INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UMA EXPLORAÇÃO SOBRE ARTEFATOS MESOPOTÂMICOS E SUAS POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

EVANILDO BORGES DA SILVA

Orientador: Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto
Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto

FLORIANO – PI
2023

EVANILDO BORGES DA SILVA

UMA EXPLORAÇÃO SOBRE ARTEFATOS MESOPOTÂMICOS E SUAS POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto

FLORIANO – PI
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Silva, Evanildo Borges da

S586e Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de matemática / Evanildo Borges da Silva. - 2023.
107 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2023.
Orientador : Prof Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto.
Coorientador : Prof Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto.

1. História da Matemática. 2. Artefatos mesopotâmicos. 3. Possibilidades didáticas. 4. Ensino de Matemática. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375

EVANILDO BORGES DA SILVA

UMA EXPLORAÇÃO SOBRE ARTEFATOS MESOPOTÂMICOS E SUAS POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 02/02/2023

BANCA EXAMINADORA

Benjamim Cardoso da Silva Neto

Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IFMA
Orientador

Guilherme Luiz de Oliveira Neto Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Dados: 2023.02.17 12:12:28 -03'00'

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Coorientador

Rui Marques Carvalho

Prof. Dr. Rui Marques Carvalho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

Francisco Djnnathan S Gonçalves

Prof. Dr. Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN
Avaliador Externo

À minha esposa Nilba Alves e ao nosso amado filho,

Benjamim Asafe Soares Borges.

AGRADECIMENTOS

Palavras me faltam para expressar a gratidão que sinto por todos que cooperaram para esta vitória. É uma vitória por inúmeras razões. Não apenas minha, mas uma vitória familiar. Há muitas pessoas a quem devo agradecer, expressar meus sentimentos de gratidão e citá-las aqui por toda benevolência a mim concedida. Assim, sintam-se abraçadas por mim, mesmo que seu nome não esteja citado nesta página.

Primeiramente, gratidão ao meu Deus. Não estaríamos nesta etapa da vida, se o Senhor Deus não estivesse ao nosso lado, e posso afirmar, como disse o salmista, grandes coisas Ele tem feito por nós, por isto regozijamo-nos.

Gratidão à minha esposa, Nilba Alves e ao nosso filho Benjamim Asafe que foram excepcionais em ação, ajudando em tudo quanto estivesse ao seu alcance e pela compreensão por todos os meus momentos ausentes.

Gratidão aos meus pais, Virgílio Rodrigues da Silva e Maria Borges do Nascimento Silva e aos meus irmãos, Edelson Borges da Silva, Josué Borges da Silva e Maria Elvisleidy Borges Lima.

Gratidão ao meu sogro Benedito Soares, minha sogra Maria Nilza, Nilbiane Alves e Anildon Vieira, que ajudaram de inúmeras formas somando conosco nesta caminha e vitória.

Gratidão aos amigos da turma PROFMAT-IFPI/2021, que com união seguimos semana após semana, com inúmeras reuniões *online*, contribuindo uns com outros em cada atividades, dificuldades, momentos e fases do curso conseguimos chegar até aqui. Gratidão ao Grupo III, que se manteve focado, alinhado e ombreado nos estudos nestes dois anos. E para abraçar a todos os guerreiros e guerreiras desta turma cito aqui em nome de todos os nossos amigos, Valderir de Moura, Luís Carlos Barbosa e Darlan Ramos da Silva (in memoriam) este que muito contribui com a nossa turma e que foi um bravo guerreiro, muito obrigado.

Gratidão a todos os professores do PROFMAT/IFPI Floriano, que contribuíram para nossa formação continuada neste programa. Para abraçá-los cito aqui em nome de todos o querido professor Dr. Ezequias Esteves.

Gratidão ao meu orientador, professor Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto, que incessantemente e sempre prontamente nos ajudou, em todos os passos e momentos desde a escrita do projeto de pesquisa até o momento da defesa desta dissertação. Sempre foi amigo e paciente. Suas orientações são contribuições significativas não apenas para esta pesquisa, mas para a vida deste profissional.

Gratidão aos irmãos da igreja, em especial, AD Grajaú – “Brilho Celeste” e AD Floriano – “Boas Novas”, que nos ajudaram em oração.

Gratidão à turma do segundo ano matutino, à escola “Osvaldo da Costa e Silva” e ao professor, nosso amigo, Jodeilson Pereira, que nos concedeu a oportunidade para a realização da pesquisa.

Gratidão ao nobre professor Paulo Rodrigues e ao Igor por todas as contribuições que foram e são importantíssimas para o curso, bem como para o estudo e pesquisa em Matemática.

Gratidão aos meus amigos (as) professores (as) do C. E. Prof Dimas Simas Lima, escola que trabalho, e para abraçar a todos os servidores da mesma, cito aqui, os professores Valdeci Teles, Octaíldo Reis, Andréias Marques e Gilmara Silva. Obrigado por toda a compreensão e ajuda.

Muito obrigado a todos!

Ó profundidade da riqueza da sabedoria e do conhecimento de Deus!
Quão insondáveis são os seus juízos e inescrutáveis os seus caminhos!
Quem conheceu a mente do SENHOR?
Ou quem foi seu conselheiro?
Quem primeiro lhe deu para que Ele o recompense?
Pois Dele, por Ele e para Ele são todas as coisas.
A Ele seja a glória para sempre! Amém. (Romanos.11: 33-36; Bíblia Sagrada)

RESUMO

SILVA, Evanildo Borges da. **Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática**. 108f. 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto Federal do Piauí, Floriano, 2023.

Pesquisas e estudos em História da Matemática têm, nos últimos anos, estruturado novas caracterizações de abordagens didáticas acerca do uso de informações históricas no ensino de Matemática. Esta pesquisa, no entanto, apresenta como temática central o uso de artefatos mesopotâmicos no ensino de Matemática como sendo uma das possíveis formas de abordagem de informações históricas em aulas de Matemática. Tem como principal objetivo, investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, bibliográfica, desenvolvida com alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio, em uma escola pública estadual no município de Floriano – Piauí. Elaboraram-se atividades que apresentam contextos investigativos e desafiadores acerca de três artefatos mesopotâmicos datados de 2000 a. C a 1550 a. C, o YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 para o ensino de conteúdos e mobilização de conceitos matemáticos. O referencial teórico adotado tem como pressupostos sustentadores a investigação histórica no ensino de Matemática e o conceito de artefato histórico na Arqueologia. Este estudo também apresenta uma revisão bibliográfica em produções acadêmicas em alguns repositórios que reforçam a necessidade de explorar artefatos históricos matemáticos da Antiga Mesopotâmia como forma de desmistificação da Matemática como uma Ciência pronta e acabada. Para produção de dados foram utilizados os registros escritos dos alunos, questionários e atividades didáticas. A análise do conteúdo foi a metodologia de análise de dados que elucidou as possibilidades didáticas com uso de artefatos mesopotâmicos como abordagem no ensino de Matemática. Elencamos 14 reais possibilidades que potencializam a prática docente dos professores de Matemática através do desenvolvimento e validação de atividades mediadas pela História da Matemática e uso de artefatos mesopotâmicos que vão desde conteúdos matemáticos, contextos interdisciplinares, compreensão da Matemática em estratégias didáticas.

Palavras-chave: História da Matemática; Artefatos mesopotâmicos; Possibilidades didáticas; Ensino de Matemática.

ABSTRACT

SILVA, Evanildo Borges da. **Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática**. 108f. 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto Federal do Piauí, Floriano, 2023.

Research and studies in the History of Mathematics have, in recent years, structured new characterizations of didactic approaches regarding the use of historical information in the teaching of Mathematics. This research, however, has as its central theme the use of Mesopotamian artifacts in Mathematics teaching as one of the possible ways of approaching historical information in Mathematics classes. Its main objective is to investigate didactic possibilities through Mesopotamian artifacts for teaching Mathematics. This is a qualitative, bibliographical research and was developed with students from a second year of high school class, in a state public school in the city of Floriano - Piauí. Activities were developed that present investigative and challenging contexts about three Mesopotamian artifacts dating from 2000 BC to 1550 BC, the YBC 7289, Plimpton 322 and BM 13901 for teaching content and mobilization of mathematical concepts. historical research in the teaching of Mathematics and the concept of historical artifact in Archaeology historical research in the teaching of Mathematics and the concept of historical artifact in Archaeology. This study also presents a bibliographical review of academic productions in some repositories that reinforce the need to explore historical mathematical artifacts from Ancient Mesopotamia as a way of demystifying Mathematics as a ready and finished Science. For data production, students' written records, questionnaires and didactic activities were used. Content analysis was the data analysis methodology that elucidated the didactic possibilities with the use of Mesopotamian artifacts as an approach in the teaching of Mathematics. We list 14 real possibilities that enhance the teaching practice of Mathematics teachers through the development and validation of activities mediated by the History of Mathematics end use of Mesopotamian artifacts ranging from mathematical content, interdisciplinary contexts, understanding of Mathematics in didactic strategies.

Keywords: History of Mathematics; Mesopotamian artifacts; Didactic possibilities; Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BM	- *British Museum*
BNCC	- Base Nacional Curricular Comum
BOCEHM	- Boletim Cearense de História da Matemática
CONEDU	- Congresso Nacional de Educação
E.J.A	- Educação de Jovens e Adultos
ENEM	- Encontro Nacional de Educação Matemática
EPAEM	- Encontro Paraense de Educação Matemática
OCEM	- Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PROFMAT	- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RHMP	- Revista História da Matemática para Professores
VAT	- *Vorderasiatische Abteilung Tontafeln*
YBC	- *Yale Babilonian Colletion*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O crescente número de produções acadêmicas na área da Educação Matemática voltados para o uso da História da Matemática no ensino de Matemática tem viabilizado a criação de diversas possibilidades didáticas sobre o uso do contexto histórico do desenvolvimento dessa Ciência. Conforme aponta o estudo de Mendes (2015), o uso da História para o ensino de Matemática tem se destacado como uma nova vertente de pesquisa e estudos científicos no Brasil desde 1990.

A viabilidade sobre o uso da História da Matemática nas aulas de Matemática é evidenciada a partir de relatos de experiências, pesquisas de dissertações e teses, artigos de periódicos e trabalhos de eventos que disseminam novas formas de abordar didaticamente a História da Matemática, fazendo emergir possibilidades didáticas sobre o uso de informações históricas no desenvolvimento dessa disciplina. Essas possibilidades didáticas estão integradas a novas formas de abordagens da História da Matemática para o ensino, que nesse estudo alia o uso de fontes históricas como sendo os artefatos históricos capazes de reorientar ou reorganizar o contexto matemático estudado em sala de aula.

Desta forma, neste texto, trazer à tona a inserção de artefatos históricos mesopotâmicos que tratam sobre o desenvolvimento da Matemática na Babilônia no século XVIII a. C., permitindo uma nova visualização sobre a constituição histórica do conhecimento matemático, tanto para o professor, quanto para o aluno e possibilitando ainda uma desmistificação quanto à ideia de que a Matemática é um conhecimento pronto e já estabelecido como certo.

Posto isso, compreendemos que "o contexto, social, cultural e histórico da matemática favorece em grande escala ao desenvolvimento do estudante em todo o seu aspecto" (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 84). Nessa direção, esta dissertação tem como principal objetivo investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática. Além disso, busca apresentar uma proposta didática com atividades que poderão de alguma forma contribuir com o desenvolvimento do trabalho docente. A principal inquietação nesta pesquisa é a seguinte pergunta: quais possibilidades didáticas podem emergir através de explorações de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas para o ensino de Matemática em uma turma de Ensino de Médio?

Destacamos que neste trabalho a História da Matemática será tratada conforme produções de Mendes (2009a, 2009b, 2015) que nos informa sobre o papel da História da Matemática como mediador didático e conceitual no processo de ensino e aprendizagem e como pressuposto para a investigação histórica no ensino de Matemática. O desenvolvimento de pesquisas acerca da História da Matemática em processos de ensino e de aprendizagem nos últimos 30 anos tem apresentado um crescimento promissor, como destaca Trivizoli (2016) e Silva Neto (2021), contudo, diferentes tipos de abordagens acerca da História da Matemática em sala de aula, têm possibilitado mudanças na prática de professores que ensinam Matemática.

Dentre os diferentes tipos de abordagens acerca do uso da História da Matemática em processos de ensino e aprendizagem podemos elencar algumas identificadas em trabalhos como os de Silva Neto (2021) que apresenta o uso de problemas matemáticos históricos, métodos de resoluções, demonstrações e soluções históricas, uso de práticas socioculturais historicamente constituídas e uso de obras e fontes históricas no ensino de Matemática. Esse estudo de dissertação centra-se, no entanto, nesta última abordagem, obras e fontes históricas, as quais Pereira (2018) destaca sobre uma possibilidade que possui algumas dificuldades de aliança no ensino, mas permite uma mobilização de conhecimentos e informações históricas sobre o uso da Matemática contribuindo para a inserção da História da Matemática no ensino.

Desta forma, através, inicialmente, de um estudo em fontes indicativas acerca da História da Matemática, tais como Eves (2004), Boyer e Merzbach (2018), Katz (2009), Roque (2012) e Roque e Carvalho (2019) elegemos para este trabalho acadêmico, os artefatos de origem mesopotâmica, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, com datação compreendida entres os períodos de 2000 a. C a 1550 a. C e que apresentam informações históricas que podem ser associadas aos seguintes conteúdos matemáticos: sistema numérico, sistema numérico posicional sexagesimal, a operação de radiciação, aproximação para a raiz quadrada, ternos pitagóricos, Teorema de Pitágoras e equações de segundo grau.

Artefatos serão referenciados como conceitos tratados na Arqueologia, e que, segundo Funari (1988), artefatos históricos ou arqueológicos podem ser entendidos como todo produto do trabalho humano, ou seja, o que é feito pela engenhosidade do ser humano e que atenda a anseios dos mais básicos aos mais complexos. Algumas produções identificadas a partir de uma revisão bibliográfica estudaram e teceram informações que sugerem o uso de artefatos matemáticos arqueológicos tais como os trabalhos de Oliveira (2009), por exemplo, que trata de artefatos históricos matemáticos como objetos, documentos, cartas, manuscritos, monumentos, imagens, fotografias, tabletes e outros materiais que dão sentido as ações do homem no passado e que representa o dito e o feito na história da humanidade.

Assim, com caráter de uma pesquisa qualitativa, este estudo é uma pesquisa bibliográfica acerca de estudos que aliaram o uso de artefatos históricos ao ensino de Matemática, e desenvolve, avalia e analisa atividades didáticas, tendo como sujeitos, alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Floriano, no estado do Piauí.

Para coleta de dados utilizamos registros escritos dos alunos, anotações, imagens fotográficas, e questionários inicial e final para validação das atividades desenvolvidas com a exploração dos artefatos. Os dados foram analisados de acordo com a análise de conteúdo de Bardin (2016), utilizada com a finalidade de fazer emergir possibilidades didáticas para o uso de artefatos mesopotâmicos para o ensino de Matemática.

Com isso, esse trabalho pode se justificar pela promoção de uma nova visualização do professor e do aluno para a Matemática, enquanto Ciência Humana, também pode fortalecer a área de pesquisa em História da Matemática, colocando como ponto relevante o uso de artefatos históricos no ensino de Matemática. Em consonância com esta ideia, destacamos Nascimento e Angelo (2019) que buscaram trabalhos apresentados no Seminário Nacional de História da Matemática e desenvolveram ou trabalharam propostas didáticas baseadas no uso de artefatos históricos, sinalizando instrumentos históricos de medição, documentos e objetos antigos, ábacos e jogos antigos como ponto de partida e fonte informativa sobre a História da Matemática ou de sua aplicação em diferentes épocas e regiões geográficas.

Apontamos por base teórica e epistemológica as produções de Mendes (2009a, 2009b, 2015) sobre o uso da História da Matemática para o ensino de Matemática. Observamos que a História da Matemática se consolida, neste estudo, como mediadora didática e conceitual do processo ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos na Educação Básica. Consideramos, neste texto, que atividade investigativa, atividade investigatória e atividade didática são equivalentes.

Ainda como justificativa para o desenvolvimento deste trabalho está o impacto social na prática docente, uma vez que foram desenvolvidas três atividades didáticas que sejam aplicáveis em sala de aula e que se balizaram no uso da História da Matemática como uma forte componente para a construção de propostas didáticas que destacou os artefatos mesopotâmicos como impulsionadores de processos de problematizações em sala de aula acerca do ensino de conteúdos matemáticos.

Sobre este uso, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) (BRASIL, 2006), um dos documentos oficiais da educação, no que tange a Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, volume 2, reforça a importância da História da Matemática, salientando a forma correta desta auxiliadora ao processo didático para o ensino de Matemática. Desta forma possibilita ao aluno a criação dos significados de inúmeros conceitos matemáticos. “A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos e elemento de contextualização” (BRASIL, 2006, p. 86).

Assim, como nas OCEM, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), criada em 2018, para a aprendizagem no Ensino Médio focaliza na construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Neste documento, define-se competência como a mobilização de conhecimentos, habilidades como atitudes e valores para resolver demandas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018). Apesar de que as competências gerais e habilidades na BNCC não pontuem diretamente aspectos sobre o uso da História da Matemática, como constatou Jelin (2021), nem tão pouco à História da Matemática para o ensino da Matemática, é possível, para atender às competências elencadas pela BNCC, inserir estratégias que possam promover significações no ensino e consequente na aprendizagem de Matemática, como a História da Matemática. Embora, estes fatos, relacionamos as competências gerais 1 e 3, respectivamente, ao desenvolvimento e aplicação deste texto, em especial, as atividades investigativas.

> 1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. [...] 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 533)

As habilidades indicadas para o desenvolvimento dessa competência específica estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução de problemas envolvendo noções, conceitos e procedimentos. Ressaltando que os estudantes precisam construir significados para as situações matemáticas envolvidas, e a História da Matemática pode contribuir com essa ideia.

Portanto, a pesquisa está desenvolvida sob três objetivos específicos, sendo estes: compreender a Matemática desenvolvida no período 2000 a. C a 1550 a. C. na Antiga Mesopotâmica; identificar artefatos mesopotâmicos que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio; analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos mesopotâmicos através da validação de uma proposta didática que se utilize da História da Matemática.

Essa pesquisa elenca, no entanto, algumas possibilidades que podem ser observadas após o desenvolvimento e aplicação das atividades sobre os três artefatos estudados. Uma forte contribuição da interdisciplinaridade quando alia informações históricas à estruturação de organizações sociais e históricas, que estão presentes nos livros de História e Geografia; desmistificação da Matemática como uma ciência pronta, sem ligação com uma construção humana; possibilidade sobre o uso de tecnologias como forma de os alunos se conectarem em museus virtuais, aplicativos e *softwares*; possibilidade de destacar contextos e permitir visualizações e análises acerca de artefatos. Dessa forma, os professores podem, a partir do estudo desses artefatos, fazer emergir diferentes conteúdos matemáticos, dentre eles: radiciação, aproximação da raiz quadrada de um número natural, cálculo da diagonal do quadrado, teorema de Pitágoras, ternas pitagóricas, números primos, paridade, equações do segundo grau.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Na ação didática em sala de aula, é comum, enquanto professores, nos indagarmos sobre que estratégias metodológicas podemos utilizar para trabalhar de uma maneira que fuja da forma tradicional de ensinar este ou aquele conteúdo matemático. Por exemplo, como ensinar áreas e volumes de sólidos geométricos, em Geometria Espacial, de uma forma diferente que seja mais proveitosa e valorizada pelo aluno? Elucidamos então, como uma maneira de se trabalhar conteúdos matemáticos de forma mais dinâmica, que torne a Matemática mais instigante, motivadora e curiosa a História da Matemática. Porém, como Berlinghoff e Gouvêa (2010) já apontam, como trabalhar da melhor forma a História da Matemática para o Ensino de Matemática?

Uma das primeiras formas que vem à mente sobre a inserção da História da Matemática no contexto do ensino dessa disciplina é a de "contar histórias", enfatizando episódios e fatos lendários ou não, biografias e estórias, dessa forma os alunos, assim como professores podem conceber a Matemática como uma coleção evolutiva de pedaços de informação sem sentido e significado. D'Ambrosio (2013) alerta para um cuidado que o professor deve ter, pois, essa visão fragmentada da Matemática quando exposta no processo de ensino e aprendizagem criam uma História anedotária, dificultando o trabalho em sala de aula para uma Matemática contextualizada, problematizadora, interessante e atrativa para os alunos.

Independente da área de conhecimento, uma metodologia adequada fará total diferença na construção e desenvolvimento integral do aluno. Nos últimos anos, como afirma Mendes (2009a), o interesse pela Histórica da Matemática como alternativa didática para ensinar Matemática, está crescendo, fato este que ocorre, devido à busca por contextualizar e inserir a Matemática em um meio social, cultural e temporal no âmbito de estudos acadêmicos e consequentemente em sala de aula.

Usar de maneira adequada a História da Matemática nos faz perceber e compreender que esta Ciência, a Matemática, é resultado de esforço humano contínuo, produto cultural, social e histórico, assim como as demais áreas do conhecimento, por exemplo, a Literatura, Química, Física, Arte e a Música. Há uma linha temporal, com civilizações antigas, nações, instituições, grupos de pesquisadores que individualmente ou não, contribuem com o desenvolvimento matemático. Sobre esta linha, não sabemos com precisão como é a sua forma, relacionando a este desenvolvimento, com seu passado, futuro e presente (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

> Para aprender bem a matemática em qualquer nível, é preciso entender as questões relevantes antes que você possa esperar que as respostas façam sentido. Entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da ideia. De onde veio? Por que é ou era importante? Quem queria a resposta e por que a queria? Cada etapa do desenvolvimento da matemática é construída com base naquilo que veio antes. Cada pessoa que contribui é alguém com um passado e um ponto de vista. Como e por que pensaram no que faziam muitas vezes são um ingrediente crítico para se entender sua contribuição. (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010, p. 1).

Mendes (2009a) e Chaquiam (2017) nos informam que escrever uma História da Matemática para o ensino de Matemática é gerar uma História que se objetiva contextualizar ou problematizar no processo de ensino de conceitos matemáticos. Para tal, devemos circunscrevê-lo, organizando um material heterogêneo de informações, baseado em buscas e investigações acerca de eventos matemáticos, construções, publicações que se deram ao longo do tempo. A partir daí, conhecendo o contexto histórico, constroem-se atividades e propostas didáticas que venham a contribuir para o ensino de determinados conteúdos na Matemática escolar.

Autores, tais como Mendes (2009a, 2009b), Saito (2015), Pereira (2018), Chaquiam (2017), D’Ambrosio (2013), fomentam discussões que incentivam e favorecem ao professor sobre formas de se trabalhar a História da Matemática no contexto didático. Mendes (2009a) destaca a investigação histórica como uma das maneiras de se trabalhar com a História da Matemática em sala de aula, que por sua vez, pode somar com o processo de cognição matemática.

> A viabilidade de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino de Matemática centrado na investigação; o que conduz o professor e o aluno à compreensão do movimento cognitivo estabelecido pela espécie humana no seu contexto sociocultural e histórico. Essa perspectiva investigatória, portanto, pode ser conduzida de forma orientada, constituindo-se em um agente da cognição matemática na sala de aula, fazendo com que os estudantes compreendam o processo de construção da Matemática em cada contexto e momento histórico específico (MENDES, 2009a p. 91)

O que percebemos e têm-se concretizado através dos estudos realizados é que as quantidades de possibilidades de abordagens didáticas no Ensino de Matemática com a utilização da História da Matemática estão em constante ampliação, o que se evidencia com o movimento de estudos e pesquisas neste sentido, transformando e fortalecendo a História da Matemática como uma forma de uma reinvenção didática para a sala de aula (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

Como tornar a História da Matemática para o Ensino de Matemática cada vez mais atraente? Esta é uma indagação que professor de Matemática, ao usar esta ferramenta didática pode fazer a si mesmo, em cada momento de planejamento em sua proposta didática. Algumas respostas são encontradas em Mendes e Chaquiam (2016, p. 12), pois para eles se trata de:

> Revisitar da melhor forma os momentos históricos que envolvem os personagens que conceberam as noções matemáticas que se pretende ensinar, de modo a desafiar a capacidade dos alunos para exercitarem estudos, pesquisas e problematizações que estimulem suas estratégias de pensamento e, daí culminar na sua produção de conhecimento durante a atividade de estudar. Tal abordagem pressupõe que o aluno tem uma oportunidade enriquecedora de se inserir o máximo possível no contexto em que o matemático, o texto matemático escrito por ele, a comunidade em que viveu, trabalhou e produziu tal matemática, em busca de estabelecer uma de multiplicidade explicativa para as noções matemáticas que precisará aprender.

Um exemplo de revisitação, encontramos em Pereira (2018) que destaca o uso didático de uma fonte original, as cartas de Euler, aproximadamente 300 anos atrás à Princesa Anhalt-Dessau (1745-1808) para ensinar Matemática. Pereira (2018) destaca então a inserção da História da Matemática como auxílio metodológico, destacando possibilidades didáticas, emergindo conteúdos matemáticos trabalhados na Educação Básica, enquadrados nos quatro eixos, a saber: Números e operações, Espaços e forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da informação. Evidenciando ainda o potencial multidisciplinar destas fontes por meio da História da Matemática para o ensino.

> A natureza multidisciplinar dos conteúdos abordados nas cartas aponta para um exercício entre a referida obra de Euler e as orientações didáticas para a matemática escolar, visto que são contemplados de forma conjunta temas como a ética, a filosofia, a física, as ciências naturais, a astronomia entre outros (PEREIRA, 2018, p. 8).

Pesquisar e ler fontes originais, pautado em Saito (2015) possibilita ao aluno perceber algo que é trivial, a matemática é criada por pessoas, que por sua vez estão inseridas numa época, comunidade, ou seja, num contexto. Implica diretamente na compreensão de que a matemática está totalmente envolvida, ajustada com as demais atividades humanas, podendo ser investigadas por meio das atividades didáticas.

Segundo Mendes (2009a), o uso de tais atividades como eixo gerador do ensino e aprendizagem da Matemática deve ser realizado, em toda Educação Básica, iniciando nos primeiros anos do Ensino Fundamental, ou seja, Anos Iniciais. Quando usadas adequadamente, as atividades favorecerão a interatividade entre os envolvidos, o sujeito e o objeto de conhecimento, contextualizando nos aspectos da informação ou conhecimento: do dia a dia, da escola e o científico.

> Para poder dar o primeiro passo na compreensão desse processo com vistas a estabelecer ações e conexões entre a matemática, sua história e seu ensino é necessário que se faça alguns esclarecimentos acerca dos significados atribuídos ao termo

> História e de que modo a matemática está situada nessa História, de modo a fornecer materiais informativos para a realização de transposições que contribuam para o exercício do ensinar e do aprender matemática com significado, e que a história da matemática não é apenas uma história de definições de objetos matemáticos, mas de um processo criativo que envolve sociedade, cultura e cognição. (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 13).

O professor pode buscar, usar e explorar o processo da construção do conhecimento em tópicos ou área da Matemática que deverão ser apresentados e trabalhados em sua sala de aula, a fim de que o seu alunado venha a compreender o significado dessas ideias matemáticas e sua relevância para o desenvolvimento histórico, social, cultural e conceitual. Nesse ponto, o aluno será capaz de verificar algumas possíveis relações entre a História da Matemática e a cultura Matemática, portanto, estes aspectos deverão estar mais claros, evidentes ao verificarmos o desenvolvimento dessas noções matemáticas no tempo, em vários contextos sociais, políticos e culturais. Culminamos na concepção de que tais relações implicam numa ressignificação dessa história, a História da Matemática para o Ensino da Matemática no contexto atual (MENDES, 2009a).

A exploração didática acerca de informações extraídas da História da Matemática no ensino de Matemática pode ocorrer, por meio de um tratamento didático que pode ser dado à informação histórica, conforme aponta Saito (2015). Para o autor, a maneira pela qual o professor aborda em seu trabalho a informação histórica precisa fazer parte de todo um repertório informativo, pois a informação que se trata foi elaborada, registrada, lembrada, contada de alguma forma para se constituir em História.

No trabalho com a História da Matemática esse envolvimento requer que o professor se debruce acerca no que quer explorar e transformar em investigação em sala de aula, contribuindo com uma melhor aprendizagem dos alunos, assim corrobora conosco Chaquiam (2017), quando enfatiza que é,

> Neste sentido, os estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada (CHAQUIAM, 2017, p. 14).

Mendes (2015) e Silva Neto (2021) a partir de pesquisas sobre teses e dissertações identificaram alguns estudos que revelaram formas de abordar a História da Matemática em sala de aula, podemos informar, por exemplo, abordagem sobre o uso de fontes e obras históricas, sobre o uso de práticas sociais historicamente constituídas, sobre o uso de problemas, métodos e soluções matemáticas históricas. Sendo que para este trabalho, consideramos a abordagem acerca de obras e fontes históricas, com ênfase em materiais manuais, tabletes, que se constituem em artefatos mesopotâmicos que apresentam informações sobre situações Matemáticas abordadas pela civilização mesopotâmica. No entanto, imbuídos dessa compreensão, no próximo tópico, apresentamos um pouco sobre a Matemática Mesopotâmica.

2.2 UMA BREVE APRESENTAÇÃO SOBRE A MATEMÁTICA NA ANTIGA MESOPOTÂMIA

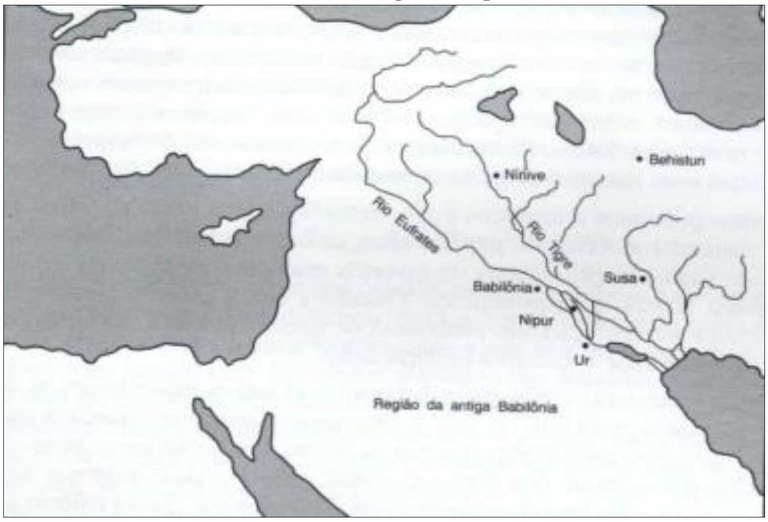
Não há uma certeza do início, o marco, a partida, do quando, por onde, e que povos específicos tenham dado os primeiros passos com a história dos números (ROQUE, 2012). A esse respeito, há uma associação com a necessidade da quantificação, da contagem de objetos do cotidiano, especificamente com a manutenção da família, ou seja, a subsistência. Os métodos de quantificação eram realizados com pedras, gravetos, galhos, inscrições em pedras, madeiras e ossos, dando origem a um sistema de pensamento mais complexo, que conforme Almeida (2013) para se entender essas realizações de primeiras representações matemáticas é necessário se entender os modos de pensar dos povos, não se pode esperar, no entanto, uma forma de matemática rebuscada, mas simplista e passível de aprofundamento sobre métodos e mecanismos de representações desse teor de conhecimento.

Os primeiros registros de escrita matemática identificados por estudiosos e arqueólogos foram encontrados na região da Antiga Mesopotâmia, que conforme pontua Roque (2012).

> O exemplo mais frequente é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra. Em seguida, em vez de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas escritas na argila, e essas marcas estariam na origem dos números (ROQUE, 2012, 25).

Mesopotâmia, palavra que expressa ideia de terra entre rios, especificamente, uma região de terras em uma área entre os rios Tigre e Eufrates. As possíveis evidências da história, do desenvolvimento da Matemática, apontam para os povos desta Antiga Mesopotâmia, como vemos na Figura 1 (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

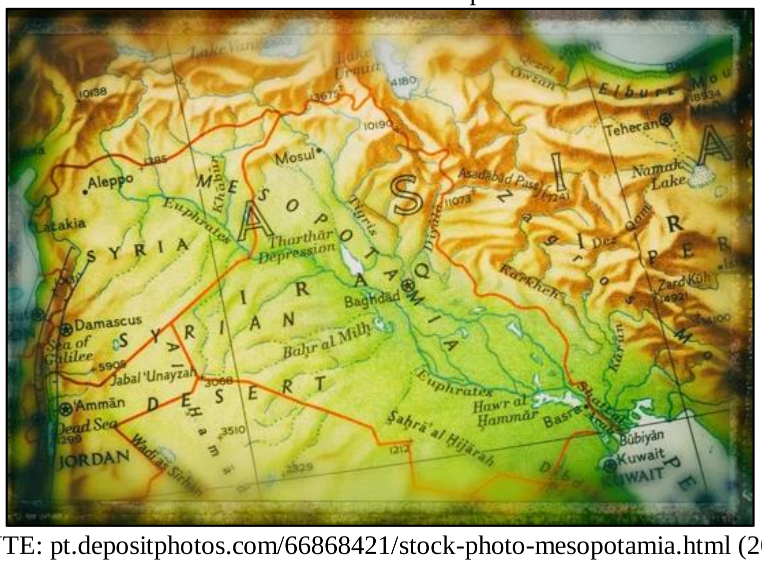
FIGURA 1 – Antiga Mesopotâmia



FONTE: Eves (2004)

A Mesopotâmia, hoje, é situada em uma região que compreende o Iraque, Kuwait e Egito, no vale do Rio Nilo, geograficamente localizado ao nordeste da África, como percebemos na Figura 2. Essa região é considerada um dos berços da civilização ocidental, assim como o Antigo Egito, Antiga Índia e a Antiga China. Com o advento da escrita, desenvolveram-se a Matemática, a Astronomia e a Agricultura, sendo anteriormente habitada por vários povos, por exemplo, os sumérios, acádios, babilônios e os assírios.

FIGURA 2 - Atual Mesopotâmia



FONTE: pt.depositphotos.com/66868421/stock-photo-mesopotamia.html (2022)

Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010), Eves (2004) nesta região, entre os rios Tigre e Eufrates, havia várias cidades, por exemplo, Ur, Uruk, Nínive, Acádia e Babilônia, estas tornaram-se pequenos centros poderosos, por exemplo, Ur e a Babilônia, uma vez que a Antiga Mesopotâmia era habitada por inúmeros povos, inclusive nômades, devido a boa aproximação dos leitos dos rios citados, porém, sem ainda um centro político exclusivo. Segundo Katz (2009), no início, havia muitas pequenas cidades, que eram chamadas de cidades-estados, por exemplo, Ur, mas depois a área foi unificada sob os domínios de dinastias, uma destas foi a terceira Dinastia de Ur que rapidamente se expandiu controlando o maior território no sul da Mesopotâmia. Esta dinastia produziu um Estado burocrático, destacando o sistema de escolas de escribas, treinando membros para a burocracia.

Dentre estes povos que viviam na Mesopotâmia, até o período do segundo milênio antes de Cristo (a.C), podemos citar os sumérios e os acadianos. Aos sumérios, entretanto, é creditada a invenção da escrita por volta de 3200 a 3000 antes de Cristo, após essa época, outros povos vizinhos, como os elamitas também passaram a usar e desenvolver um sistema de escrita (EVES, 2004).

> As primeiras evidências de escrita são do período sumério, por volta do quarto milênio a.E.C. Em seguida, a região foi dominada por um império cujo centro administrativo era a cidade da Babilônia, habitada pelos semitas, que criaram o Primeiro Império Babilônico (ROQUE, 2012, p.25).

Com estes antigos babilônios deste período imperial, os primeiros enunciados na História da Matemática, datado aproximadamente de 2000 - 1600 a.C são mencionados em textos com escrita cuneiforme em tábuas ou tabletes de barro ou argila, apresentando alguns problemas, por exemplo, as placas YBC 4652 e BM 13200, que trazem problemas matemáticos sobre equações do primeiro grau, o VAT 8389 e YBC 4663 apresentam problemas que envolvem sistemas de duas equações e duas variáveis, o YBC 7289, aponta uma aproximação para a $\sqrt{2}$, a Plimpton 322, trata-se de uma tábua com ternas pitagóricas e o BM 13901 apresenta-se com problemas de equações do segundo grau, estes três últimos artefatos são os que foram estudados nesta pesquisa.

Os tabletes de argila constituem uma forte fonte de pesquisa em diversas áreas de estudos, em especial, na Arqueologia, que desenvolve trabalhos na região que se localizou a Mesopotâmia, de forma rigorosa e sistemática desde meados do século XIX da Era Cristã, que, segundo Eves (2004), já foram desenterrados mais de meio milhão de tábuas de argila. A escrita cuneiforme, era grafada ainda enquanto a argila estava mole ou úmida, posteriormente deixada exposta ao sol ou cozido a vapor, que secando tornava-se em um objeto resistente.

Cerca de 400 desses tabletes estão relacionadas a conhecimentos matemáticos, apresentando listas contendo problemas e soluções que revelam aplicações, usos e métodos conhecidos pelos mesopotâmios que muito evidenciam sobre o modo e produção de conhecimento matemático. Este trabalho de leitura, interpretação de tais tábuas matemáticas acontece a partir do ano de 1800.

> Somente pouco antes de 1800, quando viajantes europeus notaram as inscrições que acompanham um monumental de baixo-relevo esculpido uns 300 pés, acima do solo

> num grande rochedo calcáreo perto da aldeia de Behistun, na região noroeste do Atual Irã, é que começaram as tentativas bem-sucedidas de decifrar a escrita cuneiforme. O quebra-cabeça das inscrições foi finalmente desvendado em 1846 pela pertinácia notável de Sir Henry Creswicke Rawlinson (1810 – 1895), um diplomata inglês e assiriologista. As inscrições estão gravadas em três línguas: persa antigo, elamita e acadiano, todas as quais empregavam escrita cuneiforme. (EVES, 2004, p. 59)

Estes artefatos, tábua ou tabletes de argila, constituem fontes de pesquisas para a Matemática, em especial para a História da Matemática, bem como para o ensino de Matemática, permitindo-nos conhecer a beleza, a utilidade e o desenvolvimento histórico, social e cultural, em especial, da Matemática na Antiga Mesopotâmia. Os artefatos que mencionamos, segundo Roque (2012, p. 26), "estão catalogados e dispostos em bibliotecas, museus, institutos e universidades espalhadas pelo mundo. Eles são identificados por números catalogados em acervos e coleções, ou pelo descobridor, comprador, estudioso que o adquiriu em algum momento".

2.3 ARTEFATOS MATEMÁTICOS MESOPOTÂMICOS

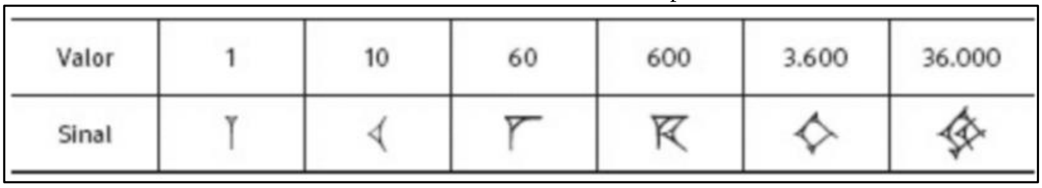
Para este trabalho, consideramos o conceito adotado por Funari (1988) para nos referirmos aos tabletes como artefatos históricos. Sobre a identificação adotada pelas Instituições de acervo, por exemplo, o artefato, tablete mesopotâmico YBC 7289, diz respeito ao tablete catalogado sob o número 7289 da coleção da Universidade Yale nos Estados Unidos (*Yale Babilonian Collection*). Da mesma forma outros artefatos, outras coleções e acervos tais como: AO (*Antiquités Orientales*, do Museu do Louvre); BM (*British Museum*); NBC (*Nies Babylonian Collection*); Plimpton (George A. Plimpton *Collection*, Universidade Columbia); VAT (*Vorderasiatische Abteilung*, Tontafeln, *Staatliche Museen*, Berlim).

Através de estudos realizados por pesquisadores, por exemplo, Jens Høyrup e Otto Neugebauer, em muitos destes tabletes mesopotâmicos percebemos o quanto temos de influência positiva no desenvolvimento ou criação de diversas áreas da Matemática, percebendo assim, sem muito esforço, o que e como popularmente é falado, 'isto não caiu do céu'. Desta forma visualizamos através da História da Matemática, o grande esforço que foi para chegar ao ponto onde estamos com a Matemática. Como ressalta Boyer e Merzbach (2018, p. 17) "A história das dificuldades, esforço, tempo envolvidos em toda a evolução da matemática dá a medida da grandeza desta realização humana". Desta realização ou construção percebemos a sistematização numérica na História da Matemática Mesopotâmica, trata-se do sistema numérico, ainda em fase inicial, que teria uma estabilidade apenas no final do terceiro milênio (a. C).

> Nesse momento, duas mudanças importantes ocorreram. Em primeiro lugar, a função de contagem de objetos discretos que os sinais tinham no sistema protocuneiforme foi transformada e eles passaram a ser usados para fazer cálculos. A segunda mudança é que um mesmo sinal passou a ser usado para representar valores diferentes. (ROQUE, 2012 p. 33)

A Figura 3 mostra uma representação deste sistema, esta forma de registrar ou escrever, o sistema de escrita protocuneiforme, ou seja, veio antes da escrita cuneiforme, que oferta a ideia de escrever em forma de cunha, desenvolvido ao longo de todo o terceiro milênio a. C.

FIGURA 3 - Sistema numérico mesopotâmico



Valor	1	10	60	600	3.600	36.000
Sinal						

FONTE: Roque (2012)

Muitos povos e civilizações pós-modernas ou antigas foram influenciadas pela escrita numérica do sistema babilônico ou mesopotâmico, o sistema sexagesimal, grafados em tabletes de argila sobre a forma de problemas matemáticos (BOYER; MERZBACH, 2018). Muitas destas tábuas com escritas cuneiformes noticiadas datam com aproximação do período 1700 a. C. Neste sentido, Roque (2012, p.35), registra que, “quando a Matemática já parecia bastante desenvolvida. O sistema sexagesimal era usado de modo sistemático em textos matemáticos ou astronômicos, mas, ao se referirem a medidas de volume ou de áreas, mesclavam vários sistemas distintos’.

Como é destacado em Boyer e Merzbach (2018) a civilização mesopotâmia dotava de conhecimento de diversas áreas da Matemática, dentre eles, solucionar de forma bem abstrata, equações de segundo grau, cálculo de áreas, operações aritméticas, potenciação e radiciação, por exemplo, porém o sistema trabalhado era o sexagesimal, que se baseia em sistemas de base 60.

Na Figura 4 apresentamos a representação do sistema sexagesimal posicional mesopotâmico.

FIGURA 4 - Sistema numérico sexagesimal mesopotâmico

FONTE: Roque (2012)

O sistema babilônio de numeração sexagesimal estava embasado na representação de dois símbolos básicos em aparência de cunha, cuneiformes, 𒁹 e 𒌋, ambos representam o “um” e o “dez” grafados em tabletes de argila maciça, que posteriormente à escrita, eram cozidos no vapor, tornando-se firmes, duras, mantendo um registro permanente. Muitas destas resistem até hoje. Nelas eram cravados os dois símbolos, devido a praticidade dos escribas, que usavam um pequeno e simples aparelho, que lembra uma espécie de estilete (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

Assim, como o nosso sistema decimal é posicional, o sexagesimal também é. O valor de cada algarismo é alterado pela sua posição. “Uma diferença entre o nosso sistema e o dos babilônios é que estes empregavam um sistema aditivo para formar combinações distintas de símbolos que representam os números de 1 a 59” (ROQUE, 2012, p. 37). Ressaltamos que, neste texto, utilizamos a notação com ponto e vírgula (;) simbolizando a separação entre casas dentro de parte inteira ou da fracionária e a vírgula (,) separa a parte inteira da fracionada.

Passamos a uma apresentação acerca dos artefatos eleitos para desenvolvimento do nosso estudo, de onde situamos os possíveis conteúdos matemáticos que emergem de suas explorações, estudos e compreensões.

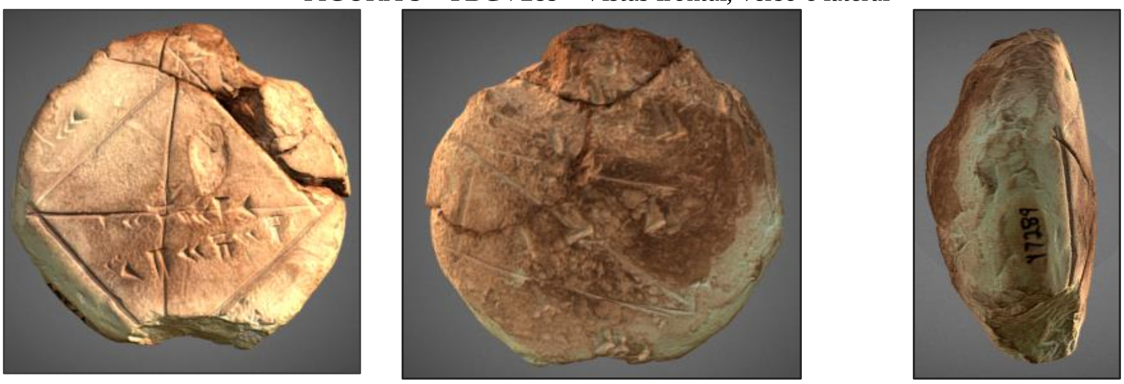
Os artefatos, as tábuas matemáticas mesopotâmicas, constituem inúmeras fontes relevantes para pesquisas em diversas áreas de conhecimento, em especial para a Matemática, e bem particular, a História da Matemática. Fundamentamos a definição de artefato, na área da Arqueologia, em acordo com Funari (1988), como todo produto do trabalho humano (literalmente o que é feito por engenho humano), e que possui duas facetas inseparáveis: uma materialidade física e uma atividade humana de transformação. E no ensino de Matemática, artefatos históricos matemáticos como sendo "objetos, documentos, monumentos, imagens, fotografias e outros materiais que dão sentido as ações do homem no passado e que representam o dito e o feito na história da humanidade". (OLIVEIRA, 2009, p. 18).

Dentre muitas tábuas babilônicas, artefatos históricos, em especial, as quase 400 que foram identificados relacionados diretamente com a Matemática, tratamos especificamente neste trabalho de três destas tábuas, sobre alguns problemas ou exercícios, de onde emergem conteúdos matemáticos que são trabalhados em sala de aula, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901. Ressaltamos que estes artefatos não remontam a História da Matemática em si, mas de seu uso, o que consequentemente, nos orienta sobre o desenvolvimento e uso do conhecimento matemático com o tempo.

2.3.1 O YBC 7289

A civilização mesopotâmica possuía informações e conhecimentos matemáticos já avançados o que é verificado através das tábuas matemáticas mesopotâmicas. O artefato histórico, YBC 7289, produzido entre 2000 e 1600 a.C, como podemos observar na Figura 5, tem uma forma arredondada, medindo de 8 a 12 cm de lado e retrata supostamente uma atividade escolar (SILVA NETO; SOUSA; CUNHA, 2022).

FIGURA 5 - YBC 7289 - Vistas frontal, verso e lateral



FONTE: sketchfab.com (2022)

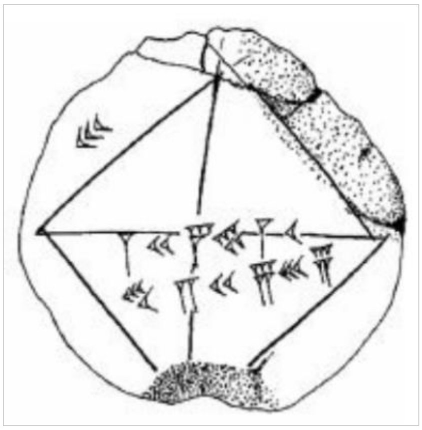
Este tablete nomeado por YBC 7289 está disponível de forma virtual e física na Universidade de Yale nos Estados Unidos, com inscrição 7289, foi adquirida por meio da doação por John Pierpont Morgan, no ano 1909, comprador e colecionador de tabletes babilônicos (SILVA NETO; SOUSA; CUNHA, 2022).

A tábua YBC 7289 apresenta um exercício escolar, em que um quadrado de lado 30, que no sistema numérico sexagesimal é equivalente a $\frac{1}{2}$ no sistema decimal, com uma boa aproximação para a $\sqrt{2}$ (ROQUE, 2012). O problema, ou seja, o exercício desejava encontrar o valor da diagonal do quadrado desenhado, e que segundo Katz (2009), é determinado pela relação entre o lado do quadrado e sua diagonal.

> Como desejamos determinar a $\sqrt{2}$, então k = 2. Fazendo a escolha a = 3/2, podemos obter uma primeira aproximação a' = ¾ + 2/3 = 17/12. Em números sexagesimais, que eram os efetivamente usados pelos babilônios, essa fração é equivalente a 1,25: 17/12 = 85/60 = (60 + 25)/60 = 1 + 25/60 = 1,25. Precisamos fazer uma segunda aproximação. Partindo agora do valor obtido na primeira a' = 17/12 = 1,25, e fazemos 1,25/2 + 1/1,25, que é a soma de 0,42;30 com o inverso de 1,25. No entanto, esse número não possui inverso com representação finita em base 60, e portanto, uma aproximação desse valor era representada em um tablete como 0,42;21;10. Calculamos, assim, a" = 0,42;30+0,42;21;10 = 1,24;51;10, que é o valor aproximado da raiz de 2 encontrado sobre a diagonal do quadrado desenhado no tablete YBC 7289 em escrita cuneiforme (ROQUE, 2012 p. 47).

Vejamos na Figura 6 a imagem deste tablete, em escrita cuneiforme, trata-se de uma representação mais comum presente em materiais bibliográficos.

FIGURA 6 – YBC 7289



FONTE: Roque (2012)

Escrevendo os números na imagem do YBC 7289, Figura 6, para melhor entendimento, portanto em diagonal temos a inscrição 1; 24; 51; 10, que em decimal corresponde a $1 + \frac{24}{60^1} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{3600} + \frac{10}{216000}$ que equivale a 1,41421296, sendo uma aproximação expressiva para a $\sqrt{2}$.

FIGURA 7 - Representação dos valores em escrita cuneiforme no YBC 7289

FONTE: YBC 7289 (ubc.ca, 2022)

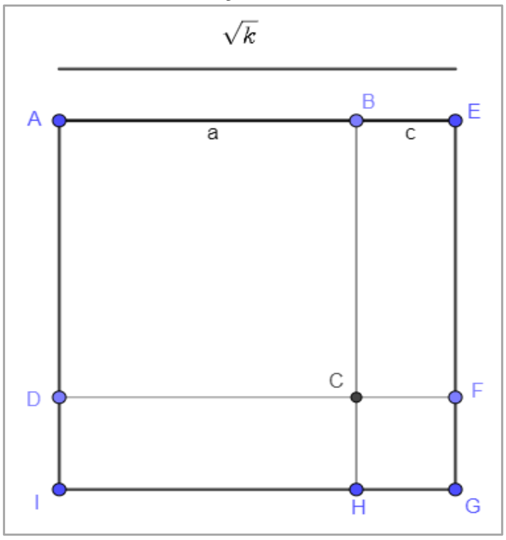
Notamos que 1,414213562 é uma aproximação com nove casas decimais para a $\sqrt{2}$. Observe que no canto superior esquerdo temos o valor 30, que possivelmente, representa a medida arbitrária ao lado do quadrado. Portanto a medida da diagonal, nesta suposição, é $30\sqrt{2}$. Uma observação quanto a Figura 7, trata-se de uma fotografia[1] feita pelo profissional, Bill Casselman, com origem em Yale Babylonian Collection.

Uma pergunta crucial é: como os mesopotâmicos chegaram a este resultado? Para esta indagação propomos aqui dois possíveis processos ou métodos. Um destes processos para encontrar esta aproximação, está descrito em, (BOYER; MERZBACH, 2018).

> Esse processo babilônio é tão simples quanto eficiente. Seja $x = \sqrt{a}$ a raiz quadrada desejada e seja a_1 uma primeira aproximação dessa raiz; seja b_1 uma segunda aproximação dada pela equação $b_1 = a/a_1$. Se a_1 é pequeno demais, b_1 é grande demais e vice-versa. Logo, a média aritmética $a_2 = 1/2(a_1 + b_1)$ é uma próxima aproximação plausível. Como a_2 é sempre grande demais, a seguinte, $b_2 = a/a_2$ será pequena demais e toma-se a média aritmética $a_3 = 1/2(a_2 + b_2)$ para obter um resultado ainda melhor; o processo pode ser continuado indefinidamente. (BOYER, MERZBACH, 2018 p. 42).

É aceitável entre os pesquisadores que não há uma resposta definida. Porém, o outro processo está baseado na hipótese que foi proposta por Katz (2009), permitindo alcançarmos boas aproximações para raízes quadradas que sabemos hoje serem irracionais. Segundo Roque e Carvalho (2019) o procedimento para encontramos a $\sqrt{k}$, baseava em argumentos geométrico, como vemos na Figura 8.

FIGURA 8 – Quadrado de lado $\sqrt{k}$



[1] Encontrada em https://personal.math.ubc.ca/~cass/euclid/ybc/ybc.html

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

A determinarmos a raiz quadrada de k é equivalente a achar o lado de um quadrado de área *k*. Portanto, na Figura 8, temos um segmento AE de medida raiz de *k*, cortado por um ponto B, formando um segmento AB de medida a. O quadrado formado a partir de AE tem área igual a área do quadrado formado por AB adicionado com a área do quadrado de lado BE, de medida *c*, mais duas vezes o retângulo formado pelos segmentos AB e BE. Isto é, equivalente a versão geométrica da igualdade, conforme ((1), que atualmente chamamos pelo quadrado da soma de dois termos.

$$(a + c)^2 = a^2 + 2ac + c^2 \tag{(1}$$

Como não sabemos quem é o lado de quadrado com esta área, poderemos colocar no interior deste quadrado AEGI o maior quadrado possível ABCD cujo lado é conhecido, daí usarmos o resultado geométrico, do parágrafo ligeiramente anterior, para encontrarmos o restante. Mas, isto é, se o lado *a* do quadrado ABCD é conhecido, obteremos que a raiz de *k* será $a + c$. Então, encontraremos uma raiz melhor do que *a*, fazendo uma aproximação *c*. Portanto, analisando a área de BEGIDC, na Figura 8, será $k - a^2$, e tomando o valor de *c* bem pequeno ao ponto de desprezar a área do quadrado CFGH, ou seja c^2, de ((1) e ((2), teremos:

$$2ac + c^2 = k - a^2 \tag{(2}$$

Daí,

$$c \approx \frac{k - a^2}{2a} \tag{(3}$$

Tomando um novo valor a', ou seja, $a' \approx a + c$ será uma melhor aproximação para a $\sqrt{k}$, logo:

$$a' = a + \frac{k-a^2}{2a} = \frac{2a^2 + k - a^2}{2a} = \frac{a^2+k}{2a} = \frac{1}{2}\left(a + \frac{k}{a}\right) \tag{(4}$$

Pela interpretação geométrica apresentada, o valor de a' em ((4), é uma aproximação melhor para a raiz de *k* do que o *a*, isto vem também pelo mesmo fato de $a < \sqrt{k}$, então $\frac{k}{a} > \sqrt{k}$ e se $a > \sqrt{k}$, então $\frac{k}{a} < \sqrt{k}$. Por estamos trabalhando com números estritamente positivos diferentes de zero, daí $a < \sqrt{k} \Leftrightarrow a\sqrt{k} < \sqrt{k}\sqrt{k} = k \Leftrightarrow \sqrt{k} < \frac{k}{a}$. A volta desta afirmativa é análoga e este algoritmo proporciona uma boa aproximação para a raiz de um número *k*, sendo *k* positivo não nulo.

Seguindo esta proposta de Katz (2009) pautados em Roque e Carvalho (2019) para a aproximação de $\sqrt{2}$. Tomemos inicialmente como aproximação o valor 1,20, no sistema numérico posicional mesopotâmico, que corresponde a $\frac{4}{3} = 1,3333\ldots$ em nosso sistema numérico decimal. Então, nosso primeiro termo será $a_1 = \frac{4}{3}$,

Logo, $\sqrt{2} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2\right)} \approx \sqrt{\frac{16}{9} + \left(2 - \frac{16}{9}\right)} \approx \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{2}{9}} = \sqrt{\frac{18}{9}} = \sqrt{2} = a + \frac{2-a^2}{2a} = \frac{4}{3} + \frac{4 - \left(\frac{4}{3}\right)^2}{2.\frac{4}{3}} = \frac{17}{12} \approx 1,416666\ldots$, daí $a_2 = 1,4166$, mas ainda, sua representação sexagesimal é 1,25. Note ainda que $a_2^2 > 2$, façamos, portanto:

$\sqrt{2} = \sqrt{(a_2)^2 - ((a_2)^2 - 2))} \approx \frac{17}{12} + \frac{\left(\frac{17}{12}\right)^2 - 2}{2.\frac{17}{12}} = \frac{17}{12} + \frac{\frac{289}{144} - 2}{\frac{34}{12}} = \frac{17}{12} + \frac{\frac{1}{144}}{\frac{34}{12}} = \frac{17}{12} + \frac{1}{144}.\frac{12}{34} = \frac{17}{12} + \frac{1}{12}.\frac{1}{34} = \frac{1}{12}.\left(17 - \frac{1}{34}\right) = \frac{1}{12}.\frac{577}{34} = \frac{577}{408} \approx 1,41421568627$, daqui, usando $a_3 = 1,41$, repedindo o processo, encontraremos:

$\sqrt{2} = \sqrt{(1,41)^2 + (2 - (1,41)^2)} \approx 1,41 + \frac{(2-(1,41)^2}{2.(1,41)} \approx 1,41421985$, na qual podemos perceber uma aproximação da $\sqrt{2}$.

Não é comum esse tipo de representação em sala de aula, disponibilizamos esse esquema representativo como forma de elucidar nosso estudo e percepção acerca do conteúdo, o que conforme Mendes (2009b) faz parte da atividade docente reconhecer além da Matemática o seu contexto histórico para garantir falas sobre os conteúdos matemáticos que são ensinados.

No próximo subtópico apresentamos o segundo artefato explorado nesta pesquisa, a tábua Plimpton 322, que contém ternos pitagóricos.

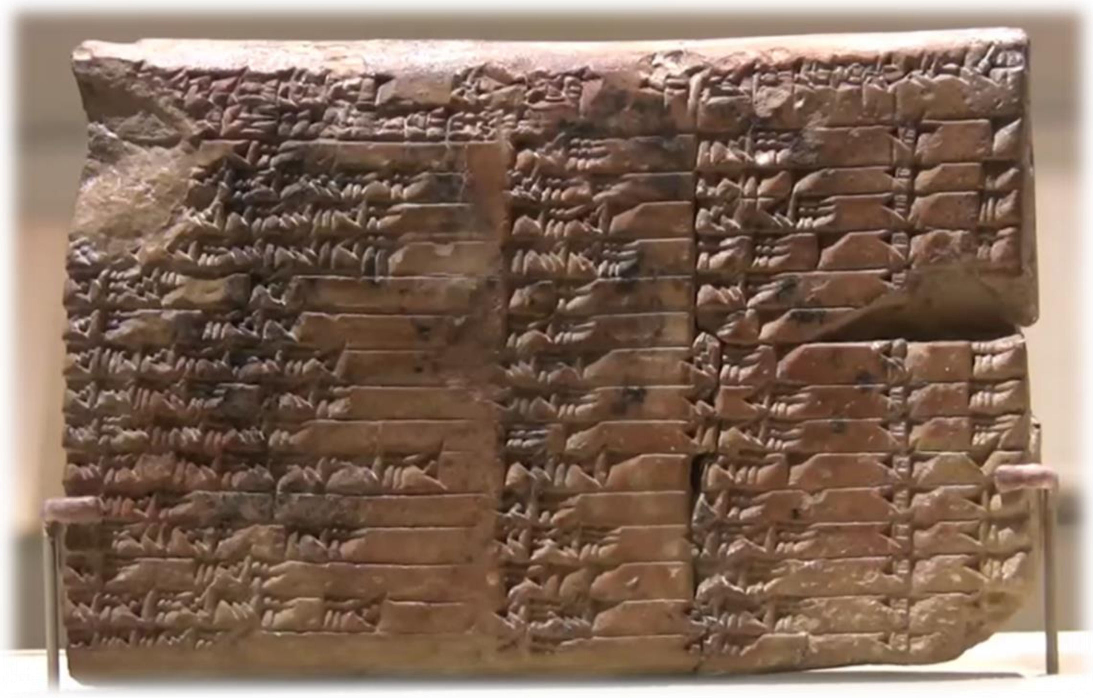
2.3.2 A PLIMPTON 322

A tábua com maior destaque talvez seja a Plimpton 322, Eves (2004), tudo indica ser parte de uma tábua ainda maior, pertence a *Collection Columbia University*, com identificação de número 322, está datada do período da Antiga Babilônia, aproximadamente 1900 a.C a 1600 a.C, em que há indicações de registros de negócios, porém apresentando grande avanço em uma área específica da matemática, hoje chamada de Teoria dos Números (BOYER; MERZBACH, 2018).

Na área Teoria dos Números, em especial, a Aritmética, estudamos algo que já estava presente nos estudos dos Babilônios, os ternos pitagóricos, porém essa denominação, pitagórica, ocorre tempos depois. Na Plimpton 322, encontramos, por exemplo, um terno de números inteiros (3, 4, 5), cujos lados são as medidas de um triângulo retângulo, que por sinal é um terno primitivo, isto significa que podem gerar outros a partir dele, por exemplo, (6, 8, 10), evidentemente, esta já não é mais uma ideia primitiva. A parametrização demonstrada algebricamente dos ternos pitagóricos foi realizada pelos gregos muito tempo depois desta tábua, em estudos de Pitágoras, nascido aproximadamente em 572 a.C e seus discípulos (EVES, 2004).

Vejamos uma imagem da Plimpton 322 na Figura 9.

FIGURA 9 - Plimpton 322



FONTE: https://www.youtube.com/watch?v=guc1QFPtWNY&t=406s (2022)

A Plimpton 322 possui quatro colunas, destas, três estão completas de representação numérica, porém, a quarta um pouco danificada. A leitura da Plimpton 322 revela que algumas tábuas matemáticas mesopotâmicas devem ser submetidas a uma análise mais detalhada e cuidadosa. Essa tábua, a Plimpton 322, poderia ter sido desprezada como sendo um mero registro comercial (EVES, 2004).

Tudo indica que a Plimpton 322 é parte de uma tábua maior, como se observa pela quebra ao longo da margem esquerda, e a parte que resta contém quatro colunas de números dispostos em quinze linhas horizontais. A coluna da direita contém os números de um a quinze, em cuneiforme no sistema sexagesimal, com finalidade de identificar a ordem dos itens nas outras três colunas (BOYER; MERZBACH, 2018).

Para a compreensão da tábua Plimpton 322 e o significado de seus elementos para os mesopotâmicos, consideremos um triângulo retângulo de catetos medindo *a*, *b* e *c* a medida de sua hipotenusa. A relação entre as medidas dos lados deste triângulo, a soma dos quadrados das medidas dos catetos, é igual ao quadrado da medida da hipotenusa, conhecida hoje, como teorema de Pitágoras, e é evidenciada mais de mil anos antes do matemático grego, Pitágoras de Samos, a qual o teorema recebe o nome (KATZ, 2009).

FIGURA 10 – Plimpton 322 – Vistas frontal, lateral e verso

FONTE: cdli.ucla.edu/dl/photo/P254790.jpg (2022)

Os números *a*, *b* e *c* que são números inteiros descritos no parágrafo anterior constituem um terno pitagórico. “Um dos grandes feitos matemáticos dos gregos, posterior muitos séculos à tábua Plimpton 322, foi mostrar que todos os ternos pitagóricos primitivos (*a*, *b*, *c*) são dados por $a = 2uv$, $b = u^2 - v^2$ e $c = u^2 + v^2$, onde *u* e *v* são primos entre si, um é par, o outro é ímpar e $u > v$" (EVES, 2004, p. 64).

Desta forma, segundo Katz (2009) da tábua Plimpton 322 podemos no sistema numérico decimal, representar ou reproduzir seus valores construindo a Tabela 1, com algumas correções para aproximações numéricas que já foram realizadas. Nesta encontra-se uma coluna *y*, que não está no artefato, adicionada à direita, que foi fundamental para uma explicação matemática. Ainda sobre a Tabela 1 constam-se as colunas denominada por *x* e *d*, que são os lados e diagonais. Em cada linha, representada por #, que está numerada de 1 a 15, encontra-se dois dos três ternos pitagóricos, mas se desejarmos encontrar o terceiro, realiza a diferença entre o quadrado do número da coluna *x* pelo quadrado do número da coluna d, desta forma temos como resultado um quadrado perfeito, em que o valor da raiz quadrada está na coluna *y*. Para concluirmos a leitura da Tabela 1 a primeira coluna à esquerda, temos o quadrado da razão entre *d* e *y*. Mais ainda, podemos encontrar no Anexo 3 a Tabela 5 que representa a tábua Plimpton 322 contendo os ternos pitagóricos.

TABELA 1 - Representação decimal da Plimpton 322

$\left(\frac{d}{y}\right)^2$	x	d	#	y
19834028	119	169	1	120
19491586	3367	4825	2	3456
19188021	4601	6649	3	4800
18862479	12709	18541	4	13500
18150077	65	97	5	72
17851929	319	481	6	360
17199837	2291	3541	7	2700
16845877	799	1249	8	960
16426694	481	769	9	600
15861226	4961	8161	10	6480
15625	45	75	11	60
14894168	1679	2929	12	2400
14500174	161	289	13	240
14302388	1771	3229	14	2700
13871605	28	53	15	45

FONTE: Katz (2009)

Assim, como todos os artefatos matemáticos mesopotâmicos são importantes, nosso próximo artefato a ser estudado e apresentado também o é, por inúmeras razões, porém uma é especial, pois trata-se de problema de equação do segundo grau, um conteúdo de estudo presente na vida estudantil, na Educação Básica, desde o Ensino Fundamental, da mesma forma como os conteúdos de matemática no YBC 7289 com radiciação e teorema de Pitágoras e a Plimpton 322 com os ternos pitagóricos.

2.3.3 O BM 13901

Os mesopotâmicos possuíam vários artefatos matemáticos, que podemos nomeá-los de ‘tabuadas’, ou seja, tabletes, com procedimentos e resultados prontos, para o dia a dia, equivale a exercícios resolvidos, em especial, tratando das equações, correspondiam a problemas que eles resolviam utilizando uma espécie de receita do tipo ‘faça isto, depois isto e resulta isso’. O BM 13901 apresenta problemas que envolvem equações algébricas, com uma fórmula pronta para o uso. Com a finalidade de mostrar como, em especial, os babilônios, resolviam equações do segundo grau, apresentamos alguns problemas do tablete BM 13901.

FIGURA 11 - BM 13901

FONTE: British Museum - britishmuseum.org, (2022)

Alguns pesquisadores reconhecem que os Babilônios tinham habilidades e técnicas para resolver, dentre muitos, este tipo de problema, como afirma (BOYER; MERZBACH, 2018).

> Muitos textos de problemas do período babilônio antigo mostram que a solução da equação quadrática completa de três termos não constituía dificuldade séria para os babilônios, pois tinham desenvolvido operações algébricas flexíveis. Podiam transportar termos em uma equação somando iguais a iguais, e multiplicar ambos os membros por quantidades iguais para remover frações ou eliminar fatores. (BOYER; MERZBACH, 2018, p. 44).

O artefato BM 13901 pode ser acessado de maneira virtual[2] e pertence ao acervo datado de 6000 a. C a 1550 a. C. Este, por sua vez, reflete para o momento em que o sucesso econômico da agricultura, que era atividade principal para sobrevivência. A invenção da escrita, desenvolvimento de tecnologias e artes dentre outras conquistas dos povos sumérios, acadianos e babilônios que viveram e dominaram a região nessa época, na Mesopotâmia, inclusive vestígios de um importante desenvolvimento de conhecimento matemático prático, o que é revelado em muitos artefatos matemáticos.

O tablete BM 13901 segundo Gonçalves (2011) e Pereira (2017) é um dos artefatos históricos matemáticos mais antigos que se tem conhecimento, apresenta 21 problemas com texto integral, e outros 03 estão localizados em partes danificadas do artefato. Pode ter sido escrito durante o reinado de Hamurabi no século XVIII a. C. O conteúdo deste artefato revela como os mesopotâmicos tratavam os problemas de equações de 2º grau com três termos e sobre problemas de sistemas de equações com duas variáveis. Provavelmente, o artefato, seria um instrumento ou caderno de um aluno da época (GONÇALVES, 2011). Desta forma, pode apresentar caráter didático pedagógico. Possui dimensões de 11,7 cm por 19,40 cm com registrado em catálogo do museu com numeração 1896,0402.1 no departamento do Médio Oriente.

Esta tábua matemática BM 13901 em escrita cuneiforme contém problemas que podem ser interpretados como equações quadráticas. Um dos problemas, como exemplo, desta tábua é: “Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual o lado”? (ROQUE, 2012, p.48). Este é o primeiro problema do BM 13901. Matemáticos solucionaram problemas semelhantes ao desse período por meio aritmético, no entanto, a solução pode ser encontrada de forma algébrica.

Os babilônicos realizavam seus cálculos como uma espécie de receita, pois como ressalta Carvalho e Roque (2013, p. 21) “durante bastante tempo, até recentemente, os historiadores acreditavam, erroneamente, que os Babilônios, tinham uma álgebra, que mais tarde seria expressa geometricamente pelos gregos”. Como exemplo, já citado anteriormente, o primeiro problema tem os seguintes passos, numerados de 1 a 7, para resolução, segundo (CARVALHO; ROQUE, 2019), na Tabela 2.

TABELA 2 – Resolução babilônica para o primeiro problema

Passos	**Descrição**
1	Tome 1
2	Fracione 1 tomando a metade, resulta em (:0,30)
3	Multiplique 0,30 por 0,30, encontramos (:0,15)

[2] Encontrado em: https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1896-0402-1

4	Somando 0,15 a 0,45, temos (:1)
5	1 é a raiz quadrada de 1.
6	Subtraia os 0,30 de 1, resta 0,30.
7	Logo, 0,30 é o lado do quadrado.

FONTE: Carvalho e Roque (2019)

Do primeiro problema, transcrito em Roque (2012) com o seguinte enunciado: adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual o lado? Podemos reescrevê-lo em linguagem algébrica como trabalhamos nos dias atuais a equação $ax^2 + bx + c = 0$. Desta forma, como em Ramos (2018) e Pereira (2017), sendo x, a medida do lado do quadrado, ou seja, x é a incógnita que procuramos, logo $x^2 + x = 0{,}45$ é uma equação de grau dois com três termos. O procedimento descrito anteriormente, na Tabela 2, pode ser traduzido algebricamente no roteiro na Tabela 3 para encontrar a raiz x da equação.

$$\mathbf{x} = \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}\right)\frac{1}{a}. \qquad ((5)$$

TABELA 3 - Procedimento algébrico

Passos	**Descrição**
1	Multiplique a por c, temos ac
2	Encontre metade de b, temos $\frac{b}{2}$
3	Multiplique $\frac{b}{2}$ por $\frac{b}{2}$, temos $\left(\frac{b}{2}\right)^2$
4	Adicione os termos ac e $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, termos ac + $\left(\frac{b}{2}\right)^2$
5	A raiz quadrada do termos anterior é $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac}$
6	Subtraindo $\frac{b}{2}$ da raiz quadrada acima, temos $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}$
7	Tomando o recíproco de a, temos $\frac{1}{a}$
8	Multiplique $\frac{1}{a}$ por $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}$, obtemos a medida do lado do quadrado.
9	A medida do lado do quadrado é dada por $\left(\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}\right)\frac{1}{a}$

FONTE: Pereira (2017)

Na Matemática mesopotâmica ainda não possuía uma escrita algébrica do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, pois não há sentido falarmos nos símbolos de coeficientes e incógnitas, nem mesmo em equação, como usamos atualmente, para o período em estudo, neste caso, cerca de 6000 a. C a 1550 a. C, do artefato em exploração, o BM 13901. Mas, note que este procedimento descrito na Tabela 3, ao desenvolvermos a expressão encontrada em (5) que é a mesma do passo 9, obtemos:

$$\mathbf{x} = \left(\sqrt{\frac{b^2}{4} + ac} - \frac{b}{2}\right)\frac{1}{a}. \qquad ((6)$$

$$\mathbf{x} = \frac{(\sqrt{b^2 + 4ac} - \mathbf{b})}{2}\,\frac{1}{a}. \qquad ((7)$$

$$\mathbf{x} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \qquad ((8)$$

Desta forma, pelos procedimentos descritos nas Tabelas 2 e 3, bem como o desenvolvimento em (5), (6), (7) e (8) para o primeiro problema do tablete BM 13901, podemos sem perda de generalidade estabelecer a relação entre o método e a fórmula atual para a resolução de problemas com equações quadráticas, com a observação que os mesopotâmicos ainda não trabalhavam com números negativos. Mas, observe que da equação $ax^2 + bx = c$, vem $ax^2 + bx - c = 0$, que o discriminante vale $b^2 - 4ac$, será $b^2 - 4(a)(-c)$, resultando $b^2 + 4ac$, como destaca (RAMOS, 2018).

> Assim, alguns historiadores, conjecturaram que a Matemática Mesopotâmica tem natureza primordialmente algébrica. Entre eles destaca-se O Neugebauer, um dos principais responsáveis pelas primeiras traduções de textos matemáticos babilônicos. Deste então, novas traduções foram propostas. Traduzidas para o português, com algumas simplificações, a nova transcrição proposta por J Høyrup, motiva uma interpretação do procedimento, de natureza geométrica (ROQUE E CARVALHO, 2019 p.25 e 24).

Assim, ao resolvermos o problema em questão, primeiro problema do tablete BM 13901, usando os argumentos da Tabela 3, lembrando que 0,45 é equivalente em decimal a $\frac{3}{4}$ e retomando o enunciado: adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual o lado? Apresentando uma proposta de resolução na Tabela 4, no sistema decimal. Teremos: $x^2 + x = \frac{3}{4}$.

TABELA 4 - Resolução no sistema decimal

Passos	**Descrição**
1	Multiplique a por c, obtemos 1. $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
2	Encontre metade de b, obtemos $\frac{1}{2}$
3	Multiplique $\frac{b}{2}$ por $\frac{b}{2}$, temos $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
4	Adicione os termos ac e $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, termos $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$.
5	A raiz quadrada do termos anterior é $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} = \sqrt{1} = 1$.
6	Subtraindo $\frac{b}{2}$ da raiz quadrada acima, temos $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
7	Note que $\frac{1}{2} = 0{,}30$ no sistema sexagesimal, que é a medida procurada.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Pelos artefatos matemáticos mesopotâmicos com presença de seus métodos de resolução de problemas e em especial os do BM 13901, revela a grandiosidade da Matemática mesopotâmica sobre a manipulação e resolução de um problema que envolve equação do segundo grau, que Chaquiam (2017), destaca que sua eficácia está pautada na boa utilização do sistema sexagesimal babilônico.

> Além disso, foram hábeis na elaboração de algoritmos para obtenção de raízes de equações, assim como, nos cálculos que envolviam operações aritméticas fundamentais. Ainda no campo da álgebra, eles também apresentavam a solução da equação quadrática a partir de uma flexibilidade algébrica da adição ou multiplicação de um determinado termo em ambos os membros da equação, além de outras estratégias algébricas (CHAQUIAM, 2017 p. 52).

Após a apresentação dos três artefatos explorados nesta pesquisa, apontamos uma revisão bibliográfica sobre artefatos no Ensino de Matemática, é o que tange ao próximo subtópico.

2.4 ARTEFATOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A produção acadêmica em História da Matemática tem se ampliado e vem se consolidando potencialidades didáticas, proporcionando novas possibilidades a professores e alunos em um trabalho mais significativo com a Matemática (MENDES; CHAQUIAM, 2016). A História da Matemática auxilia-os a perceber origens, porquês, como e para que, dentre muitos outros aspectos, por exemplo, motivacional, desafiador e humanístico, esta área da Educação Matemática torna-se uma perspectiva metodológica.

Através de pesquisas realizadas em plataformas específicas buscamos trabalhos acadêmicos sobre artefatos históricos no ensino de Matemática no Boletim Cearense de História da Matemática (BOCEHM), na Revista História da Matemática para Professores (RHMP), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM), Congresso Nacional de Educação (CONEDU) e no site do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) é possível perceber um movimento de produções que sinalizam novas possibilidades e características sobre o uso de artefatos no ensino de Matemática.

Nascimento e Angelo (2018), com o trabalho intitulado Artefatos históricos no Ensino de Matemática: uma proposta de pesquisa e intervenção, destaca a presença de 18 trabalhos catalogados relacionados com a temática. Em Angelo e Nascimento (2019), Artefatos históricos no ensino da Matemática: um estudo a partir dos anais do seminário nacional de História da Matemática (2011 – 2017), há uma análise de 15 trabalhos.

Nesta busca, realizada nas bases citadas acima verificamos que nove produções apresentam o uso de artefatos históricos no ensino de Matemática e que alguns tratam de artefatos da Antiga Mesopotâmia ou de outras civilizações, dentre outros artefatos, mais especificamente o YBC 7289 e o PLIMPTOM 322, o que corrobora para a construção de uma nova área de exploração que possa fortalecer ainda mais as pesquisas e consequente fazendo surgir novas possibilidades sobre o uso da História da Matemática em sala de aula.

Silva Neto (2021) destacou em sua tese algumas abordagens didáticas acerca do uso da História para o ensino de Matemática, sinalizando, problemas históricos, soluções históricas, práticas socioculturais historicamente constituídas, fontes históricas e obras históricas que podem ser utilizadas em meio a estratégias didáticas no ensino da disciplina e Matemática na Educação Básica, assim, nos concentramos em obras históricas, que neste trabalho se apresentam na forma de artefatos históricos mesopotâmicos.

Assim, como no parágrafo anterior, da mesma pesquisa referida, elencamos produções acadêmicas relativas à temática História da Matemática com artefatos históricos. Em termos quantitativos, temos uma boa produção em História da Matemática, porém quando nos referimos aos artefatos históricos matemáticos esta produção diminui. Mais ainda, poucos artefatos são explorados, já alguns outros são muitas vezes repetidos em vários trabalhos, por exemplo, o Papiro de Rhind. Há pouca produção sobre os Artefatos Mesopotâmicos explorados como potencialidades didáticas. O Quadro 1 apresenta produções acadêmicas que fizeram uso de artefatos históricos de civilizações antigas, com ênfase na mesopotâmica e na egípcia.

QUADRO 1 - Produções acadêmicas com uso de artefatos históricos no ensino de Matemática

Autor (ano) Tipo	**Título**	**Informação Histórica**	**Artefatos apresentados**
Oliveira (2013) Artigo	Artefatos históricos: construindo saberes na formação docente	Civilização egípcia	Papiro de Rhind.
Bissi (2014) Artigo	As Potencialidades pedagógicas da História da Matemática – uma abordagem com alunos da 8ª série	Contexto da antiga Mesopotâmia	Plimpton 322
Alves (2016) Dissertação	Novas Perspectivas para o uso da História da Matemática	Civilizações antigas: Mesopotâmia, Egito e Grécia	Plimpton 322, Tablete BM 15285, Papiro de Rhind.
Silva et. al.(2016) Artigo	Artefatos históricos e educação de jovens e adultos: relato de uma experiência de formação continuada de professores de Matemática.	Em contexto com os povos Egípcios, Gregos, Mesopotâmico, Incas e Maias	Papiro de Rhind, Pirâmide Queóps, Pentagrama Estrelado, O tratado de Al-khwarizmi, artefatos babilônicos, quipu, a bicicleta e o relógio.
Wille, (2016) Artigo	Possibilidades de uso da Matemática Mesopotâmica no ensino médio	Contexto histórico da Mesopotâmia	Tábuas mesopotâmica de multiplicação, Plimpton 322, YBC 7289
Wille e Novaes, (2017)	A mensuração de áreas na antiga Mesopotâmia: Uma unidade básica problematizadora (UBP)	Contexto Mesopotâmico	Tablete mesopotâmico VAT 8389

Artigo			
Ramos (2018) Dissertação	Problemas do segundo grau na Babilônia	Antiga Mesopotâmia - Pesquisa de Otto Neugebauer, Jens Hoyrup e Victor Karz	Plimpton 322, BM13901, YBC 7289
Silva e Angelo (2019) Artigo	O uso de artefatos históricos na educação de jovens e adultos	Civilizações Egípcia, Mesopotâmica, Grega e Inca	Papiro de Rhind, Algeplacas ("Os Elemntos"), O quipu
Silva Neto, Sousa e Cunha (2022) Artigo	A exploração do tablete babilônico YBC 7289 de 1800 a. C para o ensino de matemática: possibilidades didáticas com o uso da História da Matemática	Mesopotâmia	Tablete YBC 7289

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

A História da Matemática para o ensino de Matemática auxilia significativamente no processo de ensino aprendizagem, proporcionando ressignificação do conhecimento (MENDES, 2009a; 2009b). No Quadro 1 elencamos as produções relacionadas com a nossa temática, fazendo uso de artefatos para o ensino de Matemática. Todos estes trabalhos, de alguma forma podem contribuir para a aprendizagem dos alunos. Uma característica comum nas produções é o uso da metodologia, o uso de atividades investigadoras (MENDES, 2009a e b), atividades estruturantes e cadernos temáticos, ou seja, apresentam formas de auxiliar a adoção dos estudos e dos artefatos em processos de ensino e de aprendizagem. Passemos a uma breve apresentação sobre cada uma das nove produções.

Oliveira (2013) nos apresenta o uso de artefatos históricos, em um minicurso, com atividades de ensino, como meio de articular saberes e ampliar conhecimentos em cursos de formação docente. No ensino de Matemática, artefatos históricos matemáticos define-se como sendo "objetos, documentos, monumentos, imagens, fotografias e outros materiais que dão sentido as ações do homem no passado e que representa o dito e o feito na história da humanidade". (OLIVEIRA, 2009, p. 18).

Como elementos mediadores da aprendizagem, as atividades foram desenvolvidas, apontando uma visão interdisciplinar e em nível de conteúdos conceituais, atitudinais e procedimentais proporcionam uma formação mais ampla. Sobre os artefatos históricos matemáticos egípcios, como o Papiro de Rhind, realizou-se leitura e análise, tornando uma base sólida para o estudo do sistema numérico egípcio comparando com o sistema numérico decimal. Compreender a matemática como resultado da ação humana, é resultado esperado neste texto, contribuindo para formação docente (OLIVEIRA, 2013).

Bissi (2014), destaca um relato de uma experiência em sala de aula, usando a História da Matemática como ferramenta didática auxiliar para o ensino de equações de grau 2, numa turma da 8ª série. Associando elementos e fatos históricos numa sequência didática aplicados em quatro momentos/intervenções nas aulas de Matemática, descritos de forma resumida logo abaixo.

> O primeiro dia de intervenções foi dedicado às fontes mais primitivas da Matemática: O Papiro de Rhind e a Tableta de Argila Plimpton 322. Para que essas fontes fossem apresentadas de forma mais dinâmica, foram construídas réplicas. No segundo dia de intervenção, levamos à sala de aula o vídeo "Esse tal de Bháskara ". O vídeo trazia de forma criativa a história das Equações do Segundo Grau. Através desse vídeo, buscamos sintetizar o universo histórico das equações através da utilização de um recurso diferenciado. Para a terceira intervenção, utilizamos a resolução de problemas históricos como metodologia do dia. O último dia de intervenção funcionou como uma resposta ao aprendizado obtido nas aulas passadas. Para tal finalidade, preparamos um jogo de verdade ou mentira que envolvia toda a temática apresentada nos outros encontros. (BISSI, 2014, p. 2, 3, 4, 5, 6).

Presente no texto, Novas perspectivas para o uso da História da Matemática, (ALVES, 2016), do Quadro 1, os artefatos matemáticos mesopotâmicos Plimpton 322, BM 15285 e o egípcio Papiro de Rhind, são explorados com objetivo de propor atividades envolvendo, como elemento instigador, a história da matemática. Para este fato, foi necessário, fundamentar a história da matemática na antiguidade, nas antigas civilizações, Mesopotâmia, Egito e Grécia pois, produziram marcos significativos na matemática.

Usando questionários como elemento de produção e análise de dados, investigou-se a 'aceitação' dos alunos para aulas, que usando a história da matemática, pudéssemos compreender a visão destes sobre seus papéis como atuantes do seu próprio conhecimento e o lugar que a matemática ocupa em suas vidas. A realização de atividades concretas foi executada, com o objetivo de tornar os discentes protagonistas na construção de conhecimento. (ALVES, 2016).

Com experiência vivenciada em âmbito de um projeto que tinha por finalidade integrar ao Curso de Licenciatura em Matemática (L. M.) às escolas públicas da região, no texto, Artefatos históricos e educação de jovens e adultos: relato de uma experiência de formação continuada de professores de Matemática (SILVA et. al., 2016) exploraram diversos artefatos históricos por meio de atividades e oficinas com os professores que atuam na Educação de Jovens e Adultos (EJA). E como resultados deste trabalho, houve contribuições tanto na formação continuadas dos referidos profissionais quanto para os alunos do curso em L. M, participantes do projeto, portanto em formação inicial, efetivando um diálogo entre a Universidade e a Educação Básica.

Em Wille (2016), a história da matemática consolida-se como ferramenta auxiliadora no ensino de matemática, talvez, pelo fato de humanizá-la, objetivando apontar as possibilidades didáticas da História da Mesopotâmia como fonte de estudos e apoio para professores de matemática na elaboração de atividade. Para isto, usou a metodologia conhecida por (UBP's) Unidades Básicas Problematizadoras, proposta por Miguel e Mendes (2010).

Com quatro atividades investigativas, o texto Possibilidades de uso da Matemática Mesopotâmica no ensino médio, propõe pela exploração dos artefatos matemáticos mesopotâmicos, as tábuas de multiplicação, Plimpton 322 e o YBC 7289, ao professor, podendo este, verificar, aprofundar, adaptar e usá-los de acordo com suas necessidades, apontando possibilidades concretas do uso da História da Matemática atrelada às metodologias de ensino em dias atuais na educação básica (WILLE, 2016).

No texto, A mensuração de áreas na antiga Mesopotâmia: Uma unidade básica problematizadora (UBP), Wille e Novaes (2017) tem-se um recorte de (WILLE, 2016) com uma atividade proposta, com caraterística investigativa, para ensinar Matemática na educação básica usando a História da Matemática, explorando o artefato matemático mesopotâmico VAT 8389, com finalidade em apontar uma potencialidade didática da História da Mesopotâmia, como fonte de estudo nas aulas de matemática no que tange a mensuração de áreas. Com a UBP's defendidas por Miguel e Mendes (2010) é a metodologia usada para o desenvolvimento do trabalho, apontando possibilidades didática reais para o ensino de Matemática (WILLE; NOVAES, 2017).

Esse trabalho, Ramos (2018) apresenta um contexto histórico sustentado em historiadores e estudiosos como Neugebauer, Jean Hoyrupo e Victor Katz acerca do desenvolvimento e resoluções de equações de segundo grau. Contudo, observa e apresenta também artefatos mesopotâmicos tais como o YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, mesmo não sendo seu objetivo específico na dissertação, possibilitando que outros professores e pesquisadores possam utilizar sua pesquisa como forma de reconhecer possibilidades de explorações na História da Matemática para o ensino de equações de segundo grau. Por fim, o trabalho bibliográfico de Ramos (2018) também elucida a resolução e equações de segundo grau por outras civilizações e não apenas da Antiga Mesopotâmia.

O tablete BM 13901, possui problemas, não somente, mas em especial, que envolvem as equações do segundo grau com três termos. Ramos (2018), descreve o funcionamento do sistema de numeração sexagesimal, a parte histórica da matemática na Babilônia e a resolução de problemas de equação do segundo grau. E como outros povos resolviam problemas desta natureza, quer foram influenciados ou não pelo método mesopotâmico.

Silva e Angelo (2019) apresentam um texto com resultados de uma aplicação de projeto de pesquisa, possuindo objetivo principal investigar as contribuições da História da Matemática na EJA, usando artefatos matemáticos históricos mediados por atividades planejadas, com finalidade de amenizar as dificuldades em matemática que, em sala de aula, os alunos da EJA enfrentam constantemente, desta forma deu-se a elaboração, o desenvolvimento e a avaliação de uma proposta didática. Portanto, ocorrendo conforme o planejamento descrito:

> A investigação foi desenvolvida em três etapas, a saber: na primeira etapa adaptamos as atividades históricas utilizando artefatos históricos. No segundo momento desenvolvemos a proposta das atividades na Educação de Jovens e Adultos. No terceiro momento avaliamos as potencialidades e limitações da proposta das atividades históricas, através da utilização do instrumento questionário. (ANGELO; SILVA, 2019, p. 3).

Constatou-se que é possível trabalhar com os artefatos matemáticos históricos na EJA, para tanto é necessário um bom planejamento por parte do professor, e que as contribuições com esta metodologia, a história da matemática como auxiliadora no processo de ensino de matemática, são significativas no aprendizado do alunado, permitindo que estes interajam, opinando com o professor, trocando ideias com outros colegas, sobre o conteúdo estudado tornando a aula mais produtiva e dinâmica (ANGELO; SILVA, 2019).

O artigo de Silva Neto, Sousa e Cunha (2022) tem como objetivo identificar possibilidades didáticas sobre o uso do artefato histórico matemático e mesopotâmico YBC 7289 por um grupo de professores. Assim, o autor apresenta, explora e estuda o artefato, que inclusive compõe um dos artefatos que elegemos para o estudo desta dissertação. Este, elenca através de uma reunião *online* com um grupo de professores, possibilidades de exploração histórica e didática acerca do uso do YBC 7289, inerentes aos conteúdos matemáticos que emergem, estratégias didáticas e contextos interdisciplinares, consolidando o YBC 7289 como um forte candidato à exploração por parte de alunos e professores no ensino de conteúdos matemáticos tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

3 METODOLOGIA

Nesta seção, apresentamos os caminhos norteadores desta pesquisa, destacando-se a caracterização da pesquisa, seu campo empírico, a descrição dos momentos e técnicas/instrumentos de produção de informações (dados) que foram utilizados para a apresentação dos resultados obtidos.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa tem abordagem qualitativa, que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) envolve contextos e significados presentes em fenômenos reais e, que no nosso caso, no âmbito do ensino, investiga acerca de possibilidades que podem emergir no desenvolvimento de atividades no âmbito do ensino, e que podem caracterizar aspectos enquanto estes promovem a produção de conhecimento. Nossa pesquisa é também caracterizada como estudo de campo, pois segundo Gil (2002) focaliza uma realidade específica para uma dada atividade humana, nesse caso, o ensino e aprendizagem. Quanto ao objetivo, a pesquisa em estudo, tem caráter exploratório, proporcionando maior familiaridade ou aproximação com o problema de estudo tornando o tema em questão mais explícito (GIL, 2002).

Esse estudo também trata-se de uma pesquisa bibliográfica, que é desenvolvida a partir de material já elaborado. Nesta etapa, realizamos uma busca em produções acadêmicas acerca da História da Matemática e de sua inserção no ensino, e mais fortemente sobre o uso de artefatos históricos matemáticos de civilizações antigas no ensino de Matemática, em que elucidamos três artefatos mesopotâmicos e suas caracterizações históricas. Segundo Lakatos e Marconi (2003) a pesquisa bibliográfica não é simplesmente uma repetição do que já foi produzido ou reproduzido sobre determinado tema, mas propicia um exame minucioso deste com novo enfoque, novo olhar ou abordagem.

Desta forma, nesta etapa da pesquisa bibliográfica nos baseamos em Mendes (2009a, 2009b, 2015), Mendes e Chaquiam (2016), Chaquiam (2017) e Miguel e Miorim (2011) para tratarmos sobre História para o ensino de Matemática, utilizamos Funari (1988) para nos situarmos no conceito de artefatos históricos e Roque (2012), Roque, Carvalho (2019), Eves (2004), Katz (2009) e Boyer eMerzbach (2012) para tratarmos acerca do contexto matemático e histórico da Antiga Mesopotâmia.

3.2 CAMPO EMPÍRICO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida no município de Floriano-PI na Escola Estadual, Escola Normal Osvaldo da Costa e Silva, de onde convidamos alunos de uma turma do segundo ano do Ensino Médio, do turno matutino, composta por 20 alunos, sendo doze do sexo feminino e oito do sexo masculino, com idade média de 17 anos, para participarem da pesquisa durante as aulas de Matemática de forma regular e presencial. Por fins éticos, não utilizamos os nomes próprios dos alunos, a fim de resguardar suas identidades. Ao tratarmos de registros escritos dos alunos utilizamos o código An, aluno seguido de um número, por exemplo, aluno 10 é (A10), sendo assim, temos de A1 a A20. Os alunos foram, em momento específico, divididos em quatro grupos, da mesma forma os grupos G1 a G4, para a realização das atividades.

No dia cinco de setembro de 2022 nos dirigimos à escola campo de pesquisa para apresentação do projeto que desenvolvemos após a elaboração e entrega da Autorização para a realização da Pesquisa. Nesta ocasião, foi delineado de forma sucinta o projeto de pesquisa à coordenação e ao professor, esclarecendo sua aplicação, desenvolvimento e conclusão, como consta nos Anexos 1 e 2, a Declaração e o Termo de Autorização da Instituição, assinados, respectivamente pela gestora escolar e pelo professor de Matemática em exercício da turma.

A aplicação, desenvolvimento e coleta de dados da pesquisa ocorreram dentro dos cinco momentos de intervenção em sala de aula, em que dispusemos de cinco aulas, ou seja, encontros, de 60 minutos cada uma, assim divididos e descritos abaixo.

3.3 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

Houve a apresentação das principais ideias do projeto e a metodologia que se seguiria para os próximos encontros. Nesse momento participaram 20 alunos, realizamos a aplicação de um questionário inicial presente no Apêndice 2 em que indagamos sobre as percepções dos alunos acerca da História da Matemática, na tentativa de construir uma fala teórica sobre qual a real concepção dos alunos acerca do surgimento da Matemática, enfatizando a civilização mesopotâmica, tendo em vista que há uma conexão interdisciplinar com a disciplina de História. Na Figura 12, temos um registro da apresentação do projeto de pesquisa, realizada pelo pesquisador.

FIGURA 12 - Apresentação do projeto

FONTE: Acervo do autor (2022)

No primeiro encontro, realizamos uma exposição teórica com auxílio de *datashow* e notebook para apresentação de *slides* acerca do movimento histórico da Matemática na Antiga Mesopotâmia. Foi possível trabalhar e apresentar, numa perspectiva interdisciplinar, com a própria História, em busca de informações sobre as grandes civilizações e os antigos impérios, e ainda com a Geografia, por meio do uso do *Google Maps* e *Google Earth* para localização espacial. Com o auxílio dos recursos didáticos, realizamos a localização da atual Mesopotâmia, explicitando para os alunos que é em grande parte a região atualmente ocupada pelo Iraque. Nesse momento, os alunos localizavam a referida região usando seus celulares, de forma interativa. Importante enfatizar que o uso do aparelho de celular, durante cada momento, nos cinco encontros, foi direcionado de forma consciente e orientado, pois entendemos que este é uma ferramenta auxiliar para fins didáticos, que pode proporcionar aprendizagem.

Por meio de atividades investigativas que foram construídas e elaboradas acerca dos três artefatos selecionados e das informações neles contidas, passou-se por um tratamento didático, conforme a metodologia da investigação histórica referida em Mendes (2009a; 2009b), em busca da construção de conhecimento mais criativo, autônomo e desafiador para o aluno, aplicamos três destas atividades no segundo, terceiro e quarto encontro.

Em todos os momentos, nos referidos primeiro ao quinto encontro, focamos na História da Matemática para o Ensino de Matemática, assim, outros fatores, como por exemplo, o histórico, o cultural e o social, ficam mais evidenciados até porque precisaríamos de que o aluno percebesse que a Matemática é também resultado do esforço, da produção cultural e social do homem.

Na apresentação do tablete YBC 7289, utilizamos a biblioteca virtual, situada na seguinte URL, CDLI - *Cuneiform Digital Library Initiative* (ucla.edu), bem como os *sites* para visualizarmos o artefato em 360º ou em 3D[3]. Em seguida, apresentamos o sistema numérico posicional babilônico, que por sua vez, foi trabalhado em todos os demais momentos desta pesquisa.

A nossa abordagem pensada sobre o tablete YBC 7289, diz respeito ao cálculo aproximado da $\sqrt{2}$, já descrito neste texto. Foi imprescindível que conseguíssemos perceber como os mesopotâmicos faziam tal procedimento. Exploramos a hipótese de Katz (2009) e o método descrito em Boyer e Merzbach (2018), e que através destes métodos é possível encontrarmos boa aproximação para raiz quadrada de qualquer número inteiro positivo. Relacionamos que, em especial, a resolução deste exercício forneceria a existência de um novo 'tipo' de número, que veio à tona muito tempo depois, pelos matemáticos gregos, realizando assim, um paralelo dentro da própria História da Matemática, da Mesopotâmia com a Matemática Grega, em especial, com a escola Pitagórica. Este paralelo ficou evidenciado também no terceiro encontro, pois o objeto de estudo revela indícios de ternas pitagóricas, explorando a linha temporal, ajuda a compreensão dos alunos, bem como situá-los na História. Em seguida, realizamos o momento de aplicação da nossa primeira atividade, que pode ser encontrada no Apêndice 3 - ATIVIDADE I.

No terceiro encontro, utilizamos o artefato mesopotâmico Plimpton 322. Na apresentação do artefato, fizemos uso do Geogebra, possibilitando visualizar de modo dinâmico o Teorema de Pitágoras, sendo este diretamente ligado ao problema dos ternos pitagóricos. Tratamos em seguida, da aplicação da ATIVIDADE II, encontrada no Apêndice 4, baseada na investigação histórica, com objetivo de explorar ainda mais o artefato, Plimpton 322.

No quarto encontro, apresentamos e trabalhamos com o artefato BM 13901. Realizamos uma visita online ao Museu Britânico, para acessar imagens reais do referido artefato, no endereço eletrônico[4]. Neste ambiente virtual foi possível visualizar muitos outros artefatos no referido museu. No BM 13901 investigamos, em especial, problemas de equações do segundo grau. Através de estudos e visualizações sobre e do artefato, entendemos de quais maneiras os povos mesopotâmicos solucionavam e representavam esse tipo de solução, mais caracterizada por um receituário a ser seguido e descrição os passos. Depois deste momento, seguimos para a aplicação da ATIVIDADE III, esta, encontra-se no Apêndice 5, que se pode

---

[3] Encontrada em: https://www.myminifactory.com/object/3d-print-the-diagonal-of-a-square-tablet-92887#google_vignette e https://sketchfab.com/3d-models/the-diagonal-of-a-square-tablet-605c9d9573d14b52b8880e14c826e133

[4] Acesso ao BM 13901: https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1896-0402-1

observar na Figura 13, os alunos realizando esta atividade, em que exploramos ainda mais algumas concepções dos participantes.

FIGURA 13 - Alunos realizando a atividade III

FONTE: Acervo do autor (2022)

Cada um desses momentos, das atividades, a turma foi orientada, organizada e dividida em grupos, bem como a garantia de certificação de que os instrumentos, as cópias das atividades estivessem disponíveis com todas as orientações aos componentes do grupo.

Para darmos início ao quinto encontro, realizamos uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido até o presente momento. Prosseguindo, orientamos os próximos passos a serem desenvolvidos pelos participantes. Aplicamos, em seguida, o Questionário Final, encontrado no Apêndice 6, o qual nos proporciona um retorno. Após esta metodologia de trabalho auxiliado pela História da Matemática para o Ensino da Matemática, nos permitiu uma leitura, descrição, análise dos dados para a construção de uma fala posicional desta pesquisa acerca da possibilidade de inserção da História no ensino de Matemática com uso de artefatos mesopotâmicos como abordagens sobre obras históricas.

Após este momento utilizamos, como recurso didático digital, *online,* a plataforma *Mentimeter*[5], com perguntas objetiva sobre os artefatos YBC 7289, a Plimpton 322, BM 13901, e uma nuvem de palavras sobre os encontros, usando como ferramenta didática a História da Matemática. Os registros destes resultados podem ser vistos no Apêndice 7**.** Afirmamos que foi um instante bem interativo, descontraído, porém, concentrado e produtivo, pois a interação *online*/virtual foi instantânea, as respostas eram acompanhadas em tempo real através do *datashow*. Dessa forma, a História da Matemática pode ser associada com recursos tecnológicos possibilitando uma aula mais produtiva.

[5] Encontrada em: https://www.mentimeter.com/app?first

Através desses encontros, questionários e atividades, temos informações que foram produzidas, consultadas e analisadas, presentes na seção apresentação e análise dos resultados. Por meio desses questionários e atividades, buscamos responder ao problema norteador e atingir ao objetivo geral e específicos nesta pesquisa, portanto, apontando as possibilidades didáticas que podem emergir da exploração dos artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos. Vejamos então as técnicas e os instrumentos para produção de dados.

3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

Para produção de dados, fizemos uso dos seguintes instrumentos: o questionário inicial, as atividades I, II, III, o questionário final e a interação virtual, de onde foram produzidos registros por nós e pelos alunos. O questionário, conforme Marconi e Lakatos (2003), é um importante instrumento de coleta de dados, que se constitui em uma sequência ordenada de perguntas. A Observação, realizada em cada um dos cinco encontros e em cada parte dos mesmos, tanto da exposição e exploração do artefato quanto às aplicações das atividades e questionários, bem como as resoluções e registros escritos dos alunos e a participação *online* dos mesmos, por meio da plataforma *Mentimeter,* que é a interação virtual, comporão nossas ferramentas de coletas de dados.

O ato de escrever ou descrever algo sobre a aula, determinado tópico, abordagem, aplicação, contextualização, por exemplo, por parte do aluno constitui um ótimo instrumento e possibilita um retorno ao professor, ao pesquisador como uma ferramenta de reflexão, chamado de diário de aprendizagem (POWELL; BAIRRAL, 2006), bem como as atividades de investigação em História da Matemática, que auxiliam o professor ou pesquisador na construção de atividades, propostas didáticas e tarefas que encaixem metodologias e estratégias junto à História da Matemática ou de suas informações no decorrer do tempo (MENDES, 2009b).

Apresentamos nos Quadros 2, 3 e 4, uma descrição sobre as atividades elaboradas e aplicadas aos alunos sujeitos da pesquisa. Esses quadros foram construídos a partir de estudos sobre os artefatos, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, uma espécie de problematização para os alunos e a investigação histórica no ensino de matemática.

Estes Quadros referentes às atividades foram pensados como forma de subsidiar e auxiliar outros professores de Matemática na adoção de artefatos mesopotâmicos ou fontes e obras históricas que apresentem informações matemáticas de seu uso ou de sua aplicação. Os quadros possuem os seguintes ordem: Quadro 2 com os descritores da Atividade I, Quadro 3 com os da Atividade II e o Quadro 4 com os da Atividade III, que podem guiar a prática docente para a estruturação de atividades investigativas baseadas na História da Matemática

QUADRO 2 – Descritores da atividade I

Título da Atividade		A aproximação da $\sqrt{2}$ pelos Mesopotâmicos – Tablete YBC 7 289
Série/Ano escolar		2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral		Radiciação
Conteúdo(s) específico(s)		Operações Básicas/Radiciação / Sistema Numérico / Teorema de Pitágoras
Artefato mesopotâmico		YBC 7289
Competências/Habilidade(s)		1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) 2. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera. (Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532) 3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538)
Objetivo(s)	Professor	1. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, usando o artefato YBC 7289 de aproximadamente 1600 a. C, que trata da aproximação da $\sqrt{2}$. 2. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso do artefato mesopotâmico YBC 7289.
	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar teoremas conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática. 2. Estudar raízes de números irracionais por meio da determinação da diagonal de um quadrado em um artefato mesopotâmico, bem realizar pesquisas sobre bases de numeração mesopotâmia. 3. Compreender parte da matemática desenvolvida na antiga Mesopotâmia, por meio da exploração do artefato YBC 7289
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador, datashow, celulares, internet, régua, papel quadriculado ou A4, mesa digitalizadora, aplicativos.
Contexto histórico		Determinação da $\sqrt{2}$ pela civilização mesopotâmica em um tablete de argila de YBC7289 de aproximadamente 1600 a. C.
Informação histórica		Aproximação para a $\sqrt{2}$ no sistema sexagesimal babilônico
Fontes de referências principais.		BERLINGHOFF, William P, GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. GOMIDE, Elza F e CASTRO, Helena. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2010. BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018. EVES, Howard, **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004 CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. **Tópicos de história da matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro, 1ª ed. 2013 ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
Duração da atividade		60 minutos
Conhecimentos prévios envolvidos		Operações aritméticas e algébricas básicas, sistema numérico posicional decimal, geometria plana: figuras geométricas planas, elementos, área, perímetro, trinômio quadrado perfeito, média aritmética, teorema de Pitágoras.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Referente a Atividade I, encontrada no Apêndice 3, o Quadro 2 aponta os descritores, como título da atividade, conteúdos matemáticos explorados, conhecimentos prévios, fontes principais, artefato mesopotâmico, por exemplo. Estes são importantes para a confecção, planejamento e execução da mesma. Em ambos os Quadros 2, 3 e 4 tratamos de aproximar as competências geral e específica contidas na BNCC, que possuem reflexos para a História da Matemática, visto que na Base, não há competências e habilidades específicas direcionadas diretamente a História da Matemática para o Ensino.

QUADRO 3 - Descritores da atividade II

Título da Atividade		Explorando o artefato matemático Mesopotâmico – Plimpton 322
Série/Ano escolar		2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral		Triplas Pitagóricas
Conteúdo(s) específico(s)		Teorema de Pitágoras, Ternas Pitagóricas
Artefato Mesopotâmico		Plimpton 322
Competências/Habilidade(s)		1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) 2. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera. (Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532) 3. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538)
Objetivo(s)	Professor	1. Identificar artefatos matemáticos mesopotâmicos que podem ser usados no processo de ensino de matemática. 2. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, pela atividade investigativa, usando o artefato Plimpton 322 de aproximadamente 1900 a 1600 a. C, que trata, especialmente, das tripas Pitagóricas. 3. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos mesopotâmico, especialmente o Plimpton 322.
	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar teoremas conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática, com outras áreas conhecimento. 2. Estudar a relação Pitagórica no artefato Plimpton 322, um artefato matemático mesopotâmico, bem como realizar pesquisas sobre o sistema de numeração mesopotâmia, o sexagesimal. 3. Conhecer duas relações que determinam as triplas Pitagóricas. 4. Compreender a Matemática desenvolvida na antiga Mesopotâmia, no período 2000 a. C a 1500 a. C.
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador (notebook), datashow, celulares, internet, régua, papel A4, mesa digitalizadora, aplicativos para desenhos e escrita.
Contexto histórico		As Triplas Pitagóricas encontradas no tablete Plimpton 322, determinação pela civilização mesopotâmica aproximadamente 1900 a 1600 a. C.
Informação histórica		O Teorema de Pitágoras na Tábua Plimpton 322.
Fontes de referências principais		BERLINGHOFF, William P, GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. GOMIDE, Elza F e CASTRO, Helena. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2010

	BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018 EVES, Howard, **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004 CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. **Tópicos de História da Matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro, 1ª ed. 2013 ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.
Duração da atividade	60 minutos
Conhecimentos prévios envolvidos	Operações aritméticas básicas, sistema numérico posicional decimal, Teorema de Pitágoras, paridade, números primos, ternas Pitagóricas.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Os Quadros 2, 3 e 4, além de descritores, são guias para a confecção de novas atividades investigativas pautadas na História da Matemática, pois os mesmos, revelam o contexto histórico, informação histórica e artefatos históricos matemáticos, em que outros professores pesquisadores podem explorar. Neste caso, o Quadro 3, é de cunho relevante no planejamento da Atividade II, encontrada no Apêndice 4.

QUADRO 4 - Descritores da atividade III

Título da Atividade		Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia – Tablete BM 13901
Série/Ano escolar		2º ano do Ensino Médio
Conteúdo Geral		Equação do segundo grau
Conteúdo(s) específico(s)		Método babilônico de resoluções de equação quadrática
Artefato Mesopotâmico		BM 13901
Competências/Habilidade(s)		1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (Competência geral 1). (BRASIL, 2018 p. 09) 2. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (Competência específica 4). (BRASIL, 2018 p. 538) 3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação gera. (Competência específica 1). (BRASIL, 2018 p. 532)
Objetivo(s)	Professor	1. Identificar artefatos matemáticos mesopotâmicos que podem ser usados no processo de ensino de matemática. 2. Analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos mesopotâmico, em especial, o BM 13901, usando a história da matemática para o ensino. 3. Envolver conhecimentos já estudados pelos alunos por meio de uma prática didática baseada em informações históricas, ou seja, história da matemática para o ensino de matemática, pela atividade investigativa, usando o artefato BM 13901 de aproximadamente 2000 a. C a 1550 a. C, que trata, de problemas, principalmente, problemas de equação do segundo grau.
	Aluno	1. Desenvolver habilidade próprias para realizar operações bem como usar métodos conhecidos estabelecendo conexões entre áreas da própria matemática, com outras áreas conhecimento. 2. Compreender a Matemática desenvolvida no período 2000 a. C a 1500 a. C na antiga Mesopotâmia. 3. Conhecer o método mesopotâmico de resolução dos problemas com equação do segundo grau explorado no artefato BM 13901, um artefato matemático mesopotâmico.

		4. Estabelecer ou compreender a relação de semelhança entre os métodos de resoluções, o atual, ou seja, usando a "formula", e a "receita" mesopotâmica para os problemas de equação do segundo grau.
Materiais e recursos necessários (se usar)		Computador (notebook), datashow, celulares, internet, mesa digitalizadora, aplicativos
Contexto histórico		Método de resolução de problemas de equações do segundo grau com três termos, encontrados no tablete BM 13901, realizado pela civilização mesopotâmica aproximadamente 2000 a. C a 1550 a. C.
Informação histórica		Artefato matemático mesopotâmico, o tablete BM 13901 e o problema de equação do segundo grau na Babilônia.
Fontes de referências principais		BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da Matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018 CARVALHO, João Bosco Pitombeira., ROQUE, Tatiana. **Tópicos de História da Matemática** (Coleção PROFMAT). SBM, Rio de Janeiro, 1ª ed. 2013 GONÇALVES, Ida Maria Faria de Lira. Os problemas da Matemática: o seu papel na matemática e nas aulas de matemática. 2011. 491 f. Tese (Doutorado em Matemática), Universidade da Madeira, Funchal, 2011 ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012
Duração da atividade		60 minutos
Conhecimentos prévios envolvidos		Operações aritméticas e algébricas básicas, sistema numérico posicional decimal, método de resolução da equação do segundo grau atual.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Nos Quadros 2, 3 e 4 direcionam, delineiam e corroboram o planejamento da ação pedagógica para os momentos de intervenção da pesquisa, desta forma, torna-se útil sua reutilização no uso didático como ferramenta auxiliadora em aulas de Matemática, pois estes alinham fatores como o tempo de execução, os materiais e recursos didático-pedagógicos e os objetivos voltados para o professor e para o aluno. Assim, os Quadros 2, 3 e 4 norteiam as referidas Atividades I, II e III que são instrumentos para produção de dados, e é sobre a análise destes dados que trataremos a seguir.

A análise dos dados consistirá no uso da metodologia de análise denominada análise de conteúdo de Laurence Bardin (2016) que informa que se trata de conjunto de instrumentos metodológicos, cada vez mais sutis, em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a discursos (conteúdos e continentes) extremamente diversificados, aos quais podem auxiliar na elaboração de possibilidades didáticas a partir de categorizações que podem emergir dos dados coletados.

> Definitivamente, o terreno, o funcionamento, e o objetivo da análise de conteúdo, podem resumir da seguinte maneira: Atualmente, e de modo geral, designa-se sob o termo de análise de conteúdo: Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/ recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (BARDIN, 2016, p. 48).

Desta forma, passemos a apresentar e analisar os resultados a partir dos dados produzidos com a aplicação dos questionários inicial e final, bem como das três atividades e do momento de interação virtual.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção se apresenta os resultados do desenvolvimento de uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o Ensino de Matemática. Os resultados apontados neste estudo estão apresentados em três partes: referentes ao questionário inicial, às atividades aplicadas e ao questionário final. Bardin (2016) contribui para essa apresentação, pois nos conduz ao estabelecimento de possibilidades didáticas que responde nossa pergunta de pesquisa.

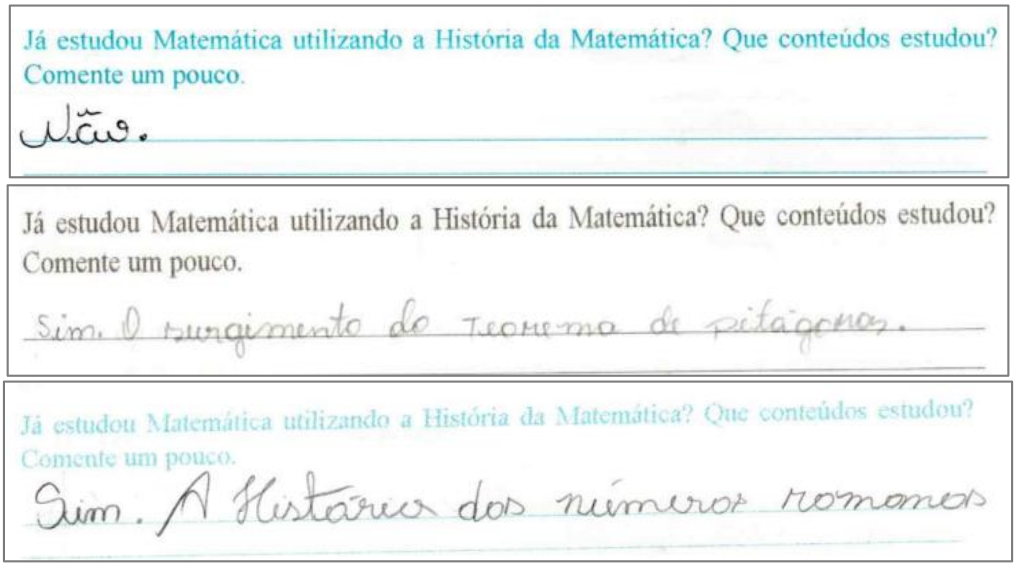
4.1 SOBRE O QUESTIONÁRIO INICIAL

O questionário inicial, encontrado no Apêndice 2, com questões abertas, tinha objetivo de sondar o conhecimento prévio dos alunos, sujeitos participantes da pesquisa. Logo abaixo, temos a descrição das respostas dadas por parte do alunado. Como já foi mencionado, estavam presentes vinte alunos, destes, apenas um não propôs nenhuma resposta ao questionário.

Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco. Este é o enunciado da primeira questão. Sobre esta e dos sujeitos participantes, treze (13) alunos informaram que não estudaram conteúdos de matemática usando a História da Matemática, como vemos a resposta do A8 e um (01) informou que não lembrava. Três (03) alunos informaram que já estudaram algum conteúdo, por exemplo, matrizes, raciocínio lógico, porcentagem, razão entre grandezas, cálculo de perímetro, área, volume e o Teorema de Pitágoras, como podemos perceber o comentário do A14. Dois (02) alunos informaram que já estudaram, e que o conteúdo é relacionado aos algarismos romanos, conforme o aluno A16, portanto, na Figura 14, temos respectivamente as respostas dos alunos A8, A14 e A16.

A partir desse momento, algumas respostas foram selecionadas e apresentadas, a escolha dessas, deu-se devido à observação, leitura e interpretação de algumas palavras, frases ou períodos, que por Bardin (2016) são mensagens indicadores, que permitem a inferência e sinalizam potenciais para alcançar os objetivos e responder o problema norteador desta pesquisa.

FIGURA 14 – Resposta dos alunos à primeira pergunta


Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco.

Não.

Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco.

Sim. O surgimento do Teorema de pitágoras.

Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco.

Sim. A Histórica dos números romanos

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

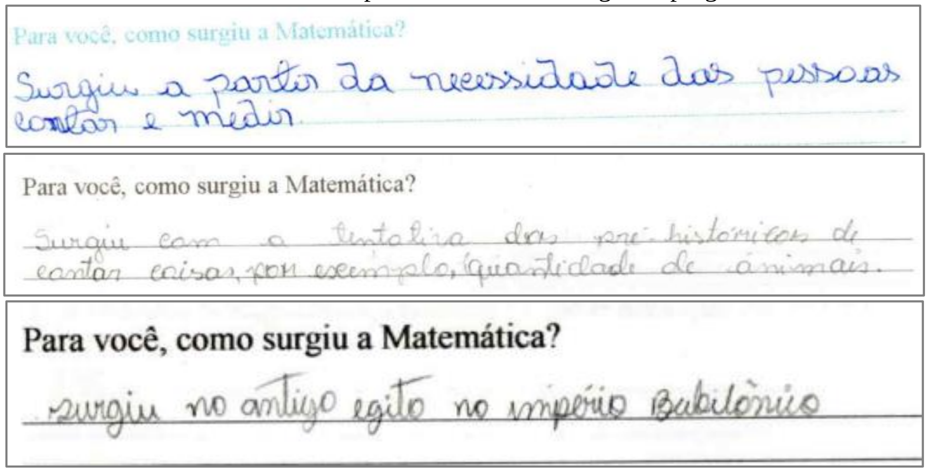
Dos 19 alunos que responderam ao Questionário inicial, percebemos que 74% informaram não ter estudado algum conteúdo matemático com alusão a fatos da História da Matemática.

É de se notar que muitos alunos observam essas informações apenas em livros didáticos, e que não são exploradas pelos professores. Já os alunos que responderam sim, 26% elencaram numerais romanos, teorema de Pitágoras, e que geralmente seus nomes já levam ou mencionam algum aspecto da própria História como personalidade ou civilização.

Em Chaquiam (2017) esta ausência da exploração da História da Matemática em sala de aula pelos professores fica evidenciada em alguns argumentos, como sendo comum “ouvir de alunos e professores que a História da Matemática pouco contribui para a compreensão da própria Matemática, de um modo geral, é um desperdício de tempo e esforço” (CHAQUIAM, 2017 p. 14).

No segundo questionamento, buscava-se que ideias os alunos possuem acerca da origem da Matemática, com base em Bardin (2016) pudemos construir duas categorias ou classificações com relação à resposta dos alunos, com base na localização e com base na necessidade humana. Desta forma, sete (07) dos alunos informaram que o surgimento da Matemática está ligado à necessidade de medir, quantificar ou contar, que são, de acordo com as bases teóricas da História da Matemática, as primeiras formas de pensamento matemático que surgiram pela necessidade de controlar e conhecer contagens, medidas e representações. Na Figura 15 temos a presença dos argumentos dos A13, A14 e A19, respectivamente.

FIGURA 15 – Respostas dos alunos à segunda pergunta


Para você, como surgiu a Matemática?
Surgiu a partir da necessidade das pessoas contar e medir.

Para você, como surgiu a Matemática?
Surgiu com a tentativa dos pré-históricos de contar coisas, por exemplo, quantidade de animais.

Para você, como surgiu a Matemática?
surgiu no antigo egito no império Babilônico

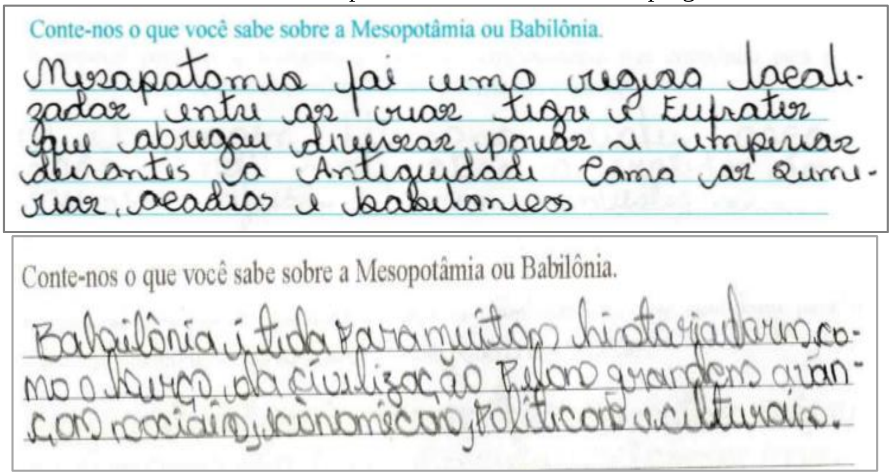
FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Dos alunos que comentaram sobre a região de surgimento da Matemática, sete (07) informaram ser no Antigo Egito e no Império Babilônico, como por exemplo, nos informa o A19, na Figura 15. Quatro (04) alunos informaram que a Matemática tem origem no Antigo Egito e dois (02) alunos, na Mesopotâmia. Podemos inferir que cerca de 68% dos alunos tem uma boa definição sobre a região onde possivelmente a Matemática tem seu surgimento e que aproximadamente 90% dos que responderam, sobre como se deu o surgimento da Matemática, possuem a ideia central que está na necessidade humana de contagem e quantificação. A esse respeito Roque e Carvalho (2012) afirmam que:

> Os primeiros testemunhos do que ser concebido como um tipo de escrita, datam aproximadamente do quarto milênio a. C. e são provenientes da Baixa Mesopotâmia. O surgimento da Matemática e da escrita, nesta região, estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita foram motivadas pela necessidade de se registrarem quantidades. (ROQUE; CARVALHO, 2012, p. 2)

Na terceira questão, desejávamos perceber a compreensão que os participantes tinham sobre a Mesopotâmia ou sobre a Babilônia. Baseado em Bardin (2016) construímos duas categorias ou classificações com relação à resposta dos alunos, uma com base no significado da palavra Mesopotâmia e outra tomando como base nas civilizações antigas. A reposta com maior frequência, aproximadamente 37%, foi área entre os rios Tigres e Eufrates, vindo da semântica da palavra Mesopotâmia. Outros 26% responderam que está ligada a uma civilização antiga. Então, aproximadamente 63% tem uma informação significativa sobre a Mesopotâmia, da qual, estamos tratando nesta pesquisa, como podemos observar na Figura 16, pelas expressões dos alunos A12 e A2, respectivamente.

FIGURA 16 – Respostas dos alunos à terceira pergunta


Conte-nos o que você sabe sobre a Mesopotâmia ou Babilônia.

Mesapotamia foi uma regiao locali-zadas entre os rios Tigre e Eufrates que abrigou diversos povos e impérios durantes a Antiguidade Como os Sumerios, acadios e babilonios

Conte-nos o que você sabe sobre a Mesopotâmia ou Babilônia.

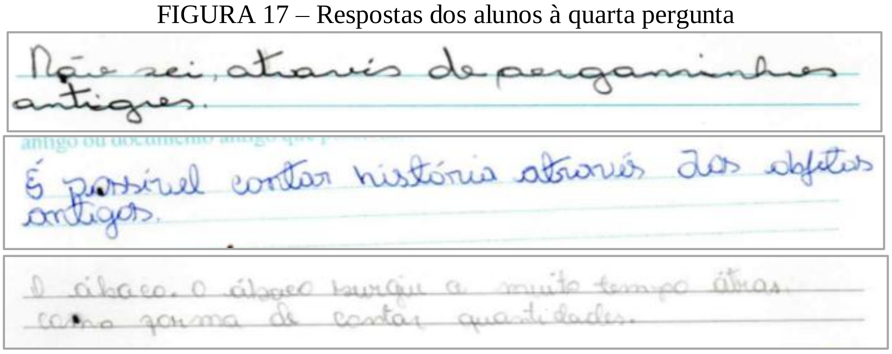
Babilônia é tida para muitos historiadores como o berço da civilização Foram grandes avanços sociais, econômicos, políticos e culturais.

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Algumas respostas foram reveladoras, apontando que em outras áreas de conhecimento ou componente curricular, como por exemplo, em História, já estudaram sobre esta Antiga Civilização, o que corrobora que a História da Matemática para o Ensino da Matemática, pode ser trabalhada de forma interdisciplinar, uma vez que pela sua História, emerge possibilidades quando usamos novas formas de apresentá-la, tornando-a mais contextualizada, interdisciplinar, agradável, criativa e mais humanizada (CHAQUIAM, 2017).

A quarta questão buscava saber se os alunos conheciam algum material antigo (artefato) que rememorasse a História da Matemática. O enunciado da referida questão foi assim estruturado: Em algumas ciências existem muitos objetos antigos (artefatos) que podem oferecer-nos informações ou conhecimento, e através destes objetos conseguimos “contar” belas histórias. Como é possível “contar” a História da Matemática? Conhece algum objeto ou documento antigo que possibilite conhecer a História da Matemática? Comente.

FIGURA 17 – Respostas dos alunos à quarta pergunta


Não sei, através de pergaminhos antigos.

É possível contar história através dos objetos antigos.

O ábaco. O ábaco surgiu a muito tempo atrás como forma de contar quantidades.

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

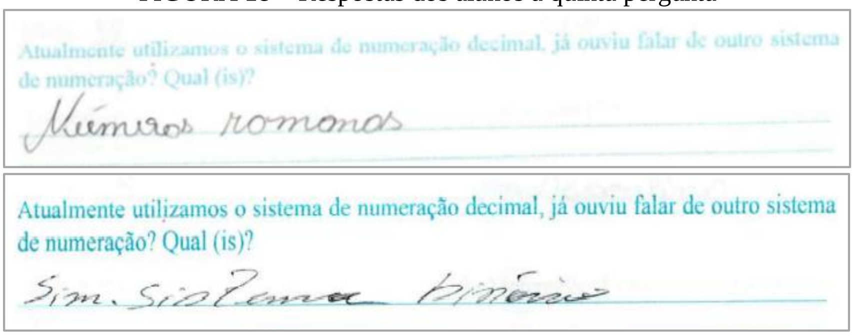
Dos participantes que responderam a quarta questão, onze (11) alunos afirmaram não conhecer, três (03) responderam ‘não’. Cinco (05) citaram algum artefato, por exemplo, pergaminho e o ábaco. Como podemos perceber na Figura 17, acima, os comentários dos alunos

A11, A13 e A14, respectivamente. Pelas informações, aproximadamente 26% dos participantes corroboram que os artefatos matemáticos podem auxiliar como recurso metodológico o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática. Mais ainda, como ressalta Oliveira (2009), estes artefatos podem contar a nós as contribuições das civilizações antigas, técnicas, conhecimentos e informações que podem auxiliar no entendimento de conteúdos matemáticos:

> Ao pensar sobre como interferir no meio em que vive, como registrar seus saberes e suas transações comerciais e como compreender os processos de organização da sociedade, o homem criou instrumentos e artefatos que nos permitiram contar sua história. Conferir sentido ao passado é buscar nesses instrumentos e artefatos que nos revelem, com olhar de hoje, as contribuições das diversas civilizações na construção do conhecimento atual (OLIVEIRA, 2009, p. 86).

Como os artefatos explorados estão escritos na forma cuneiforme e utilizam o sistema sexagesimal posicional mesopotâmico, na quinta questão, tratamos de fazer a seguinte indagação: atualmente utilizamos o sistema de decimal, já ouviu falar de outro sistema de numeração? Qual (ais)? Com objetivo de colher informação se os nossos participantes já tiveram contato sobre o sistema sexagesimal. Seis (06) alunos comentaram que tem informação sobre o sistema numérico Romano, e cinco (05) afirmaram acerca do sistema binário. Pela observação em sala de aula este reconhecimento ocorre pelo fato da presença destes números romanos em seio social (mas não se trata de um sistema de base, e sim a simbolização e formas de escrita), por exemplo, no relógio e, pelo fato do uso contínuo deste sistema em aparelhos eletrônicos, por exemplo, o computador, no caso do binário. Um (01) aluno nos informou que já ouviu falar sobre o sistema numérico egípcio. Três (03) alunos não conhecem nenhum outro sistema numérico e quatro (04) não responderam. Abaixo, na Figura 18, temos algumas destas respostas, como exemplo, as dos alunos A16 e A8, respectivamente.

FIGURA 18 – Respostas dos alunos à quinta pergunta


Atualmente utilizamos o sistema de numeração decimal, já ouviu falar de outro sistema de numeração? Qual (is)?

Números romanos

Atualmente utilizamos o sistema de numeração decimal, já ouviu falar de outro sistema de numeração? Qual (is)?

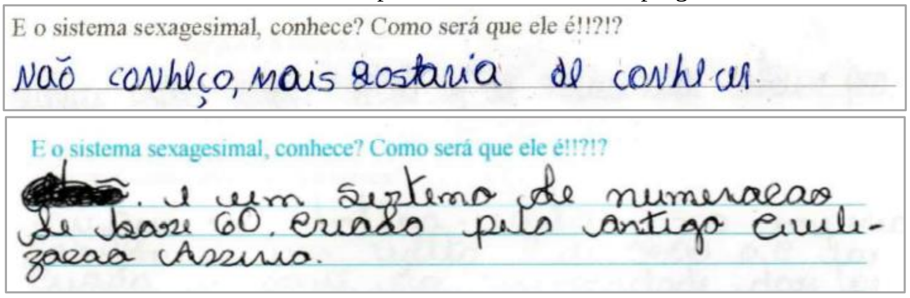
Sim. Sistema binário

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Portanto, desta quinta questão, o não conhecimento, ou a falta de informação sobre a existência e uso do sistema numérico posicional mesopotâmico, o qual está presente até os dias atuais, fortalece a justificativa para este texto e a ocorrência da aplicação desta pesquisa, para que docentes possam ter acesso a uma outra forma de apresentar em contextos, com o uso de artefatos matemáticos com inscrições que denotem informações matemáticas.

Já na sexta questão, referimo-nos diretamente ao sistema numérico posicional mesopotâmico, o sexagesimal, questionando se os participantes o conheciam. Apesar de que nenhum aluno se referiu ao sistema sexagesimal na questão anterior. Mediante a resposta dos alunos, por Bardin (2016), temos as categorias sim e não. Treze (13) alunos afirmaram não conhecer e apenas um (01) informa que sim, quatro (04) disseram que já ouviram falar. Vejamos algumas destas respostas na Figura 19 os comentários dos alunos A15, A12, respectivamente. É intrigante, porém aproximadamente 68% dos alunos não conheciam o sistema numérico mesopotâmico.

FIGURA 19 – Resposta dos alunos à sexta pergunta


E o sistema sexagesimal, conhece? Como será que ele é!!?!?

Não conheço, mais gostaria de conhecer.

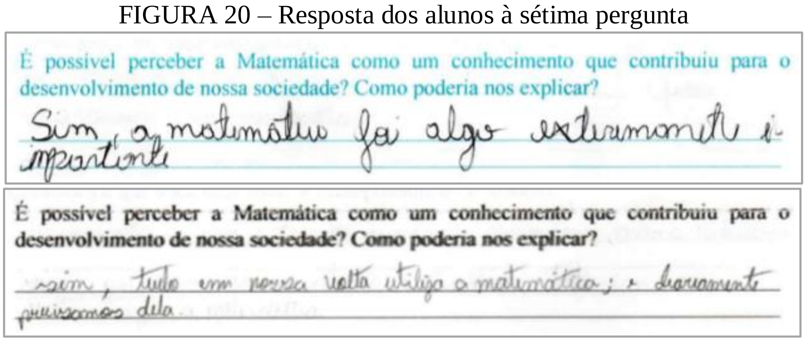
E o sistema sexagesimal, conhece? Como será que ele é!!?!?

. é um sistema de numeracao de base 60. criado pelo antigo civilizacao Assirio.

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Indagados se percebiam a Matemática como área de conhecimento que contribui para o desenvolvimento da sociedade, os participantes puderam deixar seus posicionamentos na questão 07, com o seguinte enunciado: É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar? Seis (06) alunos responderam apenas “sim”. Dois (02) alunos responderam que a Matemática é muito importante e que está a nossa volta. Cinco (05) afirmaram que a Matemática contribui e que é justificado pela evolução da linguagem humana. Seis alunos (06) reafirmaram que é possível perceber em relação ao dia a dia. Podemos ver, logo abaixo, na Figura 20, os comentários dos alunos A7, A19 e A13, respectivamente.

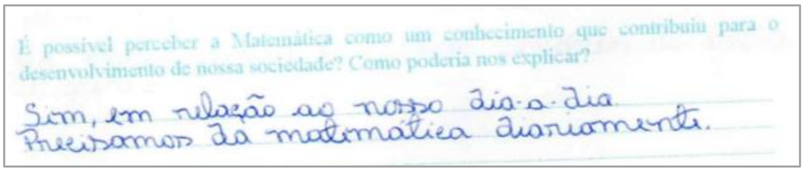
FIGURA 20 – Resposta dos alunos à sétima pergunta


É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar?

Sim, a matematica foi algo extremamente i-mportante

É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar?

sim, tudo em nossa volta utiliza a matemática; e diariamente precisamos dela


É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar?

Sim, em relação ao nosso dia-a-dia Precisamos da matemática diariamente.

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

É perceptível pelas respostas dos alunos que quase todos os presentes compreendem a importância, a utilidade, sua grandiosidade e a presença da Matemática na vida diária e em sociedade. Portanto, que através da História da Matemática, possamos perceber o grande esforço que foi e está sendo para chegar ao ponto onde estamos com a Matemática, mais ainda que ela não é uma ciência pronta e acabada. Esta história das dificuldades, da dedicação e esforço, da aplicação do tempo envolvidos em toda a evolução da Matemática dá a medida da grandeza que é esta realização humana que se dar por grupo, povos ou civilizações, torna-se perceptível quando usamos a História para o ensino de Matemática (BOYER; MERZBACH, 2018).

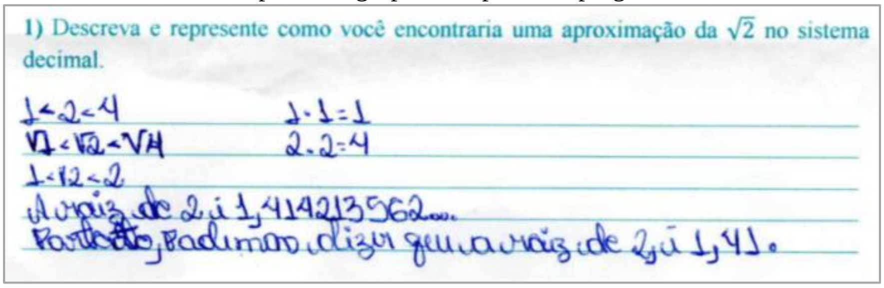
Até então, sobre os dados, as respostas dos alunos, no questionário inicial de todas as sete questões abertas, foram apresentadas. Neste próximo parágrafo passamos à análise das informações contidas nas respostas dos participantes da pesquisa nas referidas Atividades I, II e III, que estão nos Apêndices 3, 4 e 5, respectivamente. Ressaltamos que estas atividades constam com seus descritores nos Quadros 2, 3 e 4 no tópico 3.3, nos quais apresentam características fundamentais para cada uma dela.

4.2 SOBRE AS ATIVIDADES

As atividades foram intituladas das seguintes formas Atividade I - A aproximação da $\sqrt{2}$ pelos Mesopotâmicos – Tablete YBC 7289, Atividade II - Tábua Plimpton 322, um artefato mesopotâmico pitagórico e Atividade III - Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia – Tablete BM 13901. A turma foi dividia em grupos no momento de realização das atividades.

A primeira questão aberta da Atividade I solicita a descrição e representação de como o aluno encontraria uma aproximação da $\sqrt{2}$ no sistema decimal. Na Figura 21, temos a resposta do grupo G1 que foi semelhante à do G4. Por outro lado, os outros dois grupos não entregaram a Atividade I.

FIGURA 21 - Resposta do grupo G1 à primeira pergunta da atividade I


1) Descreva e represente como você encontraria uma aproximação da $\sqrt{2}$ no sistema decimal.

$1<2<4$ $1 \cdot 1=1$

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$ $2 \cdot 2=4$

$1<\sqrt{2}<2$

A raiz de 2 é 1,414213562...

Portanto, podemos dizer que a raiz de 2 é 1,41.

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Havendo a indagação sobre o método de encontrar uma aproximação para raiz quadrada de um número natural qualquer, os alunos argumentaram, exatamente o que percebemos na Figura 21. Procura-se números maiores e menores que tenha a raiz quadrada exata, extrai-se essas raízes, daí é multiplicar por si mesma, a primeira aproximação que jugam ser a melhor, procura-se uma nova aproximação com mais casas decimais, e multiplica-se por si mesma. Este processo pode ser feito quantas vezes desejarem, quanto mais casas decimais, melhor fica a aproximação da raiz quadrada.

Pela observação e relatos orais nos momentos de intervenção da pesquisa, notamos que os participantes até sabem como encontrar uma aproximação da raiz quadrada de um número natural, como percebemos na Figura 19, porém eles não sabem por que estão fazendo tal procedimento, não apresentam um argumento matemático para a realização deste processo. Por exemplo, eles não enxergavam que o número $\sqrt{2}$ é a diagonal de um triângulo retângulo de catetos medindo uma unidade.

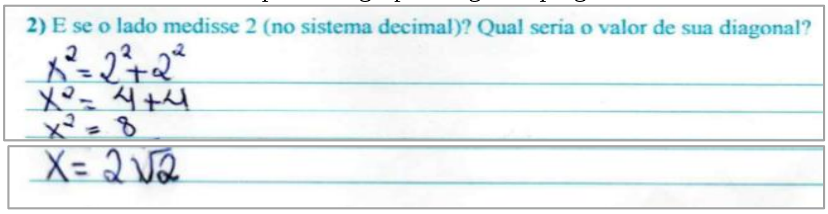
Retomando com os participantes, pudemos provocar o que significava este momento, este número e sua representação. Como já foi mencionado, realizando um paralelo entre História da Matemática, proporcionando a ressignificação (SAITO, 2015). Como salienta Mendes (2009)

> É necessário muitas vezes explicitar os objetivos, procedimentos de execução, discussões a serem realizadas e relatos orais e escritos previstos em cada atividade. De como que os alunos possam reconstruir os aspectos conceituais relevantes dessa Matemática, avançando significativamente na organização conceitual do conteúdo (MENDES, 2009, p. 92).

Portanto, estamos diante de possibilidades didáticas, a ressignificação de conteúdo, a reconstrução, paralelismos com civilizações e contribuições sociais, culturais e históricas sendo mediadas pela História da Matemática para o Ensino de Matemática, neste caso pela exploração de artefatos matemáticos mesopotâmicos.

Na segunda questão, desejávamos verificar se os alunos compreenderam uma das possíveis estratégias que os mesopotâmicos usaram no cálculo da diagonal do quadrado, presente no artefato YBC 7298. Pergunta-se: E se o lado do quadrado medisse 2, no sistema decimal? Qual seria o valor de sua diagonal?

FIGURA 22 - Resposta do grupo à segunda pergunta da atividade I


2) E se o lado medisse 2 (no sistema decimal)? Qual seria o valor de sua diagonal?

$x^2 = 2^2 + 2^2$

$x^2 = 4 + 4$

$x^2 = 8$

$x = 2\sqrt{2}$

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

O resultado pode ser imediato, como vemos na Figura 22, a resposta do G4. Percebeu-se durante este segundo momento que eles já associaram ao teorema de Pitágoras, que está presente no YBC 7289, o que foi favorável à pesquisa, pois, desejava-se da exploração dos artefatos, elencarmos possibilidades didáticas, dentre estas, estão os conteúdos ou tópicos de matemática estudados na Educação Básica, presentes nos artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos que se utilize da História da Matemática como mola propulsora, auxílio didático para o Ensino de Matemática. Porém, ressaltamos que os alunos estão imbuídos pelo uso imediato de conceitos que já se conhecem, e dessa forma, sentem dificuldade de percorrer novas alternativas, pois na época de elaboração desse artefato, não se tinha o teorema de Pitágoras já sistematizado para todo e qualquer triângulo retângulo.

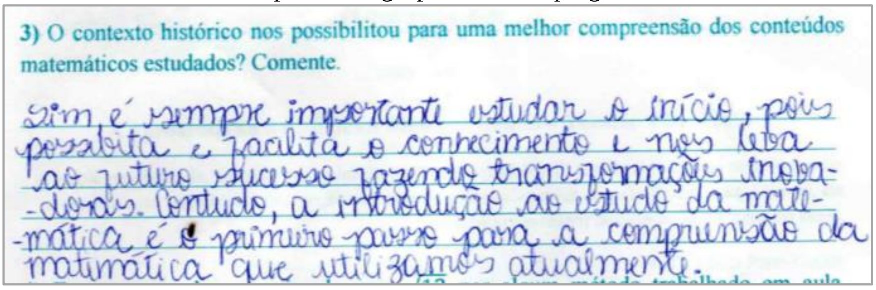
A existência, e uso da relação entre os lados de um triângulo retângulo, já era conhecida mesmo antes de Pitágoras.

> A tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta independente do teorema sobre triângulos retângulos hoje universalmente conhecido pelo seu nome – que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual a soma dos quadrados sobre os catetos. Já vimos que esse teorema era conhecido pelos Babilônios dos tempos de Hamurabi, mais de um milênio antes (EVES, 2004, p.103)

A presença deste resultado, a relação pitagórica, já estava em uso muito tempo antes, pelas civilizações antigas, o Egito e a Mesopotâmia, porém os resultados e uso foram obtidos independentes. Mas, de qualquer forma na Mesopotâmia está mais evidenciado nos artefatos e era largamente usado (BOYER; MERZBACH, 2018).

A questão 03, que permite refletirmos, por exemplo, sobre Matemática, Ensino de Matemática e abordagem metodológica, sendo os alunos indagados com o seguinte enunciado: O contexto histórico nos possibilitou para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos estudados? Comente. Na Figura 23, temos uma resposta, do grupo G4, que corrobora conosco, no que tange a esta estratégia, o uso de atividades investigativas por meio da História da Matemática para o Ensino de Matemática. E de fato, a História da Matemática torna-se um forte potencial, proporcionando um melhor estudo, compreensão e aplicação dessa ciência, tornando-a mais significativa, uma vez que conforme Oliveira: “Quando utilizar a História da Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem dessa disciplina visando à compreensão e à significação” (OLIVEIRA, 2009, p. 73).

FIGURA 23 - Respostas do grupo à terceira pergunta da atividade I


3) O contexto histórico nos possibilitou para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos estudados? Comente.

Sim, é sempre importante estudar o início, pois possibita e facilita o conhecimento e nos leva ao futuro sucesso fazendo transformações inovadoras. Contudo, a introdução ao estudo da matemática é o primeiro passo para a compreensão da matemática que utilizamos atualmente.

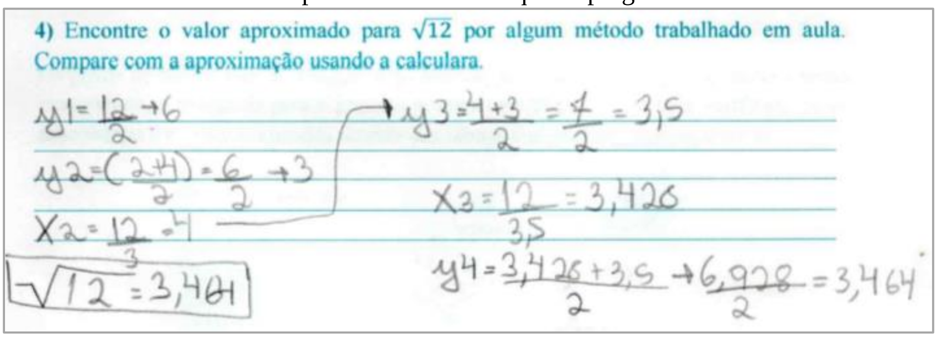
FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Encontrar o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado com a exploração do artefato. Pretendíamos, nesta quarta e última questão da Atividade I, verificar se os alunos conseguiam pôr em prática as informações obtidas da exploração do artefato YBC 7289, em seguida, comparar com a aproximação utilizando a calculadora.

Na Figura 24, temos duas respostas por G1 e G4. Como vemos, optaram por usar o método com auxílio da média aritmética, descrito neste trabalho, segundo Boyer e Merzbach, (2018) e explanado durante a intervenção da pesquisa. Percebemos que parte dos participantes compreenderam e realizaram o procedimento adequado encontrando uma aproximação. No entanto, é evidente que se os alunos tivessem explorado mais passos e casas decimais encontrariam uma melhor aproximação para a $\sqrt{12}$, que aproximadamente é 3,46410161513.... É notório que o foco não é realizar apenas o algoritmo com maestria, mas compreender que o artefato YBC 7289 revela o desenvolvimento matemático de uma civilização, e que o método é eficaz valendo para usarmos atualmente.

O processo de radiciação é estudado desde o Ensino Fundamental, porém ao apresentar ao alunado o contexto histórico, os métodos para a radiciação de números naturais, no contexto mesopotâmico por meio da História da Matemática proporcionou motivação à turma.

FIGURA 24 - Resposta do G1 e G4 à quarta pergunta da atividade I


4) Encontre o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado em aula. Compare com a aproximação usando a calculara.

$y1 = \frac{12}{2} \to 6$

$y2 = \left(\frac{2+4}{2}\right) = \frac{6}{2} \to 3$

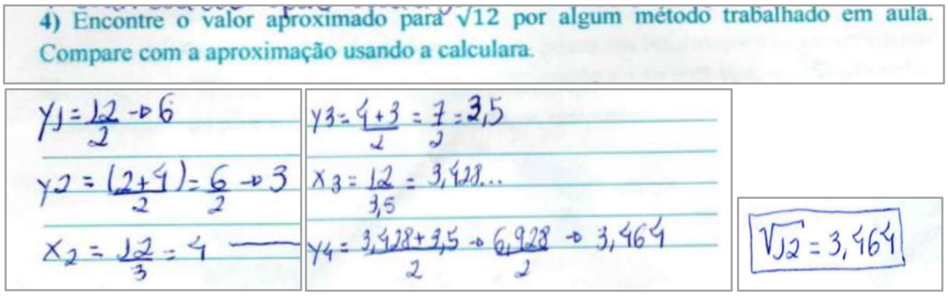
$x2 = \frac{12}{3} = 4$

$\boxed{\sqrt{12} = 3,464}$

$y3 = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$

$x3 = \frac{12}{3,5} = 3,426$

$y4 = \frac{3,426+3,5}{2} \to \frac{6,926}{2} = 3,464$


4) Encontre o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado em aula. Compare com a aproximação usando a calculara.

$y_1 = \frac{12}{2} \rightarrow 6$

$y_2 = \frac{(2+4)}{2} = \frac{6}{2} \rightarrow 3$

$x_2 = \frac{12}{3} = 4$

$y_3 = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

$x_3 = \frac{12}{3{,}5} = 3{,}428...$

$y_4 = \frac{3{,}428+3{,}5}{2} \rightarrow \frac{6{,}928}{2} \rightarrow 3{,}464$

$\boxed{\sqrt{12} = 3{,}464}$

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Nossas apreensões da Atividade I, pautadas na investigação histórica, são tais que, ao trabalharmos determinado tópico Matemático, utilizando a História da Matemática para o Ensino de Matemática, como Metodologia, ou auxílio didático para o Ensino de Matemática, explorando artefatos históricos matemáticos, que subsidiam uma construção humana, enquanto conhecimento matemático pode proporcionar maior significado ao aluno.

Da exploração do artefato YBC 7289, elaboramos o Quadro 5 com tópicos de Matemática que tornam possibilidades didáticas trabalhados na Educação Básica. Ressaltamos, portanto, que os Quadros 5, 6 e 7 foram criados para destacar os conteúdos matemáticos que emergem da exploração dos artefatos em estudos, respectivamente, o YBC 7289, Plimpton 322 e o BM 13901 como possibilidade didática.

QUADRO 5 – Conteúdos como possibilidade didática - YBC 7289

Possibilidade Didática	**Tópicos explorados**
Conteúdos Matemáticos que emergem	Sistema de numeração mesopotâmico, o sexagesimal, sistema decimal, conversões entre os dois sistemas, radiciação com os sistemas sexagesimal e decimal, aproximações de raiz quadrada de um número natural, representação geométrica (quadrado e triângulo retângulo), determinação da área do quadrado e de sua diagonal, números irracionais (a irracionalidade de $\sqrt{2}$), teorema de Pitágoras.
Interdisciplinaridade / Multidisciplinar	História: Grandes civilizações, impérios, reinos, cultura e sociedade. Geografia: Localização das antigas civilizações e correspondentes países atuais.

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Passemos, então, para a apresentação e análise da Atividade II. Ao realizarmos o terceiro encontro, apresentamos aos participantes o artefato a ser explorado, a tábua Plimpton 322. Nossos objetivos para cada atividade estão diretamente ligados ao objetivo geral e específicos desta pesquisa. A seguir apresentamos os apontamentos realizados pelos grupos. Na Figura 25, temos respostas dos G2 e G3, respectivamente, referida a primeira questão, com o seguinte enunciado: para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer às técnicas apresentadas em aula. Qual o procedimento você usaria? Como você consegue gerar outros ternos a partir deste?

FIGURA 25 - Resposta dos grupos à primeira pergunta da atividade II

Para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer as técnicas apresentadas em aula. Qual o procedimento você usaria? Como você consegue gerar outros ternos a partir deste?

usando a relação: $a^2 = b^2 + c^2$;
multiplicando os números (9, 40, 41) por 2, depois por 3, e assim por diante.

Para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer as técnicas apresentadas em aula. Qual o procedimento você usaria? Como você consegue gerar outros ternos a partir deste?

$41^2 = 40^2 + 9^2$
$41^2 = 1600 + 81$
$41^2 = 1681$
$1681 = 1681$

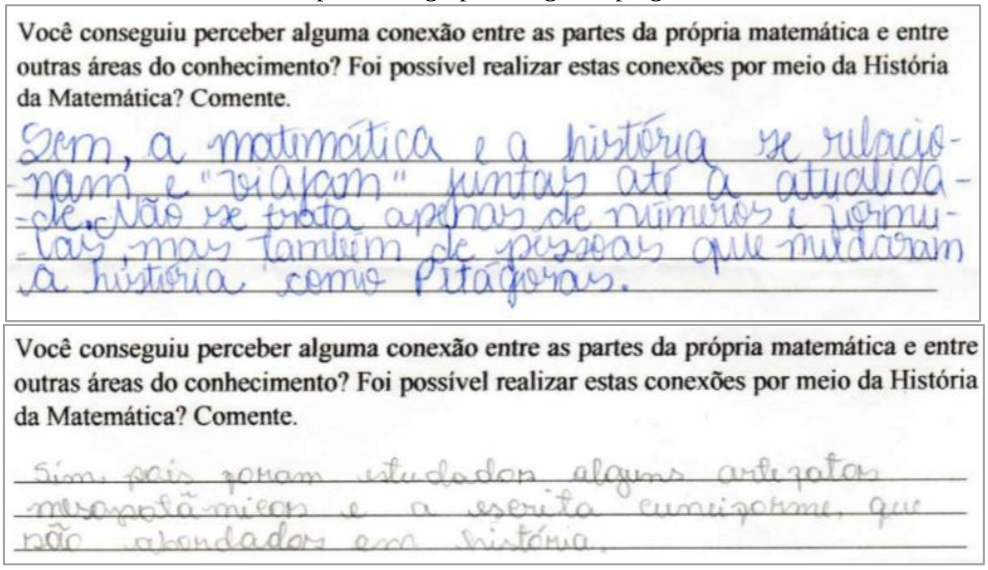
FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Podemos perceber pela Figura 25 e categorizando como relação pitagórica, por Bardin (2016) que os participantes compreenderam a exploração do artefato Plimpton 322, associando aos três números dados como sendo medidas dos lados de um triângulo e que, se satisfazem a relação entre eles, chamada por Teorema de Pitágoras, este triângulo é retângulo, consequentemente, os valores formam uma terna pitagórica. Ficou claro que relacionaram o conteúdo do artefato, mesmo que produzido pelos mesopotâmicos mais de um milênio antes de Pitágoras, com o famoso teorema que leva seu nome. Em ambas as respostas, o método, para a verificação dos ternos pitagóricos foi a mesma. Porém, o G2, justifica como poderiam gerar novos ternos pitagóricos a partir do que foi dado.

Segundo Katz (2009), há evidências substanciais, sendo estas, por exemplo, o YBC 7289 e a Plimpton 322, que os babilônios usavam a relação $a^2 + b^2 = c^2$, sendo a, b e c medidas dos lados de um triângulo retângulo, ficando conhecida como uma terna pitagórica, devido ao filósofo matemático grego Pitágoras, que surge mais de um milênio de anos depois destas evidências mesopotâmicas.

A segunda pergunta indagou se os participantes conseguiam perceber alguma conexão entre as partes da própria Matemática e entre outras áreas do conhecimento? Foi possível realizar estas conexões por meio da História da Matemática? Comente. Na Figura 26, revela as respostas dos G3 e G2, respectivamente, que complementa a conexão argumentada na análise da primeira questão, pois, aqui eles reafirmam que há ligação entre partes da História da Matemática, em especial a Matemática Babilônica, com a Matemática Grega e entre a própria História.

FIGURA 26 – Resposta dos grupos à segunda pergunta da atividade II



Você conseguiu perceber alguma conexão entre as partes da própria matemática e entre outras áreas do conhecimento? Foi possível realizar estas conexões por meio da História da Matemática? Comente.

Sim, a matemática e a história se relacionam e "viajam" juntas até a atualidade. Não se trata apenas de números e fórmulas, mas também de pessoas que mudaram a história como Pitágoras.

Você conseguiu perceber alguma conexão entre as partes da própria matemática e entre outras áreas do conhecimento? Foi possível realizar estas conexões por meio da História da Matemática? Comente.

Sim, pois foram estudados alguns artefatos mesopotâmicos e a escrita cuneiforme, que são abordados em história.

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

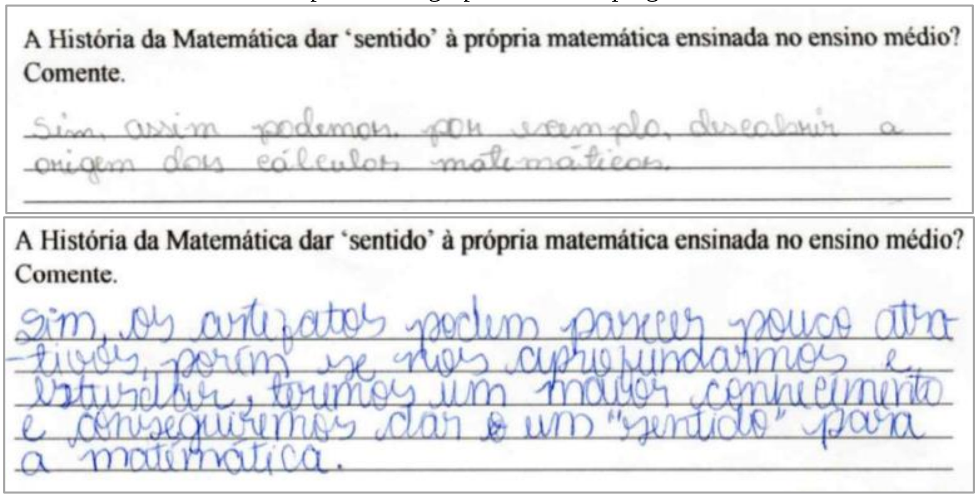
Por Bardin (2016) destacamos algumas palavras, no texto da Figura 26, são elas: Matemática, História, Mesopotâmicos, Pessoas e Escrita. É fundamental que o aluno perceba a construção, relação e desenvolvimento do conhecimento entre as suas áreas, e por meio da História da Matemática para o Ensino de Matemática como auxiliadora, uma ferramenta didática esta possibilidade ficou evidenciada. Ressaltamos, portanto, que em ambas as respostas os alunos associam as áreas de conhecimento, ou seja, a interdisciplinaridade entre a Matemática e a História, essas disciplinas caminham juntas, pelo passado, presente e futuro, podendo ser visível através da exploração dos artefatos matemáticos mesopotâmicos, evidenciados pela escrita cuneiforme, estudada em grandes civilizações antigas, por exemplo, a Babilônia.

Perceber a humanização da Matemática nestas respostas é de suma importância. Compreender que não é apenas número, nem simplesmente um emaranhado de fórmulas sozinhas que dão sustentação ao conhecimento matemático, não se trata de apenas teoremas, mas sim de pessoas, homens e mulheres, povos, nações numa construção de conhecimento, no desenvolvimento da ciência, em especial, da Matemática, foi possível por meio das atividades baseadas na investigação históricas.

> Concebo a atividade investigatória de ensino como encaminhamento didático dado ao processo de geração de conhecimento matemático, que provoca a criatividade e o espírito desafiador do aluno para encontrar respostas às suas indagações cognitivas e construir suas ideias sobre o que pretende aprender (MENDES, 2009b, p. 7).

Pautados em nosso aporte teórico, foi que criamos e aplicamos nossas atividades. Desta forma, com a terceira questão, de enunciado: A História da Matemática dá 'sentido' à própria Matemática ensinada no Ensino Médio? Comente. Na figura 27, contamos com os argumentos, respectivamente, dos G2 e G3, e não apenas nesta questão, mas pelas anteriores também, até por que as perguntas são complementares, visto que usando a História da Matemática para o Ensino de Matemática como mediadora, podemos proporcionar este sentido na Matemática ensinada ou que estão estudando no ensino médio, principalmente quando se busca a origem do conhecimento matemático, ou seja, deste desenvolvimento científico.

FIGURA 27 - Respostas dos grupos à terceira pergunta da atividade II



A História da Matemática dar 'sentido' à própria matemática ensinada no ensino médio? Comente.

Sim, assim podemos, por exemplo, descobrir a origem dos cálculos matemáticos.

A História da Matemática dar 'sentido' à própria matemática ensinada no ensino médio? Comente.

Sim, os artefatos podem parecer pouco atrativos, porém se nós aprofundarmos e estudarmos, teremos um maior conhecimento e conseguiremos dar um "sentido" para a matemática.

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Nos atentamos para algumas palavras enunciadas nas respostas e apresentadas na Figura 27, estas são: Matemática, Origem, Artefatos e Sentido. Apesar de ser verdadeiro que os artefatos apresentam dificuldades para nós, quanto à exploração, devido algumas razões, por exemplo, a escrita, que é a cuneiforme, o sistema de numeração posicional, o sexagesimal, na estrutura ou condições que o artefato se encontra, acesso ao artefato, e na própria Matemática que se desenvolvia naquela época. Porém, ao estudá-los, profundamente, haverá maior sentido o que fazemos hoje, dando significado à Matemática ensinada nas escolas de Educação Básica do Ensino Médio.

Nossas percepções nesta segunda atividade, dizem respeito aos participantes da pesquisa que compreenderam quais conteúdos podemos explorar através do artefato, bem como relacioná-los, fazendo paralelo entre momentos históricos contidos na História da Matemática para seu Ensino e assim desencadeando a visão sobre o desenvolvimento da Matemática relacionado a sua origem com a escrita, povos, civilizações, evidenciando a Matemática mais humanizada, dando sentido a esta ciência estudada nesta etapa escolar.

Portando, o Quadro 6 aponta, como possibilidades didáticas os conteúdos matemáticos que emergem desta exploração realizada no artefato Plimpton 322, podendo estes serem trabalhados sistematicamente para o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática, são:

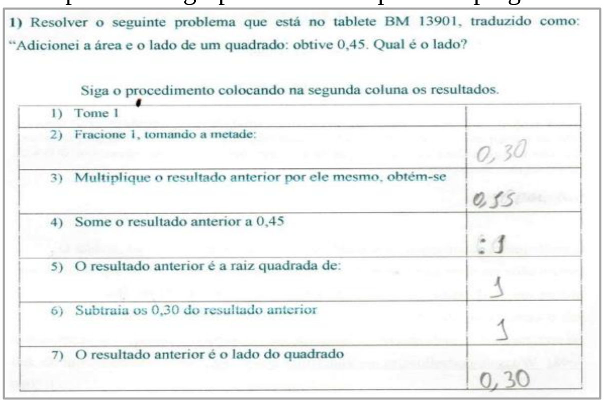
QUADRO 6 - Conteúdos como possibilidade didática – Plimpton 322.

Possibilidades Didáticas	**Tópicos Explorados**
Conteúdos Matemáticos que emergem	Ternas pitagóricas, teorema de Pitágoras, a recíproca do teorema de Pitágoras, paridade e números primos. (Trigonometria)
Interdisciplinaridade	História: As grandes civilizações - Mesopotâmia e Grécia
Paralelo dentro da História da Matemática	Matemática Mesopotâmica – os artefatos e a Matemática Grega – Pitágoras e a escola pitagórica

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Passemos agora a apresentar e analisar os dados referentes à Atividade III, nesta, exploramos o artefato BM 13901, em especial os problemas relacionados com equações do segundo grau. Expomos o método, como os mesopotâmicos resolviam tais problemas, relacionando como a fórmula atual. Na Figura 28, temos as respostas dos grupos G2 e o G3, respectivamente. Os grupos G1 e G4 não conseguiram desenvolver a primeira questão, que tem o seguinte enunciado: adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado? Percebe-se que o grupo G2, comete um equívoco no passo 6, não subtraindo 0,30 de 1. Já a resolução proposta pelo grupo G3, está correta, seguindo cada passo, executando o procedimento correto, demonstrando compreensão no uso do sistema sexagesimal. Portanto, pela inferência, Bardin (2016), 50% dos grupos expressaram compreensão no método mesopotâmico, conhecido como receita, conforme Katz (2009), ou algoritmo segundo Ramos (2016) para a resolução de problema com equação quadrática.

FIGURA 28 - Respostas dos grupos G2 e G3 à primeira pergunta da atividade III



1) Resolver o seguinte problema que está no tablete BM 13901, traduzido como: "Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado?

Siga o procedimento colocando na segunda coluna os resultados.

1) Tome 1	
2) Fracione 1, tomando a metade:	0,30
3) Multiplique o resultado anterior por ele mesmo, obtém-se	0,15
4) Some o resultado anterior a 0,45	:1
5) O resultado anterior é a raiz quadrada de:	1
6) Subtraia os 0,30 do resultado anterior	1
7) O resultado anterior é o lado do quadrado	0,30

1) Resolver o seguinte problema que está no tablete BM 13901, traduzido como: "Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado?

Siga o procedimento colocando na segunda coluna os resultados.

1) Tome 1	60
2) Fracione 1, tomando a metade:	$\frac{1}{2}$ de $1 = 0,30$
3) Multiplique o resultado anterior por ele mesmo, obtém-se	$0,30 \cdot 0,30$ $0,15$
4) Some o resultado anterior a 0,45	$0,15$ $+0,45 \to 1$
5) O resultado anterior é a raiz quadrada de:	1
6) Subtraia os 0,30 do resultado anterior	$1-0,30$ $0,30$
7) O resultado anterior é o lado do quadrado	0,30.

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Indagados na segunda questão se conseguiram relacionar ou percebiam alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau, pela fórmula atual, os grupos propuseram argumentos, que podemos observar na Figura 29, respectivamente, os dos G2, G3 e G4. Portanto, dos quatro grupos que apresentaram suas respostas, está claro que os alunos conseguiram perceber uma relação, uma semelhança entre os métodos de resolução para os problemas de equação do segundo grau.

FIGURA 29 - Resposta dos grupos G2, G3 e G4 à segunda pergunta da atividade III

2) Consegue perceber alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau atual? Comente.

Semelhanças não se parecem porque um usaria um metodo e o outro usaria outro

2) Consegue perceber alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau atual? Comente.

Sim, A expressão é a mesma, porém utilizava um forma de receita e atualmente um formula.

2) Consegue perceber alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau atual? Comente.

a semelhança é a forma que é aplicada o cálculo na forma de equação do tipo fracionário e elevado ao quadrado.

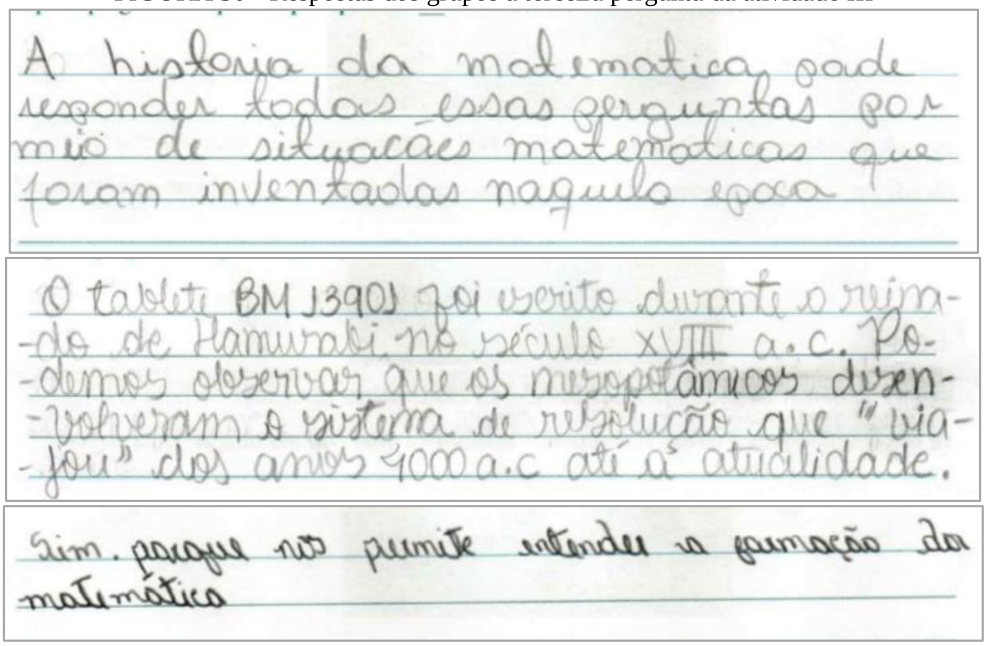
FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Segundo Chaquiam (2017) e pela exploração do artefato matemático BM 13901, os mesopotâmicos trabalhavam com problemas, que envolvem a solução de equações de grau dois, fazendo uso das transformações algébricas com os seguintes tipos de equações: $x^2 + bx = c$, $x^2 = bx + c$ e $x^2 + c = bx$ ou ao equivalente $x^2 - bx = c$, que pode ser resolvido pela expressão x = $\sqrt{(b/2)^2 + c} + b/2$. Assim, desta mesma forma, corrobora Gonçalves (2011), afirmando:

> A maior mestria dos escribas babilônicos na resolução de equações revela-se nas equações quadráticas. Podemos dizer que os escribas da Antiga Babilônia resolviam qualquer equação do segundo grau completa, por processos que correspondem à aplicação da nossa fórmula resolvente (GONÇALVES, 2011, p.16).

Motivados por indagações do pesquisador sobre o surgimento ou a construção de determinado método de resolução de equações do segundo grau, bem como pelo delineamento da Atividade III, propomos a terceira pergunta com o seguinte enunciado: Por meio da História da Matemática podemos associar um (algoritmo) método de resolução de equação do segundo grau por meio do tablete BM 13901. É intrigante, por exemplo, isto responde aquela perguntinha que sempre aparece “De onde isso vem? ” Comente.

FIGURA 30 - Respostas dos grupos à terceira pergunta da atividade III


A historia da matematica pode responder todas essas perguntas por meio de situações matematicas que foram inventadas naquela epoca

O tablete BM 13901 foi escrito durante o reinado de Hamurabi no século XVIII a.C. Podemos observar que os mesopotâmicos desenvolveram o sistema de resolução que "viajou" dos anos 4000 a.C até a atualidade.

Sim. porque nos permite entender a formação da matemática

FONTE: Elaborado a partir das respostas à atividade (2022)

Na Figura 30, temos as respostas dos grupos, G1, G3 e G4, respectivamente, destacando as palavras e expressões, História da Matemática, tablete BM 13901, formação da Matemática, mediante as respostas dos grupos e conforme Bardin (2016), inferimos que, pelas afirmações dos grupos, por meio da História da Matemática, poderemos chegar a algumas justificativas, por meio de situações matemáticas criadas na referida época dos mesopotâmicos.

Da exploração do tablete BM 13901, observamos o desenvolvimento de métodos de resoluções de equações do segundo grau alcançando os nossos dias, relacionando com o método atual, permitindo que o aluno da educação básica, em especial, do ensino médio, compreenda a formação da Matemática, dando maior sentido a esse componente curricular estudado nesta etapa de escolarização, uma vez que Segundo Mendes, “o conteúdo histórico deve ser o elemento provocador da investigação e gerador da Matemática, pois se constitui um fator esclarecedor dos porquês matemáticos tão questionados pelos estudantes em todos os níveis de ensino” (MENDES, 2009b, p.93).

Nessa mesma direção, segundo Oliveira (2009), percebemos a importância que estes artefatos possuem, para a sociedade e para a ciência em geral, pois são instrumentos criados para auxiliar na comunicação do desenvolvimento da linguagem, principalmente a escrita, dando um suporte histórico, cultural e científico, em especial, para a Matemática.

> Com esse aprimoramento, elabora meios mais eficazes para transmitir os conhecimentos até então apreendidos. Ao pensar sobre como interferir no meio em que vive, como registrar seus saberes e suas transações comerciais e como compreender os processos de organização da sociedade, o homem criou instrumentos e artefatos que nos permitiram contar sua história. Conferir sentido ao passado é buscar nesses instrumentos e artefatos aspectos que nos revelam, com o olhar de hoje, as contribuições das diversas civilizações na construção do conhecimento atual (OLIVEIRA, 2009, p.85).

Portanto, como possibilidades didáticas, os conteúdos matemáticos que emergem desta exploração realizada no artefato BM 13901, podendo estes serem trabalhados sistematicamente para o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática, estão sintetizados no Quadro 7.

QUADRO 7 – Conteúdos como possibilidade didática – BM 13901

Possibilidade Didática	**Tópicos Explorados**
Conteúdos matemáticos que emergem	Equação do primeiro e do segundo grau e sistema linear.
Paralelo entre momentos da História da Matemática	Método Babilônico (a receita) e atual, (a fórmula) para a resolução de equação de grau dois.

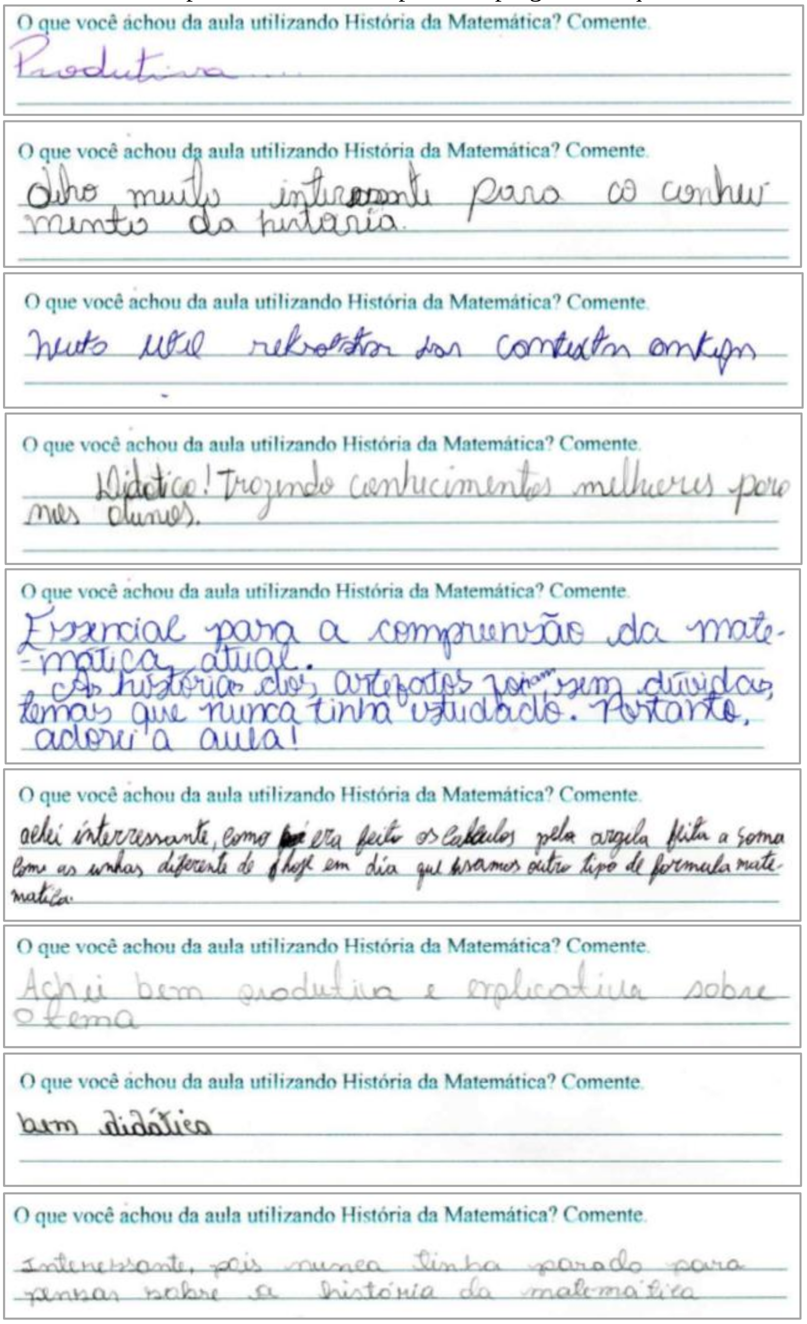
FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

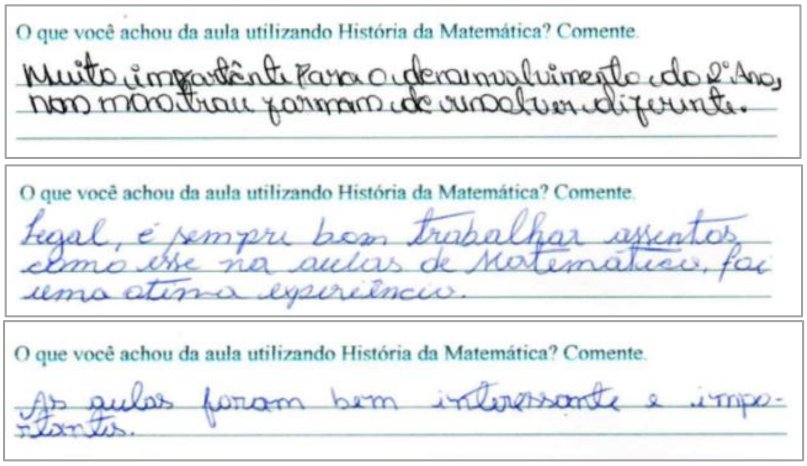
4.3 SOBRE O QUESTIONÁRIO FINAL

O questionário final, que se encontra no Apêndice 6 é o próximo instrumento analisado. As percepções dos alunos sobre o estudo realizado com cada artefato e a contribuição da História da Matemática envolvida em todo o conteúdo desenvolvido nesta pesquisa. Entendemos que este instrumento, propicia uma fala quanto aos resultados desejados deste estudo. Este por sua vez, está diretamente relacionado com os outros instrumentos de produção de dados, o questionário inicial, Apêndice 2, as Atividades I, II, III, respectivamente nos Apêndices 3, 4 e 5 e o momento de Interação Virtual, que está no Apêndice 7.

O texto referente à primeira pergunta, diz: o que você achou da(s) aula(s) utilizando a História da Matemática? Comente. Apresentamos as respostas na Figura 31, dos alunos A11, A7, A2', A8', A3' A4, A1', A14, A16, A6, A10 e A13, respectivamente. (Observação: o uso do apóstrofo na identificação do aluno, diz respeito a sua não presença no questionário inicial).

FIGURA 31 - Respostas dos alunos à primeira pergunta do questionário final




O que você achou da aula utilizando História da Matemática? Comente.

Muito importânte Para o desenvolvimento do 8º Ano, nos mostrou formas de resolver diferente.

O que você achou da aula utilizando História da Matemática? Comente.

legal, é sempre bom trabalhar assuntos como esse na aulas de Matemática, foi uma ótima experiência.

O que você achou da aula utilizando História da Matemática? Comente.

As aulas foram bem interessante e importantes.

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Interessante, importante, legal, didática, produtiva, essencial e útil, foram palavras chaves, destacadas das respostas dos alunos na Figura 31. Conforme Bardin (2016), o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática como auxílio, ou ferramenta, ou ainda como metodologia nas aulas de Matemática, quando planejada e executada com orientação aos alunos, norteadas por atividades investigatórias pode proporcionar esses sentimentos descritos na Figura 31 pelos alunos. Ressaltamos que a resolução desse questionário final se deu de forma individual.

O trabalho diferente em sala de aula é desenvolvido com o receio pelo professor de Matemática, questionando-se: que será, se vai servir, será se vai funcionar? Essas são inquietações normais, uma vez que nos permitimos sair do que é conhecido como tradicional. Percebemos que com o uso da História da Matemática o aluno desenvolve mais autonomia para criação de seu próprio conhecimento, além de ser mais aberto a criar e formular indagações. É comum, no entanto, que os alunos pensem que em Matemática, os problemas apresentados só se solucionem com a própria Matemática, carregada de fórmulas e regras já prontas e elaboradas para serem articuladas. Desconhecem, no entanto, as origens e informações que possibilitaram o surgimento de conceitos e conteúdos presentes em ementas curriculares da disciplina de Matemática.

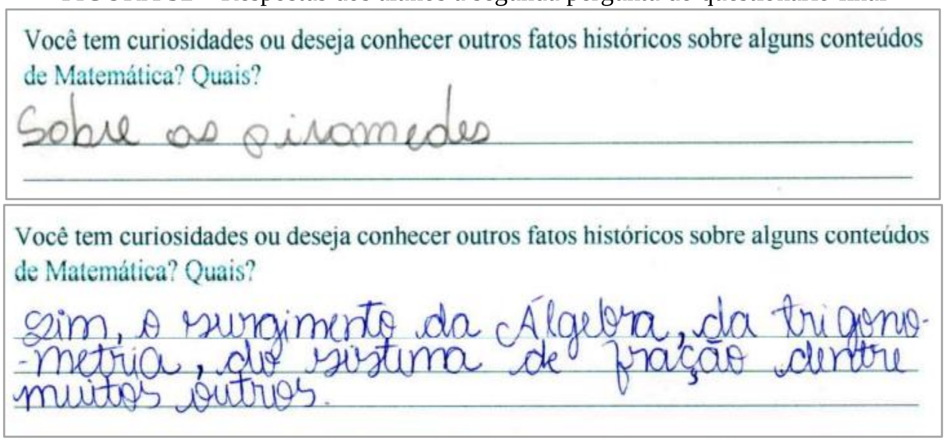
Consideramos que uma aula com novidades em conteúdos, ou seja, a elaboração de possibilidades que promovam a ressignificação de ideias, proporciona novas experiências aos alunos, que assim, visualizam a importância da Matemática no contexto atual, e que a aula não foi uma mera repetição costumeira, mas momentos interessantes com produtividade, motivação e didática, auxiliada pelos recursos físicos e digitais dando sentido à Matemática estudada na Educação Básica. Assim corroboramos o pensamento de Mendes (2009b) quando afirma que

> Pode-se considerar, que o uso da história como recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido ao longo do tempo. Com essa prática, considero ser possível imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula durante a ação docente (MENDES, 2009b, p.76).

O texto da segunda questão do questionário final, pergunta ao participante se ele tem curiosidade ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática, e quais seriam estes? Algumas respostas a esta questão estão presentes na Figura 32, referente aos alunos A4, A3’ e A7, respectivamente. Dos que responderam à questão, três (03) disseram apenas “sim”, afirmando ter curiosidade, desejando conhecer algum fato histórico ou conteúdo de Matemática por meio da História da Matemática. Um (01) aluno informou que tem curiosidade em saber, *“Como eles escreviam na argila.”*. Neste caso, ele refere-se aos artefatos mesopotâmicos com escrita cuneiforme. E fizemos questão de explicar como se dava este processo. Onze (11) alunos informaram que não, ou não sabia, ou não conheciam, ou seja, que não sentiam curiosidades.

Pautados nas respostas dos alunos, que pelo menos 38% dos participantes despertaram sua curiosidade em conhecer algum fato histórico, por exemplo a escrita cuneiforme, conteúdo, por exemplo, o conjunto dos números primos, ou área da Matemática, no caso o surgimento da Álgebra e ainda as grandes construções no Egito, as pirâmides. Desta forma, o Ensino de Matemática por meio da História da Matemática, com elemento norteador, atividade histórica, em nosso caso, com uso dos artefatos matemáticos mesopotâmico, tem potencialidade didática que desperta a curiosidade do aluno, podendo ser usado este fato para buscar, investigar, pesquisar sobre outros fatos históricos, possibilitando que o aluno seja proativo na construção do seu conhecimento.

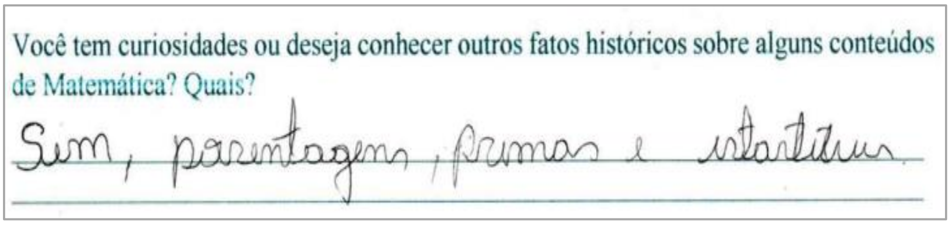
FIGURA 32 – Respostas dos alunos à segunda pergunta do questionário final


Você tem curiosidades ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática? Quais?

Sobre as piramedes

Você tem curiosidades ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática? Quais?

sim, o surgimento da Álgebra, da trigono-metria, do sistema de fração dentre muitos outros.


Você tem curiosidades ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática? Quais?

Sim, porcentagens, primos e estatísticas

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

Solicitamos os registros ou considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 para a terceira questão do questionário final. Na Figura 31 elencamos algumas respostas dos alunos, sendo estes A1', A10, A8', A4, A15, A13', A14, A2', A13, respectivamente.

Destacando algumas palavras chaves, ou expressões conforme as respostas dos alunos na Figura 33: slides, importância dos artefatos, cálculo na argila, planejamento, didático e produtividade, por Bardin (2016). Portanto, o uso dos instrumentos, por exemplo, o computador, *datashow* e dos *slides*, bem com os recursos virtuais proporcionam uma melhor compreensão na exploração dos artefatos, bem com a percepção que cada um deles possui sua história, seus conteúdos e que são relevantes para a compreensão da Matemática. Agrega conhecimento no que tange aos métodos usados neste contexto histórico, além de informações sobre a escrita cuneiforme e possibilitaram novidades nas aulas de Matemática, pois, alguns participantes não os conheciam, como foi relatado. Desta forma as aulas/exploração dos artefatos com as atividades com um bom planejamento didático propicia aprendizagem, pois as mesmas não foram atividades entediantes, mas sim, produtivas.

Desse modo, segundo Mendes (2009a, p. 95), "o professor deve explorar o processo histórico da construção dos tópicos matemáticos", da mesma forma Miguel e Miorim (2011) destacam a reflexão sobre a construção do conhecimento historicamente produzido. Mais ainda, Oliveira, defende "a utilização de artefatos, como fio condutor das atividades de ensino sobre o conceito de mediação" (OLIVEIRA, 2009, p.91).

Mas, é evidente que alguns participantes tiveram dificuldades, assim relataram.

"*Achei legal, não conhecia. Porém, um pouco difícil".*

"Muito bem explicado cada artefato".

"Gostei das aulas, mas não entendi muito bem".

"Foi difícil, mas nada impossível de aprender, acredito que uma boa pesquisa sobre o assusto, pode resolver".

FIGURA 33 - Respostas dos alunos à terceira pergunta do questionário final

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Ótimos explicações desenvolvido por Slide com mais facilidades em aprendizado.

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Todos são importantes para a resolução de problemas. Cada um com sua história possibilita o entendimento de expressões que antes não sabia o surgimento.

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

muito bacana como foi os calculos na argila, marcados com unhas

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Aprendi um pouco sobre como eram feitos os calculos nas antiguidades

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

uma aula muito produtiva, conheci coisas que eu nem imaginava que existia.

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

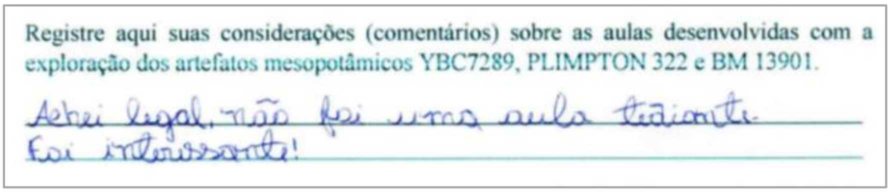
bem planejada, didática e interessante para conhecer a história inicial dos números e símbolos da matemática

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Foram aulas bastante interessantes, saber as formas que eram utilizadas para fazer cálculos.

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Foi muito produtiva, trouxe muitos conhecimentos da matemática e é sempre um prazer me aprofundar mais nas histórias da matemática.


Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

Achei legal, não foi uma aula tediante. Foi interessante!

FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

A quarta questão do questionário final, buscou o ponto de vista dos participantes sobre as atividades que foram desenvolvidas. Entendemos que as quatro perguntas abertas deste questionário estão diretamente interligadas, pois ao perguntarmos sobre curiosidades em outros fatos históricos ou conteúdo, ou ainda sobre as aulas usando a História da Matemática, ou sobre a exploração dos três artefatos, estamos tratando sobre as atividades que foram desenvolvidas. Na Figura 34, abaixo, temos alguns comentários, dos respectivos alunos, A16, A13', A8', A1', A7.

Selecionamos das respostas dos alunos, entendendo que as atividades proporcionam compreensão nos conteúdos bem como no desenvolvimento da Matemática, enriquecidas com atualização do conhecimento em História da Matemática, sendo estas bem executadas de formas atrativas e produtivas. Portanto, segundo Mendes (2009b), sobre o uso da atividade investigatória, deve ser sistematizado, organizado, orientado pelo professor, bem como evidenciando os objetivos e procedimentos presentes para cada atividade, considerando as condições ambientais estimuladoras e psicológicas dos envolvidos.

Porém tivemos fatores, como por exemplo, trabalhar com o sistema sexagesimal que deixaram as mesmas um pouco difícil, como relatam alguns participantes.

"Achei bem interessante, mas tive dificuldade";

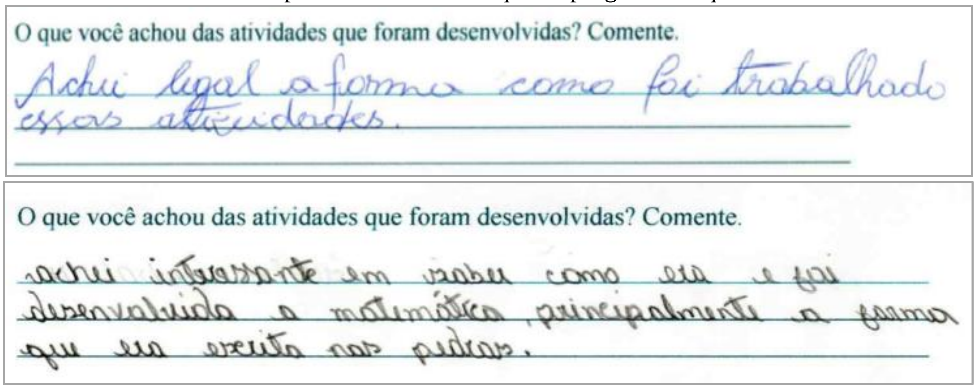
"Boa, mas tive dificuldade";

"Um pouco complicado";

"Achei ótimo";

"Um pouco difícil".

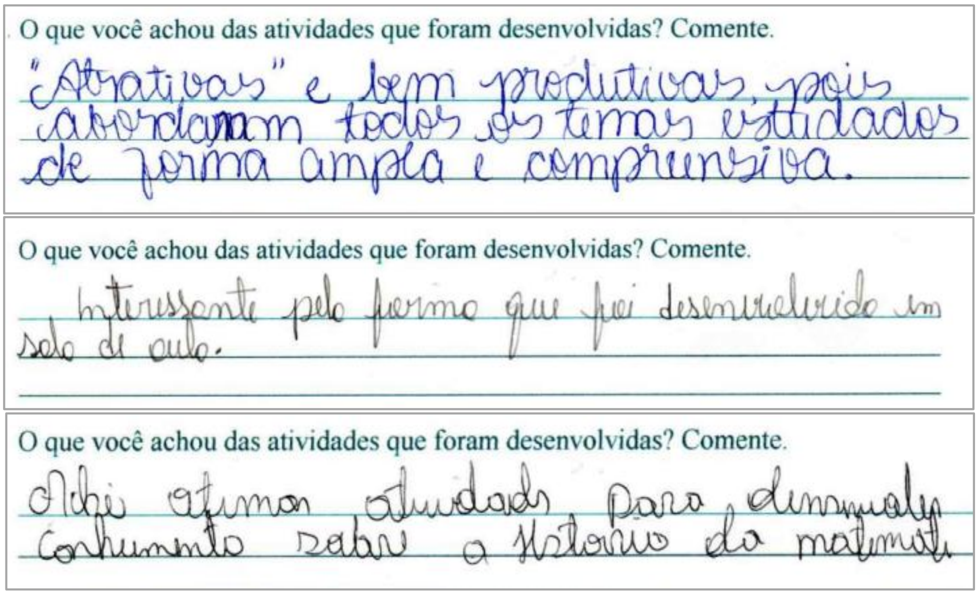
FIGURA 34 - Respostas dos alunos à quarta pergunta do questionário final


O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

Achei legal a forma como foi trabalhado essas atividades.

O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

achei interessante em saber como era e foi desenvolvida a matemática, principalmente a forma que era escrita nas pedras.


O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

"Atrativas" e bem produtivas, pois abordaram todos os temas estudados de forma ampla e compreensiva.

O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

Interessante pelo forma que foi desenvolvido em sala de aula.

O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

Achei ótimas atividades para desenvolver conhecimento sobre a História da matemáti

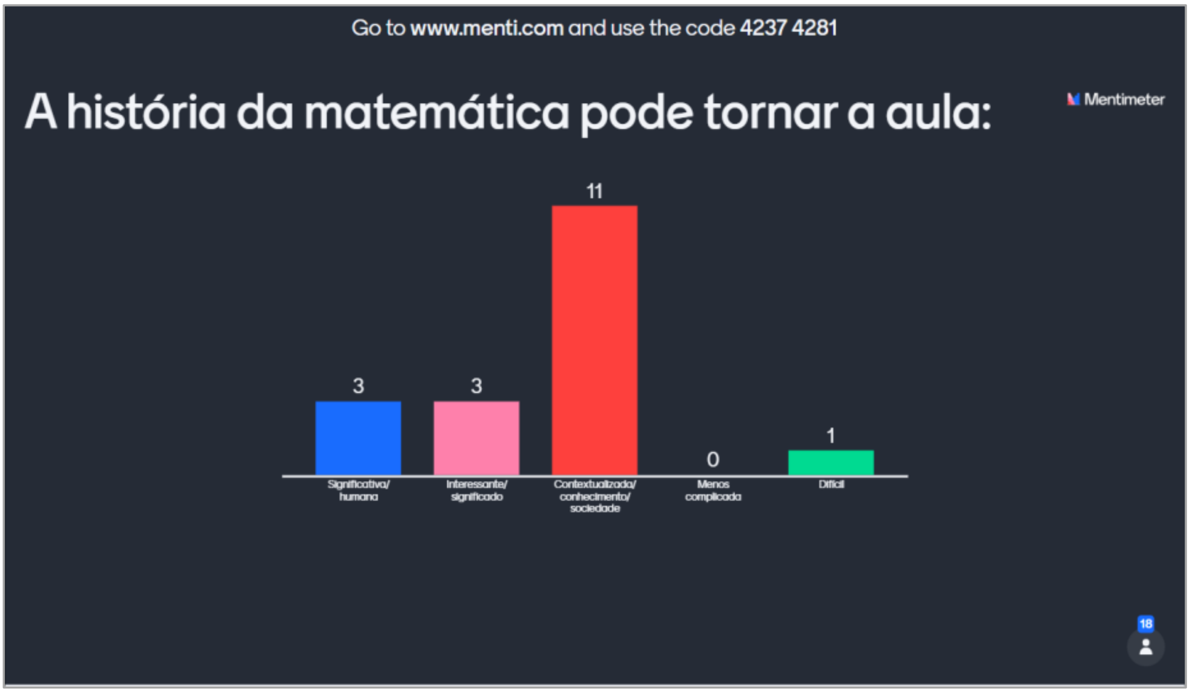
FONTE: Elaborado a partir das respostas do questionário (2022)

4.4 SOBRE A INTERAÇÃO VIRTUAL

Para concluirmos com os instrumentos de produção de dados, bem com a apresentação e análise dos resultados, usamos o momento de Interação Virtual, pela plataforma, *Mentimeter*, disponível em *https://www.mentimeter.com/app*, criamos as seguintes interações: Uma palavra sobre as aulas usando História da Matemática para o ensino de Matemática; a História da Matemática pode tornar a aula; com o artefato YBC7289 podemos estudar; com o artefato Plimpton 322 podemos estudar; e com o artefato BM13901.

Este momento de interação foi possível por meio do planejamento para as atividades baseadas em História da Matemática para o ensino, explorando os artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos, com recursos didáticos modernos e alternativas didáticas ativas para a aprendizagem, por exemplo, o momento virtual. Pudemos visualizar um retorno dos participantes no Gráfico 1, no qual, aproximadamente, 61% dos participantes, revelam que a aula é contextualizada, com conhecimento e útil para a sociedade. Mais ainda, aproximadamente, 33% ressaltam que a aula é interessante, significativa tornando a Matemática mais humana. Os demais gráficos podem ser encontrados no Apêndice 7, nos quais, por exemplo, revelam resultados que já foram percebidos nos Quadros 5, 6 e 7, tratando sobre possibilidades didáticas e tópicos explorados, destacando os conteúdos matemáticos que emergem da exploração dos artefatos em estudo.

GRÁFICO 1 - Aula com História da Matemática



FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Portanto, uma aula mediada pela História da Matemática para o ensino de Matemática, pela exploração de artefatos históricos Matemáticos Mesopotâmicos emergem possibilidades didáticas que revelam uma Matemática mais humana, significativa, contextualizada com conhecimento para a sociedade, provocando curiosidade e despertando interesse do aluno, como observa-se no Gráfico 1. Reiteramos que as possibilidades didáticas encontradas e elencadas no Quadro 8, não estão aqui esgotadas ou exauridas, pois outros pesquisadores podem explorá-los, ou outros artefatos matemáticos mesopotâmicos e extrair novas e diferentes possibilidades didáticas que são totalmente aplicáveis numa aula de Matemática.

Assim, concluímos com base nas respostas aos questionários inicial e final, registros escritos dos alunos acerca das três atividades e do momento de interação virtual sobre os artefatos mesopotâmicos YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901, que foi possível inferirmos 14 possibilidades didáticas para o ensino de Matemática mediado pela História da Matemática, que são apresentadas no Quadro 8.

QUADRO 8 - Possibilidades didáticas

Possibilidades didáticas que emergiram da exploração dos artefatos: YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901
Possibilita o uso de tecnologias eletrônicas e digitais, o uso de alternativas didáticas ativas como aplicativos, sites e plataforma de interação virtual
Incentivo à cultura da pesquisa e investigação
A ressignificação e reconstrução de aspectos conceituais de conteúdos matemáticos estudados na Educação Básica, bem com as contribuições de civilizações nos aspectos sociais, culturais e históricos sendo mediadas pela História da Matemática
Proporciona um melhor estudo que seja possível para a compreensão, utilidade e a aplicação da Matemática, tornando-a mais significativa para os estudantes

Contribui para a percepção na humanização da Matemática: não se trata apenas de números, expressões, teoremas e fórmulas, mas sim de pessoal, povos, civilizações. De uma construção humana
Trabalhar de forma interdisciplinar: História, Geografia, Arte, Informática, Filosofia e Sociologia
Possibilidade de perceber ou mapear o surgimento da Matemática ligada à história de uma civilização antiga, bem como a necessidade humana de quantificar. Desencadeamento da visão sobre o desenvolvimento da Matemática relacionando sua origem a escrita, povos e civilizações
Valorização do percurso histórico e o paralelismo entre, conteúdos, fatos, personagens, povos e civilizações presentes no estudo por meio da História da Matemática
Torna uma aula mais produtiva, didática, mais útil e interessante
Possibilita que aluno se engaje na autonomia para construção de seu próprio aprendizado, crie ânimo e motivação para o saber matemático
Desperta a curiosidade em conhecer fatos históricos relacionados a personagens, conteúdos, conceitos e área da Matemática
Concebe ao alunado a oportunidade de um processo questionador, a sala num ambiente investigador, numa aula desafiadora que proporciona ao aluno encontrar respostas as suas indagações cognitivas que possibilite a construção de suas ideias
Reconhecer outros métodos e outras espécies de representações numéricas
Identificar outros conteúdos matemáticos presentes na Educação Básica que emergem da exploração dos artefatos

FONTE: Elaborado pelo autor (2022)

Possibilidades didáticas identificadas a partir da exploração de artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos são entendidas como ideias ou sugestões práticas para a ação docente com potencial e úteis ao ensino de Matemática por meio da História da Matemática, partindo de informações, objetos, fatos, relatos, personagens, civilizações e artefatos que evidenciam e revelam uma magnitude da História da Matemática e desta sendo possível o uso didático-pedagógico em sala de aula após um planejamento do professor, conforme afirma Silva Neto, Sousa e Cunha (2022). Dessa forma, passemos às considerações finais desta dissertação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que esta dissertação que elaborou três atividades didáticas a partir de uma exploração sobre os artefatos mesopotâmicos, YBC 7289, Plimpton 322 e BM 13901 pode desencadear subsídios teóricos e metodológicos à prática de outros professores de Matemática, assim como outros pesquisadores no uso das atividades, pois, elencamos algumas possibilidades didáticas como resposta a nossa questão de pesquisa: quais possibilidades didáticas podem emergir através de explorações de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas para o ensino de Matemática em uma turma de Ensino de Médio?

Como resposta à indagação que movimenta este estudo as possibilidades didáticas identificadas a partir da exploração de artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos foram descritas como possibilidade de ressignificação da Matemática a partir da experiência com os alunos; reconhecimento e valorização do percurso histórico de civilizações; existência de uma perspectiva interdisciplinar; incentivo à cultura da pesquisa e investigação; percepção de novos métodos de resolução de problemas matemáticos, mudança de concepção da Matemática como pronta e acabada, mas sempre em construção; possibilidade de humanização da Matemática; esclarecimento de alguns porquês matemáticos, por exemplo, como surge e por que usamos a fórmula de resolução de equação do segundo grau. Com uso da História da Matemática percebemos também a motivação dos alunos; novas experiências; aula produtiva e atrativa; o uso das tecnologias eletrônicas e digitais, outros artefatos e novas pesquisas.

Também consideramos que nossos objetivos de pesquisa, o geral e os específicos que são: investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de matemática; compreender a Matemática desenvolvida no período 1900 a. C a 1500 a. C. na Antiga Mesopotâmica; identificar artefatos mesopotâmicos que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Médio; analisar possibilidades didáticas sobre o uso de artefatos mesopotâmicos através da validação de uma proposta didática que se utilize da História da Matemática, foram atingidos por meio da exploração didática acerca desses artefatos históricos matemáticos mesopotâmicos e que receberam um tratamento didático por meio da investigação histórica no ensino de Matemática.

A metodologia desta pesquisa teve uma abordagem qualitativa, envolvendo contextos e significados presentes em fenômenos reais, nesse caso, de uma sala de aula, que ainda sabemos que os alunos esperam sempre em aulas de Matemática, apenas Matemática. Também foi caracterizada como estudo de campo, pois focalizou uma comunidade, neste caso, um grupo de alunos do Ensino Médio. Quanto ao seu objetivo, a pesquisa teve um caráter exploratório, proporcionando maior aproximação com o problema e o trabalho aqui descrito, trata-se de uma pesquisa bibliográfica, que é desenvolvida em material já elaborado, neste caso, em produções acerca do uso de artefatos históricos matemáticos de civilizações antigas para o ensino de Matemática.

O presente trabalho limitou-se quanto à exploração do sistema sexagesimal, focando nas operações e manipulações que seriam necessárias, visto que levaríamos um planejamento com maior tempo de execução para trabalharmos todo o sistema posicional mesopotâmico. Da mesma forma, quanto aos artefatos, por exemplo, não exploramos nem a irracionalidade de $\sqrt{2}$, no YBC 7289, nem a possibilidade trigonométrica presente na tábua Plimpton 322. Usamos apenas alguns problemas dos 21 que estão legíveis traduzidos do BM 13901.

Um número significativo de produções acadêmicas está direcionado ao ensino de Matemática e dentre estes, aqueles voltados para a investigação histórica com o uso da História para o ensino de Matemática. E neste mesmo teor, este trabalho corrobora somando a este número para que mais professores-pesquisadores possam conhecer uma alternativa metodológica motivadora e romper com sua rotina ‘tradicional’ na prática docente e transformá-la, visto que é possível utilizar pedagogicamente a História da Matemática no dia a dia em sala de aula.

O presente texto apresentou contribuições com a elaboração de proposta de atividades investigativas, utilizando a História da Matemática como recurso didático e auxiliadora no processo pedagógico, cumprindo com uma de suas finalidades, promovendo um ensino de Matemática que buscou a ressignificação do conhecimento desenvolvido. Tal postura prática, nos momentos de intervenção da pesquisa, foi possível imprimir motivação, produção e despertar a curiosidade e criatividade tanto dos participantes (alunos) quanto do próprio pesquisador, que terá sua prática docente reformulada quanto ao ensino de Matemática.

Dessa forma, pensamos que este estudo pode contribuir e fomentar novas discussões na área da História da Matemática para o ensino, mais especificamente no uso de artefatos mesopotâmicos em atividades didáticas no ensino de conteúdos matemáticos, visto que os Quadros 5, 6 e 7 apresentam os conteúdos que emergem da exploração dos artefatos, a saber: sistema numérico posicional sexagesimal, relacionado com o sistema numérico posicional decimal, radiciação, raiz quadrada, reconhecimento de figuras planas, o triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras e a equação do segundo grau. Estes conteúdos, por sua vez, podem ser explorados nos anos finais do Ensino Fundamental, assim como no Ensino Médio e estão presentes em livros didáticos nessas etapas da Educação Básica. Desta forma, é viável a utilização da metodologia investigação histórica no ensino mediada por atividades didáticas de cunho histórico com a exploração dos artefatos matemáticos mesopotâmicos.

Sinalizamos a necessidade de que novas pesquisas quanto às possibilidades de presença do conceito trigonométrico na tábua Plimpton 322 devem ser desenvolvidas. Dessa forma, recomendamos que outros professores e pesquisadores, possam utilizar os artefatos matemáticos mesopotâmicos, aqui explorados, bem como outros, dentre os vários existentes e diferentes expostos em diversos locais. Mas, que sobretudo os professores sejam conscientes de que pesquisas como estas e que a inserção de artefatos históricos no ensino de Matemática demanda movimento, mudança de postura profissional, estudos e pesquisas para criação de atividades propostas em salas de aula.

REFERÊNCIAS

A BÍBLIA. **Hino de louvor a Deus**. São Paulo: Casa Publicadora Paulista, 2021. 768 p. (NVI) Velho Testamento e Novo Testamento.

ALMEIDA, Manoel de Campos. **O nascimento da matemática:** a neurofisiologia e a pré-história da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

ALVES, Ricardo José Chamon. **Novas perspectivas para o uso da História da Matemática**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

ANGELO, Cristiane Borges; NASCIMENTO, Maria de Fátima Gomes do. Artefatos históricos no ensino de matemática: um estudo a partir do Anais do Seminário Nacional de História da Matemática (2011-2017). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 6, n. 16, p. 59-74, 2019.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2016.

BERLINGHOFF, William P, GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos Tempos:** Um guia fácil e prático para professores e entusiastas. Trad. GOMIDE, Elza F e CASTRO, Helena. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BISSI, Tiago. As Potencialidades pedagógicas da História da Matemática – uma abordagem com alunos da 8ª série. **Revista História da Matemática para Professores – RHMP**, Natal, v.1, n. 1, 2014.

BOGDAN, Robert C; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto Editora, 1994.

BOYER, Benjamin. Carl; MERZBACH, Uta. C. **História da matemática**. Tradução: Helena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base.** Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEMTEC, 2006.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. ROQUE, Tatiana. **Tópicos de história da matemática**. SBM, Rio de Janeiro, 2013. (Coleção PROFMAT).

CASSELMAN, Bill. personal.math.ubc.ca. **Yale Babilonian Collection**. Disponível em: < https://personal.math.ubc.ca/~cass/euclid/ybc/analysis.html>. Acesso em: 09 set 2022.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaios temáticos:** História da Matemática em sala de aula. Belém: SBEM, 2017.

D’AMBROSIO, Ubiratan. A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Natal (RN): EDUFRN, 2013.

DAGOBERT1620. pt.depositphotos.com. **Depositphotos,** 2015. Disponível em: <https://pt.depositphotos.com/66868421/stock-photo-mesopotamia.html>. Acesso em: 05 dez 2022.

EVES, Howard, **Introdução à História da Matemática**. Trad. de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, Editora da Unicamp. 2004.

FUNARI, Pedro Paulo Abreu. **Arqueologia.** São Paulo: Editora Ática, 1988.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projeto de pesquisa.** São Paulo: Editora Atlas, 4. ed. 2002.

GONÇALVES, Ida Maria Faria de Lira. **Os problemas da matemática**: o seu papel na matemática e nas aulas de matemática. 2011. 491 f. Tese (Doutorado em Matemática), Universidade da Madeira, Funchal, 2011.

GRAHAM, Chelsea Alene. A diagonal de um tablet quadrado. sketchfab.com. Disponívem em: https://sketchfab.com/3d-models/the-diagonal-of-a-square-tablet-605c9d9573d14b52b8880e14c826e133. Acesso em: 09 set 2022.

KATZ, Victor. **A History of Mathematics**: an introdution. 3. ed. Columbia: Pearson Education, 2009.

KIRB, Laurence. 1 Vídeo (32:48 min). Plimpton 322. **Publicado pelo canal SuperCpscps**, 2013. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=guc1QFPtWNY>. Acesso em: 10 set 2022.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino**: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores).

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino de matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009b.

MENDES, Iran Abreu**. Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009a.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de matemática:** fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMAT, 2016.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática:** propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Tendências em Educação Matemática).

NASCIMENTO, Maria De Fatima Gomes do; ANGELO, Cristiane Borges. Artefatos históricos no ensino de matemática: uma proposta de pesquisa e intervenção. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 5. 2018. Recife. **Anais...**. Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em:<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/46404>. Acesso em: 17 nov 2022.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de **Ensino de Matemática; História da Matemática e Artefatos:** Possibilidades de Interligar Saberes em Cursos de Formação da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado. UFRN: Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. Artefatos Históricos: construindo saberes na formação docente. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 - 8. Disponível em: http://www.sbemrevista.com.br/files/XIENEM/pdf/1347_1516_ID.pdf. Acesso em: 23 dez 2022.

PEREIRA, Arminda Manuela Queimado. **Equações algébricas: alguns episódios históricos**. 2017. 93 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Faculdade de Ciências Matemática, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2017.

PEREIRA, **Daniele Esteves.** É possível utilizar fontes históricas nas aulas de matemática da educação básica? **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 4, n. 11, p. 93–104, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v4i11.42. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/42. Acesso em: 24 out. 2022.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático:** interações e potencialidades. São Paulo: Papirus, 2006.

RAMOS, Felipe dos Santos. **Problemas do segundo grau na Babilônia**. 2018. 59f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de janeiro, 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, Fumikazu. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da. **Criatividade didática em dissertações e teses sobre História para o Ensino de Matemática** (1990-2018). 2021. 169f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Cientifica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2021.

SILVA NETO, Benjamim Cardoso da; SOUSA, Celma Damas de; CUNHA, Well Max Maia da. A exploração do Tablete Babilônico Ybc 7289 de 1800 a. C para o ensino de Matemática: possibilidades didáticas com o uso da História da Matemática. **Revista Interdisciplinar Animus**, v. 3, n. 1, p. 1-17, 2022. Disponível em: https://animus.plc.ifmt.edu.br/index.php/v1/article/view/70. Acesso em: 15 Jan 2023.

SILVA, Viviane Sousa da; NASCIMENTO, Débora Janini da Rocha; NASCIMENTO, Maria de Fátima Gomes do; SILVA, Kacieli de Lima; ANGELO, Cristiane Borges; MEDEIROS, Jânio Elpídio de. Artefatos históricos e educação de jovens e adultos: relato de uma experiência de formação continuada de professores de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. São Paulo **Anais**...São Paulo: SBEM, 2016. p.1 - 9-. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6663_3699_ID.pdf. Acesso em: 23 dez 2022.

SILVA, Viviane Sousa; ANGELO, Cristiane Borges. O Uso de artefatos históricos na educação de jovens e adultos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 6, n. 16, p. 75-90, 2019. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/issue/view/97. Acesso em: 05 out 2022

THE BRITISH MUSEUM. Figulla H H 1961, **I Catalogue of the Babylonian Tablets in the British Museum**. Disponível em < https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1896-0402-1>. Acesso em: 10 set 2022.

TRIVIZOLI, Lucieli Maria. Um panorama para a investigação em história da matemática: surgimento, institucionalização, pesquisas e métodos. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v.5, n. 8, p. 189–212, 2016. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6019/4042. Acesso em: 01 out 2022.

WILLE, Jackson Luis. **Possibilidades de uso da matemática da Mesopotâmia no ensino básico.** 2016. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2016.

WILLE, Jackson Luís; NOVAES, Barbara Winiarski Diesel. A mensuração de áreas na antiga Mesopotâmia: uma unidade básica problematizadora (UBP**).** In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14. Curitiba. **Anais ...** Curitiba: SBEM-PR, 2017. p. 1 – 14. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/113/203. Acesso em: 03 nov 2022.

APÊNDICE A –TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Prof Evanildo Borges da Silva.

Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática.

Prezado (a)!

Este termo de consentimento se direciona aos senhores pais ou senhores responsáveis pelo(a) aluno(a) ____ no sentido de consentir a participação do(a) aluno(a) na pesquisa intitulada Uma Exploração Sobre Artefatos Mesopotâmicos e Suas Possibilidades Didáticas Para o Ensino de Matemática desenvolvida no Programa De Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI) – Campus Floriano. A pesquisa é desenvolvida pelo mestrando Evanildo Borges da Silva tendo por orientador o Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto e coorientador o Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto para fins de desenvolvimento de dissertação de mestrado.

A pesquisa ocorrerá na Escola Normal Osvaldo da Costa e Silva, unidade escolar estadual localizada na Praça Sobral Neto, s/n, centro, Floriano – PI, com os(as) alunos(as) de uma turma do segundo ano do ensino médio. Ressaltamos que, todos os custos envolvidos na pesquisa serão arcados pelo pesquisador. Os nomes dos pais e dos(as) alunos(as), assim como identificações pessoais e/ou profissionais não serão utilizadas ou identificadas nos textos iniciais e nem finais da pesquisa. Serão coletadas imagens dos(as) alunos(as) (as imagens que proporcionarem identificação serão borradas), registros escritos dos(as) alunos(as), anotações, respostas de questionários, áudios de gravações, não permitindo reconhecimento dos sujeitos envolvidos. A pesquisa é livre de quaisquer compensações financeiras e não gerará algum ganho ou gasto para os envolvidos.

É assegurado o direito de se manter informado(a) sobre os resultados parciais e finais, os quais poderão ser publicados em eventos ou periódicos científicos, mantendo-se o anonimato dos(as) participantes. Assegura-se também a liberdade de retirada do consentimento e do assentimento em qualquer etapa da pesquisa, sem prejuízo à continuidade do atendimento pela instituição em que a pesquisa ocorre e que o(a) aluno(a) estuda. Para tanto, poderá solicitar a retirada da participação de seu (sua) pessoa menor de idade, entrando em contato com a equipe de pesquisa através dos dados informados abaixo.

Você aceita a participação de ____nesta pesquisa?

SIM (   )   NÃO (   )

Dados da pesquisa

Título: Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de matemática.

Objetivo: Investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de matemática.

Duração de participação dos alunos sujeito da pesquisa: 5 aulas de 50 minutos nas quais serão divididos em cinco encontros: No primeiro encontro, apresentaremos o projeto e levar-se-á em conta, toda informação ou conhecimento prévio que a turma possui sobre a temática da pesquisa, aplicando um questionário de sondagem. No segundo encontro e nos demais seguintes focaremos na História da Matemática para o Ensino de Matemática, apresentando o YBC 7289. No terceiro encontro, nosso objeto de estudo será o artefato histórico matemático, Plimpton 322. No quarto, usaremos o artefato BM 13901. O quinto encontro nós socializaremos refletindo sobre a História da Matemática, os contextos sociais, culturais, históricos e os aspectos matemáticos como construção humana e, por fim, aplicação de questionário que contem questões abertas sobre as atividades desenvolvidas.

Equipe de pesquisa:

Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto (IFMA) – Orientador

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto - Coorientador

Prof. Mestrando: Evanildo Borges da Silva – (IFPI)

Declarações

Eu ____ declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido desta pesquisa para participação de ____ na pesquisa.

____

Assinatura do Responsável

Eu ____ tendo a participação consentida por responsável, declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assino o presente documento sobre minha participação nesta pesquisa.

____

Assinatura do aluno participante

Eu, Evanildo Borges da Silva, declaro que todas as informações acerca da pesquisa poderão ser repassadas aos responsáveis e aos alunos envolvidos no desenvolvimento da pesquisa.

____

Assinatura do responsável pela pesquisa

Evanildo Borges da Silva, e-mail: profevanildo.borges@gmail.com e caflo.2021114pmat10@aluno.ifpi.edu.br, Rua David Caldas, 650, Bairro Sambaíba Velha, Floriano – PI, CEP 64.803-205.

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí, Rua Francisco Urquiza Machado, 462, Bairro Meladão, Floriano/PI, CEP 64.800-000.

Floriano, Piauí em 05 de setembro de 2022.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL

QUESTIONÁRIO INICIAL
SONDAGEM DE CONHECIMENTO PRÉVIO
Prof Evanildo Borges da Silva.
Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática.

Identificação:
Nome: ____
Idade:___________________________________Sexo_____________________________

Já estudou Matemática utilizando a História da Matemática? Que conteúdos estudou? Comente um pouco.
____
____
____
______

Para você, como surgiu a Matemática?
____
____
____
______

Conte-nos o que você sabe sobre a Mesopotâmia ou Babilônia.
____
____
____
______

Em algumas ciências existem muitos objetos antigos (artefatos) que podem oferecer-nos informações ou conhecimento, e através destes objetos conseguimos "contar" belas histórias. Como é possível "contar" a História da Matemática? Conhece algum objeto antigo ou documento antigo que possibilite conhecer a História da Matemática? Comente.
____
____
____

Atualmente utilizamos o sistema de numeração decimal, já ouviu falar de outro sistema de numeração? Qual (is)?
____
____
____
______

E o sistema sexagesimal, conhece? Como será que ele é!!?!?
____
____
____
______

É possível perceber a Matemática como um conhecimento que contribuiu para o desenvolvimento de nossa sociedade? Como poderia nos explicar?
____
____
____
______

Agradecemos sua resposta.

APÊNDICE C - ATIVIDADE I

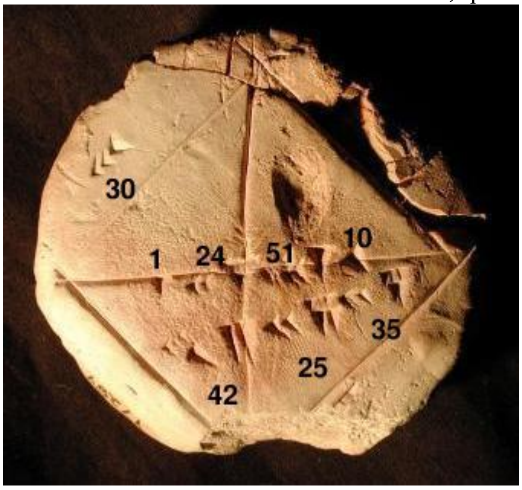
Texto Auxiliar

Título: A aproximação da $\sqrt{2}$ pelos Mesopotâmicos – Tablete YBC 7289

Os povos da Mesopotâmia possuíam informações e conhecimento matemático já avançado para o período já mencionado e isto está bem verificado pelas descobertas e estudos realizados através das tábuas matemáticas mesopotâmicas. O artefato histórico, YBC 7289, tem uma forma arredondada, medindo 8 a 12 cm de lado retratando uma atividade escolar.

Este tablete nomeado pela YBC 7289 que tem por significado Yale Babilonian Colletion, localizado na Universidade de Yale nos Estados Unidos, com inscrição 7289, adquirida por meio da doação por J P Morgan, no ano 1909, comprador e colecionador de tabletes babilônicas. A tábua YBC 7289, apresenta um exercício escolar, em que um quadrado de lado 30, no sistema numérico sexagesimal, que isto é ½ no sistema decimal, com uma boa aproximação para a $\sqrt{2}$.

Escrevendo os números na imagem do YBC 7289, na figura abaixo, para melhor entendimento, portanto em diagonal temos a inscrição 1 24 51 10 = 1 + 24/60 + 51/3600 + 10/216000, que é 1,41421296.



Notemos que 1,41421356 é uma ótima aproximação com nove casas decimais para a $\sqrt{2}$. Observe que no canto superior esquerdo temos o 30, que possivelmente, representa a medida arbitrária ao lado do quadrado. Portanto a medida da diagonal, nesta suposição, é $30\sqrt{2}$.

Questões

(01). Descreva e represente como você encontraria uma aproximação da $\sqrt{2}$ no sistema decimal.

(02). E se o quadrado tivesse lado igual a 2 (no sistema decimal)? Qual seria sua diagonal?

(03). O contexto histórico nos possibilitou para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos estudados? Comente.

(04). Encontre o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado em aula. Compare com a aproximação usando a calculara.

APÊNDICE D - ATIVIDADE II

Texto Auxiliar I

Título: Tábua Plimpton 322, um artefato mesopotâmico pitagórico

"A matemática é a rainha das ciências e a teoria dos números é a rainha da matemática"

Gauss

A tábua com maior destaque talvez seja a Plimpton 322, tudo indica ser parte de uma tábua ainda maior, pertence a Collection da Columbia University, com inscrição de número 322, está datada do período da Antiga Babilônia, aproximadamente 1900 a 1600 a.C. A imagem abaixo representa a Plimpton 322 com escrita cuneiforme.

Dentro desta área, a Teoria dos Números, em especial a Aritmética estudamos algo que já estava presente nos estudos dos Babilônios, os ternos pitagóricos. A parametrização demonstrada algebricamente dos ternos pitagóricos foi realizada pelos gregos muito tempo depois desta tábua.

A Plimpton 322 possui quatro colunas, destas, três podemos assumir estarem completas de representação numérica, porém, a quarta um pouco incompleta. Os povos da Mesopotâmia possuíam informações e conhecimento matemático já avançado para o período mencionado e isto está bem verificado pelas descobertas e estudos realizados através das tábuas matemáticas mesopotâmicas.

Texto Auxiliar II

Pitágoras de Samos

"Leon, Príncipe de Pilos, perguntou a Pitágoras como ele descreveria a si mesmo. Ele respondeu: Eu sou um filósofo"

Nossa principal fonte de informações a respeito dos primeiros passos da matemática grega é o chamado Sumário Eudemiano de Proclo. Um dos grandes matemáticos ilustres a ser mencionado no Sumário Eudemiano é Pitágoras, envolto numa névoa tal de misticismo por seus seguidores. Ao que parece Pitágoras nasceu por volta de 572 a. C na ilha de Samos. Residiu por algum tempo no Egito e pode mesmo ter-se realizado a viagens mais extensas. Ao retornar a Samos, decidiu então emigrar para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália. Lá ele fundou a famosa escola pitagórica, que além de ser um centro de estudos de filosofia, matemática e ciências naturais, era também uma irmandade estritamente unida por ritos secretos e cerimônias.

A tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta independente do teorema sobre triângulos retângulos hoje universalmente conhecido pelo seu nome – que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos. Um terno de números dessa espécie recebe a designação de terno pitagórico e, a análise da tábula Plimpton 322 oferece evidencias razoavelmente convincentes de que os babilônios antigos sabiam como calcular esses ternos.

Questões Abertas

(01). Para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer as técnicas apresentadas em aula. Qual o procedimento você usaria? Como você consegue gerar outros ternos a partir deste?

(02). Você conseguiu perceber alguma conexão entre as partes da própria matemática e entre outras áreas do conhecimento? Foi possível realizar estas conexões por meio da História da Matemática? Comente.

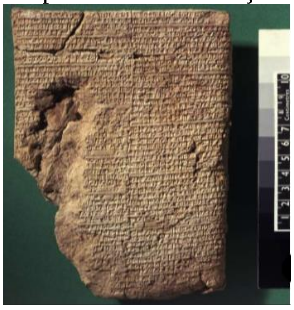
(03). A História da Matemática dá 'sentido' à própria matemática ensinada no ensino médio? Comente.

APÊNDICE E - ATIVIDADE III

Texto Auxiliar I

Título: Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia - Tablete BM 13901

O tablete BM 13901 (imagem abaixo), é um dos artefatos históricos matemáticos mais antigos que se tem conhecimento, apresenta 21 problemas com texto integralmente, e outros 03 estão localizados em partes danificadas do artefato, pode ter sido escrito durante o reinado de Hamurabi no século XVIII a. C. O artefato revela como os mesopotâmicos tratavam os problemas e resoluções de equações de 2º grau com três termos.



Este artefato foi encontrado por volta de 1930 e hoje se localiza no Museu Britânico de Londres por isso a sigla BM, a numeração 13901 indica a localização no acervo. Como exemplo de problemas deste artefato, apresentamos de forma traduzida o problema de número 03: “Subtraí o terço da área e depois somei o terço do lado do quadrado à área restante: 0,20”.

Solução: Procedimentos

1 – Tome 1.
2 – Subtraia o terço de 1, ou seja, 0,20, obtemos 0,40.
3 – Multiplique 0,40 por 0,20 obtemos 0,13;20
4 – Encontre a metade de 0,20 que é (:0, 10)
5 – Multiplique 0,10 por 0,10 que é (:0,10;40)
6 – Adicione 0,10;40 a 0,13;20 que é (:0,15)
7 – 0,30 é a raiz quadrada.
8 – Subtraia 0,10 de 0,30 que é (0,20)
9 – Tome o recíproco de 0,40 que é (1,30)
10 – Multiplique 1,30 por 0,20 que é (:0,30)
11 – 0,30 é o lado do quadrado.

Atualmente este problema pode ser resolvido por uma equação do segundo grau. O modo de enunciar o procedimento babilônico para o caso geral de uma equação de tipo $ax^2 + bx = c$.

Questões Abertas

(01). Resolver o seguinte problema que está no tablete BM 13901, traduzido como: “Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado?

1) Tome 1: ___________
2) Fracione 1, tomando a metade: __________________
3) Multiplique o resultado anterior por ele mesmo, obtém-se: _____________
4) Some o resultado anterior a 0,45: _______________
5) O resultado anterior é a raiz quadrada de: ___________
6) Subtraia os 0,30 do resultado anterior: ______________
7) O resultado anterior é o lado do quadrado: ____________

(02). Consegue perceber alguma semelhança entre o método descrito no artefato mesopotâmico e a resolução de equações de segundo grau atual? Comente.

(03). Por meio da história da matemática podemos associar um (algoritmo) método de resolução de equação do segundo grau por meio do tablete BM 13901. É intrigante, por exemplo, isto responde aquela perguntinha que sempre aparece “De onde isso vem? ” Comente:

APÊNDICE F – QUESTIONÁRIO FINAL

QUESTIONÁRIO FINAL

Prof Evanildo Borges da Silva.

Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática.

Identificação:

Nome: ____

Idade: ________________________________Sexo__________________________

Esta atividade é parte final no desenvolvimento da aplicação do projeto de pesquisa. Cada aluno deve produzir suas considerações, porém isto não isenta de poder ajudar uns aos outros. O retorno desta atividade é muito importante para este projeto – todas são muito importantes. Cada registro, cada participação.

O que você achou da aula utilizando História da Matemática? Comente.

____
____
____
____
____

Vocês têm curiosidades ou deseja conhecer outros fatos históricos sobre alguns conteúdos de Matemática? Quais?

____
____
____
____
____

Registre aqui suas considerações (comentários) sobre as aulas desenvolvidas com a exploração dos artefatos mesopotâmicos YBC7289, PLIMPTON 322 e BM 13901.

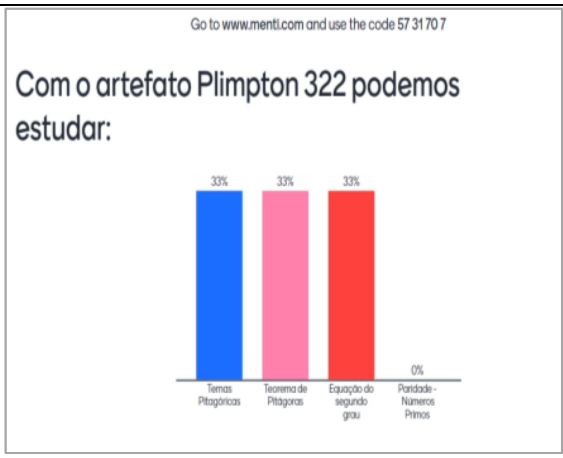
____
____
____
____
____

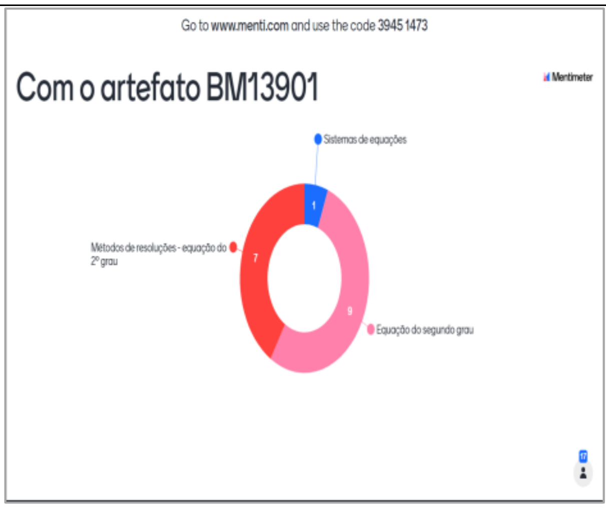
O que você achou das atividades que foram desenvolvidas? Comente.

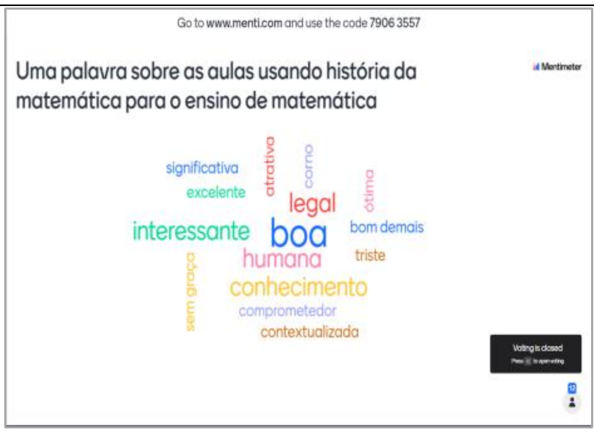
____
____
____
____
____

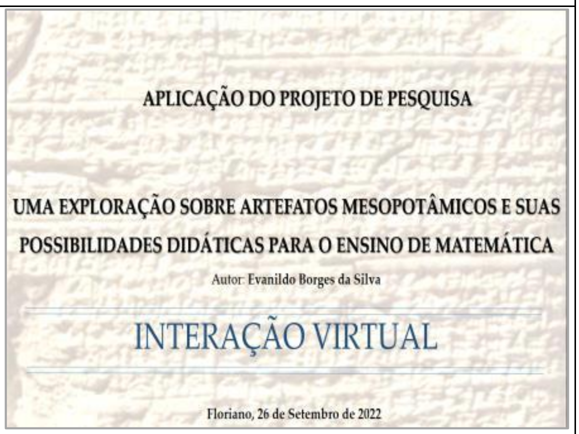
Muito obrigado!!!

APÊNDICE G – INTERAÇÃO VIRTUAL – PELO MENTEMITER









APÊNDICE H – PROPOSTA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 04 – ATIVIDADE I

QUESTÃO DA ATIVIDADE I.

Título: A aproximação da $\sqrt{2}$ pelos Mesopotâmicos – Tablete YBC 7289

Enunciado:

(04). Encontre o valor aproximado para $\sqrt{12}$ por algum método trabalhado em aula. Compare com a aproximação usando a calculadora.

Uma Solução:

Usando o método proposto em Boyer e Merzbach (2018), descrito neste texto, temos:

Seja x = $\sqrt{12}$. Tomando como a primeira aproximação $a_1 = 3$.

Fazendo $b_1 = \frac{12}{3} = 4$, então $b_1 = 4$.

Tomando a média aritmética (a_2) de a_1 e b_1, temos: $a_2 = \frac{(3+4)}{2} = 3{,}5$.

Fazendo $b_2 = \frac{12}{3{,}5} = 3{,}42857142857$, valor aproximado.

Tomando a média aritmética (a_3) de a_2 e b_2, temos: $a_3 = \frac{(3{,}5 + 3{,}42857142857)}{2} = 3{,}46428571428$, valor aproximado.

Fazendo $b_3 = \frac{12}{3{,}46428571428} = 3{,}463941752577$, valor aproximado.

Tomando a média aritmética (a_4) de a_3 e b_3, temos: $a_4 = \frac{(3{,}46428571428 + 3{,}463941752577)}{2} =$ 3,46410162002, temos um ótimo valor aproximado para $\sqrt{12}$. note que, na calculadora, a $\sqrt{12}$ = 3,46410161513.

Chegaríamos a um valor ainda mais próximo, se repetíssemos o processo mais vezes, pois o mesmo pode ser realizado quantas vezes desejarmos. porém, já enxergamos uma aproximação em sete casas decimais.

APÊNDICE I – PROPOSTA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 01 – ATIVIDADE II

QUESTÃO DA ATIVIDADE II

Título: Tábua Plimpton 322, um artefato mesopotâmico pitagórico

Enunciado:

(01). Para você verificar se (9, 40, 41) forma uma terna pitagórica poderá recorrer as técnicas apresentadas em aula. Qual o procedimento você usaria?

Uma Solução:

Usando um dos métodos apresentados nos momentos de intervenção da pesquisa, e descrito neste texto, temos:

(*) Uma tripla pitagórica é uma tripla de números inteiros positivos a, b e c, tais que, $a^2 + b^2 = c^2$. Para quaisquer inteiros $m > n > 0$, os números $m^2 - n^2$, $2mn$ e $m^2 + n^2$, formam uma tripla pitagórica. Sendo: $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ e $c = m^2 + n^2$.

Desta forma, tomando: $m = 5$ e $n = 4$, note que 5 e 4 são primos entre si, temos:

$a = (5^2 - 4^2) = (25 – 16) = 9$.

$b = 2mn = 2.5.4 = 40$, e

$c = (5^2 + 4^2) = 25 + 16 = 41$.

Portanto, (9, 40, 41) forma uma tripla pitagórica.

Para justifica a informação (*), façamos:

$(m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$, vamos chamar de I.

$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 – 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$. Chamaremos de II.

Portanto, por I e II, os números $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$, forma tripla pitagórica.

Uma outra resposta, mais imediata, seria usando a própria relação do teorema de Pitágoras, verificando que, o maior dos números, ou seja, 41^2 é a soma dos quadrados dos outros dois números, portanto:

$41^2 = 1681$, $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$. Logo, os números (9, 40, 41) é uma terna pitagórica.

APÊNDICE J – PROPOSTA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 01 – ATIVIDADE III

QUESTÃO DA ATIVIDADE III

Título: Equação do Segundo Grau na Mesopotâmia - Tablete BM 13901

Enunciado:

(01). Resolver o seguinte problema que está no tablete BM 13901, traduzido como: "Adicionei a área e o lado de um quadrado: obtive 0,45. Qual é o lado?

Uma Resolução:

Há neste texto, o método mesopotâmico, 'receita', para problemas de equação do segundo grau.

Expomos aqui, usando a fórmula atual de resolução de equação do segundo grau para o problema.

Inicialmente, perceba que 0,45 é equivalente a $\frac{3}{4}$, logo a equação, com x, a medida do lado do quadrado, vem: $x^2 + x = 3/4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-\frac{3}{4})}}{2.1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$. Como os mesopotâmicos, neste período ainda não conheciam os números negativos, estamos portanto, procurando a resposta com sinal positivo. Pela mesma razão que, como x é a medida procurada e esta é o lado do quadrado, então, de fato a resposta com sinal negativo não faz sentido para este problema, logo a medida do lado do quadrado é $x = \frac{1}{2}$. Que no sistema sexagesimal é igual a 0,30.

ANEXO A – DECLARAÇÃO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

Declaração

Eu, **Jodeilson Pereira da Silva**, professor na Escola Normal Osvaldo da Costa e Silva, localizada na Praça Sobral Neto, s/n, Centro, Floriano – PI, declaro aceitável a realização do estudo, **Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática,** sendo desenvolvida numa turma do segundo ano do ensino médio, turno matutino, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pelo responsável do estudo, mestrando Evanildo Borges da Silva, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas com a referida turma a qual trabalho. O objetivo principal da pesquisa é **investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de matemática.**

O estudo será desenvolvido da seguinte forma: **5 aulas de 60 minutos nas quais serão divididos em cinco encontros:** No primeiro, apresentaremos o projeto e levar-se-á em conta, toda informação ou conhecimento prévio que a turma possui sobre a temática da pesquisa, aplicando um questionário de sondagem. No segundo encontro e nos demais seguintes focaremos na História da Matemática para o Ensino de Matemática, apresentando o YBC 7289. No terceiro encontro, nosso objeto de estudo será o artefato histórico matemático, Plimpton 322. No quarto, usaremos o artefato BM 13901. O quinto encontro nós socializaremos refletindo sobre a História da Matemática, os contextos sociais, culturais, históricos e os aspectos matemáticos como construção humana e, por fim, aplicação de questionário que contem questões abertas sobre as atividades desenvolvidas.

Floriano - PI, 05 de setembro de 2022.

Jodeilson Pereira da Silva

Jodeilson Pereira da Silva
Professor

Lista Nominal de Pesquisadores:

Mestrando: Prof. Evanildo Borges da Silva.

Orientador: Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto.

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto.

ANEXO B – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

INSTITUTO FEDERAL

PROFMAT

Termo de Autorização da Instituição

Eu, **Elizabeth Coelho Ribeiro Ramos**, gestora escolar da **Escola Normal Osvaldo da Costa e Silva**, localizada na Praça Sobral Neto, s/n, Centro, Floriano – PI, autorizo a realização do estudo, **Uma exploração sobre artefatos mesopotâmicos e suas possibilidades didáticas para o ensino de Matemática**, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pelo responsável do estudo, o mestrando Evanildo Borges da Silva, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual representamos. O objetivo principal da pesquisa é **investigar possibilidades didáticas através de artefatos mesopotâmicos para o ensino de matemática.**

O estudo será desenvolvido da seguinte forma: **5 aulas de 60 minutos nas quais serão divididos em cinco encontros:** No primeiro encontro, apresentaremos o projeto e levar-se-á em conta, toda informação ou conhecimento prévio que a turma possui sobre a temática da pesquisa, aplicando um questionário de sondagem. No segundo encontro e nos demais seguintes focaremos na História da Matemática para o Ensino de Matemática, apresentando o YBC 7289. No terceiro encontro, nosso objeto de estudo será o artefato histórico matemático, Plimpton 322. No quarto, usaremos o artefato BM 13901. O quinto encontro nós socializaremos refletindo sobre a História da Matemática, os contextos sociais, culturais, históricos e os aspectos matemáticos como construção humana e, por fim, aplicação de questionário que contem questões abertas sobre as atividades desenvolvidas.

Declaro ainda que, os pesquisadores devem estar cientes e sujeitos ao regulamento da instituição para acesso a ambientes, profissionais, pacientes e bancos de dados (considerando o que apregoa a Lei Geral de Proteção de Dados no tocante a dados pessoais e dados pessoais sensíveis), além da observância das regras de biossegurança, até o término da pesquisa, sob pena da retirada da autorização, sem aviso prévio. Declaro ainda ter lido, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e a CNS 510/16. Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, possibilitando condições mínimas necessárias para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Floriano - PI, 05 de setembro de 2022.

Elizabeth Coelho Ribeiro Ramos
Port. SEDUC-PI/GSE, nº 578/2022

Lista Nominal de Pesquisadores:
Mestrando: Prof. Evanildo Borges da Silva.
Orientador: Prof. Dr. Benjamim Cardoso da Silva Neto.
Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto.

ANEXO C – PLIMPTON 322 COM TERNOS PITAGÓRICOS – TABELA DECIMAL

Sendo a e b medidas dos catetos e c a medida da hipotenusa dos triângulos retângulos. Suponhamos que queiramos determinar a medida do cateto a, tendo as mediadas de b e c da tábua Plimpton 322, resultaríamos na seguinte tabela contendo os ternos pitagóricos, conforme Eves (2004).

TABELA 5 – Plimpton 322 com ternos pitagóricos

a	b	c	u	v
120	119	169	12	5
3456	3367	4825	64	27
4800	4601	6649	75	32
13500	12709	18541	125	54
72	65	97	9	4
360	319	481	20	9
2700	2291	3541	54	25
960	799	1249	32	15
600	481	769	25	12
6480	4961	8161	81	40
60	45	75	2	1
2460	1679	2929	48	25
240	161	289	15	8
2700	1771	3229	50	27
90	56	106	9	5

FONTE: Eves (2004)