COLÉGIO PEDRO II

Pró - Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

DIEGO RANGEL SILVA

MATEMÁTICA FINANCEIRA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES

Rio de Janeiro

2021

DIEGO RANGEL SILVA

MATEMÁTICA FINANCEIRA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, vinculado à Pró - reitoria de Pós-graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Profª. Dra. Maria de Lourdes Rocha de Assis Jeanrenaud

RIO DE JANEIRO

2021

COLÉGIO PEDRO II

PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA

BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER

CATALOGAÇÃO NA FONTE

S586 SILVA, Diego Rangel
Matemática financeira sob a perspectiva da educação financeira: proposta de atividades / Diego Rangel Silva. - Rio de Janeiro, 2021.

124 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Maria de Lourdes Rocha de Assis Jeanrenaud.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática financeira. 3. Educação financeira. I. Jeanrenaud, Maria de Lourdes Rocha de Assis. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

DIEGO RANGEL SILVA

MATEMÁTICA FINANCEIRA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, vinculado à Pró - reitoria de Pós-graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Profª. Dra. Maria de Lourdes Rocha de Assis Jeanrenaud

Aprovado em: __ / __ / 2021

Banca Examinadora:

____

Profª. Dra. Maria de Lourdes Rocha de Assis Jeanrenaud (Orientadora)
PROFMAT - Colégio Pedro II

____

Profª. Dra. Andreia Carvalho Maciel Brabosa
PROFMAT - Colégio Pedro II

____

Profª. Dra. Dora Soraia Kindel
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro -UFRRJ

RIO DE JANEIRO

2021

Dedico esta pesquisa a minha esposa Danielle, meu filho Gabriel, minha mãe Ednéa e minha irmã Déborah.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por me conceder saúde, conhecimento e determinação para a realização deste trabalho.

À minha esposa Danielle, incentivadora de toda a minha caminhada no curso, além de me oferecer todo o suporte para que tivesse tranquilidade durante os estudos para as avaliações e a escrita desta pesquisa. O seu amor, carinho e paciência foram fundamentais.

Ao meu amado filho Gabriel, razão da minha vida e o principal motivo por querer me tornar uma pessoa cada vez melhor. O seu nascimento ao longo da trajetória do curso foi primordial para mais esta conquista.

À minha mãe e irmã, que me motivaram a iniciar no curso de mestrado profissional e foram as minhas principais ouvintes nos meus momentos de angústia e ansiedade. A dedicação do tempo de vocês foi muito importante.

À professora Maria de Lourdes, por ter aceitado a tarefa de me orientar e pelas contribuições valiosas para a conclusão da pesquisa.

A meus familiares pelas palavras de incentivo.

Aos meus colegas de turma, principalmente ao meu amigo de longa data Rafael Mendonça dos Anjos com quem tive mais uma vez, desde os tempos de graduação, a honra de compartilhar dúvidas e conhecimentos durante a trajetória do curso.

Aos meus professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT - CPII) pela contribuição com seu vasto conhecimento para a minha formação e crescimento como profissional de educação.

Aos professores da banca por destinarem o seu tempo para participar e contribuir com seus conhecimentos na defesa da dissertação.

RESUMO

SILVA, Diego Rangel. **Matemática financeira sob a perspectiva da educação financeira: proposta de atividades**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2021.

A presente pesquisa se configura na criação e aperfeiçoamento de atividades voltadas para assuntos relacionados à Matemática Financeira com olhar voltado para a Educação Financeira, em nível médio ou até mesmo superior, e que favorecem ao estudante, em geral, um olhar mais crítico ao assumir o papel de consumidor. Mais especificamente, o estudo destaca a importância do conteúdo de Matemática Financeira junto aos alunos da Educação Básica e, ao mesmo tempo, interliga tal abordagem às ideias da Educação Financeira. As atividades sugeridas apresentam situações problema que fazem parte do cenário comum de vida dos cidadãos. São abordados pontos importantes sobre a Educação Financeira por meio do seu entendimento no ambiente escolar e sob a perspectiva da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, com orientações sobre as habilidades e competências que devem ser alcançadas pelo estudante na temática financeira. Tópicos como porcentagem, aumentos e descontos, juros simples e juros compostos e sistemas de amortização são revistos como base teórica para fundamentar as atividades sugeridas na pesquisa. Como resultado pretendido, esperamos que as atividades sugeridas sirvam de suporte adicional aos professores de Matemática que lecionam no Ensino Médio e buscam uma maneira de motivar seus alunos. Trata-se portanto, de disponibilizar mais uma ferramenta para o professor, para que, no decorrer das suas aulas, desperte o interesse de um maior número de alunos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Palavras-chave: Matemática Financeira; Educação Financeira; Consciência Financeira; Descontos; Juros; Sistemas de Amortização.

ABSTRACT

SILVA, Diego Rangel. **Matemática financeira sob a perspectiva da educação financeira:** proposta de atividades. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2021.

The current study is configured in the creation and improvement of activities focused on issues related to Financial Mathematics, especially aimed at Financial Education, at high school or even college levels, which benefits the student, in general, a more critical look when assuming the consumer role. More specifically, the study highlights the importance of Financial Mathematics content with students of Primary and High School (Basic Education) and, at the same time, interconnects this approach to the ideas of Financial Education. The suggested activities present problem situations that are part of the citizens' daily life scenario. Other important issues about Financial Education are covered by means of its understanding in the school environment and from the perspective of the National Common Curricular Base - BNCC, targeted at the skills and competences that must be reached by the student in the financial field. Topics such as percentages, increases and discounts, simple and compound interest and amortization systems are reviewed as a theoretical basis to support the activities suggested in this research. As the intended result, we hope that the suggested activities provide additional support to mathematics teachers who teach in high school and search for a way to motivate their students. It is therefore a matter of making one more tool available for the teacher, so that, during his/her classes, he/she arouses the interest of a greater number of students.

This study was financed in part by the "Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior" - Brasil (CAPES) - Finance 001"

Keywords: Financial Mathematics; Financial Education; Financial Awareness; Discounts; Interest; Amortization Systems.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Iniciemos nosso trabalho com um apanhado geral sobre endividamento e inadimplência, como forma de evidenciarmos a situação financeira desordenada e desagregada dos consumidores brasileiros.

A Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo[1] (CNC) é responsável pela Pesquisa Nacional de Endividamento do Consumidor (Peic Nacional), apurada mensalmente desde janeiro de 2010. Os dados são coletados em todas as capitais dos Estados brasileiros e no Distrito Federal com cerca de 18 mil consumidores.

Além de traçar um perfil de endividamento, a pesquisa permite o acompanhamento do nível de comprometimento do consumidor e sua percepção em relação a sua capacidade de pagamento.

Segundo a Peic mensal, o percentual de famílias com dívidas aumentou em junho de 2020 e alcançou novo recorde histórico. Também, é o maior percentual de famílias com contas ou dívidas em atraso assim como o percentual de famílias que relataram não ter condições de pagar suas contas em atraso:

Quadro 1: Peic – Síntese de resultados

(% em relação ao total de famílias)

	TOTAL DE INDIVIDADOS	DÍVIDAS OU CONTAS EM ATRASO	NÃO TERÃO CONDIÇÕES DE PAGAR
JUN/19	64%	23,6%	9,5%
MAI/20	66,5%	25,1%	10,6%
JUN/20	**67,1%**	**25,4%**	**11,6%**

Fonte: CNC – Endividamento e inadimplência do consumidor – 2020.[1]

Dentre os principais tipos de dívidas, a relativa aos cartões de crédito segue campeã absoluta e confirma a sua predileção por conta da facilidade de obtenção do crédito e uso imediato:

[1] Disponível em: <http://www.cnc.org.br/sites/default/files/2020-06/An%C3%A1lise%20Peic%20-%20junho%20de%202020.pdf>. Acessado em 05/07/2020

Quadro 2: Peic – Tipo de dívida - Junho / 2020

(% em relação ao total de famílias)

TIPO	TOTAL	RENDA FAMILIAR MENSAL	
		ATÉ 10 SM	> 10 SM
CARTÃO DE CRÉDITO	**76,1%**	76,4%	75,3%
CHEQUE ESPECIAL	**6,2%**	6,2%	6,3%
CHEQUE PRÉ-DATADO	**0,8%**	0,9%	0,4%
CRÉDITO CONSIGNADO	**8,3%**	8,3%	8,5%
CRÉDITO PESSOAL	**9,3%**	9,3%	9,3%
CARNÊS	**17,4%**	18,4%	12,6%
FINANCIAMENTO DE CARRO	**11,7%**	10,6%	17,2%
FINANCIAMENTO DE CASA	**10,1%**	8,1%	19,2%
OUTRAS DÍVIDAS	**2,3%**	2,5%	1,1%
NÃO RESPONDEU	**0,4%**	0,3%	0,4%
NÃO SABE	**0,1%**	0,1%	0,2%

Fonte: CNC – Endividamento e inadimplência do consumidor - 2020[2].

Podemos ainda destacar que 50,3 % dentre as famílias pesquisadas tem entre 11% e 50% de sua renda comprometida com dívidas financeiras, o que vem a certamente impactar sua qualidade de vida no tocante a alimentação, vestuário, moradia e possibilidade de capacitação profissional:

[2] Idem.

Quadro 3: Peic – Parcela de renda comprometida – Junho / 2020

(% em relação ao total de famílias)

		RENDA FAMILIAR MENSAL	
FAIXA	**TOTAL**	**ATÉ 10 SM**	**> 10 SM**
MENOS DE 10%	21,20%	20,20%	26,70%
DE 11% A 50%	**50,30%**	**49,90%**	**52,00%**
SUPERIOR A 50%	21,70%	22,60%	17,00%
NÃO SABE/NÃO RESPONDEU	6,70%	7,30%	4,30%
PARCELA MÉDIA	30,40%	30,80%	28,20%

Fonte: CNC – Endividamento e inadimplência do consumidor - 2020.[3]

Nas famílias que engrossam este percentual, os jovens são a parte do público mais atingida pelo consumismo, cuja idade até 21 anos apresenta categoria de destaque quando o assunto é endividamento. Seus pais, em boa parte, são desprovidos de um embasamento teórico de Matemática Financeira, o que pode causar excessiva aquisição de débitos por meio de taxas de juros elevadas.

É válido ressaltar que essas situações não estão ligadas a classe econômica. Por outro lado, os débitos exagerados são motivados pelas propagandas voltadas a produtos de interesse do público jovem.

Segundo Santos (2016), a rapidez proporcionada pela comunicação exagerada por meio de celulares e redes sociais combinada com o modismo determinam o consumismo desenfreado dos jovens. Porém, em contrapartida, esse mesmo autor considera que os jovens sejam o público-alvo perfeito para ações de conscientização e Educação Financeira, dado que são abertos a novas práticas e dessa maneira podem inspirar suas famílias e outros pessoas de sua mesma faixa etária por meio de suas redes sociais.

Consideradas as devidas proporções, a escola tem um papel fundamental na vida dos jovens no ensino da Matemática Financeira atrelada à Educação Financeira:

[3] Idem

> Assim torna-se explícito e desafiador o compromisso da escola dentro do Ensino da Matemática Financeira, articulado à educação para o consumo, incutindo nos alunos, na sua maioria adolescentes, ideias de que o conhecimento dela poderá ajudar na transformação do indivíduo protegendo-os do imediatismo do mercado. Com isso, eles passarão a perceber que independentemente de possuírem renda mais alta ou mais baixa, de terem estudado em colégios de níveis elevados ou não, poderão fazer parte de uma geração mais realista, capaz de suprir suas próprias necessidades, de forma mais consciente. (MATTA, 2016, p.20)

A finalidade da escola, além de apresentar as questões teóricas, é de contribuir para a formação de seus estudantes como cidadãos responsáveis e esclarecidos, capazes de julgar o que é certo ou errado na sociedade em que vivem.

Neste sentido, a temática financeira é capaz de oferecer uma nova visão na luta contra o consumo exagerado e a ausência de organização financeira das famílias. Os jovens constantemente carregam até o final da sua vida escolar problemas com fórmulas e cálculos da Matemática. Porém, o tratamento de conceitos financeiros por meios de abordagens mais simplificadas sobre taxas bancárias, juros cobrados por atraso de pagamento ou provenientes de empréstimos, pode facilitar a forma com que o estudante irá futuramente lidar com seu próprio planejamento financeiro familiar. Por meio de uma prática financeira mais saudável será possível projetar custos e consumos com responsabilidade e dessa forma manter uma qualidade de vida satisfatória.

O convívio em uma sociedade capitalista mostra a importância em se ter uma atenção especial com a educação em finanças e um desenvolvimento característico para cada ano escolar, tanto no Ensino Fundamental, com problemáticas que envolvem temas como porcentagem e juros simples, quanto no Ensino Médio, com outras que envolvam juros associadas às progressões aritméticas e geométricas, e funções afim, exponencial e logarítmica, seria de grande benefício para os estudantes.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, mais conhecidos como PCN's, definem o papel da Matemática como fundamental para a vivência do cidadão. Embora em muitos momentos se mostre distante da prática devido a sua condição teórica, o seu ensino sendo apropriado, teria como consequência a sua efetiva e eficiente aprendizagem, habilitaria o indivíduo a solucionar questões do seu dia a dia e, da mesma maneira, a transformaria numa ferramenta significativa para a concretização de ideias nas demais áreas do conhecimento:

> Mas a vitalidade da Matemática deve-se também ao fato de que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria, no comércio e na área tecnológica. Por outro lado, ciências como Física, Química e Astronomia têm na Matemática ferramenta essencial. (BRASIL, 1997, p.23)

Outro tópico destacado pelos PCN's é quanto à escolha dos temas abordados, pois eles não devem estar apenas presos aos padrões e sequências tradicionais da Matemática, visto que existem diferenças sociais influenciadoras e enriquecedoras no processo de evolução do estudante:

> Finalmente, a seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificar não só os conceitos mas também os procedimentos e as atitudes a serem trabalhados em classe, o que trará certamente um enriquecimento ao processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL, 1997, p.39)

Dessa forma, os conceitos que fazem parte da Matemática Financeira são compatíveis com a proposta apresentada nos PCN's para o ensino da Matemática, na medida em que seu conteúdo potencializa o intelecto ao incitar a investigação que culminará na adoção de escolhas para a resolução de problemas cotidianos.

Por outro lado, os temas da Matemática mais utilizados no dia a dia de um cidadão são aqueles referentes a assuntos financeiros. Usualmente esse cidadão, num certo estágio de sua existência, começa a utilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos durante sua vivência escolar em experiências pessoais na organização de sua vida financeira. Assim, constantemente lhe são apresentadas situações referentes a empréstimos bancários, uso de cartão de crédito, compras a crédito em lojas de varejo, financiamento de veículos e de casa própria, rendimento de cadernetas de poupança e de outras aplicações financeiras, cálculo de indenizações trabalhistas, além da questão do pagamento de impostos.

Todas estas situações estão relacionadas a conceitos da Matemática Financeira como juros, inflação e índices de correção monetária. Na prática, porém, percebemos que uma parte considerável da população é desprovida de conhecimentos satisfatórios para tratar destes assuntos. Dessa forma, a tomada de decisão, por exemplo, entre crédito ou pagamento à vista, pagamento do total da fatura do cartão de crédito ou do valor mínimo, financiamento de um veículo no Banco X ou no Banco Y, é feita em geral sem critérios, o que muitas vezes resulta em complicações financeiras.

> Aspectos ligados aos direitos do consumidor também necessitam da Matemática para serem mais bem compreendidos. Por exemplo, para analisar a composição e a qualidade dos produtos e avaliar seu impacto sobre a saúde e o meio ambiente, ou para analisar a razão entre menor preço/maior quantidade. Nesse caso, situações de oferta como: compre 3 e pague 2 nem sempre são vantajosas, pois geralmente são feitas para produtos que não estão com muita saída - portanto, não há muitas vezes, necessidade de comprá-los em grande quantidade - ou que estão com os prazos de validade próximos do vencimento.
>
> Habituar-se a analisar essas situações é fundamental para que os alunos possam reconhecer e criar formas de proteção contra a propaganda enganosa e contra os estratagemas de *marketing* a que são submetidos os potenciais consumidores. (BRASIL, 1998, p.35)

Dessa forma, a relação estreita entre os conceitos da Matemática Financeira e a Educação Financeira não pode e nem deve ser desconsiderada. O fato de viver numa sociedade consumista, que é estimulada habitualmente pelos meios de comunicação com campanhas publicitárias e *marketing*, induz o indivíduo a adquirir um produto sem ter meios de arcar com a dívida, utilizando-se de crediários e fracionamento de débitos, o que lhe ocasiona frequentes problemas financeiros.

Embora as relações comerciais entre as nações sejam subordinadas a regras, a natureza do ramo dos negócios tem como estratégia estender seu raio de atuação e comercializar sua mercadoria com a maior quantidade possível de compradores.

Tais condições levam à prática de aquisição de bens e serviços supérfluos e em boa parte sem necessidade. A prática da compra proporcionada pelo consumismo provoca um sentimento de controle e satisfação. Entretanto, pode desenvolver grandes transtorno na administração financeira pessoal. As consequências podem ser ainda maiores em se tratando de relacionamentos pessoais e profissionais, além de questões jurídicas.

De acordo com Chini e Carvalho (2013 apud SANTOS, 2016) a facilidade do crediário alterou a definição de necessidade. O consumo ganhou a sua importância independentemente das necessidades e possibilidades. Atualmente, consumidores são facilmente abstraídos pelas oportunidades de crediários e esquecem da sua verdadeira necessidade ao se submeter a compras descontroladas de produtos desnecessários que proporcionam bem-estar passageiro.

Assim, o que se observa é o consumo desenfreado no dia a dia, responsável por gastos que somados ao final de cada mês resultam em grandes quantias.

Por outro lado, se os mesmos valores fossem poupados ou guardados ou investidos adequadamente, poderiam possibilitar o consumo mais consciente e responsável em prol do conforto e satisfação das necessidades essenciais dos indivíduos.

RAZÕES PARA A SELEÇÃO DO TEMA

Além do interesse pessoal, minha atuação como docente nas Redes de Ensino do Município e do Estado do Rio de Janeiro, em níveis Fundamental e Médio, se qualificou como a grande motivação para a abordagem do tema, ao perceber, por exemplo, o interesse dos estudantes quando o assunto trata do manuseio de dinheiro.

Assim, evidenciei na prática, a relevância do conteúdo para a vida cotidiana dos estudantes, que buscam em muitos casos alcançar um conhecimento mais abrangente.

Tratar-se-ia portanto, de trazer para o estudante uma perspectiva diferenciada a respeito da temática financeira. Assim, se propõe o seguinte questionamento:

Como elaborar atividades na disciplina de Matemática Financeira de modo a desenvolver nos estudantes uma visão crítica sobre o consumo?

Para responder a tal questionamento, o presente trabalho relaciona Matemática Financeira e Educação Financeira e tem como ***objetivo*** sugerir o desenvolvimento de atividades voltadas para a sala de aula, a nível de Ensino Médio regular ou técnico.

Pretende-se assim fomentar discussões sobre a influência que a falta de conhecimento dos conceitos da Matemática Financeira e das práticas comerciais tem sobre o planejamento financeiro das famílias por meio de situações diversas que favoreçam uma análise mais crítica e possam no futuro auxiliar os estudantes em tomadas de decisões no ramo financeiro.

O TEXTO

O presente texto foi organizado em capítulos, iniciados por esta **Introdução**.

O Capítulo 2, apresenta um panorama geral sobre endividamento e inadimplência e suas consequências na vida cotidiana dos cidadãos, como continuação do já mencionado nesta Introdução.

Por outro lado, o desenvolvimento dessa pesquisa está relacionado às temáticas da Matemática Financeira e da Educação Financeira, uma vez que essas duas perspectivas de aprendizagem podem intensificar a habilidade de compreender, estimar e julgar a mais correta alternativa nas escolhas financeiras.

Assim, para descrever o cenário da pesquisa, validou-se a utilidade de caracterizar o embasamento teórico a partir dos conceitos da Matemática Financeira relacionados com a Educação Financeira e, também, expor conclusões de pesquisadores a respeito desses dois temas. São assim considerados conceitos básicos da **Educação Financeira** e seu entendimento segundo alguns autores especialistas. Além disso, a Educação Financeira é tratada sob o ponto de vista do ambiente escolar, de acordo com estudos e a perspectiva de órgãos e entidades com recomendações de quando e como esse tema deve ser exposto na escola. Em particular, tratamos da questão da Educação Financeira inserida na Base Nacional Comum Curricular e sua transversalidade.

Já no Capítulo 3, são exploradas ideias fundamentais da **Matemática Financeira** como porcentagem, aumentos e descontos, taxas equivalentes, juros simples e compostos, além de tópicos mais específicos como sistemas de amortização.

O Capítulo 4 apresenta a **Proposta de Atividades Educacionais** sugeridas para aplicação em sala de aula, com indicação de estratégias e objetivos voltados para professores que venham a utilizar o material apresentado. As soluções e comentários pertinentes ao tema se encontram no Capítulo 5.

Seguem no Capítulo 6, as **Considerações Finais** acerca do trabalho, na qual enfatizamos a importância da Educação Financeira e da abordagem na Educação Básica dos conteúdos de Matemática Financeira usualmente utilizados no cotidiano, tendo atingido o objetivo proposto inicialmente.

Constam ainda as **Referências Bibliográficas** utilizadas como auxílio para o desenvolvimento deste trabalho.

2 PERSPECTIVAS SOBRE A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

As discussões a respeito da Educação Financeira se iniciaram com as pesquisas produzidas pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico - OCDE[4], que apresenta a seguinte definição:

> Educação Financeira é o processo pelo qual os consumidores financeiros/ investidores melhoram a sua compreensão sobre os conceitos e produtos financeiros e, através da informação, instrução e/ou aconselhamento objetivos, desenvolvam as habilidades e a confiança para tomar consciência de riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas informadas, saber onde buscar ajuda e tomar outras medidas eficazes para melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro. (OCDED, 2005b, não paginado)

Em 2003, a OCDE por meio de dois de seus representantes, a Comissão de Mercados Financeiros e de Seguros e a Comissão de Pensões Privadas, acrescentou o tema Educação Financeira a seu programa de atividades ao elaborar o *Projeto Educação Financeira*, cuja intenção é capacitar e inteirar as pessoas no campo das finanças.

A pesquisa da OCDE a respeito do tema apresentou como etapa inicial o reconhecimento e a verificação do sucesso dos projetos em andamento nas nações que possuíam o mesmo objetivo. Dado esse ponto de partida, propôs alterações e a execução de projetos que almejavam disciplinar e informar cidadãos das nações participantes do órgão.

Já no ano de 2005, a OCDE enfatizou no registro *Recomendações sobre Princípios e Boas Práticas para a Educação e Conscientização Financeira*[5] a necessidade de habilitar o indivíduo a respeito de assuntos de finanças o quanto antes: “A Educação Financeira deve começar na escola. As pessoas devem ser educadas sobre questões financeiras o mais cedo possível em suas vidas.” (OCDE, 2005b apud SILVA; POWELL, 2013, p. 3). Também foi indicado pela OCDE a necessidade e utilidade da criação de projetos voltados para a preparação de educadores.

---

[4] OCDE - É uma organização internacional, composta por 34 países e com sede em Paris, França. Tem por objetivo promover políticas que visem o desenvolvimento econômico e o bem-estar social de pessoas por todo o mundo. Disponível em: <http://www.itamaraty.gov.br/pt-BR/component/tags/tag/ocde-organizacao-para-a-cooperacao-e-o-desenvolvimento-economico>. Acessado em 07/7/2020.

[5] Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Principios%20INFE%20Programas%20de%20FinEd.pdf >. Acesso em 10/09/2020

Com base nos dados colhidos pela OCDE, foi observada a presença de um trio de pontos importantes, para os quais as entidades governamentais deveriam olhar com maior cuidado, como destaca Silva e Powell (2013):

> A pesquisa permitiu identificar três pontos importantes relativo aos cidadãos analisados, e que os governos dos países membros da OCDE deveriam considerar: o primeiro ponto foi à existência de um número crescente de trabalhadores que teriam que contar com suas pensões e suas economias pessoais para financiar sua aposentadoria; o segundo ponto era a constatação de que muitos consumidores, em particular jovens, se endividavam pela maneira como estavam lidando, por exemplo, com os cartões de crédito e as contas com telefonia móvel; e por último, o estudo indicava uma situação contraditória: se, por um lado havia um crescimento no número de operações financeiras realizadas eletronicamente que sugeria a necessidade de que as pessoas tivessem pelo menos uma conta bancária, por outro lado o que foi constatado em vários países foi que uma porcentagem significativa de consumidores não participa do sistema financeiro. (OCDE, 2005a apud SILVA; POWEL, 2013, p. 2)

O crescimento e a multiplicidade dos gêneros financeiros, o crescimento da expectativa de vida, a delegação de certas incumbências do empregador para o trabalhador e a falta de entendimento na área das finanças por parte dos consumidores foram indicados pela OCDE como razões da relevância da Educação Financeira.

Na sequência, em 2008, a organização apresentou um parecer sobre o estabelecimento de projetos voltados para a Educação Financeira nos estabelecimentos de ensino. Neste foram evidenciados pontos consideráveis a respeito dos obstáculos determinantes para a prática da Educação Financeira nas escolas, tendo como exemplos, a utilidade, imposição e estabelecimento do conteúdo na programação das escolas.

No Brasil, de acordo com o plano das outras nações, as atividades do governo neste sentido iniciaram-se em 2007, por meio da criação do Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF)[6] e a formulação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), instituída

---

[6] O Conef é formado pelo Banco Central do Brasil (BCB), Comissão de Valores Mobiliários (CVM), Superintendência Nacional de Previdência Complementar (Previc), Superintendência de Seguros Privados (Susep), Ministério da Fazenda, Ministério da Educação, Ministério da Previdência Social, Ministério da Justiça, Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (Anbima), Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa), Confederação Nacional das Empresas de Seguros Gerais, Previdência Privada e Vida, Saúde Suplementar e Capitalização (CNSeg) e pela Federação Brasileira dos Bancos (Febraban).

pelo Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010[7]. Este foi revogado pelo Decreto nº 10.393 de 9 de junho de 2020[8] que, além de constituir uma nova Estratégia Nacional de Educação Financeira, criou o Fórum Brasileiro de Educação Financeira – FBEF.

A ENEF foi instituída como proposta de política de Estado, de caráter permanente, com necessidade de ação conjunta, pública e privada, por meio de gestão centralizada e execução descentralizada. Tem como finalidades a promoção da Educação Financeira e previdenciária, a contribuição para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores.

A partir de então, a questão da Educação Financeira tem ocupado lugar enquanto modelo de regime político e práticas e propósitos são partilhados de maneira agregada em todos os setores governamentais.

De acordo com Souza (2012), por meio da atuação do CONEF, o valor da Educação Financeira estaria sendo reconhecido no Brasil, ao se mostrar como uma ferramenta significativa sob vários aspectos, dentre eles no processo de combate ao consumismo, cuja ação está totalmente inserida na sociedade capitalista.

Durante a pesquisa bibliográfica de temas voltados para a Educação Financeira, foi possível constatar a sua importância para a realidade da atual geração, que tem a preocupação e coloca mais significado no fato de se ter algo ao contrário de ser: o indivíduo está mais concentrado em roupas novas, acessórios da moda e carros luxuosos com o objetivo de revelar aos demais a sua classe social ou de certa forma exibir uma imagem de vida que não tem.

Esse é o perfil de uma pessoa consumista como é destacado em Bauman (2008):

> A "sociedade de consumidores", em outras palavras, representa o tipo de sociedade que promove, encoraja ou reforça a escolha de um estilo de vida e uma estratégia existencial consumistas, e rejeita todas as opções culturais alternativas. Uma sociedade em que se adaptar aos preceitos da cultura de consumo e segui-los estritamente é, para todos os fins e propósitos práticos, a única escolha aprovada de maneira incondicional. (BAUMAN, 2008, p. 71)

---

[7] Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2010/decreto-7397-22-dezembro-2010-609805-norma-pe.html>. Acessado em 10/09/2020

[8] Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2019-2022/2020/Decreto/D10393.htm#art10>. Acessado em 10/09/2020.

O conceito básico de uma sociedade consumista, de acordo com Bauman (2008), está subordinado à perseguição da felicidade pessoal, isto é, a prioridade é atender as próprias vontades. A elevada oferta de artigos traduz um mercado financeiro bastante complicado. O estímulo à compra arquitetado e provocado pelas ações de *marketing* está cada vez mais exposto aos consumidores. Com base nisso, o mercado, se beneficiando da vulnerabilidade dos indivíduos, disponibiliza produtos e serviços mesmo de pouco agrado.

Perante a esse ponto de vista, é considerável observar a manipulação das escolhas dos compradores, ao anunciar não somente os benefícios da mercadoria, mas igualmente as oportunidades de pagamento ou ainda ofertas inquestionáveis.

Silva (2017) destaca essas armadilhas apresentadas pelo comércio:

> Nos centros comerciais encontramos muitos anúncios de liquidações, promoções e ofertas, vitrines atraentes com palavras e frases tentadoras, mas temos que ficar atentos para não cairmos em armadilhas deste tipo. Esses anúncios podem ser tanto uma oportunidade, quanto uma estratégia dos lojistas para atrair clientes, sendo essa bem frequente. (SILVA, 2017, p.22)

As armadilhas intensificadas pelas ações de marketing são grandes incentivadores ao consumismo. Em Kotler & Armstrong (2003 apud MASSANTE, 2017, p. 22) se apresenta *marketing* da seguinte maneira: "*Marketing* é a entrega de satisfação para o cliente em forma de benefício. Os dois principais objetivos do *marketing* são: atrair novos clientes, prometendo lhes valor superior, e manter os clientes atuais, proporcionando-lhes satisfação."

No ramo do comércio varejista, a época de maior saída de produtos e consequentemente retorno financeiro são os meses que possuem eventos comemorativos como o dia das mães, pais, crianças e namorados, além do Natal, sendo este último tratado como o grande movimentador econômico de acordo com especialistas. No final de cada ano, *shopping centers* e diversos supermercados apresentam grande fluxo de pessoas para compra de presentes e comidas natalinas.

Mairins (2013 apud SANTOS, 2017, p. 20) destaca essa importância das festas de final de ano para o comércio:

> De acordo com Roque Pellizzaro Jr., presidente da Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas (CNDL), o Natal, sozinho, gera um faturamento equivalente a três meses normais do ano. Segundo ele, o motivo é o fato de a busca não ser somente por presentes, como nas demais épocas. “Todas as datas movimentam faixas específicas. O Natal movimenta todas. No final de ano, geralmente, as pessoas querem reformar a casa, trocam o carro, fazem compras para a ceia e, é claro, compram presentes”, explica (MAIRINS, 2013, p. 1).

É bastante comum, principalmente nesses períodos festivos, os centros comerciais promoverem liquidações, redução de preços e promoções com mostruários chamativos e expressões apelativas. Dessa forma, o consumidor deve estar alerta para não se deixar levar por tais artifícios.

Por conta do baixo investimento, as ações de *marketing* têm intensificado suas forças nas mídias sociais e entendem que esses conjuntos de meios de comunicação se tornaram simplificadores para a atual paixão por tecnologia. Das diversas armadilhas existentes nas mídias sociais, temos a propaganda de uma mercadoria feita de um consumidor para o outro como um ponto forte. A postagem nas redes sociais de um comprador utilizando um produto é de fato um grande incentivador para sua aquisição. Porém, em muitos casos certas publicações são feitas por anunciantes intitulados de consumidores.

Segundo Kotler & Armstrong (2003 apud MASSANTE, 2017, p. 26):

> À medida que as mídias sociais se tornarem cada vez mais expressivas, os consumidores poderão, cada vez mais, influenciar outros consumidores com suas opiniões e experiências. A influência que a propaganda corporativa tem em moldar o comportamento de compra diminuirá proporcionalmente. Além disso, os consumidores estão participando mais de outras atividades como videogames, assistindo a DVDs e usando o computador; portanto estão expostos a menos anúncios. (KOTLER; ARMSTRONG, 2003, p.9).

Assim, o aumento das dívidas por parte dos indivíduos e o contexto em que se encontram é ainda mais complicado no momento que destacamos a faixa etária correspondente aos mais jovens. Na prática, os meios de comunicação debatem constantemente as adversidades com que se depara o indivíduo na hora de administrar seu próprio dinheiro. Em boa parte das situações, a renda termina previamente e o caminho escolhido é apelar para crediários e empréstimos.

Assim, com o ensino de Educação Financeira existe a possibilidade de transformar toda prática presente. De acordo com Peretti (2007), a mudança vem do amadurecimento do sujeito.

Após se ambientar com conceito e os temas relacionados a Educação Financeira, o jovem estará mais apto para o mercado de trabalho e entendido da situação real do Brasil. Peretti (2007) ainda acrescenta, ao destacar o cenário alarmante da fragilidade do ensino e incompreensão dos indivíduos no que diz respeito a Educação Financeira, já que a educação se fundamenta sob todos os aspectos. A forma contemporânea de ensino não capacita o estudante para o mercado e para o quadro brasileiro devido a sua descontextualização, por não tratar da economia, aplicações e custeamento.

Na opinião de Martins (2004), os estudantes não têm conhecimento sobre fundamentos de economia, negócios e cobranças. É estranho que o atual ensino deixe de lado essas questões, pois a formação financeira é primordial para o desenvolvimento de uma localidade ou país.

Peretti (2007) afirma ainda que a incapacidade do indivíduo de gerenciar seu capital é efeito da má formação financeira. Sendo assim, o intuito da Educação Financeira é direcionar e habilitar os jovens com a intenção de que alcancem a responsabilidade no ramo das finanças. O aporte que a Educação Financeira pode trazer para a composição da índole e o equilíbrio na vida do sujeito não pode ser ignorada. Tal auxílio apresenta a utilidade de não proceder pelo desejo consumista e ponderar a respeito das vontades momentâneas de compra de acordo com a melhor escolha para seus recursos. A Matemática Financeira pode contribuir na seleção do caminho a seguir ao oferecer os meios substanciais para o estudo quantitativo.

2.1 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Antes de continuarmos, é preciso compreender quais as alternativas sugeridas para a prática de Educação Financeira nas escolas.

Dessa maneira, para Silva e Powell (2013), a Educação Financeira Escolar é entendida como:

> [...] constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12-13)

Como já mencionado anteriormente, em 2008, como parte do Programa de Educação Financeira inaugurado em 2003, a OCDE divulgou o relatório nomeado *Programas de Educação Financeira nas escolas: análise de programas atuais selecionados e literatura de projetos de recomendações para as melhores práticas*[9]. Dele constam análises dos programas de Educação Financeira existentes nas escolas e estabelecimentos de ensino e das pesquisas disponíveis sobre a eficácia das iniciativas sobre o assunto destinadas a crianças e adolescentes em idade escolar em alguns dos seus países membros e em países não membros da OCDE.

Silva e Powell (2013) puderam nele destacar alguns tópicos fundamentais sobre alguns obstáculos ao inserir a Educação Financeira no ambiente escolar.

A dificuldade inicial seria a de provar, junto ao governo e órgãos responsáveis, a relevância do tema e a utilidade de se conquistar uma janela na programação das escolas para a adição da Educação Financeira.

Em segundo lugar, o desafio seria decidir sobre a obrigatoriedade da instrução de finanças no programa escolar. Estes autores afirmam ainda que não havia então um posicionamento sobre o assunto pela OCDE, apenas a apresentação de que em alguns países a Educação Financeira é exigida dependendo do estado.

Mais um ponto levantado por Silva e Powell (2013) foram as alternativas da Educação Financeira ser tratada como uma disciplina independente ou como componente de outras disciplinas de forma transversal:

> [...] por um lado, a vantagem de uma disciplina autônoma seria a possibilidade de sedar maior destaque ao assunto. Por outro lado, a incorporação da temática em disciplinas já existentes poderia permitir que os temas financeiros fossem discutidos numa ampla variedade de contextos e isto, ao mesmo tempo em que, poderia atrair o interesse dos estudantes, poderia facilitar sua aprendizagem. (SILVA; POWELL, 2013, p. 5)

Um quarto caso a ser considerado seria o momento da apresentação de temas financeiros na vida dos estudantes:

---

[9] Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf.> 10/9/2020.

> [...] o relatório menciona que alguns *experts* consideram que o assunto deva ser introduzido no começo de vida escolar das crianças, considerando ser este o melhor momento para influenciar o comportamento futuro das crianças; enquanto suas mentes estariam mais abertas a novos conceitos. Porém, também consideram que os programas devam refletir as capacidades e interesses das crianças na faixa etária em que se encontram. (SILVA; POWELL, 2013, p. 6)

Por último, Silva e Powell (2013) mencionam o questionamento feito pelo relatório a respeito da maneira como a Educação Financeira poderia ser atraente para os estudantes. Nessa perspectiva, o tema de finanças é tratado com atmosfera de complexidade.

Em 2010 e 2011, autores como Martins (2011), D'Aquino (2010) e Ortigara (2011) lamentavam o atraso no ensino da Educação Financeira nos ambientes escolares brasileiros, principalmente nas redes públicas de ensino. Os autores consideravam fundamental a introdução e o debate do assunto nos anos escolares iniciais, mas colocavam suas preferências pela apresentação da Educação Financeira Escolar no momento que o estudante tivesse ingressado no Ensino Médio:

> É interessante que esse tema seja abordado com os jovens estudantes do Ensino Médio, pois é principalmente nessa fase da vida que se começa a administrar o dinheiro, e por mais que muitos jovens não trabalhem, mesmo assim, eles consomem produtos e serviços. Assim a educação financeira pode proporcionar condições de intensificar o consumo consciente. (ORTIGARA et al., 2011, p. 3)

Mas como vimos no tópico anterior deste capítulo, muitas ações já foram empreendidas desde então.

Segundo o Ministério da Educação[10], a Secretaria de Educação Básica (SEB) preside o Grupo de Apoio Pedagógico (GAP) do CONEF, cujas ações resultaram num projeto piloto que, entre 2008 e 2010, levou Educação Financeira à rede pública de Ensino Médio dos estados do Ceará, Minas Gerais, Rio de Janeiro, São Paulo, Tocantins e do Distrito Federal.

A experiência de se informar sobre finanças produziu mudanças significativas na vida dos jovens estudantes e de suas famílias, e rendeu ao Brasil referência sobre essa modalidade de ensino no relatório *The impact of high school financial education – experimental evidence*

[10] Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acessado em 07/7/2020.

from Brasil[11] (O impacto da educação financeira no ensino médio – a experiência do Brasil, em tradução livre), do Banco Mundial.

Analistas do Banco Mundial constataram o aumento de 1% do nível de poupança dos jovens que passaram pelo programa; 21% a mais dos alunos fazem uma lista dos gastos todos os meses; 4% a mais dos alunos negociam os preços e meios de pagamento ao realizarem uma compra. As famílias também foram beneficiadas, pois temas como orçamento, planejamento e taxas bancários entraram na pauta das conversas e decisões conjuntas de gastos por causa dos deveres de casa. O relatório conclui, ainda, que esse resultado indica que jovens educados financeiramente podem contribuir para o crescimento de 1% do PIB do Brasil.

O material didático do projeto piloto, distribuído para 26 mil alunos e 2 mil professores de 891 escolas, está disponível ao público na página[12] do ENEF na internet para acesso gratuito. Não se tratou de matéria extracurricular. O tema foi abordado nas aulas de Matemática, Ciência, História, Geografia e Português, privilegiando a transversalidade.

A meta da ENEF e da SEB é disseminar os resultados e estimular que a Educação Financeira seja adotada para alunos do Ensino Fundamental e Médio.

O CONEF realiza anualmente a Semana Nacional da Educação Financeira, evento realizado desde 2014. Em sua 6ª edição em 2019[13], bateu recordes de número de eventos e público alcançado. Foram 14835 iniciativas reportadas e um público total de 70,7 milhões de pessoas. Além das ações em mídias de massa, outras iniciativas atingiram mais de 800 mil participantes, evidenciando o crescente interesse e disposição das pessoas em participar dos diferentes eventos de Educação Financeira. Os eventos dividiram-se em 2030 online e 12805 presenciais. Grande parte dessas – 2231 – ocorreram em escolas, mostrando o crescimento da importância atribuída ao tema entre os mais jovens.

---

[11] Disponível em: <https://documents.worldbank.org/en/publication/documents-reports/documentdetail/753501468015879809/the-impact-of-high-school-financial-education-experimental-evidence-from-brazil>. Acessado em 10/9/2020.

[12] Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/>. Acessado em 10/9/2020.

[13] Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/semana-enef-019/>. Acessado em 08/07/2020.

Por outro lado, as situações com abordagem em Matemática Financeira encontradas em livros didáticos já orientam estudantes de diversas escolas brasileiras a possuírem disciplina nos seus gastos e ainda auxiliam a família a tratar com situações financeiras.

Segundo a Associação de Educação Financeira do Brasil (AEF-Brasil)[14], um estudo realizado em conjunto pelo Serasa Consumidor e Serasa Experian no ano de 2019, aponta que um a cada três estudantes entrevistados declarou ter assimilado o mérito de economizar dinheiro após comparecer em programas de Educação Financeira. Cerca de 24% dos estudantes começaram a dialogar com os pais a respeito do tema e 21% compreenderam maneiras mais eficazes para utilização da renda.

Os efeitos da inserção da temática financeira nas escolas, sem dúvida, apenas têm a acrescentar na vida do educando.

Porém, é importante ressaltar que não é interessante ter a Educação Financeira como uma ciência extracurricular. O seu benefício se torna mais efetivo ao promover a integração com outras disciplinas da Educação Básica, promovendo debates abrangentes em relação ao emprego da cidadania e questões voltadas para o trabalho e consumo.

2.2 A BNCC E A EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR - ORIENTAÇÕES

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular) é um documento normativo que apresenta as competências gerais e específicas, as habilidades e o conjunto das aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica – Educação Infantil, Ensino Fundamental – Anos Iniciais e Anos Finais, e Ensino Médio. O documento também determina que essas competências, habilidades e conteúdos devem ser os mesmos, independentemente de onde as crianças, adolescentes e os jovens moram ou estudam.

A homologação do texto da BNCC aconteceu em duas etapas devido as especificidades da etapa do Ensino Médio – com a aprovação da Reforma do Ensino Médio. A primeira parte homologada da Base foi para a Educação Infantil e Ensino Fundamental em dezembro de 2017. Já a segunda parte da Base foi homologada no ano seguinte, em dezembro de 2018, para a etapa do Ensino Médio. O prazo de implementação também é diferente para cada uma dessas etapas.

[14] Disponível em: <https://www.aefbrasil.org.br/index.php/quem-somos/>. Acessado em 08/07/2020

Para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental – Anos Iniciais e Anos Finais, a Base deveria ser implementada em sua totalidade nas escolas até o início de 2020.

É importante observar que a BNCC não deve ser vista como um currículo, mas como um conjunto de orientações que irá nortear as equipes pedagógicas na elaboração dos currículos locais. Esse documento deve ser seguido tanto por escolas públicas quanto particulares:

> A BNCC é um documento que prevê o mínimo que deve ser ensinado nas escolas, desde a educação infantil até o ensino médio. Educação financeira deve, pela BNCC, ser abordada de forma transversal pelas escolas, ou seja, nas várias aulas e projetos. Parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE), homologado pelo Ministério da Educação (MEC), prevê que as redes de ensino adequem os currículos da educação infantil e fundamental, incluindo esta e outras competências no ensino, até 2020.[15] (TOKARNIA, 2019, não paginado)

No âmbito da Matemática, a BNCC do Ensino Fundamental conta com alterações características nos conteúdos e sugere elementos temáticos associados que conduzam à geração de capacidades a serem promovidas no decorrer desse estágio do ensino, o que é o caso da Educação Financeira. O assunto corresponde a um dos temas que precisarão estar presentes nos programas de ensino do Brasil, segundo o BNCC.

Já no texto introdutório, onde são elencadas as *Competências Gerais da Educação Básica*, é mencionada a inovação que diz respeito à Educação Financeira e à Matemática Financeira:

> 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (BRASIL, 2017, p. 7)

Nas orientações para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 4º ano)[16] podemos identificar fragmentos da Educação Financeira na unidade temática “Grandezas e Medidas”, com reconhecimento, manipulação, conversões e resolução de problemas no sistema monetário brasileiro.

---

[15] Disponível em: < https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2019-12/educacao-financeira-chega-ao-ensino-infantil-e-fundamental-em-2020>. Acesso em 11/12/2020

[16] Habilidades: EF01MA19, EF01MA20, EF02MA20, EF03MA24, EF04MA25 - BRASIL, 2017, p. 278 – 293.

Para os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), podemos encontrar já de início menção direta à Educação Financeira como tema transversal:

> Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de *marketing*. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos. (BRASIL, 2017, p. 265)

Ao apresentar situações de Matemática Financeira no estágio do Ensino Médio, a BNCC indica a prática de estudo perante a diferentes realidades com o objetivo de capacitar os educandos conforme as condições impostas no cotidiano. Por esse motivo, se refere à Educação Financeira nas disciplinas de Língua Portuguesa, Arte, Língua Inglesa, Matemática, Geografia e História. Nesse tipo de metodologia de estudo é recomendado ainda o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas. Além disso, as orientações dadas levam ao desenvolvimento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental e a proporcionar ao estudante o contato com novos ideias sobre o tema com a finalidade do progresso no processo de ensino aprendizagem. Além de resolver problemas, o aluno deverá ser capaz de criar situações em contextos distintos e mais bem elaborados, uma vez que o mercado de trabalho oferece eventos matemáticos sob uma perspectiva mais próxima do cotidiano.

A BNCC é composta por competências gerais e específicas que proporcionam o desenvolvimento de habilidades por parte do estudante. De acordo com cada habilidade podemos inferir que a BNCC não considera a Matemática Financeira um conteúdo pontual e indica sua aplicação em diversos temas do Ensino Médio.

A seguir algumas correlações entre competências específicas e habilidades que envolvem Matemática / Educação Financeira:

Quadro 4: BNCC – Competências Específicas e Habilidades associados à Matemática / Educação Financeira – Ensino Médio - 2020

<table>
<tr><th colspan="6">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1</th></tr>
<tr><td colspan="6">Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</td></tr>
<tr><th colspan="6">HABILIDADES ASSOCIADAS</th></tr>
<tr><td colspan="3">(EM13MAT101)
Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</td><td colspan="3">(EM13MAT104)
Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.</td></tr>
<tr><th colspan="6">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2</th></tr>
<tr><td colspan="6">Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</td></tr>
<tr><th colspan="6">HABILIDADES ASSOCIADAS</th></tr>
<tr><td colspan="6">(EM13MAT203)
Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.</td></tr>
<tr><th colspan="6">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3</th></tr>
<tr><td colspan="6">Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</td></tr>
<tr><th colspan="6">HABILIDADES ASSOCIADAS</th></tr>
<tr><td colspan="2">(EM13MAT303)
Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.</td><td colspan="2">(EM13MAT304)
Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.</td><td colspan="2">(EM13MAT305)
Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.</td></tr>
<tr><th colspan="6">COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4</th></tr>
<tr><td colspan="6">Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</td></tr>
<tr><th colspan="6">HABILIDADES ASSOCIADAS</th></tr>
<tr><td colspan="6">(EM13MAT404)
Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</td></tr>
</table>

Fonte: BRASIL, 2018, p. 532 – 540

Ao estudar relativamente as temáticas presentes, das habilidades e competências relacionadas à Educação Financeira, deduz-se que a BNCC pretende simbolizar um progresso no sistema curricular de Educação do Brasil.

3 ELEMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

É bastante comum o indivíduo encarar situações no cotidiano tendo por critério a tomada de decisões de pagamentos no ato de uma compra, ao realizar a aplicação de um montante em ações ou então, ao fazer investimentos em bens imobiliários. Esses são alguns exemplos de escolhas que podem ser consideradas e dependendo da situação o investidor pode ter um bom retorno ou simplesmente desvalorizar o seu capital.

Saber lidar com práticas financeiras, embora que por muitas vezes seja elementar, é considerado fundamental na vida de qualquer indivíduo. Tais procedimentos são apresentados no universo escolar por meio de conteúdos da Matemática Financeira como razão, proporção, taxa de percentual, variação percentual, juros simples e compostos, aumentos e descontos, taxas equivalentes e outros.

Nos direcionaremos a expor os conceitos referentes a Matemática Financeira que serão ilustrados com o intuito de melhor entendimento da temática.

3.1 RAZÕES E PROPORÇÕES

Razões

O conceito de razão é a forma mais comum e prática de se fazer a comparação relativa entre duas grandezas. Ao dividir uma grandeza por outra, estamos comparando a primeira com a segunda, que passa a ser a base da comparação.

Por exemplo, se a área de um terreno mede 150 cm² e a área de um outro terreno mede 250 cm², ao fazermos a razão entre tais áreas, teremos: 150 : 250 = 0,6. Estamos assim calculando o quanto a área menor representa da maior. Em outras palavras, a área menor representa 0,6 ou 60%, da área maior. Isso é uma comparação muito significativa e fácil de ser feita.

De forma mais rigorosa definimos:

Dados dois números reais a e b, $b \neq 0$, denominamos de **razão** entre a e b ao quociente $\frac{a}{b} = k$ ou ainda, $a : b = k$.

Observe que k é um número real. O primeiro número (a) é nomeado **antecessor** e o segundo (b) é dito **sucessor** A razão k indica o valor do número a quando comparado ao número b, tomando-o como unidade.

O conceito de razão é utilizado em muitas aplicações como, por exemplo, o uso de escalas e o cálculo de velocidade média ou densidade.

Ao compararmos mapas com os lugares a serem representados por eles, representamos as distâncias em *escala* menor que a real. O conceito é dado pela seguinte razão:

$$\text{Escala} = \frac{\text{Medida do mapa}}{\text{Medida real}} \text{ (ambos na mesma unidade de medida).}$$

A *velocidade média* desenvolvida por um veículo é definida pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do tempo total de percurso. Será sempre acompanhada de uma unidade, que depende das unidades escolhidas para calcular distância e tempo. Alguns exemplos de unidades para a velocidade média são km/h, m/s, cm/s etc.

$$\text{Velocidade média} = \frac{\text{Medida da distância percorrida}}{\text{Medida do tempo total do percurso}}$$

A *densidade* de um corpo é dada pela razão entre a medida de sua massa e a medida do seu volume. A densidade também será sempre acompanhada de uma unidade, que depende das unidades escolhidas para medir a massa e o volume. Alguns exemplos de unidades para a densidades são g/cm^3, kg/m^3 etc.

$$\text{Densidade} = \frac{\text{Medida da massa}}{\text{Medida do volume}}$$

Proporções

A ideia de proporcionalidade está presente naturalmente em muitos campos da Matemática, mas transborda também os limites da própria área ao se fazer presente em outras áreas da ciência na interpretação de muitos fenômenos do mundo real. Considerada portanto, uma das ideias fundamentais da Matemática, é também destacada como uma ferramenta importante no entendimento de conteúdos que abordam temas da Matemática Financeira: “A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções.” (BRASIL, 1998, p. 84)

Desenvolver a ideia de proporcionalidade requer ações conscientes do professor desenvolvendo atividades que proporcionem o entendimento de variações. Nesse sentido, os PCN’s trazem indicações de como procurar desenvolver o raciocínio proporcional na Educação Básica:

> Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e também identificar situações em que o que está em jogo é a não proporcionalidade. As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica. (BRASIL, 1998, p. 38-39).

A definição de proporção concretiza a ideia de proporcionalidade.

Denominamos de **proporção** a igualdade entre duas razões, expressa algebricamente por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

onde a, b, c, d e k são números reais, com b e d não nulos. O número k é denominado **constante de proporcionalidade**.

O antecedente da primeira razão (a) e o consequente da segunda (d) são chamados de **extremos**, enquanto o consequente da primeira razão (b) e o antecedente da segunda razão (c) são chamados de **meios.** Os nomes são sugestivos quando consideramos a segunda forma de expressar uma proporção: (a:b **::** c:d).

Com esta nomenclatura, a propriedade fundamental das proporções, muito útil para a resolução de problemas diversos, pode ser enunciada como:

Em uma proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

Ou seja, sendo b e d não nulos, temos: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow \frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd} \leftrightarrow ad = bc$

3.2 PORCENTAGEM

A razão cujo consequente é igual a 100 é classificada como **razão centesimal** ou, simplesmente, **porcentagem**. A sua notação é dada pelo antecedente seguido do símbolo % e leitura “por cento”.

Assim: $\frac{6}{100}$ = 6 % (seis por cento); $\frac{32}{100}$ = 32 % (trinta e dois por cento).

A porcentagem é um elemento simples, contudo possui uma ampla relevância no conteúdo programático da Matemática, visto sua grande utilidade nos contextos do dia a dia.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.81) o seu tratamento deve ser iniciado no início da vida escolar do estudante de forma simples, e mais tarde na conclusão do ensino fundamental, ao ser trabalhado proporcionalidade e operações percentuais.

3.3 ACRÉSCIMOS E DESCONTOS

Iniciemos por um importante conceito que nos será útil na abordagem de acréscimos e descontos: fator de atualização.

O **fator de atualização**, simbolizado pela letra f, corresponde a razão entre duas grandezas em momentos diferentes na linha do tempo. Pode ser empregado em inúmeros contextos diferentes no qual a intenção é relacionar importâncias adquiridas em períodos diferentes para determinar se houve um aumento nesses valores, um desconto ou se não houve variação.

Ao aplicar o conceito de razão entre duas grandezas X e Y, somente será possível obter três tipos de resposta: uma razão menor que 1, uma razão igual a 1 ou uma razão superior a 1, ou seja:

$$f = \frac{X}{Y} < 1 \rightarrow X < Y \text{ ou } f = \frac{X}{Y} = 1 \rightarrow X = Y \text{ ou } f = \frac{X}{Y} > 1 \rightarrow X > Y$$

Em Matemática Financeira, a situação de **desconto** corresponde a razão inferior a 1. O valor do desconto será constituído pela diferença Y – X e a taxa de desconto i será dada por 1 – f. Já a situação de **acréscimo** corresponde a razão superior a 1. O valor do aumento será dado por X – Y e a taxa de aumento i será dada por f – 1.

O fator é dito neutro quando a razão corresponde a 1, ou seja, não houve variação de valores.

Esse tema estabelece um objeto relevante no exercício da Matemática Financeira, visto que o entendimento por parte do estudante a respeito desse item traz uma abordagem totalmente inserida no cotidiano. A consequência desse aprendizado é sinônimo de Educação Financeira.

O valor do fator de atualização é facilmente compreendido através de situações encontradas pelo cidadão na qual existem acréscimos ou descontos em mercadorias vendidas ou serviços prestados.

Como já mencionado, o fator de atualização é denominado por f e pode ser entendido como a razão entre o valor final do produto e o valor inicial.

$$f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}}$$

- Desconto: $f = 1 - i < 1$
- Sem variação: $f = 1$
- Aumento: $f = 1 + i > 1$

Considere o exemplo que se segue:

Um imóvel valorizou 12% em seu valor nos últimos meses. Considerando que antes da valorização este imóvel custava R$ 400.000,00. Determine o valor atual desse imóvel.

O conceito de acréscimo se mostra perceptível na questão e naturalmente é observada a solução por meio do cálculo de 12% do valor do imóvel e a adição desse resultado a R$ 400.000,00. Por outro lado, existe a possibilidade de se obter o resultado pelo cálculo do fator de atualização.

$$400.000 \text{ x f}$$
$$400.000 \text{ x } (1 + i)$$
$$400.000 \text{ x } (1 + 0{,}12)$$
$$400.000 \text{ x } 1{,}12 = 448.000$$

Assim, o valor atualizado do imóvel seria R$ 448.000,00.

Analogamente, a ideia de desconto pode ser trabalhada pelo conceito de fator de atualização, por exemplo:

Um celular era vendido por uma loja de eletrônicos a R$ 6.400,00. Após o lançamento do seu novo modelo, o seu preço passou por uma redução de 23%. Qual o valor do novo preço desse celular?

Mais uma vez o problema é resolvido através do pensamento do fator de atualização. Porém, neste caso sob a perspectiva de desconto, ou seja, o fator de atualização é inferior a uma unidade.

$$6.400 \text{ x } f$$
$$6.400 \text{ x } (1 - i)$$
$$6.400 \text{ x } (1 - 0{,}23)$$
$$6.400 \text{ x } 0{,}77 = 4.928$$

O novo preço do celular considerado será R$ 4.828,00

Como pode ser observado por meio dos exemplos, o resultado foi obtido de maneira direta, o que não torna o modelo de solução gradativa menos importante. Pelo contrário, a forma de solução por intermédio de dois cálculos separados serve de introdução da temática de fator de atualização. Esse tipo de abordagem é válido para o aluno iniciante no universo financeiro.

Acréscimos e Descontos Sucessivos

De acordo com Dante (2014, p. 18), o conceito de acréscimos e descontos sucessivos pode ser compreendido da seguinte maneira: “Para compor vários aumentos e/ou descontos, basta multiplicar os vários fatores individuais e assim obter o fator “acumulado”, que nada mais é do que o fator de atualização entre o primeiro e o último valor considerado, independentemente dos valores intermediários.”

O modelo de cálculo para obtenção do fator de atualização no sistema de acréscimos sucessivos pode ser deduzido a partir do cálculo dos fatores individuais:

$V_1 = V_0 \cdot (1 + i_1)$

$V_2 = V_1 \cdot (1 + i_2) = V_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2)$

$V_3 = V_2 \cdot (1 + i_3) = V_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3)$

………………………………………………………..

$V_n = V_{n-1} \cdot (1 + i_n) = V_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdots (1 + i_n) = V_0 \cdot f_n$

Ou seja, $f_n = f_1 . f_2 . f_3 ...$

Da mesma maneira, a fórmula para se alcançar o fator acumulado no sistema de descontos sucessivos pode ser deduzida por meio da contagem individual dos fatores:

$V_1 = V_0 \cdot (1 - i_1)$

$V_2 = V_1 \cdot (1 - i_2) = V_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2)$

$V_3 = V_2 \cdot (1 - i_3) = V_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3)$

……………………………………………..

$V_n = V_{n-1} \cdot (1 - i_n) = V_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3) \cdots (1 - i_n) = V_0 \cdot f_n$

Ou seja, $f_n = f_1 \,.\, f_2 \,.\, f_3 \ldots$

Exemplifiquemos:

Uma loja de departamentos aplicou um acréscimo de 20% em todos os preços de seus produtos com intenção de reaver o prejuízo dos meses de fechamento por conta da pandemia do COVID-19. No mês seguinte a reabertura, sobre o valor reajustado, notou a necessidade da aplicação de um desconto de 30% sobre os preços das mercadorias para atrair mais vendas. Após esses dois reajustes, qual seria o preço de uma calça jeans que originalmente custava R$ 150,00?

A aplicação de dois reajustes de preço consecutivos sobre o preço do produto direciona para o conceito de acréscimo e descontos sucessivos. O cálculo é baseado em determinar qual tipo de fator de atualização, acréscimo ou desconto, o preço da mercadoria ficará submetido ao final dos dois reajustes. Para isso, basta calcular o produto entre o fator de atualização do acréscimo f_a e o fator de atualização do desconto f_d.

$$f_a \text{ x } f_d = (1 + 0{,}2) \text{ x } (1 - 0{,}3) = 1{,}2 \text{ x } 0{,}7 = 0{,}84$$

Portanto, o fator de atualização final mostra que o produto sofreu um desconto de 16% no seu valor original, passando a custar 150 x 0,84 = R$ 126,00.

Esse tipo de problema retrata situações do cotidiano que provocam interpretações equivocadas do cidadão. Aumentos ou descontos aparentemente menores ou maiores podem induzir a decisões erradas na hora de efetuar uma compra. Mais uma vez, a Educação Financeira revela sua importância.

3.4 O CONCEITO DE JUROS

Com a intenção de facilitar o entendimento sobre o tema, será dada a definição de **juros** de acordo com Iezzi, Hazzan e Degenszanjn (2004, p. 40):

"O valor que o emprestador cobra pelo uso do dinheiro, ou, o valor pago pelo tomador do empréstimo é chamado de juros e indicado por J".

É possível estabelecer o conceito de juros, como um provento, isto é, um arrendamento recebido pela concessão de uma quantia ou pertences. Tal coleta é representada por uma porcentagem em cima da quantia ou propriedade concedida.

Vejamos algumas situações em que o conceito de juros é envolvido no cotidiano do cidadão:

- ❖ Ao solicitar o empréstimo de uma certa quantia num estabelecimento bancário, o favorecido terá de, no término do período combinado, reembolsar a quantia cedida pelo banco com o acréscimo de juros, relacionado ao "aluguel" da importância;
- ❖ Se o indivíduo não quitar uma conta de consumo (luz, gás, telefone, internet), ele é levado a pagar a conta devida e mais uma multa de acordo com os dias em atraso;
- ❖ Ao investir uma importância numa poupança, o cliente é contemplado todo mês com juros referente ao saldo dessa poupança;
- ❖ O estabelecimento bancário cobra juros diários quando o cliente excede o limite do cheque especial, até o débito ser sanado pelo correntista.

O conceito de juros é rodeado de expressões importantes que são facilitadoras para entender em que circunstâncias serão desenvolvidos cálculos relativos a situações relacionadas a finanças:

- ❖ **Capital Inicial (C)** – é o valor aplicado a intermédio de alguma operação financeira, seja ela por uma importância emprestada ou algum tipo de investimento a fim de um retorno monetário;
- ❖ **Taxa de juros (i)** – significa a taxa de lucro recebida por algum investimento financeiro. Esse conceito é mais comum no contexto de pagamento de algum empréstimo ou dívida adquirida por um débito. As abreviaturas utilizadas para denotar a periodicidade da taxa são: a.d (ao dia), a.m (ao mês), a.b (ao bimestre), a.t (ao trimestre), a.s (ao semestre) e a.a. (ao ano);
- ❖ **Tempo de aplicação (t) ou prazo** – é o período que passa a ser contado do momento de início da ação financeira até o seu término. É considerado uma variável discreta, já que a menor fração de tempo de aplicação considerada na prática é de 1 dia;

❖ **Montante (M)** – é também conhecido como valor acumulado. Em outras palavras, corresponde à quantia que deve ser devolvida ao final de toda operação (capital inicial + juros). Quando é pensado sob a perspectiva de investimento, equivale ao valor do capital empregado somado com o retorno da aplicação financeira.

❖ **Regime de Capitalização -** é a forma em que se verifica o crescimento do capital, que pode ser pelo regime de capitalização simples (juros simples) ou composta (juros compostos).

No mercado financeiro vigente, pode ser considerado o calendário civil, onde os dias são contados de acordo com a realidade ou o calendário comercial em que se considera o mês comercial de 30 dias e o ano comercial de 360 dias. Neste trabalho, será considerado o calendário comercial em todo o texto.

Nos cálculos que envolvem situações financeiras, é importante destacar que a taxa de juros e o período em que o capital é aplicado ou a dívida fica ativa, devem estar na mesma unidade de medida. Para exemplificar, se o tempo estiver sendo contado na unidade mês, a taxa de juros deverá ser mensal; caso a taxa seja anual, o tempo deverá ser contado em anos.

3.5 REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO E SUAS TAXAS

Juros Simples

Este regime de capitalização é aquele em que a taxa de juros incide somente sobre o capital e não sobre o montante acumulado. A ideia de **juros simples** tem, portanto, base neste conceito: o juro de cada período é calculado a partir do capital inicial aplicado ou emprestado inicialmente. Não incidem, portanto, juros acumulados e sua taxa varia linearmente em função do tempo.

Assim, podemos inferir que os juros referentes a toda a operação financeira podem ser calculados por meio da aplicação da taxa sobre o capital inicial e posterior multiplicação pelo tempo de duração. Dessa forma, é possível determinar o montante, cujo valor é a soma do capital inicial com os juros obtidos.

Como exemplo, é possível calcular os juros da aplicação de um capital de R$ 2.000,00 a uma taxa de juros de 0,5% ao mês por um período de 2 meses.

O juro mensal será 0,5% de 2.000, ou seja, 0,005. 2.000 = 10

Ou seja, a cada mês o valor de R$ 2.000,00 renderá R$ 10,00. Se o capital é investido por um período de 2 meses, os juros obtidos serão de R$ 20,00 e o montante será de R$ 2.020,00.

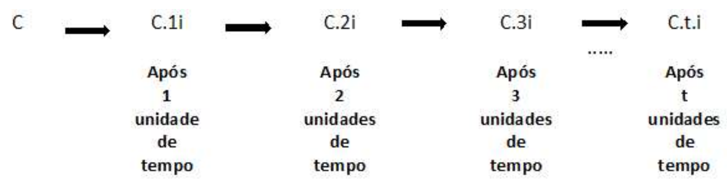
No momento que o conceito de juros simples é trabalhado e entendido pelo estudante como uma aplicação no valor inicial e o produto desse resultado de acordo com o tempo, a ideia inicial deixa de ser apenas utilização de fórmulas e ocorre de maneira significativa, embora seja fundamental também, a apresentação do modelo de cálculo.

Assim, na unidade de tempo considerada, o juro que incide sobre o capital inicial C é dado por C.i. Como esse valor é sempre o mesmo em cada unidade de tempo, após t unidades de tempo, a quantia de juros obtida será $J = t.(C.i) = C.i.\ t$.

O montante após o período t será então dado por $M = C + C.i.t = C(1 + i.t)$.

No exemplo anterior, $M = 2.000.\ (1+ 0{,}005.2) = 2.000\ .\ (1 + 0{,}01\ ) = 2.000\ .\ 1{,}01 = 2.020$.

Figura 1: Variação dos Juros Simples



Fonte: O autor, 2020

Juros Simples e Função Linear

O comportamento linear dos juros no regime de capitalização simples nos remete aos conceitos de função afim e função linear.

Na concepção de função linear no problema anterior, tem-se o capital de R$ 2.000,00 fixo, cuja taxa é 0,5% a.m do mesmo modo fixa no decorrer do tempo t variável. A expressão da função juros é assim dada por $J: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $J(t) = 2000\ .\ 0{,}005\ .\ t = 10t$.

No caso geral temos $J = (Ci).t$, onde a taxa de variação é o juro por unidade de tempo considerada.

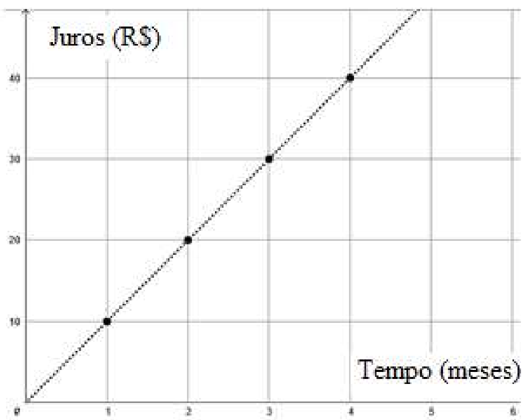
Temos assim:

Quadro 5: Variação dos Juros Simples: J(t) = 2000 . 0,005 . t = 10t

Mês(t)	**J(t) = 2000 . 0,005t = 10t**
1	j(1)=10.1 = 10
2	j(2)=10.2 = 20
3	j(3)=10.3 = 30
4	j(4)=10.4 = 40
5	j(5)=10.5 = 50

Fonte: O autor, 2020

Gráfico 1: Função dos Juros Simples J(t) = 10t



Fonte: O autor, 2020

No gráfico, o traçado da reta obtida não é contínuo pois a função não é real.

O comportamento gráfico da função relativa ao montante tem o perfil semelhante ao dos juros. Porém, desta vez, trata-se de uma função afim dada por M: IN → IR, M(t) = C + J(t), dada por M(t) = C + J(t) = C + (C.i).t.

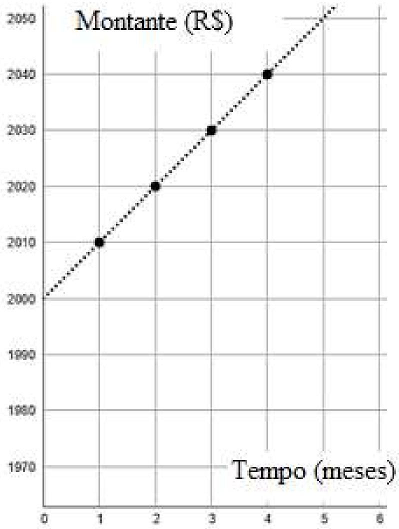
No exemplo anterior, J(2) = 2000 . 0,005 . 2 = 20 e M(2) = 2000 + 20 = 2020.

Quadro 6: Variação do Montante em regime de Juros Simples: M(t) = 2000 + 10t

Mês(t)	**M(t) = 2000 + 10t**
1	M(t) = 2000 + 10.1 = 2010
2	M(t) = 2000 + 10. 2 = 2020
3	M(t) = 2000 + 10.3 = 2030
4	M(t) = 2000 + 10.4 = 2040
5	M(t) = 2000 + 10.5 = 2050

Fonte: O autor, 2020

Gráfico 2: Função montante M(t) = 2000 + 10t



Fonte: O autor, 2020

Juros Simples e Progressões Aritméticas

Os procedimentos financeiros relacionados a juros simples também podem ser trabalhados através do conceito de progressões aritméticas (P.A.). Neste caso, o montante no regime de juros simples possui uma relação próxima.

Recordemos que uma **Progressão Aritmética** (PA) é uma sequência de números onde a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma. Essa diferença constante é chamada de **razão** (r) da PA.

A associação do conceito de progressão aritmética com a variação do montante a juros simples é percebida pelo fato da diferença entre montantes subsequentes ser constante e igual aos juros J.

$$M_1 = C + J$$
$$M_2 = C + 2J$$
$$M_3 = C + 3J$$
$$......................$$
$$M_t = C + tJ$$

Assim, a sequência de montantes (C + J, C + 2J, C + 3J, ... , C + tJ) é uma PA de razão J = C.i.t (relativo a uma unidade de tempo), cujo último termo C + tJ representa o montante após t períodos de tempo.

Por exemplo, o capital de R$ 5.000,00 aplicado a uma taxa de juros simples de 3% a.m durante 6 meses, produz o juro mensal de J = 5.000 . 0,03 = 150. O montante produzido pode ser calculado por meio da expressão do termo geral de uma PA, em que se considera o primeiro termo C + J, a razão J e o sexto montante a determinar:

$$a_n = a_1 + (n-1)r \rightarrow M_6 = C + J + (6-1).J = C + J + 5J = C + 6J = 5000 + 6 \ . \ 150 = 5900$$

Juros Compostos

Neste regime de capitalização composta, os juros são computados sobre o capital e sobre os juros incorporados a cada período de tempo corrido.

As ideias empregadas no sistema de juros simples são preservadas no sistema de juros compostos. No entanto, a maneira com que se estabelece o montante a ser considerado não é a mesma, visto que a atribuição de juros é cumulativa no decorrer do tempo.

Por exemplo, observe-se o cálculo do montante no regime de capitalização composta cujo capital inicial é de R$ 1.000,00, a uma taxa de 2% ao mês, durante 5 meses:

Quadro 7: Cálculo de Juros Compostos

Mês	Capital Aplicado	Juro Corrente	Montante Capital Aplicado + Juro Corrente
1	1.000,00	$1000{,}00 \cdot 0{,}02 = 20{,}00$	1.020,00
2	1.020,00	$1020{,}00 \cdot 0{,}02 = 20{,}40$	1.040,40
3	1.040,40	$1040{,}40 \cdot 0{,}02 = 20{,}81$	1.061,21
4	1.061,21	$1061{,}21 \cdot 0{,}02 = 21{,}22$	1.082,43
5	1.082,43	1.082,43 . 0,02 = 21,65	1.104,08

Fonte: O autor, 2020

No exemplo observamos que o montante referente a qualquer mês é o capital aplicado no mês consecutivo, e assim continuamente, até o fim do tempo do investimento. Porém, o cálculo é exaustivo e longo, fato que torna a contagem inapropriada sem o auxílio de outro artifício mais eficiente, embora o método seja fundamental para a compreensão dos estudantes.

Para facilitar os cálculos, é necessária a dedução de uma expressão geral para o montante.

Do quadro anterior temos:

$M_1 = 1020 = 1000 + 1000.0{,}02 = 1000.(1+0{,}02)$

$M_2 = 1040{,}40 = M_1 + M_1 \,.\, 0{,}02 = M_1 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02).(1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^2$

$M_3 = 1061{,}21 = M_2 + M_2.0{,}02 = M_2 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^2 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^3$

$M_4 = 1082{,}43 = M_3 + M_3.0{,}02 = M_3 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^3 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^4$

$M_5 = 1104{,}08 = M_4 + M_4.0{,}02 = M_4 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^4 \,.\, (1+0{,}02) = 1000.(1+0{,}02)^5$

Considerando o capital inicial C, taxa de juros i e o tempo de aplicação do capital t, teríamos:

Após uma unidade de tempo: $M_1 = C.(1+i)^1$

Após duas unidades de tempo: $M_2 = C.(1+i)^2$

Após três unidades de tempo: $M_3 = C.(1+i)^3$ e assim sucessivamente até t unidades de tempo onde iremos obter o montante M final:

$$M = M_t = C.(1 + i)^t$$

Para obtermos os juros atribuídos bastará então subtrair do montante final o valor do capital inicialmente aplicado: J = M – C.

No exemplo, J = 1.104,08 – 1.000 = 104,08.

Juros Compostos e Função Exponencial

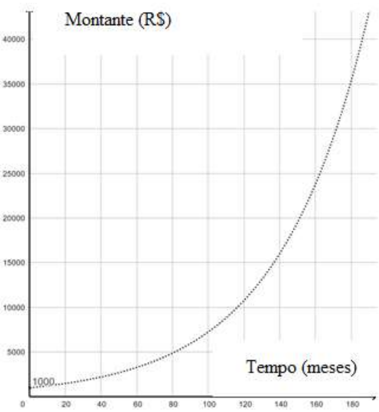
O comportamento exponencial dos juros no regime de capitalização composta nos remete ao conceito de função exponencial.

No exemplo anterior em que o capital inicial é de R$ 1.000,00, a taxa é de 2% a.m. e a aplicação dura 5 meses tem-se a função exponencial:

$$M(t) = 1.000 \cdot (1 + 0{,}02)^t = 1000 \cdot (1{,}02)^t$$

No caso geral temos $M: \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+^*$, dada por $M(t) = C.(1+1)^t$.

Gráfico 3: Função Montante M(t) = 1000.(1,02)t



Fonte: O autor, 2020

Juros Compostos e Progressões Geométricas

Os procedimentos financeiros relacionados a juros compostos também podem ser trabalhados através do conceito de progressões geométricas (P.G.).

Recordemos que uma **Progressão Geométrica** (PG) é uma sequência de números onde o quociente entre dois termos consecutivos é sempre o mesmo. Esse quociente constante é chamado de **razão** (q) da PG.

A associação do conceito de progressão geométrica com a variação do montante a juros compostos é percebida pelo fato do quociente entre montantes consecutivos ser constante e igual a 1 + i.

$$M_1 = C.(1+i)$$
$$M_2 = C.(1+i)^2$$
$$M_3 = C.(1+i)^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$M_t = C.(1+i)^t$$

Assim, a sequência de montantes ($C(1+i)$, $C(1+i)^2$, $C(1+i)^3$, ... , $C(1+i)^t$) é uma PG de razão 1 + i, $C(1+i)^t$ representa o montante após t períodos de tempo.

Por exemplo, considerando o mesmo capital do exemplo anterior, R$ 5.000,00, desta vez aplicado a uma taxa de juros compostos de 3% a.m durante 6 meses, podemos calcular o montante produzido por meio da expressão do termo geral de uma PG, em que o primeiro termo é $C(1+i)$, a razão 1 + i e o sexto montante a determinar:

$$a_n = a_1 .\ q^{n-1} \rightarrow M_6 = C(1+i)\ .\ (1+i)^{6-1} = C(1+i)^6 = 5000.(1+0{,}03)^6 = 5.970{,}26 \text{ (aprox.)}.$$

Qual o mais adequado? Juros compostos x Juros simples

As características dos regimes de juros simples e compostos foram apresentadas tanto do ponto de vista prático, por meio da apresentação de um problema possível do cotidiano, quanto sob a perspectiva mais distante do habitual com utilização gráfica da situação.

Se faz necessário a seguir, a comparação entre os dois sistemas de capitalização com a intenção de definir qual deles é mais vantajoso para o indivíduo que deseja fazer aplicação do seu patrimônio. Como o estudo dos juros compostos geralmente é feito após o trabalho com os juros simples, é comum que se tenha a falsa impressão de que sempre será mais vantajoso utilizar os juros compostos em qualquer situação financeira. Contudo, isto não é verdade quando o período da aplicação não for inteiro, ou seja, quando for menor do que um mês, ou um ano, ou um período, por exemplo.

Para efetuar a comparação entre os regimes de capitalização simples e composto será resgatado o problema mencionado nas seções anteriores que citava a aplicação de uma quantia de R$ 5.000,00 a taxa de 3% ao mês durante 6 meses.

Quadro 8: Comparação do Montante – Juros Simples x Juros Compostos

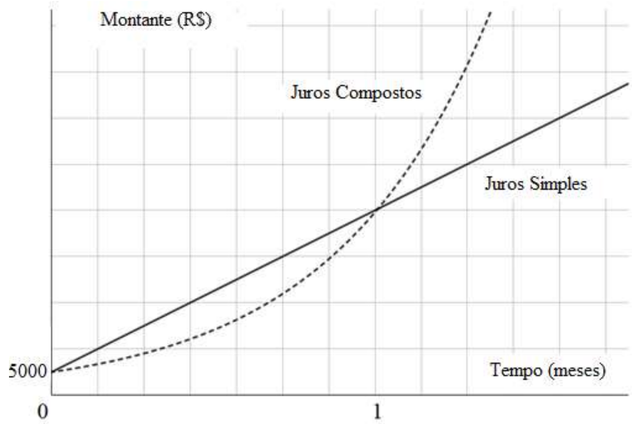
TEMPO	JUROS SIMPLES	JUROS COMPOSTOS
10 dias	5.050,00	5.049,51
15 dias	5.075,00	5.074,44
20 dias	5.100,00	5.099,51
1 mês	5.150,00	5.150,00
2 meses	5300,00	5.304,50
3 meses	5.450,00	5.463,63
4 meses	5.600,00	5.627,54
5 meses	5.750,00	5.796,37
6 meses	5.900,00	5.970,26

Fonte: O autor, 2021

Por meio da tabela é possível perceber a linearidade do crescimento do montante a juros simples e o crescimento mais rápido, exponencial, do montante a juros compostos. Porém, o mais impactante é observar que antes do primeiro período (1 mês), ou seja, período fracionário próprio do tempo adotado, a capitalização simples produz um montante superior a capitalização composta, em oposição da situação apresentada após essa época.

Graficamente teremos:

Gráfico 4: Juros Simples x Juros Compostos



Fonte: O autor, 2021

Assim, a tabela e o gráfico revelam o primeiro período e tempo considerado como o limite de tempo entre os juros simples e juros compostos do ponto de vista benéfico.

Portanto, para julgar qual dos dois regimes é mais vantajoso ao respeitar as mesmas condições de capital aplicado e taxa de juros será preciso observar fundamentalmente o período de tempo adotado.

Tipos de Taxas

Vamos aqui apresentar as diferentes denominações e conceitos das taxas de juros utilizadas pelo mercado financeiro.

Taxas Proporcionais

No regime de juros simples a linearidade da função juros evidencia que a variação das grandezas envolvidas é proporcional direta, ou seja, podemos realizar a conversão proporcional de taxas.

Consideremos duas taxas distintas i_1 e i_2 aplicadas nos respectivos períodos de tempo t_1 e t_2. Então, i_1, i_2, t_1 e t_2 formam uma proporção: $\frac{i_1}{i_2} = \frac{t_1}{t_2}$.

Exemplificando, considere o capital inicial C aplicado nas taxas a seguir, proporcionais pois resultam no mesmo retorno de juros quando comparadas a um intervalo idêntico e formadas através do regime de capitalização simples.

- taxa de 12% a.a corresponde a 12:2 = 6% a.s, ou seja, J = C.12%.1 = C. 6%.2.
- taxa de 6% a.m corresponde a 6:30 = 0,2% a.d, ou seja, J = C.6%.1 = C.0,2%.30.
- taxa de 0,35% a.d corresponde a 0,35 x 30 = 10,5% a.m, ou seja, J = C.10,5%.1 = C.0,35%.30.

Taxas Equivalentes

Ao longo do mesmo período, as taxas de juros podem ser apresentadas em unidades de tempo distintas sobre o mesmo capital inicial e gerar o mesmo montante ao término. Esta é a conceituação de **taxas equivalentes**.

Em outros termos, isso significa que se um capital C aplicado à taxa mensal i_m, durante 12 meses, produz um montante M, e se esse mesmo capital C aplicado a uma taxa anual i_a, por prazo idêntico, produz o mesmo montante M, diz-se que as taxas i_m (mensal) e i_a (anual) são equivalentes.

No sistema de juros simples as taxas equivalentes são também proporcionais, visto que a divisão de uma taxa em prazos inferiores demonstra, na adição dos prazos, o mesmo valor do período maior.

A partir de tais colocações, entendemos que o conceito de taxas equivalentes é válido para os dois regimes de capitalização, simples e composta. Assim, podemos afirmar que, num regime de capitalização simples, a taxa de juros de 2% ao mês equivale a 24% ao ano, e que 48% ao ano equivalem a 12% ao trimestre ou a 4% ao mês. Porém, num regime de capitalização composta, 2% ao mês equivalem a 26,824% ao ano, e 48% ao ano equivalem a 10,297% ao trimestre ou 3,321 % ao mês.

Os diversos autores, e o mercado em geral, ao mencionarem taxas equivalentes, estão se referindo implicitamente à capitalização composta.

Ao considerar a aplicação de um capital inicial C por um período t_1 de tempo, à uma taxa de juros i_1, o montante M_1 será dado por:

$$M_1 = C\,.\,(1 + i_1)^{t_1}$$

Tendo como base o mesmo raciocínio, o montante M_2 é determinado pela aplicação do mesmo capital C por outro período de tempo t_2, a uma taxa de juros i_2 será:

$$M_2 = C\,.\,(1 + i_2)^{t_2}$$

Igualando os montantes: $M_1 = M_2$

$$C\,.\,(1 + i_1)^{t_1} = C\,.\,(1 + i_2)^{t_2}$$

$$(1 + i_1)^{t_1} = (1 + i_2)^{t_2}$$

$$(1 + i_1) = \sqrt[t_1]{(1 + i_2)^{t_2}}$$

$$i_1 = \sqrt[t_1]{(1 + i_2)^{t_2}} - 1 \ (*)$$

É conclusivo que o que difere a taxa de juros proporcional da taxa de juros equivalente é o sistema de juros trabalhado, isto é, a taxa proporcional está relacionada ao sistema de capitalização simples (juros simples), enquanto a taxa equivalente ao sistema de capitalização composto (juros compostos).

Considere uma taxa de 10% ao mês para ser aplicada por 2 meses. Agora qual a taxa equivalente correspondente a um bimestre nos regimes de juros simples e composto?

No regime de juros simples, por ser proporcional, basta multiplicar a taxa de 10% a.m. por 2 para concluir que a taxa equivalente é 20% a.b.

Já no regime de juros compostos, o cálculo se sustenta na expressão (*):

$i_1 = \sqrt[t_1]{(1 + i_2)^{t_2}} - 1 = \sqrt[1]{(1 + 0{,}1)^2} - 1 = 0{,}21 = 21\%$ a.b.

Esse confronto entre os conceitos de juros simples e compostos justifica a afirmativa de nos juros compostos o capital aplicado apresentar um crescimento mais rápido quando comparado ao regime de juros simples.

Taxa Efetiva

A taxa de juros é dita **efetiva** quando sua unidade de tempo corresponde a mesma em que os juros são capitalizados. Neste caso, o seu valor de fato é utilizado na estimativa dos problemas de juros em ações financeiras, ou seja, determinar a taxa de juros efetiva significa compreender o real custo de um empréstimo ou o quanto um investimento é rentável.

Para exemplificar, ao supor um empréstimo de 15% ao mês é preciso que a capitalização seja mensal, ou no caso de um investimento cuja taxa de rentabilidade equivale a 0,5% ao ano, sua capitalização deve ser anual quando se trabalha com taxa efetiva.

Taxa Nominal

A taxa nominal, diferente do que acontece com a taxa efetiva, não possui a mesma unidade de tempo do período da capitalização dos juros. Ao trabalhar com esse tipo de taxa, o retorno ou o gasto numa transação financeira não são ativos, portanto o seu valor é inutilizado diretamente nos cálculos. Num problema do ramo financeiro, é necessário que a taxa nominal seja transformada para a taxa efetiva correspondente.

É bastante comum a utilização da taxa nominal pelos bancos e empresas que trabalham com financiamentos e empréstimos nas suas campanhas de publicidade. No regime de juros compostos, sistema utilizado por essas instituições, uma taxa nominal de juros de 5% ao mês não corresponde a uma taxa efetiva de 60% ao ano, pois as taxas não são proporcionais. O correto é fazer o uso da taxa equivalente para determinar efetivamente a taxa aplicada no período anual.

$$i_1 = \sqrt[t_1]{(1+i_2)^{t_2}} - 1$$

$$i_1 = \sqrt[1]{(1+0{,}05)^{12}} - 1 = 79{,}59\% \text{ a.a.}$$

Agora, suponha que uma financeira estabeleça uma taxa nominal anual de 48% ao ano no regime de juros compostos no pagamento de empréstimo de uma determinada quantia. Qual a taxa efetiva trimestral nesta situação?

Como o ano é composto por 4 trimestres, o valor da taxa efetiva é calculado da seguinte maneira:

$$i_1 = \sqrt[t_1]{(1+i_2)^{t_2}} - 1$$

$$i_1 = \sqrt[4]{(1+0{,}48)^{1}} - 1 = 10{,}3\%$$

No caso do mesmo problema no regime de juros simples, uma taxa efetiva de 10,3% a cada trimestre corresponde a taxa nominal de 41,2% ao ano, isto é, inferior ao sistema de juros compostos.

O fato de a taxa nominal não ser proporcional no sistema de juros compostos mostra o quanto é perigoso o uso desses artifícios pelas financeiras. Desse modo, o estudante precisa ter um bom conhecimento para evitar esse tipo de artimanha.

Taxa Real

A taxa de juros real é determinada ao desprezar os efeitos que a inflação exerce sobre o mercado junto a taxa nominal. Dessa maneira é possível ter o panorama mais exato da rentabilidade obtida com os investimentos, visto que o prejuízo devido à baixa do valor monetário causada pela inflação é considerado dentro do período.

A taxa real é determinada por meio do modelo de cálculo que leva em consideração a inflação e a taxa nominal como variáveis.

$$i_r = \frac{1 + i_n}{1 + i} - 1$$

onde, i_r corresponde à taxa de juros real; i_n corresponde à taxa de juros nominal; i é a taxa de inflação.

Para exemplificar, suponha um investimento de R$ 3.000,00 rendeu uma quantia de R$ 3.300,00 após 1 ano de investimento. Nessas condições, a taxa de juros nominal corresponde a 10% ao ano. Por outro lado, durante este período a inflação foi entorno de 8%. O cálculo da taxa de juros real é dado por:

$$i_r = \frac{1 + 0{,}1}{1 + 0{,}08} - 1 = 1{,}85\%$$

É possível concluir que a taxa de juros real do investimento foi de 1,85%, isto é, a rentabilidade corresponde a 1,85%.

Agora, considere um investimento numa poupança com rendimento de 0,5% ao ano cujo período de investimento foi aplicado uma inflação de 7%. A taxa de juros real neste período é:

$$i_r = \frac{1 + 0{,}005}{1 + 0{,}07} - 1 = -6{,}1\%$$

O fato de a taxa de juros real ser negativa mostra um prejuízo devido a inflação ser superior a taxa nominal do investimento.

3.6 DESCONTOS

O cálculo do desconto usualmente é executado à medida que o valor futuro de um título é sabido e se deseja estabelecer o seu valor atual. Em outras palavras, o desconto é interpretado como o saldo estabelecido entre o valor regatado de um título e o valor corrente no período da operação financeira. Portanto, como desconto é representado pela letra D, o valor futuro por VF e o valor atual por VA, tem -se:

$$D = VF - VA$$

Da mesma maneira à temática dos juros, o desconto se correlaciona a uma taxa e a um tempo estabelecido, embora os dois assuntos possuam características próprias. Nos juros a taxa é aplicada em cima do valor presente, enquanto no desconto está associada ao valor futuro.

Os descontos são divididos em desconto simples (racional ou comercial) e desconto composto (racional ou comercial). Sendo assim, prontamente serão discutidas as classes de descontos de acordo com suas características.

Descontos Simples

Desconto Racional

O desconto racional, também chamado de desconto "por dentro", é aplicado em cima do valor atual da operação. Nesta categoria o desconto opera de forma adequada aos juros simples, e por esse motivo simboliza o valor vigente da operação, como é destacado por Crespo (2009, p. 147): "Chamamos de desconto racional ou por dentro o equivalente ao juro produzido pelo valor atual do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente".

Neste sistema, o desconto racional é entendimento como juros, por isso para obter o valor do desconto (D) será considerado o valor atual da dívida (VA), ou seja, quantia no instante do pagamento antecipado e a taxa (i) a juros simples em concordância com o período (p) restante para o vencimento.

$$D = VA.i.p$$

Pela dificuldade em determinar o valor atual (VA) da operação, é comum utilizar o modelo de cálculo baseado no valor futuro ou nominal (VF). Em vista disso, a expressão de cálculo será concluída ao substituir VA = VF – D em D = VA.i.p.

$$D = (VF - D).i.p$$

$$D = VF.i.p - D.i.p$$

$$D + D.i.p = VF.i.p$$

$$D(1 + i.p) = VF.i.p$$

$$D = \frac{VF.i.p}{1 + i.p}$$

Como exemplo, suponha pagamento de uma dívida com valor nominal de R$ 6.500,00 com antecipação de 5 meses. Qual o valor do desconto sendo a taxa de 36% a.a no regime de desconto racional simples?

O período e a taxa de juros devem estar na mesma unidade de tempo, portanto uma taxa (i) de 36% a.a corresponde a $\frac{0,36}{12} = 0,03$ a.m.

$$D = \frac{VF.i.p}{1 + i.p}$$

$$D = \frac{6.500 \text{ x } 0,03 \text{ x } 5}{1 + 0,03. \text{x } 5} = 847,83$$

O desconto dado foi de R$ 847,83.

Desconto Comercial

Segundo Crespo (2009, p. 138) "Chamamos de desconto comercial, bancário ou por fora o equivalente ao juro simples produzido pelo valor nominal do título no período de tempo correspondente e à taxa fixada".

Essa categoria de desconto é conhecida como bancária por ser utilizada pela maioria dos bancários e comerciantes, uma vez que devido sua aplicação ser efetuada em cima do valor nominal da operação, o seu abatimento é maior.

No regime simples, o desconto comercial (D) equivale a juros simples em que o valor atual (VA) da transação é substituído pelo valor nominal ou valor futuro (VF) com uma taxa (i) e período (p) de tempo previamente à data de pagamento.

$$D = VF.i.p$$

Para deduzir a fórmula utilizada no cálculo de desconto comercial simples, o uso da expressão em que o valor futuro (VF) é a soma entre o valor atual (VA) e o desconto (D) se faz necessária.

$$VF = VA + D$$

Dessa maneira, ao fazer as devidas substituições, tem-se:

$$VF = VA + (VF.i.p)$$

$$VA = VF - VF.i.p$$

$$VA = VF\ (1 - i.p)$$

Agora tome como exemplo uma situação bastante comum no meio comerciário, como a venda de um produto cujo preço valor é R$ 340,00, mas pode ser negociado para pagamento à vista com 20% de desconto comercial. Qual o valor do produto caso seja pago à vista?

Neste caso, o valor futuro (VF) equivale ao preço do produto sem o desconto, a taxa (i) é 0,2 e o período (p) corresponde a 1 unidade de antecipação.

$$\mathrm{VA} = \mathrm{VF}\,(1 - \mathrm{i.p})$$

$$\mathrm{VA} = 340\,(1 - 0{,}2 \times 1) = 272$$

Portanto o valor do produto com desconto é R$ 272,00.

Descontos Compostos

Desconto Racional

O desconto composto, neste caso, corresponde à redução do valor devido provocada pela quitação prévia no regime de capitalização composta.

É importante lembrar a equivalência entre descontos simples e composto caso a antecipação seja feita somente por um período. Sendo assim, para períodos superiores a um adiantamento, o abatimento é efetuado a partir do segundo momento em cima da quantia anterior com o desconto devidamente aplicado. Em outras palavras, são aplicados descontos simples a cada período.

Segundo Neto (2014, p. 26) "O desconto racional é aquele obtido pela diferença entre o valor nominal e o valor atual de um título que seja descontado n períodos antes do vencimento".

Ao adotar o desconto (D), valor futuro (VF) e o valor atual (VA), tem-se:

$$\mathrm{D} = \mathrm{VF} - \mathrm{VA}$$

Assim como no regime de juros composto, no desconto racional composto o valor futuro (VF) em função do valor atual (VA), taxa (i) e da quitação períodos (p) antes do vencimento é:

$$\mathrm{VF} = \mathrm{VA}\,(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{p}}$$

Com as merecidas substituições e ajustes, tem-se:

$$\mathrm{D} = \mathrm{VF} - \frac{\mathrm{VF}}{(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{p}}}$$

$$\mathrm{D} = \mathrm{VF}\left[1 - \frac{1}{(1 + \mathrm{i})^{\mathrm{p}}}\right]$$

Agora como exemplo, admita o abatimento de uma cota de R$ 70.000,00 no regime de desconto composto racional, 4 meses antes do vencimento a uma taxa de 3% a.m. Determine o valor do desconto.

Com VF = 70.000, i = 0,03 e p = 4 sendo substituídos no modelo de cálculo do desconto composto racional, tem-se:

$$D = 70000\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}03)^4}\right] = 7.805{,}91$$

Portanto o desconto foi de R$ 7.805,91.

Desconto Comercial

O desconto comercial composto, menos utilizado pelas instituições, é calculado sobre o valor nominal do título. De acordo com Neto (2014, p. 27) "O valor atual ou valor descontado comercial obtém-se da seguinte forma: calculam-se sucessivos descontos comerciais simples, de um período até completarem-se os n períodos solicitados e subtraírem-se esses valores do valor nominal, até encontrar o valor de hoje (atual)". Em vista disso, o valor atual (VA) é escrito como expressão baseada no valor nominal ou futuro (VF) e os períodos (p) preliminares ao vencimento:

$$VA = VF\,(1 - i)^p$$

A combinação do modelo de cálculo acima com a fórmula do desconto D = VF – VA produz:

$$D = VF - VF\,(1 - i)^p$$

$$D = VF\,[1 - (1 - i)^p\,]$$

Para exemplificar, considere o desconto comercial composto de um título cujo valor nominal é R$ 1.200,00 com antecipação de pagamento de 2 anos a uma taxa de 5% a.a. Determine o valor do desconto.

De acordo com a questão, VF corresponde a 1.200, p é 2 e i equivale a 0,05. Com a substituição dos dados na fórmula, tem-se:

$$D = 1200\,[1 - (1 - 0{,}05)^2\,] = 117$$

Logo, o desconto obtido é de R$ 117,00.

3.7 EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

É fundamental que a ideia de juros seja compreendida na prática pelo estudante, considerando a quantidade significativa de escolhas que o cidadão é submetido no universo financeiro, a começar da compra de produtos em condição de parcelamento, juros cobrados por demora no pagamento de débitos, necessidade de financiamento e outras situações financeiras.

Embora o seu conceito seja de grande necessidade, o ensino de Matemática Financeira é mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) de maneira superficial, o que é contraditório, pois o mesmo considera fundamental a relação dos conteúdos matemáticos com o dia a dia e a presença do conteúdo nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Para tanto, as questões de Matemática Financeira aparecem de maneira frequente no ENEM. Destacamos ainda que o regime de juros compostos com ênfase nos fatores de capitalização é o tópico mais explorado no tocante às finanças:

$$(A)\left[1+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}+\frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^3}\right]$$

Esta questão destacada retrata um dos pontos fundamentais da Matemática Financeira, a **equivalência de capitais**.

Esse fundamento propõe o deslocamento de quantias no tempo. No regime de capitalização composta, o montante $M = C.(1 + i)^t$ após t períodos de tempo pode ser, neste caso, interpretado da seguinte forma:

> Outro modo de ler a fórmula acima, é que uma quantia, hoje igual a C, transformar-se – à, após t períodos de tempo, em $C(1+i)^t$. Isto é, uma quantia, cujo valor atual é A, equivalerá, depois de t períodos de tempo, a $F = A(1 + i)^t$. Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais: Para obter o valor futuro basta multiplicar o atual por $(1 + i)^t$. Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por $(1 + i)^t$. (MORGADO; WAGNER; ZANI, 2005, p. 45)

De acordo com tal conceituação, no caso da questão apresentada, as parcelas 7 e 8, que seriam quitadas no futuro, serão deslocadas para o tempo da parcela 6. Ou seja, sua resolução exige do aluno a interpretação e habilidade de calcular do valor do dinheiro em momentos distintos do tempo.

Portanto, no sexto mês será paga a parcela do mês vigente, a parcela do mês 7 que foi antecipada 1 mês e a parcela do mês 8 que foi adiantada em 2 meses. Ao somar as 3 parcelas, temos a seguinte expressão:

$$P + \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2}$$

$$P\left[1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2}\right]$$

Logo, a opção (A) é a correta.

As questões de Matemática Financeira que abordam a prática do pagamento à vista é um cenário interessante para estudar o conceito de equivalência de capitais como pode ser visto nesta outra questão do ENEM:

(ENEM – 2019 – Q. 150)[17]

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

A) 398,02.

B) 400,00.

C) 401,94.

D) 404,00.

E) 406,02.

A determinação do valor do pagamento à vista também pode ser realizada por meio do deslocamento das quantias no tempo. As parcelas referentes ao primeiro e segundo mês são deslocados para o período pertencente a quitação caso fosse efetuada no ato da compra.

[17] Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acessado em 05/10/2020.

$$\text{Valor à vista} = \frac{\text{P1}}{(1+\text{i})^1} + \frac{\text{P2}}{(1+\text{i})^2}$$

$$\text{Valor à vista} = \frac{202}{(1+0{,}01)^1} + \frac{204{,}02}{(1+0{,}01)^2} = 400$$

Portanto, a alternativa (B) é a correta.

As situações abordadas nas duas questões trazem ideias sobre circunstâncias financeiras, sobretudo elementos referentes a temática de juros que estão intimamente ligadas ao espaço familiar do estudante, em especial o adiantamento de parcelas. O ensino e a apresentação desses conteúdos devem ser também priorizados para que o educando possa escolher os caminhos mais pertinentes em busca de melhores condições e decisões conscientes.

3.8 SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Um *Sistema de amortização* nada mais é do que um plano, um modelo para pagamento de uma dívida.

Os pagamentos para se quitar uma dívida podem ser feitos em parcelas iguais ou diferentes, com periodicidade mensal, trimestral, semestral, anual ou em períodos variáveis.

Os sistemas mais utilizados em todos os países consideram parcelas compostas de dois pagamentos: um de parte do capital (amortização) e outro de juros.

Em todos os sistemas de amortização que serão apresentados, a taxa de juros incide sempre sobre o saldo devedor existente no final do período imediatamente anterior. Sendo assim, os juros serão sempre decrescentes caso se amortize algum valor. Por outro lado, a falta de pagamento de alguma amortização acarretará o aumento do saldo em débito, ou seja, serão computados juros em cima de juros. Estaremos sempre portanto em um sistema de juros compostos.

Os procedimentos de amortização utilizados no território brasileiro são de três tipos: Sistema de Amortização Constante, conhecido como SAC; Sistema de Amortização Crescente, nomeado como SACRE; e, o Sistema Price ou Tabela Price.

É importante que o estudante saiba diferenciar as vantagens e desvantagens de tais sistemas de amortização pois, quanto maior seu conhecimento prévio, melhor será a sua escolha do tipo de procedimento de amortização.

Sistema de Amortização Constante (SAC) (Método Hamburguês)

No Sistema de Amortização Constante, como o próprio nome descreve, a amortização é constante. A parte variável corresponde aos juros e, portanto, as parcelas decrescem durante o pagamento da dívida.

É importante enfatizar que nesse tipo de custeamento as parcelas inaugurais são superiores, onde o débito é abatido num prazo mais curto, e no montante, a quantidade de juros é menor.

Como exemplo vamos calcular o pagamento de um financiamento de R$ 200.000,00, a uma taxa de juros de 4% ao mês, a ser pago em 10 meses por meio do Sistema de Amortização Constante (SAC).

Primeiramente, é calculado a amortização de acordo com esse sistema de financiamento. Como ela é constante, é determinada através da divisão da quantia financiada (R$ 200.000,00) pelo tempo (10 meses) até a quitação total da dívida.

$$\text{Valor da Amortização} = \frac{\text{Quantia Financiada}}{\text{Tempo de Financiamento}} = \frac{200.000{,}00}{10} = 20.000{,}00$$

Os juros a serem pagos são contados a cada fração de tempo de investimento em cima do saldo em débito imediatamente precedente. Como modelo, os juros referentes ao primeiro mês: $\text{Juros} = 200.000 \text{ x } 0{,}04 = 8.000$.

O cliente, a cada unidade de tempo, deve quitar uma parcela composta pelo valor da amortização junto com os juros referentes à data vigente. Dessa forma, o saldo em débito decresce por inteiro até a última parcela, conforme os pagamentos são feitos.

Figura 2: Exemplo de financiamento pelo Sistema SAC

Calcular

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	28.000,00	20.000,00	8.000,00	180.000,00
2	27.200,00	20.000,00	7.200,00	160.000,00
3	26.400,00	20.000,00	6.400,00	140.000,00
4	25.600,00	20.000,00	5.600,00	120.000,00
5	24.800,00	20.000,00	4.800,00	100.000,00
6	24.000,00	20.000,00	4.000,00	80.000,00
7	23.200,00	20.000,00	3.200,00	60.000,00
8	22.400,00	20.000,00	2.400,00	40.000,00
9	21.600,00	20.000,00	1.600,00	20.000,00
10	20.800,00	20.000,00	800,00	0,00
»	244.000,00	200.000,00	44.000,00	« TOTAIS

Parcela = Amortização + Juro

Fonte: Calculadora disponível em: <https://fazaconta.com/amortizacao.htm>. Acessado em 09/07/2020

Características do SAC observadas e confirmadas na figura:

- ✓ A diferença entre parcelas consecutivas é sempre a mesma;
- ✓ O valor da amortização é constante;
- ✓ Os juros são decrescentes.

Sistema Francês de Amortização (Tabela PRICE)

O ponto de destaque nesse tipo de amortização são as parcelas fixas.

Além disso, o fato de a taxa de juros ser aplicada no saldo em débito faz com que os juros decresçam e as parcelas de amortização da dívida sejam crescentes.

Por outro lado, como as prestações iniciais reduzem pouco do saldo devedor, ou seja, sua maior parte então é voltada para o pagamento dos juros, o montante da dívida acaba sendo superior ao montante do SAC.

Para calcular a prestação que será constante, a equivalência de capitais do regime de juros compostos é o método a ser utilizado. Neste caso, as parcelas futuras serão antecipadas para a data do fechamento da transação financeira. Como o valor devido é a soma das parcelas, tem-se (C = valor financiado; P = valor da parcela; i = taxa de juros; n = quantidade de parcelas):

$$C = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

$$C = P\left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

$$C = P[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n}]$$

Note que as parcelas antecipadas para data sugerida formam uma progressão geométrica (PG), cuja razão e o primeiro termo são equivalentes a $(1 + i)^{-1}$. Portanto, o valor devido é o produto entre a parcela e a soma dos termos dessa PG:

$$C = P\,\underbrace{[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n}]}_{\text{Soma da P.G.}}$$

Ao associar os itens do financiamento com os termos do modelo de cálculo da soma da PG dado por, $S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$, tem-se:

$$C = P\frac{1}{(1+i)}\frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

$$C = P\frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{(1+i)}{(1+i)} - (1+i)}$$

$$C = P\frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{1-(1+i)}$$

$$C = P\frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{-i}$$

$$C = P\frac{1-(1+i)^n}{-i(1+i)^n}$$

$$P = C\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Para exemplificar esse sistema, considere a mesma situação do exemplo anterior: financiamento de R$ 200.000,00, a uma taxa de juros de 4% ao mês, a ser pago em 10 meses.

$$\text{Valor da Parcela} = 200000\frac{0{,}04(1+0{,}04)^{10}}{(1+0{,}04)^{10}-1} = 24.658{,}18$$

O cálculo dos juros da primeira parcela é determinado de maneira idêntica ao Sistema de Amortização Constante.

$$\text{Juros} = 200.000{,}00 \text{ x } 0{,}04 = 8.000{,}00$$

O valor da amortização é determinado pela diferença entre a prestação e os juros calculados no período vigente, isto é:

$$\text{Valor da Amortização} = \text{Valor da Parcela} - \text{Juros Vigente}$$

$$\text{Valor da Amortização} = 24.658{,}18 - 8.000{,}00 = 16.658{,}18$$

O cálculo é refeito em todo período até o último vencimento.

Figura 3: Exemplo de financiamento por Tabela Price

Calcular

#	Parcelas	Amortizações	Juros	Saldo Devedor
1	24.658,18	16.658,18	8.000,00	183.341,81
2	24.658,18	17.324,51	7.333,67	166.017,29
3	24.658,18	18.017,49	6.640,69	147.999,79
4	24.658,18	18.738,19	5.919,99	129.261,60
5	24.658,18	19.487,72	5.170,46	109.773,87
6	24.658,18	20.267,23	4.390,95	89.506,64
7	24.658,18	21.077,92	3.580,26	68.428,71
8	24.658,18	21.921,04	2.737,14	46.507,67
9	24.658,18	22.797,88	1.860,30	23.709,79
10	24.658,18	23.709,79	948,39	0,00
»	246.581,88	199.999,99	46.581,88	« TOTAIS

Parcela = Amortização + Juro

Fonte: Calculadora disponível em: <https://fazaconta.com/amortizacao.htm>. Acessado em 09/07/2020

Características da tabela Price observadas e confirmadas na figura:

- ✓ O valor da amortização é sempre crescente;

- ✓ Os juros são decrescentes.

Observamos mais uma característica importante: o total de juros pagos é sempre menor no SAC em relação à tabela Price (44.000 < 46.518,88).

Sistema SACRE (Misto)

O Sistema SACRE foi criado intencionalmente para operações financeiras direcionadas ao incentivo de aquisição de empreendimentos habitacionais. É caracterizado por ser uma combinação do Sistema SAC e da Tabela Price, o que justifica ser conhecido como Sistema Misto.

O modelo de financiamento possui parcelas altas num primeiro momento, porém a seguir sofrem redução. Assim, inicialmente, o devedor efetua pagamentos de parcelas elevadas que reduzem conforme o crescimento da amortização, à medida que os juros decrescem no decorrer do tempo.

Pela obrigatoriedade da utilização das Tabelas do SAC e Price no cálculo do Sistema SACRE, o exemplo apresentado tem as mesmas condições de financiamento dos exemplos dos sistemas anteriores, ou seja, capital de R$ 200.000,00 a 10 meses a taxa de 4% ao mês.

O valor de cada cédula da tabela SACRE é calculado através da média aritmética das cédulas de cada unidade de período das Tabelas SAC e Price. Ou seja, ao calcular a coluna referente às parcelas, tem-se:

$$\text{Parcela SACRE} = \frac{\text{Prestação SAC} + \text{Prestação PRICE}}{2}$$

Dessa forma, a primeira prestação no Sistema SACRE será:

$$\text{Parcela SACRE} = \frac{28.00010\ + 24.658{,}18}{2} = 26.329{,}09$$

Em resumo:

Quadro 9: Comparação entre os Sistemas de amortização

COMPARAÇÃO	SAC	SACRE	PRICE
PARCELAS (Amortização + juros)	Decrescentes	Decrescentes	Constantes
AMORTIZAÇÕES	Constantes	Decrescentes	Crescentes
Juros	Decrescentes	Decrescentes	Decrescentes
Vantagem	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação ao Price	Saldo devedor diminui mais rapidamente em relação ao SAC ou ao Price	Prestação inicial menor em relação ao SAC ou ao SACRE
Desvantagem	Prestação inicial maior	Prestação inicial maior	Saldo devedor diminui mais lentamente em relação ao SAC ou SACRE

Fonte: O autor, 2020

3.9 INFLAÇÃO

O poder de compra de uma moeda poder ser definido como a capacidade de obter recursos e investimentos por meio de unidade monetária. Dessa forma, uma moeda é declarada segura ou estável a partir do momento que preserva o seu valor ao longo do tempo.

Segundo Dante (2014, p. 16), "A inflação é um conceito econômico que representa o aumento persistente e generalizado do preço de uma cesta de produtos em um país ou região durante um determinado período de tempo." Tal fenômeno mencionado pelo autor corresponde a perda do poder de compra da moeda.

No Brasil, a inflação é fundamentada no índice de preços ao consumidor (IPC) que equivale ao movimento dos preços de um conjunto de produtos e serviços considerados referenciais de consumo das famílias brasileiras. Portanto, para calcular a inflação, os níveis de IPC consecutivos são confrontados.

É possível obter a taxa da inflação através do seguinte modelo de cálculo:

$$J = \frac{P_1}{P_0} - 1,$$

no qual, P_0 corresponde ao preço inicial; P_1 corresponde ao preço final; e, J é a taxa de inflação.

A taxa de inflação acumulada é calculada por meio da fórmula a seguir:

$$J_{ac} = (1 + J_1)(1 + J_2) \dots (1 + J_n) - 1,$$

onde, J_1 é a taxa de inflação correspondente ao período 1; J_2 é a taxa de inflação correspondente ao período 2, ...; J_n é a taxa de inflação correspondente ao período n; e, J_{ac} é a taxa de inflação acumulada.

O sujeito que possui o hábito de frequentar as redes de supermercados brasileiras e acompanhar o preço dos produtos já deve ter notado a variação de preço em meses consecutivos. Essa variação de valores pode afetar as contas no final do mês e prejudicar o planejamento financeiro familiar.

De acordo com Carrara (2018), a aplicação da correção monetária entre os anos de 1964 e 1986 foi um procedimento implementado com o objetivo de neutralizar, ou no mínimo amenizar as consequências da inflação. Ainda conforme o autor, a correção dos preços era efetuada ao multiplicar o preço anterior pelo fator de atualização 1 + f, onde f é a taxa de inflação calculada no período vigente.

A correção monetária do valor de um serviço ou produto pode ser comparada ao regime dos juros compostos no momento que o preço P é reajustado a um montante M quando multiplicado de forma continuada pelos fatores de atualização.

$$M = P.(1 + J_1).(1 + J_2)\dots(1 + J_n)$$

Vejamos alguns exemplos que retratam circunstância do cotidiano direcionadas a Matemática Financeira e cujo foco é a variação dos preços de produtos ocasionada pela inflação:

Exemplo

Cálculo da taxa de inflação aplicada sobre o preço de um serviço que custava R$ 345,00 e passou a ter o valor de R$ 362,25.

O cálculo se resume a aplicação da fórmula da taxa de inflação.

$$J = \frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{362,25}{345} - 1 = 1,05 - 1 = 0,05 = 5\%$$

Exemplo

Cálculo da taxa de juros acumulada final do terceiro mês ao considerar o preço de um produto que no mês de abril custava R$ 4,00, em maio R$ 4,60 e junho R$ 5,75.

Primeiramente é preciso calcular a inflação de cada período para em seguida determinar a inflação acumulada ao final do trimestre.

Período 1: Abril – Maio

$$J_1 = \frac{P_1}{P_0} - 1 = \frac{4,60}{4,00} - 1 = 1,15 - 1 = 0,15 = 15\%$$

Período 2: Maio – Junho

$$J_2 = \frac{P_2}{P_1} - 1 = \frac{5,75}{4,60} - 1 = 1,25 - 1 = 0,25 = 25\%$$

Taxa de inflação acumulada:

$$J_{ac} = (1 + J_1)(1 + J_2) - 1 = (1 + 0,15)(1 + 0,25) - 1 = 0,4375 = 43,75\%$$

Exemplo

Encontrar o quanto a moeda desvalorizou ao considerar um período com inflação de 7,5% e o valor da cesta básica na cidade do Rio de Janeiro igual a R$ 507,13.

Inicialmente é preciso estipular um valor qualquer para a moeda, neste caso para facilitar os cálculos será considerado R$ 50.713,00.

Portanto, o poder de compra corresponde a quantas cestas básicas são possíveis adquirir com o valor dessa moeda. Sendo assim, 50713,00 : 507,13 = 100 cestas básicas.

Como a inflação de 7,5%, o preço da cesta básica é ajustava para aproximadamente R$ 545,16.

$$(1 + 0,075) \cdot 507,13 = 545,16$$

Com a preço da cesta básica ajustado, será possível comprar 93,02 cestas básicas.

$$50713,00 : 545,16 = 93,02$$

Dessa forma, a variação percentual do poder de compra é:

$$\frac{93,02}{100} - 1 = -0,0698$$

Logo, a moeda teve uma desvalorização de 6,98%.

Exemplo

Encontrar a correção de um valor de R$ 50.000,00 ao final de um trimestre que teve taxas inflacionárias de 3%, 7% e 11% nessa ordem.

A correção monetária é determinada através da multiplicação do capital pelos fatores de atualização.

$$M = P.(1 + J_1).(1 + J_2)(1 + J_3)$$

$$M = 50000.(1 + 0{,}03).(1 + 0{,}07)(1 + 0{,}11) = 61.166{,}55$$

Assim, o valor corrigido de acordo com a inflação é R$ 61.166,55.

4 PROPOSTA DE ATIVIDADES EDUCACIONAIS

Com base no estudo efetuado acerca da Educação Financeira e dos assuntos apresentados sobre Matemática Financeira, levado em conta registros de organizações governamentais, pesquisas relacionadas ao tema e minha própria atuação em sala de aula, apresentamos algumas sugestões de atividades com abordagens no âmbito da Matemática Financeira combinada à Educação Financeira e associadas ao cotidiano de nossos estudantes.

A Matemática deve ser coerente ao espaço profissional, cultural e social dos estudantes, visto que uma quantidade significativa de empregos ofertados busca pessoas capacitadas e dinâmicas. Sendo assim, a Matemática Financeira ao ser proposta em consórcio com a realidade do estudante, o auxilia na educação e formação como cidadão, além da sua inclusão nos espaços mencionados.

Assim, o nosso propósito aqui é o de estimular uma didática que contribua com o desenvolvimento do estudante no seu papel de cidadão, como é o caso da responsabilidade e conscientização financeira.

É indispensável que o estudante tenha sido apresentado a conteúdos iniciais de Matemática Financeira, como porcentagem, a fim de associar de maneira eficaz as atividades sugeridas. Por muitas vezes, dependendo do ritmo de estudo do aluno, esses conceitos básicos podem ter sido concebidos de forma obscura ou simplesmente deixados de lado. Portanto, vale recapitular assuntos indispensáveis antes de iniciar a aplicação das tarefas.

4.1 ATIVIDADES

Apresentamos onze sugestões de atividades direcionadas a aprimorar o entendimento de assuntos matemáticos e incentivar a inovação, atitude, a prática de atividades em equipe, poder de decisão e competência na resolução de situações adversas.

Os conteúdos abordados tratam de porcentagens, descontos e acréscimos, juros simples e compostos, além dos sistemas de amortização presentes nos atuais ramos financeiros. É importante destacar que as tarefas sugeridas possuem padrões diferentes daquelas apresentadas tradicionalmente, dada a perspectiva da Matemática no dia a dia.

Os **objetivos** mais importantes dessas atividades são:

- Alertar os alunos sobre a existência recorrente da Matemática Financeira em seu cotidiano;
- Apresentar os conceitos de Matemática Financeira por meio de contextos acessíveis, porém que sejam determinantes futuramente;
- Capacitar o aluno no julgamento da melhor maneira de financiar um bem desejado;
- Conduzir o aluno a um consumo adequando a suas circunstâncias e consciente;
- Tornar o aluno um orientador para sua família com relação ao consumo consciente, visto que muitos não tiveram a oportunidade de serem educados financeiramente.

O público-alvo considerado são os estudantes que estejam cursando o Ensino Médio. Por outro lado, aplicações nos anos finais do Ensino Fundamental possuem a sua importância.

ATIVIDADE 1

QUESTIONÁRIO INICIAL: O QUE VOCÊ CONHECE SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA?

A primeira atividade propõe a aplicação de um questionário introdutório ao tema. Desta forma, o planejamento poderá ser adaptado e as intervenções docentes mais condizentes com o nível de conhecimento dos alunos sobre o tema.

Por meio desse questionário é possível trazer uma perspectiva a respeito do comportamento e hábitos dos alunos e seus familiares em termos financeiros. Ainda é viável entender como esse aluno pode servir como mediador da prática de um consumo consciente, em outras palavras, levar para o âmbito familiar a Educação Financeira.

Portanto, como sugestão, determine aos alunos a responder o questionário junto com seus familiares para estimular o debate sobre o tema no ambiente doméstico.

Além disso, a análise das respostas obtidas em aula posterior e em conjunto com os estudantes será um condutor para as discussões em sala de aula e introdução do tema Educação Financeira.

1. Dados de identificação:
    - Nome:
    - Idade:
    - Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino

2. Você já ouviu falar sobre Educação Financeira? ( ) Sim ( ) Não

3. O que você pode dizer sobre seu nível de entendimento com relação a Educação Financeira?

   ( ) Baixo ( ) Mediano ( ) Alto ( ) Não sei dizer

4. Por qual meio você ouviu falar sobre Educação Financeira?

   ( ) Em sua casa

( ) Na escola

( ) Nos meios de comunicação (televisão, jornal, revista, internet...)

( ) Nunca ouvi falar

5. Na sua opinião, o quanto você considera importante o seu conhecimento a respeito da Educação Financeira?

   ( ) Pouco importante.

   ( ) Muito importante

   ( ) Não faz diferença

   ( ) Não sei dizer

6. Você ganha dinheiro de seus familiares?

   ( ) Sim ( ) Não

7. O que você faz com o dinheiro que ganha?

   ( ) Compro lanches e doces.

   ( ) Compro roupas e calçados.

   ( ) Compro recargas para o celular.

   ( ) Compro livros e revistas.

   ( ) Guardo o dinheiro pra quando precisar.

   ( ) Economizo até juntar o suficiente pra comprar algo mais caro.

8. O orçamento familiar é uma ferramenta utilizada para planejar e controlar as receitas (o que se recebe) e os gastos para garantir mais segurança e saúde financeira para todos os membros da família. Em geral é feito mensalmente. O que você pode dizer sobre o orçamento de sua família?

   ( ) Na minha família não é feito o orçamento familiar.

   ( ) Não sei sobre o orçamento familiar da minha família.

   ( ) Na minha família é feito o orçamento familiar.

9. Com relação aos gastos, é importante

( ) anotar apenas pequenos gastos para não esquecer.

( ) anotar apenas grandes gastos por serem mais importantes.

( ) anotar todos os gastos, independente da quantia.

( ) gastar sem fazer anotações.

10. Na compra de um produto, você deve

( ) se dirigir à loja mais próxima e efetuar a compra.

( ) fazer uma pesquisa sobre preço e condições de pagamento antes de comprar.

( ) fazer uma dívida para efetuar a compra.

11. Qual a maneira mais segura para se alcançar uma vida tranquila sob o aspecto financeiro?

( ) Fazer empréstimos.

( ) Efetuar compras de acordo com a vontade.

( ) Aplicar o dinheiro em uma poupança.

( ) Não se preocupar com despesas.

12. O que você pensa sobre o dinheiro?

( ) É feito para gastar. Dessa forma, quanto mais se ganha mais se deve gastar.

( ) É primordial na vida das pessoas com a finalidade de realização de sonhos materiais e não materiais.

( ) É básico na vida de qualquer pessoa, para que, através dele, se possa comprar o que desejar.

( ) É preciso ter prudência para manuseá-lo, pois com ele é possível alcançar seus objetivos e arcar com suas responsabilidades.

13. Das atividades listadas, qual conjunto corresponde apenas a ações ou produtos classificados como necessárias?

( ) Carro conversível, alimentação e calça de marca.

( ) Exercício físico, saúde e viagem para praia.

( ) Celular de última geração, compra da casa própria e academia.

( ) Saúde, alimentação e compra da casa própria.

14. Sobre compras efetuadas com cartão de crédito, é incorreto afirmar:

( ) É importante utilizar o cartão de crédito sempre que for necessário.

( ) É necessário sempre refletir antes de fazer compras no cartão de crédito, visto que a falta de planejamento em sua utilização pode comprometer o orçamento familiar.

( ) O pagamento de sua fatura deve ser efetuado sempre até o vencimento, pois os juros por atraso são elevados.

( ) O cartão de crédito é uma opção para efetuar compras desde que usado de maneira responsável.

15. São características do consumo responsável:

( ) Efetuar compras sempre que houver promoções.

( ) Realizar compras de acordo com seus desejos e necessidades.

( ) Aumentar os gastos proporcionalmente ao crescimento do poder de compra.

( ) Comprar produtos na medida correta para consumo individual e familiar com o objetivo de impedir desperdícios.

ATIVIDADE 2

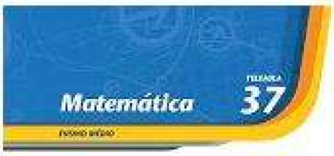
MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO

A Matemática Financeira surge na rotina de qualquer cidadão em momentos como o de uma compra no supermercado, uma aplicação de capital na caderneta de poupança, ao solicitar um empréstimo, na quitação da parcela de um produto adquirido, no pagamento do boleto de serviços básicos como luz e gás, dentre outros.

Assim, a Matemática Financeira está inserida na vida de qualquer pessoa sem mesmo que ela perceba ou queira, dado que a Matemática, de uma maneira geral, é uma das disciplinas que possui um dos maiores índices de rejeição entre os estudantes.

Portanto, com o intuito de proporcionar uma visão generalizada de como a Matemática Financeira aparece no cotidiano, além de despertar a curiosidade dos alunos a respeito do tema, esta atividade consiste na exibição do vídeo *Matemática e o dinheiro*[18] de duração aproximada de 15 minutos, acessível em:

https://www.youtube.com/watch?v=Z380Z6rqkUY.



O motivo da exibição desse vídeo é conduzir o aluno a refletir sobre a quantidade de operações no universo das finanças que podem acontecer no cotidiano e, dessa maneira, relacionar e justificar os temas apresentados pelo professor sobre Matemática Financeira.

Nessa perspectiva, o professor inicia a atividade fazendo uma curta explicação sobre o assunto a ser exibido.

Após a apresentação, os estudantes devem ser motivados ao debate em relação às questões levantadas e direcionados à análise da necessidade da prática e entendimento da Matemática Financeira, a compreensão dos sistemas de juros no comércio e nas finanças,

[18] Acessado em 27/03/2020.

algumas situações causadas pela inflação, a escolha pelo pagamento à vista ou a prazo, valorização ou a desvalorização de um produto no mercado e ainda o benefício da utilização da calculadora no ramo financeiro.

Ao final do debate, o professor deve concluir a atividade ao destacar que a falta de conhecimento por parte do consumidor dos tipos de financiamento ou dos juros do cheque especial, da escolha incorreta da forma de pagamento na aquisição de uma mercadoria ou, simplesmente, a escolha do momento exato de adquirir um empréstimo, pode trazer graves problemas financeiros.

Como fechamento, sugerimos a exibição do vídeo *À vista ou prazo?*[19] de duração aproximada de 13 minutos, acessível em:

https://www.youtube.com/watch?v=l9TXwfR52_w&list=PL3qONjKuaO2RuREHs_GaW4fUqyYIR-3Pd&index=38.

Durante as aulas com a aplicação das atividades propostas é recomendada a exibição de outras indicações de vídeos e sites que podem ser úteis para o planejamento didático. A apresentação de vídeos pode servir como ponto de partida na execução de atividades com a finalidade de estimular a curiosidade dos estudantes sobre o tema:

- TV Escola – Matemática em toda parte.
  https://www.youtube.com/watch?v=K-L1ST_0Tp0
  https://www.youtube.com/watch?v=5wswMJm1fdE&t=178s

[19] Acessado em 16/10/2020

- M3 – Projeto multimídia - Unicamp

  https://m3.ime.unicamp.br/recursos?filter=matematicaFinanceira

- Educação Financeira nas Escolas – Prof. Leo Aiko

  https://www.youtube.com/watch?v=EclfirCPPN4

- Educação financeira – BIORC (Aula 1 – As demais seguem)

  https://www.youtube.com/watch?v=RHZY5StVajA

- WEBEDUC

  http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital2/html_mat_finan/fincanceira.html

ATIVIDADE 3

PORCENTAGEM, O PRIMEIRO CONTATO COM O UNIVERSO DAS FINANÇAS

O objetivo dessa terceira atividade é proporcionar a identificação e o entendimento da ideia de porcentagem ao abordar o assunto de maneira básica, de clara concepção e com contextos que fazem parte do cotidiano do estudante. Dessa forma, a partir dessas situações, iniciar e despertar a atenção para os artifícios utilizados pelos comerciantes para promover o consumo de suas mercadorias.

Antes de iniciar a tarefa, é importante que o professor resgate temas apropriados como razão, proporção e forma decimal. A metodologia se resume na apresentação do conceito de porcentagem através de um panfleto de liquidação, cujo anunciante expõe uma provável oferta com até 70% de abatimento do valor:

Ou seja, a promoção não garante que todas as mercadorias estão com 70% de redução em seu preço, e de fato, apenas alguns produtos possuirão esta taxa percentual de abatimento. Outros estarão em faixas de abatimento como 15%, 20%, outros 30%, e assim por diante até o limite de 70% de abatimento do valor.

O professor deve ressaltar a regularidade dessa ação por vezes enganosa dos comerciantes, a fim de despertar o interesse dos consumidores. Por esse motivo, é fundamental verificar esses tipos de ofertas, com a intenção de ser capaz de diferenciar a existência de uma promoção ou de uma armadilha do comércio.

As situações tratadas por problemas no âmbito da porcentagem envolvem itens importantes, como o valor principal, a taxa percentual e a porcentagem do valor principal.

Portanto, é possível sugerir a elaboração de uma tabela com o cálculo do valor da redução do preço de um produto sobre taxas percentuais distintas, como 10%, 30% e 50%; além de determinar o maior desconto possível que a mercadoria pode sofrer de acordo com as regras da promoção.

Valor do Produto (Valor principal)	**Valor do desconto de 10% (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 30%) (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 50% (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 70% (Taxa percentual)**
R$ 100,00	10	30	50	70

$10\% = \frac{10}{100} = 0,1 \rightarrow$ 10% de 100 = $0,1 \times 100 = 10$

$30\% = \frac{30}{100} = 0,3 \rightarrow$ 30% de 100 = $0,3 \times 100 = 30$

$50\% = \frac{50}{100} = 0,5 \rightarrow$ 50% de 100 = $0,5 \times 100 = 50$

$70\% = \frac{70}{100} = 0,7 \rightarrow$ 70% de 100 = $0,7 \times 100 = 70$

A partir do preenchimento e apresentação da tabela acima com o valor principal e a quantia determinada dos respectivos descontos escolhidos, é válido, num segundo momento, deixar a cargo do estudante o preenchimento de uma tabela de descontos com base em valor de um produto pré-estabelecido mais compatível com o cotidiano:

Valor do Produto (Valor principal)	**Valor do desconto de 10% (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 30%) (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 50% (Taxa percentual)**	**Valor do desconto de 70% (Taxa percentual)**
R$ 3.500,00				

10% de 3.500 = ...

30% de 3.500 = ...

50% de 3.500 = ...

70% de 3.500 = ...

A construção da tabela é uma forma de trabalhar o conceito de porcentagem sobre um valor principal. Nesse momento, o professor pode estabelecer uma série de problemas que abordem o conteúdo com a finalidade do desenvolvimento desse conceito pelo estudante, como pode ser visto a seguir:

Suponha que você se dirigiu à loja Boa Compra que ofertava descontos de até 70% e adquiriu um par de tênis de R$ 500,00 que era oferecido com um desconto de 10%, uma calça de R$1.000,00 cujo abatimento era de 30% e um relógio com preço de R$ 2.000,00 que também era vendido com uma redução de 30% do seu valor.

Ao reparar que suas compras possuem o mesmo valor principal de R$ 3.500,00 da tabela e que a soma das porcentagens ofertadas dos três produtos comprados é de 10% + 30% + 30% = 70%, para poupar tempo, você utilizou o mesmo valor preenchido na última cédula da tabela para saber o quanto seria o seu desconto.

Essa decisão está correta?

Como sugestão, estimule o cálculo dos descontos dos produtos adquiridos de acordo com seus respectivos abatimentos percentuais individuais dos preços para, posteriormente, obter o valor total de desconto. Em seguida, coloque em discussão a comparação do resultado obtido com o valor preenchido na última cédula da tabela.

Dessa forma, um possível problema de natureza interpretativa que coloca em discussão a decisão do comprador sob a análise de ofertas promocionais é uma maneira interessante de encerramento da atividade.

ATIVIDADE 4

ACRÉSCIMOS E DESCONTOS

Nesta quarta atividade se propõe a percepção das ideias fundamentais a respeito de acréscimos e descontos para que o aluno seja capaz de reconhecer e determinar o quanto o valor de uma mercadoria teve de acréscimo ou desconto numa certa situação.

A metodologia adotada é caracterizada pela apresentação de dois problemas relacionados ao cotidiano, sendo que o primeiro mostra uma situação de acréscimo, e o segundo um contexto de desconto.

No primeiro problema é solicitado ao estudante o preenchimento de uma tabela correspondente aos gastos básicos mensais de sua residência, como aluguel e condomínio, luz, água, gás, mercado, transporte e lazer. A tarefa é para ser realizada em casa com a intenção do estudante trazer algum conhecimento de Educação Financeira para seus familiares.

Despesas	**Valor (R$)**
Aluguel	
Condomínio	
Luz	
Água	
Gás	
Mercado	
Transporte	
Lazer	
Total	

Com a tabela completa, o professor deve iniciar a aula posterior com uma breve explicação do conceito de inflação e propor aos alunos a reconstrução da tabela considerando que os preços das despesas sofreram um acréscimo de 10%.

Como sugestão, primeiramente apresente a maneira de calcular 10% do preço do primeiro item da tabela e determinar valor final através da soma do preço inicial com o valor do aumento.

Em seguida, mostre o uso do fator de atualização para calcular de forma direta o valor ajustado: $VF = VI \cdot (1 + i)$ com VF sendo o valor final com o ajuste de preço, VI representa o valor inicial antes do ajuste de preço e i o percentual de acréscimo.

Dessa forma, segue a tabela e as perguntas a serem respondidas após seu preenchimento:

Despesas	**Valor (R$)**	**Valor do aumento de 10% (R$)**	**Valor com 10% de aumento (R$)**
Aluguel			
Condomínio			
Luz			
Água			
Gás			
Mercado			
Transporte			
Lazer			
Total			

a) Qual o fator de atualização proposto na situação?

b) O fator de atualização é também aplicado no valor total das despesas?

c) É possível perceber que pode haver aumento no preço de bens e serviços acarretados por movimentações na economia. Sabendo disso, é importante a família ter uma reserva financeira? Como é possível obter essa reserva financeira?

Embora o exemplo não seja um cenário corriqueiro devido a inflação exagerada se comparada ao que geralmente acontece no ramo da economia, é fato que o abatimento da remuneração do trabalhador acontece e atinge o orçamento familiar, sobretudo nas camadas sociais menos favorecidas.

O segundo problema envolve uma situação de falso desconto. É comum lojas promoverem promoções com intenção de chamar atenção dos consumidores por meio de falsas oportunidades. Frequentemente a mensagem publicitária é interpretada de maneira errada pelo cliente:

Uma jovem, ao se dirigir a uma loja de calçados femininos para compra de um par de sandálias, se deparou com a seguinte promoção:

A oportunidade de levar dois pares de sandálias chamou muito a atenção da jovem, que não perdeu tempo e efetuou a compra. De acordo com a promoção faça uma análise das perguntas e responda:

a) Suponha que a jovem tenha escolhido dois pares de sandálias de mesmo valor. Caso cada par custe R$ 120,00; quanto a jovem pagou no total?

b) Qual o fator de atualização aplicado ao segundo par de sandálias? E ao valor total da compra?

c) Reescreva o anúncio referindo-se a porcentagem de desconto a ser ofertada ao valor total da compra.

Para orientar o aluno, trabalhe o conceito de fator de atualização baseado na razão entre o valor final e o valor inicial do produto. Além disso, mostre a ideia de acréscimo quando a razão correspondente ao fator de atualização represente um valor maior que uma unidade e desconto caso a razão seja menor que uma unidade.

ATIVIDADE 5[20]

A IDEIA BÁSICA DE JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

A quinta atividade é condicionada a introduzir e trabalhar o conceito de juros e seus dois regimes, simples e composto, para que ao final da apresentação das duas ideias o aluno seja capaz de realizar um comparativo básico entre os dois sistemas.

Primeiramente, o professor deve estabelecer os conceitos de juros, juros simples e juros compostos para servir como ferramenta de aplicação da atividade. A metodologia é caracterizada pela apresentação de um problema que propõe duas situações de empréstimo, cuja escolha mais vantajosa financeiramente será determinada e justificada pelo estudante. O preenchimento de duas tabelas, uma sob o sistema de juros simples e outra respeitando o regime de juros compostos, junto com o uso das respectivas fórmulas de cálculo, servirá de suporte para a concepção do tema e resposta para o questionamento.

O problema consiste num indivíduo que possui em mãos duas propostas de empréstimo de R$ 30.000,00.

A primeira proposta corresponde ao pagamento da dívida no sistema de juros simples a uma taxa de 6% ao mês. Por outro lado, a segunda se baseia na quitação do débito no regime de juros compostos a uma taxa percentual de 5,6% ao mês.

Ao considerar que em ambas as situações o indivíduo deve quitar a dívida no final do quinto mês, o aluno é desafiado a responder qual proposta é mais favorável observando apenas os valores informados e, em seguida, verificar se sua resposta inicial coincide com a resposta dada por meio dos cálculos.

Como sugestão, oriente os alunos a listar e comparar os dados do problema de acordo com os regimes de capitalização, com a intenção de organizar as ideias iniciais e provocar uma resposta mais consciente do desafio inicial do problema.

A importância de provocar a resposta dos alunos sem que haja o procedimento dos cálculos traz novamente a questão da escolha por impulso de determinadas propostas ou ofertas de mercado, visto que a taxa percentual do regime de juros compostos do problema é menor

[20] Adaptada de (SOARES, 2016, p.49)

que a taxa percentual do sistema de juros simples. Portanto, esse tipo de situação precisa ser destacado pelo professor durante a atividade.

JUROS SIMPLES (1ª PROPOSTA)

Mês	Valor da dívida (R$)	Juro corrente (R$)	Montante (R$)
1	30.000		
2			
3			
4			
5			

JUROS COMPOSTOS (2ª PROPOSTA)

Mês	Valor da dívida (R$)	Juro corrente (R$)	Montante (R$)
1	30.000		
2			
3			
4			
5			

Ao preencher a tabela referente aos dois regimes de capitalização, incentive os alunos a observar em cima de que capital os juros são aplicados em cada mês.

Observar e comparar a maneira da aplicação dos juros no sistema de juros simples e composto a cada período tem como finalidade trazer os conceitos particulares dos dois regimes de capitalização e proporcionar uma aprendizagem significativa, deferente daquela baseada apenas na aplicação dos modelos de cálculo.

ATIVIDADE 6

CONCEITO DE JUROS A PARTIR DA COMPRA À VISTA OU PARCELADA

Essa tarefa reproduz a questão da aquisição de um produto por meio do pagamento à vista ou de forma parcelada, dado que este tipo de dúvida acontece de maneira recorrente.

O fato de o estabelecimento oferecer descontos quando o consumidor opta pelo pagamento à vista ou ainda por pensar que ao escolher vencimentos parcelados esteja assumindo uma despesa longa, contribui para as pessoas considerarem o pagamento à vista mais vantajoso. Por outro lado, muitos preferem o pagamento a prazo devido ao seu orçamento.

O objetivo primordial desta atividade é fazer com que o estudante não tome decisões precipitadas ao efetuar uma compra e saiba julgar o tipo de aquisição mais adequada, seja ela à vista ou de forma parcelada. Embora a conscientização financeira tenha a sua importância, sem os conceitos básicos de Matemática Financeira não é possível educar financeiramente o indivíduo. Em vista disso, mais uma finalidade dessa atividade é a de apresentar as ideias e diferenças entre juros simples e compostos por meio de contextos do dia a dia.

A atividade possui a primeira etapa que se embasa na apresentação do problema com o retorno do ponto de vista dos estudantes e suas justificativas, enquanto a etapa seguinte concede as soluções dos problemas para efeito de reflexão dos educandos:

Ricardo foi a uma loja de materiais esportivos para a compra de uma esteira ergométrica no valor de R$ 6.000,00 e possui três formas de pagamento à escolha na compra do equipamento:

a) À vista, com 10% de desconto;
b) Em doze prestações iguais de R$ 500,00; sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra no sistema de juros simples;
c) Em doze prestações iguais de R$ 500,00; sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra no sistema de juros compostos.

Faça, observe e compare os cálculos estabelecidos em cada forma de pagamento:

1. Um desconto de 10% sobre o valor de R$ 6.000,00 corresponde a R$ ____________ . Portanto, para quitação à vista, Ricardo pagaria R$ ________ .

Como sugestão, oriente os alunos a determinar o valor para pagamento à vista através da diferença entre o valor inicial e os 10% do valor inicial e, também, por meio do fator de atualização $VF = VI \cdot (1 - i)$ com VF sendo o valor final com o ajuste de preço, VI representa o valor inicial antes do ajuste de preço e i o percentual de desconto.

2. Para o parcelamento em 12 vezes no sistema de juros simples, temos:
   - Valor da esteira para pagamento à vista = R$ __________
   - Quantidade de parcelas =
   - Valor de cada prestação =
   - Taxa de juros ao mês = ______ %
   - Montante ao final = R$ ____________

   Caso Ricardo optasse pelo pagamento à vista, sua despesa seria superior ou inferior ao montante referido ao pagamento a prazo?

   Suponha agora que Ricardo investisse os R$ 5.400,00 numa corretora com taxa de 0,85% ao mês. O que seria então mais vantajoso: pagamento à vista ou parcelado? Justifique sua resposta.

Como o regime capitalização inicialmente abordado no problema corresponde ao simples, mostre que a taxa de juros possui o conceito de proporcionalidade. Além disso, resgate o modelo de cálculo para determinar o valor do montante com finalidade de indicar qual o formato de compra é o mais vantajoso de acordo com os dados.

3. Para o pagamento em 12 vezes no sistema de juros compostos, temos:
   - Valor da esteira para pagamento à vista = R$ _________
   - Quantidade de parcelas =
   - Valor de cada prestação =
   - Taxa de juros ao mês = _____ %
   - Montante ao final = R$ ____________

> Agora, suponha que Ricardo tenha investido os R$ 5.400,00 numa corretora com taxa de 0,91% ao mês. O que seria então mais vantajoso: pagamento à vista ou parcelado? Justifique sua resposta.

No caso da capitalização em juros compostos, apresente a ligação entre o conceito de taxas equivalentes e a taxa de juros utilizadas neste regime de capitalização através do cálculo da taxa de juros em diferentes unidades de tempo.

Para determinar qual das duas formas de pagamento é a mais vantajosa nesta terceira fase do problema, oriente o estudante a utilizar o modelo de cálculo do montante do sistema de juros compostos.

Os conceitos trabalhados nessa tarefa mostram as diferenças entre os regimes de juros simples e composto, principalmente o tratamento da taxa de juros ao mês em cada modelo.

ATIVIDADE 7

OFERTAS COMERCIAIS: CONCEITO DE EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

No momento de efetuar uma compra, o consumidor se depara com diversas opções de pagamento proporcionadas pelos comerciantes. As opções são muitas vezes atrativas, porém é preciso ser um comprador consciente e saber optar pela a forma de pagamento mais adequada para sua situação financeira, visto que a oferta é generalizada, mas cada indivíduo possui um cenário financeiro diferente.

A atividade se constitui em apresentar o contexto da compra de uma determinada mercadoria cuja forma de pagamento pode ser efetuada de maneiras distintas. A partir disso, o aluno será desafiado a analisar as opções de pagamento com o objetivo de entender o dinheiro de acordo com a época, ou seja, trabalhar o valor do capital através da linha do tempo e julgar a escolha mais pertinente.

O problema consiste na compra de um telefone celular, cujo preço à vista é R$ 3.600,00, sendo negociado em 3 prestações iguais com juros de 4% ao mês quitados em cima do saldo devedor. Conforme os dados mencionados, responda:

a) Qual o regime de juros proposto pelo problema? Justifique sua resposta.

Como proposta, estimule o aluno a refletir sobre qual valor a taxa de juros é aplicada a cada período de vencimento do pagamento e comparar com as características dos dois regimes de capitalização utilizados.

b) Faça um esquema da linha do tempo para quitação da dívida nas seguintes situações:
   - Pagamento da primeira parcela no ato da compra.
   - Pagamento da primeira parcela 1 mês após a compra.
   - Pagamento da primeira parcela 2 meses após a compra.

Para o item b incentive o aluno a esboçar uma linha do tempo para cada uma das situações e registrar os momentos os quais as parceladas devem ser pagas.

c) Suponha que o pagamento da primeira parcela seja realizado 1 mês após a compra do produto. Qual expressão representa o valor a ser pago na segunda prestação?

De acordo com a organização efetuada no item b, mostre para o aluno que ao considerar data da compra para pagamento à vista como referência inicial da contagem do tempo, o dinheiro no tempo inicial não tem o mesmo valor após 1 mês, 2 meses ou 3 meses. Portanto, para deslocar o valor de uma parcela na linha do tempo é preciso considerar a taxa de juros aplicada de acordo com o regime de capitalização adotado.

d) Considere que o pagamento da primeira parcela seja realizado 2 meses após a compra do produto. Qual equação representa o cálculo das parcelas referente aos 3 meses?

Com conhecimento adquirido no item c, mostre que para calcular o valor de cada parcela basta formar uma equação igualando a soma das parcelas representadas pelas expressões algébricas e o valor para pagamento à vista.

e) O consumidor interessado no telefone celular possui salário de R$ 8.000,00, mas não pretende comprometer mais do que 16% do seu salário. Dessa maneira, qual das formas de pagamento é mais adequada para sua situação?
   - O valor da primeira parcela no ato compra.
   - O valor da primeira parcela um mês após a compra.
   - O valor da primeira parcela dois meses após a compra.

Neste item, peça para o aluno realizar um resgate do conhecimento adquirido nos itens anteriores e aplique o cálculo do conceito equivalência de capitais para decidir quais das formas de pagamento estão de acordo com os limites de orçamento impostos pelo consumidor.

A atividade apresentada possui a sua importância no estudo de casos de formas de pagamento oferecidas no meio comerciário, na medida que o entendimento dessas ações leva ao consumidor compras mais conscientes.

ATIVIDADE 8

PAGAMENTO DE CONTA EM ATRASO: JUROS SIMPLES OU COMPOSTOS?

As contas chegam e efetuar uma série de pagamentos no final ou princípio do mês faz parte da vida de qualquer pessoa na fase adulta. Portanto, atrasos em pagamentos de débitos é mais do que comum na vida financeira dos brasileiros, que traz como justificativa a falta de planejamento financeiro familiar.

As faturas de cobrança relacionadas a serviços básicos como energia elétrica, telefone e gás possuem medidas de cobrança de juros por atraso diferentes de contas pagas fora do prazo como faturas de cartões de crédito, por exemplo. Inclusive, o cartão de crédito é um grande contratempo para consumidores inadimplentes, visto que a falta de pagamento integral da fatura ou a quitação do débito em atraso proporcionam juros enormes.

Tendo em vista as duas formas de cobrança de juros aplicadas sobre o valor das faturas em atraso, a atividade se propõe a trabalhar o regimento de juros simples e compostos por meio do ponto de vista dos boletos de cobrança e, ao mesmo tempo, trazer significado para as informações contidas nesses documentos.

A tarefa é iniciada com a apresentação de uma fatura de cobrança fictícia para que os estudantes façam uma análise das informações contidas no documento.

BANCO LEGAL S.A.	**5000-7**	**5000-7.341254.66691.0122365.5400.409070.7000000**						
AGÊNCIA RECEBEDORA **Pagável em qualquer agência bancária até a data do vencimento**								VENCIMENTO 01/12/2012
CEDENTE **BANCO LEGAL S.A.**								CÓDIGO DO CEDENTE 5000-7 1234567890
Documento 25/11/2011	N.º do documento 000123000	Espécie FAT		Aceite N	Processamento 25/11/2011			Nosso n.º 06/0669610257
USO BANCO	CIP 000	CARTEIRA 06	ESPÉCIE R$	QUANTIDADE 06	VALOR 1.215,00			(*) VALOR DO DOCUMENTO R$ 1.215,00
INSTRUÇÕES (TEXTO DE RESPONSABILIDADE DO CEDENTE)								(*) OUTROS ACRÉSCIMOS
APÓS O VENCIMENTO COBRAR MULTA DE 2% MAIS JUROS MORATÓRIOS DE 0,05% AO DIA NÃO RECEBER APÓS 30 DIAS DO VENCIMENTO								
SACADO ENÉZIMO CARLOS DA SILVA PRIMEIRO RUA ROBERTO OBINAR 141 – V. GANDI - SP								**(*) TOTAL COBRADO**

Em seguida, após a identificação dos componentes que formam o boleto de cobrança, os alunos devem responder as seguintes questões:

a) Qual é a data de vencimento da fatura?
b) Existe algum tipo de desconto caso a fatura seja paga antes da data de vencimento?
c) Qual a porcentagem fixa (multa) cobrada por pagamento após o vencimento?
d) Suponha que a fatura seja paga com seis dias de atraso. Qual o valor a pagar? Considere que os juros moratórios são aplicados sobre o valor da conta.
e) Qual o regime de juros adotado pela fatura de cobrança?

Como proposta, oriente os alunos a observar todos os termos que compõem a fatura do boleto de cobrança, principalmente aqueles relacionados aos acréscimos caso o consumidor não efetue o pagamento até a data de vencimento. Além disso, mostre que o cálculo do montante se traduz ao modelo de cálculo do regime de capitalização composta, caso seja feito o passo a passo dos juros de cada período.

A atividade segue com a apresentação de uma fatura fictícia de cartão de crédito para que também sejam feitas perguntas para serem respondidas após o aluno analisar o documento:

Fatura anterior		Pagamentos / Créditos		Saldo		Total de Débitos		Fatura Atual
850,28	-	850,28	=	0,00	+	327,45	=	327,45

DATA	TRANSAÇÕES	VALOR (R$)
19/08/2019	AX AUTO POSTO LTDA	110,00
19/08/2019	FASHION HAIR	90,00
19/08/2019	DOCE VIDA	150,00
21/08/2019	LAVANDERIA IPA	75,45
05/09/2019	XXX LINHAS AEREAS	-420,00
05/09/2019	TAXA DE EMBARQUE	-21,45
05/09/2019	EDESTINOS BRAZIL	-17,91
05/09/2019	XXX LINHAS AEREAS 01/03	140,00
05/09/2019	TAXA DE EMBARQUE	21,45
05/09/2019	EDESTINOS BRAZIL	17,91
06/09/2019	ABC MARKETPLACE 01/04	82,00
12/09/2019	4PAPER	100,00
TOTAL		327,45

a) O crédito rotativo é um tipo de crédito destinado ao consumidor no caso de não pagamento integral da fatura do cartão de crédito. Um bom exemplo dessa situação é quando se paga o valor mínimo da fatura. Supondo que o valor mínimo correspondente à fatura apresentada é 10%, determine esse valor em reais.

b) Suponha que o consumidor tenha escolhido efetuar o pagamento mínimo da fatura que cobra 6% ao mês de taxa de juros sobre o saldo devedor. Complete a tabela seguir.

Mês	Valor da Fatura	Pagamento Mínimo	Crédito Rotativo	Juros sobre o Crédito Rotativo	Saldo Devedor
1					
2					
3					
4					

c) Qual o regime de juros adotado pela fatura de cobrança?

De maneira sugestiva, assim como foi realizado com o boleto de cobrança anterior, direcione os alunos a observarem todos os elementos da fatura. Em seguida, para preenchimento da tabela, apresente o cálculo do saldo devedor do primeiro mês e coloque em discussão o valor a ser aplicado os juros do segundo mês, para que dessa maneira o aluno possa perceber o tipo de regime de capitalização utilizado no boleto de cobrança.

A atividade possibilita fazer um alerta a respeito da variedade de cobranças existentes no mercado financeiro e o quanto o consumidor pode ter de problemas com a falta de organização no momento de efetuar suas compras.

ATIVIDADE 9[21]

CÁLCULO DA APOSENTADORIA

A convocação para o primeiro emprego, a conquista do primeiro salário e a evolução profissional adquirida ao longo dos anos tendo como benefício um contrato de emprego mais vantajoso são etapas vivenciadas por qualquer trabalhador no decorrer da sua vida profissional até o seu merecido descanso com a aposentadoria.

Sendo assim, uma das categorias presentes do direito ao benefício do salário da aposentadoria está relacionado ao tempo de contribuição. Como este tipo de aposentadoria faz parte da maioria dos trabalhadores brasileiros, o cálculo desse benefício de acordo com os anos de contribuição se mostra curioso enquanto atividade para Matemática Financeira e Educação Financeira.

Os objetivos desta atividade é trazer para o aluno o modelo de cálculo do salário da aposentadoria e trabalhar caminhos possíveis para obter benefícios maiores através desta operação.

O fator previdenciário[22] é um índice aplicado para calcular o valor do benefício da aposentadoria antes da reforma da previdência. Sua fórmula leva em consideração a idade do trabalhador, o tempo de contribuição e a expectativa de sobrevida, além da alíquota fixa de 0,31:

$$f = \frac{\text{Tc x a}}{\text{Es}} \text{ x } \left(1 + \frac{\text{Id} + \text{Tc x a}}{100}\right)$$

onde

f é o fator previdenciário; Tc corresponde ao tempo de contribuição; a é a alíquota que é igual a 0,31; Es equivale a expectativa de sobrevida do contribuinte; e , Id é a idade do contribuinte.

A reforma da previdência alterou regras para aposentadoria, porém ainda é possível utilizar o fator previdenciário em certas situações, como é o caso dos trabalhadores que embora

---

[21] Adaptada de (CUNHA, ano 2013, p. 74)

[22] Disponível em:< https://www.dicionariofinanceiro.com/fator-previdenciario/>. Acessado em 1/12/2020

não tenham solicitado o salário do benefício, já possuem 35 anos de contribuição de acordo com as regras anteriores a reforma.

Nas regras atuais, o fator previdenciário não é utilizado, a quantia a ser contemplado considera a média de todos os vencimentos do contribuinte. É instituído com 60% da média, acrescentado 2% ao ano a partir de 20 anos de tempo de contribuição para os homens e a partir de 15 anos de contribuição para as mulheres com o limite de 100%.

TEMPO DE CONTRIBUIÇÃO (HOMENS)	PERCENTUAL DO BENEFÍCIO
15 anos	60%
16 anos	60%
17 anos	60%
18 anos	60%
19 anos	60%
20 anos	60%
21 anos	62%
22 anos	64%
23 anos	66%
24 anos	68%
25 anos	70%
26 anos	72%
27 anos	74%
28 anos	76%
29 anos	78%
30 anos	80%
31 anos	82%
32 anos	84%
33 anos	86%
34 anos	88%
35 anos	90%
36 anos	92%
37 anos	94%
38 anos	96%
39 anos	98%
40 anos	**100%**

Para exemplificar, considere um homem de 60 anos de idade que contribuiu por 35 anos e pretende escolher entre dois modelos de aposentadoria:

O primeiro modelo com média dos 80% dos maiores salários equivalente a R$ 3.500,00 e com sobrevida igual a 19.

$$f = \frac{\text{Tc x a}}{\text{Es}} \text{ x } \left(1 + \frac{\text{Id} + \text{Tc x a}}{100}\right) = \frac{35 \text{ x } 0{,}31}{19} \text{ x } \left(1 + \frac{60 + 35 \text{ x } 0{,}31}{100}\right) = 0{,}976$$

Logo, o salário do benefício será 3500 x 0,976 = R$ 3.416,00.

No segundo modelo o trabalhador se aposentará após 5 anos sem o abandono dos 20% menores salários, cuja consequência é a média salarial equivalente a R$ 3.000,00.

Assim, nessas condições e de acordo com o quadro percentual do benefício, o trabalhador passará a ter 40 anos de contribuição e ter direito a 100% da média dos salários, ou seja, R$ 3.000,00.

Portanto, entre as duas situações o modelo antigo de aposentadoria seria mais vantajoso para esse trabalhador.

Agora, a questão apresentada nesta atividade trata do caso de um trabalhador de 62 anos de idade com 35 anos de contribuição que busca determinar o maior salário da aposentadoria entre duas situações. Para cada situação o aluno deve responder algumas perguntas.

Situação 1: aposentadoria imediata, com média dos 80% maiores salários igual a R$ 4.000,00. Considerar a expectativa de sobrevida igual a 19.

a) Qual a idade do trabalhador no momento do pedido da aposentaria (Id)?
b) Qual o tempo de contribuição (Tc)?
c) Qual expectativa de sobrevida (Es)?
d) Calcule o fator previdenciário (f).
e) Qual o salário de aposentadoria contemplado a esse trabalhador?

Como sugestão, primeiramente, chame a atenção dos alunos para o fato de que nem todos os salários recebidos pelo futuro aposentado não são utilizados no cálculo da média dos salários e, partir disso, direcione o aluno a identificar todos os elementos presentes no modelo de cálculo do fator previdenciário com os dados apresentados no problema. Em seguida, mostre que o cálculo do benefício da aposentadoria é obtido pelo produto do fator previdenciário e a média dos 80% maiores salários.

Situação 2: aposentadoria após 3 anos sem o descarte dos 20% menores salários, o que tornaria a média igual a R$ 3.500,00.

a) Qual a idade do trabalhador no momento do pedido da aposentaria?
b) Qual o tempo de contribuição no momento do pedido da aposentadoria?

c) Neste modelo de aposentadoria, a partir de quantos anos de contribuição o percentual do benefício começa a crescer?
d) Qual o percentual do benefício alcançado por esse trabalhador nesta situação?
e) Qual o salário de aposentadoria contemplado a esse trabalhador?

Em qual das duas situações o trabalhador receberá o maior salário benefício?

Como proposta, alerte os alunos sobre a inclusão dos 20% menores salários no cálculo da média dos salários, provocando uma queda deste valor. Da mesma maneira, é importante destacar que apenas a partir do vigésimo primeiro ano de contribuição o percentual sobre o valor da média dos salários começa a aumentar. E por último, mostre o cálculo do benefício através do percentual obtido pela tabela de acordo com os anos de contribuição sobre a média dos salários.

A segunda situação mencionada corresponde a situação do trabalhador em condições de se aposentar, mas prefere ter o benefício com a reforma da previdência. Portanto, o problema conduz o estudante a realizar uma comparação entre os cálculos do benefício para pessoas prestes a se tornarem inativos e o cenário que eles possivelmente irão ter ao se aposentarem.

ATIVIDADE 10[23]

FINANCIAMENTO DE VEÍCULO

Uma prática bem comum dos cidadãos brasileiros, devido às dificuldades financeiras e a quantia alta necessária para se conquistar o sonho da compra de um veículo, é o financiamento. Portanto, a proposta dessa atividade é trazer para o estudante a situação do financiamento da compra de um veículo com circunstâncias específicas que possam trabalhar os conceitos de Matemática Financeira inseridos no custeio dos gastos desse tipo de transação.

A explicação da ideia de financiamento como uma transação financeira que objetiva o pagamento de um produto ou serviço por meio de prestações, visto que o comprador não possui condições de efetuar a quitação à vista, é uma maneira de introduzir o tema. Além disso, o professor precisa apresentar o modelo de cálculo utilizado para determinar o pagamento de prestações iguais ao longo do tempo.

Para calcular a prestação que será constante, a equivalência de capitais do regime de juros compostos é o método a ser utilizado. Neste caso, as parcelas futuras serão antecipadas para a data do fechamento da transação financeira. Como o valor devido é a soma das parcelas, tem-se (C = valor financiado; P = valor da parcela; i = taxa de juros; n = quantidade de parcelas):

$$C = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P}{(1+i)^n} = P\left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n}\right] =$$

$$C = P[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n}]$$

As parcelas antecipadas para data sugerida formam uma progressão geométrica (PG), cuja razão e o primeiro termo são equivalentes a $(1+i)^{-1}$. Portanto, o valor devido é o produto entre a parcela e a soma dos termos dessa PG:

$$C = P\underbrace{[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n}]}_{Soma\ da\ P.G.}$$

Ao associar os itens do financiamento com os termos do modelo de cálculo da soma da PG dado por, $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, tem-se:

$$C = P\frac{1}{(1+i)}\frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{1}{(1+i)} - 1} = P\frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{\frac{(1+i)}{(1+i)} - (1+i)} = P\frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{1-(1+i)} = P\frac{\frac{1-(1+i)^n}{(1+i)^n}}{-i} = P\frac{1-(1+i)^n}{-i(1+i)^n}$$

$$P = C\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

---

[23] Idem, p. 70

Como sugestão para explicação da dedução do modelo de cálculo através do conceito de equivalência de capitais, faça uma ligação entre o regime de capitalização composta e a ideia de progressão de geométrica (PG). Dessa maneira, nada impede da relação entre os conceitos de juros simples e progressão aritmética (PA) serem comentados, embora não sejam abordados no problema em questão.

O problema trata do financiamento de um veículo de valor R$ 40.000,00, inicialmente sem entrada, com taxa de 1,4% ao mês acrescido de um valor de abertura de crédito de R$ 900,00.

O comprador deve sanar a dívida em 10 meses com pagamento prestações iguais ao longo do período.

De acordo com as condições iniciais, pergunta-se:

a) Qual o valor de cada parcela?
b) Se o comprador possui R$ 10.000,00 para disponibilizar como entrada, determine o valor das prestações.
c) Agora, suponha que o comprador possui os mesmos R$ 10.000,00 para entrada e disponibiliza R$ 3.000,00 por mês do seu orçamento para pagamento do veículo. É possível efetuar o financiamento com essas condições?

Como a atividade exige cálculos um pouco mais complexos do que os alunos estão habituados, vale a sugestão da realização da atividade em grupo e com auxílio de uma calculadora científica.

ATIVIDADE 11

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO (COMPRA DA CASA PRÓPRIA)

Essa tarefa apresenta aos alunos uma situação comum na vida de muitos cidadãos, a busca do sonho da casa própria, além de trabalhar os conceitos dos sistemas de amortização mais utilizados com o emprego de recursos tecnológicos como a calculadora, celular, tablet ou computador de uma forma mais contextualizada.

Assim, o objetivo dessa atividade é expor aos estudantes os modelos de sistemas de amortização existentes no mercado, dado que esses métodos de financiamento são uma prática bastante empregada no ramo financeiro, principalmente no financiamento da casa própria. Muitos indivíduos nem mesmo tem conhecimento do valor a ser pago até o término do financiamento, se preocupando apenas com o valor das prestações.

Junto com o propósito da apresentação dos métodos de aporte financeiro, uma das finalidades da atividade é aproximar o estudante ao uso de recursos tecnológicos frente a Matemática Financeira no cotidiano pois, embora os alunos façam o manuseio de tecnologias na maior parte do tempo, a falta do exercício desses recursos em atividades úteis na vida de um cidadão é muito grande.

É preciso, como sempre recomendado, estimular o debate em sala de aula a respeito das formas de financiamento disponíveis, com intenção de que o estudante se torne capaz de decidir de acordo com as circunstâncias.

No momento do desenvolvimento da atividade, é necessário que o professor faça uma apresentação geral sobre o tema para que em seguida produza a tarefa.

No **Sistema de Amortização Constante (SAC)** a amortização é constante e os juros correspondem a parte variável, consequentemente, as primeiras parcelas são maiores e decrescem no decorrer do tempo. O valor da amortização de cada período é determinado pelo valor do financiamento dividido pelo tempo de financiamento e as parcelas são definidas pela soma entre o valor da amortização e juros de cada intervalo.

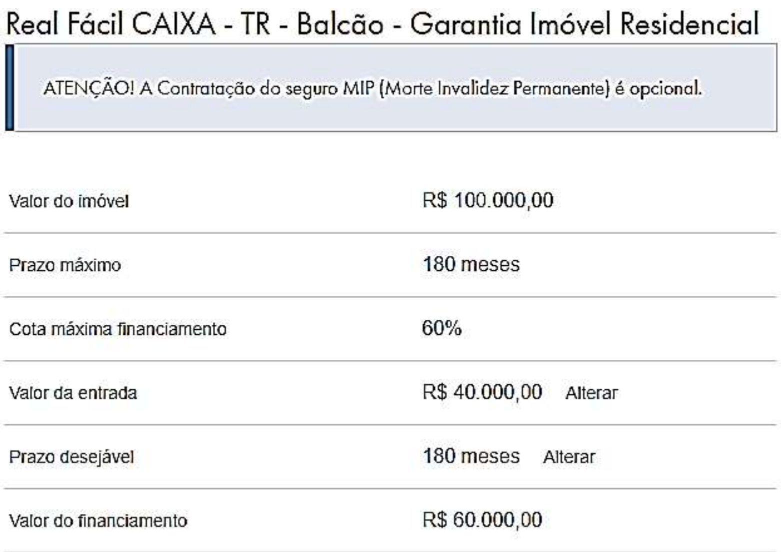
O **Sistema Francês de Amortização (PRICE)** é caracterizado por parcelas fixas durante todo o financiamento. Neste tipo de financiamento os juros decrescem e as parcelas de amortização sofrem aumento. O valor das parcelas é calculado por meio da fórmula

$$P = C\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1},$$

na qual se considera a parcela (P), a quantia financiada (C), a taxa (i) e o tempo de financiamento (n).

O **Sistema SACRE (Misto)** representa uma combinação entre os sistemas SAC e PRICE, com parcelas altas no início da operação que sofrem redução com o crescimento da amortização e redução dos juros com o passar do tempo. A parcela, amortização, juros e saldo devedor de cada período são calculadas através da média aritmética dos respectivos valores dos sistemas SAC e PRICE à época correspondente.

A atividade consiste na simulação do financiamento de uma casa própria no valor de R$ 100.000,00, na qual o cidadão paga à vista 40% do imóvel e financia o restante em 15 anos com taxa de 1% ao mês. O aluno, após conceber o funcionamento dos sistemas de amortização SAC, Tabela Price e SACRE, deverá simular o financiamento das parcelas dos 5 primeiros meses do imóvel nos três modelos e concluir qual deles se enquadra ao aporte adotado no site da Caixa Econômica Federal.


Real Fácil CAIXA - TR - Balcão - Garantia Imóvel Residencial

ATENÇÃO! A Contratação do seguro MIP (Morte Invalidez Permanente) é opcional.

Valor do imóvel	R$ 100.000,00
Prazo máximo	180 meses
Cota máxima financiamento	60%
Valor da entrada	R$ 40.000,00 Alterar
Prazo desejável	180 meses Alterar
Valor do financiamento	R$ 60.000,00

FONTE: Simulador Habitacional Caixa

Sistema SAC

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
333,33	600	9,86	943,19	59.666,67
333,33		9,86		
333,33		9,86		
333,33		9,86		
333,33		9,86		

Sistema PRICE

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
120,10	600	9,86	720,10	59.879,90
		9,86	720,10	
		9,86	720,10	
		9,86	720,10	
		9,86	720,10	

Sistema SACRE

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
226,71	600	9,86	831,64	59.773,28
		9,86		
		9,86		
		9,86		
		9,86		

Fase de Amortização

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro	Taxa de Administração (TA)	Encargo	Saldo Devedor
1	14/11/2020	R$ 933,33	R$ 9,86	R$ 0,00	R$ 943,19	**R$ 59.666,67**
2	14/12/2020	R$ 930,00	R$ 9,86	R$ 0,00	R$ 939,86	**R$ 59.333,34**
3	14/01/2021	R$ 926,66	R$ 9,86	R$ 0,00	R$ 936,52	**R$ 59.000,01**
4	14/02/2021	R$ 923,33	R$ 9,86	R$ 0,00	R$ 933,19	**R$ 58.666,68**
5	14/03/2021	R$ 920,00	R$ 9,86	R$ 0,00	R$ 929,86	**R$ 58.333,35**

FONTE: Simulador Habitacional Caixa

5 SOLUÇÕES DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

ATIVIDADE 1

QUESTIONÁRIO INICIAL: O QUE VOCÊ CONHECE SOBRE EDUCAÇÃO FINANCEIRA?

Esta atividade é uma pesquisa inicial sobre o nível de conhecimento a respeito da Educação Financeira e o comportamento do aluno e seus familiares sobre questões no âmbito das finanças, portanto não possui uma solução.

ATIVIDADE 2

MATEMÁTICA FINANCEIRA NO COTIDIANO.

A atividade não possui uma resolução fechada. Os vídeos propostos servem para introduzir o conceito de Matemática Financeira e iniciar a discussão a respeito do tema.

ATIVIDADE 3

PORCENTAGEM, O PRIMEIRO CONTATO COM O UNIVERSO DAS FINANÇAS

Conforme os dados estabelecidos na tabela, temos:

10% de 3.500 = 0,1 x 3.500 = 350

30% de 3.500 = 0,3 x 3.500 = 1.050

50% de 3.500 = 0,5 x 3.500 = 1.750

70% de 3.500 = 0,7 x 3.500 = 2.450

Valor do Produto (Valor principal)	Valor do desconto de 10% (Taxa percentual)	Valor do desconto de 30%) (Taxa percentual)	Valor do desconto de 50% (Taxa percentual)	Valor do desconto de 70% (Taxa percentual)
R$ 3.500,00	R$ 350,00	R$ 1.050,00	R$ 1.750,00	R$ 2.450,00

De acordo com os preços dos produtos e seus respectivos percentuais de descontos, temos:

Tênis: 10% de R$ 500,00 = 0,1 x 500 = 50

Calça: 30% de R$ 1.000,00 = 0,3 x 1.000 = 300

Relógio: 30% de R$ 2.000,00 = 0,3 x 2.000 = 600

Total de desconto = 50 + 300 + 600 = R$ 950,00

Portanto, a decisão não foi a correta. Embora o valor total da compra seja de R$ 3.500,00 e os valores percentuais dos descontos somem 70%, cada produto possui um desconto percentual distinto, o que justifica o abatimento total em reais ser discordante da tabela.

ATIVIDADE 4

ACRÉSCIMOS E DESCONTOS

As informações utilizadas na atividade são individuais de cada aluno de acordo o orçamento familiar. Sendo assim, as quantias preenchidas na tabela são fictícias para efeito de ilustração.

Despesas	Valor (R$)
Aluguel	900
Condomínio	650
Luz	350
Água	100
Gás	60
Mercado	400
Transporte	85
Lazer	150
Total	**2695**

Despesas	Valor (R$)	Valor do aumento de 10% (R$)	Valor com 10% de aumento (R$)
Aluguel	900	90	990
Condomínio	650	65	715
Luz	350	35	385
Água	100	10	110
Gás	60	6	66
Mercado	400	40	440
Transporte	85	8,5	93,5
Lazer	150	15	165
Total	**2695**	**269,5**	**2.964,5**

Problema 1

a) Como a taxa percentual de aumento foi igual para todos os produtos, o fator de atualização pode ser obtido através do preço final e inicial de qualquer produto da tabela.

Fator de atualização: $f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}} = \frac{990}{900} = 1{,}1$.

b) Fator de atualização: $f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}} = \frac{2964{,}50}{2695} = 1{,}1$. Portanto, o fator de atualização é aplicado no valor total da despesa.

c) Resposta pessoal.

Problema 2

a) Sandália 1: preço inicial = preço final = R$ 120,00

Sandália 2: preço inicial = R$ 120,00

preço final = $\frac{50}{100} x\ 120$ = R$ 60,00

Valor total da compra: 120 + 60 = R$ 180,00

b) Fator de atualização: $f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}} = \frac{60}{120} = 0{,}5$.

c) Fator de atualização: $f = \frac{\text{Valor Final}}{\text{Valor Inicial}} = \frac{180}{240} = 0{,}75$. Portanto o desconto é de 25%.

Ao considerar o anúncio inicial, cuja oferta é destinada a apenas uma parte da compra, o anúncio reformulado que contemple a compra em sua totalidade sem que haja alteração do desconto, é:

"Compre dois produtos de mesmo valor e ganhe 25% de desconto."

ATIVIDADE 5

IDEIA BÁSICA DE JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

Ao considerar o valor da dívida (capital inicial) igual a R$ 30.000,00, taxa de juros equivalente a 6% a.m. e um período de 5 meses, temos:

JUROS SIMPLES (1ª PROPOSTA) – 6% a.m

Mês	Valor da dívida (R$)	Juro Corrente (R$)	Montante (R$)
1	30.000	30.000 x 0,06 = 1.800	30.000 + 1800 = 31.800
2	30.000	30.000 x 0,06 = 1.800	30.000 + 2 x 1800 = 33.600
3	30.000	30.000 x 0,06 = 1.800	30.000 + 3 x 1800 = 35.400
4	30.000	30.000 x 0,06 = 1.800	30.000 + 4 x 1800 = 37.200
5	30.000	30.000 x 0,06 = 1.800	30.000 + 5 x 1800 = 39.000

Ao considerar o mesmo valor da dívida (capital inicial) igual a R$ 30.000,00, agora com a taxa de juros equivalente a 5,6% a.m. e o período de 5 meses, temos:

JUROS COMPOSTOS (2ª PROPOSTA) – 5,6% a.m

Mês	Valor da dívida (R$)	Juro Corrente (R$)	Montante (R$)
1	30.000	30.000 x 0,056 = 1.680	30.000 + 1680 = 31.680
2	31.680	31.680 x 0,056 = 1.774,08	31.680 + 1.774,08 = 33.454,08
3	33.454,08	33.454,08 x 0,056 = 1.873,43	33.454,08 + 1.873,43 = 35.327,51
4	35.327,51	35.327,51 x 0,056 = 1.978,34	35.327,51 + 1.978,34 = 37.305,85
5	37.305,85	37.305,85 x 0,056 = 2.089,13	37.305,85 + 2.089,13 = 39.394,98

Como o montante encontrado ao final do quinto mês é maior no regime de capitalização composta, o empréstimo em regime de juros simples é mais favorável.

ATIVIDADE 6

CONCEITO DE JUROS A PARTIR DA COMPRA À VISTA OU PARCELADA

1. Pagamento à vista.

10% de R$ 6.000,00: $\frac{10}{100}\ x\ 6000$ = 600.

Aplicação do desconto sobre o valor de R$ 6.000,00: 6000 – 600 = 5400.

Para determinar de forma direta o valor final do produto com o desconto aplicado, basta aplicar o conceito de fator de atualização: 6000 (1 – 0,1) = 5400.

Portanto, para quitação à vista, Ricardo pagaria R$ 5.400,00.

2. Para o pagamento em 12 vezes no sistema de juros simples, temos:

- Valor da esteira para pagamento à vista = R$ 5.400,00.
- Quantidade de parcelas = 12
- Valor de cada prestação = 6000 : 12 = R$ 500,00
- Taxa de juros ao mês = $\frac{(600:5400)}{12} = 0{,}926\%$
- Montante ao final = 5400 + 5400 x 0,926% x 12 = R$ 6.000,00

Portanto, ao optar pelo pagamento à vista (R$ 5.400,00), Ricardo pagaria um valor inferior ao montante do pagamento a prazo (R$ 6.000,00).

Investimento de R$ 5.400,00 com taxa de 0,85% a.m. traria o seguinte montante ao final de 12 meses:

Montante obtido ao final de 12 meses = 5.400 + 5.400 x 0,0085 x 12 = R$ 5.950,80. Dessa maneira, o pagamento à vista continuaria sendo mais vantajoso, pois o valor do montante é inferior ao valor do pagamento parcelado de R$ 6.000,00.

3. Para o pagamento em 12 vezes no sistema de juros compostos, temos:

- Valor da esteira para pagamento à vista = R$ 5.400,00
- Quantidade de parcelas = 12
- Valor de cada prestação = R$ 500,00
- Taxa de juros ao mês = $\sqrt[12]{1 + (600{:}\,5400)} - 1 = 0{,}882\%$

- Montante ao final = 5400 $(1 + 0{,}882\%)^{12}$ = R$ 6.000,00

Investimento de R$ 5.400,00 com taxa de 0,91% a.m. traria o seguinte montante ao final de 12 meses:

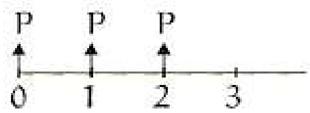
Montante obtido ao final de 12 meses = 5.400 x $(1 + 0{,}0091)^{12}$ = 6.020,11. Sendo assim, o pagamento à vista se mostra menos vantajoso, visto que o valor do montante é superior ao valor do pagamento parcelado de R$ 6.000,00.

ATIVIDADE 7

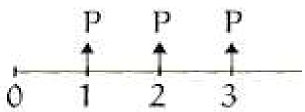
OFERTAS COMERCIAIS: CONCEITO DE EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

a) O problema menciona que a taxa de juros incide sobre o saldo devedor, portanto a o regime de juros trabalhado é composto.
b) Considerando as parcelas iguais P e a data da compra na marcação 0 na linha do tempo com intervalos de um mês, temos:

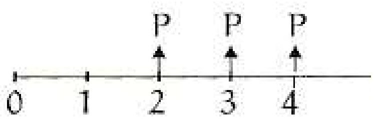
No ato da compra:



1 mês após a compra:



2 meses após a compra:



c) Como o pagamento da primeira parcela foi efetuado um mês após a compra, o pagamento da segunda parcela demorou 2 meses para ser efetuado, portanto temos: $\frac{P}{1{,}04^2}$

d) Como o pagamento da primeira parcela foi efetuado dois meses após a compra, a segunda parcela demorou 3 meses para ser efetuada e o pagamento da terceira parcela demorou 4 meses para ser efetuado, portanto temos:

$3500 = \frac{P}{1{,}04^2} + \frac{P}{1{,}04^3} + \frac{P}{1{,}04^4}$

e) **No ato da compra**: $3500 = P + \frac{P}{1{,}04^1} + \frac{P}{1{,}04^2}$

→ P = 1.212,71 = 15,16% de R$ 8.000,00

1 mês após a compra: $3500 = \frac{P}{1{,}04^1} + \frac{P}{1{,}04^2} + \frac{P}{1{,}04^3}$

→ P = 1.261,22 = 15,76% de R$ 8.000,00

2 meses após a compra: $3500 = \frac{P}{1{,}04^2} + \frac{P}{1{,}04^3} + \frac{P}{1{,}04^4}$

→ P = 1.311,67 = 16,4% de R$ 8.000,00

Portanto, as formas de pagamento possíveis para o consumidor são para pagamento da primeira parcela no ato da compra e pagamento da primeira parcela 1 mês após a compra.

ATIVIDADE 8

PAGAMENTO DE CONTA EM ATRASO: JUROS SIMPLES OU COMPOSTOS?

Problema 1

a) 01/12/2012

b) Sem desconto para pagamento antecipado.

c) 2%

d) Após o vencimento é cobrado um valor fixo de 2% de multa sobre o valor da fatura independentemente da quantidade de dias em atraso, portanto temos:

2% de 1.215 = $\frac{2}{100}\ x\ 1215$ = R$ 24,30

Agora, ao considerar a quantidade de dias em atraso é cobrada uma multa de 0,05% em cima do valor da fatura por cada período após o vencimento.

1.215 x 0,0005 x 6 = R$ 3,64

Valor a pagar com multa = 1.215,00 + 24,30 + 3,64 = R$ 1.242,94.

e) Juros Simples, pois os juros são cobrados sempre em cima do valor inicial da fatura.

Problema 2

a) Como o valor mínimo a ser pago pelo consumidor corresponde a 10% do valor da fatura, temos:

10% de 327,45 = $\frac{10}{100}\ x\ 327{,}45$ = R\$ 32,74

b) Ao considerar a taxa de juros de 6% a.m. sobre o saldo devedor, temos:

Mês	Valor da Fatura	Pagamento Mínimo	Crédito Rotativo	Juros sobre o Crédito Rotativo	Saldo Devedor
1	327,45	32,74	294,71	17,68	312,39
2	312,39	31,24	281,15	16,87	298,02
3	298,02	29,80	268,22	16,09	284,31
4	284,31	28,43	255,88	15,35	271,23

c) Juros Compostos, pois os juros são cobrados sempre sobre o saldo devedor.

ATIVIDADE 9

CÁLCULO DA APOSENTADORIA

Situação 1

a) 62 anos.
b) 35 anos.
c) 19.
d) Ao substituir os dados do problema como Tc = 35, a = 0,31, Es = 19 e Id = 62 no modelo de cálculo do fator previdenciário, temos:

$$\mathrm{f} = \frac{\mathrm{Tc\ x\ a}}{\mathrm{Es}}\ \mathrm{x}\left(1 + \frac{\mathrm{Id} + \mathrm{Tc\ x\ a}}{100}\right) = \frac{35\ \mathrm{x}\ 0{,}31}{19}\ \mathrm{x}\left(1 + \frac{62 + 35\ \mathrm{x}\ 0{,}31}{100}\right) = 0{,}987$$

e) O salário da aposentadoria é dado pelo produto entre a média dos 80% maiores salários e o fator previdenciário, portanto o valor do benefício é 4000 x 0,987 = R$ 3.948,00.

Situação 2

a) 65 anos.
b) 38 anos.
c) Até os 20 anos de contribuição o percentual do benefício corresponde a 60%, a partir dos 21 anos de contribuição há o aumento de 2% a cada ano de contribuição.
d) De acordo com a segunda situação o trabalhador alcançou 38 anos de contribuição, sendo assim o percentual do benefício corresponde a 96%.
e) Salário da aposentadoria = 96% de 3.500 = R$ 3.360,00.

Dessa forma, o primeiro cenário trará para o futuro aposentado um maior salário de aposentadoria.

ATIVIDADE 10

FINANCIAMENTO DE VEÍCULO

a) Como existe a taxa de R$ 900,00 para abertura de crédito, o valor total do financiamento passe a ser R$ 40.900,00 caso o consumidor não opte por pagar a taxa à vista. Portanto, $P = C\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1} = 40.900\frac{0,014(1+0,014)^{10}}{(1+0,014)^{10}-1}$ = R$ 4.416,43
b) Considerando o abatimento de R$ 10.000,00 no valor financiado, temos: $P = C\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1} = 30.900\frac{0,014(1+0,014)^{10}}{(1+0,014)^{10}-1}$ = R$ 3.335,50
c) Não. O valor da parcela do financiamento (R$ 3.335,50) é superior ao valor da prestação (R$ 3.000,00) disponibilizada pelo comprador.

ATIVIDADE 11

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO (COMPRA DA CASA PRÓPRIA)

Ao considerar o valor do imóvel equivalente a R$ 100.000,00, sendo que somente 60% deste valor é financiado (60% de 100,000 = 60.000) e entender que o período de 15 anos deve estar na mesma unidade de tempo da taxa de juros (15 anos = 180 meses), temos:

Sistema SAC

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
333,33	600	9,86	943,19	59.666,67
333,33	596,67	9,86	939,86	59.333,34
333,33	593,33	9,86	936,52	59.000,01
333,33	590,00	9,86	933,19	58.666,68
333,33	586,67	9,86	929,86	58.333,35

Sistema PRICE

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
120,10	600	9,86	729,96	59.879,90
121,30	598,80	9,86	729,96	59.758,60
122,51	597,59	9,86	729,96	59.636,09
123,74	596,36	9,86	729,96	59.512,35
124,98	595,12	9,86	729,96	59.387,37

Sistema SACRE

Amortização	Juros	Seguro	Parcela	Saldo Devedor
226,71	600	9,86	836,57	59.773,28
227,31	597,73	9,86	834,90	59.545,97
227,92	595,46	9,86	833,24	59.318,05
228,53	593,18	9,86	831,57	59.089,52
229,15	590,89	9,86	829,90	58.860,37

De acordo com as tabelas e a simulação habitacional da Caixa Econômica Federal, o sistema de amortização utilizado nesta situação é o sistema SAC.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa foi produzida com a finalidade de contribuir com sugestões didáticas para o ensino da Matemática Financeira junto a toda uma geração de cidadãos questionadores e conscientes. Consideramos assim que a promoção do debate a respeito do assunto no contexto do cotidiano experimentado pelo estudante proporciona a curiosidade pelo conteúdo. Os tópicos elencados neste texto tem ampla serventia e podem se tornar elementos de proximidade com o estudante.

O aparecimento da Matemática Financeira nas situações mais básicas no ramo do comércio e a presença do aluno como sujeito participante desse sistema, produz uma disposição ainda maior na aprendizagem. O ramo das finanças é uma área das ciências exatas capaz de ser altamente trabalhada pelo professor. Sendo assim, o docente deve elaborar tarefas que carregam para o ambiente escolar cenários que se aproximem das práticas dos estudantes e, por isso, essa ação se torna ainda mais relevante devido o tópico despertar nos jovens o ato de investir e aplicar dinheiro.

Ao tomar a Matemática Financeira como ferramenta, é importante destacar a Educação Financeira diante de toda essa circunstância. Utilizar as ideias referentes ao conteúdo programático como justificativa para tomar decisões e atitudes conscientes no universo das finanças é uma combinação perfeita. A Educação Financeira não deve ser apresentada de maneira distante das outras disciplinas. O seu desenvolvimento junto as outras disciplinas tem seu valor. O assunto é abrangente e proporciona um estudo em diversas questões como gasto consciente, esbanjamento e cálculos matemáticos.

A escola é um ambiente capaz de preparar o sujeito para o mercado de trabalho e ainda exercer seus direitos e deveres como cidadão. Portanto, a Educação Financeira é necessária desde o momento que o aluno entende e manuseia o dinheiro, com o intuito de possibilitar um processo de aprendizagem significativa.

Tratar-se-ia portanto, de trazer para o estudante uma perspectiva diferenciada a respeito da temática financeira.

Consideramos nosso objetivo atingido, ao relacionarmos Matemática Financeira e Educação Financeira, com a elaboração de atividades que contextualizam situações voltadas para o cotidiano do educando ou cenários que serão vivenciados por ele na vida adulta, como compras à vista ou parceladas, empréstimos e financiamento da casa própria.

Esperamos que os entendimentos concebidos pelo aluno resultarão em considerações favoráveis durante sua existência e de seus familiares. As famílias que contam com situação financeira desestruturada conseguirão obter uma melhora através desses alunos que, por meio de seus conhecimentos podem colaborar na retenção de gastos e restruturação do cálculo dos custos. Além disso, o jovem possuirá escolhas prudentes no momento de investir ou gastar, em razão da percepção do valor da prática da economia como método de qualidade de vida.

Em cada etapa desta pesquisa, foram apresentados alguns caminhos possíveis no tratamento da Matemática Financeira em sala de aula com perspectiva em Educação Financeira. As atividades propostas, de uma maneira geral, não representam exercícios revolucionárias ou uma nova maneira de expor o conteúdo voltado em finanças, contudo corresponde a um tratamento contrário daquele observado na maior parte dos livros utilizados nas escolas.

Espera-se que este trabalho sirva como fonte de incentivo para professores atuantes na Educação Básica, apresentando-se como um estudo que busca levantar questionamentos sobre o tema, além de oferecer meios de atuação mais próximos da vivência do estudante.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA DO BRASIL (AEF-BRASIL). **Quem somos**. São Paulo, SP, 2020. Disponível em: https://www.aefbrasil.org.br/index.php/quem-somos/. Acesso em 08 de jul. 2020.

BAUMAN, Zygmunt. **Vida para consumo**: a transformação das pessoas em mercadoria. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 de mai. 2020.

BRASIL. **DECRETO nº 7.397**, de 22 de dezembro de 2010. Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Brasília, DF: Planalto, 2010. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2010/decreto-7397-22-dezembro-2010-609805-norma-pe.html. Acesso em: 10 de set. 2020.

BRASIL. **DECRETO nº 10.393**, de 9 de junho de 2020. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira - FBEF. Brasília, DF: Planalto, 2020. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2019 2022/2020/Decreto/D10393.htm#art10. Acesso em: 10 de set. 2020.

BRASIL. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, DF: Planalto, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 25 de fev. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. PCN. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 11 de jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação**. Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. PCN (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 11 de jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Fundamentos pedagógicos e estrutura geral da BNCC**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=56621-bncc-apresentacao-fundamentos-pedagogicos-estrutura-pdf&category_slug=janeiro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 13 de mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** PCNEM (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 11 de jan. 2020.

BRASIL discute entrada do país na Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Casa Civil**. Brasil, 11 de set. 2017. Disponível em: https://www.gov.br/casacivil/pt-br/centrais-de-conteudo/eventos/ocde/2017/workshop-sobre-a-solicitacao-de-adesao-do-brasil-a-ocde-desafios-e-oportunidades/video/brasil-discute-entrada-do-pais-na-organizacao-para-cooperacao-e-desenvolvimento-economico. Acesso em: 07 de jul. 2020.

BRUHN, Miriam; LEÃO, Luciana de Souza; LEGOVINI, Arianna; MARCHETTI, Rogelio; Zia, Bilal. The impact of high school financial education : experimental evidence from Brazil. **The World Bank Development Research Group & Latin America and Caribbean Region**, America Latina e Caribe, v. 1 p. 1-55, dez. 2013. Disponível em: https://documents.worldbank.org/pt/publication/documents-reports/documentdetail/753501468015879809/the-impact-of-high-school-financial-education-experimental-evidence-from-brazil. Acesso em: 10 de set. 2020.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Simulador Habitacional Caixa**. Disponível em: http://www8.caixa.gov.br/siopiinternetweb/simulaOperacaoInternet.do?method=inicializarCasoUso. Acesso em: 23 ago. 2020.

CARRARA, Cinthia Cristhina Crott. **Uma abordagem teórico-prática da matemática financeira no ensino médio**. 2018. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru – SP, 2018.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO COMÉRCIO DE BENS, SERVIÇOS E TURISMO (CNC). **Sobre a CNC**. Brasília, DF, 2020. Disponível em: https://www.portaldocomercio.org.br/sobre-a-cnc/o-que-e-a-cnc. Acesso em: 05 de jul. 2020.

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática Financeira Fácil**. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

CUNHA, Hudson Nogueira. **A matemática financeira fundamental no Cotidiano**. 2013. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal De Mato Grosso Do Sul, Campo Grande – MS, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. 2. ed. volume 3. São Paulo: Ática, 2014.

D’AQUINO, C. **Educação Financeira**: como educar seus filhos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

DOS SANTOS, Silvio Ronaldo. **A matemática financeira e a estatística como ferramentas para uma gestão financeira consciente**. 2016. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente – SP, 2016.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA BIORC - Aula 1 - Orçamento Familiar. [*S. l.: s. n.*], 2016. 1 vídeo (2 min). Publicado pelo canal BIORC. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RHZY5StVajA. Acesso em: 12 de dez. 2020.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS - Pra quê? Por quê?. [*S. l.: s. n.*], 2016. 1 vídeo (5 min). Publicado pelo canal Prof. Dr. Leo Akio. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=EclfirCPPN4. Acesso em: 12 de dez. 2020.

FAZ A CONTA. **Amortização**. Disponível em: https://fazaconta.com/amortizacao.htm. Acesso em: 09 de jul. 2020.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David. **Fundamentos da Matemática Elementar**. 1. ed. volume 11. São Paulo: Atual, 2004.

KOTLER, Philip; ARMSTRONG, Gary. **Princípios de marketing**. 9. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

MAIRINS, Simão. O lucrativo mercado das datas comemorativas. **Revista Administradores**, p. 1, 2013. Disponível em: https://administradores.com.br/noticias/o-lucrativo-mercado-das-datas-comemorativas. Acesso em: 10 de mai. 2020.

MARTINS, José Pio. **A educação Financeira ao Alcance de Todos**. São Paulo: Fundamento, 2004.

________________. **Seu Futuro -** Educação Financeira E Atitudes Para Conquistar Sua Independência. São Paulo: Fundamento, 2011.

MASSANTE, Katyane Anastácia Samoglia Costa Capichoni. **Educação financeira escolar**: discutindo em sala de aula as armadilhas de marketing na mídia. 2017. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora – MG, 2017.

MATEMÁTICA EM TODA PARTE | FINANÇAS - Juros na Geladeira. [*S. l.: s. n.*], 2009. 1 vídeo (1 min). Publicado pelo canal TV Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=K-L1ST_0Tp0. Acesso em: 12 de dez. 2020.

MATEMÁTICA EM TODA PARTE - Matemática nas finanças. [*S. l.: s. n.*], 2015. 1 vídeo (28 min). Publicado pelo canal Matemática do Cotidiano. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=5wswMJm1fdE&t=178s. Acesso em: 12 de dez. 2020.

MATTA, Gilmar de Paula. **A Matemática Financeira no Ensino Médio e suas Aplicações no Cotidiano**. 2016. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – RJ, 2016.

MORGADO, A.C.; WAGNER, E.; ZANI, S. **Progressões e Matemática Financeira**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP). **Provas e Soluções**. Rio de Janeiro, RJ, 2020. Disponível em: http://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 18 de set. 2020.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). **Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira**. 2005. Disponível em: https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf . Acesso em: 10 de set. 2020.

ORTIGARA, D.; NAZARIO, P.; STELA, E. R. & FERREIRA, M. M. Educação Financeira: um estudo aplicado ao Ensino Médio da rede pública do município de Luiziana/PR. *In:* ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 6., 2011, Campo de Mourão – PR. **Anais** [...]. Campo de Mourão – PR: FECILCAM/NUPEM, 2011. p. 1-16.

PAULA NETO, Antonio Sabino de. **Matemática financeira**: o estudo de empréstimos consignados e consórcios voltados para o ensino médio. 2014. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, 2014.

PERETTI, Luiz Carlos. **Aprenda a cuidar do seu dinheiro**. 1. Ed. Dois Vizinhos - PR: Impressul, 2007.

PESQUISA de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic) – junho de 2020. **Portal CNC**. Brasil, 18 de set. 2020. Disponível em: http://cnc.org.br/editorias/economia/pesquisas/pesquisa-de-endividamento-e-inadimplencia-do-consumidor-peic-junho-0. Acesso em: 05 de jul. 2020.

SEMANA Nacional de Educação Financeira. **ENEF**. Brasil, 2019. Disponível em: https://www.vidaedinheiro.gov.br/semana-enef-2019/. Acesso em: 08 de jul. 2020.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. *In:* XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba – PR. **Anais** [...]. Curitiba – PR: SBEM, 2013. p. 1-17.

SILVA, Vivian Helena Brion da Costa. **Educação financeira escolar**: os riscos e as armadilhas presentes no comércio, na sociedade de consumidores. 2017. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora , Juiz de Fora – MG, 2017.

SOARES, Fernando José. **Uma proposta de atividades para o ensino da matemática financeira na educação básica**. 2016. Dissertação Programa de Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora – MG, 2016.

SOUZA, Débora Patrícia de. **A importância da educação financeira infantil**. 2012. Monografia (Graduação em Ciências Contábeis) - Centro Universitário Newton Paiva Faculdade De Ciências Sociais Aplicada, Belo Horizonte – MG, 2012.

TELEAULA 37: A MATEMÁTICA E O DINHEIRO - Matemática - Ens. Médio – Telecurso. [*S. l.: s. n.*], 2012. 1 vídeo (14 min). Publicado pelo canal Novo Telecurso. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Z380Z6rqkUY. Acesso em: 12 de dez. 2020.

TELEAULA 38: À VISTA OU A PRAZO? - Matemática - Ens. Médio – Telecurso. [*S. l.: s. n.*], 2012. 1 vídeo (13 min). Publicado pelo canal Novo Telecurso. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=l9TXwfR52_w&list=PL3qONjKuaO2RuREHs_GaW4fUqyYIR-3Pd&index=38. Acesso em: 12 de dez. 2020.

TOKARNIA, Mariana. Educação financeira chega ao ensino infantil e fundamental em 2020. **Agência Nacional**, Brasília, 2019. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2019-12/educacao-financeira-chega-ao-ensino-infantil-e-fundamental-em-2020. Acesso em: 22 de mai. 2020.

UNICAMP. **Matemática Multimídia**. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos?filter=matematicaFinanceira. Acesso em: 12 de dez. 2020.

WEBEDUC. **Matemática Financeira**. Disponível em: http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/matematica/condigital2/html_mat_finan/fincanceira.html. Acesso em: 12 de dez. 2020.