Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - CETEC
Programa de Pós Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Dissertação de Mestrado

TRANÇADOS AMAZÔNICOS DO POVO BORA E A ETNOMATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

RENATA BITTENCOURT SANDE

Cruz das Almas - Bahia

Setembro de 2022

TRANÇADOS AMAZÔNICOS DO POVO BORA E A ETNOMATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

RENATA BITTENCOURT SANDE

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e Sociedade Brasileira de Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Anderson Reis da Cruz

Cruz das Almas - Bahia

Setembro de 2022

FICHA CATALOGRÁFICA

S214t	Sande, Renata Bittencourt. Trançados Amazônicos do Povo Bora e Etnomatemática no processo de ensino-aprendizagem da matemática / Renata Bittencourt Sande._ Cruz das Almas, BA, 2022. 126f; il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT. Orientadora: Prof. Dr. Anderson Reis da Cruz. 1.Matemática – Estudo e ensino. 2.Matemática – Aprendizagem – Análise. I.Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Agrárias, Ambientais e Biológicas. II.Título. CDD: 510.7

Ficha elaborada pela Biblioteca Universitária de Cruz das Almas - UFRB. Responsável pela Elaboração –Antonio Marcos Sarmento das Chagas (Bibliotecário - CRB5 / 1615).

TRANÇADOS AMAZÔNICOS DO POVO BORA E A ETNOMATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

RENATA BITTENCOURT SANDE

Dissertação de Mestrado apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e Sociedade Brasileira de Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, recomendada para aprovação em 09/09/2022.

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br ANDERSON REIS DA CRUZ
Data: 11/09/2022 11:48:42-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Prof. Dr. Anderson Reis da Cruz (Orientador)
UFRB

Documento assinado digitalmente
gov.br ROGELMA MARIA DA SILVA FERREIRA
Data: 14/11/2022 07:20:00-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Profª. Drª. Rogelma Maria da Silva Ferreira
UFRB

Documento assinado digitalmente
gov.br JUNILSON CERQUEIRA DA SILVA
Data: 16/11/2022 11:39:22-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Prof. Dr. Junilson Cerqueira da Silva
UFRB

À Renato Ferreira Sande.

Agradecimentos

Durante essa jornada vivenciei momentos de muito aprendizado, que me fizeram crescer profissionalmente e humanamente. Momentos estes, nos quais estavam presentes pessoas que contribuíram de alguma forma. Tenho muita gratidão por todos!!

Inicialmente agradeço a Deus, a todos os Santos fortes e aos anjos de Luz por toda benção e proteção.

Ao meu pai, o melhor homem do mundo que, apesar de hoje não se encontra mais neste plano, está sempre no meu coração e nas minhas atitudes. Me ensinou que a essência da vida é sempre fazer o bem. À minha mãe, pessoa mais linda desse mundo, meu alicerce, minha fortaleza e que me dá cada puxão de orelha ...Ela sempre me diz: "Renata, a graça é para quem dá e não para quem recebe. "

Aos meus filhos, Bruna e Francisco, por serem meu coração. Aos meus irmãos, Rafael e Renatinho pelo carinho, pelo afago e cuidado. À minha irmã de consideração, Neide, que sempre fez minhas vontade e cuida de mim com todo carinho do mundo. Esses amores são incondicionais!!! Amo todos vocês imensamente!

Aos meus amigos, em especial Renata Queiroz e Manuel Quadros, irmãos do coração. Além deles, como esquecer dos meus parceiros dessa jornada. Joilson, Franque, Rebeca, Itana, Luis (in memorian), amigos que conquistei para toda essa vida. Tem também Paty, Reinan, Edvaldo, Romario, Marcos que me ajudaram nos estudos.

Minha gratidão aos meus queridos professores, em especial: Adson, primeiro prof. nesse processo, dedicado. Obrigada pelo carinho, atenção e também pelas caronas; Juliana pelo jeitinho doce de tratar a turma; Amélia, pelo seu carinho e organização; Rogelma pela dedicação e motivação para o estudo da prova do ENQ; Andressa, mulher de luz, que me tranquilizou na prova do ENQ; Anderson, meu orientador, por ter aceitado me orientar, pela paciência, dedicação, compreensão e cuidado. Aos professores da banca, Rogelma e Junilson por toda compreensão.

Não posso esquecer de agradecer também aos mototaxistas e "topiqueiros" por me trazerem em segurança para UFRB e para Cruz das Almas.

Por fim, agradeço a toda minha família e amigos pela torcida.

"O valor das coisas e das pessoas não está no tempo que elas duram, mas na intensidade com que elas viveram. Por isso existem coisas inexplicáveis, momentos inesquecíveis e pessoas incomparáveis."

Fernando Pessoa.

Resumo

No contexto que envolve a prática docente há uma preocupação com relação às dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de matemática, particularmente, quando se trata de comunidades e grupos étnicos.Esse trabalho se propôs a desenvolver uma atividade com o uso da Etnomatemática, com intuito de facilitar o aprendizado significativo do alunado. A atividade desenvolvida estabelece conexões com o conteúdo de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II, especificamente, o conceito de simetrias, transformações geométricas e cálculo de áreas, dinamizando a abordagem geométrica com a associação destes conteúdos, ao artesanato da cultura Bora. A sugestão contida neste trabalho é motivada pela perspectiva de trabalhar conteúdos com instrumentos pedagógicos, oriundos de realidades culturais, podem melhorar a dinâmica de aprendizado. A efetiva aplicação de tal abordagem é direcionada a trabalhos futuros.

Palavras-chave: Matemática, Etnomatemática/ Modelagem Matemática, Ensino-Aprendizagem

Abstract

The teaching-learning process for Mathematics has always been a concern in the teaching pratice. Ways to improve this process is frequently studied in literature. Particulary, when the Mathematics is taught for communities and ethnic groups, some special techiniques related to the cultural knowledge of these groups are needed.This work proposes to develop an activity with the application of the Ethnomathematicsas a tool to facilitate meaningful student learnig. The activity developed establishes connections with the mathematics content of the 8th grade of Elementary School II, specifically the concepts of simmetry, geometric transformations and area calculation. Therefore, the suggestion of activity contained in this work has as motivation the use of pedagogical tool from diverse cultural realities to improve the learnig dynamics. One suggests the application of this pedagogical proposal to be applied in future works.

Keywords: Mathematics, Ethnomathematics/Mathematical Modeling, Teaching-Learning

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução

No contexto que envolve a prática docente, há uma preocupação com relação às dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Por isso, na atualidade, existem estudos que visam a análise acerca das teorias e práticas docente no âmbito escolar, relacionadas à esta área de conhecimento. Além disso, pretende-se a busca por metodologias no sentido de melhorar o trabalho do professor e, consequentemente, levar os discentes a compreenderem melhor o conteúdo matemático. Neste contexto, a aplicação da Etnomatemática e da Modelagem Matemática – na BNCC, a Etnomatemática está inserida nas competências gerais da educação básica –é uma proposta pedagógica para o ensino e aprendizagem que auxiliao desenvolvimento do aluno.

A disciplina de Matemática apresenta uma das maiores rejeições entre os alunos do ensino fundamental II e ensino médio. Isso ocorre porque a maioria dos estudantes enxerga a disciplina como um emaranhado de fórmulas, sem conseguir fazer conexão entre os conteúdos abordados em seu cotidiano (Damasceno e Rabelo, 2019). Por conta disso, tornam-se necessárias as mudanças e adaptações nas metodologias utilizadas em sala de aula, a fim de despertar o interesse pela matéria e facilitar a construção do aprendizado para além da escola, o que fundamenta a busca por alternativas significativas que facilitem a aquisição do conhecimento.

Assim, o presente estudo buscou respostas para a seguinte problemática: é possível facilitar o processo do ensino-aprendizagem da matemática utilizando a Etnomatemática? Como possibilidade de justificar tal questionamento, percebe-se que a matemática sempre teve grande relevância para a construção do conhecimento humano e especialmente para o desenvolvimento da humanidade. Igualmente, se faz necessário versar sobre aprimoramento, caminhos e respostas em torno dos questionamentos existentes nesta área da ciência, notadamente quanto à técnica usada no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, a presente pesquisa científica tem por base o trabalho de Gerdes (2010) e D'Ambrósio (2019). Ademais, foi feita uma revisão bibliográfica acerca dos demais conteúdos através de pesquisa qualitativa investigativa, com buscas em plataformas acadêmicas.

Como exemplo de aplicação da Etnomatemática no processo de ensino-aprendizagem, utilizam-se os trançados Amazônicos do Povo Bora com o intuito de facilitar o trabalho do professor e, consequentemente, levar os alunos do Ensino Médio e Fundamental II a compreender melhor o conteúdo matemático e sua aplicabilidade. Para isto, é necessário identificar possíveis modos de facilitar o processo do ensino aprendizagem da Matemática utilizando a Etnomatemática e compreender o que é Etnomatemática/ Modelagem Matemática através dos trançados do povo Bora. Neste sentido precisa-se: identificar a Etnomatemática presente no artesanato do povo Bora com base no estudo de Gerdes (2010); estudar o traçado/ padrões desse povo com base no estudo de Gerdes (2010); associar elementos da matemática com esses padrões. A partir daí pode-se propor atividades fazendo o uso da Etnomatemática/ Modelagem Matemática em sala de aula com base no artesanato desse grupo; aplicar e contextualizar a Matemática de diferentes culturas e relacionar a Matemática com o artesanato do povo Bora.

Portanto, esse trabalho trata de uma proposta de ensino-aprendizagem da Matemática, com o intuito de facilitar o trabalho do professor e, consequentemente, levar os alunos do Ensino Fundamental II a compreender melhor o conteúdo matemático. Nessa proposta, utilizou – se a Etnomatemática/Modelagem Matemática, visando trabalhar de forma interdisciplinar e contextualizada, os conteúdos matemáticos com o intuito de facilitar a aprendizagem dos estudantes.

Com isso, realizou-se uma revisão bibliográfica com relação a Etnomatemática junto com a Modelagem Matemática, baseando-se na lei de nº 11645, e conhecimentos matemáticos estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o que proporcionou um aprofundamento do estudo por meio de periódicos, pesquisa em sites e leituras diversas.

Capítulo 1

ETNOMATEMÁTICA E MODELAGEM

Na década de 1970 surge a Etnomatemática como uma linha teórica, que apresentava crítica ao ensino tradicional e limitante da matemática perante as suas aplicações práticas nos diferentes contextos culturais. Etimologicamente há vasta discussão acerca do significado de etnomatemática, essencialmente porque este é um termo cercado de significações. Contudo, é consenso a influência do termo tékhne ou techne – conforme Ubiratan D'Ambrosio (2019) – cujo significado é arte ou técnica. Criador da etnomatemática, o educador-matemático Ubiratan D'Ambrosio inovou ao contribuir para um debate filosófico tendo como foco a etimologia e desmembrando o referido termo em etno/matema/tica, o que permitiu a ampliação dos significados.

Neste sentido, o termo "Etno", significa o ambiente natural, social, cultural e imaginário onde um grupo está inserido, "Matema" é ato de explicar, conhecer e lidar com o conhecimento matemático e "Tica", modo, estilos, arte e técnicas para a aplicação do conhecimento matemático construído e vivenciado por um grupo. Mas, para o direcionamento apresentado no presente estudo, foca-se no fato de a etnomatemática ser definida – segundo professor Ubiratan D'Ambrosio, pioneiro nas pesquisas sobre etnomatemática – como o conjunto de formas de matemática, próprias de grupos culturais e que, portanto, traz em sua essência a valorização dos conhecimentos ancestrais e de povos originários.

Surgindo como linha de pesquisa através do PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA, pensado pelo professor Ubiratan D'Ambrósio,[1] que motivado pela procura de entender o saber/fazer matemático ao longo da História da Humanidade, cuja contribuição é

[1] O PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA (congresso onde o professor Ubiratan D'Ambrósio apresentou sua ideia inovadora para linha de pesquisas, ainda de maneira tímida) surge no Quinto Congresso Internacional de Educação Matemática, em Adelaide, Austrália, em agosto de 1984, onde algumas novas tendências em Educação Matemática estavam em foco, tais como: Matemática e Sociedade, Matemática para todos e História da Matemática e de sua pedagogia, entre outras temáticas.

de extrema importância ainda hoje na prática do ensino da matemática. A Etnomatemática atualmente é vista como parte da História da Matemática e da Educação Matemática, o que permite uma relação cultural com a Antropologia e as Ciências da Cognição. Assim, segundo D'Ambrosio,

> "Etnomatemática é a matemática praticada por grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que identificam-se por objetivos e tradições comuns aos grupos." (D'AMBROSIO, 2019, p. 8)

> "O etno não significa cor de pele ou raça, o etno significa o ambiente que o indivíduo está inserido a maior parte da vida dele e esse outro caminho de relacionar com o real, com o dia a dia, o cotidiano é uma coisa que está produzindo efeito."(D'AMBROSIO, apud Mathias, 2021)

Conforme observado, a matemática está presente na prática de grupos como pescadores, pedreiros, indígenas, quilombolas entre outros. Dessa forma vê-se a importância da Etnomatemática, por esta compreender e valorizar a existência da matemática na vivência desses grupos. Junto a isto, a modelagem matemática pode ser uma grande aliada da educação para o processo de desenvolvimento do conhecimento matemático por meio de resoluções de problemas reais, pois, ao se aprofundar em determinado assunto, pode-se usar da apropriação do conhecimento geral e de conhecimentos matemáticos para perceber melhor os fenômenos reais que são representados por modelos matemáticos, podendo auxiliar na interpretação de situações e fazer possíveis previsões, possibilitando uma compreensão melhor dos fatores envolvidos no estudo.

Partindo da premissa de que a matemática ainda é uma disciplina por vezes engessada didaticamente no âmbito da sala de aula, a etnomatemática, apesar de desafiadora por exigir conhecimento prévio e aprofundado de grupos sociais por parte dos docentes, surge como uma possibilidade de trabalhar os conteúdos de modo mais atraente e significativo para os discentes. Fato este comprovadamente possível, ao passo que foi objeto de divulgação durante jornada pedagógica para docentes (D'Ambrosio, 2019).

> “Quando há possibilidades de se abrir caminhos para o conhecimento, os indivíduos oportunizam grandes perspectivas do aprendizado, para ultrapassar barreiras do saber pronto e acabado. É ir muito além das disciplinas escolares e de outros objetos de estudo como a etnomatemática. Desafiar os sujeitos do espaço escolar a reconhecer, observar, fazer críticas relevantes da temática ou do objeto de estudo em questão, é extraordinário para a aprendizagem destes sujeitos. A partir desta análise, observa-se que a etnomatemática é uma ferramenta que possibilita a matemática de forma mais atrativa para os sujeitos nos espaços escolares.” (PINHEIRO; COSTA, 2016, p. 21)

Dessa forma, através da etnomatemática, dar-se-á ao processo de ensino-aprendizagem a concretização do objetivo em torno da educação normativa que interfere e sofre interferência do meio social. Isto pois, ao passo que o conhecimento de mundo trazido pelo estudante é consideravelmente relevante, fazendo deste o centro do processo e, consoante a isto, agente transformador do seu grupo social, conforme propõe D’Ambrosio (2019) ao reconhecer os fatores antropológicos e das Ciências da Cognição durante o aprendizado. Assim, o estudante tanto leva seu conhecimento para dentro dos muros escolares, quanto leva o conhecimento adquiro normativamente para fora do espaço escolar, aplicando-os em seu contexto social.

É importante destacar que o estudo da etnomatemática também tem como proposta o comprimento da Lei nº 11.645 /08, na qual estabelece as diretrizes e bases da educação nacional e inclui no currículo oficial de ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro - Brasileira e Indígena” na educação pública e privada, conforme apresentado:

> “Art. 1o O art. 26-A da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, passa a vigorar com a seguinte redação: Art. 26-A. Nos estabelecimentos de ensino fundamental e de ensino médio, públicos e privados, torna-se obrigatório o estudo da história e cultura afro-brasileira e indígena. § 1o O conteúdo programático a que se refere este artigo incluirá diversos aspectos da história e da cultura que caracterizam a formação da população brasileira, a partir desses dois grupos étnicos, tais como o estudo da história da África e dos africanos, a luta dos negros e dos povos indígenas no Brasil, a cultura negra e indígena brasileira e o negro e o índio na formação da sociedade nacional, resgatando as suas contribuições nas áreas social, econômica e política, pertinentes à história do Brasil. § 2o Os conteúdos referentes à história e cultura afro-brasileira e dos povos indígenas brasileiros serão ministrados no âmbito de todo o currículo escolar, em especial nas áreas de educação artística e de literatura e história brasileiras.” (BRASIL, 2008)

Sendo assim, trazer o estudo da etnomatemática a partir da arte do povo Bora é reconhecer e valorizar as tradições e a ancestralidade dos povos indígenas. Neste intento, na nova proposta serão apresentados dois estudos de sugestões de atividades envolvendo a etnomatemática:

A primeira proposta apresentada foi realizada por Rodrigues e Franco (2013), no Colégio Estadual Francisco Ramos, localizado no Município de Guamiranga - Paraná, com 30 alunos da turma de segunda série do ensino médio, sendo aplicada a etnomatemática no ensino de medida de áreas. Essa proposta, visa compreender os conhecimentos de medidas de áreas envolvendo as famílias de pequenos agricultores das comunidades vizinhas do colégio.

A realização desta pesquisa foi dividida em etapas. Na primeira etapa realizou-se um trabalho de motivação, em que o professor apresentou um vídeo mostrando atividades desenvolvidas em um sítio. A partir desse vídeo os alunos destacam os diferentes sistemas de medidas agrárias. Na segunda etapa, os alunos aplicam um pequeno questionário com os pais e vizinhos sobre a forma como se calculavam as áreas das terras de 3 e de 4 lados. Em seguida, revisam as fórmulas para calcular áreas de figuras geométricas planas de 3 lados e 4 lados. Na terceira etapa, os alunos foram a uma propriedade rural nas proximidades do colégio e trabalham com o uso da corda de 5 braças de comprimento, ferramenta utilizada pelos agricultores da região para medir os lados de uma área agrícola. Segundo Rodrigues e Franco,

> “Esta ação foi uma das mais interessantes para os alunos, sendo uma valiosa oportunidade de colocar em prática os conhecimentos adquiridos nas aulas de Matemática e utilizando diferentes instrumentos e medidas agrárias. Os alunos puderem se colocar na condição de agricultores e fazer uso de ferramentas usadas por eles, enriquecendo a teoria com o aprendizado prático. [...] De modo geral, houve uma boa participação dos alunos em todas as ações, chegando a efetividade de 100% dos alunos envolvidos nas saídas de campo e nas outras ações que foram momento de sair da rotina com atividades diferenciadas e de boa aceitação pelos alunos. A valorização e utilização dos conhecimentos advindos do meio em que os alunos estão inseridos motiva e, ao mesmo tempo, mostra significado prático dos assuntos tratados em sala de aula, neste caso, as medidas de áreas quadrangulares e triangulares, trazendo a Etnomatemática para a realidade da disciplina de Matemática.” (RODRIGUES E FRANCO, 2013, p. 16)

E, por fim, Rodrigues e Franco concluíram:

> “Com essa pesquisa foi possível compreender a contribuição da Etnomatemática em sala de aula para o aprendizado dos conteúdos da disciplina. [...] Enfim o trabalho contribuiu para que os alunos pudessem desenvolver sua capacidade reflexiva, além de permitir ao docente a determinação de critérios que propiciem a intervenção eficaz no processo de ensino e aprendizagem contextualizado na escola do campo.” (RODRIGUES E FRANCO, 2013, p. 19)

A segunda proposta envolvendo a etnomatemática foi realizada por Andrade et al. (2017), com projeto que foi desenvolvido na turma matinal do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Dr. Gustavo Fernandes de Lima Sobrinho – escola localizada no Bairro do Areial da cidade de Mamanguape – PB. Essa turma foi escolhida levando em consideração o fato de apresentar mais experiências socioculturais com o intuito de serem compartilhadas e desenvolvidas nesse projeto, isso devido a maioria dos alunos já exercerem algum tipo de atividade de trabalho com seus pais.

Inicialmente, realizou-se um planejamento das ações com três encontros. No primeiro encontro foram realizadas aulas explicativas com exposição de vídeos educativos para que, através desses, os alunos pudessem associar os contextos exposto no material com suas práticas socioculturais. No segundo encontro, apresentou-se a definição, exemplos e instruções para pesquisa de campo, através de vídeos elaborados por uma instituição de ensino superior, com o intuito de deixar os alunos preparados para a etapa de execução da pesquisa. A partir da pesquisa de campo os alunos identificaram os saberes matemáticos em profissões presentes na comunidade.

No terceiro encontro ocorreu a explanação dos resultados observados e resolução de problemas a partir das atividades desenvolvidas. Segundo o estudo realizado, todas as atividades propostas do projeto foram bem desenvolvidas pelos alunos, mas faz uma ressalva para alguns alunos que tiveram dificuldades, pois não conseguiram identificar e fazer relação da matemática nas profissões com o conteúdo da matemática escolar. Com isso, o professor, como mediador, levou os estudantes a construírem seu próprio conhecimento. Após o encerramento do projeto, a turma resolveu cinco questões elaboradas pelo professor, envolvendo as situações observadas na pesquisa de campo.

Os autores concluíram o projeto afirmando que o uso da Etnomatemática, a partir das profissões presentes na comunidade,

> "contribuem para a formação integral dos estudantes - intelectual, humana e profissional, pois envolve o estudo e a mobilização de conhecimentos matemáticos, sociais e profissionais. Vitaliza o papel social da matemática no ambiente escolar e a sua importância nas diferentes culturas, povos e profissões". (ANDRADE et al., 2017, p.10)

Visando ampliar a possiblidade da prática didático-pedagógica, surge a ideia de trabalhar a disciplina de matemática aliando diferentes ferramentas pedagógicas ao associar a Etnomatemática com a Modelagem Matemática, dada a importância desta última. A Modelagem Matemática pode ser uma grande aliada da educação no desenvolvimento do conhecimento matemático por meio de resoluções de problemas reais, pois, ao se aprofundar em determinado assunto, pode-se usar da apropriação do conhecimento geral e de conhecimentos matemáticos para perceber melhor fenômenos reais que são representados por modelos matemáticos, podendo auxiliar na interpretação de situações e fazer possíveis previsões, possibilitando uma compreensão melhor dos fatores envolvidos no estudo.

Para Biembengut (1999), modelagem é o processo que envolve a obtenção de um modelo e, se faz com a ligação entre matemática e realidade. Essa ligação ratifica a importância da Matemática na resolução de problemas reais. Ainda nesse processo, obteve-se um modelo matemático que se aproxima da realidade e que, a partir dele, pôde-se estudar melhor o problema e fazer previsões, se apropriando do conhecimento e fazendo uma análise mais fundamentada dos dados, possibilitando uma melhor reflexão acerca dos fatores envolvidos. Neste caso, especificamente, será possível compreender melhor o comportamento de um determinado grupo social, podendo compreender melhor a relação entre a ação e o fator ambiental/cultural através da decodificação/interpretação do padrão estabelecido e possibilitará uma melhor interpretação da tarefa desempenhada por cada grupo.

Portanto, a Etnomatemática e a Modelagem matemática podem ser grandes aliadas da educação no desenvolvimento do conhecimento matemático, associando a cultura de um determinado grupo. A partir daí, se aprofundando em determinado assunto com o intuito de relacionar o conhecimento geral com os conhecimentos matemáticos para perceber melhor fenômenos reais que são representados por modelos matemáticos, podendo, assim, auxiliar na interpretação de situações e fazer possíveis previsões, possibilitando uma compreensão melhor dos fatores envolvidos no estudo. Com isso, esse estudo tem a pretensão de propor uma atividade usando a Etnomatemática junto com a Modelagem Matemática que será detalhada posteriormente.

Capítulo 2

O POVO BORA E OS PADRÕES DOS TRAÇADOS

No Brasil e no mundo a desvalorização cultural é uma realidade que perdura ao longo da história.(Falcon, 2006) Contudo, a humanidade tem, cada vez mais, estado atenta à necessidade de valorizar, reparar e reconhecer que não existe desenvolvimento que se sustente em prol da desconsideração do outro em sua plenitude. Diante disto, reconhecer os povos originários como modelos de culturas vitimadas por violentos processos de colonização ao longo do tempo e buscar reconhecimento é o mínimo que a "civilização" e a academia tem como compromisso na construção de uma harmonia em busca da amplificação do ser que é humano, é excessivamente pequeno como ato de cidadania.

Como inúmeros povos habitantes de florestas e lugares remotos, os Bora apresentam características peculiares, em especial nas tecnologias e conhecimentos desenvolvidos para suprir necessidades importantes para a sobrevivência, sendo eles habitantes, que vivem nas margens do alto Cahuinari e do Igara- Paraná, Amazônia peruana e colombiana, na América do Sul. De acordo com a lenda, o Rio Cahuinari foi criado pela queda da árvore cósmica que acabou repartido os grupos indígenas. Os Bora, habitavam no alto, perto do "topo" da árvore, como as abelhas. Por isso, a designação "Bora" vem de "irapora", de origem tupi para os "habitantes do mel". A população Bora se autodenominou de Mé Múniná, ou seja, "os homens". (Gerdes, 2010)

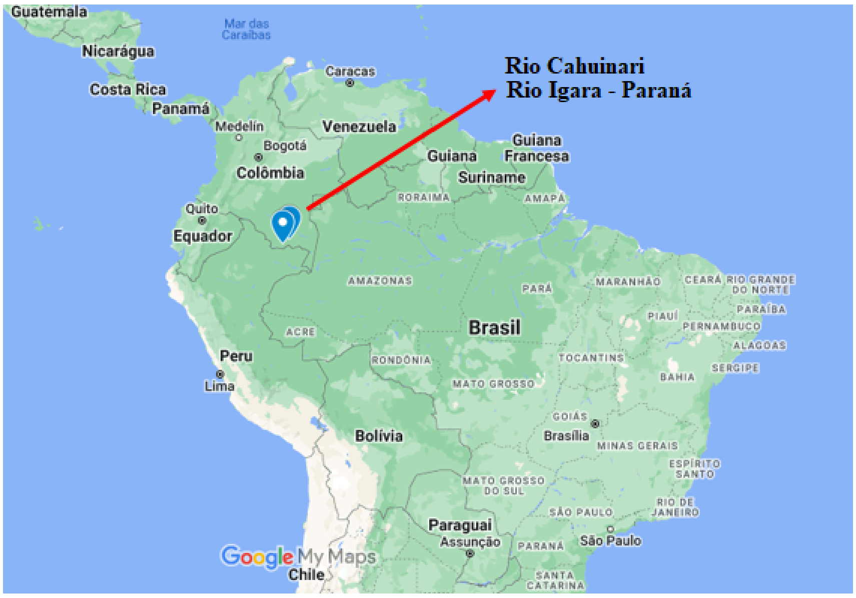


Figura 2.1: Localização do povo Bora

Figura 2.2: Comunidade indígena Bora (Fonte: Disponível em: < https://www.socialhizo.com/entretenimiento/turismo-al-dia/parque-nacional-natural-cahuinari > Acesso em: 08 de ag. de 2022.)

O povo Bora possui como modo de vida a caça, a pesca e a prática agrícola, porém, o estudo terá como foco o artesanato, ou seja, os trançados Bora, pelas particularidades das figuras bidimensionais.

Na busca de raízes e de sabedoria ancestral, o artesanato dos Boras destaca-se contribuindo na produção de diferentes cestos que, além de ter uma exorbitante beleza artística, mostra o desenvolvimento marcante de ideias matemáticas, tão importantes para o desenvolvimento da humanidade. Um desses tipos de cestos é o nijlyubane (singular: níjtyuba), manipulado pelos homens Bora, e manuseado, após pronto pelas mulheres, que utilizavam como peneira, joeira (tigela), ou até mesmo prato de comida ou de secagem.

Dividindo-se em duas partes, a fabricação do níjtyuba surpreende pela complexidade de suas formas e etapas de armamento. Na primeira parte, o cesteiro monta a esteira na forma quadrada e a segunda faz o rebordo circular. Na primeira parte, o cesteiro inicia entrelaçando uma esteira quadrada. Para isso o Bora tece a esteira inicial, de modo que as linhas médias, as posicionadas dos lados do quadrado se tornem visíveis. A partir do começo – do processo de entrelaçamento –, tem-se o futuro centro da esteira, chamado de tujkénu. Essas linhas garantem a forma quadrada e consequentemente em uma combinação de elementos ligados por uma relação de pertinência, que produz uma sensação agradável e de prazer diante do resultado, conforme podemos observar na figura 2.3.I. Percebe-se também, pela figura 2.3 II, em que as linhas médias visíveis da esteira se transformam em dois eixos visíveis do nijtyuba.

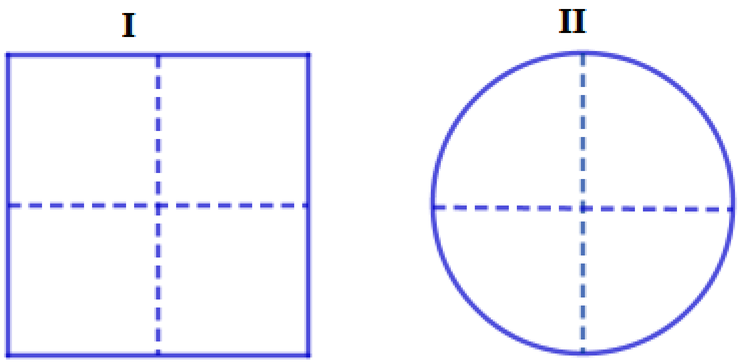


Figura 2.3: Estrutura do Níjtyuba

Na segunda parte, o cesteiro manuseou dois ramos flexíveis com quase o mesmo comprimento, tendo 6 a 14 milímetro de diâmetro. Esses ramos são dobrados em forma de um arco, juntando um extremo no outro e obtendo assim dois rebordos circulares de diâmetro quase iguais. Para isso, o cesteiro usa tiras de mais ou menos a mesma largura, entre 3 a 6 milímetros de uma planta chamada de bájyubba conhecida em Espanhol como “bombonaje”. Essas tiras possuem uma face de cor castanha-escura e a outra amarela, sendo que ao raspar a face castanha, fica amarela. Normalmente metade das tiras são raspadas e entrelaça a esteira quadrada utilizando-as em direções distintas, uma na direção das tiras raspadas e outra na direção das tiras não raspadas. Consequentemente, a face interior é formada por padrões castanho-amarelo e a face exterior que é o verso da tira é formada de uma única cor amarela.

Figura 2.4: Montagem da Nijtyuba (Fonte Ferreira, 2017)

Em seguida, como parte do processo, molha a esteira quadrada e prende as tiras aos dois rebordos circulares, sendo que o rebordo menor fica do lado superior da esteira e rebordo maior fica do lado inferior, cortando as partes que sobressai das tiras, o que demonstra grande sabedoria, inclusive da noção espacial e simétrica. A partir dessas duas partes da fabricação do níjtyuba, pode-se concluir que a proporção entre o comprimento do lado da esteira quadrada e do rebordo circular irá determinar a profundidade do níjtyuba. Pode-se visualizar as imagens transversais possíveis do níjtyuba na figura abaixo.

Figura 2.5: Profundidade do Níjtyuba

Gerdes (2010) analisa 34 níjtyubane sendo que adquiriu 12 em Iquitos, 19 em lojas e na Feira de San Juan e 3 na ‘Comunidad Educativa’ de Zungarococha. Veja alguns desse níjtyubane, por exemplo, nas fotografias A, B e C que mostra bem a visualização dos eixos perpendiculares, sendo esta uma simetria axial.

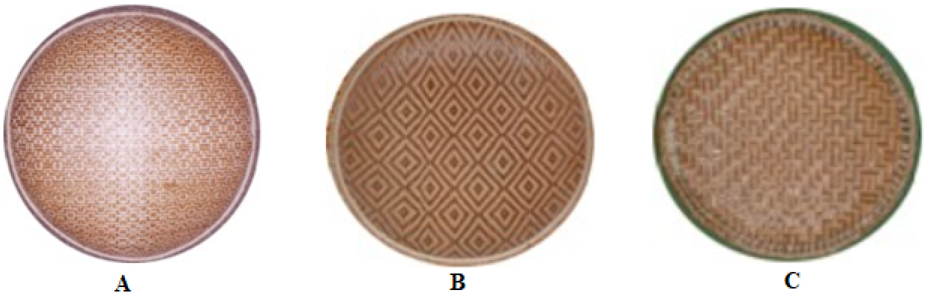


Figura 2.6: Níjtyubas

Na fotografia D do níjtyubane tem-se uma simetria rotacional, ou seja, rodando o nítyuba sobre um ângulo raso em torno do centro não altera a imagem da decoração. Note que a imagem da decoração das fotografias A, B e C também não se alteram.

Figura 2.7: Níjtyuba

Os padrões das técnicas dos trançados das peneiras (nijtyubane), estudado por Gerdes e designados pelos cesteiros Boras de "mariposas" ou "borboletas", são formados por quadrados dentados concêntricos. O primeiro quadrado dentado concêntrico, também chamado de quadrado central, é o centro da mariposa. A medida do quadrado central é determinado pelo diâmetro, isto é, a quantidade de unidades em que a tira horizontal central passa por cima da tira vertical. Os outros quadrados dentados concêntricos, chamados de anéis concêntricos, são formados em volta do quadrado dentado central e sua largura é determinada pela quantidade de unidades que a tira horizontal passa por baixo e por cima, sucessivamente, da tira vertical. A mariposa da figura 2.8., por exemplo, é formada por três quadrados dentados concêntricos.

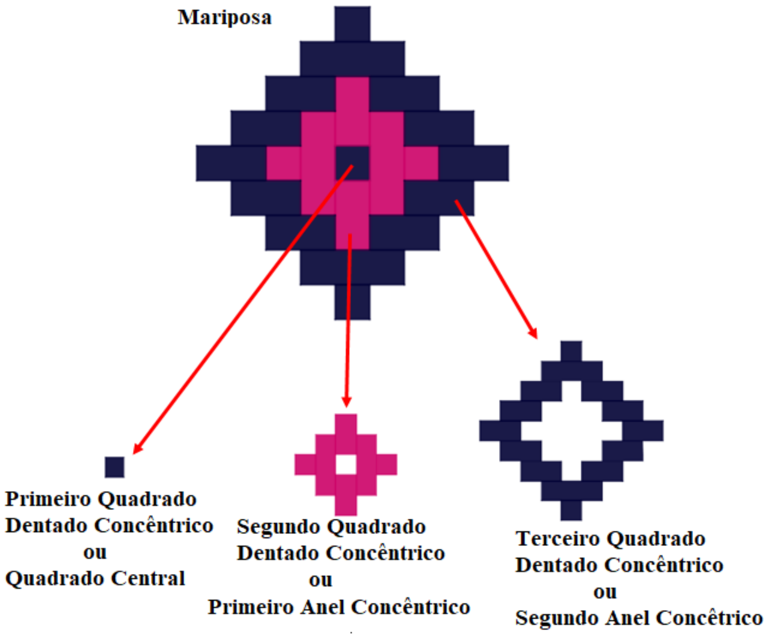


Figura 2.8: Quadrados dentados concêntricos da mariposa

Na mariposa acima, o primeiro quadrado dentado concêntrico (quadrado central) possui o diâmetro de uma unidade, ou seja, a tira horizontal central passa por cima de apenas uma tira vertical. O segundo quadrado dentado concêntrico (primeiro anel) possui a largura de duas unidades, pois a tira horizontal central passa por baixo de duas tiras verticais e o terceiro quadrado dentado concêntrico (segundo anel) possui a largura de duas unidades, pois a tira horizontal central passa por cima de duas tiras verticais.

Gerdes apresenta a "mariposa" através de três números, pensados da seguinte forma: o primeiro é diâmetro do quadrado dentado central; o segundo é o número de quadrados dentados concêntricos e o terceiro é a largura dos anéis consecutivos, ou seja, o número de tiras verticais, ou perpendiculares, que a tira horizontal passa por baixo e por cima ao partir do quadrado central. O autor generaliza um padrão para representar a "mariposas" através de um terno de números (C, N, L) onde C simboliza o diâmtero do quadrado dentado central, N o número de quadrado dentados concêntricos e L a largura dos anéis consecutivos, variando numericamente conforme o padrão da figura.

Como exemplo, Gerdes mostra a estrutura de quatro representações das "mariposas" através das seguintes figuras, cujos os padrões são constantes.

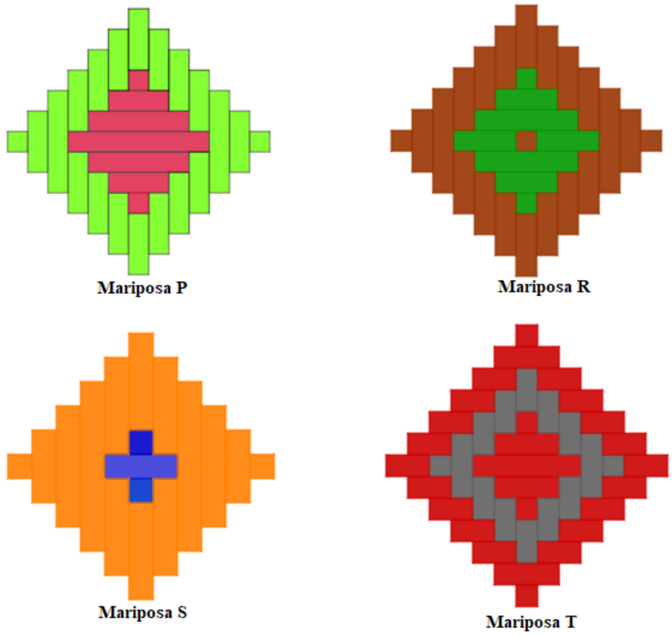


Figura 2.9: Mariposas P, R, S e T

A "mariposa P" é formada por dois quadrados dentados concêntricos, o centro do quadrado central possui um diâmetro de sete unidades e a tira horizontal central passa por baixo de três tiras verticais, como mostra a figura 2.10.

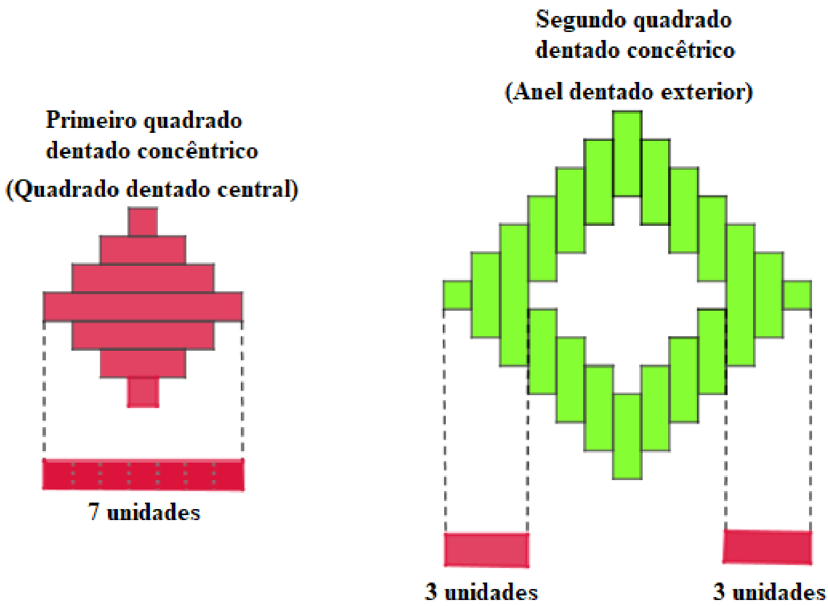


Figura 2.10: Partes da Mariposa P

A "mariposa R" é formada por três quadrados dentados, o centro do quadrado central possui um diâmetro de uma unidade e a tira horizontal central passa por baixo de três tiras verticais e em seguida por cima de três tiras verticais,como mostra a figura 2.11.

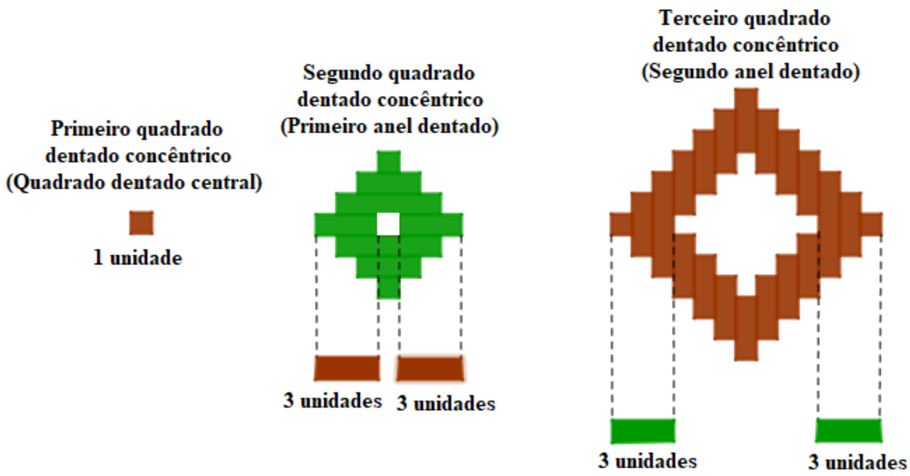


Figura 2.11: Partes da Mariposa R

A "mariposa S" é formada por dois quadrados dentados, o centro do quadrado central possui um diâmetro de três unidades e a tira horizontal central passa por baixo de quatro tiras verticais,como mostra a figura 2.12.

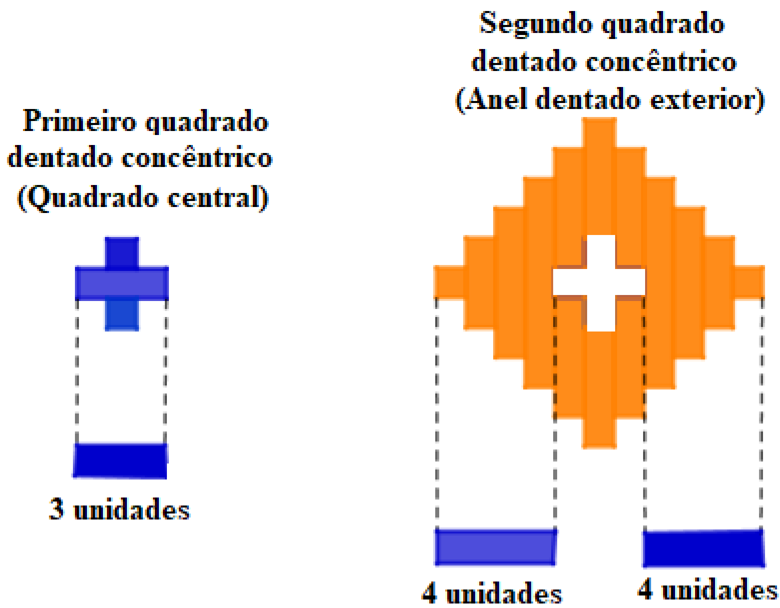


Figura 2.12: Partes da Mariposa S

A "mariposa T" é formada por três quadrados dentados, o centro do quadrado central possui um diâmetro de cinco unidadse e a tira horizontal central passa por baixo de duas tiras verticais e em seguida por cima de duas tiras verticais,como mostra a figura 2.11.

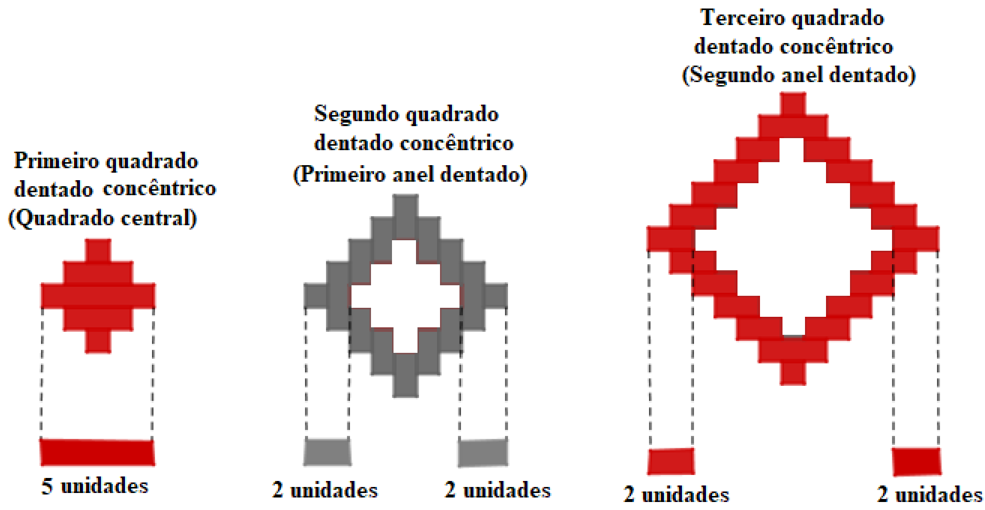


Figura 2.13: Partes da Mariposa T

Portanto, observa-se que na "mariposa P", $C = 7, N = 2, L = 3$, formando o padrão de terno $(7, 2, 3)$, na "mariposa R", $C = 1, N = 3, L = 3$, formando o padrão de $(1, 3, 3)$, na "mariposa S", $C = 3, N = 2, L = 4$, formando um padrão de $(3, 2, 5)$ e na "mariposa T", $C = 5, N = 3, L = 2$, formando o padrão de terno $(5, 3, 2)$. Com base nessas representações usadas didaticamente para a compreensão das invenções de "mariposas" criadas pelos artesões Boras, o autor agrupa os 26 padrões identificados conforme a tabela 1 abaixo.

N	2	3	4	5	6
C = 1	(1, 2, 2) (1, 2, 3) (1, 2, 4)	(1, 3, 3) (1, 3, 4) (1, 3, 5)	(1, 4, 4)	(1, 5, 3) (1, 5, 4)	(1, 6, 4)
C = 3	(3, 2, 3) (3, 2, 4)	(3, 3, 3)	(3, 4, 3) (3, 4, 4) (3, 4, 5)	(3, 5, 4)	
C = 5	(5, 2, 3)	(5, 3, 2)	(5, 4, 5)		(5, 6, 5)
C = 7	(7, 2, 4)	(7, 3, 4) (7, 3, 5)	(7, 4, 3) (7, 4, 4)		

Tabela 2.1: Padrões de "Mariposas"

Conforme é possível perceber, a tabela foi construída apresentando nas colunas as identificações dos números de quadrados concêntricos e nas linhas a dimensão do quadrado dentado central por estes padrões. Gerdes (2010), apresenta 26 padrões, como foi mostrado na tabela acima. Mas dado um terno, ou seja, um padrão será é possível montar uma “mariposa? De fato, é possível sim. Veja, por exemplo o terno $(5, 2, 5)$, que não foi mostrado pelo autor.

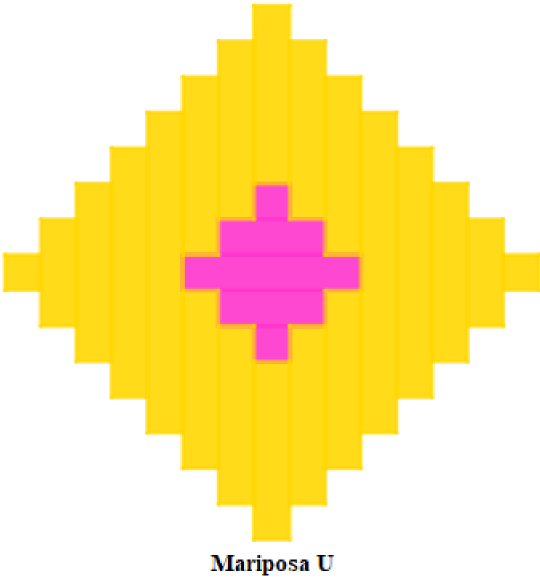


Figura 2.14: Padrão (5, 2, 5)

Diferentemente das figuras até aqui analisadas foram encontradas peneiras cuja a largura (valor de L) não é constante, apresentando valores distintos em uma mesma imagem conforme é possível analisar nas representações da figura abaixo.

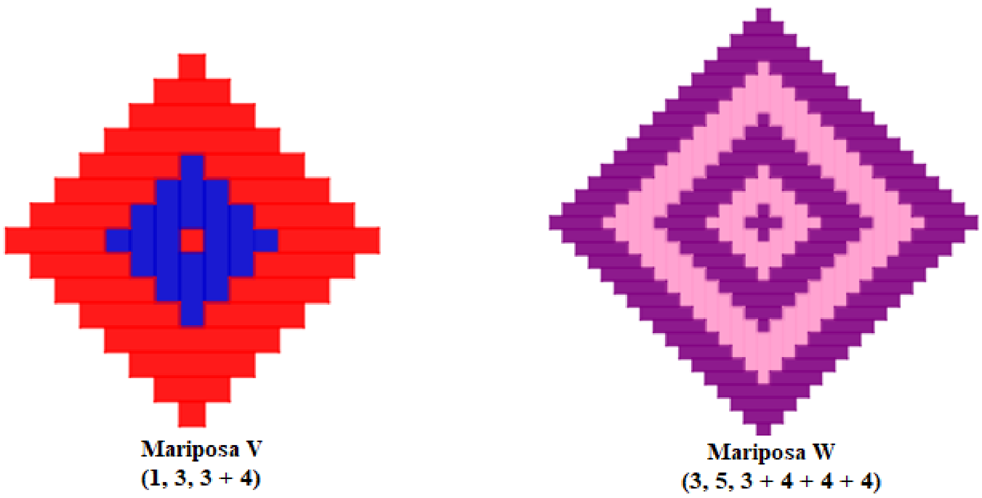
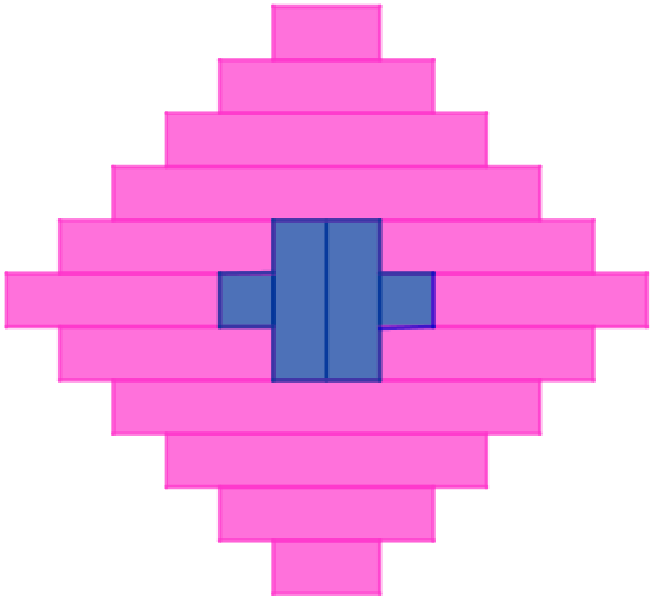


Figura 2.15: Padrões com L não constante

Note que, na “mariposa V” a largura do primeiro anel é 3 e no segundo é 4, caracterizando o padrão da “mariposa V” por $(1, 3, 3 + 4)$. Já na “mariposa W”, a largura do primeiro anel é 3, e dos outros três consecutivamente são 4, 4 e 4, formando o seguinte padrão $(3, 5, 3 + 4 + 4 + 4)$.

Como exceção da dimensão do quadrado central tendo o número ímpar como padrão, o autor, em sua pesquisa, apresenta uma única representação com variante representando um único número par, como demostrado na figura abaixo.



Mariposa Q
(4 x 3, 2, 4)

Figura 2.16: Mariposa com quadrado central par.

Veja que, a “mariposa Q” é uma variante do padrão $(3, 2, 4)$, onde as dimensões do quadrado dentado central (valor de C) são 4, na horizontal, por 3, na vertical, formando o seguinte padrão $(4 \times 3, 2, 4)$.

Veja os objetos, decorado com “mariposas” .

Figura 2.17: Bandeja e leque Bora

Diante da variedade, criatividade e complexidade do artesanato do povo Bora, Gerdes retrata a construção das “mariposas” como objeto para o ensino da Etnomatemática durante um seminário do “Programa de Formação de Mestres Bilíngues da Amazônia”, ministrado pelo professor Geraldo del Áquila Mibeco. Neste seminário foi apresentado essencialmente os passos para a produção dos padrões “mariposas”. Tomando uma “mariposa” do tipo $(3, N, 3)$, sendo N o número de quadrados dentados concêntricos sucessivos maiores ou igual a 3, segue-se os passos, juntamente com a imagem, da construção dessa “mariposa”:

- Passo 01: Inicialmente, toma uma tira (1) vertical;

Figura 2.18: Passo 01

- Passo 02: em seguida coloca uma tira (2) horizontal sobre a tira (1) vertical;

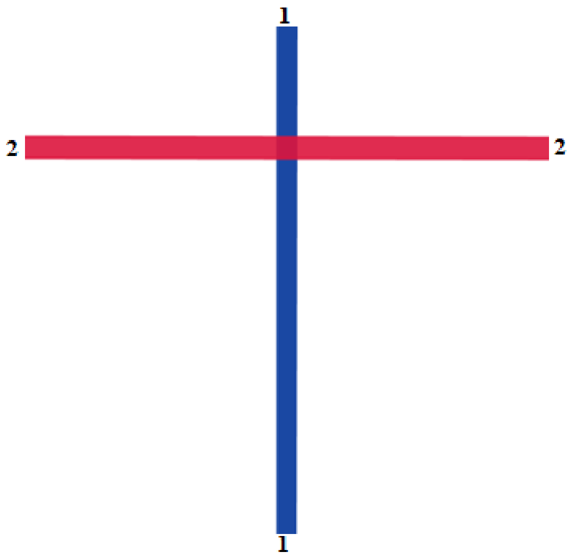


Figura 2.19: Passo 02

- Passo 03: coloca duas tiras (3) verticais sobre a tira (2) horizontal, uma do lado direto e outra do lado esquerdo da tira (1);

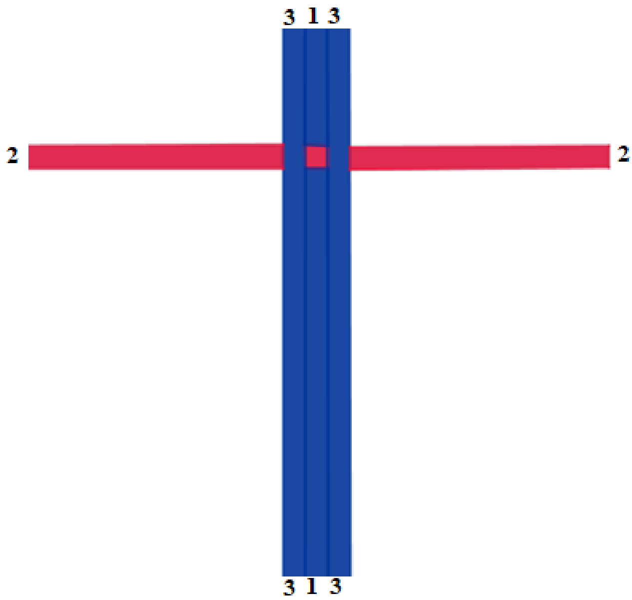


Figura 2.20: Passo 03

- Passo 04: coloca uma tira (4) horizontal sobre as tiras (1) e (3) verticais e por baixo da tira (2) horizontal;

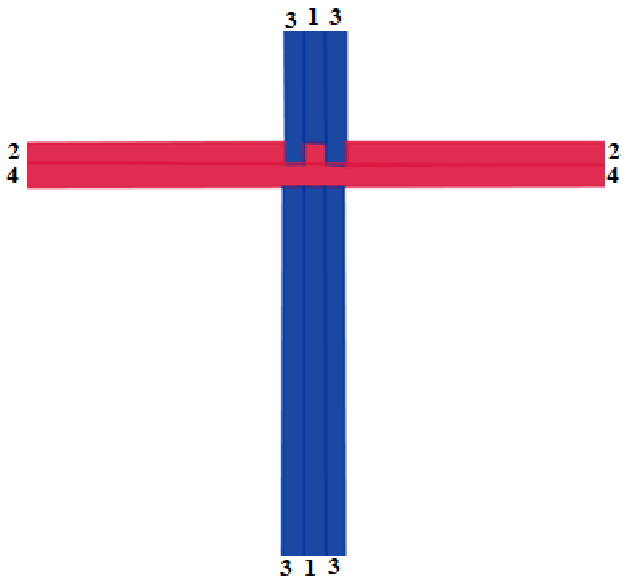


Figura 2.21: Passo 04

- Passo 05: coloca duas tiras (5) verticais sobre as tiras (2) e (4) horizontais uma do lado direito e outra do lado esquerdo das tiras (3);

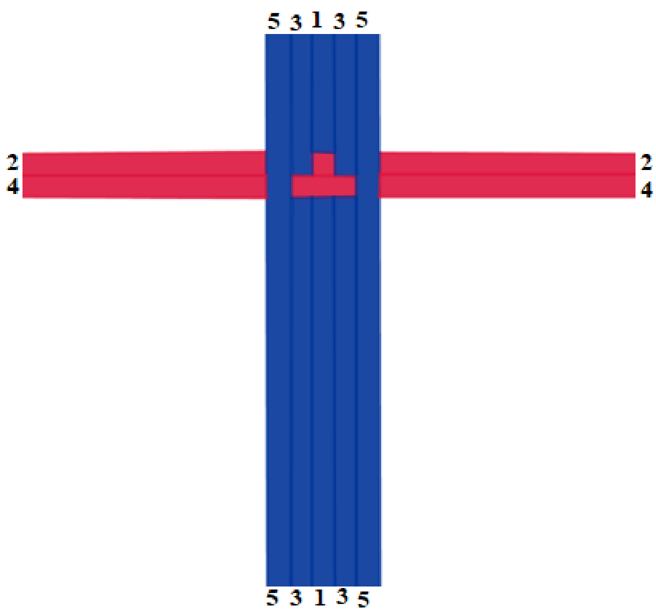


Figura 2.22: Passo 05

- Passo 06: coloca uma tira (6) horizontal sobre as tiras (1), (3) e (5) verticais e abaixo da tira (4) horizontal;

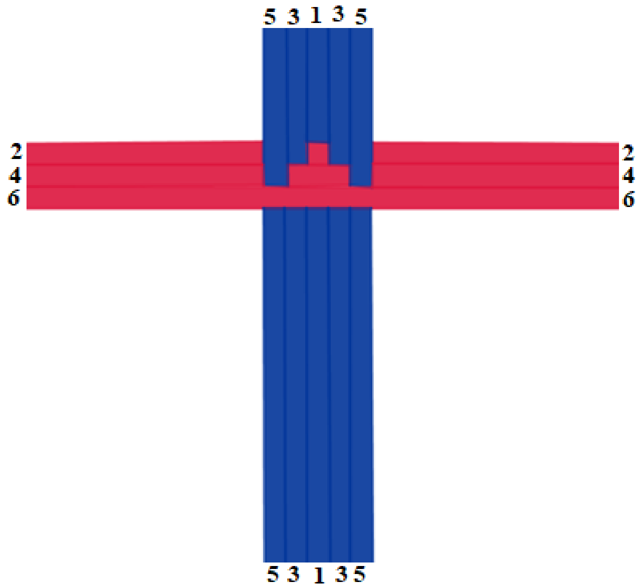


Figura 2.23: Passo 06

- Passo 07: coloca duas tiras (7) verticais sobre as tiras horizontais (2), (4) e (6), uma do lado direito e outra do lado esquerdo das tiras (5) verticais;

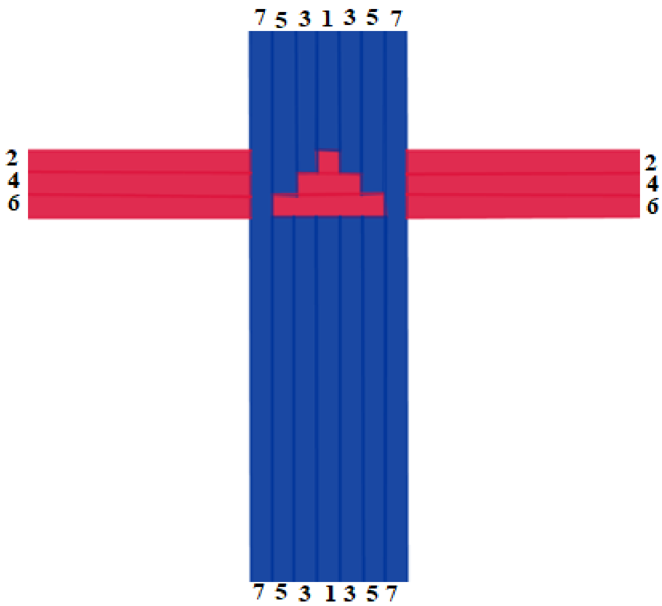


Figura 2.24: Passo 07

- Passo 08: coloca uma tira (8) horizontal passando por baixo da (1) vertical e por cima das tiras verticais (3), (5) e (7);

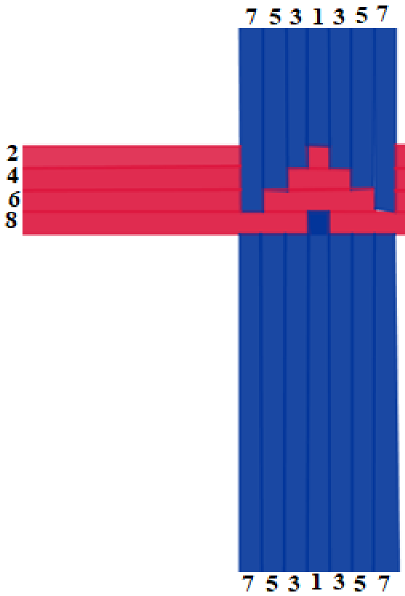


Figura 2.25: Passo 08

- Passo 09: coloca duas tiras (9) verticais, uma do lado direito e outra do lado esquerdo da tira (7) vertical, passando por baixo da tira (2) horizontal e por cima das tiras horizontais (4), (6) e (8);

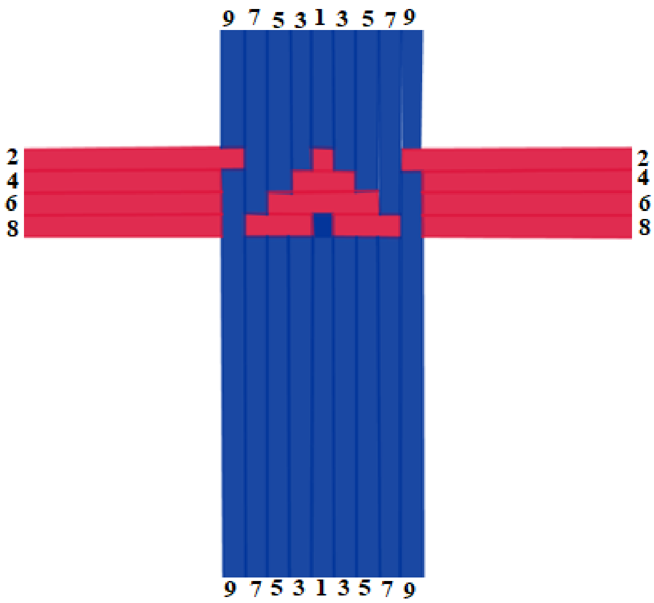


Figura 2.26: Passo 09

- Passo 10: coloca uma tira (10) horizontal que passa por baixo das tiras (1) e (3) verticais e por cima das tiras verticais (5), (7) e (9);

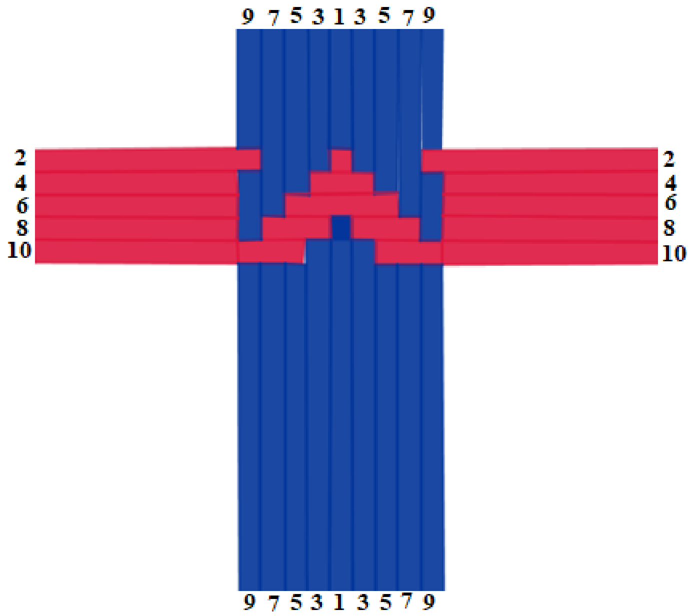


Figura 2.27: Passo 10

- Passo 11: coloca duas tiras (11) verticais, uma do direito e outro do lado esquerdo das tiras (9), passando por baixo das tiras (2) e (4) horizontais e por cima das tiras horizontais (4), (6), (8) e (10);

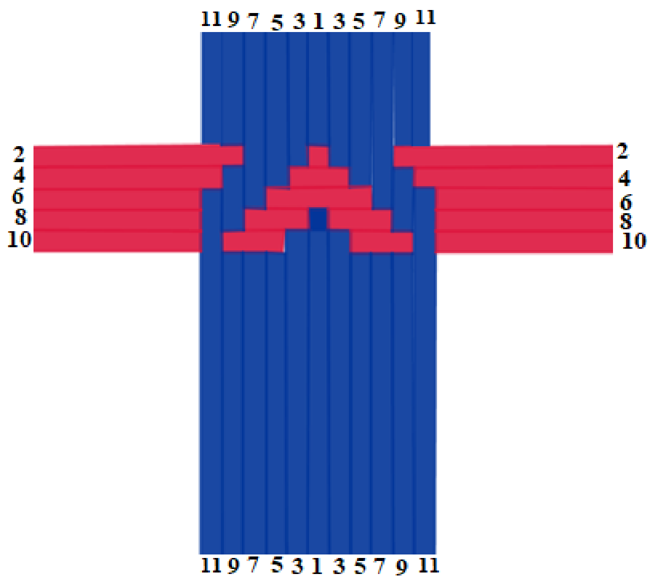


Figura 2.28: Passo 11

- Passo 12: coloca uma tira (12) horizontal que passa por baixo da tira vertical (1), por cima das tiras verticais (3), (5) e (7) e por baixo das tiras verticais (9) e (11);

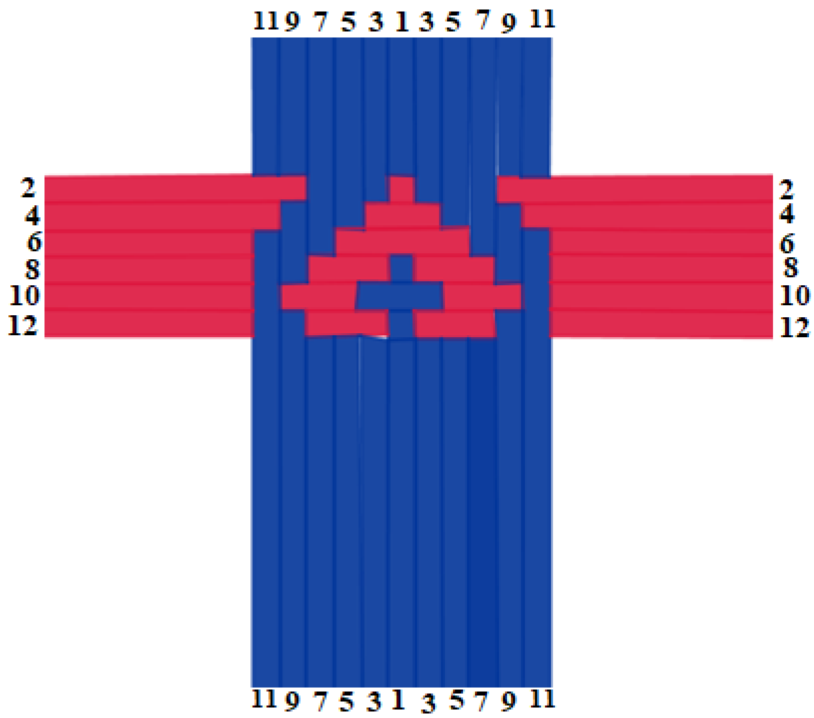


Figura 2.29: Passo 12

- Passo 13: coloca duas tiras (13) verticais, uma do lado direito e outra do lado esquerdo das tiras (11), passando por baixo das tiras (2), (4) e (6), por cima das tiras (8), (10) e (12) todas horizontais;

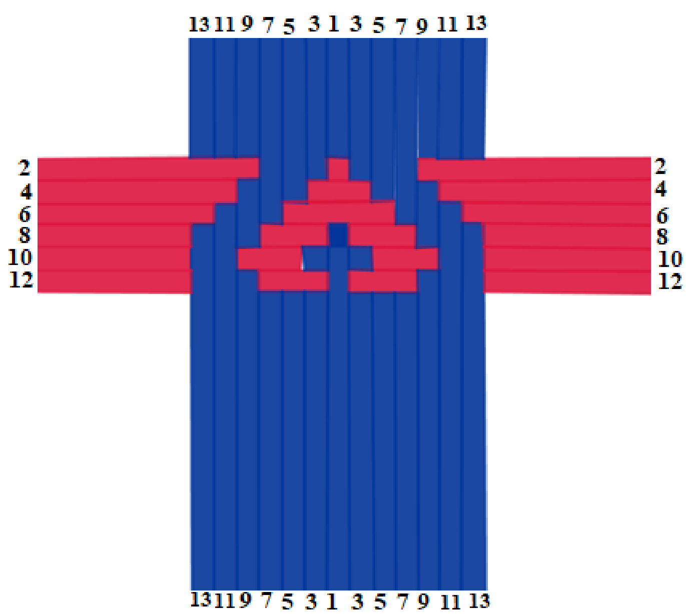


Figura 2.30: Passo 13

- Passo 14: coloca uma tira (14) horizontal que passa por cima das tiras (1), (3) e (5), por baixo (7), (9) e (11) e por cima da tira (13), todas verticais;

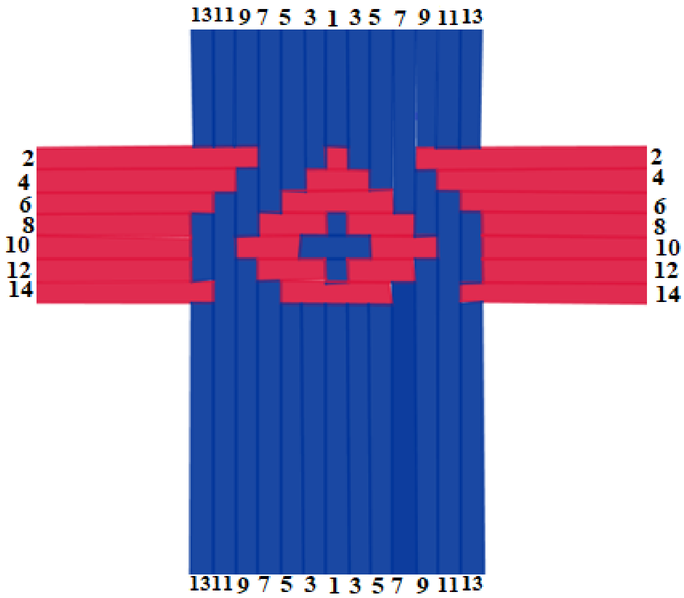


Figura 2.31: Passo 14

- Passo 15: coloca duas tiras (15) verticais, uma do lado direito e outra do lado esquerdo das tiras verticais (13), passando por cima das tiras (2) e (10) e por baixo das tiras (4), (6), (8), (12) e (14) todas horizontais;

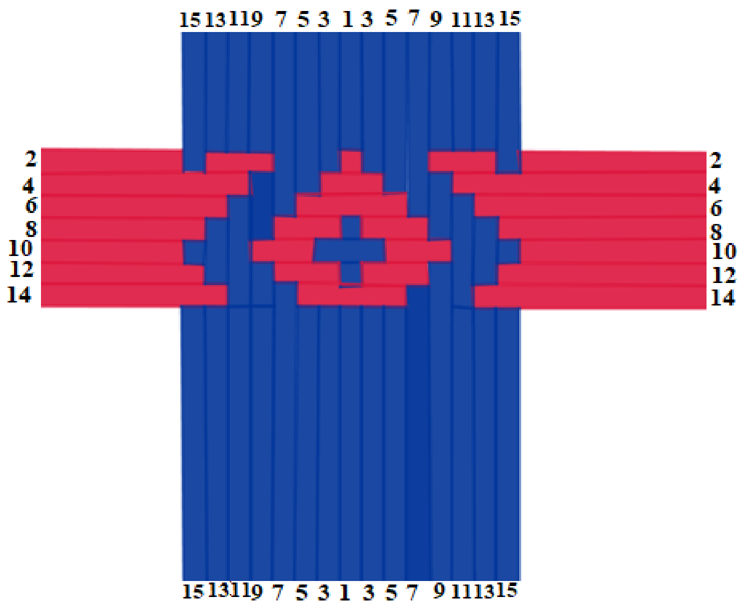


Figura 2.32: Passo 15

- Passo 16: coloca uma tira (16) horizontal que passa por cima das tiras (1) e (3), por baixo das tiras (5), (7) e (9) e por cima das tiras (11), (13) e (15), todas horizontais.

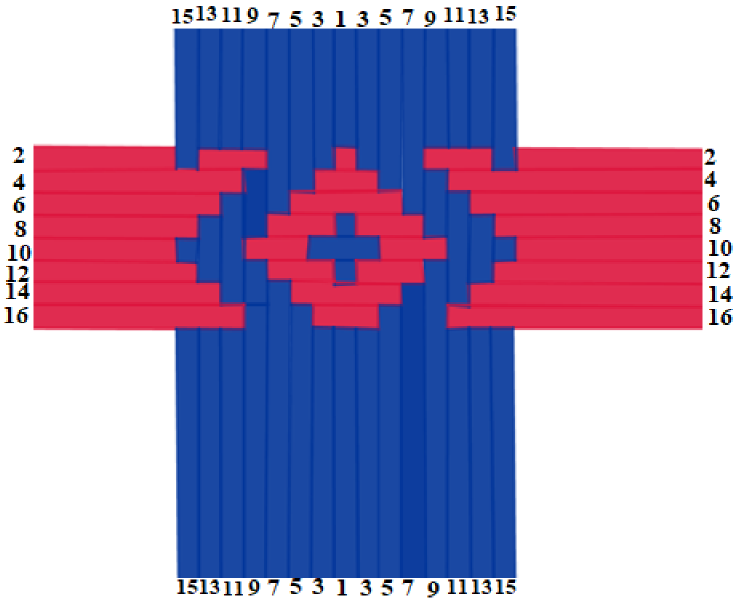


Figura 2.33: Passo16

Note que o processo do entrecruzamento inicia de fato a partir do Passo 08, pois até o Passo 07 as tiras que são acrescentadas sobrepõem as tiras já colocadas. Observe também que o cesteiro sempre adiciona, nos passos de ordem ímpar, duas tiras verticais (uma do lado direito e outra do lado esquerdo das tiras verticais, que se inicia pela tira (1)), que fazem o mesmo trajeto ao passar por cima e por baixo das tiras horizontais. Perceba, na construção dessa "mariposa", a presença de dois eixos de simetria. Um eixo é a tira vertical (1), no cruzamento sucessivos das tiras horizontais e o outro eixo é na tira horizontal (10). Observe que a partir dessa tira (10) o entrecruzamento das tiras horizontais e verticais por baixo e por cima ocorrem da mesma forma, na mesma ordem que as tiras (8), (6), (4) e (2). Faz-se importante ressaltar a presença da matemática, com a geometria, no desenvolvimento da construção de uma "mariposa" ao utilizar a simetria axial na fabricação das cestarias do povo Bora. Esse processo funciona em qualquer construção de mariposa formada pelo terno (C, N, L), mas por simplicidade foi escolhido o terno $(3, N, 3)$.

Outra possibilidade é adotar como base a construção conforme uma atividade proposta pela componente curricular: Matemática e espaço, realizada na Universidade Federal do Sul da Bahia (Assis, 2017), pelos seguintes passos pensando numa construção com fitas de papel. Com isso, serão feitas adaptações no processo de construção sugerida.

Inicialmente, calcula-se o número de fitas que deve ser utilizado na construção de uma mariposa. Em seguida, determina-se um padrão de unidade de comprimento (u.c.) e multiplicando essa unidade pela metade da quantidade de fitas será obtida a medida da fita. E por fim, realiza-se a construção da mariposa formada pelo terno (C, N, L). Segue abaixo os passos, tomando como exemplo a mariposa formada pelo terno $(1, 3, 3)$.

Passo 01: O número de fitas que deve ser utilizado na construção de uma mariposa.

O número de fitas utilizado na construção de uma mariposa é o dobro da quantidade de área da faixa central, ou seja, tomando o número de fitas por f e a área da faixa central $F_{central}$temos que:

$$f = 2 \cdot (C + 2 \cdot (N - 1) \cdot L)$$

$$f = 2 \cdot (1 + 2 \cdot (3 - 1) \cdot 3) = 2 \cdot 13 = 26$$

Portanto, será utilizada 26 fitas na construção da mariposa formada pelo terno $(1, 3, 3)$. Na construção da mariposa depois de calcular o número de fitas que será utilizada, deve-se dividir o resultado por 2 determinando assim a quantidade para cada cor de fita. Uma cor de fita será utilizada na horizontal e outra na vertical. Ou seja, 13 fitas de cor amarela e 13 fitas de cor azul.

Passo 02: Determinar a medida de cada fita.

Para determinar a medida de cada fita, será definido o padrão da unidade de área de cada quadradinho, multiplicando esse padrão pela quantidade de fita de cada cor. Tomando o padrão é 1 u.c. por 1 u.c. então 1 x 13 = 13. Logo a medida da fita para a construção dessa mariposa é de 1 u.c. por 13 u.c..

Passo 03: Montagem da mariposa. Coloca-se, sobre a mesa, 13 fitas na vertical de cor azul que serão fixadas com uma fita crepe.

I - Em seguida deverá passar, com uma fita amarela na horizontal, passando por cima de uma fita azul central e em seguida passando por baixo de três, depois por cima de três e por baixo de três, fazendo isso pelos dois lados da fita central.

II - Com a segunda fita amarela na horizontal, abaixo da fita amarela central passa por baixo de cinco fitas azuis, em seguida por cima de três e por baixo de três de cada lado da fita central.

III - Com a terceira fita amarela na horizontal, abaixo da segunda fita amarela passa por baixo de três fitas azuis, em seguida por cima de três e por baixo de três de cada lado da fita central.

IV- Com a quarta fita amarela na horizontal, abaixo da terceira fita amarela passa por baixo de uma azul, em seguida por cima de três e por baixo de três de cada lado da fita central.

V - Com a quinta fita amarela na horizontal, abaixo da quarta fita amarela passa por cima de cinco fitas azuis, em seguida por baixo de três e por cima de três de cada lado da fita central.

VI - Com a sexta fita amarela na horizontal, abaixo da quinta fita amarela passa por cima de três fitas azuis, em seguida por baixo de três e por cima de três de cada lado da fita central.

VII - Com a sétima fita amarela na horizontal, abaixo da sexta fita amarela passa por cima de uma fita azul, em seguida por baixo de três e por cima de três de cada lado da fita central. O processo se repete na parte acima da fita amarela central. Assim, os passos citados acima estão representados na figura abaixo:

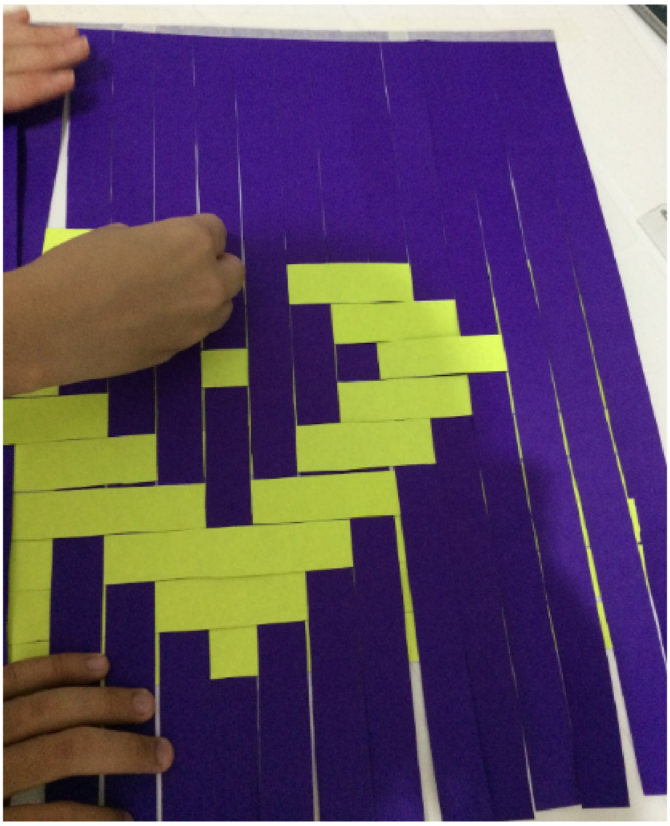


Figura 2.34: Construção da Mariposa (Fonte: Assis, 2017)

Depois que as "mariposas" são montadas, ocorre o processo de ligação dessas "mariposas" para formar os padrões planares e em seguida a produção do objeto desejado, tal como um níjtyuba. Em uma níjtyuba pode aparecer uma única "mariposa" como também o entrecruzamento de várias "mariposas", geralmente congruentes, sendo composta uma ao lado da outra e posicionadas de mesma forma. Para isso Gerdes caracteriza um padrão planar de "mariposas" justapostas por um quádruplo $(C, N, L, p \times q)$ em que (C, N, L), representa a "mariposa" repetidas e $p \times q$ as distâncias horizontais e verticais entre "mariposas" horizontalmente ou verticalmente vizinhas, respectivamente. Gerdes apresenta como exemplo que a partir de quatro "mariposas" caracterizada pelo terno $(1, 2, 3)$pode-se ser feito três composições diferentes.

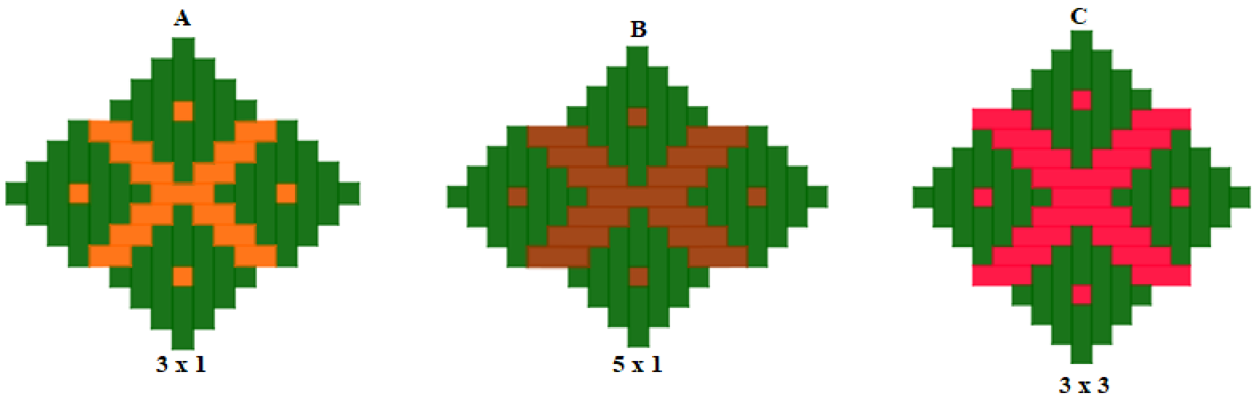


Figura 2.35: Padrões Planares

Observe, que a imagem A é caracterizada pela quádrupla $(1, 2, 3, 3 \times 1)$, a imagem B por $(1, 2, 3, 5 \times 1)$ e a imagem C por $(1, 2, 3, 3 \times 3)$. Gerdes também mostra que existe uma equivalência entre padrões $(C, N, L, p \times q)$ e $(C, N, L, q \times p)$. Observe por exemplo, os seguintes padrões:

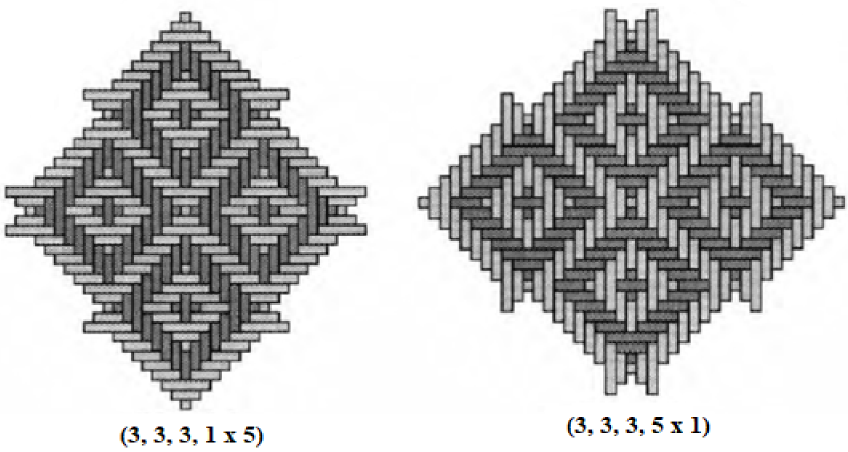


Figura 2.36: Padrões Planares (Fonte: Gerdes, 2010)

Note que os padrões acima podem ser observados de ângulos diferentes, mas as faces continuam sendo a mesma. Portanto, pode-se concluir que os padrões são equivalentes. O autor mostra 20 padrões planares na tabela a seguir.

C	(C, N, L, p x q)
1	(1, 2, 2, 3 x 1), (1, 2, 3, 5 x 1), (1, 3, 3, 5 x 1), (1, 4, 4, 7 x 1), (1, 5, 3, 5 x 1), (1, 6, 4, 7 x 1)
3	(3, 2, 3, 5 x 1), (3, 3, 3, 5 x 1), (3, 4, 3, 3 x 3), (3, 4, 3, 5 x 1), (3, 4, 4, 3 x 1), (3, 4, 5, 9 x 1), (3, 5, 4, 3 x 1)
5	(5, 3, 2, 3 x1), (5, 4, 5, 9 x 1), (5, 6, 5, 9 x 1)
7	(7, 2, 4, 7 x 1), (7, 3, 5, 9 x 1), (7, 4, 3, 5 x 1), (7, 4, 4, 3 x 1)

Tabela 2.2: Padrões planares

A tabela acima foi construída da seguinte forma: a primeira coluna com o valor da dimensão do quadrado dentado central e a segunda coluna com os padrões planares. Veja alguns desses padrões planares.

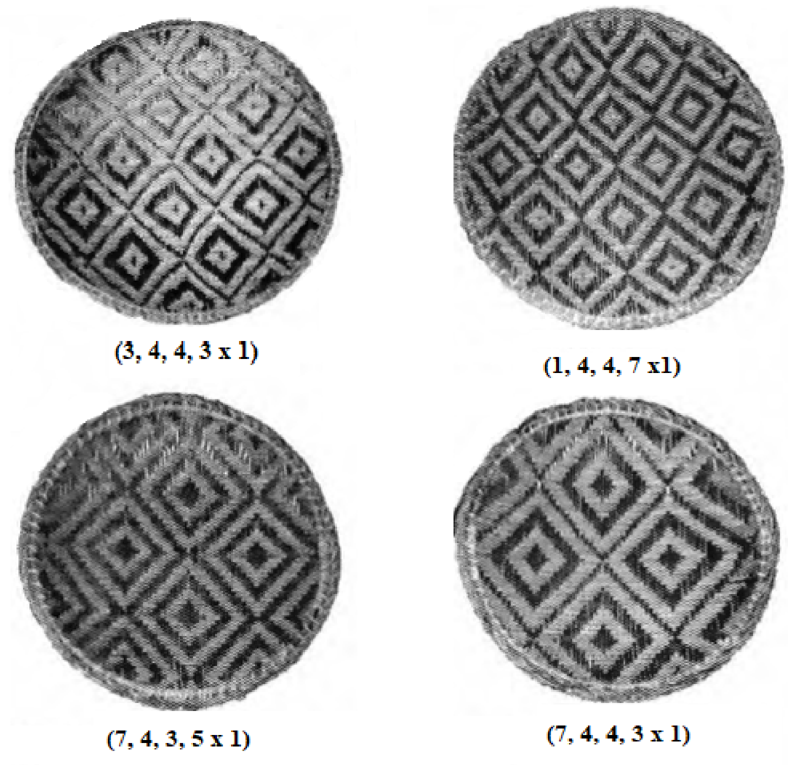


Figura 2.37: Peneiras (Fonte: Gerdes, 2010)

Segundo o autor, pode-se notar que os eixos horizontais e verticais de simetria estão presentes em todos os padrões $(C, N, L, p \times q)$. Porém quando o valor de p é igual ao valor de q, os padrões apresentam também a impressão visual dos eixos diagonais de simetria, como mostra a figura 2.34.

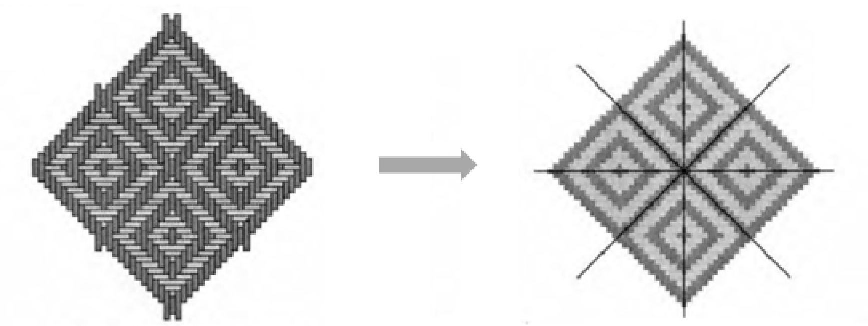


Figura 2.38: Padrão: (3, 4, 3, 3x 3) / Impressão visual: eixos de simetria em quatro direções (Fonte: Gerdes, 2010)

Capítulo 3

CONTEXTO E CONEXÃO DA MATEMÁTICA COM O ARTESANATO DO POVO BORA

A educação brasileira é norteada por diversas leis e normas, formando a legislação que irá guiar e estabelecer parâmetros que desembocarão no ensino propriamente dito, ou seja, na prática docente durante o processo de ensino e aprendizagem no espaço escola. Para tanto, foi estabelecida a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo que serve como referência obrigatória para as redes de ensino e suas instituições públicas e privadas na elaboração dos currículos escolares e propostas pedagógicas, desde a educação infantil até o ensino médio em todo o Brasil. Nosso foco está voltado para a Matemática.

A BNCC determina que durante toda a educação básica o aluno deverá desenvolver competências gerais e específicas, habilidades e as aprendizagens essenciais para que este seja capaz de recorrer os conhecimentos – no caso do estudo os conhecimentos matemáticos – para a compreensão e atuação no mundo. Uma dessas competências especificas da área diz que o aluno seja capaz de:

"Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo." Esta competência está relacionada com as seguintes competências gerais que se refere: "Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.; e Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas." (BRASIL,2018)

A partir daí, é possível relacionar a Entnomatemática com essas competências. Assim, a BNCC propõe no 8° ano, na unidade temática de geometria, com o objeto de conhecimento de Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação e na unidade temática grandezas e medidas, com o objeto de conhecimento, Área de figuras planas, seguindo das seguintes habilidades, respectivamente, (EF08MA18) "Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica"; (EF08MA19) "Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos." (BRASIL,2018)

Desse modo, visando facilitar e dar suporte ao trabalho do docente, este capítulo traz o formalismo dos conteúdos que podem ser abordados com base na análise do artesanato do povo Bora, sendo estes: Simetria, Transformações geométricas: Reflexões, Translação e Rotação e Áreas.

3.1 Simetrias

A simetria é uma correspondência entre pontos equidistantes a um mesmo objeto, no plano ou no espaço. Aqui apresentaremos dois casos de simetria: a Simetria Central e a Simetria Axial, que terão relação direta com os trançados Bora.

No que segue iremos tratar dessa simetria no plano.

A simetria central ocorre quando dois pontos do plano são equidistantes em relação a um ponto fixado, também pertencente ao plano. Diremos neste caso que esses pontos são simétricos com relação a este ponto fixado.

Observando a figura,

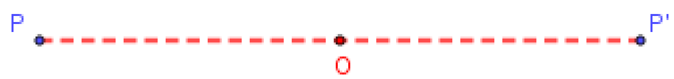


Figura 3.1: P e P' simétricos em relação a O

em que a distância $\overline{PO}$ é igual à distância $\overline{OP'}$, consequentemente o ponto O é ponto médio do segmento . Logo P e P' são simétricos com respeito à O e O é chamado o centro de simetria.

Dado um subconjunto do plano o seu simétrico é o subconjunto formado pelos simétricos de seus elementos. No exemplo abaixo, ilustramos dois polígonos simétricos.

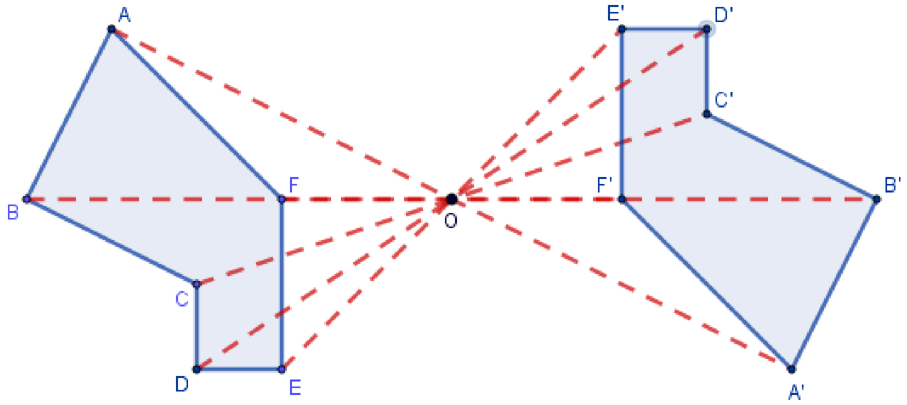


Figura 3.2: Polígono ABCDEF simétrico ao Polígono A'B'C'D'E'F' em relação a O

A simetria axial ocorre quando dois pontos do plano são equidistantes com relação a uma reta pertencente ao plano. Diremos neste caso que esses pontos são simétricos com relação a esta reta. Para cada ponto do plano pode-se associar um simétrico em relação a uma reta.

Lembremos que a distância de um ponto P à uma reta r é o comprimento do segmento ortogonal a reta r com um extremo em P e o outro extremo em um ponto da reta r. De fato, este segmento ortogonal é a menor distância de P a qualquer ponto da reta r.

Observando a figura,

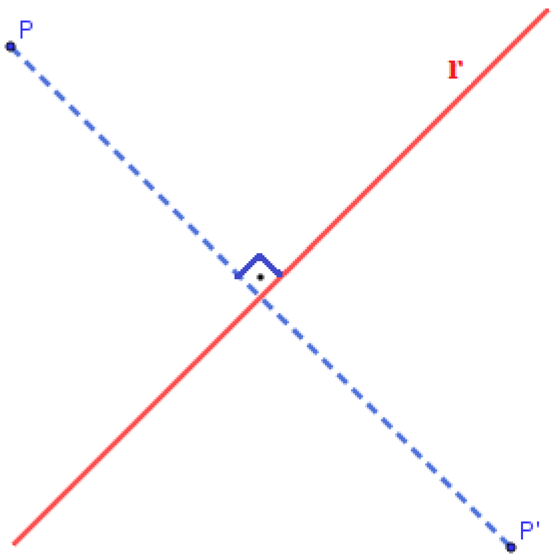


Figura 3.3: P e P' simétricos em relação a reta r

em que a distância entre P e r é igual à distância entre P' e r, consequentemente a reta r é a mediatriz do segmento $\overline{PP'}$, ademais é perpendicular ao segmento$\overline{PP'}$.

P e P' são simétricos com respeito a reta r e r é o eixo de simetria.

Dado um subconjunto do plano o seu simétrico é o subconjunto formado pelos simétricos de seus elementos. No exemplo a seguir ilustramos dois polígonos simétricos com respeito à reta r.

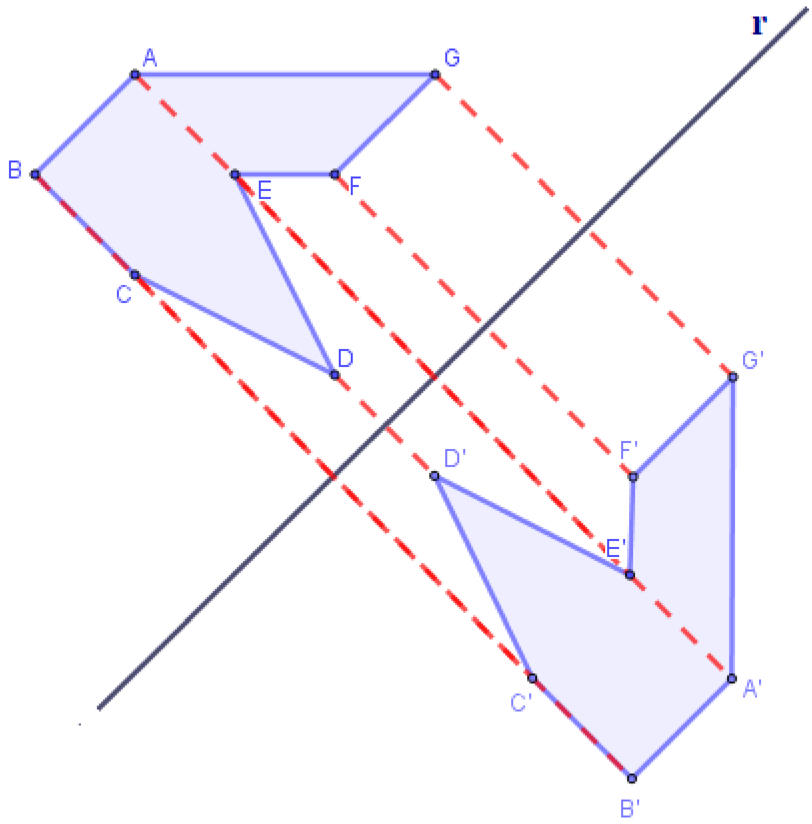


Figura 3.4: Polígono ABCDEF simétrico a A'B'C'D'E'F' em relação a reta r

Na figura acima estão indicados A', B', C', D', E', F', G' os simétricos de cada vértice do polígono ABCDEFG.

3.2 Transformação geométrica: Isometrias no plano

Na geometria Euclidiana, figuras geométricas distantes podem ser movimentadas e posicionadas sobre outras figuras geométricas para que se possa compará-las, sem modificar suas formas e suas características. No momento que uma figura geométrica se desloca para coincidir com outra figura geométrica congruente, obtém-se uma isometria. Assim, quando se aplica uma transformação geométrica a figura obtida é congruente a figura inicial coincidem-se mediante um movimento rígido no plano, esse movimento chama-se de isometria. Portanto, a isometria é uma transformação geométrica que gera figuras congruentes, ou seja, a isometria mantém as mesmas medidas, mudando apenas a posição da figura na qual a isometria foi aplicada.

Definição. Uma função $f : \pi \rightarrow \pi$ é uma isometria se, para todos os pontos P e Q em π, $P'Q' = PQ$.

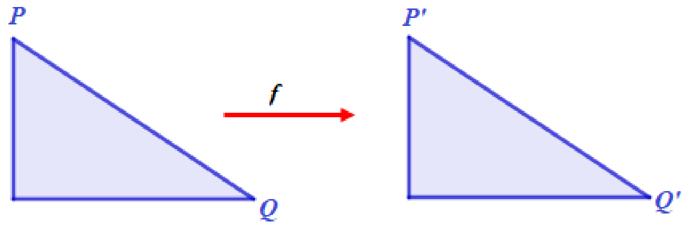


Figura 3.5: Isometria

Isso significa que, uma isometria no plano Euclidiano π , é uma função $f : \pi \rightarrow \pi$ que preserva distâncias, isto é, dados quaisquer dois pontos $P, Q \in \pi$ e $P'Q' \in \pi$, tem-se que $d\,(PQ) = d\left(P'Q'\right)$. A reflexão, translação e rotação são tipos de isometrias a serem trabalhadas a seguir.

3.2.1 Reflexão

Em um espelho plano, ao colocar um objeto diante dele, vê-se a imagem simétrica desse objeto, que é o próprio objeto refletido. Para obter a reflexão de uma figura, determina-se os simétricos de seus pontos. Ao eixo de reflexão dá-se o nome de eixo de simetria.

Numa reflexão,

1. Um segmento de reta é transformado num segmento de reta congruente com o mesmo comprimento;

2. Um ângulo orientado é transformado num ângulo orientado com a mesma amplitude, mas com sentido inverso;

3. Os pontos do eixo mantêm-se fixos (não se movem por efeito da reflexão).

A reflexão pode ser determinada em relação a um ponto e em relação a uma reta.

3.2.1.1 Reflexão em relação a um ponto

Definição. A reflexão em relação a um ponto O é uma isometria, que associa cada ponto P do plano ao P', simétrico de P.

Considere o plano π. Tomando, R_O como uma reflexão com respeito ao ponto O neste plano, temos a função:

$$R_O : \pi \longrightarrow \pi$$

$$P \mapsto P'$$

A reflexão de uma figura (subconjunto do plano) X' é a imagem de X pela reflexão $R_O\,(X)$.

Observando as reflexões abaixo, nota-se que o pentágono A'B'C'D'E' foi obtido do pentágono ABCDE por meio da reflexão em relação ao ponto O_1 e o pentágono A"B"C"D"E" foi obtido do pentágono A'B'C'D'E' a partir da reflexão com relação ao ponto O_2.

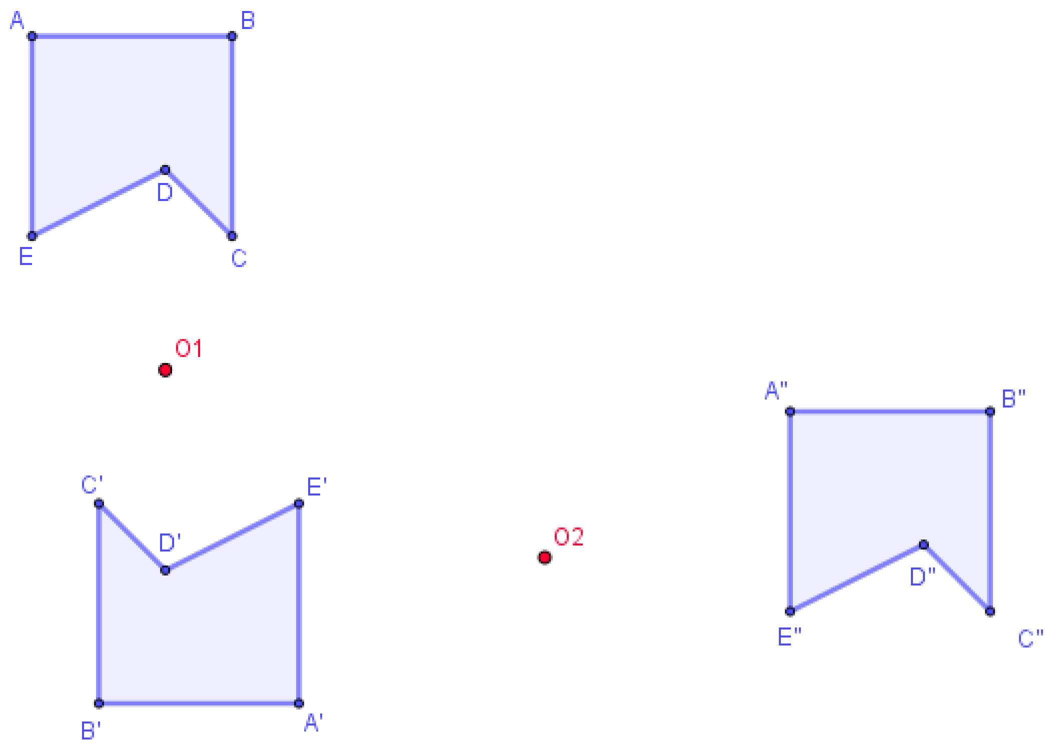


Figura 3.6: Reflexões em relação aos pontos O_1e O_2

Portanto temos uma reflexão sucessiva de uma mesma figura em relação a pontos distintos.

Vamos verificar o que ocorre com a reflexão de padrões de mariposa nos traçados Bora.

Consideremos a mariposa abaixo formada pelo terno (7, 2, 3). Considere o ponto O no centro da mariposa. Vejamos a sua reflexão com respeito a este ponto, a partir de alguns pontos escolhidos:

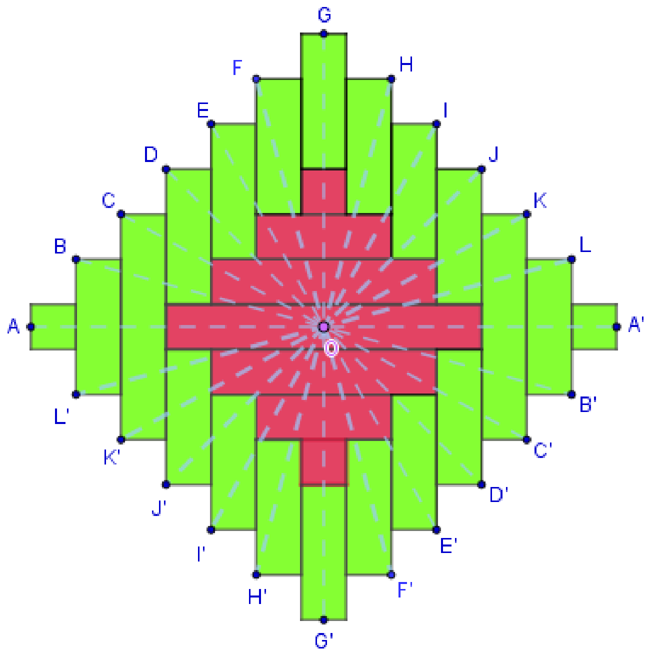


Figura 3.7: Pontos da Mariposa P: reflexão em relação ao ponto O

Na mariposa acima, o conjunto de pontos $\{A', B', C', D', E', F', G', H', I', J', K', L'\}$(imagem) foram obtidos do conjunto de pontos $\{A, B, C, D, E, F.G, H, I, J, K, L\}$ a partir da reflexão em relação ao ponto

a partir da reflexão em relação ao ponto O indicado.

Os pontos foram ligados às suas respectivas imagens por segmentos de retas. Note que O é ponto médio de $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}, \overline{EE'}, \overline{FF'}, \overline{GG'}, \overline{HH'}, \overline{II'}, \overline{JJ'}, \overline{KK'}, \overline{LL'}$.

É fácil ver que a reflexão desta mariposa, como um todo, pode ser encontrada a partir da reflexão de alguns pontos.

Observe que a reflexão em relação a um ponto associa segmentos em segmentos, assim, para determinarmos esta reflexão basta que reflitamos os extremos de cada segmento que compõe a figura.

Considerando os exemplos a seguir, a mariposa P' foi obtida da mariposa P por meio da reflexão em relação a um ponto externo e outra em relação ao ponto interno que não é central.

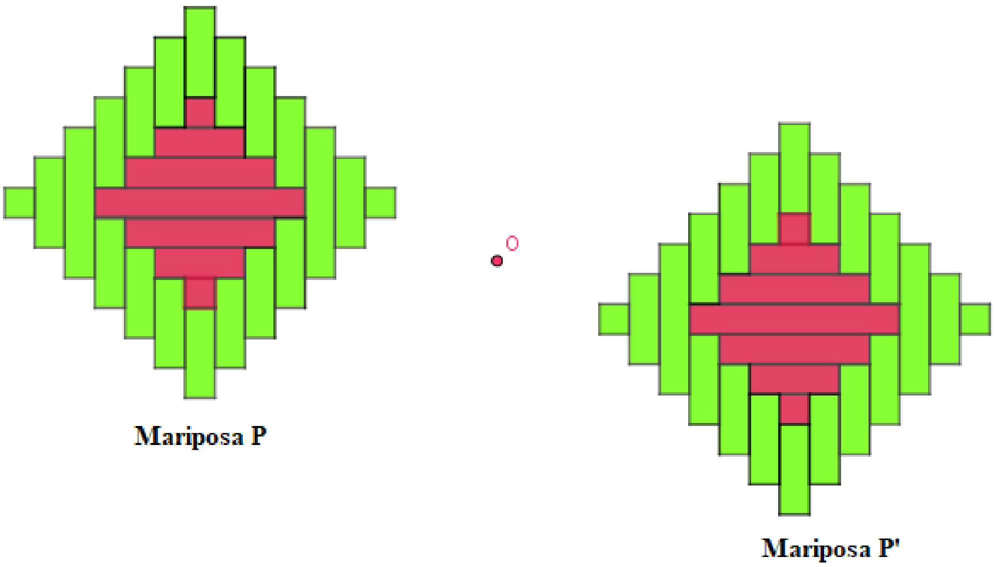


Figura 3.8: Reflexão de P e P’ em relação ao ponto O externo a mariposa P

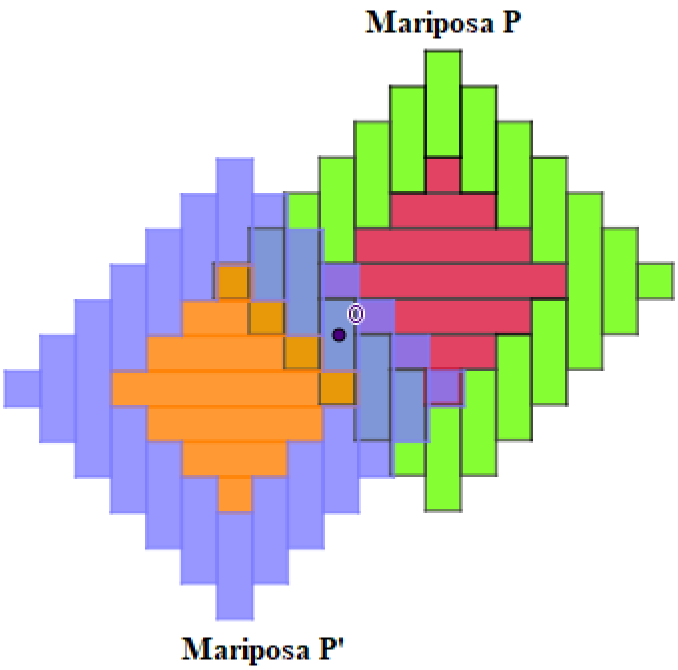


Figura 3.9: Reflexão de P e P’ em relação ao ponto O interno a mariposa

Note que no segundo exemplo as mariposas ficam sobrepostas. Observe que as reflexões não alteram os padrões das “mariposas”.

3.2.1.2 Reflexão em relação a uma reta

Definição. A reflexão em relação a uma reta r é a isometria que associa cada ponto P do plano ao ponto P', simétrico de P em relação a r.

Considere o plano π. Tomando, R_r como uma reflexão com respeito ao reta r neste plano, temos a função:

$$R_r : \pi \longrightarrow \pi$$

$$P \mapsto P^{'}$$

A reflexão de um objeto é a imagem deste objeto pela reflexão, como antes.

Na figura abaixo, o hexágono A'B'C'D'E'F'(imagem) foi obtido do hexágono ABCDE por meio da reflexão com respeito à reta r indicada.

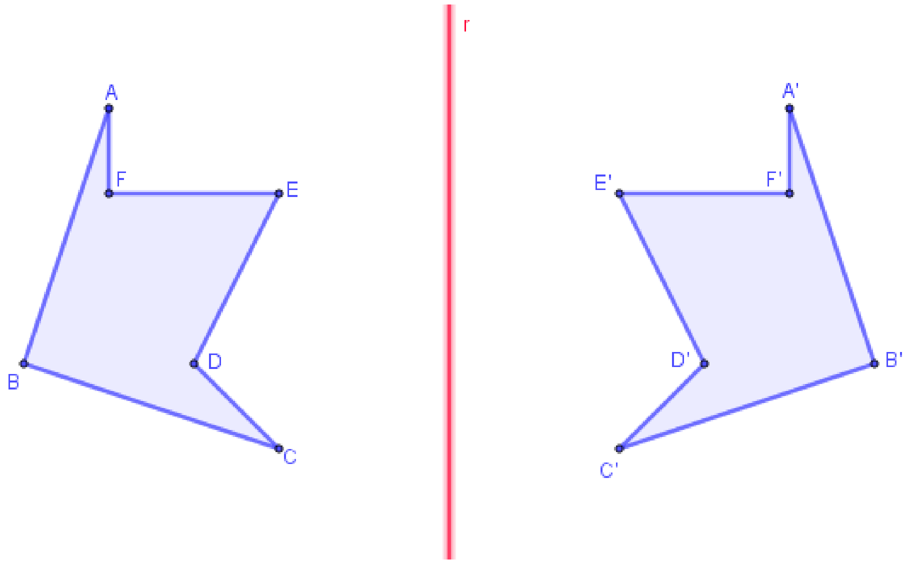


Figura 3.10: Reflexão do polígono ABCDEF com o polígono $A^{'}B^{'}C^{'}D^{'}E^{'}F^{'}$em relação a reta r

Tomando a mesma mariposa formada pelo terno (7, 2, 3), considerando agora a reta r na faixa central vertical da mariposa, como na figura abaixo, temos:

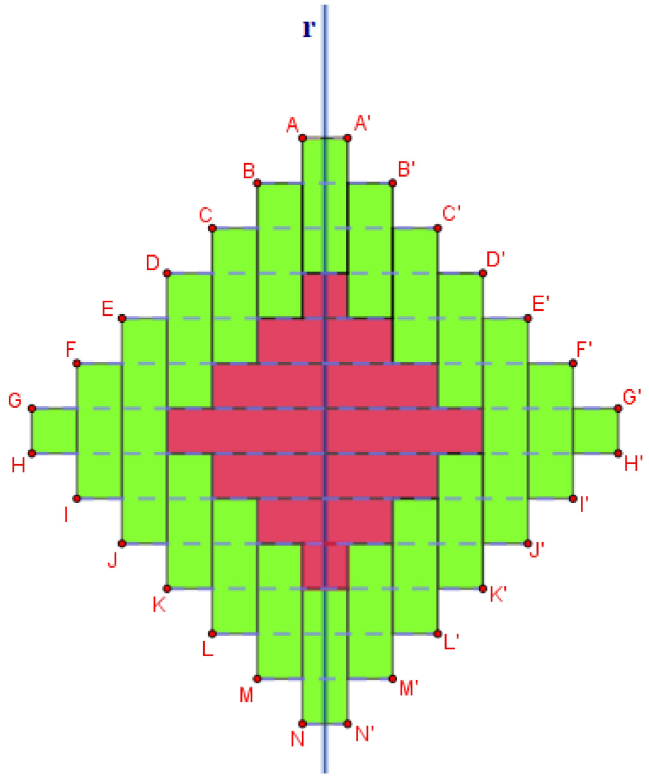


Figura 3.11: Pontos da Mariposa P: reflexão em relação a reta r

Observe na mariposa acima que o conjunto de pontos

$$\left\{A', B', C', D', E', F', G', H', I', J', K', L', M', N'\right\}$$

foram obtidos do conjunto de pontos {A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L,M,N} a partir da reflexão em relação a reta r vertical indicada. Os pontos foram ligados às suas respectivas imagens por segmentos de retas. Note que a reta r é mediatriz de

$$\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}, \overline{DD'}, \overline{EE'}, \overline{FF'}, \overline{GG'}, \overline{HH'}, \overline{II'}, \overline{JJ'}, \overline{KK'}, \overline{LL'}, \overline{MM'}, \overline{NN'}.$$

Note que as reflexões se mantém tomando uma reta na faixa central horizontal e a outra na diagonal central, como mostra as mariposas abaixo:

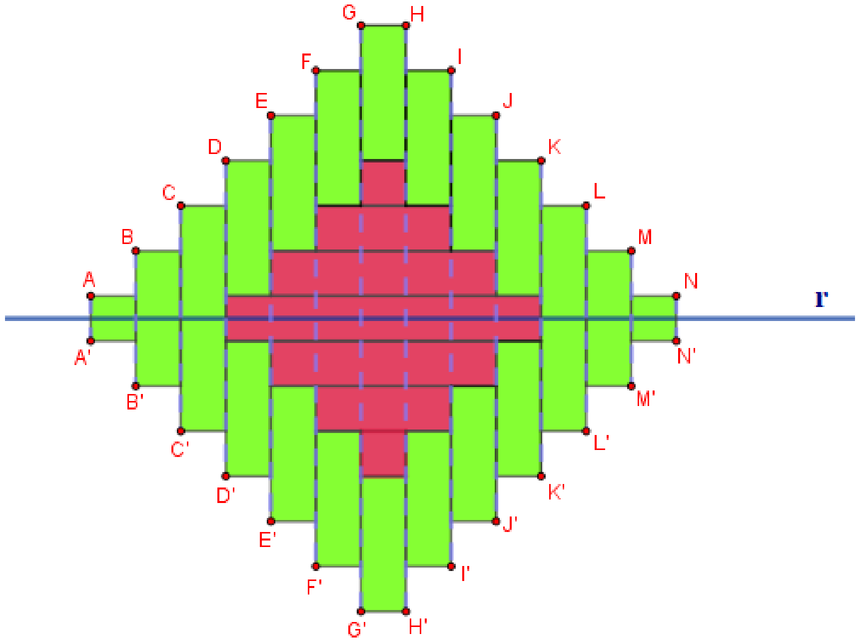


Figura 3.12: Mariposa P: reflexão dos pontos em relação a reta r horizontal

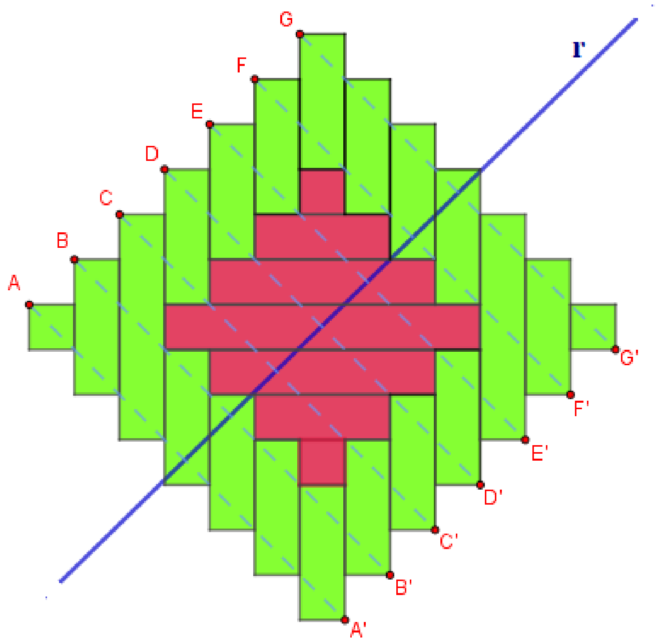


Figura 3.13: Mariposa P: reflexão dos pontos em relação a reta r inclinada

Observe que nas situações exemplificadas as mariposas e as suas reflexões são iguais, a menos da ordem dos pontos que a constituem. Isso se deve a escolha das retas de reflexão que passam pelo centro da mariposa.

Considerando a mariposa formada pelo terno (7, 2, 3) temos:

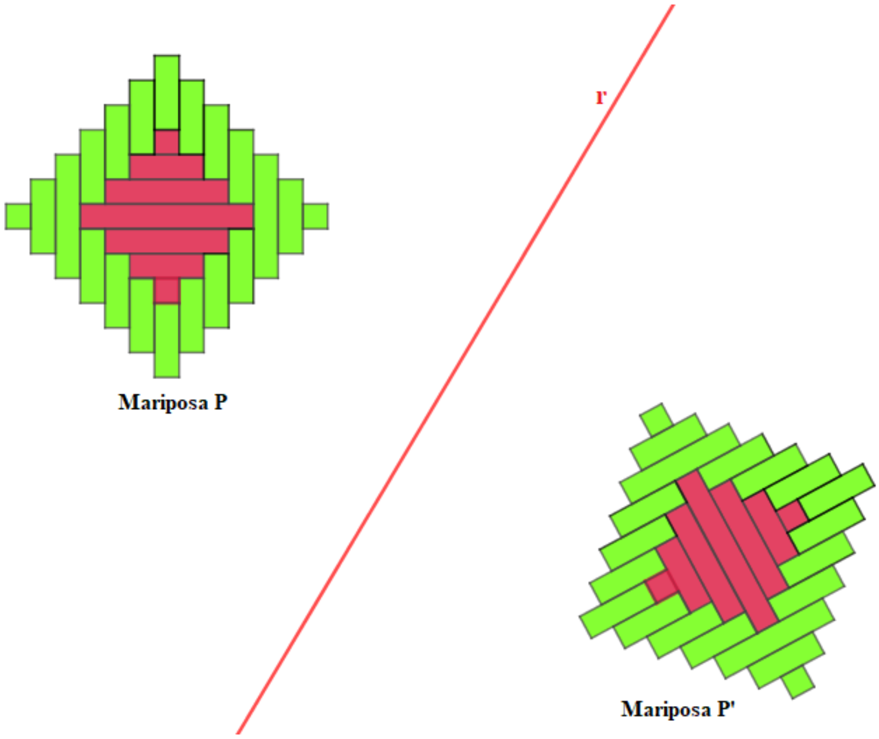


Figura 3.14: Reflexão em relação a reta r externa a mariposa P

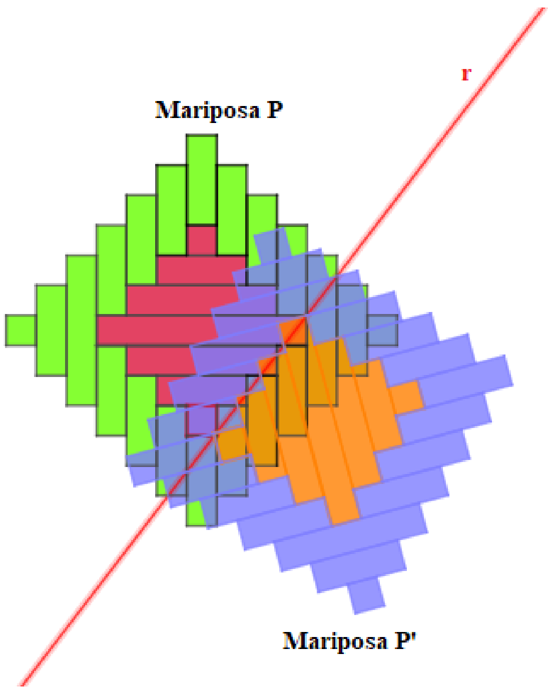


Figura 3.15: Reflexão em relação a reta r interna a mariposa P

Considerando os exemplos acima, a mariposa P' foi obtida da mariposa P por meio da reflexão em respeito à reta r externa e outra em respeito à reta r interna a mariposa. Perceba que no segundo exemplo as mariposas ficaram sobreposta, mesmo mantendo a mesma estrutura.

3.2.2 Translação

Definição. A translação é a isometria pela qual uma figura é deslocada em determinada direção e sentido, de modo que a distância entre cada ponto da figura original e o seu corresponde na figura obtida é a mesma. Logo a translação conserva o mesmo sentido, direção, o comprimento de segmentos de reta e as amplitudes dos ângulos.

Para a translação podemos caracterizá-la a partir da direção, sentido e módulo de um vetor $\overrightarrow{u}$.

Considere o plano π. Tomando, $T_{\overrightarrow{u}}$como uma translação a partir do vetor$\overrightarrow{u}$ neste plano, temos a função:

$$T_{\overrightarrow{u}} : \pi \longrightarrow \pi$$

$$P \mapsto P^{'}$$

Observe na figura abaixo, o quadrilátero $A^{'}BC^{'}D^{'}$ (imagem) foi obtida por uma translação do quadrilaétero ABCD, direcionada pelo vetor $\overrightarrow{u}$. Note que a translação que leva A em A' é representada pelo vetor $\overrightarrow{AA^{'}}$ com origem em A e termino em $A^{'}$. Além disso, temos que $\overrightarrow{AA^{'}}, \overrightarrow{BB^{'}}, \overrightarrow{CC^{'}}, \overrightarrow{DD^{'}}$,, ou seja, os vetores são iguais, consequentemente possuem mesma direção, sentido e intensidade.

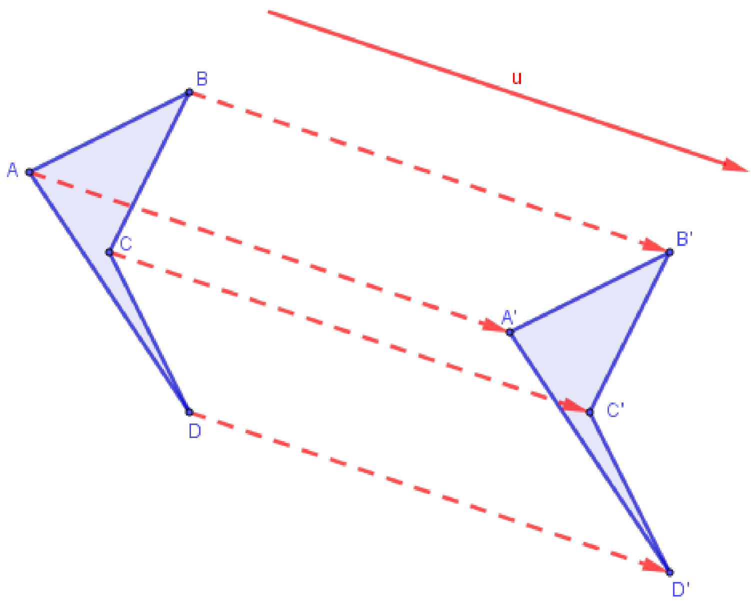


Figura 3.16: Translação do quadriláetro ABCD a partir do vetor $\overrightarrow{u}$

Observe que na situação exemplificada abaixo, a mariposa P foi deslocada segundo o vetor $\overrightarrow{u}$, gerando a mariposa $P^{'}$. Note que os pontos (A, B, C, D) selecionados na mariposa P e os seus respectivos transformados $(A'B'C'D')$ definem a mesma direção, o mesmo sentido e estão à mesma distância. Além disso, os segmentos de retas formados são paralelos.

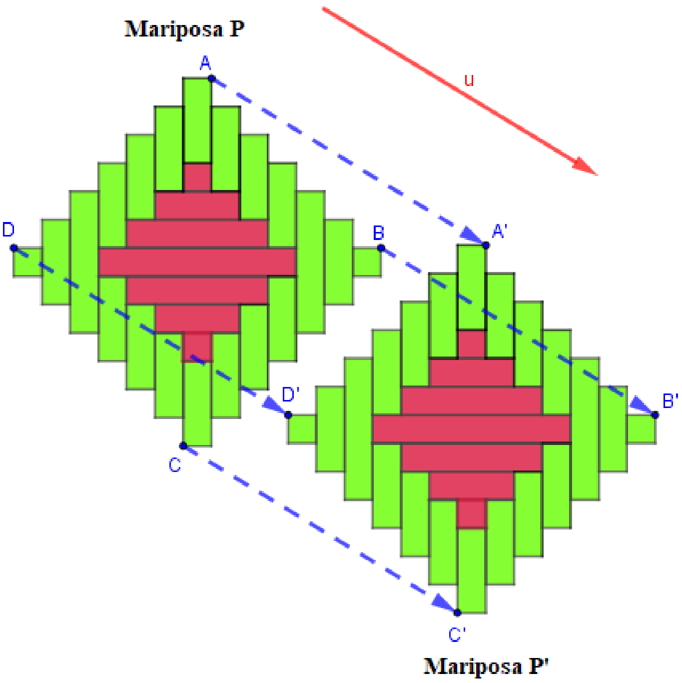


Figura 3.17: Mariposa P transladada a partir do vetor $\overrightarrow{u}$

Pode-se perceber que, independente da translação feita, a estrutura de qualquer tipo de mariposa permanece a mesma. Veja no exemplo abaixo, que a mariposa P' foi obtida por uma translação, através do vetor $\overrightarrow{u}$, da mariposa P. Já a mariposa P'' foi obtida por uma translação, através do vetor $\overrightarrow{v}$, da mariposa P.

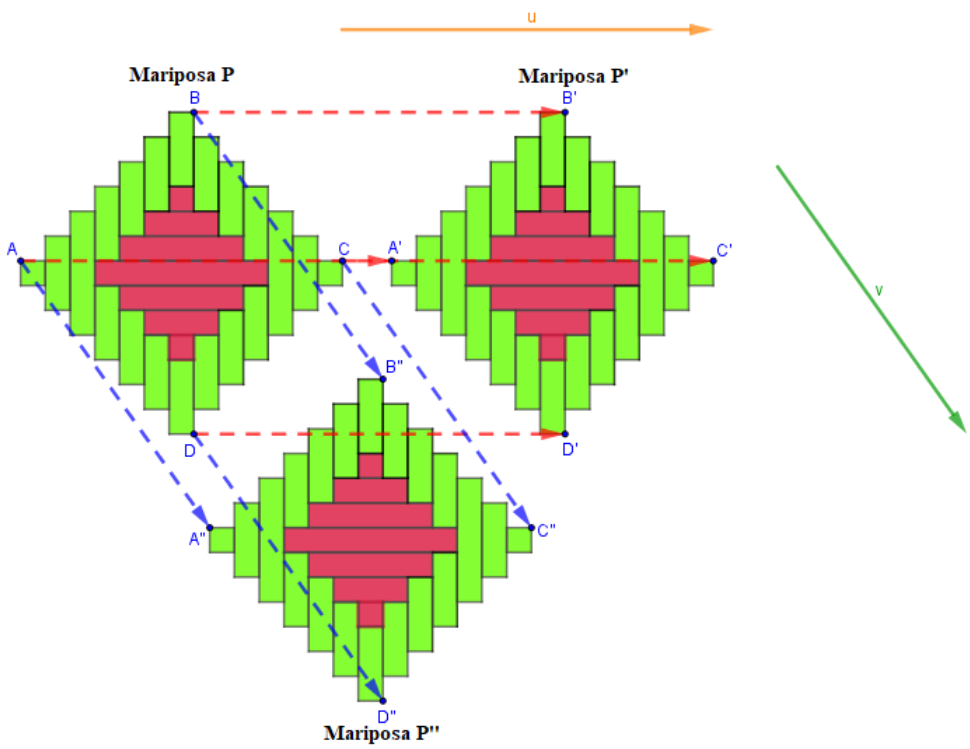


Figura 3.18: Translação a partir dos vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$

3.2.3 Rotação

Definição. A rotação é a isometria pela qual a nova figura é obtida a partir de um giro da figura inicial ao redor de um ponto fixo, chamado de centro da rotação.

Considere o plano π. Tomando, R_α como uma rotação em torno da medida do ângulo α, temos a função:

$$R_\alpha : \pi \longrightarrow \pi$$

$$P \mapsto P^{'}$$

Na figura abaixo, o pentágono $A^{'}B^{'}C^{'}D^{'}E^{1}$ (imagem) foi obtido do pentágono ABCDE por meio de um giro, no sentido anti-horário (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio), de 45° ao redor do ponto O.

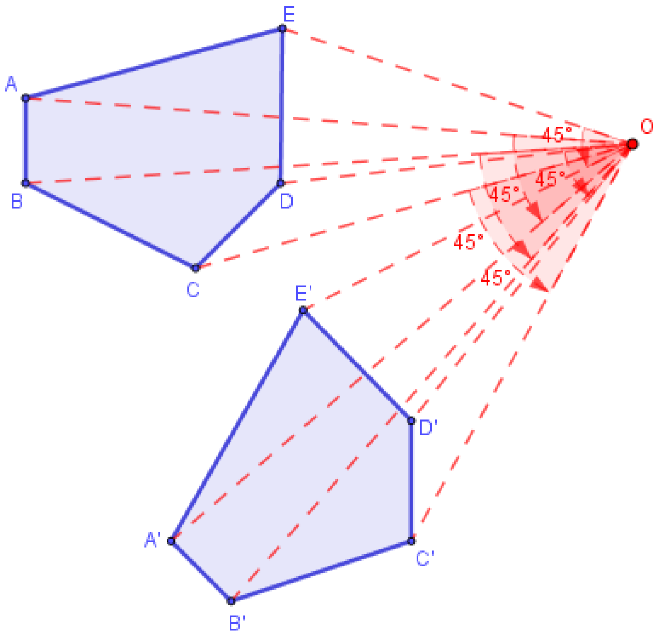


Figura 3.19: Rotação do pentágono, no sentido anti-horário, com um giro de 45°

Observe que é possivel rotacionar figuras continuadamente em torno de um mesmo ponto ou em torno de pontos distintos. Veja as figuras abaixo.

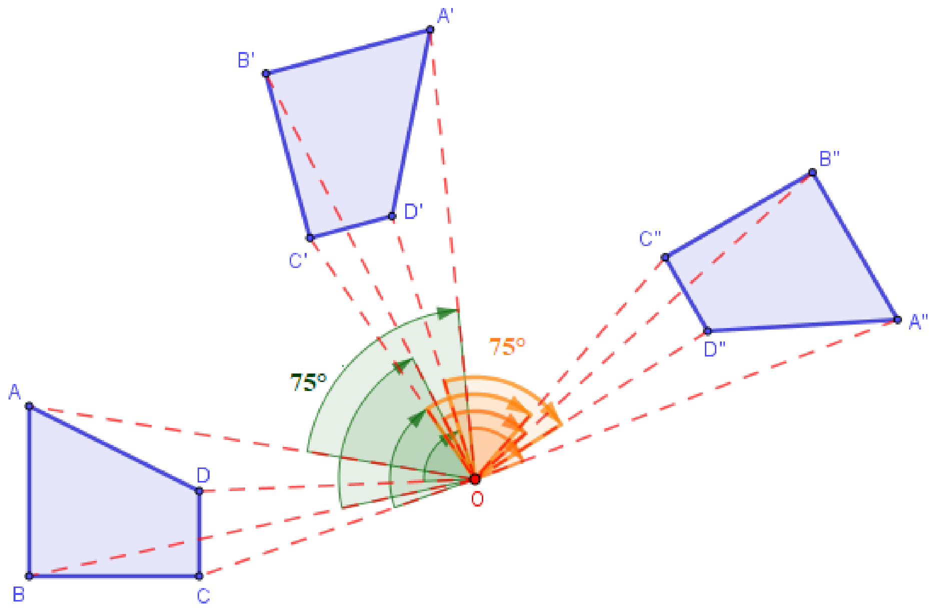


Figura 3.20: Rotação do quadrilátero, no sentido horário, com um giro de 75°

Nessa figura acima, o quadrilátero $A'B'C'D'$ foi obtido do quadrilátero ABCD por meio de um giro, no sentido horário (sentido dos ponteiros do relógio), de 75° ao redor do ponto O. Já o quadrilátero $A''B''C''D''$ foi obtido do quadrilátero $A'B'C'D'$ por meio de um giro, no sentido horário, de 75° ao redor do ponto O.

Diferente do apresentado da figura na figura acima, o quadrilátero $A'B'C'D'$ representado abaixo, foi obtido do quadrilátero ABCD por meio de um giro, no sentido horário (sentido dos ponteiros do relógio), de 75° ao redor do ponto O_1. Já o quadrilátero $A''B''C''D''$ foi obtido do quadrilátero $A'B'C'D'$ por meio de um giro, no sentido horário, de 135° ao redor do ponto O_2.

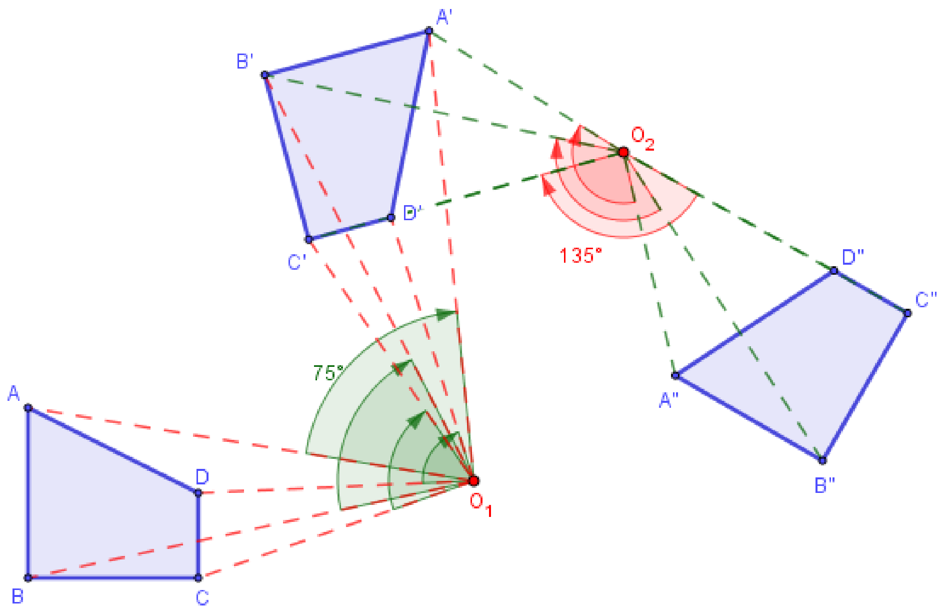


Figura 3.21: Quadrilátero: rotação de 75°em torono de O_1e de 135°

Tomando a mesma mariposa P, formada pelo terno $(7, 2, 3)$, considerando a rotação ao redor do ponto O, temos a representação abaixo:

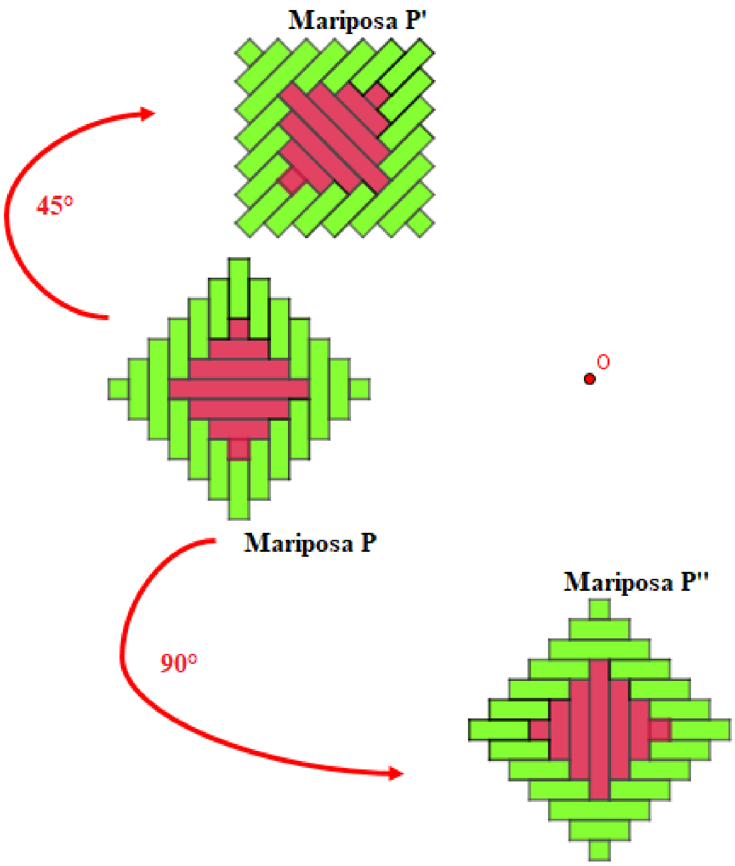


Figura 3.22: Mariposa P: rotação de 45°, no sentido horário e 90°no sentido anti-horário

Conforme a figura 3.21, foram feitas duas rotações em torno do ponto O. A mariposa P' foi obtida da mariposa P, no sentido horário, com rotação de 45° ao redor do ponto O. Já a mariposa P'' foi obtida da mariposa P, no sentido anti-horário, com rotação de 90° ao redor do ponto O.

Conclui-se que a rotação da "mariposa" P para a "mariposa" P' e da "mariposa " P para a "mariposa" P''não sofre alteração no padrão, ou seja, nos dois casos as "mariposas" P' e P''permanecem com o mesmo padrão $(7, 2, 3)$, mas a imagem visual parece mudar.

Tomando o ponto O de rotação interno a mariposa P e outro ponto externo a mariposa P, temos as mariposas P' e P'':

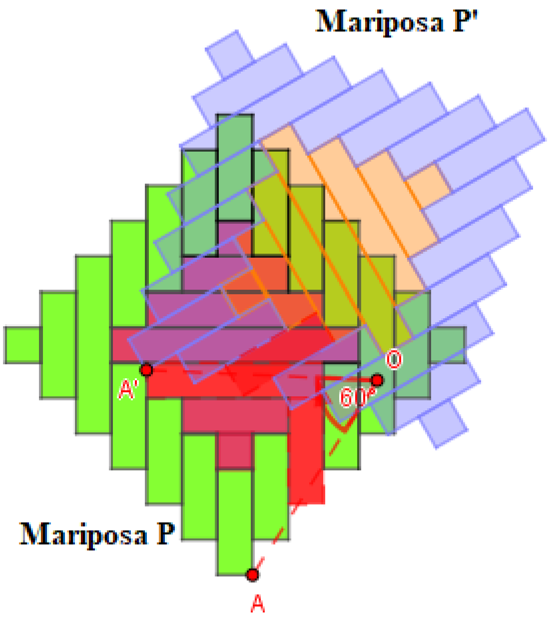


Figura 3.23: Rotação com giro de 60°em torno do ponto interno O a mariposa P.

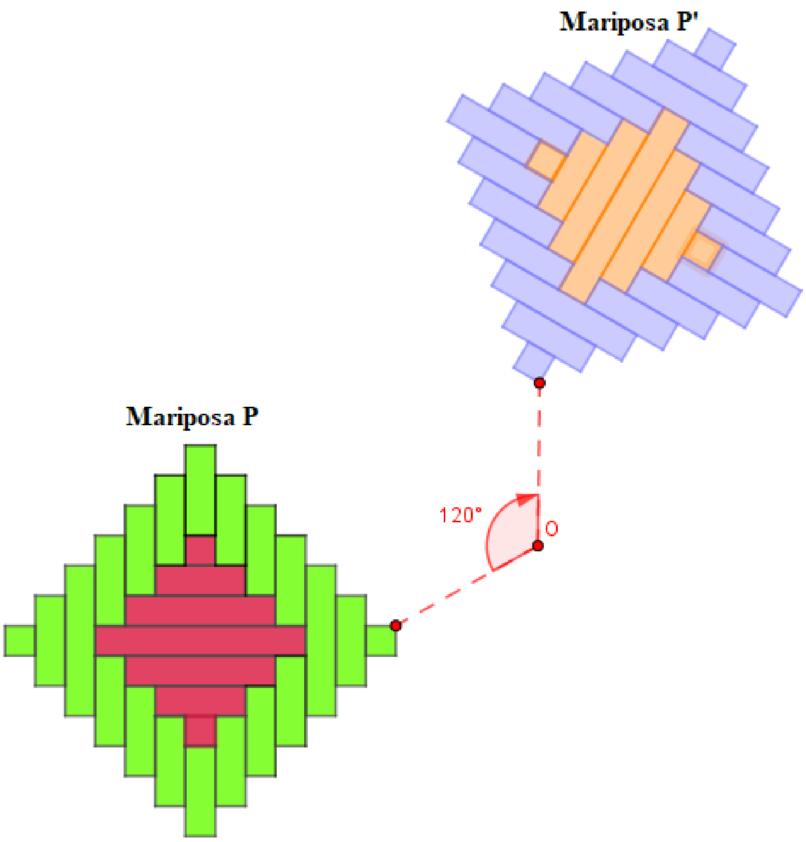


Figura 3.24: Rotação com giro de 120°em torno do ponto O externo a mariposa P

Considerando uma variante da mariposa Q de terno $(3, 2, 4)$ para o terno $(4 \times 3, 2, 4)$, que possui o quadrado dentado central com 4 na horizontal e 3 na vertical temos:

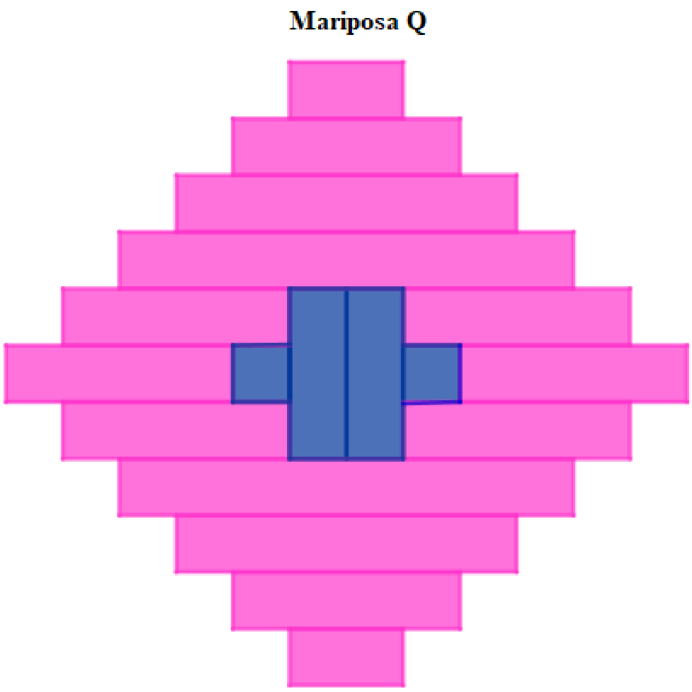


Figura 3.25: $(4 \times 3, 2, 4)$

Ao rotacionar a mariposa Q por meio de um giro de $90°$, no sentido horário ao redor do ponto O, a mariposa Q' é alterada para o padrão $(3 \times 4, 2, 4)$. Como mostra a figura abaixo.

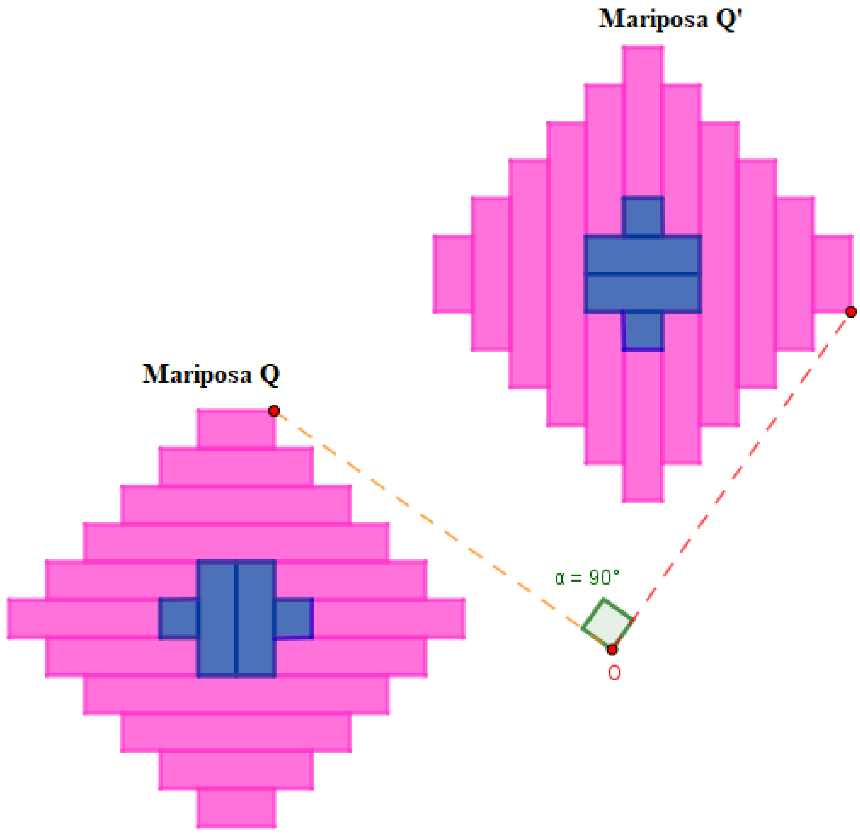


Figura 3.26: Rotação da mariposa Q $(4 \times 3, 2, 4)$

3.2.4 Transformações geométricas: reflexão, translação e rotação nos padrões planares das mariposas.

Os padrões planares ocorrem ao fazer a ligação das mariposas, ou seja, as mariposas são emendadas através desses padrões. Tomando a mariposa caracterizada pelo terno $(1, 2, 3)$, podemos juntar essas mariposas de formas diferentes, utilizando o seguinte padrão $(C, N, L, p \times q)$, onde p e q são, respectivamente, as distâncias horizontais e verticais entre as mariposas próximas horizontalmente e verticalmente. Veja as figuras A, B e C, que seguem os seguintes padrões $(1, 2, 3, 3 \times 1)$, $(1, 2, 3, 5 \times 1)$ e $(1, 2, 3, 3 \times 3)$, respectivamente.

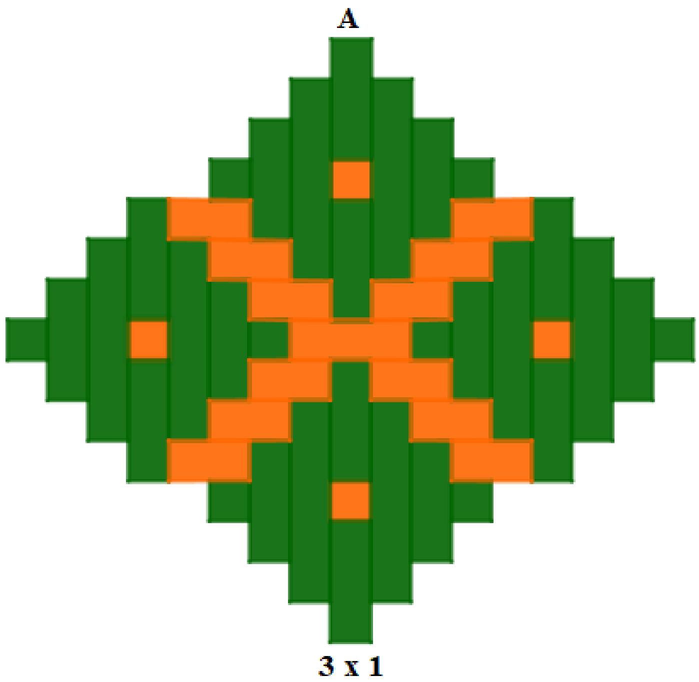


Figura 3.27: Padrão planar: (1, 2, 3, 3 x 1)

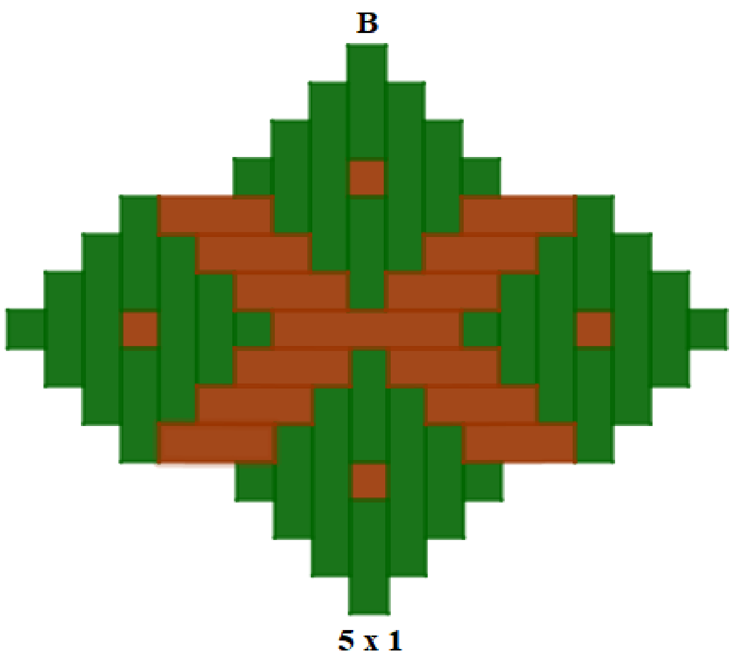


Figura 3.28: Padrão planar: $(1, 2, 3, 5 \times 1)$

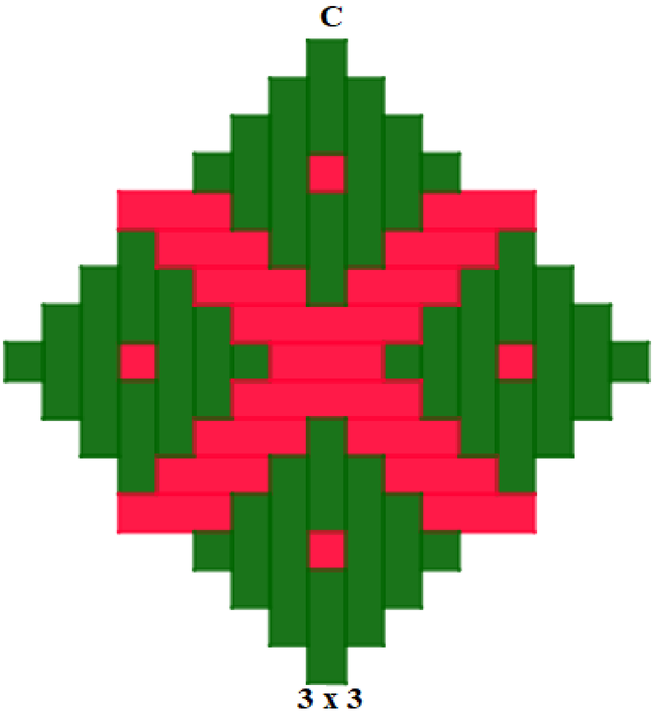


Figura 3.29: Padrão planar: $(1, 2, 3, 3 \times 3)$

Para construção dos padrões planares A, B e C foi utilizada as transformações geométricas de reflexão com respeito à uma reta e a translação com respeito à um vetor. Essas construções foram feitas com o recurso do software GeoGebra. Nesse processo de construção toma-se a mariposa da esquerda como a inicial. A partir dela obteve a mariposa da direita através da reflexão por uma reta e a mariposa de cima e a de baixo através da translação por um vetor.

Tomando os três padrões planares acima A, B e C, inicialmente será aplicada a reflexão com respeito à reta r (paralela à faixa central vertical), a reflexão com respeito à reta t (perpendicular à faixa central vertical) e a reflexão com respeito à reta s (inclinada à faixa central vertical). Em seguida, será aplicada a translação com respeito ao vetor u e a rotação de 90° ao redor do ponto O, no sentido horário.

Aplicando a reflexão em relação as retas r, t e s nas figuras de padrões planares A, B e C, temos:

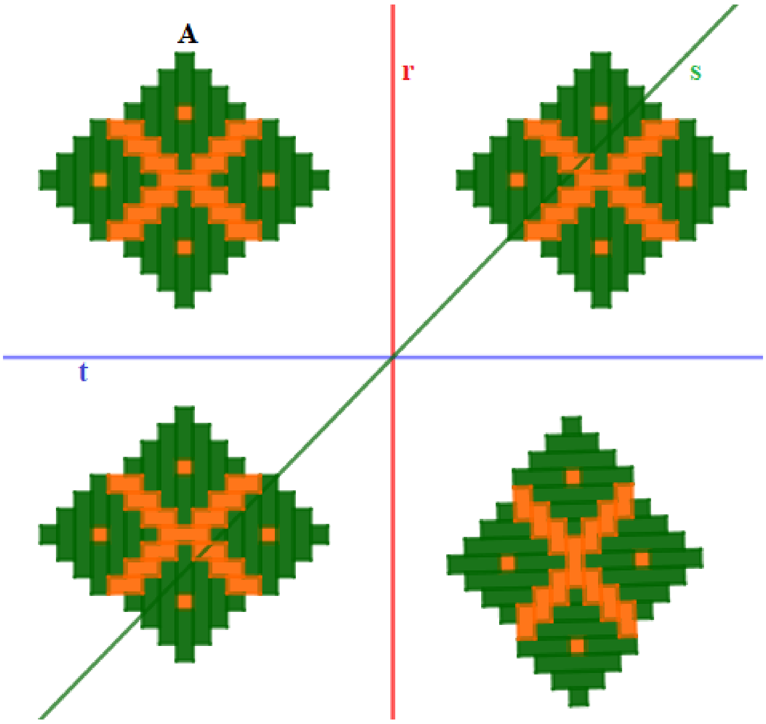


Figura 3.30: Reflexão: padrão planar A

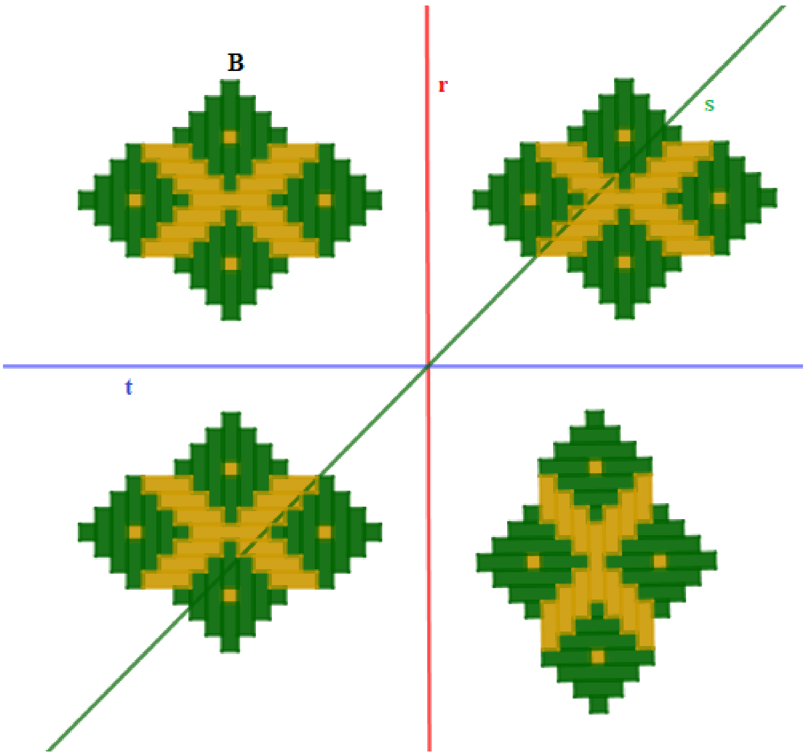


Figura 3.31: Reflexão: padrão planar B

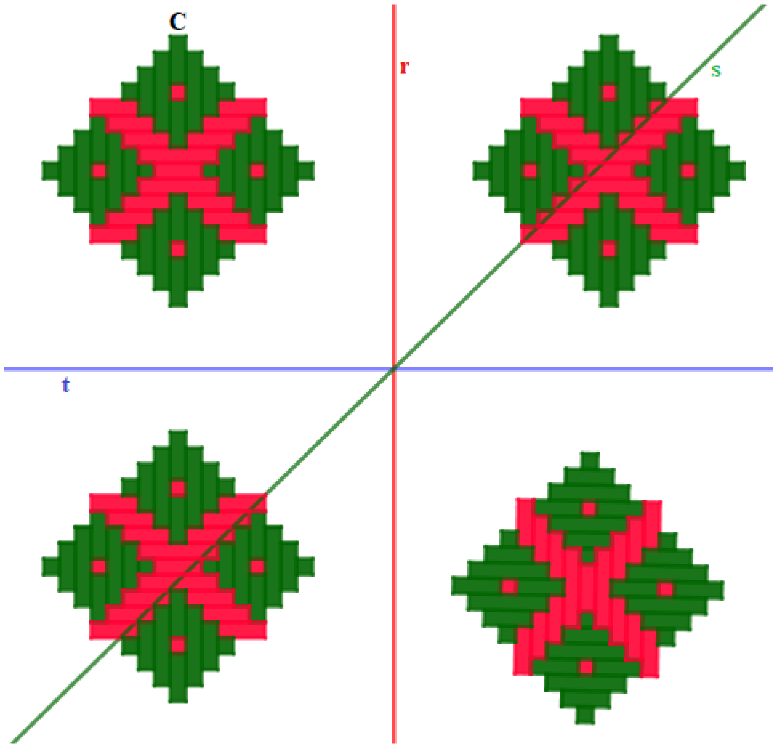


Figura 3.32: Reflexão: padrão planar C

Observe que os padrões planares, nos três casos A, B e C, mantêm na reflexão em relação as retas r e t. Mas em relação a reta s, além da imagem visual ser alterada, nos casos A e B altera-se também o padrão planar, ficando respectivamente, $(1, 2, 3, 1 \times 3)$ e $(1, 2, 3, 1 \times 5)$.

Aplicando a translação pelo vetor u nas figuras A, B e C, temos:

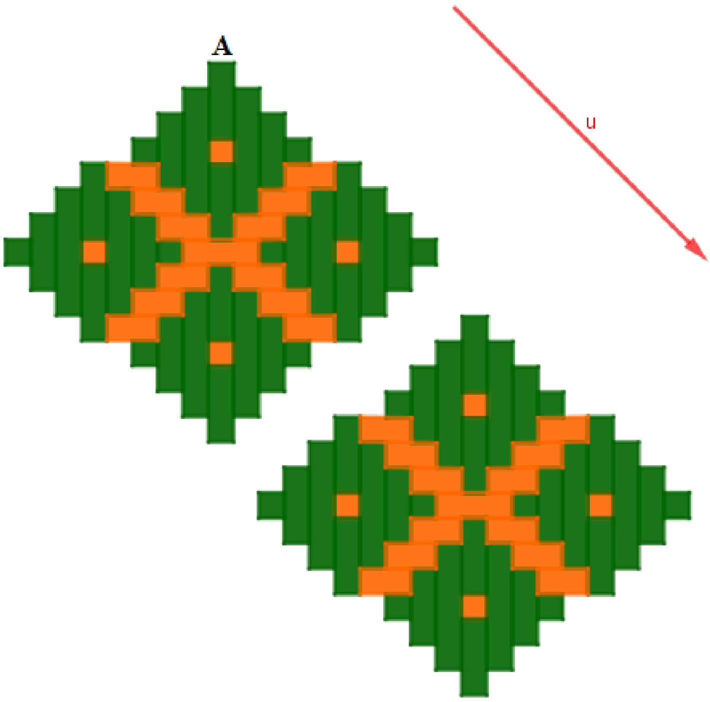


Figura 3.33: Translação: padrão planar A

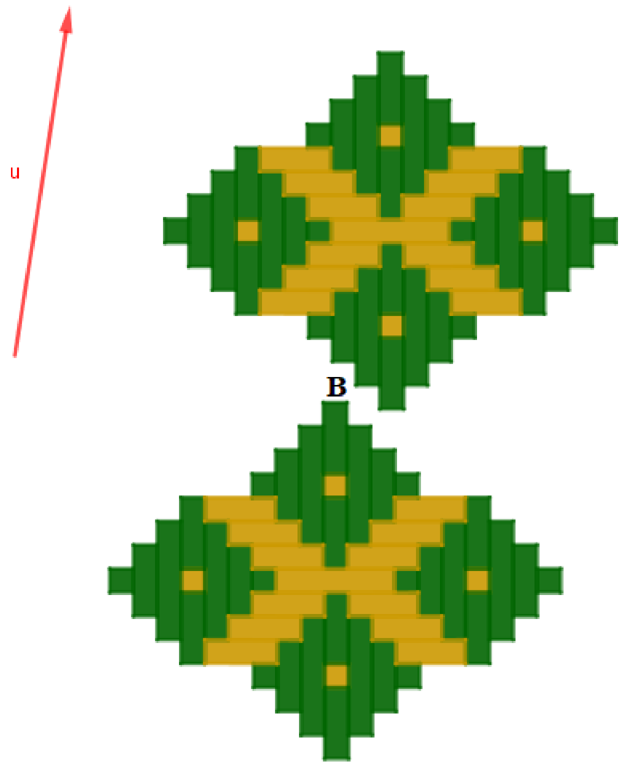


Figura 3.34: Translação: padrão planar B

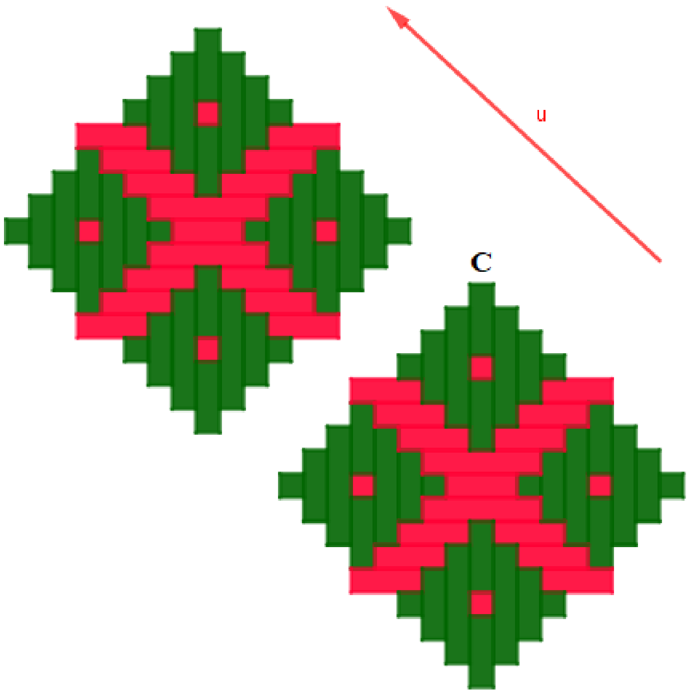


Figura 3.35: Translação: padrão planar C

Observe que a translação pelo vetor u dos padrões planares, nos três casos A, B e C, não se alteram.

Aplicando no sentido horário, a rotação de 90° ao redor do ponto O nas figuras A, B e C, temos:

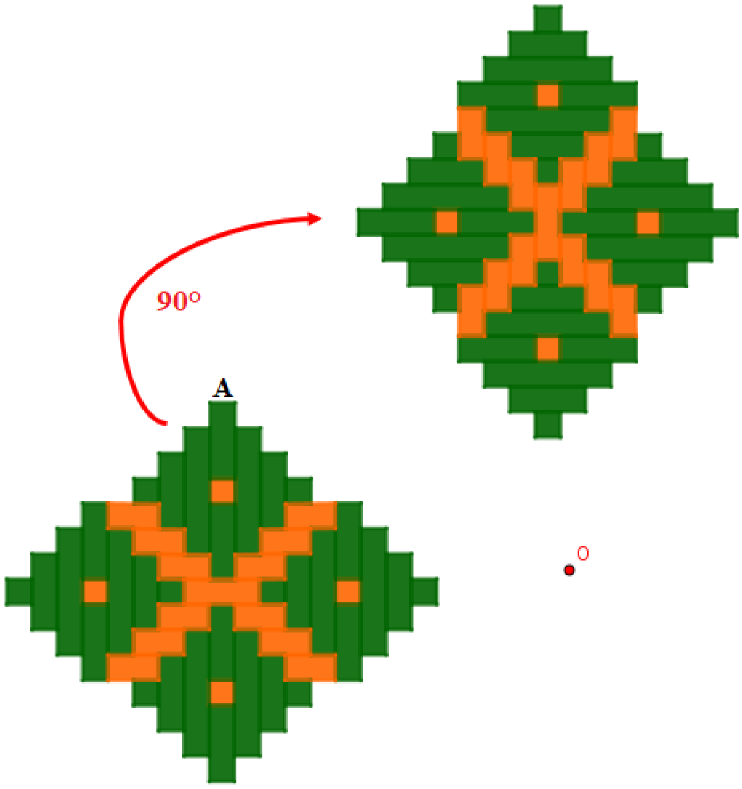


Figura 3.36: Rotação: padrão planar A

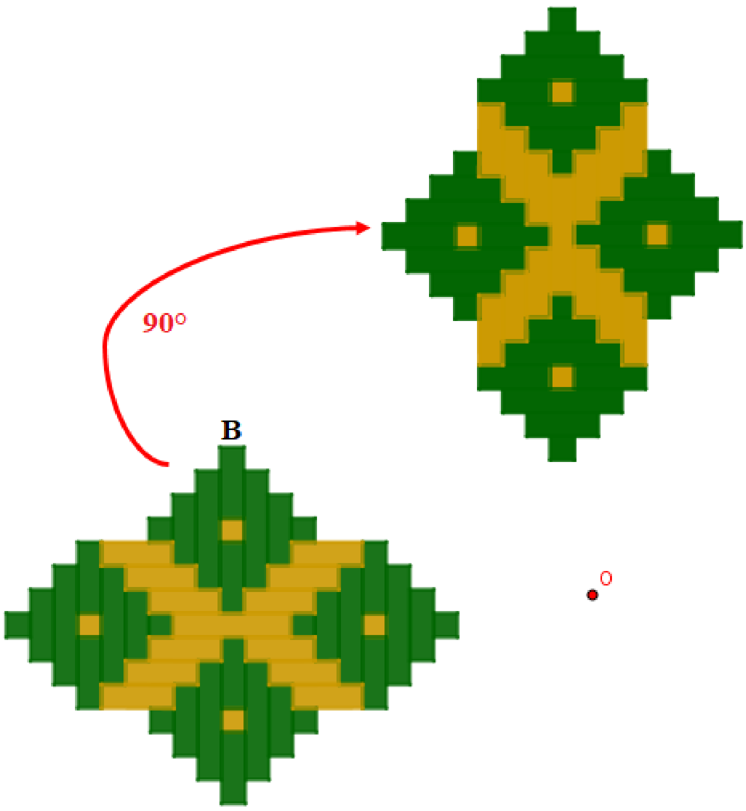


Figura 3.37: Rotação: padrão planar B

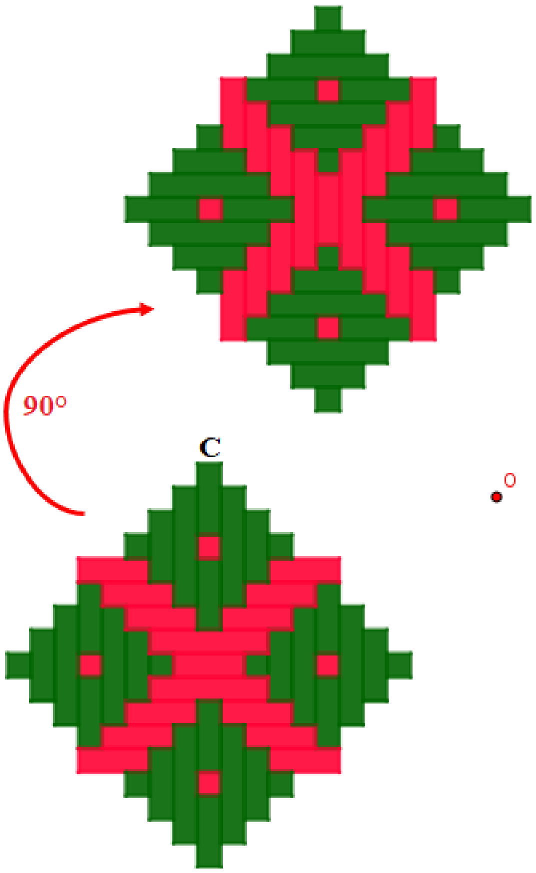


Figura 3.38: Rotação: padrão planar C

Analisando as figuras A, B e C acima, nota-se que a rotação de 90° ao redor do ponto O, no sentido horário, além de alterar a imagem visual, altera também o padrão planar de A $(1, 2, 3, 3 \times 1)$ para $(1, 2, 3, 1 \times 3)$ e o padrão planar de B $(1, 2, 3, 5 \times 1)$ para $(1, 2, 3, 1 \times 5)$. Já o padrão planar de C $(1, 2, 3, 3 \times 3)$ permanece o mesmo.

Além disso, nota-se também que as emendas são eixos de simetria, tanto na horizontal quanto na vertical. E mais, se p for igual a q, no exemplo do quadruplo $(1, 2, 3, 3 \times 3)$, as emendas são também eixos diagonais de simetria. Veja a figura abaixo.

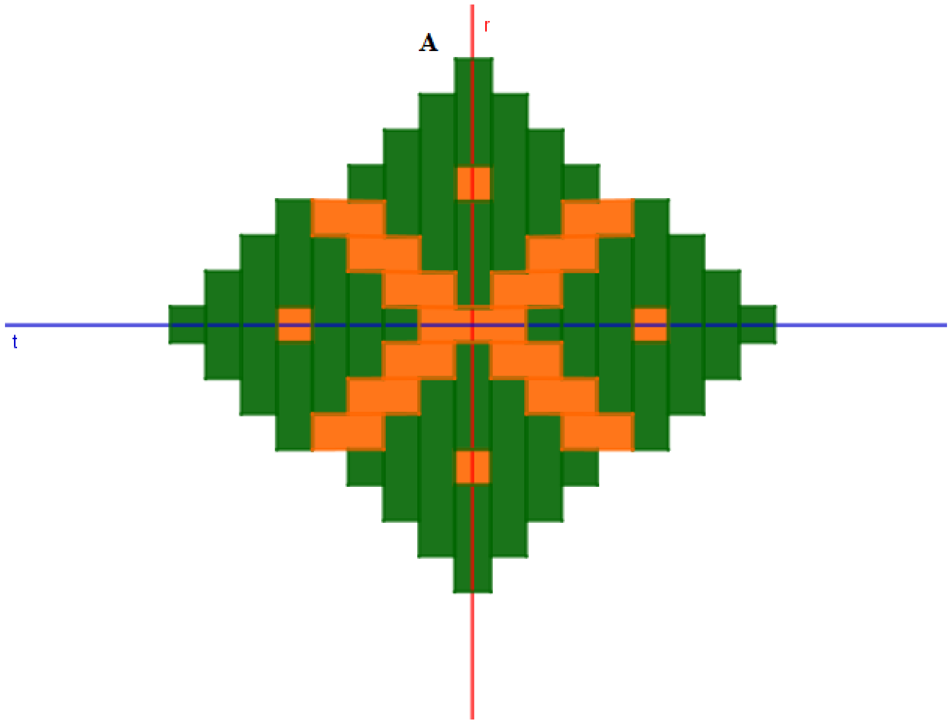


Figura 3.39: Simetria: padrão planar A

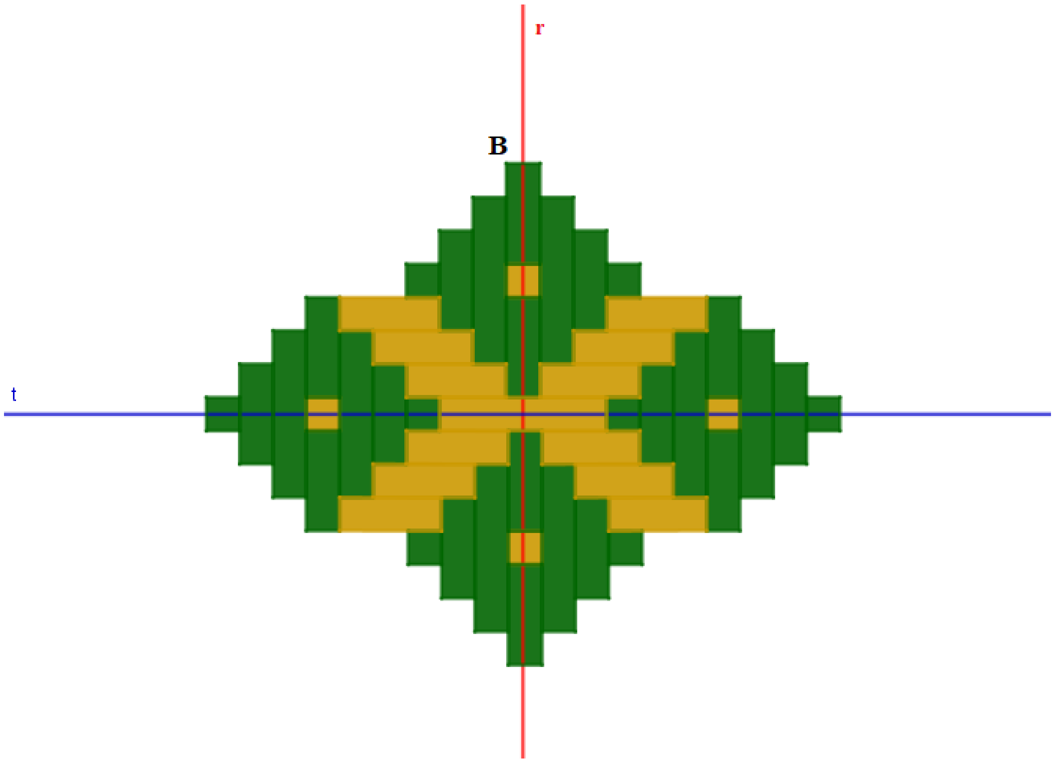


Figura 3.40: Simetria: padrão planar B

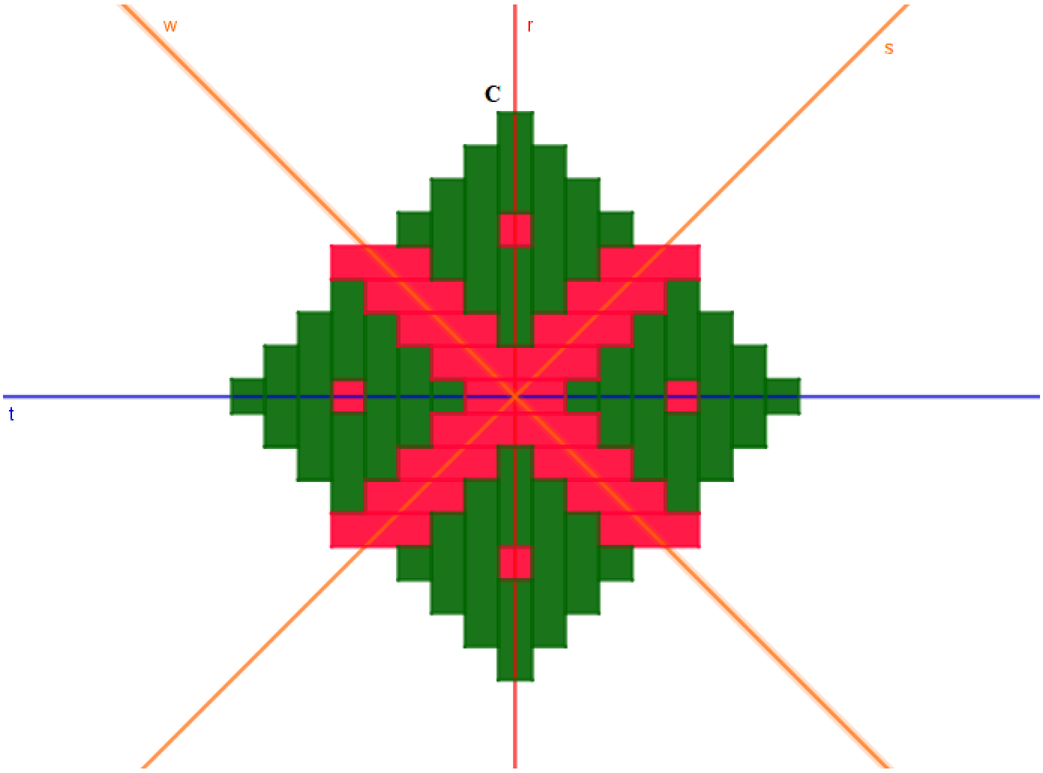


Figura 3.41: Simetria: padrão planar C

É importante ressaltar que outros conteúdos poderiam ser trabalhados dentro desse mesmo tema. Uma sugestão seria, o cálculo de volume com o intuito de fazer otimização dos gastos de materiais na fabricação da cestaria do povo Bora.

3.3 Geometria: Área de figuras planas

A etimologia da palavra geometria significa a "medida da terra", sendo que "geo" quer dizer terra e "metria" medida. Na geometria plana, se estuda as figuras planas. Essas figuras são bidimensionais (duas dimensões). Já na geometria espacial, se estuda as figuras espaciais, sendo essas tridimensionais (três dimensões).

A geometria plana é também chamada de geometria Euclidiana, em homenagem ao geômetra Euclides de Alexandria, considerado o "pai da geometria". Euclides, com seus trabalhos e tratados, enunciados por volta dos anos 300 a.C. no seu famoso livro "Os Elementos". Nesse livro, com 13 volumes que contém 465 proposições, Euclides estabelece cinco postulados que se aplica na geometria Euclidiana (Bicuda, 2009), são eles:

1. Pode-se traçar uma (única) reta (segmento) por quaisquer dois pontos;

2. Pode-se continuar (de modo único) uma reta infinitamente;

3. Pode-se traçar uma circunferência com quaisquer centro e raio;

4. Todos os ângulos retos são iguais;

5. Se uma reta corta duas outras retas formando ângulos colaterais internos cuja soma é menor do que dois retos, então as duas retas, se continuadas infinitamente, encontram-se no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois retos.

Os postulados foram citados, mas não será explicado pois o foco desse trabalho é com o cálculo de área, mas sugiro que o leitor faça um estudo debruçado sobre esses postulados.

No que segue iremos tratar de medidas de figuras na geometria plana, especificamente da área.

Definição. Área de uma superfície limitada é um número real positivo associado a uma superfície tal que

a) superfícies equidistantes estão associadas à áreas iguais e vice-versa.

b) a uma soma de superfície está associada uma área que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

c) Se uma superfície está contida em outra então a sua área é menor ou igual a área da outra.

Duas superfícies são equivalentes se podemos dividi-las em superfícies congruentes.

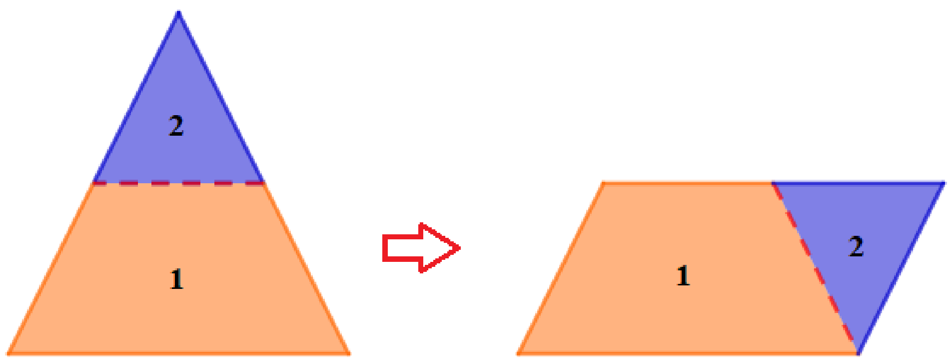


Figura 3.42: Surperfíces Equivalentes

A soma entre duas superfícies é uma nova superfície gerada pela junção das duas superfícies.

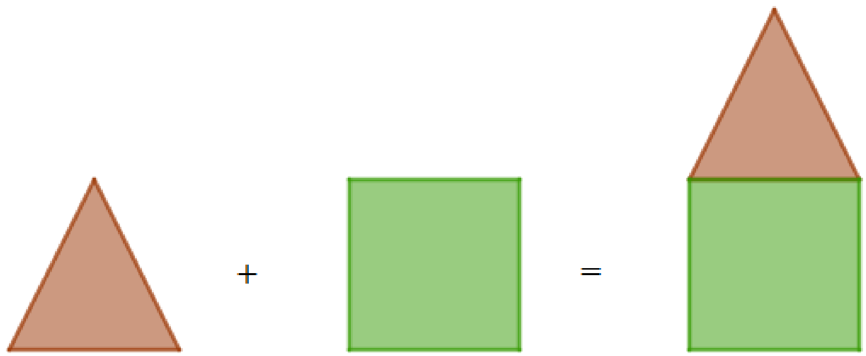


Figura 3.43: Soma das superfíces

O item (b) da definição permite que definamos a área de uma superfície a partir da área de uma superfície a partir da área de parcelas desta superfície. Considerando polígonos podemos reduzir o cálculo das suas áreas a partir de polígonos menores.

Ao escolher uma unidade de medida padrão pode-se entender como determinar a fórmula da área de uma figura. Para isso, basta comparar a figura com essa unidade, ou seja, determinar quantas unidades cabem dentro da figura. Podemos tomar uma unidade de área de um quadrado que, por definição, tem área igual a 1 u. a. (unidade de área) e lado como unidade de comprimento 1 u.c.. Veja abaixo.

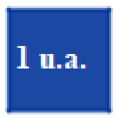


Figura 3.44: Unidade de área

É importante ressaltar que a depender do tamanho da figura, temos que utilizar uma unidade específica. Por exemplo, ao calcular a área de uma lajota, é conveniente utilizar um quadrado de 1 cm de comprimento, já para calcular a área de uma sala de aula o ideal é utilizar quadrado de lado de 1 m de comprimento e para calcular a área de uma cidade se utiliza um quadrado de lado de 1 km de comprimento.

Dado o retângulo ABCD (quadrilátero que possui quatro ângulos retos), vamos representar suas medidas de comprimento e largura, respectivamente por b e h.

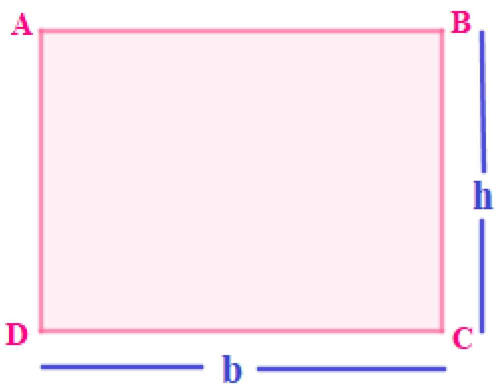


Figura 3.45: Retângulo ABCD

Dividindo o retângulo ABCD em quadrados unitários traçando retas paralelas aos lados, temos:

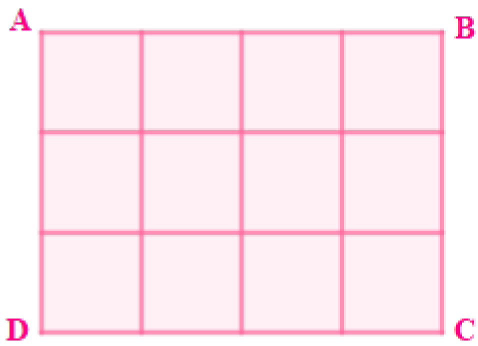


Figura 3.46: Retângulo ABCD : repartido em 1 u. a.

Note que no interior do retângulo ABCD existe 12 quadrados unitários, isto é, 12 unidades de área. Dessa forma, o retângulo ABCD possui 4 quadrados unitários justapostos na horizontal distribuídos em 3 linhas, ou seja,

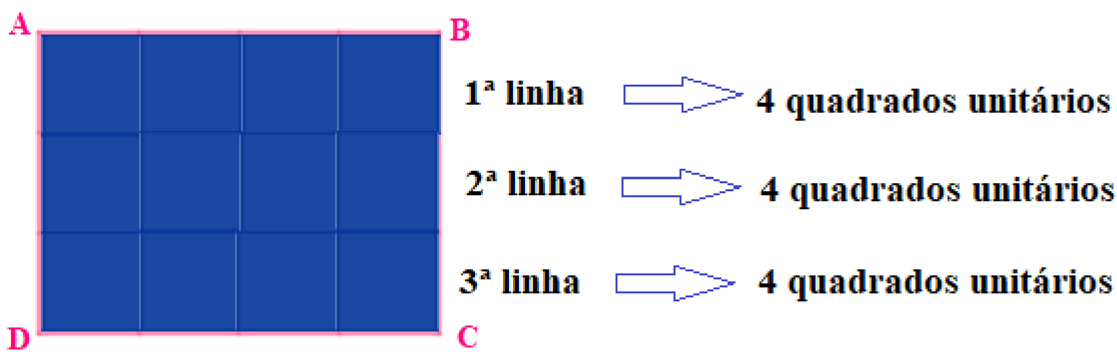


Figura 3.47: Retângulo ABCD: quantidade 1 u. a. por linha

Então temos que,

$$4+4+4+4=3\cdot 4$$

Daí, temos que o retângulo é formado pelo comprimento $b=4$ e pela largura $h=3$, formados por 4 quadrados justapostos na horizontal, que corresponde o comprimento m, distribuídos em 3 linhas, que corresponde a largura.

Assim generalizando, um retângulo formado por b quadrados unitários justapostos na horizontal distribuídos em h linhas, temos que:

$$\overbrace{b+b+b+\cdots+b}^{h}=h\cdot b$$

Note que, um lado do retângulo é o comprimento b, chamado de base e o outro lado do retângulo é a largura h, chamado de altura. Daí temos que a fórmula da área é igual a:

Área do retângulo é igual medida da base vezes a medida da altura.

Tomando a área do retângulo como A_{ret} temos:

$$A_{ret}=b\cdot h$$

Apesar de termos exemplificado a expressão para a área de um retângulo utilizando comprimentos inteiros, a fórmula desta área se estende para quaisquer comprimentos reais. Basta verificarmos as proporções com as figuras de lados inteiros.

A partir da fórmula da área de um retângulo pode-se entender e deduzir as fórmulas da área de outras figuras planas, utilizando o método de repartir a figura em quadrados unitários e/ou identificar equivalências com outras figuras.

Por exemplo, observe que a área de um paralelogramo pode ser obtida a partir do retângulo equivalente como na figura abaixo.

Figura 3.48: Área do paralelogramo≈Área do retângulo

Logo,

$\acute{A}rea_{paralelogramo}=\acute{A}rea_{ret\hat{a}ngulo}=b\cdot h$

A área de um triângulo pode ser obtida a partir de um paralelogramo equivalente, formado por dois triângulos semelhantes como na figura abaixo.

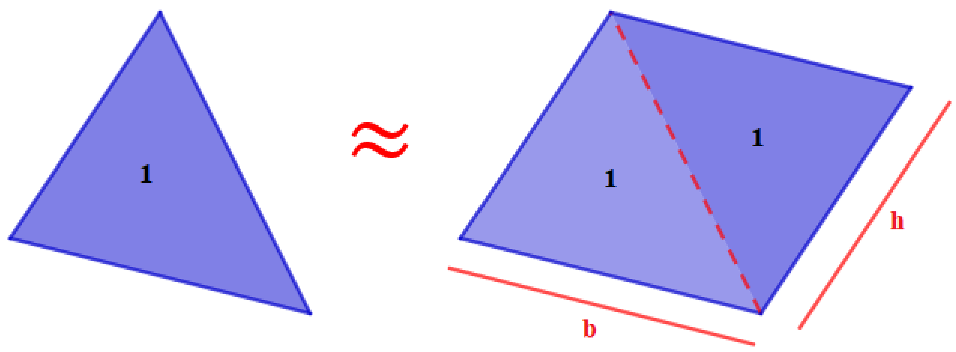


Figura 3.49: Área do triângulo a partir da área do paralelogramo.

Logo, $Área_{triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$

E ao repartir o trapézio em dois triângulos (triângulos 1 e 2), a área desse trapézio pode ser obtida a partir da soma das áreas desses dois triângulos como na figura abaixo.

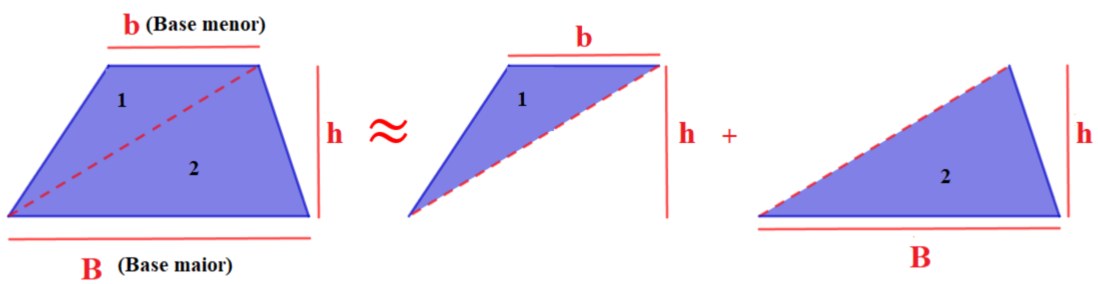


Figura 3.50: Área do trapézio a partir da área de dois triângulos

$$Área_{triângulo_1} + Área_{triângulo_2} = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{B \cdot h}{2} = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

Podemos explorar esta noção de área aplicada aos padrões de mariposas dos trançados Bora. Tomando como referência para cálculo da área a área do quadrado central no padrão $(1, N, L)$, podemos subdividir a mariposa nestas unidades de área para obter a área de uma mariposa.

A unidade de área da mariposa é

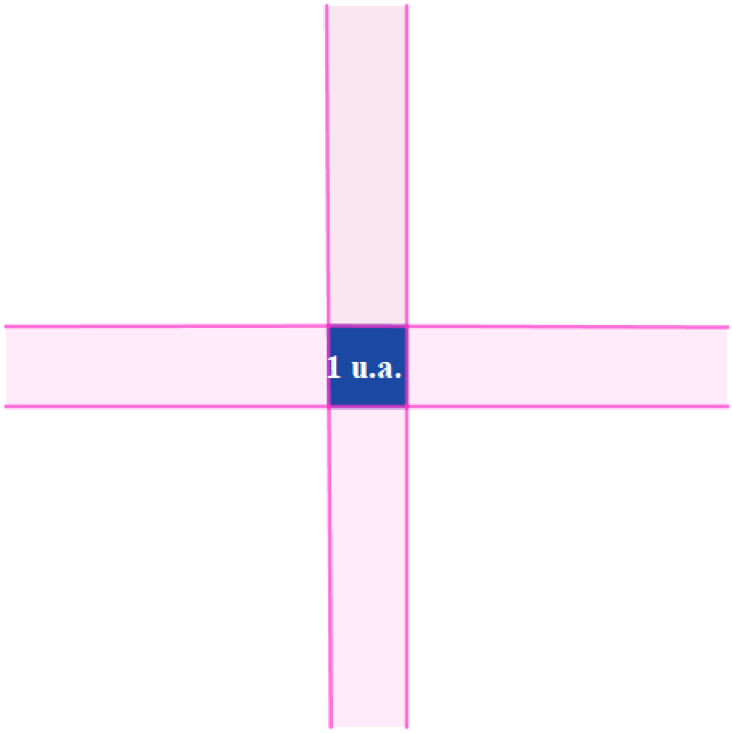


Figura 3.51: Unidade de área de uma mariposa

Por exemplo, considere a mariposa formada pelo terno $(7, 2, 3)$.

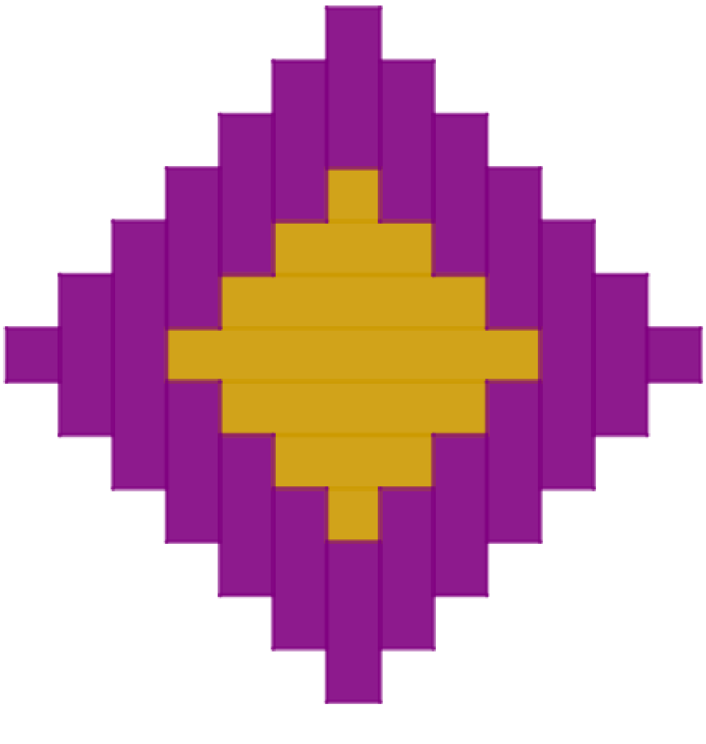


Figura 3.52: Mariposa $(7, 2, 3)$

Observe que, no "quadrado" central da mariposa temos:

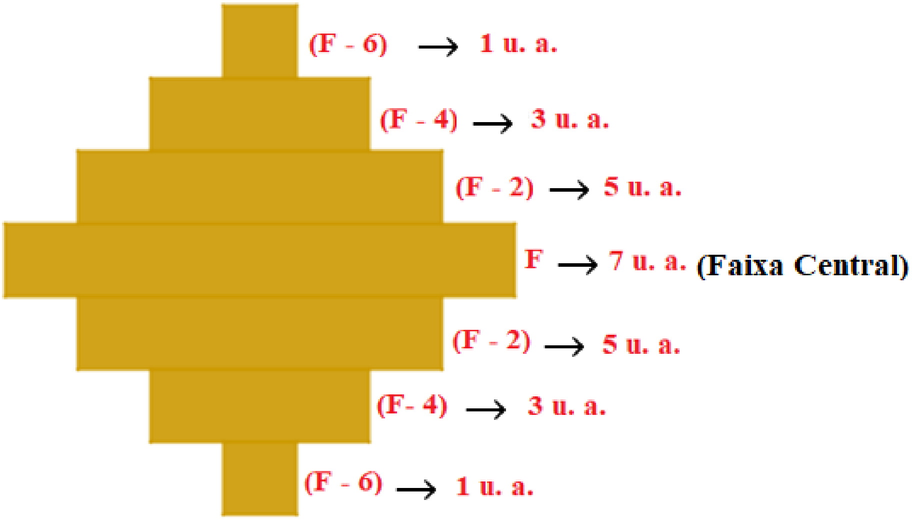


Figura 3.53: Quadrado central da mariposa $(7, 2, 3)$

Na faixa central temos 7 u. a. , nas duas faixas adjacentes a faixa central temos 5 u. a. , nas seguintes 3 u. a. e na seguinte 1 u. a..

Logo, $7 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1$ é a área do "quadrado" central da mariposa.

A área total da mariposa é

$$13 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1$$

$$13 + 2 \cdot (11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1)$$

$$13 + 2 \cdot 36$$

$$13 + 72 = 85$$

Portanto, a área total da mariposa é 85 u. a.. Note que 13 u. a. é área da faixa central da mariposa. Daí,

$$13 + 2\left[\sum_{j=1}^{6}(2j-1)\right]$$

Precisamos determinar uma expressão para a soma de ímpares consecutivos.

Mostrando, por indução, que para todo $m \geq 1$ natural ($m \in \mathbb{N}^*$), tem-se

$$\sum_{j=1}^{m}(2j-1)=m^2$$

Ou melhor,

$$\sum_{j=1}^{m}(2j-1)=1+3+5+7+9+11+\cdots+m=m^2$$

Tomando $P\left(m\right)$ como

$$\sum_{j=1}^{m}(2j-1)=1+3+5+7+9+11+\cdots+m=m^2\forall m\in\mathbb{N}^*$$

Logo, $P\left(m\right)$ é a hipótese de indução.

Inicialmente, vamos mostrar o passo base, verificando que $P\left(m\right)$ é válido para um m inicial. Em seguida, vamos mostrar o passo de indução, assumindo que $P\left(m\right)$ é verdadeira para algum $m\in\mathbb{N}^*$, verificando que é válido para $P\left(m+1\right)$.

Demonstração.

i) Caso base: $P\left(1\right)$ é verdadeira pois,

$$\sum_{j=1}^{1}(2\cdot 1-1)=1^2=1$$

ii) Passo de indução

Suponhamos que $P\left(m\right)$ é verdadeira para algum $m\in\mathbb{N}$. Vamos mostrar que $P\left(m+1\right)$ é verdadeira.

$$\sum_{j=1}^{m}(2j-1)=m^2$$

$$\sum_{j=1}^{m+1}(2j-1)=m^2+2\cdot(m+1)-1=m^2+2m+2-1=m^2+2m+1=(m+1)^2$$

Logo, $P\left(m+1\right)$ é verdadeira.

Portanto por indução,

$$\sum_{j=1}^{m}(2j-1)=m^2,\forall m\in N$$

Daí, podemos calcular a área total da mariposa observando que determinado $F_{central}$, a área sobre essa faixa, que é igual a área abaixo desta faixa, pode ser calculada através da soma dos $F_{central}-2$ primeiros números ímpares.

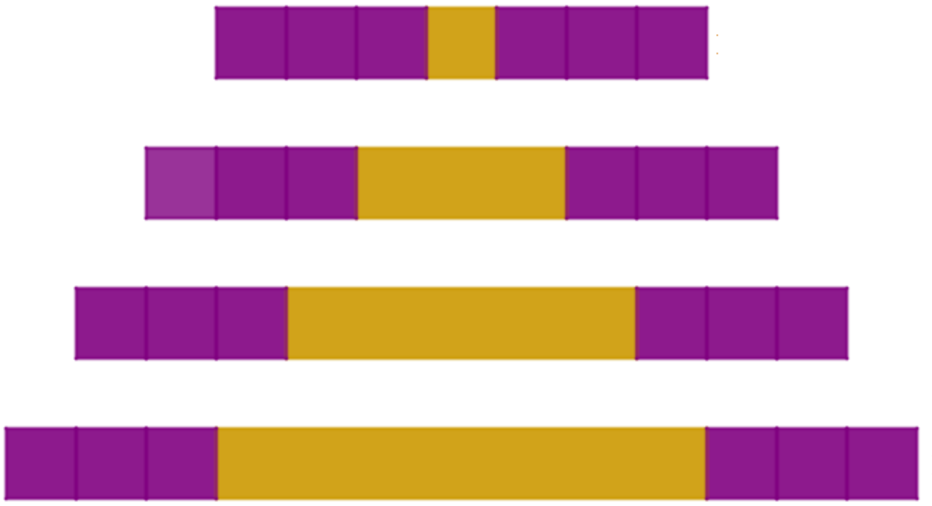


Figura 3.54: Faixas da mariposa (7, 2, 3)

Observe que para escrevermos o número ímpar $F-2$ na forma $2j-1$, devemos tomar j como abaixo:

$$2j-1=F-2$$

$$2j=F-2+1$$

$$2j=F-1$$

$$j=\frac{F-1}{2}$$

Assim a área da mariposa é dada pela expressão

$$\acute{A}rea = F_{central} + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{F-1}{2}} (2j-1)$$

Sendo que $F_{central}$ representa a faixa central da mariposa de terno (C, N, L). A faixa central pode ser determinada pela expressão:

$$F_{central} = C + 2 \cdot (N-1) \cdot L$$

Por simplicidade vamos adotar $F_{central} = F$

Assim, podemos escrever a expressão que representa a área total da mariposa da seguinte forma:

$$\acute{A}rea = F + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{F-1}{2}} (2j-1)$$

Como,

$$\sum_{j=1}^{m} (2j-1) = m^2, \forall m \in N$$

temos:

$$\acute{A}rea = F + 2 \cdot \left(\frac{F-1}{2}\right)^2$$

$$\acute{A}rea = F + 2 \cdot \left(\frac{F^2 - 2F + 1}{4}\right) = F + \frac{F^2 - 2F + 1}{2} = \frac{2F + F^2 - 2F + 1}{2} = \frac{F^2 + 1}{2}$$

Portanto, a área total da mariposa é calculada pela seguinte expressão:

$$\acute{A}rea = \frac{F^2 + 1}{2}$$

Para calcular a área da mariposa formada pelo terno $(7, 2, 3)$ utilizando a expressão acima, temos que:

Inicialmente iremos determinar o valor de F.

Sabemos que: $C = 7, N = 2, L = 3$

Substituindo os valores de (C, N, L) na expressão $F = C + 2 \cdot (N-1) \cdot L$, temos:

$$F = 7 + 2 \cdot (2-1) \cdot 3 = 13u.a.$$

Agora, substituindo o valor de F encontrado acima na expressão

$$\acute{A}rea = \frac{F^2 + 1}{2}$$

$$\acute{A}rea = \frac{(13)^2 + 1}{2} = \frac{169 + 1}{2} = \frac{170}{2} = 85u.a.$$

Tomado uma outra mariposa formada pelo terno $(1, 2, 3)$ e uma unidade de área de um quadrado, vamos calcular a área dessa mariposa utilizando a expressão acima.

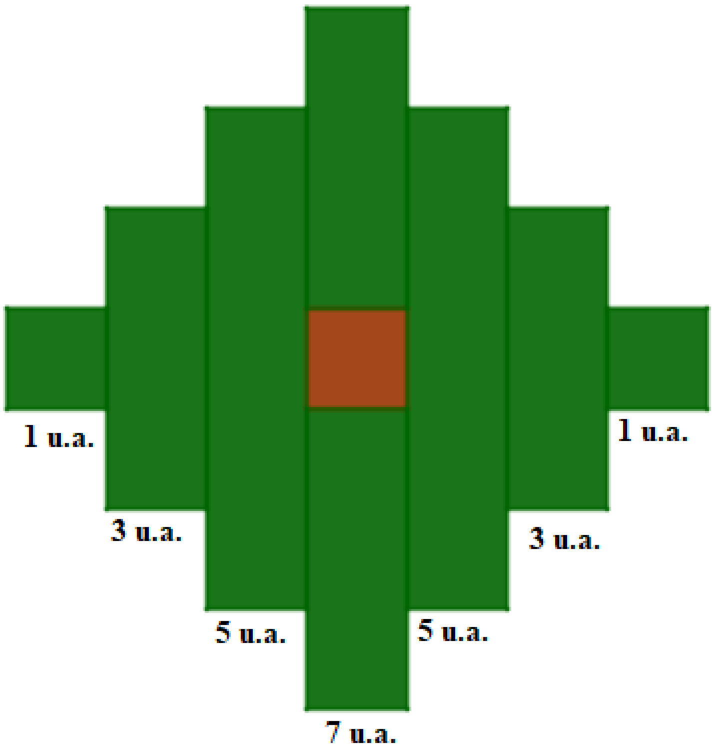


Figura 3.55: Mariposa $(1, 2, 3)$

Determinando o valor de F, sabendo que $C = 1, N = 2, L = 3$, temos:

$$F = C + 2 \cdot (N - 1) \cdot L = 1 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 3 = 7u.a.$$

Calculando a área,

$$\acute{A}rea = \frac{F^2 + 1}{2} = \frac{(7)^2 + 1}{2} = \frac{49 + 1}{2} = \frac{50}{2} = 25u.a.$$

É importante ressaltar que essa expressão acima não se aplica para "mariposa" com a dimensão de quadrado central C par. Por exemplo a "mariposa" abaixo formada pelo terno $(4 \times 3, 2, 4)$.

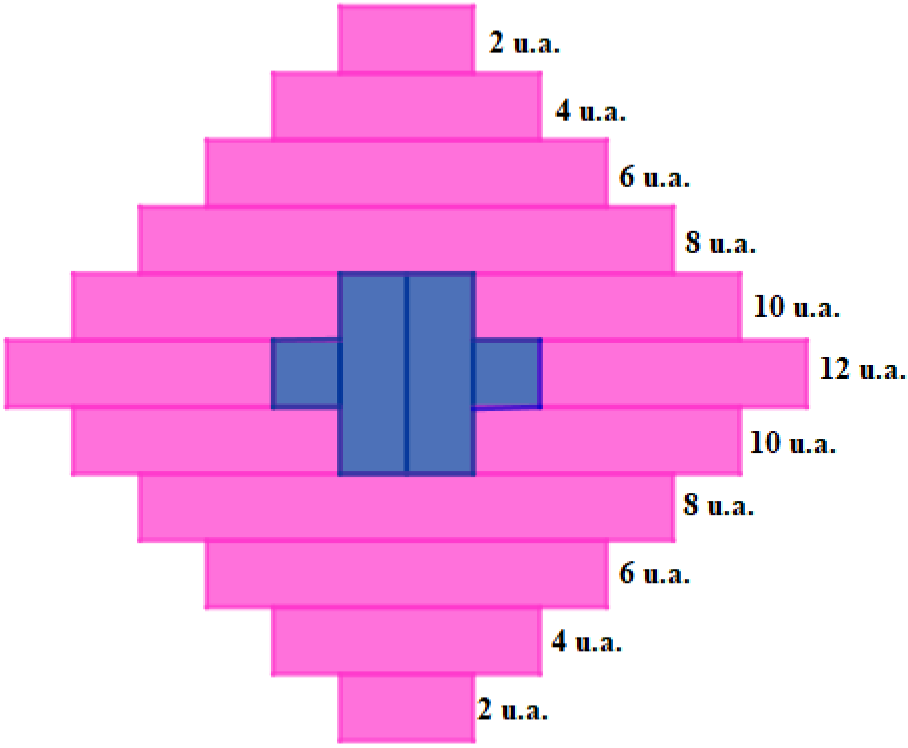


Figura 3.56: Mariposa Q: (4 x 3, 2, 4)

A área da "mariposa" formada pelo terno $(4 \times 3, 2, 4)$ é

$$12 + 2 \cdot (2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 12 + 2 \cdot 30 = 72u.a.$$

Sabemos que $C = 12, N = 2, L = 4$. Substituindo valores $(12, 2, 4)$ nas expressões abaixo,

$$F = C + 2 \cdot (N - 1) \cdot L$$

e

$$Área = \frac{F^2 + 1}{2}$$

temos:

$$F = 12 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 4 = 20u.a.$$

$$Área = \frac{F^2 + 1}{2} = \frac{(20)^2 + 1}{2} = 20, 5u.a.$$

Note que a área da faixa central (F) é $12u.a.$ e a área total é $72u.a.$, resultados diferentes dos valores calculados acima.

Logo, essas duas expressões não podem ser aplicadas em mariposa com o quadrado central par.

Capítulo 4

MARIPOSAS: DA INFORMALIDADE PARA A APLICAÇÃO COM BASE NA ETNOMATEMÁTICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma proposta para aplicação de atividade em que serão trabalhados conteúdos matemáticos, através das ferramentas pedagógicas da etnomatemática, com base no conhecimento adquirido sobre artesanato do povo Bora e do que vem a ser Etnomatemática. Com isso, espera-se que essa proposta facilite na construção do conhecimento do aluno sobre as transformações geométricas: reflexão, translação e rotação e áreas de figuras planas.

Portanto, para atender à proposta de utilizar a etnomatemática como objetivo a facilitar na construção do conhecimento do discente nas transformações geométricas: reflexão, translação e rotação e no cálculo de áreas de figuras planas, será utilizada e analisada a construção dos traçados do artesanato do povo Bora no ensino dessas transformações e cálculo de áreas.

Agora, seguem as etapas dessa atividade proposta, para turma de 8º ano do Ensino Fundamental II, seguindo as etapas:

Etapa 1	
Tópico: Familiarizar a turma à cultura do povo Bora	
Descrição	Para iniciar deve ser montado, através do recurso didático slides (utilizando o aplicativo PowerPoint), uma apresentação contendo a cultura dos povos indígenas Bora, dando foco maior no artesanato, na produção de diferentes tipos de cestos, em especial, na fabricação dos cestos que são chamados de nijtyuba, um tipo de peneira. Essa apresentação ocorrerá através de uma aula expositiva-dialógica. Nesse momento, deve mostrar para os alunos a forma de trançados utilizados por esses povos na fabricação das nijtyubas, com decoração na forma de "mariposa". Antes da exposição dos slides, o professor deve estimular os alunos a observarem e identificarem através de anotações saberes matemáticos no artesanato do povo Bora. A partir daí os alunos serão separados em dupla, e cada dupla deverá produzir Lapbook (Livro de dobraduras), mostrando o processo desses trançados e acrescentar trançados semelhantes ao artesanato Bora, se possível ao seu cotidiano. Além disso, solicitar que os estudantes descrevam qual matemática conseguiram enxergar na cultura desses povos. A partir daí os alunos serão separados em dupla, e cada dupla deverá produzir Lapbook (Livro de dobraduras), mostrando o processo desses trançados e acrescentar trançados semelhantes ao artesanato Bora, se possível ao seu cotidiano. Além disso, solicitar que os estudantes descrevam qual matemática conseguiram enxergar na cultura desses povos. O professor explicará como montar um Lapbook através dos links(Acesso em: 23 de agosto de 2022, às 15 horas.): • https://www.youtube.com/watch?v=T6MO8QgIgDs • https://www.youtube.com/watch?v=MqkUV_fJCek • https://www.youtube.com/watch?v=GfDWwrmY7n8 Cada dupla montará seu Lapbook com base nos slides, que será disponibilizado pela professora, pesquisas utilizando o celular ou computador, duas folhas de papel cartão colorida, uma folha de duplex e folhas de ofício A4. (Essa atividade não será realizada na escola). Na aula seguinte, cada dupla apresentará seu Lapbook, que ficará exposta na sala de aula.
Objetivo	Espera-se que os alunos se familiarizem com o artesanato do povo Bora, ou seja, que conheçam uma outra cultura, respaldada na Lei nº 11645, com o objetivo de despertar o interesse e o prazer em aprender matemática. E também, consigam identificar a matemática presente no artesanato.

Tabela 4.2: Etapa 1

Etapa 2	
Tópico: Oficina para construir uma mariposa observando uma imagem pronta	
Descrição	Nessa oficina o objetivo é construir um trançado observando o desenho de uma "mariposa". Os alunos serão separados em dupla, onde cada dupla irá confeccionar duas mariposas. Para isso será disponibilizado o desenho com apenas um modelo (sugestão estará em anexo) de uma mariposa, fitas de papel feitas de cartão coloridas ou fita crepe colorida e um pedaço de papel duplex com as mesmas dimensões de uma folha de A4. Independente da aula expositiva sobre os padrões, com a mediação do professor, os alunos devem manipular essas fitas posicionado por cima e por baixo, para chegar na mariposa que foi solicitada no desenho. Em seguida, a mariposa deve ser colada no pedaço de papel duplex, para não desmontar. O professor deve fazer a seguinte pergunta: - Que matemática perceberam presente nessa construção?
Objetivo	Espera-se que o aluno desenvolva a construção da mariposa, utilizando sua própria estratégia para fazer o trançado, percebendo que os movimentos de passar por baixo e por cima, a partir de um certo momento se repetem. Além disso, que consigam enxergar a matemática presente nessa construção. Com isso, os discentes são instigados e estimulados a pensar, criando suas próprias estratégias para alcançar seu objetivo.

Tabela 4.4: Etapa 2

Etapa 3	
Tópico:Conhecer os padrões que formam a mariposa	
Descrição	No terceiro momento será feita (através dos slides) a explicação formal e a notação do terno que deveremos utilizar para gerar uma mariposa. Deve ser mostrado que cada mariposa é formada por um terno (C, N, L) onde C representa a dimensão do quadrado central, N representa a quantidade de quadrados concêntricos e L, representa a largura dos anéis concêntricos. Tomar um exemplo de uma mariposa mostrando o padrão que a mesma foi formada. Observe a figura 2.8. Assim, temos: um quadrado central, por isso a dimensão do centro é 1, ou seja, $C = 1$; três quadrados dentados concêntricos, ou seja, $N = 3$; dois na dimensão da largura dos anéis (quadrados concêntricos), ou seja, o número de fitas horizontais que passam consecutivamente por baixo e por cima das verticais ao sair do quadrado central, $L = 2$.Em seguida os alunos serão separados em dupla (podendo continuar com a mesma dupla), onde cada um da dupla irá produzir o desenho, em uma malha quadriculada, da mariposa construída. Será disponibilizado para cada aluno uma folha de malha quadriculada (modelo em anexo) e lápis coloridos. Na mesma folha quadriculada, irão identificar o terno formado na mariposa que desenharam. Observe um modelo do desenho de uma mariposa na folha quadriculada. (vide no anexo). O professor, através de mediações, levará os alunos a perceberem que pode ocorrer uma variação na largura dos anéis concêntricos. Mostrar a figura 2.10, mariposa formada pelo terno $(1, 3, 3 + 4)$. (sugestão: utilizar slides). Como sugestão, poderá ser solicitado que os alunos criem uma nova notação matemática para representar o terno que forma uma mariposa. Em seguida, será disponibilizado para cada dupla uma atividade impressa (ver sugestão em anexo) contendo o desenho de algumas mariposas e a partir dessas mariposas a dupla deverá montar o padrão referente a cada mariposa.
Objetivo	Espera-se que o aluno conheça as características da formação de uma mariposa, com o objetivo de associá-las com os conteúdos matemáticos, estimulando o seu raciocínio.

Tabela 4.6: Etapa 3

Etapa 4	
Tópico: Conhecer como se pode entrecruzar uma mariposa	
Descrição	O professor deve mostrar para os alunos como os povos Bora procedem para produzir uma mariposa. (Montar slides com os passos dessa produção, ver no capitulo 2). Daí, será gerada uma discussão em relação a forma de construção do povo Bora e a construção realizada pelos alunos na oficina. Em seguida, os alunos serão separados em dupla, onde cada dupla confeccionará a mariposa, que será apresentada no slide. A construção deverá ser orientada, utilizando os slides que contém a explicação dos passos para a produção da mariposa. Será disponibilizado fitas de papel feitas de cartão coloridas ou fita crepe colorida e um pedaço de papel duplex com as mesmas dimensões de uma folha de A4. (A quantidade e as medidas da fita serão determinadas pelo professor de acordo com o terno que forma a mariposa escolhida – ver capitulo 2)
Objetivo	Espera-se que os alunos façam uma comparação entre as formas que foram utilizadas na construção da mariposa e percebam que a técnica inicial, ao longo do tempo, pode ser aprimorada/adaptada, com o intuito de facilitar a construção dessas mariposas.

Tabela 4.8: Etapa 4

<table>
<tr><th colspan="2">Etapa 5</th></tr>
<tr><th colspan="2">Tópico: Construir uma mariposa a partir do padrão</th></tr>
<tr><td>Descrição</td><td>Nesse momento, será disponibilizado para cada dupla uma atividade (ver sugestão em anexo) contendo ternos ordenados que caracterizam um tipo de mariposa (cada mariposa terá as fitas com cores distintas) e 2 folhas papel cartão de cores diferentes e cola. Cada dupla deverá escolher um terno e construir sua mariposa. Estimular os alunos a pensar como determinar o número de fitas na construção da mariposa. Solicitar que observem se existe uma relação entre o terno de uma mariposa e o número de fitas. Depois dessa discussão, o professor deve explicar a fórmula, dando exemplo, como está sendo mostrado abaixo. Para essa construção da mariposa de terno (C, N, L) o professor deverá mostrar para os alunos como calcular o número de fitas f, utilizando a fórmula:
$$f = 2 \cdot (F_{central}) = 2 \cdot (C + 2 \cdot (N - 1) \cdot L)$$
Por exemplo, numa mariposa formada pelo terno $(7, 2, 3)$ o número de fita central é igual a 13. Veja o cálculo.Substituindo os valores de $C = 7, N = 2, L = 3$ na fórmula $f = 2 \cdot (F_{central}) = 2 \cdot (C + 2 \cdot (N - 1) \cdot L)$ temos:
$$f = 2 \cdot (F_{central}) = 2 \cdot (7 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 3)$$
$$f = 2 \cdot (F_{central}) = 2 \cdot (7 + 2 \cdot 1 \cdot 3) = 2 \cdot (13) = 26$$
A partir daí, determina-se a quantidade de fita para cada cor. Nesse caso seria 13 fitas de uma cor e 13 fitas de outra cor. Uma cor representa as fitas que ficaram na horizontal e a outra cor as fitas que ficaram na vertical.Em seguida o professor deve mostrar que para determinar as medidas da fita é preciso escolher um padrão de unidade de comprimento (1 u. c.) e multiplicar esse padrão pela quantidade de fitas de cada cor. Por exemplo, tomando a mariposa formada pelo terno $(7, 2, 3)$, se o padrão de unidade de comprimento for 2 cm e multiplicando essa unidade pela quantidade de fita de cada cor, ou seja, 2 x 13 = 26 as medidas da fita será: 2 cm x 26 cm.</td></tr>
</table>

Tabela 4.10: Etapa 5

Descrição	A partir daí, o professor solicitará que cada dupla escolha um padrão de unidade de comprimento e calcule a quantidade e a medida das fitas, a partir do terno escolhido para a construção da mariposa. Com isso, os alunos irão cortar o papel de acordo com as quantidades e as medidas das fitas calculadas. Em seguida irão confeccionar a mariposa, tomando como base o processo descrito no capítulo 2. Logo depois da construção, os alunos irão colar a mariposa, para que as fitas não saem do lugar. Essa mariposa deverá ser guardada para próxima atividade.
Objetivo	Espera-se que o aluno compreenda que as quantidades e medidas das fitas garantem que a mariposa tem a formato de um quadrado. Além disso, fazer com que realizem os cálculos com o objetivo de desenvolver o raciocínio do aluno.

Tabela 4.12: Etapa 5

Etapa 6	
Tópico: Formalizar a turma sobre o conteúdo de transformação geométrica que serão aplicados nesses traçados.	
Descrição	Nesse momento, ocorrerá a explicação dos conteúdos a serem envolvidos com os trançados das mariposas. Será feita uma abordagem dos conceitos de simetria e das transformações geométricas: reflexão, translação e rotação de forma contextualizada e significativa, buscando dar sentido aos conhecimentos pré-existentes. Inicialmente, o professor deve preparar os slides de sua aula baseando-se no capitulo 3, seguindo o rigor da matemática. Em seguida, com o auxílio de régua e compasso, levar os alunos a fazerem construções do simétrico de figuras planas em relação ao ponto dado e em relação a um eixo de simetria, que é a reta. Em anexo será disponibilizado os passos dessas construções (esses passos devem ser apresentados em slide) e a sugestão de uma atividade que será deverá ser impressa para cada aluno. Os alunos deverão fazer as construções, juntamente com cada passo que o professor for explicando. Com isso espera-se que assimilem o conceito de simetria.Além disso, para trabalhar a reflexão com respeito a um ponto e a uma reta, a translação com respeito ao vetor e a rotação com respeito ao plano, o professor mostrará essas transformações com o auxílio do GeoGebra, Software matemático. Em anexo será disponibilizado os passos que o professor deverá seguir, utilizando o GeoGebra, para mostrar essas transformações geométricas. Segundo Amado e Carreira (2015), os recursos tecnológicos podem ser usados como uma forma de incentivar a autonomia do aluno, que procura resolver os problemas a ele apresentado, manipulando, conjecturando e aplicando conceitos, se opondo ao modelo onde o professor expõe o conteúdo. Desse modo, o aluno resolve questões sobre o que foi exposto para assimilar regras.

Tabela 4.14: Etapa 6

Descrição	"[...] Os recursos tecnológicos têm um papel importante durante a aula, quando os alunos são incentivados a trabalhar autonomamente, procurando resolver problemas e questões que lhe são propostos, lidando com ideias e relações matemáticas, pensando, raciocinando, aplicando e desenvolvendo conceitos. O sucesso da aprendizagem dos alunos, nesse tipo de aula, depende da concretização de uma estratégia de ensino que pressupõe diversos momentos, mas em que o trabalho dos alunos com tarefas matemáticas, apoiado por recursos didáticos, ocupa uma posição central. Isso diverge claramente de outra perspectiva em que o professor expõe o conteúdo ao aluno, seguidamente exercita sobre questões estruturadas e dirigidas à assimilação de regras, procedimentos ou fatos." (AMADO E CARREIRA, 2015, p. 14)
Objetivo	Espera-se que os discentes consigam absorver os conteúdos matemáticos, com o objetivo de enxergá-los, através da manipulação, na mariposa construída.

Tabela 4.16: Etapa 6

Etapa 7	
Tópico: Relacionar as transformações geométricas com a mariposa construída por cada dupla.	
Descrição	Nessa parte, os alunos devem ser instigados a identificar, na mariposa construída, os eixos de simetria através das transformações geométricas: reflexão, translação e rotação, fazendo a movimentação da mariposa. Para isso, solicitar que os alunos coloquem um palito de churrasco, como eixo de simetria para verificar e analisar as transformações geométricas trabalhadas, ocorridas a partir da mudança de posição da mariposa. Os alunos serão separados em grupos de quatro. Cada grupo deverá apresentar, utilizando a mariposa, um dos tipos de transformação geométricas que será sorteado pelo professor. Nessa apresentação o professor deve solicitar que os alunos identifiquem as características da transformação geométrica responsável por cada grupo, fazendo associação com a mariposa. Essa apresentação deverá ser elaborada na sala de aula.
Objetivo	Espera - se que a partir dessas movimentações de reflexão, translação e rotação, os alunos percebam que o padrão da mariposa não se altera. Mas que em relação a rotação a imagem visual da mariposa parece mudar. Com isso o aprendizado desse conteúdo torna-se interessante e agradável, pois os discentes conseguem enxergar uma aplicabilidade.

Tabela 4.18: Etapa 7

Etapa 8	
Tópico: Construir os padrões planares emendando as mariposas	
Descrição	Nesse momento, as duplas que escolheram o mesmo terno formaram um grupo de quatro alunos. A partir daí, será feita a emenda das mariposas construídas pelas duplas. (ver capitulo 2), ou seja, o grupo irá montar o padrão planar de mariposas. Em seguida, cada grupo deverá socializar o padrão planar identificando os eixos de simetrias. O professor deverá instigar os alunos a perceber se há ou não alteração na forma dos padrões quando aplicado as transformações.
Objetivo	Espera-se que os alunos realizem o movimento das transformações geométricas, identificando as características de cada transformação.

Tabela 4.20: Etapa 8

Etapa 9	
Tópico: Formalizar a turma sobre o conteúdo de cálculo de área de figuras planas que serão aplicados na mariposa.	
Descrição	Nesse momento, ocorrerá a explicação dos conteúdos a serem envolvidos com os trançados das mariposas. Será feita uma abordagem da definição de área a partir de figuras equivalentes e também ao tomar um padrão de uma unidade de área (1 u. a.), entender, a partir daí, como determinar a fórmula da área de uma figura de forma contextualizada e significativa, buscando dar sentido aos conhecimentos pré-existentes. Inicialmente, o professor deve preparar os slides de sua aula baseando-se no capitulo 3, seguindo o rigor da matemática. Em seguida, os alunos, separados com a mesma dupla, deverão fazer recortes de uma unidade de área (utilizar a mesma que foi escolhida para construir a mariposa). A partir daí, solicitar que os alunos sobreponham essa unidade de área na mariposa construída por cada dupla, para determinar a área dessa mariposa.
Objetivo	Espera-se que os discentes consigam entender como calcular área de figuras planas e que a partir desses recortes consigam chegar a generalização das fórmulas para o cálculo de área.

Tabela 4.22: Etapa 9

Etapa 10	
Tópico: Cálculo da área da mariposa aplicando a fórmula: $Área = \frac{F^2+1}{2}$sendo $F = C + 2\,(N - 1)\,L$.	
Descrição	O professor deverá explicar que o cálculo da área de uma mariposa está escrito em função da área de sua faixa central. (Ver explicação na seção 3.2 do capítulo 3). Solicitar para os alunos, separados em dupla, que calculem a área da mariposa construída. Será disponibilizado para cada aluno da dupla uma atividade impressa contendo os ternos que formam uma mariposa. Em seguida, será solicitado o cálculo da área de cada mariposa, utilizando a fórmula. Depois, o professor irá disponibilizar para cada aluno uma folha quadriculada impressa onde irá escolher um desses ternos da atividade impressa, para fazer a construção da mariposa utilizando lápis colorido. Em seguida, escrever nessa mesma folha o valor da área calculada por eles anteriormente. A partir do valor da área, o aluno deverá nessa mesma folha quadriculada, desenhar com lápis colorido, um ou mais quadrados equivalentes a área da mariposa.
Objetivo	Espera-se que o aluno entenda que a área de uma figura é equivalente a soma de parcelas dessa mesma figura. E a partir daí, que consigam fazer a manipulação das fórmulas.

Tabela 4.24: Etapa 10

Em suma, o capítulo apresenta-se como uma proposta, dividida em dez momentos de atividades para trabalhar o conteúdo matemático através da Etnomatemática/ Modelagem Matemática, com base no trançado do povo Bora. Deste modo, essa proposta tem como objetivo facilitar a construção dos conhecimentos matemáticos do aluno, através da associação destes conteúdos com o trançado das "mariposas".

Considerações Finais

A proposta desse trabalho é propor mudanças e adaptações na metodologia utilizada em sala de aula, visando despertar o interesse pela matéria e facilitar a construção do aprendizado, demonstrando que é muito mais interessante construir o conhecimento fazendo comprovações, utilizando a bagagem de conhecimento prévio do estudante e estimulando o aprendizado significativo, assim, será possível fazer conexão entre os conteúdos abordados e seu cotidiano no grupo social em que está inserido.

Espera-se, portanto, que o aluno desenvolva habilidades para compreender melhor a disciplina, além de levá-los a ter um interesse maior pelo estudo da matemática, na medida em que haverá uma maior apropriação do conhecimento.

Como visto, as interações de ensino aprendizagem são facilitadas por construções e adaptações metodológicas que visam despertar o interesse da matéria. Elas ocorrem através de atividades culturais que são preconizadas pela própria lei educacional, que sustenta a importância da valorização do saber cultural como ferramenta para a educação aos quilombolas, do campo, a distância e a educação indígena. Portanto, a proposta desse estudo, em utilizar o conhecimento do povo Bora como ferramenta pedagógica na compreensão dos conteúdos matemáticos advindos do 8º ano do Ensino Fundamental II, implica em ter um aprendizado mais significativo, já que a referida prática educativa tende a estimular o interesse do aluno para a compreensão da disciplina, na medida em que este se apropria do conhecimento. Além de dinamizar a abordagem de assuntos geométricos com o auxílio de modelagem matemática que auxilia na interpretação de situações, levando o aluno a fazer possíveis previsões e comparações que contribuirão com a solidificação dos conteúdos partindo de experiências reais.

Assim, diante do que fora observado nessa pesquisa literária, sugerimos a aplicação desse estudo como via pedagógica para o conteúdo de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental II, com isto espera-se, portanto, que o aluno desenvolva habilidades para compreender melhor a disciplina, além de levá-los a ter um interesse maior pelo estudo da matemática, na medida em que haverá uma maior apropriação do conhecimento.

Referências Bibliográficas

[1] AMADO, N. M. P.; CARREIRA, S. P. G. Recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem matemática. In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org); Explorando a Matemática com aplicativos computacionais: anos iniciais do ensino fundamental. Lajeado: Editora da Univates, 2015. p. 9-18. Disponível em: < https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/144/pdf_144.pdf > Acesso em: 15 de ag. de 2022.

[2] ANDRADE, E.S.; ALVES, C. A.; SILVEIRA, A. A.; ASSIS, J. L. Etnomatemática e 9º ano: uma proposta de ensino e aprendizagem. X EPBEM, editora realize, 2018.

[3] BICUDA, Irineu. Tradução e introdução: Os elementos/Euclides; - São Paulo: Editora. UNESP,2009.

[4] BIEMBENGUT, Maria Salet. Perspectivas metodológicas em Educação Matemática: um caminho pela modelagem e Etnomatemática – Caderno Pedagógico, Lajado, v. 9, n. 1, p – 27 – 38, 2012.

[5] Blog. ASSIS, Diêgo M. de C. Matemática e Espaço. ACADEMIZANDO NA UFSB, 2017. Disponível em: < http://academizandonaufsb.blogspot.com/p/matematica-e-espaco.html > Acesso em: 08 de ag. de 2022.

[6] Blog. SOCIALHIZO. Parque Natural Cahuinarí. Turismo aldia. Disponível em: < https://www.socialhizo.com/entretenimiento/turismo-al-dia/parque-nacional-natural-cahuinari > Acesso em: 08 de ag. de 2022.

[7] BRASIL. Lei 11.645, de 10 de março de 2008. Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei no 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena". Brasília, 2008. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm> Acesso em: 12 de jul. de 2022

[8] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 12 de jul. de 2022

[9] DAMASCENO, L.N.; RABELO, J.C.: Matemática: Nos dias atuais ainda existe um nível alto de rejeição?. Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Eduação Matemática. 2019. Disponível em: < https://sesemat.wordpress.com> Acesso em: 10 de ag. de 2022.

[10] D'AMBROSIO, Ubiratan, Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade. Coleção Tendências em Educação Matemática – 6ª ed – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. ISBN – 978-85-513-0587- 4. Disponível em: < https://issuu.com/grupoautentica/docs/capa_4ffb34507e1b16 > Acesso em: 19 de jun. de 2022

[11] DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos da matemática elementar, 9º ano: geometria plana – 7 ed. – São Paulo: Atual, 1993. ISBN. 85-7056-268-3

[12] FALCON, Francisco José Calazans. História cultural e história da educação. Rev. Bras. Educ. 11. Ago 2006 . Disponível em:< https://doi.org/10.1590/S1413-24782006000200011 > Acesso em: 23 de julho de 2022

[13] FERREIRA, Waldeon. Olha Só Como é Que se Faz Pa, PENEIRA, (ARUPEMBA) de Bambu. 2017. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=cBEALqHxGRE> Acesso em: 07 de outubro de 2022.

[14] Formação Geral, Componente Curricular: Matemática e Espaço, UFSB. Disponível em: < https://slideplayer.com.br/slide/5637464/> Acesso em: 08 de ag. de 2022.

[15] GERDES, Paulus. Geometria dos Traçados Bora na Amazônia Peruana/Paulus.Gerdes – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010: (Coleção contextos da Ciência)

[16] GIOVANNI, J. R.; GIOVANDE, JR.; MARANGONI, T.; OGASSAWARA, E. Desenho Geométrico: volume 3 – 2 ed – São Paulo: FTD, 2021

[17] MARCHON, Fábio Lennon. QUE "TÉKHNE" É ESTA DA "TICA" DA "ETONOMATEMÁTICA", Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. SBEM, São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

[18] MATHIAS, Carlos. Matemática Humanista. Etnomatemática e Matemática Humanista: uma conversa com Ubirantan D'Ambrosio. Programa Matemática Humanista, 2021 YouTube, Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=YYXoBpZy6Fo> Acesso em: 19 de jun. de 2022

[19] PINHEIRO, D, R.; COSTA, W. C. L. A Etnomatemática como ferramenta pedagógica no contexto Escolar. II Jornada de Estudos em Matemática, Pará, 2016.

[20] RODRIGUES, L. J.; FRANCO, S. R. O uso da Etnomatemática no ensino de medidas de áreas. Desafios de escola pública Paranaense na perspectiva do professor PDE, 2013.

[21] SANTOS, B. S. P.; SILVA, M. P.; LAVOR, O. P. Proposta de atividade com perspectiva da etnomatemática na resolução de problemas, VI Congresso Nacional Educação – CONDEU. Editora Realize.

Apêndice

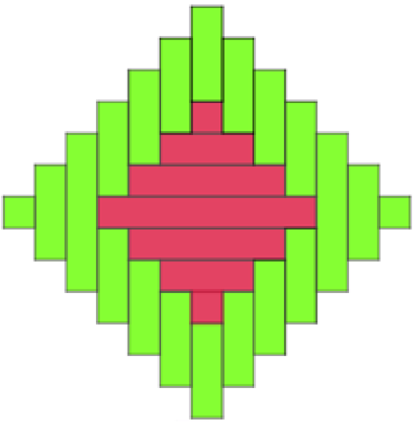
Aqui encontram-se os arquivos sugeridos para a aplicação das atividades introduzidas no texto.

ALUNO(a): ______________________________________			DATA: ___/___/ ______
ENSINO FUNDAMENTAL	TURMA:	UNIDADE:	PROFESSORA:
8° ANO			

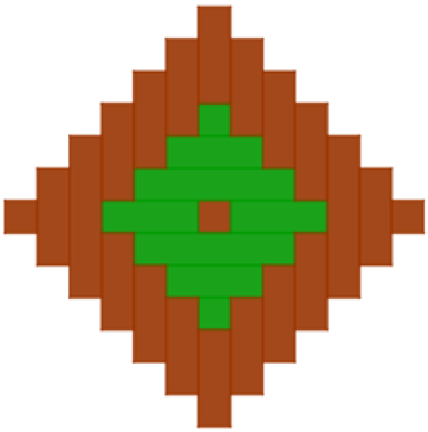
ATIVIDADE

ETAPA 2: Oficina para construir uma mariposa observando uma imagem pronta

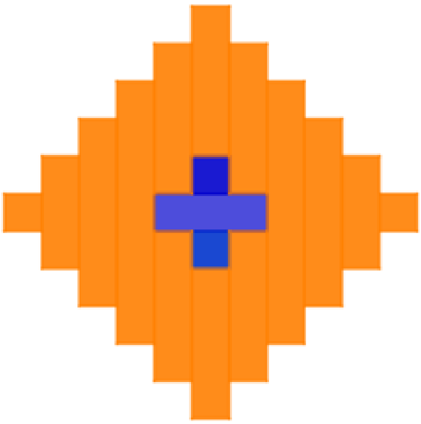
Faça a construção da mariposa, observando a imagem.



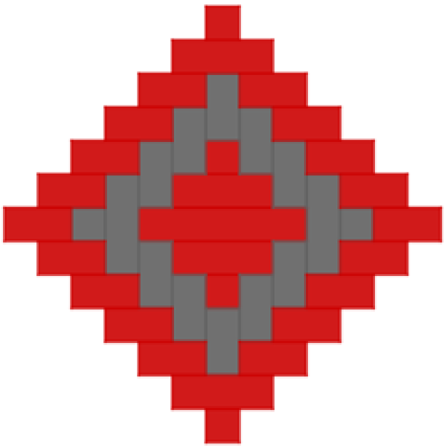
Mariposa P



Mariposa R



Mariposa S



Mariposa T

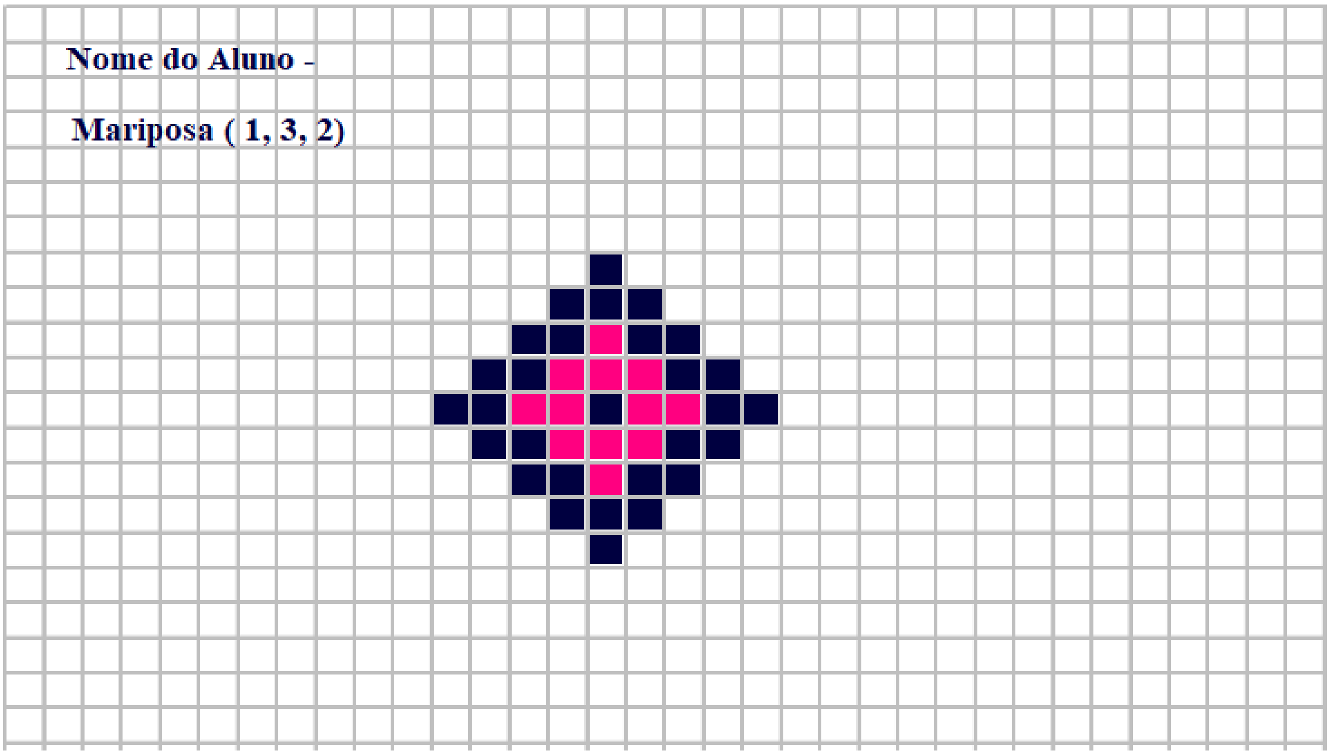
ALUNO(a): ____ DATA: ___/___/ ______

ENSINO FUNDAMENTAL	TURMA:	UNIDADE:	PROFESSORA:
8° ANO			

ATIVIDADE

ETAPA 3: Conhecer os padrões que formam a mariposa (Primeira parte)

Modelo



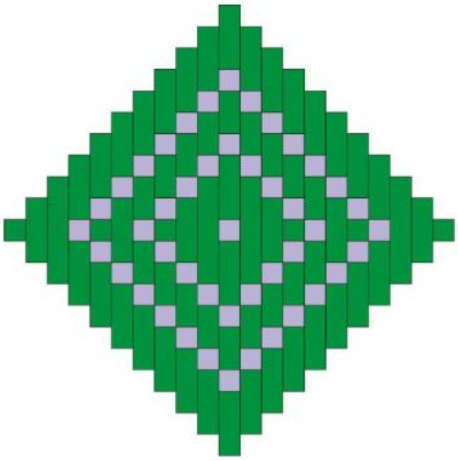
Em uma malha quadriculada, identifique e desenhe a mariposa construída. Observe o modelo acima.

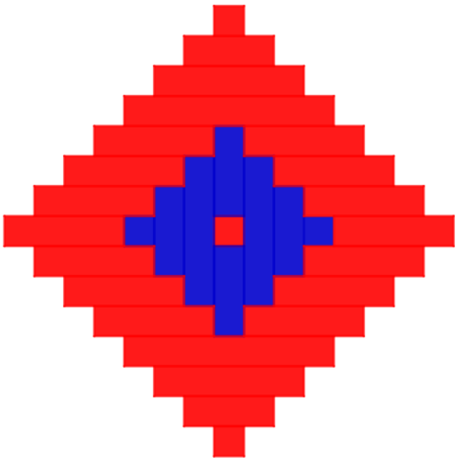
ALUNO(a): ____			DATA: ___/___/ ______
ENSINO FUNDAMENTAL	TURMA:	UNIDADE:	PROFESSORA:
8° ANO			

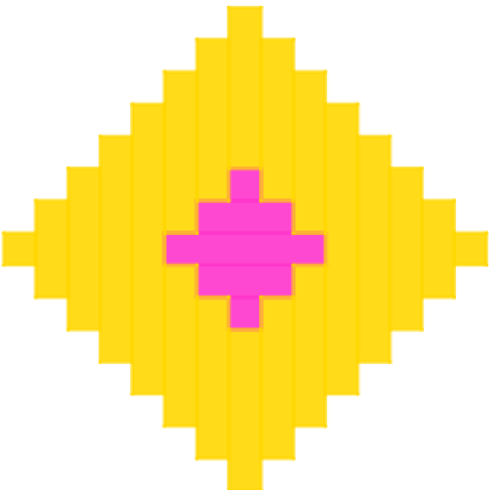
ATIVIDADE

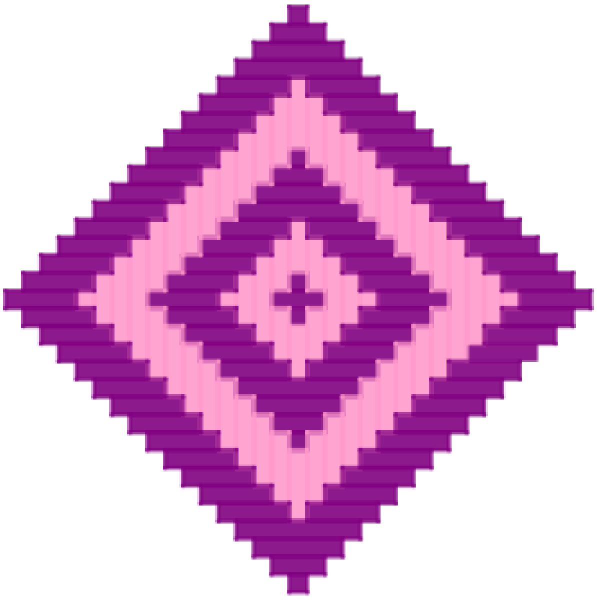
Etapa 3: Conhecer os padrões que formam a mariposa. (Segunda parte)

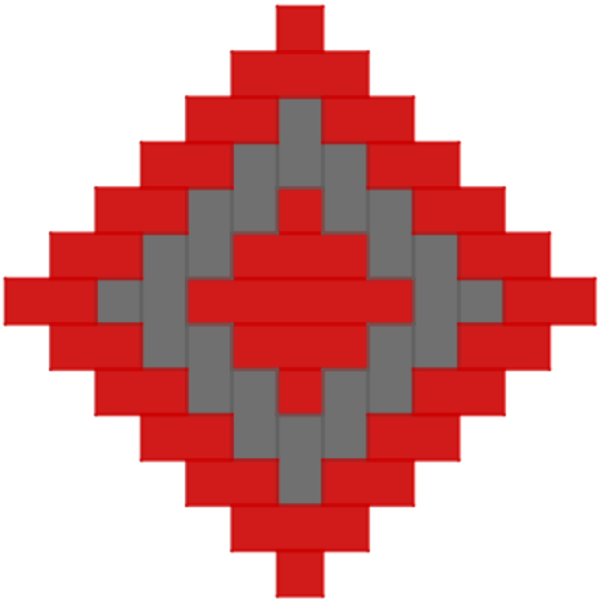
Determine o terno ordenado que representa cada ‘mariposa’ abaixo.











	ALUNO(a): _______________________________________		DATA: ___/___/ ______
ENSINO FUNDAMENTAL	**TURMA:**	**UNIDADE:**	**PROFESSORA:**
8° ANO			

ATIVIDADE

ETAPA 5: Construir uma mariposa a partir do padrão

Em uma malha quadriculada, faça o desenho de uma das mariposas formada pelo terno:

A: (1,3,3)
B: (3,4,2)
C: (5,3,1)
D: (7,4,3)
E: (1,5,1+2+3+4)
F: (3,5,4+3+2+1)
G: (5,4,1+2+2)
H: (7,3,5+2)

ALUNO(a): ______________________________________ DATA: ___/___/_____

ENSINO FUNDAMENTAL	TURMA:	UNIDADE:	PROFESSORA:
8° ANO			

Orientação

Passos para construções com régua e compasso

Simetria

01. Construir o simétrico de um quadrado em relação ao ponto dado.

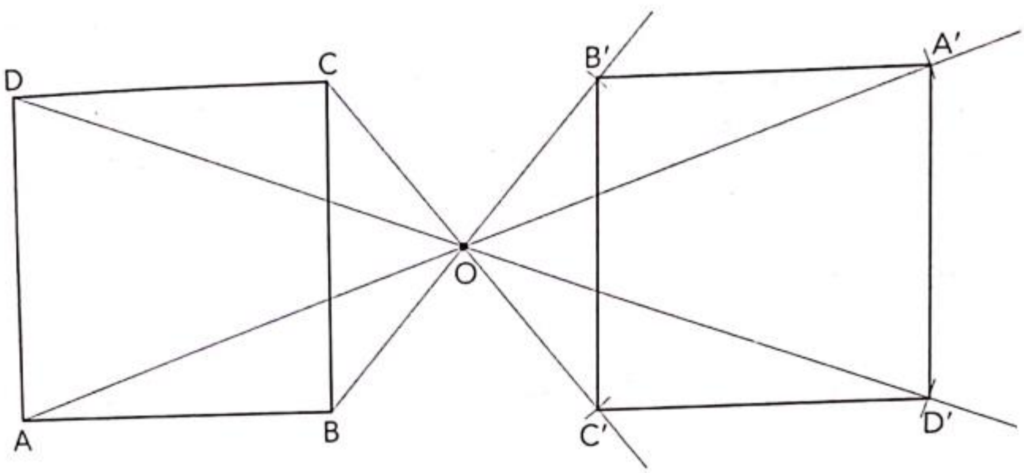
Para construir o simétrico do quadrado ABCD em relação ao ponto O, vamos seguir os passos:

1º passo: Unimos o ponto A ao ponto O, prolongando a reta.

2º passo: Com a ponta-seca do compasso em O, tomamos a distância AO e marcamos o ponto A’ (AO = OA’) no prolongamento da reta.

3º passo: Repetimos essa construção para os pontos B, C e D.

4º passo: Unimos os pontos A’, B’, C’ e D’, obtendo o quadrado simétrico procurado.



02. Construir o simétrico de um quadrilátero em relação a um eixo.

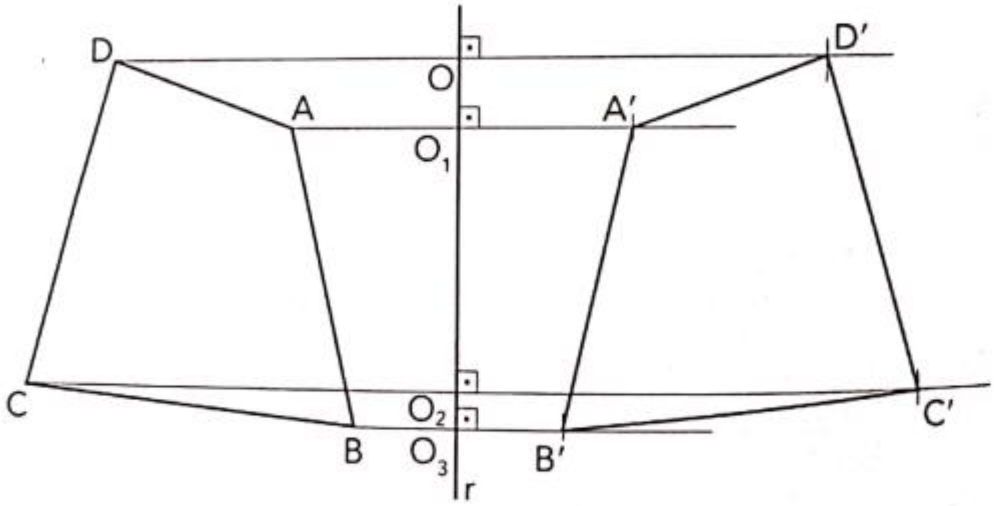
Para construir o simétrico do quadrilátero ABCD em relação ao eixo r, vamos seguir os passos:

1º passo: Pelos vértices A, B, C e D do quadrilátero, traçamos perpendiculares que cortam o eixo r em O, O_1, O_2 e O_3.

2º passo: Com a ponta-seca do compasso no ponto O, tomamos a distância OD e marcarmos o ponto D’ (DO = OD’) na perpendicular.

3º passo: Repetimos essa construção para os vértices A, C e B.

4º passo: Unimos os pontos A’, B’, C’ e D’, obtendo o quadrilátero simétrico procurado.



ALUNO(a): ______________________________ DATA: ___/___/ ______

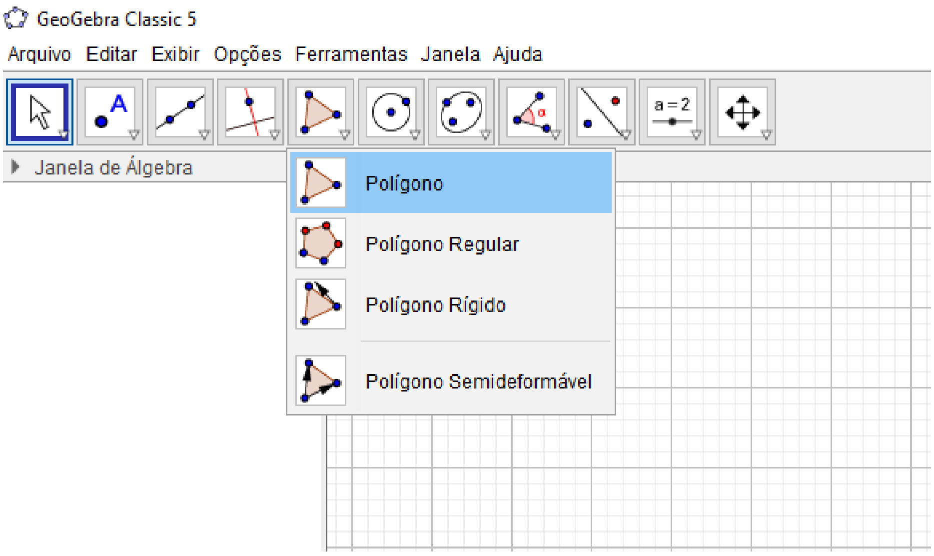
ENSINO FUNDAMENTAL	TURMA:	UNIDADE:	PROFESSORA:
8° ANO			

Orientação

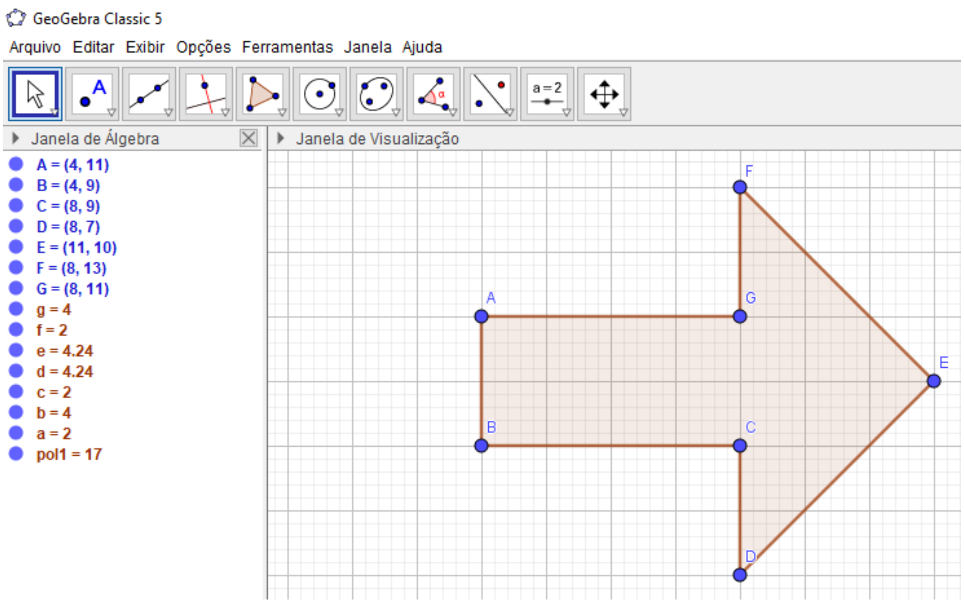
PASSOS PARA UTILIZAR O GEOGEBRA, NAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

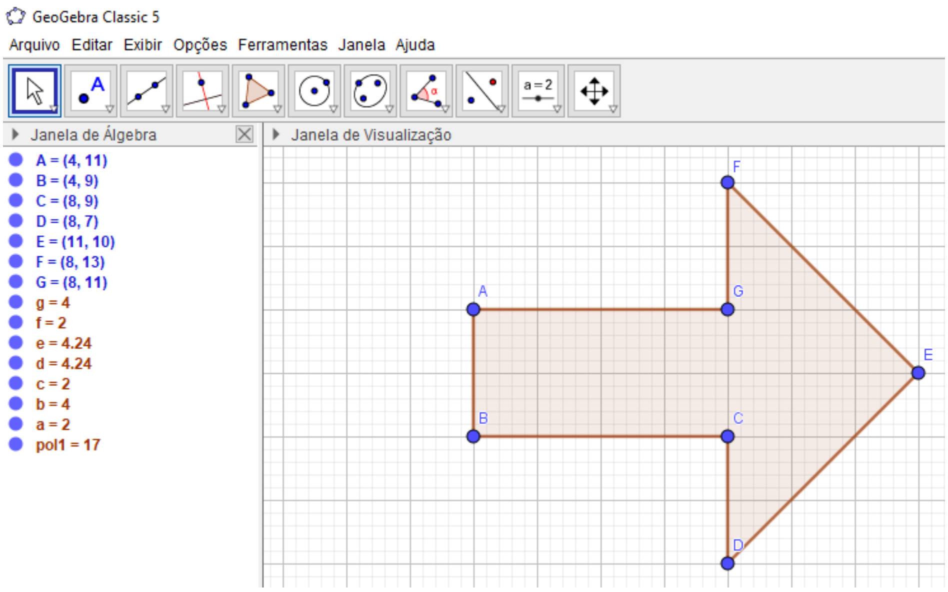
Inicialmente será necessário desenhar uma figura qualquer. Para isso, siga os seguintes passos:

<u>1º passo:</u> Na Barra de Ferramentas, selecionamos a opção Polígono.



<u>2º passo:</u> Marca os pontos na janela de visualização para montar a figura deseja.

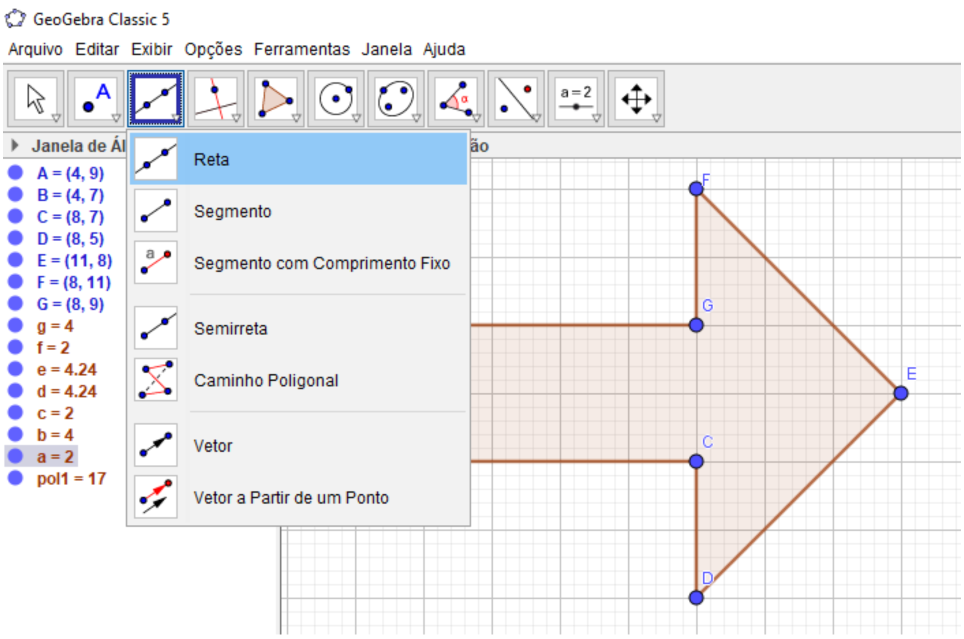


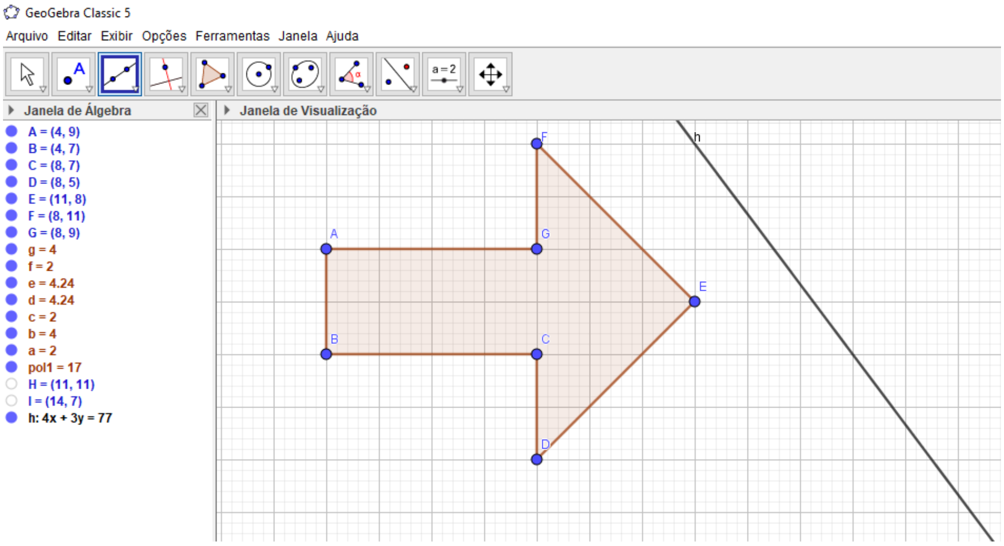


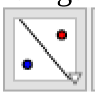
Considere a figura acima para todas as transformações geométricas.

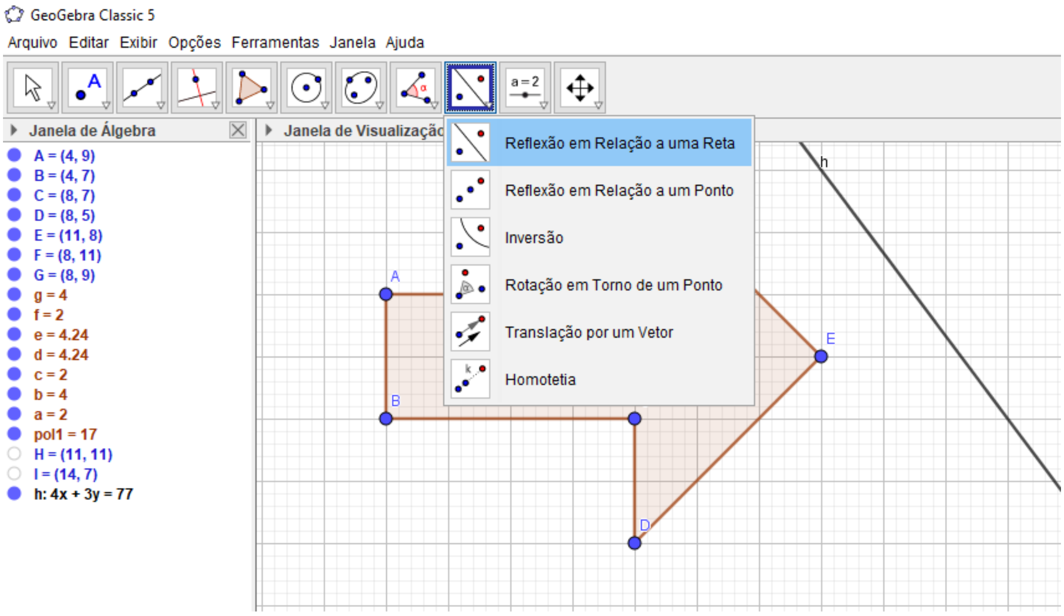
Reflexão em relação a uma reta

__**1º passo:**__ Depois de desenhada a figura, criamos uma reta qualquer que será a referência para a reflexão, chamada de eixo de simetria.

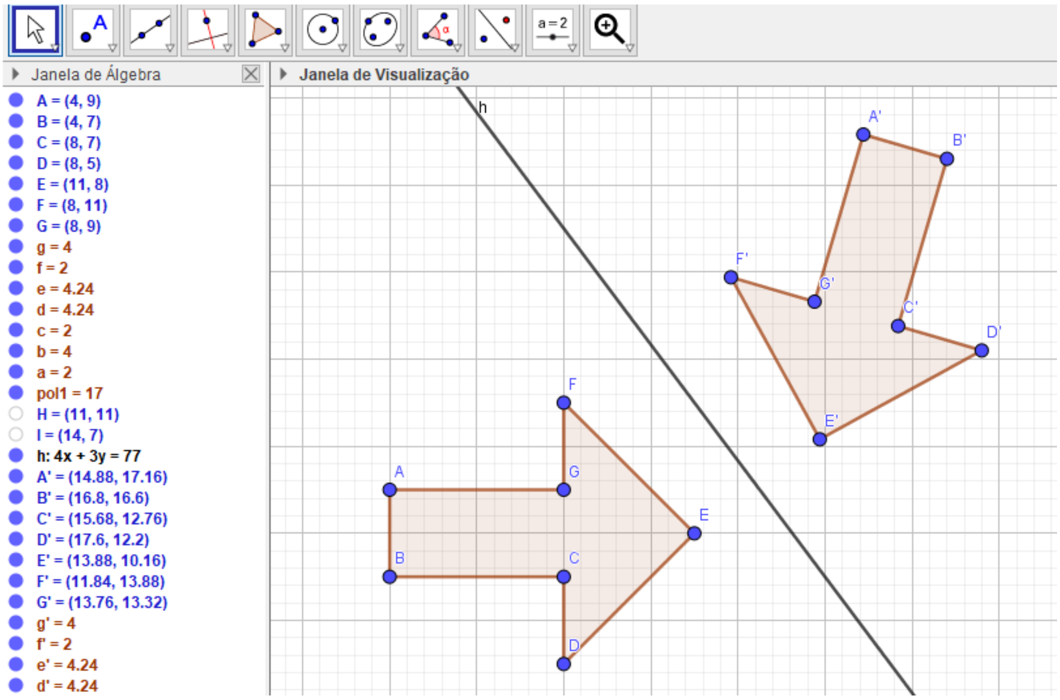




2º passo: Para desenhar uma figura simétrica em relação a uma reta criada, na Barra de Ferramentas, clicamos em  e selecionamos a opção Reflexão em Relação a uma Reta.

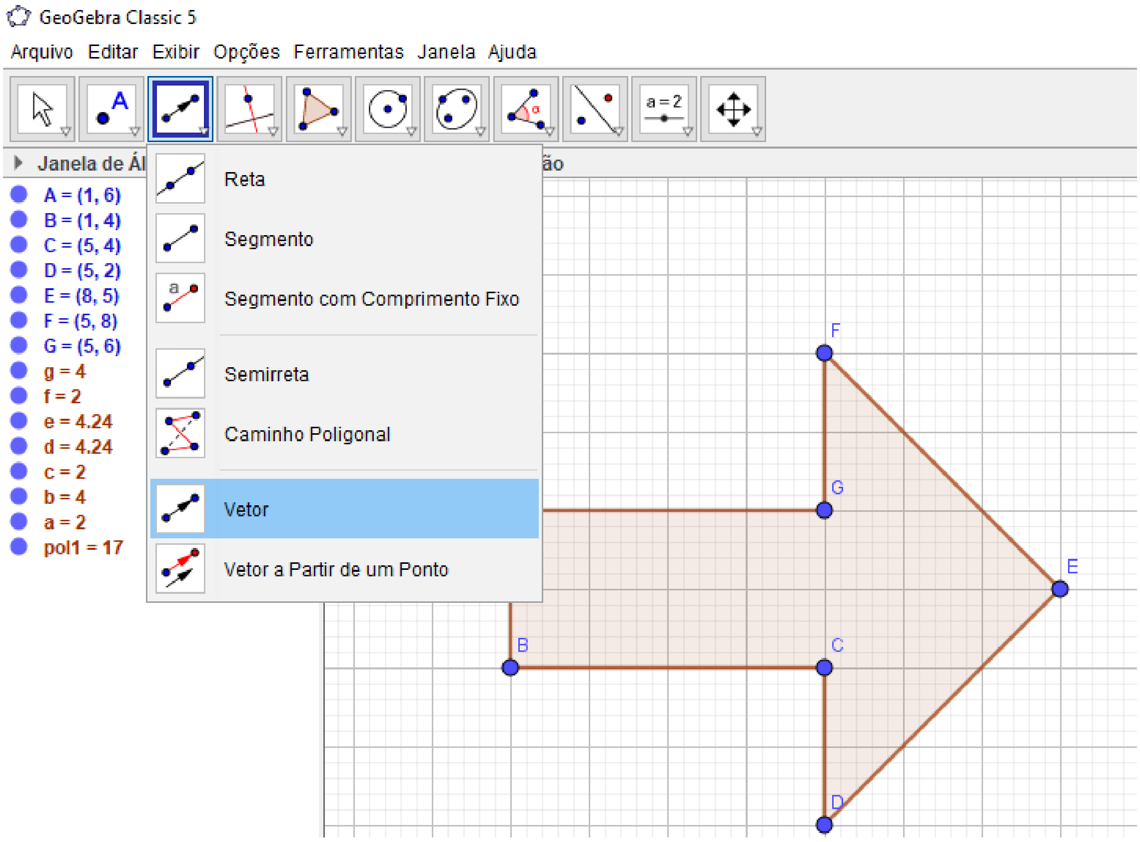


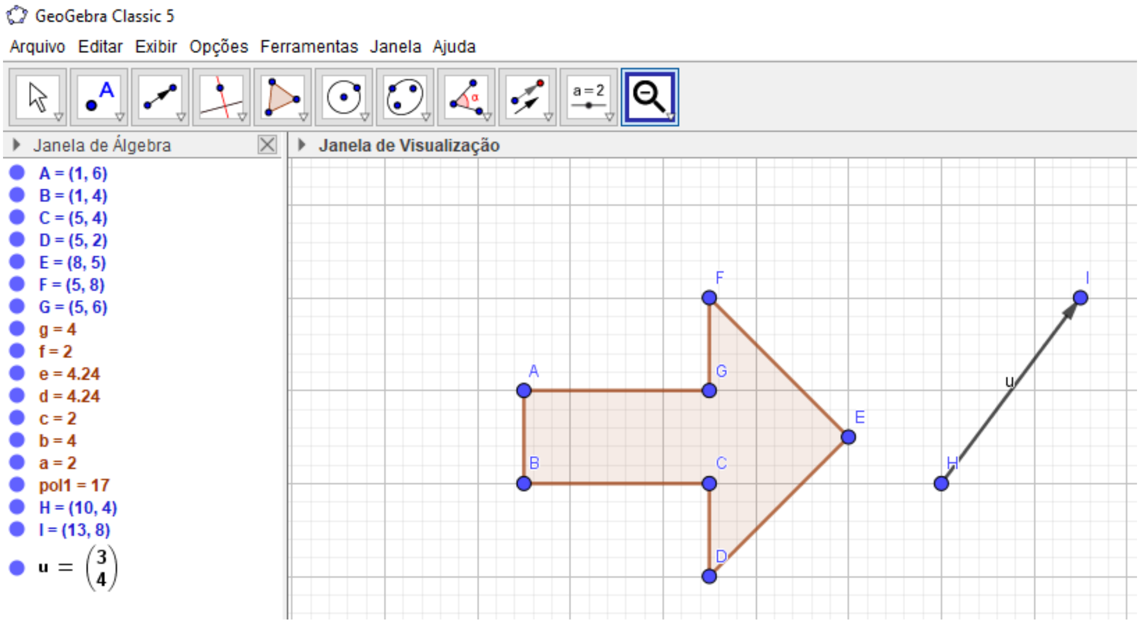
3° passo: Selecionamos o objeto e, em seguida, a reta de reflexão.



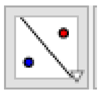
Translação em relação a um vetor

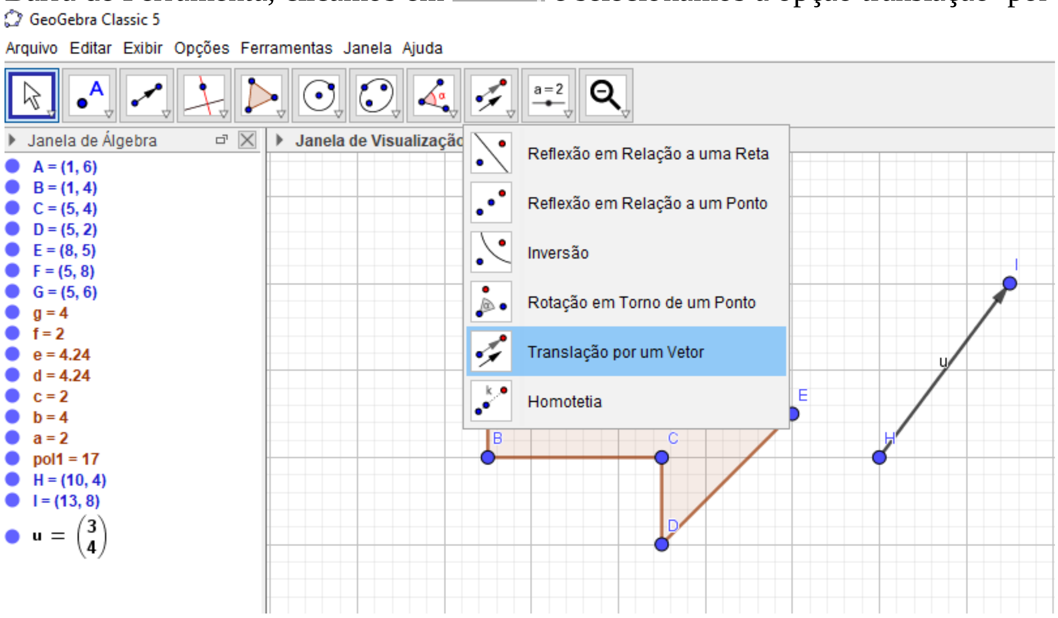
<u>**1º passo:**</u> Precisamos determinar um vetor.



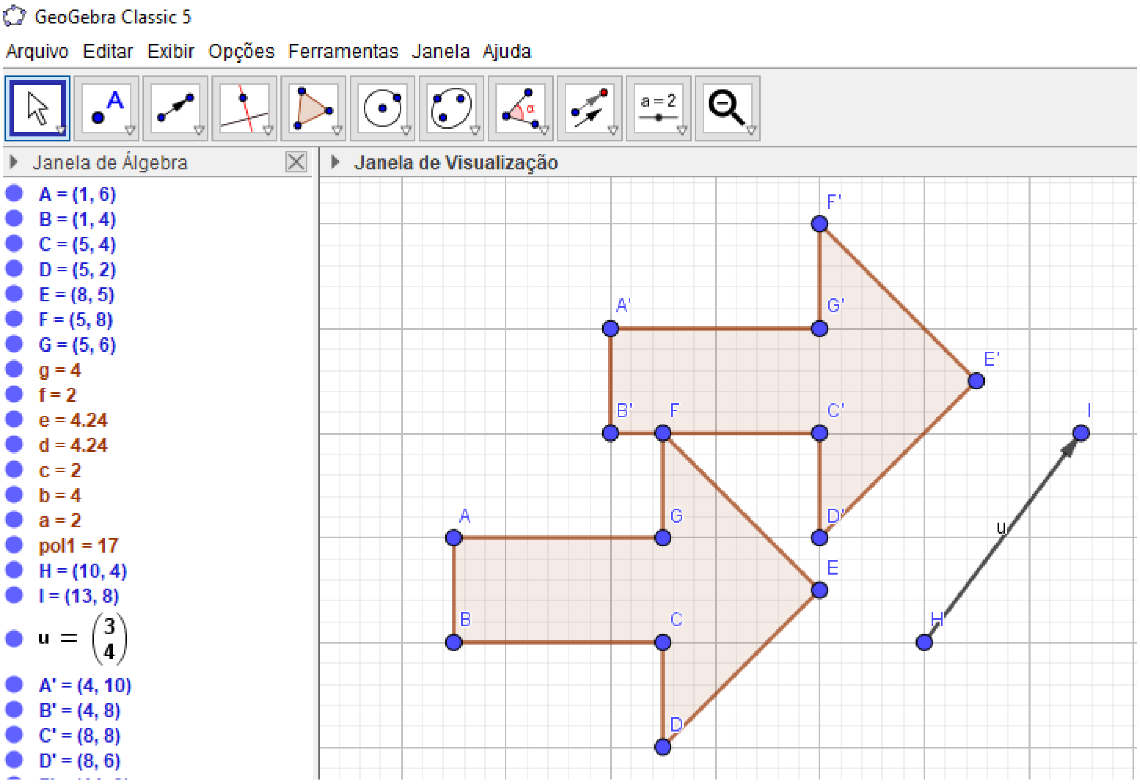


2º passo: Para desenhar uma figura de translação em relação a um vetor, na

Barra de Ferramenta, clicamos em  e selecionamos a opção translação por um vetor.

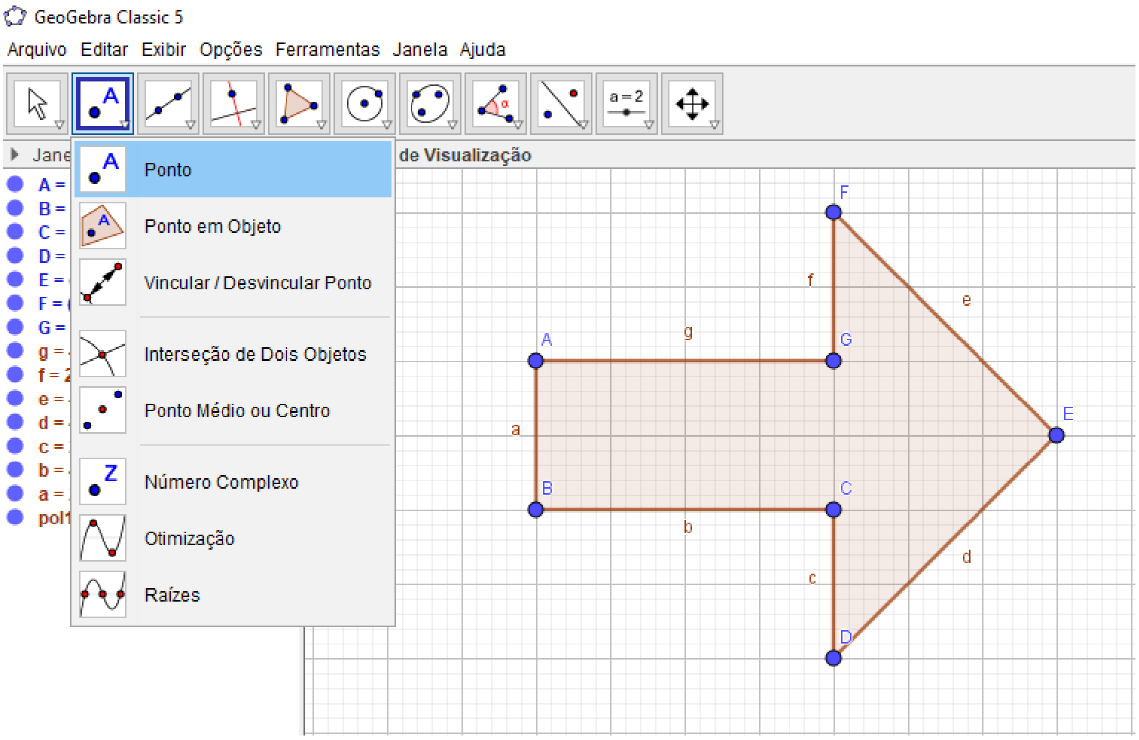


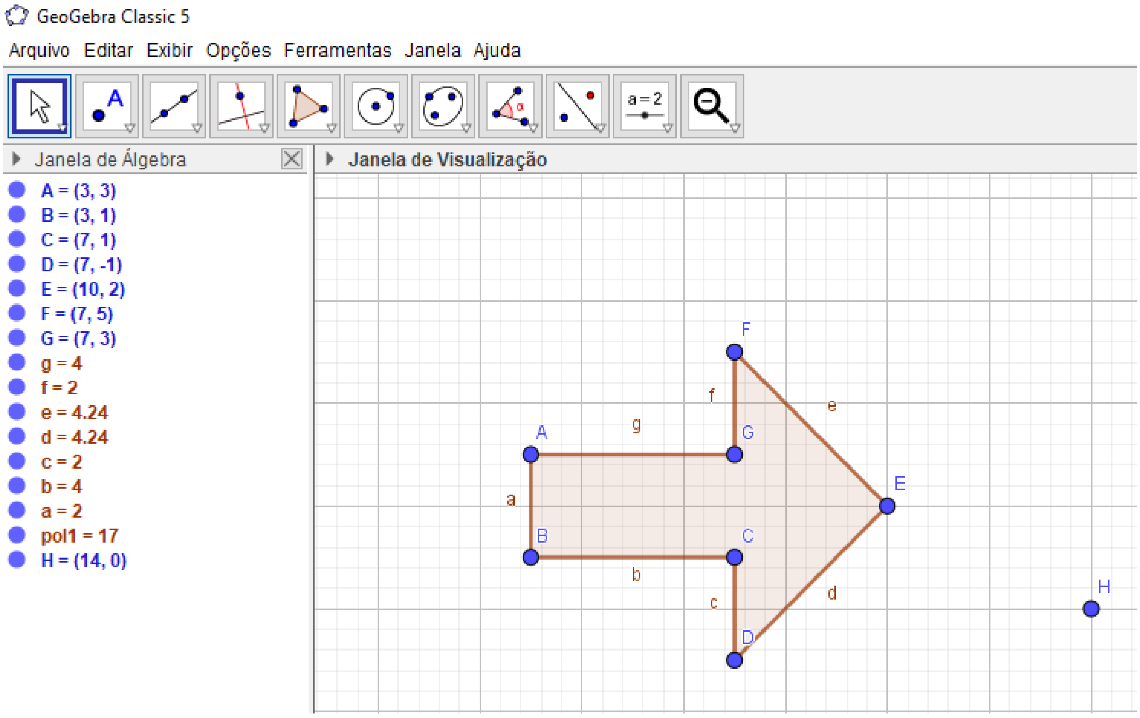
3º passo: Selecionamos o objeto e, em seguida, o vetor. Ao clicar ok, obtemos a imagem simétrica.

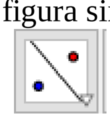


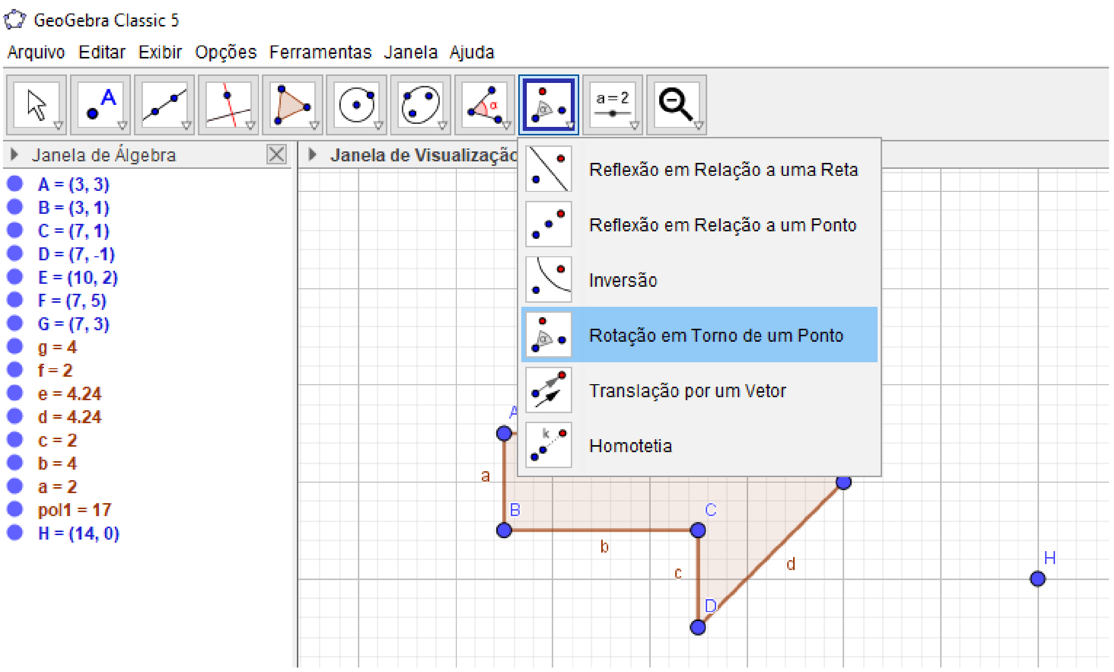
Rotação em torno de um ponto

__1º passo:__ Crie um ponto em qualquer lugar da janela de visualização. Esse ponto será a referência para a rotação.

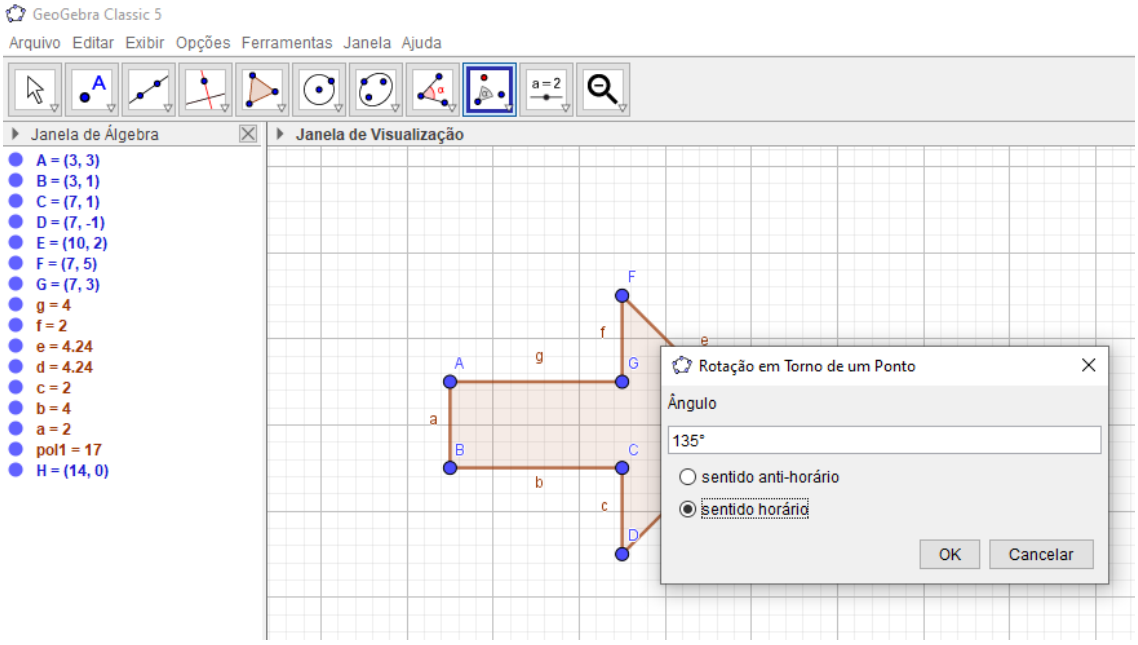




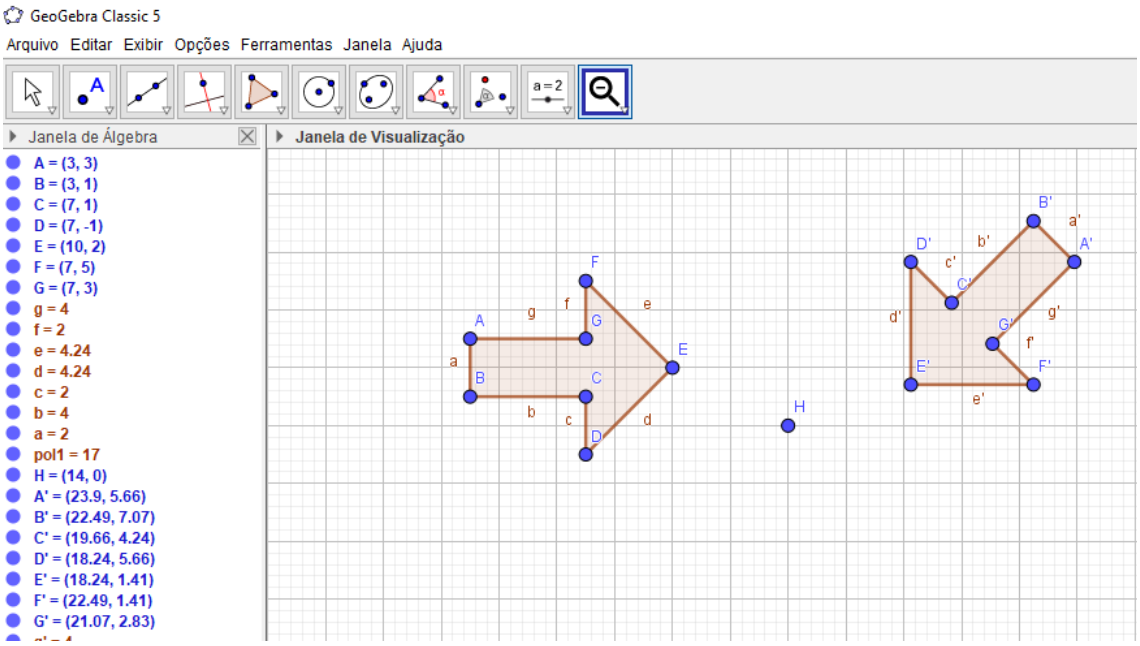
2º passo: Para desenhar uma figura simétrica de rotação em torno de um ponto criado, na Barra de Ferramentas, clicamos em  e selecionamos a opção Rotação em torno de um ponto.



3º passo: Seleciona o objeto e, em seguida, o ponto de rotação. Na janela que abre, devemos digitar o ângulo de rotação e o sentido (anti-horário ou horário).



Ao clicar em ok, obtém-se a imagem simétrica.



Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas / Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Rua Rui Barbosa, s/n, Campus Universitário de Cruz das Almas - BA
CEP: 44380-000
<http://www.ufrb.edu.br/profmat>
<http://www.profmat-sbm.org.br>