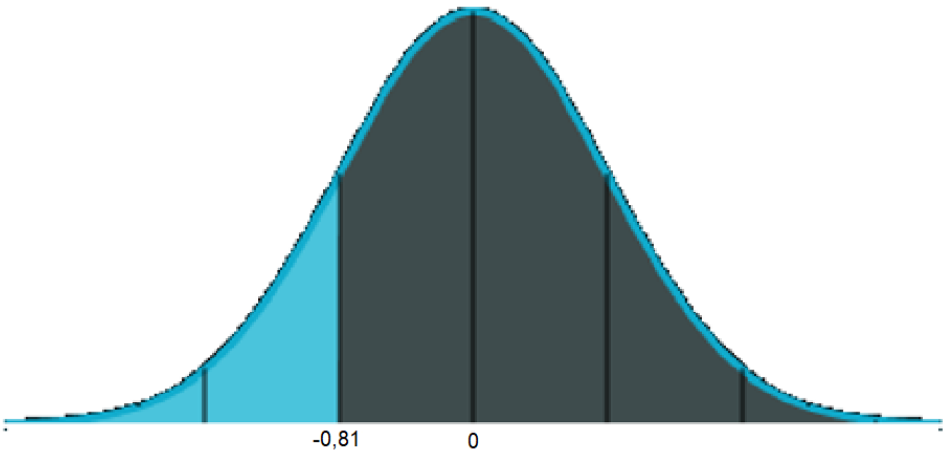
Fonte: Autoria própria.

Com isso, pode-se estudar probabilidades de alturas entre valores especificados, de alturas menores ou maiores que valores especificados usando-se o Escore-Z. Por exemplo, a determinação da probabilidade de escolher-se um indivíduo ao acaso e ele ter altura menor ou igual a 1,63m pode ser calculada por meio do seguinte raciocínio:

$$\left.\begin{array}{l} x = 1{,}63\text{m} \\ z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} \\ \mu = 1{,}73 \\ \sigma = 0{,}124 \end{array}\right\} \rightarrow z = \frac{1{,}63 - 1{,}73}{0{,}124} = \frac{-0{,}1}{0{,}124} = -0{,}806 \simeq -0{,}81.$$

Em que, no gráfico correspondente à normal padrão, pode-se observar a posição de z = - 0,81 em relação à média padrão zero (0), como segue abaixo.

Figura 30 - Gráfico da Curva Normal Padrão



Fonte: Autoria própria.

Na curva normal padrão, se deseja o cálculo da área da região limitada até z = - 0,81, ou seja, 0,81 à esquerda da média padrão zero (0).

Para se determinar essa probabilidade, segue-se a seguinte orientação:

Na tabela 8, busca-se na linha 0,8 com cruzamento da coluna 1 (que representa a segunda casa decimal de 0,81) a área correspondente à região entre -0,81 e 0 no gráfico. Ou seja, obtém-se, por meio da tabela 8, o valor de 29,10%.

Como se deseja a área inferior a -0,81, isto é, a área correspondente à parte da calda da curva à esquerda de -0,81, deve-se considerar, pela simetria da curva que a área da calda à esquerda de 0 corresponde a 50% e assim, a área que se deseja é calculada pela diferença entre 50% e 29,10%. Logo, tem-se: $0,5 - 0,2910 = 0,2090 = 20,90\%$.

Dessa forma, pode-se concluir que a probabilidade de um indivíduo ter altura menor ou igual a 1,63m é 20,90%.

Caso a probabilidade procurada seja P(1,63<X<1,85), segue o seguinte raciocínio:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 1{,}63\text{m} \\ z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} \\ \mu = 1{,}73 \\ \sigma = 0{,}124 \end{array}\right\} \to z_1 = \frac{1{,}63 - 1{,}73}{0{,}124} = \frac{-0{,}1}{0{,}124} = -0{,}806 \simeq -0{,}81$$

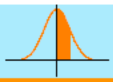
e

$$\left.\begin{array}{l} x_2 = 1{,}85\text{m} \\ z = \dfrac{x-\mu}{\sigma} \\ \mu = 1{,}73 \\ \sigma = 0{,}124 \end{array}\right\} \to z_2 = \frac{1{,}85 - 1{,}73}{0{,}124} = \frac{0{,}12}{0{,}124} = 0{,}9677 \simeq 0{,}97.$$

Em relação ao gráfico da Curva Normal padrão, se quer a área correspondente ao intervalo de z que vai de – 0,81 a 0,97. Assim, tem-se: 29,10% à esquerda de 0 (para – 0,81) e 33,40% à direita de 0 (para 0,97). Logo, a probabilidade que se quer é a soma de 29,10% e 33,40%, ou seja, 62,50%.

Tabela 8 - Tabela da Distribuição de Normal Padrão

Tabela - Normal Padrão de 0 a z



$P(0 \leq Z \leq z)$

Segunda casa decimal de Z

Parte inteira e primeira casa decimal de Z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000
4,0	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Fonte: https://professorguru.com.br/tabela-normal.html,acesso em 07/09/2022 às 17h23min.

7. Propostas de Atividades de Pesquisa

Na sequência, serão propostas três atividades para serem desenvolvidas em sala de aula, a partir de pesquisas, investigação, observações, registros, análises de perguntas e respostas elaboradas pelos grupos de estudos (grupos de 5 a 6 estudantes de uma sala de aula). Cada atividade tem como pretensão desenvolver de forma interdisciplinar o estudo e a aprendizagem do estudante, qualificando processos de socialização, desenvolvimento de liderança, de argumentação, de organização e de colaboração.

As propostas aqui apresentadas referem-se ao trabalho com a Matemática, propriamente com o estudo da Estatística. Não serão apresentadas sugestões de trabalho para as demais áreas que podem ser envolvidas em cada atividade.

7. 1- Biologia e Matemática: o gosto amargo

Essa proposta de atividade foi aplicada para o segundo ano do EM, em um colégio da rede privada de ensino da cidade de São Paulo, por professores de Biologia e de Química, em laboratório, com o objetivo de mostrar a sensibilidade do ser humano ao “gosto amargo”.

A atividade proposta pelos professores buscou fazer um levantamento estatístico a respeito da sensibilidade à feniltiocarbamida, com provação de palitos com diferentes concentrações da substância. Como será explorado abaixo, o objetivo era mostrar que existe sensibilidade em diversos níveis e não, simplesmente, se uma pessoa é sensível ou não. Após a aplicação da atividade em laboratório, com a tabulação dos resultados, os professores perceberam que os dados geravam um gráfico que tinha um traçado semelhante ao da curva normal.

Algum tempo após a aplicação da atividade em Laboratório de Biologia, em conversas (na sala dos professores do colégio em que a atividade foi aplicada) com os professores responsáveis pela elaboração e aplicação dessa atividade, o professor de Biologia Alexandre Vasconcellos Croti destacou que a Curva Normal estava presente nos resultados obtidos na atividade proposta por ele, juntamente com o professor de Química Gabriel Henrique Motta Esteves. Como eles ofereceram a atividade para ser analisada e verificada a validade para ser uma proposta de atividade nessa dissertação, surgiu a ideia de ampliar os estudos sobre esse experimento, a fim de verificar se pode ser afirmado que o resultado gráfico dessa experiência se aproxima de uma curva normal. Assim, será dada sequência à proposta e, ao final, poder-se-á avaliar se se trata de uma Normal.

Para desenvolver essa atividade, os professores tomaram como referência a substância feniltiocarbamida (PTC) e dois estudos sobre o genoma humano em relação à reação a essa substância.

A seguir, serão trabalhados alguns aspectos teóricos envolvendo a feniltiocarbamida (PTC) baseados em dois documentos de referência que nortearam a atividade desenvolvida em laboratório.

As autoras Souza, Toni e Cordeiro (2011) afirmam em seu livro que

> A existência de duas classes de indivíduos, a dos que sentem sabor amargo quando experimentam a substância feniltiocarbamida (PTC), em pequenas concentrações (sensíveis), e a dos que somente percebem tal gosto em altas concentrações ou nem assim o percebem (insensíveis), permitiu a averiguação, relativamente fácil, da distribuição da frequência de insensíveis em numerosas populações (ver mais detalhes no Capítulo 7). A população aqui representada é caracterizada pela predominância de indivíduos sensíveis ao gosto amargo da PTC, enquanto o restante da população percebe com baixa ou nenhuma sensibilidade o sabor amargo. (SOUZA, TONI e CORDEIRO, 2011, p.21 - 22.)

Tal forma de conceber esse tipo de genoma tem como base, então, a referência binária, isto é, um indivíduo é sensível ou não é sensível à PTC.

Porém, existem outros estudos que contrapõe tal afirmação, como alguns aspectos, como o paladar, que seleciona os alimentos e influencia diretamente na saúde do homem. Sabe-se que a percepção do paladar para algumas proteínas está associada ao genótipo de cada indivíduo, e que variantes alélicas[19] podem proporcionar diferentes percepções para o sabor.

---

[19] **Variantes alélicas** é um termo da Biologia ou da Genética que estuda as variações dos gens entre uma determinada população, o que envolve frequência alélica, ou seja, a variação genética entre os genes de um indivíduo em relação a outro ou de uma população em relação a outra. Fonte: https://www.dicionarioinformal.com.br/variantes%20al%C3%A9licas/

Compostos químicos como fenol, polifenol, ureias, tioureias, peptídeos e aminoácidos são alguns dos responsáveis pelo gosto amargo encontrado em certos alimentos. Proteínas como a feniltiocarbamida (PTC), ao serem ingeridas, provocam um gosto amargo em algumas pessoas. Esse traço mendeliano é determinado por um gene dominante que é passado de pais para filhos (DREWNOWSKI et al., 2001 *apud* FREIRE e LIMA, 2009, p. 2)

A PTC é encontrada em vegetais da família Cruciferae ou Brassicaceae, constituída, por exemplo, pelos brócolis, couve, couve-de-bruxelas, couve-flor, agrião e repolho. Também pode ser encontrada em pimenta, chá verde, vinho tinto e em gramas e capins da família Gramineae.

> O gene que condiciona o gosto amargo do PTC TAS2R38 está localizado no braço longo do cromossomo 7 (7q35-q36), e contém cerca de 1.002 pares de base (pb) em sua região codificadora. [...] O gene TAS2R38, pertencente à família dos receptores para o amargo TAS2R, apresenta cinco formas alélicas, onde uma delas (t) condiciona a insensibilidade, sendo recessiva em relação aos outros alelos. Assim, indivíduos que são insensíveis possuem genótipo homozigoto recessivo, tt. As outras quatro formas alélicas (T1, T2, T3 e T4) determinam uma expressividade variável entre os indivíduos sensíveis (KIM et al., 2003; MORAIS et al., 2007; MERRITT et al., 2008 *apud* FREIRE e LIMA, 2009, p .2-3).

Atualmente existem estudos que relacionam certas doenças com a percepção à PTC, além de que a proteína já foi usada como marcador genético em indivíduos depressivos. A sensibilidade à proteína feniltiocarbamida tem sido uma ferramenta usada de modo recorrente em estudos de evolução, seleção natural, e percepções gustativas. Estudos e análises moleculares do gene mostraram que a diferença entre indivíduos insensíveis e sensíveis está na mudança de algumas bases nitrogenadas desse gene. Mudanças de uma única base podem alterar toda estrutura de uma molécula, ou mesmo o aminoácido a ser produzido. Nesse caso, a diferença entre pessoas sensíveis e insensíveis ao PTC está na mudança de apenas três aminoácidos. (FREIRE e LIMA, 2009, p. 3)

Freire e Lima (2009) propõe que esse estudo seja introduzido nas escolas permitindo que a prática pedagógica gere espaços de troca de conhecimentos e interação entre a prática (laboratório) e a teoria (aula expositiva) de modo a caracterizar por meio de tentativa e erro aquilo que se afirmar ou se conjecturar na teoria, na aula.

Dessa forma, essa atividade tem como objetivo aproximar as bases conceituais da genética ao cotidiano dos estudantes, utilizando como método pedagógico o teste de sensibilidade à *feniltiocarbamida (PTC),* adicionando informações que, muitos desses, não imaginam estar relacionadas à Genética.

Assim, além de comprovar que não é binária a sensibilidade ao PTC também poderá ser explorada a relação dessa sensibilidade ao gosto de determinadas hortaliças. Dessa forma, o objetivo dessa atividade trabalhará com o aspecto biológico da percepção do gosto amargo e com o tratamento dos dados levantados na pesquisa de laboratório, gerando histograma e a partir dele, observando uma aproximação com a curva normal. A partir dessa representação, pode-se explorar probabilidades da sensibilidade ao gosto amargo.

Atividade: **Avaliação da sensibilidade à feniltiocarbamida (PTC)**

Objetivo: Avaliar a sensibilidade humana à feniltiocarbamida (PTC) a partir da experimentação em laboratório de soluções com diferentes concentrações de PTC.

Metodologia:

Preparo do laboratório de Biologia:

Área responsável - Biologia

Material Necessário

- 2 frascos de PTC (100 mL) – Lafan Química

Figura 31 – Frasco com a solução PTC

Fonte: Anexo 1 – Laboratório de Biologia – Professores Alexandre Vasconcellos Croti e Gabriel Henrique Motta Esteves.

- 1500 palitos de dente em madeira (não podem ser embalados individualmente)

Figura 32 - Palitos de dente

Fonte: Anexo 1 – Laboratório de Biologia – Professores Alexandre Vasconcellos Croti e Gabriel Henrique Motta Esteves.

Bancada dos alunos – para cada grupo com cinco (5) alunos

- 1 béquer com 5 palitos embebidos na solução de concentração 100% PTC em água. #5
- 1 béquer com 5 palitos embebidos na solução de concentração 50% PTC em água. #4
- 1 béquer com 5 palitos embebidos na solução de concentração 25% PTC em água. #3
- 1 béquer com 5 palitos embebidos na solução de concentração 12,5% PTC em água. #2
- 1 béquer com 5 palitos embebidos na água. #1

Orientações e comandos

Cada aluno receberá uma folha roteiro com as orientações e comandos que se seguem:

A Estatística pode ser uma ferramenta de análise de resultados. Nesta atividade vamos buscar informações para compreender como o ser humano varia em relação à percepção de uma substância alimentícia de sabor amargo, chamado PTC (feniltiocarbamida).

Você provará 5 palitos de madeira que podem ter sido embebidos em água ou em PTC.

Inicie provando o palito da letra “A”; anote se ele tinha sabor amargo ou não. Siga o mesmo procedimento para os próximos palitos “B”, “C”, “D” e “E”.

Tabela 9 - Resultado da provação de palitos

	RESULTADO (marcar "X")	
PALITO	SABOR AMARGO	ÁGUA
A		
B		
C		
D		
E		

Fonte: Anexo 1 – Laboratório de Biologia – Professores Alexandre Vasconcellos Croti e Gabriel Henrique Motta Esteves.

Conforme for solicitado, transfira os dados para o professor.

Após a análise dos resultados obtidos em laboratório, responda:

Os resultados observados correspondem ao modelo que se utiliza nos livros didáticos quanto à sensibilidade à PTC?

____

____

Área responsável - Matemática

Junto ao professor de Matemática e com os resultados obtidos, serão feitos cálculos estatísticos e construções de gráficos.

Proposta:

A partir dos resultados obtidos com os palitos, propõe-se:

Construção de gráfico de setores (gráfico figura 30) a partir do número de sensíveis e do número de insensíveis, em relação ao total de alunos envolvidos na pesquisa.

Tomando-se os dados correspondentes aos alunos sensíveis e às suas classificações relativas ao limiar de sensibilidade, será feita a montagem do rol, a realização dos cálculos de média e desvio-padrão.

A construção do histograma a partir do rol, da média e do desvio-padrão, usando o software Excel.

A construção da curva de densidade de probabilidade, ou curva de aproximação em relação ao histograma, usando o software Excel.

Levantamento de questionamentos acerca de probabilidades de escolhas aleatórias de alunos sensíveis terem limiar em intervalos percentuais, isto é, $pr(X \leq k\%)$ ou $pr(k_1 < X \leq k_2\%)$ ou $pr(X \geq k\%)$, sendo k um valor real positivo.

Observando-se os resultados obtidos na experimentação em laboratório, algumas medidas foram tomadas quanto aos registros dos alunos. Uma primeira medida foi:

Descarte de registros

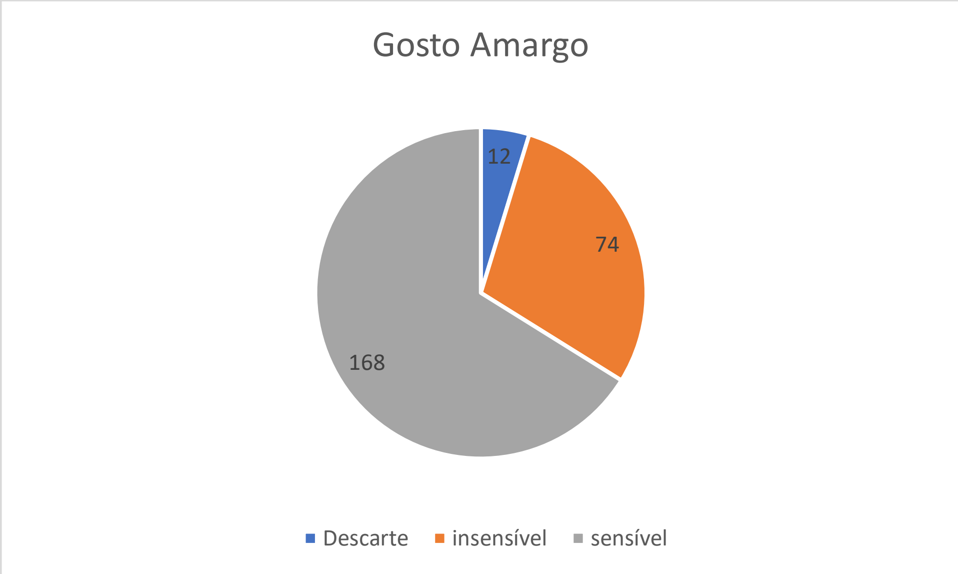
Foram descartados os registros dos alunos que perceberam:

- sabor amargo no palito sem PTC;

- sabor amargo em uma concentração, mas não percebeu em concentração(ões) maior(es).

Em relação aos resultados validados, obteve-se de um total de 254 alunos participantes, 12 descartes (4,7%), 74 insensíveis (29,13%) e 168 sensíveis (66,14%).

Figura 33 - Gráfico de Setores - Sim x Não



Fonte: Autoria Própria

➢ Tratamento dos dados dos “Sensíveis”

Considerando os 168 alunos que apresentaram a sensibilidade, serão estabelecidas as seguintes classificações:

- Sensibilidade limiar a 12,5%: são os alunos que sentiram o gosto amargo a partir do palito 2 (concentração de 12,5% de PTC). Dezoito (18) alunos encontram-se neste grupo. Estes alunos estariam classificados como extremamente sensíveis ao gosto amargo.
- Sensibilidade limiar a 25%: são os alunos que sentiram o gosto amargo a partir do palito 3 (concentração de 25% de PTC). Setenta e dois (72) alunos encontram-se neste grupo.
- Sensibilidade limiar a 50%: são os alunos que sentiram o gosto amargo a partir do palito 4 (concentração de 50% de PTC). Sessenta e nove (69) alunos encontram-se neste grupo.
- Sensibilidade a 100%: são os alunos que só sentiram o gosto amargo no palito 5 (concentração de 100% de PTC). Nove (9) alunos encontram-se neste grupo. Estes alunos seriam classificados como minimamente sensíveis ao gosto amargo.

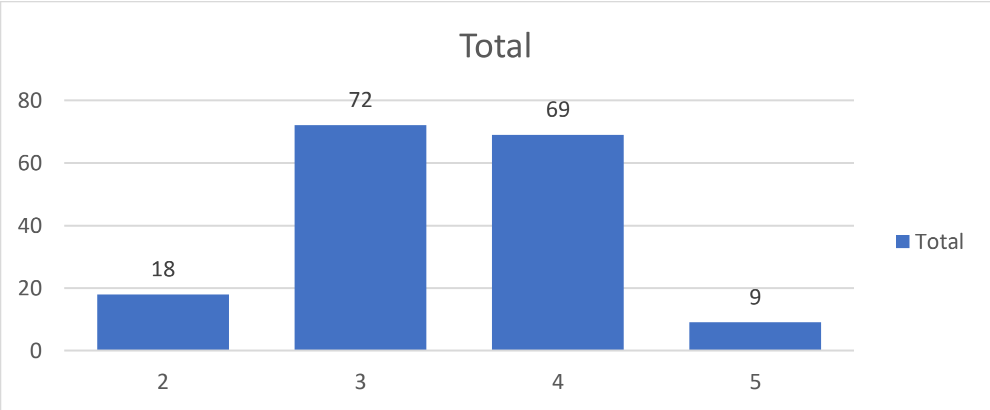
Com esses dados (tabela abaixo), constrói-se um gráfico de barras, como se segue.

Tabela 10 - Resumo dos dados da experimentação de palitos com concentrações de PTC

Rótulos do Palito	Contagem de RESULTADO
2	18
3	72
4	69
5	9
Total Geral	**168**

Fonte: Autoria Própria

Figura 34 - Gráfico de Barras a partir do Grupo de Sensíveis ao PTC



Fonte: Autoria Própria

A partir dos dados, tem-se:

- Média Populacional

$$\mu = \frac{18.0{,}125 + 72.0{,}25 + 69.0{,}50 + 9.1{,}00}{168} = \frac{63{,}75}{168} = 0{,}3794 \simeq 38\%.$$

- Desvio-Padrão

$$\sigma = \sqrt{\frac{18.(0{,}125 - 0{,}3794)^2 + 72.(0{,}25 - 0{,}3794)^2 + 69.(0{,}5 - 0{,}3794)^2 + 9.(1 - 0{,}3794)^2}{168}} =$$

$$= \sqrt{\frac{18.0{,}06471936 + 72.0{,}01674436 + 69.0{,}01454436 + 9.0{,}38514436}{168}} =$$

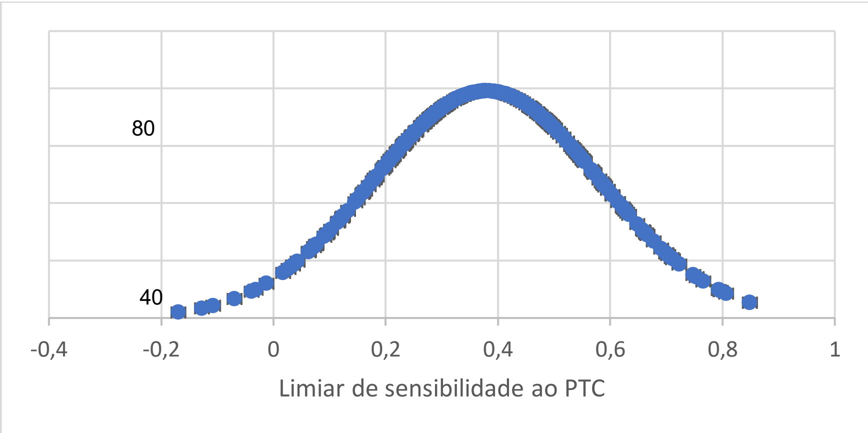
$$= \sqrt{\frac{1{,}16494848 + 1{,}20559392 + 1{,}00356084 + 3{,}46629924}{168}} = \sqrt{\frac{6{,}84040248}{168}} = \sqrt{0{,}040716681} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sigma = 0{,}201783749 \simeq 20{,}18\%.$$

Observa-se que a média populacional é 38% e o desvio-padrão de 20,18%, o que permite a seguinte interpretação: o limiar médio de sensibilidade ao PTC da população que participou desta experimentação é de 38% de sensibilidade, ou seja, em média, percebem o gosto amargo, a partir de uma concentração de 38% de PTC, com desvio-padrão de 20,18%.

Como a quantidade de classes utilizadas na análise da sensibilidade nessa pesquisa foi muito pequeno, a representação da curva normal de aproximação em relação a um histograma não foi possível. Dessa forma, utilizando o software Excel, a partir da média e do desvio-padrão foi possível gerar um rol aleatório e construir uma curva normal hipotética, como segue abaixo.

Figura 35 - Exemplo de Curva Normal hipotética do Gosto Amargo

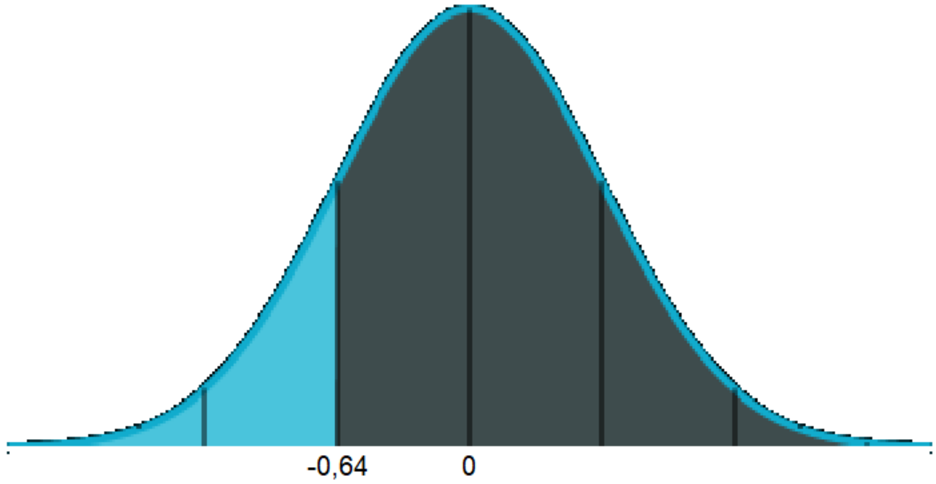


Fonte: Autoria Própria

A partir desse gráfico da normal, pode-se pensar em probabilidades, por exemplo, a probabilidade de um indivíduo dessa amostra, escolhido ao acaso, ter limiar inferior a 25% de PTC. Neste caso, pode-se analisar o escore-z, tomando-se a média $\mu = 0,38$ e o desvio-padrão $\sigma = 0,2018$ e x = 0,25. Tem-se, assim que para se determinar essa probabilidade, tem-se que determinar z correspondente a x = 0,25, o que se obtém por $z = \frac{0,25 - 0,38}{0,2018} = \frac{-0,13}{0,2018} = -0,6442$.

Isto é, na curva normal padrão, se deseja o cálculo da área da região limitada até z = - 0,64, ou seja, 0,64 à esquerda da média padrão zero (0), como pode-se observar na figura abaixo.

Figura 36 - Exemplo de curva normal padrão



Fonte: Autoria própria.

Para se determinar essa probabilidade, segue-se a seguinte orientação:

Na tabela 9, busca-se na linha 0,6 com cruzamento da coluna 4 (que representa a segunda casa decimal de 0,64) a área correspondente à região entre -0,64 e 0 no gráfico. Ou seja, obtém-se, por meio da tabela 9, o valor de 23,89%.

Como se deseja a área inferior a -0,64 isto é, a área correspondente à parte da calda à esquerda de -0,64, deve-se considerar, pela simetria da curva que a área da calda à esquerda de 0 corresponde a 50% e assim, a área que se deseja é calculada pela diferença entre 50% e 23,89%. Logo, tem-se: $0,5 - 0,2389 = 0,2611 = 26,11\%$.

Dessa forma, pode-se concluir que a probabilidade de uma pessoa sensível ao PTC ter limiar de sensibilidade inferior a 25% de PTC é de aproximadamente 26%.

Pode ser efetuado todo esse cálculo também usando o Excel. A função de distribuição normal padrão, gerando o cálculo da probabilidade diretamente.

A partir desse exemplo, pode-se levantar outras questões e analisar as probabilidades de modo similar.

7. 2 – Biologia, Sociologia e Matemática: horas de sono

Atualmente observam-se transtornos de ansiedade em muitos indivíduos, em diversas faixas etárias, de modo crescente. Uma das análises que psiquiatras estabelecem como parâmetro é o número de horas de sono do indivíduo e suas implicações em relação a seu estado de ansiedade.

Essa atividade poderá ser proposta em conjunto com outras disciplinas tais como Biologia e Sociologia, buscando de forma integrada, desenvolver um estudo que contribua para a conscientização dos jovens/adolescentes na compreensão da importância de cuidar da saúde, desde estruturar sua vida com horas de sono satisfatórias.

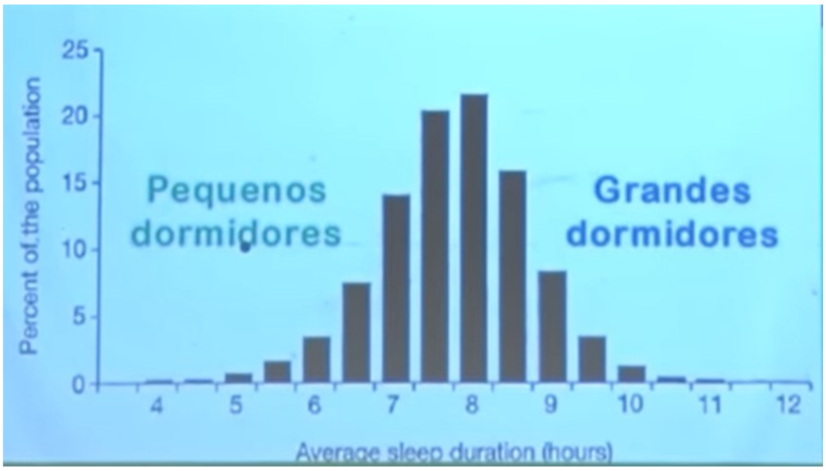
Abaixo, é apresentado um gráfico que ilustra a média de horas de sono de uma determinada população. Esse gráfico foi utilizado em palestra na Semana Acadêmica do Curso de Psicologia da Fundação Municipal para Educação Comunitária (FUMEC)[20], por Haroldo Dutra Dias[21], com o objetivo de apresentar como pequenos dormidores podem desenvolver processos bioquímicos e psíquicos que culminem em distúrbios de ansiedade. Atualmente observam-se transtornos de ansiedade em muitos indivíduos, em diversas faixas etárias, de modo crescente. Uma das análises que psiquiatras estabelecem como parâmetro é o número de horas de sono do indivíduo e suas implicações em relação a seu estado de ansiedade.

---

[20] A Universidade **FUMEC** é uma instituição de ensino superior, com mais de 50 anos de tradição, localizada em Belo Horizonte/MG. Da graduação ao pós-doutorado. Fonte: http://www.fumec.br/ acessado em 11/11/2022 às 14h27min.

[21] Haroldo Dutra Dias é humanista, escritor, palestrante internacional, bacharel em direito, graduando em psicologia, pós-graduado em Neurociências e Comportamento pela PUC-RS, mestrando em Neurociências pela UFMG e juiz de direito. Fonte: https://haroldodutradias.com.br/ acessado em 11/11/2022 às 14h31min.

Figura 37 - Média de horas de sono de uma população



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=Dx6gPAxr_MI – slide retirado da Palestra sobre Ansiedade e Distúrbios do Sono: Uma visão técnica! Feita por Haroldo Dutra Dias, em 11 de maio de 2022, na Semana Acadêmica do Curso de Psicologia da FUMEC.

Atividade:

Cada grupo de alunos deverá escolher uma faixa etária da população para desenvolver uma pesquisa correspondente ao número de horas de sono em um período de quinze dias.

O número de participantes da pesquisa deverá ser maior que 100 pessoas. Os estudantes deverão fornecer uma tabela com os intervalos de horas de sono possíveis por dia, ou seja, [0; 1[; [1; 2[; [2; 3[; ...; [8; 9[; [9; 10[; [10; 11[; [11; 12[; [12; 13[horas por dia. Cada participante deverá registrar diariamente por no mínimo quinze dias o tempo dormido naquele dia.

Após esse período de coleta de informações, os estudantes receberão esses dados e farão no Excel o tratamento das informações, realizando uma análise descritiva dos dados, gerando, em primeiro lugar, a média de horas dormida por cada indivíduo participante da pesquisa. Deve-se, assim, criar um rol com todas as médias de horas diárias dormidas pelos participantes da pesquisa e após isso, gerar as classes, isto é, contar a quantidade de indivíduos cuja média de horas de sono no período determinado se encontra nos intervalos [0; 1[; [1; 2[; [2; 3[; ...; [8; 9[; [9; 10[; [10; 11[; [11; 12[; [12;13[.

A partir daí, os alunos deverão fazer o estudo dos dados, calculando a média e o desvio-padrão da amostra trabalhada, utilizando o software Excel, bem como, a construção do histograma padronizado e, a partir dele, representar a curva normal de aproximação.

Observando-se a aproximação com a Normal, poderá ser feito o estudo de situações envolvendo probabilidades, utilizando-se do escore-z, como desenvolvido na atividade anterior.

Questionamentos envolvendo Biologia e Sociologia, ligando horas dormidas com alguns distúrbios, como ansiedade, podem ser explorados e discutidos, de modo interdisciplinar.

7. 3 – Educação Financeira e Estatística: O Retorno sobre o Ativo

Segundo o Plano de Governo do Estado de São Paulo, com o Novo Ensino Médio, uma das propostas de Itinerários Formativos mais relevantes e fundamentais é a Educação Financeira. Esse é um tópico que esteve presente no currículo, porém não teve papel de destaque nos temas transversais. Verdadeiramente, esse é um assunto que deveria fazer parte do currículo desde a Educação Infantil até o Ensino Superior, adequando a cada nível, conteúdos e análises relevantes para a formação de um cidadão cada vez mais consciente e preparado para lidar com o dinheiro de forma responsável e sustentável.

Um dos aspectos que mais despertam o interesse de alunos do EM quando se trabalha com a Educação Financeira é a questão de investimentos. O conhecimento dos produtos que são oferecidos pelo mercado financeiro, suas regras, seus riscos, seus processos, são pontos que podem ser explorados, discutidos e vivenciados por meio de simulações (planilhas eletrônicas).

Dentre esses produtos está o investimento em ações de empresas e as criptomoedas – assuntos que permeiam as rodas de conversas entre os estudantes. Alguns deles demonstram grande conhecimento e já se aventuram no mundo das criptomoedas, dando depoimentos e fazendo análises muito interessantes.

Dentro desse mundo, a Curva Normal se faz presente, por exemplo, em relação ao Retorno sobre o Ativo, em inglês Return on Assets (ROA), um índice de rentabilidade que indica como uma empresa é rentável em relação aos seu total de ativos. O ROA fornece uma visão de quão eficiente a gestão da empresa é na utilização de seus ativos para gerar ganhos.

Esse índice pode ser utilizado para medir o lucro contra os ativos que uma empresa usa para gerar receita. Sendo assim, profissionais da área financeira o utilizam para avaliar se a receita gerada pela organização é suficiente para manter seus ativos. Caso não seja, reavaliam se os ativos estão funcionando corretamente, se as operações da empresa estão sendo gerenciadas de modo a gerar lucro, por exemplo. Tudo isso porque quanto mais ativos uma empresa possui, mais dinheiro ela necessita para continuar gerando lucros.

Saber sobre o ROA de uma empresa permite conhecer como a margem de lucro aumenta ou se deteriora; medir a eficiência dos ativos permanentes em produzir vendas; avaliar a gestão do capital de giro; estabelecer medidas para controlar custos e despesas em função do volume de vendas.

O ROA tem total relação com a Alavancagem Financeira porque se refere ao montante da dívida na estrutura de capital da empresa para que sejam comprados mais ativos. Por exemplo, dizer que uma empresa A tem muita alavancagem financeira significa que ela recorre a muito endividamento externo para financiar os ativos. Assim, ter conhecimento de qual é o ROA é muito importante para entender que lucro a empresa tem sobre cada um de seus ativos, ou seja, qual é seu Grau de Alavancagem Financeira.

Nessa atividade, será proposto um estudo referente ao Retorno sobre o Ativo de uma empresa, olhando-se para a variação do preço das ações de uma determinada empresa dia a dia, por um período de n dias, sendo n um número bem grande, por exemplo, 1000 dias, ou 2000 dias, pois a cada dia o preço dessa ação pode aumentar ou diminuir.

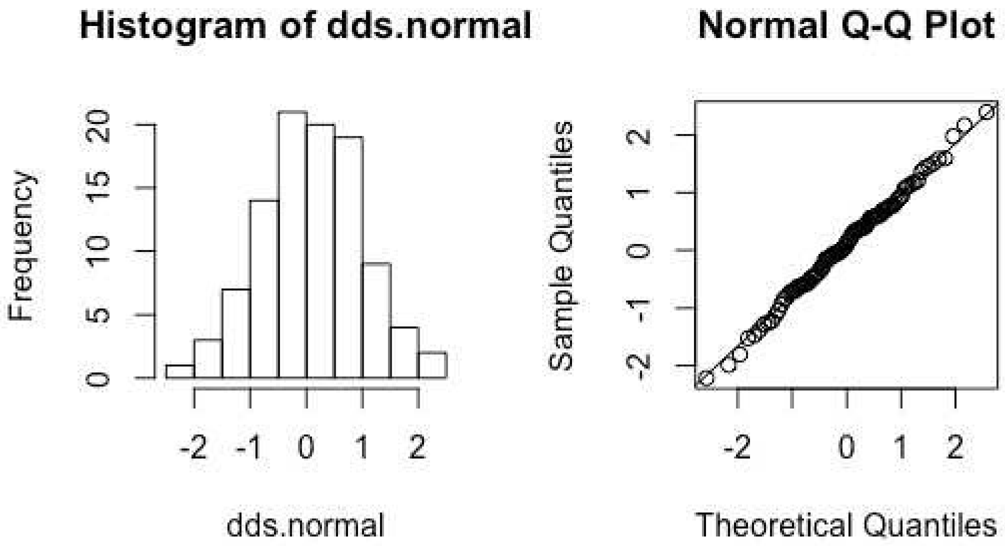
Deseja-se calcular o valor percentual da diferença de um dia em relação ao anterior por meio da razão do preço no dia x dividido pelo preço no dia (x – 1) e desse resultado, subtraindo-se 1. Após o cálculo de 1000 diferenças, monta-se um rol de classes com essas diferenças colocadas em intervalos definidos a partir do valor mínimo e do máximo, estudados estatisticamente. Com esse rol, calcula-se a média e o desvio-padrão e constrói-se o histograma.

Pode-se observar se segue uma distribuição normal por meio da construção de um histograma de classes. Profissionais que atuam nessa área utilizam testes estatísticos como o de Shapiro Wilk[22] para verificar se os dados correspondem a uma distribuição normal por meio da construção de um

[22] **Teste de Shapiro-Wilk** é um teste de normalidade na estatística frequentista. Foi publicado em 1965 por Samuel Sanford Shapiro e Martin Wilk. Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Teste_de_Shapiro%E2%80%93Wilk, acessado em 10/09/2022 às 15h46.

histograma e do gráfico Normal Q-Q-Plot. Mas tais testes utilizam um software denominado Programa R[23], porém, isso não será explorado nesse trabalho.

Figura 38 - Histograma e Normal Q-Q-Plot



Fonte: https://sosestatistica.com.br/como-testar-se-uma-distribuicao-e-normal/, acessado em 10/09/2022, às 18h38.

A partir do cálculo dos retornos, observando-se que segue uma distribuição normal, pode-se usar um método denominado Value at Risk (VaR), para avaliar o risco em operações financeiras. O VaR resume, em um número, o risco de um produto financeiro ou o risco de uma carteira de investimentos, de um montante financeiro. Esse número representa a pior perda esperada em um dado horizonte de tempo e é associado a um intervalo de confiança.

Em nossa atividade, a partir do histograma que segue uma distribuição normal, pode-se levantar questionamentos tais como: “qual a probabilidade de se perder mais que 3%” ou “qual o valor financeiro que pode ser perdido numa probabilidade de 1%, ou seja, 1 vez a cada 100 dias”. Em geral, isso chama-se

[23] **R** é uma linguagem de programação multi-paradigma orientada a objetos, programação funcional, dinâmica, fracamente tipada, voltada à manipulação, análise e visualização de dados. Foi criado originalmente por Ross Ihaka e por Robert Gentleman no departamento de Estatística da Universidade de Auckland, Nova Zelândia. Fonte: https://www.google.com/search?q=R&oq=R&aqs=chrome..69i57j35i39j46i39j46i131i433i512j0i131i433i512j46i199i433i465i512j0i433i512j46i199i433i465i512j0i433i512j0i131i433i512.2926j0j15&sourceid=chrome&ie=UTF-8 , acessado em 10/09/2022 às 17h50.

VaR Paramétrico[24], o que significa calcular a probabilidade de um determinado risco.

Para essa atividade, a proposta é gerar tais questionamentos e se fazer os cálculos a partir do histograma construído e do Escore-Z que pode ser obtido a partir da média e do desvio-padrão do rol das variações dos retornos sobre os ativos, por se tratar de um estudo voltado a alunos do EM.

Porém, toda essa complementação é bastante rica até para que se dê uma dimensão da importância da Estocástica (Estatística e Probabilidade) aplicada em situações do mundo financeiro.

---

[24] O **VaR Paramétrico** é um método que usa dados de rentabilidade estimados e assume uma distribuição normal de rentabilidade. Ele também é conhecido como método de variância-covariância ou método analítico. V = valor do investimento. Fonte: https://www.treasy.com.br/blog/risco-de-mercado-value-at-risk-var/, acessado em 11/09/22 às 18:48.

8. Considerações

O caminho dessa dissertação repassou muitas etapas de vida acadêmica e profissional de modo a significar e ressignificar valores, conhecimentos, estratégias, metodologias e aplicações que foram desenvolvidas, aprendidas e apreendidas. Muitas delas foram as razões que levaram a buscar fundamentação teórica nos documentos aqui resumidos que deram uma grande base a estrutura a esse trabalho.

Uma grande inspiração foi ouvir sobre Letramento Estatístico numa palestra proferida por Iddo Gal em 2021. Suas colocações tiveram uma importante implicação na busca de ligações entre a estatística e situações que representassem de modo concreto relações com a vida do cidadão, permitindo que se fizesse conexões em rede com diferentes meios (Figura 4).

Desta forma, busca-se ao longo de todo o estudo apresentar a Estatística a partir de exemplos aplicados, o que Wild e Seber (1999) contribuem muito, pois toda a teoria desenvolvida é exemplificada a partir de situações reais de pesquisas. Tudo isso tem uma contribuição muito grande à construção das atividades propostas, partindo de pesquisas, tratamento dos dados, construção de gráficos que culminem na representação da Curva Normal e análise de resultados a partir do levantamento de questionamentos e estudo de probabilidades.

Além de tudo isso, as atividades foram elaboradas e propostas a partir do uso de Metodologias Ativas, de modo que todo o processo seja desenvolvido em grupo de alunos, com estudos, levantamento, análise de informações, em que o professor tenha um papel de mediador, ou seja, oriente os trabalhos, dando suporte aos grupos, ajudando na busca de conhecimentos necessários e na organização dos trabalhos.

Como um processo de construção do saber, a Investigação Científica auxilia a aprofundar conceitos científicos a fim de desenvolver a capacidade de interpretar ideias, fenômenos e processos. Além de ampliar habilidades relacionadas ao pensar e ao fazer científico de modo a propiciar a compreensão e o enfrentamento de situações do dia a dia de modo a propor intervenções que busquem soluções.

Com o uso do software Excel, buscou-se desenvolver habilidades que trabalhem a capacidade de ampliar conhecimentos, habilidades e recursos de modo criativo, utilizando-se a tecnologia da planilha eletrônica.

A Mediação e a intervenção sociocultural se fazem presentes nas propostas de interdisciplinaridade e tomada de decisão em cada atividade, em que os estudantes devem ser capazes de adquirir conhecimentos e habilidades para que se tornem agentes de mudanças que permitam a construção de uma sociedade mais ética, justa, democrata, inclusiva, solidária e sustentável.

As tomadas de decisões estimuladas a partir de resolução de problemas propostos permitem despertar o espírito de empreendedorismo nos estudantes de modo a propiciar que identifiquem potenciais, desafios, interesses e aspirações pessoais; que sejam capazes de elaborar projetos pessoais e produtivos como guia de orientação para suas vidas.

Dessa forma, espera-se que essas atividades possam ser aplicadas e testadas, verificando-se a validade desse trabalho realizado com muita dedicação e humildade.

9. Referências Bibliográficas

BACICH, I., MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p.1-238.

BATANERO, C. (2001). **Training researchers in the use of statistics.** Granada: International Association for Statistical Education; International Statistical Institute. p. 11-19.

BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. **Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges.** In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Orgs.). The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 3-15.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília, DF: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília, DF: MEC, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino Médio. Brasília, DF: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Base Nacional Comum Curricular – Educação é a Base: Ensino Médio. Brasília, DF: MEC, 2018.

CAIRE, E. **A História da Origem da Curva Normal.** Tese (Mestrado) Universidade Estadual Paulista – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Campus de Rio Claro, 2013. p. 1-109.

CARVALHO, J. I. F., ARAUJO, A. F. Q. **Articulando a estatística e a probabilidade por meio da curva normal: conhecimentos didáticos-matemáticos de professores do ensino médio**. Seminario Hispano Brasileño de Educación Estadística. Granada, 2020. p. 109-112.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetória e perspectiva da Educação Estatística no Brasil: Um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.;

COUTINHO, C. Q.S.; ALMOULOUD, S. (orgs.). Estudos e reflexões em Educação Estatística. Campinas: Mercado de letras, 2010. p. 19-44.

CARZOLA, I. M., & CASTRO, F. C. (jun. 2008). Papel da Estatística na leitura do mundo: o Letramento Estatístico. Publicatio UEPG, Ciências Humanas, Ciências Sociais Aplicadas, Linguística, Letras e Artes, 2016. p. 45-53.

COUTINHO, C. Q. S.; SOUZA, F. S. **Aprendizagem da Estatística e o uso de ambientes computacionais: Uma análise didática de programas para construção de gráficos estatísticos**. *In: Atlas do VII CIBEM*. Montevideo, Uruguai. 2013.

COUTINHO, C. Q. S.; SOUZA, F. S. **Potencialidades do Uso do Geogebra e do R na Construção e Interpretação de Gráficos Estatísticos.** *In: Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior.* Suzi Samá; Mauren Porciúncula Moreira da Silva, (organizadoras). Curitiba: CRV, 2015.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996. p.1-54.

FREIRE, I. S.; LIMA, F.C.V. **O teste de sensibilidade à feniltiocarbamida (PTC) usado como prática lúdica no ensino de genética.** Brasília, DF: UniCEUB, 2009, p. 2-3.

GAL, Iddo. **Adult's Statistical literacy: Meanings, Components, Responsabilities**. International Statistical Review, n. 70, 2002.

GOULART, A. **Um Estudo sobre a abordagem dos conteúdos estatísticos em cursos de licenciatura em Matemática: uma proposta sob a ótica da ecologia do didático.** Tese (Doutorado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2015. p. 1-175.

LIMA, O.A. **Distribuição Normal: Uma introdução voltada ao Ensino Médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos.** Tese (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009. p. 1-110.

LIMA, S. de O.; GIORDANO, C. C. **Letramento estatístico: um olhar sobre a BNCC.** *In: Temas Emergentes em Letramento Estatístico. Carlos Eduardo Ferreira*

Monteiro e Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho (organizadores). Recife: UFPE, 2021.

MACEDO, R.C. **Conhecimentos de Professores de Matemática sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Noções Estatísticas – Curva Normal.** Tese (Mestrado) Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016. p. 1-205.

PFANNKUCH, M. & WILD, C. **Towards na Understanding of Statistical Thinking,** In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Orgs.). The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 17-46.

SOUZA, L.O. & LOPES, C.E. **O uso de simuladores e a tecnologia no ensino da estocástica.** Bolema. Rio Claro: Unesp, 2011. p. 659-677.

SOUZA, I.R., TONI, D.C. & CORDEIRO, J. **Genética Evolutiva.** *Universidade Aberta do Brasil.* Florianópolis, 2011. p. 21-22.

WILD, C.J. & SEBER, G.A.F. **Encontros com o acaso – Um Primeiro Curso de Análise de Dados e Inferência.** Tradução: Cristiana *F. C. Pessoa. LTC Editora.* Auckland, Nova Zelândia: University of Auckland, 1999. P. 1-196.

10. Anexos

10.1. Função de Distribuição Normal em relação às alturas

h(m)	F(h)	h(m)	F(h)	h(m)	F(h)	h(m)	F(h)	h(m)	F(h)
1,48	0,430111	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,84	2,157525
1,48	0,430111	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,84	2,157525
1,48	0,430111	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,84	2,157525
1,48	0,430111	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,85	2,001773
1,49	0,503756	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,85	2,001773
1,49	0,503756	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,75	3,164814	1,85	2,001773
1,49	0,503756	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,49	0,503756	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,49	0,503756	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,5	0,586206	1,63	2,333838	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,5	0,586206	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,5	0,586206	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,85	2,001773
1,5	0,586206	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,5	0,586206	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,51	0,677749	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,51	0,677749	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,51	0,677749	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,51	0,677749	1,64	2,480574	1,69	3,053515	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,51	0,677749	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,76	3,112451	1,86	1,845285
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,86	1,845285
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,86	1,845285
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,52	0,778533	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,53	0,888536	1,64	2,480574	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056

1,53	0,888536	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,53	0,888536	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,53	0,888536	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,87	1,690056
1,53	0,888536	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,88	1,537901
1,54	1,00754	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,77	3,041209	1,88	1,537901
1,54	1,00754	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,78	2,952428	1,88	1,537901
1,54	1,00754	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,78	2,952428	1,88	1,537901
1,54	1,00754	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,78	2,952428	1,88	1,537901
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,7	3,121892	1,78	2,952428	1,88	1,537901
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,88	1,537901
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,89	1,390417
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,89	1,390417
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,89	1,390417
1,55	1,135113	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,89	1,390417
1,56	1,270589	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,89	1,390417
1,56	1,270589	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,9	1,248968
1,56	1,270589	1,65	2,619527	1,71	3,171211	1,78	2,952428	1,9	1,248968
1,56	1,270589	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,9	1,248968
1,56	1,270589	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,9	1,248968
1,56	1,270589	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,9	1,248968
1,56	1,270589	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,9	1,248968
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,71	3,171211	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,57	1,413059	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,79	2,84775	1,91	1,114671
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,91	1,114671
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398

1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398
1,58	1,561368	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,92	0,988398
1,59	1,714113	1,66	2,74842	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,72	3,200529	1,8	2,729065	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,72	3,200529	1,81	2,598455	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,72	3,200529	1,81	2,598455	1,93	0,870775
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,94	0,762202
1,59	1,714113	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,94	0,762202
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,94	0,762202
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,94	0,762202
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,94	0,762202
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,95	0,662862
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,95	0,662862
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,81	2,598455	1,95	0,662862
1,6	1,869662	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,95	0,662862
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,95	0,662862
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,96	0,572751
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,96	0,572751
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,96	0,572751
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,73	3,209282	1,82	2,458137	1,96	0,572751
1,61	2,026172	1,67	2,865053	1,74	3,197299	1,82	2,458137	1,97	0,491697
1,61	2,026172	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,82	2,458137	1,97	0,491697
1,61	2,026172	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,82	2,458137	1,97	0,491697
1,61	2,026172	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,82	2,458137	1,97	0,491697

1,61	2,026172	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,98	0,419391
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,98	0,419391
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,98	0,419391
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,98	0,419391
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,99	0,35541
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,99	0,35541
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	1,99	0,35541
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	2	0,299247
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,74	3,197299	1,83	2,310395	2	0,299247
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,83	2,310395	2	0,299247
1,62	2,181619	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,01	0,250334
1,63	2,333838	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,01	0,250334
1,63	2,333838	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,01	0,250334
1,63	2,333838	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,02	0,208065
1,63	2,333838	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,02	0,208065
1,63	2,333838	1,68	2,967369	1,75	3,164814	1,84	2,157525	2,03	0,171817

Fonte: Autoria Própria.

10.2. Material de Laboratório da Atividade 1 – Gosto Amargo

Material de Aula:

Laboratório de Biologia

NOME: **nº** **2ª série**

A Estatística e a Biologia

A estatística é uma ferramenta muito importante na Biologia. Ela pode ser usada na interpretação de resultados, permitindo inferências sobre o fenômeno estudado e uma avaliação sobre o nível de confiança das conclusões tiradas a partir dos resultados observados. De forma contrária a estatística pode ser usada para prever possíveis resultados de um experimento ou situação.

ATIVIDADE 1

Nesta atividade vamos utilizar a estatística para descobrir a "verdade" a respeito de um objeto parcialmente desconhecido.

Dentro do saco há uma moeda.

Para descobrir como é essa moeda você tem apenas uma forma de proceder: coletá-la de dentro do saco e olhar a face que estiver voltada para cima.

- **Qual o número mínimo de tentativas para que se possa saber a "verdade" sobre as faces da moeda? Por quê?**

Faça duas observações e anote o resultado na tabela abaixo:

Observação	Resultado observado
#1	
#2	

Faça mais três observações e anote o resultado:

Observação	Resultado observado
#3	
#4	
#5	

- **Quantos grupos chegaram a uma conclusão errada sobre a moeda com duas observações?**

- **Quantos grupos chegaram a uma conclusão errada sobre a moeda com cinco observações?**

- Qual o percentual teórico esperado de ocorrência de cada uma das duas faces?

- Qual o percentual real de ocorrência das duas faces

Observações	Percentual observado entre as faces
suas duas tentativas	
suas cinco tentativas	
total da sala (_____ observações)	

A moeda assemelha-se à estatística da produção de gametas.

ATIVIDADE 2

Vamos trabalhar com dados comuns de 6 lados, conhecidos como "D6".

- Qual a probabilidade teórica de, em um lançamento, encontrarmos como resultado a face "3" do dado?

Faça 6 lançamentos do dado e anote o resultado:

Lançamento	#1	#2	#3	#4	#5	#6
Resultado						

- Qual foi a incidência (percentual) de ocorrência do número "3"?

- Que nome recebe a diferença entre a probabilidade teórica e a probabilidade verificada no experimento?

O lançamento de dados "D6" não corresponde exatamente a nenhuma situação da genética, porém se aproxima um pouco das situações observadas na análise das possíveis combinações que podem ser obtidas por pares de gametas (cruzamentos).

- O modelo de dado perfeito para representar os resultados de um cruzamento de Aa x Aa seria um dado de que tipo (quanto ao número de faces)?

ATIVIDADE 3

O conhecimento prévio de parte do resultado pode influenciar a análise estatística, direcionando as possibilidades do resultado do evento a um conjunto restrito de possibilidades.

Agora utilizaremos um dado "D6" que tem as faces ímpares de uma cor e as faces pares de outra cor.

Lance o dado e observe a cor da face voltada para cima.

- Qual a probabilidade desse resultado ser a face de número "3"?

- Esta situação tem o nome de

A situação simulada com o dado neste experimento corresponde aos casos onde o fenótipo do indivíduo é conhecido, porém estima-se estatisticamente a condição do genótipo do indivíduo.

ATIVIDADE 4

A estatística pode ser uma ferramenta de análise de resultados. Nesta atividade vamos buscar informações para compreender como o ser humano varia em relação à percepção de uma substância alimentícia de sabor amargo, chamado PTC (feniltiocarbamida).

Você provará 5 palitos de madeira que podem ter sido embebidos em água ou em PTC.

Inicie provando o palito da letra "A"; anote se ele tinha sabor amargo ou não. Siga o mesmo procedimento para os próximos palitos "B", "C", "D" e "E".

	RESULTADO (marcar "X")		
PALITO	SABOR AMARGO	ÁGUA	
A			1
B			2
C			4
D			8
E			16

Conforme for solicitado, transfira os dados para o professor.

- Os resultados observados correspondem ao modelo que se utiliza nos livros didáticos quanto à sensibilidade à PTC?

Exercícios de Vestibulares

1. (PUC) Em relação à anomalia gênica autossômica recessiva albinismo, qual será a proporção de espermatozoides que conterá o gene *A* em um homem heterozigoto?
* RESPONDA NA FORMA DE FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

2. (UEL) *A* representa o gene dominante para determinado caráter e *a* é seu alelo recessivo. Em quatro cruzamentos entre um indivíduo *Aa* e um indivíduo *aa*, os descendentes foram *Aa*. A probabilidade de, no quinto cruzamento, o descendente ser *aa* é
* RESPONDA NA FORMA DE PERCENTUAL

3. (IF-SC – modificado) Após uma aula prática de verificação da sensibilidade à PTC, uma aluna, que apresentou insensibilidade à PTC, resolveu fazer o mesmo teste com seus pais e descobriu que ambos são sensíveis.
a) Qual a probabilidade de os pais da aluna terem uma próxima criança também com insensibilidade à PTC?
b) Qual a probabilidade de um irmão dessa aluna, sensível à PTC ser portador do alelo recessivo?

4. (FEEQ-CE) A capacidade de sentir o gosto de uma substância amarga chamada feniltiocarbamida (PTC) deve-se a um gene dominante. Qual será a probabilidade de um casal (sensível a essa substância e heterozigótico) ter um filho do sexo feminino e sensível ao PTC?
* RESPONDA NA FORMA DE PERCENTUAL

5. (PUC-SP) No homem, a sensibilidade ao PTC é devida a um gene dominante P e a insensibilidade, ao seu alelo p; o uso da mão direita é devido a um gene dominante C e o da mão esquerda, ao seu alelo c. Um homem canhoto, sensível ao PTC, casa-se com uma mulher destra, também sensível. O casal tem 4 filhos canhotos, sendo 2 sensíveis e 2 insensíveis. Qual o genótipo do casal?

6. (UNIFENAS 2017) A sensibilidade à feniltiocarbamida (PTC) é condicionada pelo gene dominante I, e a insensibilidade é devida a seu alelo recessivo i. A queratose é determinada por gene dominante, enquanto que a fenilcetonúria e a habilidade para a mão esquerda (canhoto) são condicionadas por genes recessivos. Todas as heranças envolvidas são autossômicas. Num casal em que o homem e a mulher são heterozigotos para as quatro características citadas, determine a probabilidade de nascer uma menina sensível ao PTC, sem queratose, com fenilcetonúria e canhota.
* RESPONDA NA FORMA DE FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

7. (Fuvest) O gene autossômico que condiciona pelos curtos no coelho é dominante em relação ao gene que determina pelos longos. Do cruzamento entre coelhos heterozigotos nasceram 480 coelhinhos, dos quais 360 tinham pelos curtos. Entre esses coelhinhos de pelos curtos, o número esperado de heterozigotos é _____.

8. (UFOP-MG) Sentir o gosto amargo da substância PTC (feniltiocarbamida) é uma característica condicionada por um gene dominante *I*, sendo a insensibilidade devida ao gene *i*.
a) Um casal sensível à PTC pode ter um filho insensível à PTC? Em caso afirmativo, com que probabilidade?
b) Um casal insensível à PTC pode ter um filho sensível à PTC? Em caso afirmativo, com que probabilidade?
c) Qual a probabilidade de um casal heterozigoto para esse caráter ter dois filhos sensíveis e dois filhos insensíveis à PTC? (independente do sexo dos filhos)

9. (César e Sezar) Os filhos de dois irmãos casam-se e têm um filho aparentemente normal. Os avós comuns ao casal eram heterozigotos para um gene recessivo (albinismo). Os pais do casal eram fenotipicamente normais. Considere as esposas dos irmãos normais e homozigotas e calcule a probabilidade de o casal e de seu filho serem os três heterozigotos.
* RESPONDA NA FORMA DE FRAÇÃO IRREDUTÍVEL

Infraestrutura

- WiFi para uso na aula.

Material

2 frascos de PTC (100 mL) – Lafan Química

1500 palitos de dente em madeira (não podem ser embalados individualmente)

1 placa de isopor de 1 cm de espessura

Preparação prévia

- 1 béquer com 300 palitos embebidos na água. #A
- 1 béquer com 300 palitos embebidos na solução de concentração 12,5% PTC em água. #B
- 1 béquer com 300 palitos embebidos na solução de concentração 25% PTC em água. #C
- 1 béquer com 300 palitos embebidos na solução de concentração 50% PTC em água. #D
- 1 béquer com 300 palitos embebidos na solução de concentração 100% PTC em água. #E

Bancada dos alunos

- Saco com uma moeda.
- Kit de dados de RPG. (D4, D6, D6* P/I, D8, D10, D10%, D12, D20)
- Placa de isopor com palitos conforme esquema:

	1	2	3	4	5
A	PALITO A	PALITO A	PALITO A	PALITO A	PALITO A
B	PALITO B	PALITO B	PALITO B	PALITO B	PALITO B
C	PALITO C	PALITO C	PALITO C	PALITO C	PALITO C
D	PALITO D	PALITO D	PALITO D	PALITO D	PALITO D
E	PALITO E	PALITO E	PALITO E	PALITO E	PALITO E

Considerações dos professores aplicadores da Atividade em laboratório

Avaliação da sensibilidade à feniltiocarbamida (PTC)

A maioria dos livros de Biologia do ensino médio e muitos trabalhos científicos (Referência 1) mencionam a sensibilidade à PTC como sendo algo binário.

Porém, trabalhos mais refinados demonstram que essa sensibilidade aparece de forma gradativa, dependente da concentração de PTC na amostra provada pelos indivíduos testados (Referência 2).

Há referências sobre a correlação entre as preferências alimentares e a sensibilidade à PTC (Referência 3). Obs.: em nosso experimento essa correlação não apareceu nos resultados.

Em anexo:

Anexo 1 – Protocolo de preparação das soluções entregue ao técnico do laboratório

Anexo 2 – Protocolo de aula entregue aos alunos

Como foi a aula:

Os alunos foram orientados que participariam de um teste-cego, onde alguns dos palitos haviam sido mergulhados em uma solução amarga.

Na realidade, todos estavam provando os palitos em concentrações crescentes (0; 12,5%; 25%; 50%; 100%)

Foram anotados os palitos em que o sabor amargo foi percebido.

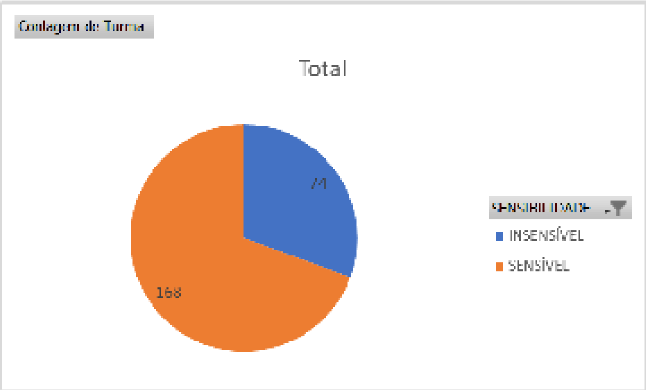
Na tabulação dos dados foi considerado "concentração limiar" aquela a partir da qual o indivíduo passou a perceber o sabor amargo.

Construímos um histograma do número de indivíduos que relataram a percepção do sabor amargo em função da concentração limiar.

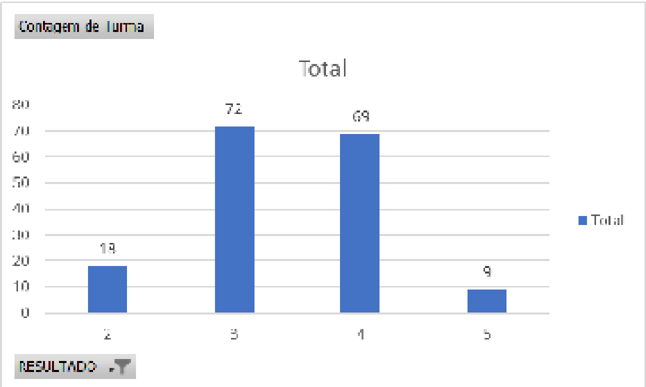
Descarte:

- quem percebeu sabor amargo no palito sem PTC.
- quem percebeu sabor amargo em uma concentração e depois não percebeu em concentração maior.

Observamos aproximadamente 70% de alunos sensíveis à PTC.



No histograma de limiar de sensibilidade percebe-se a curva normal:



2 = limiar de sensibilidade na concentração 12,5%

3 = limiar de sensibilidade na concentração 25%

4 = limiar de sensibilidade na concentração 50%

5 = limiar de sensibilidade na concentração 100%

No experimento constatamos que a sensibilidade à PTC não é binária.

A sensibilidade à PTC é dependente da concentração.

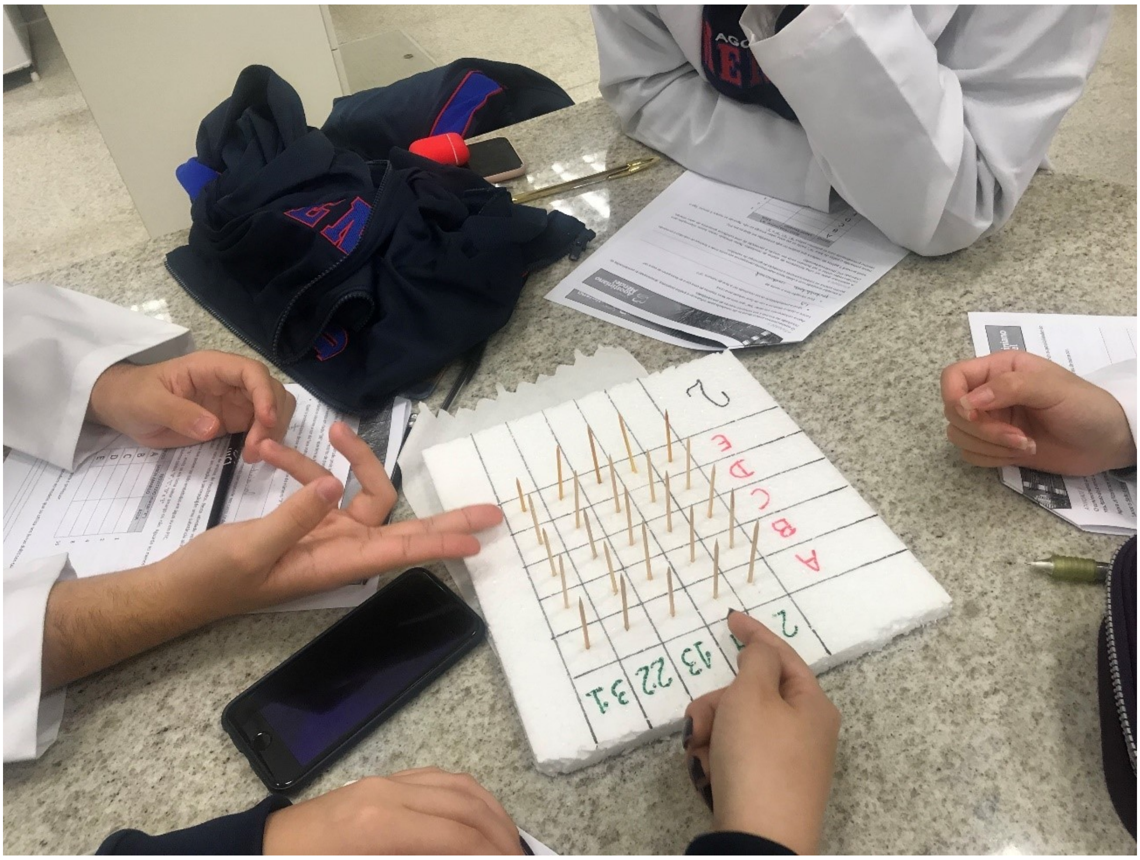
Base de Dados – Registros das informações coletadas em laboratório pela experimentação de palitos e referentes ao paladar dos alunos participantes da atividade

Série	Turma	Número	COUVE	COUVE-FLOR	BRÓCOLIS	REPOLHO	RÚCULA	AGRIÃO	JILÓ	CHÁ VERDE	CAFÉ	ADOÇA CAFÉ E CHÁ	PALITO A	PALITO B	PALITO C	PALITO D	PALITO E	12	RESULTADO	SENSIBILIDADE
2	A	1	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	A	2	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	A	3	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	4	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	A	5	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	A	6	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	7	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	8	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	2	SENSÍVEL
2	A	9	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	A	10	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	A	12	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	A	13	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	A	14	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	2	SENSÍVEL
2	A	15	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	A	16	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	A	17	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	18	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	19	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	A	20	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	A	21	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	A	22	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	A	23	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	24	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	A	25	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	26	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	A	27	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	A	28	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	29	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	30	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	A	31	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	A	32	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	A	33	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	A	34	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	1	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	2	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	B	3	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	B	4	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	B	5	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	B	6	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	B	7	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	B	8	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	B	10	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	B	11	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	2	SENSÍVEL
2	B	12	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	B	14	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	B	15	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	16	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	17	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	B	18	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	19	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	B	20	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	B	21	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	22	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	B	23	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	B	24	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	B	25	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	2	SENSÍVEL
2	B	26	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	B	27	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	B	28	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	29	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	30	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	B	31	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	B	32	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	B	33	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	C	0	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	1	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	C	2	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	3	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	4	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	5	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	C	6	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	C	7	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	C	8	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	4	SENSÍVEL
2	C	9	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	C	10	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	C	11	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	12	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	C	13	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	14	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	16	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	17	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	C	18	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	19	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	20	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	21	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	2	SENSÍVEL
2	C	23	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	24	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	C	25	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	26	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	27	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	28	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	2	SENSÍVEL
2	C	29	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	C	30	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	C	31	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	C	33	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	0	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	1	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	2	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	D	3	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	D	4	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	5	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	D	6	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	7	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	8	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	9	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	D	10	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	D	11	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	2	SENSÍVEL
2	D	12	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	13	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	14	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	15	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	D	17	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	D	18	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	D	20	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	21	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	22	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	23	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	D	24	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	25	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE	-
2	D	26	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	D	27	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	D	28	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	D	29	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	30	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	D	31	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	D	32	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	E	0	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	E	2	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	E	3	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	3	SENSÍVEL
2	E	4	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	5	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	E	6	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	E	7	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	4	SENSÍVEL
2	E	8	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	9	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	2	SENSÍVEL
2	E	10	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	2	SENSÍVEL
2	E	11	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	E	12	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	E	14	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	15	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	4	SENSÍVEL
2	E	16	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	17	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	18	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	E	19	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	5	SENSÍVEL
2	E	20	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL	INSENSÍVEL
2	E	21	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	3	SENSÍVEL
2	E	22	NÃO	-	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL
2	E	23	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	3	SENSÍVEL

2 E	24	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 E	25	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 E	26	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 E	27	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 E	28	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 E	29	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 E	30	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 E	32	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 E	33	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	0	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	1	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	3	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	4	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		3	SENSÍVEL
2 F	5	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 F	6	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 F	7	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE		-
2 F	9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	10	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	11	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	12	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		3	SENSÍVEL
2 F	13	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 F	14	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		2	SENSÍVEL
2 F	15	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 F	16	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	17	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	18	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		2	SENSÍVEL
2 F	19	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		4	SENSÍVEL
2 F	20	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE		-
2 F	21	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 F	22	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		3	SENSÍVEL
2 F	23	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE		-
2 F	25	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 F	26	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	27	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	28	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		3	SENSÍVEL
2 F	29	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	30	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	31	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 F	32	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 F	33	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		5	SENSÍVEL
2 G	0	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	0	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	0	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	1	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	2	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	4	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		3	SENSÍVEL
2 G	5	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	6	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	8	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	8	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	10	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	11	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	12	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 G	13	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	14	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 G	15	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	16	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 G	18	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		2	SENSÍVEL
2 G	19	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	20	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	21	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	22	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	23	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	24	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	25	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 G	26	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		3	SENSÍVEL
2 G	27	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		5	SENSÍVEL
2 G	28	NÃO	-	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 G	31	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 G	32	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		2	SENSÍVEL
2 G	33	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 H	1	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 H	2	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		2	SENSÍVEL
2 H	3	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	4	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	5	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		2	SENSÍVEL
2 H	6	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	7	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	8	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	9	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	10	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 H	11	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.		2	SENSÍVEL
2 H	12	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	13	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	14	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	15	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	16	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	17	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	#N/D		5	SENSÍVEL
2 H	18	NÃO	-	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	19	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	20	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 H	21	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	22	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	23	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	24	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	25	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	26	SIM	SIM	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.		3	SENSÍVEL
2 H	27	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	SIM	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.		4	SENSÍVEL
2 H	28	SIM	NÃO	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		2	SENSÍVEL
2 H	29	NÃO	-	NÃO	-	SIM	NÃO	NÃO	-	NÃO	-	NÃO	SIM	SIM	SIM	SIM	Não como essas hortaliçãs porque não gosto do sabor.		2	SENSÍVEL
2 H	30	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	-	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	DESCARTE		-
2 H	31	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças mas não tenho o hábito de comê-las.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
2 H	32	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	NÃO	NÃO	Gosto do sabor dessas hortaliças e tenho o hábito de comê-las.	DESCARTE		-
2 H	33	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM	NÃO	SIM	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	Não gosto do sabor dessas hortaliças mas as como porque fazem bem à saúde.	INSENSÍVEL		INSENSÍVEL
																			12	SENSÍVEL
																			18	SENSÍVEL
																			72	SENSÍVEL
																			69	SENSÍVEL
																			9	SENSÍVEL
																			74	SENSÍVEL
																			254	

Descarte	12
insensível	74
sensível	168
total	254

Fotos de grupos de alunos em laboratório


A
B
C
D
E
13
22
31