SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ERISVALDO PEREIRA SILVA

O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM NO ENSINO MÉDIO

PORTO VELHO
2022

Erisvaldo Pereira Silva

O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusão apresentado ao Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT no polo da Universidade Federal de Rondônia - UNIR, como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marinaldo Felipe

PORTO VELHO

2022

ERISVALDO PEREIRA SILVA

O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA: OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM NO ENSINO MÉDIO

PORTO VELHO

2022

Catalogação da Publicação na Fonte
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR

S586e Silva, Erisvaldo Pereira.
O ensino da geometria plana: os desafios da aprendizagem no ensino médio / Erisvaldo Pereira Silva. - Porto Velho, 2022.

55 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Marinaldo Felipe.

Dissertação (Mestrado), Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Fundação Universidade Federal de Rondônia.

1. Ensino da matemática. 2. Geogebra. 3. Geometria plana. I. Felipe, Marinaldo. II. Título.

Biblioteca Central CDU 37.015:514(043)

Bibliotecário(a) Marcelo Garcia Cardoso CRB-11/1080

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ATA DE DISSERTAÇÃO

ATA Nº 62

ATA DA SEXAGÉSIMA SEGUNDA SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PROFMAT/UNIR, POLO PORTO VELHO.

MESTRANDO: ERISVALDO PEREIRA DA SILVA

INÍCIO DO CURSO: março/2021

Aos seis dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e dois, às quatorze horas, por videoconferência no Google Meet, foi realizada a sessão de defesa de dissertação do mestrando **Erisvaldo Pereira da Silva**, como requisito obrigatório estabelecido no Regimento Interno do PROFMAT/UNIR. A Comissão Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa, foi composta pelos membros: Prof. Dr. MarinaldoFelipe da Silva (Orientador), Prof. Dr. Flávio Batista Simão (Membro interno), Prof. Dr. Tomás Daniel Menéndez Rodriguez (Membro interno) e Profa. Dra. Maria das Graças Viana de Souza (Membro externo aoprograma), sob a presidência do primeiro, julgou o trabalho intitulado **"O Ensino da Geometria Plana: Os Desafios da Aprendizagem no Ensino Médio".** Após a defesa apresentada pelo mestrando e arguições pela Comissão, o trabalho foi considerado "APROVADO" e, em razão das recomendações dos membros da Comissão, o Senhor Presidente se comprometeu a orientar a sequência do processo da elaboração da versãofinal com a inclusão das recomendações realizadas. Nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão e, para constar, foi lavrada a presente ATA, que vai assinada digitalmente pelos membros da Comissão Examinadora e o Mestrando.

Documento assinado eletronicamente por **TOMAS DANIEL MENENDEZ RODRIGUEZ**, **Membro da Comissão**, em 06/12/2022, às 16:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º,
§ 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO BATISTA SIMAO**, **Docente**, em 06/12/2022, às 16:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **MARINALDO FELIPE DA SILVA**, **Membro da Comissão**, em 06/12/2022, às 16:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Erisvaldo Pereira Silva**, **Usuário Externo**, em 08/12/2022,às 15:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539,de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **MARIA DAS GRACAS VIANA DE SOUSA**, **Docente**, em 03/02/2023, às 11:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Referência: Processo nº 23118.016393/2022-75

SEI nº 1183222

DEDICATÓRIA:

À minha mãe Maria Pereira Silva *(in memorian)*, com gratidão por ter me ensinado a ler e escrever e apoiado o meu desenvolvimento acadêmico. Ao meu pai Edmundo Silva. À toda minha família e aos meus amigos do PROFMAT.

AGRADECIMENTO:

À Deus, que nos dá força e oportunidade para caminhar, reconheço que sem Ele, eu não teria superado todos os obstáculos encontrados ao logo da caminhada.

À minha esposa Edneusa Schram, pela paciência, carinho, incentivo e auxílio para o desenvolvimento de minhas tarefas cotidianas.

Ao meu irmão Professor Ednaldo Pereira Silva, pelos incentivos, apoio e orientações para a realização deste trabalho.

À minha mãe, Maria Pereira Silva e meu pai Edmundo Silva por me incentivarem e apoiarem sempre nos estudos.

Aos gestores, Norosvaldo Afonso Ribeiro e Leni Franco e colegas da escola Maria do Carmo de Oliveira Rabelo por cederem espaço em minha lotação para desenvolvimento de minhas atividades do mestrado.

Aos professores do Profmat, Prof. Dr. Marinaldo Felipe, (meu orientador) pelo incentivo, Prof. Dr. Adeilton Fernandes da Costa (Coordenador do Profmat), Prof. Dr.Flávio Batista Simão, Professor Me. Ronaldo Chaves e Prof. Dr.Tomas Daniel Menéndez Rodrigues pelas contribuições em minha formação.

Aos meus grandes amigos e companheiros de grupo de estudos Carlos e Josirene, pelos bons rendimentos de aprendizagens, o incentivo de ambos que fez com que eu aprendesse muito.

Aos meus grandes amigos e companheiros de estudos durante o mestrado: Aprigio, Walmor, Ivan, Edleuza, Adão, Ana Beatriz, Ângela, Gleice, pelos longos dias de estudo.

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução parcial ou total desta dissertação por processos fotocopiadas ou eletrônico.

Erisvaldo Pereira Silva

Porto Velho, 31/12/2022

Sumário

RESUMO

Esta dissertação propõe refletir e pesquisar sobre as dificuldades de aprendizagem da geometria plana no Ensino Médio, e como os professores podem contribuir na recuperação desses estudantes. Há hipóteses que a defasagem no ensino da Matemática, assim como na geometria plana, pode ocorrer por causa das metodologias abordadas pelo professor, que muitas vezes são pouco compreendidas pelos estudantes, isso pode acontecer desde a alfabetização, época em que se é necessário trabalhar com metodologias diferentes, dentre elas, jogos, materiais concretos, *softwares*, entre outros. Com a chegada de novas tecnologias, e o ensino ainda sendo apresentado no seu modelo tradicional, o interesse dos estudantes foi diminuindo consideravelmente. Além disso, a pandemia da COVID-19, iniciada em 2020, contribuiu ainda mais para a defasagem escolar de maneira geral, sendo mais agravante no ensino da Matemática, já que nos dois primeiros anos de pandemia os estudantes ficaram fora de sala de aula e muitos deles sequer tinham acesso às tecnologias para continuar seus estudos. Apesar de toda essa problemática, acredita-se que seja possível reverter essa situação em que se encontra o ensino da geometria plana por todo o ensino médio. Para isso, pretende-se identificar importantes conhecimentos matemáticos e geométricos inerentes das demonstrações dos teoremas e construção de figuras geométricas. Objetivando a composição de atividades preliminares de natureza investigativa e a utilização dos *softwares* de geometria dinâmica como o *software* Geogebra, o Tangram e os jogos de tabuleiro, para que possam instigar relevantes conjecturas geométricas, previamente às demonstrações dos teoremas.

Palavras-chave: Ensino da Matemática. Geogebra. Tangram. Geometria plana.

ABSTRACT

This article proposes to reflect and research on the difficulties of learning plane geometry in high school and how teachers can contribute to the recovery of these students. There are hypotheses that the lag in the teaching of mathematics, as well as in plane geometry, can occur because of the methodologies addressed by the teacher that are often poorly understood by students, this can occur since literacy, a time when it is necessary to work with methodologies among them, games, concrete materials, software, among others. With the arrival of new technologies, and teaching still being presented in its traditional model, student interest has decreased considerably. In addition, the COVID-19 pandemic, which started in 2020, further contributed to the school gap in general, being more aggravating in the teaching of mathematics, since in the first two years of the pandemic, students were out of the classroom and many of them did not even have access to the technologies to continue their studies. Despite all this problem, it is believed that it is possible to reverse this situation in which the teaching of plane geometry is found throughout high school. For this, we intend to identify important mathematical and geometric knowledge inherent in the demonstrations of theorems and construction of geometric figures. Aiming at the composition of preliminary activities of an investigative nature and the use of dynamic geometry software such as Geogebra software, Tangram and board games so that they can instigate relevant geometric conjectures prior to the demonstrations of the theorems.

Keywords: Teaching Mathematics. Geogebra. Tangram. Flat geometry.

1 INTRODUÇÃO

Os problemas que se levantam no processo de ensino da Matemática em todos os níveis de ensino não são novos, não é diferente no ensino da geometria plana. Assim, não é novidade o mal-estar que esses assuntos provocam em alguns professores e estudantes. Os problemas se originam em diversas vertentes, são variados e muitas vezes, difíceis. Seria sempre arriscado e pretensioso abordá-los na sua totalidade, por esta razão, este trabalho visa abordar apenas as defasagens e dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem relacionados à geometria plana.

A Matemática é uma ciência flexível e está sempre passando por uma contínua revisão dos seus próprios conceitos e se expandindo. Portanto, não se deve considerar a Matemática como uma disciplina fechada, abstrata ou desligada da realidade. Observa-se que ao longo do tempo, ela esteve ligada a diferentes áreas do conhecimento, procurando responder a muitas questões relacionadas às necessidades do homem, ajudando-o a modificar o mundo que o rodeava. Contudo, mesmo com relevante importância, a disciplina da Matemática, tem muitas vezes uma conotação negativa que influencia os alunos de tal maneira que altera o seu percurso escolar. Eles criam uma barreira no processo de ensino, e as dificuldades na aprendizagem da Matemática, fazem com que sejam reprovados nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovados, encontram dificuldades em assemelhar conhecimento adquirido com a realidade que o cerca, e, com isso, não conseguem efetivamente compreender a verdadeira importância de se aprender os conteúdos e conceitos matemáticos.

A dificuldade na aprendizagem da Matemática provoca sentimentos de pavor ou de rejeição nos estudantes. Alguns destes, devido a um passado de insucessos em Matemática, acreditam não serem capazes, e isso os levam a construírem baixa autoestima. Acredita-se que um importante papel do professor desta ciência é ajudar os estudantes a gostarem de Matemática, compreender a contextualização de seus conteúdos e a desenvolverem autoestima positiva. É de suma importância que o professor compreenda as causas das dificuldades na aprendizagem da Matemática, para que possa intervir neste processo de ensino-aprendizagem e consiga melhores resultados no ensino desta disciplina.

O ensino de geometria nos últimos anos tem se tornado uma tarefa cada vez mais árdua, tanto para os estudantes como para os professores. Dentre os fatores que colaboraram para esta situação, pode-se destacar a formação dos professores neste conteúdo nos cursos de formação (BRANDT; MORETTI, 2016). Desta forma, as dificuldades encontradas pelos estudantes no entendimento e desenvolvimento de tais, juntamente como o Cálculo ou a Geometria plana, tendem a ser agravados pela falta de uma visão geométrica e da percepção formal da geometria como conjunto de elementos geométricos. Com o surgimento das novas tecnologias educacionais aliadas ao desenvolvimento da informática e a modernização de computadores, surgiram softwares interativos de geometria dinâmica que facilitaram a visualização dos conceitos geométricos e a generalização dos teoremas e das definições, o que tornaria o aprendizado desse tema mais atrativo, contudo, a maioria dos estudantes não têm acesso a essas ferramentas tecnológicas. Os recursos dessas mídias podem ajudar a estabelecer conexões similares aos esquemas mentais, propiciando o desenvolvimento da cognição. Este trabalho, apresenta o desenvolvimento do conteúdo das curvas geométricas planas e as dificuldades encontradas por estudantes e professores para o desenvolvimento da aprendizagem do conteúdo. Tem ainda, base em estudos científicos publicados em acervos digitais e impressos, visando permitir ao estudante e ao professor a obtenção do conhecimento sobre esse conteúdo em diversos graus de aprofundamento, de modo que possam desenvolver sua aprendizagem de forma efetiva, assimilando, de uma forma totalmente interativa, a geometria plana presente em diversos espaços e esculturas do cotidiano.

Este trabalho, abordará alguns conceitos e características das fundamentais figuras da geometria plana, as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes do ensino médio e por último, apresentará alguns recursos tecnológicos que possam auxiliar o trabalho docente no desenvolvimento do saber matemático.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A princípio, abordar-se-á algumas teorias com a intenção de resgatar os conceitos matemáticos pertinentes a cada uma das intervenções, para que o leitor possa recordar as definições e proposições necessárias para o entendimento dessa pesquisa.

Considerando os Elementos de Euclides, inicia-se o estudo da geometria plana, hoje conhecida como Geometria Euclidiana Plana em sua homenagem. Inicialmente ele define os objetos geométricos cujas propriedades deseja-se estudar.

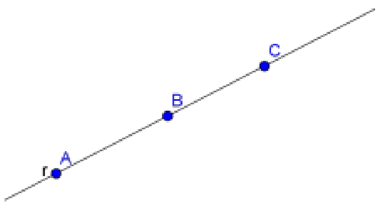
Para Santos 2011, “São 23 definições, entre as quais encontramos as definições de ponto, reta, círculo, triângulo, retas paralelas, etc. O que Euclides faz é construir axiomaticamente a geometria plana, através do método axiomático.”

2.1 PONTO

Considerando que o ponto não possui nenhuma dimensão, o ponto tem seu conceito adimensional, a determinação de uma localização e são indicados com letras maiúsculas.

Sendo A, B e C pontos distintos, pertencentes a um mesmo plano. Se A, B e C pertencem a uma mesma reta, diz-se que os pontos são colineares.

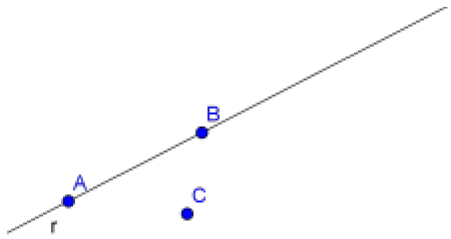
FIGURA: 1 PONTOS COLINEARES



Fonte: Brasil Escola

Por outro lado, se A, B e C não pertencem a uma mesma reta, diz-se que os pontos são não colineares.

Figura 2: Pontos Não Colineares



Fonte: Brasil Escola

2.2 RETA

As retas na Matemática são linhas infinitas, contudo, reta e linha não são sinônimos, enquanto a linha pode ser curva, a reta tem todos os seus pontos colineares.

A reta deve sempre ser representada por letra minúscula, é uma linha ilimitada unidimensional (possui o comprimento como dimensão)

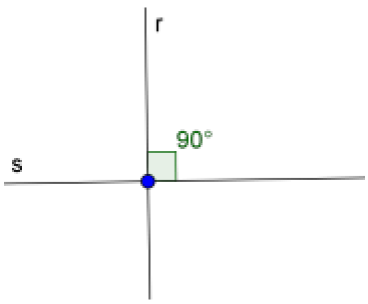
Figura 3: Reta

Fonte: Brasil Escola

A reta pode estar em diferentes posições: na horizontal, vertical ou inclinada. Dependendo das posições, elas podem ser paralelas, concorrentes ou coincidentes, quando elas se cruzam, ou seja, possuem um ponto em comum, são as concorrentes. Por outro lado, as que não possuem nenhum ponto em comum, são classificadas como retas paralelas.

Sejam r e s retas de um mesmo plano. Diz-se que as retas r e s são perpendiculares, se elas retas se interceptam formando um ângulo reto de 90º.

Figura 4: Retas Perpendiculares

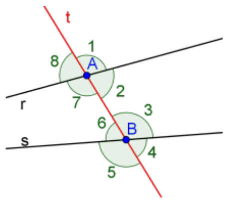


Fonte: Brasil Escola

Sejam r e s duas retas de um mesmo plano e t uma reta transversal que as intersecta. São formados por estas retas, oito ângulos, como mostra a figura 05. Estes pares de ângulos que possuem vértices em A ou B, são denominados:

- Alternos Internos: $\hat{3}$ e$\hat{7}$, $\hat{6}$ e $\hat{2}$.
- Alternos Externos: $\hat{4}$ e $\hat{8}$, $\hat{5}$ e $\hat{1}$.
- Colaterais Internos: $\hat{7}$ e $\hat{6}$, $\hat{2}$ e $\hat{3}$.
- Colaterais Externos: $\hat{5}$ e $\hat{8}$, $\hat{1}$ e $\hat{4}$.
- Correspondentes: $\hat{1}$ e $\hat{3}$, $\hat{6}$ e $\hat{8}$, $\hat{3}$ e $\hat{5}$, $\hat{2}$ e $\hat{4}$.

Figura 5: Retas Concorrentes



Fonte: Brasil Escola

A intersecção entre essas duas retas pode formar ainda os ângulos complementares, quando a somas dos dois somam 90º e suplementares, quando sua soma é igual 180º. Já as retas que possuem todos os pontos em comum são chamadas de coincidentes.

2.3 SEGMENTO DE RETA

Euclides apud Gonçalves, define segmento de reta como a união entre dois pontos distintos, pontos estes, denominados extremos desse segmento.

Figura 6: Segmento De Reta

Fonte: Brasil Escola

O segmento de reta é um conjunto de pontos localizados numa mesma reta delimitado por dois pontos. Pode ser definido ainda, como sendo a distância entre dois pontos.

2.4 SEMIRRETA

As semirretas fazem parte dos estudos da geometria e se diferem da reta e do segmento de reta por apresentarem um ponto de origem. Esse ponto indica seu início, no entanto, elas não apresentam um fim, tornando-as infinitas. Na sua representação, as semirretas são indicadas por uma seta em um dos lados, que demonstra o sentido infinito.

Figura 7: Segmento de reta

Fonte: Brasil Escola

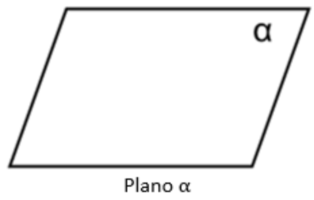
A semirreta é composta por infinitos pontos colineares e é um subconjunto da reta.

3 O PLANO

Para SILVA, 2022, planos e o espaço são noções primitivas para a Matemática. Sendo o plano um conjunto de retas dispostas lado a lado de modo que não haja espaços entre essas retas e que ele também seja infinito, além de não descrever qualquer curva. O plano também pode ser definido como uma figura bidimensional, ou seja, possui apenas duas dimensões, largura e comprimento.

Já para Euclides *apud* Gonçalves, o plano é a superfície sobre a qual as retas se dispõem de forma homogênea e pode ser definido por $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Figura 8: Plano



Fonte: https://proenem.com.br/enem/matematica/geometria-plana-conceitos-basicos-e-angulos/

Sendo assim, pode-se afirmar que um plano é definido por, pelo menos, três pontos não colineares.

3.1 FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

As figuras planas estão presentes no cotidiano. Ao observar o espaço, as edificações, consegue-se perceber várias formas da geometria plana. Quando elas são bidimensionais, são conhecidas como figuras planas.

Existem diversas figuras planas, e, em alguns casos, elas recebem nomes especiais, como quadrado, retângulo, losango, trapézio, triângulo, círculo, entre outros que serão mencionados neste artigo. Cada figura plana possui uma fórmula específica para o cálculo da sua área.

3.1.1 Retângulo

Denota-se retângulo, todo paralelogramo cujo ângulos internos medem 90º, ou seja, são ângulos retos.

Figura 9: Retângulo

Fonte: Brasil Escola

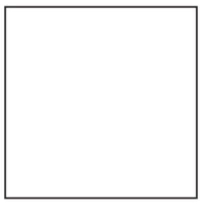
Como se pode observar na figura 09, o retângulo ABCD, possui dois lados paralelos entre si, quatro vértices, e ainda, duas diagonais congruentes. A área de um retângulo pode ser calculada usando a fórmula: A = b x h; sendo A, a área total do retângulo, b, a base e h, a altura desse retângulo. Pode-se ainda calcular o perímetro deste que, de acordo com o portal Uol, "O perímetro é a medida do contorno de uma figura geométrica e pode ser obtido pela soma dos lados de um polígono ou, no caso dos círculos, por meio de uma fórmula. **Perímetro** é uma medida observada em figuras geométricas planas, isto é, figuras bidimensionais". (disponível em: mundoeducação.uol.com.br).

Outra característica específica dos retângulos é a medida dos seus ângulos, possuem quatro ângulos internos medindo 90º cada um, totalizando 360º. Todas estas características são comuns para todos os retângulos.

3.1.2 Quadrado

Como premissa, pode-se afirmar que todo quadrado é um retângulo, pois ele atende todas as especificidades e características dos retângulos.

Figura 10: Quadrado



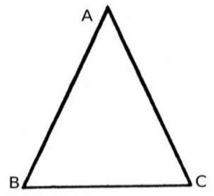
Fonte: Brasil Escola

O que difere o quadrado de outros retângulos são as medidas dos seus lados, pois em um quadrado qualquer, as medidas de seus lados são sempre iguais, essa característica permite diferenciar a fórmula de cálculo de sua área, podendo utilizar a seguinte fórmula: $A = l^2$ *;* sendo A, a área total do quadrado e l, a medida dos seus lados.

3.1.3 Triângulo

Os triângulos por sua vez, são polígonos que possuem apenas três lados, assim também apresentam três ângulos internos, três ângulos externos e três vértices. Porém, não são quaisquer três segmentos de reta que determinam um triângulo, sendo assim, o tamanho dos lados tem influência em sua existência.

Figura 11: Triângulo



Fonte: Brasil Escola

Os triângulos são classificados de acordo com a medida de seus lados ou de seus ângulos.

Para Brizola (2015), assim se dão as classificações dos triângulos:

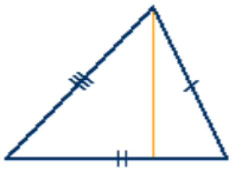
Os triângulos pelas características de seus lados são classificados em três tipos. Isósceles: é o triângulo que possui dois lados iguais (congruentes) e um diferente.

Figura 12: Triângulo Isósceles

Fonte: Brasil Escola

Escaleno: é o triângulo que possui os três lados diferentes.

Figura 13: Triângulo Escaleno



Fonte: Brasil Escola

Equilátero: é o triângulo que possui os três lados iguais (congruentes).

Figura 14: Triângulo Equilátero

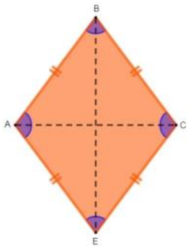
Fonte: Brasil Escola

Brizola (2020), apresenta a classificação dos triângulos, quanto aos seus ângulos. Segundo ele, quando se considera as medidas dos ângulos internos de um triângulo, tem-se: Triângulo acutângulo é o triângulo que tem os três ângulos agudos (menores que 90º). Triângulo retângulo é o triângulo que tem um ângulo reto (medida igual a 90º) e os outros dois ângulos internos são agudos. Triângulo obtusângulo é o triângulo que tem um ângulo obtuso (a medida é maior que 90º e menor que 180º) e os outros dois ângulos internos são agudos.

3.1.4 Losango

Para Bonjorno (2017), todo losango é um paralelogramo, cujas medidas dos lados são iguais, e as diagonais são perpendiculares entre si, portanto um losango pode ser dividido em quatro triângulos congruentes de mesma área. Desse modo, a área de um losango pode ser determinada pela soma das áreas desses quatro triângulos:

Figura 15: Losango



Fonte: UOL

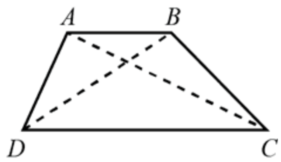
$$S = 4 \,.\, S\Delta = 4 \,.\, \frac{1}{2} \,.\, \frac{D}{2} \,.\, \frac{d}{2} = \frac{D.d}{2} \Rightarrow S = \frac{D.d}{2}$$

Outro ponto a destacar num losango é que os ângulos opostos são congruentes e suas diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.

3.1.5 Trapézio

De acordo com Bonjorno (2017), se considerar um trapézio cuja base maior, a base menor e a altura medem B, b e h respectivamente. Ao traçar uma diagonal nesse trapézio, obtém-se dois triângulos: um de base B e altura h e outro de base d e altura h, como mostra a figura a seguir.

Figura 16: Trapézio



Fonte: UOL

Daí, pode se deduzir a fórmula que determina a área de um trapézio, sendo a soma da área de dois triângulos:

$$S = \frac{B.h}{2} + \frac{b.h}{2} \Rightarrow S = \frac{B.h + b.h}{2} \Rightarrow S = \frac{(B+b).h}{2}$$

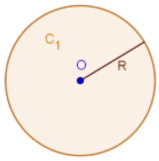
Desse modo, pode se afirmar que a área do trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida e altura.

3.1.6 Círculo

Outra figura de muita importância na geometria plana é o círculo. Denota-se círculo, um espaço delimitado por linha fechada denominada circunferência.

Seja C_1 um círculo de centro O e raio r, conforme a Figura 17. Nesse caso, pode-se afirmar que a área de C_1 é dada pelo produto do número π pelo quadrado do seu raio, ou seja, $A_{C1} = \pi \cdot r^2$.

Figura 17: Círculo



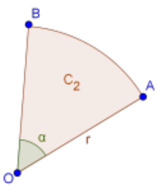
Fonte: UOL

Se considerar um polígono de n lados, inscrito em C_1, quando $n \to \infty$, a área do polígono tende a área desse círculo e seu apótema a tendendo a r, e sabendo que o comprimento (Perímetro ou circunferência) do círculo é igual a $2 \cdot \pi \cdot r$, pode-se definir a área: $A_{C1} = \pi \cdot r^2$.

3.1.6.1. Setor Circular

Dado um setor circular de centro O, raio r e ângulo central α. Então, pode-se afirmar que a área de C_2 é dada por: $A_{C2} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot r^2$, considerando esse setor, uma fração do círculo de mesmo raio r.

Figura 18: Setor Circular



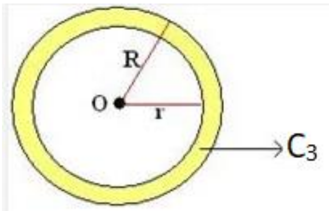
Fonte: UOL

Desta forma, a área do setor circular é o produto da razão $\frac{\alpha}{360°}$ pela fórmula de área do círculo.

2.1.6.2 Coroa Circular

Seja C_3 uma coroa circular de centro O, de raio maior R e raio menor r. Então, pode-se afirmar que a área de C_3 é dada por: $A_{C3} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$.

Figura 19: Coroa Circular



Fonte: UOL

Como se pode observar, a área da coroa circular é igual à diferença entre a área do círculo de raio R e do círculo de raio r.

4 DEFASAGEM NO ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática, por ser considerada uma matéria complexa, está cada vez mais comum, estudantes ingressarem no ensino médio com defasagens oriundas de uma educação básica fraca no ensino fundamental. Com isso, periodicamente, resultados de avaliações ou pesquisas acadêmicas chamam a atenção para essa problemática.

Segundo a teoria de Piaget, é no estágio operacional-concreto em idades entre 7 e 12 anos, que aparece um primeiro raciocínio matemático, utilizando as primeiras noções de lógica na resolução de pequenos problemas. (Brasil, 2020)

> Este período é caracterizado igualmente pela realização inicial de operações mentais e não mais puramente físicas. Entretanto, o fato de que a criança é satisfatoriamente capaz de elaborar um raciocínio coerente e bem desenvolvido não extingue o uso de objetos ou situações que propiciem a construção de conhecimentos através da manipulação ou visualização

> concreta do que se deseja aprender. Portanto, os procedimentos metodológicos ativos para o desenvolvimento cognitivo da criança são indispensáveis na prática docente, pois permitem a associação entre a ação e o pensamento na construção de práticas facilitadoras do processo de ensino e aprendizagem. Fica evidente pela teoria proposta por Jean Piaget a dependência de associações reais, palpáveis e associáveis com o cotidiano para decodificar o que até então, é desconhecido. (BRASIL 2020, p18)

Para Machado (2014), “a convergência de opinião sobre tal tema esgota-se, no entanto, na constatação do fato: diagnósticos e ações para remediar os problemas costumam ser amplamente divergentes”. Para ele, referências à formação deficitária dos professores e deficiências de condições e ou materiais didáticos adequados “mesmo quando pertinentes, parecem muito genéricas, diluindo-se em cenários de carências econômicas”.

Ainda segundo Machado (2014), no decorrer dos anos escolares, ocorre uma fragmentação das disciplinas, e isso impacta diretamente no interesse pela aprendizagem, uma vez que os estudantes se deparam com uma dificuldade de articulação entre as diferentes perspectivas do que se estuda, ao mesmo tempo em que são seduzidos por inúmeros temas extraescolares.

> Fragmentação disciplinar, esgarçamento do significado e perda do interesse são efeitos naturalmente interligados. Na raiz dos três encontra-se a descentralização da ideia de disciplina, e sua consequente proliferação acrítica. Tendo-se transformado em mero canal de comunicação entre a escola e avida. A ideia de disciplina banalizou-se. (MACHADO, 2014)

Sendo assim, para construir o conhecimento escolar, o ensino precisa ser organizado e disciplinado de maneira curricular, para que possa tramitar de forma efetiva os conteúdos abordados.

Machado afirma que a partir de meados do século XX, houve a inserção de outras disciplinas no currículo escolar, tornando-o complexo e perdendo a unidade que caracterizava as etapas iniciais dos estudos. Para ele, “aos poucos os currículos perderam a visão de totalidade, a pretensão de abrangência; as disciplinas deixaram de ser pensadas como vias, como meios para atingir fins que as transcendam”. Ao mesmo tempo em que se instalou uma espécie de intolerância disciplinar, como é o caso de Matemática e da geometria plana. Nestes casos, os educadores e professores defendem aquelas disciplinas a quem tem mais afinco, destacando esses conteúdos como imprescindíveis a qualquer cidadão. O autor reforça ainda que, para que o ensino seja eficiente, é necessário que este seja contextualizado historicamente.

> Para apreender os sentidos das transformações o caminho é um só: é preciso estudar história. Ninguém pode ensinar nenhum conteúdo das ciências às línguas, passando pela Matemática, sem uma visão histórica de seu desenvolvimento. É na história que se podem perceber as razões que levaram tal ou qual relação, tal ou qual conceito a ser constituído. (MACHADO, 2014)

Para alguns educadores, a história parece não ter a mesma relevância para a efetivação do conhecimento, e isso pode ser observado em todos os níveis de ensino.

Em se tratando especificamente de Matemática, o autor pontua que se observa notoriamente os extremos, por um lado, há aqueles que tem muito apreço pela disciplina e por outro, aqueles que não se sentem capazes de compreender os conteúdos. A causa dos déficits na aprendizagem desta disciplina são diversos e seus resultados insatisfatórios, são consenso em todos os níveis de ensino.

> Alguns afirmam que as dificuldades resultam de certas características intrínsecas da Matemática. Sendo um tema que envolve constantemente o recurso a abstrações, ela exigiria de seus aprendizes e praticantes algumas aptidões peculiares, inatas. Outros pretende que a origem dos problemas é de natureza didática, estando associada a metodologias hoje inadequada. O que se observa, no entanto, é que muitas das novas tecnologias representam apenas modificações periféricas nas práticas tradicionais, revestidas de uma linguagem mais atraente. (MACHADO, 2014)

Há também quem acredita ser os currículos muito complexos que causam as dificuldades na aprendizagem Matemática. Porém, as diversas propostas curriculares adotadas em outros países não foram suficientes para mudar esse panorama. E há ainda, alguns que associam à falta de interesse dos estudantes ou em dissonâncias psicológicas na aprendizagem da Matemática. Entretanto, os estudantes não podem ser inapetentes em todos os temas, já que demonstram grande interesse em outros conteúdos extraescolares.

Santos (2007), aponta outra possível causa do baixo rendimento escolar no ensino da Matemática.

> É comum colocar sobre os educadores das séries iniciais do Ensino Fundamental a causa pelas deficiências no conhecimento matemático dos alunos que frequentam e são promovidos nos diferentes níveis de escolaridade, com a justificação de que Matemática não é a especialidade deles. A constatação dessas deficiências, talvez seja justificada pela forma com que é trabalhada a matéria neste período. Isto exerce influência no desempenho futuro em Matemática do aluno. Diante deste aspecto, podem ser vistos os resultados obtidos pelos alunos nos testes de rendimento em Matemática em todo país, a maneira de como se encontra o ensino desse componente curricular. (SANTOS, 2007.p 25)

Um outro ponto destacado por Santos é a motivação dos professores, para o autor, diversas condições e situações influenciam diretamente no trabalho desses docentes.

> Um fato observado no cotidiano escolar são professores desmotivados com a profissão. Uma das causas é o baixo salário, sendo obrigado a trabalhar em mais de uma jornada para o sustento familiar, levando a uma rotina estressante ao ter que enfrentar todos os dias as classes cheias, a maioria contendo 48 alunos, falta de livros ou biblioteca da escola fechada, falta de tempo para preparar aulas e corrigir trabalhos. Esses professores não têm tempo de participar de cursos de capacitação tornando o ensino desta disciplina difícil de ser ministrada para os alunos que apresentam grandes dificuldades de raciocínio matemático. (SANTOS, 2007.p 25)

Percebe-se que o insucesso na aprendizagem Matemática, provém de diferentes causas. Em se tratando no campo da geometria plana, Alves (2008) chama de “omissão geométrica” o fato de os professores das séries iniciais não possuírem habilidades suficientes para aprofundar nesse tema em suas atividades pedagógicas.

Para Alves apud Lorenzato (2016), há duas grandes evidências que a defasagem no ensino da geometria passa pela metodologia de ensino do docente. A primeira se dá a má formação dos professores e a segunda é devido à sobrecarga e as condições de trabalho em que esses professores são inseridos.

4.1 Pandemia COVID 19

Além de todas as dificuldades encontradas no ensino da Matemática, a partir do ano de 2020 houve um agravante que aumentou ainda mais essa situação. Segundo relatório da OPAS (Organização Pan-americana da Saúde) em 31 de dezembro de 2019, houve uma alerta à Organização Mundial da Saúde (OMS) sobre vários casos de pneumonia na cidade de Wuhan, província de Hubei, na República Popular da China. Esses casos eram provenientes de uma nova cepa (tipo) de coronavírus, que até então não havia sido identificada em seres humanos. Esse vírus, causaria a doença COVID-19 e ceifaria a vida de milhões de pessoas pelo mundo inteiro. Em poucos meses a doença se alastrou por todos os países, sendo reconhecida como pandemia, no dia 11 de março de 2020.

Desde então, escolas do mundo inteiro foram obrigadas a fecharem as portas, tornando o ensino ainda mais complexo. Dentre os maiores problemas estão a evasão escolar, a falta de acesso à internet, despreparo dos docentes para ministrar as aulas remotas e o desinteresse dos estudantes pelas aulas remotas.

Segundo o Inep (BRASIL, 2021), o Brasil registrou uma média de 279 dias de suspensão de atividades presenciais somente durante o ano letivo de 2020, e isso acarretou em sérias consequências. O estudo aponta uma enorme perda de Aprendizagem na Pandemia, a estimativa é que, no ensino remoto, os estudantes aprendem, em média, apenas 17% do conteúdo de Matemática e 38% do de língua portuguesa, em comparação com o que ocorreria nas aulas presenciais.

Segundo levantamento da Agência Senado (BRASIL, 2021), o número de jovens que já pensaram em desistir de estudar durante a pandemia, aumentou de 28%, em 2020, para 43% em 2021. Destes, 6% deixaram os estudos naquele ano. Entre os motivos, se destaca a dificuldade financeira, 21%, e a dificuldade de se organizar com o ensino remoto, 14%. Em um ano, o percentual de jovens que estão sem estudar saltou de 26% para 36%. Observa-se que cerca de 56% dos estudantes que não estão estudando, trancaram a matrícula depois de março de 2020.

A situação pandêmica causada pela COVID-19, transformou de maneira severa e excepcional a vida de toda a população mundial, sobretudo dos professores, muitos deles precisaram inovar, pois não tinham o domínio das mídias digitais. Na maioria das escolas foi adotada a tecnologia da informação como modelo de ensino emergencial.

> O inesperado isolamento social em decorrência da pandemia e a suspensão das escolas em 189 países, afligindo 98,5% dos estudantes a nível global, impulsionou o ensino emergencial online e as plataformas de ensino digital, como medidas provisórias para os sistemas educacionais ao redor do mundo. Diante deste cenário de excepcionalidade, os gestores e educadores tiveram que encarar mudanças abruptas em sua prática pedagógicas presenciais, para o que aparentemente, se assemelha à orientação online, mas que, de fato representa uma solução temporária para o processo de aprendizagem em termos de ensino remoto emergencial. (LACERDA, 2021.p 25)

O ensino emergencial requereu de toda comunidade educacional uma adaptação ou readaptação para o enfrentamento de diversas situações, fazendo com que professores e estudantes se adaptassem às novas configurações no processo de ensino-aprendizagem.

(BRASIL, 2021) A motivação dos estudantes também é, sem dúvidas, um fator fundamental para o desempenho escolar. De acordo o levantamento do INSPER (Instituto de Ensino e Pesquisa), o grau de engajamento entre estudantes do ensino médio das redes estaduais no ensino remoto foi de aproximadamente 36% em 2020. Sendo assim, foi assistida apenas um pouco mais de um terço da jornada de 25 horas semanais prevista.

A ausência de um sistema de colaboração Inter federativo da educação também potencializa essa defasagem escolar no período pandêmico.

> Com a pandemia, por iniciativa própria, algumas redes de ensino estaduais e municipais utilizaram o regime de colaboração como estratégia para manutenção das atividades escolares durante a pandemia. Pelo menos 12 estados recorrem, até o momento, ao trabalho colaborativo no enfrentamento da pandemia para continuidade do ensino remoto, distribuição de material didático, formação continuada e medidas de redução da evasão escolar. O

> documento lembra que, na pandemia, tornou-se ainda mais evidente que um país como o Brasil, com entes federativos autônomos e corresponsáveis na oferta da Educação, necessita de um sistema para equalizar as diferentes condições federativas educacionais e garantir o direito constitucional da Educação a cada cidadão. (BRASIL, 2021)

Com a ausência de um ensino sistematizado e integrado, coube a cada ente federativo atuar de maneira isolada e individualizada no processo de ensino-aprendizagem dos estudantes, visando diminuir as percas já tão inerentes nesse período.

5 RECURSOS QUE POTENCIALIZAM O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Para Boyer (1996), o uso da geometria nos conteúdos de Matemática do ensino fundamental e médio está intimamente ligado com os outros aspectos do cotidiano do estudante como um todo, quando se pensa em interdisciplinaridade e contextualização. Alguns dos professores sentem dificuldades em conduzir as atividades de resolução de problemas na sala de aula, sobretudo na fase de discussão.

Sendo assim, é necessário desenvolver e conhecer materiais e softwares que facilitem o uso da geometria e, além disso, formar professores para o uso delas.

5.1 JOGOS

É consenso entre diversos pesquisadores que os jogos matemáticos têm relevante importância no desenvolvimento intelectual dos alunos, pois desenvolvem o raciocínio e melhora a busca de soluções na resolução de problemas do dia a dia.

Segundo Martins e Muller apud Lara:

> A utilização de jogos ajuda no valor formativo da Matemática, não no sentido apenas de auxiliar na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas também auxilia na aquisição de atitudes. A autora classifica o uso dos

> jogos em quatro categorias, sendo elas: jogos de construção, jogos de treinamento, jogos de aprofundamento e jogos de estratégias. (MARTINS, MULLER 2011 p.172)

Assim, os jogos têm grande contribuição para a vida pessoal de cada indivíduo, já que eles possuem a capacidade de desenvolver a reflexão tão importante para a resolução de problemas do cotidiano. Os PCN (BRASIL 2000), afirmam que “a participação nos jogos de grupos também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança, e um estimulo para o desenvolvimento de seu raciocínio lógico”.

Segundo os PCN:

> Para crianças pequenas os jogos são as ações que elas repetem sistematicamente, mas que possuem um sentido funcional (jogos de exercício), isto é, são fontes de significados e, portanto, possibilita compreensão, geram satisfação, formam hábitos que estruturam num sistema. Essa repetição funcional também deve estar presente na atividade escolar, pois é importante no sentido de ajudara criança a perceber regularidades. (BRASIL 2000 p. 48)
>
> .

E ainda:

Por meios dos jogos, as crianças não só vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e pensar por analogia (jogos simbólicos). O significado das coisas passa a ser imaginado por elas. (BRASIL, 2000)

Com base nesses documentos, percebe-se que os jogos facilitam a sua compreensão, pois são simples de ser trabalhados com crianças e possuem uma facilidade maior de absorção pelos alunos, e assim, os demais jogos educam para convívio com os membros da escola e da sociedade.

Ainda segundo Martins e Muller, os jogos matemáticos:

> [...] servem para atingir determinados objetivos no processo de construção do conhecimento lógico-matemático do aluno, estimula o calculo mental e trabalham estimativas, oportunizando ao aluno o levantamento de hipóteses e conjecturas na criação de estratégias e regras do jogo (MARTINS; MULLER p. 172).

Segundo Groenwald e Timm apud Borin, 1996:

> Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (GROENVALD; TIMM).

Com relação aos jogos, é preciso alguns cuidados, como afirmam Godoy e Menegazzi:

> • Não tornar o jogo algo obrigatório;• Escolher os jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descobrir as melhores estratégias;• Utilizar atividades que envolvam dois ou mais alunos, para oportunizar a interação social;• Estabelecer regras;• Estudar o jogo antes de aplicá-lo, ou seja, jogá-los antes(GODOY E MENEGAZZI 1999)

Cada escola elabora seu currículo inserindo os jogos matemáticos de acordo com a realidade de sua comunidade.

5.1.1 O Xadrez

O xadrez tem sido um dos jogos mais indicado por muitos estudiosos para o desenvolvimento intelectual dos alunos, considerando sua eficácia para o desenvolvimento intelectual. Assim alguns autores discorrem sobre esse tema.

Figura 20: Tabuleiro de xadrez

Fonte: JOGOS BRASIL

Piacentini e Delgado (2010) afirmam que:

> O xadrez pode ser considerado um jogo, pois se trata de um esporte intelectual, também pode ser considerado arte, porque pode criar beleza, em situações criadas durante uma partida que produzem no enxadrista a emoção estética, e também pode ser uma ciência pois responde a regras, leis e situações, cuja pesquisa norteiam os jogadores.(PIACENTINI; DELGADO, 2010)

O xadrez possui regras simples e é jogado em dupla, pode ser criada uma espécie de torneio ou campeonato para a interação de toda a classe como demonstra a figura a seguir:

Figura 21: Crianças tendo aula de Xadrez

Fonte: (PIACENTINI; DELGADO 2010)

Percebe-se pela figura acima, a concentração e atenção dos alunos para com o jogo, reafirmando a ideia de que o xadrez tem grande contribuição para o ensino da Matemática.

Uma nota publicada no *site* do MEC, mostra como uma escola do Rio Grande do Sul utilizou o xadrez para a melhoria da aprendizagem dos alunos. Relata Lorenzoni:

> **Escolha** – O alto índice de reprovação em Matemática foi o fator determinante para que o jogo de xadrez entrasse na escola. Foi nas aulas de educação física da professora Nereida Domingues que a experiência começou. Segundo Paula Langbecker, a partir da iniciativa de Nereida e dos resultados obtidos, a escola desenvolveu uma metodologia para uso do xadrez na alfabetização Matemática e no letramento, que está sendo aplicada desde 2009. Hoje o jogo está no currículo da escola. (LORENZONI 2013)

A figura a seguir mostra as atividades da escola relatada por Lorenzoni.

Figura 22: Tabuleiro desenhado no pátio

Fonte:(LORENZONI 2013)

Lorenzoni enfatiza também, que esse projeto faz parte do programa “Mais Educação” do Governo Federal, que visa a melhoria da qualidade da educação no Brasil. (LORENZONI 2013)

5.1.2 Dama

A dama é um jogo que pode ser jogado no mesmo tabuleiro do xadrez, diferenciando apenas as regras do jogo e também a quantidade de peças utilizadas em cada partida, enquanto no xadrez se utiliza 16 peças por cada jogador, na dama se utiliza apenas 12 peças. Os benefícios da dama podem ser comparados ao do xadrez, concentração, desenvolvimento do raciocínio, respeito mútuo, descoberta de estratégias, entre outros.

Froelich realizou uma pesquisa sobre esse assunto e descreve:

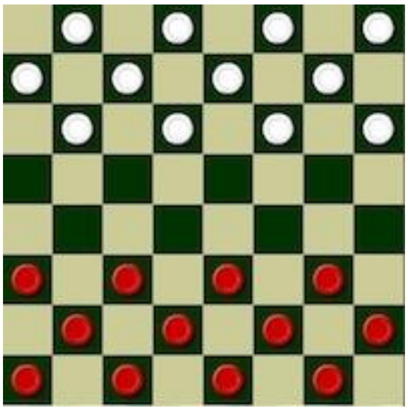
> Numa partida o jogador deve preparar o movimento de suas peças imaginando imediatamente as respostas possíveis de seu adversário e reagir prontamente às escolhas alheias, exercitando a reversibilidade e a autonomia ao tomar as decisões por si mesmo. É lugar comum que uma das grandes dificuldades na resolução de problemas matemáticos estabelece-se na incapacidade de entender e analisar sua proposta. Ao buscar a melhor combinação de lances o aluno aprende a pensar no problema de forma geral,

aprendendo a analisar os diferentes pontos e a encontrar o melhor caminho para sua atenção.(FROELICH 2009)

Froelich (2009) escreveu ainda em sua pesquisa que, “Infelizmente muitas vezes, os professores tendem a separar o trabalho do jogo na realidade escolar, deixando de envolver essa indispensável ferramenta no processo de aprendizado, delegando as mesmas apenas os poucos momentos de recreação”.(FROELICH 2009)

A figura a seguir mostra um tabuleiro de dama com suas peças colocadas em ordem de jogo.

Figura 23: Tabuleiro de Dama



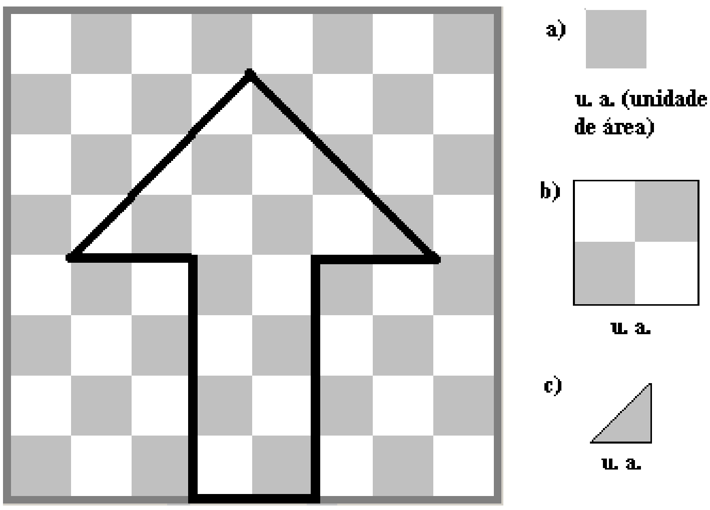
Fonte: Jogos Brasil

Froelich ainda descreve:

A opção pelo Jogo de Damas atenta para suas características de despertar qualidades especiais nos jogadores, ao facilitar que compare situações com maior precisão, descreva e analisa acontecimentos com maior riqueza de detalhes, que seja mais hábil em relacionar causas com suas respectivas consequências, e, sobretudo, que adquira senso de responsabilidade. Este jogo possibilita, por outro lado, um constante desafio para a criatividade e um vivo exercício mental. (FROELICH 2009)

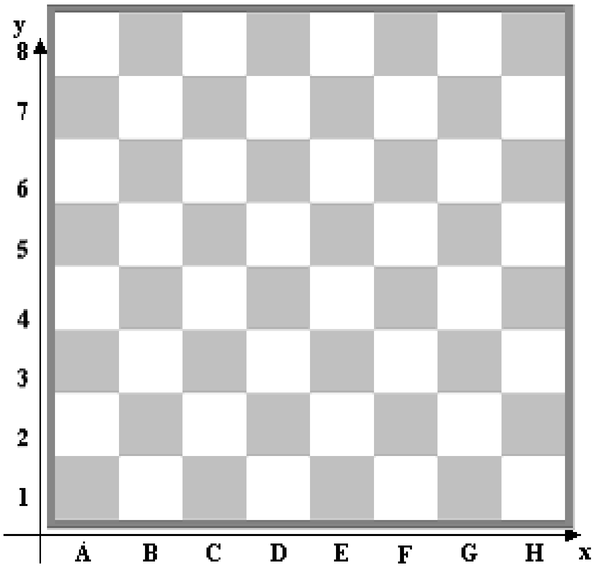
Além de desenvolvimento intelectual característicos dos jogos, o tabuleiro da dama e xadrez que são quadriculados geometricamente iguais, pode ser usado na demonstração de alguns conteúdos de Matemática como cálculo de área, traçados de gráficos e frações. Como mostra as figuras a seguir.

Figura 24: Cálculo de Área



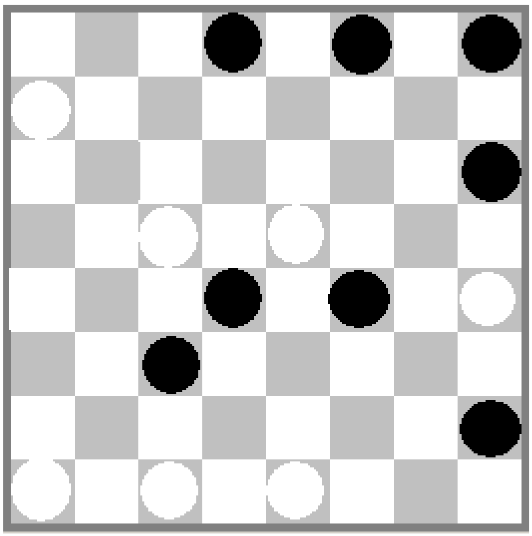
Fonte:(FROELICH 2009)

Figura 25: Traçados Gráficos



Fonte: FROELICH 2009

Figura 26: Estudo de Frações



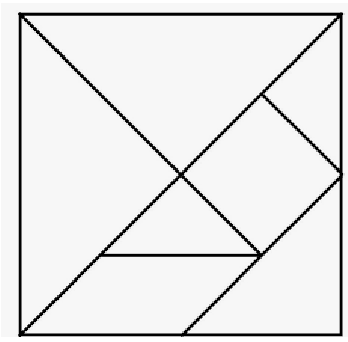
Fonte: FROELICH 2009

Mas o mundo de diversidades dos jogos não termina por aqui. Há sempre uma descoberta que o professor pode usar a seu favor e envolver os alunos nas aulas de Matemática.

5.1.3 Tangram

Outro jogo bastante útil no ensino da geometria é o Tangram. Sabe-se que este é um jogo milenar, de origem chinesa, composto por sete peças: cinco triângulos, destes, dois grandes, um médio e dois pequenos; e duas figuras geométricas: um quadrado e um paralelogramo, ambos com área equivalente aos dois triângulos pequenos ou ao médio. O Tangram é um passatempo do tipo quebra-cabeça, cujo desafio consiste em organizar, sem sobrepor umas às outras, todas as sete peças de modo correspondente a uma figura que serve como modelo ou referência. Uma das principais vantagens de utilizar este recurso é devido seu custo, que é bastante acessível, podendo ser construído pelos próprios estudantes, usando apenas papel, caneta e régua.

Figura 27: Tangram

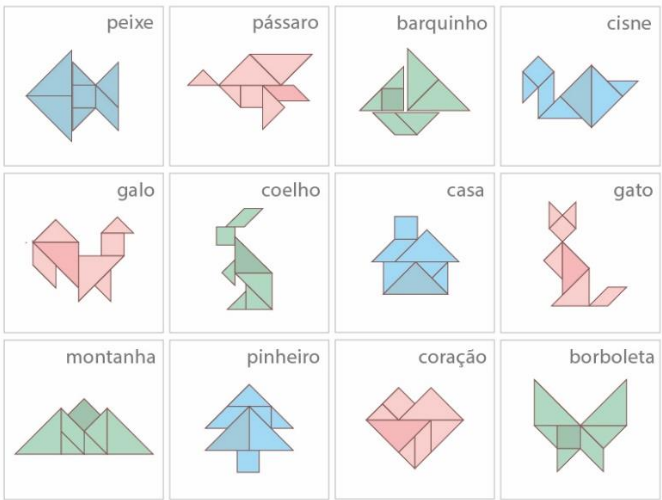


Fonte: Toda matéria

O Tangram serve principalmente para ajudar os alunos a compreenderem conceitos iniciais da geometria, como área, perímetro, ângulos, dentre outros conceitos a ser explorados pelo professor. Por se tratar de um jogo interativo, o Tangram desperta nos estudantes um interesse maior pelo conteúdo estudado.

Ao observar o quadrado original do Tangram e tomando-o como unidade de área, pode-se notar que cada triângulo maior corresponde a $\frac{1}{4}$, o triângulo médio, o quadrado e o paralelogramo tem área correspondente a $\frac{1}{8}$ e cada triângulo menor tem área igual a $\frac{1}{16}$. Pode se notar também nas diversas figuras formadas pelo Tangram, por se usar as mesmas peças, as suas áreas permanecem iguais.

Figura 28: Tangram



Fonte: Toda matéria

Portanto, essa composição e decomposição de figuras por meio dessa ferramenta, permite ao estudante, de forma simples, compreender o conceito de área.

5.1.4 Geogebra

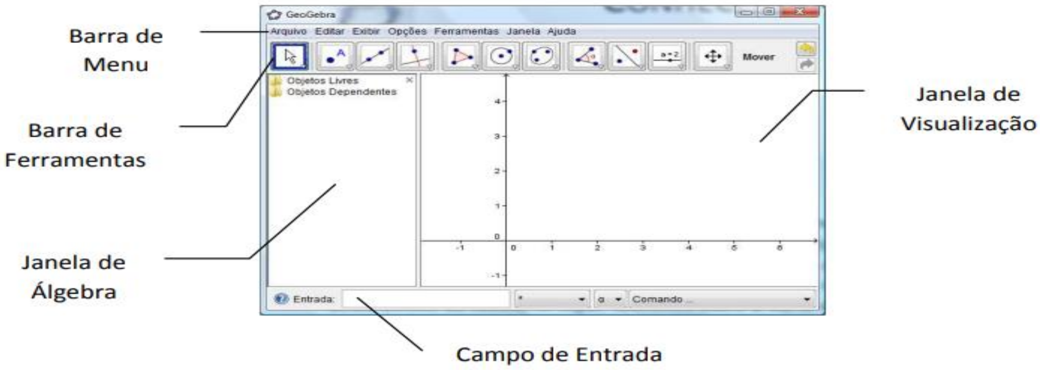
Uma outra ferramenta bastante útil para auxiliar o professor no processo de ensino da geometria plana é o *software Geogebra*, além da praticidade, sua plataforma se aproxima de alguns games, e isso facilita a interação com os estudantes.

> Um dos diferenciais deste programa em relação aos outros softwares de Geometria Dinâmica é o fato de se poder acessar as funções, tanto via botões na Barra de Ferramenta, quanto pelo Campo de Entrada. Além disso, pode-se alterar as propriedades dos objetos construídos via Janela de Álgebra e também através de algumas ferramentas do Botão Direito do

> Mouse. A seguir, falaremos sobre a Barra de Ferramentas, Campo de Entrada, Janela de Álgebra e Botão Direito do Mouse. (ARAUJO 2010 p16)

A figura a 29 ilustra o texto de Araújo (2010)

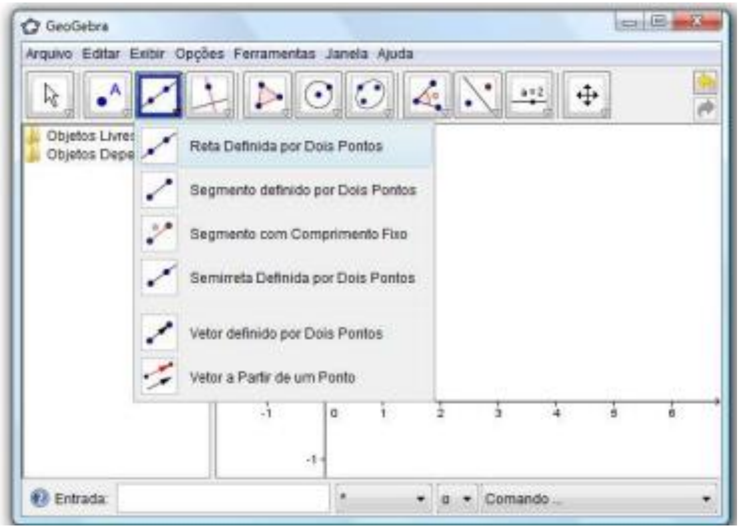
Figura 29: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010

Cada Janela do *software* possui várias ferramentas que permitem a interação do usuário com as diversas funcionalidades do programa. Para poder visualizar essas ferramentas, basta clicar na parte inferior de cada um dos seus ícones. Fazendo isto, o programa abrirá as opções referentes a janela correspondente.

Figura 30: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010

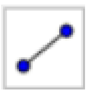
Nota-se que cada ícone possui uma interação, tem um desenho e um nome para ajudá-lo a lembrar o que a ferramenta faz.

No Geogebra pode-se trabalhar todas as noções da geometria plana, desde pontos, retas, segmentos de reta até áreas e ângulos.

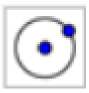
5.1.4.1 construindo figuras geométricas no Geogebra

Araújo (2010), apresenta os passos para a construção das figuras geométricas, conforme descritas a seguir.

Triângulo Equilátero

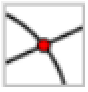


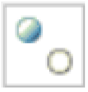
Com a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (Janela 3), é possível criar o que será um dos lados do triângulo, clicando em dois lugares distintos da Janela de Visualização. Assim, construirá com o segmento AB na tela.

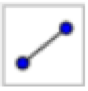


Com a ferramenta CÍRCULO DEFINIDO PELO CENTRO E UM DE SEUS PONTOS (Janela 6), basta clicar no ponto A e depois no ponto B. Repetir o procedimento, mas clicando primeiro no ponto B e depois no ponto A. Assim, denota duas circunferências c e d.

Obs.: Se for necessário, ajuste o zoom para que possa ver toda a figura. Este ajuste poderá ser feito usando o mouse ou na ferramenta AMPLIAR ou REDUZIR (Janela 11).


Estas circunferências se interceptam em dois pontos. Basta ativar a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (Janela 2) e clicar sobre as circunferências c e d. Aparecerão pontos C e D.

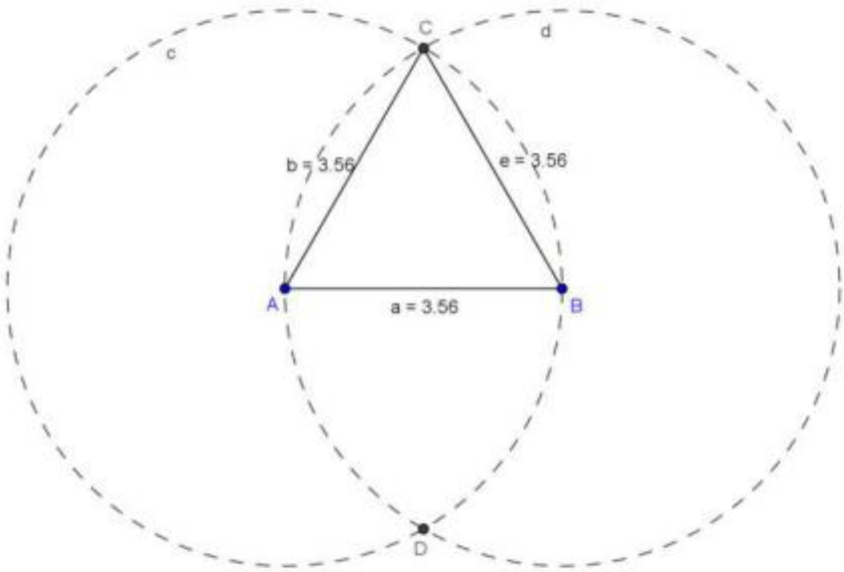

Não tem mais necessidade de as circunferências aparecerem. Para que elas desapareçam, basta ativar a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11) e clicar sobre as circunferências c e d e sobre o ponto D. Aperte ESC.


Com a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (Janela 3), construa um segmento que una os pontos A e C e posteriormente B e C.

Ative a ferramenta DISTÂNCIA, COMPRIMENTO OU PERÍMETRO (Janela 8), clique sobre cada um dos lados do triângulo e depois verifique qual é a relação entre as medidas dos lados.

A construção feita deverá ser semelhante à figura 31:

Figura 31: Geogebra



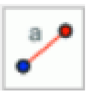
Fonte: ARAUJO 2010

Para aumentar ou diminuir o tamanho da figura, basta ativar a ferramenta MOVER (Janela 1)  (ou aperte a tecla ESC) e clicar sobre um dos pontos de cor azul (A ou B) e arrastar.

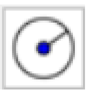
Demais triângulos

Para construir outros tipos de triângulos (Araújo 2010) “sem levar em conta suas medidas, basta usar a ferramenta POLÍGONO  (Janela 5), clicar em três pontos distintos e clicar novamente no 1º ponto.”

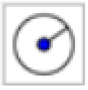
O autor descreve a construção um triângulo cujas medidas dos lados são: 4 cm, 6 cm e 9 cm.



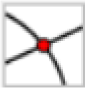
A construção pode ser iniciada a partir de um segmento qualquer. Basta criar primeiramente o segmento de 4 cm. Ativar a ferramenta SEGMENTO COM COMPRIMENTO FIXO (Janela 3). Clicar em algum lugar da Janela de Visualização. Na janela que aparecerá, entre com o valor do lado (no caso, entre com 4) e depois clicar em OK ou apertar a tecla ENTER.


Pretende-se que um dos lados tenha tamanho 6 cm. Para isso, marque onde estão os pontos do plano que estão a 6 cm de distância do ponto A. Para tal,

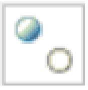
precisa ativar a ferramenta CÍRCULO DADOS CENTRO E RAIO (Janela 6) e clicar sobre o ponto A. Uma nova janela se abrirá. Após digitar a medida desejada (no caso, 6) e clicar em OK. Nesse instante, todos os pontos da circunferência estarão a 6 cm do ponto A.



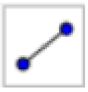
Agora deseja um ponto que esteja a 9 cm do ponto B. Para isso, basta ativar a ferramenta CÍRCULO DADOS CENTRO E RAIO (Janela 6), clicar sobre o ponto B, entre com o número 9 na janela que aparecerá e depois clicar em OK.



"Com a ferramenta INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS (Janela 2), marque onde as duas circunferências se encontram (basta clicar sobre cada uma delas com a referida ferramenta ativada)".



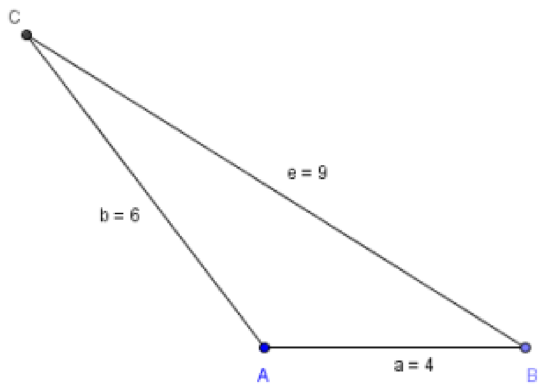
Na sequência, selecione a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11) e esconda as duas circunferências, clicando sobre elas e apertando o ESC. Esconda também um dos pontos e depois aperte ESC.



Com a ferramenta SEGMENTO DEFINIDO POR DOIS PONTOS (Janela 3), crie os segmentos AC e BC.

Por fim, basta ativar a ferramenta DISTÂNCIA, COMPRIMENTO OU PERÍMETRO (Janela 8), em seguida clicar sobre cada um dos lados do triângulo. Observe se os lados são aqueles desejados. O resultado final deve ser semelhante.

Figura 32: Geogebra

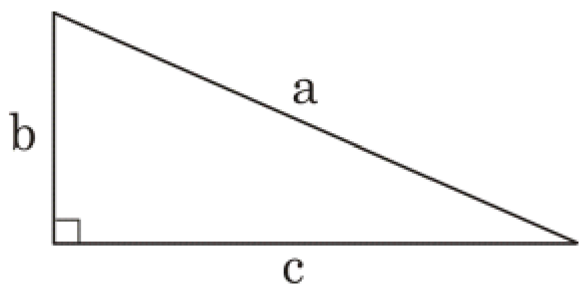


Fonte: ARAUJO 2010

Teorema de Pitágoras

O software Geogebra também apresenta uma excelente ferramenta para estudar o teorema de Pitágoras que, ainda nos dias de hoje, causa espanto a muitos estudantes. O teorema de Pitágoras é aplicado no estudo do triângulo retângulo, esse teorema diz que, em qualquer triângulo desse formato, o quadrado da medida de hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (catetos são os lados que formam o ângulo reto (90∘) e hipotenusa o lado oposto a este ângulo). Se traduzir para a linguagem Matemática, se a for a medida da hipotenusa e b e c forem as medidas dos catetos, então: $a^2 = b^2 + c^2$.

Figura 33: Geogebra

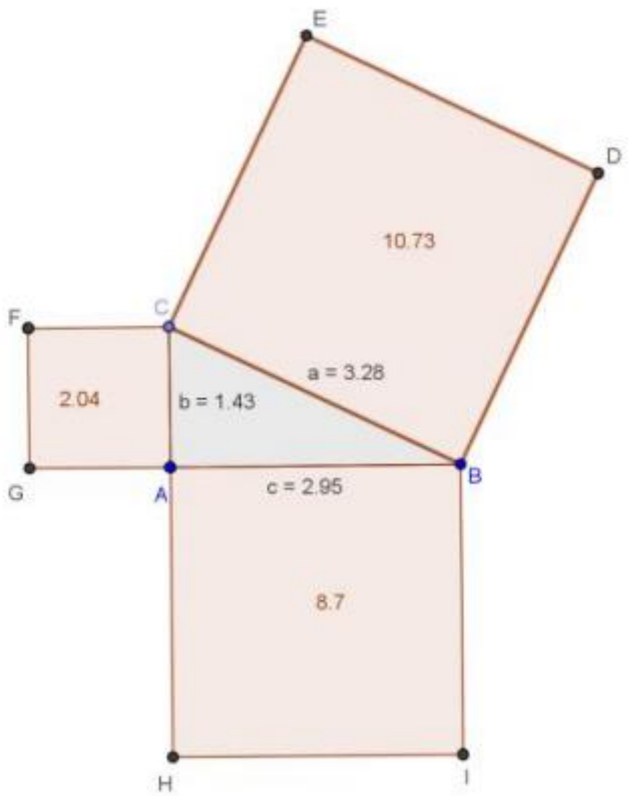


Fonte: ARAUJO 2010

Ainda é comum estudantes do ensino médio verem a denotação deste teorema apenas como uma porção de letras, e sentem dificuldade de assimilar a ideia que elas representam.

Para construir um triângulo retângulo no Geogebra, pode-se partir da construção de três quadrados cujas medidas dos seus lados sejam diferentes como na figura a seguir.

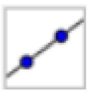
Figura 34: Geogebra



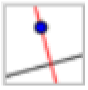
Fonte: ARAUJO 2010

Como se pode notar, o quadrado da medida da hipotenusa será representado por um quadrado, cuja medida do lado é igual à medida da hipotenusa. O mesmo ocorre para as medidas dos catetos. Observa-se também que área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos dois quadrados menores, o que reafirma a teoria de Pitágoras.

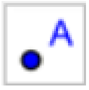
Araújo (2010), descreve passo a passo a construção deste teorema dentro do software Geogebra.



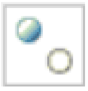
Passo 1: Selecione a ferramenta RETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS (Janela 3) e clique em dois lugares da JANELA DE VISUALIZAÇÃO.



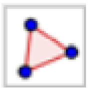
Passo 2: Selecione a ferramenta RETA PERPENDICULAR (Janela 4) e clique sobre a reta e posteriormente sobre o ponto A.



Passo 3: Selecione a ferramenta NOVO PONTO (Janela 1) e clique sobre a reta perpendicular que acabou de criar. Um ponto de cor azul claro deverá aparecer.



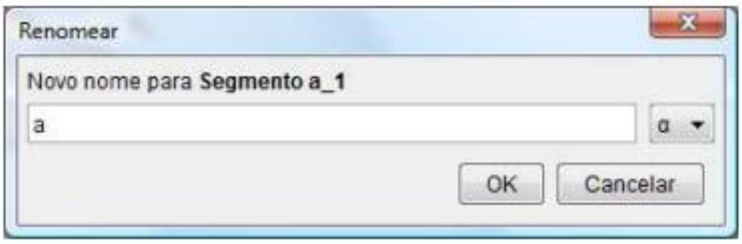
Passo 4: Selecione a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11) e clique sobre as duas retas e, posteriormente, aperte a tecla ESC. As duas retas deverão desaparecer.



Passo 5: Selecione a ferramenta POLÍGONO (Janela 5) e clique sobre os pontos A, B, C e A (nesta ordem).

Depois disso, clique com o botão direito do mouse sobre o texto a1 e selecione a opção RENOMEAR. Uma nova janela aparecerá. Onde está escrito a_1 escreva apenas a letra a.

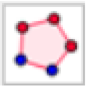
Figura 35: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010

Na sequência, clique com o botão direito do mouse sobre o texto b_1 e selecione a opção RENOMEAR. Uma nova janela aparecerá. Onde está escrito b_1 escreva apenas b.

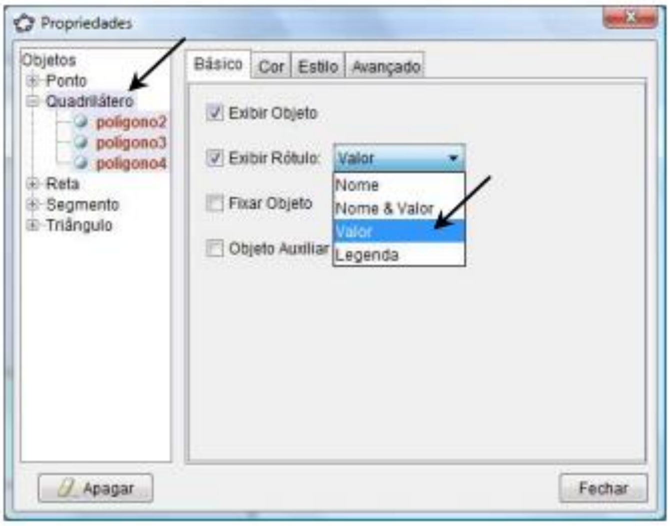
Para destacar o triângulo, é possível mudar sua cor. Para isso, basta clicar com o botão do lado direito do mouse sobre o triângulo e selecionar a opção PROPRIEDADES. Uma nova janela aparecerá. Selecione a aba COR e a cor de sua preferência.



Selecionando a ferramenta POLÍGONO REGULAR (Janela 5) e clicando sobre os pontos C e B (nessa ordem) aparecerá uma nova janela, basta clicar em. Com a mesma ferramenta, clique sobre os pontos A,C (nessa ordem) e por fim nos pontos B, A (nessa ordem) e OK na nova janela que aparecerá. Se necessário, ajuste o zoom usando o mouse.

Clique sobre um dos quadrados com o botão direito do mouse e selecione a opção PROPRIEDADES.

Figura 36: Geogebra

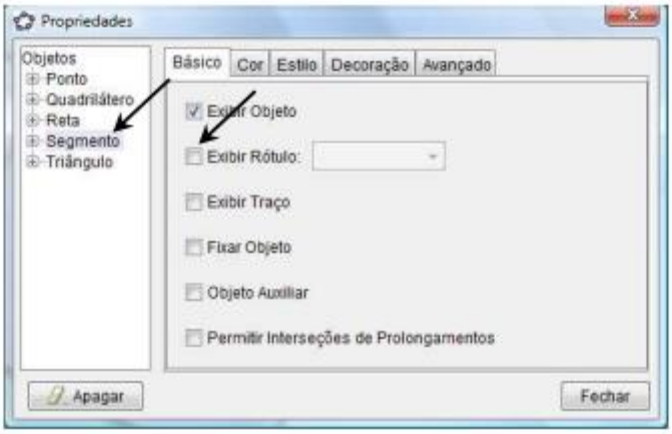


Fonte: ARAUJO 2010

Selecione a opção QUADRILÁTERO na coluna esquerda e depois, na guia BÁSICO ative a opção EXIBIR RÓTULO e na caixa de seleção, clique na opção VALOR

Nessa mesma janela, selecione o grupo SEGMENTO na coluna esquerda e na guia BÁSICO, clique novamente na opção EXIBIR RÓTULO para desmarcá-lo.

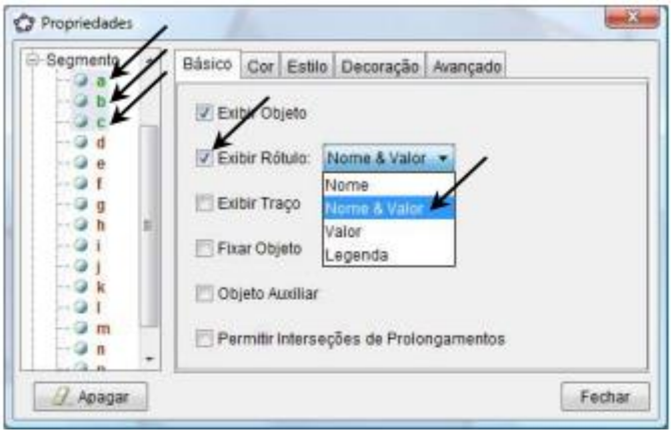
Figura 37: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010

Para realçar as medidas dos lados do triângulo, "clique no "+" que há à esquerda da palavra SEGMENTO, na coluna da esquerda. Clique sobre o nome "a", segure a tecla SHIFT e clique também sobre "b" e "c". Ative a opção EXIBIR RÓTULO e selecione a opção NOME & VALOR"

Figura 38: Geogebra



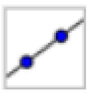
Fonte: ARAUJO 2010

Depois desses passos, pode clicar em FECHAR, a figura será correspondente à apresentada no inicio deste tópico.

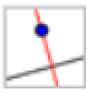
Teorema de Pitágoras no círculo

No Geogebra é possível também explorar o teorema de Pitágoras, usando a sua relação com o círculo. Para isso, o professor deve seguir o passo a passo indicado por Araújo (2010).

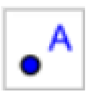
O professor deve abrir uma nova janela selecionando a opção ARQUIVO e depois, NOVA JANELA. Clicar com o botão direito do mouse na Janela de Visualização (parte branca) e desmarque a opção EIXO.



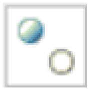
Passo 1: Selecione a ferramenta RETA DEFINIDA POR DOIS PONTOS (Janela 3) e clique em dois lugares da JANELA DE VISUALIZAÇÃO.



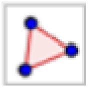
Passo 2: Selecione a ferramenta RETA PERPENDICULAR (Janela 4) e clique sobre a reta e posteriormente sobre o ponto A.



Passo 3: Selecione a ferramenta NOVO PONTO (Janela 1) e clique sobre a reta perpendicular que acabou de criar. Um ponto de cor azul claro deverá aparecer.



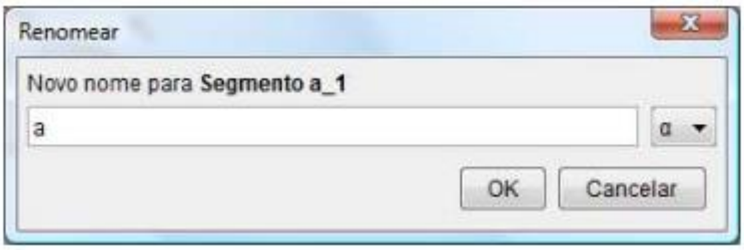
Passo 4: Selecione a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11), clique sobre a reta perpendicular que acabou de criar e, posteriormente, aperte a tecla ESC.



Passo 5: Selecione a ferramenta POLÍGONO (Janela 5) e clique sobre os pontos A, B, C e A (nesta ordem).

Passo 6: nessa etapa, clique com o botão direito do mouse sobre o texto $a1$ e selecione a opção RENOMEAR. Uma nova janela deverá aparecer. Nela, onde está escrito **a_1,** escreva apenas **a,** como na figura seguinte, depois clique em OK.

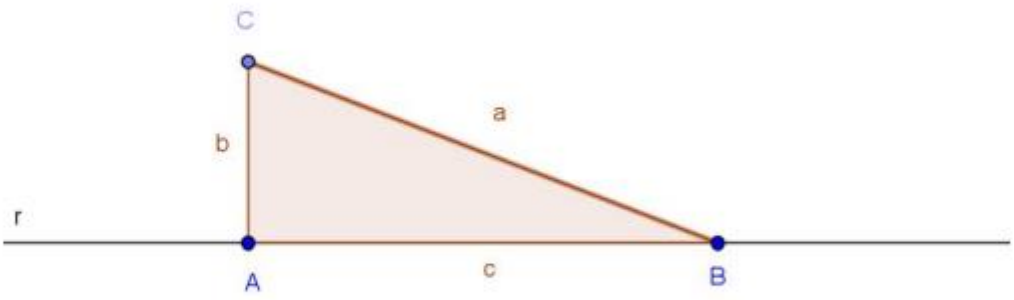
Figura 39: Geogebra



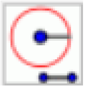
Fonte: ARAUJO 2010

Passo 7: O professor deve clicar com o botão direito do mouse sobre o texto $b1$ e selecionar a opção RENOMEAR. Na nova janela que aparecerá, substitua o texto **b_1** por apenas **b**. O esboço inicial deverá ser semelhante ao que se pode ver a seguir.

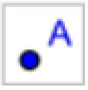
Figura 40: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010

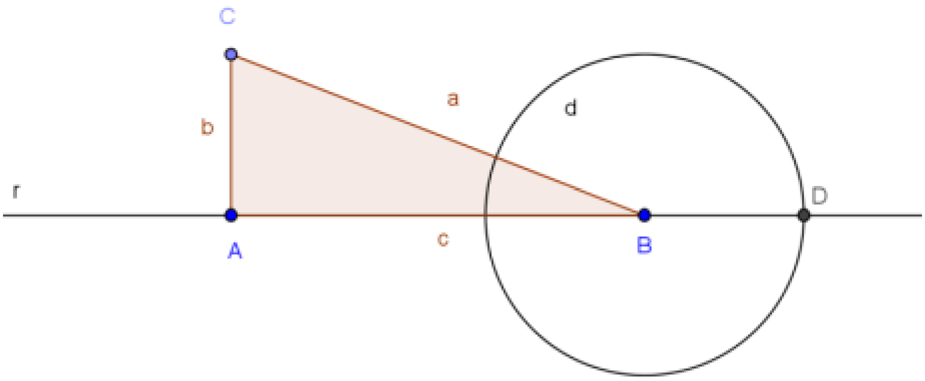


Passo 8: Selecione a ferramenta COMPASSO (Janela 6), clique sobre o ponto A, C e, posteriormente, em B. Com isso transportaremos a medida AC para a reta que passa por AB.

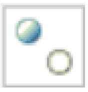


Passo 9: Selecione a ferramenta NOVO PONTO (Janela 2) e aponte para a interseção da circunferência com a reta, (que está à direita do ponto B), conforme figura seguinte.

Figura 41: Geogebra



Fonte: ARAUJO 2010



Passo 10: Selecione a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (Janela 11), clique sobre a circunferência e, posteriormente, aperte a tecla ESC.

Dessa forma, o software Geogebra pode ser explorado para o ensino de todos os polígonos e suas propriedades, áreas, perímetros, ângulos, distância entre pontos, etc. Além de diversos outros conteúdos da Matemática como teorema de Talles, círculo, circunferência, triângulos inscritos na circunferência.

Apesar de o Geogebra ser um software simples e de fornecer condições que permitem a elaboração de situações que favorecem a construção de conhecimentos pelo estudante, ele, sozinho, não é o suficiente. Para que haja uma aprendizagem efetiva com esse recurso, é necessário a elaboração de situações de uso. A partir da realidade de cada estudante.

6 CONCLUSÃO

Sabe-se que aprendizagem da Matemática, sobretudo a geometria plana, envolve uma grande variedade de fatores, e isso torna o seu ensino um pouco complexo. Para simplificar o ensino, é preciso desenvolver o raciocínio lógico e estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de compreender e resolver problemas envolvendo esse tema. Dessa forma, os professores da disciplina devem se dispor a aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, organização, concentração, atenção, raciocínio lógico-dedutivo e sentido cooperativo, aumentando a socialização e as interações pessoais, além de buscar a sua formação continuamente, para sempre utilizar as novas tecnologias a seu favor e ao ensino da Matemática.

Esse estudo, apontou que a falta de acessibilidade dos estudantes às aulas intermediadas pelas plataformas digitais durante a pandemia, evidenciou ainda mais a defasagem na formação acadêmica, principalmente na área de Matemática. Mostrou ainda, que alguns professores apresentaram grandes dificuldades para a utilização dos recursos tecnológicos e para o planejamento de atividades nos ambientes virtuais, e como consequência, a falta de interação entre professor e aluno, condição necessária para se ensinar e aprender Matemática.

Levando em consideração os diversos aspectos e defasagens na educação, percebe-se a necessidade de incluir nas aulas de Matemática, estratégias e metodologias que tornem seu ensino mais eficaz, sem perder a qualidade, e que ao mesmo tempo seja prazeroso e desperte no estudante o interesse e gosto em aprender os mais variados conteúdos de Matemática. Essas estratégias podem desmistificar a teoria que esta disciplina é difícil de aprender, e por isso pouco atraente aos olhos do estudante. Diante de toda pesquisa bibliográfica apontada, conclui-se que é necessário que o docente se capacite e compreenda que para estimular e criar no indivíduo o desejo em aprender Matemática, é primordial que o modelo de ensino tradicional seja revisto, que sintam a necessidade de inserir o lúdico, os jogos, os softwares e os materiais concretos como forma de incrementar e dinamizar suas aulas, envolvendo o estudante no mundo da Matemática, não apenas em meras teorias, mas mostrando a importância dessa disciplina por todo o cotidiano que o cerca. Com isso, ele conseguirá compreender que a mesma, faz parte do seu dia a dia e ele a aplica sem ao menos se dar conta.

7 REFERÊNCIAS

ALVES, Luana Leal. **A Importância Da Matemática Nos Anos Inicias**/Luana Leal Aves. – UFPEL. Pelotas, 2016.

ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de. **Aprendendo Matemática com o geogebra** / Luís Cláudio Lopes de Araújo, Jorge Cássio Costa Nóbriga. – São Paulo: Editora Exato, 2010.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Tradução: Elza F. Gomide.

BRANDT, Celia Finck. Méricles Thadeu Moretti. **Ensinar e aprender Matemática**: possibilidade para práticas educativas. Ed. UEPG. Ponta Grossa, 2016

BRASIL. Secretaria de educação fundamental, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/ secretaria de educação fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais)**:Matemática/Secretaria de Educação Fundamental; 2ed. – Rio de Janeiro: DP&A, 2000. 142 p.: Il.

BRIZOLA,Mauro Breni de Almeida. **Classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, apresentação do teorema de Pitágoras.** Disponível em https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134466. Acesso em 19 de maio de 2022.

FROELICH, Henrique Daniel. **JOGO DE DAMAS:** Uma possibilidade para ensinar e aprender Matemática.Disponívelem:<http://www.jogosbrasil.com/jogosonline/jogosdedama/?gclid=CO6DupHg3rcCFVIV7AodDxEA2w> Acesso em 10 de junho de 2022.

LACERDA, Tiago Eurico de, Raul Greco júnior. **Educação Remota em tempos de Pandemia**: ensinar, aprender e ressignificar a educação. 1 ed. Bagai, Curitiba, 2021.

LORENZONI,Ionice.**MaisEducação.**Disponívelem<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=17614:escola-usa-jogo-de-xadrez-para-melhorar-ensino-da-matematica&catid=379&Itemid=86 acesso em 02 de julho de 2022.

MACHADO, Nilson José, **Ensino da Matemática**: pontos e contrapontos/ Nilson José Machado, São Paulo, Sumus, 2014.

MARTINS, Josenei. Josenei Martins e Iraci Muller. **Didática e metodologia do ensino de Matemática**/Indaial: UNIASSELVI, 2011.193 p. : il.

PIACENTINI, Marcos Tadeu Simões. DELGADO, Evaldo Inácio. **Xadrez:** a prática do desporto na escola e sua implicação pedagógica imediata. Indaial: UNIASSELVI, 2010.

SANTOS, Almir Rogério Silva. Geometria euclidiana plana / Almir Rogério Silva Santos, Humberto Henrique de Barros Viglioni -- São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, CESAD, 2011

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "**O que é plano?**"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-plano.htm. Acesso em 05 de maio de 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. "**Ponto, reta, plano e espaço**"; Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/ponto-reta-plano-espaco.htm. Acesso em 28 de julho de 2022.