



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Instituto de Matemática e Estatística


Thiago Lopes Verbicário dos Santos

Xadrez e o aprendizado da matemática

Rio de Janeiro
2022

Thiago Lopes Verbicário dos Santos

Xadrez e o aprendizado da matemática



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Antônio Araújo Carneiro

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S237	<p>Santos, Thiago Lopes Verbicário dos, Xadrez e o aprendizado da matemática / Thiago Lopes Verbicário dos Santos, - 2022. 97.f.; il.</p> <p style="text-align: center;">Orientador: Fernando Antônio Araújo Carneiro Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística</p> <p style="text-align: center;">1. Jogos em Educação matemática – Teses. 2. Xadrez – Teses. 3. Matemática recreativa – Teses. I. Carneiro, Fernando Antônio Araújo. II, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU 51-8</p>
------	--

Patricia Bello Meijinhos CRB7/5217 – Biblioteca responsável pela elaboração da ficha catalográfica

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese/dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Thiago Lopes Verbicário dos Santos

Xadrez e o aprendizado da matemática

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 28 de setembro de 2022

Banca examinadora:

Prof. Dr. Fernando Araújo Carneiro (Orientador)
Instituto de Matemática e Estatística — UERJ

Prof. Dr. Jaime Velasco Câmara da Silva
Instituto de Matemática e Estatística — UERJ

Prof. Dr. Mauro Benayon Menezes
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro — UFRRJ

Rio de Janeiro

2022

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho às pessoas que sempre acreditaram no meu potencial e que eu poderia chegar aonde as pessoas não conseguiriam.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES pela bolsa do programa de mestrado que me possibilitou financeiramente concluir este mestrado.

Agradeço à Thaynã da Silva França por me mostrar que nem todos os nossos problemas podemos postergar.

Agradeço ao Professor Fernando Antônio Araújo Carneiro, pelos ensinamentos, paciência e a supervisão desse meu trabalho; além de poder aceitar um tema que a priori não estava entre os interesses do professor.

Aos meus familiares por todo apoio psicológico e econômico durante toda a minha vida acadêmica.

Aos amigos do Núcleo de Xadrez de Niterói que me possibilitaram uma ampla aprendizagem do xadrez e muitas das referências para esse meu trabalho.

O conhecimento nos faz responsáveis.

Che Guevara

RESUMO

SANTOS, Thiago Verbicário Lopes. *Xadrez e a aprendizagem matemática*. 2022. 96f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

O xadrez é visto como um esporte da mente, um jogo que utiliza muito do raciocínio. Sob esse olhar, vamos investigar em que se relaciona com a matemática e ao processo ensino-aprendizagem de maneira geral, e vislumbrar se o xadrez pode ser utilizado para ajudar no aprendizado da matemática de alguma maneira, procurando verificar se a criatividade e lógica trabalhada no xadrez é aplicada nos exercícios de matemática, através do uso de uma pesquisa qualificativa com jogadores da área, tanto matemáticos quanto não-matemáticos, como também de uma pesquisa descritiva e bibliográfica de assuntos relacionados, tanto feitas através de publicações de dissertações e teses na área de educação e educação matemática, quanto em publicações de jogadores de referência do esporte. Buscando entender a viabilidade financeira do uso desse jogo como ferramenta educacional, tanto para o ensino particular, como também para o público. Feito devidamente esse *link*, pudemos identificar se o xadrez pode ser uma ferramenta para ser utilizada a fim de facilitar a aprendizagem do aluno.

Palavras-chave: Xadrez. Educação Matemática. Jogo de tabuleiro.

ABSTRACT

SANTOS, Thiago Verbicário Lopes. *Chess and mathematical learning*. 2022. 96f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022.

Chess is seen as a sport of the mind, a game that uses a lot of reasoning. From this perspective, let's investigate where it relates to mathematics and the teaching-learning process in general and to see if chess can be used to help in learning math in some way trying to verify if creativity and logic worked in chess is applied in math exercises through the use of a qualifying survey with players in the field, both mathematicians and non-mathematicians as well as a descriptive and bibliographic research of related subjects both done through of dissertations and theses in the area of education and mathematics education and in publications by reference players in the sport. Seeking to understand the financial feasibility of using this game as an educational tool, both for private and public education. Once this link is done properly, we can identify if chess can be a tool to be used to facilitate student learning.

Key-words: Chess. Mathematics Education. Board Game.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tabuleiro de Xadrez.....	18
Figura 2 - Tabuleiro de Xadrez com as peças posicionadas.....	18
Figura 3 - Movimentos de peão.....	19
Figura 4 - Movimentos de Torre	20
Figura 5 - Movimentos de Bispo	21
Figura 6 - Movimento da Dama	21
Figura 7 - Movimentos do Cavalo.....	22
Figura 8 - Movimentos de Roque.....	23
Figura 9 - Um exemplo dos 960 possíveis do modelo do Fisher Random.....	25
Figura 10 - Imagem da Chaturanga	28
Figura 11 - Composição artística de Sam Lloyd.	37
Figura 12 - Composição artística de Kubbel	38
Figura 13 - Composição artística não resolvida pelo computador	39
Figura 14 - Posição da 1ª partida do campeonato mundial de 1972, entre Boris Spassky (brancas) x Robert James Fischer (negras).....	40
Figura 15 - Exercícios do livro de Maxim Blokh.....	41
Figura 16 - Respostas do Livro do Maxim Blokh	42
Figura 17 - Há quanto tempo você joga xadrez?.....	49
Figura 18 - Com que frequência você faz atividade envolvendo xadrez?.....	49
Figura 19 - Você acredita que as suas atividades no xadrez ajudaram a melhorar seu conhecimento na área de matemática?	50
Figura 20 - Qual área do conhecimento você trabalha ou pretende trabalhar?	50
Figura 21 - Calculadora obtendo o resultado da PG.....	54
Figura 22 - QUESTÃO ENEM 2009	55
Figura 23 - Questão ENEM 2018.....	56
Figura 24 - Questão 6º ano.....	61
Figura 25 - Questão 7º ano.....	62
Figura 26 - Questão 8º ano.....	63
Figura 27 - Questão 8º ano.....	64
Figura 28 - Questão 9º ano.....	65
Figura 29 - Questão 1º ano.....	66
Figura 30 - Questão 3º ano.....	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

FIDE – Fédération Internationale des Échecs

GM – Grande Mestre

MI – Mestre Internacional

PCA – Professional Chess Association

PG – Progressão Geométrica

PL – Projeto de Lei

QI – Quociente de Inteligência

SEEDUC – Secretaria de Estado de Educação

TCEC – Top Chess Engine Championship

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1 ENTENDENDO O JOGO	17
2 HISTÓRIA DO XADREZ	27
3 ESTUDO DENTRO DO XADREZ	36
4 COMPARAÇÕES COM O APRENDIZADO	43
5 OPINIÕES DE JOGADORES DE XADREZ SOBRE O TEMA.....	47
6 PROBLEMAS DE MATEMÁTICA ENVOLVENDO XADREZ.....	53
7 PROPOSTAS DE EXERCÍCIOS DE MATEMÁTICA.....	60
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
REFERÊNCIAS.....	71
APÊNDICE – PESQUISA JUNTO A JOGADORES DE XADREX DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO	78
ANEXO – APOSTILA “INTERDISCIPLINARIDADE DO XADREZ COM A MATEMÁTICA”	79

INTRODUÇÃO

Tendo em vista que a Matemática é uma disciplina ainda vista no Brasil como de difícil compreensão, com uma linguagem quase incompreensível, e que tanto os professores, quanto os alunos encontram diversas barreiras, para ensinar e assimilar, respectivamente, os recursos didáticos desempenham um papel importante no aprendizado do aluno. Ao manipular um jogo que utiliza a lógica como o xadrez, ele desenvolve um modelo de pensamento indutivo e dedutivo e passa a argumentar e a construir o conceito deste jogo lógico que podemos fazer uma associação com a matemática.

Ao manipular um material e investigar suas propriedades, o aluno consegue produzir conhecimento, experimentar combinações, desenvolver sua criatividade, interagir com os outros, e, assim, ser capaz de tomar melhores decisões em um menor tempo na sua comunidade, ter facilidade em resolver problemas do seu cotidiano e discutir hipóteses e ideias.

Um importante desafio que se coloca a todo professor, é fazer com que o aluno resolva problemas do cotidiano, e uma alternativa seria a utilização de jogos já que podemos criar problemas com esses, a fim do aluno interagir vendo esse problema na prática e não ficando só na sua imaginação.

Intuitivamente, as pessoas veem o xadrez como um jogo que explora um raciocínio lógico, sendo possível perceber algumas semelhanças entre esse esporte e a matemática. É essa relação que buscamos explorar ao longo do trabalho.

O jogo de xadrez possibilita o desenvolvimento cognitivo e ainda apresenta várias aplicações (ALMEIDA, 2010). E, a priori, realmente faz algum sentido quando vemos jogadores de xadrez declararem muitas vezes que a matemática era a sua disciplina favorita na época do colégio.

O xadrez é um esporte de que muitos se utilizam como profissão, seja dando aulas, seja buscando prêmios em torneios, ou mesmo em partidas de exibição, palestras, livros e, hoje em dia, até como plataformas de mídia como *YouTube*, *Twitch*, etc. Um enxadrista reconhecido por sua comunidade, em

geral, nesses torneios tem a sua passagem e hospedagem custeadas pela organização da competição.

A maioria dos enxadristas praticam o esporte como *hobby*, possuindo outra profissão que promova seu sustento e utilizando o xadrez como passatempo. Para ser federado, ou seja, se tornar um atleta de xadrez, qualquer praticante desse jogo pode procurar um clube de xadrez associado a Federação Internacional de Xadrez (FIDE) ou alguma federação local associada a FIDE que irá, junto com as confederações/federações, realizar o seu cadastro para jogar campeonatos oficiais.

Inclusive, dentre todos os enxadristas que foram oficialmente campeões do mundo, apenas três não tinham o xadrez como a sua profissão. Estes jogadores eram o holandês Max Euwe, campeão do mundo de xadrez entre 1935 e 1937, ele era professor de matemática, tendo se formado na Universidade de Amsterdã. O russo Mikhail Botvinnik foi formado em Engenharia Elétrica na Universidade de Leningrado. Anteriormente ele havia entrado no departamento de matemática, mas foi transferido para o departamento de engenharia elétrica devido justamente ao seu desejo e feitos pelo xadrez. E o polonês Emanuel Lasker, tendo este concluído seu doutorado na universidade de Erlangen Nürnberg, com a tese “Série Limites de Convergência” publicada na revista *Philosophical Transactions*.

Sendo assim, o presente trabalho tem como objetivo realizar um levantamento histórico acerca das características do xadrez, bem como realizar a associação entre este jogo e a educação matemática, salientando a forma como este esporte pode ser utilizado no aprendizado.

No primeiro capítulo, apresentaremos as regras do jogo e as movimentações de cada peça; no segundo capítulo faremos um breve resumo sobre a sua história; no terceiro, veremos como o xadrez é estudado pelos seus praticantes e como seus conceitos são trabalhados; no quarto capítulo, apanharemos as questões vistas nos capítulos anteriores e tentaremos vislumbrar aonde isso pode auxiliar no aprendizado da matemática; no quinto capítulo, vemos o que praticantes do xadrez consideram que melhoraram na sua aprendizagem no colégio e especialmente na área da matemática; sexto capítulo, são feitas análises de problemas de matemática em concursos usando o xadrez; no sétimo e último capítulo, fizemos propostas de exercício para

serem aplicados do sexto ano do ensino fundamental ao terceiro ano do ensino médio.

1. ENTENDENDO O JOGO

No contexto da educação, infelizmente, a Matemática é enxergada como uma ciência afastada da realidade, de difícil compreensão e, principalmente, causadora de uma percentagem alta de reprovações (D'AMBROSIO, 1986). A fim de reverter esse quadro, passamos a analisar a validade do xadrez como ferramenta didática para o ensino da disciplina.

De acordo com o PL 5840/16 (BRASIL, 2016, p. 01), o xadrez pode ser reconhecido como esporte da mente. Afinal, o xadrez é um jogo competitivo onde o principal fator para se triunfar sobre o oponente é se utilizar do seu raciocínio.

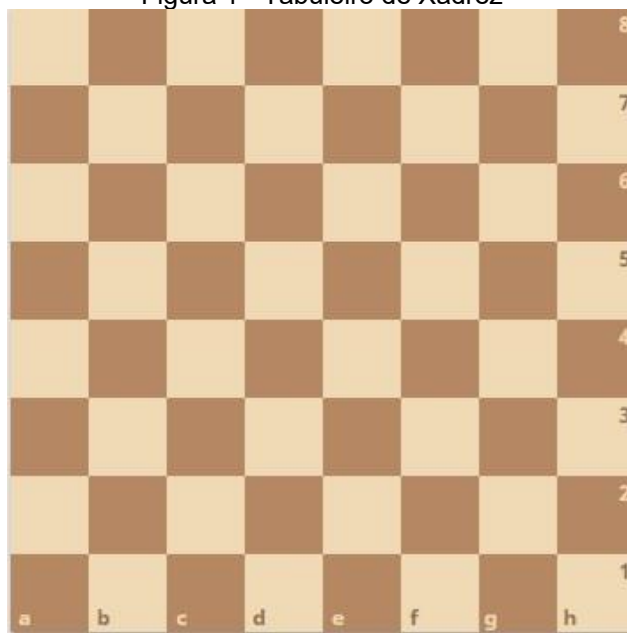
Nesta seção do trabalho, será feita uma breve explicação acerca do funcionamento do esporte xadrez. Isso se faz necessário para facilitar o entendimento desse jogo.

O xadrez é um jogo de tabuleiro que contém 64 casas quadradas de mesma área, as quais possuem duas cores (clara e escura), intercaladas entre si, e só podem ser ocupadas por uma única peça. Para facilitar a orientação de cada casa, representamos uma letra (de A a H) para cada coluna, e um número (de 1 a 8) para cada linha. Conforme podemos ver na figura 1.

Cada jogador dispõe de 16 peças representadas pelas cores escura (as peças 'escuras') e clara (as peças 'brancas'), sendo elas: oito peões, dois cavalos, dois bispos, duas torres, uma dama e um rei.

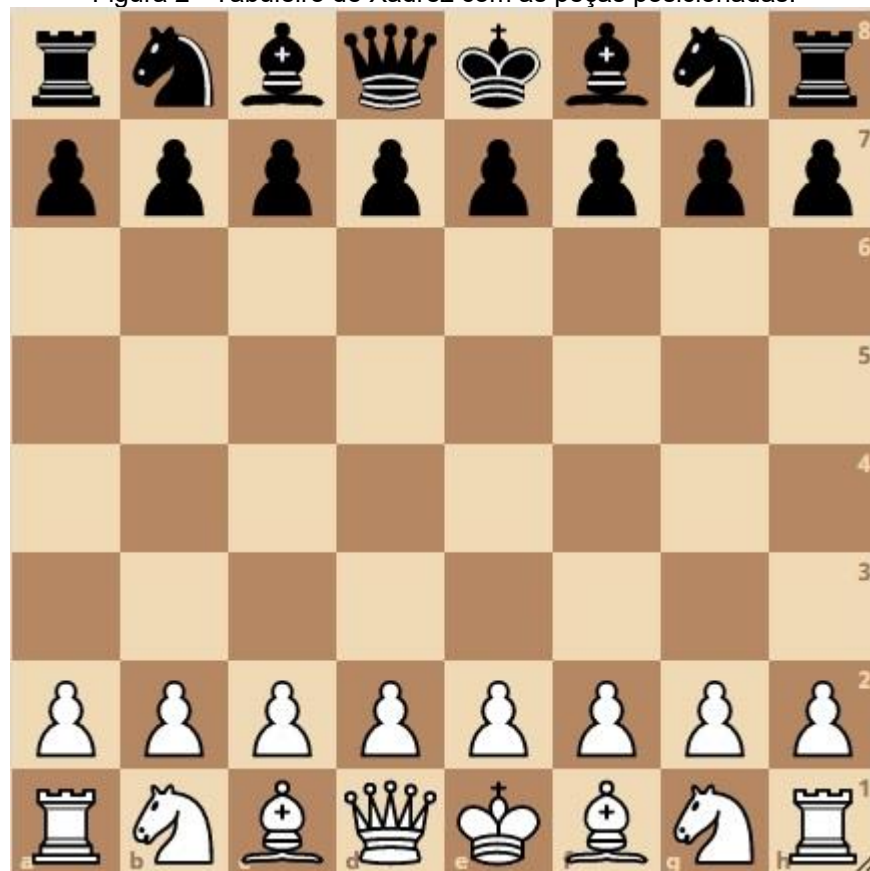
Inicialmente, as peças estão dispostas da seguinte maneira: os peões são representados na segunda fileira de cada campo. Na primeira fileira de cada campo as torres se encontram nas pontas, com os cavalos ao lado das torres e os bispos ao lado dos cavalos. Cada rei fica nas casas e1 e e8 e as damas nas casas d1 e d8, como vemos na figura 2.

Figura 1 - Tabuleiro de Xadrez



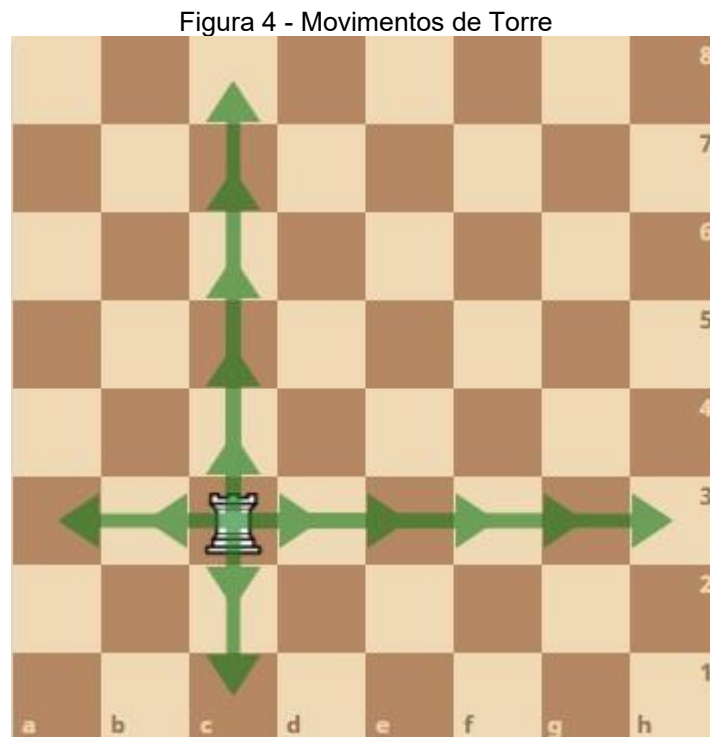
Fonte: Acervo pessoal

Figura 2 - Tabuleiro de Xadrez com as peças posicionadas.



Fonte: Acervo pessoal.

As torres podem andar pelas linhas e colunas, podendo atravessar quantas casas o jogador quiser. Ela captura as peças da mesma forma que ela se movimenta, a torre não pode atravessar qualquer peça, seja do oponente, seja a sua própria.



Fonte: Acervo pessoal.

Os bispos movimentam-se na diagonal e podem se mover através de inúmeras casas, ficando a cargo do jogador essa decisão³. A captura de uma peça adversária se faz da mesma forma que é feita a movimentação. Um bispo não pode atravessar nenhuma peça. Seus movimentos se encontram na figura 5.

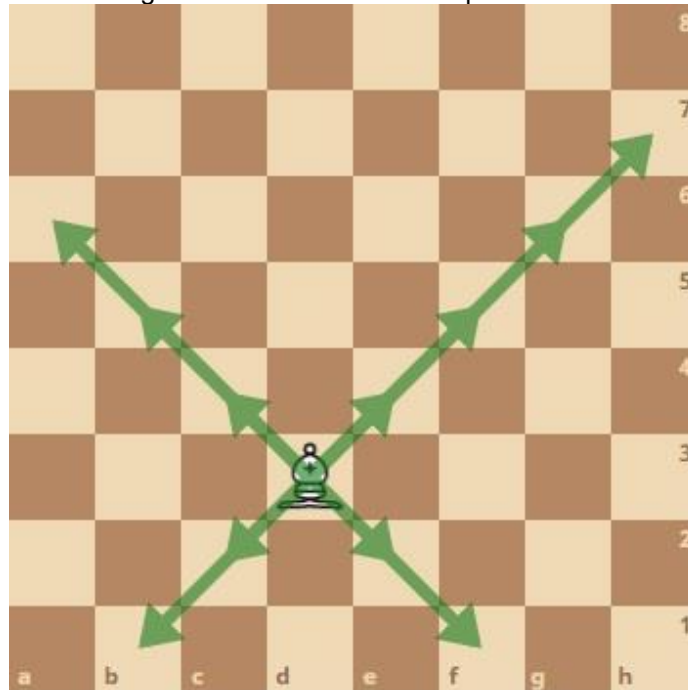
Em relação à dama⁴, o movimento da mesma pode ser visto como a união dos movimentos da torre e do bispo. Caso as casas através das quais ela precisa se mover estiverem ocupadas, o jogador pode ou não capturar a peça em movimento, ficando a cargo dele essa decisão. Como os bispos e

³ Movimentos - Bispo, Cavalo e Peão. **Só Xadrez**. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2013-2021.

⁴ Movimentos das Peças. **Só Xadrez**. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2013-2021.

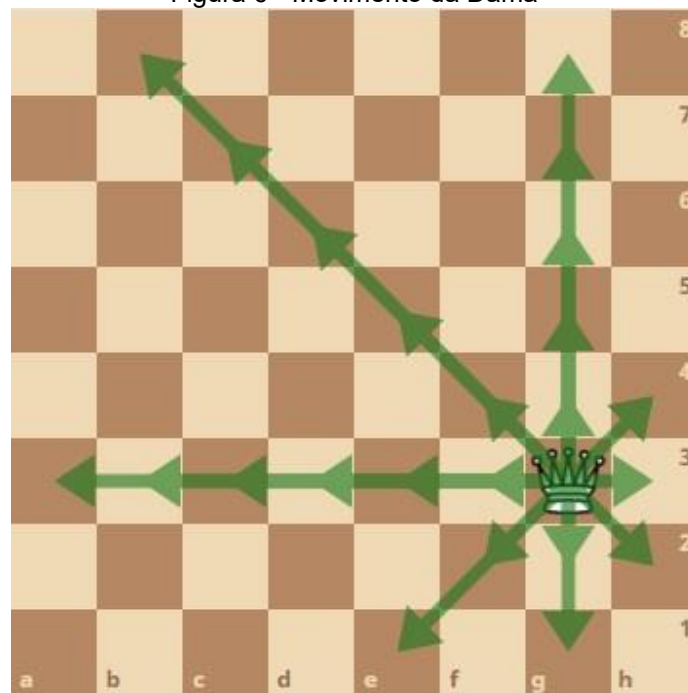
torre, a dama também não pula nenhuma outra peça. Os movimentos dela, estão na figura 6.

Figura 5 - Movimentos de Bispo



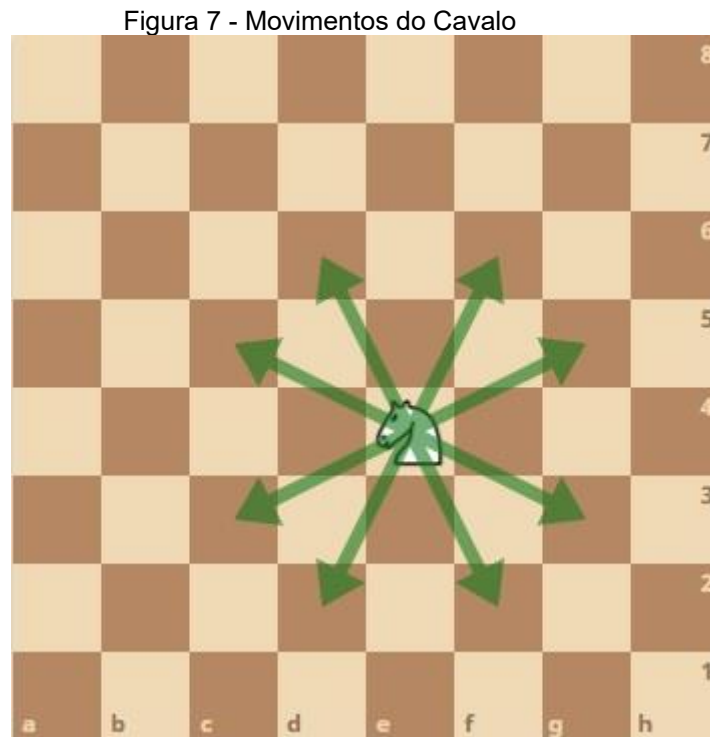
Fonte: Acervo pessoal.

Figura 6 - Movimento da Dama



Fonte: Acervo pessoal.

Os cavalos são as únicas peças que atravessam uma casa ocupada durante o seu percurso. Eles fazem um movimento de duas casas para um lado qualquer e uma perpendicular a este lado que andou⁵. A sua forma de capturar também se faz da mesma forma que a sua movimentação.



Fonte: Acervo pessoal.

Por fim o Rei, ele possui o mesmo movimento da dama, mas apenas uma casa por vez. O rei tem uma particularidade de não poder se movimentar que o adversário esteja ameaçando.

Além de todos esses movimentos já descritos, existem dois movimentos especiais chamados “roque maior” e “roque menor”, que possuem o objetivo de proteger o rei. O roque é um movimento onde o rei anda duas casas para um dos lados e a torre passa a ficar do lado oposto para onde esse Rei se movimentou. Esse movimento só é possível em determinadas situações, tais como: o Rei não tenha se movimentado; a torre em questão também não tiver se movimentado; não exista nenhuma peça bloqueando o caminho do Rei ou

⁵ O Percurso do Cavalo no Xadrez. **Superinteressante**, nov. 2009.

da torre; as casas por onde o rei atravessar durante esse movimento não estejam sendo ameaçadas por uma peça adversária. O lado onde a torre se movimenta mais, chamamos de roque maior, enquanto o lado onde ela se movimenta menos, chamamos de roque menor. Na figura a seguir há a apresentação de um roque maior de negras, e um roque menor de brancas, a torre se movimentando para a parte circulada em ambos os casos.



Fonte: Acervo pessoal.

Quando uma peça se movimenta para uma casa ocupada pela peça do oponente, esta peça é dita “capturada”, ou seja, ela sai do jogo.

Uma partida de xadrez é empatada caso ocorra determinadas situações, tais como: não seja possível que o jogador faça um movimento na sua vez, o que chamamos de Rei afogado; ambos os jogadores concordem com o empate; ter a mesma configuração de peças três vezes consecutivas; ambos os jogadores não terem material possível para realizar um xeque mate; cinquenta lances jogados sem que nenhuma peça seja capturada; o tempo do jogador se esgote, mas o outro não tenha material suficiente para dar xeque mate.

O objetivo do jogo é dar xeque mate no oponente, o que, em linhas gerais, ocorre quando o Rei adversário está sendo ameaçado por uma peça do oponente e este Rei não tem um movimento possível para se fazer, e, além

disso, que não haja ao menos uma peça que possa interromper a ameaça ao Rei.

Outra maneira de ganhar o jogo é ter peças suficientes para dar xeque mate e seu adversário tenha seu tempo esgotado.

As partidas mais clássicas de xadrez são com um tempo extenso o suficiente para que não seja problema aos jogadores, assim permitindo uma melhor qualidade dos movimentos, pois cada um destes pode ser bem avaliado pelo jogador.

As anotações dos movimentos podem ser feitas de forma referencial ou de forma algébrica. As formas algébricas de anotação dos movimentos são realizadas ao se inserir primeiro a letra inicial, em maiúsculo, da peça que queremos mover, e posteriormente escrevemos em letra minúscula para qual casa queremos que essa peça vá. Por exemplo, Da4 significa que a dama está se movendo para a casa de a4. Caso a peça seja um peão, basta colocar a casa para qual esse peão está se movendo. Se tivermos peças com a mesma inicial podendo mover-se para esta casa, descrevemos a casa que a peça estava. Cdb7 significa que o cavalo que estava na coluna d foi para a casa b7. Se ainda tivermos dois cavalos na coluna d, devemos informar em qual linha ele se encontra como, por exemplo, C8d7 significa que o cavalo que se encontra na oitava linha foi para a casa d7.

Numa situação em que a peça jogada esteja capturando uma peça do oponente que está ocupando essa casa, então escrevemos o símbolo “x”, e, em sequência, a inicial da peça capturada em maiúsculo. Por exemplo: TxBf3 significa que a torre foi jogada para a casa f3 onde está ocupada pelo bispo do adversário e este bispo sai do jogo.

Caso algum movimento represente uma ameaça ao rei, colocamos o símbolo de “+” ao término da anotação para representar o xeque. Por exemplo, Ce6+ significa que o cavalo foi movido para a casa de e6, e nesta casa o cavalo está a um movimento do Rei adversário.

O xeque mate é representado pelo símbolo “#” ou então por “++”. Essas anotações são feitas em partidas pensadas oficiais, conforme o regulamento da competição.

Existe também o modelo *Fischer random*, ou *chess960* (FPX, 2018, p. 31)⁶, que é outro jogo, mas uma variação do xadrez tradicional. As peças da primeira fila estão distribuídas de maneira mais aleatória, e as únicas regras gerais são que o rei precisa ter uma torre do lado esquerdo e uma do lado direito, podendo ter qualquer distância da torre, mas obrigatoriamente uma de cada lado. E necessariamente o par de bispos precisam ser de casas de cores diferentes, as peças negras espelham as peças brancas e as regras de movimento são idênticas ao xadrez tradicional. Com isso, há 960 possibilidades distintas de começar uma partida.

A ideia desse modelo foi proposta pelo campeão mundial da década de 70, Bobby Fischer⁷, para que os jogadores escapassem de um modelo de abertura. Basicamente toda nossa análise aqui também serve para esse modelo.

Figura 9 - Um exemplo dos 960 possíveis do modelo do Fisher Random



Fonte: Acervo pessoal.

⁶ Federação Portuguesa de Xadrez. **Leis do Jogo de Xadrez da Federação Internacional de Xadrez (FIDE)**. Lisboa, 2018.

⁷ Xadrez Aleatório de Fischer - Xadrez 960. **p4r.com.br**. Disponível em: <http://www.p4r.com.br/pdfs/P4R.COM.BR-0212-Fischer_Random_Chess.pdf>. Acesso em: 03.out.2021.

Anteriormente, Capablanca⁸, outro campeão do mundo, já havia proposto mudanças ao jogo de xadrez, adicionando duas colunas a mais além de duas novas peças. Ele propôs esse modelo porque temia que, ao longo do tempo, sendo mais aprofundada a teoria do xadrez pelos grandes mestres, haveria muitos empates. Este modelo seria conhecido como xadrez de Capablanca⁹. Mas nem de perto foi tão difundido quanto o do citado *chess960*.

⁸ LEITÃO, Rafael. **Nova York 1927: Capablanca 2700 e uma das maiores atuações da história do xadrez.**

⁹ Xadrez Capablanca. **Só Xadrez.** Virtuoso Tecnologia da Informação, 2013-2021. Disponível em: <<http://www.soxadrez.com.br/conteudos/variantes/v4.php>>. Acesso em: 03.out.2021.

2. HISTÓRIA DO XADREZ

Existem diversas prováveis origens do xadrez¹⁰. Alguns historiadores afirmam que ele se originou na Índia¹¹, enquanto outros acreditam que ele teve origem no Egito¹², o que é perfeitamente plausível, visto que esse jogo foi criado no século VI, logo não temos referências tão confiáveis para se ter precisão quanto a sua origem. Assim foi originado o predecessor do xadrez, chamado de Chaturanga¹³. Conforme podemos ver na figura 10.

Conforme a Chaturanga, também conhecida como Shatranj, foi se difundindo através da sociedade, principalmente na Europa ocidental, foram sendo criadas novas regras e diferentes peças foram introduzidas ao jogo conferindo um caráter cristão.

O *shatranj* foi levado para a Rússia a partir do século IX, principalmente através da rota de comércio Mar Cáspio-Volga. Cristãos bizantinos difundiram o jogo pelos Bálcãs e Vikings fizeram o mesmo na região do Báltico, tudo isso num período anterior à conquista mongol de 1223. (CASTRO, 1994, p. 03.)

¹⁰ CASTRO, Celso. **Uma história cultural do xadrez**. Cadernos de Teoria da Comunicação, Rio de Janeiro, v.1, nº2, p.3-12,1994.

¹¹ Como e Onde Surgiu o Xadrez. **Superinteressante**, 2000.

¹² LEITÃO, Rafael. **A História do Xadrez Moderno**.

¹³ Charutanga. **Chess.com**.

Figura 10 - Imagem da Chaturanga



Fonte: chess.com.

Esse caráter cristão pode ser evidenciado através da substituição da peça Firzan que representa o conselheiro do Rei na Pérsia (LAUAND, 2011, p. 04) pela Dama, dos Bispos representando o clero (que substituíram os elefantes) e as Torres representando os castelos. Assim, se originou o xadrez como vemos nos dias atuais. Conforme CASTRO (1994, p. 03):

A Igreja a princípio se opôs ao jogo, possivelmente devido ao uso freqüente de apostas. Surgiram alguns editos proibindo o clero de jogar, notadamente um do cardeal Damiani em 1061. Entretanto, por volta do século XIII essa proibição foi relaxada ou esquecida, e o xadrez passou a gozar de popularidade entre várias ordens religiosas. Alguns de seus membros inclusive usaram o xadrez em alegorias conhecidas como “moralidades”, comuns na literatura européia da Idade Média, e que tentavam dar uma explicação simbólica ou alegórica do jogo, encontrar paralelos entre a organização da vida e atividade humanas e o xadrez.

Ao final do século XV e início do século XVI tem início a produção dos primeiros livros de xadrez. Nesse período se consolida o xadrez como conhecemos hoje, com a inclusão dos movimentos “roque” e “*en passant*”, já explicados anteriormente.

Mas foi apenas no século XVIII, com François-André Danican Philidor¹⁴, que se começou a discussão sobre os aspectos estratégicos e as estruturas de peões. Philidor, nasceu em Londres; além de jogador e escritor, foi responsável por algumas composições importantes para o xadrez, tendo como base os finais de torre e peão. Segundo CASTRO (1994, p. 07):

O xadrez também não ficou alheio ao igualitarismo iluminista da fase pré-revolucionária. Cinquenta anos antes da tomada da Bastilha, foi publicado o livro fundador do xadrez moderno, por um compositor de música e jogador de xadrez chamado Philidor (1726-95) L' analyse des échecs, que teve enorme sucesso. Nesse livro, é pela primeira vez descrita a estratégia do jogo como um todo e afirmada a importância decisiva da formação de peões, até então os elementos menos considerados do jogo, por serem o de menor poder ofensivo. Mas era época do Iluminismo, e os peões foram revalorizados por Philidor numa frase famosa: "eles são a alma do xadrez."

Até meados do século XIX, o xadrez se constituía em uma atividade apenas recreativa. A partir dessa data, isso se transformou de um jogo de recreação para um esporte competitivo, com Adolf Anderssen, vencedor do primeiro grande torneio Europeu de Xadrez, tendo perdido posteriormente para Paul Morphy¹⁵.

Aliás, vale a pena ressaltar que este último¹⁶ era considerado um gênio intelectual, que se formou como advogado nos EUA aos vinte anos. Na época, não poderia exercer a profissão nessa idade, motivo pelo qual percorreu a Europa, onde jogou xadrez contra os grandes enxadristas da época e não perdeu nenhum *match*.¹⁷ Depois do seu *tour* na Europa, Paul Morphy voltou aos Estados Unidos, passou a exercer a advocacia e abandonou o xadrez.

Nesse período, também começou a ter mais partidas oficiais catalogadas, o que permitiu, posteriormente, a medição do *rating* dos jogadores, que é uma pontuação que qualifica o nível de jogo do enxadrista¹⁸.

O primeiro campeonato oficial de xadrez ocorreu em 1886, que teve como campeão Wilhelm Steinitz¹⁹. Este jogador é responsável pela criação dos fundamentos do xadrez posicional, onde o jogador procura ganhar pequenas

¹⁴ LIMA, Kleyton de Alcântara. **François-André Danican Philidor**. In: XADREZ TOTAL, 2020.

¹⁵ Adolf Anderssen. **Stringfixer**. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Adolf_Anderssen>. Acesso em: 19.jun.2021.

¹⁶ Paul Morphy. **Stringfixer**. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Paul_Morphy>. Acesso em 19.jun.2021.

¹⁷ *Match*: sequência de partidas contra determinados jogadores.

¹⁸ HEINRICH, Vivian. Rating - Parte I. **Xadrez Total**.

¹⁹ LEITÃO, Rafael. **Os Acontecimentos Mais Marcantes do Xadrez Moderno**.

vantagens estratégicas (CASTRO, 1994, p. 07), e perde o título para Emanuel Lasker, um professor de matemática, em 1894²⁰.

Em 1914, foi criada a Federação Internacional de Xadrez (FIDE)²¹, que é a federação responsável pela organização do xadrez e de seus campeonatos em nível internacional. O primeiro campeonato organizado pela FIDE foram as Olimpíadas de Xadrez em 1924, que acontecem ainda atualmente²².

Lasker desenvolveu a teoria dos princípios do jogo na abertura, priorizando o desenvolvimento das peças, saindo normalmente com o cavalo primeiro, tomando cuidado para a dama não sair prematuramente, buscar o controle do centro, entre outros conceitos. Ele se tornou o jogador que por mais tempo foi campeão mundial, tendo seu reinado durado até 1921 quando o cubano José Raúl Capablanca o derrotou.

Na década de 1920, começa a difusão sobre os conhecimentos relacionados ao xadrez. Em 1925, Aaron Nimzowitsch publicou seu livro intitulado como “Meu Sistema – O Primeiro Livro de Ensino de Xadrez”²³. Já em 1927, o russo Alexander Alekhine venceu o duelo contra o cubano José Raúl Capablanca consagrando-se como campeão mundial. O interessante deste duelo é que Capablanca era considerado o “Mozart” do xadrez, aprendeu sozinho ao ver o seu pai jogar, isso com apenas quatro anos de idade²⁴. O cubano possuía uma grande habilidade para o xadrez. Já Alekhine era mais estudioso, preparava melhor as suas aberturas e seus jogos. E nesse duelo, o estudo venceu o talento natural.²⁵

Durante esse período da década de 1920, houve a consolidação do xadrez hipermoderno²⁶, que consiste numa preparação mais elaborada do jogo, um profundo estudo em relações a aspectos estratégicos como controle do centro, colunas e ativação das peças.

²⁰ *Idem*. **Grandes enxadrstras: conheça a história de Wilhelm Steinitz.**

²¹ *Idem*. **A História das Olimpíadas de Xadrez.**

²² *Ibidem*.

²³ Aaron Nimzowitsch. **Tabuleiro de Xadrez.** Disponível em: <<https://www.tabuleirodexadrez.com.br/aaron-nimzowitsch.html>>. Acesso em: 11.out.2021.

²⁴ KASPAROV, Garry. Jô Soares entrevista Garry Kasparov. Entrevista concedida a Jô Soares. **Globo**, Rio de Janeiro.

²⁵ LEITÃO, Rafael. **Grandes Rivalidades: Capablanca x Alekhine.**

²⁶ Escola Hipermoderna de Xadrez. **Tabuleiro De Xadrez.** Disponível em: <<https://www.tabuleirodexadrez.com.br/escola-hipermoderna-de-xadrez.html>>. Acesso em: 11.out.2021.

Alekhine chegou a perder seu título de campeão mundial para o então matemático holandês Max Euwe, mas logo recuperou o título e o manteve até a sua morte num hotel em Portugal quando se preparava para defender seu título em 1947 contra outro russo, Mikhail Botvinnik, formado em Engenharia Elétrica.

Botvinnik por sua vez teve importância fundamental para a escola soviética de xadrez, foi campeão mundial de xadrez, seu jogo era caracterizado por uma profunda preparação, tanto nos aspectos psicológicos como técnicos, além disso ele ainda formou três outros campeões mundiais: Karpov, Kasparov e Kramnik.²⁷ Além de outros jogadores que foram influenciados por este modelo, que tiveram notáveis reconhecimentos pela comunidade enxadrística.

Entre as décadas de 40 e 50 do século passado, aumentava-se o interesse na programação de um computador de xadrez. Claude Shannon²⁸, conhecido como pai da moderna teoria da informação, e Alan Turing²⁹, conhecido como pai do computador moderno, foram grandes nomes durante esse período, que se interessaram em criar um programa que jogasse xadrez.

Em 1949, Shannon escreveu um artigo intitulado de *“Programming a Computer, For Playing Chess”* (tradução livre “Programando um computador para jogar xadrez”). Neste trabalho, foi realizada uma descrição de um algoritmo para a máquina de xadrez. Simultaneamente, Turing desenvolveu seu próprio programa de xadrez, o *“Turbochamp”*. Quando Turing tentou implementar a programação no “Ferranti Mark I”, o primeiro computador disponível comercialmente, não logrou êxito. Apesar disso, o programa foi testado manualmente em 1951³⁰. Alguns estudiosos relatam a existência de um encontro entre esses intelectuais em 1953, mas não fornecem maiores detalhes sobre esse contato (HODGES, 1992, p. 243-252).

Em 1950, a FIDE passou a intitular seus jogadores com os seguintes títulos: candidato a mestre, mestre FIDE, mestre internacional e grande mestre. Os jogadores que praticavam o xadrez antes dessa época receberam a honraria de acordo com os critérios da federação.

²⁷ LEITÃO, Rafael. **Grandes Enxadristas: Mikhail Botvinnik.**

²⁸ Claude Shannon: conheça o pai da teoria da informação. Mentalidades Matemáticas. **Instituto Sidarta**, 2021.

²⁹ REDAÇÃO GALILEU. 17 Fatos e Curiosidades sobre a Vida do Allan Turing. **Galileu**, 2018.

³⁰ MISTREVER. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

A partir da década de 1950, foram criados muitos programas que resolviam problemas básicos de xadrez, mas foi somente em 1957 que o engenheiro da IBM, Alex Bernstein, criou o primeiro programa automatizado totalmente capaz de jogar uma partida de xadrez do início ao fim. As primeiras popularmente conhecidas como “*engines* de xadrez”, eram bastante fracas, conseguiam jogar, mas não apresentavam qualquer desafio a um ser humano.

Na década de 1960, surgiu o algoritmo *MiniMax*³¹, desenvolvido por John Von Neumann, aplicado nas *engines* de computadores. O *MiniMax*, em conjunto com um *hardware* e *software* mais aprimorados, possibilitou que em 1967, pela primeira vez, uma máquina vencesse um ser humano numa partida.³²

Em 1972, no auge da guerra fria, houve um duelo entre o jogador dos Estados Unidos, Robert James Fischer, e o soviético Boris Spassky. Esse confronto foi um dos símbolos da guerra e Bobby Fischer conseguiu sair vencedor do *match*.³³

Bobby Fischer nunca defendeu seu título, ele fez várias imposições para a FIDE, sobre as quais não chegaram num acordo. Com isso, Anatoly Karpov, que seria o desafiante, foi proclamado campeão mundial³⁴.

Na década de 1970, Botvinnik produziu importantes pesquisas para programas de xadrez em computadores³⁵. Em 1970, foi criado em Nova Iorque o primeiro torneio de xadrez entre máquinas, e, em 1974, houve o primeiro campeonato mundial entre máquinas. Em 1976, a *engine* Chess 4.5 venceu um torneio de jogadores “classe B” na Califórnia; essa mesma *engine*, no ano seguinte, venceu um jogador “classe A”³⁶. O mestre internacional David Levy conseguiu vencer a sua aposta contra a *engine* Kaissa em 1977, e contra a *engine* MacHack em 1978.

³¹ *Idem.*

³² *Idem.*

³³ PEREIRA, José Manuel Blanco. Batalha épica na Guerra Fria: Fischer x Spassky. **Associação Leopoldinense de Xadrez - ALEX**, 2013.

³⁴ WCC: Fischer vs. FIDE, 1975. **Chess Games**. Disponível em: <<https://www.chessgames.com/perl/chesscollection?cid=1027140>>. Acesso em: 14.out.2021.

³⁵ LEITÃO, Rafael. **Grandes Enxadristas: Mikhail Botvinnik**.

³⁶ MISTREVER. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

Isso já indicava que era uma questão de tempos para as *engines* se tornarem mais eficazes que os melhores seres humanos, apesar de até então não conseguirem atingir esse patamar.

Em 1985, Garry Kasparov derrota Karpov e passa a ser o campeão mundial mais jovem de xadrez até então³⁷. Nessa década, principalmente nos Estados Unidos, os computadores pessoais tiveram ampla popularização, e isso fez com que o interesse de *softwares*, incluindo *engines* de xadrez aumentasse significativamente, capitalizando essas *engines*. Para se ter uma ideia desse número, somente em 1982, as companhias de xadrez para computador atingiram um patamar de 100 milhões em vendas³⁸.

Esse interesse comercial impulsionou o melhoramento dos motores de xadrez. Em 1982, Edward Fredkin, professor de computação na Universidade de Carnegie Mellon, ofereceu vários prêmios para conquistas na programação de *engines* de xadrez, conhecidos como prêmio Fredkin, com valores que variavam entre 5.000 dólares e 100.000 de acordo com as conquistas.³⁹

A *engine* Deep Thought, atingiu o nível de mestre e grande mestre, ganhando os dois primeiros prêmios Fredkin. Em 1988, ela dividiu o primeiro lugar num torneio com o GM Tony Miles, e, em 1989, ela bateu facilmente o MI David Levy por 4 a 0 (o mesmo que outrora duvidou e fez a aposta contra as *engines*).⁴⁰

Foi um grande avanço, mas surge, então, o seguinte questionamento: as *engines* seriam capazes de derrotar o campeão mundial? A resposta para esta pergunta naquela época é “não”, pois, como podemos observar, em 1985 Gary Kasparov derrotou numa “simultânea” em Hamburgo, todas as 32 *engines* diferentes que o desafiaram, e, em 1989, ele derrotou a *Deep Thought* por 2 a 0.⁴¹

Em 1993, ocorreria um duelo entre Kasparov e Nigel Short pela disputa do título mundial. Porém, a FIDE definiu as cidades do combate sem consultar os jogadores, o que levou a uma revolta por parte dos participantes com a

³⁷ VASCONCELOS, Yuri. Kasparov vs. Karpov: Duelo de Titãs. **Aventuras na História**, São Paulo, nov.2018.

³⁸ MISTREVER. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

³⁹ *Idem*.

⁴⁰ *Idem*.

⁴¹ *Idem*.

instituição, e à posterior criação da PCA, uma liga para enxadristas. Por esse motivo, nessa época ocorriam dois campeonatos mundiais distintos, um organizado pela FIDE e outro pela PCA, tendo o campeonato organizado pelo PCA maior relevância⁴².

A PCA acaba falindo em 1998, quando, então, Kasparov cria a WCC, o conselho mundial de xadrez que manteve as disputas de campeonato mundial distantes da FIDE.

Os pesquisadores envolvidos no projeto da *Deep Thought* foram contratados pela IBM, e começaram a desenvolver uma versão mais potente da *engine*, que foi batizado de “*Deep Blue*”⁴³. Na década de 1990, houve vários duelos entre homens e máquinas, torneios até com a presença de ambos, mas nenhum deles ficou mais marcado que o duelo que ocorreu em 1996, onde a *Deep Blue* derrota Garry Kasparov, a primeira vez que uma *engine* derrota um campeão mundial, e já na primeira partida do confronto, no entanto Kasparov conseguiu sair vencedor do *match* obtendo um resultado de 4 a 2. Mas logo no ano seguinte, em 1997 num *rematch*, a *engine Deep Blue* derrotou Garry Kasparov, e o maior prêmio Fredkin vai para os pesquisadores da equipe do *Deep Blue*⁴⁴.

Em 2000, Vladimir Kramnik destrona Kasparov e passa a ser o novo campeão mundial; em 2006, reunificaram os títulos de campeão mundial novamente com a FIDE organizando, com Kramnik neste momento enfrentando Veselin Topalov, campeão pela FIDE na época, derrotando-o e tornando-se, assim, campeão mundial⁴⁵.

A última partida de um campeão mundial enfrentando uma máquina foi de Vladimir Kramnik contra Deep Fritz em 2006⁴⁶.

Em 2010, foi criado o TCEC, organizado pela Chessdom. As principais *engines* de computador que disputam a TCEC são Komodo, Houdini, Stockfish, LCZero, AllieStein e Rybka.

Em junho de 2012, como forma de homenagear o que seria o centenário de Alan Turing, a University Of Manchester fez algumas mudanças no antigo

⁴² JALES, Luís Fábio Alves. PCA, uma concorrente da FIDE. **Batalha de Mentes**, 2020.

⁴³ MISTREAVAR. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

⁴⁴ *Idem*.

⁴⁵ LEITÃO, Rafael. **FIDE X PCA: A Divisão do Xadrez**.

⁴⁶ MISTREAVAR. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

projeto Turbochamp para colocá-lo em prática, e convidou Kasparov para testá-lo. A *engine* não era capaz de derrotar o russo, mas ainda assim é interessante o feito de Turing, que mesmo escrevendo num papel, com limitados recursos e estudos, na época, foi capaz de fazer uma *engine* de xadrez. Em 2013, o norueguês Magnus Carlsen⁴⁷ passou a ser campeão mundial, título que mantém até os dias atuais.

Em 2017, um grupo de pesquisadores do Google publicou o artigo “*Mastering Chess and Shogi by Self-Play with a General Reinforcement Learning Algorithm*”, (tradução livre: “Dominando xadrez e *shogi* por jogo automatizado com um algoritmo de *Reinforcement Learning*”). Foi criada a *engine* AlphaZero que agora não usa mais uma função de aproximação linear para avaliar uma posição, e sim uma aproximação não linear através de redes neurais⁴⁸. Ao invés de usar força bruta, o Google *AlphaZero* é capaz de aprender com seus erros. Os cientistas colocaram a *AlphaZero* para jogar contra ela mesma durante várias partidas, e, assim, ela foi cada vez aprendendo mais. Em um teste contra a maior *engine* da época, o Google *AlphaZero*, em 100 partidas, ganhou 28 e empatou as outras 72, não teve sequer uma derrota. Com isso, no ano de 2021 o *Stockfish*, a *engine* mais utilizada no xadrez, passa a adotar também as “redes neurais”⁴⁹.

⁴⁷ AIDAR, Laura. Magnus Carlsen - Jogador de Xadrez Norueguês. **Ebiografia**.

⁴⁸ MISTREAVAR. Chess Computer Engines. **Chessentials**.

⁴⁹ *Idem*.

3. ESTUDO DENTRO DO XADREZ

Já conhecemos como funciona o jogo de xadrez, e fica o questionamento de como um jogo de funcionamento razoavelmente simples pode contribuir para a aprendizagem da matemática. O xadrez é a união de tática, estratégia, cálculo e criatividade.

A partir dos movimentos do jogo, podem ser criados diversos temas táticos⁵⁰, que são posições específicas que permitem algum ganho na partida, seja material (ganho de peças sobre o oponente) ou mesmo o xeque-mate.

Para citar alguns exemplos, temos o tema da cravada de uma peça, desvio, duplo ataque, peça sobrecarregada, rei no centro, rei sem respiração, roque com estrutura de peões fracas⁵¹ ou desguarnecida de peças, desvio, interferência, raio-x, *zugzwang*⁵².

Existem também situações estratégicas nas partidas de xadrez, ou seja, não necessariamente implica ao ganho imediato de peça ou da partida. Esses elementos estratégicos se tratam de conceitos, os quais são importantes para conseguir obter sucesso na partida.

No livro “Meu Sistema” de Nimzovitsch, são trabalhados os seguintes elementos: o centro, as colunas abertas, o jogo na sétima e oitavas fileiras; o peão livre; o bloqueio e a cravada; o xeque descoberto; a troca; a cadeia de peões. (NIMZOVITSCH, 2007, p. 11). E existem ainda muitas outras, como peão isolado, ataque da minoria, etc.

Estes elementos estratégicos são os que provocam as táticas e os cálculos. Aliás, “cálculos” por sua vez é o nome dado pelos enxadristas quando estes buscam imaginar as situações que o seu movimento pode gerar ao oponente. Ou seja, ele estimula diretamente a imaginação do jogador.

⁵⁰ Temas táticos. **Chesstempo**. Ao leitor que queira se inteirar sobre cada um desses temas táticos. Disponível em: < <https://pt.chesstempo.com/tactical-motifs>>. Acesso em 26.ago.2022.

⁵¹ Pawn Structure. **Chess**. Disponível em: < <https://www.ichess.net/blog/pawn-structure-in-chess/>>. Acesso em 26.ago.2022.

⁵² O Zugzwang é um termo alemão que significa “obrigado a jogar”. A ideia por trás desse termo é que em algumas posições seria vantajoso para um jogador pular a sua vez, porque mover qualquer peça beneficiaria seu oponente. (Zugzwang. *In*: Termos de Xadrez. **Chessentials**.)

É importante considerar que essa imaginação é dada a partir de que se conhece melhor os elementos estratégicos. Este conhecimento pode ser dado através de estudos, análises ou mesmo por experimentações.

Dentre as facetas do xadrez, é interessante citar as “composições”, as quais não decorrem necessariamente de uma partida jogada, mas sim o compositor em questão posiciona as peças de maneira surpreendente pela quantidade de peças, um jogador possui uma vitória forçada, ou até mesmo consegue um empate inesperado através de um lance criativo.⁵³

Para ilustrar melhor como esses temas são trabalhados, tomaremos alguns exemplos de composições que consideramos as mais marcantes em um jogo de xadrez. Nesta primeira composição, as brancas jogam e conseguem ganhar de maneira forçada.

Figura 11 - Composição artística de Sam Lloyd.



Fonte: Acervo pessoal.

A resposta para o lance das brancas seria Da5 (dama se movimenta para casa a5). O interessante desse lance é que deixa as peças negras sem

⁵³ LEITÃO, Rafael. **Dicas para aprimorar o seu Cálculo no Xadrez.**

jogada (o que chamamos de *zugzwang*), não existe movimento de peão ou do rei possível, se qualquer uma das torres se movimentar, interfere em um dos dois bispos ou mesmo ocorre a captura das mesmas torres com xeque mate. Se os bispos se movimentarem ou atrapalham as torres, desguarnecem as casas de f5 (onde se desguarnecê-las, teremos xeque mate com Cf5), b4 (onde teremos xeque mate com Dxb4), e se jogar Bc5, teremos Da1 com xeque mate.

As composições também podem ser apenas para conseguir empate mesmo que o jogador esteja numa situação inferior de peças. A seguir, vemos uma composição de Kubbel (1921) onde as brancas jogam e conseguem buscar um empate forçado.

Figura 12 - Composição artística de Kubbel



Fonte: Aprendendo a calcular – Rafael Leitão.

O incrível lance jogado para as brancas é Cd4. O que impressiona é que as peças negras têm muitos movimentos possíveis para serem feitos e além disso aparentemente estão entregando o cavalo. Não vamos entrar em todas as complexidades que esse lance envolve, apenas se jogarmos BxCd4 teremos então Ta3+ e, após qualquer lance com o rei, teremos Tb3, ganhando a dama e levando o jogo para o empate. Caso DxCd4, segue Ta3+ e ficaremos dando xeque até o rei ir para a quarta coluna. Quando ele chegar na quarta coluna,

jogaremos Td3, e se DxD3, o rei das brancas ficará na posição de “afogado”, ou seja, sem casa para se mover.

Nem todos os problemas podem ser resolvidos por computadores, mesmo que estes consigam calcular muitos lances na frente. Às vezes falta um entendimento e a criatividade humana. Temos bons exemplos disso acontecendo no xadrez, por exemplo:

Na composição a seguir, a setinha mostra o lance sugerido pela *engine* Stockfish, uma das principais do mercado atual. A pontuação 0.0 registra que o computador considera a posição completamente empatada.

Figura 13 - Composição artística não resolvida pelo computador

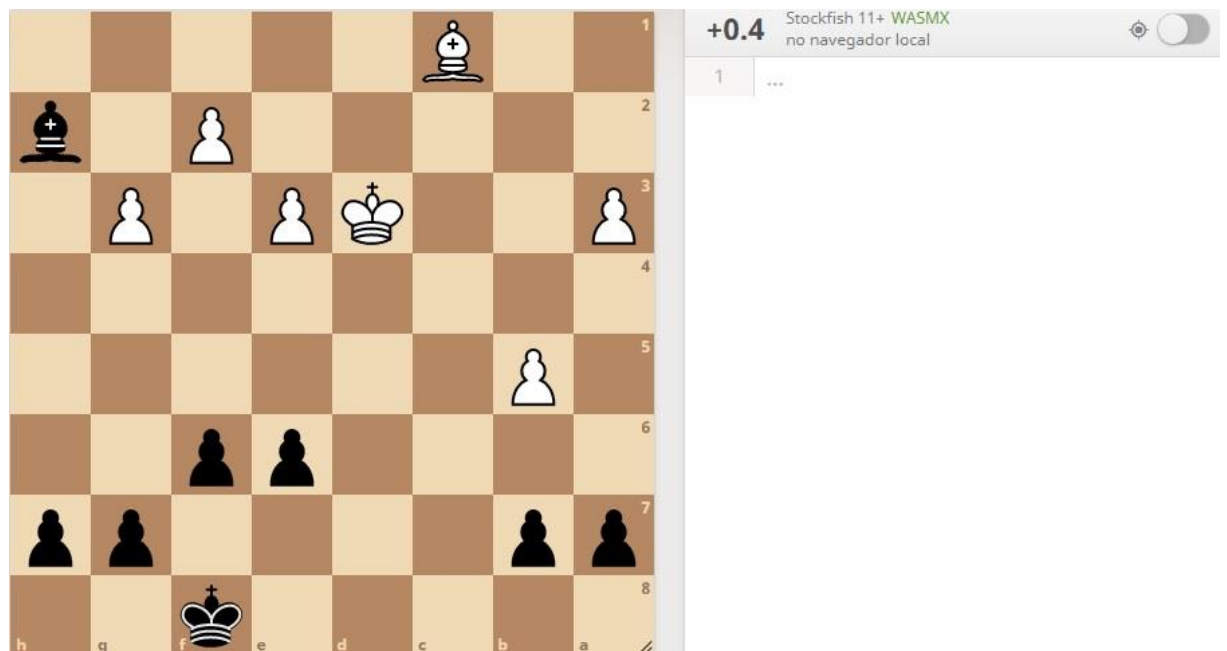


Fonte: Acervo pessoal.

No entanto, há uma maneira de se ganhar forçosamente com 1. Dc8 Rg8 2. Bc7 (quando as brancas realizam este lance, o Stockfish se vê perdido em mais 11 lances) DxDc8 3. gxf+ Rh8 4. Be5 Dc5 5. Bb2 Cc7 6. Ba1 a4 7. Ba2 a3 8. Ba1 a2 9. Ba2 a1=D 10. BxDa1 Cb5 11. Re6+ Cc3 12. BxCc3+ De5+ 13. BxDe5++.

Durante o *match* do campeonato mundial de 1972, existiu uma posição polêmica entre o americano Robert James Fischer e o soviético Boris Spassky, em que o Fischer capturou o peão em h2 e Spassky o prendeu, fazendo o lance g3 e ficando na posição a seguir:

Figura 14 - Posição da 1ª partida do campeonato mundial de 1972, entre Boris Spassky (brancas) x Robert James Fischer (negras).



Fonte: chessgames.com.

Durante muito tempo, houve um embate sobre se seria um erro do Fischer ou não. Na partida, Spassky ganhou; no entanto, a posição avaliada pelo Stockfish é de empate. Só que se colocarmos nesta posição, e o próprio Stockfish para jogar consigo mesmo, ao término o Stockfish sai vitorioso de brancas. Entretanto, se colocarmos o Stockfish NNUE, que é um versão do Stockfish com redes neurais, a posição termina empatada. Fazendo um estudo com o Stockfish NNUE e criando uma interferência humana nos lances de brancas, as brancas se saem vitoriosas.

O que é mais incrível dessas composições artísticas que foram feitas e que não decorre do jogo, é como as peças conseguem se encaixar tão perfeitamente, como se fossem um quebra-cabeça. Basicamente cada peça foi colocada ali para um motivo. Não temos trabalhos sobre como esses compositores fazem essas composições, mas a maneira mais lógica seria fazer o pensamento reverso. Ou seja, primeiro o compositor pensa numa posição final, a partir daí ele vai encaixando as peças para que se chegue nessa resolução final da maneira mais curiosa possível.

Pensar deste modo é interessante; inclusive, muitos matemáticos, ao resolverem problemas, pensam primeiro na sua solução e fazem o caminho inverso, até chegarem ao enunciado geral.

Há muitos livros com apenas problemas envolvendo justamente resoluções de quebra-cabeças no xadrez. Os enxadristas chamam isto de treinar exercícios de tática. As táticas podem acontecer durante a partida, e a identificação do diagrama ajuda a entender a questão.

Em um livro, “Combinational Motions”, de Maxim Blokh, utilizou-se de 1206 diagramas diferentes para que possamos identificar um padrão de combinações visando dar xeque mate ou ficar numa posição com uma vantagem decisiva clara. Vejamos a seguir os 6 primeiros diagramas.

Figura 15 - Exercícios do livro de Maxim Blokh.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ
SIGNS AND SYMBOLS
SISTEMA DE SIGNOS

? ошибочный ход – an erroneous move – mala jugada
 ?? грубая ошибка – a very poor move – grave error
 ! сильный ход – a strong move – jugada muy buena
 !! очень сильный ход – a very strong move – excelente jugada
 !? ход, заслуживающий внимания – a remarkable move – jugada que merece atencion
 ?! сомнительный ход – a dubious move – jugada de dudoso valor

• (→) у белых (черных) решающее преимущество
 White (Black) has a decisive advantage
 el blanco (el negro) tiene una ventaja decisiva
 ± (≠) у белых (черных) значительное преимущество
 White (Black) has a considerable advantage
 el blanco (el negro) esta mejor
 = равенство
 equality
 igual

3 ④ ①② Вначале решите этот пример за белых (трудность – 4 очка), затем за черных (трудность – 12 очков)
 First find a solution for White (the difficulty level is 4 pts.), thereafter for Black (the difficulty level is 12 pts.)
 Primero puede resolver este problema jugando por las blancas (4 puntos de dificultad), luego, por las negras (12 puntos de dificultad).

Fonte: Combinational Motions – M. Blokh.

Ao final do livro, Blokh coloca as suas respostas.

Figura 16 - Respostas do Livro do Maxim Blokh

- 1 ① 1. ̄xe5! dxe5 2. ̄f7+ ̄g8 3. ̄xd8 +-
 ● 1... ̄xg5! [1...h6?? 2. ̄xe5! hxg5 3. ̄xg5] 2. ̄xg5 ̄f3+ 3. ̄f2 ̄xg5+-
- 2 ① 1. ̄xg7+!! ̄xg7 2. ̄f6+ ̄f7 3. ̄xd5 +-
 ● 1... ̄xh5!! 2. ̄xh5 ̄xc3++
- 3 ① 1. ̄xh6+!! gxh6 [1... ̄g8 2. ̄f6+! (2. ̄xe8?? ̄xg2+!! 3. ̄h1! ̄xe8!) 2...gxh6 3. ̄xe8! ̄xg2+! 4. ̄xg2 ̄xe8 5. ̄d2 +-] 2. ̄f6+ ̄h8 [2... ̄g7 3. ̄xe8+! ̄g8 4. ̄f6+! 3. ̄xd7+ ̄e5 4. ̄c3! ̄a2 5. d4 +-
 ● 1... ̄xg2+!! 2. ̄xg2 [2. ̄f1 ̄xg4! 3. ̄xe8 ̄f4+!] 2... ̄f4+ 3. ̄f1 ̄xh5+-.
- 4 ① 1. ̄a8+! ̄h7 2. ̄xh6+!! [2. ̄xc7?? ̄xb5 3. ̄xf7? ̄e2! 4. ̄f6+ ̄g6; 2. ̄xc7?? ̄g1+! 3. ̄xg1 ̄d2+-] 2...gxh6 [2... ̄xh6 3. ̄h8+ ̄g6 4. ̄h5++] 3. ̄f6+ ̄g7 4. ̄xd7+-
 ● 1... ̄xg2+! 2. ̄xg2 ̄xa1+-
 5 ① 1. ̄xg6!! fxg6 2. ̄xe6!!+-
- 7 ① 1. ̄xh6+! [1. ̄f7?? ̄f6+!] 1... ̄xh6 2. ̄f7+ ̄g7 3. ̄xd8 +-
 ● 1...c3+! 2. ̄xc3 [2. ̄xc3 ̄e4+] 2... ̄a4+-
- 8 ① 1. ̄xg4! [1.h3?? ̄xe4! 2. hxg4 ̄xg4] 1... ̄xg4 2. ̄f6+ ̄f8 3. ̄xg4 +-
 ● 1... ̄xe4! 2. dxe4 ̄f2+ 3. ̄g1 ̄xd1+-
- 9 ① 1. ̄xe5+! ̄xe5 2. ̄c4+ ̄e6 3. ̄xb2+-
 ● 1... ̄xe2+! 2. ̄xe2 ̄g2+ 3. ̄e1 ̄f3++
- 10 ① 1. ̄xg4!! ̄xf1+ 2. ̄xf1 ̄c1+ 3. ̄f2 ̄xg4 4. ̄f6+ ̄h8 5. ̄xg4+-
 ● 1... ̄h1+!! [1... ̄xf1+? 2. ̄xf1 ̄c1+ 3. ̄e2 ̄f6+ 4. ̄f3!] 2. ̄xh1 ̄xf1+ 3. ̄g1 ̄xg1+! 4. ̄xg1 ̄c1+ 5. ̄e1 ̄xe1++
- 11 ① 1. ̄xd8+! ̄xd8 2. ̄f7+ ̄c8 3. ̄xd6+-
 ● 1... ̄d1+!! 2. ̄xd1 ̄g4+ 3. ̄e1 ̄d1++
- 12 ① 1. ̄xg7+! ̄xg7 2. ̄f5+ ̄f7
- 1... ̄xh2+!! [1... ̄g3+? 2. ̄g1 ̄a7+ 3. ̄d4] 2. ̄xh2 ̄g3+ 3. ̄g1 ̄a7+ 4. ̄e3 ̄xe3+-
- 16 ① 1. ̄xd6 ! [1. ̄f5+? ̄xf5 2. ̄xd6 ̄xc2] ̄xd6 2. ̄f5+ ̄f6 3. ̄xd6 +-
 ● 1... ̄d1+! 2. ̄xd1 [2. ̄f1 ̄e1 (or 2... ̄e4) 3. ̄h2 ̄e4! 4. f3 ̄xc2] 2... ̄e1+ 3. ̄h2 ̄h1++
- 17 ① 1. ̄h8+!! [1. ̄xd5?? ̄xc3!] ̄xh8 2. ̄xg6+ ̄h7 3. ̄xe5 +-
 ● 1... ̄xc3! 2. bxc3 [2. ̄xe5 ̄xc1+] 2... ̄xb8+-
- 18 ① 1... ̄xe5!! 2. ̄xe5 ̄f3+ 3. ̄g2 ̄xe5 ̄f Shelenin - Blokh, Moscow, 1991
- 19 ① 1. ̄xe4! ̄xe4 2. ̄xd7+ ̄xd7 3. ̄c5+ ̄c8 4. ̄xe4 +-
 ● 1... ̄d3!! 2. ̄xd3 [2. ̄c2 ̄xe1+ 3. ̄xe1 (3. ̄h2 ̄xc1) 3... ̄xg3+! 4. hxg3 ̄xc2] 2... ̄xe1+ 3. ̄xe1 ̄xd3+-
- 20 ① 1. ̄x7+! ̄x7? ̄a5+ ̄e7
- 1... ̄xf7 2. ̄g5+! ̄g6 3. ̄xh3 +-
 ● 1... ̄e2!! 2. ̄xf7+ [2. ̄xe2 ̄xf1+ 3. ̄g1 ̄b8!+-; 2. ̄g1 ̄xb2] 2... ̄xf7 3. ̄g5+ ̄g6 4. ̄xh3 ̄b7+! 5. ̄g1 ̄g2+! 6. ̄h1 ̄xg3+!+-
- 25 ① 1. ̄a8+! [1. ̄xf7? ̄d1+! 2. ̄g1 ̄f3+ 3. ̄g2 ̄d1+ 4. ̄g1 ̄h5+ 5. ̄h2 ̄d1+ =] 1... ̄g7 [1... ̄e7 2. ̄xa7+ ̄f6 3. ̄xf7+ ̄xg5 4. ̄d5+-] 2. ̄xe5+!! [2. ̄h8+? ̄g6!] 2... ̄xe5 3. ̄h8+!! ̄xh8 4. ̄xf7+ 1:0, Petrosian - Simagin, Moscow 1956
- 26 ① 1. ̄b8! ̄xb8 2. ̄d7+-
 ● 1... ̄xe5! 2. ̄xe5 ̄g4 3. ̄g3 ̄f3!+-
- 27 ① 1. ̄xg7+! ̄xg7 2. ̄xe6+ ̄h8 3. ̄xc7+-
 ● 1... ̄xc1+!! 2. ̄xc1 ̄a2+ 3. ̄c3 ̄xc1+ 4. ̄d3 ̄b5+-
- 28 ① 1. ̄g8+ ̄xg8 2. ̄xe7+ ̄f8 3. ̄xd5+-

Fonte: Combinational Motifs – M. Blokh.

Vale ressaltar que diversos outros autores enxadrísticos trabalham com o mesmo método. Cada diagrama é um exercício para que o leitor do livro possa resolver, ao longo de sua resolução muitas vezes é necessário utilizar a ideia apresentada no diagrama anterior, isso é utilizado para que o enxadrista possa identificar um padrão a ser aplicado ao longo de suas partidas.

Esse tipo de exercício lembra muito os livros de matemática em geral, onde são apresentados exercícios com abordagem similar. Na matemática, também começamos com exercícios mais fáceis; assim, os alunos se acostumam com o padrão do exercício, e, depois, se fazem variações para dificultá-los, podendo também ligar temas diferentes.

Outros livros de xadrez, como a “Escalada de um campeão – Kasparov 1982-1984” de José Costa Fernandez Jr., buscam retratar o histórico do torneio, do jogador ou do *match* em disputa, além de fazer uma análise das partidas.

Em suma, temos no xadrez basicamente esses tipos de literatura, umas envolvendo questões estratégicas, outras envolvendo problemas e aquelas referentes à história daquele ambiente.

4. COMPARAÇÕES COM O APRENDIZADO

Como vimos, o fato de o jogador ter que aprender conceitos por si só, ler livros e estudar posições, já cria nos alunos uma busca por conhecimentos. Talvez, sem o contato com o xadrez, esse aluno não teria essa busca, porque o que o pode ter estimulado é justamente o ambiente competitivo do xadrez.

Visando buscar a excelência no jogo de xadrez, é desejável que o enxadrista esteja em estudo constante, pois se constitui em uma das poucas atividades reconhecidas como esporte, a qual estimule uma leitura.

Pessoas que não são leitoras têm a vida restrita à comunicação oral e dificilmente ampliam seus horizontes, por ter contato com ideias próximas das suas, nas conversas com amigos. [...] é nos livros que temos a chance de entrar em contato com o desconhecido, conhecer outras épocas e outros lugares – e, com eles abrir a cabeça. Por isso, incentivar a formação de leitores é não apenas fundamental no mundo globalizado em que vivemos. É trabalhar pela sustentabilidade do planeta, ao garantir a convivência pacífica entre todos e o respeito à diversidade. (GROSSI, 2008, p.03.)

É, pois, de fundamental importância que o hábito da leitura seja estimulado nos alunos, para que possam se desenvolver plenamente. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, P. 149):

As formas de ensinar e aprender são contextualizados e dessa forma permitem ao aluno se relacionar com os aspectos presentes da vida pessoal, social e cultural, mobilizando as competências cognitivas e emocionais já adquiridas para novas possibilidades de reconstrução do conhecimento. Isso evidencia a necessidade de trabalhar com o desenvolvimento de competências e habilidades, às quais se desenvolvem por meio de ações e de vários níveis de reflexão que congregam conceitos e estratégias, incluindo dinâmicas de trabalho que privilegiam a resolução de problemas emergentes no contexto ou no desenvolvimento de projetos.

Já vimos no capítulo passado que existem temas de xadrez, em determinadas posições e esses temas podem ser identificados mais facilmente se o jogador estiver familiarizado com os padrões. Logo, se formos fazer um paralelo com a matemática, muitas vezes é aplicado algum exemplo para que o aluno identifique padrões desse exemplo e resolva os exercícios de modo similar.

O que tem sua importância é que, segundo Haylock, 1987, “a visualização pode suscitar o desenvolvimento da intuição e a capacidade de ver novas relações produzindo assim o corte com fixações mentais que

possibilita o pensamento criativo” (*apud* VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana, 2015).

Os temas no xadrez tratam sobre padrões que o jogador assimila o modelo desse tema existente na posição, e, a partir daí, efetua a sua jogada. Ou seja, o enxadrista possui sua visualização estimulada a fim de conseguir reproduzir aqueles exemplos nas suas partidas.

Sobre o lado da estratégia, como vimos, são conceitos. Na matemática, para compreendermos bem a resolução de um exercício, precisamos compreender melhor as definições, axiomas, conceitos, e isto é possível através da “aprendizagem significativa”, possibilitada pela analogia com as situações do xadrez. A este respeito, o pesquisador norte-americano David Paul Ausubel desenvolveu a Teoria da Aprendizagem Significativa, segundo a qual, para que tenha um significado, a aprendizagem de um novo conteúdo precisa estar relacionada com aquilo que o aluno já conhece, ou seja, é necessário considerar seus conhecimentos prévios.⁵⁴

Na visão de Ausubel, esse modelo de aprendizagem é importante para a educação porque é o mecanismo humano, por excelência, de aquisição e armazenamento de uma vasta quantidade de ideias e informações representadas por algum campo de conhecimento (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, p. 33).

Ainda, segundo o mesmo pesquisador, os seres humanos são capazes de aprender de forma significativa, ao relacionar conceitos, ideias e proposições a ideias claras e disponíveis na estrutura cognitiva. Desta forma, as novas ideias são absorvidas, modificando, reciprocamente, as ideias que funcionaram como suporte ou “âncora” (*ibidem*, p. 39-40). De acordo com Ausubel, este tipo de aprendizagem se caracteriza pela possibilidade de ser evocada com maior facilidade, sendo, pois, mais duradoura.

Assim, podemos nos referir ao xadrez como uma forma de aprendizagem significativa, a qual possibilita ao aluno assimilar com mais facilidade e de forma mais duradoura, o conhecimento matemático, constituindo-se em uma importante ferramenta didática.

⁵⁴ O que é aprendizagem significativa? Saiba como aplicar! **Sae Digital**.

Durante os cálculos no xadrez, que é a visualização de alguma seqüência de jogadas, vimos que existem problemas que até computadores, os quais fazem bilhões de cálculos, não conseguem definir uma resposta, e muitas vezes ao resolvermos problemas matemáticos, utilizamos da nossa imaginação para saber qual é a melhor maneira de explorar esse problema, tornando-nos a nós, seres humanos, imprevisíveis e criativos como um computador não é capaz de ser.

A educadora portuguesa Maria Alberta Rovisco Garcia Menéres de Melo e Castro conceitua a imaginação, nas palavras de Domingues (2010, p. 12), como “o meio pelo qual a criança exercita seu poder de criação, através de imagens na mente.” Assim, quando os alunos começam a exercitar a imaginação, “percebem o sentimento de infinito por essas experiências, porque o ato de inventar nunca acaba.” Ou seja, “descobrir o mundo é encontrar novos conhecimentos pelo exercício constante da imaginação”.

Mesmo pequeno, o indivíduo já é capaz de ler: lê o cheiro, o jeito e o ritmo da mãe e do pai. Dessa forma progride, de leitura em leitura, de imaginação em imaginação, buscando o conhecimento. Ante a imaginação, o escritor é como uma criança inquieta e atenta, à procura de qualquer simples maravilha para encantar-se e descobrir novos conhecimentos sobre si mesmo e o mundo que o rodeia. (DOMINGUES, 2010, p. 12.)

Desta forma, podemos dizer que o xadrez também é lido pelo aluno durante o processo de interpretação e subsunção de suas regras, conceitos, composições, etc., possibilitando uma ampla gama de criações dentro do jogo, exercitando diretamente a imaginação e facilitando o processo de aprendizagem.

O xadrez também pode ser utilizado para prevenção de doenças mentais como o Alzheimer. Dartigues et al. (2013), *apud* Manuel Lillo-Crespo et al. (2019)⁵⁵, observaram em seu estudo que jogadores de jogos de tabuleiro apresentam risco 15% menor de desenvolver demência. Após 20 anos de acompanhamento, foram observados 830 casos de demência em estágio inicial (27,8%). Embora o risco de demência tenha sido significativamente reduzido em jogadores de tabuleiro após um acompanhamento de três anos, 3% dos jogadores de tabuleiro desenvolveram demência versus 6% de não jogadores, 16% versus 27% após dez anos e 47% contra 58% após vinte anos.

⁵⁵ DARTIGUES et al. *apud* LILLO-CRESPO, Manuel et al. **Chess Practice as a Protective Factor In Dementia.**

O xadrez pode servir como uma ferramenta para mudar a vida de uma criança, exemplos não faltam sobre superação através deste jogo de tabuleiro.

No dia 12 de maio de 2021, saiu uma reportagem no portal *Usa Today*⁵⁶ sobre um menino nigeriano, Tanitoluwa Adewumi, de 10 anos de idade que morou num abrigo em Nova Iorque e atingiu o nível de mestre no dia 1º de maio deste mesmo ano. Ele havia se destacado quando ganhou um campeonato estadual entre a sua faixa etária em 2019. Quando a sua história comoveu outras pessoas, e com um sistema de financiamento coletivo, ele conseguiu arrecadar 255 mil dólares e, assim, mudar de vida. Ele também escreveu um livro, “My Name Is Tani ... and I Believe in Miracles: The Amazing True Story of One Boy's Journey from Refugee to Chess Champion” (tradução livre, “Meu nome é Tani... e eu acredito em milagres: A incrível verdadeira história da jornada de um menino refugiado até ser campeão de xadrez”).

⁵⁶ FERNANDO, Cristine. 10-year-old boy who once lived in a homeless shelter achieves remarkable title: chess master. **USA TODAY**, mai.2021.

5. OPINIÕES DE JOGADORES DE XADREZ SOBRE O TEMA

Consultando opiniões de pessoas que conhecem bem o xadrez e vivenciaram, ou estão vivenciando, um aprendizado no contexto, principalmente dos Ensinos Médio e Fundamental, obtemos depoimentos interessantes.

Em seu *blog*, o GM Rafael Leitão⁵⁵, atual número um do Brasil, abordou a questão algumas vezes, defendendo que o xadrez é um jogo que ajuda o aluno aprender a perder, desenvolve raciocínio e concentração, trabalha a paciência, provoca imaginação, criatividade.⁵⁷

O GM Garry Kasparov, ex-campeão mundial, em uma entrevista a Jô Soares,⁵⁸ disse, em inglês, tradução livre:

“Foi comprovado que o xadrez ajuda as crianças em processo de aprendizado, e esse sistema tem um ótimo custo-benefício. (...) Uma experiência feita por uma universidade alemã mantinha duas salas: uma com mais aulas de matemática e outra com mais de xadrez. No final do ano, ao comparar as provas de matemática, a turma de xadrez ganhou. Então, de forma geral, isso tem a ver com integração, pois as crianças desenvolvem autoestima, uma boa atitude, confiança e disciplina. Além disso, há computadores, e o xadrez poderia ser parte das aulas de informática. Há inúmeras vantagens e ainda tem um ótimo custo-benefício porque não é necessário ter estádios, piscinas ou quadras. Está tudo ali. É fácil ensinar isso na sala de aula”.⁵⁶

O auxílio que o xadrez pode dar na aprendizagem já era antes pensado por outras pessoas, como o pedagogo húngaro László Pólgar, antes de ser pai das enxadristas MI⁵⁹ Sofia Pólgar, GM Susan Pólgar e GM Judith Pólgar. Ele escreveu um livro, de título “*Bring Up Genius!*” (tradução livre “Crie um Gênio”)⁶⁰. Durante a infância, entre outras habilidades, ele ensinou as suas filhas xadrez e estas demonstraram possuir muito talento no tema. A mais nova das filhas, a Judith Pólgar além de ser considerada por muitos a melhor

⁵⁷ LEITÃO, Rafael. **Os Benefícios do Xadrez na Educação das Crianças**.

⁵⁸ KASPAROV, Garry. Jô Soares entrevista Garry Kasparov. Entrevista concedida a Jô Soares. **Globo**, Rio de Janeiro.

⁵⁹ MI é a nomenclatura dada a “Mestre Internacional”, título vitalício no xadrez. MI é a segunda maior titulação a que um jogador de xadrez é capaz de chegar.

⁶⁰ PEREIRA, Wagner. Gênios Construídos - o lado oposto de múltiplas inteligências. **Xtreme-DJ**, jan.2017.

enxadrista feminina de todos os tempos, ela também possui um dos maiores quociente de inteligência (QI's) do mundo, cerca de 170 pontos, algo que corrobora com a tese sugerida no livro do László Pólgar.⁶¹

Numa pesquisa feita pela *SuperScholar*, uma organização americana que presta aconselhamentos sobre organizações e graus de ensino, foi feito um ranqueamento dos maiores QI's do mundo vivos nos dias de hoje.⁶² Dentre os trinta que foram ranqueados, estão presentes três jogadores de xadrez: Garry Kasparov, Judith Pólgar e Magnus Carlsen. Além de dez matemáticos, Mislav Pradec, Manahel Thabet, Ivan Ivec, Terence Tao, Donald Knuth, Akshay Venkatesh, Ruth Lawrence, Grigori Perelman, Andrew Wiles e Edward Witten.

Ou seja, dentre todas as profissões possíveis, quase a metade são formadas por matemáticos ou enxadristsas. Se colocarmos outras áreas exatas, como Engenharia e Física, esse número sobe muito, já que apenas sete, entre os trinta, não são de Ciências Exatas.

Isso vai ao encontro de um estudo venezuelano, que analisou 4000 (quatro mil) estudantes, e se verificou um aumento significativo do QI deles após quatro meses e meio de prática de xadrez. (DAUVERGENE, 2007 *apud* ALMEIDA, 2010, p. 37.)

A Teoria das Inteligências Múltiplas organiza em sete categorias os tipos de inteligência do ser humano: Inteligência Linguística; Inteligência Interpessoal; Inteligência Intrapessoal; Inteligência Lógico Matemática; Inteligência Musical; Inteligência Espacial e Inteligência Corporal Cinestésica,⁶³ podendo ainda ser acrescentadas a Inteligência Naturalista ou Naturalística e a Inteligência Existencial ou Existencialista. (ALMEIDA et al., 2017, p. 92-95).

É justamente a inteligência lógico matemática que é medida nos testes de QI. Tal inteligência é trabalhada tanto na matemática quanto no xadrez, por isso pessoas desta área possuem um teste de QI elevado.⁶⁴

Ainda com o intuito de demonstrar a importância do xadrez no desenvolvimento da aprendizagem, na melhora do rendimento cerebral e intelectual, além do emocional e bem-estar das pessoas, em geral, passamos,

⁶¹ 30 Smartest People Alive Today. **Super Scholar**, 2021.

⁶² *Idem*.

⁶³ Quem é Howard Gardner e o que é Teoria das Inteligências Múltiplas. **Inteligência de Vida**, ago.2018.

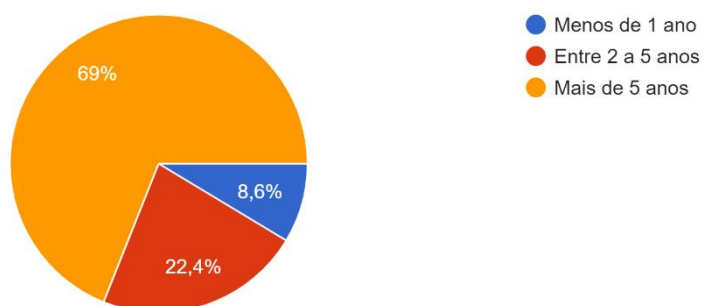
⁶⁴ Os 7 Tipos de Inteligência: de que Tipo é o seu Cérebro? **Guia da Carreira**.

agora, a descrever os resultados de uma pesquisa feita através do formulário do Google que realizamos junto a jogadores de xadrez do estado do Rio de Janeiro. Foram ao todo 58 enxadristas respondendo essa pesquisa, onde as perguntas se encontram no apêndice A.

Figura 17 - Há quanto tempo você joga xadrez?

Há quanto tempo você joga xadrez?

58 respostas

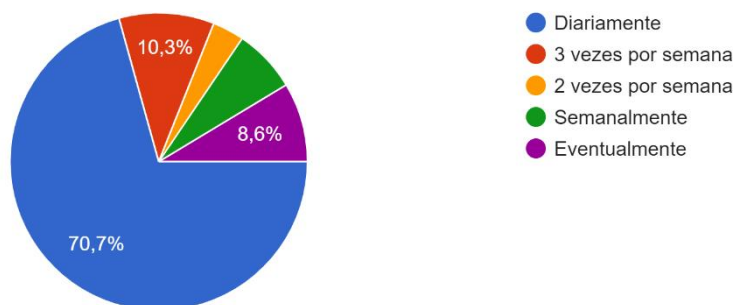


Fonte: Acervo pessoal.

Figura 18 - Com que frequência você faz atividade envolvendo xadrez?

Com que frequência você faz uma atividade envolvendo xadrez?

58 respostas

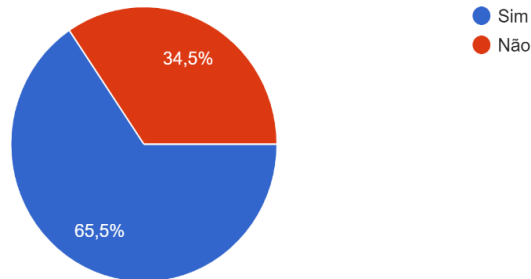


Fonte: Acervo pessoal.

Figura 19 - Você acredita que as suas atividades no xadrez ajudaram a melhorar seu conhecimento na área de matemática?

Você acredita que as suas atividades no xadrez ajudaram a melhorar seu conhecimento na área de matemática?

58 respostas

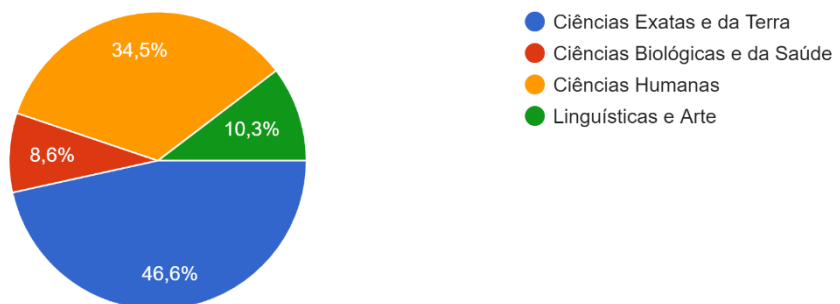


Fonte: Acervo pessoal.

Figura 20 - Qual área do conhecimento você trabalha ou pretende trabalhar?

Qual área do conhecimento você trabalha ou pretende trabalhar?

58 respostas



Fonte: Acervo pessoal.

Pelos dados dessa pesquisa pudemos notar que os jogadores acreditam no potencial do xadrez para o desenvolvimento das suas habilidades matemáticas. O jogo detém bastante a atenção dos enxadristas e vimos também que desses boa parte ou seguiu num caminho das ciências exatas ou ainda deseja seguir nesse caminho.

Isso confronta diretamente a minha experiência como educador da rede estadual, onde vejo que os alunos em sua maioria costumam evitar a seguir áreas das ciências exatas.

Foram feitas algumas perguntas subjetivas, dentre elas sobre o que despertou o interesse no jogo. A maior parte das respostas foi pelo raciocínio lógico intenso que necessita ser aplicado no jogo, ou por ver alguma exibição de um grande jogador do passado ou atual. Foi chamada a atenção uma resposta de um entrevistado que disse que aprendeu para fugir das aulas de educação física. O xadrez pode servir também como uma espécie de alternativa às aulas de educação física, seja para pessoas que não podem praticar ou nos dias em que a quadra esteja com o seu uso impossibilitado, caso o professor esteja capacitado para tal e a escola tenha os recursos necessários.

Qual a importância do xadrez para você, ou na sua vida? Nessa pergunta a maior parte das pessoas responderam que o xadrez é mais um *hobby*; uma atividade para se divertir com amigos; distração; passatempo, mas uma resposta que me chamou atenção foi “Me fez ter mais clareza para pensar, resolver problemas, melhorou minha concentração, paciência e a me divertir”. Onde claramente tem implicações diretas mesmo com nossos problemas de matemática.

Você acha que o xadrez contribuiu para a sua formação? De que forma? Aqui eu gostaria de destacar algumas respostas diferentes. “Sim. Sempre tive facilidade em matemática e nas ciências exatas em geral. Acredito que jogar xadrez desde os 6 anos de idade me ajudou nisso.”; “Habilidade de raciocínio rápido”; “Planejamento constante mesmo diante das mudanças, nada é estático tudo é dinâmico”; “Ensinando disciplina”; “Desenvolvendo meu raciocínio lógico, abstrato, visual-espacial e crítico.”; “Sim, memória, concentração, cálculo, tomada de decisão, planejamento”; “Maior organização, autoconhecimento, autoconfiança e autocrítica”; “Sim. Controle emocional e psicológico das situações de crise.”; “Primordial em todos os quesitos de estudo, disciplina, concentração e raciocínio lógico”; “Claro, pois a concentração, a memória, os estudos e diversos outros campos são desenvolvidos com o xadrez! Isso tudo é muito usado no meu cotidiano.”; “Sim aprendi 2 idiomas, conheci pessoas e é boa parte das leituras que faço”.

De todos os cinquenta e oito entrevistados, apenas sete responderam que não contribuiu para formação.

Se fosse proposto resolver um problema usando matemática e xadrez, você acredita que o xadrez facilitaria a resolução do problema? De que forma? Aqui onze pessoas ou acham que não possuem ligação alguma ou não souberam responder. Mas ainda tivemos respostas interessantes a se destacar. “Sim, o xadrez tem diversas propriedades similares às da matemática. Acredito que os 2 campos podem ser usados de forma complementar. Além disso, o xadrez pode servir como um microcosmo de sistemas mais complexos e a compreensão do xadrez pode auxiliar na resolução de problemas relacionados a esses sistemas”; “Sim, pois o xadrez lida com a probabilidade, com a avaliação e com as várias ramificações de sua decisão. Além da contagem material também. Além disso, as próprias *engines* utilizam a matemática quando são acionadas”; “O xadrez em si não ajuda a resolver um problema de matemática, mas a prática do xadrez ajuda a desenvolver a capacidade de resolver problemas. De que forma: o xadrez nos ajuda desenvolver capacidade de resolver desafios através do reconhecimento de padrões. Esta capacidade de reconhecer padrões me parece bastante útil na fase do ensino fundamental ao resolver problemas de matemática. Me parece que o xadrez acelera o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas na fase do ensino fundamental”.

6. PROBLEMAS DE MATEMÁTICA ENVOLVENDO XADREZ

Ao longo do livro “O Homem que Calculava”, do matemático Júlio César de Mello e Souza, mais conhecido como Malba Tahan (pseudônimo), foi apresentada uma história de um jovem pobre e modesto chamado Lahur Sessa, que mostra a um rei chamado Iadava, senhor da província da Taligana, o jogo de xadrez.

Contente com o jogo de tabuleiro que tanto tirou o rei da sua angústia, então Iadava decide premiar o jovem modesto, e o mesmo não quis recompensa por este jogo, porém, com a insistência do rei, ele fez o seguinte pedido: um grão de trigo para a primeira casa, dois grãos pela segunda, quatro grãos pela terceira, oito pela quarta, e assim, sucessivamente, até a sexagésima quarta casa.

O rei julgou como irrisório o pedido do jovem, mas confirmou que iria realizar o pagamento desejado e pediu para que os algebristas da corte calculassem quantos grãos de trigo seria necessário.

Trata-se de um problema de progressão geométrica (PG) de razão dois, cujo primeiro termo possui o valor um. Desta forma, os algebristas trataram de calcular o somatório dos 64 primeiros termos dessa PG. A fórmula do somatório da PG sabemos que é:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad (1)$$

Onde n representa o número de termos, q a razão, e a_1 seria o primeiro termo.

Para este cálculo, então, temos que n é 64, q é 2 e o a_1 é 1. Substituindo essas incógnitas por estes valores, obtemos:

$$S_{64} = \frac{1 \cdot (2^{64} - 1)}{2 - 1} = 2^{64} - 1 \quad (2)$$

Depois de algumas horas, os algebristas chegaram com um valor de 18.446.744.073.709.551.615 grãos de trigo. Valores que qualquer aluno pode conferir na calculadora de um computador, caso duvide. Conforme vemos na figura a seguir, e só subtraímos uma unidade:

Figura 21 - Calculadora obtendo o resultado da PG



Fonte: Acervo pessoal.

Este valor, segundo as conclusões dos algebristas, resultaria numa montanha 100 vezes maior que o Himalaia, o que concluem que seria um pedido que, além de ambicioso, também não seria possível ao rei realizar.

Lahur Sessa prontamente abriu mão do pedido que fizera, alertou que não queria deixar o seu soberano aflito, mas apenas para que ele refletisse sobre a aparência enganosa que os números podem ter, como também a falsa modéstia dos ambiciosos.

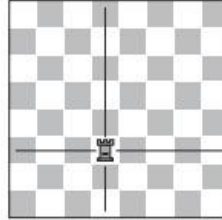
O então jovem teve uma recompensa em ouro mais singela e foi nomeado pelo rei como seu primeiro-vizir.

Durante o ENEM de 2009, que é a principal forma para o aluno ingressar no ensino superior no Brasil, foi apresentada uma questão envolvendo xadrez e probabilidade no caderno de "Matemática e suas Tecnologias". Conforme podemos ver na figura a seguir:

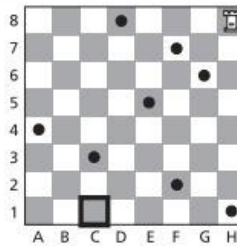
Figura 22 - QUESTÃO ENEM 2009

Questão 52

O xadrez é jogado por duas pessoas. Um jogador joga com as peças brancas, o outro, com as pretas. Neste jogo, vamos utilizar somente a Torre, uma das peças do xadrez. Ela pode mover-se para qualquer casa ao longo da coluna ou linha que ocupa, para frente ou para trás, conforme indicado na figura a seguir.



O jogo consiste em chegar a um determinado ponto sem passar por cima dos pontos pretos já indicados.



Respeitando-se o movimento da peça Torre e as suas regras de movimentação no jogo, qual é o menor número de movimentos possíveis e necessários para que a Torre chegue à casa **C1**?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/13241785>.

A resolução desta questão é feita utilizando o raciocínio: basicamente, mexendo a peça, um aluno poderia verificar que precisamos de ao menos quatro jogadas, dentre as quais um dos caminhos possíveis seria Th2 Tg2 Tg1 Tc1; Th3 Td3 Td1 Tc1; Th4 Tb4 Tb1 Tc1.

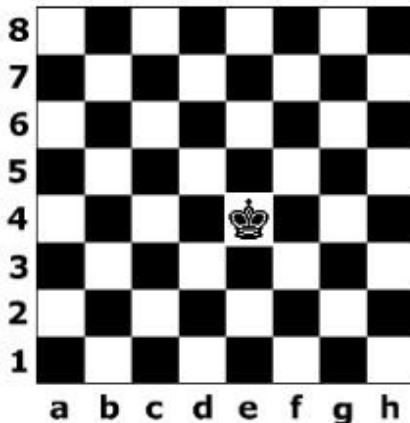
Naturalmente, o aluno pode verificar que no xadrez, sem qualquer obstáculo para chegar do ponto h8 para o ponto c1 no tabuleiro com a torre, precisamos de duas jogadas; cada jogada da torre altera a letra (coluna) ou o número (linha). Mas, nesta questão, não temos como chegar ao ponto de c1 por causa de dois obstáculos. Logo, a resposta é letra c.

O interessante é que, no ENEM de 2018, fizeram outra questão envolvendo xadrez no caderno “Matemática e suas Tecnologias”. Agora envolvendo outra peça, a dama, conforme podemos ver a seguir:

Figura 23 - Questão ENEM 2018.

QUESTÃO 51

A figura abaixo nos mostra um tabuleiro de xadrez, também utilizado em outros jogos como damas. Uma maneira de determinar a posição das peças é através de coordenadas. Na figura temos uma rainha posicionada no quadrado 4e, ou seja, linha 4 e coluna e.



Cada peça no jogo de xadrez tem características diferentes sobre seu movimento. Os peões, por exemplo, andam apenas uma casa para frente, podendo eliminar o adversário se movimentando para as diagonais. A rainha é uma das peças mais valiosas, pois ela pode se movimentar no sentido horizontal, vertical e nas diagonais por quantas casas desejar.

Com a rainha posicionada na casa 4e, sendo movimentada uma única vez, aleatoriamente, qual a probabilidade de encerrar seu movimento na casa 8a?

Fonte: <https://www.mesalva.com/enem-e-vestibulares/banco-de-provas/questoes-mesalva/provas/matematica-e-suas-tecnologias/enem2018mat26>.

Apesar da peça utilizada ter o nome oficialmente reconhecido pela CBX como dama, como também qualquer livro conhecido de xadrez ter o nome dama, a peça na figura representa um Rei, segundo a Lei do Xadrez da FIDE.

Mas mesmo com esses pequenos erros de conhecimento enxadrístico, conseguimos encontrar a resposta. Vemos que a dama pode ser jogada em 27 casas, mas apenas uma destas é a casa de a8 desejada; logo, temos como resposta $\frac{1}{27}$ para a questão.

Um dos problemas mais famosos do xadrez é conhecido como o “Tour do Cavalo” ou “Passeio do Cavalo”. O seu enunciado fala o seguinte: “É possível o Cavalo partindo de uma casa aleatória do tabuleiro de xadrez parar

em todas as outras 63 casas, passando apenas uma vez em cada uma dessas casas?”⁶⁵.

Ou seja, o problema pergunta sobre a possibilidade de o jogador escolher uma casa qualquer; logo, ele vai conseguir, após fazer 63 movimentos com o cavalo, passar em cada casa do tabuleiro.

É um problema datado por volta de 700 anos, o que significa que surgiu junto do início do xadrez. E chamou a atenção do notável matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), que, em 1759, nos trouxe a solução desse problema⁶⁶.

Algumas fontes ressaltam que o problema na verdade tenha sido resolvido por William Beverley e teve a solução enviada para o matemático Perigal Jr. e para os editores da revista *Philosophical Magazine*, em 29 de março de 1848.

E sim, foi constatado que existe a possibilidade de resolver esse problema.

Outro caso curioso veio do famoso pai da teoria da informação, Claude Shannon, onde ele busca calcular a complexidade do jogo de xadrez. Ele estimou o número de possibilidades de uma partida de xadrez, ou seja, quantos jogos de xadrez diferentes são possíveis, e chegou a um número de $10^{118,61}$.

Para chegar nesse resultado, Shannon observou que para o primeiro movimento teria vinte possibilidades para o primeiro movimento de brancas, e vinte possibilidades de negras. Ele observou que no segundo movimento pode passar a haver trinta possibilidades, e o número de movimentos pode aumentar a partir daí, ou diminuir se forem reduzindo o número de peças, mas Shannon considerou que, em média, cada jogador teria trinta movimentos possíveis por lance.

E, em média, uma partida de xadrez tem quarenta lances com as brancas e quarenta com as negras. Logo, seja n_s o número de Shannon, então temos:

$$n_s = (30 \cdot 30)^{40} = 900^{40}.$$

Passando para a base 10 temos:

⁶⁵ Problema do Cavalo. **UFSC**. Problema do Cavalo. UFSC. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/grafos/temas/hamiltoniano/cavalo.htm>>.

⁶⁶ O Percurso do Cavalo no Xadrez. **Superinteressante**, nov.2009.

$$900^{40} = 10^x.$$

Aplicando \log na base 10 de cada lado temos:

$$\begin{aligned} 40 \log(900) &= x \log 10 \\ 40(2 \log 10 + 2 \log 3) &= x \\ x &\cong 118. \end{aligned}$$

Logo, o jogo de xadrez estimado por Shannon tem 10^{118} de possibilidades. Hoje este número está estimado em $10^{131,69}$. Para se ter uma ideia da grandeza desse número, a quantidade de átomos no universo está entre $4 \cdot 10^{78}$ e $6 \cdot 10^{79}$. Ou seja, temos mais partidas de xadrez possíveis que átomos no universo, não é à toa a alta complexidade do jogo, causando divergências até entre máquinas com alto poder de cálculo.

É um problema interessante para os alunos aplicarem logaritmo de maneira mais contextualizada, principalmente se eles tiverem mais intimidade com o jogo.

A questão do xadrez envolvendo o rei na PG é algo que não necessariamente o aluno necessite de um conhecimento de xadrez. Pela minha experiência em sala de aula, observamos que causa no aluno a surpresa pelo aumento exponencial nessa situação, onde alguns duvidam, o que causa sem dúvida uma quebra de paradigma necessária e introduz bem aquilo que queremos mostrar sobre a soma da PG ficar muito grande, de maneira muito rápida.

Quando o aluno conhece o xadrez, por si só fica ainda mais interessante, assim como quando utilizamos algum outro esporte de interesse, pois algo que traz o conhecimento para o cotidiano naturalmente já chama mais a atenção do estudante.

No xadrez, podemos criar problemas simples e também complicados, e até despertar o interesse dos alunos em matemáticos famosos, como os casos de Leonard Euler e Claude Shannon.

O interessante dessas questões é nos mostrar como o xadrez permite trabalhar facilmente a multidisciplinaridade. Principalmente, no que se diz respeito a probabilidade e análise combinatória: se o professor de matemática

souber que a turma tem esse conhecimento de xadrez, e o mesmo tiver algum, pode trabalhar questões de análise combinatória utilizando o xadrez, fazendo assim com que o estudo não seja tão maçante para a turma.

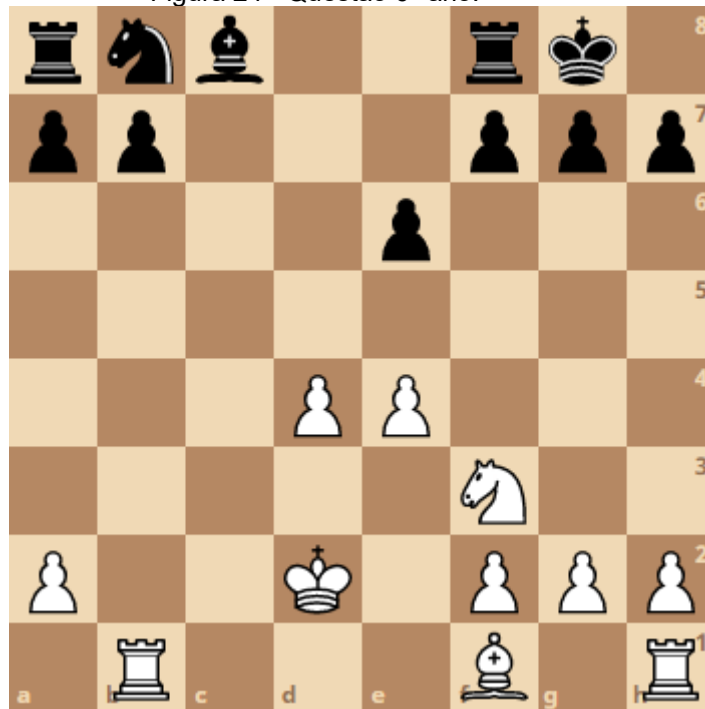
7. PROPOSTAS DE EXERCÍCIOS DE MATEMÁTICA

Com base no exposto nos capítulos precedentes, utilizando o currículo mínimo, um documento da SEEDUC-RJ onde apresenta as competências e habilidades que devem estar nos planos de curso e das aulas, vamos propor, para cada um dos anos, do sexto ano do ensino fundamental até o terceiro ano do ensino médio, apenas um exercício envolvendo xadrez. O ideal seria utilizar estes exercícios numa turma que já tivesse aula de xadrez, já que a ideia seria envolver tanto os temas de xadrez, quanto de matemática, de forma simultânea, ou utilizar o xadrez para deixar uma matemática mais contextualizada.

Para o leitor que tenha o interesse em aplicar ou estudar outras questões envolvendo exercícios de matemática, utilizando o tema xadrez, constam no anexo A mais exemplos.

Questão 6º ano – A posição a seguir foi jogada em 1912 por dois grandes jogadores da época. Sabendo que as brancas jogam primeiro, determine:

Figura 24 - Questão 6º ano.



Fonte: Acervo pessoal.

- a) Desse lance a fazer pelas brancas, quantos movimentos de peões são possíveis?

Sugestão de solução: 8 movimentos de peões.

- b) Sabendo que este lance será realizado por uma peça (torre, bispo, cavalo ou Rei), quantos lances poderão ser realizados?

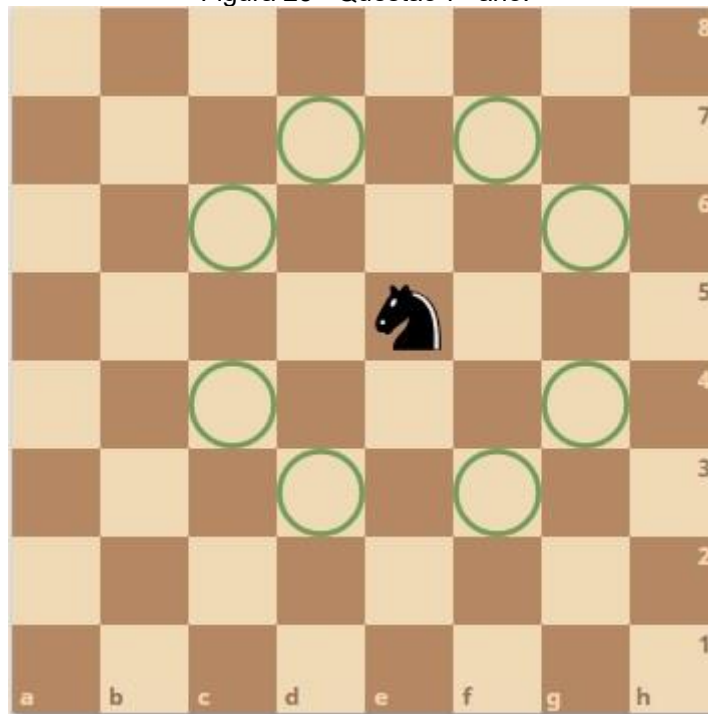
Sugestão de solução: São 11 movimentos com as torres, 5 com o bispo, 5 com o cavalo, 8 com o Rei, somando obtemos 29 movimentos possíveis.

- c) Quantos lances são possíveis de fazer usando brancas numa única jogada?

Sugestão de solução: São 29 movimentos de peças e 8 com os peões, somando obtemos 37 movimentos possíveis.

Questão 7º ano – Na figura a seguir, representa-se um cavalo na casa de e5. Nesta casa, o cavalo pode ir para oito lugares distintos:

Figura 25 - Questão 7º ano.



Fonte: Acervo pessoal.

Ou seja, a partir dessa casa, o cavalo pode atingir $\frac{8}{64}$ do tabuleiro, o que, na forma irredutível seria $\frac{1}{8}$. Dadas as peças a seguir, nesta mesma casa, determine qual é a fração irredutível que representa o movimento da peça em questão perante o tabuleiro completo.

a) Peão.

Sugestão de solução: $\frac{1}{64}$.

b) Rei.

Sugestão de solução: $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$.

c) Bispo.

Sugestão de solução: $\frac{13}{64}$.

d) Torre.

Sugestão de solução: $\frac{14}{64} = \frac{7}{32}$.

e) Dama.

Sugestão de solução: $\frac{27}{64}$.

f) Ordene as frações dos itens “a”, “b”, “c”, “d” e “e” com os sinais “>” ou “≥”.

Sugestão de solução: $\frac{27}{64} > \frac{7}{32} > \frac{13}{64} > \frac{1}{8} > \frac{1}{64}$.

Questão 8º ano – No xadrez, cada peça possui um valor. Esses valores são para ter uma noção de como está nossa situação no jogo, ou para avaliar se uma troca de peças com o adversário é boa ou ruim; vale ressaltar que os valores podem ser alterados de acordo com a posição. Resolva os sistemas a seguir para descobrir o valor de cada peça.

Figura 26 - Questão 8º ano.

$$\begin{array}{c} \text{Torre} + \text{Torre} + \text{Peão} = 11 \\ \text{Peão} + \text{Torre} = 6 \end{array}$$

Fonte: Acervo pessoal.

a) Torre.

Sugestão de solução: Seja torre = T e peão = P temos duas equações:

$$\begin{cases} 2T + P = 11 \\ T + P = 6. \end{cases}$$

Subtraindo a primeira equação pela segunda obtemos:

$$T = 5.$$

b) Peão.

Sugestão de solução: Substituindo o valor de T na segunda equação do item anterior, verificamos que:

$$5 + P = 11$$

$$\therefore P = 11 - 5 = 6.$$

Figura 27 - Questão 8º ano

$$\begin{array}{r}
 \text{Dama} - \text{Cavalo} - \text{Cavalo} = \text{Bispo} \\
 \text{Cavalo} + \text{Bispo} + \text{Bispo} = \text{Dama} \\
 \text{Cavalo} + \text{Bispo} + \text{Dama} = 15
 \end{array}$$

Fonte: Acervo pessoal.

c) Bispo.

Sugestão de solução: Seja dama = D , cavalo = C e bispo = B temos três equações:

$$\begin{cases} D - 2C = B \\ C + 2B = D \\ C + B + D = 15 \end{cases}$$

Somando a primeira equação pela segunda obtemos:

$$2B - C = B$$

$$\therefore B = C$$

Fazendo $B = C$ na segunda equação temos:

$$D = 3B$$

Substituindo D por $3B$ e C por B na terceira equação temos:

$$5B = 15$$

$$\therefore B = 3$$

d) Cavalo.

Sugestão de solução: Como vimos que o valor do cavalo é o mesmo que o bispo, então:

$$C = 3$$

e) Dama.

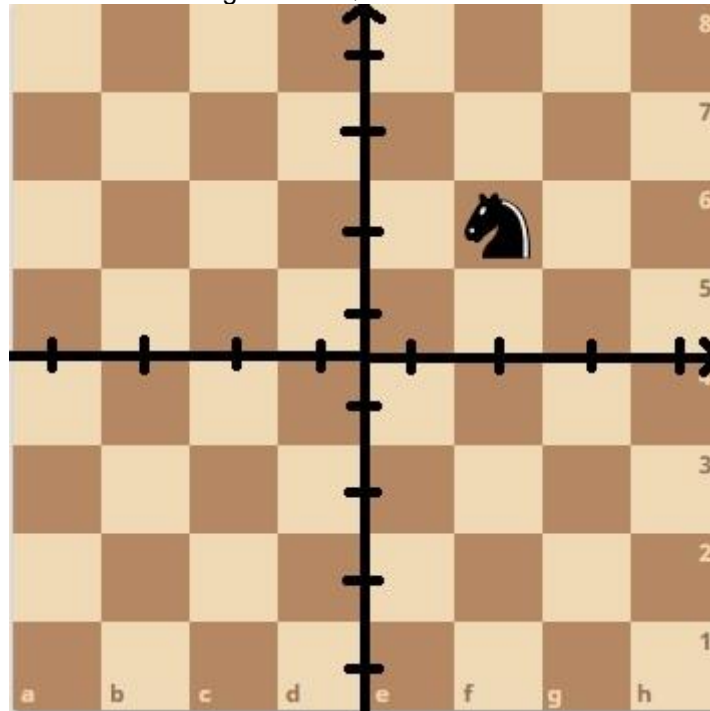
Sugestão de solução: Encontramos que a dama é três vezes o bispo, logo:

$$D = 9.$$

Questão 9º ano - Na figura a seguir, temos um cavalo num plano cartesiano. O cavalo encontra-se na casa f6, que é o par ordenado (2; 2) nesse

plano cartesiano. Determine para quais pares ordenados o cavalo pode se movimentar estando nessa casa.

Figura 28 - Questão 9º ano.



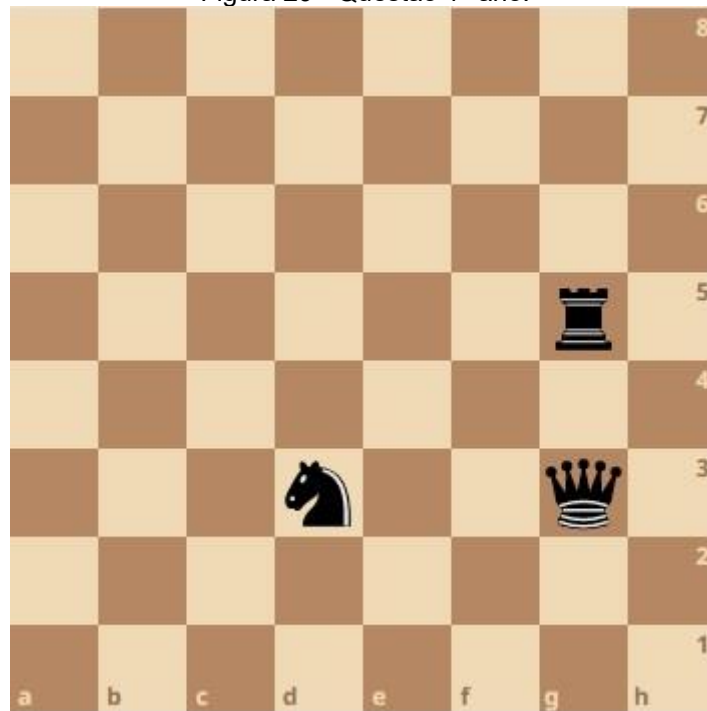
Fonte: Acervo pessoal.

Sugestão de solução:

$$\{(-1; 3), (1; 4), (3; 4), (4; 3), (4; 1), (3; -1), (1; -1), (-1; 1)\}.$$

Questão 1º ano – Dados cavalo, torre e dama na figura a seguir, determine os conjuntos das casas onde:

Figura 29 - Questão 1º ano.



Fonte: Acervo pessoal.

a) O Cavalo pode ir.

Sugestão de solução: {e5, f4, f2, e1, c1, b2, b4, c5}

b) A Torre pode ir.

Sugestão de solução: {g4, g6, g7, g8, h5, f5, e5, d5, c5, b5, a5}

c) A Dama pode ir.

Sugestão de solução: {g4, g2, g1, h4, h2, f2, e1, f4, e5, d6, c7, b8, e3, f3, h3}

d) O Cavalo ou a Dama podem ir.

Sugestão de solução:

{g4, g2, g1, h4, h2, f2, e1, f4, e5, d6, c7, b8, c1, b2, b4, c5, e3, f3, h3}

e) O Cavalo e a Dama podem ir.

Sugestão de solução: {e1, f4, f2, e5}

f) A Torre ou a Dama podem ir.

Sugestão de solução:

{g4, g2, g1, h4, h2, f2, e1, f4, e5, d6, c7, b8, g6, g7, g8, h5, f5, d5, c5, b5, a5, f3, e3, h3}

g) A Torre e a Dama podem ir.

Sugestão de solução: {g4, e5}

h) A Torre ou o Cavalo podem ir.

Sugestão de solução:

$\{g4, g6, g7, g8, h5, f5, e5, d5, c5, b5, a5, f4, f2, e1, c1, b2, b4\}$

i) A Torre e o Cavalo podem ir.

Sugestão de solução: $\{e5, c5\}$

Questão 2º ano – O número de Shannon é o número que o famoso pai da teoria da informação, Claude Shannon, determinou para representar a quantidade de partidas de xadrez diferentes que podemos realizar. Seja n_s , o número de Shannon, e sabendo que ele determinou o número utilizando a informação de que cada jogador pode fazer em média 30 lances na sua vez de jogar, e que uma partida teria 40 lances, determine n_s em potência de 10: (utilize $\log 3 \approx 0,5$).

$$n_s = (30 \cdot 30)^{40}$$

Sugestão de solução: A resolução dessa questão se encontra no capítulo anterior.

Questão 3º ano – Analise o diagrama a seguir. Sabendo que brancas jogam fazendo um lance aleatório, qual é a probabilidade do jogador com as peças brancas realizar um lance regular e que dê mate de maneira forçada em dois lances (esse lance e o próximo)?



Fonte: Acervo pessoal.

Sugestão de solução: São 12 lances possíveis com a torre, 1 com o peão e 2 com o Rei, ou seja, ao todo temos 15 lances regulares. O único lance que resulta num xeque-mate em dois lances seria Ta6, logo a probabilidade em fazer um lance aleatório e encontrar o xeque-mate em dois lances seria $\frac{1}{15}$. Repare que após Ta6, as negras têm apenas a possibilidade de fazer bXTa6 onde as brancas finalizariam com b7++ e a possibilidade de tirar o bispo para as casas de c7, d6, e5, f4, g3, h2 perante a qualquer um desses lances as brancas tem Txa7++.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O xadrez é um jogo, uma atividade lúdica, capaz de despertar grande interesse em crianças, jovens e adultos, fato que a presente pesquisa veio a demonstrar, conforme as respostas expostas pelos entrevistados. Estimula as associações e ligações sinápticas neuronais do cérebro, aumentando comprovadamente a capacidade intelectual e o QI dos jogadores, como apontado na pesquisa venezuelana. Busca incentivar a leitura, inspirar a imaginação e a criatividade. E vemos muitos casos que transforma a vida das pessoas.

A inserção de um jogo capaz de realizar tudo isso em um ambiente ou situação de aprendizagem, é de grande relevância como ferramenta de transmissão de conhecimento, sobretudo no caso do conhecimento matemático, uma vez que a Matemática é uma das disciplinas de maior dificuldade de assimilação pela maioria dos alunos no Brasil.

Desta forma, apresentamos e mostramos o xadrez como um recurso didático para aplicação no ensino da Matemática, sendo capaz de fazer com que os alunos aprendam de maneira significativa (“aprendizagem significativa”) e, portanto, muito mais duradoura que da maneira convencional. Além disso, estimula a associação com outras formas conhecimento e facilita a aprendizagem também de uma forma geral, tornando os alunos aptos a adquirirem mais conhecimento, e estimulando igualmente o seu desenvolvimento emocional e psíquico.

No contexto da educação pública, pela minha experiência, vi escolas que durante períodos chuvosos as quadras ficam impróprias para uso e o professor de educação física tendo o xadrez, poderia aproveitar esse período se for de seu interesse para praticar esse esporte devido a quadra estar imprópria para o seu uso.

Em pesquisas de preço, um conjunto de peças e tabuleiro de xadrez possui uma média de cinquenta reais, que é o suficiente para dois alunos. Logo, para uma turma de trinta seria necessários quinze jogos o que custaria 750 reais. Já um relógio de xadrez seria mais caro, tem um preço em média 120

reais cada e novamente para 15 alunos teria um investimento de 1.800 reais, mas também não é totalmente necessário o uso dos relógios para as aulas de xadrez, apesar de desejável.

Entretanto, o xadrez é capaz de contribuir e melhorar diretamente o rendimento escolar em todas as disciplinas, e, sobretudo, de despertar o interesse das crianças e adolescentes para a Matemática, fazendo com que esta seja vista como algo mais próximo do seu cotidiano. As relações e associações despertadas pelo xadrez podem ser transferidas para outras situações no contexto do dia-a-dia do aluno, transformando a Matemática em um conhecimento “vivo”, utilizado de forma prática em muitas circunstâncias da vida diária.

REFERÊNCIAS

AIDAR, Laura. Magnus Carlsen - Jogador de Xadrez Norueguês. **Ebiografia**. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/magnus_carlsen/>. Acesso em: 17.out.2021.

ALMEIDA, José Wantuir Queiroz de. **O Jogo de xadrez e a educação matemática: como e onde no ambiente escolar**. UEPB: Campina Grande-PB, 2010.

ALMEIDA, Rodrigo da Silva. **A Teoria das Inteligências Múltiplas de Howard Gardner e suas contribuições para a educação inclusiva: construindo uma educação para todos**. Ciências Humanas e Sociais: Alagoas, v. 4, n.2, p. 89-106, nov.2017.

ANDERSSSEN, Adolf. **Stringfixer**. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Adolf_Anderssen>. Acesso em: 19.jun.2021.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph e HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BRANDÃO, Pedro Ramos. Alan Turing: da necessidade do cálculo, a máquina de Turing até a computação. **Revista de Ciências da Computação**, nº 12, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Língua Portuguesa. Brasília/ DF: MEC, SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Projeto de Lei nº 5.840/2016. Reconhece os jogos da mente como esportes e os capacita para registro no Calendário Esportivo Nacional do Ministério dos Esportes. Disponível em: <<https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=2091966>>. Acesso em: 03.out.2021.

CASTRO, Celso. **Uma história cultural do xadrez**. Cadernos de Teoria da Comunicação, Rio de Janeiro, v.1, nº2, p.3-12, 1994.

Charutanga. **Chess.com**. Disponível em: <<https://www.chess.com/terms/chaturanga-game>>. Acesso em: 22.jun.2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação – reflexões sobre educação e matemática**. 3. ed., Campinas – SP: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DAUVERGENE, 2007 *apud* ALMEIDA, 2010, p. 37.

DOMINGUES, Cristiane Lumertz Klein. A Importância da Imaginação na Educação. **ANALECTA**, Guarapuava-PR, v.11, n. 2, p. 11-22, jul./dez. 2010.

Escola Hipermoderna de Xadrez. **Tabuleiro De Xadrez**. Disponível em: <<https://www.tabuleirodexadrez.com.br/escola-hipermoderna-de-xadrez.html>>. Acesso em: 11.out.2021.

Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM 2009. **INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>>. Acesso em: 20.out.2021.

Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2018. **INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Ministério da Educação. Disponível em: <<http://www.enem.inep.gov.br/>>. Acesso em: 20.out.2021.

Federação Portuguesa de Xadrez - FPX. **Leis do Jogo de Xadrez da Federação Internacional de Xadrez (FIDE)**. Lisboa, 2018. Disponível em: <http://arbiters.fide.com/wp-content/uploads/2019/02/Regras_de_Xadrez_Formatadas_2018_linkadas.pdf>. Acesso em: 03.out.2021.

FERNANDES Jr., COSTA, José. **Escalada de um campeão – Kasparov 1982-1984**. 1ª edição, Niterói-RJ: Ed. NCO, 2020.

FERNANDO, Cristine. 10-year-old boy who once lived in a homeless shelter achieves remarkable title: chess master. **USA TODAY**, mai.2021. Disponível em: <<https://www.usatoday.com/story/news/nation/2021/05/12/chess-master-title-10-year-old-tani-adewumi/5052975001/>>. Acesso em: 19.mai.2021.

Guia da Carreira. **Os 7 Tipos de Inteligência: de que Tipo é o seu Cérebro?** Disponível em: <<https://www.guiadacarreira.com.br/carreira/7-tipos-de-inteligencia/>>. Acesso em: 20.out.2021.

GROSSI, Gabriel Pillar. Leitura e sustentabilidade. **Nova Escola**, São Paulo, SP, n° 18, abr. 2008.

GUTIERRES, Zeca. **As 10 razões que provam que jogar xadrez aumentam a inteligência dos seus filhos**. Disponível em:

<<https://gq.globo.com/Paternidade/noticia/2019/03/10-razoes-que-provam-jogar-xadrez-aumenta-inteligencia-dos-seus-filhos.html>>. Acesso em: 23.jun.2021.

HEINRICH, Vivian. Rating - Parte I. **Xadrez Total**. Disponível em:

<<https://xadreztotal.com.br/rating-parte-i/>>. Acesso em: 20.jun.2021.

HODGES, Andrew. **Alan Turing: o Enigma**. Londres: Vintage, 1992.

Ifunny.com. Leia tudo, é impressionante! Disponível em:

<<https://br.ifunny.co/picture/QxMhUx7s8>>. Acesso em: 22.out.2021.

Instituto Sidarta. **Claude Shannon: conheça o pai da teoria da informação**.

Mentalidades Matemáticas, 2021. Disponível em:

<<https://mentalidadesmatematicas.org.br/claude-elwood-shannon-conheca-o-pai-da-teoria-da-informacao/>>. Acesso em: 10.jun.2021.

JALES, Luís Fábio Alves. PCA, uma concorrente da FIDE. **Batalha de Mentes**, 2020. Disponível em: <<https://batalhadementes.blogspot.com/2020/05/pca-uma-concorrente-da-fide.html>>. Acesso em: 17.out.2021.

KASPAROV, Garry. Jô Soares entrevista Garry Kasparov. Entrevista concedida a Jô Soares. **Globo**, Rio de Janeiro. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=Xj01QnBCkr4>>. Acesso 10.nov.2020.

LASKER, Emanuel. **Tabuleiro De Xadrez**. Disponível em:

<<https://www.tabuleirodexadrez.com.br/emanuel-lasker.html>>. Acesso em: 11.out.2021.

LAUAND, Jean. **Shatranj - o xadrez árabe e o ocidente medieval**. International Studies on Law and Education 8 mai-ago 2011 CEMOrOc-Feusp / IJI-Universidade do Porto.

LEITÃO, Rafael. **A História das Olimpíadas de Xadrez**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/historia-das-olimpiadas-de-xadrez/>>. Acesso em: 10.jun.2021.

_____. **A História do Xadrez Moderno**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/historia-xadrez-moderno/>>. Acesso em: 21.jun.2021.

_____. **Dicas para Aprimorar o seu Cálculo no Xadrez**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/dicas-calculo-xadrez/>>. Acesso em: 19.out.2021.

_____. **FIDE X PCA: A Divisão do Xadrez**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/fide-x-pca-divisao-xadrez/>>. Acesso em: 26.jun.2021.

_____. **Grandes Enxadristas: conheça a história de Wilhelm Steinitz**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/grandes-enxadristas-steinitz/>>. Acesso em: 10.out.2021.

_____. **Grandes Enxadristas: Mikhail Botvinnik**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/enxadrista-mikhail-botvinnik/>>. Acesso em: 10.out.2021.

_____. **Grandes Rivalidades: Capablanca x Alekhine**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/capablanca-alekhine/>>. Acesso em: 10.out.2021.

_____. **Nova York 1927: Capablanca 2700 e uma das maiores atuações da história do xadrez**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/nova-york-1927-capablanca/>>. Acesso em: 03.out.2021.

_____. **Os Acontecimentos Mais Marcantes do Xadrez Moderno**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/10-acontecimentos-marcantes-xadrez-moderno/>>. Acesso em: 10.out.2021.

_____. **Os Benefícios do Xadrez na Educação das Crianças**. Disponível em: <<https://rafaelleitao.com/beneficios-xadrez-educaco-criancas/>>. Acesso em: 19.out.2021.

LILLO-CRESPO, Manuel et al. **Chess Practice as a Protective Factor In Dementia**. Disponível em: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6617066/>>. Acesso em: 14.nov.2020.

LIMA, Kleyton de Alcântara. François-André Danican Philidor. **Xadrez Total**, 2020. Disponível em: <<http://xadreztotal.com.br/philidor/>>. Acesso em: 03.out.2021.

Manual Lasker - Aberturas #1. **Chess.com**. Disponível em: <<https://www.chess.com/pt/blog/Ciadoxadrez-Youtube/manual-lasker-aberturas-1-1>>. Acesso em: 11.out.2021.

MISTREAVVER. Chess Computer Engines. **Chessentials**. Disponível em: <<https://chessentials.com/history-of-chess-computer-engines/>>. Acesso em: 21.jun.2021.

Movimentos - Bispo, Cavalo e Peão. **Só Xadrez**. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2013-2021. Disponível em: <<http://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/p1.php>>. Acesso em: 20.jun.2021.

Movimentos das Peças. **Só Xadrez**. Virtuuous Tecnologia da Informação, 2013-2021. Disponível em: <<http://www.soxadrez.com.br/conteudos/movimentos/>>. Acesso em: 20.jun.2021.

NIMZOWITSCH, Aaron . **Tabuleiro De Xadrez**. Disponível em: <<https://www.tabuleirodexadrez.com.br/aaron-nimzowitsch.html>>. Acesso em: 11.out.2021.

NIMZOWITSCH, Aaron. **Meu Sistema**. 1ª ed. Santana de Parnaíba, SP: Editora Solis, 2007.

O que é aprendizagem significativa? Saiba como aplicar! **Sae Digital**. Disponível em: <<https://sae.digital/aprendizagem-significativa/>>. Acesso em: 22.out.2021.

PAUL MORPHY. **Stringfixer**. Disponível em: <https://stringfixer.com/pt/Paul_Morphy>. Acesso em 19.jun.2021.

Pawn Structure. **Ichess**. Disponível em: < <https://www.ichess.net/blog/pawn-structure-in-chess/>>. Acesso em 26.ago.2022.

PEREIRA, José Manuel Blanco. **Batalha épica na Guerra Fria: Fischer x Spassky**. Associação Leopoldinense de Xadrez - ALEX, 2013. Disponível em: <<http://www.alex.org.br/2013/07/batalha-epica-na-guerra-fria-fischer-x-spassky/>>. Acesso em: 14.out.2021.

PEREIRA, Wagner. Gênios Construídos - o lado oposto de múltiplas inteligências. **Xtreme-DJ**, jan.2017. Disponível em: <<http://www.xtreme-dj.com/4All/genios-construidos-o-lado-oposto-de-multiplas-inteligencias/>>. Acesso em: 19.out.2021.

Revista Esportelândia. **Principais movimentos do xadrez: capturas e ações especiais**, 2021. Disponível em: <https://www.esportelandia.com.br/xadrez/principais-movimentos-do-xadrez/#Movimentos_do_xadrez_para_iniciantes>. Acesso em: 19.jun.2021.

Revista Inteligência de Vida. **Quem é Howard Gardner e o que é Teoria das Inteligências Múltiplas**, ago.2018. Disponível em: <<https://www.inteligenciadevida.com.br/pt/conteudo/quem-e-howard-gardner-especialistas-em-educacao/>>. Acesso em: 20.out.2021.

Revista Galileu. **17 Fatos e Curiosidades sobre a Vida do Allan Turing**, 2018. Disponível em: <<https://revistagalileu.globo.com/Cultura/noticia/2018/06/17-fatos-e-curiosidades-sobre-vida-do-alan-turing.html>>. Acesso em: 17.out.2021.

Revista Superinteressante. **Como e Onde Surgiu o Xadrez**. 2000. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/comportamento/como-e-onde-surgiu-o-xadrez/>>. Acesso em: 21.jun.2021.

Revista Superinteressante. **O Percurso do Cavalo no Xadrez**. nov.2009. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/comportamento/o-percurso-do-cavalo-no-xadrez/>>. Acesso em: 26.jun.2021.

SHANNON, Claude. **Programming a computador for Playing Chess**. Philosophical Magazine, Ser. 7, Vol. 41, nº 314, 1950.

TAHAN, Malba. **O Homem que calculava**. 3ª edição. Rio de Janeiro: Record, 2015.

Temas Táticos. **Chesstempo**. Disponível em: <<https://pt.chesstempo.com/tactical-motifs>>. Acesso em 26.ago.2022

Tomada em passant - Movimentos extraordinários. Só Xadrez. **Virtuous Tecnologia da Informação**, 2013-2021. Disponível em: <http://www.soxadrez.com.br/conteudos/mov_extraordinario/>. Acesso em: 23.jun.2021.

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. **Problema do Cavalo**. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/grafos/temas/hamiltoniano/cavalo.htm>>. Acesso em: 20.out.2021.

World Chess Championship-WCC: Fischer vs. FIDE, 1975. **Chess Games**. Disponível em: <<https://www.chessgames.com/perl/chesscollection?cid=1027140>>. Acesso em: 14.out.2021.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. **Ensinar matemática com resolução de problemas**. Quadrante. Vol. XXIV, nº 2, 2015.

VASCONCELOS, Yuri. Kasparov vs. Karpov: Duelo de Titãs. **Aventuras na História**, São Paulo, nov.2018. Disponível em: <<https://aventurasnahistoria.uol.com.br/noticias/reportagem/duelo-xadrez-kasparov-karpov.phtml>>. Acesso em: 14.out.2021.

Xadrez Aleatório de Fischer - Xadrez 960. **p4r.com.br**. Disponível em: <http://www.p4r.com.br/pdfs/P4R.COM.BR-0212-Fischer_Random_Chess.pdf>. Acesso em: 03.out.2021.

Xadrez Capablanca. **Só Xadrez**. Virtuoso Tecnologia da Informação, 2013-2021. Disponível em: <<http://www.soxadrez.com.br/conteudos/variantes/v4.php>>. Acesso em: 03.out.2021.

Zugzwang. *In*: Termos de Xadrez. **Chessentials**. Disponível em: <<https://www.chess.com/pt-BR/terms/zugzwang-xadrez>>. Acesso em: 19.out.2021.

30 Smartest People Alive Today. **Super Scholar**, 2021. Disponível em: <<https://superscholar.org/smartest-people-alive/>>. Acesso em: 23.jun.2021.

APÊNDICE - Pesquisa junto a jogadores de xadrez do Estado do Rio de Janeiro

Perguntas:

- 01** - Há quanto tempo você joga xadrez?
- 02** - Com que frequência você faz uma atividade envolvendo xadrez?
- 03** - O que despertou seu interesse no xadrez?
- 04** - Qual a importância do xadrez para você, ou na sua vida?
- 05** - Você acha que o xadrez contribuiu para a sua formação? De que forma?
- 06** - Você acredita que as suas atividades no xadrez ajudaram a melhorar seu conhecimento na área de matemática?
- 07** - Se fosse proposto resolver um problema usando matemática e xadrez, você acredita que o xadrez facilitaria a resolução do problema? De que forma?
- 08** - Qual área do conhecimento você trabalha ou pretende trabalhar?

ANEXO - Apostila “Interdisciplinaridade do Xadrez com a Matemática”



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

1

Interdisciplinaridade do xadrez com a matemática

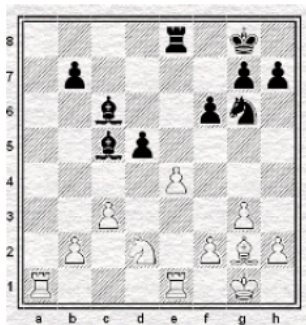
O xadrez e a matemática são ciências exatas, ambas ricas em interdisciplinaridade, no qual, diversos conceitos enxadrísticos podem ser aplicados à matemática. Alguns deles são: estimativa, coordenadas cartesianas, valores absolutos, noções espaciais e de lateralidade, geometria, área e perímetro, probabilidade, estatística, problemas de lógica, progressão geométrica (PG), e vários outros.

Como ensinar matemática aos nossos alunos através das aulas de xadrez?

Vejamos alguns exemplos:

1 - Contagem e comparação de quantidades.

- As quatro operações:



Adição: quando há ganho de material através das trocas.

Subtração: quando há perda de material através das trocas.

Veja o diagrama ao lado, por exemplo:

Pretas jogam

..... d5 x e4
B x e4 B x e4
C x e4 T x e4 (?)
T x e4

E brancas possuem considerável vantagem material.

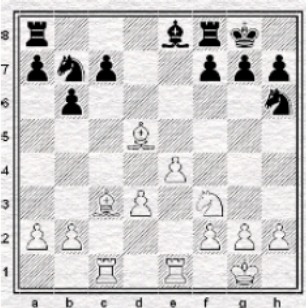


Multiplicação: quando uma peça aumenta o poder de outra, como por exemplo: dobrar as torres numa coluna aberta.

No diagrama ao lado brancas jogam:

T(f1) d1

...,
dobrando as torres na coluna "d" e visando a casa d7 numa ameaça para as pretas, posicionando na 7ª fileira uma das torres brancas.



Divisão: quando as peças estão mal posicionadas ocorre a divisão de forças no tabuleiro.

No diagrama ao lado, as peças brancas estão melhor posicionadas e as peças pretas "dividiram-se", pois não dominam tantas casas como as peças brancas.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

2

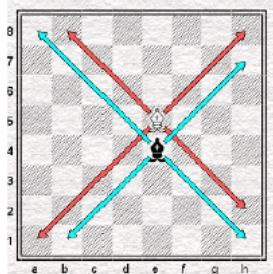
2 - Figuras e movimentação geométricas das peças.

- Quadrado.
- Triângulo.
- Várias figuras geométricas.

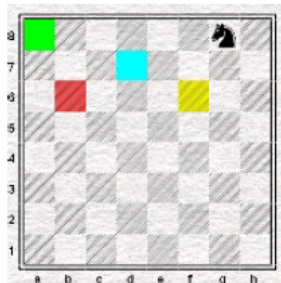
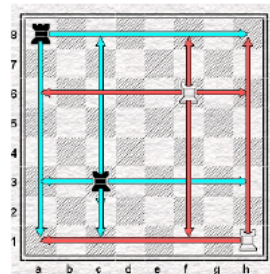
Veja alguns exemplos:

- Figuras e movimentação geométricas das peças.

a) Bispos: diagonais



b) Torres: perpendicularismo/ortogonalidade



- Caso interessante: o cavalo e o problema do seu percurso em todas as casas do tabuleiro. Este exercício consiste em percorrer utilizando o movimento do cavalo, todas as casas do tabuleiro sem repetir nenhuma já utilizada. No diagrama ao lado: f6, d7, b6, a8, depois pode continuar com c7, e6 (passando sobre a casa d7) o interessante é respeitar a regra: não repetir as casas que já foram utilizadas. Grandes pensadores matemáticos utilizaram este problema para ensinar probabilidades e análise combinatória.

Outros exemplos:

- Colocar 8 damas em um tabuleiro, onde nenhuma ataca outra;
- Colocar 16 reis em um tabuleiro, onde nenhum ataca o outro;

3 - Coordenadas algébricas sobre um plano cartesiano. Localização espacial em um plano.

Todos os diagramas utilizam “eixos cartesianos”. O eixo “x” é das fileiras numeradas. E o eixo “y” é o das colunas nomeadas da esquerda para a direita da letra “a” até “h” minúsculas.

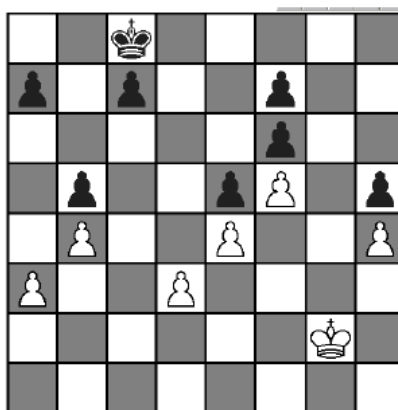
Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



4 - Noção de tempo através do cálculo de lances.

Para um aluno realizar esta conta: $12 + 31 + 11 + 27 + 21 = ?$, o aluno utiliza a calculadora para facilitar e utilizar menos tempo. Está correto? Mais ou menos. O ideal é o aluno trabalhar o cálculo mental para desenvolver o raciocínio. Por isso é bom evitar a utilização da calculadora ao realizar contas do dia a dia. No xadrez os cálculos ocorrem a todo momento. Um exemplo comum que utilizamos a matemática para calcular lances, é nos finais de partida, principalmente nos finais de peões. Às vezes o enxadrista em um lance tem a possibilidade de ganhar a partida, mas depende de fazer um cálculo de vários lances para descobrir a linha vencedora. Vejamos um exemplo no diagrama abaixo:



Neste final de partida de apenas peões, as negras tem uma linha correta de cálculo, ou seja, linha que ganhará a partida. O enxadrista deverá calcular todos os lances para não cometer erros e garantir a sua vitória, O caminho da vitória das negras é coroar o peão. Muitas das vezes os enxadristas deixam de ganhar uma partida devido a não calcular bem a linha ou os lances (cálculo exato), até mesmo não achar o caminho da vitória. Isso se resolve através de estudos e muito treino, lembrando-se que a matemática está presente em todos os momentos da partida. É como realizar uma operação matemática, temos que ser exato no cálculo mental, senão o resultado será errado.

Com relação a este final do diagrama acima, temos duas situações: a 1ª é quando os enxadristas estiverem em apuro de tempo. O jogador conseguirá calcular este final e saber como ganhar em um “pingue”? Claro que não! Os enxadrista tem uma noção grande de tempo. Neste caso, eles pensaram rápido e jogaram lances de acordo com seu tempo utilizando os conceitos como: Levar o rei para o centro para ajudar os peões, tentar passar um peão para coroar e ganhar e etc. Na 2ª situação: ambos enxadristas tem bastante tempo e chegam nesta posição do diagrama acima. O enxadrista entende muito bem que tempo no momento não é problema. Ele poderá pensar tranquilamente e ate mesmo achar o cálculo matemático exato para fazer o lance que decretará sua vitória em breve.



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º. ADRIANO PENA

4

5 - Conceito do domínio espacial em uma determinada posição. Onde, quem tem mais espaço possui mais possibilidades de lances.

6 – Simplificação

Teoria da simplificação de Capablanca: *"Quando você está ganhando material troque peças para simplificar a posição."*

7 - Cálculo de áreas.

a) Área do quadrado.

b) Área do triângulo.

c) Áreas de figuras planas. Além dessas relações de conteúdos com a prática do xadrez podemos destacar como um enxadrista tem semelhanças a um matemático, onde ambos pensam muito no campo da abstração.

8 - Potenciações:

O tabuleiro de xadrez é composto de 64 casas bicolores. Utilizando este fator matemático (2^6) seguem-se várias atividades para a aprendizagem e compreensão da operação de potenciação.

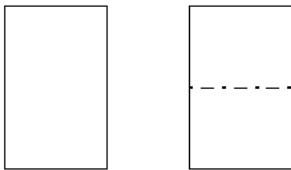
Material utilizado: uma folha de papel A4 (se encontrar maior melhor)

A atividade consiste em dobraduras formando os quadrados (ou pequenos retângulos).

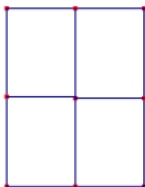
Ao atingir 6 dobras teremos o tabuleiro de 64 casas.

Veja como:

2^1 = uma dobra na folha original (forma-se dois quadrados ou retângulos)



2^2 = duas dobras (quatro quadrados ou retângulos)



Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
 Centro – Araxá MG.

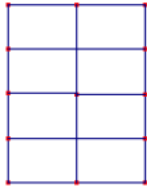
Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º ADRIANO PENA

5

$2^3 =$ três dobras (oito quadrados ou retângulos)

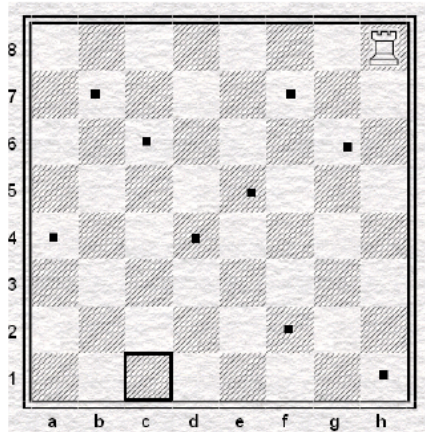


E assim sucessivamente o aluno descobre por si mesmo a operação da potenciação. Outra aplicação é em Progressões Geométricas e Juros Compostos. A atividade pode ser a mesma sabendo que neste caso a razão é 2 e ainda pode-se complementar com a história dos grãos de trigo de Sissa (vide livro “O Homem que Calculava – Malba Tahan”).

9 - Lateralidade:

Muitos alunos, especialmente nas fases introdutórias do ensino fundamental, possuem dificuldades na lógica e na compreensão sobre a lateralidade (sentido de direito e esquerdo). No jogo de xadrez a criança consegue aprender através do lúdico e do movimento das peças (especialmente torres, bispos e dama) os conceitos de horizontalidade, verticalidade, diagonais, bem como “esquerdo-direito”.

Numa aula prática de xadrez, com o tabuleiro e as torres, os bispos e dama, rapidamente conseguem visualizar e traçarem os “caminhos” através de obstáculos. Vejamos um exemplo:



Exercício com Torre:

Respeitando o movimento da Torre, qual é o menor número de lances possíveis serão necessários para que a torre branca chegue a casa c1, sem passar por cima dos pontos pretos já indicados?

Resp.: 3 lances (h3-c3-c1)

Neste pequeno exemplo consegue-se visualizar alunos que possuem dificuldades de encontrar o melhor caminho para a torre, sendo assim gastarão maior número de lances possíveis. A solução proposta indica que o aluno possui os sentidos de horizontalidade e verticalidade

aprendidos e aplicados no problema proposto.

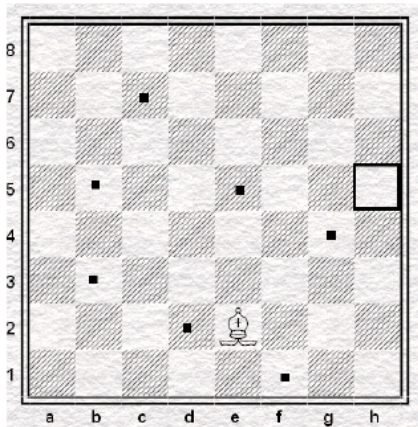
Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
 Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

6



Exercício com Bispo:

Respeitando o movimento do Bispo, qual é o menor número de lances possíveis serão necessários para que o bispo branco chegue a casa h5, sem passar por cima dos pontos pretos já indicados?

Resp.: 3 lances

Este exercício possui 2 respostas e quem encontrar tais verifica-se a compreensão do sentido de diagonalidade.

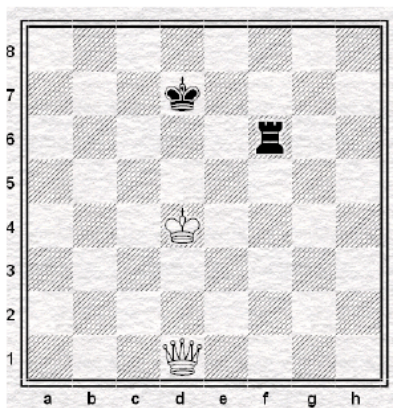
10 - Equações e Problemas

Grande parte do fracasso escolar em matemática deve-se a incompreensão de uma situação problema. Como transformar em linguagem matemática um enunciado e aplicar os conhecimentos de álgebra, geometria e aritmética como ferramentas na busca de uma solução?

O xadrez podemos dizer que é um grande problema a ser resolvido. O enunciado é o seguinte: “Temos um exército branco e outro preto. Cada qual com 32 peças com seus movimentos e particularidades. Como dar xeque-mate no rei adversário?” Este é o problema central do xadrez e o desenvolvimento, o desenrolar do jogo dirige-se única e exclusivamente para este fim. Os jogadores elaboram planos, estratégias e metas a serem alcançadas para no fim conquistarem o seu objetivo maior: xeque-mate no rei adversário.

Se alunos conseguem visualizar estes planos e estratégias, o jogo de xadrez pode e deve oferecer os passos para a solução de situações problemas do dia-a-dia utilizando os conceitos matemáticos para resolvê-los.

Vamos a uma situação no tabuleiro:



Situação-problema: pretas movem e vencem.

Análise da situação: as brancas possuem larga vantagem e facilmente vencem as pretas. Mas as pretas possuem um lance decisivo que mudará o fim deste jogo.

Qual é o melhor lance? E com qual peça deverá mexer o condutor das peças pretas?

Esta decisão é de extrema importância para a compreensão não somente do jogo mas de situações matemáticas em que envolvem conceitos para a encontrar a solução dos mesmos.

A resposta deste exercício é 1.... Td6 + (torre preta move-se para a casa d6 e dá xeque ao Rei branco). E porque este lance é o vencedor? Pois pela análise

descobre-se a impossibilidade de o Rei branco sair do xeque e capturar a Torre preta que por sua vez capturará seguramente a Dama branca.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

7

Resumo e aproveitamento do exercício em sala de aula:

- Leitura e interpretação da situação problema.
- Identificação do problema: Com um movimento só as pretas reverterem a vantagem (análise das infinitas possibilidades de lances e escolha do melhor possível)
- Verificação do plano escolhido e aplicação mental com resolução e resposta.
- Efetuando a prática consolidando o exercício mental.
- Comprovação da estratégia com a vitória das peças pretas.

Passando para as equações e problemas:

- Leitura e interpretação do problema.
- Identificação do problema: o que devemos encontrar? O que devemos resolver? O que buscamos? (análise dos dados fornecidos e busca de melhor solução)
- Verificação do plano escolhido e aplicação mental com resolução e resposta
- Efetuando operações consolidando o exercício e plano mental.
- Comprovação do plano encontrando a resposta

11- Outras relações de fundamental importância.

É importante o desenvolvimento da atenção para se efetuar uma jogada. A visão do detalhe perante um todo. A imaginação e a antevisão do lance adversário. Todos são fatores importantes do raciocínio lógico aplicados à matemática, assim como no xadrez.

Concluimos que o xadrez é muito amplo em relação à interdisciplinaridade com a matemática. Basta o professor jogar xadrez e aproveitar com o jogo, as grandes vantagens vindas com a prática. Através desta e dos conhecimentos adquiridos, com o tempo o professor poderá utilizar sua criatividade para elaborar atividades interessantes para abrihntar suas aulas. Com este processo o professor ajudará seus alunos a compreenderem melhor a bela ciência que é a matemática demonstrando assim, a importância que esta desempenha em seu dia-a-dia.

Vejamos alguns exercícios de matemática envolvendo xadrez.

Estes exercícios de matemática que envolvem o tema "Xadrez" têm por objetivo utilizar o xadrez na matemática visando trabalhar o interesse dos alunos e dessa forma, contribuir para o aprendizado despertando o fascínio pelas aulas de matemática. Os exercícios mostram além de tudo, como a matemática e o xadrez fazem uma parceria de sucesso. Ao elaborar os exercícios, os professores deverão substituir os nomes adequando-os aos seus alunos nos casos, fazendo assim, com que desperte ainda mais o interesse destes na resolução daqueles.

Vejamos então, alguns exemplos de exercícios elaborados pelo Professor da Academia Araxaense de Xadrez e Matemático, Adriano Pena Ribeiro Lemos com a contribuição do também Professor de Matemática e Xadrez André Luiz de Oliveira.

Nestes exercícios o professor utiliza nomes de enxadristas conhecidos para demonstrar como um educador poderá utilizar sua criatividade e criar exercícios envolvendo seus alunos e sua cidade despertando, assim, o interesse nas aulas de Matemática.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000

Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

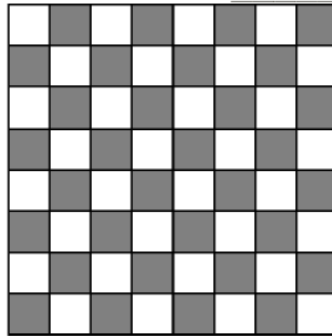
8

Exercícios de cálculo de áreas.

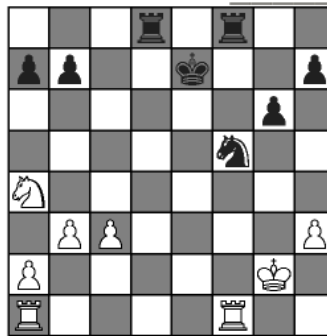
Calculando áreas em um tabuleiro de Xadrez.

OBS: Os exercícios envolvendo um tabuleiro de xadrez serão utilizados a medida oficial (40/40 cm).

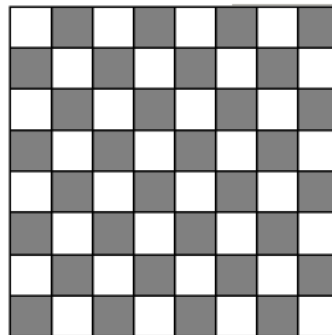
- 1) Calcule a área total de todas as casas brancas de um tabuleiro de Xadrez.



- 2) Observe o diagrama abaixo e calcule a área total de todas as casas ocupadas por peças.



- 3) Calcule a área total da parte mais importante do tabuleiro, conhecido como o “quadrado central”.



Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

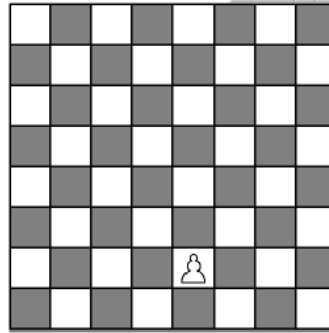
Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



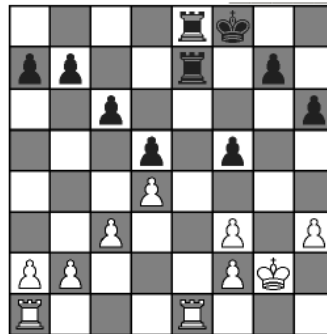
ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º ADRIANO PENA

9

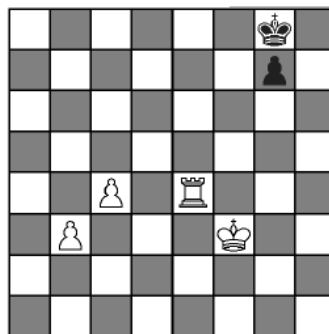
4) No diagrama abaixo, temos um peão localizado na casa “e2”, observe as casas onde este peão ataca e calcule a área total das casas atacada pelo peão.



5) Neste diagrama abaixo, observe que temos uma determinada posição. Calcule a área total de todas as casas que os peões das brancas atacam.



6) Temos neste diagrama abaixo uma torre localizada na casa “e4”, calcule a área total das casas onde esta torre ataca.



Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
 Centro – Araxá MG.

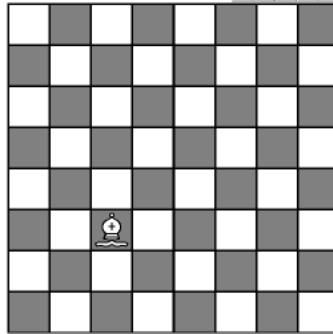
Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



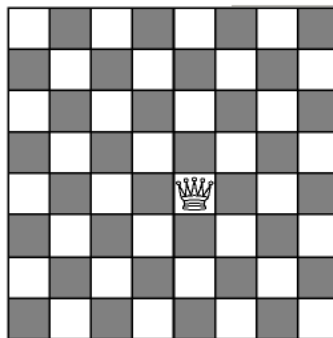
ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º ADRIANO PENA

1

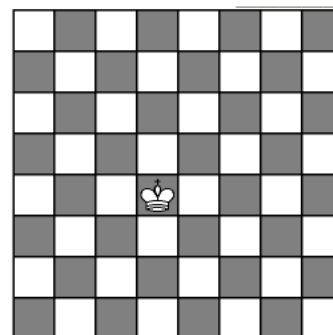
7) Observe que temos um bispo localizado na casa "c3". Calcule a área total das casas atacadas pelo bispo.



8) Vejamos no diagrama abaixo a peça mais poderosa do Xadrez (dama) que está localizado na casa central "e4". Calcule a área total de todas as casas onde ela ataca.



9) Veja no digrama abaixo a peça mais importante do Xadrez (rei) que está localizada na casa "d4". Observe e calcule a área total de todas as casas onde este rei ataca.

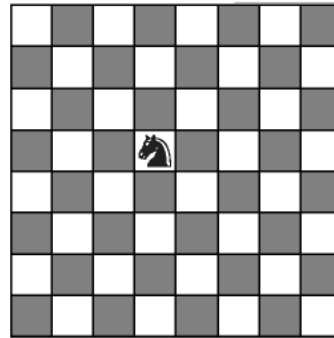




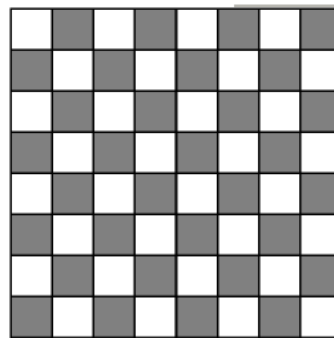
ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º ADRIANO PENA

1

10) Temos na casa “d5” o cavalo. Observe o diagrama abaixo, quais são as casas que este cavalo ataca. Calcule a área total das casas atacadas pelo cavalo.



11) Qual é a área total das casas b3, c8, f7, h1 e a2.



12) Descubra nesta posição mostrada no diagrama abaixo, qual é a área em metros quadrado das casas onde se encontram as torres?



Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
 Centro – Araxá MG.

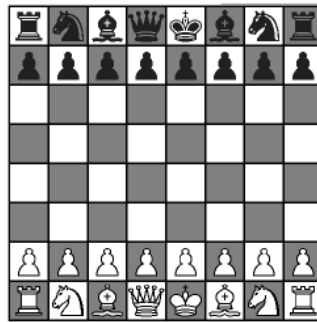
Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

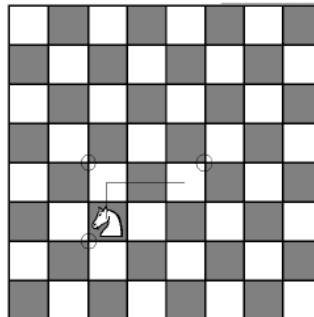
1

13) Neste diagrama abaixo, todas as peças estão em suas casas de origem, descubra quais são as possibilidades que as brancas têm para jogar em seu 1º lance e depois calcule a área total destas casas.

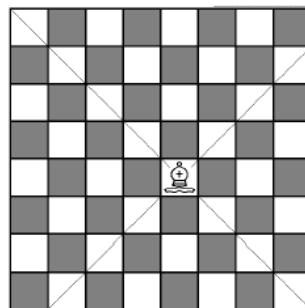


14) Calcule a área total do triângulo formado pelo movimento do cavalo que estava na casa "c3" e foi movimentado para casa "e4". Observe no diagrama que os círculos mostram os vértices do triângulo das casas por onde o cavalo passou em seu movimento.

Vértice A, esta localizado na casa "c3"
Vértice B, esta localizado na casa "c4"
Vértice B, esta localizado na casa "e4"



15) Observe que temos um bispo localizado na casa "e4". Através do movimento do bispo dividimos o tabuleiro de xadrez em 4 partes. Calcule a área total do triângulo onde localiza a casa "h3". Veja o diagrama e resolva.



Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: axadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

1

Exercícios de perímetro e retas.

- 16) Qual é a medida em cm da maior diagonal do tabuleiro?
- 17) Qual é o perímetro total da soma de todas as casas de um tabuleiro de xadrez?

Exercícios de Razão e Proporção.

- 18) O enxadrista Gérson durante o ano de 2004, ganhou 2 torneios dos 7 disputados. Já o enxadrista Molina no mesmo ano ganhou 8 torneios de “x” torneios disputados Qual é a Razão entre o numero de torneios disputados entre os dois enxadristas?
- 19) O enxadrista Rui disputou 12 torneios no ano de 2005 e obteve 48 vitórias. Qual a razão entre o número de vitórias para o número de torneios disputados por Rui?
- 20) Em um torneio de xadrez na cidade de Varginha, participaram os 12 enxadristas convidados pela organização (Torneio fechado), onde apenas 4 se classificariam para disputar o título de Campeão Absoluto da cidade de Varginha do ano de 2000. Qual é a Razão entre o número de enxadristas pelo número de vagas para final?

Exercícios de Porcentagem.

- 21) João Paulo disputou no ano de 2005, 74 partidas em torneios. João obteve 49 vitórias, 18 empates e 7 derrotas. Qual foi o aproveitamento de João Paulo em 2005?
- 22) A Federação Mineira de Xadrez no ano de 2004, fechou o ano com 360 enxadristas com Rating FMX. A Federação observou que 25% desses enxadristas tinham Rating FIDE. Dos restantes dos jogadores, 11 enxadristas tinham Rating CBX. Quantos jogadores tinham apenas Rating FMX?
- 23) Na loja virtual do Clube de Xadrez o tabuleiro e peças oficiais são vendidos no valor de R\$ 40 reais. Na compra de 10 jogos de peças o desconto é de 15% no total da compra. Ao fazer o pagamento o comprador Alexandre pagou 40% do pedido e o restante foi pago pela Academia Araxaense de Xadrez. Qual foi o valor pago pela Academia?

Exercício que envolve Porcentagem e Áreas.

- 24) O enxadrista Arthur pegou um tabuleiro de papelão durante a aula de Matemática que tinha as medidas oficiais (40/40 cm) e cortou em 4 partes iguais. Arthur mostrou para sua Professora de Matemática o tabuleiro cortado em 4 partes. A Professora pegou uma parte deste tabuleiro e pediu para que todos os alunos calculassem 75% da área total das casas brancas. Qual é a área em cm^2 ?

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

1

25) No Campeonato Brasileiro de Xadrez o enxadrista Geovani conquistou o título de Campeão com 9 pontos em 11 disputados. Geovani jogou 6 partidas de brancas, 5 de pretas, obteve 5 vitórias com as peças brancas e um empate. Com as peças pretas Geovani teve 3 empates. Ele não perdeu nenhuma partida neste torneio. Responda as perguntas abaixo sobre seu desempenho:

- a) Qual foi o aproveitamento (%) de Geovani no torneio?
b) Qual foi a diferença entre o aproveitamento entre as peças brancas e as peças pretas nas partidas jogada por Geovani neste torneio?

Exercícios de Inequações.

26) Em um torneio realizado em Uberaba, Francisco sagrou-se Campeão diante de “X” jogadores inscritos. A organização do evento retirou 50 enxadristas que fizeram a inscrição, mas não estavam em dia com a LUX. A quantidade de enxadristas que restaram no torneio é menor que $\frac{3}{4}$ do total inscritos. Qual é a sentença matemática que podemos escrever para expressar esse fato? Quantos enxadristas participaram deste torneio?

Exercícios de lógicas.

27) Em um torneio realizado em Araxá arbitrado pela Professora Andrea, classificarão três enxadristas para disputa do título. Márcio, Alexandre e Marco Antonio. Os três enxadristas confrontaram entre eles em apenas um turno. Após o termino do evento Márcio sagrou se campeão com 0.5 pontos a frente de Alexandre e Marcos terminou em 3º lugar com apenas 0.5 ponto. Nesta disputa tivemos apenas um único empate. Independente de cor, quais foram os três resultados do torneio?

28) Em um torneio realizado em BH tiveram 160 enxadristas inscritos. Quando o Árbitro Internacional Olyntho estava digitando os nomes dos inscritos, ele observou que os rating estavam assim, de acordo com a tabela abaixo.

Rating	Quantidade de inscritos
A	62
B	62
C	72
A e B	14
A e C	08
B e C	20
A, B e C	X

A = Enxadristas que tinham rating FMX

B = Enxadristas que tinham rating CBX

C = Enxadristas que tinham rating FIDE

Encontre o valor de “X” que corresponde aos jogadores que obtém os três rating.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º ADRIANO PENA

1

29) Em um torneio fechado realizado na cidade de São Sebastião do Paraíso, tivemos 6 enxadristas convidados a participarem. O torneio foi disputado no sistema shuring de empareiramento, após a 4ª rodada a classificação estava assim:

- 1º Evandro - 3,5 pontos (3 vitórias e 1 empate)
- 2º Molina - 2.5 pontos (1 vitória e 3 empates)
- 3º Gérson - 2.0 pontos (1 vitória, 2 empates e 1 derrota)
- 4º Frederico – 1.5 pontos (3 empates e 1 derrota)
- 5º Francisco – 1.5 pontos (1 vitória, 1 empate e 2 derrota)
- 6º Luiz – 1.0 ponto (2 empates e 2 derrotas)

Perguntamos:

a) Temos apenas dois resultados, quais foram os outros resultados da tabela abaixo?

1ª rodada			
Mesa	Branças	Resultados	Pretas
1	Gérson	1 x 0	Luis
2	Frederico	0.5 x 0.5	Evandro
3	Molina	x	Francisco
2ª rodada			
1	Gérson	x	Molina
2	Luis	x	Evandro
3	Francisco	x	Frederico
3ª rodada			
1	Molina	x	Luis
2	Frederico	x	Gérson
3	Evandro	x	Francisco
4ª rodada			
1	Luis	x	Francisco
2	Gérson	x	Evandro
3	Molina	x	Frederico

Exercício de análise combinatória simples.

30) Utilizaremos as casas “a1”, “b1”, “c1” e “d1” do tabuleiro de xadrez. De quantos modos distintos podemos colocar uma torre, um bispo, um cavalo e um rei, nestas quatro casas do tabuleiros citados?

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º. ADRIANO PENA

1

Estatística.

A estatística é um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa que entre outros tópicos envolve o planejamento do experimento a ser realizado, a coleta qualificada dos dados, a inferência, o processamento, a análise e a disseminação das informações.

Em Araxá a Academia Araxaense de Xadrez organiza dois Rankings da cidade, o Ranking Araxaense de Xadrez Rápido e o Pensado. Todos os torneios oficiais do Município de Araxá são calculados nestes Rankings. A Academia tem um banco de dados arquivados de todos os torneios desde a criação do Ranking. Neles temos todo desempenho dos enxadristas araxaense em torneios durante toda sua vida enxadrística. Através deste banco de dados podemos trabalhar a estatística na realidade, como por exemplo, fazer estudos individuais de cada enxadrista, números de partidas jogadas por ano, porcentagem de aproveitamento no ano, abertura mais jogada no ano, estatísticas de confronto e muito mais. Através deste trabalho planejado e organizado pela Academia Araxaense de Xadrez, podemos acompanhar a vida enxadrística de qualquer enxadrista araxaense.

Vejamos um exercício que podemos utilizar esta realidade.

31) No ano de 2005 o enxadrista Eduardo Da Silva sagrou-se Campeão Absoluto Araxaense de Xadrez Rápido após as 5 etapas do Circuito Araxaense de Xadrez Rápido. Veja a pontuação que Eduardo obteve em cada etapa:

- 1ª etapa: 4 pontos em 5 disputados.
- 2ª etapa: 4 pontos em 5 disputados.
- 3ª etapa: 5 pontos em 5 disputados.
- 4ª etapa: 4,5 pontos em 5 disputados.
- 5ª etapa: 4 pontos em 5 disputados.

Responda:

- a) Qual foi o aproveitamento em % de Eduardo em cada etapa e no total das etapas?
- b) Qual foi a média de pontos obtidos no Circuito?
- c) Qual foi a mediana de pontos obtidos?
- d) Qual é a moda de pontos obtidos?

OBS: Com os dados arquivados podemos fazer estatística sobre confrontos, cores de peças, vitórias, empates, derrotas. Além destes, podemos também esboçar gráficos de frequência, probabilidade e muito mais. O enxadrista poderá conhecer seu desempenho enxadrístico e até mesmo estudar seus adversários.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
PROF.º. ADRIANO PENA

1

32) O enxadrista Gérson jogou durante 12 anos de sua carreira 858 partidas em torneios. Observe a quantidade de partidas que ele jogou durante cada ano.

- 1º ano = 78 partidas
- 2º ano = 56 partidas
- 3º ano = 52 partidas
- 4º ano = 79 partidas
- 5º ano = 54 partidas
- 6º ano = 78 partidas
- 7º ano = 68 partidas
- 8º ano = 91 partidas
- 9º ano = 84 partidas
- 10º ano = 78 partidas
- 11º ano = 56 partidas
- 12º ano = 84 partidas

Responda o seguinte:

- a) Qual foi a média de partidas que Gérson jogou durante esses 12 anos?
- b) Qual foi a mediana durante esses 12 anos?
- c) Qual é a moda?
- d) Quais são os Quartis?

Exercício de área.

33) Qual a área em centímetros quadrados do menor retângulo que se pode encontrar em um tabuleiro de xadrez oficial (medida: 40/40cm)?

- Este trabalho foi desenvolvido pelo Professor Adriano Pena Ribeiro Lemos com contribuição de fundamental importância do Professor de Matemática e Xadrez André Luiz de Oliveira e a colaboração da enxadrista e apreciadora do xadrez Daiane Geralda da Silva.
- Em breve o Professor Adriano Pena estará lançando um livro de exercícios de Matemática envolvendo o tema Xadrez. Maiores informações: aaxadrez@hotmail.com

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -



ACADEMIA ARAXAENSE DE XADREZ
 PROF.º. ADRIANO PENA

1

Respostas dos exercícios.

- 1) 800 cm²
- 2) 500 cm²
- 3) 100 cm²
- 4) 50 cm²
- 5) 250 cm²
- 6) 275 cm²
- 7) 275 cm²
- 8) 675 cm²
- 9) 200 cm²
- 10) 200 cm²
- 11) 125 cm²
- 12) 0,0001 m²
- 13) 500 cm²
- 14) 75 cm²
- 15) 306,25 cm²
- 16) Aproximadamente 56,57 cm.
- 17) 1280 cm
- 18) 28
- 19) 1/4, ou seja, para cada torneio disputado, Rui obteve 4 vitórias.
- 20) 3/1, ou seja, três enxadristas para uma vaga.
- 21) 78,378% de aproveitamento.
- 22) 259 enxadristas rating FMX.
- 23) R\$ 204,00 reais
- 24) 150 cm²
- 26) $x - 50 > \frac{3}{4}x$ e 200 enxadristas.
- 33) 25 cm²

OBS: Os exercícios 25 e do 27 ao 32 não foram mencionados as respostas.

Academia Araxaense de Xadrez: Rua Dom José Gaspar, Nº 51 A, Cep: 38180-000
 Centro – Araxá MG.

Tel: 34-3661.5388 - email: aaxadrez@hotmail.com -