



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RECÔNCAVO DA BAHIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL



ITANA MARIA DE ARAÚJO LIMA AMORIM

**A Matemática da Pandemia de COVID-19:  
Propostas de atividades em sala de aula com o auxílio do  
*GeoGebra***

CRUZ DAS ALMAS - BAHIA

Setembro de 2022

ITANA MARIA DE ARAÚJO LIMA AMORIM

**A Matemática da Pandemia de COVID-19:  
Propostas de atividades em sala de aula com o auxílio do  
*GeoGebra***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Julianna Pinele Santos Porto  
Coorientador: Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes

CRUZ DAS ALMAS - BAHIA

Setembro de 2022

## FICHA CATALOGRÁFICA

A524m	<p data-bbox="560 1429 963 1456">Amorim, Itana Maria de Araújo Lima.</p> <p data-bbox="560 1458 1246 1568">A matemática da pandemia de covid 19: propostas de atividades em sala de aula com o auxílio do GeoGebra / Itana Maria de Araújo Lima Amorim._ Cruz das Almas, BA, 2022. 104f.; il.</p> <p data-bbox="560 1597 1246 1706">Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT.</p> <p data-bbox="612 1736 1203 1762">Orientadora: Prof. Dra. Julianna Pinele Santos Porto.</p> <p data-bbox="612 1765 1203 1792">Coorientador: Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes.</p> <p data-bbox="560 1821 1246 1928">1.Matemática – Estudo e ensino. 2.Matemática – Tecnologia educacional. 3.Covid-19 (doença) – Análise. I.Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. II.Título.</p> <p data-bbox="1034 1930 1161 1957">CDD: 510.7</p>
-------	---

Ficha elaborada pela Biblioteca Universitária de Cruz das Almas - UFRB. Responsável pela Elaboração –Antonio Marcos Sarmento das Chagas (Bibliotecário - CRB5 / 1615).

ITANA MARIA DE ARAÚJO LIMA AMORIM

**A MATEMÁTICA DA PANDEMIA DE COVID-19:  
PROPOSTAS DE ATIVIDADES EM SALA DE AULA COM O AUXÍLIO DO  
GEOGEBRA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

**Trabalho Aprovado em : 08 de setembro de 2022**

BANCA EXAMINADORA



---

**Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes**  
Orientador - UFRB



---

**Profa. Dra. Rogelma Maria da Silva Ferreira**  
Examinadora - UFRB



---

**Profa. Dra. Elen Viviani Pereira Spreafico**  
Examinadora - UFMS

Cruz das Almas, Bahia  
Setembro de 2022

*Dedico esse trabalho à minha família, em especial, à minha mãe (in memoriam) que esteve e está presente como luz em minha vida e ao meu pai que sempre foi minha referência de força, ambos, meu porto seguro.*

# Agradecimentos

Agradeço à Deus que me ajudou a superar os obstáculos e me deu forças para concluir esse trabalho.

Aos meus pais, os mais importantes educadores que tive, exemplos de caráter e força, que juntos enfrentaram muitas dificuldades para investir em minha educação e sempre me apoiaram e incentivaram em toda minha jornada.

Aos meus irmãos, Ivana, que sempre acredita no sucesso dos meus projetos de vida, Míriam e George, pelo apoio e incentivo.

Ao meu esposo Anderson que acompanhou toda trajetória, fornecendo o suporte e apoio que precisei, e à minha filha Letícia, razão de todo meu esforço, que precisou aceitar a minha ausência nos momentos em que estive empenhada na realização desse trabalho.

Aos meus professores por compartilhar seus conhecimentos, em especial, à minha orientadora Profa. Dra. Julianna Pinele Santos Porto, por seu constante incentivo, paciência e valiosos ensinamentos e ao Prof. Dr. João Tiago Assunção Gomes que muito contribuiu para a finalização do trabalho, com sua vasta experiência e conhecimento.

Aos membros da banca examinadora, Profa. Dra. Rogelma Maria da Silva Ferreira e Profa. Dra. Elen Viviani Pereira Spreafico por suas valiosas contribuições.

Aos meus amigos da Turma de 2019 do PROFMAT - UFRB. Esse não é um caminho que se caminha só e juntos compartilhamos desafios, aprendemos e colaboramos uns com os outros. O espírito colaborativo da turma contribuiu para meu aprendizado durante todo o processo.

Aos amigos Astrogildo e Antônia (da Turma de 2018) que desde o início me acolheram e ajudaram compartilhando conselhos, conhecimentos e experiências. Foram fundamentais para o fechamento desse ciclo.

*“Sem a Educação das Sensibilidades,  
todas as habilidades são tolas e sem  
sentido.”*

*(Rubem Alves)*

# Resumo

Com o intuito de validar matematicamente a importância dos protocolos de saúde e da vacinação no combate à Pandemia de COVID-19, serão desenvolvidas três atividades em sala de aula com o auxílio do *software GeoGebra*. Inicialmente, exploramos o conceito de média móvel por meio de análise de gráficos, construídos no *GeoGebra*, utilizando dados reais coletados. Em seguida, investigamos o comportamento das principais variantes do Coronavírus em termos das diferentes taxas de contaminação e dos respectivos crescimentos exponenciais. Por fim, estabelecemos um comparativo, com o auxílio da função exponencial, entre os cenários prévio e posterior à vacinação, como uma forma de conscientização dos estudantes sobre seu papel no enfrentamento da Pandemia de COVID-19.

**Palavras-chave:** COVID-19. Crescimento Exponencial. GeoGebra. Média Móvel. Taxa de Contaminação. Vacinas. Variantes.

# Abstract

In order to mathematically validate the importance of health protocols and vaccination in the fight against the COVID-19 pandemic, we will develop three classroom activities with the help of the *GeoGebra* software. Initially, we explored the concept of moving average through analysis of graphs, built in *GeoGebra*, using real data collected. Next, we investigate the behavior of the main variants of the Coronavirus in terms of different rates of contamination and their exponential growth. Finally, we established a comparison, with the help of the exponential function, between the before and after vaccination scenarios, as a way of raising students awareness of their role in the fight against the COVID-19 pandemic.

**Keywords:** COVID - 19. Contamination Rate. Exponential Growth. GeoGebra. Moving Average. Vaccines. Variants.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Casos de Modelagem . . . . .	20
Figura 2 – Gráfico da Média Móvel de Preços . . . . .	30
Figura 3 – Coleta dos Dados . . . . .	32
Figura 4 – Link para Coleta dos Dados em Destaque . . . . .	32
Figura 5 – Escolha do Estado e Município . . . . .	33
Figura 6 – Baixar Dados em .CSV . . . . .	33
Figura 7 – Planilha do <i>GeoGebra</i> . . . . .	34
Figura 8 – Planilha do <i>GeoGebra</i> . . . . .	35
Figura 9 – Planilha do <i>GeoGebra</i> com os dados que foram importados . . . . .	35
Figura 10 – Planilha do <i>GeoGebra</i> com as colunas que serão utilizadas . . . . .	37
Figura 11 – Análise Bivariada no <i>GeoGebra</i> . . . . .	38
Figura 12 – Gráfico da Análise Bivariada . . . . .	38
Figura 13 – Gráfico da Análise Bivariada . . . . .	39
Figura 14 – Janela de Visualização × Análise Bivariada . . . . .	39
Figura 15 – Configuração dos Eixos $X$ e $Y$ . . . . .	40
Figura 16 – Identificação dos Eixos $X$ e $Y$ . . . . .	41
Figura 17 – Gráfico de Infectados Acumulados . . . . .	41
Figura 18 – Janela de Visualização × Análise Bivariada . . . . .	42
Figura 19 – Gráfico de Óbitos Acumulados . . . . .	43
Figura 20 – Gráfico do Número de Infectados por Dia . . . . .	45
Figura 21 – Gráfico do Número de Óbitos por Dia . . . . .	45
Figura 22 – Gráfico da Média Móvel de Óbitos . . . . .	47
Figura 23 – Gráfico da Média Móvel de Casos . . . . .	47
Figura 24 – Frequência das Principais Linhagens de SARS-CoV-2 por Mês de Amostragem (Novembro de 2020 até Abril de 2022) no Brasil . . . . .	52
Figura 25 – Frequência das Principais Variantes de SARS-CoV-2 por Mês de Amostragem (Fevereiro de 2020 até Abril de 2022) no Brasil . . . . .	52
Figura 26 – Gráfico Número de Infectados em 27/01/2022 . . . . .	56
Figura 27 – Variantes - Transmissão . . . . .	59
Figura 28 – Variante 1 (Original) - Tempo $n = 0$ . . . . .	60
Figura 29 – Variante 1 (Original) - Tempo $n = 1$ . . . . .	60
Figura 30 – Variante 1 (Original) - Tempo $n = 2$ . . . . .	61
Figura 31 – Variante 1 (Original) - Tempo $n = 3$ . . . . .	61
Figura 32 – Variante 2 (Alpha) - Tempo $n = 0$ . . . . .	62
Figura 33 – Variante 2 (Alpha) - Tempo $n = 1$ . . . . .	62
Figura 34 – Variante 2 (Alpha) - Tempo $n = 2$ . . . . .	63

Figura 35 – Variante 2 (Alpha) - Tempo $n = 3$ . . . . .	63
Figura 36 – Variante 3 (Delta) - Tempo $n = 0$ . . . . .	64
Figura 37 – Variante 3 (Delta) - Tempo $n = 1$ . . . . .	64
Figura 38 – Variante 3 (Delta) - Tempo $n = 2$ . . . . .	65
Figura 39 – Tabela Variantes . . . . .	65
Figura 40 – Vacinação no Brasil . . . . .	72
Figura 41 – Vacinação Infantil no Brasil . . . . .	73
Figura 42 – Gráfico da Função Exponencial Crescente . . . . .	75
Figura 43 – Gráfico da Função Exponencial Decrescente . . . . .	75
Figura 44 – Dados da COVID-19 em Salvador - Ba . . . . .	76
Figura 45 – Planilha . . . . .	77
Figura 46 – Lista de Pontos . . . . .	78
Figura 47 – Janela de Visualização 2 . . . . .	79
Figura 48 – Visualização das Funções $f(x)$ e $g(x)$ . . . . .	80
Figura 49 – Visualização da Função $f(x)$ e a Regressão de $l1$ e $f(x)$ . . . . .	81
Figura 50 – Visualização da Função $g(x)$ e a Regressão de $l2$ e $g(x)$ . . . . .	82

# Lista de tabelas

Tabela 1 – BNCC - Oitavo Ano do Ensino Fundamental . . . . .	22
Tabela 2 – BNCC - Nono Ano do Ensino Fundamental . . . . .	23
Tabela 3 – BNCC - Primeiro Ano do Ensino Médio . . . . .	24
Tabela 4 – Preços do Produto . . . . .	28
Tabela 5 – Médias Móveis dos Preços do Produto . . . . .	29
Tabela 6 – Variantes de Preocupação (VP) . . . . .	51
Tabela 7 – Variantes de Interesse (VI) . . . . .	51

# Sumário

	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>1</b>	<b>MÉDIA MÓVEL</b>	<b>26</b>
1.1	Séries Temporais	26
1.2	Média Móvel Aritmética	27
1.3	Atividade A	30
<b>2</b>	<b>VARIANTES</b>	<b>49</b>
2.1	Taxa de Transmissão	56
2.2	Atividade B	58
<b>3</b>	<b>VACINAÇÃO</b>	<b>68</b>
3.1	Breve Histórico da Vacina	68
3.2	Função Exponencial	73
3.3	Atividade C	76
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>84</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>86</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>90</b>
	<b>APÊNDICE A – ATIVIDADE A</b>	<b>91</b>
	<b>APÊNDICE B – ATIVIDADE B</b>	<b>97</b>
	<b>APÊNDICE C – ATIVIDADE C</b>	<b>99</b>
	<b>APÊNDICE D – PESQUISA DIAGNÓSTICA</b>	<b>102</b>

# Introdução

A Organização Mundial de Saúde (OMS) define oficialmente pandemia como a disseminação mundial de uma nova doença para a qual as pessoas não têm imunidade. A disseminação acontece inesperadamente e atinge inúmeras pessoas ao mesmo tempo, em diversas partes do mundo ou em todo território mundial, podendo ser uma patologia grave ou não, de acordo com ([Organização Mundial da Saúde, 2022](#)) e [Vick \(2020\)](#).

As pandemias fazem parte da história da humanidade. Os seres humanos, ao conviverem com agentes que causam doenças infecciosas (microrganismos como, por exemplo, fungos, vírus, bactérias ou parasitas) e com animais hospedeiros, estão suscetíveis ao aparecimento de doenças que podem ser transmitidas rapidamente de pessoa para pessoa. Quando os agentes infecciosos se hospedam no corpo humano e conseguem se reproduzir e se espalhar facilmente entre as pessoas, as infecções causadas por eles tendem a sair do controle rapidamente.

Há registros muito antigos de disseminação de doenças que foram capazes de exterminar parte da população, como pode-se observar na listagem abaixo, apresentada em [Schueler \(2021\)](#):

- Peste do Egito (430 a.C até 427 a.C), quando um quarto da população de Atenas foi dizimada pela febre tifoide;
- Peste Antonina (165 d.C. até 180 d.C), provavelmente causada pela varíola, matou cinco milhões de pessoas;
- Peste de Cipriano (249 d.C. até 262 d.C.), provocada pelo sarampo ou varíola, matou 5 (cinco) mil de pessoas por dia em Roma;
- Peste de Justiniano (541 d.C até 544 d.C), foi a primeira aparição da peste bubônica, matou 10 (dez) mil de pessoas por dia, chegando a dizimar um quarto da população do Oriente Médio;
- Peste Negra (1347 até 1351), foi o ressurgimento da peste bubônica e matou 20 (vinte) milhões de pessoas em toda Europa, em seis anos;
- Gripe Espanhola (1918 até 1920), o vírus influenza H1N1 infectou 500 (quinhentas) milhões de pessoas em todo território mundial. Foi uma das epidemias mais mortais do mundo.

A OMS foi fundada em 1948, pouco depois da criação da Organização das Nações Unidas (ONU), com o propósito de proporcionar boas condições de saúde à população

mundial. É gerida em conjunto por 194 países-membros e anualmente ocorre a Assembleia Mundial de Saúde (instância máxima do órgão), onde os representantes desses países determinam as políticas de organização, formas de utilizar seus recursos ou elegem seus dirigentes.

A decisão de decretar uma nova pandemia é atribuição da Organização Mundial da Saúde (OMS) e apenas este órgão tem autoridade para tal. É também seu papel coordenar iniciativas como prevenção e combate de doenças que têm potencial de ameaçar a saúde mundial. Não existe uma fórmula matemática que auxilie na determinação do surgimento de uma pandemia. Para haver o decreto, a OMS considera a opinião de profissionais de saúde e dados sobre o avanço das infecções nos países afetados. Ao identificar que a doença atingiu proporções internacionais, o órgão confirma a existência de uma pandemia.

A OMS segue as regras do Regulamento Sanitário Internacional (RSI) ao declarar uma pandemia. Esse regulamento é um instrumento jurídico internacional, que possui assinaturas de representantes de 196 países, incluindo todos os membros da OMS, comprometendo-se a trabalhar em conjunto para combater pandemias sob o comando da Organização Mundial de Saúde.

O RSI tem como objetivo auxiliar a comunidade internacional a prevenir e conter situações que podem trazer riscos para a saúde pública das pessoas em todo mundo. Segundo o texto, a OMS deve enviar ajuda aos países afetados pelos surtos das doenças e coordenar suas respostas às emergências. Cabe às autoridades dos países em questão, cooperarem e repassarem informações corretas ao órgão. Para mais detalhes, consulte ([Organização Pan-Americana de Saúde, 2016](#); [Organização Mundial da Saúde, 1983](#)).

## Pandemia de COVID-19

Em Wuhan na China, em dezembro de 2019, surgiram os primeiros registros de humanos contaminados com uma Síndrome Respiratória Aguda Grave e, em janeiro de 2020, o Centro Chinês de Controle e Prevenção de Doenças (CDC-China) identificou o patógeno causador da síndrome respiratória, um novo tipo de coronavírus, *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (SARS-CoV-2)<sup>1</sup>, donde a síndrome passou a ser denominada COVID-19, conforme [Silva e Silva \(2020\)](#)

Com uma taxa de transmissão elevada, a doença logo se espalhou pelo mundo e, em 11 de março de 2020, a OMS declarou estado de Pandemia do novo coronavírus. Pouco mais de três meses depois do primeiro registro da infecção na China, muitos países viram seus sistemas de saúde sobrecarregados e um rápido aumento no número de mortes.

A transmissão do novo coronavírus se dá através de gotículas de saliva, espirros, tosse ou por contato próximo com superfícies contaminadas, de acordo com [Silva e Silva](#)

<sup>1</sup> Tradução livre da autora: Síndrome Respiratória Aguda Grave de Coronavírus 2 (SRAG-CoV-2)

(2020). [Sponchiato \(2020\)](#) ainda destaca que o estudo americano ([DOREMALEN et al., 2020](#)) descobriu que o vírus resiste por até 3 horas em suspensão no ar, em forma de aerossol, ou até dias em certas superfícies. Por conta disso, se fez extremamente necessário o uso de máscaras, distanciamento social, sistema de ventilação para ambientes fechados e higienização das mãos.

A falta de um medicamento específico ou vacinas capazes de combater o espalhamento do vírus, tornou urgente a implementação e divulgação, por parte dos governantes e órgãos responsáveis pela saúde pública, de medidas para diminuir a velocidade de propagação do vírus entre a população. Mudanças nos hábitos de higiene e distanciamento social passaram a ser estratégias amplamente divulgadas nos meios de comunicação e defendidas por parte dos chefes de Estado em todo o mundo.

No Brasil, a adoção do distanciamento social passou a enfrentar bastante resistência por parte da população e também de alguns governantes. Mesmo com o surgimento de vacinas, desenvolvidas com o propósito de ajudar a conter a propagação do vírus, também houve resistência e questionamentos, influenciadas pelo movimento anti vacinas, de indivíduos descrentes do efeito positivo e compensatório de seu uso.

A percepção dessa resistência em seguir as orientações das autoridades de saúde por parte da população, nos despertou alguns questionamentos:

- Será que os dados matemáticos divulgados incessantemente na imprensa, através de gráficos ou simulações computacionais, estavam sendo compreendidos por essas pessoas que se negavam a seguir os protocolos?
- Seria essa dificuldade no entendimento da matemática uma justificativa para a banalização da importância de uma medida tão importante?

## Ensino da Matemática e a Pandemia

Partindo das inquietações anteriores, foi realizada uma Pesquisa Diagnóstica (veja Apêndice D) entre os alunos do Oitavo Ano do Ensino Fundamental 2, a partir da reportagem ([BRASIL REGISTRA... , 2021](#)) e ([PELA PRIMEIRA VEZ... , 2021](#)), divulgadas pelo Consórcio de Veículos de Imprensa (CVI), que trazem informações diárias sobre a Pandemia, com dados coletados das secretarias estaduais de saúde, desde junho de 2020. O [Consórcio de Veículos de Imprensa \(2022\)](#) (CVI) foi criado por uma parceria entre o Grupo Folha de São Paulo, o Grupo Globo, o Grupo Estado de São Paulo, Extra e UOL após surgirem inconsistências e problemas de acesso no endereço eletrônico do Ministério da Saúde do Brasil e tem a finalidade de informar a população sobre o avanço da doença em cada região do país.

Dentre os objetivos desta pesquisa diagnóstica está avaliar qualitativamente o entendimento das turmas sobre média móvel, achatamento da curva, crescimento exponencial e qual o papel do distanciamento social e da vacinação no controle do crescimento dos casos da doença, assim como a interpretação dos gráficos apresentados pela imprensa.

A maioria dos alunos demonstrou não entender o que quer dizer expressões como, por exemplo, “média móvel”, “crescimento exponencial”, “taxas de transmissão”, “achatamento da curva”, etc. Além disso, não souberam interpretar os gráficos apresentados. A partir dessas constatações, surgiu a ideia deste trabalho em trazer para sala de aula a matemática que está presente nas análises feitas sobre a Pandemia, utilizando modelos e simulações.

O ensino da matemática com foco na memorização de fórmulas e repetição mecânica de exercícios, sem estabelecer uma relação com os acontecimentos e situações da vida cotidiana, torna a disciplina pouco atrativa, dificultando o processo de ensino aprendizagem. Segundo [Idoeta \(2020\)](#), a dificuldade em compreender e aplicar conceitos matemáticos é mais uma evidência de que a forma como aprendemos matemática na escola está muito longe de nos preparar para usar a disciplina na vida real.

[Idoeta \(2020\)](#) cita o seminário *on-line* ([Instituto Sidarta, 2020](#)), que debateu, entre outros assuntos, a dificuldade dos estudantes na aplicação de conceitos matemáticos a situações vividas na atualidade. Um dos participantes desse encontro virtual foi o Diretor Geral do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Marcelo Viana, que afirmou:

Estamos ensinando a matemática do século 19 nas nossas escolas, e isso cria uma lacuna na formação que damos aos jovens para o exercício de profissões e para munir as crianças com ferramentas para entender o mundo à nossa volta, que é o objetivo da matemática.

[...] estatística e probabilidades, por exemplo, essenciais para entendermos o comportamento do novo coronavírus e o impacto das medidas de prevenção, são temas que estavam até há pouco tempo praticamente ausentes de sala de aula.

De acordo [Idoeta \(2020\)](#), Viana ainda cita um negligenciamento ao estímulo do raciocínio lógico no ensino da matemática, o que é muito preocupante, já que se trata de uma habilidade essencial na formação do estudante.

Participou também desse seminário o acadêmico americano Jack Dieckmann, Diretor de Pesquisa do Centro de Estudos de Matemática *YouCubed* (projeto de ensino de matemática abrigado na Universidade *Stanford*), que afirma: “Os currículos não estão preparando os estudantes para serem alfabetizados na leitura de dados”. Para Dieckmann, apesar de se ensinar conceitos básicos, é necessário trazer para sala de aula uma “abordagem exploratória”, estabelecendo uma relação entre conceitos e padrões e suas aplicações na vida real.

Ainda de acordo com [Idoeta \(2020\)](#), quando os alunos não são capazes de entender números, gráficos ou questões lógicas e nem de usar esses dados para compreender situações de seu cotidiano, eles são considerados “analfabetos de dados”. Os problemas na “alfabetização de dados” estiveram em evidência desde o início da Pandemia, uma vez que, mesmo pessoas que já concluíram o ensino básico, demonstraram dificuldade em compreender os dados apresentados pelos veículos de imprensa.

Para que um aluno possa ser considerado “alfabetizado em dados” ele deve ser capaz de entender números e gráficos e compreender probabilidades. Também é importante desenvolver raciocínio lógico e, além disso, conseguir usar esses conhecimentos para entender padrões ou tomar decisões, de acordo com Jack Dieckmann.

Segundo [Idoeta \(2020\)](#), Dieckmann defende que matemáticos e professores devem pensar também em formas de estabelecer uma conexão entre o ensino da matemática a outros temas relevantes da atualidade, a fim de que os estudantes entendam, através de modelos, simulações e projeções matemáticas, a importância da sua atuação crítica na sociedade. O pesquisador também afirma:

"Sabemos que há a necessidade disso, e temos que criar materiais e práticas que permitam aos estudantes interagir com o mundo e não serem tão passivos (no estudo da matemática)".

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que

[...] o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. ([BRASIL. Ministério da Educação, 2018](#), p. 265)

Além disso, o documento destaca a importância do professor ter compromisso com o “letramento matemático” do aluno, que é a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo o desenvolvimento de conjecturas:

É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso. ([BRASIL. Ministério da Educação, 2018](#), p. 266)

A BNCC enfatiza o uso da Modelagem Matemática a ser utilizada como importante estratégia no processo de ensino-aprendizagem, com o objetivo de estabelecer o letramento matemático e desenvolvimento do pensamento computacional.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL. Ministério da Educação, 2018, p. 266)

Ainda de acordo com a (BRASIL. Ministério da Educação, 2018, p. 267), são competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental:

- contribuir para solucionar problemas científicos e tecnológicos;
- desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
- utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados;
- desenvolver projetos que abordem situações de urgência social com base em princípios éticos.

Também está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), (BRASIL. Ministério da Educação, 1997), a preocupação com a formação e participação do estudante como sujeito ativo na sociedade, capaz de se expressar e agir para promover mudanças e melhorias na realidade que está inserido.

Para o Ensino Fundamental, os PCNs destacam na área de matemática que:

- A matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar;
- A matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente;
- A atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.
- No ensino da matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras);

outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados;

- A aprendizagem em matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos;
- A seleção e organização de conteúdos não deve ter como critério único a lógica interna da matemática. Deve-se levar em conta sua relevância social e a contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno. Trata-se de um processo permanente de construção;
- Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

## Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática trata-se de uma criação de um modelo ou padrão matemático a fim de se compreender um fenômeno natural. O fenômeno a ser estudado pode ser de qualquer área do conhecimento, tais como, construção civil, cultura de bactérias, propagação de um vírus, catástrofes ambientais, entre outros. Analisando estudos sobre Modelagem Matemática, [Barbosa \(2001\)](#) classifica três diferentes casos de Modelagem:

- Uma situação problema é apresentada pelo professor com informações necessárias à sua resolução e cabe aos alunos o processo de investigação e resolução do problema;
- O professor propõe um problema de outra área da realidade. Os alunos fazem a coleta das informações e são responsáveis pela resolução do problema;
- Partindo de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas e são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema.

O professor participa em todos os casos, dialogando com os alunos nos processos de investigação do problema. Em alguns casos, porém, se observa uma maior participação do professor. Isso pode ser observado na ilustração apresentada em Figura 1, que mostra a participação de professor e do aluno em cada etapa do processo.

Figura 1 – Casos de Modelagem

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
<i>Elaboração da situação-problema</i>	professor	professor	professor/aluno
<i>Simplificação</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Resolução</i>	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: [Barbosa \(2001\)](#)

[Barbosa \(2001\)](#) cita os diferentes tipos de conhecimento relacionados à Modelagem Matemática destacados por [Skovsmose \(1990\)](#), que são: o conhecimento matemático em si; o conhecimento tecnológico, onde se constrói e utiliza um modelo matemático; conhecimento reflexivo, que trata da natureza do modelo, além dos critérios utilizados na sua construção, aplicação e avaliação.

De acordo com [Barbosa \(2001, p. 4\)](#), as atividades de Modelagem Matemática são oportunidades para se explorar o papel da matemática no desenvolvimento da sociedade contemporânea:

Nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal.

Corroborando esse entendimento, [Araújo \(2009, p. 55\)](#) propõe uma reflexão mais profunda sobre abordagem da Modelagem Matemática:

Preocupo-me com uma educação matemática dos estudantes que não vise apenas instrumentá-los matematicamente, mas que também proporcione sua atuação crítica na sociedade, por meio desse conhecimento

matemático, o que é uma forma de proporcionar sua emancipação como cidadãos.

Segundo a Educação Matemática Crítica (EMC), apresentada em (ARAÚJO, 2009), um projeto de modelagem deve propor a participação crítica dos estudantes, como cidadãos, possibilitando discussões de questões políticas, econômicas ou ambientais, onde a matemática serve como suporte tecnológico.

A preocupação com a formação dos estudantes em cidadãos críticos e atuantes na sociedade em que vivem, está presente nos projetos de Modelagem guiados pela EMC. A sala de aula deve ser um espaço democrático onde se compartilha ideias, contribuindo para o desenvolvimento intelectual e para a formação crítica e atuante dos estudantes, em questões relevantes para suas vidas e de todos à sua volta.

Pensando em auxiliar os alunos, no entendimento de seu papel no enfrentamento à Pandemia, que desenvolvemos as atividades propostas neste texto com o auxílio do *software GeoGebra*. Este trabalho pretende auxiliar o desenvolvimento de consciência social do estudante, aguçando a percepção de que atitudes individuais refletem no bem estar do coletivo.

As simulações aqui apresentadas visam permitir a reflexão sobre a necessidade do distanciamento social, as diferenças entre as variantes e níveis de contágio, a necessidade de se preservar o ambiente ventilado, além da importância da vacinação. Uma das finalidades é auxiliar o aluno a compreender seu papel no combate ao avanço do Coronavírus em sua comunidade, cidade, estado, país, através da compreensão dos dados matemáticos.

De acordo com a BNCC tais atividades se inserem na unidade temática “Probabilidade e Estatística” e “Função Exponencial”. Exibimos nas Tabelas 1 e 2, respectivamente, os objetos de conhecimento e habilidades referentes ao Oitavo Ano e ao Nono Ano do Ensino Fundamental relacionados a “Probabilidade e Estatística”. Também destacamos objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática “Função Exponencial”, referentes ao Primeiro Ano do Ensino Médio, na Tabela 3.

Tabela 1 – BNCC - Oitavo Ano do Ensino Fundamental

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	<b>(EF08MA23)</b> Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
Organização dos dados de uma variável contínua em classe	<b>(EF08MA24)</b> Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
Medidas de tendência central e de dispersão	<b>(EF08MA25)</b> Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Pesquisas censitária ou amostral e Planejamento e execução de pesquisa amostral	<p><b>(EF08MA26)</b> Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada).</p> <p><b>(EF08MA27)</b> Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.</p>

Fonte: Brasil. Ministério da Educação (2018)

Tabela 2 – BNCC - Nono Ano do Ensino Fundamental

Objetos de Conhecimento	Habilidades
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação	<b>(EF09MA21)</b> Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos	<b>(EF09MA22)</b> Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório	<b>(EF09MA23)</b> Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Brasil. Ministério da Educação (2018)

Tabela 3 – BNCC - Primeiro Ano do Ensino Médio

Objetos de Conhecimento	Habilidades
<p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p><b>(EM13MAT101)</b> Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p>
<p>Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p><b>(EM13MAT304)</b> Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.</p>

Fonte: [Brasil. Ministério da Educação \(2018\)](#)

## Organização do Texto

No Capítulo 1, apresentamos uma proposta de atividade envolvendo gráficos e média móvel. Inicialmente os alunos foram incentivados a fazer uma breve pesquisa sobre o que é média móvel, onde se utiliza esse recurso estatístico e qual a importância desse cálculo para o entendimento do agravamento da Pandemia no país. Em seguida, os alunos devem registrar os dados de casos de contaminação e mortes diárias por COVID-19, na cidade de Camaçari, Bahia, e usar o *GeoGebra* para fazer os cálculos das médias móveis e a construção e análise dos gráficos.

Já no Capítulo 2 trazemos uma simulação construída no *GeoGebra*, para mostrar as diferentes taxas de contaminação de variantes do coronavírus. A partir dessa atividade os estudantes podem perceber padrões utilizando conhecimentos de Potências. O objetivo consiste em compreender a expressão “crescimento exponencial”, bastante utilizada pela mídia durante a Pandemia.

Também discutimos, no Capítulo 3, o reflexo do avanço da vacinação, a partir da análise de gráficos. Com a finalidade de mostrar uma aplicação de Função Exponencial, os dados serão coletados pelos estudantes e, utilizando o *GeoGebra*, deverão construir dois gráficos comparando os períodos pré e pós vacina, na cidade de Salvador, Bahia. A escolha da capital baiana se deu, pelo fato de ter havido maior registro de infecções e óbitos nesta cidade, ao se comparar com outras cidades do Estado da Bahia. Desse modo, os alunos poderão observar com clareza o impacto positivo do avanço da vacinação para a população.

Por fim, apresentamos nos Apêndices A, B e C, roteiros de aplicação das atividades propostas em cada capítulo. Ao final de cada atividade, sugerimos que os estudantes respondam a um questionário. É importante que o professor estimule o compartilhamento de ideias entre os alunos, incentive o diálogo e a formulação de hipóteses. Após esse momento de discussão, será possível observar o conhecimento adquirido depois da aplicação de cada atividade. O professor, assumindo o papel de mediador do conhecimento, deve acompanhar o estudante em todo processo de aprendizagem, fornecendo orientação quando necessário.

# 1 Média Móvel

Com o avanço da Pandemia de COVID-19, surgiu a necessidade de fazer estimativas e previsões do futuro, baseadas em dados coletados, para orientar as autoridades governamentais de saúde na tomada de decisões e assim conter o espalhamento do vírus. A constante divulgação de gráficos, análises e previsões, através da mídia, trouxe acesso à informação, mas também deixou evidente a falta de familiaridade, por parte da população em geral, com algumas expressões matemáticas. Desta forma, propomos neste capítulo uma análise do comportamento da variável “número de novos casos de infectados (ou óbitos) de COVID-19”, ao longo do tempo, que é considerada uma análise de séries temporais.

## 1.1 Séries Temporais

Uma série temporal é um conjunto de observações feitas, com relação a uma variável, em intervalos regulares de tempo, onde a ordem dos dados é relevante. De acordo com [Reis \(2021\)](#), nesse tipo de série, o interesse é analisar e modelar a dependência que existe na vizinhança dos dados coletados. Diversas áreas utilizam as séries temporais, tais como: Epidemiologia, Meteorologia, Economia, Marketing, entre outras.

Um conjunto que mostra dados sobre o peso de uma pessoa ao longo de um ano, medidos mensalmente, ou o preço de determinada ação de uma empresa, coletado minuto a minuto ao longo de um dia, são exemplos de séries temporais. Por outro lado, não são séries de tempo situações como: o conjunto de dados sobre o peso de um grupo de pessoas medidos em um único dia; os preços de certo produto comercializados por diferentes empresas, com dados coletados em um mesmo dia ou em períodos diferentes.

De acordo com [Reis \(2021\)](#), o objetivo da análise de séries temporais é identificar padrões não aleatórios na série temporal e prever sobre o futuro desta, a partir da observação deste comportamento passado, orientando a tomada de decisões.

[Reis \(2021, p. 1\)](#) também pontua que

A suposição básica que norteia a análise de séries temporais é que há um sistema causal mais ou menos constante, relacionado com o tempo, que exerceu influência sobre os dados no passado e pode continuar a fazê-lo no futuro. Este sistema causal costuma atuar criando padrões não aleatórios que podem ser detectados em um gráfico da série temporal, ou mediante algum outro processo estatístico.

Abaixo estão listados os componentes de uma série temporal:

- A *tendência* de uma série temporal indica o comportamento de uma variável ao longo do tempo. Avaliar essa tendência é importante para estabelecer previsões como, por exemplo, a demanda por leitos hospitalares durante a Pandemia. Para se obter a tendência de uma série, pode-se utilizar modelos de regressão ou médias móveis.
- Os *ciclos* são longas ondas que surgem em torno de uma linha de tendência. Os pontos onde ocorrem mudanças do ciclo (pontos de inflexão), a duração e frequência em que acontecem são os objetos de interesse de análise dos ciclos.
- O *componente sazonal* identifica, na série temporal, padrões regulares de comportamento, em períodos específicos de tempo. Em surtos de gripe é possível observar que as contaminações aumentam no inverno, e por conta disso as campanhas de vacinação costumam anteceder este período.
- O *componente aleatório* é o resíduo, ou ruído, é o que sobra de uma série temporal quando se retira a tendência, o ciclo e a sazonalidade. Esse resíduo é a parte aleatória que não se relaciona com o conjunto de dados.

As séries temporais não aleatórias são séries que têm um comportamento sazonal ou possuem alguma tendência, como é o caso da série dos casos de COVID-19 que, apesar de não ter sazonalidade, possui uma tendência.

## 1.2 Média Móvel Aritmética

A média móvel é um recurso estatístico utilizado para identificar a tendência de uma série temporal. O objetivo principal é transformar os dados, diminuindo as oscilações, tornando a série mais simples. Existem diversos tipos de médias móveis como, por exemplo, a Média Móvel Aritmética, a Média Móvel Ponderada e a Média Móvel Exponencial.

As médias móveis mais populares são a Média Móvel Aritmética (MMA) e a Média Móvel Exponencial (MME). A principal diferença entre elas está no fato de que a MMA define o mesmo peso a todos os dados da série enquanto que a MME dá maior importância aos dados mais recentes. Esta distinção é justificada por [Campos e Filho \(2021\)](#) da seguinte forma:

A lógica de se atribuir peso maior a dados mais recentes tem grande importância em contextos mais dinâmicos, onde a tomada de decisão (comprar ou vender, por exemplo) sofre influência do histórico, mas, principalmente, de fatos novos, que acabaram de ocorrer. Daí a importância da MME no mercado de ações. Numa análise de tendência pura e simples, onde o que se pretende é avaliar o histórico dos dados e o rumo para o qual eles apontam, é recomendável a utilização da MMA.

Este capítulo se limitará a utilização da Média Móvel Aritmética (MMA), cujo cálculo será realizado com a média aritmética dos primeiros  $n$  dados da série e colocando o resultado obtido ao final dos  $n$  dados. Para fazer os cálculos das novas médias, se acrescenta o dado seguinte e despreza o primeiro, assim as médias mantêm o mesmo período vão se movendo até o fim da série.

**Definição 1.1.** A Média Móvel Aritmética (MMA) ao final de um período  $n$  consiste em uma sequência de valores indexados em  $k$  (tal que  $m \leq k \leq F$ ) descritos por

$$\text{MMA}(k) = \frac{p_{k-(n-1)} + \dots + p_{k-1} + p_k}{n},$$

onde  $p_1, p_2, p_3 \dots, p_F$  é o conjunto de dados fornecidos.

*Observação.* A menos de uma translação pode-se colocar os resultados no início ou centro de cada período  $n$ .

Para facilitar o entendimento da aplicação da MMA, suponha uma série de preços de um produto aleatório, oscilando em torno de duas semanas, num mercado hipotético, dados na tabela abaixo:

Tabela 4 – Preços do Produto

Dias da Semana	Preços
Segunda-Feira	R\$ 12,00
Terça-Feira	R\$ 12,50
Quarta-Feira	R\$ 11,90
Quinta-Feira	R\$ 12,10
Sexta-Feira	R\$ 12,60
Sábado	R\$ 11,90
Domingo	R\$ 11,50
Segunda-Feira	R\$ 12,20
Terça-Feira	R\$ 12,90
Quarta-Feira	R\$ 12,50
Quinta-Feira	R\$ 12,70
Sexta-Feira	R\$ 11,70
Sábado	R\$ 12,10
Domingo	R\$ 11,50

Fonte: Elaborada pela autora.

Para calcular a média móvel num período de  $n = 3$  dias, por exemplo, vamos tomar os três primeiros dias em que foram registrados os preços do produto em questão e usando a fórmula de MMA, temos:

$$\text{MMA}(3) = \frac{p_{3-2} + p_{3-1} + p_3}{3} = \frac{12,00 + 12,50 + 11,90}{3} = 12,13$$

Dessa forma, R\$ 12,13 é a média móvel da quarta-feira, o terceiro dia. Para calcular a média móvel da quinta-feira, o quarto dia, será desprezado o preço registrado no primeiro dia, a segunda-feira, utilizando os valores de terça-feira, de quarta-feira, de quinta-feira, isto é,

$$\text{MMA}(4) = \frac{p_{4-2} + p_{4-1} + p_4}{3} = \frac{12,50 + 11,90 + 12,10}{3} = 12,17.$$

Assim sucessivamente, obtemos todas as médias móveis calculadas até o último dia, como na Tabela 5.

Tabela 5 – Médias Móveis dos Preços do Produto

Dias da Semana	MMA
Segunda-Feira	–
Terça-Feira	–
Quarta-Feira	R\$ 12,13
Quinta-Feira	R\$ 12,17
Sexta-Feira	R\$ 12,20
Sábado	R\$ 12,20
Domingo	R\$ 12,00
Segunda-Feira	R\$ 11,87
Terça Feira	R\$ 12,20
Quarta Feira	R\$ 12,53
Quinta Feira	R\$ 12,70
Sexta-Feira	R\$ 12,30
Sábado	R\$ 12,17
Domingo	R\$ 11,77

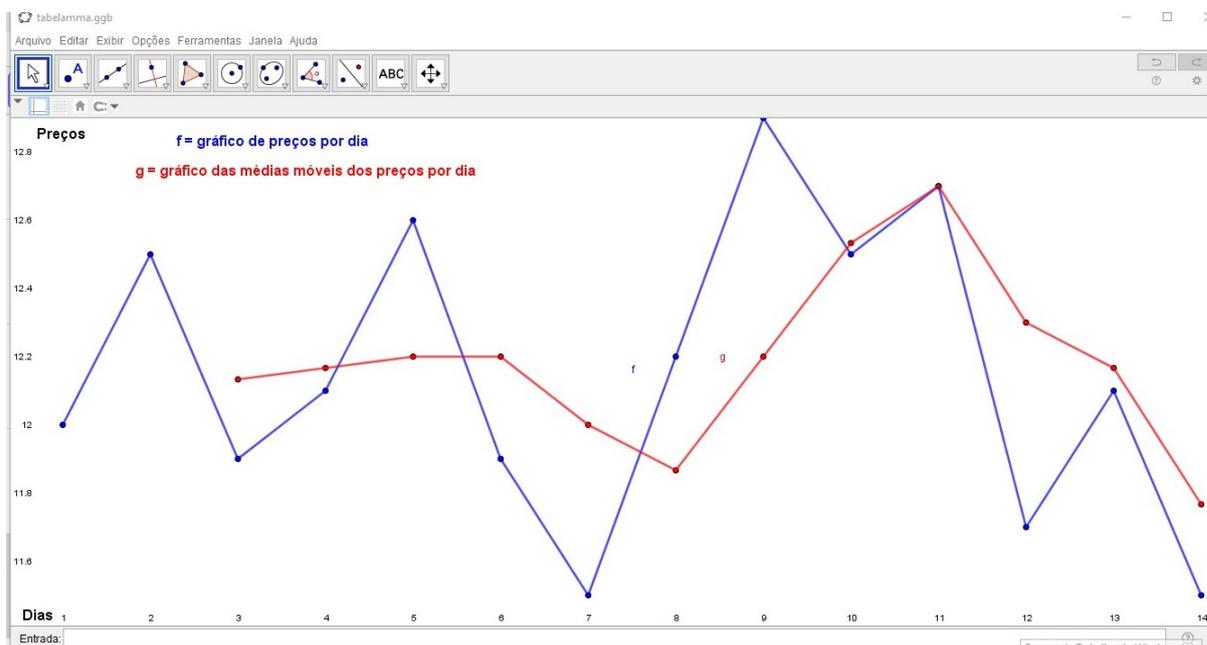
Fonte: Elaborada pela autora.

Os gráficos dos preços e as médias móveis dos 14 dias desse exemplo é apresentado na Figura 2. Neste caso, colocaremos o resultado no final do período  $n = 3$ , numerando os dias de 1 a 14, sendo o dia 1 a primeira segunda-feira até o dia 14 que é o último domingo de registro dos preços.

Esse tipo de indicador é muito usado no mercado de ações, pois ele retira os ruídos, suavizando as grandes oscilações de preços que podem ocorrer. Isso torna mais fácil o entendimento do comportamento do preço de um determinado ativo, eliminando as distorções.

Para analisar o avanço da COVID-19, a média móvel é um indicador eficiente, pois ajuda a reduzir distorções, como oscilações no ritmo das notificações. Nos finais de semana os registros relacionados à COVID-19 diminuem e aumentam nos dias seguintes, pois os laboratórios não costumam funcionar nos finais de semana. Foi para evitar que essas falhas nos registros diários confundissem a população, causando a falsa ideia de que há uma

Figura 2 – Gráfico da Média Móvel de Preços



Fonte: Elaborada pela autora.

queda (ou aumento) do número de casos, que se optou por divulgar os dados utilizando a média móvel num período de sete dias.

Durante a Pandemia, o [Consórcio de Veículos de Imprensa \(2022\)](#) passou a divulgar a média móvel de casos e de mortes por COVID-19 com o objetivo de mostrar a velocidade em que a doença avançou. Como o nome indica, a média é móvel porque o dado referente a um novo dia substitui o valor do dia mais antigo, mantendo sempre sete dias para efetuar o cálculo, por causa do represamento nos finais de semana, no caso da série dos casos de COVID-19.

A média móvel facilita a percepção de uma tendência, de alta ou de queda. Para avaliar a tendência de alta ou de queda é necessário calcular a variação percentual das médias móveis em um certo intervalo de tempo de 14 dias. Para a COVID-19, se essa variação for de até 15% considera-se uma estabilidade, se for acima de 15% positivos há tendência de crescimento e se essa variação for mais de 15% negativos há uma queda do número de casos. A indicação de avaliar as tendências em um intervalo de 14 dias se dá porque esse é o tempo médio de incubação da doença, de acordo com a OMS.

### 1.3 Atividade A

Diante a dificuldade da população em geral em compreender indicadores e expressões matemáticas usadas e difundidas pela mídia, durante a Pandemia de COVID-19, foi pensada essa atividade para auxiliar esse entendimento em sala de aula. O objetivo principal é

utilizar a fundamentação Matemática para conscientizar sobre a importância de seguir e respeitar os protocolos definidos pelas autoridades de saúde. Além disso, pretende-se que os alunos, ao final desta atividade, sejam capazes de:

- Coletar dados e organizá-los numa planilha;
- Exportar dados da planilha para o *software GeoGebra*;
- Construir gráficos através do *software GeoGebra*;
- Ler, comparar e interpretar informações da tabela e dos gráficos construídos;
- Compreender o conceito de Média Móvel.

## Coleta de Dados

Algumas plataformas disponibilizam dados atualizados sobre os números da COVID-19 no Brasil e no mundo, como por exemplo, ([Organização Mundial da Saúde, 2022](#)) e ([BRASIL. Ministério da Saúde, 2022](#)). Sugerimos neste trabalho a utilização dos dados fornecidos pela página da *internet* ([Brasil.io, 2022](#)). Neste, voluntários compilam diariamente boletins epidemiológicos das 27 Secretárias Estaduais de Saúde, disponibilizando dados de casos de infectados e óbitos confirmados de COVID-19 por município e, além disso, também disponibilizam outras bases de dados como a população dos municípios. A vantagem de se usar os dados disponibilizados em ([Brasil.io, 2022](#)) está em poder compilá-los em arquivo CSV e exportar da planilha do *Microsoft Excel* diretamente para a planilha do *GeoGebra*.

Ao acessar a página ([Brasil.io, 2022](#)), deve-se realizar o seguinte passo a passo:

**Etapa 1. Cadastro no ([Brasil.io, 2022](#)).** O professor deverá fazer o cadastro no sítio eletrônico e disponibilizar para os estudantes o *login* e senha. A página *web* para cadastro e coleta de dados é apresentado na Figura 3.

**Etapa 2. Coleta de Dados.** Clicar em “Dados Completos”. Na Figura 4, vemos como acessar dados completos.

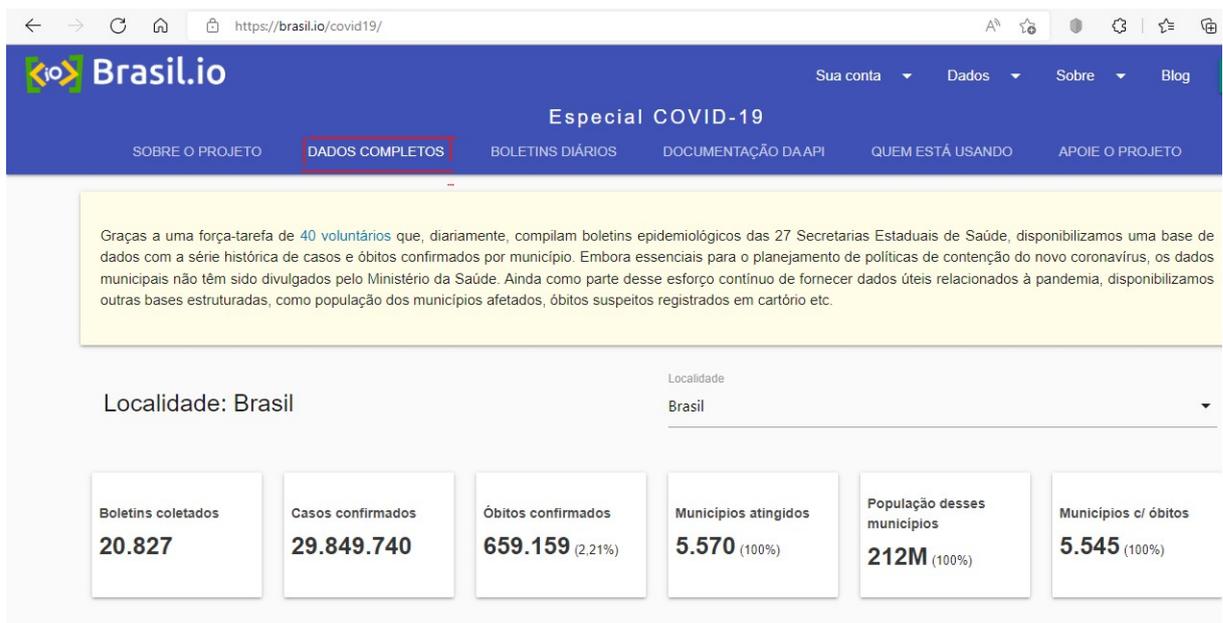
**Etapa 3. Filtrando os dados.** Como sugestão, os alunos devem escolher em “Filtros” o estado da Bahia e o Município de Camaçari, cidade onde residem, e posteriormente clicar em “Filtrar”. Os dados mais divulgados pela imprensa normalmente focam nas ocorrências referentes aos países, estado ou capital do estado, o objetivo aqui é conhecer a realidade local. A Figura 5 exhibe como filtrar dados da cidade de Camaçari.

Figura 3 – Coleta dos Dados



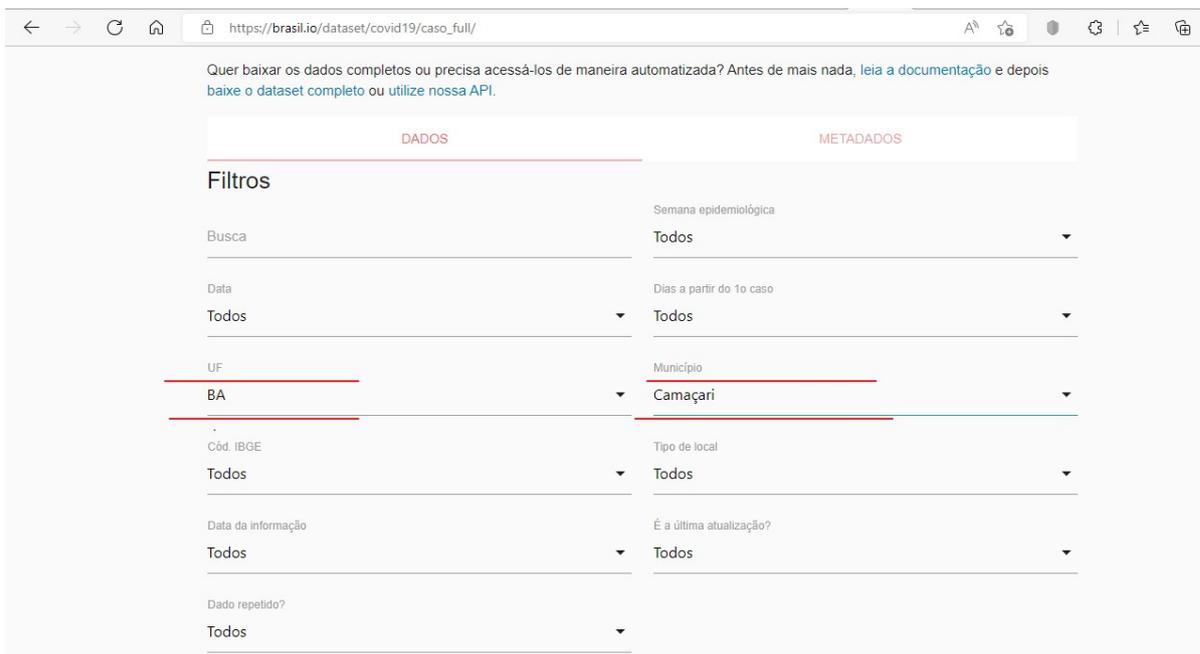
Fonte: Brasil.io (2022)

Figura 4 – Link para Coleta dos Dados em Destaque



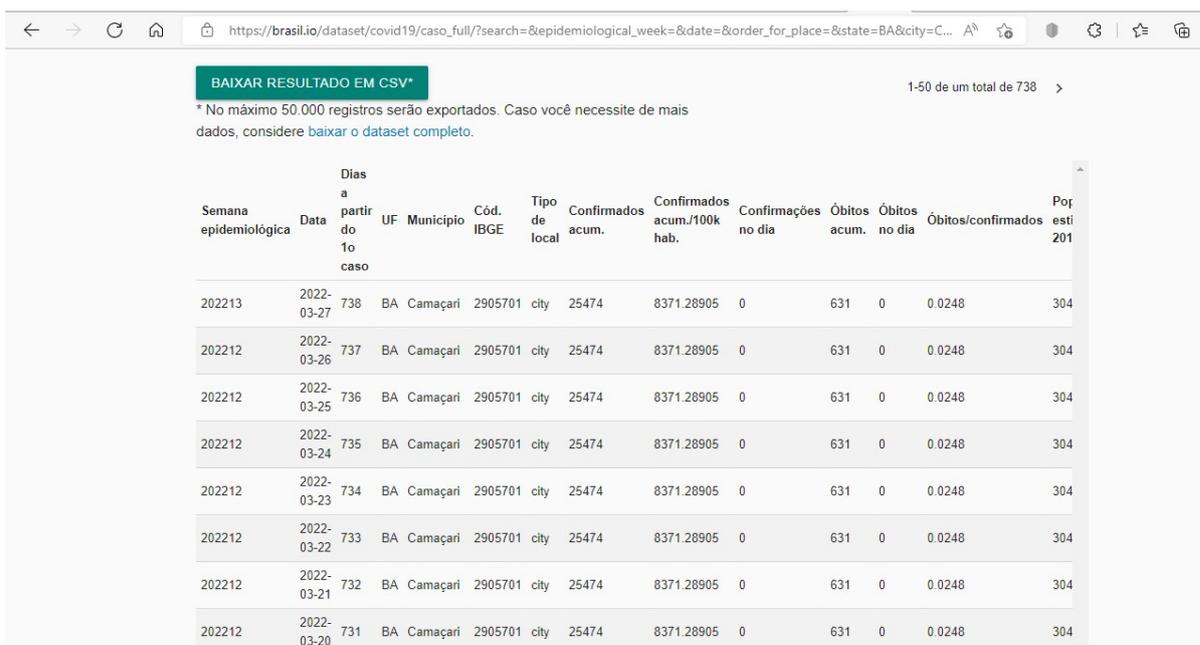
Fonte: Brasil.io (2022)

Figura 5 – Escolha do Estado e Município



Fonte: [Brasil.io](https://brasil.io) (2022)

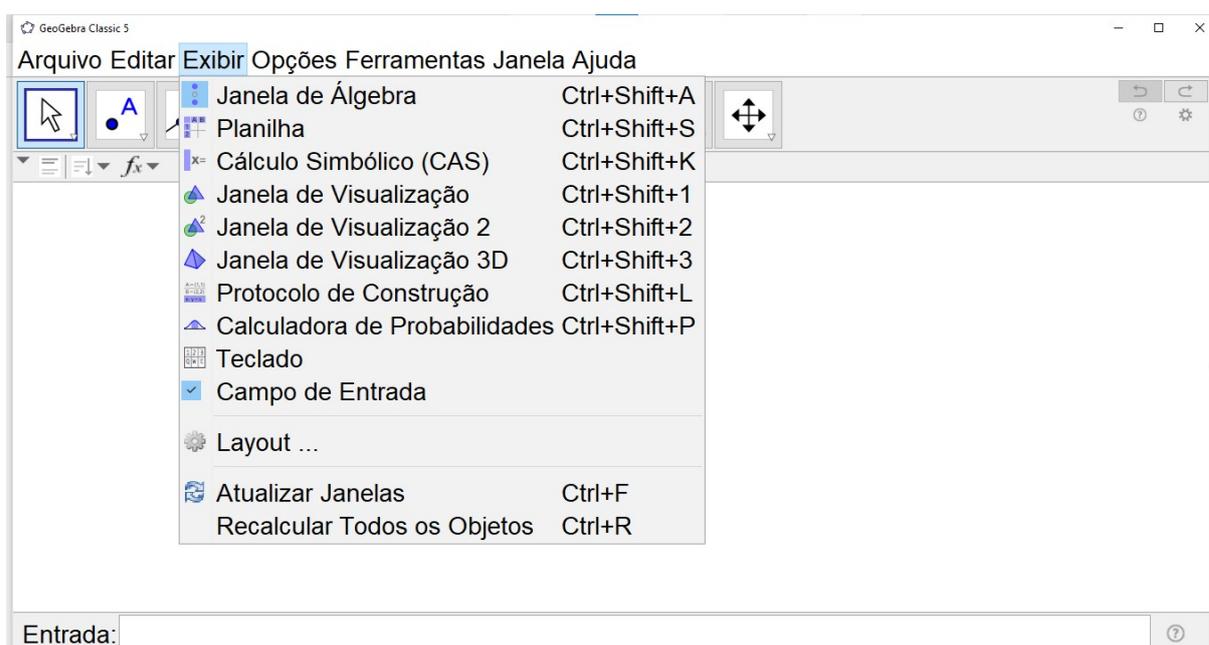
Figura 6 – Baixar Dados em .CSV



Fonte: [Brasil.io](https://brasil.io) (2022)

**Etapa 4. Baixar arquivo em .CSV.** Após filtrar os dados, deve-se clicar em “Baixar Resultado em CSV”. O arquivo aparecerá no *Microsoft Excel*, podendo ser salvo nesse *software* para depois copiá-lo para o *GeoGebra*, ver Figura 6.

**Etapa 5. Utilizando a planilha do *GeoGebra*.** Ao abrir o aplicativo do *GeoGebra*, que já deve estar instalado, devem-se selecionar em “Exibir”, a opção “Planilha”, como na Figura 7.

Figura 7 – Planilha do *GeoGebra*

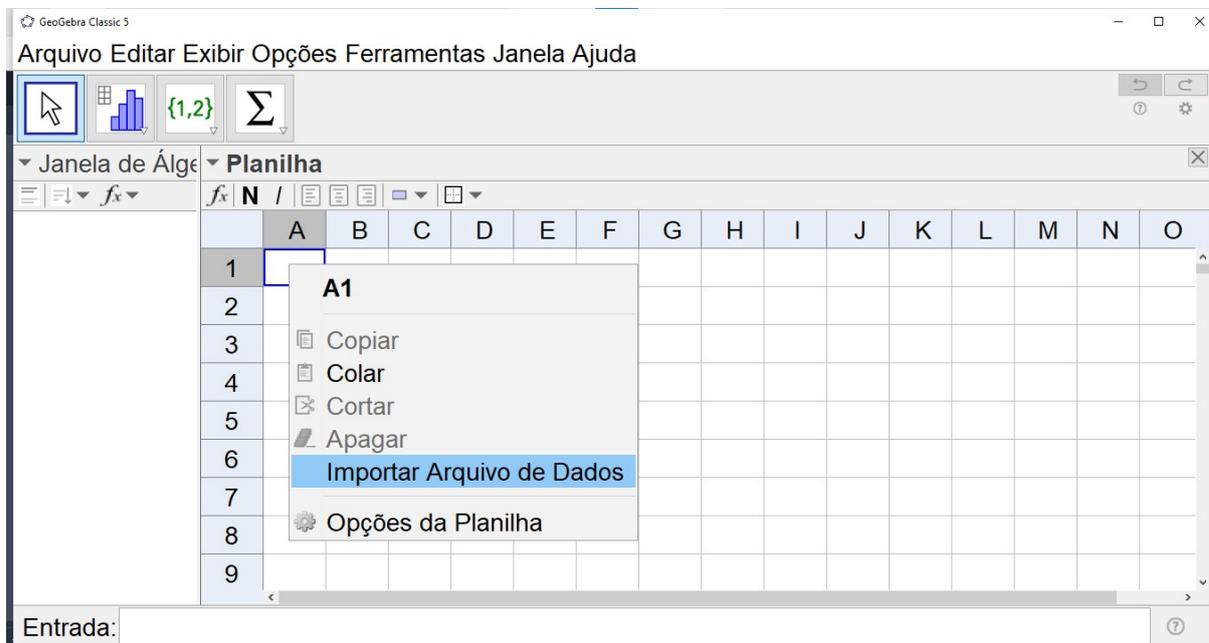
Fonte: Elaborada pela autora.

*Observação.* É importante ressaltar que a sugestão de usar o aplicativo do *GeoGebra* deve-se ao fato de este ter melhor desempenho mesmo que a rede de *internet* disponível não tenha boa qualidade. Caso este não seja o caso, pode ser também utilizado a versão do *GeoGebra* via navegador de *internet*.

**Etapa 6. Importando os dados para o *GeoGebra*.** Na primeira linha e primeira coluna, com o botão direito do mouse, seleciona-se “Importar Arquivo de Dados”. Basta procurar na janela que aparece na tela, o arquivo que foi salvo em *Microsoft Excel* e importar para a planilha do *GeoGebra*, como mostra a Figura 8 e 9.

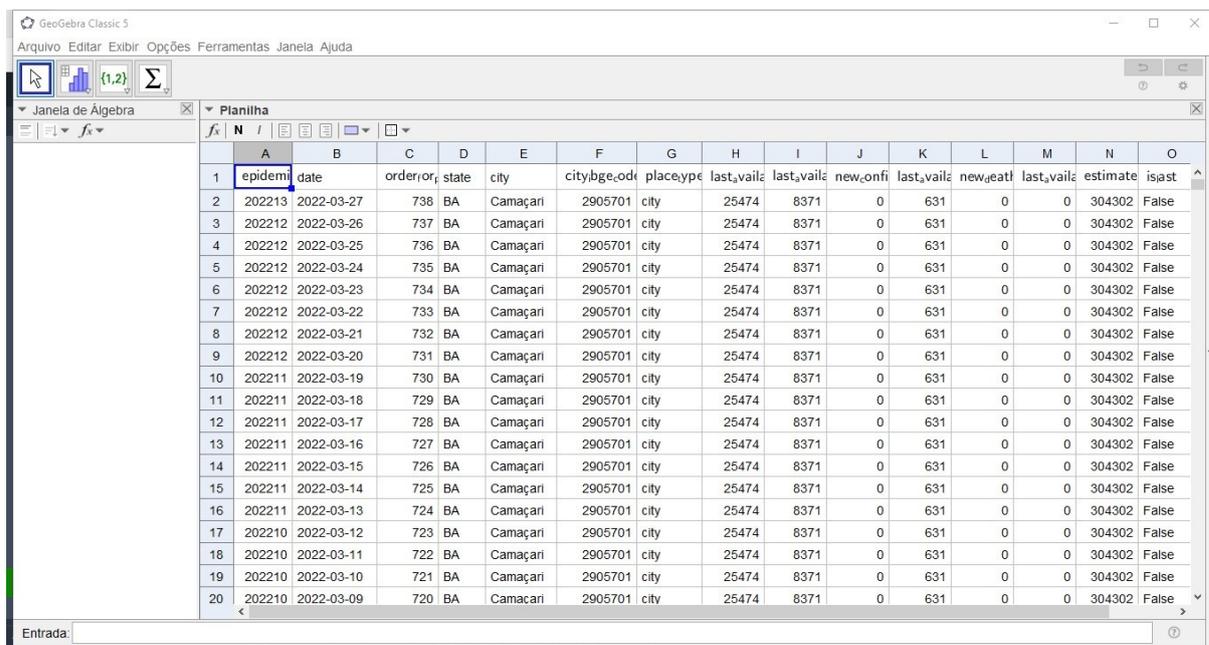
*Observação.* Se for utilizado a versão do *GeoGebra* via navegador de *internet*, não há a opção "importar dados". Neste caso o aluno pode copiar a planilha do *Microsoft Excel* e colar na planilha do *GeoGebra*.

Figura 8 – Planilha do GeoGebra



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 9 – Planilha do GeoGebra com os dados que foram importados



Fonte: Elaborada pela autora.

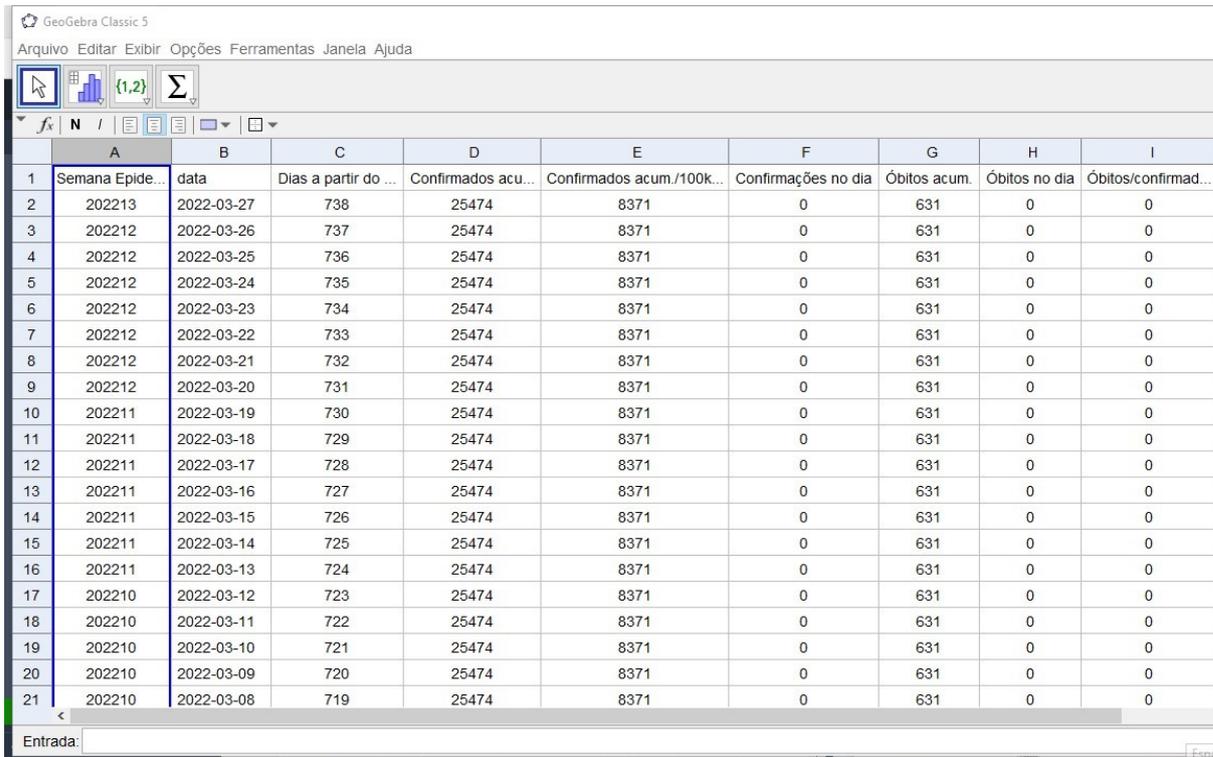
Os nomes das colunas aparecem todos em inglês, quando a tabela é importada para o *GeoGebra*, ver Figura 9. A sugestão é que o professor oriente seus alunos, os quais não tem domínio da língua inglesa, a copiar do sítio eletrônico de onde foi importado os dados os nomes das colunas que estão escritos em português, para facilitar o uso dos dados durante a atividade.

As colunas da Figura 9, estão agrupadas da seguinte maneira:

Coluna A:	Semana Epidemiológica
Coluna B:	Data
Coluna C:	Dias a partir do primeiro caso
Coluna D:	UF (Unidade Federativa)
Coluna E:	Município
Coluna F:	Código IBGE
Coluna G:	Tipo de local
Coluna H:	Agrupados Acumulados
Coluna I:	Confirmados acumulados / 100k habitantes
Coluna J:	Confirmações no dia
Coluna K:	Óbitos acumulados
Coluna L:	Óbitos no dia
Coluna M:	Óbitos / confirmados
Coluna N:	População estimada 2019
Coluna O:	É a última atualização?
Coluna P:	Dado repetido?

Por outro lado, algumas dessas colunas não serão utilizadas. Portanto, a fim de simplificar o uso da planilha, é sugerido excluir as colunas *D*, *E*, *F*, *O* e *P*. Após isso, as colunas que restaram passam a ser organizadas da seguinte forma, como mostra a Figura 10.

Coluna A:	Semana Epidemiológica
Coluna B:	Data
Coluna C:	Dias a partir do primeiro caso
Coluna D:	Confirmados acumulados
Coluna E:	Confirmados acumulados / 100k habitantes
Coluna F:	Confirmações no dia
Coluna G:	Óbitos acumulados
Coluna H:	Óbitos no dia
Coluna I:	Óbitos / confirmados

Figura 10 – Planilha do *GeoGebra* com as colunas que serão utilizadas


	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Semana Epide...	data	Dias a partir do ...	Confirmados acu...	Confirmados acum./100k...	Confirmações no dia	Óbitos acum.	Óbitos no dia	Óbitos/confirmad...
2	202213	2022-03-27	738	25474	8371	0	631	0	0
3	202212	2022-03-26	737	25474	8371	0	631	0	0
4	202212	2022-03-25	736	25474	8371	0	631	0	0
5	202212	2022-03-24	735	25474	8371	0	631	0	0
6	202212	2022-03-23	734	25474	8371	0	631	0	0
7	202212	2022-03-22	733	25474	8371	0	631	0	0
8	202212	2022-03-21	732	25474	8371	0	631	0	0
9	202212	2022-03-20	731	25474	8371	0	631	0	0
10	202211	2022-03-19	730	25474	8371	0	631	0	0
11	202211	2022-03-18	729	25474	8371	0	631	0	0
12	202211	2022-03-17	728	25474	8371	0	631	0	0
13	202211	2022-03-16	727	25474	8371	0	631	0	0
14	202211	2022-03-15	726	25474	8371	0	631	0	0
15	202211	2022-03-14	725	25474	8371	0	631	0	0
16	202211	2022-03-13	724	25474	8371	0	631	0	0
17	202210	2022-03-12	723	25474	8371	0	631	0	0
18	202210	2022-03-11	722	25474	8371	0	631	0	0
19	202210	2022-03-10	721	25474	8371	0	631	0	0
20	202210	2022-03-09	720	25474	8371	0	631	0	0
21	202210	2022-03-08	719	25474	8371	0	631	0	0

Fonte: Elaborada pela autora.

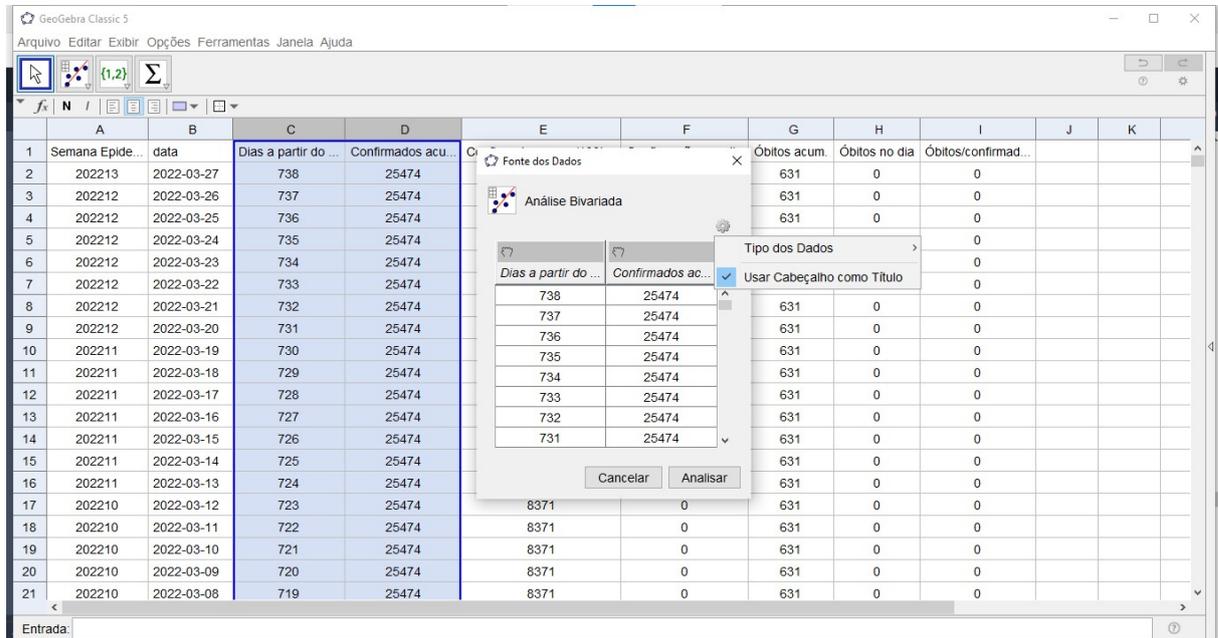
## Construção do Gráfico de Casos Acumulados

O primeiro gráfico a ser construído é o gráfico de casos de infectados confirmados acumulados de acordo com os dias, a partir do primeiro caso registrado, seguindo os passos:

**Etapa 1. Selecionando os dados.** Escolha as colunas *C* e *D* referentes, respectivamente, aos dias a partir do primeiro caso e casos confirmados acumulados. À princípio, os alunos devem selecionar essas duas colunas ao mesmo tempo e clicar na Ferramenta “Análise Bivariada”. É possível usar o cabeçalho como título, selecionando esta opção na janela de análise bivariada, ver Figura 11.

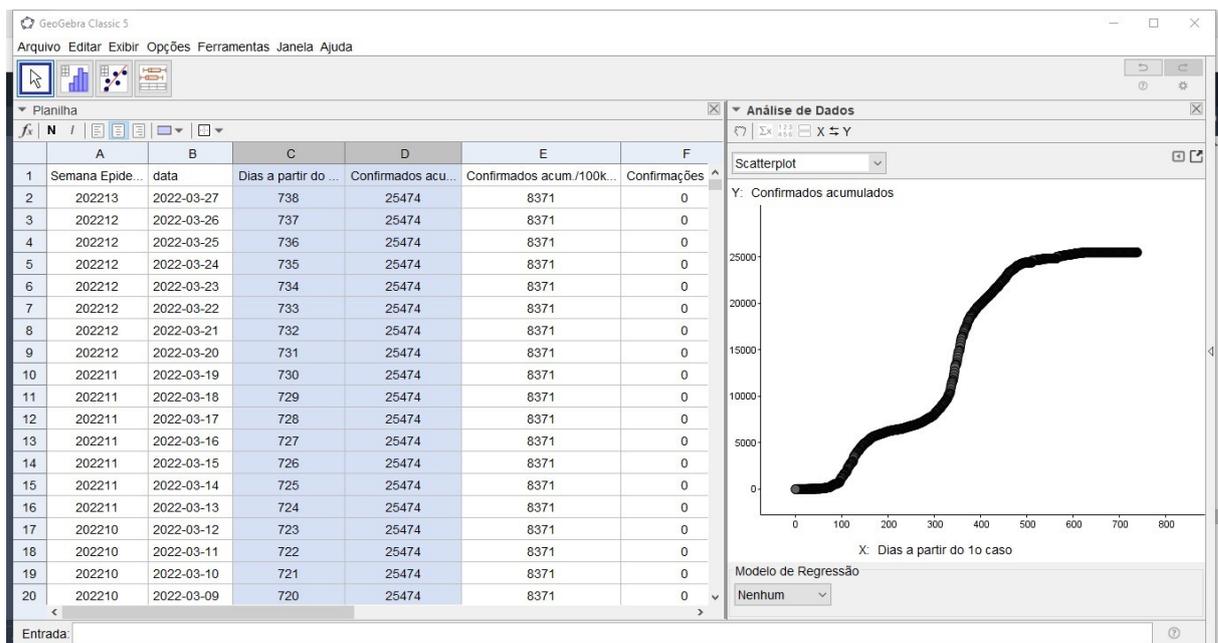
**Etapa 2. Gerando o gráfico.** As colunas anteriores fornecem as variáveis: dias a partir do primeiro caso  $\times$  número de infectados acumulados. Basta assim clicar em “Analisar” na janela e logo aparecerá a nova janela “Análise de Dados”, com o gráfico solicitado, como na Figura 12.

Figura 11 – Análise Bivariada no GeoGebra



Fonte: Elaborada pela autora.

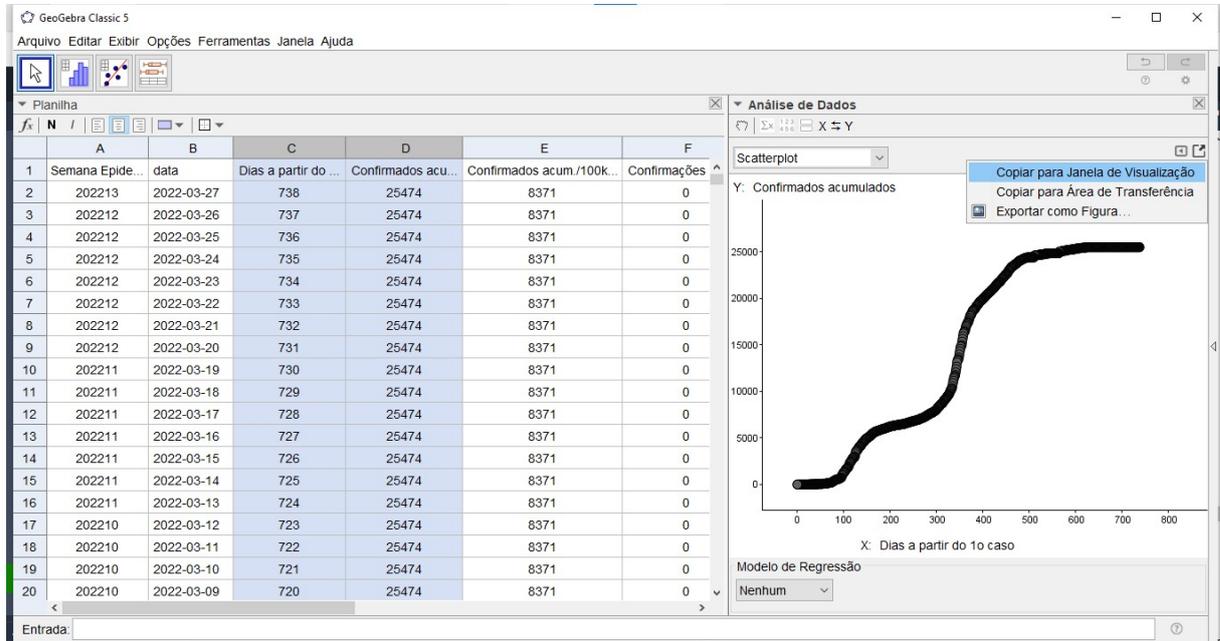
Figura 12 – Gráfico da Análise Bivariada



Fonte: Elaborada pela autora.

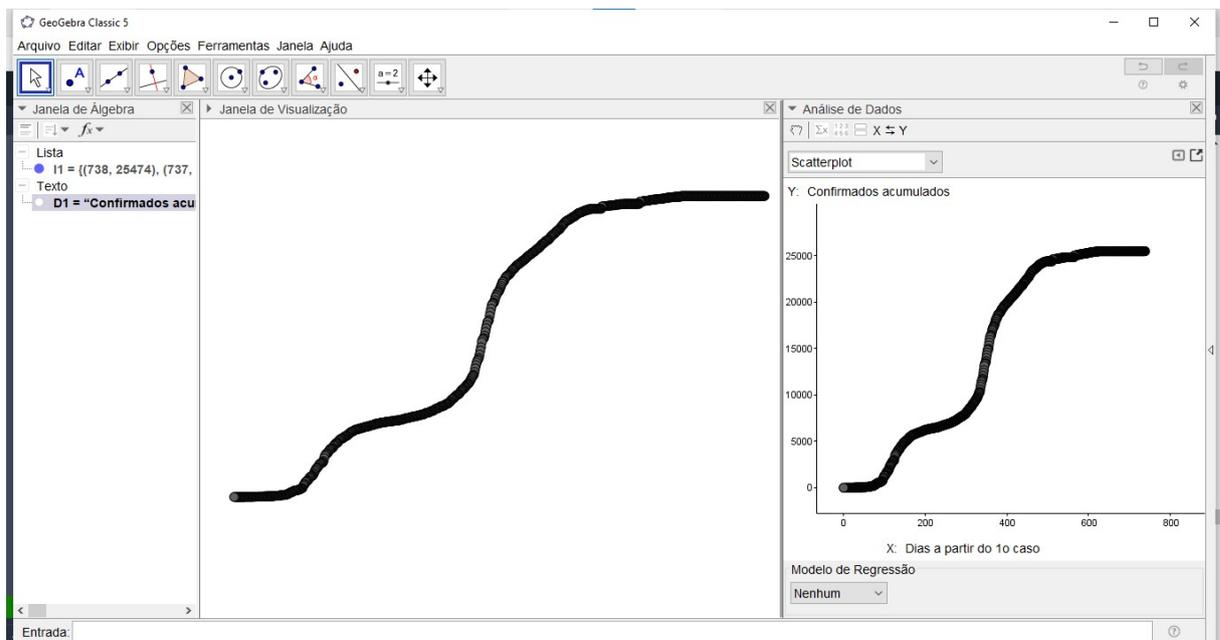
**Etapa 3. Transferir e editar o gráfico.** Seleccionando a opção “Copiar para Janela de Visualização”, como mostra a Figura 13, e o gráfico surge na janela, ver Figura 14.

Figura 13 – Gráfico da Análise Bivariada



Fonte: Elaborada pela autora.

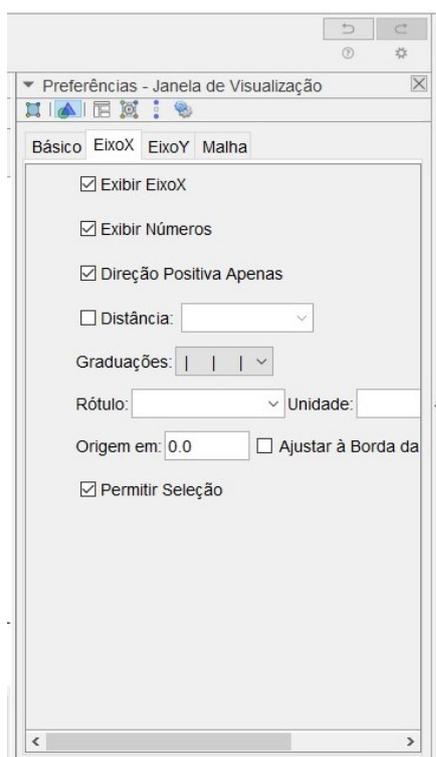
Figura 14 – Janela de Visualização × Análise Bivariada



Fonte: Elaborada pela autora.

Faz-se necessário selecionar em “Exibir”, a “Janela de Visualização” e a “Janela de Álgebra” para poder editar. Os eixos podem ser editados para exibir apenas os sentidos positivos, clicando com o botão direito do mouse, seleciona-se “Propriedades”, em seguida, “Preferências -> Janela de Visualização” e marca em “Eixo X” e “Eixo Y”, direção positiva apenas, como está sinalizado na Figura 15.

Figura 15 – Configuração dos Eixos X e Y

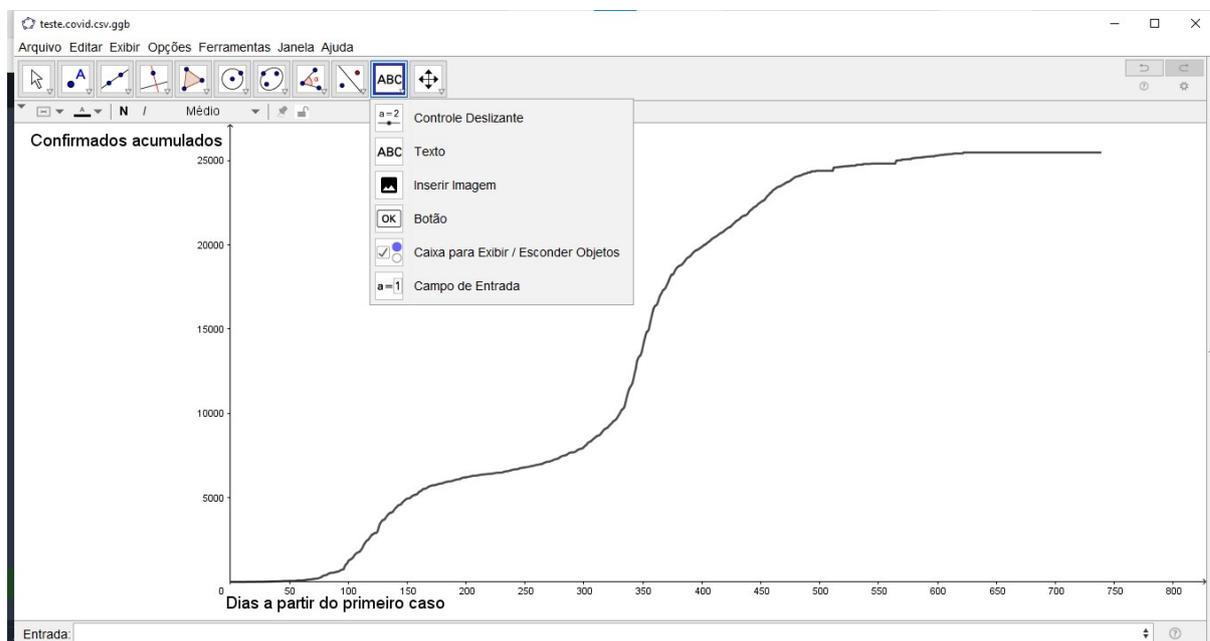


Fonte: Elaborada pela autora.

Em “Janela de Álgebra”, deve-se digitar o comando “Caminho Poligonal (l1)” e, em seguida, desmarcar a lista de pontos l1 que aparece na “Janela de Álgebra”. Neste momento já pode ser orientado aos alunos fechar as janelas “Análise de Dados” e “Planilha”.

É possível também alterar a cor do caminho poligonal, clicando com o botão direito do mouse em cima da linha, escolher “Propriedades”, em seguida, selecionar uma cor. Na ferramenta “Texto” pode-se nomear os eixos, como apareceu na janela “Análise de Dados”: o eixo X como “Dias após o Primeiro Caso” e o eixo Y, “Confirmados Acumulados”, como pode ser visto na Figura 16

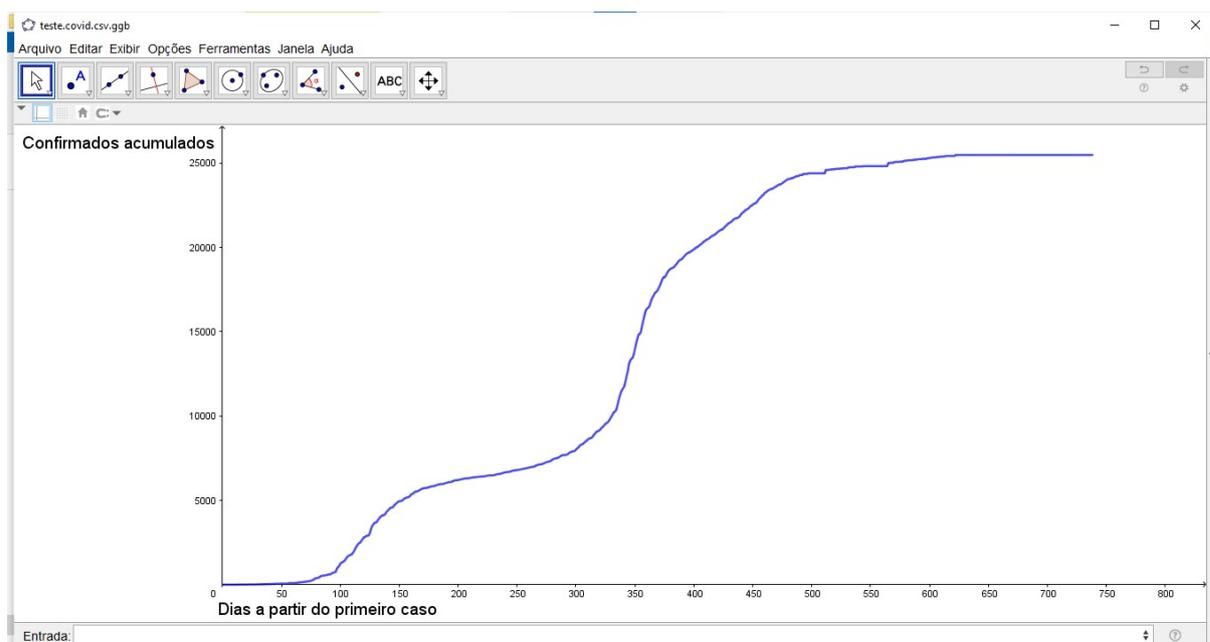
Figura 16 – Identificação dos Eixos X e Y



Fonte: Elaborada pela autora.

Depois das edições, o gráfico deve ser visualizado como na Figura 17.

Figura 17 – Gráfico de Infectados Acumulados



Fonte: Elaborada pela autora.

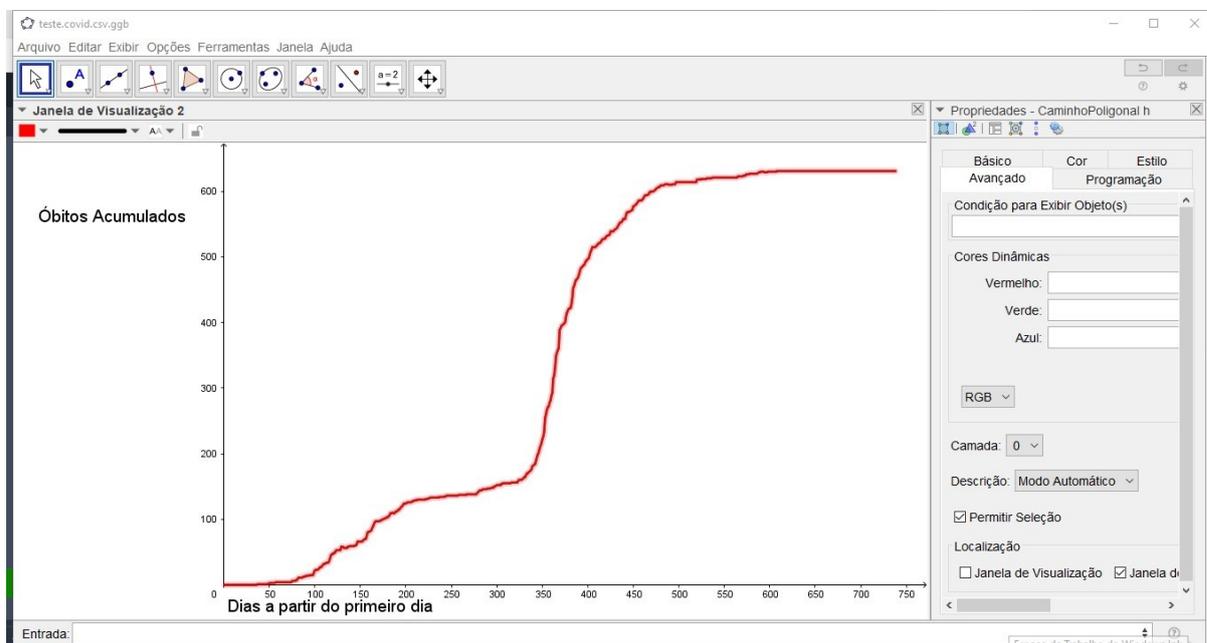
## Construção do Gráfico de Óbitos Acumulados

O segundo gráfico a ser gerado pelos estudantes é o gráfico que relaciona as variáveis: dias a partir do primeiro caso  $\times$  número de óbitos acumulados. Basta voltar à planilha do *GeoGebra*, selecionar as colunas *C* e *G* e depois a Ferramenta “Análise Bivariada”. Os estudantes devem repetir todas as etapas descritas na construção do primeiro gráfico.

Após a construção do caminho poligonal, deve-se clicar em cima da linha, com o botão direito do mouse, e selecionar “Propriedades”. Depois clicar em “Avançado”, para fazer a exibição do gráfico na “Janela de Visualização 2”, como visto nas Figuras 18 e 19.

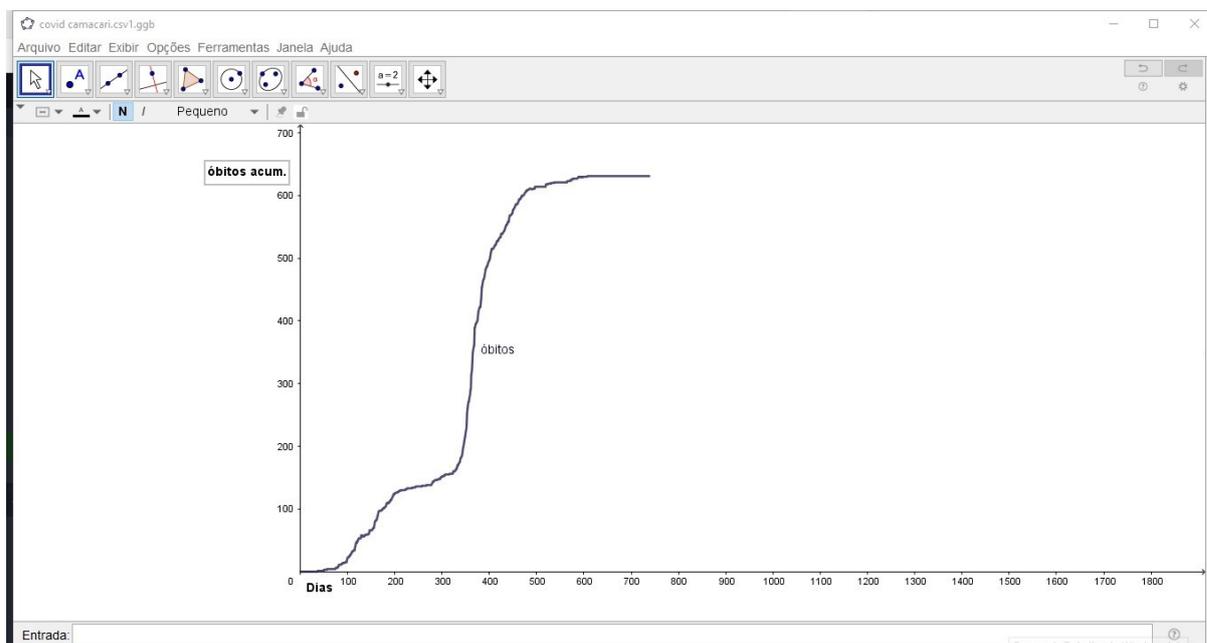
Os gráficos de casos e óbitos acumulados representam o somatório dessas variáveis, desde o dia do registro do primeiro caso, até o último dia da análise dos dados. Quando se observa que esse somatório se estabiliza ou cresce mais lentamente, este comportamento aparece também no gráfico, com a curva menos íngreme, o que significa que a propagação do vírus está diminuindo.

Figura 18 – Janela de Visualização  $\times$  Análise Bivariada



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 19 – Gráfico de Óbitos Acumulados



Fonte: Elaborada pela autora.

## Avaliação da Aprendizagem A1

Após essas construções dos gráficos de casos e óbitos acumulados, é sugerido que alguns questionamentos sejam feitos aos estudantes:

**Questão 1.** Ao construir o gráfico de infectados acumulados, após quantos dias é possível observar um comportamento de estabilização da Pandemia?

**Questão 2.** Qual a quantidade de infectados registrada quando o gráfico de infectados acumulados atinge estabilidade?

**Questão 3.** Supondo que o número total de infectados represente indivíduos que foram infectados apenas uma vez pelo Coronavírus, quantos por cento da população local esse valor representa? Considere que a população total da cidade de Camaçari é de 304302 habitantes, de acordo com a página da *internet* de onde foram compilados os dados.

**Questão 4.** Analisando o gráfico de óbitos acumulados, após quanto tempo, a partir do primeiro caso, ocorre estabilidade?

**Questão 5.** Qual o total de óbitos registrados, na cidade de Camaçari, até o último dia de coleta dos dados?

**Questão 6.** O termo “taxa de mortalidade” é utilizado para analisar o impacto de uma doença em uma determinada população. Pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{taxa de mortalidade} = \frac{\text{número de pessoas que morrem por uma causa específica}}{\text{número total de pessoas na população}}.$$

Calcule a taxa de mortalidade de COVID-19 em Camaçari.

**Questão 7.** Taxa de letalidade é a taxa que avalia o número de mortes em relação às pessoas que apresentam a doença ativa, ou seja, mede a porcentagem de pessoas infectadas que evoluem para óbito. Calcule a taxa de letalidade do COVID-19, na cidade de Camaçari, referente a última data dos dados coletados?

## Metodologia da Atividade A1

O professor deve propor aos alunos as construções dos gráficos de infecções e óbitos acumulados. Durante a análise dos gráficos, para que o conhecimento seja absorvido por todos os estudantes, o professor deve orientar e fazer mediações no momento em que os alunos estiverem compartilhando seus conhecimentos, uns com os outros, durante da atividade.

Após as construções, os alunos devem perceber as diferenças existentes no comportamento da curva, em momentos de rápido crescimento e em períodos de crescimento mais lento dos casos. É importante que fique claro para os alunos, que esses gráficos representam o somatório das variáveis e que quando se observa que esse somatório se estabiliza ou cresce mais lentamente, este comportamento se reflete também no gráfico.

## Construção dos Gráficos de Casos e Óbitos Diários

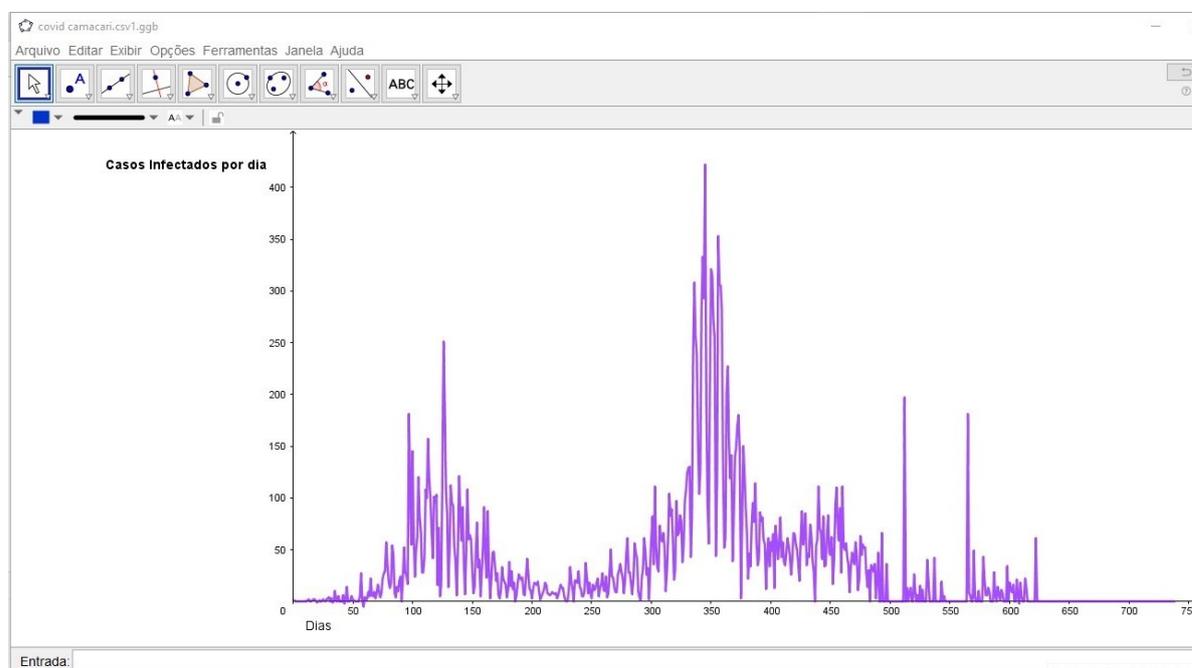
Comparando-se os gráficos de casos e de mortes acumulados pode-se perceber uma semelhança no comportamento dos dois. Esses gráficos acumulados não são capazes de detectar tendências. Para este tipo de análise, o ideal é obter o gráfico de registros diários. Como as contagens diárias são voláteis, usa-se médias móveis para suavizar os dados e obter as tendências.

Em um segundo momento da atividade, deve-se pedir aos alunos para construir os gráficos de registros diários de infectados e de óbitos. Para construir esses gráficos os estudantes devem proceder de forma análoga ao que foi feito na primeira etapa da atividade, onde foram construídos os gráficos de casos e óbitos acumulados. Para isso, devem iniciar buscando na planilha quais colunas devem selecionar para obter cada um dos gráficos.

Os gráficos de casos e de óbitos diários registrados devem ser visualizados como nas Figuras 20 e 21, respectivamente. Ao analisar esses dois gráficos os estudantes podem

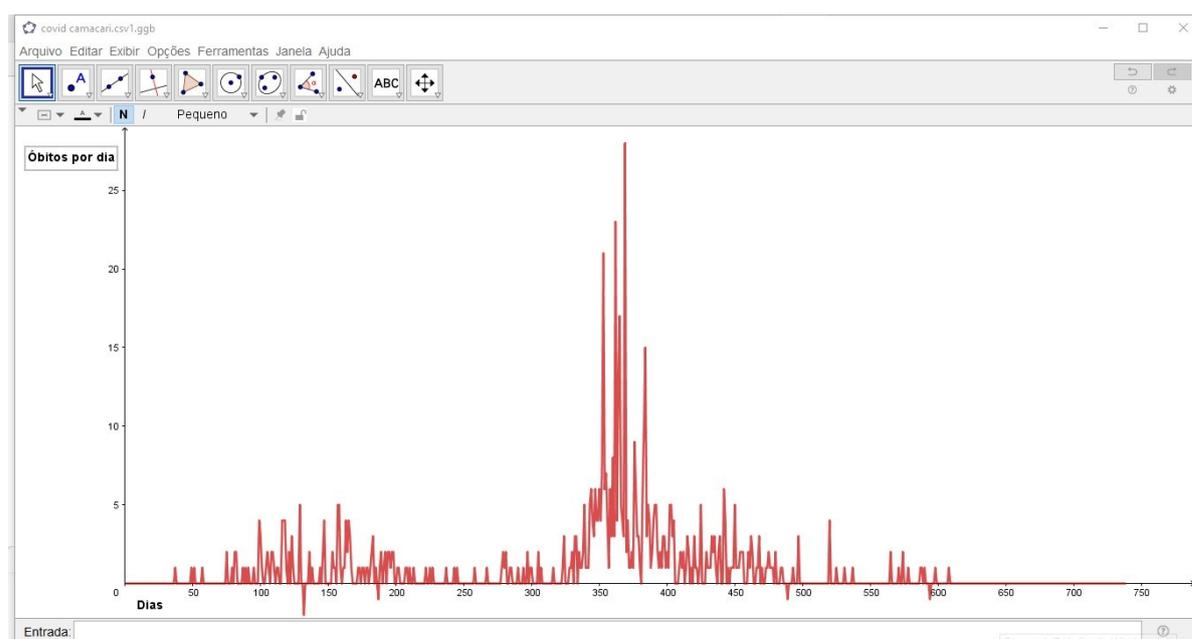
observar os períodos onde houve maior incidência de registros, comparar os períodos de aumento e queda nos dois gráficos.

Figura 20 – Gráfico do Número de Infectados por Dia



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 21 – Gráfico do Número de Óbitos por Dia



Fonte: Elaborada pela autora.

## Avaliação da Aprendizagem A2

Após as construções desses gráficos algumas perguntas devem ser feitas pelo professor à turma:

**Questão 1.** De acordo com os gráficos construídos, em quais períodos foram registrados a maior quantidade de indivíduos infectados? E de óbitos?

**Questão 2.** Uma pesquisa coordenada pelo Grupo de Pesquisas em Epidemiologia e Avaliação em Saúde (GPEAS), ligado ao Programa de Pós-graduação em Saúde Pública da Faculdade de Medicina da UFMG, demonstrou ter existido sub notificação de registro de óbitos em 2020. Os pesquisadores avaliaram que o número de óbitos pela doença no Brasil em 2020 está subestimado em pelo menos 18%, de acordo com (BOCCHINI, 2022). Levando essa porcentagem em consideração, faça uma estimativa para o número de óbitos de sua cidade no dia 01/10/2020.

**Questão 3.** Ainda considerando que em 2020 os óbitos foram sub notificados em 18% qual seria o número de óbitos mais próximo da realidade durante este ano?

## Metodologia da Atividade A2

Após as construções e análise dos gráficos de infecções e óbitos diários, o professor deve fazer mediações no momento em que os estudantes estiverem respondendo a atividade. Os alunos devem perceber as diferenças existentes no comportamento das curvas dos gráficos de casos e óbitos diários e dos gráficos dos casos e óbitos acumulados, obtidos da atividade anterior. Devem perceber também, nos gráficos construídos, os momentos em que houve picos de infecções e óbitos e onde se observa queda dos registros.

É importante que fique claro para os alunos, que esses gráficos representam o registro diário das variáveis e que pode haver represamento desses registros em alguns dias, refletindo no gráfico.

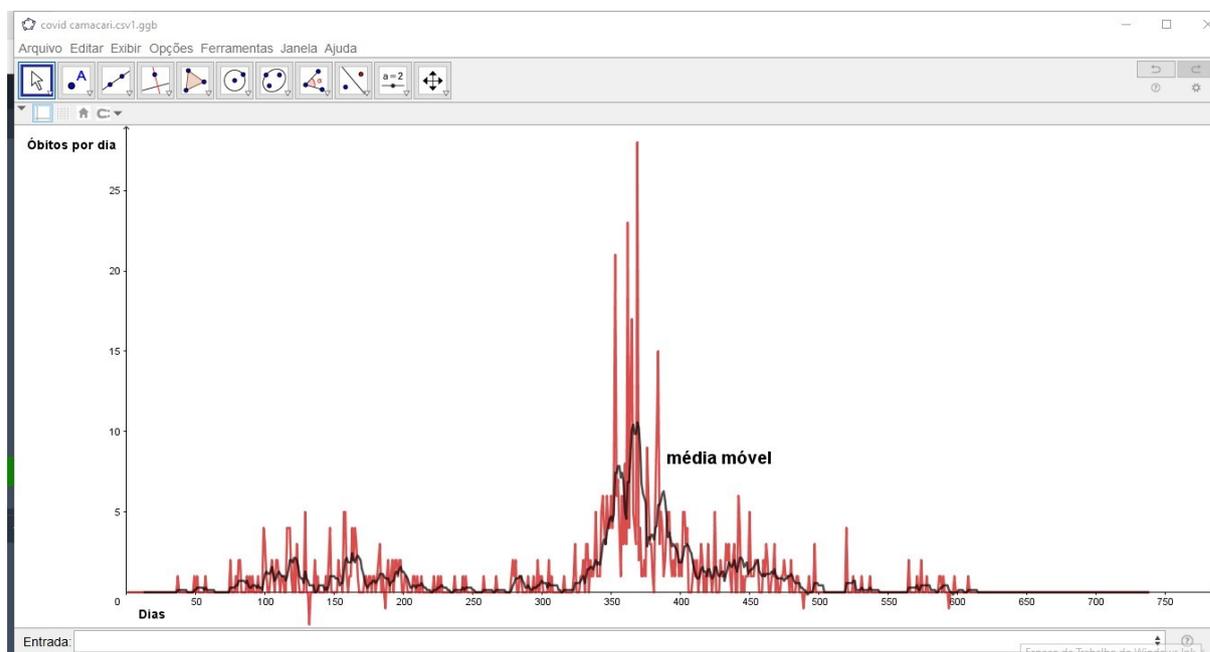
## Construção dos Gráficos das Médias Móveis de Casos e de Óbitos

A fim de se obter uma curva mais suave e tornar possível a análise de tendências, pede-se para construir os gráficos da média móvel de casos e de óbitos para um período de  $n = 7$  dias. Para se construir tais gráficos é necessário acrescentar à planilha colunas referente à média móvel de casos e de óbitos.

Adicionando na coluna  $J$  como o registro das médias móveis de óbitos, deve-se digitar na linha 8, a fórmula:  $= \text{média}(H2 : H8)$ , uma vez que a coluna  $H$  possui os registros dos óbitos diários. Arrastando até a última linha da tabela, nesta coluna, obtêm-se

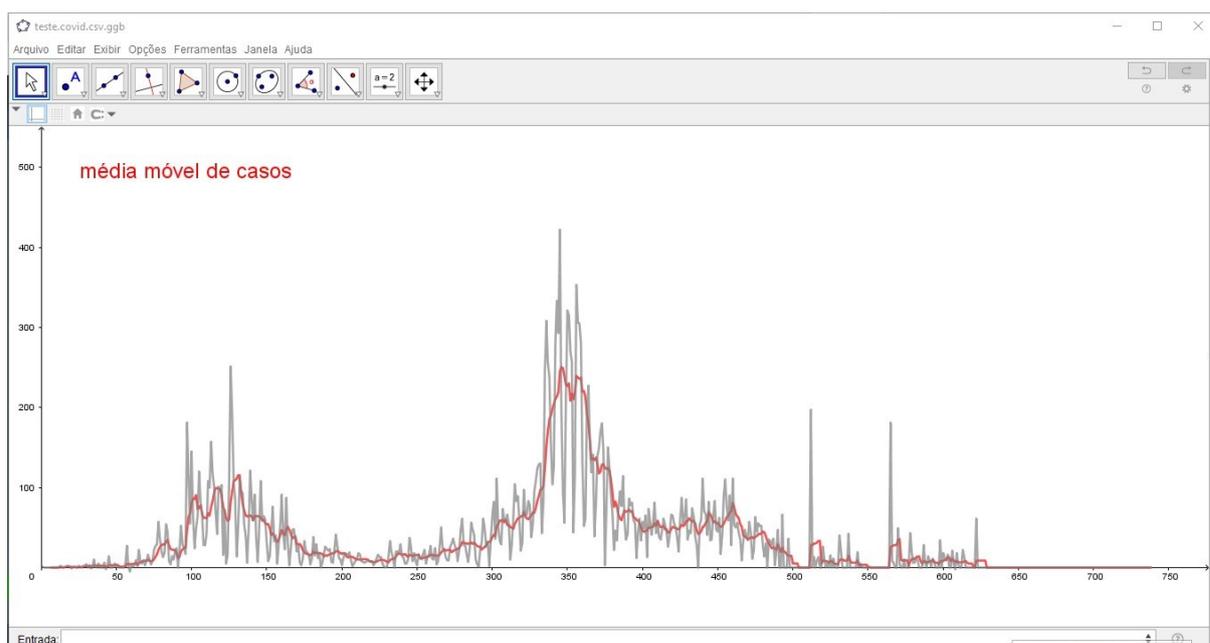
as médias móveis até o último dia dos dados compilados. É importante ressaltar que a média calculada é de um período de sete dias, por isso toma-se os valores  $H_2, \dots, H_8$ . O gráfico da média móvel de óbitos é apresentado na Figura 22.

Figura 22 – Gráfico da Média Móvel de Óbitos



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 23 – Gráfico da Média Móvel de Casos



Fonte: Elaborada pela autora.

Para o registro das médias móveis dos casos diários registrados, deve-se proceder da mesma maneira, acrescentando a coluna  $K$ , e na linha 8, a fórmula = média( $F2 : F8$ ). O gráfico da média móvel de casos é apresentado na Figura 23.

### Avaliação da Aprendizagem A3

Ao final desta Avaliação de Aprendizagem o professor deve observar as respostas dadas pelos alunos e analisar se todos alcançaram o conhecimento desejado.

**Questão 1.** Comparando a média móvel de casos (ver coluna  $K$  da planilha) do dia 06/07/2021 com o dia 21/07/2021, é possível observar tendência de alta, estabilidade ou queda?

**Questão 2.** Em 28/02/2021 se observa um número elevado na média móvel dos casos de infectados, ao comparar com duas semanas anteriores a esta data. Pode-se afirmar que houve alta das infecções registradas?

**Questão 3.** Ainda de acordo com os dados registrados em 28/02/2021, a média móvel dos óbitos registrados, apresenta a mesma tendência da média móvel de infectados, se comparada com duas semanas anteriores?

### Metodologia da Atividade A3

Após as construções e análise dos gráficos, os alunos devem perceber importância da utilização da média móvel para suavizar os ruídos existentes devido ao represamento de dados. É importante que fique claro para os alunos, sob a orientação o professor, onde as expressões como “pico” ou “achatamento da curva”, muito utilizadas pela mídia, podem ser identificados nas construções que foram feitas.

## 2 Variantes

Durante a Atividade A, foi possível observar o crescimento e decréscimo das curvas de casos e de óbitos (diário, acumulados e médias móveis) por COVID-19. O aparecimento de algumas variantes podem explicar os aumentos de casos refletidos nos gráficos. Neste capítulo, veremos como as ondas de contágio podem estar relacionadas à evolução das variantes, que apresentam mutações capazes de infectar hospedeiros com mais facilidade.

É da natureza dos vírus sofrerem mutações, a fim de evoluírem para ter um maior poder de transmissibilidade e escaparem da imunidade. De acordo com [Lisboa \(2022\)](#), o integrante do Observatório COVID-19 da Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), Raphael Guimarães, afirma que:

Ao se multiplicar, qualquer vírus pode evoluir para uma versão mais eficiente de si mesmo, infectando hospedeiros com mais facilidade. Quando a mutação dá ao vírus um poder de transmissão consideravelmente maior que sua versão anterior, nasce uma variante de preocupação.

O surgimento de algumas variantes do SARS-COV-2 causou muita preocupação para autoridades de saúde em diversos países do mundo. Algumas variantes apresentaram maior transmissibilidade, tornando-se dominantes muito rapidamente, em regiões onde houve maior circulação do vírus.

De acordo com [Michelon \(2021, p. 109\)](#),

As mutações são eventos naturais da replicação viral, sendo muito mais frequentes em vírus de genoma RNA. A maior parte das mutações é neutra, ou seja, não fornece qualquer vantagem ou desvantagem para o vírus. Entretanto, um pequeno número de mutações pode conferir novas propriedades químicas às proteínas virais, resultando em mudanças na forma como o vírus se comporta nas infecções.

O SARS-CoV-2 é um vírus de genoma RNA e apresenta quatro proteínas principais: a glicoproteína de superfície (*spike* -  $S$ ), a proteína do envelope ( $E$ ), a proteína da matriz ( $M$ ) e a proteína do nucleocapsídeo ( $N$ ). As mutações na proteína  $S$  demonstram apresentar, além de maior poder de transmissão, resistência a anticorpos, produzidos por vacinas ou infecções prévias, causando maior número de reinfecções.

É impossível impedir a replicação e conseqüente mutação do vírus, mas há a possibilidade de dificultar esse processo, tentando conter sua livre circulação. Como pontua Guimarães, em [\(LISBOA, 2022\)](#):

O que a gente vive dentro de uma Pandemia é uma guerra em que a gente está tentando sobreviver, e o vírus também está tentando. Cada vez que a gente dá a ele a chance de circular de forma mais livre e tentar

se adaptar a um ambiente mais inóspito, o que ele está fazendo é tentar alterar sua estrutura para sobreviver.

## Variante de Interesse e Variante de Preocupação

Desde o aparecimento do coronavírus original que a OMS esteve em alerta, monitorando a evolução do vírus pelo mundo. Com a rápida divulgação do sequenciamento e caracterização do genoma do SARS-COV-2, foi possível estabelecer protocolos de enfrentamento da doença e acompanhar a evolução da Pandemia, além de permitir detectar diversas mutações.

O SARS-CoV-2 foi dividido em diferentes grupos genéticos, desde sua primeira caracterização genômica, sendo subdividido em categorias, de acordo com o sistema de nomenclatura utilizado. Conforme explicitado em (MICHELON, 2021, p. 110),

Mutações específicas definem os grupos genéticos virais (também denominados linhagens), enquanto o surgimento de mutações adicionais, promovendo diferenças dentro de cada grupo genético, dá origem às denominadas variantes.

A OMS avaliou diversos fatores como transmissibilidade, virulência, alterações fenotípicas e velocidade de propagação, para classificar as variantes circulantes em:

- Variantes de Preocupação (VP)<sup>1</sup>;
- Variantes de Interesse (VI)<sup>2</sup>.

Uma variante é considerada como VI se, ao ser comparada com a variante original, seu genoma contiver mutações que mudem o fenótipo do vírus, se tiver sido identificada como causadora de transmissão comunitária ou identificada em vários países. Também são VI aqueles que apresentem marcadores genéticos específicos capazes de afetar a transmissão, o diagnóstico ou o escape imunológico. Ou ainda, se de outra forma for avaliada como uma VI pela OMS em consulta com o Grupo de Trabalho de Evolução do Vírus SARS-CoV-2.

Segundo [Organização Pan-Americana de Saúde \(2021\)](#), uma variante é considerada Variante de Preocupação (VP) se obedecer os seguintes critérios: aumento da transmissibilidade ou gravidade da COVID-19, demonstrando mudança na apresentação clínica da doença, ou ainda, diminuição da eficácia das medidas sociais e de saúde pública ou de diagnósticos, vacinas e terapêuticas disponíveis.

Segundo [Lisboa \(2022\)](#), desde o surgimento do Coronavírus, cinco novas cepas foram classificadas como VP. Outras seis variantes foram consideradas como VI, mas

<sup>1</sup> Termo original em inglês: *Variant of Concern* (VoC)

<sup>2</sup> Termo original em inglês: *Variant of Interest* (VoI)

não reuniram características tão perigosas para serem apontadas como de preocupação. Baseado em (MICHELON, 2021), foram classificadas como VP pela OMS as variantes que constam na Tabela 6 e foram consideradas VI as variantes que constam na Tabela 7.

Tabela 6 – Variantes de Preocupação (VP)

Nome Sugerido	Linhagem	Local de Identificação	Primeiras Amostras
Alfa	B.1.1.7	Reino Unido	Setembro 2020
Beta	B.1.351	África do Sul	Agosto 2020
Gama	P.1	Brasil e Japão	Dezembro 2020
Delta	B.1.617.2	Índia	Outubro 2020
Ômicron	B.1.526	Sul da África	Novembro 2021

Fonte: Adaptado de (MICHELON, 2021)

Tabela 7 – Variantes de Interesse (VI)

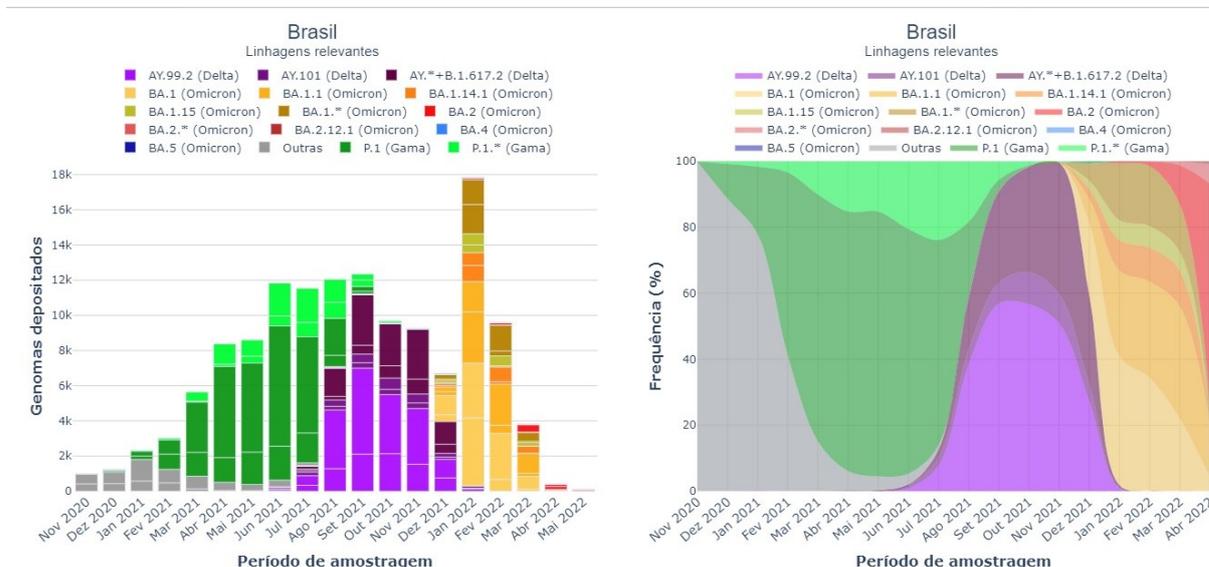
Nome Sugerido	Linhagem	Local de Identificação	Primeiras Amostras
Epsilon	B.1.427/B.1.429	Estados Unidos	Junho 2020
Zeta	P.2	Brasil	Abril 2020
Eta	B.1.525	Vários Países	Dezembro 2020
Theta	P.3	Filinas e Japão	Fevereiro 2021
Lota	B.1.526	Estados Unidos	Novembro 2020
Kappa	B.1.617.1	Índia	Outubro 2020
Lambda	C.37	Peru	Dezembro 2020

Fonte: Adaptado de (MICHELON, 2021)

Para classificar as variações do vírus a OMS optou por usar letras do alfabeto grego. De acordo com OMS anuncia... (2021), um dos objetivos principais é utilizar esse novo sistema de nomenclatura para evitar estigmas geográficos. Ou seja, para que as variantes não continuassem a ser identificadas pelo local onde foram descobertas, o que gerou, inicialmente, ondas de discriminação ao país responsável pela descoberta e sequenciamento de novas variantes. Outra justificativa é simplificar a comunicação com o público, sendo as letras gregas de fácil pronuncia em diversos idiomas.

Conforme dados disponibilizados na plataforma (Fiocruz, 2022), é possível ver na Figura 24 a frequência das principais linhagens de SARS-COV-2 que circularam no Brasil, entre novembro de 2020 e abril de 2022. Já a frequência das variantes relevantes no período de fevereiro de 2020 e abril de 2022, pode ser vista na Figura 25.

Figura 24 – Frequência das Principais Linhagens de SARS-CoV-2 por Mês de Amostragem (Novembro de 2020 até Abril de 2022) no Brasil



Fonte: Fiocruz (2022)

Figura 25 – Frequência das Principais Variantes de SARS-CoV-2 por Mês de Amostragem (Fevereiro de 2020 até Abril de 2022) no Brasil



Fonte: Fiocruz (2022)

### Variante Alfa

A variante Alfa, ficou conhecida como variante Britânica (também denominada B.1.1.7, 20B/501Y.V1 ou VOC-202012/01) pois foi identificada no Reino Unido, em setembro de 2020, tornando-se a linhagem dominante desse país em dezembro de 2020. Neste momento, a maioria dos países europeus fecharam as fronteiras com o Reino Unido,

mas, provavelmente, a variante já circulava em diversos países antes dessa medida. No Brasil, a variante Alfa foi identificada pela primeira vez em dezembro de 2020.

De acordo com [Michelon \(2021\)](#), a variante Alfa

[...] apresenta sete mutações na proteína *S*, incluindo a mutação N501Y que está associada a maior afinidade do vírus pelo receptor ECA-2, o que pode explicar a sua rápida expansão, bem como a maior resistência à neutralização por anticorpos.

Ainda segundo [Michelon \(2021\)](#), apesar de não ter sido identificado o escape generalizado de anticorpos monoclonais e anticorpos gerados por infecção natural ou vacinação, essa variante foi considerada mais transmissível e mais letal quando comparada com outras cepas anteriores a ela. Foi estimado risco aumentado de morte de 35% e aumento de hospitalização em pessoas com menos de 60 anos.

## Variante Beta

A variante Beta (ou variante B.1.351 ou variante Sul-Africana) foi identificada na África do Sul, em outubro de 2020 e, em poucas semanas, já era dominante em várias regiões, inclusive na Europa Ocidental. Em fevereiro de 2021 já tinha sido detectada em 35 países. No Brasil, essa variante começou a se espalhar no final do mês de abril. Comparada à cepa original do vírus (cepa de Wuhan) a variante Beta possui 12 mutações, a maioria delas localizada na proteína *S*, o que sugere maior possibilidade de escape dos anticorpos neutralizantes.

Segundo [Michelon \(2021\)](#), um estudo realizado na Europa demonstrou que pessoas infectadas com a variante Beta necessitaram maior suporte em unidades de terapias intensivas, comparando com outras que foram infectadas pelas demais cepas. Destaca-se, porém, que não existem evidências robustas que comprovem maior gravidade ou virulência de infecções causadas por esta variante.

## Variante Gama

A variante Gama (conhecida por B.1.1.28.1 ou variante P.1 ou variante Brasileira - Manaus) foi identificada em dezembro de 2020, em Manaus, capital do estado do Amazonas, onde já representava 42% das amostras. Em janeiro de 2021 este número deu um salto e passou a representar 91% das amostras coletadas na capital. Também em janeiro de 2021, no Japão, foi detectada a presença da variante em quatro viajantes que chegavam de uma viagem ao Brasil. Em abril de 2021, a variante Gama já estava presente em 43 países, segundo a OMS.

“A P.1 apresenta uma constelação única de mutações, incluindo alterações genéticas importantes do ponto de vista clínico-epidemiológico”, conforme destaca [Michelon \(2021\)](#).

A partir do espalhamento dessa variante, foi observado que ela está relacionada a um aumento da transmissibilidade e maior risco de reinfecção por Coronavírus.

[Michelon \(2021, p. 110\)](#) ainda cita um estudo que comparou dados de pacientes de sete países europeus infectados por VP e não-VP. Nesse estudo foi identificado um aumento de 20% da necessidade de internação hospitalar entre pacientes infectados com a variante Gama, quando comparados infectados com as outras variantes. Um outro estudo demonstrou que, no Amazonas, houve aumento de mortes por COVID-19 entre indivíduos de 20 aos 50 anos, durante o período de predominância da variante Gama.

As variantes Alfa e Beta causaram aumentos de casos e óbitos em todo mundo, mas foi a chegada da variante Gama que levou o Brasil ao pior momento da Pandemia. A rápida disseminação da variante sobrecarregou as unidades de saúde do país, levando caos e desespero da população, que assistiam a um verdadeiro cenário de guerra, com pessoas morrendo sem oxigênio, por falta de atendimento e respiradores, nas portas dos hospitais.

A vacinação ainda estava no estágio inicial quando ocorreu a disseminação da variante Gama. Iniciando pelos mais velhos, a vacinação no Brasil começou no dia 17 de janeiro de 2021 e quando o país alcançou o pico de óbitos, apenas 15% da população tinha recebido a primeira dose, de acordo com [Lisboa \(2022\)](#). Dessa forma, a medida que a cobertura vacinal dos mais idosos foi avançando, passou-se a notar uma queda na média de idade das vítimas de COVID-19.

## Variante Delta

A variante Delta (denominada de variante B.1.617 ou variante Indiana) foi detectada pela primeira vez na Índia, em dezembro de 2020. Segundo a OMS, mais de 100 mil indianos morreram de COVID-19 no mês de maio. Em abril de 2021, a Delta já tinha sido identificada em 21 países. Nessa variante, foram identificadas 13 mutações, sendo as mais preocupantes aquelas que se encontram na proteína *S*.

Segundo [Michelon \(2021, p. 113\)](#), estudos demonstraram que os soros de indivíduos convalescentes e vacinados mostraram neutralização reduzida da variante Delta.

Um estudo demonstrou que apesar da maioria os soros de indivíduos convalescentes e vacinados com Pfizer e Moderna ter capacidade de neutralizar a variante B.1.617, esta se mostrou seis a oito vezes mais resistente à neutralização quando comparada à cepa WA1/2020, cepa de referência para estudo do SARS-CoV-2 nos Estados Unidos da América.

[...]

Outro estudo demonstrou que soros de indivíduos convalescentes e soros de indivíduos imunizados com as vacinas Pfizer-BioNTech e Oxford-AstraZeneca mostraram neutralização reduzida das variantes B.1.617.2 (Delta) e B.1.617.1 (Kapa). O mesmo estudo sugeriu ainda que indivíduos infectados anteriormente com as variantes B.1.351 (Beta) e P.1 (Gama) são provavelmente mais suscetíveis à reinfecção pela cepa Delta.

No Brasil, os primeiros casos foram confirmados em maio de 2021. Porém, com o programa de vacinação avançando e a onda da variante Gama, que ocorreu em janeiro de 2021, aconteceu o que os pesquisadores chamam de imunidade híbrida, que é a imunidade das vacinas somada à imunidade da infecção natural, segundo [Lisboa \(2022\)](#). Por conta disso, a variante não foi capaz de produzir elevado número de óbitos como o que foi causado pela variante Gama.

## Variante Ômicron

A variante Ômicron foi última variante de preocupação catalogada, até o momento, com os primeiros casos registrados no Sul da África, em novembro de 2021. Na segunda quinzena de dezembro, países de todos os continentes, passaram a registrar um crescimento de casos em velocidade preocupante. Segundo a OMS, ao longo do mês de janeiro de 2022, mais de 20 milhões de casos de COVID-19 por semana, foram registrados no mundo, enquanto o recorde anterior era de quase 5,7 milhões por semana, de acordo com [Lisboa \(2022\)](#).

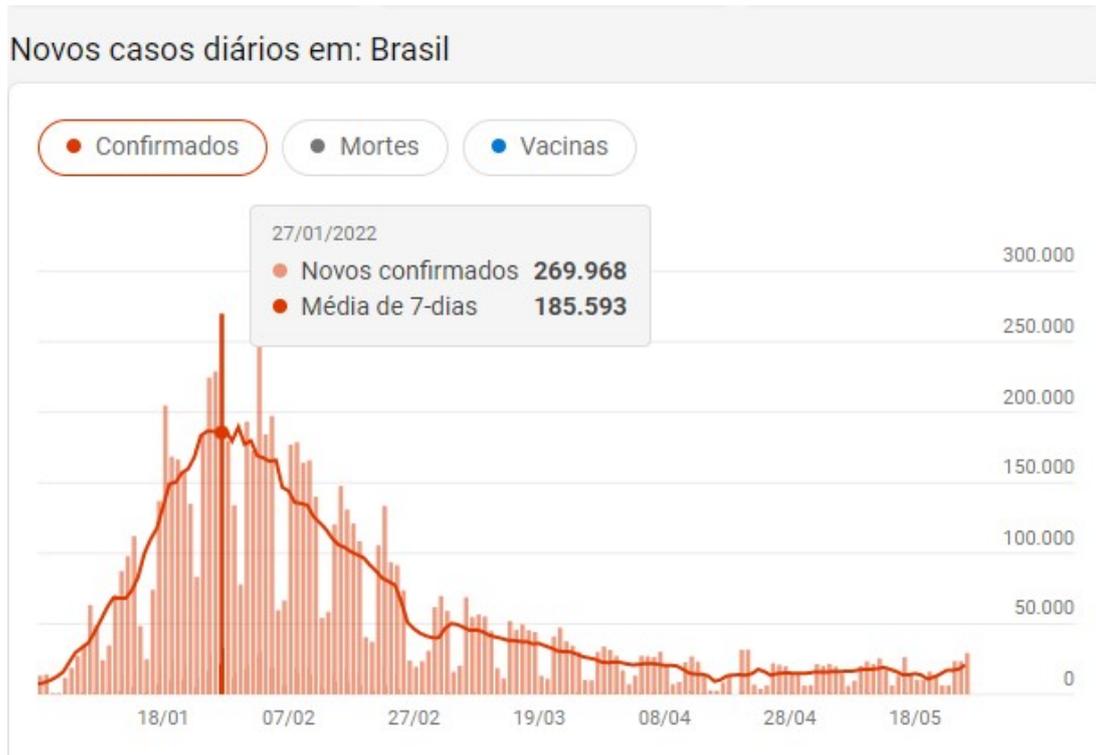
A Ômicron é a variante que acumula mais mutações, por isso tem maior capacidade de contágio. O virologista Fernando Naveca, coordenador da Vigilância Genômica de Virose Emergentes da Fiocruz - Amazônia, afirma que essa variante “também é a mais capaz de escapar das defesas imunológicas, causando reinfecção e infectando pessoas vacinadas, ainda que sem gravidade em grande parte das vezes”, conforme explicado em ([LISBOA, 2022](#)).

Graças a um cenário mais seguro, com mais de 60% da população imunizada, e indivíduos pertencentes a grupos de risco com acesso à terceira dose da vacina, a Ômicron não foi capaz de aumentar a letalidade da COVID-19 no Brasil.

Com a chegada da Ômicron, o Brasil registrou recorde no número de casos registrados de COVID-19. Antes da disseminação dessa variante o recorde na média móvel de casos no país foi de 77 mil por dia, como afirma [Lisboa \(2022\)](#). Entre 20 de janeiro de 2022 e 20 de fevereiro de 2022, houve uma repetição de dias com média móvel com quase 200 mil casos diários registrados, como pode ser visto pelo número de infectados no dia 27 de janeiro de 2022 apresentado no gráfico da Figura 26.

Mesmo com o recorde de número de casos com a variante Ômicron, a média móvel de óbitos não superou mil mortes por dia, durante o ano de 2022, até o momento. Já em 2021, entre janeiro e julho, todos os dias foram registrados média móvel de mais de 1000 mortes diárias. Essa diferença na letalidade entre esses dois períodos, se dá principalmente por conta da cobertura vacinal.

Figura 26 – Gráfico Número de Infectados em 27/01/2022



Fonte: [Microsoft Bing](#) (2022)

## 2.1 Taxa de Transmissão

A taxa de transmissão de um vírus ao longo do tempo é um importante indicador para analisar epidemias. O acompanhamento desse indicador, conhecido como número efetivo de reprodução da infecção ( $R_e$  ou  $R_t$ ), norteia decisões a serem tomadas por autoridades de saúde pública. O  $R_t$  é o número médio de indivíduos contagiados por cada infectado nas condições existentes em um determinado instante, de acordo com [Zaparolli \(2020\)](#).

Através desse indicador é possível projetar a quantidade necessária de leitos hospitalares para atender a demanda futura, quantidade de equipamentos necessária nos hospitais para os casos mais graves, definir períodos de quarentena e flexibilização de medidas de distanciamento.

De acordo com Hélio Neves, da Faculdade de Ciências Médicas da Santa Casa de São Paulo (FCM-SCSP), em ([ZAPAROLLI, 2020](#)), “O ideal é só relaxar com um  $R_t$  de 0,7 ou 0,8”. Se o  $R_t$  é igual a 1, cada pessoa infectada transmite o vírus para outra pessoa, significa que a doença continua avançando num ritmo constante. Se o vírus for capaz de infectar mais de uma pessoa em média, ou seja o  $R_t > 1$ , ele se espalhará de forma exponencial e a Pandemia estará fora de controle.

Ainda de acordo com [Zaparolli \(2020\)](#), a epidemiologista Maria Amélia Veras, do Departamento de Saúde Coletiva da FCM-SCSP e integrante do Observatório COVID-19 BR, que é uma iniciativa independente de pesquisadores a fim de divulgar informações e analisar dados sobre a Pandemia, diz que um pequeno acréscimo no fator  $R_t$  já pode demonstrar sérios problemas futuros.

Para exemplificar o impacto causado por uma pequena variação no  $R_t$ , Veras utiliza dados da capital paulista, onde uma taxa de transmissão  $R_t = 0,95$  representaria 250 mil novos casos acumulados em um mês. Quando um  $R_t$  aumenta para  $R_t = 1,05$  os novos casos acumulados passariam para 364 mil, um acréscimo de mais de 100 mil em um mês.

O número básico de reprodução da infecção, conhecido como  $R_0$ , mede a infectividade do vírus em uma população onde ninguém adquiriu imunidade a ele. O  $R_0$  do vírus original do Sars-CoV-2, era 2,5 à 3, ou seja, um infectado contamina, em média, duas ou três pessoas.

Segundo [Zaparolli \(2020\)](#),

O epidemiologista Guilherme Werneck, vice-presidente da Associação Brasileira de Saúde Coletiva (Abrasco) e professor do Instituto de Estudos em Saúde Coletiva da Universidade Federal do Rio de Janeiro (Iesc-UFRJ), explica que o  $R_0$  é calculado com base em três informações: o número de contatos que uma pessoa infectada faz com indivíduos suscetíveis, o risco de transmissão em cada contato realizado e o tempo médio em que o infectado transmite a doença.

Como explica o epidemiologista Adam Kucharski, em ([CARTHAUS, 2020](#)), o número efetivo de reprodução  $R_t$  é diferente do número básico de reprodução  $R_0$ . O  $R_t$  indica quantas pessoas um contaminado é capaz de infectar, em média, após serem tomadas medidas de proteção ou se uma parte da população estiver imunizada. Já o  $R_0$  avalia quantas pessoas serão contaminadas a partir de um infectado, considerando que nenhuma medida de proteção será aplicada para conter o vírus.

Kucharski afirma em ([CARTHAUS, 2020](#)) que as regras de contágio se baseiam em quatro parâmetros: duração, oportunidade, probabilidade de transmissão e suscetibilidade.

- A variável duração se refere ao tempo que a pessoa contaminada fica doente e contamina os outros ao seu redor. No caso do COVID-19, há um problema, pois pessoas podem já estar transmitindo a doença, cerca de dois a três dias antes de começar a apresentar sintomas, também há casos em que o indivíduo fica assintomático, mas mesmo assim transmite o vírus;
- Oportunidade é a variável que está relacionada a quantidade de pessoas que o infectado teve contato permitindo ao vírus infectá-las, que ocorre uma média de cinco contatos por dia;

- A probabilidade de transmissão diz respeito a probabilidade de um infectado realmente transmitir o vírus a outra pessoa, quando se encontram;
- Havendo tempo, oportunidade e probabilidade de transmissão, a Variável suscetibilidade mede a probabilidade de que alguém contraia o vírus e adoça em decorrência do vírus. A medida que a imunização vai crescendo, essa taxa se reduz, caindo significativamente com a vacinação em massa.

Para determinar o número de reprodução  $R_0$ , basta multiplicar as variáveis duração, oportunidade, probabilidade de transmissão e suscetibilidade.

## 2.2 Atividade B

A velocidade de transmissão do COVID-19 e a quantidade de contaminados a partir de uma pessoa infectada, varia de acordo com a variante. A atividade B, construída no *GeoGebra*, que será apresentada neste capítulo, tem o intuito de alertar para o crescente potencial de transmissão do coronavírus e suas variantes, além de conscientizar para a importância de seguir as orientações das autoridades de saúde, respeitando os protocolos estabelecidos.

Através dessa atividade o professor pode explorar conteúdos como potenciação e porcentagens. Utilizando um tema da atualidade, é possível despertar o interesse do aluno, facilitar seu aprendizado e demonstrar a aplicabilidade da matemática em temas tão importantes como Ciência e Saúde Pública. É importante que, antes de iniciar a atividade o professor faça uma breve explanação sobre os conceitos dos indicadores  $R_0$  e  $R_t$ .

A proposta dessa atividade é apenas exploratória, não sendo necessário que o aluno ou o professor precisem aprender os passos da construção, pois não é o nosso objetivo nesta atividade. Dessa forma, não será descrito nesse texto como foi construído o *aplet* do *GeoGebra* aqui apresentado.

Foram escolhidas a cepa original e mais duas variantes, Alpha e Delta, para exemplificar o que acontece quando o vírus se torna mais transmissível e não são tomadas qualquer medida de proteção, tais como uso de máscaras ou distanciamento.

A construção do *aplet* foi inspirada em um trecho da *Live* do *YouTube* do microbiologista Átila Iamarino, ([IAMARINO, 2021](#)), onde ele explica que, sem medidas de proteção, uma pessoa com COVID-19 pode infectar até 3 (três) pessoas, com o vírus original, que surgiu em Wuhan. Com a variante Alpha, esse número sobe para 4 (quatro) infectados. Já com a variante Delta, uma pessoa contaminada pode transmitir o vírus para até 6 (seis) pessoas, como mostra a Figura 27.

Figura 27 – Variantes - Transmissão



Fonte: [Iamarino \(2021\)](#)

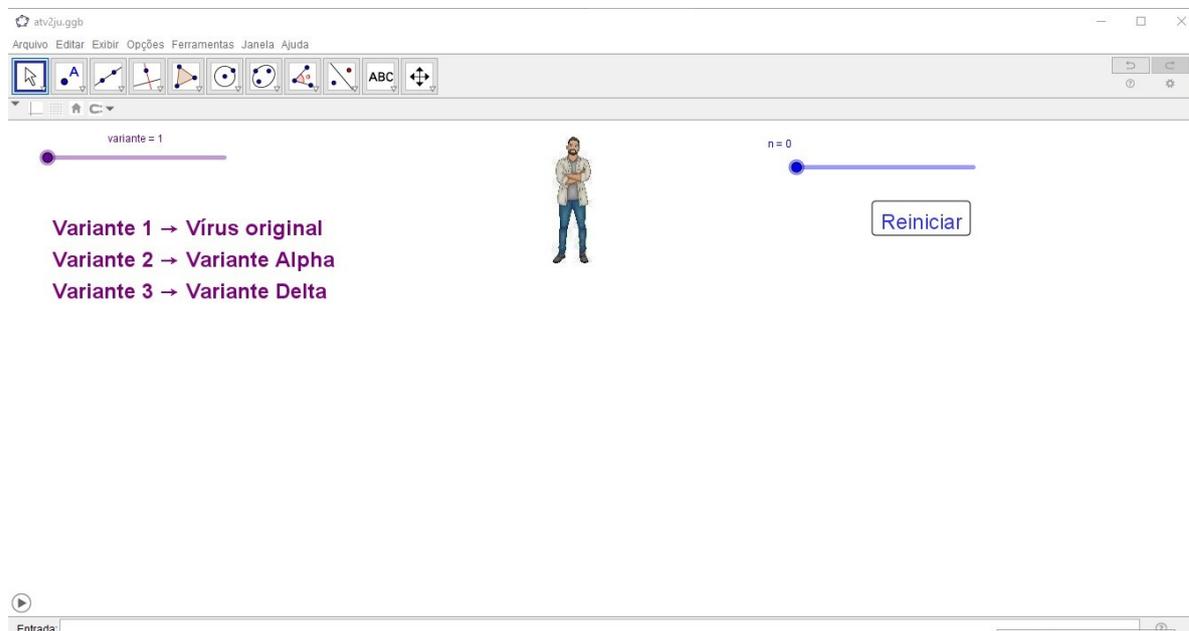
Na simulação ([AMORIM; PORTO, 2022b](#)), de própria autoria e baseada no vídeo ([IAMARINO, 2021](#)), são disponibilizados dois controles deslizantes nas variáveis:

- “ $n$ ” representando os tempos 0, 1, 2 e 3;
- “variante” assumindo os valores 1, 2 e 3.

Identificando como variante 1 o vírus original, variante 2, a variante Alpha, e a variante 3, a Delta, é possível observar as diferenças do potencial de transmissão de cada uma delas, ao manipular o controle “variante”. Ao mesmo tempo, vemos o comportamento exponencial ao mover o controle na variável “ $n$ ”.

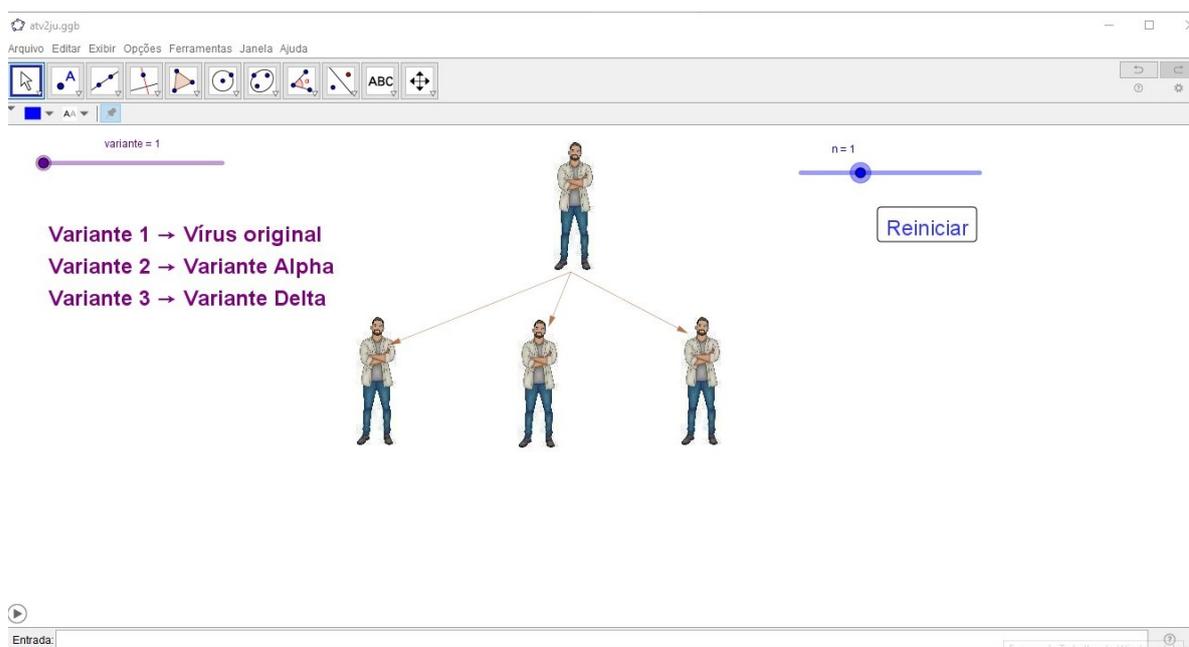
Ao manipular o programa, para o vírus original (“variante” = 1), nos intervalos de tempo  $n = 0$ ,  $n = 1$ ,  $n = 2$  e  $n = 3$ , os alunos devem visualizar, respectivamente, as Figuras [28](#), [29](#), [30](#) e [31](#).

Figura 28 – Variante 1 (Original) - Tempo  $n = 0$



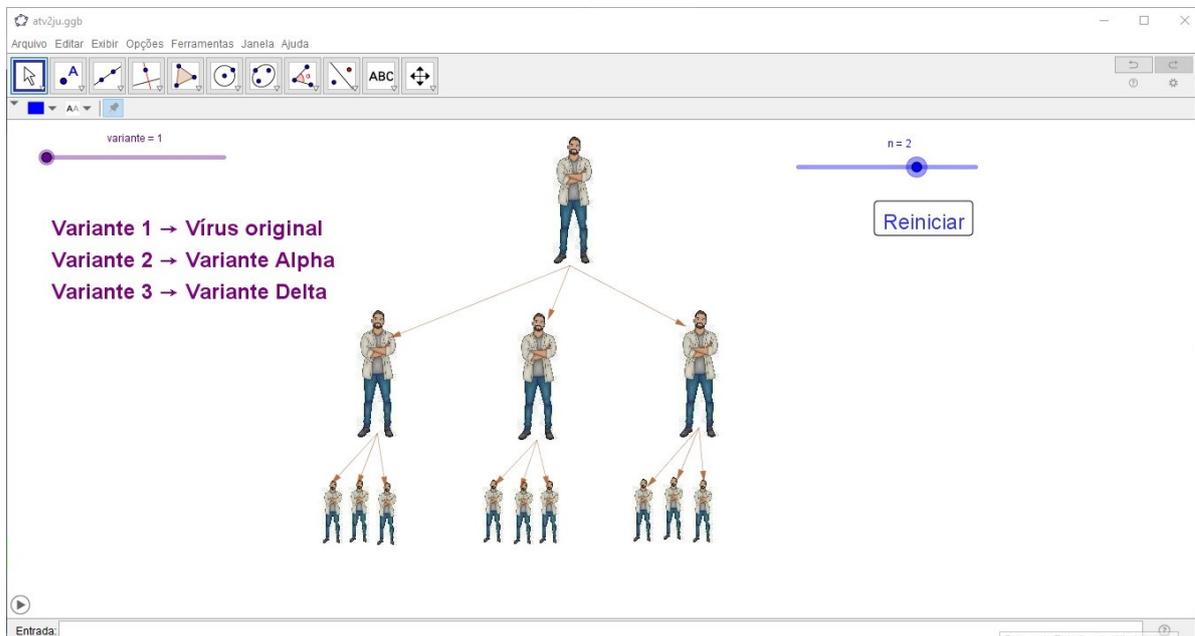
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 29 – Variante 1 (Original) - Tempo  $n = 1$



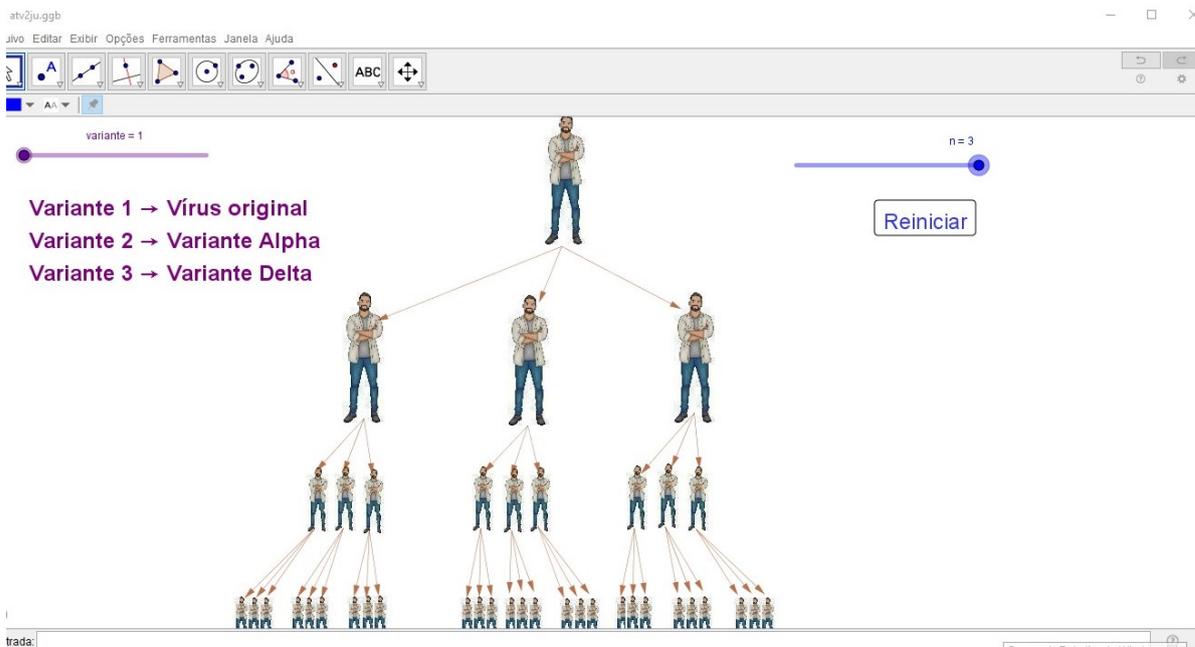
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 30 – Variante 1 (Original) - Tempo  $n = 2$



Fonte: Elaborada pela autora.

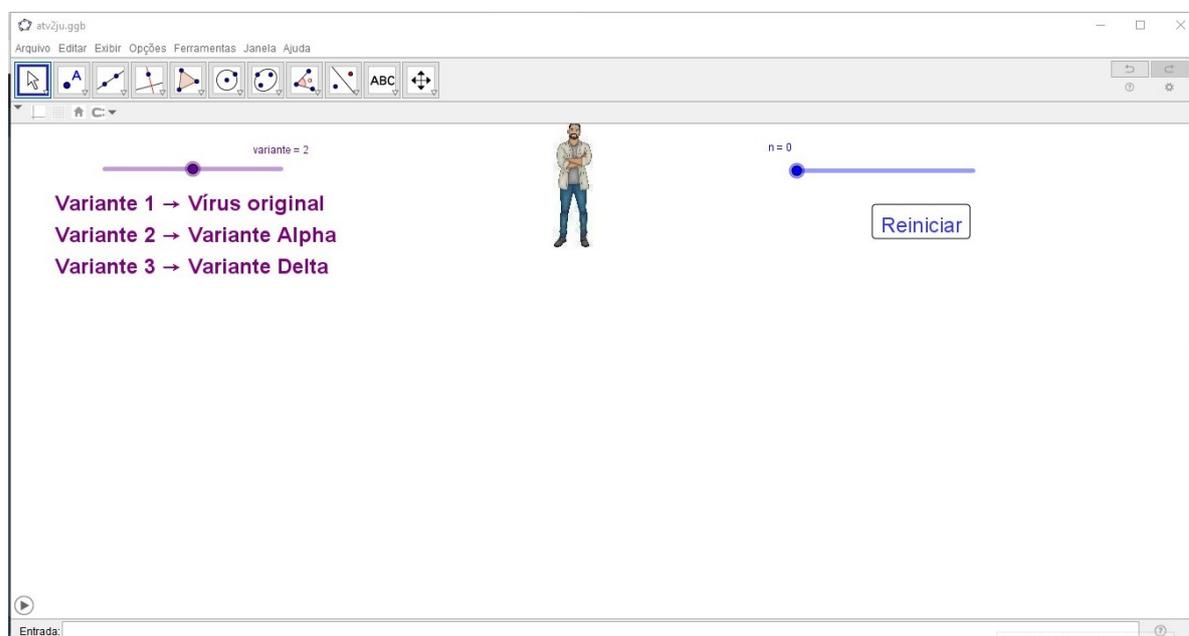
Figura 31 – Variante 1 (Original) - Tempo  $n = 3$



Fonte: Elaborada pela autora.

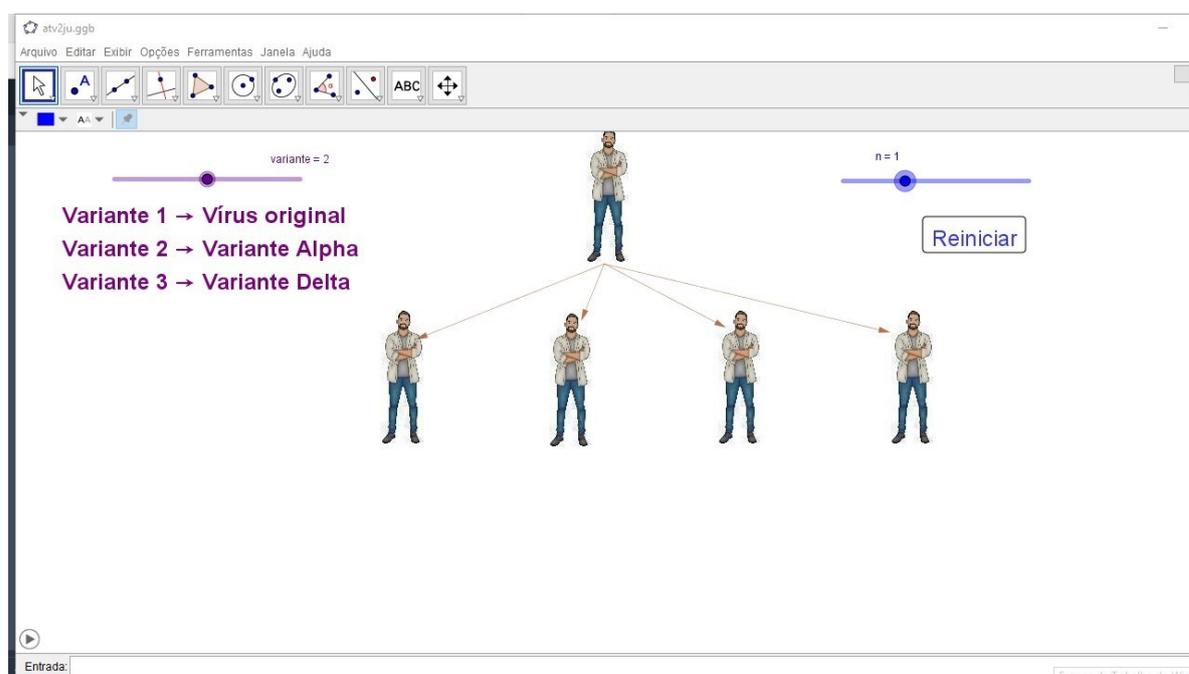
Para a variante Alpha (“variante”= 2), nos intervalos de tempo  $n = 0, 1, 2$  e  $3$ , respectivamente, as imagens que devem ser vistas no *aplet* são dadas pelas Figuras 32, 33, 34 e 35.

Figura 32 – Variante 2 (Alpha) - Tempo  $n = 0$



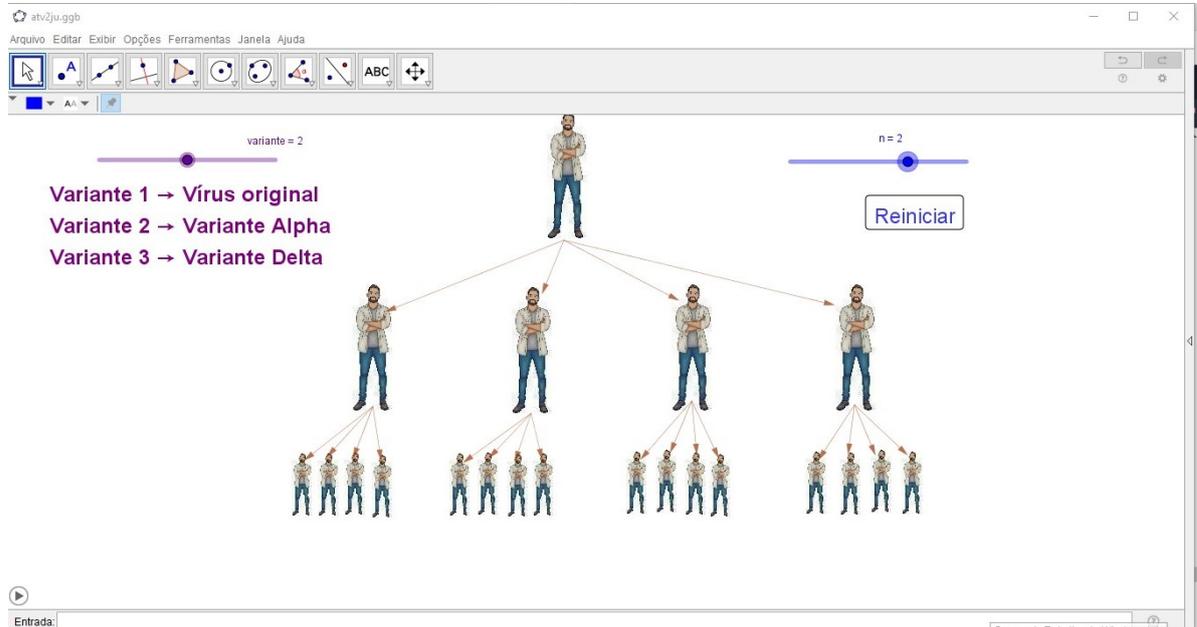
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 33 – Variante 2 (Alpha) - Tempo  $n = 1$



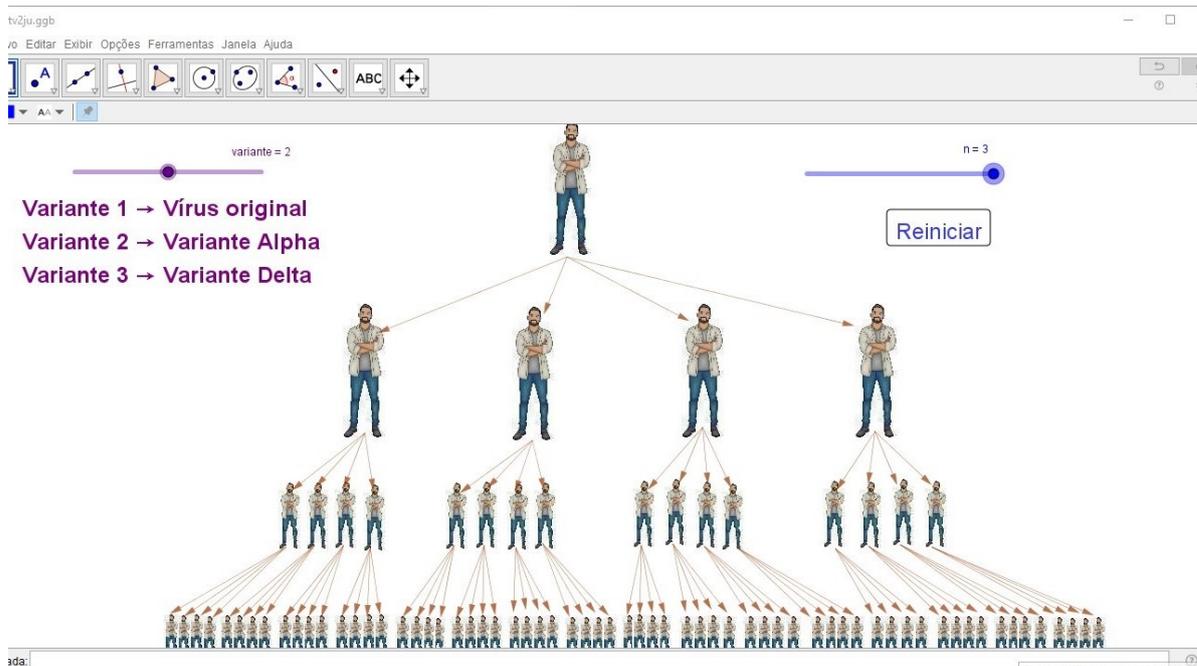
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 34 – Variante 2 (Alpha) - Tempo  $n = 2$



Fonte: Elaborada pela autora.

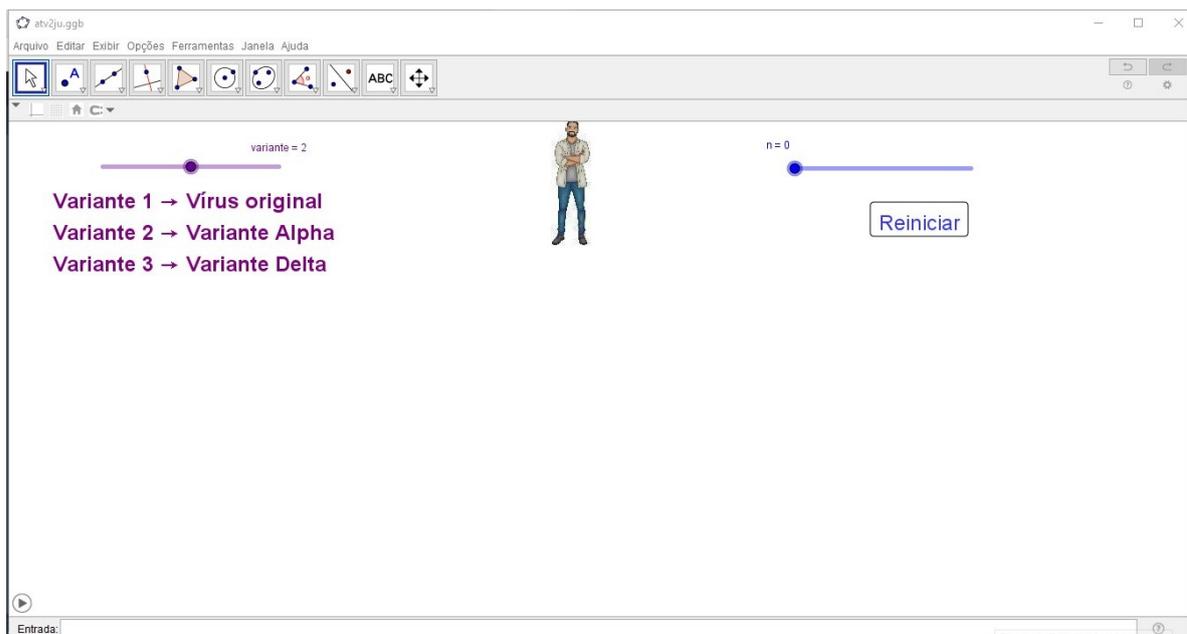
Figura 35 – Variante 2 (Alpha) - Tempo  $n = 3$



Fonte: Elaborada pela autora.

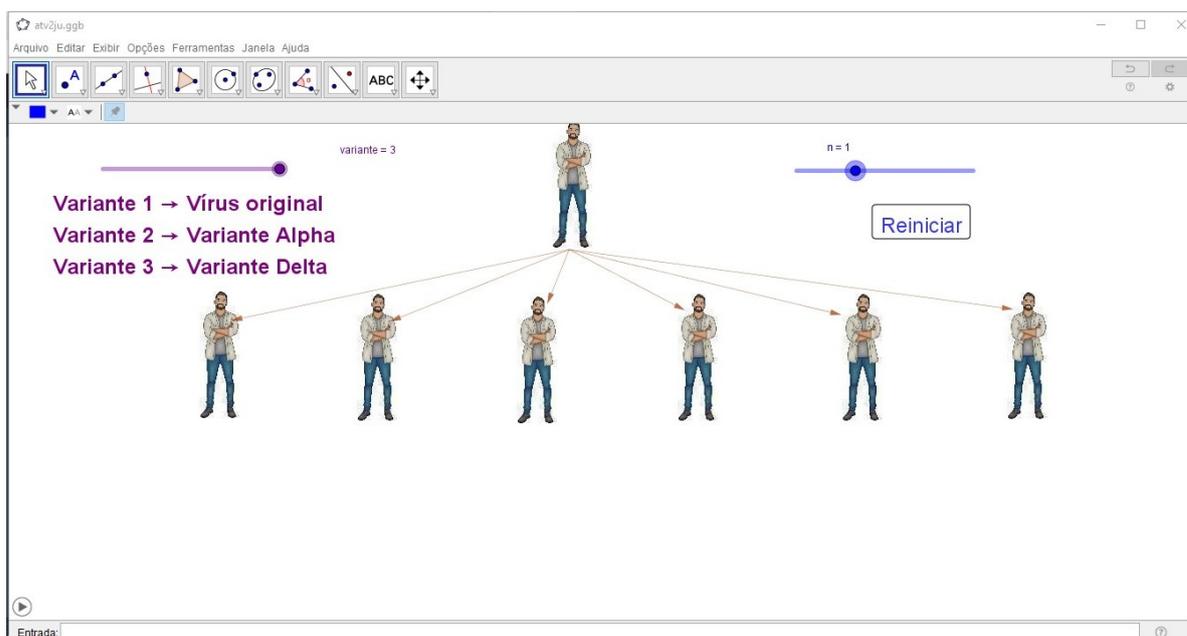
A variante Delta (“variante”= 3) não há simulação para o intervalo de tempo  $n = 3$ , pois seriam necessárias 216 figuras, o que tornaria complicada a contagem e disposição na tela. O aluno deve ser incentivado a chegar a este resultado. Desse modo, seguem as imagens referentes aos intervalos de tempo  $n = 0, 1$  e  $2$  através das Figuras 36, 37 e 38, respectivamente.

Figura 36 – Variante 3 (Delta) - Tempo  $n = 0$



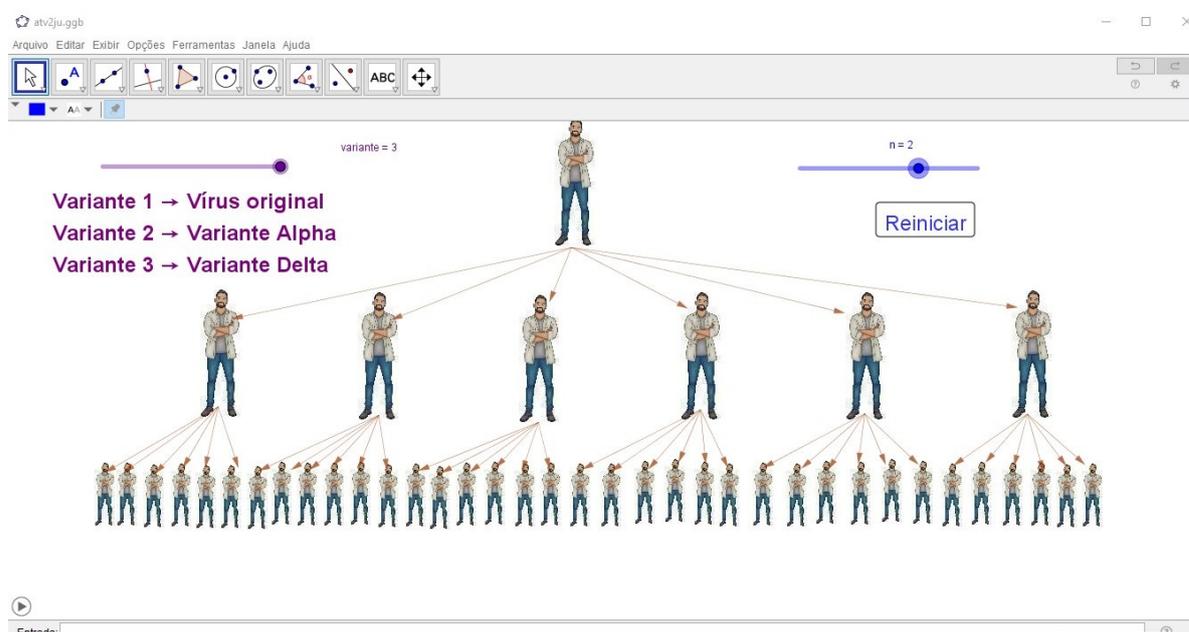
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 37 – Variante 3 (Delta) - Tempo  $n = 1$



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 38 – Variante 3 (Delta) - Tempo  $n = 2$



Fonte: Elaborada pela autora.

Após as manipulações, o professor deve solicitar aos alunos que registrem em tabelas, como exemplificada na Figura 39, os resultados encontrados em cada variante ao manusear o *aplet*, a fim de perceberem padrões e estabelecerem conjecturas.

Figura 39 – Tabela Variantes

	A	B
1	Intervalo de tempo transcorrido	Quantidade de pessoas infectadas
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Fonte: Elaborada pela autora.

## Avaliação da Aprendizagem B

Com base nas manipulações e nos registros das tabelas, o professor deve estimular algumas conjecturas e pedir que os alunos respondam ao questionário sugerido abaixo:

**Questão 1.** Qual a quantidade de pessoas infectadas para os intervalos de tempo 4, 5, 6 e 10, para cada uma das três variantes?

**Questão 2.** Que expressão pode ser usada para representar a quantidade de pessoas contaminadas existentes após  $n$  intervalos de tempo transcorridos, em cada variante?

**Questão 3.** Quantos por cento a variante Alpha é mais transmissível que a cepa Original do vírus?

**Questão 4.** Quantos por cento a variante Delta é mais transmissível que a Alpha?

**Questão 5.** A variante Delta é quantas vezes mais transmissível que o vírus original?

**Questão 6.** Segundo [Serrano \(2022\)](#).

[...] algumas estimativas da Agência de Segurança Sanitária do Reino Unido sugerem que ela [variante Ômicron] pode ser entre duas e mais de três vezes mais contagiosa que a [variante] Delta.

Supondo que a Ômicron seja duas vezes mais contagiosa que a Delta, uma pessoa contaminada pela variante Ômicron pode infectar até quantas pessoas?

**Questão 7.** De acordo com [Iamarino \(2021\)](#), para controlar o avanço do COVID-19, é necessário que uma pessoa contaminada transmita o vírus para menos que uma pessoa. Por exemplo, se cada duas pessoas infectadas conseguem contaminar apenas uma pessoa, a Pandemia estará sob controle. Se uma pessoa infectada transmite o vírus para outra pessoa, há uma estabilidade da Pandemia.

Conforme essas informações, responda:

- Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) para se controlar o avanço da doença, considerando contaminações pelo vírus original?
- Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) para conter o vírus, nas contaminações da variante Alpha?
- Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) a fim de controlar a Pandemia, considerando as contaminações da variante Delta?

## Metodologia da Atividade B

Ao final dessa atividade o professor deve fazer uma retomada do que foi abordado e trazer expressões matemáticas que foram bastante utilizadas pela mídia, como crescimento exponencial, taxa de transmissão, fator  $Rt$  e  $R0$ , para fazer associações com o que foi aplicado nesta atividade.

## 3 Vacinação

Neste capítulo, pretende-se analisar o efeito da vacinação na cidade de Salvador, capital do Estado da Bahia, através da análise de dados e gráficos. A proposta será estabelecer um comparativo entre os óbitos acumulados durante o primeiro ano da Pandemia, do mês de março até julho de 2020, e o registro dos óbitos acumulados no ano de 2022, de fevereiro à junho.

A fim de ratificar a importância da vacina no combate ao avanço da COVID-19, a atividade proposta nesse capítulo, tem o intuito de conduzir a uma reflexão sobre a importância da vacina, como principal ferramenta de combate à Pandemia, além da conscientização do papel de cada cidadão no enfrentamento da doença. A preferência pela capital baiana, para fazer a coleta e análise de dados, se deu pelo fato de nesta, haver maior registro de infecções e óbitos, tornando mais evidente o efeito positivo do avanço da vacinação no combate ao vírus.

### 3.1 Breve Histórico da Vacina

Conforme foi explicitado pela notícia [Há mais de 100 anos. . . \(2021\)](#) do Instituto Butantan, entre os séculos XVIII e XIX, doenças como a Febre Amarela, Peste Bubônica e Varíola eram comuns no Brasil e no mundo. Em 1796, foi desenvolvida pelo médico britânico Edward Jenner a primeira vacina da humanidade, contra a Varíola. Um dos principais motivos para que a disseminação dessas doenças esteja contida são as vacinas criadas para combatê-las. Porém, desde o surgimento das vacinas que alguns grupos de pessoas passaram a se mostrar contrários ao uso dos imunizantes, seja por questões políticas, medo do desconhecido ou por acreditarem em informações falsas, que foram veiculadas na época.

No Brasil, uma personalidade de grande destaque é o médico sanitariano Oswaldo Cruz que estudou microbiologia no Instituto Pasteur, na França. Inicialmente, este liderou uma luta para erradicar uma das principais doenças existentes no país entre os séculos XIX e XX, a Peste Bubônica. Junto aos médicos sanitarianos Vital Brazil, Emílio Ribas e Adolpho Lutz, Oswaldo Cruz se tornou conhecido ao identificar que a principal ação para conter a doença seria eliminar roedores, de acordo com ([HÁ MAIS DE 100 ANOS. . . , 2021](#)).

Em 1903, Oswaldo Cruz ocupou o cargo de Diretor Geral de Saúde Pública do governo federal com o propósito de controlar o surto de Febre Amarela. Ao saber que Cuba tinha conseguido combater a doença, viajou para conhecer o trabalho dos médicos cubanos

responsáveis pela descoberta do foco da doença, o mosquito *Aedes aegypti*. Ao retornar ao Brasil, de posse desse conhecimento, Oswaldo Cruz determinou que fossem eliminados os focos do mosquito e que pessoas contaminadas fossem colocadas em isolamento. Apesar de muitas críticas, posteriormente apareceram os resultados positivos de seu trabalho com a diminuição dos casos da doença.

Ainda segundo ([HÁ MAIS DE 100 ANOS... , 2021](#)), outro grande desafio era a Varíola, que já havia matado cerca de 300 milhões de pessoas em todo o mundo no século XX. Um surto da doença atingiu o Rio de Janeiro onde 3500 pessoas, de uma população 800 mil habitantes, morreram em decorrência da doença em 1904. Por conta disso, Oswaldo Cruz propôs a obrigatoriedade da vacina. Na realidade, a vacinação contra a doença já era obrigatória para crianças, desde 1837, e para adultos, desde 1846, no Rio de Janeiro. Porém, isso não era cumprido por conta da pouca oferta dos imunizantes. A fim de que as metas de vacinação fossem cumpridas, foram criadas leis que davam poderes às autoridades sanitárias, tornando possível a aplicação de multas e a exigência de atestados de vacinação.

Movimentos políticos passaram a utilizar a rejeição à lei para atacar o governo, o então presidente Francisco de Paula Rodrigues Alves passou a sofrer duras críticas e em 5 de novembro de 1904, foi criada a Liga Contra a Vacina Obrigatória. No mesmo mês surgiu um movimento intitulado “Revolta das Vacinas”, resultando em prisões, mortos e feridos, nos protestos ocorridos nas ruas do Rio de Janeiro, conforme ([HÁ MAIS DE 100 ANOS... , 2021](#)).

Mesmo argumentando que na Europa a vacina tinha salvado vidas após ser aplicada na população, Oswaldo Cruz não conseguiu combater a disseminação de notícias falsas e muitas pessoas acreditavam que quem tomasse a vacina poderia se transformar em um animal parecido com um boi, já que o imunizante era produzido a partir do vírus causador da varíola bovina.

Dois anos depois da Revolta da Vacina, apenas 9 mortes foram registradas por causa da varíola. Em 1908, um epidemia da doença fez muitas vítimas, onde foram registrados 6500 óbitos. Diante desse novo cenário, as pessoas passaram a procurar a proteção dada pela vacina nos postos de saúde.

No final do século XX, as vacinas no Brasil já eram bem aceitas. A criação do Plano Nacional de Imunização (PNI) e a publicidade bem sucedidas das Campanhas de Vacinação, com destaque ao personagem Zé Gotinha, criado para atrair a simpatia da população, fizeram com que o país se destacasse quanto ao sucesso do programa de vacinação, segundo ([HÁ MAIS DE 100 ANOS... , 2021](#)).

## Vacina Contra COVID-19

### Contexto Mundial

No dia 8 de dezembro de 2020, o Reino Unido foi o primeiro país do Ocidente que começou a vacinar sua população contra o COVID-19. O imunizante produzido pela farmacêutica *Pfizer* e a empresa de biotecnologia alemã *BioNTech* obteve aprovação para uso emergencial neste país, seguido dos Estados Unidos, Canadá e União Europeia, de acordo com [Veja quais países...](#) (2020).

Os planos de imunização da maioria dos países iniciaram com mais idosos, por serem os mais vulneráveis e apresentarem geralmente a forma mais grave da doença. Os profissionais de saúde também foram priorizados por estarem mais expostos, na linha de frente do combate ao novo coronavírus.

O estudo ([WATSON et al., 2022](#)) desenvolvido por pesquisadores do *Imperial College London*, no Reino Unido, avaliou o impacto da vacinação e as mortes evitadas no primeiro ano da Pandemia de COVID-19. Os cientistas analisaram dados coletados de 185 países, no período de 8 de dezembro de 2020 à 8 de dezembro de 2021. Segundo [Forato \(2022\)](#), tal estudo comprova que foram evitadas em todo o mundo, cerca de 19,8 milhões de mortes de um potencial de 31,4 milhões de óbitos decorrentes do COVID-19. Utilizando Modelagem Matemática, o grupo de pesquisadores divulgou no dia 23 de junho de 2022, que campanhas de imunização no mundo, conseguiram reduzir a previsão de mortes em 63%.

Os pesquisadores afirmam que, ainda mais vidas poderiam ter sido salvas se o número de imunizantes tivesse alcançado mais pessoas, não chegando aos países de baixa renda na mesma proporção em que foram adquiridos pelos países mais ricos. A distribuição desigual de vacinas pelo mundo foi uma constante preocupação da OMS, tanto que criou um programa de distribuição igualitária dos imunizantes, o *COVID-19 Vaccines Global Access* (COVAX)<sup>1</sup>, para tentar ajudar os países menos favorecidos. (Para mais detalhes consulte ([COVAX, 2022](#)).)

Ainda há países que não conseguiram atingir 20% da população imunizada. O continente africano é o mais afetado pela falta de vacinas contra o novo coronavírus. Segundo [Veja quais países...](#) (2020), na plataforma *Our World in Data*, conta que somente 17,8% dos habitantes dos países de baixa renda tiveram acesso a pelo menos uma dose de algum imunizante. Essa desigualdade é o grande desafio para o combate da Pandemia no mundo, já que contribui para o surgimento de variantes mais perigosas e resistentes às vacinas que estão sendo utilizadas além de destruir vidas que poderiam ser poupadas.

Além da escassez de vacinas em diversos países, o mundo também se viu diante do crescimento do número de ativistas que coordenaram um movimento antivacina, convenci-

---

<sup>1</sup> Tradução livre da autora: Acesso Global às Vacinas da COVID-19

dos de que a vacinação causaria mais danos que a contaminação da população pela doença. Esse tipo de posicionamento não surgiu na Pandemia do novo coronavírus, movimentos antivacina se espalharam pelo mundo, desde o seu surgimento, no século XVIII.

### Cenário Brasileiro

No Brasil, a vacinação contra COVID-19 iniciou em 17 de janeiro de 2021. Com a aprovação para uso emergencial, a primeira vacina utilizada no país foi a *Coronovac*, começando a ser aplicada no mesmo dia de sua aprovação.

Quando iniciou a campanha de vacinação, o Brasil estava diante da mais letal onda de COVID-19, a segunda onda que foi responsável pelo colapso nos sistemas de saúde, pessoas morrendo asfixiadas em hospitais sem aparelhagem suficiente para atender à demanda, de acordo com [Vacinação contra Covid-19... \(2022\)](#).

Diante de tal cenário, o início da campanha de vacinação foi para a população como “a luz no fim do túnel”, o alento necessário para alimentar a esperança de que cenas apavorantes, como colapso do sistema de saúde da cidade de Manaus, capital do estado do Amazonas, não se repetiriam. Mas, assim como os brasileiros, todos os países do mundo estavam em busca de imunizantes. A capacidade limitada de produção e o número reduzido de fabricantes colocou o planeta numa corrida acelerada por vacinas.

A população se mostrou ansiosa pela imunização, mas o início da campanha de vacinação foi bastante lento. De acordo com [Passarinho \(2021\)](#), no primeiro mês, menos de 3% da população brasileira conseguiu ser vacinada, mesmo o Sistema Único de Saúde (SUS) tendo capacidade de imunizar até 60 milhões de pessoas por mês, segundo o médico e professor da Universidade de São Paulo (USP), Gonzalo Vecina Neto. Para Vecina e a epidemiologista Ethel Maciel, o primeiro e maior erro do governo federal foi não comprar vacinas antecipadamente, ainda em 2020.

A falta de organização do Ministério da Saúde atrasou ainda mais o avanço da campanha. Vecina afirma em [\(BIERNATH, 2021\)](#) que “Temos no Brasil um presidente ensandecido e mal informado, que ainda vê a imunidade de rebanho como a solução”. As constantes declarações do presidente, de acordo com [\(BIERNATH, 2021\)](#), confundiram a população e contribuíram para a disseminação de notícias falsas, com a finalidade de desencorajar os brasileiros a se imunizarem.

Ainda de acordo com [\(BIERNATH, 2021\)](#), nas declarações do presidente esteve presente: xenofobia, ao atacar a vacina *Coronovac*; negacionismo, ao ignorar dados apresentados à Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA) pelo fabricante da vacina, comprovando sua eficácia; entre outras. Além disso, o governador de São Paulo João Doria, protagonizaram uma disputa política com ênfase na politização da vacina. Como afirmam os autores de [\(GALHARDI et al., 2022\)](#), pelo menos 70% das cidades do Brasil registraram

casos de “*sommelier* de vacina”, pessoas que queriam escolher a marca das vacinas. Dessas, 53,1% se recusavam a tomar a *Coronavac*.

Mesmo com essa forte campanha de desinformação, a maioria dos brasileiros aderiu à vacina. Em 26 de junho de 2022, o país registrou 77,89% da população vacinada com duas doses e 46,8% com doses de reforço, como mostram as Figuras 40 e 41.

Mas qual a porcentagem da população que deve está imunizada para se ter um controle da Pandemia? Para que o registro de casos de infecções esteja em queda, um infectado deve transmitir o vírus para menos que uma pessoa. Como foi visto na Atividade B, da Seção 2.2. Desse modo, quanto mais transmissível é uma variante, maior será a porcentagem necessária da população vacinada para conter o vírus. Por conta disso, é muito importante que as pessoas que ainda resistem à vacina, se imunizem, inclusive com doses de reforço.

Figura 40 – Vacinação no Brasil



Fonte: G1 (2022)

Figura 41 – Vacinação Infantil no Brasil



Fonte: G1 (2022)

## 3.2 Função Exponencial

A função exponencial é utilizada em diversos problemas do dia a dia e seu comportamento é o que mais se aproxima do modelo matemático que descreve o início da propagação de um vírus. Atente que a cada novo dia a quantidade de infectados, em geral, é multiplicada por um determinado fator, definindo uma nova quantidade de pessoas infectadas. Neste caso, o fator multiplicativo maior que 1, se obtém uma curva com crescimento exponencial.

*Observação.* Em um cenário em que a propagação de um vírus não é controlada e que quase toda população foi infectada, ocorre o fenômeno chamado de “ponto de inflexão”, onde a taxa de crescimento pode atingir o valor 1. Esta situação dá origem a outra função denominada Curva Logística, que não será investigada neste trabalho. (Para mais detalhes consulte (CRESCIMENTO EXPONENCIAL E LOGÍSTICO, 2022).)

O objetivo deste capítulo será apenas a contextualização didática do gráfico de óbitos acumulados registrados durante a Pandemia de COVID-19, utilizando o conteúdo função exponencial. Para um tratamento mais detalhado sobre função exponencial, consulte a referência (LIMA, 2013).

**Definição 3.1.** Seja  $a$  um número real positivo.

- Quando  $n$  é um número natural maior ou igual do que 1, a potência  $a^n$  indica a multiplicação da base  $a$  por ela mesma  $n$  vezes, isto é,

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_n.$$

- Se  $m$  é um número inteiro, a potência  $a^m$  é descrita por

$$a^0 = 1 \quad \text{e} \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad \text{para } m \geq 1.$$

- No caso de um número racional  $r = \frac{m}{n}$ , com  $m$  inteiro e  $n$  natural, a potência  $a^r$  vem a ser

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

- Uma vez que  $\{a^r : r \in \mathbb{Q}\}$  é denso em  $\mathbb{R}^*$ , introduzimos potência  $a^x$  para qualquer número real  $x$ , como

$$a^x = \lim_{r \rightarrow x} a^r,$$

onde o limite em questão considera somente valores de  $r \in \mathbb{Q}$ .

**Definição 3.2.** Denomina-se de Função Exponencial uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  cuja lei de formação é dada por

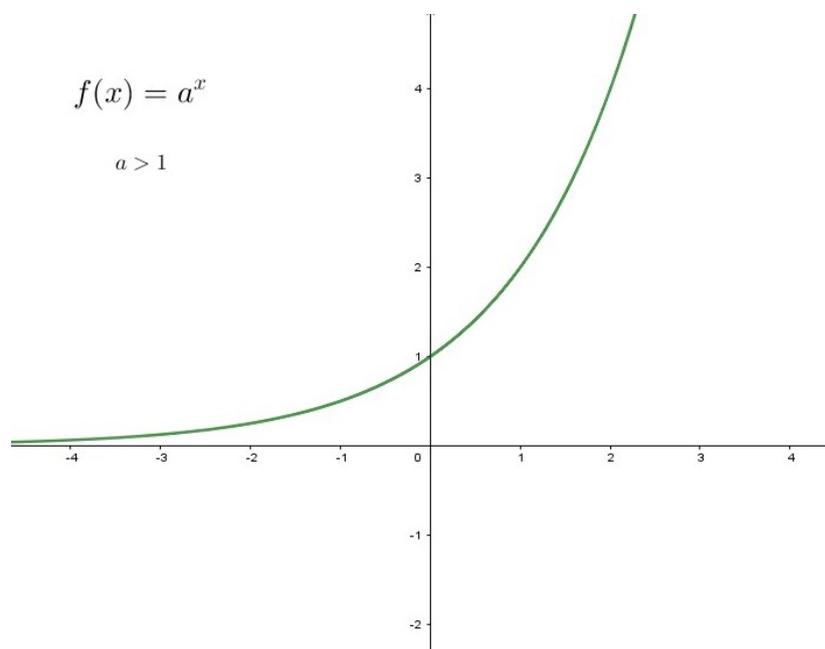
$$f(x) = a^x \quad \text{com} \quad 0 < a \neq 1.$$

O número  $a$  é chamado de base e seu valor sempre será um número real positivo.

Com respeito ao comportamento de crescente ou decrescente da função exponencial  $f(x) = a^x$ , destacamos:

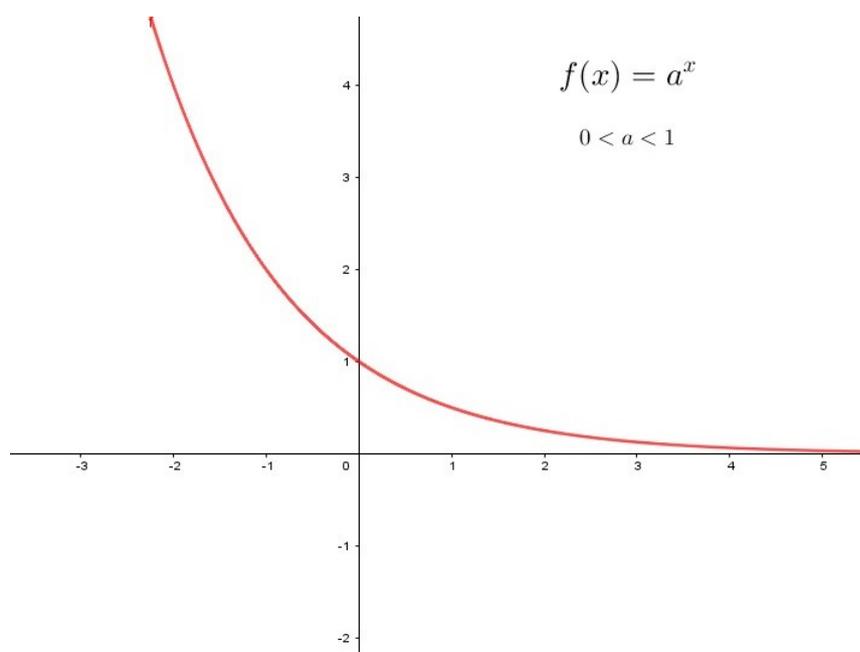
- Se  $a > 1$ , temos que  $f(x)$  é uma função crescente, isto é, dados números reais  $x$  e  $y$ , com  $x < y$ , temos que  $f(x) = a^x < a^y = f(y)$  (veja a Figura 42);
- Se  $0 < a < 1$ , obtemos que  $f(x)$  é uma função decrescente, ou seja, dados números reais  $x$  e  $y$ , tal que  $x > y$ , vale  $f(x) = a^x < a^y = f(y)$  (observe a Figura 43).

Figura 42 – Gráfico da Função Exponencial Crescente



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 43 – Gráfico da Função Exponencial Decrescente



Fonte: Elaborada pela autora.

### 3.3 Atividade C

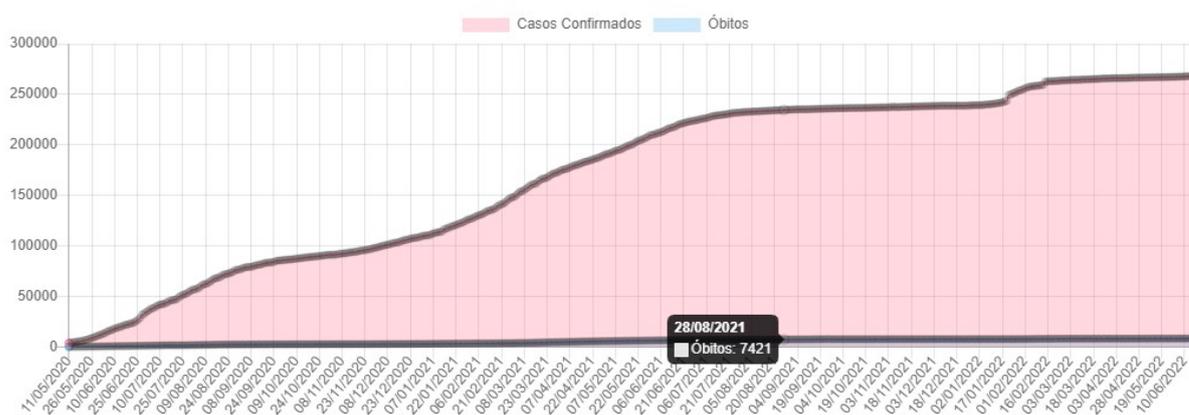
A atividade proposta neste capítulo, planeja que os estudantes utilizem os conhecimentos prévios adquiridos sobre função exponencial, para comparar gráficos de dois períodos da Pandemia e analisar as diferenças entre estes gráficos, com o intuito de perceber o ganho que a população obteve com o avanço da vacinação. (Para mais detalhes, visualize a animação em ([AMORIM; PORTO, 2022a](#)).)

Utilizaremos dois períodos de dados de óbitos acumulados registrados: o período anterior ao início da campanha de vacinação no Brasil (até dezembro de 2020) e o período em que a vacinação já está avançada no país (a partir de janeiro de 2022). A cidade escolhida neste trabalho foi a cidade de Salvador, capital do estado da Bahia.

#### Coleta de Dados

A prefeitura de Salvador disponibiliza os dados da Pandemia na plataforma ([PREFEITURA DE SALVADOR. Secretaria Municipal de Saúde, 2022](#)). Esta página é sugerida para coleta de dados por apresentar de forma simples o registro dos óbitos e as respectivas datas, desde o início dos casos. Ao clicar em uma data específica, é possível ver o número de óbitos daquele dia. Por exemplo, está registrado 7421 óbitos acumulados no dia 28/08/2021 como mostra a Figura 44.

Figura 44 – Dados da COVID-19 em Salvador - Ba



Fonte: [Prefeitura de Salvador. Secretaria Municipal de Saúde \(2022\)](#)

A cidade de Salvador foi escolhida por ser uma capital e por ter um maior registro de casos e óbitos acumulados, além de possuir maior população comparando com as demais cidades da Bahia. Dessa forma, é possível observar mais efetivamente os efeitos da vacinação na diminuição dos casos de óbitos.

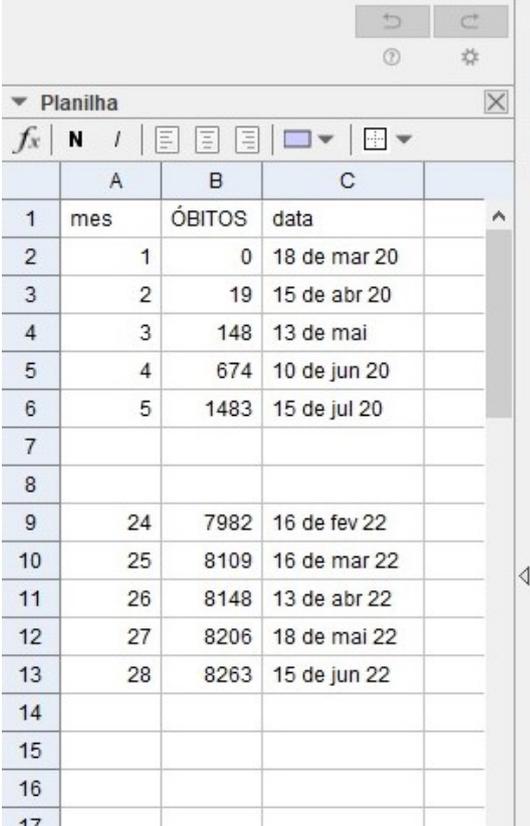
Ao acessar o sítio eletrônico ([PREFEITURA DE SALVADOR. Secretaria Municipal de Saúde, 2022](#)), os estudantes devem selecionar um dia de cada mês, entre março e julho, do ano de 2020. O outro período escolhido para estabelecer a comparação é 2022, selecionando um dia de cada mês de fevereiro à junho. Recorde que o primeiro período coincide com primeira onda da pandemia, enquanto que o segundo caracteriza período com alto percentual de vacinação.

O professor deve sugerir aos alunos que escolham um dia de quarta-feira a cada mês, variando entre as datas 10 à 18. Para isso deve-se consultar um calendário, disponibilizado pelo professor. Também deve ser esclarecido que esse dia da semana é escolhido por ser um dia em que há menor represamento de dados.

### Construção da Planilha e Lista de Pontos

A contagem dos meses no período da Pandemia inicia em março de 2020, sendo este o mês 1, seguindo até o mês 28, em junho de 2022. Na planilha do *GeoGebra*, veja Figura 45, temos que: a coluna *A* registrará os meses selecionados de cada ano, seguindo essa numeração; na coluna *B* deve estar os óbitos acumulados referentes a cada dia escolhido dos meses; a coluna *C* deve constar as datas de cada dia que foi registrado.

Figura 45 – Planilha

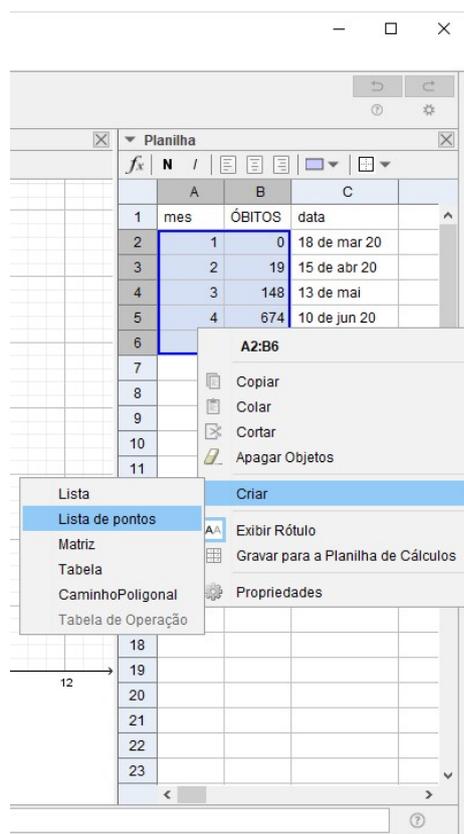


	A	B	C
1	mes	ÓBITOS	data
2	1	0	18 de mar 20
3	2	19	15 de abr 20
4	3	148	13 de mai
5	4	674	10 de jun 20
6	5	1483	15 de jul 20
7			
8			
9	24	7982	16 de fev 22
10	25	8109	16 de mar 22
11	26	8148	13 de abr 22
12	27	8206	18 de mai 22
13	28	8263	15 de jun 22
14			
15			
16			
17			

Fonte: Elaborada pela autora.

Após os registros na planilha, os alunos devem ser orientados a criar duas listas de pontos. Selecionando nas colunas *A* e *B* as linhas 2 à 5, clicando com o botão direito do mouse, em “Criar”, seleciona-se “Lista de Pontos”, assim é criada a *l1*, lista dos pontos referentes aos dias dos meses e respectivos óbitos do ano de 2020, como mostra a Figura 46. Deve-se repetir esses passos para construir a *l2*, lista dos pontos referentes aos dias dos meses e respectivos óbitos do ano de 2022.

Figura 46 – Lista de Pontos



Fonte: Elaborada pela autora.

## Funções Exponencias com Controles Deslizantes

Inicialmente, construiremos controles deslizantes cujos intervalos, mínimo e máximo, contemplem as duas listas de pontos. Será preciso criar 2 (dois) controles deslizantes para a lista *l1* e 2 (dois) controles para a lista *l2*. Isso se faz necessário porque, se os intervalos de um controle for muito grande, o *GeoGebra* pode dar erro. De acordo com os dados coletados na planilha, os controles deslizantes devem estar definidos do seguinte modo

- Para lista *l1*:

$$0 < a < 15 \text{ com incremento } 0,01;$$

$$0 < b < 5 \text{ e incremento } 0,01;$$

- Para lista  $l2$ :  
 $1000 < c < 7000$  com incremento  $0,01$ ;  
 $0 < d < 5$  e incremento  $0,01$ .

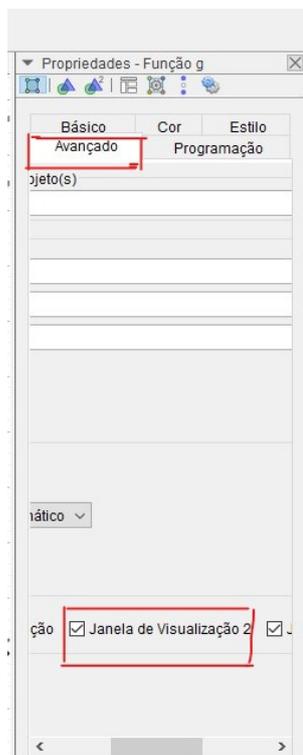
Após determinar as variáveis  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  dos controles deslizantes, na “Janela de Visualização”, deve ser definida duas funções exponenciais

$$f(x) = a b^x \quad \text{e} \quad g(x) = c d^x.$$

Os estudantes devem movimentar os controles deslizantes até que consigam ajustar a curva da função  $f(x)$  aos pontos da lista  $l1$ . Analogamente, ajustar a função  $g(x)$ , à lista  $l2$ . Em seguida, devem registrar os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ ,  $d$  que melhor se ajustam a cada uma das listas de pontos. É importante ressaltar que os alunos poderão encontrar valores diferentes para os parâmetros, já que o ajuste feito por eles é manual. Por outro lado, é esperado que eles encontrem valores próximos.

Para que os estudantes possam melhor comparar a curva  $f(x)$  aos pontos da lista  $l1$  e a curva  $g(x)$ , à lista  $l2$ , deve-se exibir as funções e as listas em janelas de visualização diferentes. Para isto realizar, é necessário acessar “Propriedades”, depois “Avançado” e selecionar a opção “Janela de Visualização 2”, para  $g(x)$  e os pontos da lista  $l2$  (denotados por  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $I$  e  $J$ ), como destacado na Figura 47.

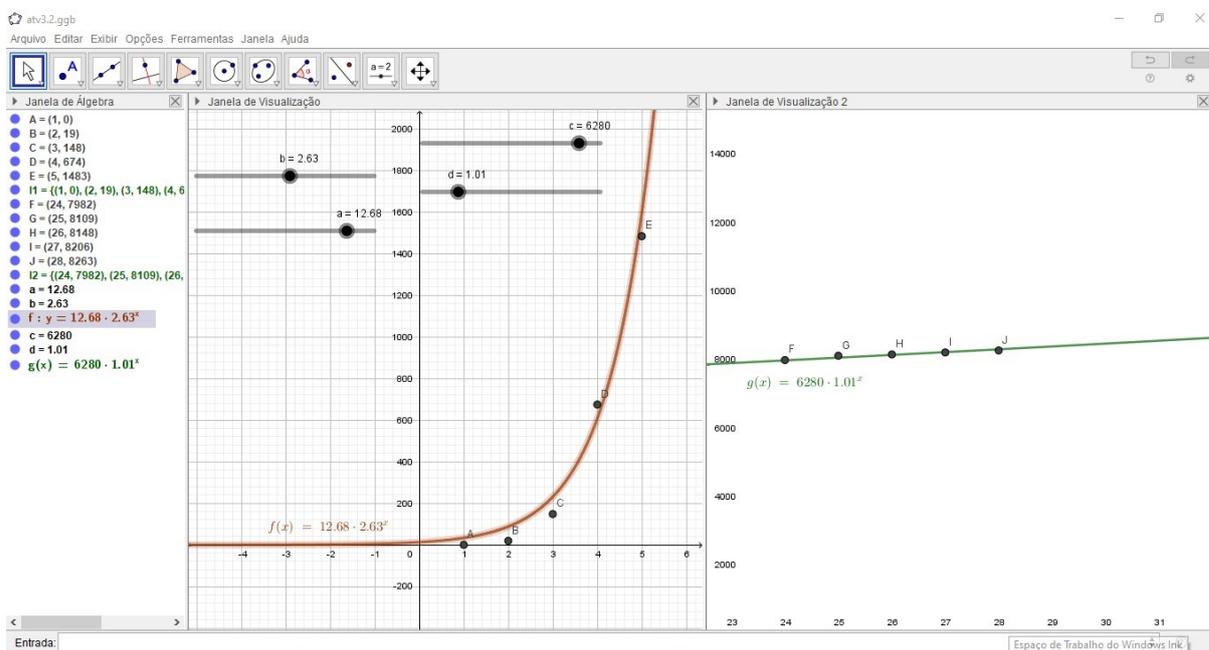
Figura 47 – Janela de Visualização 2



Fonte: Elaborada pela autora.

As duas janelas de visualização podem ser vistas na Figura 48.

Figura 48 – Visualização das Funções  $f(x)$  e  $g(x)$

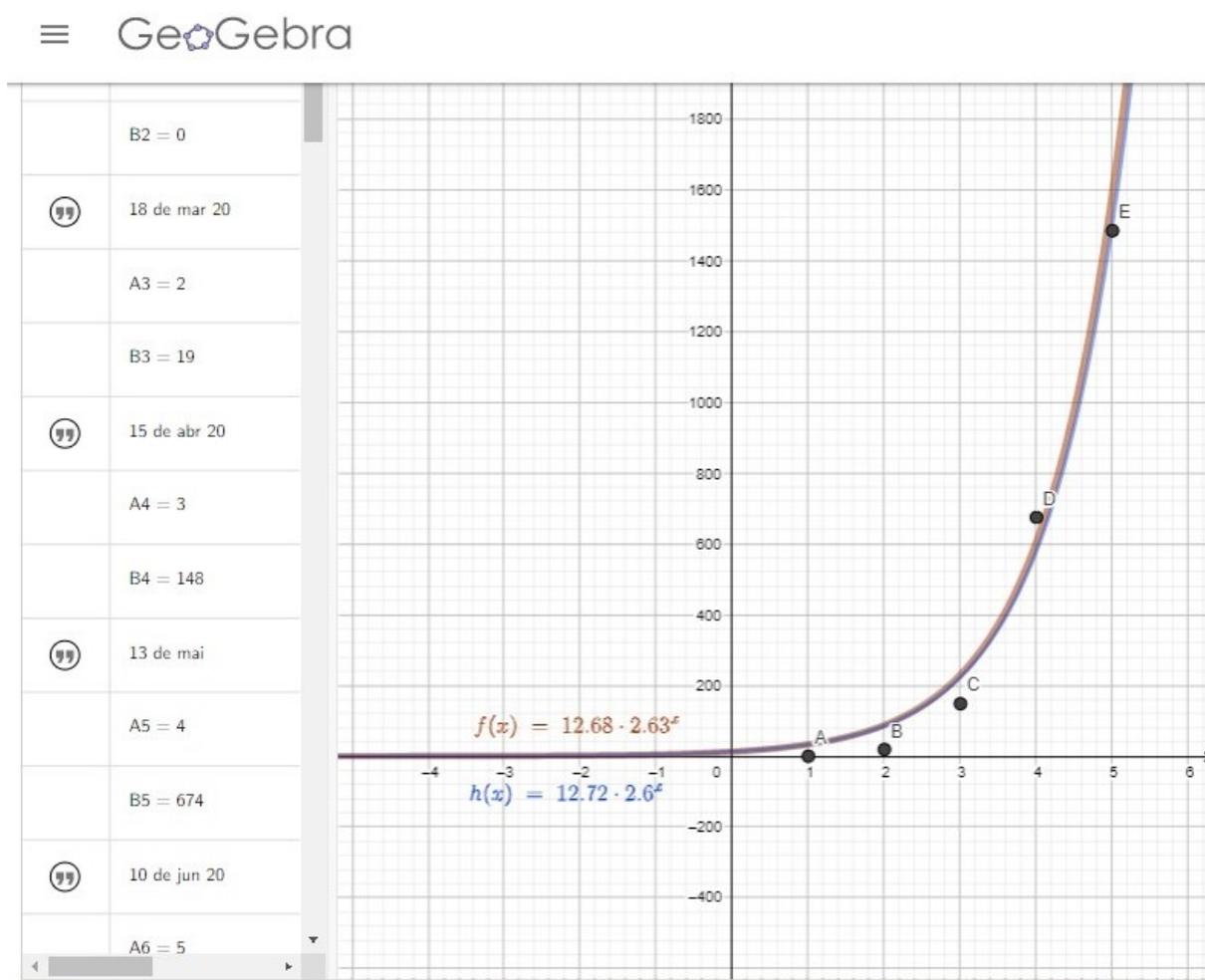


Fonte: Elaborada pela autora.

## Regressão

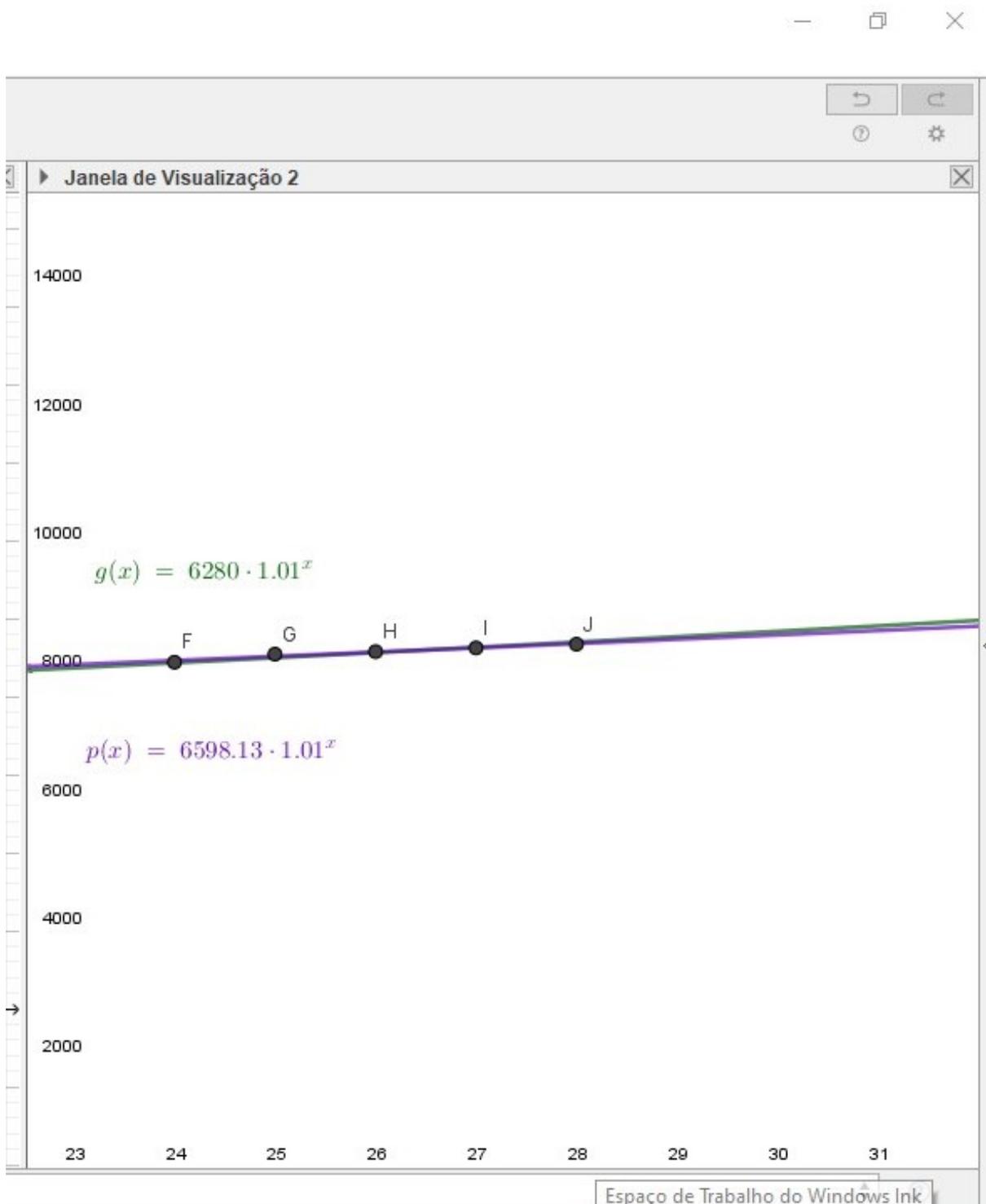
Depois dos alunos registrarem as funções ajustadas às listas de pontos  $I1$  e  $I2$  pelos os controles deslizantes, o professor deve orientar que utilizem a ferramenta “Regressão(<lista de pontos>, <função>)”. Através dessa ferramenta será possível comparar os valores dos parâmetros registrados anteriormente e perceber quais melhores funções se ajustam às listas dos pontos compilados na planilha, como pode ser visto nas Figuras 49 e 50.

Figura 49 – Visualização da Função  $f(x)$  e a Regressão de  $l1$  e  $f(x)$



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 50 – Visualização da Função  $g(x)$  e a Regressão de  $l_2$  e  $g(x)$



Fonte: Elaborada pela autora.

## Avaliação da Aprendizagem C

Depois das construções dos gráficos, o professor deve aplicar o questionário a seguir para a turma, com questões que tem a finalidade de avaliar o conhecimento adquirido na atividade, além de estabelecer um comparativo entre os períodos pré e pós vacinação.

**Questão 1.** Ao manipular os controles deslizantes  $a$  e  $b$ , qual função exponencial melhor se ajusta à lista de pontos  $l1$ ?

**Questão 2.** Ao manipular os controles deslizantes  $c$  e  $d$ , qual função exponencial melhor se ajusta à lista de pontos  $l2$ ?

**Questão 3.** De acordo com a regressão calculada para a função  $f$  e a lista  $l1$ , qual a taxa de crescimento de  $f(x)$  no ano de 2020?

**Questão 4.** Após usar a ferramenta de regressão para a função  $g(x)$  e a lista  $l2$ , qual é a taxa de crescimento registrada no ano de 2022?

**Questão 5.** Que função apresenta uma curva de crescimento exponencial mais acentuado? Em que ano isso é observado?

**Questão 6.** De acordo com a plataforma (G1, 2022), em junho de 2022 mais de 80% da população brasileira com 5 anos ou mais estava vacinada contra o novo coronavírus, com duas doses ou dose única, enquanto que em 2020 ainda não existiam vacinas contra o coronavírus. A que se pode atribuir a diferença entre as taxa de crescimento de óbitos desses dois períodos?

## Metodologia da Atividade C

Ao final dessa atividade, o professor deve fazer uma retomada do que foi abordado e estimular discussões sobre a importância da campanha de vacinação, validada pela comparação dos gráficos que foram construídos.

Os alunos devem perceber que quanto maior a base da exponencial, mais rápido será o crescimento de óbitos. Além disso, quanto mais próxima a base estiver de 1, a curva terá um comportamento parecido com uma reta horizontal nas proximidades dos pontos. Este comportamento sinaliza uma tendência de estabilidade da pandemia.

## 4 Conclusão

Este trabalho trouxe propostas de atividades a serem aplicadas em sala de aula, sugerindo a utilização do saber matemático com enfoque na responsabilidade social. As atividades A e B devem ser aplicadas para alunos do oitavo ano e a atividade C deve ser aplicada para alunos do primeiro ano do ensino médio. Nessas atividades foi sugerida a utilização do saber matemático com enfoque na responsabilidade social.

Utilizar os conhecimentos matemáticos no contexto da Pandemia se fez urgente para compreensão da realidade e dos riscos causados ao ignorar (ou negar) os dados. Acreditamos que é possível, através do desenvolvimento de habilidades matemáticas, alguma mudança no comportamento negacionista das pessoas.

Em nossas propostas estiveram presentes características essenciais à Modelagem Matemática, tais como: coleta de dados, investigação de um problema da realidade, utilização de saberes matemáticos já conhecidos para alcançar uma solução para o problema, discussão e compartilhamento dos resultados encontrados. Nos embasando nas ideias de (BARBOSA, 2001), (SKOVSMOSE, 1990) e (ARAÚJO, 2009) e seguimos as orientações da (BRASIL. Ministério da Educação, 2018), destacamos a importância de formar cidadãos “alfabetizados matematicamente”, agindo como sujeitos ativos e responsáveis por suas ações, pelo seu bem estar e da sociedade que estão inseridos.

Outro objetivo deste texto é apresentar uma compilação da temática em questão, que é bastante atual e carece de bibliografias clássicas. Vale ressaltar que todo o conteúdo encontrado deve-se ao empenho do jornalismo científico, através de diversas matérias de divulgação, ou à dedicação dos pesquisadores para o desenvolvimento de artigos científicos formais da área de saúde. Acreditamos que a pandemia de COVID-19 ainda venha a ser objeto de discussão e tema de outros trabalho científicos durante as próximas décadas.

Também entendemos que o professor precisa estar sempre buscando aprender e se atualizar, para utilizar tecnologia em suas aulas. Por acreditar que inserir ferramentas tecnológicas no processo de ensino aprendizagem pode potencializar o aprendizado, optamos por utilizar o *software GeoGebra* nas três propostas de atividades. Atentos ao potencial pedagógico desse recurso, os professores poderão estimular maior interação, motivação e criatividade, proporcionando um aprendizado mais significativo aos estudantes.

As atividades A e B devem ser desenvolvidas em escolas onde há computadores disponíveis para os estudantes. Já a atividade B pode ser compartilhada pelo professor e basta que os alunos tenham *smartphones* ou *tablets* (com acesso à *internet*). Para tornar possível a aplicação de atividades com uso de tecnologias em sala de aula, entendemos

que alguns obstáculos podem surgir, visto que, muitas escolas brasileiras não dispõem de computadores ou *internet* para uso dos estudantes e professores. É portanto, dever da escola disponibilizar recursos para que professor e aluno avancem na construção do conhecimento, onde a tecnologia serve para agregar valor, possibilitando ao aluno uma maior interação com o mundo e realidade em que vive.

Muitos ensinamentos podem ser retirados de cenários pandêmicos e a Matemática foi uma importante aliada, demonstrando irrefutavelmente a relevância de seguir os protocolos estabelecidos para conter o vírus. Por fim, esperamos que as atividades que propomos conduzam o estudante à reflexão do seu papel social, compreendendo que ações individuais refletem no bem estar coletivo. Apesar de não termos o poder de mudar o mundo de forma instantânea, nossas ações podem refletir de forma significativa na sociedade em que vivemos.

## Referências

- AMORIM, I. M. de A. L.; PORTO, J. P. S. *Covid - Função Exponencial*. GeoGebra, 2022. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/eb2hfcw8>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- AMORIM, I. M. de A. L.; PORTO, J. P. S. *Covid e Variantes*. GeoGebra, 2022. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/dn5yh9cf>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- ARAÚJO, J. de L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 56–68, 2009.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: *Reunião Anual da ANPED*. Rio de Janeiro: ANPED, 2001.
- BIERNATH, A. Covid-19: com presidente ‘ensandecido e mal informado’, brasil vive ‘mistura de pandemia com pandemônio’, diz sanitaria gonzalo vecina. *BBC NEWS Brasil*, 20 ago. 2021. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/brasil-58276775>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- BOCCHINI, B. Pesquisa da UFMG mostra subnotificação de casos de covid-19 em 2020: Estudo analisou dados em belo horizonte, salvador e natal. *Agência Brasil*, Rio de Janeiro, 13 mai. 2022. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2022-05/pesquisa-da-ufmg-mostra-subnotificacao-de-casos-de-covid-19-em-2020>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- BRASIL. Ministério da Saúde. *Painel de casos de doença pelo coronavírus 2019 (COVID-19) no Brasil*. 2022. Disponível em: <<https://covid.saude.gov.br/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.
- BRASIL REGISTRA 1.206 mortes por Covid em 24 horas. *Jornal Nacional*, Rio de Janeiro, 21 jan. 2021. Disponível em: <<https://globoplay.globo.com/v/9213161/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- Brasil.io. *Especial COVID-19*. 2022. Disponível em: <<https://www.brasil.io/covid19/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- CAMPOS, M. F. D.; FILHO, L. J. S. O uso da média móvel como indicador de tendência: do mercado financeiro ao acompanhamento dos casos de covid-19. *Negócios em Projeção*, Brasília, v. 12, n. 2, 2021. Disponível em: <<http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao1/article/view/1747>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- CARTHAUS, A. O que é o número de reprodução R? *Deutsche Welle Brasil*, São Paulo, 11 mai. 2020. Disponível em: <<https://www.dw.com/pt-br/o-que-%C3%A9-o-n%C3%BAmero-de-reprodu%C3%A7%C3%A3o-r/a-53397119>>. Acesso em: 20 set. 2022.

CONSÓRCIO DE VEÍCULOS DE IMPRENSA. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Wikimedia, 2022. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Cons%C3%B3rcio\\_de\\_Ve%C3%ADculos\\_de\\_Imprensa](https://pt.wikipedia.org/wiki/Cons%C3%B3rcio_de_Ve%C3%ADculos_de_Imprensa)>. Acesso em: 20 set. 2022.

COVAX. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Wikimedia, 2022. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/COVAX>>. Acesso em: 20 set. 2022.

CRESCIMENTO EXPONENCIAL E LOGÍSTICO. In: KHAN Academy. [s.n.], 2022. Disponível em: <<https://pt.khanacademy.org/science/biology/ecology/population-growth-and-regulation/a/exponential-logistic-growth>>. Acesso em: 30 set. 2022.

DOREMALEN, N. van et al. Aerosol and surface stability of SARS-CoV-2 as compared with SARS-CoV-1. *New England Journal of Medicine*, v. 382, n. 16, p. 1564–1567, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1056/NEJMc2004973>>. Acesso em: 20 set. 2022.

Fiocruz. *Dashboard Rede Genômica*. 2022. Disponível em: <<https://www.genomahcov.fiocruz.br/dashboard-pt/>>. Acesso em: 20 set. 2022.

FORATO, F. Vacinas evitaram quase 20 milhões de mortes por covid no mundo em um ano. *Canaltech*, São Bernado do Campos, 24 jul. 2022. Disponível em: <<https://canaltech.com.br/saude/vacinas-evitaram-quase-20-milhoes-de-mortes-por-covid-no-mundo-em-um-ano-219528/>>. Acesso em: 20 set. 2022.

G1. *Mapa da vacinação contra Covid-19 no Brasil*. 2022. Disponível em: <<https://especiais.g1.globo.com/bemestar/vacina/2021/mapa-brasil-vacina-covid/>>. Acesso em: 20 set. 2022.

GALHARDI, C. P. et al. Fake news e hesitação vacinal no contexto da pandemia da covid-19 no brasil. *Ciência & Saúde Coletiva*, São Paulo, v. 27, n. 05, p. 1849–1858, 18 fev. 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1413-81232022275.24092021>>. Acesso em: 20 set. 2022.

HÁ MAIS DE 100 ANOS, Revolta da Vacina foi marcada por mortes, estado de sítio e fake news. *Instituto Butantan*, São Paulo, 05 nov. 2021. Disponível em: <<https://butantan.gov.br/noticias/ha-mais-de-100-anos-revolta-da-vacina-foi-marcada-por-mortes-estado-de-sitio-e-fake-news>>. Acesso em: 20 set. 2022.

IAMARINO Átila. *Vamos enfrentar a pior variante*. [Live], 2021. Disponível em: <[https://youtu.be/U52azs\\_yGCI](https://youtu.be/U52azs_yGCI)>. Acesso em: 20 set. 2022.

IDOETA, P. A. As falhas do ensino da matemática expostas pela pandemia do coronavírus. *BBC News Brasil*, São Paulo, 06 jun. 2020. Disponível em: <<https://educacao.uol.com.br/noticias/bbc/2020/06/06/as-falhas-do-ensino-da-matematica-expostas-pela-pandemia-do-coronavirus.htm>>. Acesso em: 20 set. 2022.

Instituto Sidarta. *Como Ensinar a Matemática do Futuro?* [Webinar] - Mentalidades Matemáticas, 2020. Disponível em: <<https://youtu.be/PozFGfhiZKI>>. Acesso em: 20 set. 2022.

LIMA, E. L. *Números e Funções Reais*. 1. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. 297 p. ISBN 978-8585818814.

- LISBOA, V. Covid-19: Em dois anos, variantes e vacinas moldaram fases da pandemia. *Agência Brasil*, Rio de Janeiro, 11 mar. 2022. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/saude/noticia/2022-03/covid-19-em-dois-anos-variantes-e-vacinas-moldaram-fases-da-pandemia>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- MICHELON, C. M. Principais variantes do sars-cov-2 notificadas no brasil. *Revista Brasileira de Análises Clínicas*, Rio de Janeiro, v. 53, n. 2, p. 109–116, fev. 2021. Disponível em: <[http://www.rbac.org.br/wp-content/uploads/2021/10/RBAC-vol-53-2-2021\\_artigo01.pdf](http://www.rbac.org.br/wp-content/uploads/2021/10/RBAC-vol-53-2-2021_artigo01.pdf)>. Acesso em: 20 set. 2022.
- Microsoft Bing. *Painel Pandemia de Coronavírus (COVID-19)*. 2022. Disponível em: <<https://www.bing.com/search?q=covid+19&q=HS&sk=HS1&sc=10-0&cvid=EA1134F94F5B401D8CCF561BE429A9BE&FORM=QBLH&sp=2>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- OMS ANUNCIA novas nomenclaturas para variantes do SARS-CoV-2. *Bio-Manguinhos/Fiocruz*, Rio de Janeiro, 08 jun. 2021. Disponível em: <<https://www.bio.fiocruz.br/index.php/br/noticias/2421-oms-anuncia-novas-nomenclaturas-para-variantes-do-sars-cov-2>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- Organização Mundial da Saúde. *Regulamento Sanitário Internacional*. Genebra, 1983.
- Organização Mundial da Saúde. *WHO Coronavirus (COVID-19) Dashboard*. 2022. Disponível em: <<https://covid19.who.int/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- Organização Pan-Americana de Saúde. *Regulamento Sanitário Internacional: perspectivas da região das américas*. Brasília, 2016. Disponível em: <<https://www.paho.org/pt/regulamento-sanitario-internacional-rsi>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- Organização Pan-Americana de Saúde. *Atualização epidemiológica: variantes de SARS-CoV-2 nas américas*. Brasília, 2021. Disponível em: <[https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/53234/EpiUpdate26January2021\\_por.pdf](https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/53234/EpiUpdate26January2021_por.pdf)>. Acesso em: 20 set. 2022.
- PASSARINHO, N. 3 erros que levaram à falta de vacinas contra covid-19 no brasil. *BBC NEWS Brasil*, Londres, 23 fev. 2021. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/brasil-56160026>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- PELA PRIMEIRA VEZ, Brasil ultrapassa 4 mil mortes por Covid em 24 horas. *Jornal Nacional*, Rio de Janeiro, 06 abr. 2021. Disponível em: <<https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2021/04/06/pela-primeira-vez-brasil-ultrapassa-4-mil-mortes-por-covid-em-24-horas.ghtml>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- PREFEITURA DE SALVADOR. Secretaria Municipal de Saúde. *Indicadores COVID-19*. 2022. Disponível em: <<http://www.saude.salvador.ba.gov.br/covid/indicadorescovid/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- REIS, M. M. Análise de séries temporais. In: *Capítulo 4 das Notas de Aula de INE 7001 - Estatística para Administradores I*. Florianópolis: UFSC, 2021. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/~marcelo.menezes.reis/Cap4.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- SCHUELER, P. O que é uma pandemia. *Bio-Manguinhos/Fiocruz*, Rio de Janeiro, 28 jul. 2021. Disponível em: <<https://www.bio.fiocruz.br/index.php/br/noticias/1763-o-que-e-uma-pandemia>>. Acesso em: 20 set. 2022.

- SERRANO, C. Covid-19: por que a ômicron é tão contagiosa e outras 6 perguntas sobre a variante. *BBC NEWS Brasil*, São Paulo, 14 jan. 2022. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/geral-59984017>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- SILVA, E. J. A. da; SILVA, D. de S. R. da. Achatando a curva da COVID-19: discutindo estratégias usando o geogebra. *Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT*, Florianópolis, v. 15, p. 01–21, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e74617>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Florianópolis, v. 21, n. 5, p. 765–779, 1990. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/0020739900210512>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- SPONCHIATO, D. Como o coronavírus é transmitido e por quanto tempo ele resiste por aí. *Veja Saúde*, Grupo Abril, São Paulo, 19 mar. 2020. Disponível em: <<https://saude.abril.com.br/medicina/como-o-coronavirus-e-transmitido-e-por-quanto-tempo-ele-resiste-por-ai/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- VACINAÇÃO CONTRA COVID-19 no Brasil completa 1 ano com grande impacto da CoronaVac na redução de hospitalizações e mortes. *Instituto Butantan*, São Paulo, 17 jan. 2022. Disponível em: <<https://butantan.gov.br/noticias/vacinacao-contracovid-19-no-brasil-completa-1-ano-com-grande-impacto-da-coronavac-na-reducao-de-hospitalizacoes-e-mortes>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- VEJA QUAIS PAÍSES iniciaram a vacinação contra a Covid-19; Brasil está fora. *CNN Brasil*, São Paulo, 24 dez. 2020. Disponível em: <<https://www.cnnbrasil.com.br/saude/quais-os-paises-que-ja-comecaram-a-vacinacao-contracovid-19/>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- VICK, M. Pandemia: origens e impactos, da peste bubônica à covid-19. *Nexo Jornal*, São Paulo, 20 jun. 2020. Disponível em: <<https://www.nexojornal.com.br/explicado/2020/06/20/Pandemia-origens-e-impactos-da-pestebubonica-covid-19>>. Acesso em: 20 set. 2022.
- WATSON, O. J. et al. Global impact of the first year of covid-19 vaccination: a mathematical modelling study. *The Lancet Infectious Diseases*, 23 jul. 2022. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S1473-3099\(22\)00320-6](https://doi.org/10.1016/S1473-3099(22)00320-6)>. Acesso em: 20 set. 2022.
- ZAPAROLLI, D. O desafio de calcular o R: Informações falhas dificultam a determinação do número efetivo de reprodução da infecção e impactam o combate à covid-19. *Pesquisa FAPESP*, São Paulo, v. 293, jul. 2020. Disponível em: <<https://revistapesquisa.fapesp.br/o-desafio-de-calcular-o-r/>>. Acesso em: 20 set. 2022.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Atividade A

## Roteiro A1

Primeiramente, realizaremos o processo de *Coleta de Dados* da COVID-19 que serão utilizados durante esta atividade:

- Acesse o site <[www.brasil.io/covid19](http://www.brasil.io/covid19)>;
- Faça o login no site utilizando a senha disponibilizada pelo professor;
- Clique em “Dados Completos”;
- Filtre dados, escolhendo o estado da Bahia e a cidade de Camaçari.
- Clique em “Baixar Resultador em .CSV”;
- O arquivo será aberto no *Microsoft Excel*, salve este arquivo para utiliza-lo depois;
- Abra o *GeoGebra* e selecione em “Exibir”, a opção “Planilha”;
- Na primeira linha e primeira coluna, com o botão direito do mouse, selecione “Importar Arquivo de Dados”;
- Para importar arquivo de dados para o *GeoGebra*, na janela que aparece na tela, selecione o arquivo salvo no *Microsoft Excel*;
- Exclua as colunas *D*, *E*, *F*, *O* e *P*, as quais não serão utilizadas;
- Apenas as seguintes colunas ficarão na planilha:
  - Coluna A: Semana Epidemiológica
  - Coluna B: Data
  - Coluna C: Dias a partir do primeiro caso
  - Coluna D: Confirmados acumulados
  - Coluna E: Confirmados acum./100k habitantes
  - Coluna F: Confirmações no dia
  - Coluna G: Óbitos acumulados
  - Coluna H: Óbitos no dia
  - Coluna I: Óbitos/confirmados

---

Veremos abaixo quais passos devem ser seguidos para construção do *Gráfico de Casos Acumulados*:

- Selecione as colunas  $C$  (dias a partir do primeiro caso) e  $D$  (casos confirmados acumulados);
- Clique na Ferramenta “Análise Bivariada”;
- Clique no botão “Analisar” na janela que surgiu e logo aparecerá a nova janela denominada “Análise de Dados”;
- Selecione a opção “Copiar para Janela de Visualização”;
- Para poder editar, selecione em “Exibir” as opções “Janela de Visualização” e “Janela de Álgebra”;
- Em “Janela de Álgebra” digite o comando “Caminho Poligonal (l1)”;
- Desmarque a lista de pontos l1 que aparece na “Janela de Álgebra”;
- Pode fechar a janela de “Análise de Dados” e a “Planilha”.

---

Realizando passos similares aos anteriores, seremos capazes de construir o *Gráficos de Óbitos Acumulados*:

- Selecione as colunas  $C$  (dias a partir do primeiro caso) e  $G$  (óbitos confirmados acumulados);
  - Clique na Ferramenta “Análise Bivariada”;
  - Clique no botão “Analisar” na janela que surgiu e logo aparecerá a nova janela denominada “Análise de Dados”;
  - Selecione a opção “Copiar para Janela de Visualização”;
  - Para poder editar, selecione em “Exibir” as opções “Janela de Visualização” e “Janela de Álgebra”;
  - Em “Janela de Álgebra” digite o comando “Caminho Poligonal (l2)”;
  - Desmarque a lista de pontos l2 que aparece na “Janela de Álgebra”;
  - Pode fechar a janela de “Análise de Dados” e a “Planilha”.
-

## Avaliação da Aprendizagem A1

**Questão 1.** Ao construir o gráfico de infectados acumulados, após quantos dias é possível observar um comportamento de estabilização da Pandemia?

**Questão 2.** Qual a quantidade de infectados registrada quando o gráfico de infectados acumulados atinge estabilidade?

**Questão 3.** Supondo que o número total de infectados represente indivíduos que foram infectados apenas uma vez pelo Coronavírus, quantos por cento da população local esse valor representa? Considere que a população total da cidade de Camaçari é de 304302 habitantes, de acordo com a página da *internet* de onde foram compilados os dados.

**Questão 4.** Analisando o gráfico de óbitos acumulados, após quanto tempo, a partir do primeiro caso, ocorre estabilidade?

**Questão 5.** Qual o total de óbitos registrados, na cidade de Camaçari, até o último dia de coleta dos dados?

**Questão 6.** O termo “taxa de mortalidade” é utilizado para analisar o impacto de uma doença em uma determinada população. Pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{taxa de mortalidade} = \frac{\text{número de pessoas que morrem por uma causa específica}}{\text{número total de pessoas na população}}.$$

Calcule a taxa de mortalidade de COVID-19 em Camaçari.

**Questão 7.** Taxa de letalidade é a taxa que avalia o número de mortes em relação às pessoas que apresentam a doença ativa, ou seja, mede a porcentagem de pessoas infectadas que evoluem para óbito. Calcule a taxa de letalidade do COVID-19, na cidade de Camaçari, referente a última data dos dados coletados?

## Roteiro A2

Para construir o *Gráfico de Casos Diários*

- Procure a coluna detalha a quantidade de casos diários;
- Selecione as colunas  $C$  (dias a partir do primeiro caso) e a coluna do item anterior;
- Clique na Ferramenta “Análise Bivariada”;
- Clique no botão “Analisar” na janela que surgiu e logo aparecerá a nova janela denominada “Análise de Dados”;
- Selecione a opção “Copiar para Janela de Visualização”;
- Para poder editar, selecione em “Exibir” as opções “Janela de Visualização” e “Janela de Álgebra”;
- Em “Janela de Álgebra” digite o comando “Caminho Poligonal (13)”;
- Desmarque a lista de pontos 13 que aparece na “Janela de Álgebra”;
- Pode fechar a janela de “Análise de Dados” e a “Planilha”.

---

Analogamente, temos a seguinte construção do *Gráfico de Óbitos Diários*:

- Descubra qual coluna fornece a informação de óbitos diários;
  - Selecione as colunas  $C$  (dias a partir do primeiro caso) e a coluna do item anterior;
  - Clique na Ferramenta “Análise Bivariada”;
  - Clique no botão “Analisar” na janela que surgiu e logo aparecerá a nova janela denominada “Análise de Dados”;
  - Selecione a opção “Copiar para Janela de Visualização”;
  - Para poder editar, selecione em “Exibir” as opções “Janela de Visualização” e “Janela de Álgebra”;
  - Em “Janela de Álgebra” digite o comando “Caminho Poligonal (14)”;
  - Desmarque a lista de pontos 14 que aparece na “Janela de Álgebra”;
  - Pode fechar a janela de “Análise de Dados” e a “Planilha”.
-

## Avaliação da Aprendizagem A2

**Questão 1.** De acordo com os gráficos construídos, em quais períodos foram registrados a maior quantidade de indivíduos infectados? E de óbitos?

**Questão 2.** Uma pesquisa coordenada pelo Grupo de Pesquisas em Epidemiologia e Avaliação em Saúde (GPEAS), ligado ao Programa de Pós-graduação em Saúde Pública da Faculdade de Medicina da UFMG, demonstrou ter existido sub notificação de registro de óbitos em 2020. Os pesquisadores avaliaram que o número de óbitos pela doença no Brasil em 2020 está subestimado em pelo menos 18%, de acordo com (BOCCHINI, 2022). Levando essa porcentagem em consideração, faça uma estimativa para o número de óbitos de sua cidade no dia 01/10/2020.

**Questão 3.** Ainda considerando que em 2020 os óbitos foram sub notificados em 18% qual seria o número de óbitos mais próximo da realidade durante este ano?

## Roteiro A3

Para obter o *Gráfico de Média Móvel de Casos Diários*, basta proceder da seguinte forma:

- Acrescente uma nova coluna  $K$ ;
  - Na linha 8 e coluna  $K$ , digite a fórmula: = média( $F2 : F8$ );
  - A partir da colunas  $C$  e da nova coluna  $K$ , repita os passos da construção de um gráfico.
- 

De modo similar, teremos a construção do *Gráfico de Média Móvel de Óbitos diários*:

- Acrescente uma nova coluna  $J$ ;
  - Na linha 8 e coluna  $J$ , digite a fórmula: = média( $H2 : H8$ );
  - A partir da colunas  $C$  e da nova coluna  $J$ , repita os passos da construção de um gráfico.
- 

## Avaliação da Aprendizagem A3

**Questão 4.** Comparando a média móvel de casos (ver coluna  $K$  da planilha) do dia 06/07/2021 com o dia 21/07/2021, é possível observar tendência de alta, estabilidade ou queda?

**Questão 1.** Em 28/02/2021 se observa um número elevado na média móvel dos casos de infectados, ao comparar com duas semanas anteriores a esta data. Pode-se afirmar que houve alta das infecções registradas?

**Questão 2.** Ainda de acordo com os dados registrados em 28/02/2021, a média móvel dos óbitos registrados, apresenta a mesma tendência da média móvel de infectados, se comparada com duas semanas anteriores?

# APÊNDICE B – Atividade B

## Roteiro B

- Acesse e manipule a animação <<https://www.geogebra.org/m/dn5yh9cf>>;
- Registre em uma tabela, disponibilizada pelo professor, os valores referentes às quantidades de infectados:

Com relação cada uma das Variantes 1, 2 e 3;

Para cada intervalo de tempo  $n = 1, 2$  e  $3$ .

---

## Avaliação da Aprendizagem B

**Questão 1.** Qual a quantidade de pessoas infectadas para os intervalos de tempo 4, 5, 6 e 10, para cada uma das três variantes?

**Questão 2.** Que expressão pode ser usada para representar a quantidade de pessoas contaminadas existentes após  $n$  intervalos de tempo transcorridos, em cada variante?

**Questão 3.** Quantos por cento a variante Alpha é mais transmissível que a cepa Original do vírus?

**Questão 4.** Quantos por cento a variante Delta é mais transmissível que a Alpha?

**Questão 5.** A variante Delta é quantas vezes mais transmissível que o vírus original?

**Questão 6.** Segundo [Serrano \(2022\)](#).

[...] algumas estimativas da Agência de Segurança Sanitária do Reino Unido sugerem que ela [variante Ômicron] pode ser entre duas e mais de três vezes mais contagiosa que a [variante] Delta.

Supondo que a Ômicron seja duas vezes mais contagiosa que a Delta, uma pessoa contaminada pela variante Ômicron pode infectar até quantas pessoas?

**Questão 7.** De acordo com [Iamarino \(2021\)](#), para controlar o avanço do COVID-19, é necessário que uma pessoa contaminada transmita o vírus para menos que uma pessoa.

Por exemplo, se cada duas pessoas infectadas conseguem contaminar apenas uma pessoa, a Pandemia estará sob controle. Se uma pessoa infectada transmite o vírus para outra pessoa, há uma estabilidade da Pandemia.

Conforme essas informações, responda:

- a) Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) para se controlar o avanço da doença, considerando contaminações pelo vírus original?
- b) Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) para conter o vírus, nas contaminações da variante Alpha?
- c) Qual a porcentagem de pessoas que precisariam estar imunizadas (ou isoladas) a fim de controlar a Pandemia, considerando as contaminações da variante Delta?

# APÊNDICE C – Atividade C

## Roteiro C

Primeiramente, realizaremos o processo de *Coleta de Dados* da COVID-19 que serão utilizados durante esta atividade:

- Acesso ao site <<http://www.saude.salvador.ba.gov.br/covid/indicadorescovid/>>;
- Para cada um dos meses de março, abril, maio, junho e julho do ano de 2020, selecione uma quarta-feira variando entre as datas 10 à 18;
- Nos meses de fevereiro, março, abril, maio e junho do ano de 2022, selecione uma quarta-feira de cada mês variando entre as datas 10 à 18;
- Abra o *GeoGebra* e selecione em “Exibir”, a opção “Planilha”;
- Registre na planilha os seguintes dados:
  - Coluna *A*: Mês;
  - Coluna *B*: Óbitos acumulados referentes a cada dia escolhido dos meses;
  - Coluna *C*: Datas de cada dia que foi registrado.

---

Criaremos as *Listas de Pontos l1*, referentes aos dias dos meses e respectivos óbitos do ano de 2020:

- Selecione, nas colunas *A* e *B*, as linhas de 2 até 5;
- Para criar a lista *l1*, clique com o botão direito do mouse em “Criar” e selecione “Lista de Pontos”.

---

Aproximaremos a lista *l1* por uma *Função Exponencial*:

- Crie dois controles deslizantes para a lista *l1*, definidos do seguinte modo:
  - $0 < a < 15$  com incremento 0,01;
  - $0 < b < 5$  e incremento 0,01;

- Na “Janela de Visualização”, deve ser definida função exponencial

$$f(x) = a b^x;$$

- Ajuste a curva da função  $f(x)$  à lista  $l1$ ;
- Registrar os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  que melhor se ajustam à lista de pontos  $l1$ ;
- Utilize a ferramenta “Regressão( $l1, f(x)$ )” e compare os parâmetros obtidos.

---

Também criaremos as *Listas de Pontos l2*, referentes aos dias dos meses escolhidos e respectivos órbitos do ano de 2022:

- Selecionar, nas colunas  $A$  e  $B$ , as linhas de 9 até 13;
- Para criar a lista  $l2$ , clique com o botão direito do mouse em “Criar” e selecione “Lista de Pontos”.

---

Aproximaremos a lista  $l2$  por uma *Função Exponencial*:

- Crie dois controles deslizantes para a lista  $l2$ , definidos do seguinte modo:

$$1000 < c < 7000 \text{ com incremento } 0,01;$$

$$0 < d < 5 \text{ e incremento } 0,01;$$

- Na “Janela de Visualização”, deve ser definida função exponencial

$$g(x) = c d^x;$$

- Ajuste a curva da função  $g(x)$  à lista  $l2$ ;
- Registre os valores dos parâmetros  $c$  e  $d$  que melhor se ajustam à lista de pontos  $l2$ ;
- Utilize a ferramenta “Regressão( $l2, g(x)$ )” e compare os parâmetros obtidos.

---

Para facilitar as comparações entre as curvas obtidas anteriormente, faremos:

- Acesse “Propriedades”, depois “Avançado” e selecionar a opção “Janela de Visualização 2” para  $g(x)$  e os pontos da lista  $l2$ ;
  - Serão exibidas as funções e as listas em janelas de visualização diferentes.
-

## Avaliação da Aprendizagem C

**Questão 1.** Ao manipular os controles deslizantes  $a$  e  $b$ , qual função exponencial melhor se ajusta à lista de pontos  $l1$ ?

**Questão 2.** Ao manipular os controles deslizantes  $c$  e  $d$ , qual função exponencial melhor se ajusta à lista de pontos  $l2$ ?

**Questão 3.** De acordo com a regressão calculada para a função  $f$  e a lista  $l1$ , qual a taxa de crescimento de  $f(x)$  no ano de 2020?

**Questão 4.** Após usar a ferramenta de regressão para a função  $g(x)$  e a lista  $l2$ , qual é a taxa de crescimento registrada no ano de 2022?

**Questão 5.** Que função apresenta uma curva de crescimento exponencial mais acentuado? Em que ano isso é observado?

**Questão 6.** De acordo com a plataforma (G1, 2022), em junho de 2022 mais de 80% da população brasileira com 5 anos ou mais estava vacinada contra o novo coronavírus, com duas doses ou dose única, enquanto que em 2020 ainda não existiam vacinas contra o coronavírus. A que se pode atribuir a diferença entre as taxa de crescimento de óbitos desses dois períodos?

## APÊNDICE D – Pesquisa Diagnóstica

Exibimos abaixo atividade realizada (de forma remota) com alunos do Oitavo Ano do Ensino Fundamental 2 cujo objetivo é mapear os conhecimentos prévios e as experiências dos estudantes sobre a análise de conceitos matemático associados à COVID-19.

---

Estamos a mais de um ano tendo que lidar com o avanço do Coronavírus e a matemática surge como uma aliada para nos fazer entender a importância das medidas de distanciamento e higiene. Diversas notícias são divulgadas em jornais, utilizando gráficos, tabelas e termos matemáticos, com o objetivo de tornar esse entendimento mais claro.

Para esta atividade, sugerimos que leiam/assistam às reportagens

<https://globoplay.globo.com/v/9213161/> e  
[https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2021/04/06/pela-primeira-vez-brasil-ult-  
rapassa-4-mil-mortes-por-covid-em-24-horas.ghtml](https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2021/04/06/pela-primeira-vez-brasil-ult-rapassa-4-mil-mortes-por-covid-em-24-horas.ghtml)

divulgadas pelo Consórcio de Veículos de Imprensa (CVI) e responda as seguintes questões de acordo com o que você entende com relação ao que é divulgado nos meios de comunicação com relação a Pandemia do novo coronavírus.

**Questão 1.** Com a chegada da Pandemia do novo coronavírus, diversos países do mundo adotaram medidas de distanciamento social, com o objetivo de “achatar a curva” de crescimento de casos da COVID-19. Você sabe o que é esse “achatamento da curva” e por que isso se torna necessário?

**Questão 2.** O que você entende por “média móvel de casos”?

**Questão 3.** Como é feito o cálculo a média móvel de casos?

**Questão 4.** Por que é importante calcular a média móvel de casos?

**Questão 5.** A taxa de transmissão da COVID-19 é chamada de  $R_t$ , esse fator determina a velocidade de contágio do coronavírus. Se o fator  $R_t$  estiver em 1,23, cem pessoas transmitem o vírus para quantas pessoas?

**Questão 6.** Como são feitas as projeções com relação ao número de mortes para datas futuras?