UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Presidente Prudente

FCT – Faculdade de Ciências e Tecnologia
PROFMAT

LUCAS SCARINI FERRARI

Uma proposta do uso de funções via Geogebra na representação gráfica dos casos de Covid-19 e Dengue.

Presidente Prudente
2022

Lucas Scarini Ferrari

Uma proposta do uso de funções via Geogebra na representação gráfica dos casos de Covid-19 e Dengue.

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Presidente Prudente.

Orientador Prof. Dr. Suetônio de Almeida Meira.

Presidente Prudente

2022

TERMO DE APROVAÇÃO

Lucas Scarini Ferrari

Uma proposta do uso de funções via Geogebra na representação gráfica dos casos de Covid-19 e Dengue.

Dissertação aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Suetônio de Almeida Meira
FCT/UNESP - Campus de Presidente Prudente
Orientador

Prof. Dr. José Roberto Nogueira
FCT/UNESP - Presidente Prudente

Profa. Dra. Dayene Miralha de Carvalho Sano
Universidade do Oeste Paulista - UNOESTE

Presidente Prudente

Dedico este trabalho a minha namorada Ana Paula Defende e a minha avó Cleide Aparecida Herrerias Scarin por toda paciência, apoio e amor durante a minha vida.

Agradecimentos

A Deus, por me proporcionar forças nas horas de desânimo.
Aos familiares e amigos, fonte de inspiração, que sempre me apoiaram e incentivaram.

A todos os professores do programa PROFMAT da UNESP de Presidente Prudente, em especial ao meu orientador Prof. Dr. Suetônio de Almeida Meira, pelos ensinamentos e disposição para realizar a dissertação.

Aos amigos da turma do PROFMAT, pela parceria e colaboração ao longo desses anos.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar associações nos estudos referentes ao ensino de Funções usando seus gráficos através do Geogebra para representar os casos de Covid-19 e Dengue aos alunos do ensino médio. Desta forma foi elaborado uma proposta de um plano de aulas contendo atividades envolvendo o estudo de funções nos casos relacionados as referidas doenças para introduzir os conceitos referentes a função afim, quadrática, exponencial e analisar os problemas que envolvem o crescimento nos casos das doenças que mais atingem a cidade de Presidente Prudente atualmente. Assim os alunos do ensino médio poderão apresentar um aumento de compreensão teórica e, consequentemente, melhor desempenho escolar com esta nova abordagem de ensino baseada na tecnologia e no cotidiano.

PALAVRAS CHAVES

Funções, Geogebra, COVID-19, Dengue.

ABSTRACT

This work aims to presente associations studies related to the teaching of Functions using their graphs with the use of Geogebra, to represent the cases of Covid-19 and Dengue for high school students. In this way, a proposal was elaborated for a lesson of classes containing activities involving the study of functions in cases related to diseases to introduce the concepts related to affine, quadratic and exponential function and to analyze the problems that involve growth in the cases of diseases that most affect them. Thus, high school students will be able to present an increase in theoretical understanding and, consequently, better school performance with this new approach of teaching based on technology and daily life.

KEYWORDS

Functions, Geogebra, Covid-19, Dengue.

Sumário

Introdução

O Ministério da Educação publicou, em 2006, orientações curriculares para o ensino médio, entre elas;

> *Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p.69) Porém a prática nas salas de aula vem mostrando que esses objetivos não estão sendo alcançados, pois os alunos apresentam dificuldades em conteúdos matemáticos. Isso pode ser uma consequência da forma como estavam sendo preparados para utilizarem a matemática por meio da mecanização dos processos, sem realmente compreender o que estava sendo ensinado. Baseando-se em orientações dessa natureza, pesquisamos alternativas para modificar esse quadro buscando metodologias que pudessem nos proporcionar resultados melhores no processo de ensino-aprendizagem.*

Acreditamos que as pesquisas educacionais desenvolvidas nas universidades pelo PROFMAT devem ter as escolas como ponto central do trabalho, ou seja, o resultado de nossas pesquisas deve beneficiar de algum modo os alunos e as escolas.

A escola surge para substituir a capacidade cultural que ocorria na família e na Igreja, tornando-se um dos espaços capazes de transformar a sociedade e de promover o exercício da cidadania que significa ser partícipe da vida social e política do país. Assim a "escola constitui espaço privilegiado para esse aprendizado, e não apenas para ensinar a ler, a escrever e a contar, habilidades importantes, mas insuficientes para a promoção da cidadania" (LIBÂNEO, OLIVEIRA, TOSCHI, 2003, p. 145).

A função social da escola é a socialização do saber historicamente acumulado e a formação de seres humanos, realizando a prática educativa que “envolve a presença de sujeitos que ensinam e aprendem ao mesmo tempo, de conteúdos (objetos de conhecimento a ser aprendido), de objetivos, de métodos e de técnicas coerentes com os objetivos desejados” (LIBÂNEO, OLIVEIRA, TOSCHI, 2003, p. 168). Uma escola que precisa viabilizar um espaço propício para formar pessoas críticas, que assumam seu lugar na sociedade como sujeitos históricos, capaz de compreender o mundo e escolher o modo de atuar sobre ele, respeitando seus limites, mas criando possibilidades.

Assim ao examinarmos a situação atual da educação, o modo em que é transmitido o conhecimento e conteúdos aos alunos, nos revela uma grande defasagem entre as necessidades do mundo atual e a forma de lecionar.

Para que serve a matemática, onde a usarão na vida, são questionamentos comuns a professores, pois cada dia mais a disciplina é considerada como a mais difícil da grade curricular, onde se torna pouco atrativa, pois os mesmos não enxergam a utilidade prática portanto se interessam cada vez menos pelo conteúdo apresentado.

As dificuldades no ensino da matemática levam os professores buscarem cada vez mais metodologias e estratégias para que essa defasagem seja minimizada. Há uma necessidade de que as aulas sejam mais práticas e contextualizadas, apresentando situações do cotidiano dos alunos, assim sendo, acredito que só desta forma se pode mudar o pensamento dos alunos sobre a disciplina de matemática, tornando a mais atrativa e por que não dizer, fascinante.

É nesse contexto que utilizaremos dados sobre contaminação do Covid-19 e da Dengue que estão em alta no Brasil, para contextualizar os alunos sobre função afim, quadrática e exponencial através de seus gráficos, além disso, contaremos com o software Geogebra como coadjuvante, software matemático de muito utilidade no ensino de funções.

Por isso o nosso trabalho foi subdividido em introdução, uma retomada histórica de funções, a fundamentação teórica sobre funções, o software Geogebra, aplicações nos casos de Covid-19 e Dengue e uma proposta de plano de aula utilizando as aplicações do Geogebra nas referidas doenças.

1. História

Atualmente a matemática é uma ciência muito sofisticada, a qual no início era derivada de ideias básicas e centradas nos conceitos de números, grandezas e formas. Noções as quais se tornaram antiquadas, visto que hoje são várias ramificações desta ciência. Segundo Boyer (2012) em certa época se pensou que a matemática ocupava apenas o mundo que nossos sentidos percebem e foi somente no século XIX que a matemática pura se libertou das observações da natureza, mas é claro que originalmente ela surgiu como parte da vida diária do homem e muito improvável que tenha se originado de apenas um indivíduo, mas sim de um avanço gradual.

Uma das ramificações mais importantes da matemática é o conceito de função. Apesar de ter sido iniciado formalmente por Galileu Galilei (1564- 1642) que buscava explicar os fenômenos e regularidades por ele observados, a função esteve presente desde a antiguidade do homem. No processo de contagem dos animais, já que se associava “uma pedra para cada animal”, estabelecendo assim uma relação de dependência entre variáveis (a saber, conjunto de animais e conjunto de pedras). Também outros matemáticos, filósofos, astrônomos anteriores a Galileu Galilei como Cláudio Ptolomeu e Arquimedes também possuíam ideias de funções em seus estudos, além do Bispo Oresme (1323-1382) que desenvolveu uma teoria chamada de latitudes de formas o que atualmente seria uma representação gráfica de uma função.

Logo o conceito de função após Galileu Galilei foi se aprofundado com contribuições de vários matemáticos como Isaac Newton (1642-1727), Jean Bernoulli (1667-1748) matemático suíço, Leonhard Euler (1707- 1783), René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665), porém o termo função foi criado pelo matemático Gottfried Leibniz (1646- 1716) em 1673.

As contribuições de Descartes e Fermat relacionando a Álgebra com a Geometria permitiram a criação de um sistema de coordenadas comumente conhecido como Plano Cartesiano, o qual consiste em dois eixos perpendiculares numerados, que possui a característica de representar pontos no espaço. Podendo também representar planos, retas, curvas e círculos através de equações matemáticas.

Isaac Newton realizava muitas pesquisas relacionadas à física na área de cinemática utilizando a matemática. Contribuiu para o conceito de função demonstrando que tais relações poderiam ser inscritas como uma série de potências e ainda foi o responsável por introduzir o termo variável independente. Além disso, foi o responsável pelo desenvolvimento do método dos fluxos que considerava uma curva gerada pelo movimento contínuo onde os valores da abscissa e da ordenada variavam, anteriormente a primeira vez que foi citado o termo função.

Gottfried Wihelm Leibniz nasceu em Leipzig em 1646, onde aos quinze anos entrou na universidade e aos dezessete obteve o grau de bacharel, estudou filosofia, direito e matemática e segundo Boyer(2012) pode ser considerado o último sábio a conseguir o conhecimento universal pelo estudo em todas as áreas. Ele foi o matemático que criou o termo função, dando esse nome a quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva, ou seja, quantidades que depende de uma certa variável. Ele também foi responsável por introduzir os termos constante, variável e parâmetro.

Em 1698 o matemático Johann Bernoulli adotou a terminologia de Leibniz para função de x, ou seja, "Uma função de um valor variável é uma expressão analítica, que é composta de valor variável e valores constantes." Em 1718, Bernoulli fez a distinção entre função e valor da função, mas nunca citou sobre a unicidade e a partir dessa definição foi necessária escrever todas as funções através de fórmulas.

Logo após, Leonhard Euler também contribuiu ao conceito de função utilizando como exemplo uma função contendo raízes quadradas, mostrando que ainda não se considerava a unicidade para o valor da função, além disso, não se falava em domínio nem de contradomínio, ainda que para Euler só existiam as funções contínuas. Para Euler também a função não era somente a expressão analítica mas sim " a curva traçada a mão livre", e ainda sem "cantos". Além disso, Euler apresentou em uma de suas obras a notação f(x) para representar uma função de x designada por Johan Bernoulli.

Durante o século XVIII o conceito de função sofreu uma grande reformulação devido ao chamado "problema da corda vibrante". O qual consistia em determinar o formato de uma corda elástica com os pontos inicial e final fixos em determinado tempo. O filósofo D´Alambert (1717 – 1783) propôs uma solução onde aparece $\Psi(at+x)$, “onde Ψ é uma função arbitrária sujeita a certas condições dependendo do comprimento da corda e das condições iniciais.”

Em 1753 Daniel Bernoulli (1700 - 1782) dá outra solução para o mesmo problema das cordas vibrantes em forma de série de funções trigonométricas.

O matemático francês Joseph Fourier (1768 - 1830) também contribuiu para o conceito de função ao apresentar um trabalho sobre a propagação do calor em sólidos metálicos onde que ele define que toda função pode ter diferentes expressões analíticas e também que pode ser descontínua e escrita por uma função trigonométrica.

Já o matemático tcheco Bernard Bolzano (1781-1848) é considerado o pioneiro da formalização do conceito de função, pois apresentou algumas definições sobre funções contínuas.

Em 1837 o matemático Dirichlet (1805- 1859) demonstrou que nem todas as funções poderiam ser escritas como séries de Fourier. Assim ampliou-se o conceito de função, o qual não se precisava mais escrever uma função através de uma fórmula, mas sim determinando que ela fosse uma correspondência arbitrária entre variáveis.

No século XX, no movimento chamado Matemática Moderna que se baseava na formalização da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra para o ensino da matemática desenvolvida pelo matemático Georg Cantor (1845-1918), a definição que Dirichlet deu a função foi reformulada por um movimento chamado Bourbaki (movimento de um grupo de matemáticos majoritariamente franceses que tentavam mostrar um rigor a matemática) a qual se transformou no conceito que é utilizado atualmente. Importante ressaltar que vários matemáticos, ao longo do tempo, trouxeram gradualmente melhores interpretações para o conceito de função impondo grande importância em várias áreas do conhecimento científico.

2. **Fundamentação Teórica**

Neste capítulo será abordada a parte teórica sobre funções com enfoque no estudo da função afim, quadrática e exponencial, as quais possuem um vasto campo de aplicações no cotidiano das pessoas. O objetivo específico deste capítulo é fundamentação teórica para os conceitos de funções reais a valores reais.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio de 2006:

> *"Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (ver referencia pag 69 orientações do ensino médio 2006.)*

Dessa forma, as funções ocupam lugar de destaque no contexto da aprendizagem da matemática escolar, pois diretamente relacionam aspectos importantes a serem desenvolvidos na escola como natureza algébrica; as diferentes formas de representações; aplicações situações do cotidiano e de outras ciências.

2.1 - Função

Dados dois conjuntos não vazios X e Y, uma função $f:X \to Y$ (Lê-se " f de X em Y") é uma lei que diz como relacionar cada elemento $x \in X$ um único elemento $y \in Y$.

O conjunto X é denominado Conjunto Domínio da função f, e será denotado por D(f).

O conjunto Y é denominado Conjunto Contra Domínio da função f, e será denotado por CD(f).

Para cada $x \in X$, o elemento $y = f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f, ou seja, é o valor assumido por f no ponto $x \in X$. Este conjunto formado por todos os $y = f(x) \in Y$ que estão associados a algum $x \in X$ é denominado de Conjunto Imagem da função f, e será denotado por $IM(f)$.

Dados dois conjuntos X e Y, e as funções $f:X\rightarrow Y$ e $g:X\rightarrow Y$ é possível construir duas novas funções, são elas:

(i) Adição ou Soma: $S(x) = (f + g)(x) = f(x) + g(x)$

(ii) Subtração ou Diferença: $D(x = (f-g)(x) = f(x) – g(x)$

(iii) Multiplicação ou Produto: $P(x) = (f.g)(x) = f(x).g(x)$

(iv) Divisão ou Quociente: $Q(x) = (f/g)(x) = f(x) / g(x)$, desde que $g(x) \neq 0$ $\forall x \in D(g)$.

Exemplos: Dada as funções $f: R\rightarrow R$ $f(x) = x^2$ e $g:R\rightarrow R$ $g(x) = 3x + 2$ podemos construir novas funções:

Soma: $S(x) = x^2 + 3x + 2$

Diferença: $D(x) = x^2 - 3x - 2$

Produto: $P(x) = 3x^3 + 2x^2$

Quociente: $Q(x) = x^2 / 3x + 2$

O gráfico de uma função f qualquer é o conjunto de todos os pontos (x,y) do plano cartesiano ortogonal, tal que $x \in D(f)$ e $y \in IM(f)$.

Seja a função real f, e dois pontos $x_1 \in D(f)$ e $x_2 \in D(f)$, quaisquer, então temos que:

(i) Se para $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) < f(x_2)$, então a função f é estritamente crescente.

(ii) Se para $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) > f(x_2)$, então a função f é estritamente decrescente.

(iii) Se para $x_1 \neq x_2$ tem-se $f(x_1) = f(x_2)$, então a função f é constante.

2.1 Função Afim

Um caso particular da função afim é uma aplicação de f de R em R recebe o nome de função constante quando a cada elemento x ∈ R associa sempre ao mesmo elemento c ∈ R.

O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo das abscissas passando pelo ponto (0 ,c).

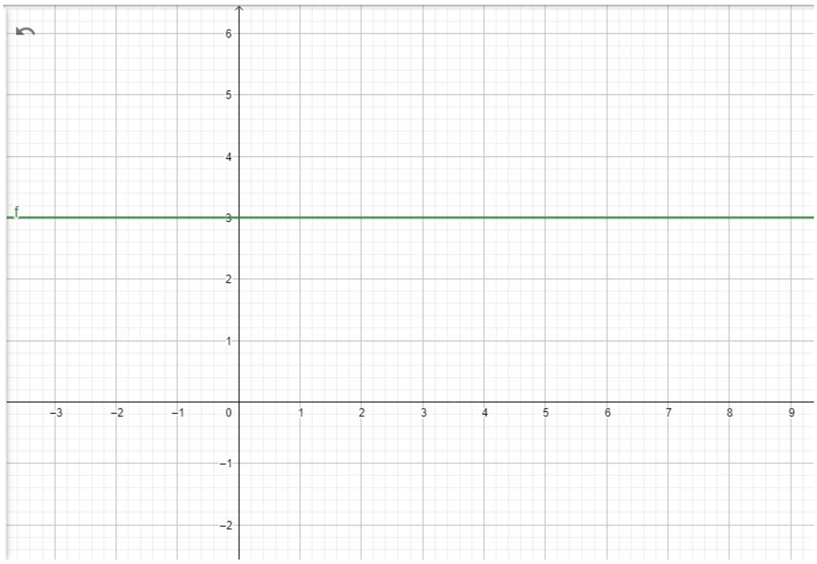


Figura 01: Gráfico de Função Constante.

Uma aplicação de f de R em R recebe o nome de função afim quando a cada elemento x ∈ R associa se ao elemento (ax + b) ∈ R em que $a \neq 0$ e b são números reais dados.

Exemplos:

$f(x) = 3x + 2$

$g(x) = -2x + 1$

$h(x) = 4x$

Notemos que para b= 0 , a função afim f(x) = ax + b se transforma na função linear f(x) = ax, podemos assim afirmar que a função linear é um caso particular da função afim.

O gráfico cartesiano de uma função afim é uma reta.

Demonstração:

Sejam A, B e C três pontos quaisquer, distintos dois a dois , do gráfico cartesiano da função f(x) = ax + b e (x_1, y_1), (x_2, y_2), e as coordenadas respectivas dos pontos dados.

Para provarmos que os pontos A, B e C pertencem a mesma reta , mostremos inicialmente que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes.

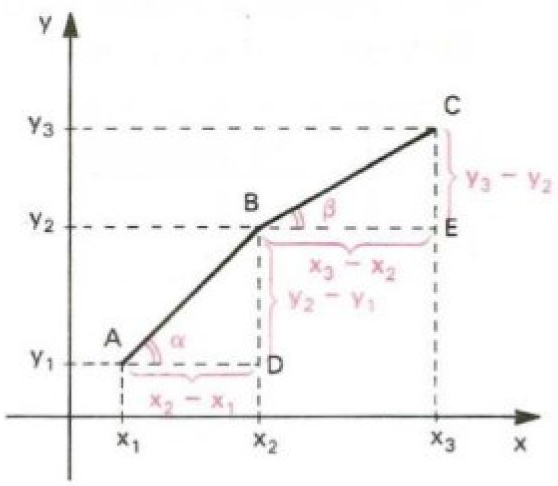


Figura 02: Gráfico de Função Afim.

De fato

$A \in f \Rightarrow y_1 = ax_1 + b$

$B \in f \Rightarrow y_2 = ax_2 + b$

$C \in f \Rightarrow y_3 = ax_3 + b$

Subtraindo membro a membro , temos que:

$y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2)$

$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$

Assim temos que :

$y_3 – y_2 / x_3 – x_2 = y_2 – y_1 / x_2 – x_1 = a$

Portanto os triângulos retângulos ABD e BCE têm os lados proporcionais, então são semelhantes, portanto α=β. Concluímos então que os pontos estão alinhados.

Exemplo:

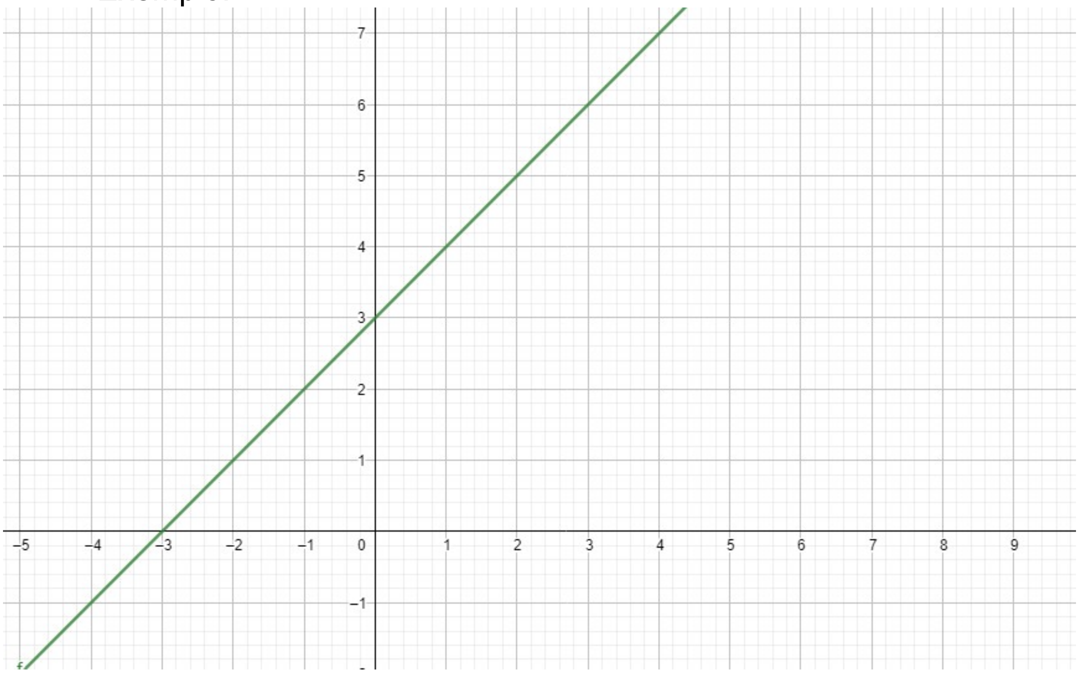


Figura 03: Gráfico da função f(x) = x + 3

O coeficiente a da função afim é denominado coeficiente angular e o coeficiente b é denominado coeficiente linear.

O zero da função afim é o número x em que f(x) = 0. Basta então resolver a equação de 1º grau.

$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -b/a$

Exemplo: Encontre o zero da função f(x) = 3x - 2.

$f(x) = 3x – 2 \Rightarrow 3x – 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = 2/3$

Portanto o zero da função f(x) = 3x – 2 é 2/3.

Teorema: A função afim f(x) = ax + b é crescente se e somente se , o coeficiente angular a da função for positivo.

Demonstração:

$f(x) = ax + b$ é crescente $\Leftrightarrow f(x_1) - f(x_2) / x_1 - x_2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (ax_1 + b) - (ax_2 + b) / x_1 - x_2 > 0 \Leftrightarrow a(x_1 - x_2)/ x_1 - x_2 > 0$

$\Leftrightarrow a > 0$

Analogamente demonstramos para o caso da função $f(x) = ax + b$ ser decrescente, logo o coeficiente angular a da função é negativo.

Exemplos:

Podemos perceber que na função $f(x) = x + 2$, temos que $a>0$ logo a função dada é crescente.

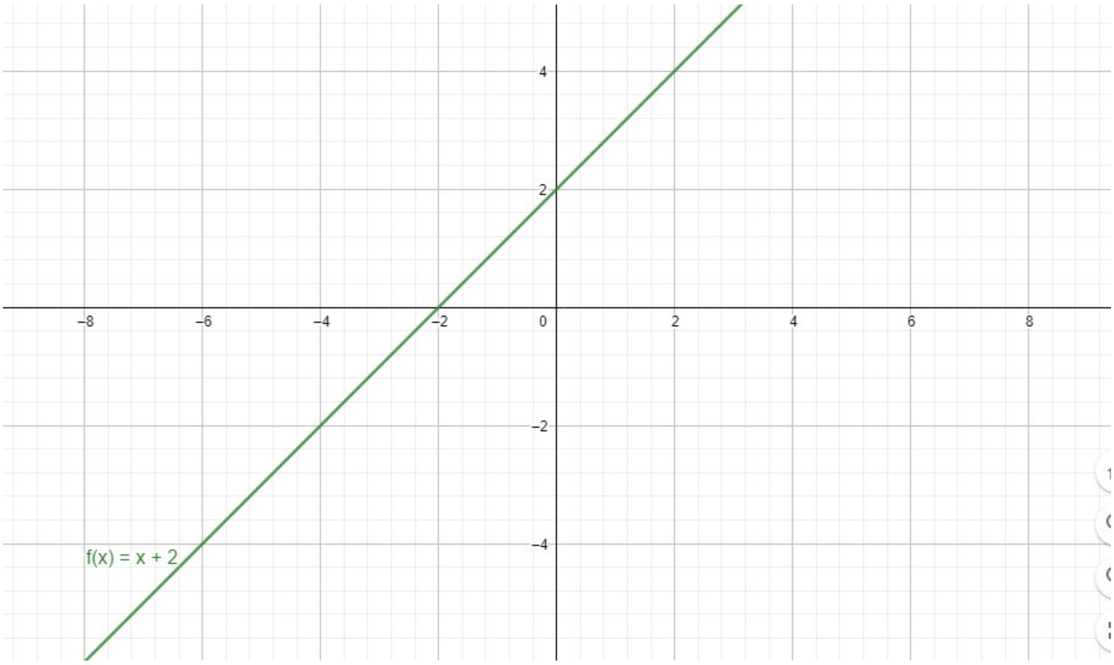


Figura 04: Gráfico da função $f(x) = x + 2$.

Já na função $f(x) = -2x + 1$ percebe-se que a função é decrescente visto que o coeficiente angular é negativo, conforme o gráfico.

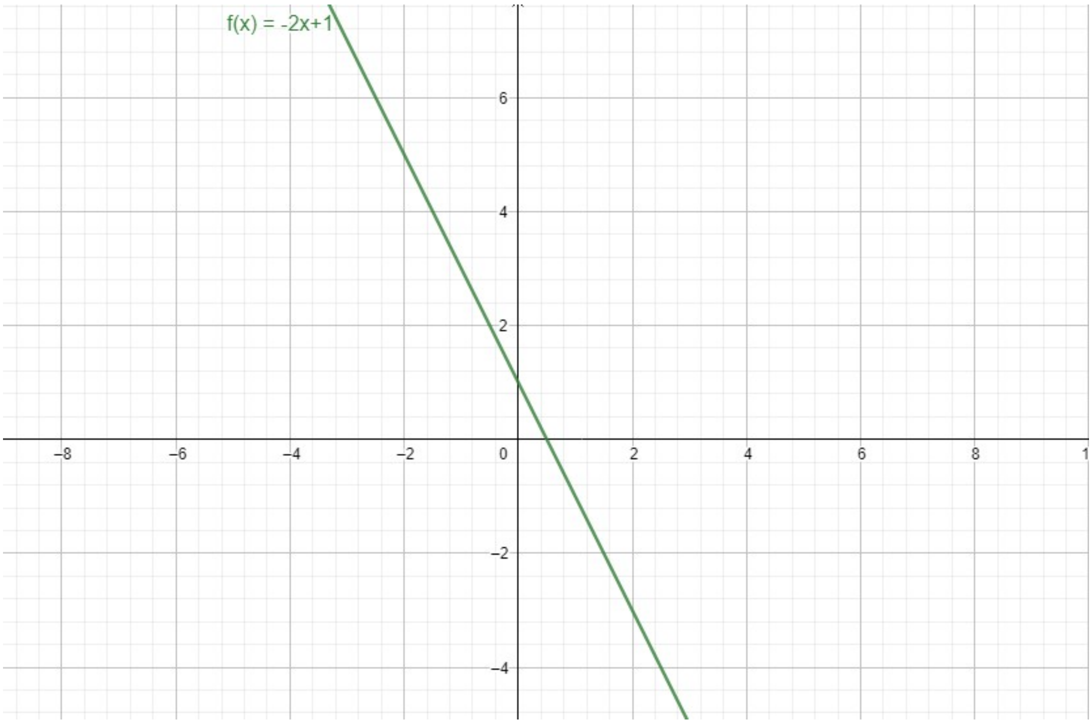


Figura 05: Gráfico de Função Afim.

Gráfico da função f(x) = -2x + 1.

Sinal da Função Afim.

Considerando que x = -b/a é o zero da função afim f(x) = ax + b vamos examinar para quais valores de x a função f é positiva e para quais valores de x a função é negativa.

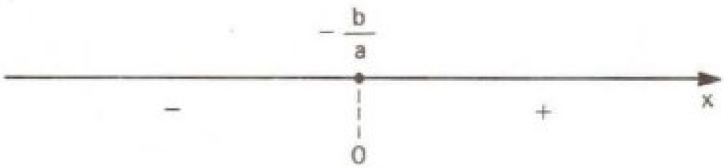
Devemos considerar dois casos:

1º Caso: a > 0

f(x) = ax + b > 0 ⇔ ax > -b ⇔ x > -b/a

f(x) = ax + b < 0 ⇔ ax < -b ⇔ x < -b/a

Assim colocando os valores de x sobre o eixo das abscissas temos:

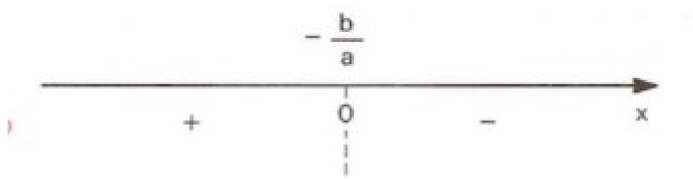


2° Caso: a < 0

f(x) = ax + b > 0 ⇔ ax > -b ⇔ x < -b/a

$f(x) = ax + b < 0 \Leftrightarrow ax < -b \Leftrightarrow x > -b/a$

Assim colocando os valores de x sobre o eixo das abscissas temos:



Exemplos:

Estudar os sinais da função $f(x) = x+1$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x+ 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
$a =1 \Leftrightarrow a>0$

Logo temos que:

$x> -1 \Leftrightarrow f(x) > 0$
$x< -1 \Leftrightarrow f(x) < 0$

Conforme podemos analisar no gráfico a seguir:

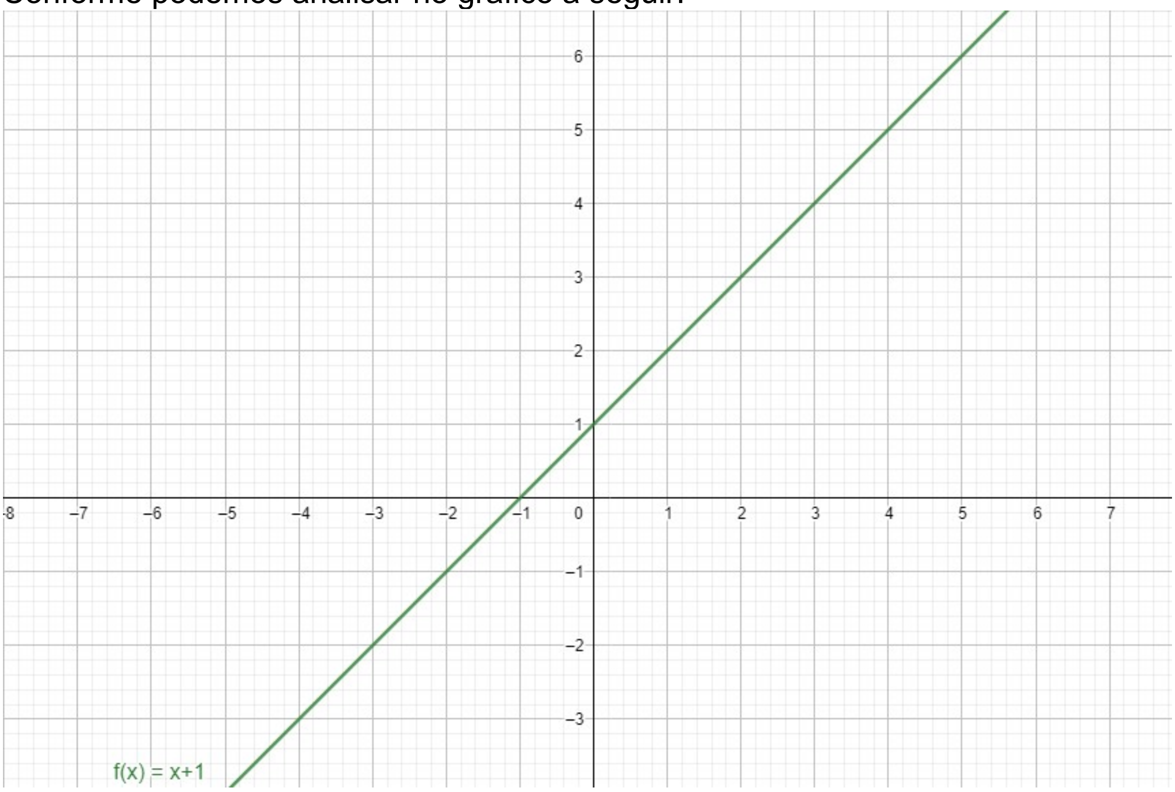


Figura 06: Gráfico da função $f(x) = x+1$.

Exemplo: Estudar os sinais da função f(x) = -x + 1.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
$a = -1 \Leftrightarrow a<0$

Logo temos que:
$X > 1 \Leftrightarrow f(x) < 0$
$X < 1 \Leftrightarrow f(x) > 0$

Conforme podemos analisar no gráfico a seguir:

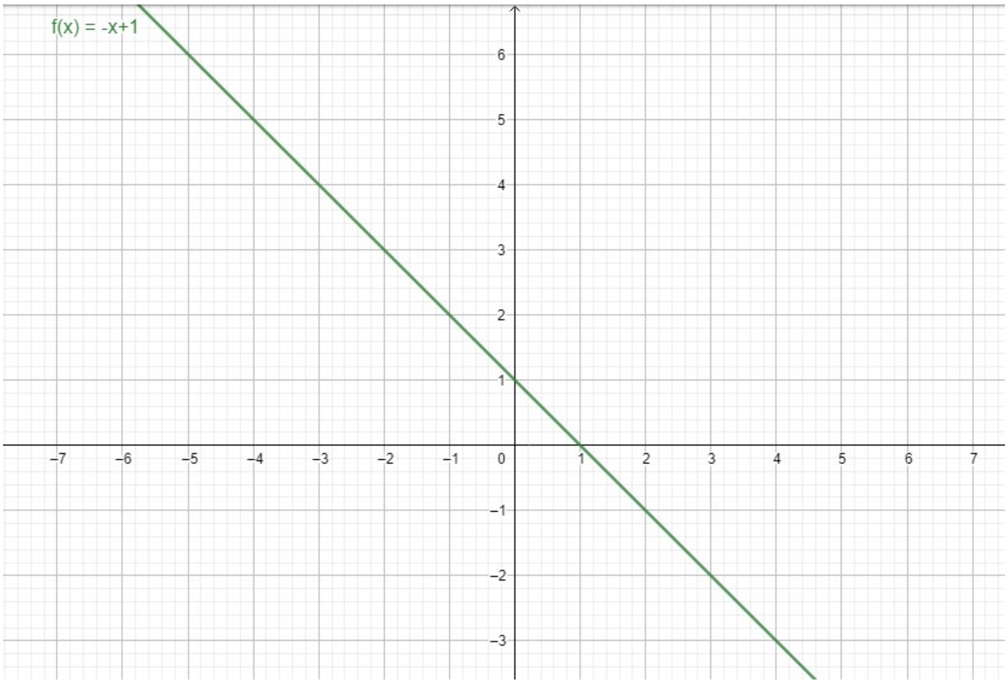


Figura 07: Gráfico da função f(x) = -x + 1.

2.4 Função Quadrática

Uma aplicação de f de R em R recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada x ∈ R o elemento ($ax^2 + bx + c$) ∈ R em que os coeficientes a, b e c são números reais dados e a ≠ 0.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Exemplos: São exemplos de funções quadráticas:

$f(x) = 2x^2 + 3x - 1$, em que a = 2 , b = 3 , c = -1;

$f(x) = -2x^2 + 3$, em que, a = - 2, b = 0 e c = 3 ;

$f(x) = x^2 - 4x$, em que, a = 1, b = -4 e c = 0.

O gráfico de uma função quadrática é denominado parábola.

A parábola representativa da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ter a concavidade voltada para " cima" ou para "baixo".

Se $a > 0$ a concavidade da parábola é voltada para cima.

Se $a < 0$ a concavidade da parábola é voltada para baixo.

A forma canônica da função quadrática é dada por:

$$f(x) = a\,[\,(x + b/2a)^2 - \Delta\,/4a^2]$$

Demonstração:

$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x^2 + bx/a + c/a) =$

$= a.[x^2 + bx/a + b^2/4a^2 - b^2/4a^2 + c/a] =$

$= a.[(x^2 + bx/a + b^2/4a^2) – (\,b^2/4a^2 - c/a)] =$

$= a.[\,(x + b/2a^2) – (b^2 - 4ac/4a^2)].$

Representando $b^2 - 4ac$ por Δ temos que:

$$f(x) = a\,[(x + b/2a)^2 - \Delta/4a^2]$$

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais, tais que $f(x) = 0$, portanto, as soluções da equação de segundo grau dada por:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Utilizando a forma canônica temos que :

$$x = (-b \pm \sqrt{\Delta}\,)/\,2a$$

A existência de raízes reais na equação de 2º grau $ax^2 + bx + c$ fica condicionada ao fato de $\sqrt{\Delta}$ ser real , assim temos três casos a se considerar:

1º caso: $\Delta > 0$, a equação apresentará duas raízes reais e distintas.

Exemplo: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

2° caso $\Delta = 0$, a equação apresentará duas raízes reais e iguais, dadas por:

$x_1 = x_2 = -b/2a$

Exemplo: $x^2 - 10x + 25 = 0$.

3° caso $\Delta < 0$, a equação não apresentará raízes reais.

Exemplo: $x^2 + 5x + 10 = 0$.

Se $a > 0$, a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, admite o valor mínimo

$y_m = - \Delta/4a$ para $x_m = -b/2a$.

Se $a < 0$, a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, admite o valor máximo

$y_m = - \Delta/4a$ para $x_m = -b/2a$

Este ponto é chamado de Vértice da Parábola.

Exemplo: $f(x) = x^2 - 5x + 6$

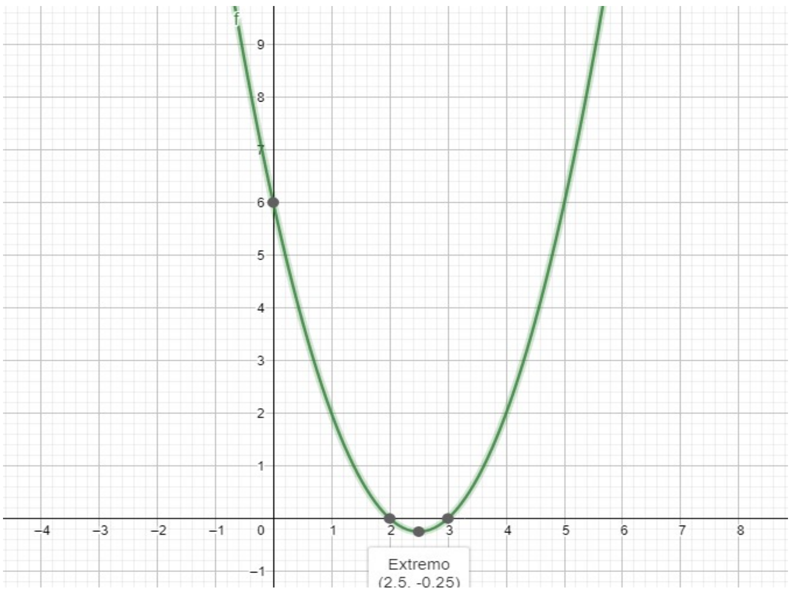


Figura 08: Gráfico de função Quadrática.

Portanto o vértice da Parábola é um ponto mínimo dado por V = (2,5 ; -0,25).

2.5 Função Exponencial

Considere $a \in R_+^*$, com $a \neq 1$ A função exponencial de base a, $f: R \to R$, denotada por $f(x) = a^x$, deve ser definida de modo que as seguintes propriedades sejam verdadeiras para quaisquer $x, y \in R$.

(i) $a^x . a^y = a^{x+y}$;

(ii) $a^1 = a$;

(iii) $x < y \to a^x < a^y$ se $a > 1$

$x < y \to a^x > a^y$ se $0 < a < 1$.

Propriedades:

(i) Seja a função exponencial $f(x) = a^x$. Temos que:

$x = 0$ então $f(0) = 1$

(ii) A função exponencial $f(x) = a^x$ é crescente se, e somente se, $a > 1$.

(iii) A função exponencial $f(x) = a^x$ é decrescente se, e somente se $0 < a < 1$.

(iv) A função exponencial $f(x) = a^x$, onde $a > 0$ e $a \neq 1$, é injetora.

Lema: Seja $a \in R$, $a > 1$ e $x \in Z$, temos que:

$a^n > 1 \Leftrightarrow n > 0$

Demonstração:

1ª parte: ($\Rightarrow$)

Demonstraremos por redução ao absurdo.

Suponha $n < 0$, segue-se que $-n > 0$. Note que $n = 0 \to a^0 = 1$ e pela primeira parte, temos que $-n > 0 \Rightarrow a^n > 1$. Multiplicando ambos os membros da desigualdade por a^n assim temos que : $a^{-n} . a^n > 1.an \Rightarrow 1 > a^n$ o que é um absurdo pois por hipótese $a^n > 1$.

2ª parte: ($\Leftarrow$)

Queremos demonstrar que $n > 0 \Rightarrow a^n > 1$.

Demonstraremos esta parte pelo princípio da indução finita em n.

Para $n = 1$ é verdadeira a desigualdade, pois $a^1 = a > 1$.

Hipótese: Vamos supor que a desigualdade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $a^p > 1$.

Provaremos que a desigualdade e satisfeita para $N = p +1$.

De fato, multiplicando a desigualdade $a > 1$ por a^p e mantendo a desigualdade, visto que $a^p > 0$, temos que:

$$a^p > 1.\, a^p \Rightarrow a^{p+1} > a^p > 1.$$

Portanto: $n > 0 \Rightarrow a^n > 1$

Importante ressaltar que esse lema é também válido para todos os conjuntos numéricos.

Propriedades: Seja $a \in R$, $a>1$ e $b \in R$. , temos que :

$$a^b > 1 \Leftrightarrow b > 0.$$

Essa demonstração deste teorema decorre do lema anterior:

Seja $a \in R$, $a >1$ e x_1 , $x_2 \in R$, temos que:

$$a^{x_1} > a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

Seja a, b $\in R$ e $0 < a <$, temos que:

$$a^b > 1 \Leftrightarrow b<0$$

O gráfico da função exponencial, $f: R \rightarrow R_+^*$, $f(x) = a^x$, com $a \in R^*_+$ e $a \neq 1$, é uma curva crescente ou decrescente, e poderá ter uma das seguintes representações, conforme variar o valor da base a.

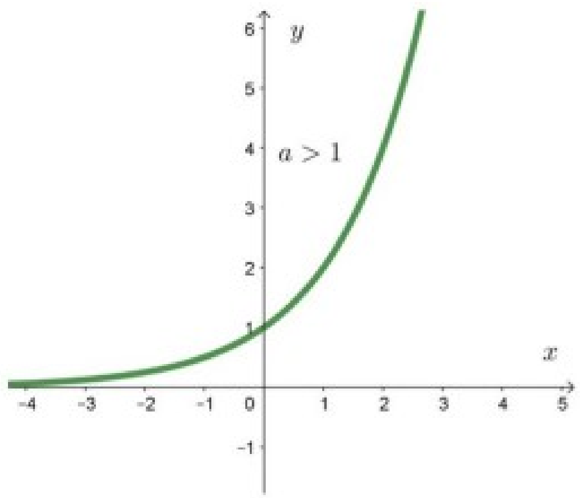


Figura 09 : Gráfico de Função Exponencial.

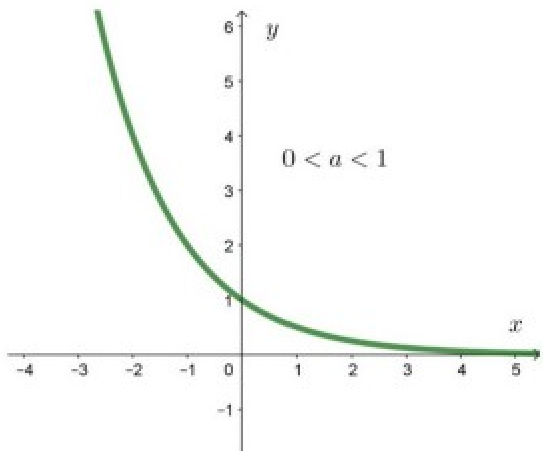


Figura 10: Gráfico de Função Exponencial.

Existe uma importantíssima constante matemática definida por e = exp(1).

O número e é um número irracional e positivo e em função da definição da função exponencial, temos que:

$$\ln(e) = 1$$

Este número é denotado em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euller, um dos primeiros a estudar as propriedades desse número.

O valor desse número com 40 casas decimais é:

$$e = 2,7182818284590452353602874713526624977 57...$$

Se x é um número real, a função exponencial pode ser escrita como a potência de base e e com expoente x , isto é;

$$e^x = \exp(x)$$

Significado Geométrico:

Tomando um ponto v do eixo Ox, com v>1 de modo que a área da região do primeiro quadrante localizada sob a curva y =1/x e entre as retas x =1 e x=v então o valor de v é igual a e.

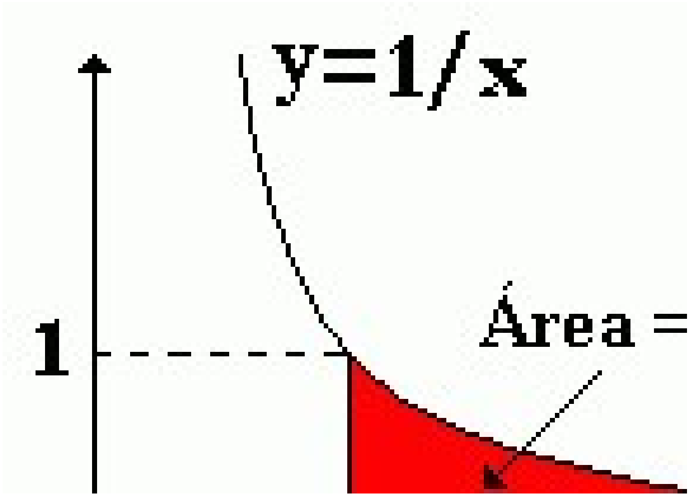


Figura 11: Gráfico de Função Exponencial

Gráfico de $e^x = \exp(x)$

.

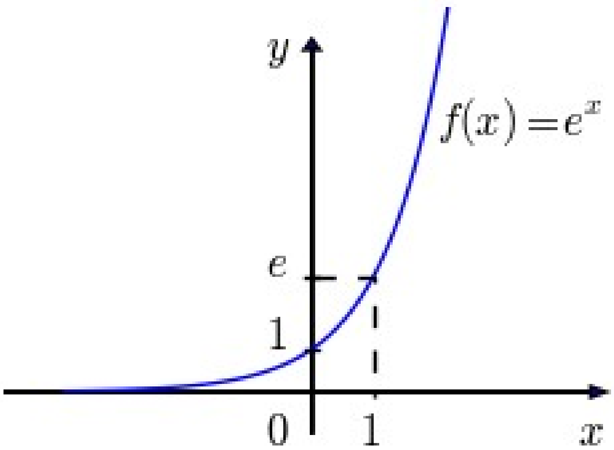


Figura 12: Gráfico de Função Exponencial.

3. Geogebra

O Geogebra é um software de matemática dinâmico gratuito destinado a todos os níveis de ensino, pois se relaciona a geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. O software é gratuito e pode também ser baixado por qualquer celular Android ou IOS.

Digite na Google Play ou Appstore calculadora gráfica Geogebra e o aplicativo terá seu download feito. Importante ressaltar que esse software funciona off-line, o que colabora com a utilização em sala de aula, sem mesmo precisar de acesso a rede da escola.

O software foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter pela Universidade de Salzburg e prosseguindo seu desenvolvimento na Flórida Atlantic University. Desde então sua popularidade cresceu muito. Atualmente, o Geogebra é utilizado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 donwloads mensais e possuí 62 institutos Geogebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. No Brasil São Paulo, Rio de Janeiro são sedes de institutos Geogebra. Além disso recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo.

Por ser um software livre e grátis, ele vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem dos conteúdos por eles trabalhados, permitindo aos professores e alunos explorar, conjecturar, investigar, relacionar tais conteúdos na construção dos conceitos matemáticos.

O software realiza geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos, etc. Desta forma permite inserir equações, funções e alterar objetos dinamicamente mesmo após a construção estar finalizada. Logo, o Geogebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, raízes e extremos de funções. Assim o software possui as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo, o que remete ao grande benefício de representar didaticamente e ao mesmo tempo em um único ambiente visual (figura 1), as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto, gráfico ou função. Além disso, a partir de uma nova versão 5.0 é possível trabalhar com geometria tridimensional.

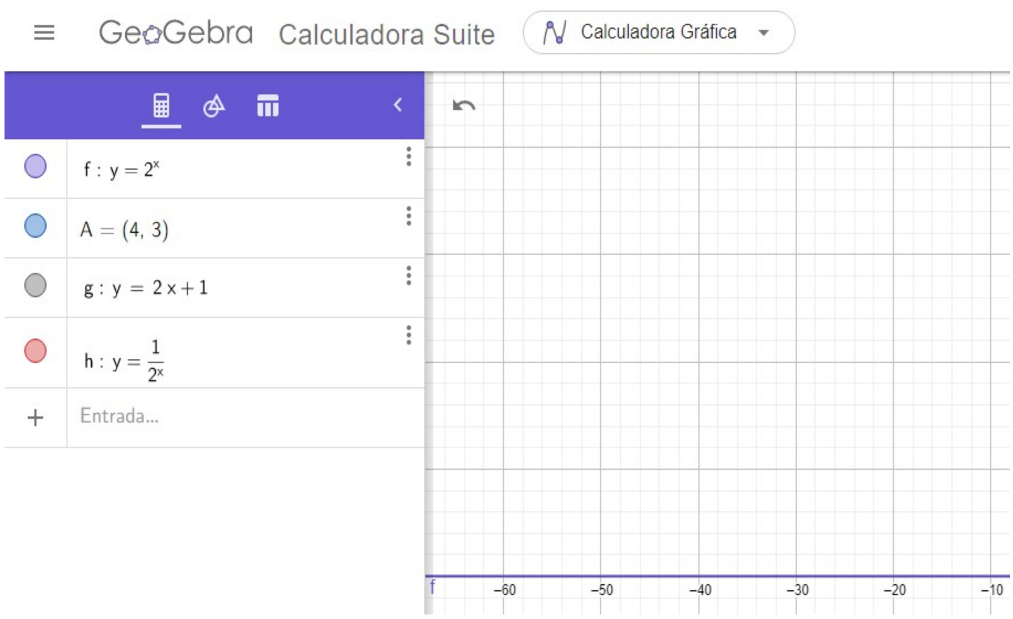


Figura 20: Ambiente visual do Geogebra.

Roteiro de utilização do Geogebra para função.

Ao inicializar o GeoGebra abre-se uma janela, cuja a interface é composta por uma barra de menus, uma barra de ferramentas, a janela de álgebra, a janela de visualização, o campo de entrada de texto, um menu de comandos e o menu de símbolos.

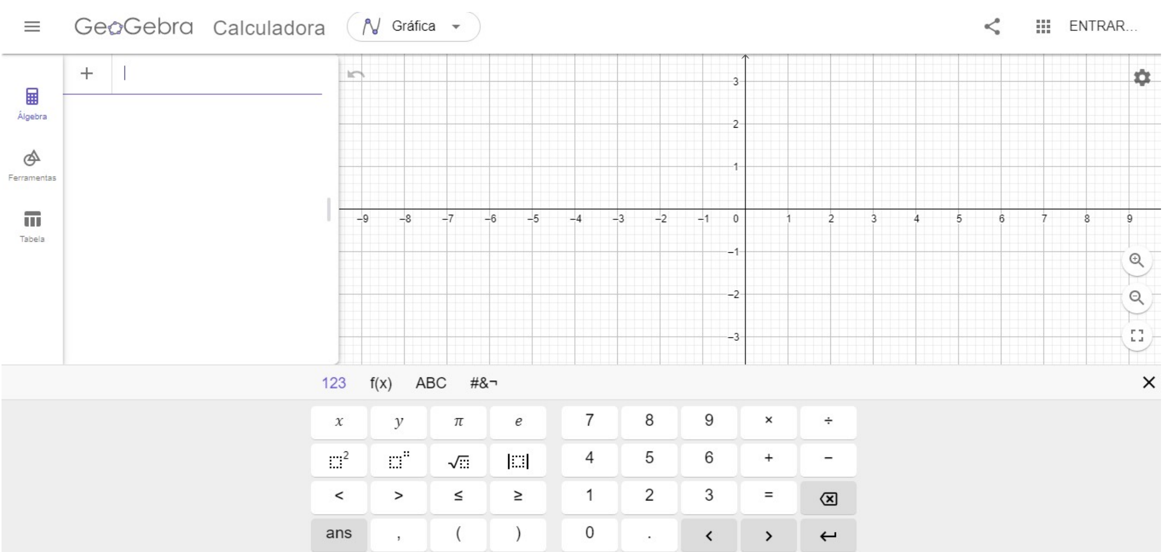


Figura 13: Interface Geogebra.

A Barra de menus fica na parte superior da zona gráfica, e é composta pelas opções: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

Observação: Utilizando o menu Exibir, podemos personalizar a interface do Programa, podendo-se, por exemplo, exibir/esconder diferentes elementos da mesma, como por exemplo, a janela algébrica e uma segunda janela de visualização, a janela de visualização 3D, uma janela planilha, a barra de ferramentas, os eixos coordenados, a malha, entre outras opções. Para isso, basta marcar/desmarcar o item desejado no menu exibir.

Janela de Álgebra:

A janela de visualização ou zona gráfica mostra a representação gráfica de pontos, vetores, segmentos, polígonos, funções, retas e cônicas no plano e no espaço, que podem ser introduzidos na janela geométrica ou através da entrada de texto.

Ao passar o mouse sobre algum desses objetos, aparece sua respectiva descrição. É possível personalizar a janela de visualização, basta clicar com o botão direito do mouse sobre a zona gráfica e em seguida no item configurações. Além de personalizar os eixos coordenados e a malha, podemos, por exemplo, alterar o estilo da linha, as unidades, a cor dos eixos coordenados e ainda a cor de fundo. Note que também podemos personalizar cada um dos eixos individualmente, clicando em ”Eixo X” ou ”Eixo Y”. Além disso, podemos alterar a cor e o estilo das linhas da malha, e alterar a distância entre as linhas.

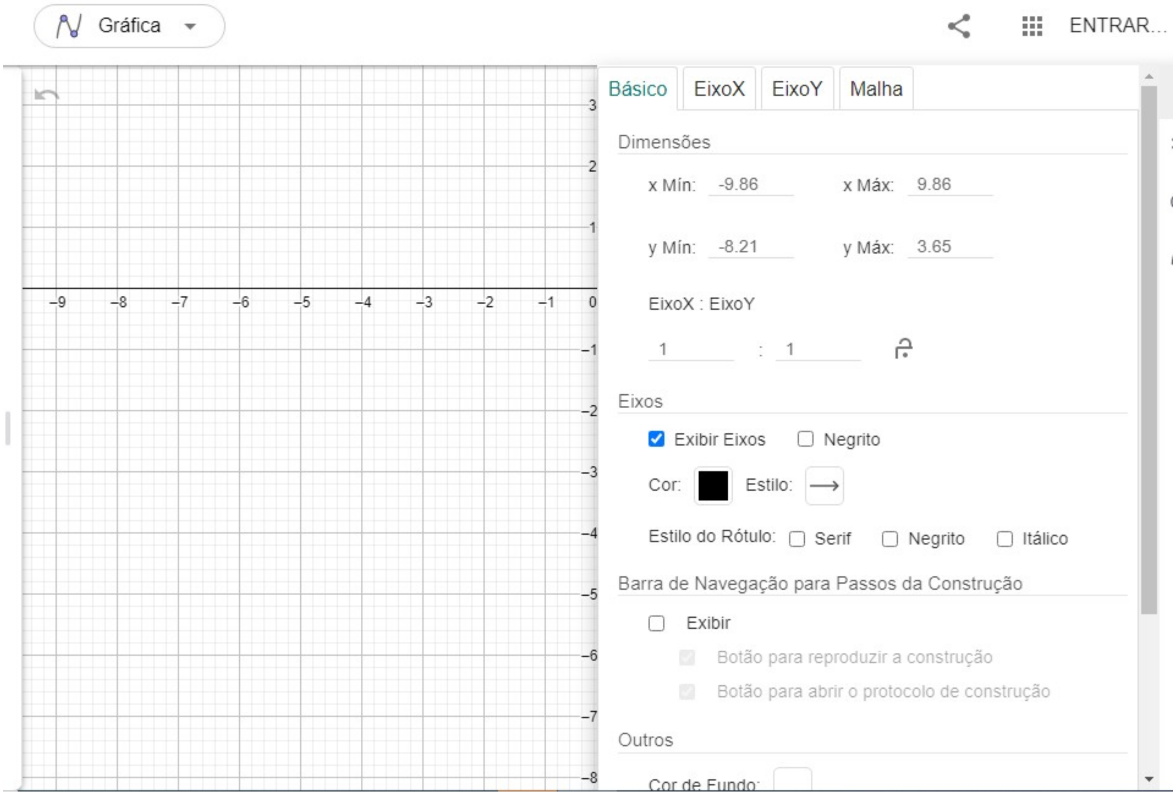


Figura 14: Interface Geogebra.

O campo de entrada de texto (ou entrada de comandos) é usado para inserir comandos, coordenadas, equações e funções diretamente através do teclado. Para facilitar a inserção de comandos no campo de entrada, podemos utilizar a ferramenta ”Ajuda”, localizada no canto superior esquerdo. Esta ferramenta dispõe de um menu de comandos com informações para as seguintes opções: Funções Matemáticas, Todos os Comandos, 3D, Álgebra, Cônicas, Diagramas, Estatística, Funções e Cálculo, GeoGebra, Geometria, ´ Listas, Lógica, Matemática Discreta, Matemática Financeira, Otimização, Planilha, Probabilidade, Programação, Texto, Transformações, e Vetores e Matrizes.

Deste modo, ao selecionar um desses itens, aparecerá uma caixa de texto com as instruções necessárias para a utilização do comando desejado.

Nas figuras 23,24 e 25 abaixo mostra a barra de ferramentas básica do Geogebra, que é onde se encontram as ferramentas que auxiliam na construção dos objetos matemáticos.

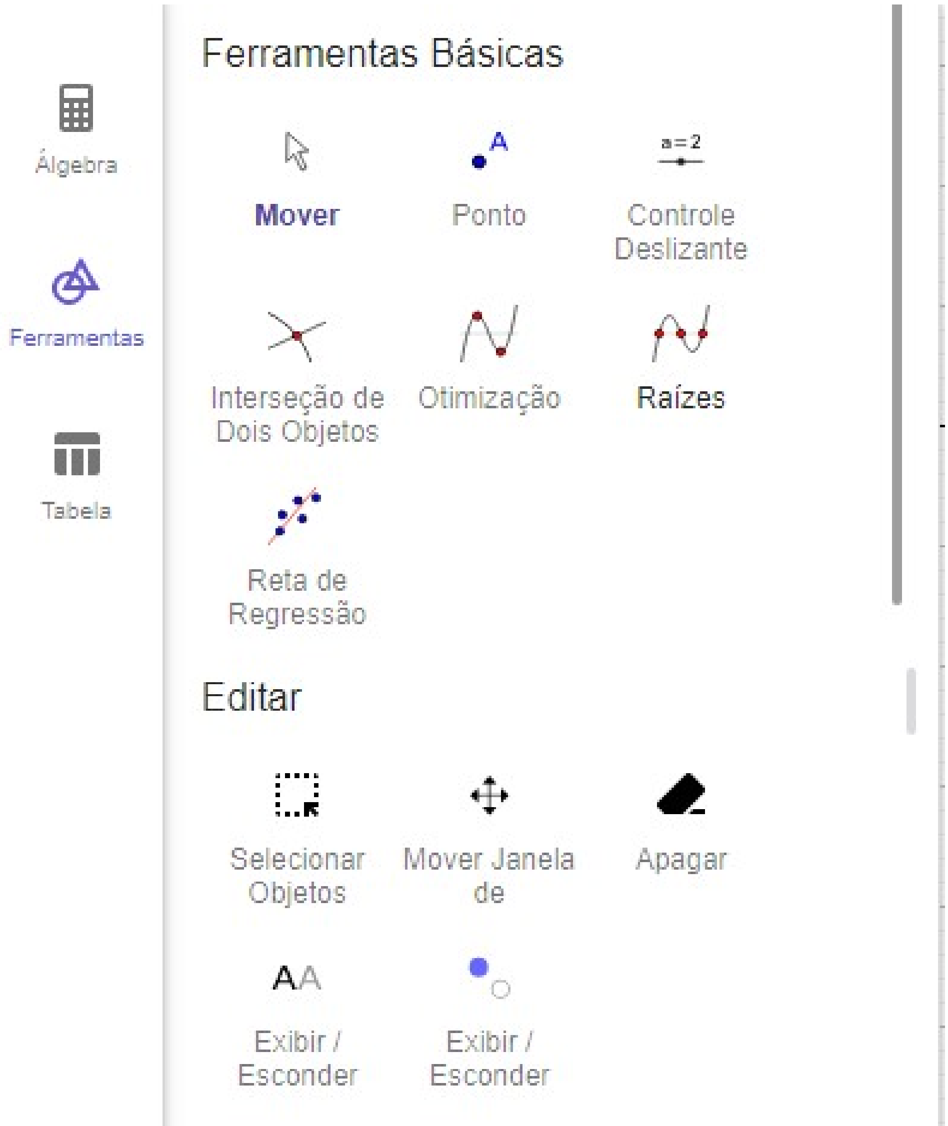


Figura 23: Ferramentas Geogebra

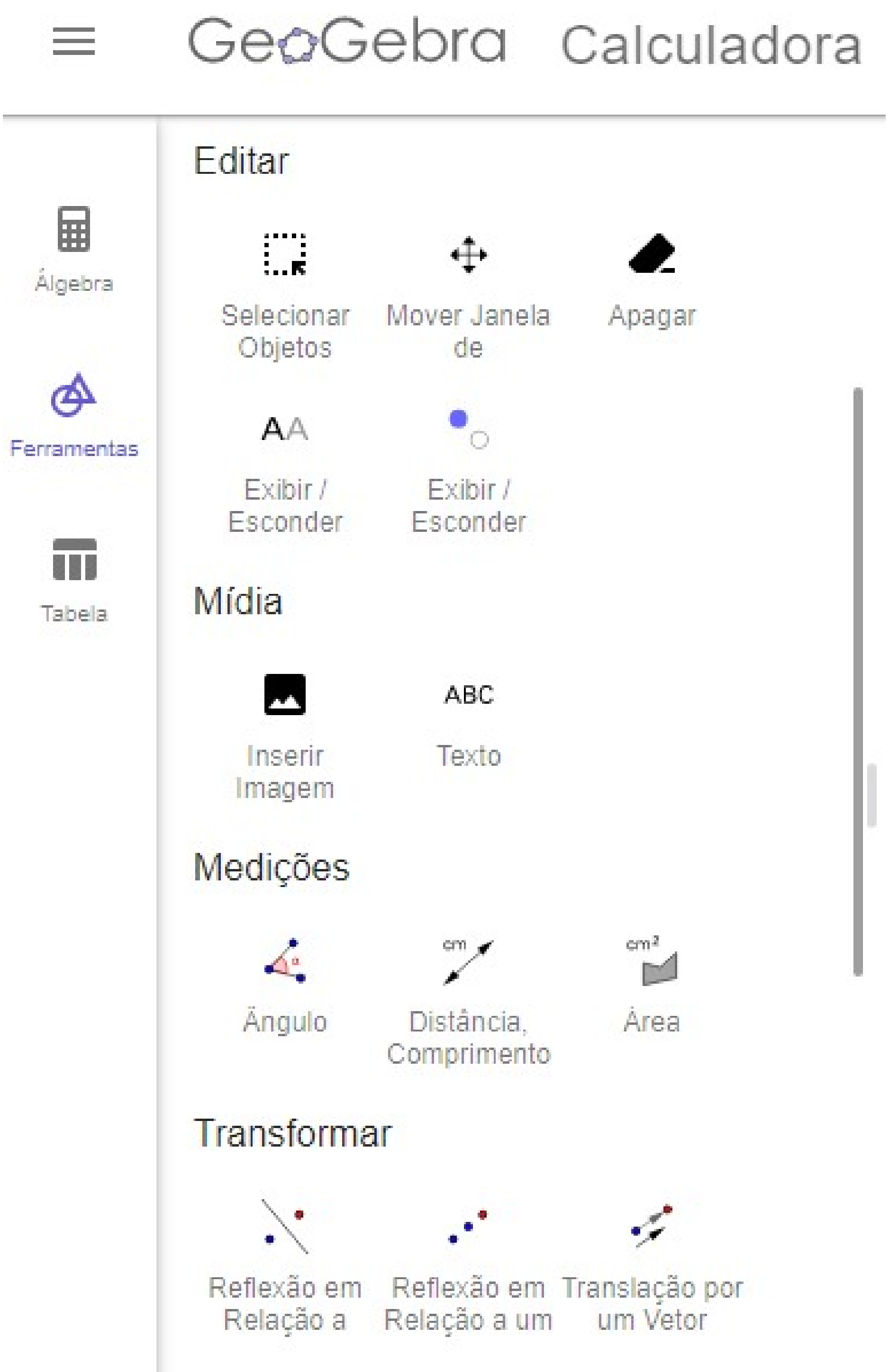


Figura 24: Ferramentas Geogebra.

Figura 15: Ferramentas Geogebra

Vamos utilizar da Calculadora gráfica para construir a função exponencial.

Primeira noção é construir pontos no Geogebra. No menu entrada no lado superior esquerdo da tela, colocamos parênteses () e entre eles as duas coordenadas dos pontos , primeiro a coordenada do eixo X e logo após a coordenada do eixo Y separados por uma vírgula. Automaticamente o ponto será denominado por uma letra maiúscula.

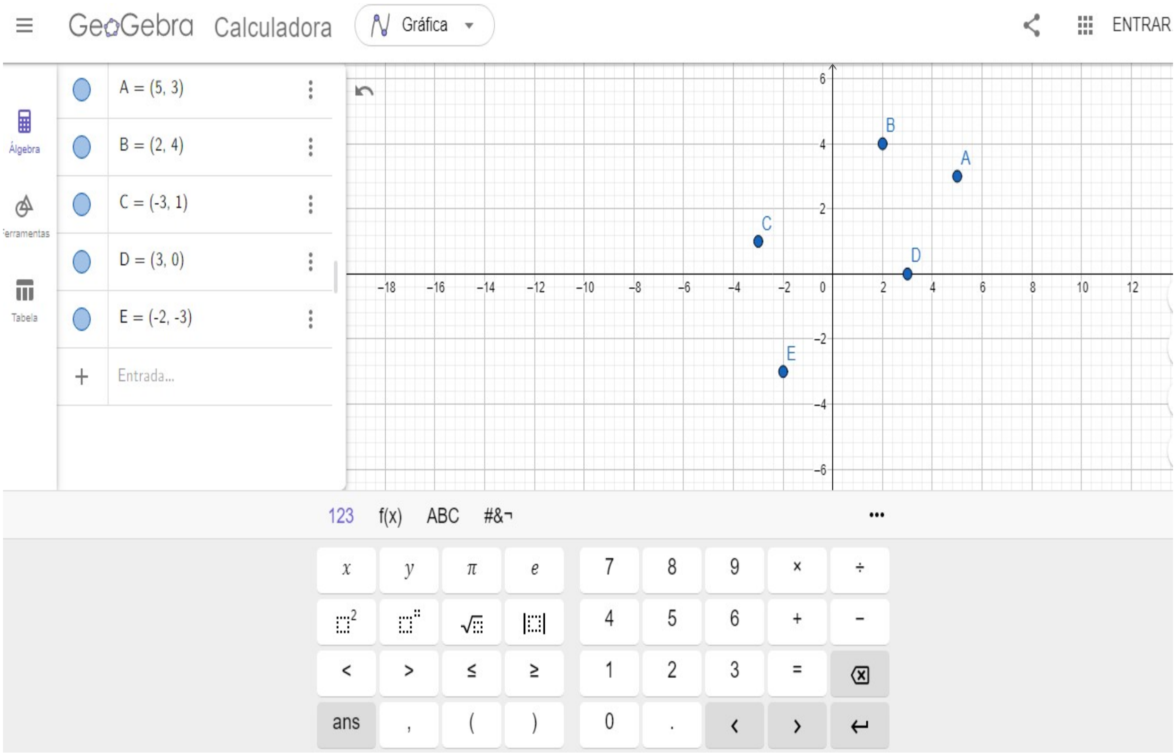


Figura 16: Pontos no Geogebra.

Através do conhecimento na construção de pontos no Geogebra, podemos através de um conjunto de dados unir esses pontos através da ferramenta segmento, assim se aproximando de uma função. Logo podemos pegar qualquer conjunto de dados e construir um gráfico e analisar qual função ele mais se assemelha.

A função exponencial pode ser construída no Geogebra facilmente. Na barra de entrada da calculadora gráfica podemos colocar a base com qualquer número e a variável x no expoente, logo apertando a tecla “enter” o gráfico será construído na janela gráfica.

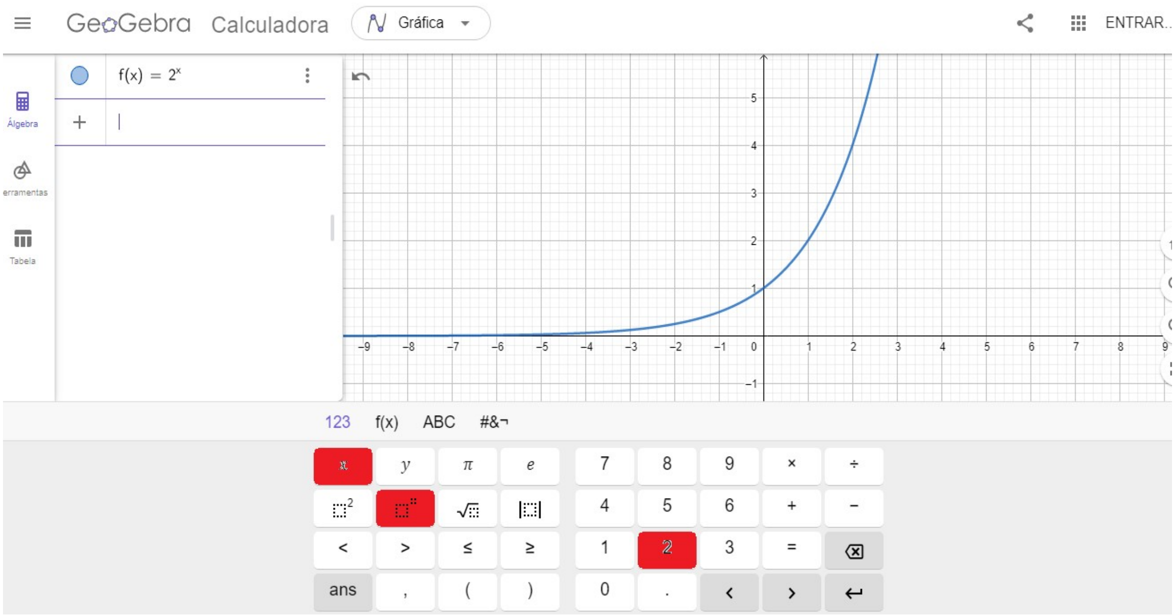


Figura 17: Função Exponencial no Geogebra.

Neste exemplo utilizamos a base 2.

Podemos também construir a função exponencial de base e. Do mesmo modo na entrada da calculadora gráfica digitamos e e colocamos o expoente x.

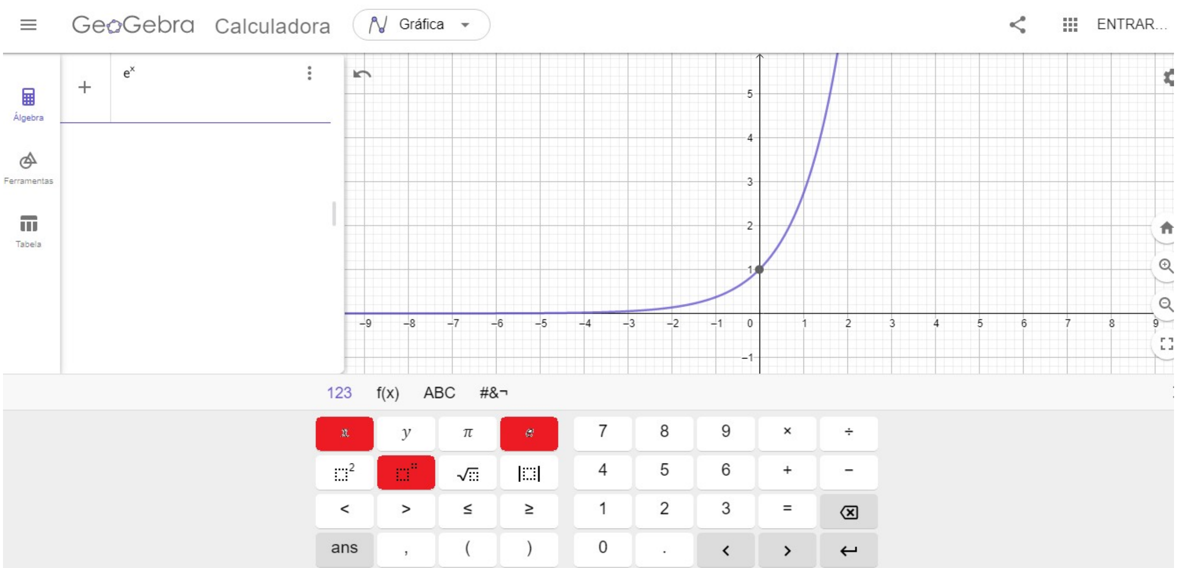


Figura 18: Funções no Geogebra

Podemos também escrever duas ou mais funções ao mesmo tempo e compará-las, apenas escrevendo ambas na entrada da calculadora gráfica.

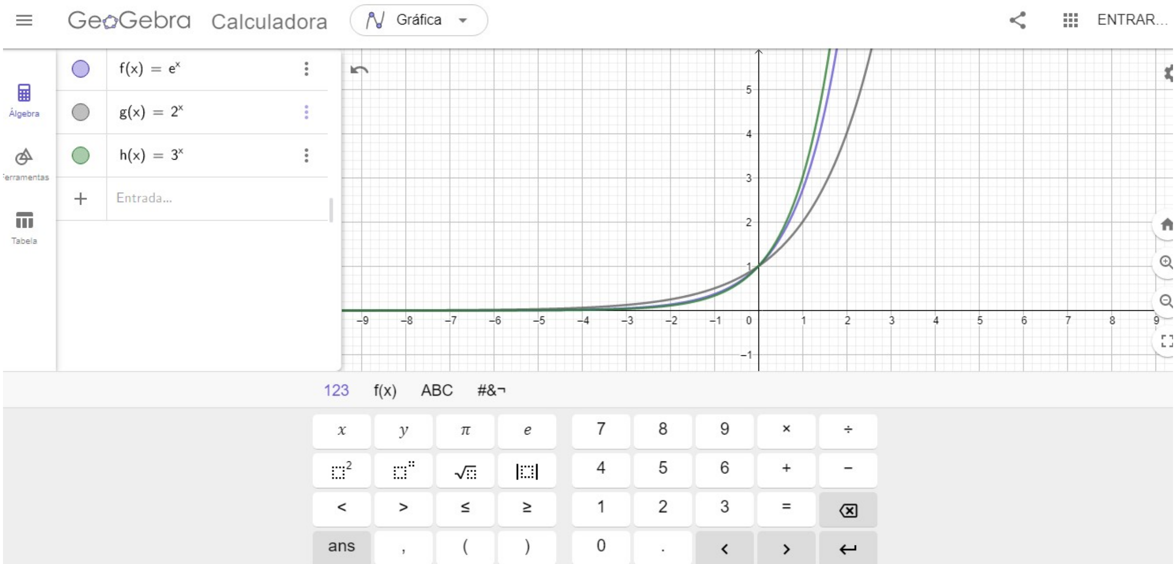


Figura 19: Funções no Geogebra.

No trabalho desenvolvido utilizamos uma outra ferramenta chamada regressão , a qual aproxima dados discretos a uma função escolhida. Na Barra de Ferramentas na lateral, clique em tabela e coloque os dados discretos da tabela.

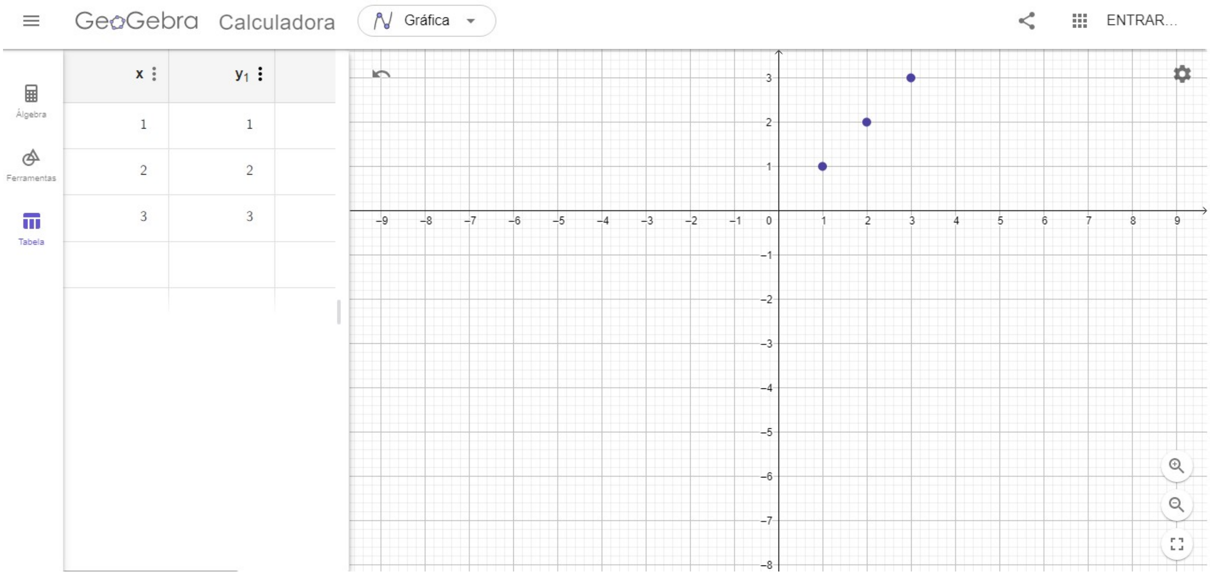


Figura 20: Tabela no Geogebra.

Após os dados da tabela colocados, aparecem os pontos condizentes nas aos eixos na janela gráfica. Desta forma, com o botão direito do mouse clique nos pontos ao lado da variável y e clique em regressão.

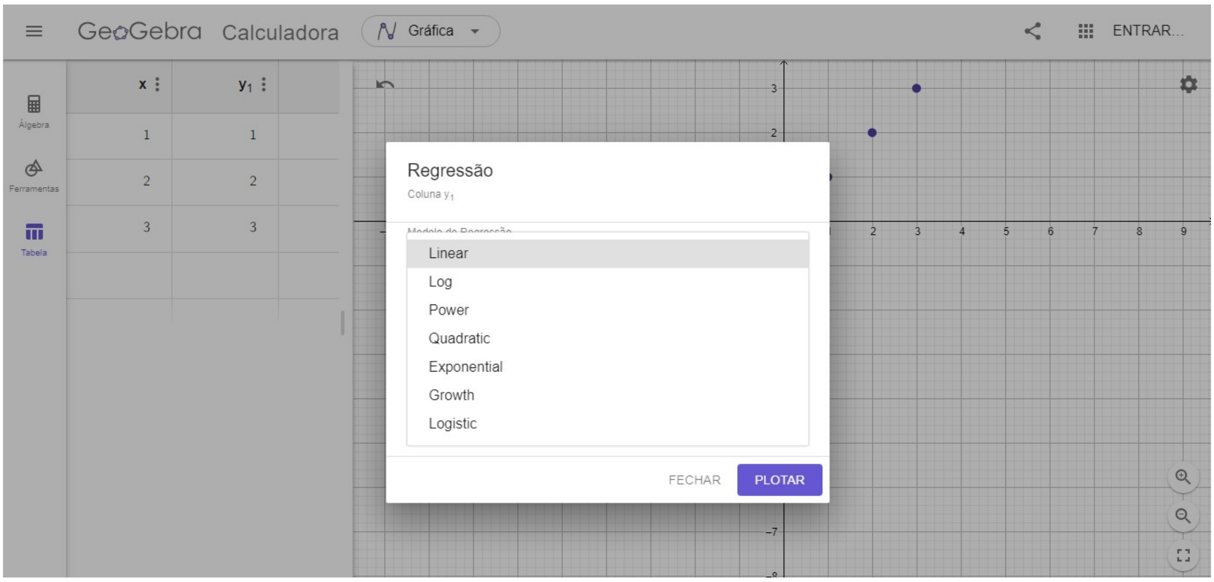


Figura 21: Regressão no Geogebra.

A partir dai, escolhemos qual função, dada as opções de linear, logarítmica, exponencial, quadrática entre outras, assim o software fará a aproximação dos pontos da tabela através de uma função contínua. Caso o gráfico não tenha se formado na janela gráfica, significa que a função escolhida não é ideal para aproximação dos dados da tabela.

4. **Dengue**

A dengue é uma doença causada pelo vírus pertencente à família Flaviviridae, do gênero Flavivírus, apresentando quatro sorotipos: DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4. É transmitida pelo mosquito Aedes Aegypti que é encontrado em ambientes domésticos, sendo um dos principais problemas de saúde pública do Brasil.

O crescimento demográfico, variações na pluviosidade e temperatura do ambiente, períodos quentes favorecem a proliferação do mosquito e assim consequentemente a propagação dos sorotipos virais, afinal os humanos favorecem a reprodução de tal vírus. Todos os sorotipos de dengue causam sintomas semelhantes, mas caso ocorra à reincidência da doença, o risco aumenta para formas mais graves, possivelmente evoluindo para dengue hemorrágica caracterizada por queda de pressão arterial e sangramentos, com possível risco de morte.

O primeiro caso de Dengue foi registrado na dinastia chinesa de Jin (265-420) chamada por chineses de "veneno da água".

Segundo Gubler (1997) a dengue possui relatos clínicos e epidemiológicos encontrados em uma enciclopédia chinesa datada de 600 d.c, além de ser descritos surtos de uma doença febril no oeste da Índia Francesa em 1635, Panamá em 1699, não havendo a confirmação da doença. Todos os relatos anteriores a 1950, ano em que foi isolado pela primeira vez o micro-organismo causador da doença são baseados em critérios clinico-epidemiológicos, uma vez que a virosa apresenta em forma de epidemias súbitas e massivas.

A partir do século XX tem se registrado a ocorrência de Dengue em diversas partes do mundo. No século XIX o desenvolvimento do transporte comercial entre portos do EUA e Caribe com o resto do mundo favoreceu a ocorrência de grandes surtos epidêmicos. O primeiro deles teve início no Caribe e na Costa Atlântica dos EUA em 1827, e entre os anos de 1848 e 1850 se propagou pela região estando associado a abortos e partos prematuros. A doença, já espalhada pelo Caribe, atingiu o outro lado do mundo, com registros de epidemias na Austrália nos anos de 1879, 1885 e 1897. No início do século XX, mais precisamente na década de 1920, o vírus da dengue predominava nas Filipinas e na Ásia. Cabe destacar, a epidemia que atingiu a Grécia, no final desta mesma década, quando

90% da população de Atenas ficou infectada, com 1 milhão de casos notificados e 1250 óbitos. Por um longo período a dengue foi considerada doença benigna e, somente após a II Guerra Mundial, que favoreceu a circulação de vários sorotipos em uma mesma área geográfica, é que passaram a ocorrer surtos de uma febre hemorrágica severa que posteriormente seria identificada como uma forma da doença, o dengue hemorrágico. O primeiro destes eventos foi descrito nas Filipinas em 1953. (Torres 1990). Progressivamente, outros países asiáticos como o Vietnã do Sul, Cingapura, Malásia e Indonésia foram apresentando surtos de dengue hemorrágico. Em 1964, após 20 anos sem registro da doença, um pequeno surto foi diagnosticado no Taiti e nos anos seguintes, as epidemias graves reapareceram em vários países, com a circulação dos quatro sorotipos do vírus se mantendo até os dias de hoje (Gubler 1997).

No Brasil, os primeiros relatos de dengue datam do final do século XIX, em Curitiba (PR), e do início do século XX, em Niterói (RJ). No início do século XX, o mosquito já era um problema, mas não por conta da dengue, mas sim a principal preocupação era a transmissão da Febre Amarela. Em 1955, o Brasil erradicou o *Aedes aegypti* como resultado de medidas para controle da febre amarela. No final da década de 1960, o relaxamento das medidas adotadas levou à reintrodução do vetor em território nacional. Hoje, o mosquito é encontrado em todos os estados brasileiros.

Em Presidente Prudente no ano de 2020, podemos relatar uma grande quantidade de contaminados com a Dengue na cidade. Segue abaixo a tabela de semanas e do números de casos divulgados pelo órgão da SUCEM em 06 de janeiro de 2021.

CALENDÁRIO DE NOTIFICAÇÃO PARA O ANO DE 2020

Semana	Início	Término	Número de Casos de Dengue
1	29/12/2019	04/01/2020	16
2	05/01/2020	11/01/2020	26
3	12/01/2020	18/01/2020	44
4	19/01/2020	25/01/2020	57
5	26/01/2020	01/02/2020	94

6	02/02/2020	08/02/2020	145
7	09/02/2020	15/02/2020	136
8	16/02/2020	22/02/2020	182
9	23/02/2020	29/02/2020	277
10	01/03/2020	07/03/2020	424
11	08/03/2020	14/03/2020	355
12	15/03/2020	21/03/2020	306
13	22/03/2020	28/03/2020	325
14	29/03/2020	04/04/2020	341
15	05/04/2020	11/04/2020	289
16	12/04/2020	18/04/2020	279
17	19/04/2020	25/04/2020	240
18	26/04/2020	02/05/2020	213
19	03/05/2020	09/05/2020	179
20	10/05/2020	16/05/2020	178
21	17/05/2020	23/05/2020	87
22	24/05/2020	30/05/2020	51
23	31/05/2020	06/06/2020	80
24	07/06/2020	13/06/2020	109
25	14/06/2020	20/06/2020	100
26	21/06/2020	27/06/2020	83
27	28/06/2020	04/07/2020	14
28	05/07/2020	11/07/2020	20
29	12/07/2020	18/07/2020	16
30	19/07/2020	25/07/2020	9
31	26/07/2020	01/08/2020	9
32	02/08/2020	08/08/2020	11
33	09/08/2020	15/08/2020	14
34	16/08/2020	22/08/2020	9
35	23/08/2020	29/08/2020	2
36	30/08/2020	05/09/2020	12
37	06/09/2020	12/09/2020	7
38	13/09/2020	19/09/2020	5
39	20/09/2020	26/09/2020	10
40	27/09/2020	03/10/2020	13
41	04/10/2020	10/10/2020	4

42	11/10/2020	17/10/2020	6
43	18/10/2020	24/10/2020	13
44	25/10/2020	31/10/2020	3
45	01/11/2020	07/11/2020	7
46	08/11/2020	14/11/2020	8
47	15/11/2020	21/11/2020	3
48	22/11/2020	28/11/2020	14
49	29/11/2020	05/12/2020	14
50	06/12/2020	12/12/2020	3
51	13/12/2020	19/12/2020	5
52	20/12/2020	26/12/2020	9
53	27/12/2020	04/01/2021	8

Tabela 1: Dados do números de caso da Dengue divulgados pelo SUCEM em 06 de janeiro de 2021.

Observação: Por convenção internacional as semanas epidemiológicas são contadas de domingo a sábado. A primeira semana do ano é aquela que contém o maior número de dias de janeiro e a última a que contém o maior número de dias de dezembro.

Figura 22: Gráfico de Casos de Dengue em Presidente Prudente divulgados pela SUCEM em 06 de Janeiro de 2021.

De acordo com os dados divulgados pela SUCEM , iremos desmembrar semanas através dos dados discretos afim de aproximar cada parte dos dados a uma função contínua que mais se assemelha, para isso será usado a função de regressão do Geogebra como explicado no capítulo 3.

Estudando estes dados acima da cidade de Presidente Prudente, podemos perceber que entre as semanas 1 e 10 a função do número de casos de Dengue tem crescimento exponencial conforme o gráfico abaixo:

Figura 23: Gráfico entre a 1ª e 10ª semana de casos de Dengue em Presidente Prudente.

Analisando as semanas 1- 10, podemos perceber que o número de casos confirmados de Dengue em Presidente Prudente se aproxima de uma função exponencial conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

a = 14,06

b = 0,34

Assim podemos descrever a função dada por:

$$f(x) = 14,06.e^{0,34x}$$

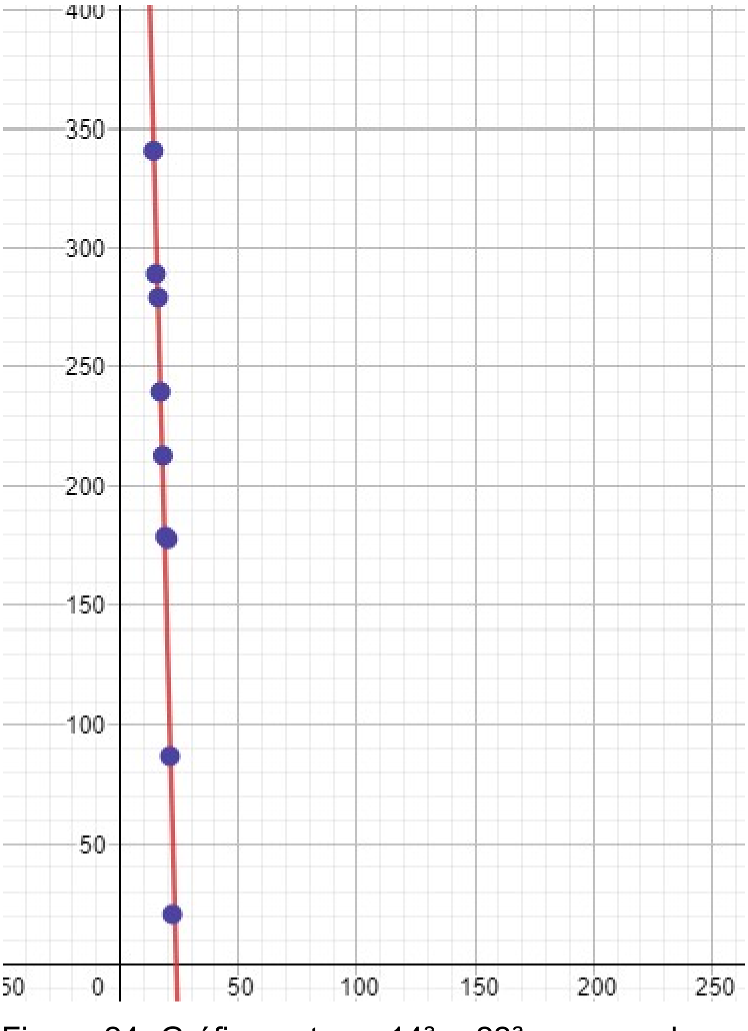


Figura 24: Gráfico entre a 14ª e 22ª semana de casos de Dengue de Presidente Prudente.

Analisando as semanas 14-22, podemos perceber que o número de casos confirmados de Dengue em Presidente Prudente se aproxima de uma função afim conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

a = -33,81

b = 815,03

Assim podemos descrever a função dada por:

$$f(x) = -33{,}81x + 815{,}03$$

Importante ressaltar que no Geogebra foi feito uma alteração na legenda dos eixos para que o gráfico se tornasse mais claro para o leitor.

Entre a 30ª e a 53ª semana percebemos que a função não altera drasticamente os valores se aproximando então de uma função constante dada por f(x) = 9.

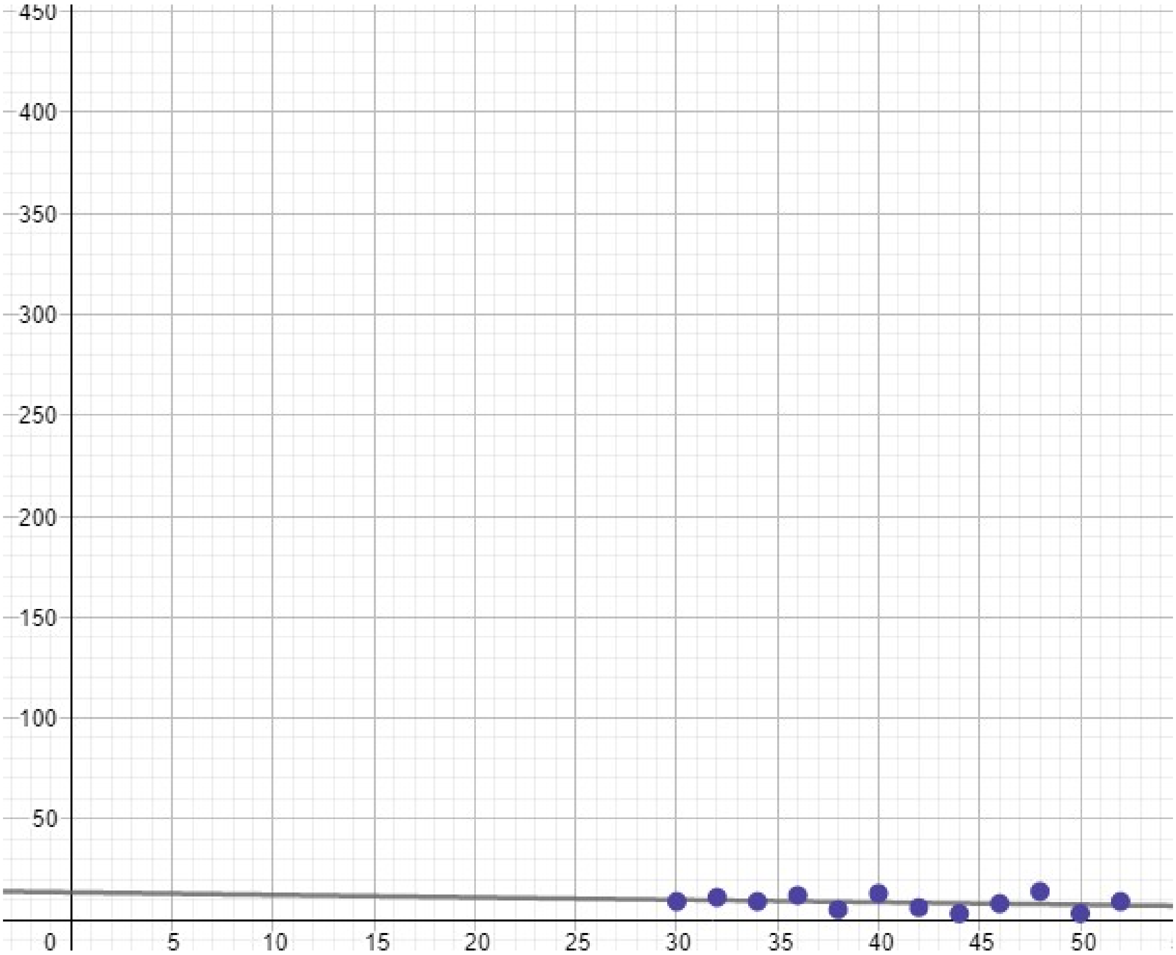


Figura 25: Gráfico entre as funções 30ª e 53ª Semanas.

Assim podemos perceber que dentro do mesmo problema estudado de acordo com o tempo, podemos observar três tipos de funções que sofrem mudanças devido a alguns fatores relacionados, como: temperatura, clima, mutirões de conscientização da população, medidas públicas realizadas pelo Estado e pela Prefeitura.

5. **Covid-19**

O Coronavírus é uma família de vírus que causam infecções respiratórias. O coronavírus da Síndrome Respiratória Aguda Grave 2 (SARS-CoV-2), em inglês Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2, é um novo tipo de coronavírus que teve sua origem em Whuan, na China, em dezembro de 2019 sendo o vírus responsável pela Coronavirus Disease (COVID-19).

Nesta data, foi identificado um surto de pneumonia viral grave em Wuhan na China sem etiologia esclarecida e posteriormente foi constatado através do sequenciamento genético, um novo vírus capaz de infectar humanos. Inicialmente o novo vírus foi denominado 2019 Novel Coronavirus (2019-nCoV) que posteriormente, após análises de sequenciamento de RNA, foi identificado como sendo um betacoronavírus SARS-CoV e então denominado Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2 (SARS-CoV-2).

Desde então, ao longo do curso da pandemia, têm sido identificadas novas variantes de SARS-CoV-2, que surgem como um subproduto natural da replicação viral. No dia 11/03/2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) decretou estado de pandemia e desde então já foram registrados até 12 de Dezembro de 2021 270.155.054 casos confirmados de .contaminação pelo SARS-CoV-2, com 5.305.991 mortes em todo o mundo (dados atualizados em 12/12/2021). No Brasil, o primeiro caso confirmando foi em 25 de fevereiro de 2020, o número de casos confirmados está em 22.193.479 e o número de mortes por Covid19 somam 617.095 (dados referentes ao dia 12/12/2021), ainda em ascensão (MINISTÉRIO DA SAÚDE, 2021). Pessoas infectadas com SARS-Cov-2 são relatadas com quadros clínicos que podem variar de assintomáticos ou com sintomas leves de infecção do trato respiratório superior (80%), até aqueles em que a doença pode progredir com complicações, que podem resultar em pneumonia grave (15%), insuficiência respiratória (5%) e óbito (JOLY et al., 2020; HU et al., 2020).

Uma característica particular dessa doença é que, em pessoas que desenvolvem as condições mais graves, tem sido relatada a necessidade de internação prolongada, podendo ser necessário tratamento intensivo e dependência de ventilador por um longo período de tempo (ZHAO et al., 2020).

Na infecção inicial, o SARS-CoV-2 tem como células alvos as células epiteliais nasais e brônquicas e pneumócitos, onde se liga ao receptor da enzima conversora de angiotensina 2 (ECA2) presente nessas células (HOFFMANN et al., 2020; WIERSINGA et al., 2020) e desencadeia uma resposta inflamatória viral. Em estágios posteriores da infecção, quando a replicação viral acelera, a integridade da barreira epitelio-endotelial é comprometida. Ainda, a resposta inflamatória é acentuada resultando em edema alveolar, com infiltrado alveolar e intertiscial de células inflamatórias, e emdotelialite (XU et al, 2020; BERANGÉRE et al., 2020; WIERSINGA et al., 2020). Outros órgãos onde também há distribuição de receptores de ECA2 podem ser comprometidos (BOURGONJE et al., 2020).

Em pacientes graves com Covid-19, esta resposta imune é excessiva e precipita o início de uma síndrome de resposta inflamatória sistêmica (SIRS) 15 (BERANGÉRE et al., 2020). Ainda, a resposta imune pode causar edema pulmonar preenchendo os espaços alveolares com formação de membrana hialina, compatível com síndrome de insuficiência respiratória aguda (SDRA) de fase inicial (XU et al., 2020). Nos casos que evoluem para Covid-19 grave, ocorre ativação de fatores de coagulação (WIERSINGA et al., 2020), podendo ocorrer eventos trombóticos em pacientes críticos (KLOK et al., 2020; WIERSINGA et al., 2020). Desenvolvimento de sepse viral, definida como disfunção de órgãos com ameaça de vida causada por uma resposta desregulada do hospedeiro à infecção, pode contribuir ainda mais para a falência de múltiplos órgãos (SFMO) (WIERSINGA et al., 2020). Algumas dessas condições têm sido associadas à mortalidade ou a um maior risco de evolução para quadros graves da doença, incluindo idade maiores de 60 anos e comorbidades, como hipertensão, diabetes, câncer, obesidade, doenças cardiovasculares crônicas, doenças pulmonares crônicas e tabagismo (JORDAN et al., 2020).

Os dados epidemiológicos sugerem que gotículas, expelidas durante a fala, tosse ou espirro, é o modo mais comum de transmissão do vírus. Essas gotículas são partículas consideradas grandes e densas (>5 microns) e atingem até um metro de distância e logo se depositam no chão, por isso, essa forma de transmissão geralmente se dá face a face. A exposição prolongada a uma pessoa infectada (estando a menos de 2 metros por pelo menos 15 minutos) e exposições mais breves a indivíduos sintomáticos (por exemplo, tosse) estão associadas a maior risco de transmissão, enquanto exposições breves a casos assintomáticos têm menos probabilidade de resultar em transmissão (CHU et al., 2020). A transmissão por contato direto (através do toque a alguém infectado em uma região com presença de vírus, ex.: mãos, rosto, pele) ou indireta (contato com objetos ou superfícies infectadas) é outro modo possível de transmissão. A transmissão também pode ocorrer por meio de aerossóis, gotículas menores que podem atingir longas distâncias e permanecem suspensas no ar, geralmente liberadas através de tosse, espirro, fala, respiração e técnicas terapêuticas.

Após ser infectado pelo vírus, o tempo médio que um indivíduo leva para desenvolver sintomas (período de incubação) é de 5-6 dias (IC 1-14 dias após exposição) (WHO, 2020; LI et al., 2020), mas pode variar dependendo da variante. A duração média de dias desde o início dos sintomas até a internação hospitalar é de cerca de 9 dias (IC 95%, 8,6 a 9,7) (LI et al., 2020).

O vírus pode ser detectado no trato respiratório até 3 dias antes ao início dos sintomas, no entanto, indivíduos assintomáticos também podem testar positivo.

Com relação ao diagnóstico da Covid-19, é tipicamente realizado através do teste reverse transcription polymerase chain reaction (RT-PCR) a partir de swab nasal, no entanto em casos de diagnóstico molecular inconclusivo, achados clínicos, laboratoriais e de imagem podem ser utilizados para fazer um possível diagnóstico (WIERSINGA et al., 2020).

Também podem ser realizados testes sorológicos, mas considerando que estes testes apresentam maiores limitações e maior risco de falsos negativos. Nos testes sorológicos, a presença dos anticorpos imunoglobulina M (IgM) pode ser detectada com cerca de 5 dias de infecção e a presença de imunoglobulina G (IgG), com cerca de 14 dias após o início dos sintomas (WIERSINGA et al., 2020), no entanto, no Brasil a recomendação é que os testes sorológicos sejam realizados apenas a partir do 14º dia de sintomas

(MINISTÉRIO DA SAÚDE, 2020). Apesar da alta taxa de pessoas que desenvolvem sintomas oculares, amostras oculares não se mostraram uma ferramenta adequada e confiável de diagnóstico (AGGARWAL et al., 2020).

Em Presidente Prudente alvo deste estudo, uma cidade com população de 231.953 habitantes, foram confirmados 37.686 casos de Covid-19 com 919 óbitos. (Dados atualizados em 14/12/2021).

A partir do exposto, destaca-se a importância de investigar e descrever modelos da COVID-19, do ponto de vista teórico, para maior conhecimento da doença do ponto de vista prático para auxiliar no enfrentamento da pandemia, tomadas de decisões e para o ensino básico escolar.

Assim estudando os casos confirmados de Covid-19 na cidade de Presidente Prudente podemos relacioná-los a funções matemáticas.

Segue abaixo tabelas dos períodos estudados e número de casos confirmados divulgados pela fundação Inova Prudente.

Períodos	Data de Início	Data de Término	Casos Confirmados
01	03/03/2020	17/03/2020	0
02	18/03/2020	31/03/2020	0
03	01/04/2020	14/04/2020	4
04	15/04/2020	28/04/2020	24
05	29/04/2020	12/05/2020	71
06	13/05/2020	26/05/2020	122
07	27/05/2020	09/06/2020	192
08	10/06/2020	23/06/2020	419
09	24/06/2020	07/07/2020	938
10	08/07/2020	21/07/2020	1345
11	22/07/2020	04/08/2020	2113
12	05/08/2020	18/08/2020	2872
13	19/08/2020	01/09/2020	3332
14	02/09/2020	15/09/2020	3855

15	16/09/2020	29/09/2020	4419
16	30/09/2020	13/10/2020	4935
17	14/10/2020	28/10/2020	5916
18	29/10/2020	11/11/2020	6328
19	12/11/2020	25/11/2020	7072
20	26/11/2020	09/12/2020	8076
21	10/12/2020	23/12/2020	9527
22	24/12/2020	08/01/2021	10286
23	09/01/2021	27/01/2021	11276
24	28/01/2021	17/02/2021	12556
25	18/02/2021	09/03/2021	13994
26	10/03/2021	29/03/2021	15948
27	30/03/2021	15/04/2021	19469
28	16/04/2021	03/05/2021	21332
29	04/05/2021	19/05/2021	23448
30	20/05/2021	05/06/2021	25898
31	06/06/2021	23/06/2021	29419
32	24/06/2021	14/07/2021	31653
33	15/07/2021	03/08/2021	33109
34	04/08/2021	23/08/2021	34373
35	24/08/2021	16/09/2021	34934
36	17/09/2021	07/10/2021	36126
37	08/10/2021	29/10/2021	37017
38	30/10/2021	23/11/2021	37413
39	24/11/2021	14/12/2021	37686

Tabela 2:Casos confirmados por períodos de Covid-19 em Prudente divulgados pela Fundação Inova Prudente com o acesso em 02 de março de 2022.

Gráfico de casos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente em 2020 e 2021.

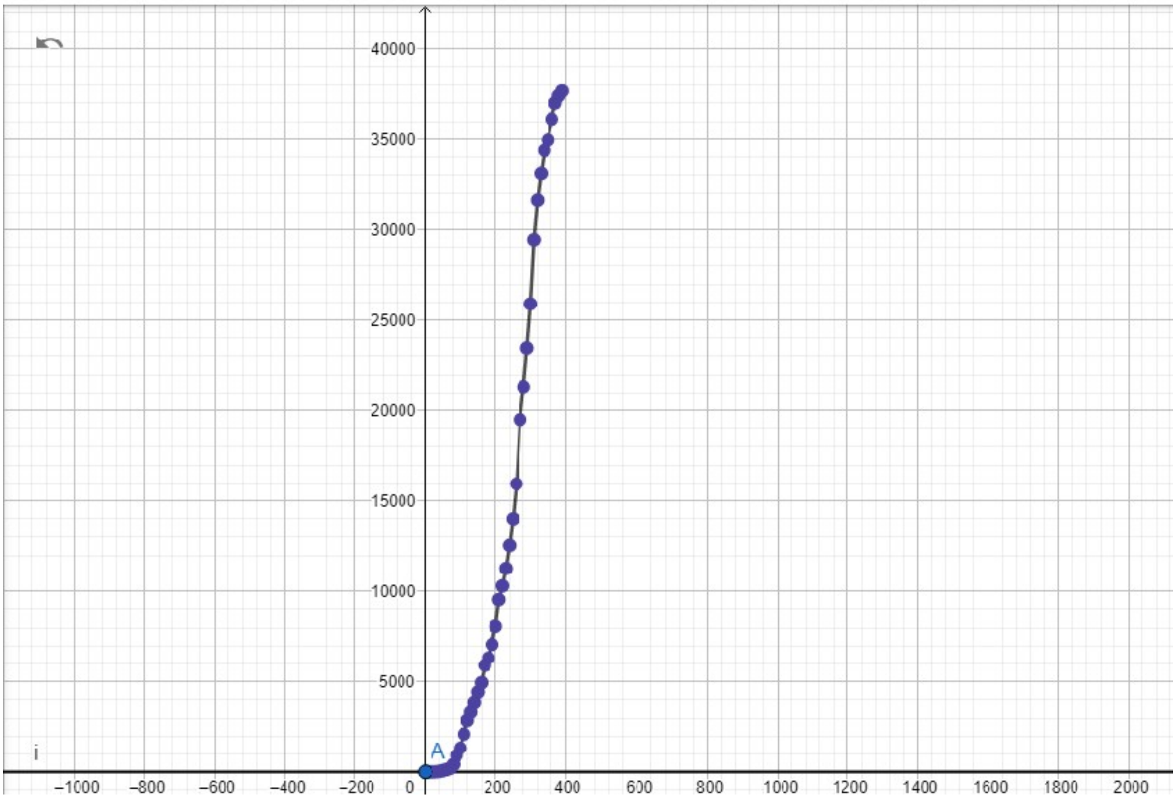


Figura 26: Gráfico de casos de Covid-19 em Presidente Prudente

Observação: Foi feito um ajuste nos parâmetros dos eixos para melhor visualização.

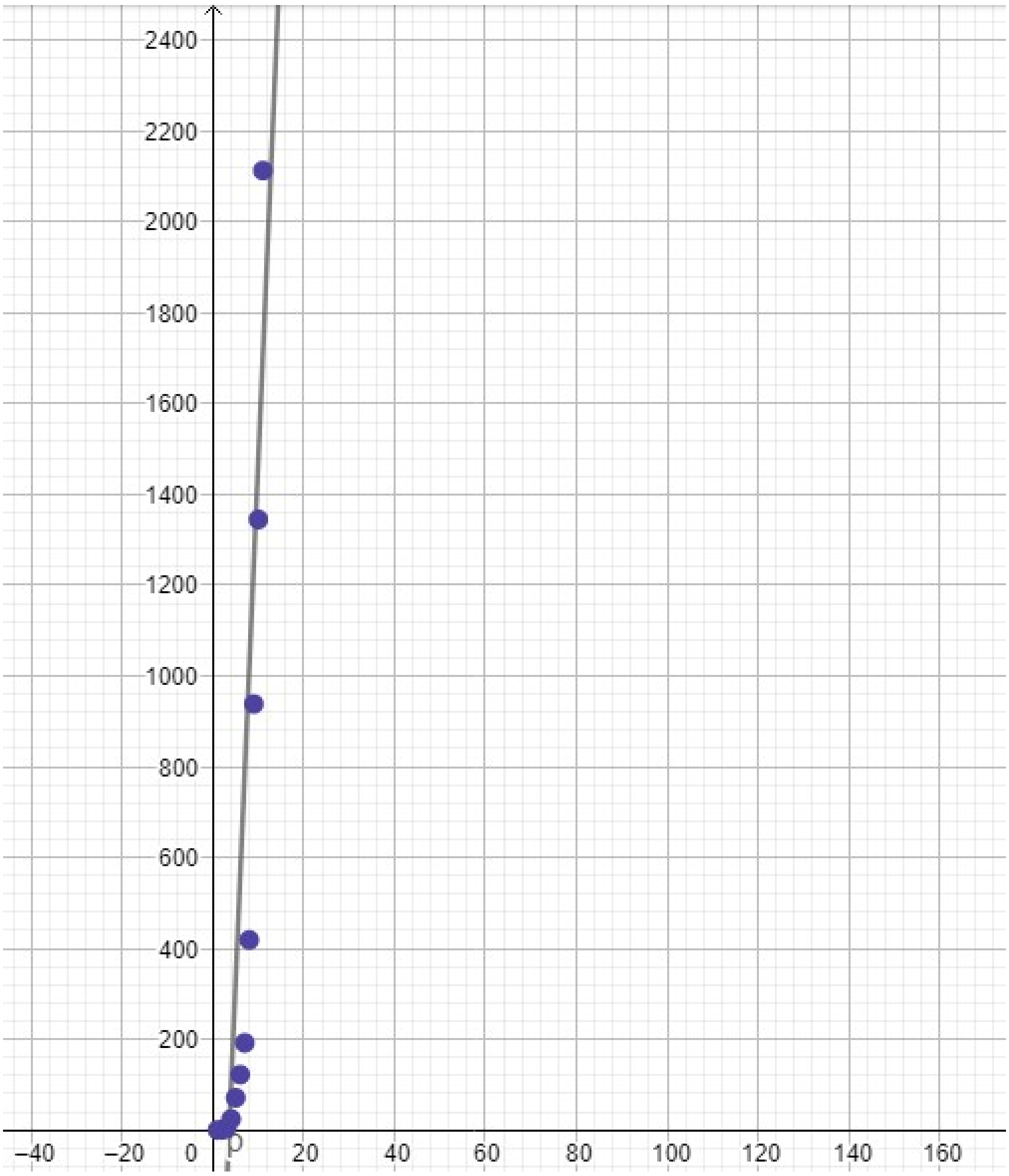


Figura 27: Gráfico dos Períodos de 01 – 12.

Analisando os períodos de 01 – 12 podemos perceber que a o número de casos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente descreve aproximadamente uma função linear.

Com os seguintes parâmetros:

a= 229,65

b=-817,72

Assim podemos concluir que a função entre esse período é dada por :

$$f(x) = 229{,}65x – 817{,}72$$

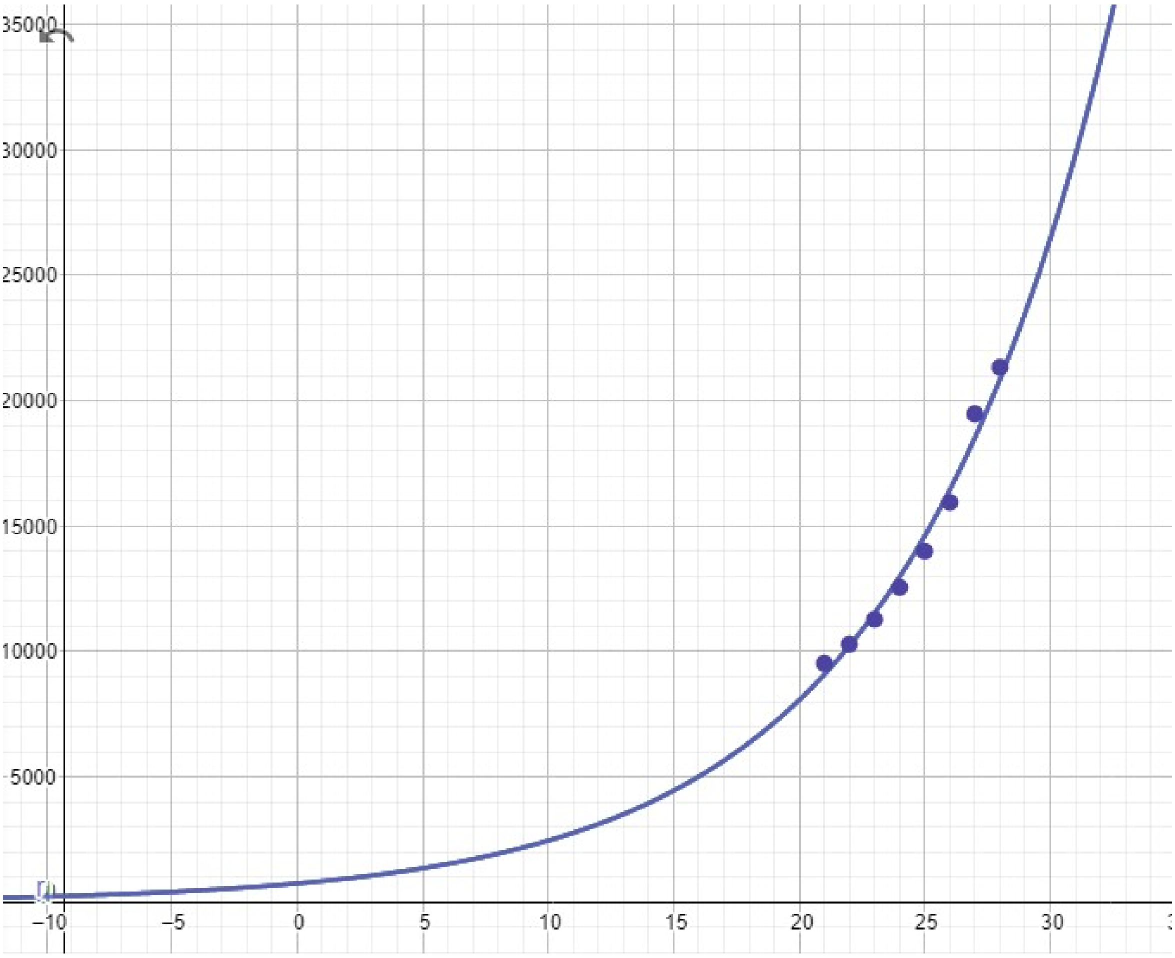


Figura 28: Gráficos dos Períodos 21-28.

Analisando os períodos de 21 – 28 podemos perceber que a o número de casos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente descreve aproximadamente uma função exponencial conforme o gráfico acima.

Os parâmetros dados pela função é:

$a = 748{,}77$

$b = 0{,}1188$

Descrevendo então a função.

$f(x) = 748{,}77.\ e^{0{,}1188x}$

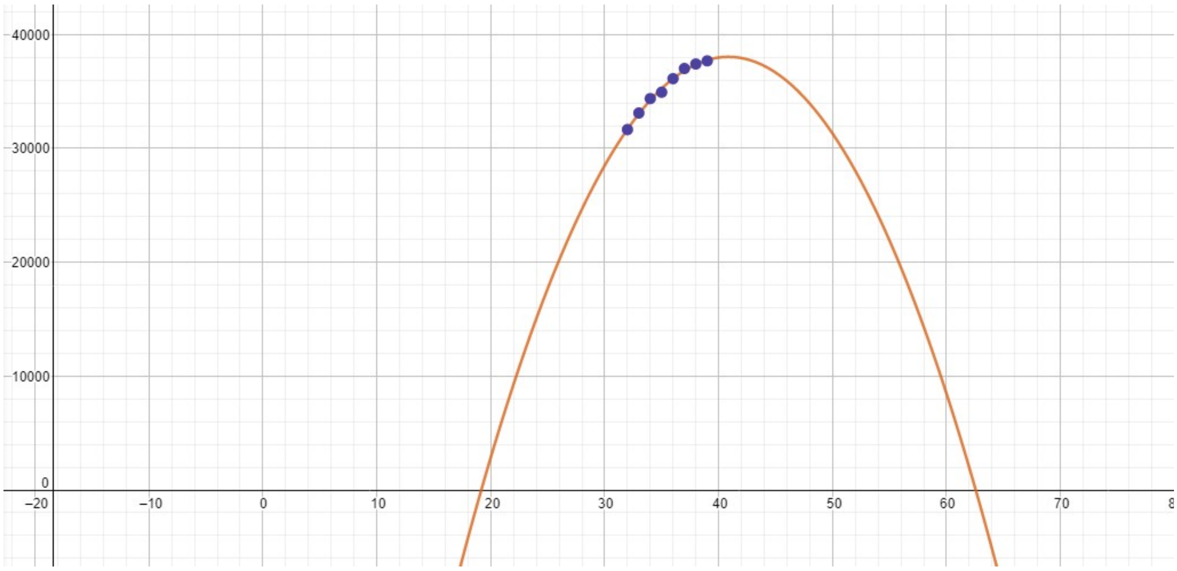


Figura 29: Gráfico dos Períodos 32-39.

Analisando os períodos de 32-39 podemos perceber que o número de casos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente descreve uma função quadrática conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

$a = -80{,}80$

$b = 6604{,}61$

$c = 96917{,}97$

Assim descrevendo a função quadrática:

$f(x) = -80{,}80x^2 + 6604{,}61x + 96917{,}97.$

Estudando agora os casos de óbitos de Covid-19 em Presidente Prudente. Segue abaixo a tabela de óbitos confirmados nos anos de 2020 e 2021 divulgados pela Fundação Inova Prudente com acesso em 02 de março de 2022.

Períodos	Óbitos Confirmados
01	0
02	0
03	2
04	3
05	7
06	10
07	11
08	16
09	21
10	33
11	51
12	70
13	95
14	105
15	127
16	144
17	149
18	154
19	159
20	174
21	185
22	203
23	223
24	249
25	290

26	375
27	481
28	556
29	619
30	686
31	767
32	810
33	835
34	848
35	864
36	876
37	880
38	892
39	919

Tabela 5: Casos de Mortes de Covid-19 em Presidente Prudente.

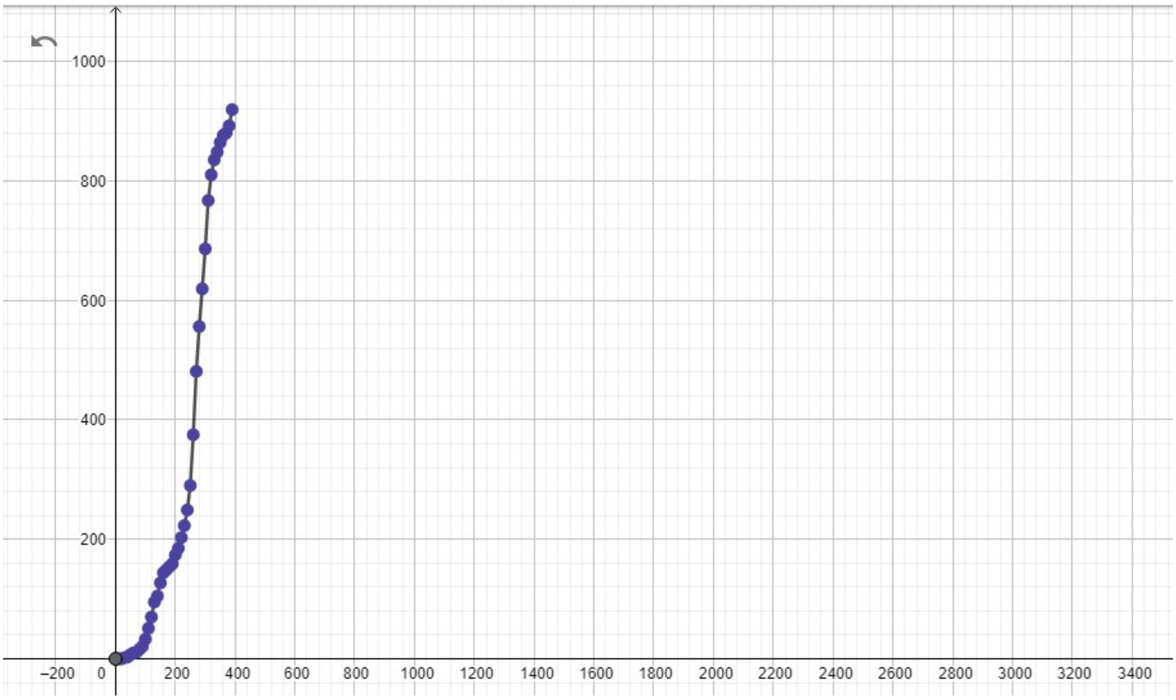


Figura 30: Gráfico de mortes de Covid-19 em Presidente Prudente em 2020 e 2021 divulgado pela Fundação Inova Prudente.

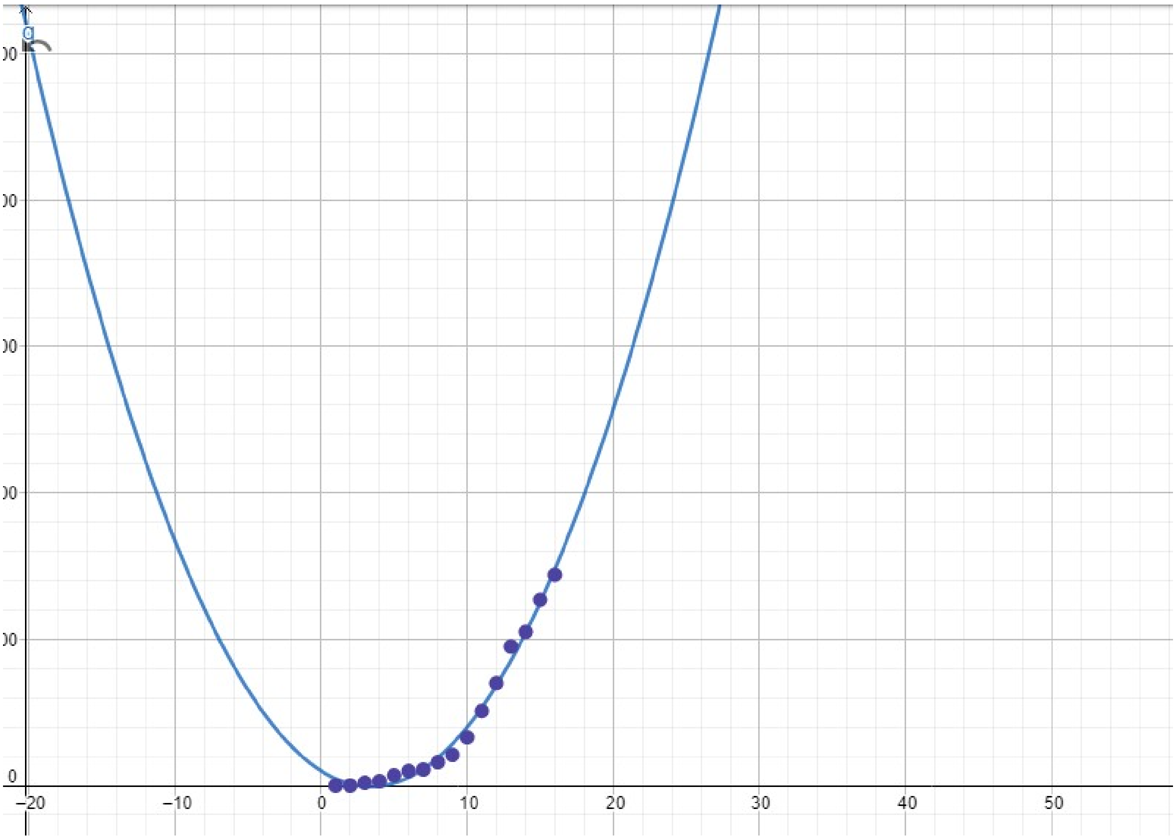


Figura 31: Gráfico dos Períodos de 01-16 de óbitos confirmados em Presidente Prudente.

Analisando os períodos 01-16 podemos perceber que o número de óbitos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente se aproxima de uma função quadrática conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

a= 0,9367

b= -6,38

c = 10,10

Assim podemos descrever a função sendo:

$f(x) = 0{,}9367x^2 - 6{,}38x + 10{,}10.$

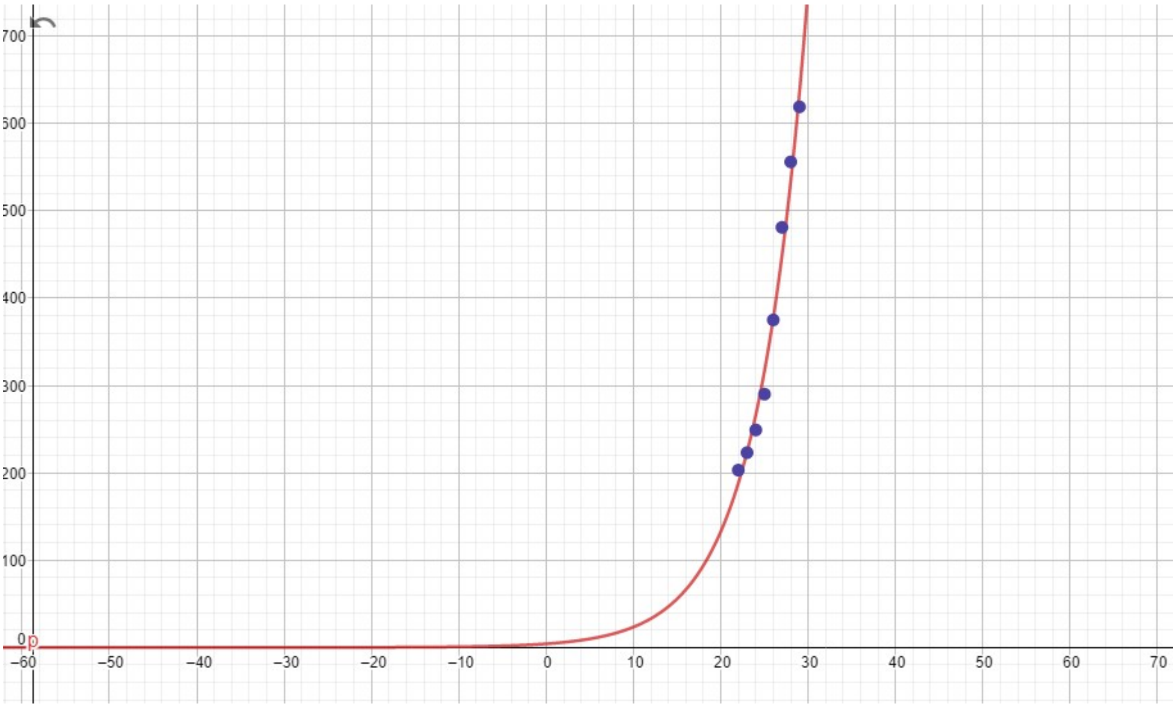


Figura 32: Gráfico dos Períodos de 22-29 de óbitos confirmados em Presidente Prudente.

Analisando os períodos 22-29, podemos perceber que o número de óbitos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente se aproxima de uma função exponencial conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

a = 4,10

b = 0,17

Assim podemos descrever a função como:

$$f(x) = 4{,}10e^{0{,}17x}.$$

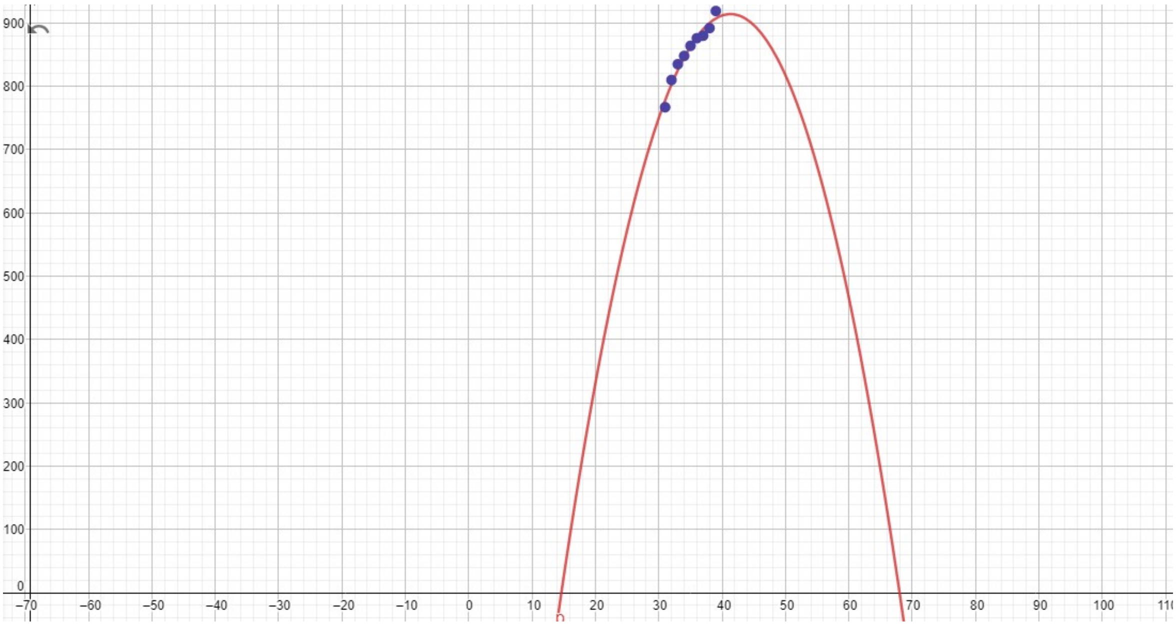


Figura 33: Gráfico dos Períodos de 31-39 de óbitos confirmados em Presidente Prudente.

Analisando os períodos 31-39 podemos perceber que o número de óbitos confirmados de Covid-19 em Presidente Prudente se aproxima de uma função quadrática conforme o gráfico acima. Descrevendo os seguintes parâmetros:

a = -1,28

b = 106,04

c = -1276,23

Assim podemos descrever a função dada por :

$f(x) = -1{,}28x^2 + 106{,}04x - 1276{,}23.$

6. **Plano de Aula**

A importância da contextualização para que o aluno adquira conceitos matemáticos é demasiadamente importante. Nesse sentido criamos um plano de aula que trabalharemos com funções através dos casos acima relatados do Covid-19 e da Dengue.

Sabendo que o uso de tecnologias é um instrumento facilitador e motivador no ensino da matemática, o plano fará uso desse recurso didático-pedagógico a fim de despertar o educando, fazendo com que interaja com o conteúdo que está sendo explorado, tornando o processo mais significativo para o discente, onde ele possa refletir sobre o que está aprendendo, tornando a compreensão mais prática e prazerosa.

É importante despertar a percepção de que a Matemática possui uma ampla aplicação prática, sabemos que o conteúdo de funções está, completamente, ligado a diversas coisas do dia a dia, por mais que não percebamos muitas vezes nos deparamos com um gráfico, em jornais ou revistas, que nada mais é que uma relação, comparação de duas grandezas ou até mesmo uma função, mas representada graficamente. De acordo com o PCNEM: “Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia”. (BRASIL, 2002, p.43).

Segue abaixo o plano de aula proposto.

Plano de Aulas: Estudo de funções nos casos de Covid-19 e Dengue.

1. **Identificação**

Escolas: Escolas Estaduais do Município de Presidente Prudente.

Município: Presidente Prudente

Disciplina: Matemática

Nível: Ensino Médio

Quantidade de Aulas: 10 aulas

2. **Temas:**

- ✓ Função afim;
- ✓ Função Quadrática;
- ✓ Função Exponencial;
- ✓ Geogebra.

3. **Justificativa:**

É importante para o aluno que a aprendizagem seja significativa e esteja baseada e aplicada em algo real, do cotidiano para que o aluno entenda a importância do conteúdo a ser trabalhado, o que faz com que a contextualização seja uma importante ferramenta de ensino para esclarecer problemas reais. Além disso, no mundo totalmente globalizado de hoje, se faz necessário à utilização da tecnologia no processo de ensino aprendizagem para potencializar e renovar métodos de ensino tradicionais, além de tornar a sala de aula num ambiente escolar em um espaço atrativo para o aluno contemporâneo.

4. **Objetivos:**

- ✓ Habilitar os alunos para o uso da tecnologia do Geogebra em sala de aula;
- ✓ Reconhecer funções através da relação entre dois conjuntos;
- ✓ Identificar Domínio, Imagem e o Contradomínio das funções;
- ✓ Identificar se uma função afim é crescente ou decrescente;
- ✓ Compreender o conceito de função afim através das situações do cotidiano, identificando as variáveis e sua lei de formação;
- ✓ Representar graficamente as funções constante, afim, quadrática e exponencial;

- ✓ Identificar raízes, máximos e mínimos e concavidade nas funções quadráticas;
- ✓ Identificar as principais características de uma equação e função exponencial;
- ✓ Compreender e aplicar as propriedades de Potência:
- ✓ Resolver equações e inequações exponencial;
- ✓ Identificar os elementos de uma função exponencial através de gráficos;

5. **Conteúdos envolvidos.**

;

- ✓ Função Afim;
- ✓ Função Quadrática;
- ✓ Função Exponencial.

6. **Estratégias**

6.1 Recursos:

- ✓ Lousa de giz;
- ✓ Tecnologia: Geogebra;

6.2 Técnicas:

- ✓ Aula expositiva e dialogada;
- ✓ Lista de exercícios.

7. **Procedimentos.**

1ª e 2ª aula: Conhecendo o Geogebra.

Nessas duas aulas, o professor apresentaria o software Geogebra para os alunos.

No primeiro momento, o professor ensinaria as funções específicas do Geogebra como colocar pontos no gráfico, a janela de visualização e a barra de ferramentas.

No segundo momento, será proposto a representação das funções estudadas no plano de aula, como função constante, afim, quadrática e exponencial.

3ª aula: Estudo dos conceitos de função.

Nesta aula será proposto pelo professor um estudo teórico de funções. Inicialmente pelo conceito de função, a relação entre duas grandezas até conceitos de Domínio, Contradomínio e Imagem. Além disso, será proposto atividades sobre composição de funções.

4ª aula: Estudo de função constante e afim.

Nesta aula será proposto no primeiro momento o estudo das funções constantes, onde para qualquer valor do domínio da função a imagem é a mesma e a apresentação e elaboração de gráficos no Geogebra.

No segundo momento, será proposto o estudo das funções afim. Descobrir os coeficientes através de um gráfico, saber se a função é crescente ou decrescente e a elaboração de gráficos no Geogebra.

5ª aula: Estudo de função quadrática.

Nesta aula será proposto o estudo das funções quadráticas. Primeiro uma apresentação de exemplos de problemas de função quadrática. Domínio e Imagem da função, estudo da concavidade, raízes e máximos e mínimos. Por fim será proposta atividades de representar gráficos de funções quadráticas no Geogebra.

6ª aula: Estudo de função exponencial.

Nesta aula será proposto o estudo das funções exponenciais. No primeiro momento, será apresentado as propriedades da potenciação. Logoo professor apresentará gráficos para o estudo de Domínio e Imagem. Exemplificando por exemplo o crescimento de uma população de bactérias. Por fim será realizado atividades propostas de representação de funções exponenciais no Geogebra.

7ª e 8 ª aula: Aplicação das funções nos casos de Covid-19 e Dengue com o Geogebra.

Nestas aulas será apresentado brevemente sobre o histórico das doenças estudadas, logo após será proposto para os alunos elaborarem gráficos através das tabelas de casos através do Geogebra e identificar quais funções estão presentes nos crescimentos e decrescimentos das doenças estudadas.

9ª e 10ª aula: Lista de exercícios dos conteúdos estudados.

Nesta aula será apresentada uma lista de exercícios contendo os conteúdos estudados, além de atividades propostas de elaboração de gráficos no Geogebra.

8. Avaliação.

A avaliação será qualitativa acerca dos conteúdos abordados e do processo de aprendizagem dos alunos, além da assiduidade e da resolução da lista de exercícios.

A proposta de exercícios deve ser em conjunto com a utilização do Geogebra, logo o professor deve monitorar seus alunos no uso do software.

Proposta de Exercícios

1. Construa os gráficos das funções a seguir no Geogebra.

a) $f(x) = 6$

b) $f(x) = 2x-1$

c) $f(x) = x^2 -4$

d) $f(x) = 2^x$

2. Descreva o Domínio e Imagem de cada função a seguir:

a) $f(x) = 6$

b) $f(x) = 2x-1$

c) $f(x) = x^2 -4$

d) $f(x) = 2^x$

3. Encontre Máximos ou Mínimos das funções a seguir, construindo os gráficos no Geogebra.

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

b) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

4. Dada a função $f(x) = 2^{(x+3)} + 10$, o valor de x para que $f(x) = 42$ é de:

5. Um botânico, encantado com o pau-brasil, dedicou-se, durante anos de estudos, a conseguir criar uma função exponencial que medisse o crescimento dessa árvore no decorrer do tempo. Sua conclusão foi que, ao plantar-se essa árvore, seu crescimento, no decorrer dos anos, é dado por $C(t) = 0{,}5 \cdot 2^{(t-1)}$. Analisando essa função, quanto tempo essa árvore leva para atingir a altura de 32 metros.

Exemplos de Solução para os exercícios propostos.

1-

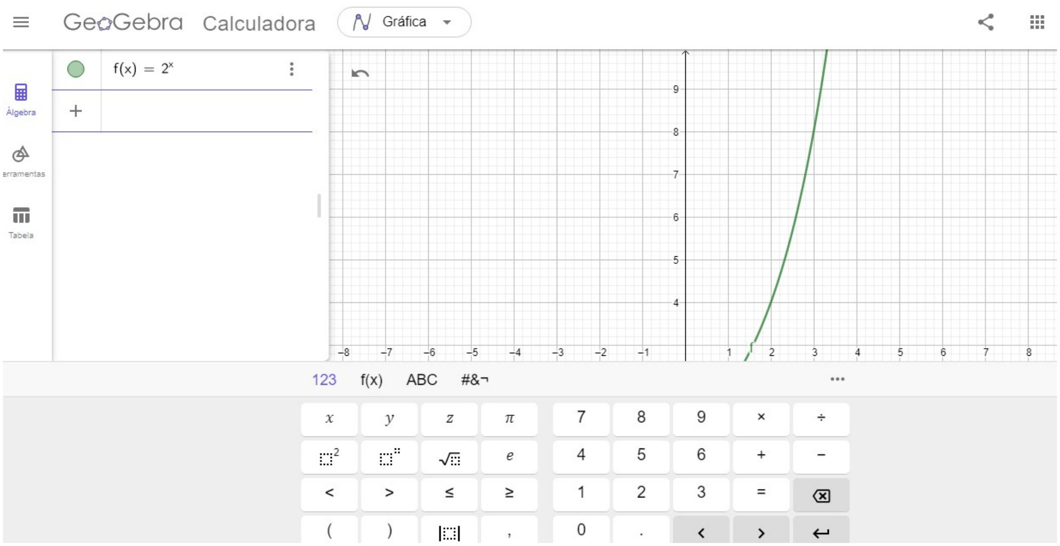


Figura 34: Geogebra.

Neste primeiro exercício o aluno só utilizará a calculadora gráfica do Geogebra e digitará a função, assim construindo o gráfico.

2-

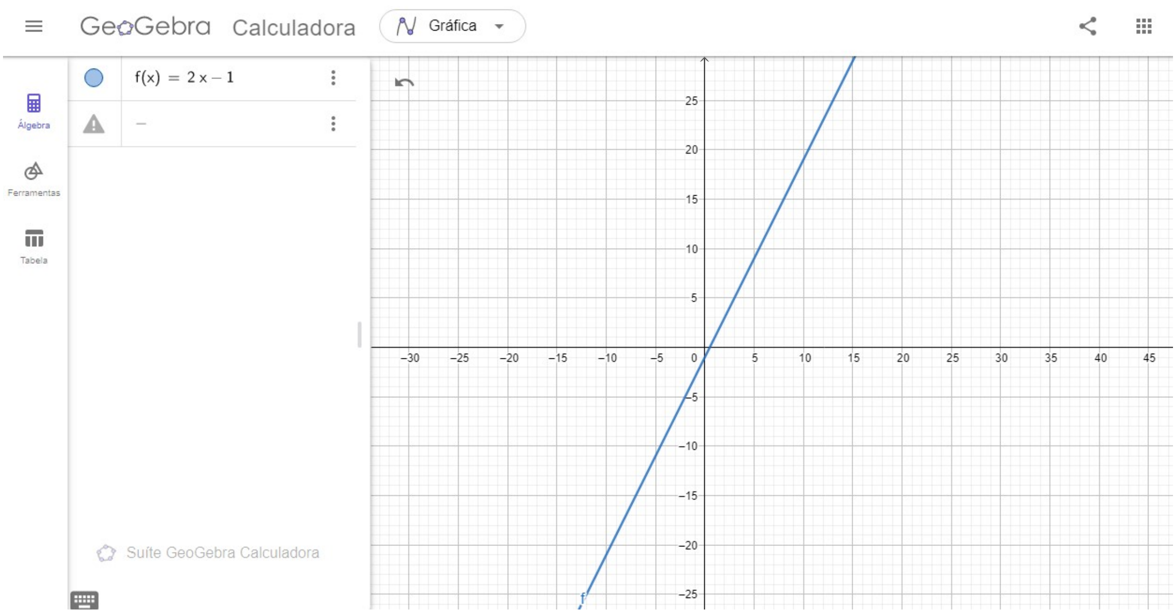


Figura 35 : Geogebra.

D = {R} e IM = {R}

Neste segundo exercício proposto o aluno construirá o gráfico e escreverá através do gráfico o Domínio e a Imagem das funções.

3-

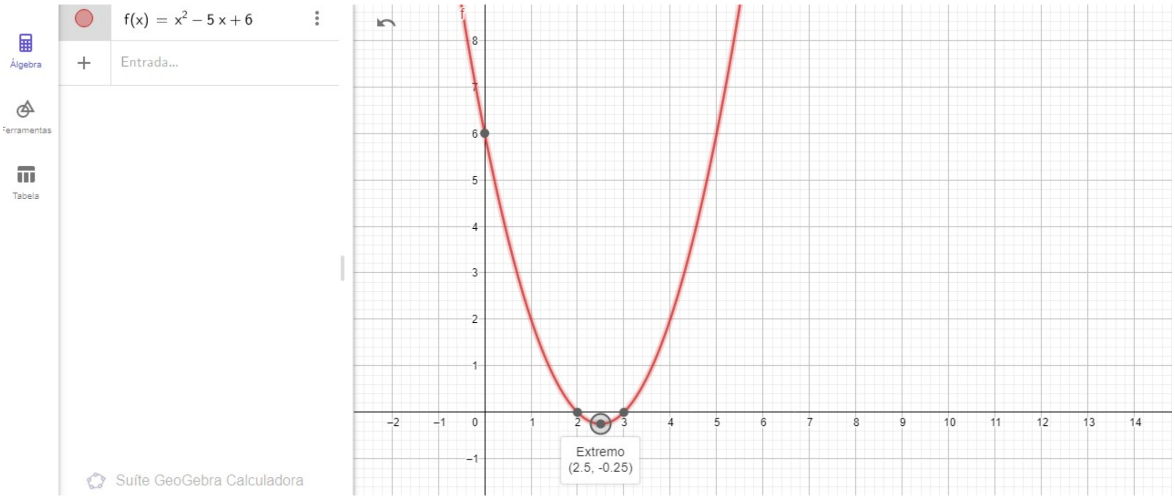


Figura 36: Geogebra

Neste terceiro exercício proposto após o aluno construir o gráfico no Geogebra, colocará o mouse em cima do ponto extremo e encontrará o máximo ou mínimo da função, além disso, confirmará pela fórmula do vértice da Parábola.

Nos exercícios 4 e 5 devem ser resolvidos algebricamente.

7. Considerações Finais

Esperamos com este trabalho incentivar mais professores a fazerem uso da tecnologia para efetivar o ensino da matemática, de forma que o aluno desperte para realidade que a matemática faz parte de sua vida até nos momentos difíceis.

O trabalho foi proposto a fim de explicar funções através do uso do Geogebra nos casos de Dengue e Covid-19, mas ao mesmo tempo pode ser utilizado em várias áreas do conhecimento científico como a Biologia, Economia, entre outras, criando assim uma possibilidade de um Projeto Integrador e Interdisciplinar dentro da escola, afim de, cada vez mais atrair a atenção dos alunos para os conceitos científicos dentro do nosso cotidiano.

Propomos uma atividade didática que une os conteúdos matemáticos a um tema atual, apresentando aplicações e situações de uso ao longo da história via nova tecnologia. São atividades que podem ser utilizadas pelos professores para revisar, fixar, aprofundar e exercitar os conteúdos ensinados, associando-os a assuntos do cotidiano aumentando e despertando um interesse, certamente, bem maior para a matemática.

As atividades desenvolvidas apresentarão rendimento benéfico, tanto para o aluno quanto para o professor, abrindo uma porta à melhor compreensão da parte teórica facilitando a fixação do aprendizado.

Assim, ressaltamos a importância de inserir o uso de temas matemáticos associando-os a assuntos dentro da realidade do aluno e a tecnologia, hoje, tão importante no âmbito mundial, de forma que estimulem o empenho dos mesmos nas aulas, contribuindo de forma significativa para sua aprendizagem.

Pensar o futuro da educação é globalizar a cada dia o interesse das novas gerações e adaptando novas maneiras de transmitir o conhecimento.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM**. Brasília, 2002.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

GUBLER, D.J.; KUNO, G.**Dengue and Dengue hemorragic fever: its history and resurgence as a global health problem**. CAB International, New York, p. 1-22, 1997.

https://inovaprudente.com.br/coronavirus acesso em 02/03/2022 as 14:22.

https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html#:~:text=GeoGebra%20foi%20criado%20em%202001,suporte%20para%20o%20seu%20uso. Acesso em 04/02/2021 10:35

http://www.ioc.fiocruz.br/dengue/textos/longatraje.html#:~:text=No%20Brasil%2C%20os%20primeiros%20relatos,a%20transmiss%C3%A3o%20da%20febre%20amarela. Acesso 04/02/2021 15:35

LIBÂNEO, José Carlos; OLIVEIRA, João F; TOSCHI, Mirza S. **Educação Escolar:** políticas, estrutura e organização. São Paulo: Cortez, 2003. 408 p.

MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Boletim Epidemiológico Especial. Secretaria de Vigilância em Saúde.** Disponível em: https://www.gov.br/saude/ptbr/media/pdf/2021/junho/04/boletim_epidemiologico_covid_65_final4junho.pdf. Acesso em 02 de fevereiro de 22.

WHO. **World Health Organization: Origin of the SARS-CoV-2 virus.** Disponível em: https://www.who.int/health-topics/coronavirus/origins-of-the-virus .

WHO **Working Group on the Clinical Characterisation and Management of COVID-19 infection. A minimal common outcome measure set for COVID-19 clinical research**. Lancet Infectious Disease, 2020; 20: e192–97.

WIERSINGA, W. J; RHODES, A; CHENG, A. C. **Pathophysiology, Transmission, Diagnosis, and Treatment of Coronavirus Disease 2019 (COVID-19):** A Review. JAMA. 2020;324(8):782-793.

XU, Z; SHI, L; WANG, Y; et al. **Pathological findings of COVID-19 associated with acute respiratory distress syndrome.** Lancet Respiratory Medicine, 2020;8(4): 420-422.

ZHAO, W; YU, S; ZHA, X; et al. **Clinical characteristics and durations of hospitalized patients with COVID-19 in Beijing**: a retrospective cohort study. medRxiv 2020.03.13.20035436.