



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

CARLOS BRUNO DE JESUS OLIVEIRA

**UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ASSOCIADA
À ETIMOLOGIA NA RE(CONSTRUÇÃO) E
COMPREENSÃO DO CONCEITO DE ÂNGULO:
UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 6º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Salvador - Bahia
Novembro de 2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

CARLOS BRUNO DE JESUS OLIVEIRA

**UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA ASSOCIADA
À ETIMOLOGIA NA RE(CONSTRUÇÃO) E
COMPREENSÃO DO CONCEITO DE ÂNGULO:
UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 6º ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Graça Luzia Dominguez Santos.

Salvador - Bahia
Novembro de 2022

O48 Oliveira, Carlos Bruno de Jesus

Uma atividade investigativa associada à etimologia na re(construção) e compreensão do conceito de ângulo: uma experiência com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental/ Carlos Bruno de Jesus Oliveira. – Salvador, 2022.

107 f.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Graça Luzia Dominguez Santos

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática e Estatística, 2022.

1. Matemática. 2. Educação Fundamental. 3. Geometria. 4. Ângulos. I. Santos, Graça Luzia Dominguez. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

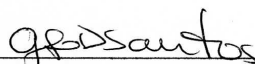
CDU 51

Uma atividade investigativa associada à etimologia na re(construção) e compreensão do conceito de ângulo: uma experiência com alunos do 6º ano do ensino fundamental

Carlos Bruno de Jesus Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 23/11/2022.

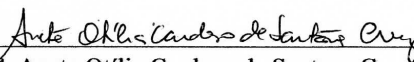
Banca Examinadora:



Prof.^a Dr.^a Graca Luzia Dominguez Santos
Instituto de Matemática e Estatística – Universidade
Federal da Bahia



Prof. Dr. Joseph Nee Anyah Yartey
Instituto de Matemática e Estatística – Universidade
Federal da Bahia



Prof.^a Dr.^a Anete Otília Cardoso de Santana Cruz
Instituto Federal Baiano (IFbaiano)

À minha Família, dádiva divina. Em especial, a minha mãe, exemplo de dedicação, força e abnegação. Por meio do seu valioso apoio, fez-me trilhar essa caminhada com seus peculiares obstáculos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, inicialmente, **a Jeová Deus**, por tornar todas as coisas possíveis, ao prover o fôlego de vida e o bom ânimo. Além disso, por garantir que “há proveito em todo tipo de trabalho árduo [...]” — Provérbios 14:23.

À Universidade Federal da Bahia (UFBA) que, como uma Instituição comprometida com a formação crítica e atualizada de seus discentes, oportunizou-me experiências valiosíssimas ao longo do curso do Mestrado Profissional em Matemática de Rede (PROFMAT).

A todo o corpo docente do PROFMAT que, além de doutores, são, acima de tudo, seres humanos calorosos e que dão verdadeiramente de si, quais docentes em exercício. Fortaleceram minha convicção de que escolhi a carreira certa: a docência.

Aos meus colegas de Curso, que me oportunizaram um rico companheirismo e, sem eles, não teria sido tão prazeroso ter trilhado os anos de formação. Com suas peculiaridades, deixaram muito de si e levaram muito de mim.

À minha família, pelo apoio emocional nos altos e baixos inerentes a toda trajetória árdua.

Aos meus amigos que, por dedicarem tempo em minha companhia, contribuíram para o aperfeiçoamento dos meus valores como indivíduo.

À minha dedicada orientadora, a professora Doutora Graça Luzia Dominguez Santos, que com todo zelo, garra e paixão, soube ajudar-me, mas sem nunca impor suas ideias em detrimento das minhas. Ao contrário, juntou-se a mim no meu sonho. Passamos a sonhar juntos.

Aos membros da banca examinadora, por serem inspirações como educadores e pelas valiosas contribuições dadas a esse estudo.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação, meu muito obrigado.

*“Se ninguém se julga incompetente
para aprender a própria língua,
ninguém deveria julgar-se
incompetente para compreender os
conteúdos da matemática escolar”.*

(Nilson José Machado, 2011).

RESUMO

Essa dissertação visa propor um Produto Educacional que se compõe de uma Atividade Investigativa para alunos do 6^o ano do Ensino Fundamental, associada ao uso da Etimologia, que proporciona a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades. A fim de se atingir esse objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos: apresentar o Produto Educacional; evidenciar as contribuições das Atividades Investigativas na compreensão da Linguagem Matemática; demonstrar como o uso da Etimologia contribui para a compreensão dos termos específicos relacionados ao conceito de ângulo; e, analisar como o produto educacional, de fato, proporciona a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo e suas particularidades. Os dados obtidos e analisados possibilitaram inferir que as Atividades Investigativas, associadas à abordagem etimológica, proporcionaram aos discentes a re(construção) e a compreensão do conceito de ângulo e suas particularidades. Ao longo da aplicação das atividades, verificava-se o aumento progressivo do interesse e da compreensão dos estudantes acerca dos conceitos matemáticos abordados, na medida em que eram desafiados pelas tarefas propostas, coadunados pela mediação docente. Pelos seus objetivos, atividades propostas e resultados obtidos, essa pesquisa, além de poder contribuir para o Ensino da Matemática, também possui o potencial de incentivar o debruçar-se na busca por metodologias que visem aprimorar o ensino da Geometria.

Palavras-chave: Atividade Investigativa. Etimologia. Geometria. Ângulos.

ABSTRACT

This dissertation has as its principal objective, propose an Educational Product that consists of an Investigative Activity, associated with the use of Etymology, that provides the (re)construction and understanding of the concept of angle and some of its properties, for 6th year students of an Elementary School. In order to achieve this goal, we established the following specific objectives: we presents the Educational Product; highlights the contributions of Investigative Activities in understanding Mathematical Language; demonstrate how the use of Etymology contributes to the understanding of specific terms related to the concept of angle; and, analyze how the educational product, in fact, provides the (re)construction and understanding of the angle concept and its properties. The data obtained and analyzed made it possible to infer that the Investigative Activities, together with the etymological approach, provided the students with a new understanding and re(construction) of the concept of angle and its properties. Throughout the application of the activities, we were able to verify, a progressive increase in the interest and understanding of the students about the mathematical concepts studied, as they were challenged by the proposed tasks, combined with the teacher's orientation. The activities proposed and the results obtained, in this research, besides its objectives, also contribute to the Teaching of Mathematics, and have the potential to encourage the need for methodologies that aim to improve the teaching of Geometry.

Keywords: Investigative Activity.; Etymology. Geometry. Angles.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ponto	36
Figura 2 - Reta	36
Figura 3 - Plano	37
Figura 4 - Ângulo formado pelas semirretas \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC}	38
Figura 5 - Ângulo α	38
Figura 6 - Região não convexa (esq.) e convexa (dir.)	39
Figura 7 - Regiões angulares no plano	40
Figura 8 - Arcos de uma Circunferência	40
Figura 9 - Grau como unidade de medida de ângulo	41
Figura 10 - Medida angular de arco e ângulo central	42
Figura 11 - Representação da definição de ângulo	43
Figura 12 - Medindo o ângulo $\angle AOB$	44
Figura 13 - Ângulos: Classificações	45
Figura 14 - Ângulo de 180°	45
Figura 15 - Escorregadores: Ângulos e Inclinações	51
Figura 16 - Síntese da Codificação e Categorização dos Dados	66
Figura 17 - Marcações feitas por um discente a itens da AI.....	75
Figura 18 - Resposta do Discente A acerca da realização da AI	78
Figura 19 - Resposta do Discente B acerca da realização da AI.....	78
Figura 20 - Resposta do Discente C acerca da realização da AI.....	78
Figura 21 - Um giro, uma abertura e uma inclinação dão ideias de ângulo.....	79
Figura 22 - Plano dividido por semirretas em regiões (convexa e não convexa) .	80
Figura 23 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente D.....	80
Figura 24 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente E.....	80
Figura 25 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente F.....	81
Figura 26 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente G.....	81

Figura 27 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente H.....	81
Figura 28 - Representações de ângulos elaboradas pelos Discentes	81
Figura 29 - Opinião / Impressões do Discente A em relação à AI realizada.....	85
Figura 30 - Opinião / Impressões do Discente B em relação à AI realizada.....	85
Figura 31 - Opinião / Impressões do Discente C em relação à AI realizada.....	86
Figura 32 - Opinião / Impressões do Discente D em relação à AI realizada.....	86
Figura 33 - Opinião / Impressões do Discente E em relação à AI realizada.....	86
Figura 34 - Opinião / Impressões do Discente F em relação à AI realizada.....	87
Figura 35 - Opinião / Impressões do Discente G em relação à AI realizada.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Um	69
Tabela 2 - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Dois	72
Tabela 3 - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Três	83

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C	Antes de Cristo
AI	Atividade(s) Investigativa(s)
ATV.	Atividade
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
c.	Cerca de
COVID	Novo Coronavírus
Dir.	Direita
EM	Ensino de Matemática
Esq.	Esquerda
IM	Investigação Matemática
LM	Linguagem Matemática
LP	Língua Portuguesa
n ^o	Número
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PE	Produto Educacional
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
r	raio
s	comprimento de arco
T.	Tabela
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
v. tr	Verbo Transitivo

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
1.1 A Investigação Matemática & As Atividades Investigativas	21
1.2 Etimologia, Atividades Investigativas & o Ensino de Matemática	27
1.3 Fundamentação Matemática: Ângulos — Conceito & Classificações	32
2 CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	48
2.1 Estrutura da Atividade Investigativa — Seções & Objetivos	49
2.2 Contexto Perfil Discente — Sujeitos da Pesquisa	53
2.3 Aplicação da Atividade Investigativa — Pondo a “mão na massa”	55
3 METODOLOGIA	58
3.1 Pré-Análise	59
3.2 Exploração do Material	61
3.3 Tratamento dos Resultados, Inferência e Interpretação	63
4 ANÁLISE, TRATAMENTO, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS	64
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
REFERÊNCIAS	91
APÊNDICE A - A ATIVIDADE INVESTIGATIVA	99

INTRODUÇÃO

*Já não tenho as palavras que me asseguravam,
essas palavras que queriam me dizer, nas quais
não me reconheço, e já estou outra vez nesse
espaço sem palavras... e a pergunta por quem
sou volta a me inquietar.*

(LARROSA, 2006, p.25)

Neste capítulo introdutório, é narrada a trajetória percorrida por mim, que me trouxeram as inquietações que culminaram no tema dessa dissertação. Durante tal narração, vão sendo explicitados os objetivos e as justificativas para a relevância de tal temática. Por fim, é apresentada a estrutura e a organização desta dissertação.

Essa dissertação, atendendo às normativas do PROFMAT, apresenta um produto educacional. Tal produto é um material didático de caráter investigativo associado ao uso da Etimologia¹

A inserção da Etimologia deve-se ao meu interesse pela relação entre língua portuguesa (LP) e linguagem matemática (LM)², desde o primeiro contato com o exercício da docência que, no meu caso, se deu mesmo antes do ingresso no curso de Licenciatura em Matemática. Minha experiência inicial com a docência ocorreu por meio de aulas particulares de reforço escolar. A atuação em tal espaço foi muito rica, pois me despertou muitos questionamentos, como: por que os educandos sentem tanta dificuldade na compreensão da LM?

Ao longo da graduação, esse interesse só intensificou-se, culminando em um trabalho de conclusão de curso (TCC), cujo tema foi: “O papel da Língua Portuguesa na

¹Em termos simples, a Etimologia é o estudo da origem e história das palavras, cuja preocupação básica é encontrar os chamados étimos (vocábulos originais ou palavras-fontes) que formaram as seguintes. No capítulo seguinte, será apresentado com mais formalidade e detalhes em que consiste o estudo etimológico.

²“A linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza.” (LORENSATTI, 2009, p.90)

mediação da linguagem matemática: metodologias para a sala de aula de Matemática”. O trabalho se constituiu da aplicação e análise de sequências didáticas utilizando paradidáticos de matemática e confecção de cordéis matemáticos.

Ao atuar qual docente na rede pública, inicialmente na esfera municipal e, atualmente, na estadual, continuei a deparar-me, constantemente, com a dificuldade dos discentes em compreender conceitos matemáticos em geral.

Assim, essa dissertação teve, como força motriz, as inquietações de um educador em contínua formação que, por meio de reflexões, vê-se movido a considerar metodologias de ensino que possibilitem uma mudança do paradigma de ensino tradicional da matemática, denominado de paradigma do exercício³. Tal mudança faz-se, de fato, necessária, visto que os educandos têm demonstrado significativa dificuldade no tratamento da linguagem matemática (BRITO, 2007; PAVANELLO, 2011).

Em vista de tais dificuldades evidenciadas pelos discentes, passei a inserir em minha práxis, o uso da etimologia no ensino de conceitos da LM. Em consequência disso, os discentes conseguiam compreender mais facilmente os conceitos matemáticos. Além disso, eram capazes de relacionar com mais naturalidade os conhecimentos já estudados com novos conceitos matemáticos, isto é, afigurava-se uma rede conceitual matemática consistente, logicamente estruturada.

Seja por curiosidade pelo significado de expressões utilizadas no cotidiano, ou/e na busca pelo significado de um termo específico, a etimologia é inerente à vida humana, mesmo que de modo um tanto inconsciente. Segundo Martins (2005, p.32), “o homem sempre teve uma viva curiosidade em saber a história de uma palavra. Olhar para seus componentes, identificá-los, perceber as variações de sentido, o percurso, enfim, de sua história através dos anos”.

O potencial da Etimologia para o ensino da LM é evidenciado nas palavras de Melo (2015, p.293), ao destacar que “muitos conceitos matemáticos podem ser aprendidos e compreendidos utilizando a sua própria designação, ou seja, utilizando o conhecimento etimológico das palavras que o compõe [...]”.

Viaro (2011) destaca como são escassos os estudos na área de etimologia em geral, tanto no Brasil como fora dele, apesar de ser de extrema relevância para a compreensão de termos específicos presentes nas ciências, como é o caso da LM. E, segundo as pesqui-

³ “[...] aula de matemática é dividida em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios selecionados” (SKOVSMOSE, 2000).

sas realizadas para a fundamentação desse trabalho, no que tange ao uso da etimologia no ensino da matemática (EM), os estudos apresentados mostraram serem ainda mais escassos ou, pode-se dizer, quase inexistentes. Logo, pode-se inferir que há uma lacuna na literatura produzida, denotando a relevância de pesquisas nessa área, o que ressalta a importância dessa pesquisa.

A curiosidade pela etimologia inerente ao ser humano, destacada por Martins (2005), requer um caráter investigativo, exploratório, o que se harmoniza bem com as atividades investigativas⁴. Segundo Azevedo (2009, p.20), as atividades investigativas (AI) têm como objetivo “levar o aluno a pensar, refletir, debater e justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos em situações novas”.

Na matemática, como em qualquer outra área de conhecimento, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem, visto que o aluno mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos a fim de atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2016).

Uma área da matemática, em especial, no qual a etimologia possui o potencial de contribuir sobremaneira, é a Geometria. Porquanto na Geometria, há a prevalência de conceitos, postulados e axiomas. Corroborando com essa relação estreita entre a etimologia e a Geometria, Feliciano (2013, p.5) destaca:

O estudo da Etimologia dos termos matemáticos nos dará ferramentas para entendermos seus conceitos, teorias, postulados e axiomas, dentro de um contexto histórico da evolução da humanidade desde os primórdios dos tempos.

Assim, parece pertinente para o EM, uma abordagem que promova a relação entre AI, Etimologia e o Ensino de Geometria, nesse estudo da Geometria Euclidiana Plana, na (re)construção e compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades.

Outro elemento que justifica a escolha da geometria como temática para o produto educacional desenvolvido neste trabalho, é por este ser um dos ramos da matemática no qual os discentes têm demonstrado expressiva dificuldade de compreensão, não só no Brasil, mas também em outros países (PIASESKI, 2010). Em consequência dos entraves evidenciados no ensino/aprendizagem da Geometria, discussões e propostas de abordagens no seu ensino têm se tornado cada vez mais frequentes (LONGATO, 2016; SILVA, 2017;

⁴Por ora, considere atividades investigativas intuitivamente. No capítulo seguinte, apresentaremos formalmente o entendimento adotado nesse estudo para tais atividades.

COUTINHO, 2019).

Aliando-se à dificuldade de compreensão dos conceitos geométricos pelos discentes, outro fator que torna relevante a abordagem da Geometria, é o fato de que “a Geometria é pouco estudada nas escolas, sendo deixada em segundo plano” (FONSECA, 2011, p.46). Ratificam essa afirmação, as palavras de Barbosa (2008, p.4) ao dizer que “[...] a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo”. Assim, evidencia-se um processo de abandono do ensino de geometria no Brasil (PAVANELLO, 1989; LORENZATO, 1995; PASSOS, 2000; BARBOSA, 2008; FONSECA, 2011).

Os elementos então mencionados fundamentam e norteiam o produto educacional desenvolvido e aplicado neste trabalho. A saber, produto educacional que se compõe de uma AI para alunos do 6^o ano do Ensino Fundamental, associada ao uso da Etimologia. No entanto, a elaboração de um produto educacional pensado para a Educação Básica, nesse estudo para o 6^o ano do Ensino Fundamental, deve levar em conta a legislação e os documentos oficiais orientadores desta etapa educacional.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) preconiza o conjunto de aprendizagens essenciais que os discentes devem desenvolver ao longo da Educação Básica, elencando objetos de conhecimento em cada uma das componentes curriculares, bem como as habilidades e competências a serem adquiridas (BRASIL, 2018).

Na BNCC, *competência* é definida como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p.6).

A BNCC elenca dez competências gerais a serem asseguradas aos estudantes por meio da matriz curricular da Educação Básica. Dessas competências gerais, a *Competência 2* enuncia:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a **investigação**, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para **investigar** causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 7). (grifo nosso).

Percebe-se como a Investigação como abordagem de ensino, em diferentes áreas do conhecimento, é bem frisada na competência geral 2 da BNCC.

A BNCC elenca também Competências e Habilidades para cada etapa da Educação Básica, específicas por área de conhecimento. Na área de Matemática e Suas Tecnologias, para o Ensino Fundamental, a BNCC destaca:

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, precisa garantir que os alunos relacionem **observações empíricas do mundo real** a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), **fazendo** induções e **conjecturas**. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de **utilização da matemática para resolver problemas**, aplicando conceitos, procedimentos e resultados **para obter soluções e interpretá-las** segundo os contextos das situações. (BRASIL, 2018, p.261) (grifo nosso).

Evidencia-se assim, mais uma vez, habilidades a serem desenvolvidas pelos discentes, dessa vez na área específica da Matemática e Suas Tecnologias, diretamente relacionadas com a AI.

A BNCC, ainda referindo-se ao EM no Ensino Fundamental, destaca que

os processos matemáticos de resolução de problemas, de **investigação**, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018, p.262) (grifo nosso).

Dessa vez, a BNCC faz menção direta à Investigação como um dos processos matemáticos a serem utilizados como estratégia para a aprendizagem matemática ao longo do Ensino Fundamental.

No que tange às Competências específicas de Matemática elencadas pela BNCC, oito no total, a *Competência 2* preconiza:

Desenvolver o raciocínio lógico, o **espírito de investigação** e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo (BRASIL, 2018, p.263) (grifo nosso).

A utilização de atividades investigativas no EM vem ao encontro, também, do que preconizam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Os PCN acentuam o papel das Atividades Investigativas quando apresentam como um dos objetivos para o ensino fundamental:

[...] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 2001, p.47).

Retornando à BNCC, para o EM, é proposto cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018). As unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Ater-nos-emos à Geometria e a Grandezas e Medidas, visto serem elas as unidades cujo objeto de conhecimento é adotado nesse trabalho, a saber, os ângulos.

Quanto à Geometria,

envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. [...] desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes [...]. (BRASIL, 2018, p.267).

No que tange a Grandezas e Medidas,

as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas -, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento [...]. Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p.269).

Para o 6^o ano do Ensino Fundamental, na Unidade temática “Grandezas e Medidas”, elenca-se como um dos Objetos de Conhecimento – Ângulos: noção, usos e medidas. As habilidades associadas a tal objeto de conhecimento são:

(EF06MA25)⁵ Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas;

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

Ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o ensino de geometria possui grande relevância no ensino fundamental, porque, por meio dele, o “aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p.51).

Não se pode deixar de levar em conta ainda sobre a BNCC, sobre o EM, em particular, para essa pesquisa, o que é enfatizado para o ensino de geometria plana. A

⁵Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico: o primeiro par de letras indica a etapa do Ensino Fundamental; o primeiro par de números (06) indica que as habilidades descritas devem ser desenvolvidas no 6^o ano do Ensino Fundamental; a segunda sequência de letras indica o componente curricular (duas letras), nesse caso, a matemática; o último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos. (BRASIL, 2018, p.34).

BNCC, para o ensino da geometria plana, nos anos finais do ensino fundamental, prescreve que, “além dos diferentes recursos didáticos e materiais [...], é importante incluir a *história da Matemática* como recurso que pode despertar interesse e representar um *contexto significativo* [...]” (BRASIL, 2018, p.298). (grifo nosso).

Percebe-se que é enfatizado pela BNCC um ensino de geometria em um contexto que oportunize a história da matemática, o que anda de mãos dadas com a etimologia, que possui em sua abordagem, inerentemente, aspectos históricos.

Assim, norteado pelos diversos aspectos acima elencados, propõe-se uma AI com o suporte da Etimologia, promovendo a re(construção) e compreensão do conceito de ângulo e suas particularidades, mas de um modo que proporcione aos discentes o pensamento crítico e reflexivo.

Dessa forma, o objetivo geral desse estudo é propor um Produto Educacional que se compõe de uma Atividade Investigativa para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, associada ao uso da Etimologia, que proporciona a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades

A fim de atingir o objetivo geral descrito, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos: (1) Apresentar um Produto educacional baseado em uma AI que adota a etimologia; (2) Evidenciar as contribuições das AI na compreensão da LM; (3) Demonstrar como o uso da Etimologia contribui para a compreensão dos termos específicos relacionados ao conceito de ângulo e suas classificações segundo às medidas de suas aberturas; (4) Analisar como o produto educacional proporciona a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades.

Este trabalho estrutura-se em introdução, cinco capítulos e um apêndice.

A presente seção dedica-se à apresentação da trajetória pessoal, acadêmica e profissional, da escolha, da justificativa do tema e do objetivo deste trabalho.

O primeiro capítulo traz a fundamentação teórica -do ponto de vista pedagógico e matemático -, que alicerça o produto educacional. É iniciado com a discussão acerca do conceito de Investigação Matemática (IM) e AI e de suas principais etapas e particularidades. Posteriormente, são abordados os principais aspectos relacionados à etimologia, bem como suas contribuições para a compreensão dos Termos e Conceitos matemáticos. Finalizando essa primeira parte, é feita a exposição do conteúdo matemático a ser abordado na elaboração do produto educacional -a AI.

O segundo capítulo é dedicado à caracterização do produto educacional. Em sua primeira parte, é explicitada a estrutura da AI, com suas etapas e objetivos. Na segunda parte, são detalhados os perfis das turmas nas quais o produto educacional foi aplicado, bem como o contexto da aplicação. Na terceira parte é feita a descrição de como se deu a realização da atividade junto aos discentes.

O terceiro capítulo é dedicado aos aspectos metodológicos. São apresentados os elementos da Análise de Conteúdo, metodologia de análise de dados em uma pesquisa qualitativa, com adoção de etapas segundo propostas por Bardin (1977).

O quarto capítulo é dedicado à análise dos dados, tratamento dos resultados, inferência e interpretação, conforme a fundamentação teórica e alinhado ao objetivo da pesquisa.

No quinto e último capítulo são apresentadas as considerações finais.

Após as referências, há um apêndice que traz, na íntegra, a estrutura da AI desenvolvida e aplicada.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Todos os homens prestam mais atenção à palavra do que às coisas. Disso resulta, frequentemente, que dão seu aval a termos que não compreendem, e nem sequer se preocupam muito em compreender, ou porque acreditam já tê-los escutado, ou por que lhes parece que os que lhos ensinaram conheciam o que eles significavam.

(DESCARTES, 1968, p.104.)

Neste capítulo, será apresentada a fundamentação teórica que norteia o desenvolvimento do Produto Educacional, cerne desse trabalho. Inicialmente, serão discutidas as particularidades das AI e como tal abordagem pedagógica se relaciona com o objetivo de promover a (re)construção do Conceito de Ângulo, seus elementos e classificações. Em seguida, será destacado como o uso da Etimologia pode facilitar a compreensão dos termos matemáticos, com destaque para os relacionados ao conceito de ângulo e potencializar as AI. Por fim, será feita a exposição do conteúdo matemático a ser abordado no produto educacional.

1.1 A Investigação Matemática & As Atividades Investigativas

Ao longo das décadas, muito se tem discutido acerca do EM (BAUMGARTEL, 2016; PACHECO E ANDREIS, 2018; SANTOS E SANTOS, 2020). Torna-se cada vez mais imperativa a necessidade de um EM que oportunize a formação de cidadãos mais ativos, participativos, que consigam acompanhar e se adaptar às novas situações e pro-

blemáticas sociais que, agora, são bem mais dinâmicas e desafiadoras que tempos antes.

Diante desse cenário, é razoável que o EM promova o desenvolvimento das potencialidades matemáticas dos alunos que inclua a habilidade de investigar, explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, adquirindo confiança na sua própria capacidade de fazer Matemática (BROCARD, 2002). Na busca por esse tipo de EM, vão sendo desenvolvidas e aprimoradas diferentes abordagens metodológicas para um fazer matemático diferente em sala de aula, dentre as quais, destaca-se a Investigação Matemática (IM), que tem se mostrado promissora nesse sentido.

A Metodologia da IM é um assunto, pode-se dizer, recente no Brasil. No entanto, as discussões sobre o EM por meio da IM na sala de aula vêm ganhando crescente viabilidade em vários projetos e trabalhos de pós-graduação (FIORENTINI, D. FERNANDES, F. CRISTOVÃO, E, 2005; LAMONATO E PASSOS, 2012).

Para alguns autores, como Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), as atividades de natureza investigativa têm ganhado crescente visibilidade nos currículos, pois segundo estes autores, estudos em educação tem mostrado que investigar constitui uma importante forma de construir conhecimento.

Nesse trabalho, como a AI desenvolvida visa o EM, a consideraremos dentro do campo da IM. A revisão de literatura permite encontrar e confrontar perspectivas diversas acerca dos conceitos de IM e AI.

O verbo *Investigar* vem do latim INVESTIGARE, “procurar, ir atrás, tentar descobrir”, de IN, “em”, mais VESTIGARE, “seguir a pista, ir atrás”, de VESTIGIUM, “pegada, marca deixada no chão” (SOUZA, 2005, p.11). Ainda segundo Sousa (2005), “investigar” refere-se, em termos etimológicos, em entrar nos vestígios, em procurar nos sinais o conhecimento daquilo que os provocou. Em seu livro “Investigação Matemática na sala de aula”, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.13) esclarecem que o termo investigar é “procurar conhecer o que não se sabe”, que segundo Paraná (2008, p.67), “é o maior objetivo de toda ação pedagógica”. Para Ramos (2015, p.24) “investigar é como viajar sabendo o ponto de partida, mas jamais sabendo qual o possível ponto de chegada”.

Quanto ao conceito de IM, seguem as claras palavras de Wichnoski e Kluber (2015):

Pensando a **Investigação Matemática** no âmbito da Educação Matemática, pode-se entendê-la como sendo uma metodologia de ensino, que busca, **por meio de atividades investigativas**, conduzir o aluno a pensar e construir o conhecimento de maneira um pouco mais autônoma criando situações que o leve a raciocinar e entender o novo conceito (WICHNOSKI, KLÜBER, 2015, p.3) (grifo nosso).

Assim, percebe-se que a IM tem como suporte as AI, promovendo situações que oportunizem ao educando a autonomia e o desenvolvimento do raciocínio.

Por que se pode dizer que a IM se apresenta como uma ferramenta promissora no EM?

Segundo Ponte et.al (2013, p.23),

o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade genuína, constituindo por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentos com os seus colegas e o professor.

Infere-se das palavras de Ponte et. al (2013), que a IM tem o potencial de atrair o aluno para a efervescência do processo de ensino e aprendizagem, tornando-o sujeito ativo, não passivo na aprendizagem matemática. Assim, ao se trabalhar com investigação o aluno “(...) não recebe o conhecimento pronto, ou seja, vai sendo o autor do processo. Assim, sente-se recompensado, pois percebe sua capacidade de produzir conhecimento” (VARIZO, MAGALHÃES E ROCHA, 2016, p.4).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.2) destacam que IM é de “importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos”. Corroborando com o papel imprescindível da IM no EM, Varizo, Magalhães e Rocha (2016, p.1) mencionam:

[...] não é admissível que deixemos de oferecer aos nossos alunos uma percepção do fazer matemática. Em outras palavras, que eles tenham uma experiência do que seja essa ciência. Agir dessa forma seria negar a própria essência da matemática, bem como o seu papel no desenvolvimento do conhecimento científico.

Além de enfatizar que a IM é inerente à natureza da matemática e, portanto, não promover AI é negar ao estudante a percepção do que é “fazer matemática”, as autoras reforçam tal asserção quando relatam que a:

[...] utilização de atividades investigativas complementa o rol de habilidades dos alunos num momento em que tem prevalecido a tendência de uma concepção instrumental da matemática, qual seja, um conhecimento fortemente relacionado às necessidades da vida cotidiana em contraposição ao ensino formal (VARIZO, MAGALHÃES E ROCHA, 2016, p.2).

Dessa forma, a IM não pode ser negligenciada, devendo assim haver esforço consciente e concentrado dos docentes em inseri-la em sala de aula. De acordo com Ponte e Segurado (1998, p.1), não existe “[...] uma separação incontornável entre investigar e

aprender”.

Ainda segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.23) é importante levar em conta que

Na disciplina de matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu desenvolvimento na aprendizagem.

São enfatizadas, mais uma vez, as características das atividades investigativas, que requerem a participação ativa dos alunos, envolvimento primordial para a aprendizagem.

Nas já mencionadas expressões de Wichnoski e Kluber (2015), foi enfatizada que a IM é uma metodologia que se dá por meio de AI. Semelhantemente ao conceito de IM, a revisão de literatura permite encontrar e confrontar perspectivas diversas acerca dos conceitos de AI.

AI trata-se de uma tarefa aberta, ou seja, possui um grau de indeterminação no que é dado, no que é pedido, ou em ambos (PONTE, 2005), possibilitando ao estudante diferentes caminhos para a realização do que lhe é proposto. Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p.2), destacam que a AI é “essencialmente caracterizada por começar com objetivos pouco precisos, que vão sendo progressivamente estruturados”. E, na concepção de Varizo, Magalhães e Rocha (2016, p.3), nas “atividades realizadas no processo de investigação, podemos fazer várias descobertas não pré-determinadas”.

Resumem bem o conceito de AI, as palavras de Ponte e Segurado (1998, p.6) ao enfatizarem que, “de modo geral, as atividades investigativas têm o caráter de problemas abertos e desafiadores em que o aluno exerce suas habilidades de resolução com autonomia, inferindo hipóteses e fazendo conjecturas”.

Ao se tratar de AI, não se pode deixar de levar em conta que para que uma atividade desenvolvida e/ou aplicada seja, de fato, investigativa, ela precisa possuir características e etapas peculiares a esse tipo de metodologia (GIL PEREZ E VALDEZ, 1996; RODRIGUEZ ET AL, 1995; CARVALHO ET AL, 2004).

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.20), investigar envolve quatro momentos, os quais são essenciais para que a IM aconteça, a saber:

O primeiro momento abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.20).

No produto educacional proposto, a AI que o compõe será desenvolvida na perspectiva dos quatro momentos descritos por Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), com adaptação. Tal adaptação se dá no terceiro momento descrito pelos autores. Pela natureza da atividade investigativa proposta, entende-se que não há realização de testes para o refinamento dos resultados. Assim, a AI contemplará três momentos, que seguem:

Primeiro momento: reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões (introdução da tarefa);

Segundo momento: formulação de conjecturas (realização da investigação);

Terceiro momento: argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado (discussão dos resultados).

Além das características destacadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), citadas anteriormente, segundo Ponte (2005), uma mesma tarefa pode apresentar-se como ponto inicial de uma investigação para uma turma de estudantes, mas para outras não. Um dos motivos disso ocorrer é que a AI não depende apenas da atividade em si, mas também do conhecimento prévio da turma. Ainda segundo Skovsmose (2008), ser, ou não, uma investigação é uma propriedade relacional; depende, além da natureza da tarefa, do professor, de como ele faz o convite, e dos estudantes, de quais sejam suas prioridades no momento.

Em vista das diversas características que constituem o caráter das AI, Braumann (2002, p.5) ressalta a sua importância na construção do saber quando diz que

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detetivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Dessa forma, podemos perceber como tarefas de investigação são importantes na aprendizagem matemática.

Utilizando-se de outra analogia, Braumann (2002, p.5) reforça o potencial no EM das AI ao destacar que

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como querer aprender a conduzir um automóvel com um instrutor que apenas nos explica como se conduz e nos deixa olhar para ele enquanto conduz. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender a conduzir, é preciso pegar no volante e conduzir, fazendo erros e aprendendo com eles, de preferência com um instrutor ao lado para nos ajudar.

Outro aspecto a se levar em conta ao se propor AI é o papel do professor, isto é, o docente precisa estar consciente e disposto a assumir uma nova postura em sala de aula. O professor precisa deixar de ser um mero transmissor de conhecimento para ser um mediador do processo de ensino e aprendizagem. Substitui-se a postura afirmativa das informações para a postura interrogativa. Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.52) apresentam como vantagem dessa postura “o fato de ajudar os alunos a compreenderem que o papel principal do professor que é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo”.

O professor assume um papel distante dos “holofotes”, deixando claro que seu papel é de suporte, isto é, o de “procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA; 2009, p.29).

Além da sua atuação durante a realização da AI, o professor possui outro desafio: a elaboração da tarefa de investigação. O docente precisa elaborar questões que desafiem os alunos e cuja solução não seja imediata, dosando o grau de dificuldade da atividade.

Se a questão for considerada por eles como demasiado difícil, é natural que se sintam intimidados e não se disponham a trabalhar nela. Se for por eles considerada como demasiado fácil, é encarada como maçadora e desinteressante. Se o professor der informação a menos, os alunos podem sentir-se —perdidos e sem saber por onde começar. Se der informação a mais, pode proporcionar pistas desnecessárias, que distraem os alunos do que realmente interessa. Se der a informação estritamente necessária, sem qualquer ambiguidade, dá indiretamente pistas para a resolução da tarefa (PONTE; OLIVEIRA; BRUNHEIRA E VARANDAS 1999, p.11).

Tais afirmações destacam bem como é complexa a escolha da situação que comporá a AI. Erros significativos em sua dosagem podem comprometer toda sua aplicação. Para Skovsmose (2000, p.68), cenário para investigação é “um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação”. Ainda de acordo com Skovsmose (2008, p.68), uma forma de contrapor-se ao paradigma do exercício tem a ver com as “referências”. O autor alerta que “[...] a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma resposta correta” (SKOVSMOSE, 2008, p.16). O termo “referências” é utilizado por Skovsmose (2008, p.22) para quando se propõe uma atividade baseada em Cenários para Investigação, desejando que os alunos deem significado para o que querem aprender. “As

referências também incluem os motivos das ações; em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objetivo de uma ação” (SKOVSMOSE, 2008, p.22).

As “referências” segundo Skovsmose (2008, p.16), “são de três tipos diferentes: referência à matemática, referência à semirrealidade e referência à situação da vida real”.

O primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela, no contexto da “matemática pura”.

No segundo, é possível se referir a uma semirrealidade - não se trata de uma realidade que “de fato” observamos, mas uma realidade construída, hipotética. Esse contexto não representa a realidade na qual os estudantes normalmente estão inseridos. Por exemplo, podemos pensar nesse ambiente, como os contextos criados por autores de livros didáticos de matemática, baseados totalmente pela descrição do texto do exercício. Apesar de ser uma realidade construída, ela pode não ser usada apenas como um recurso para a produção de exercícios, e sim, como recurso para elaboração de explorações e explicações, segundo Skovsmose (2000). A AI proposta que compõe o produto educacional, foco dessa dissertação, enquadra-se nesse segundo tipo de referência caracterizada por Skovsmose (2000).

Finalmente, no terceiro, alunos e professores podem trabalhar com tarefas com referências a situações e experiências da vida real dos estudantes.

Agregando significado às questões propostas na AI, no corpo das atividades, são trazidas informações de caráter etimológico, partindo da hipótese de que a etimologia possui o potencial de contribuir para a melhor compreensão dos conceitos matemáticos. Tal potencial é detalhado na seção que segue.

1.2 Etimologia, Atividades Investigativas & o Ensino de Matemática

A busca pelo significado de termos utilizados no dia a dia, bem como sua origem, tem sido alvo comum de diligência por parte dos indivíduos. A busca por esse significado e origem de termos converge bem para o que se propõe os estudos etimológicos, bem como pela perspectiva adotada nesse estudo com características das atividades investigativas, como buscaremos descrever no decorrer da seção. Assim, o interesse pela etimologia tem

se mostrado inerente ao ser humano (MARTINS, 2005). Corroboram com Martins (2005), as palavras de Viaro (2013, p.29):

A consciência etimológica do ser humano é testemunhada, pelo menos, há vinte e cinco séculos. Nos textos sobreviventes de Heráclito de Éfeso (c540-470 a.C.), jogos de palavras apontam para uma Etimologia incipiente. Os seguidores de Heráclito viam o mundo como um movimento perpétuo. Como as semelhanças estariam escondidas, acreditavam que as palavras, após terem sido criadas, sofreram modificações que as tornaram como são hoje[...]etimologias aparecem de forma parcimoniosa em Protágoras 312c, 361d; [...]; República 2:369c; Górgias 493a; [...]

Tais expressões evidenciam o fato de como é antigo o interesse da humanidade pela etimologia, sendo, portanto, algo realmente inerente à humanidade. Nessa mesma vertente, Leibniz⁶ (1646-1716), em sua época, já criticava a falta de atenção dada à educação das crianças quanto ao aprendizado da língua materna quando falava sobre os usos e abusos das palavras:

Com efeito, é tão raro pessoas darem-se ao necessário trabalho para **lograr a compreensão dos termos ou das palavras**, que mais de uma vez me surpreendi com o fato de as crianças aprenderem tão cedo as línguas, e de que as pessoas falam ainda com tanta justeza. Isto, considerando que se dá tão pouca atenção à instrução da criança na sua língua materna, e que os outros se preocupam tão pouco por **adquirir definições nítidas**: tanto mais que as palavras que aprendemos nas escolas pouco têm a ver com as palavras de uso comum. (LEIBNIZ, 2000, p.334) (grifo nosso).

Observa-se que Leibniz (2000) destacava a necessidade da busca pela significação das palavras, a fim de adquirir definições nítidas dos conceitos e termos considerados.

Quem cunhou a palavra etimologia na história foi o bispo Isidoro de Sevilha (c560-636). Em sua obra enciclopédica *Etymologiarvm sive Originvm libri XX* ou simplesmente “Etimologias” ou “Origens” composto por vinte livros, escrita no início do século VII da era cristã, Santo Isidoro de Sevilha como é conhecido atualmente, trata de vários assuntos passando pela Gramática, Matemática, Dialética entre outras (NOBRE, 2005).

Apesar desse interesse antigo da humanidade pelas valiosas contribuições fornecidas pela etimologia, acerca das informações relacionadas ao significado de um termo, proporcionando a sua melhor compreensão, atualmente, são poucos aqueles que intentam esforços e se debruçam sobre a etimologia das palavras. Isso parece estar relacionado à concepção de que o desenvolvimento do conhecimento ligado à educação não precisa deste saber, o que acontece diversas áreas do conhecimento, inclusive na própria Língua Portuguesa, área que costuma primar pelo estudo etimológico de termos (VIARO, 2011;

⁶Gottfried Wilhelm Leibniz foi um filósofo, cientista e matemático. Leibniz foi o precursor de estudos sobre linguagem que, inspirados pelo Método de Descartes (1596-1650), geraram grandes correntes cartesianas, pautadas exclusivamente pela razão.

FELICIANO, 2013).

Confirma tal conjectura o fato de que são bem poucas as obras e trabalhos científicos voltados à etimologia encontrados atualmente. Tal fato é ratificado por Viaro (2011), ao destacar que poucos são os estudos feitos no Brasil e até mesmo fora dele sobre este assunto, pois muitos autores afirmam que não é necessário conhecer o significado da palavra, mas, o seu sentido.

No entanto, em que consiste a etimologia e qual seu objeto de estudo?

A palavra etimologia transliterada do grego para o latim é *etymologia*. De acordo com o Dicionário Latino Vernáculo (LEITE e JORDÃO, 1943), a etimologia é descrita como “a origem da palavra”. Aprofundando o significado da palavra Etimologia, então temos que

A própria etimologia da Etimologia nos indica uma ligação direta com o conceito de verdade tão caro à Psicanálise. Os gregos utilizavam étymos para expressar um de seus conceitos de verdade. Por sua vez, logos significa palavra/fala/discurso. A etimologia é, então, a palavra da verdade. Ela insere, portanto, uma ligação entre palavra e verdade ou entre verdade e palavra. (FERREIRA, 2010 p.18).

Assim, segundo Ferreira (2010), a etimologia promove a obtenção do verdadeiro significado de um termo, elucidando seu real significado. Na concepção de Melo (2015, p.293), “a etimologia é a parte da gramática que estuda a história ou origem das palavras e da justificação do seu significado através da análise dos elementos que a constitui”. Assim, a etimologia “é o estudo da composição dos vocábulo que a formam. As palavras-fontes são chamadas étymos” (MELO, 2015, p.293). Viaro define étymo como a “forma equivalente da mesma palavra, imediatamente anterior numa sincronia pretérita qualquer” (2011, p.99), esta forma, além da palavra, representa os prefixos, sufixos, desinências, raízes e radicais.

A Etimologia enquanto ciência propõe-se a investigar não somente o passado, mas também o presente na chamada etimologia popular uma vez que esta também se interessa pela busca dos diferentes sentidos da língua. Desse modo, pelo seu caráter inerentemente investigativo, o uso da etimologia harmoniza-se bem com as AI.

Ressalta-se aqui, nesse momento, que não é objetivo desse trabalho aprofundar-se nos diversos estudos nos quais a etimologia se debruça, nem discorrer sobre os diversos caminhos percorridos pela imaginação popular, ao atribuir supostos significados dos étymos de algumas palavras, muitos deles recheados de diversão e invencionices. Na con-

cepção desse trabalho, a análise etimológica atua como um aporte para a construção do pensamento e compreensão da linguagem entre os falantes, mais especificamente, da LM.

Quais as contribuições que a etimologia pode fornecer ao EM?

Melo (2015, p.293) destaca que

muitos conceitos matemáticos podem ser aprendidos e compreendidos utilizando a sua própria designação, ou seja, **utilizando o conhecimento etimológico** das palavras que o compõe [...] estudar a etimologia das palavras que são usadas na matemática amplia o entendimento dos conceitos que nelas está intrínseco. A etimologia das palavras e o contexto onde é aplicado auxiliam na formação do conceito (grifo nosso).

Evidencia-se assim que a formação de conceitos matemáticos também está vinculada ao étimo de seus termos. Conhecer a etimologia pode fornecer relações entre as palavras de maneira a tirar da obscuridade um enunciado que a princípio não se compreendia.

A LM possui termos específicos devido à natureza de sua composição. Compreender a LM envolve entender, com o máximo de profundidade possível, os conceitos matemáticos e, nesse sentido, a etimologia cumpre um importante papel, uma vez que ela se propõe a buscar o significado do termo em sua origem, seu *étimo*. Além de produzir maior entendimento dos termos específicos da matemática, a etimologia ainda contribui para contar aspectos da História da Matemática sob a ótica da evolução do ser humano, ou seja, situar a matemática dentro de um contexto histórico.

Assim, inserida no contexto histórico, a etimologia dos termos matemáticos pode ser mais um elemento agregador na prática do docente de matemática. Ressaltando novamente as palavras de Feliciano (2013, p.5), “o estudo da Etimologia dos termos matemáticos nos dará ferramentas para entendermos seus conceitos, teorias, postulados e axiomas”.

O uso etimológico pode trazer excelentes contribuições para diversas áreas do conhecimento matemático (FELICIANO, 2013; MELO, 2015; SANTANA, 2020). No entanto, as palavras de Feliciano (2013) se alinham, especialmente, com a Geometria, por ser esta fundamentada e desenvolvida a partir de conceitos, postulados e axiomas.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.71)

A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e **ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da Matemática**. (grifo nosso).

Nota-se nas expressões de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a associação entre investigação geométrica e aspectos da história e evolução da matemática, o que, por sua vez, na perspectiva adotada nesse estudo, alinha-se à etimologia.

Melo (2015, p.294), chama atenção para a importância imprescindível da etimologia para o entendimento das bases da geometria Euclidiana Plana, ao destacar que munidos dos *étimos*, podemos

[...] esclarecer algumas dúvidas que nos vão surgindo. Dúvidas relativas à adequação dos termos a utilizar em determinado contexto, quer escrito, quer falado. Por vezes ficamos sem saber o que distingue uma *definição* e um *conceito*; ou qual a diferença entre um *axioma* e um *postulado*, ou mesmo entre *proposição*, *lema*, *teorema* e *corolário*; ou na indecisão se devemos dizer, por exemplo, “retas que se intercetam” ou “retas que se intersetam” (grifos do autor).

Assim, considerando a estrutura axiomática da geometria, infere-se que esta tem como alicerce termos de significância epistemológica.

Munindo-se do potencial atribuidor de significados da etimologia, Melo (2015, p.295) explica que “o termo *conceito* deriva da palavra latina “conceptus”, do verbo, “concipere”, que significa “conter completamente, formar dentro de si” (grifos do autor). Desse modo, ““conceito” é “aquilo que a mente concebe ou entende; é uma ideia ou uma noção. Por “definição”, entendemos um enunciado que descreve um conceito”” (MELO, 2015, p.295).

É possível perceber nas palavras de Melo (2015) como a etimologia elucida e organiza o entendimento de termos específicos essenciais para a Geometria Euclidiana Plana. Seguindo o raciocínio trazido pela autora, o conceito está contido na definição, isto é, a definição é a enunciação de um conceito. Seguindo a explorar os *étimos* de termos geométricos, Melo (2015, p.295) acrescenta:

A diferença reside mais na sua origem, uma vez que a palavra *axioma* deriva do grego “*αξιωμα*”, que significa “considerado válido, dogma” e que se diz das verdades gerais que são aceitas sem discussão, ou consideradas evidentes por si próprias, como na filosofia e na matemática. Já a palavra *postulado*, vem do latim, “*postulatus*” e é um princípio básico que é necessário admitir, sem precisar de demonstração. O significado inerente da palavra “*postular*” é “impor, ordenar”. No entanto, alguns autores fazem distinção entre esses dois termos, sendo *axioma* aplicado mais na generalidade e *postulado* aplicado em algo mais específico” (grifos do autor).

Mais uma vez, percebe-se como a etimologia contribui para distinguir bem termos próprios e essenciais para a compreensão de conceitos matemáticos. No que se refere a autores que fazem distinção entre *axioma* e *postulado*, o matemático Euclides de Alexandria (c.325 a.C. - c.265 a.C), é um exemplo deles, na sua famosa obra “Os Elementos”.

Quanto à palavra “proposição”, deriva do latim “propositio, -onis”, formada a partir do verbo “propono” (De acordo com o Dicionário de Latim/Português da Porto Editora, “v. tr. 1. Colocar diante, expor à vista”). Por sua vez, o verbo “propono” é formado pelo prefixo “pro” mais o verbo “pono” («v. tr. 1. Colocar, pôr, dispor», Dicionário de Latim/Português da Porto Editora). Em síntese, o étimo da palavra proposição denota aquilo que tem que ser exposto, ou seja, demonstrado.

Em relação aos termos: proposição, lema, teorema e corolário, Melo (2015, p.296), ressalta que

todos se referem a uma afirmação que pode ser verdadeira ou falsa, suscetível de demonstração. Assim, uma proposição é um conjunto de palavras ou símbolos que expressam um pensamento em sentido completo, que pode ser demonstrado e possui uma demonstração simples. Um lema pode ser considerado como um “pré-teorema”, visto que auxilia na prova de outro teorema maior. O termo lema deriva do grego “*λήμμα*” (lémma), que significa “algo recebido, premissa”, ou seja, é uma ideia que serve de guia. Por sua vez, teorema é uma afirmação que pode ser demonstrada verdadeira através de operações e argumentos matemáticos, tendo também por base os lemas. O teorema é uma afirmação com grande importância. O termo teorema foi introduzido por Euclides de Alexandria na obra “*Os Elementos*”, para significar uma “afirmação que pode ser provada”. [...] a diferença entre lema e teorema é um pouco arbitrária, observando que grandes resultados são por vezes usados na demonstração de outros. Um corolário é uma consequência direta de um teorema, ou de uma definição. Muitas vezes as suas demonstrações são omissas, por serem simples e de dedução direta (grifos do autor).

Os mencionados termos matemáticos são apenas alguns exemplos, dentre tantos outros, cujos significados são tornados mais compreensíveis por meio das contribuições da etimologia.

A próxima seção tratará da noção e do conceito de ângulo, bem como de suas classificações, no âmbito das formalizações da LM, bem como das importantes contribuições trazidas pela etimologia. Esta seção fundamenta os conhecimentos matemáticos que estruturam a AI que compõe o produto educacional.

1.3 Fundamentação Matemática: Ângulos — Conceito & Classificações

Essa seção é relevante nesta dissertação por dois motivos básicos: (1) é a fundamentação teórica para os conhecimentos matemáticos a serem abordados na proposta da AI, âmago desse trabalho; (2) esse aprofundamento teórico é de suma importância para os docentes que atuam ou atuarão no ensino da Geometria, uma vez que possibilita

uma compreensão mais ampla para seu próprio conhecimento e, conseqüentemente, sua atuação profissional.

Nessa seção, no que diz respeito aos conhecimentos específicos do objeto matemático “Ângulos e suas Classificações”, os principais referenciais teóricos adotados são: BARBOSA, 2012; MUNIZ, 2013; FREITAS E BOTELHO, 1974; JUNIOR, 2000.

A Geometria Euclidiana recebe tal designação devido a Euclides de Alexandria que, com seus estudos aprofundados, criou uma das maiores obras primas contemplando Aritmética e Geometria, intitulada “Os Elementos”. Antes de falarmos da obra, foquemos um pouco em Euclides.

Euclides de Alexandria nasceu na Síria e estudou na Academia de Platão, em Atenas. Estudou matemática na Academia de Alexandria, onde se destacou pelo método de ensinar geometria, conhecido como lógico-dedutivo (FERREIRA, 2016)

O método lógico-dedutivo, conforme (CLAPHAM e NICHOLSON, 2009, p.213), expresso no The Concise Oxford Dictionary of Mathematics,

Consiste em uma série de passos lógicos em que a conclusão é derivada diretamente de um grupo de declarações iniciais (premissas). Em matemática, isso inclui o cálculo e a aplicação de teoremas não explicitamente comprovados no decurso do raciocínio, mas que podem ser comprovados separadamente, se necessário. O termo também é usado para se referir ao resultado de tal processo de raciocínio.

Cerca de 300 anos antes de Cristo, Euclides dedicou-se a organizar e ampliar o conhecimento geométrico existente até aquele momento, muitos deles atribuídos a outros geômetras anteriores a ele. Euclides utilizou uma estrutura lógica em que cada resultado era obtido ou deduzido a partir de um pequeno número de premissas --postulados ou axiomas. Tais premissas dispensavam demonstrações, uma vez que eram consideradas evidentes.

Segundo Euclides, os axiomas são verdades inquestionáveis aplicadas a todas as ciências e, por isso, dispensam demonstrações. Já as verdades sobre determinados temas são denominados postulados. Em outras palavras, quando os axiomas passam a ter aplicações específicas em uma determinada área de conhecimento, passam a ser chamados de postulados.

Euclides propôs o método axiomático em sua mencionada obra Os Elementos. Os Elementos é uma obra monumental composta por treze livros sobre Geometria, Teoria dos Números e Álgebra Geométrica. Na obra, não há cálculos nem exemplos. São basi-

camente axiomas, postulados, teoremas e provas. A matemática na obra de Euclides é completamente não aritmética (KATZ, 2009).

Em termos mais detalhados, segundo Notare (2001), o Livro I da coleção Elementos aborda os fundamentos da Geometria Plana, sendo formado por 23 definições, 5 postulados, 5 axiomas e 48 proposições. Como os postulados são axiomas específicos em uma área de conhecimento, agrupando-os, temos 10 axiomas, 23 definições e 48 proposições.

As definições determinam objetos matemáticos. Os axiomas são verdades universais, evidentes por si só. Os postulados são axiomas próprios da matemática, isto é, verdades universais para os conhecedores da LM. As proposições, ou teoremas, são afirmações que não são aceitas como verdade sem que exista uma decorrência direta dos axiomas e postulados.

Os cinco axiomas são:

1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa também são iguais entre si.
2. Se iguais forem adicionados a iguais, os resultados são iguais.
3. Se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados são iguais.
4. Coisas que coincidem uma com a outra são iguais.
5. O todo é maior que qualquer uma de suas partes.

Os cinco postulados são:

1. Existe uma única reta contendo dois pontos dados.
2. Todo segmento de reta pode ser estendido infinitamente em todas as direções.
3. É possível descrever um círculo com qualquer raio e centro.
4. Todos os ângulos retos são iguais entre si.
5. Se uma linha reta, cortando outras duas linhas retas forma, do mesmo lado, os ângulos internos cuja soma seja menor que dois ângulos retos, então essas duas retas, prolongadas indefinidamente, encontrar-se-ão no lado no qual a soma dos ângulos é menor que dois ângulos retos.

Para este trabalho, consideraremos apenas os axiomas e definições relacionados à conceituação de ângulos e suas medições, conhecimento matemático a ser adotado na proposta de AI do produto educacional.

Uma característica inerente das definições é a recorrência. Segundo Gonçalves Junior (2000, p.10): “Toda definição é recorrente, pois uma coisa só pode ser definida

recorrendo-se a uma ou mais coisas anteriormente definidas.” A partir dessa percepção, uma definição só pode ser estruturada a partir de outra pré-existente. No entanto, esse encadeamento leva a um questionamento: quais foram as primeiras definições e, se foram primeiras, como se estruturaram sem a existência de definições anteriores? A resposta a essa indagação só pode ser respondida pelo entendimento do fato de que se faz necessário aceitar conceitos iniciais, os mais simples e, a partir deles, desenvolvermos o nosso estudo (FREITAS E BOTELHO, 1974).

Freitas e Botelho (1974, p.13) realçam essa necessidade de se aceitarem conceitos iniciais não definíveis como base para definição de outros, ao mencionarem que

O ideal na geometria como em qualquer ciência seria definir todos os conceitos de que precisamos por meio de outros já conhecidos. É fácil perceber que se assim quisermos fazer na realidade não poderemos nem começar, pois aí faltariam os conceitos iniciais. Então o que fazemos é aceitar alguns conceitos iniciais, os mais simples e, a partir deles, apoiados desenvolvermos o nosso estudo.

Assim as noções primitivas que dão início à Geometria Euclidiana Plana não são definidas. Segundo Gonçalves Junior (2000) essas noções primitivas podem ser de dois tipos: os objetos não definidos e as relações não definidas.

Exemplos de objetos não definidos são o ponto, a reta e o plano; exemplos de relações não definidas são a pertinência e a continência. Ainda de acordo com Junior (2019, p.9), “as relações existentes entre os objetos são estabelecidos pelas propriedades”, como, por exemplo, “numa reta há infinitos pontos que pertencem a ela.” Esta propriedade estabelece uma relação de pertinência entre o objeto “ponto” e o objeto “reta”.

As noções primitivas são aceitas sem a necessidade de prova, contanto que não haja uma contraprova.

Nesse exemplo, os elementos que se quer definir acabam ficando, na verdade, sem definição. Não se diz, de fato, o que cada um é; afirma-se tão somente que o primeiro é o segundo, que o segundo é o terceiro e que este por sua vez é o primeiro. Há aqui um círculo vicioso. (GONÇALVES JUNIOR, 2000, p.8).

Desse modo, os objetos não definidos “ponto”, “reta” e “plano” são intuitivos e prescindem de definições formais.

Temos a ideia intuitiva do que é um ponto, mas não podemos defini-lo. Conhecemos imagens de um ponto quando, por exemplo, tocamos a ponta do giz no quadro, ou a ponta do lápis no papel, ou observamos uma estrela distante. São apenas imagens de um ponto, pois ele não tem dimensão, logo não pode ser medido; é apenas uma ideia podendo simplesmente ser concebido (FREITAS E BOTELHO, 1974).

Acerca dos mencionados objetos não definidos, o mais relevante, são as suas representações geométricas e espaciais.

Pontos

Representações:

Notação - são designados por letras latinas maiúsculas: A, B, C, D,...,Z.

Representação Gráfica:

Figura 1 - Ponto



Fonte: o autor (2022)

Observação: o conjunto de todos os pontos é o espaço.

Reta

É um conceito primitivo, não se define. De acordo com Freitas e Botelho (1974, p.09), “imagens que podemos ter de uma reta é por exemplo, um raio de luz, um fio bem esticado, etc. A reta é apenas uma ideia e a concebemos como sendo ilimitada”.

Representações:

Notação - Para as retas, utilizam-se as letras latinas minúsculas: a, b, c, d,..., z.

Representação Gráfica:

Figura 2 - Reta



Fonte: o autor (2022)

Plano

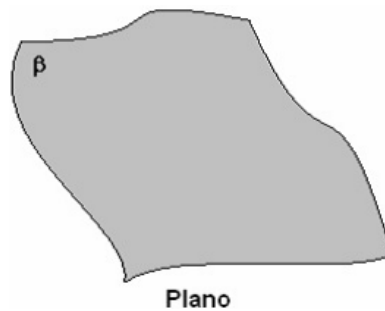
Também é um conceito primitivo, logo não se define. Segundo Freitas e Botelho (1974, p.10), “imagens que podemos ter de um plano é por exemplo a superfície de um lago com águas paradas. O plano é uma ideia e o concebemos como ilimitado em todos os sentidos”.

Representações:

Notação - os planos são designados pelas letras minúsculas gregas: $\alpha, \beta, \dots, \omega$.

Representação Gráfica:

Figura 3 - Plano



Fonte: o autor (2022)

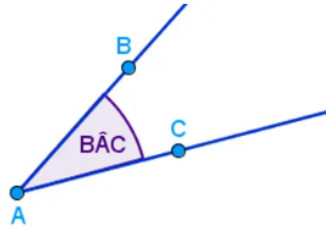
Definições e notações de Segmento de Reta, Semirreta e Reta:

Dados dois pontos distintos A e B sobre uma reta r , o segmento AB é a porção da reta r com extremidades em A e B. Escrevemos \overline{AB} para denotar o comprimento do segmento AB . Usamos \overrightarrow{AB} para a semirreta de origem em A passando por B e \overleftrightarrow{AB} para a reta que passa pelos pontos A e B.

Definição 1.3.1

Um ângulo é a união de duas semirretas que têm a mesma origem. Se um ângulo é formado pelas semirretas \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} , então essas semirretas são chamadas de **lados** do ângulo, e o ponto A é chamado de **vértice** do ângulo.

Figura 4 - Ângulo formado pelas semirretas \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC}



Fonte: SILVA. 2 ilustração. Disponível em:

<https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-angulo.htm>. Acesso em: 04 mar.2022.

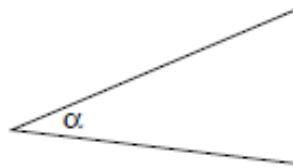
Notação: $B\hat{A}C$ ou $C\hat{A}B$ significa o ângulo formado pelas semirretas \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} com vértice em A. Também pode ser denotado por \widehat{BAC} ou \widehat{CAB} .

Quando não houver dúvidas com respeito às semirretas, por simplicidade, um ângulo pode ser representado somente pelo seu vértice, ou seja, o ângulo \widehat{BAC} pode ser denotado simplesmente por \hat{A} .

Denotamos um ângulo de lados \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} escrevendo $\angle BAC$.

Em algumas ocasiões, é comum utilizar letras minúsculas do alfabeto grego para representar um ângulo. Neste caso, é usual escrever a letra que designa o ângulo próximo do vértice e entre as duas semi-retas.

Figura 5 - Ângulo α



Fonte: o autor (2022)

A definição 1.3.1, traz o conhecimento matemático cerne a ser adotado na AI que compõe o produto educacional dissertado nesse trabalho (definição de ângulo).

No que tange à mencionada definição de ângulo a partir de seus elementos (lados e vértice), a etimologia tem muito a contribuir para a percepção deles, bem como de sua assimilação com maior facilidade.

Do Dictionnaire Étymologique et Historique de Langue Française (Dicionário Etimológico e Histórico da Língua Francesa)(1996, p.33), temos: ângulo (XII séc.), do latim *angulus*, “canto, ângulo”, inicialmente com o sentido de “canto”, depois como termo de geometria.

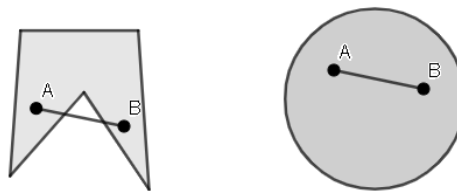
Compreende-se, assim, que a palavra ângulo advinda do latim denota a ideia de “esquina, canto ou dobra”, o que corresponde, em LM, ao que é definido como vértice ou origem das semirretas (lados do ângulo).

Ainda, segundo o *The Words of Mathematics (As Palavras da Matemática)*, de Steven Schwartzman (1994, p.24): *Ângulo* (substantivo), *angular* (adjetivo): do latim *angulus*, “canto, ângulo”. Em latim, *-ulus* é uma terminação diminutiva, de modo que *ângulo* significa, literalmente, “uma pequena dobra”. Em matemática, um ângulo mede quanto uma reta (que é um lado do ângulo) “dobra” ou se volta para a posição de outra reta (o outro lado do ângulo).

Definição 1.3.2

Uma região R do plano é **convexa** quando, para todos os pontos $A, B \in R$, tivermos $AB \subset R$. Caso contrário, dizemos que R é uma região **não-convexa**.

Figura 6 - Região não convexa (esq.) e convexa (dir.)



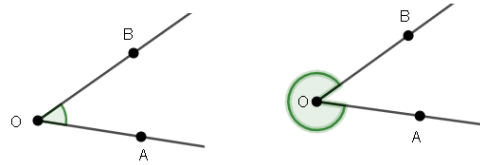
Fonte: o autor (2022)

De acordo com a definição acima, para uma região R ser não convexa basta que existam pontos $A, B \in R$ tais que pelo menos um ponto do segmento AB não pertença a R .

Definição 1.3.3

Dadas, no plano, duas semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , uma **região angular** de vértice O e lados \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} é uma das regiões do plano limitadas pelas semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .

Figura 7 - Regiões angulares no plano



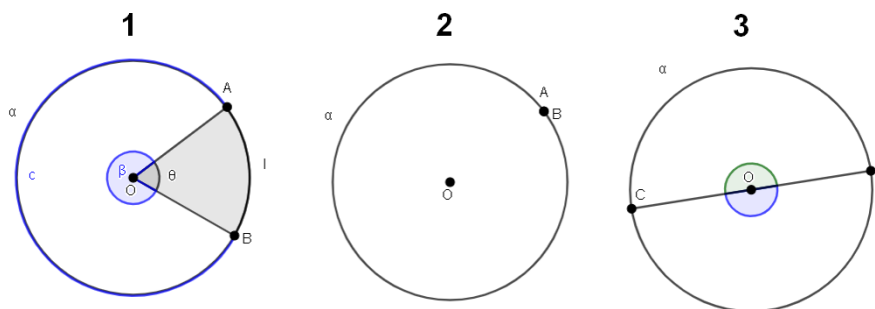
Fonte: o autor (2022)

Um ângulo pode ser convexo ou não convexo. Na Figura 7, o ângulo da esquerda é convexo, ao passo que o da direita é não convexo ou côncavo. Por ser um ângulo não convexo, no ângulo côncavo, se for traçado pelo menos um segmento de reta, entre dois pontos internos desse ângulo, esse segmento vai atravessar o lado externo. O contexto é que evidencia se a referência é ao ângulo côncavo ou convexo.

Para associar a todo ângulo uma medida da região do plano que ele ocupa, iniciaremos definindo **arco de uma circunferência**.

Dados dois pontos distintos A e B sobre um círculo, este fica dividido em duas partes. Cada uma destas partes que incluem A e B chamada de arco do círculo e é indicada por \widehat{AB} . A reta que passa por A e B divide o plano em dois semi-planos. Se o segmento AB não é um diâmetro, o arco que fica no mesmo semiplano que contém o centro do círculo é chamado de arco maior e o que fica no outro semi-plano é chamado de arco menor. Se os pontos coincidem, isto é, $A = B$, então um dos arcos determinados é arco nulo, e o outro o círculo inteiro, ou arco de uma volta. Se o segmento de reta AB é um diâmetro então os arcos determinados são dois semicírculos. Essas três condições podem ser visualizadas, respectivamente, nas imagens 1, 2 e 3 contidas na figura 8.

Figura 8 - Arcos de uma Circunferência

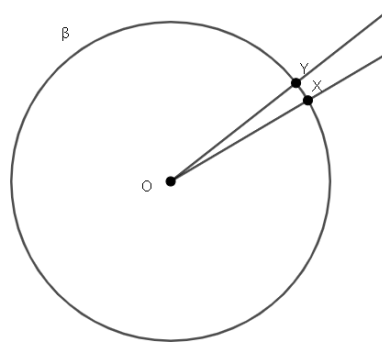


Fonte: o autor (2022)

A medida em graus de um ângulo é obtida dividindo um círculo β de centro O em 360 arcos iguais. Tomemos pontos X e Y extremos de um desses 360 arcos iguais. Dizemos, por exemplo, que a medida do ângulo convexo $\angle XOY$ é de 1 **grau**⁷, denotado 1° e, escrevemos:

$$\widehat{XOY} = 1^\circ.$$

Figura 9 - Grau como unidade de medida de ângulo



Fonte: o autor (2022)

No que diz respeito à medida em graus, os ângulos **côncavos** têm medidas maiores que 180° e menores que 360° e os **convexos** têm medidas maiores que 0° e menores que 180° .

Considerando-se a contribuição da etimologia, a palavra grau vem do latim, da expressão *gradus*, que significa passo, marcha, percorrer uma distância em trechos, dividir em partes etc (Dicionário Etimológico Online, 2008-2022), significados que alinham-se com definição dada para graus, haja vista que o grau foi associado a cada uma das 360 partes em que a circunferência foi dividida.

A divisão em 360 partes de uma circunferência foi influenciada pela matemática da Babilônia, que utilizava a base hexadecimal (base 60) para realizar agrupamento em contagens, Hiparco de Niceia, considerado pelos gregos o pai da astronomia, no século II a.C., fez a primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais com o objetivo de medir os ângulos (VIOLATTI, 2013; O'CONNOR, J; ROBERTSON, E, 1999). A cada

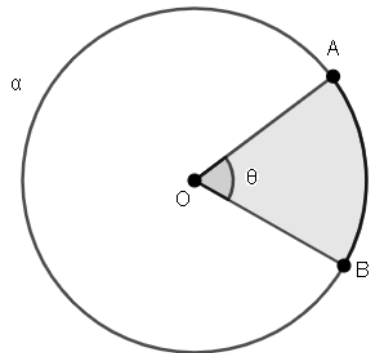
⁷Embora sejam usadas diferentes unidades para medir ângulos além do grau, tal como, o radiano, considerou-se para esse trabalho apenas a unidade de medida graus, por ser ela a mais usual em nosso cotidiano e porque será a medida utilizada no produto educacional.

uma dessas 360 partes em que a circunferência foi dividida, associamos um ângulo cuja medida é chamada de 1 grau. Assim, um grau é uma unidade de medida de um giro que corresponde à volta completa em uma circunferência dividida por 360.

Na representação da Figura 9, pode-se questionar: como podemos garantir que a medida do grau não dependerá do tamanho do raio do círculo escolhido? Em outras palavras, como podemos garantir se, dividindo outro círculo λ , de centro O , em 360 partes iguais, obteremos um ângulo $\angle X'OY'$ o qual podemos dizer que também mede 1° ? Para responder esse questionamento definiremos **medida angular de um arco**.

Dados dois pontos A e B sobre um círculo α de centro em O então o ângulo $A\hat{O}B$ é definido como **ângulo central** do círculo α . Dizemos também que o arco menor \widehat{AB} subtende o ângulo central $A\hat{O}B$ e definimos a medida angular do arco \widehat{AB} como sendo a medida do ângulo central $A\hat{O}B$. Deve ficar claro que esta é uma medida angular, que é diferente da medida, ou **comprimento**⁸, desse arco.

Figura 10 - Medida angular de arco e ângulo central



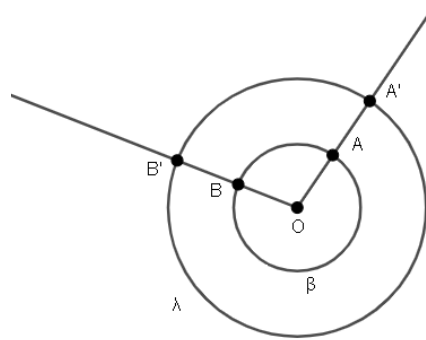
Fonte: o autor (2022)

Como ilustrado na Figura 10, a medida angular do arco \widehat{AB} é θ e a medida do comprimento deste arco é l .

Consideremos a Figura 11. Nela, há dois círculos concêntricos β e λ de mesmo centro O , e dois pontos A e $B \in \beta$. Sejam A' e B' os pontos de interseção das semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} com λ .

⁸Intuitivamente, entenderemos como comprimento do arco AB , o comprimento do segmento que seria obtido se pudéssemos “esticar”, ou retificar, o arco AB .

Figura 11 - Representação da definição de ângulo



Fonte: o autor (2022)

Assumimos como axioma que a fração de β que a medida do arco menor \widehat{AB} representa é igual à fração de λ que a medida do arco menor $\widehat{A'B'}$ representa.

Assim, considerando a Figura 11, é óbvio que os arcos \widehat{AB} e $\widehat{A'B'}$ têm a mesma medida angular, pois subtendem os mesmos ângulos centrais. Entretanto, têm comprimentos diferentes.

Com o objetivo de introduzir outra unidade de medida para ângulos, e consequentemente para arcos, façamos algumas considerações:

Utilizar um resultado da Geometria Plana que enuncia: “Dois arcos de círculos são semelhantes se subtendem um mesmo ângulo central e a razão de semelhança é a razão entre os raios”.

Considerando que os círculos concêntricos β e λ , tenham raios respectivamente iguais a r e r' e que sejam s e s' os respectivos comprimentos dos seus arcos, \widehat{AB} e $\widehat{A'B'}$, temos que $\frac{s}{r} = \frac{s'}{r'}$.

Observemos que a razão entre o comprimento dos arcos e os raios é constante. Assim, podemos relacionar essa constante a uma nova medida para ângulos. Para isso, consideremos o ângulo central \widehat{AOB} para o círculo β de raio r que subtende o arco \widehat{AB} de comprimento s . Definimos a medida em radianos do ângulo \widehat{AOB} como sendo a razão entre o comprimento s do arco \widehat{AB} e seu raio r .

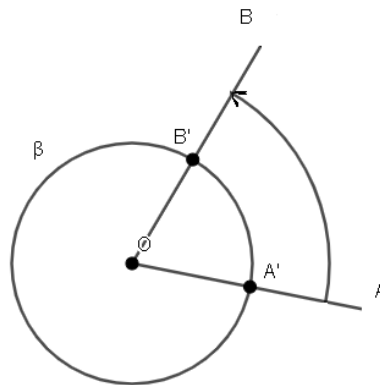
$$\widehat{AOB} = \frac{s}{r} \text{ radianos}$$

Analogamente, a medida em radiano do arco \widehat{AB} é a medida em radiano do correspondente ângulo central. Usa-se abreviadamente os termos rad, rd para exprimir o radiano.

Portanto, se, na definição de grau, tivéssemos tomado um círculo λ , de raio diferente do raio de β mas com mesmo centro O , teríamos um mesmo ângulo representando a medida de 1° .

A partir da definição de grau, é imediato que um círculo completo corresponde a 360° . Por outro lado, dado um ângulo $\angle AOB$, permanece a pergunta de como se pode medi-lo. A resposta pode ser obtida fazendo a seguinte construção: traça-se um círculo qualquer β , de centro O , e marca-se os pontos A' e B' em que β intercepta os lados \vec{OA} e \vec{OB} de $\angle AOB$ (Figura 12). Em seguida, vê-se qual fração do comprimento total de β $\widehat{A'B'}$ representa. A medida \widehat{AOB} do ângulo $\angle AOB$ será essa fração de 360° , de acordo com a mencionada relação $\widehat{AOB} = \frac{s}{r}$ radianos.

Figura 12 - Medindo o ângulo $\angle AOB$



Fonte: o autor (2022)

Por exemplo, se o comprimento do arco $\widehat{A'B'}$ for $\frac{1}{6}$ do comprimento total de β , então a medida de $\angle AOB$ será

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{6} \cdot 360^\circ = 60^\circ$$

Postulado 1.3.4 (Postulado da Medida de Ângulos)

A todo ângulo corresponde um único número real maior ou igual a zero. Este número é zero se e somente se os lados do ângulo coincidem.

Definição 1.3.5

a) O número correspondente ao postulado anterior é chamado **medida de ângulo** e é denotado por $m\widehat{BAC}$.

b) Os ângulos que possuem a mesma medida são denominados de **ângulos congruentes**.

Definição 1.3.6

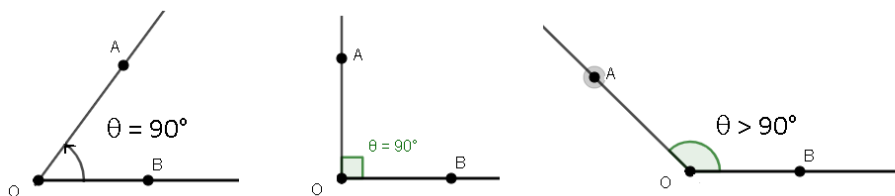
Um ângulo cuja medida é 90° é chamado ângulo **reto**. Se duas retas se intersectam formando um ângulo reto, dizemos que as retas são perpendiculares. Se a soma das medidas de dois ângulos é 90° , dizemos que os ângulos são complementares.

Definição 1.3.7

Um ângulo é **agudo** se mede menos de 90° e é **obtuso** se mede mais de 90° .

Quando se escreve $\angle AOB$, a referência é, a menos que se diga o contrário, ao ângulo convexo $\angle AOB$, isto é, ao $\angle AOB$ tal que $0^\circ < \hat{A}OB \leq 180^\circ$. Diremos (Figura 11) que um ângulo $\angle AOB$ é **agudo** quando $0^\circ < \hat{A}OB < 90^\circ$, **reto** quando $\hat{A}OB = 90^\circ$ e **obtuso** quando $90^\circ < \hat{A}OB < 180^\circ$.

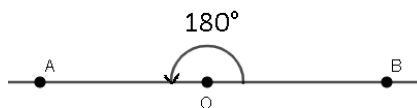
Figura 13 - Ângulos: Classificações



Fonte: o autor (2022)

Se tivermos um ângulo $\angle AOB$ tal que \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} sejam semirretas opostas, isto é, A, O e B estejam sobre uma mesma reta, com $O \in AB$, então $\hat{A}OB = 180^\circ$. Este ângulo costuma ser chamado de **meia volta ou raso**.

Figura 14 - Ângulo de 180°



Fonte: o autor (2022)

Em relação aos termos adotados para classificar os ângulos conforme as suas medidas, a saber, *agudo*, *reto*, *obtusos* e *raso*, quando analisados com o viés etimológico, adquirem um rico significado, capaz de ajudar os aprendizes a compreenderem com mais facilidade tais classificações. Vejamos evidências disso a seguir.

A palavra “*agudo*” vem do latim *acutus*, que tem a ideia de *pontudo*, *afiado*, *fino*, *penetrante* (Dicionário Etimológico Online, 2008-2022). No entanto, alguns talvez se perguntem: “Qual a contribuição que a etimologia do termo *agudo* traz para o entendimento do significado matemático dele na classificação da medida de um ângulo”?

Há uma lógica muito interessante trazida pela etimologia da palavra *agudo* para a compreensão do seu significado no contexto da LM. Visto que os ângulos agudos são menores que 90° e, quanto menor o ângulo, mais fechado ele fica, isto é, menor fica a amplitude de sua região, isso faz com que sua estrutura assuma um aspecto de “mais fina”, “pontiaguda” (*agudo*). (Ver imagens na AI, no apêndice desse trabalho).

Outro aspecto que fortalece o entendimento de que um ângulo é dito *agudo* quando sua medida é menor que 90° e maior que 0° , são as relações de significado existentes entre diferentes termos em latim. No caso aqui em questão, da palavra “*agudo*”, do latim **acutus** que já vimos significar *pontudo*, *afiado*, *fino*, *penetrante*, deriva a palavra **acus**, significando “agulha, alfinete” (Dicionário Etimológico Online, 2008-2022).

Qual a relação semântica entre os dois termos? Ambos denotam algo fino, pontudo. Relacionar essa característica com o fato de os ângulos agudos serem mais fechados e, conseqüentemente, apresentarem um aspecto “pontudo”, tem o potencial de auxiliar o discente a visualizar seu significado.

E quanto ao termo *obtusos*? Vamos refletir sobre seu significado. A palavra “*obtusos*” vem do latim **obtusus**, denotando a ideia de “espesso, grosseiro, sem fio”, particípio passado de *obtundere*, “bater algo contra”, formado por *ob-*, “à frente”, mais *tundere*, “golpear, bater”. Significa “batido até o ponto de ser chato”. (SCHWARTZMAN, 1994 p.148).

Nota-se que **a palavra obtusos possui significado oposto à palavra agudo**. Enquanto *agudo* denota algo fino, pontiagudo, a palavra *obtusos* refere-se a algo não afiado, espesso, sem ponta, como se tivesse sido batido e, conseqüentemente, alargado.

Qual a contribuição da análise etimológica do termo *obtusos* para o entendimento do significado matemático dele na classificação da medida de um ângulo”? Os ângulos

obtusos são maiores que 90° e menores que 180° e, quanto maior a abertura do ângulo, maior é a amplitude da sua região, o que confere à sua estrutura um aspecto pouco pontiagudo. Conseqüentemente, seu aspecto assemelha-se a uma ponta larga e não pontiaguda ou, em outras palavras, espessa, “chata”.

Quanto ao ângulo *raso ou de meia-volta*? A palavra “raso” vem do latim *rasus* e dá ideia de “*alisado, raspado, rasteiro, rente, baixo, plano*” (Dicionário Online Informal, 2008). Semanticamente, os significados expressos por tais termos associam-se bem ao termo *raso* em LM. Uma vez que o ângulo raso possui 180° , seus lados (semirretas) partem do mesmo ponto (vértice) e estão em uma mesma reta suporte, mas em sentidos contrários, isto é, são semirretas colineares opostas. Em consequência disso, o ângulo fica sem “ponta”, plano.

Infere-se, assim, como a abordagem etimológica contribui para agregar significado aos termos relacionados aos ângulos, desde a sua definição até suas classificações e, conseqüentemente, uma melhor compreensão dos estudantes.

Os axiomas, definições e postulados referentes aos ângulos, neste capítulo apresentados, bem como os termos etimológicos relacionados, estruturam as questões propostas na AI, que serão descritas no terceiro capítulo deste trabalho.

2 CARACTERIZAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O educador libertador tem de criar criando, [...] aprendendo os limites muito concretos de sua ação, esclarecendo-se sobre as possibilidades, não muito aquém nem muito além de nossos limites do medo necessário.

(FREIRE; SHOR, 1986, p.209)

Conforme explicitado na introdução, este capítulo é dedicado à caracterização do produto educacional . Na primeira seção, é explicitada a estrutura da AI⁹, com suas etapas e objetivos. Na seção seguinte, são detalhados o ambiente e os perfis das turmas (sujeitos da pesquisa) nas quais o produto educacional foi aplicado. E, na terceira seção, é detalhada como se deu a realização da atividade junto aos discentes.

Segundo regimento do PROFMAT, esse PE pode ser:

[...] patente, registros de propriedade intelectual, projetos técnicos, publicações tecnológicas; desenvolvimento de aplicativos, de **materiais didáticos** e instrucionais e de produtos, processos e técnicas; produção de programas de mídia, editoria, relatórios finais de pesquisa, softwares, projeto de aplicação ou adequação tecnológica, protótipos para desenvolvimento ou produção de instrumentos, equipamentos e kits, projetos de inovação tecnológica, sem prejuízo de outros formatos, **de acordo com temas específicos pertinentes ao currículo de Matemática da Educação Básica e impacto na prática didática em sala de aula** (grifo nosso).(SBM, 2021).

O PE desenvolvido é um material didático de caráter investigativo associado ao uso da Etimologia no ensino da Geometria Euclidiana Plana, mais especificamente, ao ensino de ângulos, para alunos do 6^o ano do Ensino Fundamental.

Conforme já destacado na introdução desse trabalho, o objeto de conhecimento “ângulo: noção, usos e medida” consta na Unidade Temática “Grandezas e Medidas”,

⁹A atividade Investigativa, na íntegra, encontra-se no apêndice desse trabalho

conforme estrutura curricular da BNCC. Entre as habilidades elencadas pela BNCC para o estudo do mencionado objeto de conhecimento, a AI que compõe o produto educacional, proporciona aos discentes as seguintes:

EF06MA25: Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

EF06MA26: Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

Segue a estrutura da AI com suas particularidades e objetivos específicos.

2.1 Estrutura da Atividade Investigativa — Seções & Objetivos

Elaborar um material didático, independente da perspectiva metodológica, requer um pensar e um repensar docente, visando a melhor maneira de proporcionar o ensino e aprendizagem das habilidades e objetos de conhecimento a que o material se propõe. Assim, no momento que o professor decide trabalhar com atividades de investigação matemática na sala de aula, alguns questionamentos são enriquecedores, tais como: de que maneira organizar o trabalho? Que etapas percorrer? O que se pode esperar do desempenho dos alunos? Qual pode ser o papel do professor? (PONTE, 2003).

Levando em conta essas questões norteadoras, em termos estruturais, a AI que compõe o PE é organizada em 3 (três) etapas: (1) situação-problema; (2) levantando informações; (3) olhando por outro ângulo.

A primeira etapa consiste em uma situação problema proposta, tendo como contexto os escorregadores, muito comuns em parque de diversões. O convite aos estudantes para imergirem na situação proposta, se dá com as seguintes palavras: **“Você gosta de parques de diversões? Gosta de escorregar nas rampas e descer pelos tobogãs?”**.

Tais perguntas foram escolhidas por se considerar que possuem potencial de motivar os discentes a aceitarem o convite e se engajarem na participação da AI. O modo como o convite é feito aos estudantes pode influenciar sobremaneira o modo como o aceitarão. “O cenário somente torna-se um cenário para investigação se os alunos aceitam o convite” (SKOVSMOSE, 2000, p. 73). Em relação a esse convite, Skovsmose (2000,

p.73) destaca que “ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional”, isto é, depende da interação entre quem convida, nesse contexto, o professor e aquele(s) que é/são convidado(s) — os estudantes, bem como da natureza da tarefa.

Em consequência disso, apenas na implementação da AI é que se pode perceber se os alunos se dedicarão a investigar, interessando-se pela atividade. A incerteza e a imprevisibilidade da ação são aspectos presentes em um trabalho de caráter investigativo, conferindo ao docente, nessa prática pedagógica, uma zona de risco (PENTEADO, 2001).

Na mencionada situação problema que inicia a AI, âmago desse trabalho, duas personagens compõem a situação: Júlio, um menino que gosta muito de escorregadores e seu pai, Pedro. Júlio pede a seu pai que construa um escorregador para pôr no quintal de casa. Atendendo ao pedido do filho, Pedro constrói o almejado escorregador. No entanto, ao utilizar o escorregador, o corpo de Júlio deslizou rápido demais e ele acabou se machucando ao tocar o chão.

A proposição da situação problema contida nessa primeira etapa constitui o primeiro momento essencial para que a Investigação Matemática (IM?) aconteça, a saber, “o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões” (PONTE, BROCADO E OLIVEIRA, 2013, p. 20).

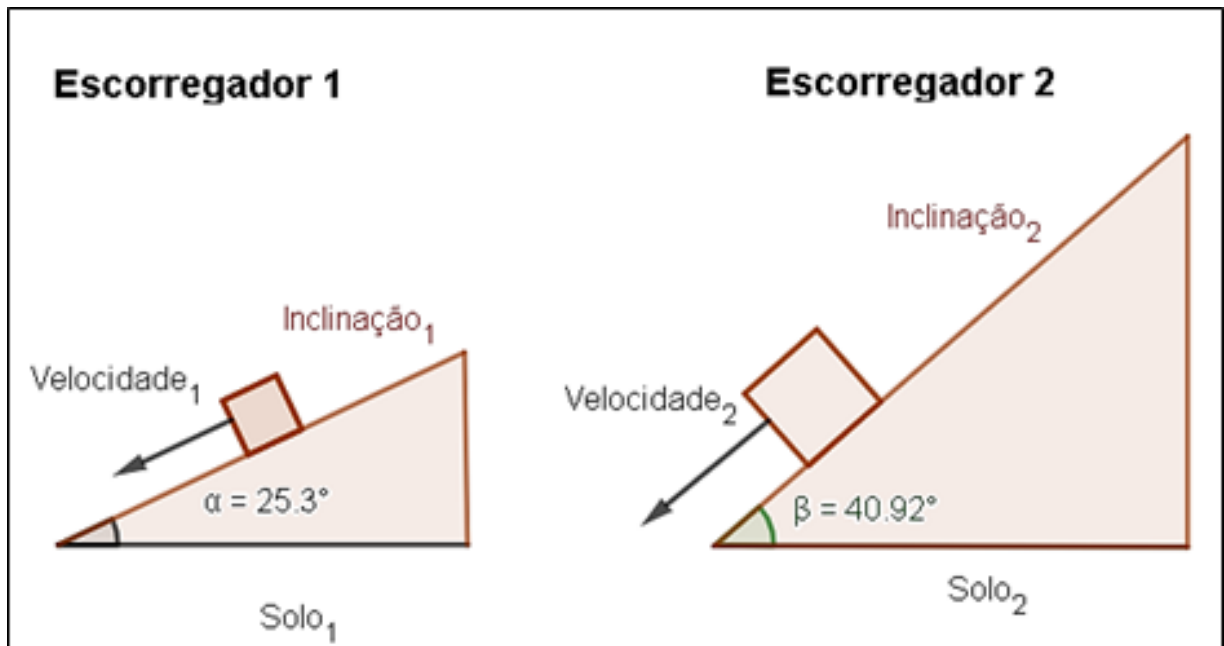
Em seguida, os discentes são instigados a analisar as seguintes questões: **“Você consegue ajudá-los a resolver essa situação? Por que será que o corpo de Júlio deslizou mais rápido que nos escorregadores em geral, chegando a machucá-lo? O que pode ser feito para resolver a situação?”**. Alguns autores como, Gil Perez e Valdez (1996), Porto, et al (2009) e Carvalho et al (2004), afirmam que as atividades investigativas devem propor situações problemas, de preferência em forma de pergunta, que aguce a curiosidade do aluno.

O objetivo dessa situação problema é proporcionar que os estudantes percebam, de forma intuitiva, que a inclinação da rampa ¹⁰é que determina a velocidade do escorregamento do corpo e que, portanto, a inclinação da rampa de Júlio precisa ser diminuída para que seu corpo venha a escorregar com menor velocidade. Além disso, que depreendam também que a inclinação é determinada pela região entre a rampa e a superfície do solo (considerada como horizontal), na qual é determinada um ângulo. Quanto maior a

¹⁰Um Plano inclinado (rampa) é qualquer superfície que faça um ângulo, diferente de zero, com a horizontal, formando uma figura geométrica triangular. A Dinâmica, ramo da Mecânica, na Física, estuda o movimento de corpos em planos inclinados.

inclinação, maior o ângulo, conforme pode ser visualizado na Figura 15.

Figura 15 - Escorregadores: Ângulos e Inclinações



Fonte: o autor (2022)

Na segunda etapa, inicia-se uma discussão/argumentação acerca da noção de ângulo, explorando o conhecimento prévio dos estudantes, suas opiniões, seus interesses e conclusões, uma vez que os estudantes chegam à escola com muitas experiências matemáticas já realizadas ainda que modo informal (NASCIMENTO, 2007; PEREIRA, M; SARAIVA, M.J, 2005). Tal exploração deve ser possibilitada pelo professor, ao desenvolver a prática investigativa.

Essa etapa da exploração dos conhecimentos trazidos pelos discentes não deve ser desconsiderada, uma vez que, conforme destacado por Ponte (2005), uma mesma tarefa pode se apresentar como ponto inicial de investigação para uma turma de estudantes e não o ser para outra, pois a propriedade de ser ou não uma tarefa investigativa, não depende apenas da tarefa em si, mas do conhecimento prévio da turma.

Como a AI desenvolvida para o produto educacional foi aplicada em três turmas diferentes do 6º ano, a exploração do conhecimento prévio trazidos pelos discentes se configuraria em uma etapa mister dessa prática pedagógica, visto que possibilitaria perceber se a tarefa proposta se configuraria, de fato como ponto de investigação. A exploração do conhecimento prévio dos estudantes acerca da noção de ângulo, na AI, se deu por meio de indagações estruturadas com expressões planejadas para extrair aspectos específicos.

Algumas dessas expressões foram: “Já ouviu falar”? “Onde”? “O que é”? “Como você explicaria”? “Represente”. “Identifique”.

Essa fase contempla o segundo momento de uma IM que, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.20), envolve “o processo de formulação de conjecturas”.

Essa etapa explora, ainda, a compreensão visual dos discentes acerca da existência ou não de ângulos em imagens propostas, cujo objetivo é verificar se eles têm uma noção de um ângulo a partir dos elementos que os compõe (ver item quatro da AI no apêndice desse trabalho).

A compreensão visual cumpre significativo papel na aprendizagem matemática. Nessa direção, Zimmermann e Cunnigham (1991, p.3) destacam que a visualização matemática é,

[...] a capacidade do aluno para desenhar (formular) um diagrama [...] apropriado (com lápis e papel, ou em alguns casos, com um computador) para representar um conceito matemático ou problema e usar esse diagrama como auxílio na resolução de problemas, alcançando a compreensão (da Matemática). Em matemática, a visualização não é um fim em si mesmo, mas um meio para um fim, que é a compreensão.

Entende-se que o autor considera a visualização como um meio para se estabelecer novas relações com os objetos matemáticos, alcançando a compreensão dos conceitos relacionados.

Ainda para Guzmán (1996, apud FLORES et al., 2012, p.34), a “visualização em matemática constitui um aspecto importante da atividade matemática onde se atua sobre possíveis representações concretas enquanto se descobrem as relações abstratas que interessam ao matemático”.

Quanto à terceira e última etapa, a mais densa, nela predominam: as etimologias dos termos relacionados aos ângulos, contemplando o termo cerne “ângulo”; a origem de sua forma de medição e sua unidade padrão de medida, a saber, o grau; e, os termos relacionados à classificação dos ângulos segundo as suas medidas.

A fim de conferir à atividade um aspecto lúdico, nessa seção, uma nova personagem chamada Henrique é apresentada. É Henrique que aparece, ao longo da seção, trazendo, em tom de bate papo, as especificidades relacionados aos *étimos* dos termos relacionados aos ângulos.

Os discentes são estimulados a irem relacionando os significados trazidos pelos termos etimológicos aos elementos relacionados aos ângulos, segundo a LM.

Em termos de ações, os discentes são exortados a: (1) analisarem novamente as imagens analisadas na etapa anterior, a fim de verificar se houve mudanças em sua forma de identificar os ângulos; (2) realizarem pesquisa no Livro Didático acerca da definição de ângulo; (3) representarem um ângulo e seus elementos; (4) separarem ângulos em grupos de acordo com suas medidas pela análise visual de suas aberturas com o objetivo de começarem a ter o entendimento de que os ângulos podem ser classificados/agrupados de acordo com suas medidas, o que será formalizado posteriormente.

Essa etapa alinha-se com as concepções de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p.20) para esse trabalho como terceiro momento da IM, “a argumentação, a demonstração e avaliação do trabalho realizado”.

Nessa etapa, as informações etimológicas são trazidas por intermédio de uma personagem, o jovem Henrique.

2.2 Contexto Perfil Discente — Sujeitos da Pesquisa

A atividade foi aplicada em 2021, ano em que o ensino foi fortemente alterado em decorrência da pandemia do novo Coronavírus (COVID-19), tendo em vista a Declaração de Emergência em Saúde Pública, de importância Internacional, emitida pela Organização Mundial de Saúde (OMS), em 11 de março de 2020.

A Instrução Normativa nº 03/2021 (REFERÊNCIA) estabeleceu as diretrizes para o desenvolvimento das Atividades Curriculares Complementares a serem realizadas no âmbito das Unidades Escolares da Rede Pública Estadual de Ensino da Educação Básica, em todas as ofertas e modalidades, no contexto do Continuum Curricular 2020/2021.

A partir da mencionada Instrução Normativa, estabeleceu-se o Protocolo da Educação para o ano letivo 2020/2021. Entre as quatro diretrizes gerais apresentadas no Protocolo, que fundamentou a retomada das atividades letivas em 2021, a que detalhou a adoção do continuum curricular determinou:

O ano letivo de 2021 associará o percurso curricular programado para dois anos letivos, 2020 e 2021, de forma gradativa. Neste formato, os planos de ensino são organizados a partir das aprendizagens essenciais não construídas ou não consolidadas em 2020, com transição gradual para o currículo de 2021, com avaliações contínuas e apoio pedagógico.(REFERÊNCIA)

Assim, os docentes passaram a assumir a responsabilidade de elencar quais objetos de conhecimento eram essenciais para que pudessem compor o plano de curso para o

continuum curricular.

Na seção que estruturou quais seriam as fases que comporiam o ano continuum, bem como o modo como se dariam as transições de tais fases, o protocolo estabeleceu que o ano letivo seria organizado em 4 fases: (1) Planejamento; (2) Retorno remoto; (3) Retorno híbrido; e (4) Retorno presencial. Tais fases não possuíam data específica para ocorrerem. As transições seriam condicionadas aos números da pandemia da covid-19.

O ano 2020/2021 foi estruturado em seis unidades letivas, conforme calendário divulgado pela Secretaria de Educação do Estado da Bahia. Segue estrutura das Unidades Letivas:

I Unidade: 15.03.2021 a 30.04.2021;

II Unidade: 03.05.2021 a 19.05.2021;

III Unidade: 21.06.2021 a 07.08.2021;

IV Unidade: 09.08.2021 a 25.09.2021;

V Unidade: 27.09.2021 a 13.11.2021;

VI Unidade: 16.11.2021 a 28.12.2021.

A AI foi aplicada aos estudantes na segunda quinzena de novembro, período correspondente à sexta unidade letiva. Nesse período, as aulas já ocorriam na modalidade presencial, última fase de transição preconizada pelo protocolo.

As três turmas do 6^o ano (A, B e C) nas quais a atividade foi aplicada, eram do turno vespertino, todas regidas por mim. A decisão pela aplicação da AI nas três turmas se deu pelo fato de que a atividade passou a integrar o sistema de avaliações da unidade letiva, uma vez que as unidades tinham poucos dias letivos. Cada turma tinha, oficialmente, 40 alunos matriculados. No entanto, alguns estudantes evadiram e outros não tinham frequência regular.

De modo geral, os discentes apresentavam grande dificuldade na aprendizagem dos objetos de conhecimento matemático que foram sendo ministrados ao longo das unidades. As fases remota e híbrida foram realizadas com muitos entraves: estudantes com dificuldades de acesso à internet; falta de aparelhos para que pudessem se conectar; acúmulo de atividades sem serem realizadas; dificuldade em um contato mais direto entre professor-aluno a fim de dirimir melhor as dúvidas, entre outras dificuldades.

Alguns estudantes se mostravam bem agitados, inquietos; outros, apáticos. Precisavam ser constantemente instigados para que pudessem interagir. Essas características

despertaram certo receio em relação a AI que seria aplicada, mas o desafio estava lançado.

No 6^o A, a AI foi aplicada a 25 estudantes; no 6^o B, a 23; e, no 6^o C, a 25 discentes.

A seção seguinte contempla como a AI foi aplicada aos estudantes.

2.3 Aplicação da Atividade Investigativa — Pondo a “mão na massa”

A introdução de uma tarefa, seja ela qual for, especialmente investigativa, requer que o professor seja claro e objetivo, fornecendo orientações específicas no que se espera que os discentes realizem nela. Entretanto, é preciso ter cuidado para não direcionar a exploração dos estudantes, pois o reconhecimento e a interpretação da situação-problema faz parte da AI e cabe aos alunos fazerem isso de forma autônoma.

A atividade foi aplicada a cada turma na sua sala de aula de origem, conforme organização da equipe gestora. Em todas as turmas, a atividade foi aplicada em 8 (oito) aulas de 50 min cada. Algumas eram “geminadas”, isto é, eram duas aulas conjugadas; outras, não.

Como é característico das turmas das séries do Ensino Fundamental, os discentes, a princípio, estavam bastante agitados. Após alguns minutos, se acalmavam. Foi explicado o que deveriam fazer e distribuída a atividade impressa individualmente. Ao receberem a atividade, alguns reagiram com resistência. Algumas falas foram: “Ah, professor, essa atividade é difícil”! “Essa atividade parece mais de português que de matemática”! “Tem muita coisa para ler”!

Os discentes foram deixados bem à vontade para expressarem suas impressões acerca da atividade, ao passo que lhes eram feitos questionamentos de volta: “Por que está achando a atividade difícil”? “Por que ela se assemelha mais a uma atividade de português que de matemática”? As respostas, em essência, revelavam uma concepção de que a matemática era só composta de números, não de letras e/ou palavras, muito menos de questões que propusessem respostas escritas, como era o caso da AI em questão.

O objetivo era criar um ambiente propício para o sucesso de uma investigação, oportunizando que os alunos exprimissem suas ideias e questionamentos, bem como possibilitar que compreendessem o papel que o professor se propunha a desempenhar.

Como a estrutura da AI é gradativa, isto é, precisava ser seguida na ordem em que

as questões apareciam, outro desafio que se apresentou foi assegurar que todos os estudantes se mantivessem no mesmo item, resistindo ao ímpeto de se adiantar nas questões, o que comprometeria sua realização, uma vez que a mediação docente seria difícil estando eles em itens diferentes da AI. Além disso, se os discentes tentassem responder aos itens da AI desordenadamente, sua compreensão acerca do conceito de ângulo ficaria comprometida. Lacunas surgiriam no desenvolvimento do mencionado conceito.

Com todos de posse das suas atividades, as questões foram lidas uma a uma em voz alta. À medida que as questões iam sendo lidas, os estudantes demonstravam insegurança em respondê-las. Solicitavam ajuda diversas vezes. Argumentavam não saber escrever as ideias que estavam pensando. Desejavam que a resposta fosse objetiva, exata como um numeral. Quando respondiam, perguntavam se suas colocações estavam certas, ou seja, ainda precisavam da validação do professor. Os questionamentos eram remetidos de volta, com outros, tais como: “O que está tentando dizer”? “Como explicaria isso a um colega seu”?

Em alguns momentos, eles cochichavam entre si. Em outros, havia períodos de silêncio. Depois, alguns começavam a se colocar em voz alta. Após um tempo para responder a cada pergunta, eram incentivados a socializarem o que haviam respondido por meio de perguntas instigadoras. Nesse sentido, Oliveira, Segurado e Ponte (1998, p.06) sugere alguns questionamentos que podem colaborar com os alunos no desenvolvimento das atividades investigativas como: “Como você tentou? O que está tentando fazer? O que pensa sobre isso? Porque está fazendo assim? O que você já descobriu? Como podemos organizar isto? Verificou se funciona mesmo”? Tais questionamentos proporcionam o confronto de estratégias, hipóteses e justificações que os diferentes alunos construíram, criando-se um ambiente de argumentação e defesa das afirmações. Isso tudo é significativo porque a aprendizagem não resulta simplesmente da atividade, mas da reflexão sobre a atividade.

Como diz Fonseca, Brunheira e Ponte (1999, p.9),

[...] proporcionar aos alunos momentos que possam pensar e, sobretudo, refletir sobre a atividade realizada. [...] permite, por exemplo, valorizar os processos de resolução em relação aos produtos, mesmo que estes não conduzam a uma resposta final correta, criando nos alunos uma visão mais verdadeira da Matemática [...] (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, p. 9).

Corroboram com as palavras de Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), as de Ponte,

Brocardo e Oliveira (2006, p.41):

A fase de discussão é, pois fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

Durante essa fase de questionamentos, o professor tem um papel de orientador da atividade. O decorrer da aula depende, em grande parte, das indicações que ele fornece sobre o modo do trabalho dos alunos e do tipo de apoio que é dado no desenvolvimento das investigações. Diversas são as situações em que o professor é chamado a intervir e por isso deve estar preparado para reagir, sem comprometer o pensar do estudante, não lhe tirando o protagonismo na investigação (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999). O professor também deve estar atento às coisas que os alunos fazem e dizem e motivá-los para que eles não parem na primeira dificuldade.

Ao passo que as questões iam sendo respondidas, foi necessário reajustar o tempo que havia sido programado para cada uma delas. Isso decorreu do fato de que os estudantes têm, naturalmente, diferentes formas de compreender e de transpor tal entendimento para a escrita, além de não estarem socializados com a participação em AI.

Ao final de cada aula em que a AI não era terminada, o material era recolhido e devolvido nas aulas seguintes.

As respostas dos estudantes às questões propostas na AI são trazidas no quarto capítulo deste trabalho, para tratamento e análise dos dados, proporcionando inferências e interpretações, âmago dessa pesquisa.

3 METODOLOGIA

Uma proposta pedagógica é construída no caminho, no caminhar; Não é, pois, implantada, mas plantada.

(KRAMER, 1997, p.29)

Este trabalho ancorou-se nos estudos de Denzin e Lincoln (2006), Chizzotti (1991) e Lüdke e André (1986), Bogdan e Biklen (1994) que apontam algumas características que constituem a pesquisa qualitativa. Um aspecto relevante destacado por esses autores é o fato de os dados que constituem a pesquisa serem de caráter predominantemente descritivos. Nessa metodologia “os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.16).

A abordagem qualitativa é também denominada naturalista “[...] porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenômenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas” (BOGDAN e BIKLE, 1994, p.17), onde podem construir seu repertório de significados.

Creswell (2010) aponta que a análise de dados qualitativos envolve diferentes apreciações destes dados, possibilitando ao pesquisador extrair deles o sentido. Isso se dá pela condução de diferentes análises aprofundadas na compreensão e representação destes dados para realizar uma interpretação mais ampla de seu significado.

A análise e tratamento dos dados empíricos da pesquisa, obtidas pelas respostas dos discentes das Atividades Investigativas, foi realizada empregando a metodologia de Análise de Conteúdo, que consiste em um conjunto de técnicas amplamente difundido e empregado para a análise de dados qualitativos (SILVA e FOSSÁ, 2015). Esse conjunto de técnicas tem como objetivo investigar o que foi dito nas atividades aplicadas aos sujeitos da pesquisa, bem como das observações feitas pelo pesquisador e permite de

maneira sistemática descrever as mensagens associadas ao contexto da enunciação, assim como inferir sobre os dados coletados (BARDIN, 1977; CAVALCANTE; CALIXTO E PINHEIRO, 2014).

Entre os tipos de análise apresentadas por Bardin (1977, p.105), utilizou-se nesse trabalho a Análise Categorical ou Temática que “consiste em descobrir os núcleos de sentido que compõem a comunicação e cuja presença ou frequência de aparição pode significar alguma coisa para o objetivo analítico estudado”.

Segundo Minayo (2002), a análise categorial ou temática é o tipo de técnica mais utilizado pela Análise de Conteúdo. Na análise temática ou categorial, cada categoria de análise deve ser expressa por uma expressão chave, e requer a identificação das Unidades de Registro.

O método de análise dos dados se deu a partir do que propõe Bardin (1977), levando em consideração o processo proposto por Silva e Fossá (2015). Para Bardin (1977), a análise de conteúdo se classifica em três diferentes fases cronológicas: a pré-análise; a exploração do material; o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. A análise das AI passou então pelas fases apontadas por Bardin (1977) e Franco (2008), apresentadas a seguir:

3.1 Pré-Análise

A pré-análise é a etapa da leitura geral do material selecionado. Trata-se de uma fase de organização dos dados com o objetivo de constituir o corpus da pesquisa. “O corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 1977, p.96).

A fim de que fosse possível uma percepção inicial do teor das respostas fornecidas pelos estudantes, procedeu-se a leitura flutuante, que é o momento de ter contato com o texto para conhecê-lo, deixando-nos “invadir por impressões, representações, emoções, conhecimentos e expectativas” (FRANCO, 2008, p.52).

A partir da leitura flutuante e retomando os objetivos propostos pela atividade investigativa, fora feita a escolha dos documentos que iriam compor o corpus do trabalho. Com o objetivo de nortear tal escolha, levaram-se em conta as regras apresentadas por Bardin (1977), a serem aplicadas ainda na pré-análise. São elas:

- Exaustividade: atentar para esgotar a totalidade da comunicação, do acervo, da coleção. “Uma vez definido o campo do corpus [...] é preciso terem-se em conta todos os elementos desse corpus” (BARDIN, 1977, p.97). A fim de assegurar a aplicação dessa regra, todos os itens da atividade investigativa aplicada foram analisados no que tange aos registros dos respondentes.

- Representatividade: os documentos selecionados devem conter informações que representem o universo a ser pesquisado, ou seja, “a análise pode efetuar-se numa amostra desde que o material a isso se preste. A amostragem diz-se rigorosa se a amostra for uma parte representativa do universo inicial” (BARDIN, 1977, p.97). No caso desse trabalho, foi pertinente que todas as AI fossem analisadas, visto não serem em quantidade exorbitante e as informações neles registradas pelos respondentes serem relevantes para o objetivo dessa pesquisa. Desse modo, não foi necessário a definição de uma amostragem.

- Homogeneidade: os dados devem referir-se ao mesmo tema, serem obtidos por técnicas iguais e selecionados por indivíduos semelhantes. “Os documentos retidos devem ser homogêneos, quer dizer, devem obedecer a critérios precisos de escolha e não representar demasiada singularidade fora destes critérios de escolha” (BARDIN, 1977, p.98). Pelo fato de a atividade investigativa ter sido a mesma (mesmo tipo de documento) e aplicada a indivíduos do mesmo ano escolar (mesmo perfil de participantes), com o mesmo tipo de mediação docente, entende-se que os dados obtidos corresponderam a essa regra.

- Pertinência: os documentos precisam ser condizentes aos objetivos da pesquisa. “Os documentos retidos devem ser adequados, enquanto fonte de informação, de modo a corresponderem ao objetivo que suscita a análise” (BARDIN, 1977, p.98). Levando-se em conta o objetivo desse trabalho, entende-se que o documento, a saber, a atividade investigativa apresentou estrutura adequada.

- Exclusividade: um elemento não deve ser classificado em mais de uma categoria. Mais uma vez, levando-se em conta que cada item da atividade investigativa contemplava aspectos diferentes, conclui-se que a análise dos dados satisfaz a essa regra.

Realizada essa primeira fase, da pré-análise, partiu-se para a segunda fase apresentada por Bardin (1977) e Franco (2008), a exploração do material.

3.2 Exploração do Material

Nessa fase, o *corpus* estabelecido é analisado em profundidade. Dentro desta fase, temos as etapas de **codificação** e **categorização** do material.

Na codificação, deve ser feito o recorte das unidades de contexto e das unidades de registro.

No que tange à unidade de contexto, Franco (2008) a aponta como “pano de fundo” que fornece significado às unidades de registro, isto é, é levar em conta a circunstância, o cenário em que as unidades de registro aparecem nos documentos analisados. E, segundo Bardin (2011), fica explícita a importância de se fazer referência ao contexto, para uma significativa análise avaliativa e uma análise de contingência. Para a pesquisadora, “os resultados são suscetíveis de variar sensivelmente segundo as dimensões de uma unidade de contexto” (BARDIN, 2011, p.137). As unidades de contexto podem ser palavras, frases, parágrafos, que são comparáveis e com o mesmo conteúdo semântico.

Neste trabalho, fora adotada como Unidade de Contexto, os excertos das respostas completas fornecidas pelos respondentes a cada item da atividade investigativa.

Quanto à unidade de registro, ela é a “menor parte do conteúdo, cuja ocorrência é registrada de acordo com as categorias levantadas” (FRANCO, 2008, p.41). As unidades de registro, ainda segundo Franco (2008), podem ser a palavra, o objeto, o tema, o personagem, o acontecimento ou o item.

Para saltar as primeiras unidades de registro, o pesquisador estabelece várias idas e vindas entre o documento analisado e as suas próprias anotações, até que comecem a emergir os contornos de suas primeiras unidades de sentido (OLIVEIRA et al, 2003, p.16)

Conforme destacado por Oliveira (2003), as unidades de registro equivalem a unidades de sentido, isto é, o âmago das comunicações contidas nas palavras dos respondentes. Tais unidades são obtidas por processos de leitura e releitura dos materiais, associados aos objetivos da pesquisa.

Neste trabalho, a partir das unidades de contexto, foram identificadas as unidades de registro, compondo a codificação dos dados. Entre as possibilidades apontadas por Franco (2008) para as unidades de registro, neste trabalho, fora adotada o “tema”, inferido pelo âmago dos excertos adotados como Unidades de Contexto da pesquisa.

Segundo Bardin, o tema “é a unidade de significação que se liberta naturalmente de

um texto analisado segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura” (1977, p.105).

Para Franco (2008, p.39),

O tema é uma asserção sobre determinado assunto. Pode ser uma simples sentença (sujeito e predicado), um conjunto de ideias ou um parágrafo. O tema é caracterizado como a **mais útil unidade de registro** em análise de conteúdo. Indispensável aos estudos sobre propaganda, representações sociais, **opiniões**, expectativas, valores, **conceitos**, atitudes e crenças. (grifos do autor).

Nota-se nas palavras de Franco (2008) como a unidade de registro “tema” possui grande relevância, por exemplo, nos estudos que envolvem opiniões e abordagens de conceitos, características essas desse trabalho, evidenciadas na estrutura da atividade investigativa aplicada aos discentes. Os pesquisadores qualitativos utilizam o “tema” como a unidade de registro, quando pretendem desvendar “núcleos de sentido” das comunicações contidas nas respostas dos participantes da pesquisa.

A codificação dos dados composta pelas unidades de contexto e de registros constará, em detalhes, na seção de análise dos dados.

A última etapa da codificação é estabelecer as regras de enumeração, que é o modo de contagem das unidades de registro. A respeito dessas regras de enumeração, Bardin (2010, p.134) faz uma distinção bem didática, ao definir que “a unidade de registro – é o que se conta – e a regra da enumeração – o modo de contagem”.

As regras de enumeração são repletas de detalhes e de diversos tipos. Entre os tipos destacados por Bardin (2010, p. 134-140), para este trabalho, foi escolhido “a presença ou ausência de elementos de significação”. Essa tipologia consiste em buscar nos dados brutos obtidos pela aplicação da atividade da pesquisa, as respostas que sejam mais significativas, isto é, que tragam informações relevantes de acordo com o objetivo do trabalho.

A categorização consiste no exercício feito pelo pesquisador para classificar, por diferenciação, os elementos que constituem um determinado conjunto e, posteriormente, reagrupá-los com base em critérios definidos (BARDIN, 2011; FRANCO, 2005).

Conforme Rodrigues (2019, p.30), entende-se o processo de categorização como sendo

Um processo de redução dos dados pesquisados, pois as Categorias de Análise representam o resultado de um esforço de síntese de uma comunicação, destacando-se, nesse processo, seus aspectos mais importantes.

Nesse trabalho, por meio do esforço de ida e volta aos elementos teóricos e ao material coletado, para a realização da categorização, foram estabelecidos, inicialmente, os eixos temáticos. A partir deles e do objetivo da pesquisa, foram estruturadas, por fim, as categorias de análise. Como as categorias de análise foram definidas a partir do objetivo da pesquisa e do referencial teórico e não durante o processo de análise dos dados, diz-se que elas foram definidas “*à priori*” (BARDIN, 2010; GALIAZZI; MORAES, 2005). O processo de categorização será apresentado em detalhes na seção análise de conteúdo.

3.3 Tratamento dos Resultados, Inferência e Interpretação

Nessa fase, os dados coletados foram tratados e representados por meio de quadros, expressando as unidades de contexto, as unidades de registro, eixos temáticos e as categorias de análise. A partir daí o analista possui resultados significativos, podendo propor inferências e interpretações acerca dos objetivos previstos ou sobre outras descobertas que porventura não eram esperadas.

Nesse trabalho, os dados coletados foram organizados seguindo as etapas descritas a seguir:

- (1) Discriminação do item da AI a ser analisado;
- (2) Especificação da enumeração correspondente ao item, isto é, o número que a atividade recebeu no momento da exploração do material, mais especificamente, na última etapa da codificação;
- (3) Exposição das respostas dos estudantes na íntegra ao item da AI discriminado;
- (4) Definição das Unidades de Contexto a partir dos excertos das respostas dos discentes;
- (5) Extração das Unidades de Registro a partir dos excertos;
- (6) Definição dos Eixos Temáticos;
- (7) Estruturação das Categorias de Análise.

O capítulo que segue deter-se-á à análise dos dados coletados explicitando bem as etapas descritas acima, bem como o tratamento dos resultados, inferência e interpretação, conforme a fundamentação teórica e alinhado ao objetivo da pesquisa.

4 ANÁLISE, TRATAMENTO, INFERÊNCIA E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Você não sabe o quanto eu caminhei pra chegar até aqui. Percorri milhas e milhas antes de dormir. Eu nem cochilei...

(BINO FARIAS / LAZÃO / PAULO GAMA /
TONI GARRIDO)

A pesquisa é, geralmente, o primeiro passo para dar início a uma coleta de dados. Após a coleta dos dados por meio do instrumento escolhido, no caso desse trabalho, a Atividade Investigativa (AI), o pesquisador precisa se organizar para analisá-los. Estes dois processos (coleta e análise dos dados), apesar de conceitualmente distintos, estão sempre estreitamente relacionados.

A fim de realizar a análise dos dados, são aplicadas técnicas de averiguação. No entanto, em que consiste, finalmente, o ato de analisar em uma pesquisa qualitativa?

Segundo André e Lüdke (1986), analisar os dados qualitativos significa “trabalhar” todo o material obtido durante a pesquisa, isto é, as respostas fornecidas aos itens propostos, a identificação dos trechos (excertos) relevantes nas expressões utilizadas pelos respondentes, bem como as demais informações que se tornarem disponíveis.

A técnica de averiguação utilizada para a análise dos dados coletados nessa pesquisa foi a metodologia da Análise de Conteúdo, mais especificamente, a Análise Categorical ou Temática, desenvolvida e estruturada por Bardin (1977). Desse modo, após seguir

as mencionadas fases apontadas por Bardin (1977) e Franco (2008) na metodologia da Análise de Conteúdo, foram identificados os núcleos de sentido contidos nas respostas dos discentes aos itens que estruturaram a AI.

Na fase de exploração do material, antes das etapas da codificação e da categorização do material, foram identificados quais itens da AI eram relevantes, considerando o objetivo geral desse trabalho, a fim de que, por meio das expressões dos respondentes a elas, as Unidades de Contexto e de Registro, bem como os eixos temáticos fossem estruturados. Nesse sentido, foi levado em consideração que esses elementos deveriam estar em consonância com as categorias de análise que foram definidas *à priori*.

Dos dezesseis itens que compõem a AI, incluindo a situação problema e as demais seções, foram trazidos para a análise nove deles, visto atenderem aos requisitos mencionados no parágrafo anterior.

Dos dezesseis itens mencionados, dois deles foram fundidos em um único item após a reorganização dos materiais, a saber, os dois últimos itens da AI, que correspondem ao último item da Tabela 3 - “Codificação e Categorização dos Dados - Categoria Três”, apresentada, mais à frente, nesse capítulo.

Para cada item da AI contemplado na análise dos dados, foram trazidas as respostas na íntegra dos discentes a elas. Considerar tais respostas nas suas totalidades facilitou sobremaneira a identificação das Unidades de Contexto, que vieram a ser os trechos ou excertos mais relevantes de cada resposta discente.

Devido às suas relevâncias para a temática e objetivo desse trabalho, foram estruturadas quarenta e seis unidades de contexto que, conforme Franco (2008), atuam como pano de fundo para as Unidades de registro, que, nesse trabalho, totalizaram dezenove.

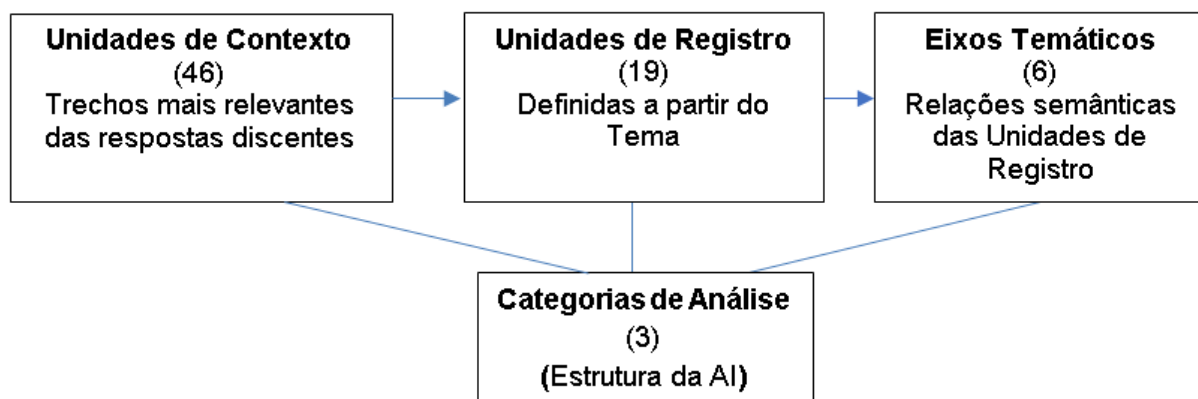
Vale a pena ressaltar, mais uma vez, que as unidades de registro, nessa pesquisa, foram definidas a partir do “tema” que, conforme já destacado nas palavras de Bardin (1997, p.105), “é a unidade de significação que se liberta naturalmente de um texto analisado segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura”.

A partir da análise das relações semânticas das unidades de registro então estruturadas, foram concebidos os eixos temáticos, a saber, seis (vide tabelas 1, 2 e 3). Esses eixos agregaram relevantes significados às três categorias de análise, definidas *à priori*.

A nomeação das categorias de análise se deu a partir da estruturação da AI, contemplando as etapas a serem desenvolvidas para a realização do objetivo dessa pesquisa.

O esquema a seguir ilustra, de modo sintetizado, as etapas estruturantes do processo de codificação e categorização dos dados da pesquisa:

Figura 16 - Síntese da Codificação e Categorização dos Dados



Fonte: o autor (2022)

Ressaltando que o objetivo desse estudo é apresentar e analisar como um Produto Educacional que se compõe de uma Atividade Investigativa para alunos do 6^o ano do Ensino Fundamental, associada ao uso da Etimologia, pode proporcionar a (re)construção¹¹ e a compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades, as categorias foram assim denominadas:

- (1) Compreensão da ideia do grau de Inclinação associada a Abertura de um Ângulo;
- (2) Construção do Conceito Matemático de Ângulo;
- (3) Construção da Compreensão da Classificação dos Ângulos de acordo com as medidas de suas aberturas.

Nota-se que as denominações das categorias convergiram para o objetivo de promover uma (re)construção e compreensão, de fato, do conceito de ângulo, suas particularidades, com ênfase em suas classificações segundo as medidas de suas aberturas.

Quanto à definição de cada categoria, utilizou-se como base a sugestão dada por Mendes e Miskulin (2007, p.46), que propõe que “o nome e a definição devem ser sempre criados com base nos conteúdos verbalizados e com certo refinamento gramatical de forma”. Assim, as categorias foram definidas a partir dos seguintes fatores:

- (1) o referencial teórico adotado na fundamentação desse trabalho;

¹¹A expressão “reconstrução” é utilizada nesse trabalho uma vez que a proposta é possibilitar, de forma sistematizada e organizada, por meio de atividade investigativa e da etimologia, a “re” construção do conceito de ângulo, partindo do conhecimento prévio e das noções intuitivas dos discentes acerca do tema.

- (2) expressões emanadas das respostas dos discentes aos itens propostos;
- (3) objetivo geral desse estudo.

Seguem as definições das categorias de análise, bem como em que consistiu cada uma delas:

1) Percepção da Ideia do grau de Inclinação associada à Abertura de um Ângulo

Definição: percepção, por meio de um cenário de investigação, envolvendo uma rampa, que um ângulo está relacionado à sua inclinação; é determinado por uma região na qual haja o encontro de duas semirretas de mesma origem (no caso da rampa, a região entre ela e a superfície do solo, considerada como horizontal); e, que a medida de sua abertura impacta, por exemplo, na velocidade de um corpo que desce por ela (fator chave relacionado ao problema proposto na AI).

Essa categoria ancorou-se no primeiro momento de uma Investigação: reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões (introdução da tarefa).

2) Construção do Conceito Matemático de Ângulo

Definição: estruturação do conceito de ângulo a partir de entendimentos obtidos por reflexões em situações cotidianas e conhecimentos prévios e formalização matemática do conceito. Nessa categoria, encontrou-se parte significativa do cerne da proposta do Produto Educacional (PE) — proporcionar a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo.

Essa categoria configurou-se como a mais extensa e, conseqüentemente, densa, estruturando-se em três eixos temáticos gradativos — noção de ângulo; estruturação dos elementos de um ângulo; definição formal de ângulo e, onze unidades de registro.

Nessa categoria, houve o aprofundamento do ato de investigar, contemplando o momento da formulação de conjecturas (realização da investigação em si).

As ações realizadas pelos discentes, cujas respostas compuseram as Unidades de Contexto e de Registro dessa categoria, incluíram:

- (1) exploração dos conhecimentos prévios;
- (2) pesquisas no livro didático; exploração dos significados trazidos pelos étimos

dos termos em questão (uso da etimologia);

(3) associação de termos e significados.

3) Construção da Compreensão da Classificação dos Ângulos de acordo com as medidas de suas aberturas

Definição: compreensão de que os ângulos são classificados segundo às medidas de suas aberturas e de que os termos que expressam tais classificações são ricos em significado, quando analisados à luz da etimologia.

Essa categoria explorou de modo significativo a compreensão visual dos discentes, recurso que cumpre papel importante em uma AI e na aprendizagem matemática (ZIMMERMANN; CUNNINGHAM, 1991).

Essa etapa possibilitou o terceiro momento de uma Investigação — argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado (discussão dos resultados). Adentremos em cada uma das categorias de análise:

A categoria inicial da “*Percepção da Ideia do grau de Inclinação associada à Abertura de um Ângulo*” trouxe importantes contribuições relacionadas ao potencial de uma AI no Ensino de Matemática, mais especificamente, na compreensão e (re)construção do conceito de ângulos.

As respostas dos estudantes, instigados pela situação problema proposta, revelaram que eles aceitaram o convite, participando de forma ativa do processo de investigação. Eles levaram ideias, emitiram opiniões, se posicionaram com relação à influência da inclinação da rampa na adversidade enfrentada por Júlio ao usar o escorregador construído por seu pai. Pode-se inferir que houve uma convergência na perspectiva da investigação proposta. Os discentes a compreenderam e cooperaram com sua realização, iniciando a base para a compreensão do conceito de ângulo.

Tal compreensão inicial, ainda não formalizada, isto é, não manifestada no rigor da linguagem matemática, é fundamental, uma vez que, no percurso de construção do conhecimento matemático, os processos de percepção e validação são, inegavelmente, peças básicas (estruturais) para erigir o “edifício” do conhecimento matemático (GOMES; RALLHA, 2005).

A tabela 1, a seguir, retrata, em detalhes, os principais elementos que compuseram a primeira categoria de análise mencionada:

Tabela 1 (T1) - Codificação e Categorização dos Dados - Categoria Um

Categoria de Análise: Compreensão da Ideia do grau de Inclinação associada à Abertura de um Ângulo					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na Íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidades de Registro	Eixos Temáticos
Situação-Problema: por que será que o corpo de Júlio deslizou mais rápido que os escorregadores em geral, chegando a machucá-lo?	ATV 53	"Na minha opinião foi o ângulo que foi feito o escorregador".	"[...] o ângulo que foi feito o escorregador".	Ângulo como elemento de construção	Percepção de ângulos em uma semi-realidade
	ATV 12	"O escorregador estava muito inclinado, ângulo muito grande [...]".	"O escorregador estava muito inclinado, ângulo muito grande [...]".	Ângulo como fator de inclinação	
	ATV 68	"Na minha opinião, foi porque a escorregadeira estava muito em pé, estava em um ângulo errado que não era para estar".	"[...] escorregadeira estava muito em pé, ... em um ângulo errado".		
	ATV 73	"Porque o escorregador, o ângulo dele é muito pra cima e faz a pessoa escorregar mais rápido e pra resolver o problema é abaixar o ângulo dele e quando a pessoa descer ter uma almofada".	"[...] o ângulo dele é muito pra cima [...]".	Ângulo de Inclinação como influenciador da Velocidade	
	ATV 46	"O que saiu errado foi o ângulo do escorregador que fez com que Júlio deslizasse rápido pelo escorregador".	"[...] o ângulo do escorregador que fez com que Júlio deslizasse rápido [...]".		

Fonte: Elaborada pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

É possível depreender, ao analisar as Unidades de Contexto, que os discentes, ao examinarem a situação problema proposta, participando cooperativamente da atividade, como pode ser constatado por suas comunicações (falas), puderam reconhecer os ângulos como elementos inerentes às construções, no caso específico da AI, à estrutura de um escorregador. Além disso, visualizaram como o ângulo estava associado à inclinação da rampa do escorregador (relação diretamente proporcional) e, conseqüentemente, à velocidade de um corpo que desliza por ela.

A segunda categoria — **“Construção do Conceito Matemático de Ângulo”**, propiciou a obtenção dos elementos essenciais relacionados ao objetivo dessa pesquisa, uma vez que permitiu verificar como a AI, associada à etimologia potencializou a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo.

Por ser uma categoria bem extensa, sua exploração se dará por *eixo temático*.

O primeiro eixo tratou da Noção de Ângulo. Segundo o dicionário *Michaelis on-line (2022)*, o termo “noção” denota: 1. Conhecimento ou ideia que se tem de algo; concepção, entendimento; 2. Conhecimento incipiente e superficial acerca de algo. (NOÇÃO, 2022). Assim, entendemos, nesse estudo, a noção como - conhecimento incipiente e superficial acerca de algo (*Michaelis on-line (2022)*).

Com o propósito de fazer emergir a concepção que os discentes já possuíam acerca do conceito de ângulo, foram elaborados os itens *“Você já ouviu falar em ângulo? Em caso afirmativo, onde”* e *“O que é um ângulo? Como você explicaria?”* (ver tabela 2 (T2)).

As respostas ao item evidenciaram diferentes situações nas quais os discentes já haviam notado a presença do ângulo, conforme se pode verificar na coluna “respostas dos estudantes na íntegra”, na T2. De acordo com as expressões utilizadas, ângulos foram visualizados como fator de posicionamento; ente geométrico; e, associados a polígonos.

Que diferença significativa se pode perceber nas expressões discentes fornecidas na categoria um, eixo temático “Percepção de ângulos em uma semirrealidade” em relação às que foram fornecidas na categoria dois, no eixo temático “Noção de Ângulo”?

No primeiro eixo mencionado, as respostas revelaram apenas uma relação do ângulo com a inclinação da rampa de um escorregador, ou seja, visualização relacionada a um objeto específico (escorregador). Já no segundo eixo mencionado, foi possível notar que a compreensão de ângulo, desloca-se de um objeto específico, ampliando-se. Transcreveu-se

como noção de ângulo já em uma concepção geométrica, mais próxima da LM.

É possível inferir, desse modo, que os itens da AI proporcionaram uma compreensão gradativa do conceito de ângulo. Tal compreensão tornou-se possível pelo fato de que os itens da AI valorizaram e exploraram o saber inicial dos discentes, levando em conta que “o aluno não chega à escola virgem de saberes, de técnicas, de questões e de ideias sobre o mundo e sobre as coisas que o cercam” (ASTOLFI; DEVELAY, 2002, p. 115). Daí, a partir do reconhecimento do saber inicial do aluno, ou seja, do seu conhecimento prévio, foi possível produzir um novo conhecimento, uma vez que “[...] adquirir um conhecimento significa passar de uma concepção prévia para outra mais pertinente em relação à situação” (GIORDAN; VECCHI, 1996, p. 101).

Além disso, examinar as compreensões prévias dos alunos, é importante instrumento para iniciar a cooperação investigativa, trazendo os alunos para o centro do palco do processo educativo (ALRO E SKOVSMOSE, 2010).

No segundo eixo temático, a saber, “Estruturação dos Elementos de um Ângulo”, iniciou-se a exploração da Etimologia na ampliação da compreensão dos elementos que estruturam um ângulo.

Trazendo à atenção a personagem Henrique, a seção “olhando por outro ângulo”, trouxe termos etimológicos significativos relacionados à definição e à estrutura de um ângulo. Baseando-se na informação trazida por Henrique, de que a palavra “ângulo” vem do latim “**angulum**”, que denota a ideia de “esquina, canto ou dobra”, os discentes foram instigados a responderem ao questionamento: “*De acordo com o que Henrique falou (conceito etimológico da palavra ângulo), onde nós teremos um ângulo?*”

As respostas discentes, conforme podem ser analisadas em detalhes na T2, evidenciaram o canto do ângulo como item essencial para a formação desse ente geométrico. A relação de equivalência entre o que é descrito como o canto de um ângulo e seu vértice foi consolidada no item: “*Lembrando-se das palavras de Henrique, do significado da palavra ângulo, o ”canto, esquina ou dobra” mencionados por ele equivale a que elemento do ângulo pela descrição da sua pesquisa* ”?

Tabela 2 (T2) - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Dois

(continua)

Categoria de Análise: Construção do Conceito Matemático de Ângulo					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidades de Registro	Eixos Temáticos
Você já ouviu falar em ângulo? Em caso afirmativo, onde?	ATV 11	"Sim, quando estava tirando foto com minha colega e ela falou que o ângulo do posicionamento não estava bom".	"[...] tirando foto [...] o ângulo não estava bom".	Ângulo como fator de posicionamento	Noção de Ângulo
	ATV 40	"Como os objetos ficam, tipo televisão, geladeira, etc".	"Como os objetos ficam [...]".		
	ATV 18	"Um ângulo pode ser considerado desde algo onde pessoas, objetos se posicionam, etc".	"[...] algo onde pessoas, objetos se posicionam, etc".		
	ATV 14	"Ângulo é uma forma geométrica".	"Ângulo é uma forma geométrica".	Ângulo como ente Geométrico	
	ATV 66	"O ângulo é uma forma de identificar algo pra fazer algo, também pra fazer obras geométricas".	"O ângulo é [...] pra fazer obras geométricas".		
	ATV 17	"É uma figura geométrica formada por retas".	"É uma figura geométrica [...]".		
	ATV 21	"Ângulos são formas triangulares, retangulares, etc".	"Ângulos são formas triangulares, retangulares, etc".	Ângulo associado a Polígonos	
	ATV 70	"Ângulo para mim significa um pedaço de bolo, tipo um triângulo, um pedaço de alguma coisa".	"Ângulo [...] significa um pedaço de bolo, tipo um triângulo [...]".		

Tabela 2 (T2) - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Dois

(continuação)

Categoria de Análise: Construção do Conceito Matemático de Ângulo					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na Íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidade de Registro	Eixos Temáticos
O que é um ângulo? Como você explicaria?	ATV 23	"É uma medida de inclinação relativa de duas retas que partem do mesmo ponto".	"É uma medida de inclinação [...]".	Ângulo associado à Medição	Noção de Ângulo
	ATV 10	"É uma coisa de medida".	"É uma coisa de medida".		
	ATV 46	"Algo usado para medir a posição e a inclinação de algo".	"Algo usado para medir [...]".		
	ATV 13	"Para mim, ângulo é jeito de ver as coisas, os jeitos que as coisas são construídas, se ela é de lado, de frente, de costas".	"[...] ângulo é jeito de ver as coisas, [...] se de lado, de frente, de costas".	Ângulo como fator de visualização	
	ATV 22	"O ângulo é uma forma de identificar algo pra fazer algo, também pra fazer obras geométricas".	"O ângulo é [...] pra fazer obras geométricas".	Ângulo como fator de Posicionamento	
	ATV 60	"É uma figura geométrica formada por retas".	"É uma figura geométrica [...]".		
De acordo com o que Henrique falou (conceito etimológico da palavra ângulo), onde nós teremos um ângulo?	ATV 61	"Onde tiver um canto".	"Onde tiver um canto".	Canto como elemento de um ângulo.	Estruturação dos Elementos de um Ângulo
	ATV 47	"No canto de alguma dobra".	"No canto de alguma dobra".		
	ATV 68	"Toda vez que tiver um ângulo tem que ter um canto".	"[...] um ângulo tem que ter um canto".		

Tabela 2 (T2) - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Dois

(conclusão)

Categoria de Análise: Construção do Conceito Matemático de Ângulo					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na Íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidade de Registro	Eixos Temáticos
Lembrando-se das palavras de Henrique, do significado da palavra ângulo, o "canto, esquina ou dobra" mencionados por ele equivale a que elemento do ângulo pela descrição da sua pesquisa no Livro Didático?	ATV 24	"Vértice".	"Vértice".	Vértice como elemento de um ângulo	Estruturação dos Elementos de um Ângulo
	ATV 47	"O canto ou esquina equivale ao vértice ou origem das semirretas".	"[...] equivale ao vértice ou origem das semirretas".		
	ATV 18	"O canto, esquina ou dobra é a origem das semirretas".	"[...] a origem das semirretas".	Semirretas como elementos de um ângulo	
	ATV 61	"Ponto de origem das semirretas".	" [...] origem das semirretas".		
Pesquise em seu livro didático a definição de ângulo e registre-a.	ATV 47	"Ângulo é a junção de duas semirretas com a mesma origem".	"[...] junção de duas semirretas com a mesma origem".	Ângulo como formação de duas semirretas de mesma origem	Definição formal de Ângulo
	ATV 16	"Ângulo é a reunião de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ângulo".	"Ângulo é a reunião de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice [...]".		
	ATV 60	"O ângulo pode destacar duas semirretas (lados), que dividem o plano em duas regiões: uma convexa e outra não convexa".	"[...] ângulo[...] divide o plano em duas regiões: uma convexa e outra não convexa".	Ângulo como delimitador de regiões	

Fonte: Elaborada pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

As respostas discentes, conforme se pode notar na T2, explicitaram o canto de um ângulo como sendo seu vértice, apropriadamente definido também como ponto de origem

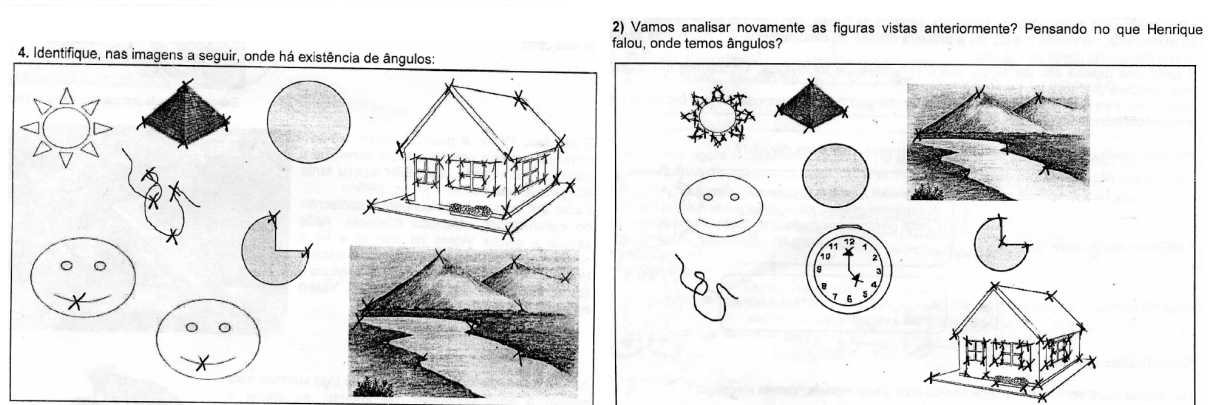
das semirretas. Nesse momento, houve uma oportuna formalização à LM dos elementos de um ângulo, que é também uma das formas de defini-lo.

Vale ressaltar que, alguns itens da AI, que contribuíram para a construção do conceito matemático de ângulo, objetivo básico dessa categoria, exploraram a percepção visual dos discentes acerca das diferenças relacionadas às aberturas de ângulos contidos em um quadro de imagens. Em dois momentos, foi apresentada a mesma imagem. No primeiro momento, antes da abordagem dos termos utilizados para a classificação das medidas dos ângulos, bem como do uso dos termos etimológicos relacionados (vide item 4 da seção “Levantando Informações”, na Atividade Investigativa, anexa a essa pesquisa). No segundo momento, após a abordagem da etimologia da palavra ângulo em latim, com a seguinte proposta: **Vamos analisar novamente as figuras vistas anteriormente? Pensando no que Henrique falou, onde temos ângulos?** (vide item 2 da seção “Olhando por outro Ângulo”, na Atividade Investigativa, anexa a essa pesquisa).

Ao comparar as sinalizações realizadas pelos discentes dos lugares, nas figuras apresentadas, nas quais havia ângulos, a segunda análise evidenciou uma evolução na compreensão deles, demonstrando que tinham percebido que para existir ângulo, precisa haver um “*canto*”, uma “*dobra*” ou uma “*esquina*”. Essa evolução pode ser notada pelo fato de que modificaram várias marcações errôneas da existência de ângulos por marcações corretas.

Segue exemplo de marcações feitas um dos discentes nos dois momentos mencionados:

Figura 17 - Marcações feitas por um discente a itens da AI



Fonte: Elaborada pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

Na Figura 17, é possível visualizar, no quadro à esquerda, as marcações feitas pelos discentes nos locais nos quais ele considerava existirem ângulos. Pode-se notar que foram

sinalizados ângulos em locais nos quais não haviam vértices, como, no sorriso das duas carinhas, bem como em trechos da linha aberta não simples. Já no quadro à direita, as marcações nessas regiões mencionadas já não foram realizadas, evidenciando que foi compreendido pelo discente que a formação de um ângulo depende da existência de um vértice (ponto de encontro das semirretas que estruturam seus lados).

No terceiro e último eixo temático dessa categoria, ocorreu, de fato, o clímax da formalização do conceito de ângulo. Ao se tratar de conceito, não se pode deixar de levar em conta que não é uma tarefa fácil definir em que, de fato, o termo consiste, mesmo quando se trata de um conceito considerado elementar. Quando se tenta, em particular, esclarecer o significado do termo *conceito*, várias são as definições dadas e nem todas são concordantes (MENCHINSKAYA, 1969; AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980; SOWDER, 1980; PIÉRON, APUD FISCHBEIN, 1996).

Segundo Fischbein (1993), o *conceito* é caracterizado pelo fato dele expressar uma ideia, uma representação considerada “ideal”¹² acerca de uma classe de objetos, baseando-se em uma característica comum. Nesse trabalho, adotou-se, em essência, a concepção de *conceito* expressa por Fischbein (1993), ou seja, ao se tratar do *conceito de ângulo*, objetivou-se expressar seu significado – diferentes formas de comunicar a palavra ângulo, utilizando características comuns e norteados pelas contribuições trazidas pelos étimos dos termos ao ângulo relacionados.

Em termos didáticos, a formalização do conceito de ângulo, explicitado nessa categoria, se deu por meio das seguintes etapas:

- (1) Fazer emergir a concepção discente acerca do conceito;
- (2) Análise dos termos etimológicos contribuintes para a formação do conceito;
- (3) Pesquisa no Livro Didático utilizado pelos discentes, conforme definido pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para o ano corrente.

No que tange à primeira etapa, levar em consideração as expressões dos estudantes mostrou-se extremamente fundamental para a construção do conceito de ângulo. Pode-se dizer isso pelo fato de que, quando se realiza uma atividade investigativa, tão importante como definir o conceito é perceber¹³ como ele é estruturado. Nesse sentido, Tall e Vinner (1981) utilizaram os termos “*definição do conceito*” e “*imagem do conceito*” para dis-

¹²Na perspectiva do objetivo, que nesse estudo é apresentar o conceito de ângulo para estudantes do 6º ano da Educação Básica.

¹³“Perceber significa aproximar-se de um assunto” (ALRO, SKOVSMOSE, 2010, p. 207).

tinguir respectivamente entre o significado de um conceito tal como é estabelecido pela comunidade científica e a interpretação subjetiva que o indivíduo tem do seu significado.

Segundo Tall e Vinner (1981), a *imagem do conceito* tem a ver com a estrutura que está associada ao conceito e que inclui todas as representações, bem como todas as propriedades e os processos que lhe estão associados. Desse modo, a imagem do conceito vai sendo construída e modificada pelo indivíduo ao longo dos anos por meio de suas experiências e aprendizagens, em contextos formais ou não.

Ao serem instigados acerca do que concebiam ser um ângulo, os discentes puderam expressar a imagem que tinham do conceito. Ainda segundo Vinner (1997), a imagem do conceito surge de modo intuitivo, espontâneo, como reação ao nome do conceito e, por assim ser, em muitos casos, é enganosa. Daí a necessidade de orientação em sua formalização, nos termos formais de ensino.

Quanto à definição do conceito, Tall e Vinner (1981) consideram ser um conjunto de palavras usadas para especificar o conceito. Nesse sentido, os autores destacam que ainda que a definição de um conceito possa ser fornecida ao indivíduo, ela pode também ser uma (re)construção pessoal, uma vez que, ao expressar-se por palavras, a explicação da imagem do conceito constitui uma definição pessoal dele, podendo, em alguns casos, diferir da definição formal que é aceita pela comunidade científica. Isso reforça, mais uma vez, o importante papel do docente na mediação, em uma AI, na formalização de um conceito, na perspectiva da LM. Sem a sistematização final, se corre o risco de perder o objetivo da AI (PONTE, BROCADO, OLIVEIRA, 2019).

No que diz respeito aos termos etimológicos, sua contribuição mostrou-se veraz na (re)construção do conceito de ângulo. Ao passo que eram analisadas as expressões latinas relacionadas a “*ângulo*”, “*grau*”, entre outras, a compreensão dos discentes acerca dos termos geométricos gradativamente também se ampliava. O aumento na compreensão era evidenciado pela maneira como se expressavam oralmente, ao longo da realização das atividades. Expressões, tais como: “Ah, agora entendi o que é um ângulo”; “Onde tem um canto é que haverá um ângulo [...] massa”. Além das questões que estruturaram a AI, ao final da realização das atividades, foi lançado para os discentes o seguinte questionamento, para que registrassem a resposta por escrito: “*O que vocês acharam da realização dessas atividades e o que vocês aprenderam com elas?*”

Seguem imagens de algumas das respostas dos estudantes a esse questionamento,

mais especificamente, as que evidenciaram a compreensão gradativa acerca dos termos geométricos relacionados à (re)construção do conceito de ângulo:

Figura 18 - Resposta do Discente A acerca da realização da AI

Eu gostei porque eu não sabia o que era os ângulos mas agora e também gosto da matéria de matemática eu sei

Fonte: Elaborado pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

Transcrição: Eu gostei porque eu não sabia o que eram os ângulos, mas agora eu sei e também gosto da matéria de matemática.

Figura 19 - Resposta de um Discente B acerca da realização da AI

Eu achei um pouco difícil porque essa parte dos ângulos confundiu minha mente mas ao longo da atividade comecei a entender

Fonte: Elaborado pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

Transcrição: Eu achei um pouco difícil porque essa parte dos ângulos confundiu minha mente, mas ao longo da atividade, comecei a entender.

Figura 20 - Resposta de um Discente C acerca da realização da AI

Achei essa atividade fácil, gostei muito aprendi um pouco mais sobre ângulo pois não tinha noção do que era.

Fonte: Elaborado pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

Transcrição: Achei essa atividade fácil. Gostei muito. Aprendi um pouco mais sobre ângulo, pois não tinha noção do que era.

Além do aspecto linguístico, o uso da etimologia trouxe o aspecto histórico (vide seção “Medida de um Ângulo”, na Atividade Investigativa, anexa a essa pesquisa).

A etapa da pesquisa no Livro Didático desempenhou um papel fundamental na composição do conceito de ângulo, uma vez que auxiliou na sua consolidação. (Como pode ser visto nos excertos ATV’s 47, 16 e 60 (T2)).

O conceito de ângulo, como ocorre também com outros conceitos matemáticos, é multifacetado, isto é, apresentado com diferentes abordagens. Ainda que corretos, no âmbito da geometria dita elementar, todos eles possuem limitações específicas (GOMES; RALHA, 2005).

Além dessas diferenças conceituais, os livros didáticos apresentam, algumas vezes, outra característica, destacada por Cury e Vianna (2001, p. 01), na qual o autor convida “vamos trabalhar agora com o conceito de ângulo, mas o que vem em seguida não é um “trabalho” e sim uma frase, geralmente curta, seguida de observações quanto à notação”.

No livro didático dos estudantes, sujeitos dessa pesquisa, a introdução ao conceito de ângulo foi feita em um capítulo intitulado “Giro, Abertura e Inclinação”. Logo em seguida, foi trazida uma imagem, que segue abaixo, ilustrando a ideia de giro em diferentes situações, precedida pela seguinte frase: Aline teve um dia cheio. Veja o que ela fez depois da aula:

Figura 21 - Um giro, uma abertura e uma inclinação dão ideias de ângulo

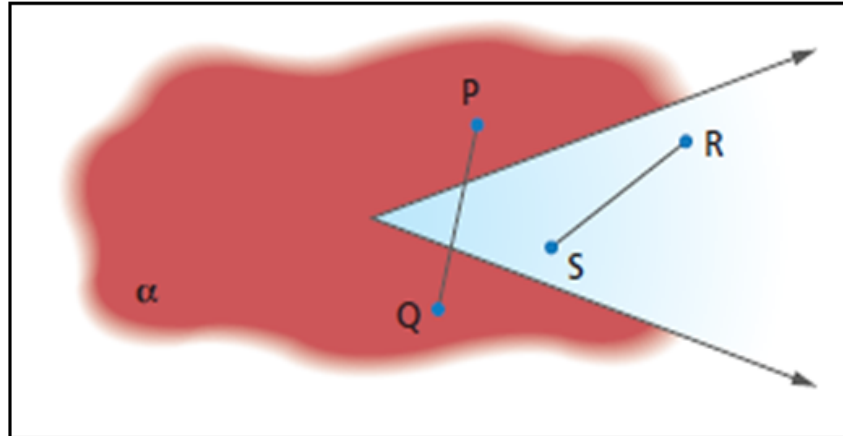


Fonte: A descoberta da Matemática, 4^a edição, São Paulo - 2018.

Em seguida, foram definidas em que consistem as regiões convexas e não convexas e, por fim, o conceito de ângulo, definido como “toda região, convexa ou não do plano, determinada por duas semirretas de mesma origem” (CASTRUCCI ET AL, 2018, p. 249).

A imagem a seguir acompanhou as definições:

Figura 22 - Plano dividido por semirretas em regiões (convexa e não convexa)



Fonte: A descoberta da Matemática, 4^a edição, São Paulo - 2018.

A definição de ângulo trazida pelo livro didático fortaleceu as informações trazidas pelos étimos referentes ao “canto, dobra ou esquina”, equivalente ao vértice de um ângulo (ponto de origem das semirretas). Assim, deu-se a construção matemática do conceito de ângulo. Isso pode ser verificado, a seguir, em trechos de respostas de alguns discentes quando solicitados a definir ângulo, bem como das representações que fizeram desse ente geométricos:

Figura 23 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente D

Ângulo é aquilo que tem dobra, canto e esquina, mas, principalmente, é a reunião de duas semirretas.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Ângulo é aquilo que tem dobra, canto e esquina, mas, principalmente, é a reunião de duas semirretas.

Figura 24 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente E

Ângulos são duas semirretas da mesma origem, a medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Ângulos são duas semirretas da mesma origem, a medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura.

Figura 25 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente F

O ângulo é determinado por um encontro de duas semirretas com a mesma origem.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: O ângulo é determinado por um encontro de duas semirretas com a mesma origem.

Figura 26 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente G

A é a reunião de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice de ângulo.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: A (ângulo) é a reunião de duas semirretas que possuem uma origem em comum, chamada vértice do ângulo.

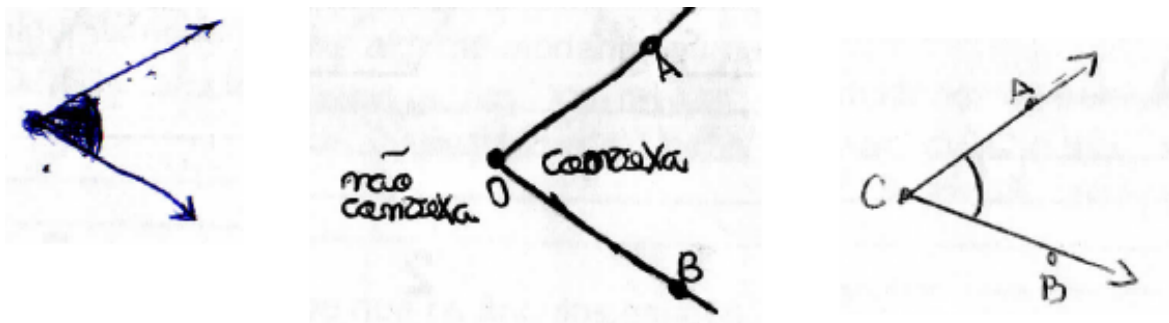
Figura 27 - Definição de ângulo elaborada pelo Discente H

Nos modelos matemáticos de figuras que sugerem a ideia de ângulos, podemos destacar duas semirretas (lados do ângulo) de mesma origem (vértice do ângulo) que dividem o plano em duas regiões: uma convexa e outra não-convexa.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Nos modelos matemáticos de figuras que sugerem a ideia de ângulos, podemos destacar duas semirretas (lados do ângulo) de mesma origem (vértice), que dividem o plano em duas regiões: uma convexa e outra não-convexa.

Figura 28 - Representações de ângulos elaboradas pelos Discentes



Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

A terceira e última categoria de análise — “*Construção da Compreensão da Classificação dos Ângulos de acordo com as medidas de suas aberturas*”, contemplou, à luz dos étimos, os significados associados aos termos utilizados na classificação dos ângulos de acordo com a medida de suas aberturas.

Explorando a visualização dos discentes acerca das diferenças relacionadas às aberturas dos ângulos contidos em um quadro de imagens, foi proposta a seguinte atividade: *Vamos investigar? Abaixo estão representados diversos ângulos numerados de 1 a 10. Você consegue perceber características comuns entre eles? Observe-os com atenção e separe-os em grupos indicando-os pela sua respectiva numeração. Separe-os em quantos grupos achar necessário* (vide item 6 da seção “*Olhando por outro Ângulo*”, na Atividade Investigativa, anexa a essa pesquisa).

A separação dos ângulos em grupos foi feita, basicamente, pela percepção visual do discente em relação às suas medidas. Após a realização dos agrupamentos, os discentes foram instigados por meio do questionamento: “*O que você observou nos ângulos que lhe levou a separá-los desse modo, nos grupos*”?

As respostas discentes, conforme Tabela 3, puderam ser expressas por três Unidades de Registro: (1) medida do grau como fator de classificação dos ângulos; (2) abertura dos ângulos como fator de classificação; (3) posicionamento dos elementos estruturantes do ângulo como fator de classificação. Em síntese, todas as unidades de registro, evidenciam, em essência, a classificação do ângulo como determinada pela medida de sua abertura.

Apesar da percepção de que as aberturas dos ângulos trazidos nas imagens eram diferentes, os discentes, em sua maioria, não conseguiram separá-los apropriadamente, isto é, como agudos, retos, obtusos e rasos.

Após a pesquisa no livro didático e das etimologias associadas aos termos “agudo”, “obtusos”, “reto”, “raso”, os discentes refizeram o agrupamento dos ângulos. Daí fora questionado: “*Houve alguma mudança ou permaneceu com a separação anterior? Por quê*”?

As respostas discentes evidenciaram a aquisição da compreensão da forma de classificar os ângulos segundo suas medidas, uma vez que se apropriaram dos termos classificatórios e os significados que eles podem ser atribuídos pelos seus respectivos étimos.

Tabela 3 (T3) - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Três

(continua)

Categoria de Análise: Construção da Compreensão da Classificação dos Ângulos de acordo com as medidas de suas aberturas					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na Íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidades de Registro	Eixos Temáticos
O que você observou nos ângulos que lhe levou a separá-los desse modo, nos grupos?	ATV 24	"O crescimento do grau".	"O crescimento do grau".	Medida do Grau como fator de classificação dos ângulos	Agrupamento de ângulos segundo as suas medidas a partir da percepção de imagens
	ATV 17	"O tamanho do grau".	"O tamanho do grau".		
	ATV 11	"Os graus que têm neles".	"Os graus [...] neles".		
	ATV 48	"Que cada ângulo tem um tipo de abertura, se é aberto ou fechado como os ângulos que é mais aberto do que fechado".	"[...] cada ângulo tem um tipo de abertura, se é aberto ou fechado [...]"	Abertura dos ângulos como fator de classificação	
	ATV 21	"A abertura de alguns são iguais e outros são diferentes".	"A abertura [...]".		
	ATV 22	"Eu observei que tem aberturas diferentes".	"[...] aberturas diferentes".		
	ATV 53	"O modo como tava o vértice e o lado".	"[...] o vértice e o lado".	Posicionamento dos elementos estruturantes do ângulo como fator de classificação	
	ATV 31	"A posição das semirretas e do vértice".	"Posição das semirretas e do vértice".		
Após a pesquisa realizada no livro didático, bem como das informações sobre a etimologia dos termos classificatórios dos ângulos, refaça a separação dos ângulos em grupos novamente. Houve alguma mudança ou permaneceu com a separação anterior? Por quê?	ATV 56	"Sim, porque antes eu não sabia como os ângulos eram classificados".	"[...] antes eu não sabia como os ângulos eram classificados".	Ciência dos tipos de ângulos como fator de diferenciação de suas classificações	Reagrupamento de ângulos a partir de suas formas de classificação e dos significados trazidos pelas suas etimologias
	ATV 70	"Sim, porque eu entendi agora o que é ângulo agudo, ângulo reto, ângulo obtuso e etc".	"[...] eu entendi agora o que é ângulo agudo, ângulo reto, ângulo obtuso e etc".		

Tabela 3 (T3) - Codificação e Categorização dos Dados — Categoria Três

(conclusão)

Categoria de Análise: Construção da Compreensão da Classificação dos Ângulos de acordo com as medidas de suas aberturas					
Item da Atividade Investigativa	Identificação da Atividade	Respostas dos Estudantes na Íntegra	Unidades de Contexto — Excertos das Respostas	Unidades de Registro	Eixos Temáticos
Após a pesquisa realizada no livro didático, bem como das informações sobre a etimologia dos termos classificatórios dos ângulos, refaça a separação dos ângulos em grupos novamente. Houve alguma mudança ou permaneceu com a separação anterior? Por quê?	ATV 51	"Houve uma diferença porque agora já sei diferenciar os ângulos agudo do obtuso etc...".	"Houve diferença porque agora já sei diferenciar os ângulos agudo do obtuso etc...".	Ciência dos tipos de ângulos como fator de diferenciação de suas classificações	Reagrupamento de ângulos a partir de suas formas de classificação e dos significados trazidos pelas suas etimologias
	ATV 60	"Sim, houve mudança porque aprendi os nomes dos ângulos".	"Sim, [...] porque aprendi os nomes dos ângulos".		
	ATV 34	"Sim, porque eu achei bem diferente o tamanho dos ângulos e achei bem diferente quando eu vi de novo quando vi que tem a ver com as pontas deles, se são finas, se são grossas".	"Sim, [...] eu achei bem diferente o tamanho [...] quando eu vi de novo [...] tem a ver com as pontas deles, se são finas, se são grossas".	"Anatomia" da estrutura de abertura dos ângulos como fator de suas classificações	
	ATV 59	"Sim, houve mudança porque eu aprendi que as aberturas são diferentes".	"Sim, [...] eu aprendi que as aberturas são diferentes".		
	ATV 71	"Sim. Teve mudança porque eu analisei os desenhos melhor".	"Sim [...] eu analisei os desenhos melhor".		
	ATV 19	"Sim. Agora vemos o ângulo de forma diferente, pela finura de suas pontas".	"Sim. Agora vemos o ângulo [...] pela finura de suas pontas".		

Fonte: Elaborada pelo autor com base nas respostas dos discentes à AI (2021)

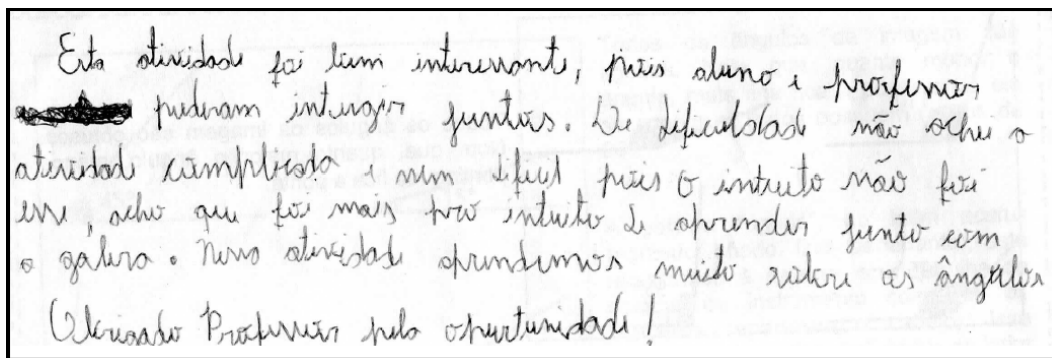
Nesse momento, foi feita a justificação das mudanças realizadas pelos discentes em relação aos agrupamentos dos ângulos segundo suas medidas. Essa etapa da justificação

é extremamente importante, porém, muitas vezes negligenciada no processo de aplicação das AI, isto é, esquecidas por completo ou deixadas em um plano secundário (PONTE, BROCADO E OLIVEIRA, 2009).

Ainda segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2009) é comum que os alunos tomem suas conjecturas por conclusões, sem, contudo, terem passado por um processo de justificativa. Por esse motivo, é imprescindível que o professor auxilie os estudantes a compreenderem que suas conjecturas precisam ser analisadas mais a fundo e provadas a fim de que recebam o status de conclusão para seus resultados.

Ao final da realização da AI, os discentes, que a princípio mostraram-se inseguros e, de certo modo, resistentes, expressaram contentamento e compreensão do conceito matemático de ângulo, bem como de suas classificações. Seguem algumas das expressões utilizadas pelos estudantes após a realização das atividades, ao serem perguntados sobre o que acharam delas:

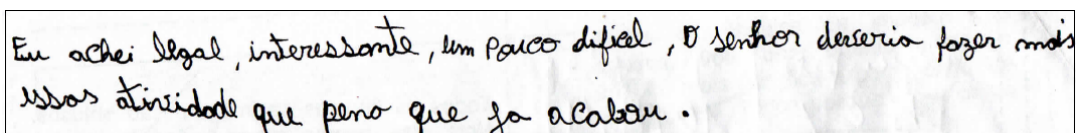
Figura 29 - Opinião / Impressões do Discente A em relação à AI realizada



Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Esta atividade foi bem interessante, pois aluno e professor puderam interagir juntos. De dificuldade, não achei a atividade complicada e nem difícil, pois o intuito não foi esse. Acho que foi mais para o intuito de aprender junto com a galera. Nessa atividade aprendemos muito sobre ângulos. Obrigado professor pela oportunidade!

Figura 30 - Opinião / Impressões do Discente B em relação à AI realizada



Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Eu achei legal, interessante, um pouco difícil. O senhor deveria fazer mais essas atividades. Que pena que já acabou!

Figura 31 - Opinião / Impressões do Discente C em relação à AI realizada

Eu achei um pouco difícil porque essa parte dos ângulos confundiu minha mente mas ao longo da atividade comecei a entender

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Eu achei difícil, porque essa parte dos ângulos confundiu minha mente, mas ao longo da atividade comecei a entender.

Figura 32- Opinião / Impressões do Discente D em relação à AI realizada

Eu achei ^{muito} interessante essa atividade. Me fez recordar sobre os tipos de ângulos que eu tinha esquecido e aprendi outros tipos de ângulos que o professor ensinou. Eu amei essa atividade. ♡♡

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Eu achei muito interessante. Essa atividade me fez recordar sobre os tipos de ângulos que eu tinha esquecido e aprendi outros tipos de ângulos que o professor ensinou. Eu amei essa atividade.

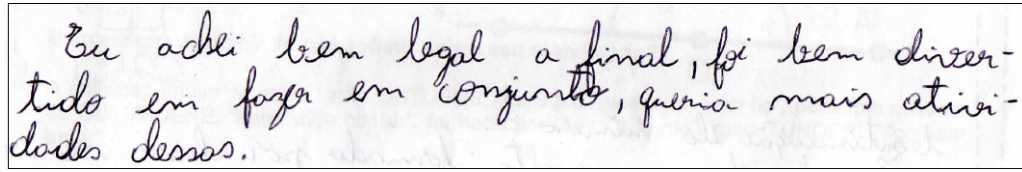
Figura 33- Opinião / Impressões do Discente E em relação à AI realizada

Eu achei essa atividade muito interessante e acho que tem que passar esses deveres mais vezes.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Eu achei essa atividade muito interessante e eu acho que tem que passar esses deveres mais vezes.

Figura 34 - Opinião / Impressões do Discente F em relação à AI realizada

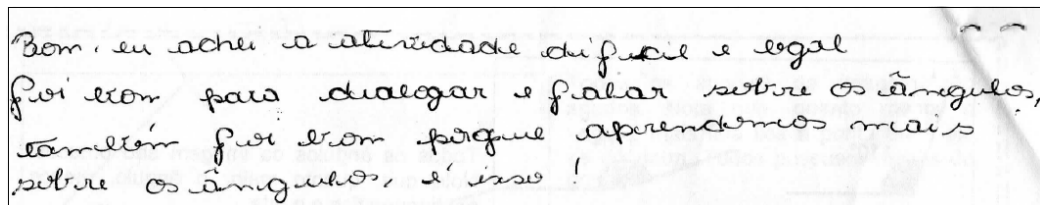


Eu achei bem legal a final, foi bem divertido em fazer em conjunto, queria mais atividades dessas.

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Eu achei bem legal, afinal foi bem divertido fazer em conjunto. Queria mais atividades dessas.

Figura 35 - Opinião / Impressões do Discente G em relação à AI realizada



Bem, eu achei a atividade difícil e legal. Foi bom para dialogar e falar sobre os ângulos, também foi bom porque aprendemos mais sobre os ângulos, é isso!

Fonte: Registros dos discentes na AI (2021)

Transcrição: Bem, eu achei a atividade difícil e legal. Foi bom para dialogar e falar sobre ângulos. Também, foi bom porque aprendemos mais sobre os ângulos. É isso!

Essa mudança de postura discente reflete os aspectos positivos proporcionados pelas AI, uma vez que ela proporciona uma postura ativa, desenvolvendo no discente a sensação da descoberta.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não chore porque acabou. Sorria porque aconteceu.

(LUDWIG JACOBOWSKI)

Esse trabalho teve como objetivo, propor um Produto Educacional (PE) para alunos do 6^o ano do Ensino Fundamental, composto por uma Atividade Investigativa (AI) com o suporte da Etimologia, visando promover a re(construção) e compreensão do conceito de ângulo e suas particularidades e discutir os resultados obtidos com a sua aplicação.

A perspectiva ao propor uma abordagem do conceito de ângulo e suas particularidades via AI foi proporcionar uma atividade diferenciada em relação ao paradigma do exercício, no qual a aula de matemática costuma ser dividida em duas partes: na primeira, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, na segunda, os alunos trabalham com exercícios selecionados pelo docente e pelo livro didático em uso (SKOVSMOSE, 2000). A AI, em sua essência, estimula nos discentes, um viés criativo, participativo, investigativo, reflexivo, ativo e colaborativo (BRASIL, 2001; PONTE, BROCADO E OLIVEIRA, 2009; WICHNOSKI, KLÜBER, 2015).

Para se atingir uma compreensão da relevância da proposta que compõe o PE, foram definidos quatro objetivos específicos: (1) Apresentar um Produto educacional baseado em uma AI que adota a etimologia; (2) Evidenciar as contribuições das AI na compreensão da LM; (3) Demonstrar como o uso da Etimologia contribui para a compreensão dos termos específicos relacionados ao conceito de ângulo e suas classificações segundo às medidas de suas aberturas; (4) Analisar como o produto educacional proporciona a (re)construção e a compreensão do conceito de ângulo e algumas de suas particularidades.

Os dados obtidos na aplicação da AI, analisados a partir da metodologia da Análise

de Conteúdo, mas especificamente, Análise Categorical ou Temática, aplicada em uma pesquisa qualitativa, com etapas propostas por Bardin (1977), possibilitaram concluir que as Atividades Investigativas, associadas à abordagem etimológica, proporcionou aos discentes a re(construção) e a compreensão do conceito de ângulo e suas particularidades. Com isso, a hipótese do trabalho de que o caráter investigativo das AI, associado aos relevantes significados trazidos pela etimologia aos termos relacionados aos ângulos, contribuem para o ensino da Geometria, neste caso, especificamente, de objetos de conhecimento da Geometria Euclidiana Plana.

Ao longo da aplicação das atividades, verificou-se o aumento progressivo do interesse dos discentes na realização das AI, na busca pelas questões a que eram instigados a responder. Foram sendo envolvidos e desafiados pelas tarefas propostas. A resistência inicial e a baixa autoestima na realização da situação proposta deu lugar a significativas expressões que originaram as unidades de contexto e de registro, estruturantes das categorias de análise definidas *à priori*.

A atuação docente mostrou-se importante na realização das atividades, mas mantendo seu papel mediador. O protagonismo revelou ser dos estudantes. Entraves, obviamente, foram encontrados. Alguns que se destacaram foram: o desafio de fazer com que os discentes realizassem as propostas no momento a que eram convidados a fazê-las, evitando gerar um descompasso que dificultaria a mediação docente, bem como comprometer o aspecto gradativo sequencial da AI; as oscilações nas frequências dos discentes às aulas utilizadas para a realização da AI. Em virtude de fatores relacionados à pandemia da covid-19, com significativo grau de contágio no período, muitos discentes frequentaram de modo irregular as aulas. Em consequência disso, ficavam um tanto “perdidos” na sequência de realização das atividades.

Nos momentos de instigação e socialização das respostas, ocorreu, no entanto, uma rica interação entre alunos-alunos e alunos-professor, culminando em uma rica compreensão e (re)construção do conhecimento em questão.

Outro resultado observado foi o importante contributo do uso etimológico na abordagem dos termos matemáticos específicos relacionados aos ângulos. Após a abordagem dos *étimos* na realização de itens específicos da AI, as respostas discentes revelaram uma melhor compreensão do conceito e da estrutura de um ângulo, bem como do motivo pelos quais os ângulos são classificados como “agudos”, “obtusos”, “retos” e “rasos”.

Vale ressaltar que, a temática adotada nesse trabalho é relevante uma vez que estudos demonstram que há um abandono preocupante do ensino da Geometria no Brasil. Assim, tal pesquisa além de contribuir para o ensino da matemática, também enriquece o desenvolvimento profissional docente, incentivando à pesquisa, na busca por metodologias que cooperem para o ensino da Geometria no Brasil.

Desse modo, o tema em análise neste trabalho não se esgota aqui. Há, sem dúvida, muitas contribuições ainda a serem dadas por novas pesquisas, tendo como combustível, as inquietações no que diz respeito à necessidade de um ensino da matemática que, cada vez mais, contemple o papel ativo dos discentes.

Sugere-se, assim, que este material seja apenas um ponto de partida e que, a partir dessa sensibilização, novas contribuições possam ser trazidas por educadores matemáticos que, nesta nobre causa, desejem se engajar.

REFERÊNCIAS

- ACUS. *In*: Dicionário Etimológico Online, 2008-2022. Disponível em: <https://www.dicionarioetimologico.com.br/busca/?q=acus>. Acesso em: 12 mar. 2022.
- ACUTUS. *In*: Dicionário Etimológico Online, 2008-2022. Disponível em: <https://www.dicionarioetimologico.com.br/busca/?q=acutus>. Acesso em: 12 mar. 2022.
- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. (2010). **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte - MG: Autêntica.
- ÂNGULO. *In*: Dicionário Etimológico e Histórico da Língua Francesa, 1996. Acesso em: ASTOLFI, J. P.; DEVELAY. M. **A didática das ciências**. Campinas: Papyrus, 2002.
- AUSUBEL D. P., NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. (1980). **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana LTDA.
- AZEVEDO, M. C. P. S. de. **Ensino por Investigação: Problematizando as atividades em sala de aula**. In: Carvalho, A. M. P. de (org); NASCIMENTO, V. B. do; CAPECCHI, M. C. de M. ; VANNUCHI, A. I., CASTRO, R. S. de; PIETROCOLA, M.; VIANNA, D. M. ; ARAÚJO, R. S. **Ensino de Ciências: Unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo-SP: Cengage Learning, 2009.
- BAHIA. Secretaria da Educação. **Instrução Normativa nº 03/2021**.
- BAHIA, 2021. **Continuum Curricular 2020/2021**.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto, 1994.
- BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- BARBOSA. P. M. **O estudo da geometria**. Revista Brasileira de Cartografia, nº3, 2008.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2010.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: [Edições 70, 2011, 229p.] Revista

Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v.6, no. 1, p.383-387, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 03.02.2022.

BAUMGARTEL, P. **O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática.** *In*: XX Ebrapem – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba – Paraná; 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática: 5^a a 8^a série. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática: 5^a a 8^a série. Brasília: MEC, 2001.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.** *In*: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. D. (Org.). Atividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002. p. 5-24.

BRITO, F. M.; OLIVEIRA, N. **As dificuldades da interpretação de textos matemáticos: algumas reflexões.** Sete Lagoas: Unicentro - Fundação Educacional Monsenhor Messias. Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras: UNIFEMM, 2007.

BROCARD, J. **As investigações na sala de aula de Matemática: Um projeto curricular no 8.º ano.** (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 2002.

CARVALHO, A. M. P. de (orgs); NASCIMENTO, V. B. do; CAPECCHI, M. C. de M.; VANNUCHI, A. I. ; CASTRO, R. S. de; PIETROCOLA, M.; VIANNA, D. M.; ARAÚJO, R. S. **Ensino de Ciências: Unindo a pesquisa e a prática.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

CASTRUCCI ET AL. **A Conquista da matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais.** – 4^a.ed.—São Paulo: FTD, 2018.

CAVALCANTE, R. B.; CALIXTO, P; PINHEIRO, M.M.K. **Informação Sociedade: Estudos**, n. 1, v. 24, 2014.

CHIZZOTTI, A.. **Pesquisa em ciências humanas e sociais.** São Paulo: Cortez, 1991.

CLAPHAM, C.; NICHOLSON, J. **The Concise Oxford Dictionary of Mathematics.** New York: Oxford University Press, 4^o ed., 2009.

COUTINHO, D. M. **Divisão e multiplicação de polinômios com o auxílio de materiais manipuláveis e tecnologias sob o olhar da representação semiótica.** Londrina, 2019.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Magda Lopes– 3 ed. – Porto Alegre: ARTMED, 296 páginas, 2010.

CURY, H. N. **Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Tradução de Sandra Regina Netz. Porto Alegre: Artmed, 2006.

EUCLIDES. **Os elementos**. São Paulo: Traduzido por: Irineu Bicudo, Editora Unesp, 2009.

FELICIANO, L. P. S. **A História da Matemática e a Etimologia de seus Termos como Ferramenta Didática no Processo de Ensino Aprendizagem**. Universidade Nove de Julho, 2013.

FELICIANO, L. P. S. **A linguagem e a etimologia nos termos utilizados na matemática: uma construção histórica**. São Paulo: Universidade Bandeirante Anhanguera, 2013.

FERREIRA, F. A. **Provas e Demonstrações: Compreensões de dez anos da produção em Educação Matemática (2003-2013)**, 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

FERREIRA, L. **Etimologia: chave da psicanálise**. Rio de Janeiro: Descubra, 2010.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; CRISTOVÃO, E, 2005. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. *In*: Seminário Luso-brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>. Acesso em: 20 fev. 2022.

FISCHBEIN, E. (1996). **The psychological nature of concepts**. In Helen Mansfield, Neil A. Pateman and Nadine Bednarz (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children* (pp. 102-119). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

FISCHBEIN, E. (1993). **The theory of figural concepts**. *Educational Studies in Mathematics* 24, 139-162.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C. F. **Pesquisa em visualização na educação matemática: conceitos, tendências e perspectivas**. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v. 14, n.1, abr. 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/8008>. Acesso em: 27 mar. 2022.

FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J. da. **As atividades de investigação, o professor e a sala de aula de matemática**. 1999. Disponível em: <http://www.amma>.

com.pt/cm/af29/trabalhos/s7/Textos/texto18.pdf. Acesso em: 12.02.2022.

FONSECA, R. C. **Uma abordagem geométrica para cálculo do volume das quádrigas**. Dissertação de Mestrado–Vassouras, 2011.

FRANCO, B. **Análise de conteúdo**. 2. ed. Brasília: Líber Livro, 2005.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Brasília: Líber Livro, 2008.

FREITAS, J. E. M.; BOTELHO, C. A. L. Recife – PE: Edições Esuda, 1974.

GIL-PÉREZ, D. VALDEZ CASTRO, P. (1996). **La Orientacion de las prácticas de laboratorio com investigaci3n: um ejemplo ilustrativo**. *Ensenanza de Las Ciencias*,14(2), 155-163.

GIORDAN, A. VECCHI. G. **As origens do saber: das concepções dos aprendentes aos conceitos científicos**. 2ed. Porto Alegre. Artes Médicas. 1996.

GOMES, A.; RALHA, E. **Conceitos Elementares em Matemática: o papel da definição**. *In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., 2005, Porto. Anais [...] Porto, 2005.

GRADUS. *In: Dicionário Etimológico Online*, 2008-2022. Disponível em: www.dicionarioetimologico.com.br/busca/?q=gradus. Acesso em: 12 mar.2022.

JUNIOR, O. G. **Matemática por assunto: geometria plana e espacial**. São Paulo: Editora Scipione, 2000.

KATZ, V. J. **A history of mathematics: an introduction**. 3 ed. New York: Pearson Education, 2009, 976.

LAMONATO, M., PASSOS, C. L. B, 2012. **”Siga os Exemplos” dos Alunos: aprendizagens em aulas exploratório-investigativas no 4º ano do Ensino Fundamental**. *Revista Eletrônica De Educação*. Disponível em: <https://doi.org/10.14244/1982719940>. Acesso em: 18 fev. 2022.

LEIBNIZ, W. G. **Novos ensaios sobre o entendimento humano**. Trad. Luiz João Baraúna. São Paulo: Editora Nova Cultural, 2000.

LEITE, J. F. M.J., NOVAES, A. J. **Dicionário latino vernáculo: etimologia, literatura, história, mitologia, geografia**. Rio de Janeiro: Editora Henrique Velho, 1943.

LONGATO, D. **Ensino e aprendizagem da geometria e a teoria de van Hiele: via de mão dupla para o desenvolvimento do pensamento geométrico**. 2016. Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_utfpr_dirleiferreiralongato.pdf. Acesso em: 2 abr. 2022.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?**. *Revista da Sociedade Brasileira*

de Educação Matemática, Blumenau, n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, E. S. **A etimologia de alguns vocábulos referentes à educação**. Uberlândia: EDUFU, 2005.

MELO, H. S. **A Aprendizagem de Conceitos Matemáticos Fundamentados na sua Etimologia e Morfologia**. S. Miguel — Açores, 2015.

MENCHINSKAYA, N. A. (1969). **The psychology of mastering concepts. Fundamental problems and methods of research**. In J. Kilpatrick e I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*, Vol. I, (pp. 75-92). Chicago: University of Chicago.

MENDES, R. M.; MISKULIN, R. G. S. **A análise de conteúdo como uma metodologia**. Cadernos de Pesquisa, v. 47, p. 1044 - 1066, 2017.

MINAYO, M. C. S. **Hermenêutica-dialética como caminho do pensamento social**. In: MINAYO, M. C. S. DESLANDES, S. F. (Orgs.) *Caminhos do Pensamento: epistemologia e método*. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2002.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí: Unijuí, 2005.

MUNIZ N., CAMINHA, A. **Tópicos de matemática elementar**. 2a ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção do professor de matemática).

NASCIMENTO, A. M. **A infância na escola e na vida: uma relação fundamental**. In: Ministério da Educação Secretaria de Educação Básica-Ensino Fundamental de Nove Anos. *Orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade*. 2.ed. Brasília – 2007. Leograf – Gráfica e Editora LTDA.

NOBRE, S. **Isidoro de Sevilla e a história da matemática presente em sua enciclopédia Etimologias (sé.7)**. In. *Revista Brasileira de História da Matemática - Vol 5 n^o 9*, 2005, p. 37-58. Disponível em: <https://doi.org/10.47976/RBHM2005v5n937-58>. Acesso em: 22 jan. 2012.

NOÇÃO. In MICHAELIS moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2022. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/nocao>. Acesso em: 12 abr. 2022.

NOTARE, M. R. **Um sistema para aprendizagem de demonstrações dedutivas em Geometria Euclidiana**. Dissertação de Mestrado, UFRGS, 2001.

O'CONNOR, J; ROBERTSON, E. H. R. **MacTutor History of Mathematics Archive**. 1999. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hipparchus/>. Acesso em: 12 de abr. de 2022.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, M. I., PONTE, J. P. **Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula.** In G. Cebola M. Pinheiro (Eds.), *Desenvolvimento curricular em Matemática* (pp. 107-125). Lisboa: SEM-SPCE, 1998.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. da S. L. **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio.** *Revista Principia, João Pessoa*, n. 38, p. 105-119, 2018.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática. Secretária do Estado da Educação do Paraná, 2008.** PASSOS, C. M. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: Geometria na sala de aula.** Tese de doutorado (Universidade Estadual de Campinas–Faculdade de educação), 2000.

PAVANELLO, R. M.; LOPES, S.E.; ARAUJO, N.S.R. **Leitura e interpretação de enunciados de problemas escolares de matemática por alunos do ensino fundamental regular e educação de jovens e adultos (EJA).** *Educar em Revista*, n. Especial 1/2011. Editora UFPR.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica.** Dissertação (Mestrado) — Faculdade de educação, UNICAMP, São Paulo, 1989.

PENTEADO, M. G. **Ambientes de aprendizagem baseados em computador: riscos e incertezas para professores.** *Ways of Knowing Journal, Brighton*, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PEREIRA, M., SARAIVA, M. J. (2005). **A integração de tarefas de investigação no ensino e na aprendizagem das sucessões.** *Quadrante*, 14(2), 43-69.

PIASESKI, C. M. **A geometria no ensino fundamental.** Monografia (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões URI: Erechim, 2010. Disponível em: http://www.uricer.edu.br/cursos/arqtrabalhos_uuario/1271.pdf. Acesso em : 02jan2022.

PONTE, J. P. (2005). **Gestão curricular em Matemática.** In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de aula.** 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática, v.7).

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala**

de Aula. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemática na Sala de Aula.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016. 160 p.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PONTE, J. P., FERREIRA, C., VARANDAS, J. M., BRUNHEIRA, L., OLIVEIRA, H. (1999). **A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas.** Lisboa: APM.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., SEGURADO, I. (1998). **Histórias de investigações matemáticas.** Lisboa: IIE.

PORTO, A.; RAMOS, L.; GOULART, S. **Um Olhar Comprometido Com o Ensino de Ciências.** Belo Horizonte: FAPI, 2009. 144 p.

PROPOSIÇÃO. *In:* Dicionário Editora de Latim - Português, Porto Editora, 2017.

RAMOS. **Mobilidades e interculturalidades na contemporaneidade: desafios para a Psicologia e a inserção social.** S. Gondim; Ilka dias Bichara (Org.). A Psicologia e os desafios do mundo contemporâneo Salvador: UFBA, p. 267-300, 2015a.

RASUS. *In:* Dicionário Informal, 2008. Disponível em: <https://www.dicionarioinformal.com.br/raso/>. Acesso em: 02 abr. 2022.

RODRIGUES, M. U. (Org.). **Análise de Conteúdo em pesquisas qualitativas na área da Educação Matemática.** Curitiba, PR: Editora CRV, 2019.

RODRIGUEZ, J ET AL. **¿Cómo enseñar? (1995) Hacia una definición de las estrategias de enseñanza por investigación.** *Investigación em la escuela*, n. 25.

SANTANA, R. J. **Etimologia para ensinar e aprender Matemática.** 1^o. ed. São Paulo, 2020.

SANTOS, J. E. B., SANTOS, M. P. SANTOS, I. G. X. (2020). **Ensino de matemática por meio de projetos: experiências implementadas no chão da sala de aula.** Belém: Rfb Editora.

SBM, 2021. **Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT.**

SCHWARTZMAN, STEVEN. **The words of mathematics: etymological dictionary of mathematical terms used in english.** Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1994.

SILVA, A.; COSTA, E. (Orgs.). **Livro didático: olhares dialógicos.** Campinas, SP:

Pontes Editores, 2017. 169 p.

SILVA, A. H.; FOSSÁ, M. I. T. **Análise de Conteúdo: exemplo de aplicação da técnica para análise de dados qualitativos.** *Qualit@s Revista Eletrônica*, Campina Grande, v. 16, n. 2, p. 01-14, jan./jun. 2015.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação.** *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Educação Matemática Crítica.** São Paulo: Papirus. 2008.

SOUSA, A. (2005). **Investigação em educação.** Lisboa: Livros Horizonte.

SOWDER, L. K. (1980). **Concept and principle learning.** *In* R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education*, (pp. 244-285). Reston, VA: NCTM.

TALL, D. E VINNER, S. (1981). **Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity.** *Educational Studies in Mathematics* 12, 151-169.

VARIZO, Z. C. M., MAGALHÃES, A. P. de A. S.. **Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da matemática.** Curitiba: CRV, 2016, p. 88.

VIARO, M. E. **Etimologia.** São Paulo: Contexto, 2011.

VIARO, M. E. **Manual de etimologia do português.** São Paulo: Globo, 2013.

VINNER, S. (1997). **From intuition to inhibition—mathematics, education and other endangered species.** *In* *Proceedings of PME 21 (Finland)*, vol. 1, pp. 63-78.

VIOLATTI, C. **Hipparchus of Nicea.** *World History Encyclopedia*, 2013. Disponível em: https://www.worldhistory.org/Hipparchus_of_Nicea/. Acesso em: 12 de mai. de 2022.

WICHNOSKI, P. KLÜBER, T. E. (2015). **Uma revisão crítica da tendência Investigação Matemática no Brasil.** *In*: Conferência Interamericana de Educação Matemática, CIAEM, 14, 2015. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. Anais. Chiapas, México: p. 1-9.

ZIMMERMANN, W. CUNNINGHAM, S. **Editors Introduction: What is Mathematical Visualization?** *In* W. Zimmermann e S. Cunningham (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp 1-7). Washington: MAA, 1991.

APÊNDICE A - A ATIVIDADE INVESTIGATIVA



Colégio Estadual Brigadeiro Eduardo Gomes

Prof.: _____

Aluno: _____

Componente Curricular: Matemática

Data: _____

Ano: _____

Turma: _____

ÂNGULOS

• SITUAÇÃO PROBLEMA

Parque de diversões, rampas e tobogãs

Você gosta de parques de diversões? Gosta de escorregar nas rampas e descer pelos tobogãs? Júlio é um menino que gosta muito de escorregadores, tanto que pediu a seu pai para construir um no quintal da sua casa.



O pai dele, Pedro, a princípio, disse que não conseguiria e que não tinha muito tempo para construir o brinquedo, mas Júlio insistiu tanto que seu pai resolveu atender seu pedido. Pedro comprou os materiais para a confecção do escorregador, utilizando madeiras. Após assistir a alguns vídeos na internet e ler a respeito da construção de um escorregador, Pedro colocou a “mão na massa” e construiu o tão sonhado escorregador para Júlio. Veja-o na imagem a seguir:



Ao ver o escorregador pronto, Júlio foi logo subindo para estrear o novo brinquedo. No entanto, ao utilizar o escorregador, seu corpo deslizou rápido demais e ele acabou se machucando ao tocar o chão. Pedro ficou triste ao perceber que algo havia saído errado na construção do escorregador. Você consegue ajudá-los a resolver essa situação? Por que será que o corpo de Júlio deslizou mais rápido que os escorregadores em geral, chegando a machucá-lo? O que pode ser feito para resolver a situação?



• LEVANTANDO INFORMAÇÕES

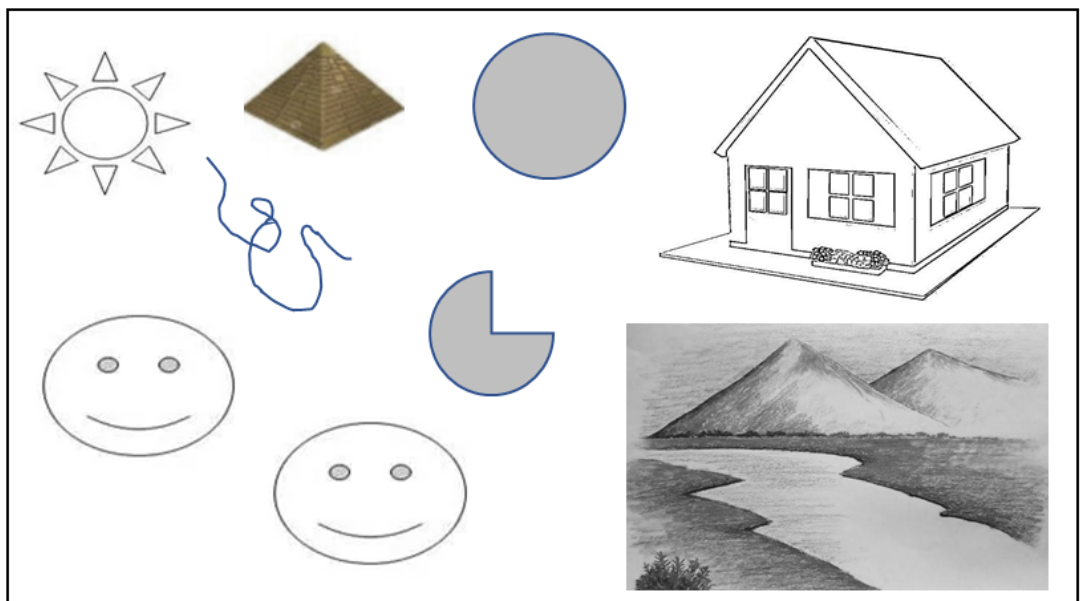
1. Você já ouviu falar em ângulo? Em caso afirmativo, onde?

2. O que é um ângulo? Como você explicaria?

3. Represente, no espaço abaixo, um ângulo:



4. Identifique, nas imagens a seguir, onde há existência de ângulos:

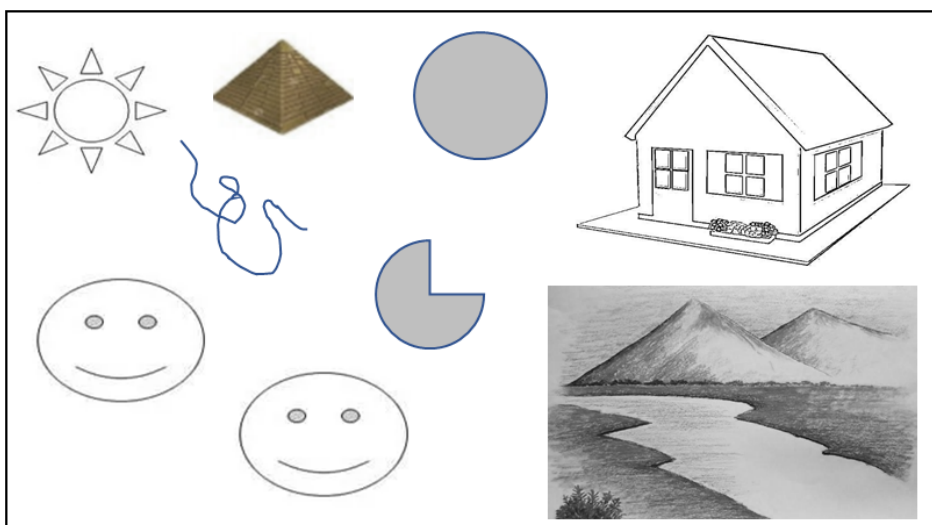


• “OLHANDO POR OUTRO ÂNGULO”



1. De acordo com o que Henrique falou, onde nós teremos um ângulo?

2. Vamos analisar novamente as figuras vistas anteriormente? Pensando no que Henrique falou, onde temos ângulos?



3. Pesquise em seu livro didático a definição de ângulo e registre-a:

4. Represente no espaço abaixo o ângulo com os elementos descritos no seu livro didático.



5. Lembrando das palavras de Henrique, do significado da palavra ângulo, o “canto, esquina ou dobra” mencionados por ele equivale a que elemento do ângulo pela descrição da sua pesquisa no livro didático?

Medida de um ângulo

A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. A unidade padrão de medida de um ângulo é o **grau**, cujo símbolo é $^{\circ}$. Influenciado pela matemática

da Babilônia, Hiparco de Niceia, considerado pelos gregos o pai da astronomia, no século II a.C., fez a primeira divisão da circunferência em 360 partes iguais com o objetivo de medir os ângulos. A cada uma dessas 360 partes em que a circunferência foi dividida, associamos um ângulo cuja medida é chamada de 1 grau. Assim, um grau é uma unidade de medida de um giro que corresponde à volta completa em uma circunferência dividida por 360.

Por que a palavra “grau” foi escolhida para representar essa divisão?

Eu respondo! A palavra grau vem do latim, da expressão *gradus*, que significa passo, marcha, percorrer uma distância em trechos, dividir em partes etc.

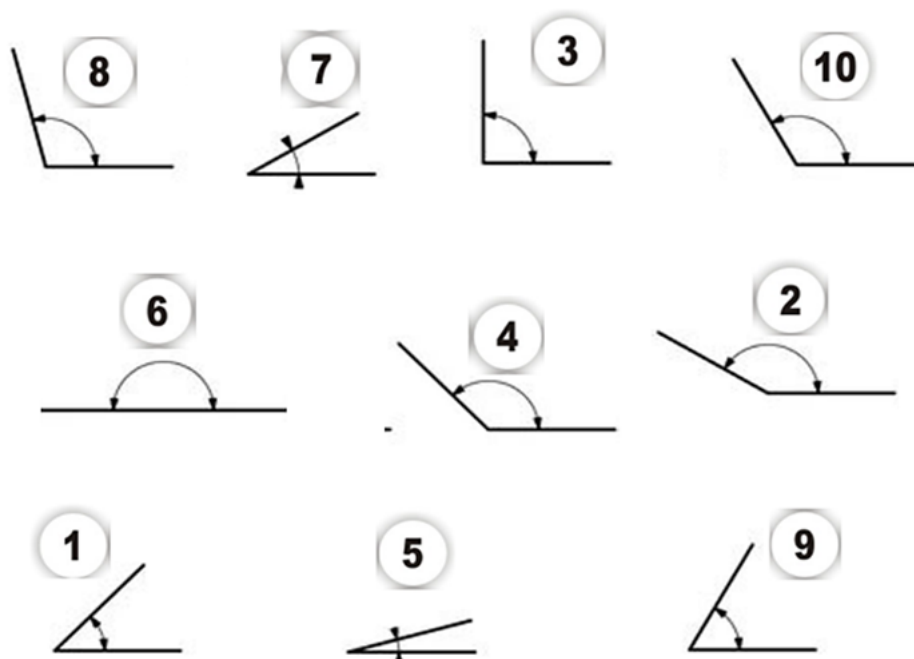
Isso é apropriado já que o grau foi associado a cada uma das 360 partes em que a circunferência foi dividida.



Classificação dos ângulos

Um ângulo pode ser classificado de acordo com a sua medida. Vamos investigar?

6. Abaixo estão representados diversos ângulos numerados de 1 a 10. Você consegue perceber características comuns entre eles? Observe-os com atenção e separe-os em grupos indicando-os pela sua respectiva numeração. Separe-os em quantos grupos achar necessário.



Aliste os grupos no espaço abaixo:

7. O que você observou nos ângulos que lhe levou a separá-los desse modo nos grupos?

8. Vamos agora realizar uma pesquisa no seu livro didático. Identifique como os ângulos são classificados de acordo com suas medidas. Registre as formas de classificação dos ângulos:

9. Represente, no espaço abaixo, os tipos de ângulos identificados na pesquisa da questão anterior.

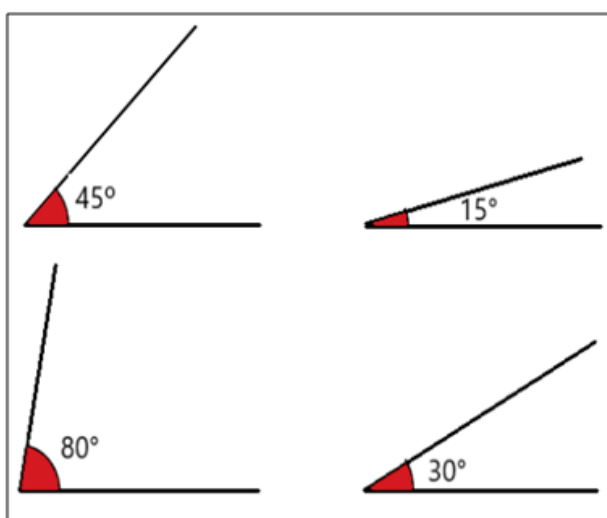
VAMOS REFLETIR AGORA ACERCA DESSES TERMOS ENCONTRADOS POR VOCÊ(S) PARA A CLASSIFICAÇÃO DOS ÂNGULOS NO LIVRO DIDÁTICO?

- Observou que os ângulos agudos, por serem menores que 90° , são pontiagudos?

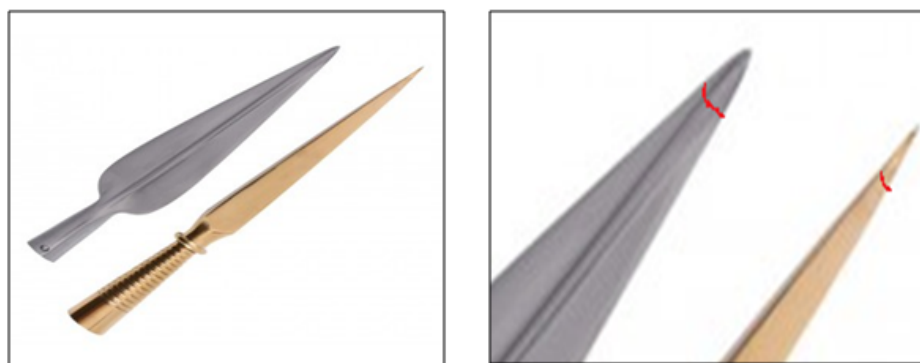
A palavra “agudo” vem do latim do latim *acutus*, que tem a ideia de pontudo, afiado, fino, penetrante.



Todos os ângulos da imagem a seguir são agudos. Todos possuem menos de 90°. Note que, quanto **menor** o ângulo, menor a amplitude de sua região, o que confere à sua estrutura um aspecto de “**ponta**” cada vez mais **fina**.



A palavra “**agudo**”, do latim *acutus* (pontudo, afiado, fino, penetrante), está relacionada à palavra *acus* (agulha de costura ou instrumento com que as mulheres separavam o cabelo). Isso porque a palavra “agulha” deriva do latim *acus* “agulha, alfinete”, e também se relaciona com *acutum*.



Percebem-se, nas imagens acima, diferentes pontas de lanças. Quanto menor o ângulo presente nelas, mais afiada é a sua ponta, devido à diminuição da região angular.

E quanto ao obtuso? Vamos refletir sobre seu significado?

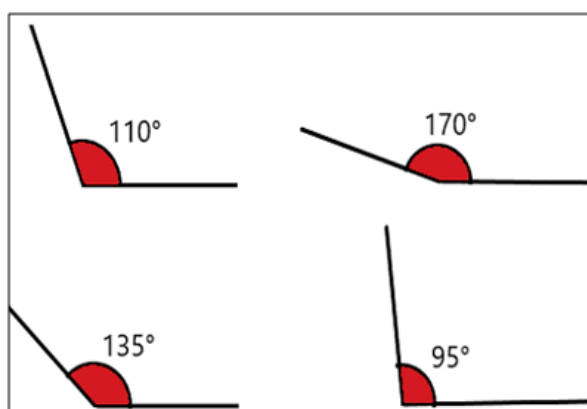
A palavra “**obtuso**” vem do Latim OBTUSUS, “espesso, grosseiro, sem fio”, particípio passado de OBTUNDERE, “bater algo contra”, formado por OB-, “à frente”, mais TUNDERE, “golpear, bater”.

Em latim “obtuso significava batido até o ponto de ser chato”. (SCHWARTZMAN, 1994 p.148). Notou? **A palavra obtuso possui significado oposto à palavra agudo**. Enquanto agudo denota algo fino, pontiagudo, a palavra “obtuso” refere-se a algo não afinado, espesso, sem ponta, como se tivesse sido batido e, conseqüentemente, alargado.

Ah, já sei então porque os ângulos obtusos são aqueles que possuem mais de 90° ! Pelo tamanho da abertura do ângulo, a ponta fica larga e não pontiaguda. Lembrando que os ângulos obtusos são menores que 180° .



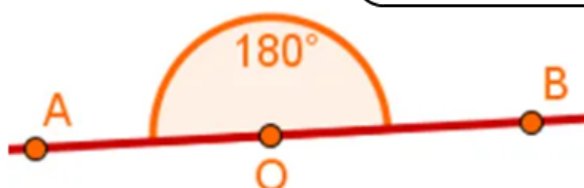
Todos os ângulos da imagem a seguir são obtusos. São maiores que 90° e menores que 180° . Note que, quanto **maior** o ângulo, **menos pontiaguda** fica a sua estrutura, devido ao aumento da região angular.



Quanto ao ângulo Raso ou de meia-volta?

A palavra “**raso**” vem do latim RASUS e dá ideia de “alisado, raspado, rasteiro, rente, baixo, plano”.

Essa ideia tem a ver com o ângulo raso. Como ele possui 180° ele fica sem ponta, como se fosse um plano! Que legal!



10. Agora, após a pesquisa realizada no livro didático, bem como das informações sobre a etimologia dos termos classificatórios dos ângulos trazidas por Henrique, refaça a separação dos ângulos da questão 6 em grupos novamente.

11. Houve alguma mudança ou permaneceu com a separação anterior? Por quê?
