



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Grasiele Gomes da Silva

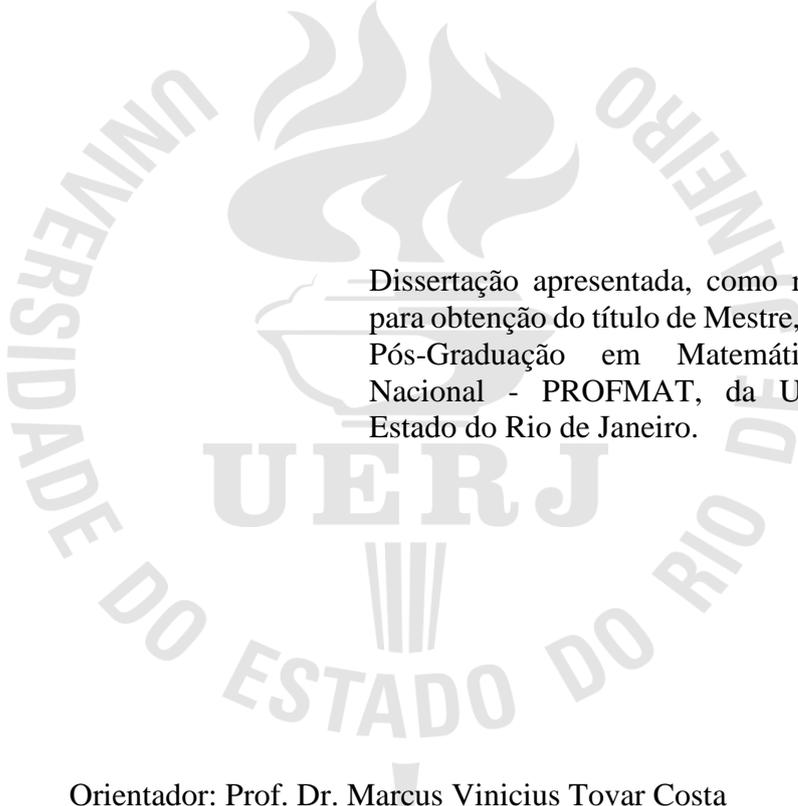
**O Ensino de Educação Financeira utilizando a metodologia de resolução de
problemas**

Rio de Janeiro

2021

Grasiele Gomes da Silva

O Ensino de Educação Financeira utilizando a metodologia de resolução de problemas



-Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa

Coorientadora: Prof.^a Dra. Aline de Lima Guedes Machado

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S586 Silva, Grasielle Gomes.
O Ensino de Educação Financeira utilizando a metodologia de
resolução de problemas/ Grasielle Gomes da Silva. – 2021.
209 f. : il.

Orientador: Marcus Vinicius Tovar Costa.
Coorientadora: Aline de Lima Guedes Machado
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro,
Instituto de Matemática e Estatística.

1. Educação financeira - Teses. 2. Matemática financeira - Estudo e
ensino - Teses. I. Costa, Marcus Vinicius Tovar. II. Machado, Aline de
Lima Guedes III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto
de Matemática e Estatística. IV. Título.

CDU 658.15

Patricia Bello Meijinhos CRB7/5217 - Bibliotecária responsável pela elaboração da ficha catalográfica

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta
dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Grasiele Gomes da Silva

O Ensino de Educação Financeira Utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 14 de dezembro de 2021.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa. (Orientador)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Aline de Lima Guedes Machado (Coorientadora)

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa

Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra. Andreia Carvalho Maciel Barbosa

Colégio Pedro II

Prof.^a Dra. Valeria Guimaraes Moreira

CEFET/MG

Rio de Janeiro

2021

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, que até aqui me deu forças para cursar as disciplinas, ao meu namorado Rennan, à minha mãe Elizabeth, à minha madrinha Edir, ao meu tio Wagner (em memória), pelo incentivo de não desistir do mestrado e aos meus avós (em memória), que me estimularam a estudar mesmo sem nunca terem ido à escola.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que é minha força, meu amparo, e que me proporcionou realizar mais esta etapa de conquista e mais um sonho em minha vida.

À minha mãe Elizabeth, por seu apoio e motivação.

À minha madrinha Edir, que rezou para que eu não desistisse do meu mestrado. Sua oração foi minha força.

Ao meu tio Wagner, que infelizmente não sobreviveu à Covid, mas sempre me incentivou a escrever minha dissertação e a nunca desistir.

Aos meus avós Nalzira e Antonio (em memória), por terem me ensinado os verdadeiros valores da vida, sempre me incentivando a estudar e a nunca desistir de um sonho.

Ao meu namorado Rennan, pelo incentivo e pelas longas conversas (na maioria das vezes era bronca) me incentivando a não desistir do mestrado.

Aos professores e orientadores Marcus Tovar e Aline Guedes, pela gentileza, orientação sábia e apoio incondicional, sempre me incentivando a não desistir. Obrigada por não terem desistido de mim.

A todos os professores do mestrado, que compartilharam todo o seu conhecimento de forma clara e objetiva, sempre dispostos a esclarecer as minhas muitas dúvidas.

Aos meus colegas do mestrado, em especial o Roberto, pelo seu companheirismo. Seu incentivo foi fundamental. Obrigada pelas maravilhosas horas de estudos que tivemos, em que um tirava as dúvidas do outro.

À Amanda, que, mesmo de longe, me ajudou muito nas nossas longas ligações, para que eu não desistisse da escrita da dissertação. Como sempre digo: você é mais do que uma amiga, é meu anjo que o Senhor enviou.

À Vanessa, pelos seus longos conselhos, pois mesmo sendo mestrados diferentes, trocamos várias experiências. Suas motivações para eu não desistir da dissertação foram as mais engraçadas.

À Stefania, que sempre me dizia, nas caronas que eu lhe dei: “quando fizer uma citação comente sobre ela, nunca deixe solta”. Como é bom ter uma amiga de Português.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsa de estudos, graças à qual realizamos o curso de mestrado.

Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.

Cora Coralina

RESUMO

SILVA, Grasielle Gomes da. *O Ensino de Educação Financeira Utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas*. 2021. 209f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

Nesta dissertação, a Metodologia de Resolução de Problemas é utilizada como ferramenta para introduzir os alunos do Ensino Médio aos conceitos e práticas da Matemática Financeira, assim como da Educação Financeira. A escolha desta estratégia se deu por compreendermos que ela pode contribuir de forma mais orgânica aos processos que poderão levar à compreensão, ao planejamento, à execução do plano de abordagem, à possível solução de um problema, assim como à interpretação a posteriori da solução encontrada. Como descrito no texto, essa metodologia, como proposta de ensino, fortalece a atuação do professor como agente mediador entre o conhecimento e o aluno, em vez de um transmissor solitário do conhecimento a um aluno que simplesmente absorve o conteúdo a ser transmitido. A aplicação da proposta consiste em uma sequência didática composta por questionários, charges, curtas, filmes e problemas contextualizados, com o intuito de educar o aluno para que ele possa tornar-se um adulto autônomo na tomada de decisões diante de problemas especificamente relacionados ao tema, bem como nas mais variadas situações de seu cotidiano. Foram elaborados roteiros com o objetivo de provocar os alunos a buscar e a realizar suas próprias descobertas, tomando por base seus conhecimentos prévios. Como produto educacional, foram elaborados um blog e um Manual Instrucional Rápido, com possibilidades de apoio e sugestões para serem utilizados, em sala de aula, pelo professor.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Educação Financeira. Blog. Charges.

ABSTRACT

SILVA, Grasielle Gomes da. Financial Education Teaching Using the Problem Solving Methodology. 2021. 209f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

In this dissertation, the Problem Solving Methodology is used as a tool to introduce high school students to the concepts and practices of Financial Mathematics, as well as of Financial Education. The choice of this strategy was due to the understanding that it can contribute in a more organic way to the processes that may lead to understanding, planning and executing the approach plan, the possible solution of a problem, as well as the posteriori interpretation of the solution found. As described in the text, this methodology, as a teaching proposal, strengthens the teacher as a mediating agent between knowledge and the student, rather than a solitary, knowledge-holder transmitter to a student who simply absorbs the content being transmitted. The application of the proposal consists of a didactic sequence of questionnaires, cartoons, short films, films and contextualized problems, with the aim of educating the student so that they can become an autonomous adult in decision-making in face of topic-related problems, as well as in the most varied situations of their daily lives. Scripts were created in order to provoke students to seek and make their own discoveries based on their previous knowledge. As an educational product, a blog and a Quick Instructional Manual were created as a possibility of support and suggestions to be used in the classroom by the teacher.

Keywords: Problem Solving. Financial Education. Blog. Charges.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 —	Revistas do projeto Em Busca do Tesouro.....	22
Figura 2 —	Interface do Blog.....	37
Figura 3 —	Charge do Problema 1 da Aula 2.....	65
Figura 4 —	Questão 154 da prova cinza do ENEM 2013.....	65
Figura 5 —	Conta de luz.....	66
Figura 6 —	Charge e quadrinho Aula 3.....	72
Figura 7 —	Questão 155 da prova cinza do ENEM 2013.....	73
Figura 8 —	Charge Aula 4.....	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 —	Quantidade de inadimplentes de janeiro de 2019 a janeiro de 2020.....	18
Tabela 2 —	Educação Financeira em alguns países.....	24
Tabela 3 —	Competências específicas e habilidades relacionadas à Matemática Financeira para a área de Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio, segundo a BNCC.....	32
Tabela 4 —	Resolução do exemplo 1.....	41
Tabela 5 —	Resolução do exemplo 2.....	42
Tabela 6 —	Descontos por fora e juros simples.....	43
Tabela 7 —	Descontos por dentro e juros simples.....	43
Tabela 8 —	Desconto Composto por fora e juros compostos.....	44
Tabela 9 —	Cronograma proposto da sequência didática.....	56
Tabela 10 —	Justificativa de escolhas das questões para compor o questionário.....	58
Tabela 11 —	Roteiro para assistir o curta: “Vídeo Motivacional do Ensino Médio”..	59
Tabela 12 —	Roteiro para o problema 1 da aula 2.....	65
Tabela 13 —	Roteiro para o problema 2 da aula 2.....	66
Tabela 14 —	Questões para refletir sobre a charge e quadrinho da aula 3.....	72
Tabela 15 —	Problema 3.....	72
Tabela 16 —	Problemas da aula 4.....	79
Tabela 17 —	Questões do ENEM de 2011 a 2020 sobre Educação Financeira	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCB	Banco Central do Brasil
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
CDB	Certificado de depósito bancário
CDI	Certificado de depósito interbancário
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
CONEF	Comitê Nacional de Educação Financeira
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LCI	Letras de crédito mobiliário
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PNUD	Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento
SUSEP	Superintendência de Seguros Privados

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO.....	13
1	MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA.....	16
1.1	A educação matemática.....	16
1.2	Breve panorama sobre a educação financeira.....	18
1.3	Educação financeira no mundo.....	23
1.4	Educação financeira no Brasil.....	26
1.5	Educação financeira na educação básica.....	29
1.6	BNCC.....	32
1.7	Investimentos.....	34
1.8	Produto educacional.....	36
2	MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	38
2.1	Noção de porcentagem.....	39
2.2	Noções de capital, juros, prazo, taxa de juros e montante.....	39
2.3	Juros simples e compostos.....	41
2.4	Descontos simples e compostos.....	43
2.5	Matemática financeira na educação básica.....	44
3	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	48
4	PROPOSTA PARA O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA.....	55
4.1	Proposta da sequência didática.....	55
4.2	Público-alvo.....	57
4.3	Detalhamento das etapas da sequência didática.....	57
4.3.1	<u>Aula 1.....</u>	57
4.3.2	<u>Plano de aula 1 - questionário sobre educação financeira e “vídeo motivacional do ensino médio”.....</u>	60
4.3.3	<u>Aula 2: conceito de porcentagem.....</u>	64
4.3.4	<u>Plano de aula 2 - conceito de porcentagem.....</u>	67
4.3.5	<u>Aula 3: conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante.....</u>	71
4.3.6	<u>Plano de aula 3 - conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante.....</u>	73
4.3.7	<u>Aula 4: aprofundamento: juros simples e compostos.....</u>	78

4.3.8	<u>Plano de aula 4 - aprofundamento: juros simples e compostos</u>	80
4.3.9	<u>Aula 5: avaliação</u>	84
4.3.10	<u>Plano de aula 5 - avaliação</u>	85
4.3.11	<u>Atividades extras: questões do ENEM de 2011 a 2020 sobre educação financeira</u>	88
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
	REFERÊNCIAS	93
	APÊNDICE A - Questionário sobre educação financeira adaptado de Matioli (2016)	99
	APÊNDICE B - Roteiro para o “vídeo motivacional do ensino médio”.....	101
	APÊNDICE C - Aula 2: conceito de porcentagem.....	103
	APÊNDICE D - Uma sugestão de resolução dos exercícios da aula 2.....	105
	APÊNDICE E - Aula 3: conceito de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo e montante.....	107
	APÊNDICE F - Uma sugestão de resolução da aula 3.....	109
	APÊNDICE G - Aula 4: aprofundamento: juros simples e compostos.....	111
	APÊNDICE H - Uma sugestão de resolução das atividades da aula 4.....	113
	APÊNDICE I - Aula 5: avaliação.....	115
	APÊNDICE J - Uma sugestão de resolução das atividades da aula 5.....	118
	APÊNDICE K - Questionário avaliativo da atividade da aula 5.....	122
	APÊNDICE L - Produto educacional : Blog: Decida e Invista! Propostas para trabalhar Educação Financeira com o Ensino Médio	123
	ANEXO - Questões do ENEM sobre educação financeira de 2011 a 2020 e uma sugestão de solução.....	185

INTRODUÇÃO

A História da Matemática nos mostra que, desde os primórdios da humanidade, a Resolução de Problemas sempre foi um enorme desafio. Ao longo dos séculos, o ser humano tem sido capaz de criar estratégias para resolver seus problemas. É certo que cada um de nós sempre vai buscar estar mais ligado aos assuntos de seu maior interesse, e isto não seria diferente com a Matemática. Como professores de Matemática, cabe a nós o papel de tornar esta disciplina a mais agradável possível aos nossos alunos, colocando-nos como mediadores entre nossos alunos e alguns dos problemas da área.

Desde pequena, sempre gostei de Matemática, desejei ser professora e “passar”, para meus alunos, exercícios que eu vivenciei, como “calcule” e “efetue”, pois foi assim que aprendi, sem conhecer outros métodos. Até que, no terceiro período da faculdade, durante uma disciplina chamada Prática Pedagógica em Matemática I, ministrada pelo professor José Antônio Novaes, percebi que a matéria poderia ser ensinada de uma forma mais atrativa ao aluno.

A grande proposta daquelas aulas consistia em colocar o discente como o centro das nossas atenções. Para tal, era necessário ouvi-lo, fazendo com que ele chegasse à solução de um problema a partir de questionamentos do professor, enquanto este assumia o grande papel de mediador. Naquela primeira aula, meu pensamento era: “é assim que eu quero dar aula; quero mostrar para os meus alunos que a Matemática pode ser aprendida de forma divertida, contextualizada, a partir de problemas, que devemos ser críticos e não apenas chegar na sala de aula para passar exercícios e sim resolvermos em conjunto”. Agora, a preocupação não é só com a solução, mas principalmente com o caminho que meu aluno vai percorrer até chegar a ela.

Apliquei essa nova proposta de aula pela primeira vez no PROALFA/UERJ, onde estagiei e iniciei a minha experiência em sala de aula, com alunos idosos e crianças de abrigos. Foi um aprendizado incrível. Nesse contexto, eu comecei não a explicar um conteúdo, mas sim a compartilhar conhecimentos com os alunos e a trazer a Matemática para o cotidiano daqueles idosos, que amavam particularmente trabalhar com problemas envolvendo dinheiro.

Esta prática, bem como o interesse natural dos alunos por assuntos que envolviam dinheiro, despertaram em mim o interesse na elaboração deste trabalho de Mestrado, a fim de responder à seguinte pergunta: como desenvolver a Educação Financeira na sala de aula de Matemática do Ensino Médio através da metodologia da Resolução de Problemas? A resposta não é tão simples assim, pois muitas outras questões estão envolvidas, como, por exemplo,

indagar sobre a utilização dos conteúdos de matemática abordados no Ensino Médio. Por este motivo, propomos aqui a Metodologia de Resolução de Problemas como uma estratégia pedagógica para se trabalhar conteúdos de Matemática atrelados à Educação Financeira, que é um tema interdisciplinar e pode relacionar a matemática escolar à matemática do cotidiano. O objetivo desta dissertação é apresentar uma proposta contextualizada de atividades sobre Educação Financeira para alunos do Ensino Médio, com o intuito de favorecer a aprendizagem por meio da discussão de temas importantes à formação do indivíduo, como consumo, economia e impostos, mostrando ser possível aliar conteúdo e prática.

Como estímulo a este trabalho, é apresentada uma tabela com a quantidade de endividados e inadimplentes que existem no Brasil e como esse número vem aumentando com o transcorrer do tempo. Uma possível resposta a esta situação, muito provavelmente, pode estar ligada à baixa escolarização da população, e, em especial, à péssima formação ligada à Educação Financeira. Por este motivo, nesta dissertação, viso ao ensino da Educação Financeira, com o intuito de tornar os nossos alunos, que serão os adultos de amanhã, cidadãos com mais responsabilidades no que diz respeito ao bem-estar financeiro. Além disto, nosso propósito é buscar o auxílio de uma metodologia que nos permita fazer com que o aluno reflita sobre o fato de que ser educado financeiramente não está relacionado somente ao dinheiro em si, mas sim ao seu comportamento diante do ambiente e da sociedade.

A Matemática Financeira é apresentada aos alunos durante o Ensino Médio, ou seja, eles já são adolescentes, alguns já trabalham, outros vão ingressar no mercado de trabalho sem nenhum conhecimento sobre ser educado financeiramente. Daí a importância de se debater a Educação Financeira por meio de problemas relacionados a assuntos agora presentes no cotidiano de nossos alunos: poupar, gastar, contas, cartão de crédito, financiamento, empréstimo, investimento, pagar à vista ou parcelado. Como estas palavras farão parte de suas vidas, estes alunos precisam de alguma orientação, e cabe ao professor ser o mediador.

O primeiro capítulo desta dissertação apresenta as tendências da Educação Matemática, sendo elas: empírico-ativista, formalista moderna, tecnicista e suas variações, construtivista, histórico-crítica e socioetnoculturalista. Apresentamos um panorama sobre a Educação Financeira, embasado em documentos redigidos no Brasil, e mostramos que a postura do aluno diante de uma determinada situação que envolva dinheiro está relacionada a um papel crítico desenvolvido através de boas práticas da Educação Financeira. Além disso, apresentamos como a Educação Financeira é trabalhada no Brasil e no mundo.

O segundo capítulo aborda a matemática do trabalho, que recebe o título de Matemática Financeira. Nele, discutimos assuntos como porcentagem, juros, taxas, prazos, descontos e montante através de problemas e como estes assuntos são trabalhados na Educação Básica.

O terceiro capítulo trata da Metodologia de Resolução de Problemas e como ela vem se desenvolvendo ao longo das últimas décadas. Neste capítulo, abordamos a diferença entre exercício e problema. Enfatizamos, também, que o mais importante não é a solução da questão e sim todo o caminho que o aluno percorreu; todas as etapas previstas para chegar ao resultado.

No quarto capítulo, apresentamos uma proposta de sequência didática para o ensino de Educação Financeira através da Resolução de Problemas.

Por fim, apresentamos as Considerações Finais, mostrando o quão importante é ser educado financeiramente, colaborar com o não desperdício dos recursos naturais, e ser independente nas tomadas de decisões. Para se resolver problemas de Educação Financeira, a metodologia mais adequada para lidar com estas situações sociais é a de Resolução de Problemas. Nesta metodologia, o aluno é visto como construtor do seu próprio conhecimento, e o professor é o agente que irá auxiliá-lo a percorrer todo o caminho proposto metodologicamente, garantindo que o aluno compreenda e resolva o problema, para assim ser capaz de conduzir as discussões, questionando todos os passos da resolução.

Como resultado dessa dissertação, foi criado um produto educacional destinado ao professor, contendo um manual prático de aplicação das atividades aqui propostas. Neste material, encontram-se as sequências didáticas com todos os recursos sugeridos: questionários, charges, curtas, filmes, problemas de aprofundamento e questões do ENEM.

1. MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Neste capítulo, apresentamos uma fundamentação teórica sobre a Educação Matemática, a importância da Educação Financeira na Educação Básica, e um panorama sobre a Educação Financeira no Brasil e no mundo.

1.1. A Educação Matemática

Junto aos primeiros registros da atividade humana, ainda no período Paleolítico, surge a Matemática. Foram inúmeras as civilizações que, através dos seus próprios sistemas de numeração e formas de contagem, serviram de base para os conceitos matemáticos atuais, pois "todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão naturalmente não-dicotômicos entre si." (D'AMBROSIO, 2009, p. 18).

As primeiras formas de ensino de conhecimentos matemáticos eram destinadas apenas a pessoas de classes privilegiadas. A Matemática herdou uma postura elitista como uma "ciência para poucos". De acordo com Miorim (1998, p. 20), as afirmações a seguir são muito utilizadas ao se tratar da Matemática:

a Matemática é uma ciência perfeita, que apresenta resultados imutáveis, válidos eternamente; a Matemática só pode ser compreendida por alguns poucos escolhidos; as pessoas que sabem Matemática são pessoas superiores; a Matemática desenvolve o raciocínio das pessoas; a Matemática é um elemento fundamental para selecionar as pessoas mais aptas para o trabalho em qualquer profissão.

Diante deste histórico de disciplina difícil, cuja compreensão era vista como privilégio de poucos, surgiram, no início do século XIX, as primeiras inquietações sobre o seu ensino, originando, assim, o que hoje é denominado de Educação Matemática.

A Educação Matemática vai além de ensinar a disciplina por meio de fórmulas e axiomas; ela diz respeito a uma área de estudos e pesquisas que possui bases sólidas na Educação e na Matemática. De acordo com Carvalho (1994), "a Educação Matemática é uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos dos mais diferentes tipos".

Nesse contexto, surgiram tendências tanto na área geral de Educação como na área de Educação Matemática. Fiorentini (1995) apresenta as seguintes tendências: empírico-ativista, formalista-moderna, tecnicista e suas variações, construtivista, histórico-crítica e

socioetnoculturalista. O autor aponta que a tendência empírico-ativista se inicia na década de 1930, com o nascimento da Escola Nova. Nesta tendência, a Matemática se relaciona com outras ciências e tem foco nas aplicações para resolver problemas do dia a dia.

A tendência formalista-moderna surge no final da década de 50, enfatizando uma proposta pedagógica centrada no professor e o uso preciso da linguagem matemática. Enfatizava-se o uso preciso da linguagem matemática e a proposta pedagógica era centrada no professor. A tendência tecnicista, por sua vez, não centra a proposta pedagógica no professor e tampouco no aluno, mas sim nas técnicas de ensino. Um exemplo típico dessa técnica é o Kumon, em que o aluno aprende o conteúdo matemático de forma autodidata e por repetição. Diferentemente desta perspectiva, no construtivismo, o conhecimento matemático é resultante da ação interativa-reflexiva do indivíduo com o ambiente.

A tendência histórico-crítica aborda uma aprendizagem significativa “quando o aluno consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas e sobre elas é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.” (FLEMMING, 2005).

Por último, a tendência socioetnoculturalista traz uma abordagem antropológica, social e política da Matemática (FIORENTINI, 1995).

Conforme supracitado, essas tendências foram abordadas por Fiorentini, em estudo publicado em 1995. No entanto, muitas dessas orientações ainda estão presentes nos atuais moldes de ensino da Matemática. Cabe aqui, neste trabalho, apresentar as novas tendências da Educação Matemática. São várias as novidades, e a cada ano surgem ramificações desses estudos, dentre as quais destacamos: Educação Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas.

A Educação Matemática Crítica surge na década de 1980, com uma forte preocupação com aspectos políticos. Para o ensino crítico, “cabe ao professor não somente o ensino do uso dos modelos matemáticos como também levá-los (os alunos) a questionar o porquê, como, para quê e quando utilizá-los.” (SANT’ANA, 2019, p.53).

A Etnomatemática considera o modo de agir, pensar, e de desenvolver o conhecimento matemático de diferentes grupos culturais (Fiorentini, 1995). Já a Modelagem Matemática proporciona uma maior interação com a realidade do dia a dia, pois a Modelagem Matemática “pode ser vista como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que, de certa forma, procuram representar uma situação matemática do mundo real” (SÁ, 2016, p. 5).

Por fim, a Resolução de Problemas “propicia aos estudantes a fazer matemática, exercitando assim a sua criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, experimentação, tentativa e erro, interpretação dos resultados etc.” (SANT’ANA, 2019, p.52).

Esta pesquisa aborda a Matemática Financeira voltada à Educação Financeira, e a metodologia utilizada é a Resolução de Problemas. É preciso destacar que trata-se de uma escolha, visto que esta não é a única opção para se abordar conteúdos da Matemática Financeira que envolvem juros simples, compostos, aumentos e descontos percentuais.

1.2. Breve panorama sobre a Educação Financeira

Com o Capitalismo, surgem vários conceitos financeiros e, neste cenário, a Educação Financeira tem um papel importante na formação dos cidadãos e na tomada de decisões em que eles estão envolvidos: necessidades de consumo, redução de desperdícios, financiamentos e juros, investimentos e rendimentos, gerenciamento de renda, entre outros.

Em janeiro de 2020, o número de brasileiros inadimplentes chegou a 63,8 milhões, e este valor representa um aumento de 2,6% com relação a janeiro de 2019. Os dados obtidos pela Serasa Experian (2020)¹ apontam, também, que o volume de pessoas com contas em atraso representa 40,8% da população adulta do país. A Tabela 1 apresenta os valores de inadimplentes de janeiro de 2019 a janeiro de 2020.

Tabela 1 – Quantidade de inadimplentes de janeiro de 2019 a janeiro de 2020

Mês	Quantidade de inadimplentes
Jan/20	63.782.360
Dez/19	63.307.343
Nov/19	63.840.968
Out/19	63.851.410
Set/19	63.206.609
Ago/19	63.427.939
Jul/19	63.463.368
Jun/19	63.450.581
Mai/19	63.374.619
Abr/19	63.205.404
Mar/19	62.960.081
Fev/19	62.172.903
Jan/19	62.176.389

Fonte: Serasa Experian (2020)

¹ A Serasa Experian é líder na América Latina em serviços de informações para apoio na tomada de decisões das empresas. No Brasil, é sinônimo de solução para todas as etapas do ciclo de negócios, desde a prospecção até a cobrança, oferecendo às organizações as melhores ferramentas. Fonte: <https://www.serasaexperian.com.br/sobre>

Em relação aos tipos de dívidas assumidas pela população adulta brasileira, a Serasa Experian (2020) listou os seguintes itens: bancos e cartões de crédito, utilidades, telecomunicações, varejo, serviços e assuntos financeiros. Dentre esses itens, a maior inadimplência se encontra em bancos e cartões com 28%.

Diante deste cenário, é possível perguntar-se: se os itens citados estão mais presentes na vida adulta, então por que estudar Educação Financeira na Educação Básica? Por que agora pensam que as crianças e adolescentes também precisam aprender a lidar com temas relacionados ao dinheiro?

No tocante às crianças, não é comum que elas precisem administrar o seu próprio dinheiro. Esta tarefa cabe aos seus responsáveis, que podem ou não dar autonomia a eles em relação aos seus próprios gastos. A maioria das crianças não consegue quantificar o dinheiro, ou seja, quando uma quantia é considerada muito ou pouco dinheiro. Elas ainda não têm discernimento suficiente para compreender integralmente a situação financeira dos seus responsáveis, então a maioria entende que o recurso financeiro da família é algo infinito.

Já na adolescência, a necessidade de consumo aumenta, por isso é importante desenvolver um conhecimento mais profundo sobre a Educação Financeira. Este conhecimento possibilita ao adolescente gerenciar melhor os seus primeiros recursos financeiros, como mesada ou presentes em dinheiro, além de começar a preparação para os aspectos financeiros pertinentes ao início da fase adulta, como os primeiros salários de estágios ou o primeiro emprego.

É importante ressaltar que o adulto hoje endividado e/ou inadimplente já foi uma criança e um adolescente que conviveu com pouca ou nenhuma informação sobre Educação Financeira. Partindo do princípio de que os alunos são os protagonistas dos processos de ensino e aprendizagem, a temática financeira torna-se interessante ao desenvolvimento de habilidades e conhecimentos matemáticos atrelados ao conteúdo de finanças, que terá como consequência educar financeiramente os discentes. Faz-se importante essa substituição de uma Matemática estritamente expositiva por uma Matemática experimental, visto que “praticamente tudo o que se nota dá oportunidade de ser tratado criticamente como um instrumental matemático” (D’AMBROSIO, 1996, p.98).

Começamos essa discussão a respeito da importância da Educação Financeira para a Educação Básica com um exemplo:

Uma conceituada loja, numa promoção, oferece as seguintes condições de compra:

- À vista, com 30% de desconto sobre o preço da tabela;
- Com um acréscimo de 20% sobre o preço de tabela, em dois pagamentos “iguais” (entrada mais outro para 30 dias) (SÁ, 2011, p.1).

Escolher a melhor opção é, sem dúvida, uma dificuldade para os estudantes (e da população em geral). A maioria, por não ter o valor em dinheiro disponível para pagamento à vista, opta pelo parcelamento, por entender que os valores por mês são menores e, assim “cabem no seu bolso”.

O exemplo aponta para a generalidade de problemas como este, ou seja, eles não se restringem ao ensino de Matemática, visto que no Brasil há um número crescente de pessoas endividadas e/ou inadimplentes nos mais diversos contextos. Com esta inadimplência, notamos o surgimento crescente de pequenos bancos e financiadoras que oferecem empréstimos e crédito à população à custa de taxas abusivas. As compras a prazo estão presentes no cotidiano do cidadão brasileiro, que precisa tomar decisões pelas quais nem sempre tem o conhecimento necessário.

A ideia da Educação Financeira não está restrita a fazer contas de Matemática Financeira. A essência de ser educado financeiramente corresponde a uma mudança de comportamento, de atitude perante os recursos financeiros e naturais, que deve ser trabalhada desde a infância. Situações rotineiras, como deixar a luz acesa ou a torneira aberta, devem ser discutidas com as crianças, pois esses questionamentos irão afetar positivamente os gastos da família.

A Educação Financeira é uma mudança de postura, de atitude, da análise crítica do problema e do contexto em que ele aparece. É importante despertar, na criança, no jovem, e até mesmo no adulto, a consciência de gastar seu dinheiro com o que é necessário e de planejar o que será gasto com aquilo que é desejado. A cultura de poupar, pensar antes de gastar e investir não foi abordada nas gerações anteriores, devido a várias crises financeiras enfrentadas não só no Brasil, mas no mundo todo. A reforma da previdência e a escassez de recursos naturais são exemplos de como o trabalho precoce da consciência financeira é emergencial.

Em se tratando especialmente da Educação Básica, a temática da consciência financeira só era abordada nas salas de aula de acordo com o interesse do docente. Porém, com a implementação da BNCC, em 2018, a Educação Financeira passou a ser abordada como tema transversal, de forma obrigatória a partir de 2020, e está presente na seção de Matemática (assim como em outras disciplinas), tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. Sobre a BNCC, ressaltamos que ela

é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE, 2018, p.7)

Em relação ao Ensino Fundamental, a BNCC propõe, através da unidade temática números, o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos:

[...] Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro (BRASIL, 2018, p.269).

Já para o Ensino Médio, a Educação Financeira consta como uma das habilidades presentes na competência específica 2 da BNCC:

aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões (BRASIL, 2018, p.534).

Desta forma, a Educação Financeira na escola tem, como objetivo, desenvolver não somente o conhecimento técnico, como as ferramentas adequadas de matemática financeira, mas também comportamentos que permitam aos alunos desenvolver atitudes financeiras mais conscientes e saudáveis no decorrer de suas vidas. O caráter transversal da Educação Financeira na BNCC é reforçado por algumas atividades interdisciplinares, que, por sua vez, constituem-se como uma maneira de integrar o conhecimento de várias disciplinas, promovendo, assim, a conexão entre elas. Na prática, a BNCC amplia o trabalho da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), instituída como uma política de Estado Nacional, com vistas a promover a Educação Financeira no Brasil.

Consistindo em uma parceria entre nove órgãos públicos e quatro organizações privadas, que, juntos, integram o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF), a ENEF foi criada através do Decreto Federal 7.397/2010, com a finalidade de contribuir com ações que apoiem a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes. Suas características principais são a gratuidade de todas as suas atuações, na Educação Financeira nas escolas e também para adultos do público geral, como o caso de mulheres que recebem Bolsa Família e de aposentados com até dois salários mínimos. De forma gratuita, esta estratégia promove formações para professores das redes públicas, gerando um grande movimento de atividades e de material didático para a implementação da Educação Financeira no Brasil.

Outra medida para a ampliação da consciência acerca da importância da Educação Financeira foi a criação, em 2014, da Semana Nacional de Educação Financeira. Desde então, o CONEF promove, anualmente, uma semana com ações gratuitas e cursos sobre Educação

Financeira, oferecidos pelos membros do Comitê e seus parceiros. A última edição foi realizada de 20 a 29 de maio de 2019. Já a Secretaria do Tesouro Nacional está contribuindo para a propagação da Educação Financeira por meio da elaboração de um material em formato de gibi da Turma da Mônica, intitulado “Em Busca do Tesouro”. O objetivo deste material é abordar temas sobre saúde financeira e gerenciamento de contas públicas de forma acessível para as crianças. A previsão é de que o projeto seja expandido para as escolas de todo o país a partir do segundo semestre de 2020, após as fases de testes no Distrito Federal. Já em 2021, espera-se atender cerca de 2 milhões de crianças. Na Figura 1, apresentamos as duas edições já disponíveis para leitura online do projeto Em Busca do Tesouro.

Figura. 1 – Revistas do projeto Em Busca do Tesouro



Fonte: <https://embuscadotesouro.tesouro.gov.br/revistinhas>. Acesso em 2020.

De acordo com Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD):

[...] é essencial investir na formação de pequenos cidadãos e cidadãs a fim de que entendam não apenas o funcionamento do governo, mas também a necessidade de ter comportamentos financeiros saudáveis e, principalmente, a importância de conhecer a gestão de finanças públicas e pessoais. Essa é a principal proposta do projeto "Em Busca do Tesouro", organizado pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN), do Ministério da Economia, em parceria com o Instituto Mauricio de Sousa, e apoiado pelo PNUD Brasil. De forma lúdica e com linguagem acessível, as crianças aprendem sobre o tema em sala de aula, com o apoio de gibis da Turma da Mônica produzidos especialmente para esse fim (PNUD BRASIL, online).

Ressaltamos a importância desse material, uma vez que o formato gibi consiste em uma leitura geralmente comum, fácil e agradável para as crianças. Abordar temas da Educação Financeira de uma maneira mais leve e divertida pode despertar o interesse sobre o conhecimento mais profundo deste assunto.

Outra proposta de propagação da Educação Financeira foi elaborada pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), por meio de um fórum internacional para a promoção de políticas públicas entre 35 países participantes. O Brasil ainda não é um membro desse fórum e a sua atuação fica restrita como país associado, participante ou convidado. Ao todo, o Brasil já aderiu a 26 recomendações e a outros instrumentos da Organização. Em 2003, a OCDE, motivada pelo interesse de seus países membros, incluiu a

temática da Educação Financeira em sua pauta de discussão. Como consequência, o programa de trabalho da OCDE, aprovado pelo conselho para o biênio 2003 – 2004 elaborou um projeto intitulado “Projeto Educação Financeira”, que deveria ser desenvolvido nos anos seguintes.

A partir daquele momento, os países membros da organização e países não membros, como o Brasil, passaram a ser orientados, em suas ações, pelas diretrizes produzidas pela OCDE que objetivavam educar financeiramente seus cidadãos. Uma definição a respeito da Educação Financeira foi escrita nos seguintes termos pela OCDE:

Educação Financeira é o processo pelo qual os consumidores financeiros/ investidores melhoram a sua compreensão sobre os conceitos e produtos financeiros e, através da informação, instrução e/ou aconselhamento objetivos, desenvolvam as habilidades e a confiança para tomar consciência de riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas informadas, saber onde buscar ajuda e tomar outras medidas eficazes para melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro (OCDE, 2005, p.5).

No presente trabalho, destacamos a importância de se abordar a Educação Financeira ao longo de todas as etapas da Educação Básica, pois ela nos faz refletir e ter uma mudança de comportamento diante dos recursos financeiros e naturais. No entanto, os docentes de Matemática ainda não consideram ter formação adequada para promover uma inclusão apropriada do tema, principalmente por não terem o conhecimento necessário para essa implementação. Dentre vários fatores que podem contribuir para essa escassez de conhecimento específico, um deles se dá pelo fato de que os programas curriculares dos cursos de licenciatura de Matemática das principais universidades do país não ofertam, aos seus discentes, disciplinas de cunho obrigatório sobre Matemática Financeira (Sá, 2012) ou sobre Educação Financeira. Em geral, a Matemática Financeira é ofertada apenas como disciplina eletiva.

1.3. Educação Financeira no Mundo

A escassez de conhecimento sobre a Educação Financeira ainda é um problema mundial, e não um fato isolado em determinado país ou continente. Uma pesquisa realizada pela *S&P Ratings Services Global Financial Literacy Survey*, com mais de 150 mil adultos, apontou que apenas 33% da população mundial podem ser considerados educados financeiramente. A pesquisa aponta, também, que 35% dos homens são educados financeiramente, ao passo que mulheres correspondem a apenas 30% (STANDARD e POOR's, 2014).

Essa pesquisa estima, assim, que duas entre cada três pessoas possuem um baixo nível de Educação Financeira. A pesquisa também aponta que os cinco países que mais investem nessa área são: Noruega, Dinamarca, Suécia, Israel e Canadá. Os três primeiros países atingiram

um percentual de 71% da população considerada educada sobre o tema, enquanto nos outros dois países, a Educação Financeira abarca 68% de sua população. O Brasil ocupa a 74ª posição dentre os 144 países, com 35% das pessoas com conhecimento na área, demonstrando que, de maneira geral, o conhecimento sobre Educação Financeira é muito baixo. No entanto, a propagação deste estudo vem sendo ampliada em diversos países. A Tabela 2, a seguir, mostra a promoção da Educação Financeira em alguns países:

Tabela 2 - Educação Financeira em alguns países

País	Instituição Promotora	Objetivos
Estados Unidos	Departamento do Tesouro - Escritório de Educação Financeira	<ul style="list-style-type: none"> • Promover o acesso a instrumentos de educação financeira para tomar decisões sábias quanto ao gerenciamento financeiro pessoal. • Coordenar as ações da Comissão de Educação e Instrução Financeira.
Inglaterra	Autoridade de Serviços Financeiros (FSA)	<ul style="list-style-type: none"> • Manter a confiança do mercado. • Promover o entendimento público do sistema financeiro, a proteção do consumidor e reduzir o crime financeiro. • Elaborar diretrizes para o ensino de educação financeira nas escolas inglesas.
Portugal	Instituto do Consumidor (IC)	<ul style="list-style-type: none"> • Atuar como órgão de defesa do consumidor. • Promover ações de educação, formação e produção de meios didático-pedagógicos.
Japão	Instituto Nacional para a Educação do Consumidor (NICE)	<ul style="list-style-type: none"> • Sustentar a efetiva e abrangente promoção da educação do consumidor.
Canadá	Escritório de Assuntos do Consumidor (OCA)	<ul style="list-style-type: none"> • Atuar no sistema de monitoramento do mercado e do consumo. • Atuar como fonte de informação econômico-financeira para a população canadense.
Nova Zelândia	NZ Retirement Commission	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar programas de incentivo ao plano de aposentadoria, garantindo aos idosos a qualidade de vida que eles esperam. • Atuar na educação de jovens.
Espanha	Comisión Nacional Del Mercado de Valores (CMNV) e pelo Banco de España	<ul style="list-style-type: none"> • Melhorar a cultura financeira da população adulta. • Inserir disciplinas que desenvolvam a educação financeira nas escolas.

Fonte: Sant'Ana (2014).

De acordo com Saito, Savoia e Petroni (2006), nos Estados Unidos da América, a promoção da Educação Financeira não se limita às escolas de ensino fundamental. Instituições governamentais, como a *Federal Reserve* e a *National Endowment for Financial Education*² (*NEFE*), também participam desse processo. Os autores apontam que cerca de 98% dos bancos americanos estão envolvidos, de alguma forma, com a promoção da Educação Financeira, sendo que 72% deles destinam algum investimento para a capacitação de jovens. Os autores comentam que, até o ano de 1985, 60% dos cinquenta estados americanos já tinham implementado a Educação Financeira como conteúdo obrigatório nas escolas secundárias.

Na Inglaterra, a disciplina de Educação Financeira não é obrigatória. Porém, a disciplina *Personal, Social, Health and Economic Education* (Educação Pessoal, Social, de Saúde e Econômica) aparece no currículo escolar inglês como não estatutária, ou seja, dependente do interesse particular de cada aluno (Hofmann, 2013). A efetiva implementação da Educação Financeira na Inglaterra contou com o apoio do *Financial Services Authority*, um órgão independente que atua como responsável pela regulação de serviços financeiros no Reino Unido, e possui, dentre seus objetivos, promover a compreensão do público sobre produtos financeiros.

Em Portugal, o principal responsável pela promoção da Educação Financeira é o Instituto do Consumidor, que atua como órgão de defesa do consumidor, na promoção de ações de educação, formação e produção de meios didático-pedagógicos. O Japão segue um caminho parecido, com o Instituto Nacional para a Educação do Consumidor, no desenvolvimento de ações destinadas à educação do consumidor. Entretanto, no contexto japonês, não é mencionado um programa escolar específico para a promoção do tema. No Canadá, a Educação Financeira é promovida desde o início da escolarização da criança (MATTA, 2007).

Na Nova Zelândia, uma comissão orienta pessoas sobre a aposentadoria e atua ainda na Educação Financeira de jovens. Na Espanha, existe um movimento de inclusão da Educação Financeira no sistema de ensino, porém sem que seja necessária a criação de uma nova disciplina. Holzmann e Miralles (2005) defendem esse processo como um meio de educar financeiramente crianças e adolescentes.

Diante desse panorama internacional, podemos perceber que, apesar do baixo conhecimento mundial sobre Educação Financeira, existem países que possuem programas e propostas curriculares para a promoção do tema em pleno desenvolvimento e com excelentes resultados.

² Reserva Federal e Fundo Nacional para Educação Financeira

1.4. Educação Financeira no Brasil

Para falar de Educação Financeira no Brasil, precisamos consultar e analisar algumas leis em vigor no país. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (Lei nº 9394 de 20 de dezembro de 1996), por exemplo, retrata o princípio da educação como obrigação do Estado e da família. Segundo a lei, o ensino tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, o seu preparo para o exercício da cidadania e a sua qualificação profissional (BRASIL, 1996).

A Educação vai além de abordar determinados conteúdos escolares; ela requer a formação intelectual, moral, física, bem como a formação para lidar com finanças. Por este motivo, Carvalho (1999) reforça a ideia de que a escola é o lugar ideal para a implementação de uma cultura financeira. Para o autor, atividades que envolvam compras à vista ou a prazo, ou conhecer seus direitos ao pagar antecipadamente uma prestação com juros embutidos, são algumas das situações econômico-financeiras que podem ser abordadas em sala de aula.

O atual quadro econômico envolve uma facilidade de se obter crédito em face à incerteza quanto à aposentadoria e benefícios. Diante disto, é importante que o educando tenha um bom conhecimento de Matemática e de Educação Financeira, a fim de compreender o mundo como ser crítico, pensante e votante. A preocupação relativa a este novo cenário consta do Parâmetro Curricular Nacional (PCN), ao retratar que:

[...] com a criação permanente de novas necessidades transformando bens supérfluos em vitais, a aquisição de bens se caracteriza pelo consumismo. O consumo é apresentado como forma e objetivo de vida. É fundamental que nossos alunos aprendam a se posicionar criticamente diante dessas questões e compreendam que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria. É preciso mostrar que o objeto de consumo, seja um tênis ou uma roupa de marca, um produto alimentício ou aparelho eletrônico etc., é fruto de um tempo de trabalho, realizado em determinadas condições. Quando se consegue comparar o custo da produção de cada um desses produtos com o preço de mercado é possível compreender que as regras do consumo são regidas por uma política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho (BRASIL, 1998, p.36)

Assim, para que a escola esteja em consonância com as demandas atuais da sociedade, “é necessário que [ela] trate de questões que interferem na vida dos alunos, os quais se veem confrontados no seu dia a dia” (BRASIL, 1998, p. 64). Sobre essas questões cotidianas, o PCN retrata que:

as questões relativas à globalização, as transformações científicas e tecnológicas e a necessária discussão ético-valorizava da sociedade apresentam para a escola a imensa tarefa de instrumentalizar os jovens para participar da cultura, das relações sociais e políticas. A escola, ao se posicionar dessa maneira, abre a oportunidade para que os alunos aprendam sobre temas normalmente excluídos. Entretanto, mesmo depois de

mais de uma década da promulgação da LDB e de o termo e os conceitos sobre educação financeira terem sido introduzidos no país, pode-se observar que ainda existe uma carência de produção acadêmica que possa fundamentar o tema em questão, como foi verificado na consulta aos sites específicos já citados neste trabalho (BRASIL, 1998, p. 47)

Apesar de a importância da Educação Financeira ser retratada no PCN, e a educação para além de conteúdos ser abordada na LDB, o tema não tem destaque no currículo escolar. A própria BNCC, que é o documento mais recente para a Educação Nacional, pouco aborda a temática. O documento, de caráter normativo, apresenta aprendizagens e competências essenciais ao longo da Educação Básica, contendo apenas 6 registros sobre “educação financeira”.

Cabe ressaltar que, na seção da BNCC pertinente ao Ensino Médio, a Educação Financeira não é mencionada. Como vimos, o conhecimento dessa temática é importante para toda a educação básica, e não para apenas um segmento. Ao expandirmos o pensamento de Godfrey (2007, p. 66), de que “o importante em ensinar a criança a administrar seu dinheiro é prepará-la para assumir responsabilidades”, para além do primeiro segmento, faz-se necessário apontar que o ensino deste tema é importante principalmente para os alunos do Ensino Médio, pois muitos já se encontram em trabalhos formais e/ou informais e lidam diariamente com questões financeiras. Ainda sobre a falta deste tema no currículo escolar, Saito (2007, p.7) retrata que “[...] não há especificamente trabalhos sobre a implantação da Educação em Finanças Pessoais nos currículos nacionais”.

Deveríamos ter a Educação Financeira como disciplina obrigatória, o que já ocorre em muitos países desenvolvidos. Como essa realidade está muito distante no Brasil, um recurso que poderia amenizar o baixo conhecimento financeiro seria a sua incorporação, pelo menos parcial, nos diversos conteúdos obrigatórios da disciplina de Matemática. Não estamos falando aqui sobre conhecimento de Matemática Financeira, porque isto já ocorre.

Seria importante, principalmente para os alunos do Ensino Médio, se defrontarem com situações cotidianas que envolvam escolhas financeiras, como investimentos.

Na verdade, sou inconformado com o fato de não existir obrigatoriamente a disciplina de Educação Financeira no ensino médio das escolas brasileiras. Afinal, a falta de poupança é a origem de muitos problemas nacionais, assim como a falta de crédito e os juros elevados. (CERBASI, 2004, p. 91)

Mesmo sem a obrigatoriedade no currículo oficial, no Brasil existem alguns projetos e ações que foram desenvolvidas por organismos governamentais e empresas privadas para a expansão do conhecimento financeiro. Saito (2007) lista alguns projetos de instituições financeiras:

- Programa de Educação Financeira (PEF) — promovido pelo Banco Central do Brasil, tem como principal objetivo a orientação da sociedade sobre assuntos econômicos.
- Comissão de valores Mobiliários (CVM) — promove palestras e disponibiliza cartilhas de orientação sobre investimentos.
- BM&F Bovespa — criou o Programa Educacional Bovespa com o objetivo de informar a importância da Bolsa de Valores para o funcionamento do mercado de ações do país.
- Federação Brasileira de Bancos (FEBRABRAN) — disponibiliza informações sobre produtos financeiros oferecidos por instituições bancárias.

Além dessas iniciativas, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), constituída por representantes do Banco Central do Brasil, da CVM e da SUSEP, tem como objetivo

desenvolver uma proposição de Estratégia Nacional de Educação Financeira, prevendo a promoção de um inventário nacional de ações e de projetos de educação financeira no país, além de uma pesquisa que mapeie o grau de conhecimento financeiro da população brasileira. Além das ações destinadas ao público-alvo para adultos, o ENEF prevê ações voltadas para as escolas, seguindo uma tendência mundial. Este organismo tem como principais objetivos promover e fomentar a cultura de educação financeira no país, ampliar a compreensão do cidadão, para que seja capaz de fazer escolha consciente quanto à administração de seus recursos e contribuir para a eficiência e solidez dos mercados financeiros, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização (BRASIL, 2010, p. 2)

De acordo com Brasil (2000), a ENEF propõe ações de curto, médio e longo prazo. Esse plano deverá conter, pelo menos, as seguintes ações:

- formação de tutores e multiplicadores, para alavancar as ações de estratégia, sendo fundamental capacitar grande número de pessoas que possam multiplicar conhecimentos de Educação Financeira para diversos públicos;
- criação de grupos tutoriais para atuar na formação e no acompanhamento desses multiplicadores, esclarecendo dúvidas, participando de fóruns de discussão e de processos de avaliação das ações realizadas;
- constituição de fórum virtual e desenvolvimento de espaço no portal da ENEF, com a finalidade principal de fomentar discussões entre tutores e multiplicadores sobre temas de interesse da Educação Financeira, esclarecendo dúvidas e identificando pontos de aprimoramento da ENEF;

- promoção de cursos sobre temas de Educação Financeira e desenvolvimento de cursos presenciais e à distância sobre temas específicos de educação financeira conforme o público-alvo.

Em relação ao público-alvo, alguns temas e ações foram selecionados pela ENEF:

- Público-alvo: militares; servidores públicos; trabalhadores formais e informais; profissionais liberais; estudantes universitários; donas de casa, desempregados; aposentados; trabalhadores rurais; beneficiários de programas sociais; brasileiros residentes no exterior e outros.
- Temas: inclusão financeira; proteção ao consumidor; finanças pessoais; noções de Economia; noções do sistema financeiro nacional; crédito e microcrédito; consumo consciente; previdência; preparação para a aposentadoria; investimentos; seguros; capitalização e outros.
- Ações: portal; palestras; publicações e cartilhas; seminários; encontros regionais; concursos; centrais de atendimento; campanhas publicitárias; cursos; programas de televisão; programas de rádio; feiras; espaços culturais; visitas programadas e outros.

Notamos, desta forma, que, apesar do mau uso de temas financeiros na disciplina de Matemática, algumas medidas estão sendo tomadas com vistas à promoção da Educação Financeira, sendo essas desenvolvidas por agentes públicos ou privados.

1.5. Educação Financeira na Educação Básica

A escassez de conhecimento sobre a Educação Financeira, como vimos nas seções 1.3 e 1.4, não está restrito ao Brasil, mas sim toma parte no mundo todo. Por que não começarmos, então, a solucionar esse problema na Educação Básica?

Ser educado financeiramente trata-se de saber se comportar diante de uma situação, refletir sobre ela, para assim poder resolvê-la sem trazer danos financeiros.

Vale ressaltar que, segundo Muniz:

a Educação Financeira Escolar, principalmente nas aulas de matemática, deve ser um convite à reflexão sobre as atitudes e ações das pessoas diante de situações financeiras envolvendo aquisição, utilização e planejamento do dinheiro, ou de outra forma, o ganhar, usar e distribuir dinheiro e bens, dentre elas as envolvendo consumo, poupança, financiamentos, investimentos, seguros, previdência e doações, bem como as suas possíveis consequências no curto, médio e longo prazos, olhando tanto para oportunidades quanto para as armadilhas do mercado. Um convite que leve em consideração o contexto social e econômico dos estudantes, as características culturais e singularidades sociais da região em que vivem (MUNIZ, 2016, p. 81).

Assim como aponta a citação acima, a Educação Financeira na Educação Básica deve propor que o aluno obtenha autonomia para refletir diante das situações financeiras, sejam elas quais forem. É preciso pensar em seus efeitos, em suas hipóteses e nas possíveis armadilhas do mercado, que poderão lhe trazer algum dano, sempre considerando a vida econômica do discente. Não existe uma receita comum a todos para resolver problemas financeiros, o que há é a necessidade de a Educação Básica propor ao aluno que ele se atente à forma com que ele toma decisões individuais, sem que seja preciso agir de forma egoísta. O educando precisa refletir sobre como suas atitudes podem se relacionar ao coletivo, ou seja, como aponta Muniz (2016, p. 81), “as decisões pessoais impactam não somente a própria vida, mas também a vida em família e em sociedade, numa perspectiva social, política, democrática e ambiental”.

O autor argumenta que a concepção de Educação Financeira Escolar está baseada em quatro princípios: reflexão, conexão didática, dualidade e lente multidisciplinar.

No que tange à *reflexão*, o autor afirma que a Educação Básica deve oferecer ao aluno a capacidade de leitura de diferentes situações financeiras, para que ele, sem ser doutrinado, reflita e tome suas próprias decisões, seja em relação ao seu comportamento diante do dinheiro, ou para “usar essa educação para defender bandeiras ou ideologias políticas, religiosas e/ou partidárias.” (Muniz 2016, p. 3).

Ao elaborar sobre o segundo princípio, a *conexão didática*, o autor enfatiza que a Educação Financeira que defende não é a educação de instituições financeiras, mas sim aquela voltada ao ensino e à aprendizagem de diversas áreas de conhecimentos da sociedade, inclusive a da Matemática. É preciso que haja uma relação entre as questões de ensino com os conteúdos financeiros, evidenciando que, na Educação Financeira, deve estar presente a reflexão do aluno, por meio da qual ele deve interagir com o professor e os seus colegas de turma, considerando toda a sua vida acadêmica (conteúdos matemáticos e não matemáticos).

O princípio da dualidade diz respeito ao pressuposto de que a Educação Financeira deve se beneficiar da Matemática para avaliar, compreender e tomar decisões em situações financeiras, resultando na aprendizagem de fundamentos matemáticos. Com isso, a Educação Financeira deve ser “uma via de mão dupla em que a relação entre ensino e aprendizagem de Matemática e a abordagem de situações financeiras sejam dois lados de uma mesma moeda e, portanto, dual.” (Muniz 2016, p. 82).

O quarto princípio, a *lente multidisciplinar*, prevê que, na sala de aula, a Educação Financeira mostre diferentes aspectos a respeito de situações financeiras.

Aspectos financeiros, matemáticos, comportamentais, culturais, biológicos e políticos podem ser utilizados de forma articulada para ajudar os estudantes na leitura de

situações de consumo, renda, endividamento, investimento, planejamento financeiro, sustentabilidade, dentre outras. Estudos da Geografia, História, Sociologia e Filosofia, incluindo os abordados na Educação Básica, em especial no Ensino Médio, bem como as centenas de estudos que vêm sendo realizados há décadas pelas áreas da Economia, Psicologia Econômica e Economia Comportamental, do Marketing, Antropologia e Sociologia do Consumo, e mais recentemente pela Neurociência (MUNIZ, 2016, p. 82).

Desta forma, estas lentes podem salientar alguns assuntos e desfocar outros, procedendo de acordo com a circunstância financeira com que o aluno precisar lidar.

A partir destes princípios, a Educação Financeira na Educação Básica nos convida a refletir sobre questões financeiras sob diferentes aspectos por meio da Matemática como área científica. Entretanto, esta reflexão não se restringe aos conhecimentos matemáticos, ou seja, a proposta consiste em trazer também um olhar de diferentes áreas do conhecimento, como a Geografia e a Sociologia, aproveitando todo o conteúdo que os alunos adquirirem ao longo de sua vida escolar para, assim, tomar decisões mais acertadas diante de situações financeiras. Deste modo, a sala de aula pode promover pesquisas, debates, rodas de conversas, filmes, e projetos que fomentem a reflexão do aluno acerca de situações financeiras, discutindo-as sob diferentes perspectivas, para que ele posteriormente possa decidir.

Para isto, devemos trabalhar a Educação Financeira na Educação Básica. O quanto antes começarmos, melhor será, segundo Guedes:

quanto mais cedo crianças e jovens tiverem a oportunidade de trabalhar com Educação Financeira, maiores serão as chances de se tornarem adultos com bons hábitos de consumo, de forma consciente e sustentável. O objetivo é que as próximas gerações se tornem financeiramente educadas, sabendo lidar com o consumo de forma responsável, além de conhecerem ferramentas mínimas para entenderem como utilizar o dinheiro de maneira equilibrada e consciente (GUEDES, 2019, p. 2).

Ambos Muniz (2016) e Guedes (2019) são referências que propõem o trabalho precoce com a Educação Financeira na sala de aula, para que os jovens alunos de hoje tornem-se adultos responsáveis, que saibam opinar diante do consumo e do uso do dinheiro de forma geral, utilizando seus recursos financeiros de forma prudente, consciente e perspicaz. Vale salientar que a perspectiva de Muniz (2016) nos chama atenção para a necessidade da Educação Financeira em ter a Matemática como área científica. Esta reflexão nos faz pesquisar e escrever sobre as semelhanças e diferenças entre a Matemática e a Educação Financeira como duas vertentes.

Educação Financeira não é igual à Matemática Financeira? A resposta para esta indagação é “não”! Guedes (2019) afirma que a

Educação Financeira se propõe a ajudar nas tomadas de decisões mais conscientes: se é necessário ou não pegar um empréstimo, pagar à vista ou a prazo; entender contas básicas como luz ou água ou ainda sobre consumo e desperdício, entre outros. (GUEDES, 2019, p. 3)

A Educação Financeira está relacionada à postura crítica e consciente do aluno diante de uma tomada de decisão. A Matemática Financeira, por sua vez, “é um campo da Matemática — assim como álgebra, aritmética, geometria — para estudar o valor do dinheiro ao longo do tempo” (GUEDES, 2019, p. 4).

Precisamos da Matemática Financeira para as tomadas de decisão que a Educação Financeira nos propõe. Uma está ligada à outra, constituindo-se como uma via de mão dupla, como afirma Muniz (2016). A postura e o pensamento crítico são levantados pela Educação Financeira, mas quem vai oferecer subsídios para a realização de uma tomada de decisão consciente é a Matemática Financeira. Tendo em vista esta relação, no próximo capítulo aprofundaremos um pouco mais este tema.

1.6. A Educação Financeira e a BNCC

A Constituição Federal de 1988, no artigo 210, prevê que devem ser “fixados conteúdos mínimos para o Ensino Fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASIL, 1988). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que define as aprendizagens importantes que os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica (BRASIL, 2018). A BNCC está estruturada em três etapas, que são: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Como este trabalho é destinado ao Ensino Médio, detalharemos, aqui, este segmento. No Ensino Médio, a BNCC está dividida por áreas de conhecimento, que possuem competências específicas e habilidades. Sob a ótica da Educação Financeira e da metodologia de Resolução de Problemas, listamos as competências e habilidades nas quais o nosso trabalho está embasado na Tabela 3.

Tabela 3 - Competências específicas e habilidades relacionadas à Matemática Financeira para a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, segundo a BNCC

Competências específicas	Habilidades
1) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
2) Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar	(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na

<p>decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	<p>análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.</p>
<p>3) Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.</p> <p>(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.</p> <p>(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.</p>
<p>5) Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.</p>

Fonte: Brasil (2018).

As habilidades relativas ao Ensino Médio “são apresentadas sem indicação de seriação. Essa decisão permite flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola” (BRASIL, 2018, p. 530). Elas são indicadas por códigos alfanuméricos, como a EM13MAT503, que consta da tabela acima. Neste exemplo, o primeiro par de letras, EM, indica que esta habilidade é referente ao Ensino Médio. O primeiro par de números, 13, significa que esta habilidade pode ser estudada em qualquer série do Ensino Médio. A segunda sequência de três letras, MAT, indica que a área a que essa habilidade está relacionada, neste caso à Matemática e suas tecnologias. Por fim, os três números finais indicam a competência específica (primeiro número) e a numeração no conjunto de habilidades relativo a cada competência (dois últimos números). No caso da numeração 503, por exemplo, a habilidade está relacionada à competência específica 5 e ocupa a 3ª posição na ordem sequencial de habilidades desta competência.

Podemos perceber, na Tabela 2, por meio das quatro competências específicas citadas, a importância de se estudar Matemática Financeira para uma melhor tomada de decisão em situações que envolvem a Educação Financeira. Desta forma, o material proposto por esta dissertação apresenta propostas de como o docente pode adequar o que foi proposto na BNCC aos conteúdos de Matemática Financeira e Educação Financeira, de acordo com a realidade de seus alunos e das escolas em que trabalha.

1.7. Investimentos

O ideal é economizar dinheiro para no futuro comprar o que se deseja, mas dinheiro parado não rende; ou pior, ele pode perder poder de compra para a inflação (que corresponde ao aumento generalizado dos preços), fazendo com que investir seja a alternativa apropriada. Investimento, segundo BCB (2013, p. 43) “é a aplicação dos recursos que poupamos, com a expectativa de obtermos uma remuneração por essa aplicação”; ou seja, significa aplicar o capital, com a expectativa de ganhar dinheiro por meio de rendimentos futuros.

O investidor precisa ter em mente o que pretende fazer com o dinheiro; para isto, ele precisa ter uma meta, ou seja, um objetivo com características bem claras, como prazo e valor total. Dentre os exemplos de metas, podemos destacar a compra da casa própria ou de um carro, fazer uma viagem, pagar a faculdade ou empreender. Saber como o investidor planeja gastar o seu dinheiro no futuro é indispensável para decidir qual investimento ele deverá escolher. De acordo com o BCB (2013, p. 45) “O horizonte de aplicação é um fator decisivo na definição do investimento mais apropriado, pois o tempo em que o recurso ficará aplicado poderá influenciar na rentabilidade e até na tributação”.

Definida a meta, podemos então verificar em quanto tempo queremos ter a necessidade de liquidez, ou seja, o retorno do dinheiro. Por exemplo, se desejamos comprar um carro ou uma casa, precisaremos de mais tempo do dinheiro investido para atingir o objetivo. Se for uma viagem, serão necessários um investimento de maior liquidez (retirada do dinheiro em menor prazo) e investimentos de baixo risco.

Se nós já tivermos definido a nossa meta e o tempo que precisaremos para realizar o nosso sonho, agora falta definirmos que categoria de investimento se encaixa melhor em nosso perfil. Existem duas principais categorias de investimentos: renda fixa e renda variável. Conforme aponta o BCB,

renda fixa: são investimentos que pagam, em períodos definidos, a remuneração correspondente a determinada taxa de juros. Essa taxa pode ser estipulada no momento da aplicação (prefixada) ou calculada no momento do resgate (pós-fixada),

com base na variação de um indexador previamente definido acrescido ou não de uma taxa de juros. [...] Renda variável: são investimentos cuja remuneração não pode ser dimensionada no momento da aplicação (2013, p. 46).

Em outras palavras, na renda fixa, os rendimentos são conhecidos desde a sua aquisição. Na renda variável, por sua vez, os rendimentos serão incertos quando o capital for aplicado, sendo assim uma aplicação de maior risco.

A renda fixa funciona da seguinte maneira: uma pessoa física empresta dinheiro para o governo, empresas ou banco, e, ao chegar na data estabelecida, eles devolvem o dinheiro emprestado somado aos juros aplicados, que são previamente estabelecidos no momento da aplicação (prefixada) ou calculada no momento do resgate (pós-fixada ou híbrida, se estiver atrelada à inflação). Dentre alguns exemplos de investimentos de renda fixa, podemos destacar a famosa caderneta de poupança, o certificado de depósito bancário (CDB), o tesouro direto, debêntures e Letras de Crédito Mobiliário (LCI), entre outros.

A caderneta de poupança talvez seja o mais popular entre os brasileiros, pois possui fácil acesso, movimentação e entendimento, além de baixo capital inicial necessário comparado aos outros investimentos de renda fixa. O investidor aplica uma quantia, cria-se uma data base, conhecida como data de aniversário, e, caso haja seja feita uma retirada antes de um mês dessa data, não haverá nenhuma remuneração sobre o dinheiro aplicado.

O tesouro direto funciona da seguinte maneira: é como se fosse a pessoa física emprestando o dinheiro para o governo federal, que, em troca, fornece um título de crédito com um vencimento determinado. Ao chegar na data estipulada, o governo devolve o dinheiro emprestado, adicionado aos juros aplicados, que são pré-estabelecidos no momento em que a pessoa física fizer a aquisição do título.

O CDB é muito parecido com o tesouro direto. A diferença, no entanto, é que, no primeiro caso, os títulos são fornecidos pelos bancos. Já a LCI corresponde a títulos emitidos por bancos ou instituições financeiras, e os debêntures são emitidos por empresas privadas. Assim, os que adquirem debêntures são os credores das empresas, e, em troca do empréstimo, recebem juros no prazo determinado na emissão desses títulos.

A renda variável é um investimento em que os rendimentos são incertos quando aplicados a um capital; ou seja, você não sabe quanto irá receber de juros ao longo prazo. Um exemplo de renda variável são as ações que, segundo Prado (2019), são:

pequenas frações de empresas comercializadas em bolsas de valores. As empresas abrem capital através de um processo chamado de IPO (Oferta Pública Inicial), no qual disponibilizam suas ações para o mercado e captam recursos que podem ser usados pela empresa para realizar projetos ou financiar dívidas. Depois desse processo inicial, as ações são negociadas no mercado secundário (entre investidores) que compram e vendem ações buscando obter lucro com a variação do preço ou com

dividendos (parte do lucro que a empresa distribui para os investidores) (PRADO, 2019, p. 36).

Os investidores de renda variável são os que se arriscam mais, pois não sabem quanto vão receber ao final de seu investimento. Além disso, cabe ressaltar que a pessoa que investe em renda variável não está emprestando o seu dinheiro, mas sim está participando de um negócio, como, por exemplo, a compra de ações de uma empresa, em que a pessoa se torna sócia da referida empresa e tem como principal objetivo participar da distribuição de seus lucros.

O BCB (2013, p. 47) recomenda: “lembre-se de que, seja em curto ou longo prazo, seus investimentos se destinam a financiar seus planos para o futuro”. Devemos poupar e investir, então, e nunca nos esquecer de sempre acompanhar nossas aplicações. A orientação fornecida pelo BCB (2013, p. 47) é “diversificar suas aplicações entre investimentos com diferentes características (por exemplo, imóveis, renda fixa e renda variável), na tentativa de minimizar riscos e maximizar a rentabilidade de seu portfólio de investimentos”.

1.8. Produto Educacional

A fim de divulgar as atividades propostas nesta dissertação, foi elaborado, como produto educacional, um Manual Instrucional Rápido, convertido em um blog³ chamado Decida e Invista! Propostas para trabalhar Educação Financeira com o Ensino Médio. Apresentamos propostas para se trabalhar a Educação Financeira no Ensino Médio, com o objetivo de contribuir para a prática docente e discente em relação à Educação Financeira. Estas propostas visam a auxiliar o docente na tarefa de mediar a construção do conhecimento, consequentemente promovendo uma educação transformadora e emancipadora, em que os estudantes possam dialogar de forma reflexiva e ativa com a sociedade em que se inserem.

O blog foi criado em uma plataforma gratuita⁴, em que estão disponibilizadas a sequência didática com os planos de aula, os curtas e filmes sugeridos para as discussões propostas aos discentes, a fim de que eles se apropriem ainda mais do conhecimento sobre as boas práticas da Educação Financeira e consigam, ao longo de sua vida, tomar melhores decisões financeiras.

O docente pode baixar, deste blog, o produto educacional resultante desta dissertação, e aplicá-lo em sua sala de aula. Nele estão disponíveis para *download* a versão do aluno e a versão

³ Disponível em <https://educacaofinanceiraem.blogspot.com/>.

⁴ Disponível em blogger.com.

do professor, na forma de listas dos problemas que se encontram na sequência didática, além de sugestões de resoluções dos problemas propostos. Na Figura 2 encontra-se a interface do blog.

Figura 2- Interface do Blog



Fonte: A autora, 2021.

O Manual Instrucional Rápido também se encontra disponível no arquivo anexo à esta dissertação, contendo a sequência didática proposta nesta pesquisa.

2 MATEMÁTICA FINANCEIRA

A Matemática Financeira é a área da Matemática que estuda o uso e a evolução do dinheiro através do tempo, sendo muito ligada ao conceito de comércio. Segundo Mattos (1995), o conceito de juros simples e compostos é algo que existe desde os primeiros registros do ser humano. A utilização de juros surgiu de forma natural quando ocorria o empréstimo de algum objeto e estipulava-se um tempo para a sua devolução. Assim, conforme o autor, os juros estão presentes em situações antigas, em que

[...] os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outras conveniências emprestadas; os juros eram pagos sob a forma de sementes ou outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e de devolução de sementes e de outros produtos agrícolas (MATTOS, 1975, p. 18).

Ainda sobre os juros na antiguidade, Eves relata que

[...] as tábuas mostram que os sumérios antigos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos. [...] há tábuas que são documentos de empresas comerciais e outras que lidam com sistemas de pesos e medidas (2002, p. 60).

As duas passagens apontam que a utilização dos juros, em sua essência, não sofreu grandes mudanças ao longo dos anos. Nos primórdios, eram utilizadas sementes, e depois, com o desenvolvimento do artesanato e da cultura, passou a ser necessário realizar trocas. Surge então o escambo como a primeira forma de troca comercial.

O cálculo dos juros e o seu uso na Matemática Comercial e Financeira surge com os primeiros bancos. Com o aumento do comércio e das guerras, várias moedas começavam a circular em um mesmo país. Assim, surge a necessidade do câmbio⁵ entre moedas. Era comum, para as pessoas com muito dinheiro, realizar esse câmbio e guardar o dinheiro em casa. Por uma questão de segurança, elas começaram a entregar grandes quantias para os cambistas⁶.

Os cambistas, ao guardarem dinheiro de diversas famílias, acumulavam uma grande quantia financeira, que não seria retirada tão breve. Eles resolveram, então, emprestar esse dinheiro para terceiros, cuja devolução prescindia da cobrança de um valor adicional, o juro. Esse valor, em alguns casos, “alcançava quantias muito grandes, como foi o caso na antiga Roma, em que usuários pagavam de 50 a 100 por cento em certas ocasiões, e, em outros momentos, de 100 e 200 por cento” (LUZ; BAYER, 2013).

A partir do procedimento de se cobrar uma soma adicional, o lucro é evidenciado como ganho ou então como juros, ocasionando, assim, o surgimento das primeiras operações de crédito. Foi justamente esse trabalho dos cambistas, que exerciam sua profissão sentados num banco de madeira em algum lugar do mercado, que originou as palavras “banco” e “banqueiro”.

Com o desenvolvimento dos bancos, surge também a necessidade de se aprimorar os cálculos financeiros. Desta forma, segundo Gonçalves,

o surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros compostos e o uso da Matemática Comercial e Financeira, de modo geral. Na época em que o comércio começava a chegar ao auge, uma das atividades do mercador foi também a do comércio de dinheiro: com o ouro e a prata. Nos diversos países eram cunhadas moedas de ouro e prata. (p. 4). Assim os bancos foram um dos grandes propulsores práticos para o avanço da Matemática Comercial e Financeira e da Economia durante os séculos X até XV. Pois sem essa motivação para o aprimoramento dos cálculos, talvez, essa área de Matemática não estivesse tão avançada nos dias atuais. (GONÇALVES, 2007, p.6)

Com o aprimoramento desses cálculos, a Matemática Financeira passou a concentrar o seu objeto de estudo em conceitos como porcentagem, capital, montante, juros, taxa de

⁵ Quando um brasileiro vai viajar ao exterior e adquire dinheiro para usar no seu destino — por exemplo, o dólar, no caso dos Estados Unidos, e o iene, no caso do Japão —, esta aquisição é uma operação de câmbio. Da mesma forma, **importadores** brasileiros realizam operações de câmbio para trocar reais pela moeda do seu parceiro comercial, a fim de pagar pelos itens que adquiriram. Fonte: <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/oqueecambio>.

⁶ Os cambistas eram, no contexto histórico, aqueles se dedicavam ao câmbio. Nas feiras medievais e nos núcleos urbanos no feudalismo, eles trocavam moedas de vários valores por uma de valor único.

juros, prazo, juros simples, juros compostos, descontos simples e descontos compostos, sobretudo quando se trata da Educação Básica. Nas seções a seguir, abordaremos cada um desses itens presentes nas operações financeiras do dia a dia.

1.9. Noção de porcentagem

De maneira bem simples, porcentagem é uma razão cujo denominador é 100; portanto, é chamada de razão centesimal, taxa percentual ou porcentagem. As porcentagens são indicadas por um número seguido do símbolo % (lê-se: por cento). Por exemplo, se considerarmos que, de um grupo de 20 pessoas, 60% são crianças, como seria feito este cálculo?

60% de 20 pessoas

$$20 \cdot \frac{60}{100} = \frac{1200}{100} = 12$$

O cálculo leva ao resultado de 12 crianças; ou seja, 60% de 20 totalizam 12.

1.10. Noções de Capital, Juros, Prazo, Taxa de juros e Montante

Capital é o valor envolvido em uma transação na data focal zero, ou seja, no início da aplicação. Ele também pode ser chamado de: Principal, Valor Atual, Valor Presente e/ou Valor Aplicado. No Brasil, utiliza-se a notação “C” para representar o Capital. Em inglês, utiliza-se a expressão *Present Value*; por este motivo, as calculadoras financeiras possuem a tecla “PV”.

Em relação aos juros, eles podem ser definidos como a remuneração obtida pelo uso do Capital por um intervalo de tempo. De maneira mais simples, os juros podem ser entendidos como um “aluguel” pelo uso do dinheiro. Como notação, utilizamos o “J”. O Prazo é o período pelo qual os juros serão calculados. Os prazos mais usados são: dia, mês, bimestre, trimestre, semestre e ano. A notação para prazo é “n”.

A Taxa de Juros é o coeficiente resultante da razão entre os juros e o capital. Cada taxa deve informar o período a que se refere. Assim, é importante verificar se a taxa concorda com o prazo informado. As taxas podem ser expressas na forma unitária ou na forma percentual. Por exemplo, 15% seriam a forma percentual e 0,15 seriam a forma unitária. Para efeito de cálculo, é recomendável utilizar a forma unitária. A notação para a Taxa de Juros é o “i”.

Simbolicamente, temos que taxa dos juros simples é dada por:

$$i = \frac{J}{C}$$

Por fim, o Montante é o valor recebido ao final da aplicação. De maneira prática, o Montante é o resultado da adição do capital pelo juro produzido em um determinado período. O Montante também pode ser chamado como: Valor Futuro, Valor Final, Saldo, entre outros. Como notação, utiliza-se a letra “M”.

Simbolicamente, temos que

$$M = C + J$$

1.11. Juros Simples e Compostos

O Regime de Capitalização Simples, ou simplesmente Juros Simples, tem como característica o fato de que o dinheiro cresce linearmente ou em progressão aritmética com o passar do tempo. Isto ocorre porque os juros de cada período são sempre calculados sobre o valor inicial, não havendo, assim, incidência de juros sobre juros.

Para entendermos melhor, propomos um exemplo.

- 1) Uma pessoa aplicou a quantia de R\$100,00 no Banco do Futuro, pelo prazo de 3 meses, com uma taxa de 10 % ao mês, no regime de juros simples. Determinemos o saldo final acumulado nesta aplicação.

Tabela 4 – Resolução do exemplo 1

Mês	Cálculo dos Juros mensais	Juros mensais	Saldo final
1	$R\$100,00 \cdot 10\% =$	R\$10,00	R\$110,00
2	$R\$100,00 \cdot 10\% =$	R\$10,00	R\$120,00
3	$R\$100,00 \cdot 10\% =$	R\$10,00	R\$130,00

Fonte: A autora (2021).

Note que, neste exemplo, conseguimos chegar à fórmula dos juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

Em que

J = Juros

C = capital inicial

i = taxa de juros

n = número de períodos

Neste exemplo, cada mês gerou um juro de R\$10,00, pois foram calculados 10% de 100 reais (valor inicial). Ao final dos 3 meses, a operação totalizou um valor de R\$30,00 de Juros.

Conforme supracitado, o Montante é o resultado da adição do capital com os juros obtidos. Portanto, neste exemplo o Montante será:

$$M = C + J$$

$$M = 100 + 30$$

$$M = 130$$

A partir desse raciocínio, podemos elaborar outra fórmula para realizar o cálculo do montante.

A partir da fórmula básica

$$M = C + J,$$

podemos substituir o J por $C \cdot i \cdot n$, o que resulta em

$$M = C + C \cdot i \cdot n$$

Realizaremos, agora, uma fatoração por fator comum, o que, de maneira cotidiana, seria o “colocar em evidência”.

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

Retomando o exemplo 1, se efetuarmos o cálculo pela nova fórmula encontrada, teremos:

$$M = C \cdot (1 + i \cdot n)$$

$$M = 100 \cdot (1 + 0,10 \cdot 3)$$

$$M = 100 \cdot (1 + 0,30)$$

$$M = 100 \cdot (1,30)$$

$$M = 130$$

Já no regime de capitalização Composta, ou regime de Juros Compostos, o cálculo de Juros ocorre sempre de forma cumulativa. Ou seja, os juros obtidos em cada período são acrescentados ao capital formando o montante (capital mais juro) de cada período. Esse montante irá render mais juros no período seguinte, formando um novo montante, e assim sucessivamente. Para compreendermos na prática, apresentamos mais um exemplo, cujo cálculo é efetuado no regime de Juros Compostos.

- 2) Uma pessoa aplicou a quantia de R\$ 100 no Banco do Futuro, pelo prazo de 3 meses, com uma taxa de 10 % ao mês, no regime de juros compostos. Determinemos o saldo final acumulado nesta aplicação.

Tabela 5 – Resolução do exemplo 2

Mês	Cálculo dos Juros mensais	Valor do Montante
1	$R\$100,00 \cdot (1 + 0,10) =$	R\$110,00
2	$R\$110,00 \cdot (1 + 0,10) =$	R\$121,00

3	$R\$121,00 \cdot (1 + 0,10) =$	$R\$133,10$
----------	--------------------------------	-------------

Fonte: A autora, 2021.

Note que esse cálculo também pode ser resolvido da seguinte maneira:

$$100 \times (1 + 0,10) \times (1 + 0,10) \times (1 + 0,10) = 133,10$$

Observe que o capital R\$100,00 foi multiplicado pelo fator três vezes. Sendo assim, podemos simplificar os cálculos como:

$$100 \times (1 + 0,10)^3 = 133,10$$

Diferentemente dos Juros Simples, em que o valor dos juros de cada período é sempre o mesmo, nos Juros Compostos o dinheiro aumenta exponencialmente ou em progressão geométrica com o passar do tempo. Para fins práticos, chegamos à fórmula

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

Em que:

M = valor futuro

C = Capital inicial

i = taxa de juros

n = número de períodos

É importante ressaltar que, geralmente no dia a dia, essas operações financeiras, como empréstimos, aplicações em investimentos, são realizadas utilizando o programa Microsoft Excel ou até mesmo a calculadora financeira HP 12c. Por isso, em se tratando de Juros Compostos cujo cálculo é um pouco mais complexo, é recomendado, para o ensino da Educação Básica, a utilização da fórmula do Montante. Desta forma, caso seja preciso encontrar os juros daquele período, basta diminuir o valor Montante encontrado pelo Capital. ($J = M - C$).

1.12. Descontos Simples e Compostos

Descontos são os Juros recebidos (devolvidos) ou concedidos quando o pagamento de um título ocorre de forma antecipada. Estes juros são nomeados como simples ou compostos, em função do cálculo do regime de juros em que está a operação financeira.

Em relação ao Desconto Simples, ele poderá ser calculado por fora a parcela a ser deduzida do título sobre o valor nominal (o valor impresso no título como sendo seu valor na data do vencimento) do papel ou por dentro, que é a parcela a ser deduzida sobre o valor atual (o valor do título na data de seu pagamento por antecipação de resgate) do papel.

O cálculo do Desconto Simples por fora é análogo ao cálculo dos juros simples, substituindo o capital C na fórmula dos juros simples pelo Valor Nominal do título. Vejamos a Tabela 6, que compara, abaixo, as duas modalidades.

Tabela 6- Desconto por fora e Juros simples

Desconto por fora	Juros simples
$D = N \cdot i \cdot n$	$J = C \cdot i \cdot n$
N é o Valor Nominal	C é o capital inicial
i é a taxa de desconto	i é a taxa de juros
n é o número de períodos	n é o número de períodos

Fonte: A autora, 2021.

O valor atual do desconto é calculado por:

$$A = N - D = N - N \cdot i \cdot n = N(1 - i \cdot n).$$

O cálculo do Desconto Simples por dentro é análogo ao cálculo dos juros simples, substituindo o capital C na fórmula dos juros simples pelo Valor Atual A do título. Vejamos a Tabela 7, que compara as duas modalidades a seguir:

Tabela 7- Desconto por dentro e Juros simples

Desconto por dentro	Juros simples
$D = A \cdot i \cdot n$	$J = C \cdot i \cdot n$
A é o Valor Atual	C é o capital inicial
i é a taxa de desconto	i é a taxa de juros
n é o número de períodos	n é o número de períodos

Fonte: A autora, 2021.

O valor atual do desconto por dentro é calculado por $N = A + D = A + A \cdot i \cdot n$.

$$\text{Assim, o valor Atual é dado por } A(1 + i \cdot n) = N \Leftrightarrow A = \frac{N}{1 + i \cdot n}.$$

O Desconto Composto, por sua vez, é o abatimento que obtemos ao saldar um compromisso financeiro antes de seu vencimento, ou o valor que o banco recebe pela antecipação do resgate de um título sob regime de juros compostos.

Na prática, o que temos é o montante, ou o valor nominal do papel, e o que desejamos é o capital inicial, ou valor atual, que pode ser obtido pela própria fórmula do cálculo do montante a juros compostos, substituindo o capital C pelo Valor Nominal N do título. Vejamos a Tabela 8, que compara, abaixo, as duas modalidades.

Tabela 8- Desconto composto por fora e Juros compostos

Desconto composto por fora	Juros compostos
$A = N \cdot (1 - i)^n$	$M = C \cdot (1 + i)^n$
A é o Valor Atual	C é o capital inicial
i é a taxa de desconto	i é a taxa de juros

n é o número de períodos	n é o número de períodos
----------------------------	----------------------------

Fonte: A autora, 2021.

No Desconto composto por dentro, observamos que $D = N - A$ e $A = \frac{N}{(1+i)^n}$, então

$$D = N - \frac{N}{(1+i)^n} = N \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right).$$

1.13. Matemática Financeira na Educação Básica

Ao longo de nossa pesquisa bibliográfica, nos deparamos com muitas teses e dissertações que abordam a Matemática Financeira e a BNCC. Em vista desse cenário, iniciamos esta seção por meio da discussão sobre como a Matemática Financeira se relaciona com as leis educacionais a partir da BNCC.

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades a Educação Básica. No que tange à Matemática Financeira, ao pesquisarmos a palavra “Financeira” no documento, encontramos alguns trechos. Na área da Matemática do Ensino Fundamental, é comentado o uso de Unidades Temáticas, que seriam uma reunião de conjuntos de conteúdos de uma mesma temática em uma Unidade. São cinco as Unidades Temáticas propostas: número, álgebra, geometria, grandezas, medidas e probabilidade e estatística.

A BNCC, ao descrever a Unidade Temática sobre números, comenta que

[...] outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de marketing. Essas questões, além de promover o desenvolvimento de competências pessoais e sociais dos alunos, podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos da Matemática Financeira e também proporcionar contextos para ampliar e aprofundar esses conceitos (BNCC, 2018, p. 269).

Mais adiante no documento, ao apresentar a Matemática do 5º ano, o uso da Matemática Financeira aparece na habilidade intitulada EF05MA06:

associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de Educação Financeira, entre outros (BNCC, 2018, p. 295).

Calcular porcentagem implica conhecer frações, suas representações e significados, como, por exemplo, saber que 50% é o mesmo que $\frac{50}{100}$ ou $\frac{1}{2}$, ou que 10% significam $\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$ e assim por diante. As estratégias pessoais citadas na habilidade, o cálculo mental e a calculadora, mostram a importância de se calcular porcentagem utilizando a compreensão de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{10}$. Os contextos relativos à Educação Financeira dizem respeito, por exemplo, a compreender um anúncio de uma loja que oferece 10% de desconto na compra à vista de um sapato. Outro exemplo seria guardar 25% do salário e entender o que significa gastar 75% do nosso dinheiro.

Na Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, nossa busca pela palavra “Financeira” também apontou a habilidade EF06MA13:

resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de Educação Financeira, entre outros (IBID, p. 301).

A habilidade EF06MA13 propõe resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens utilizando estratégias pessoais, como, por exemplo, reconhecer que encontrar 1% corresponde à centésima parte de um todo, que 10% é o mesmo que dividir por 10.

Na seção do 7º ano do Ensino Fundamental, a Habilidade EF07MA02 engloba

resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de Educação Financeira, entre outros (IBID, p. 307).

O objetivo desta habilidade é resolver e elaborar problemas de porcentagem, calculando a porcentagem solicitada nas situações que envolvem acréscimos somados ao valor inicial. Já os descontos simples dizem respeito a subtrair do valor inicial.

O último trecho da nossa busca “Financeira” em relação ao Ensino Fundamental aparece na seção de Matemática do 9º ano, pertinente à habilidade EF09MA05:

resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da Educação Financeira (IBID, p. 317).

Esta habilidade tem como objetivo resolver e elaborar problemas sobre porcentagem, envolvendo o cálculo de percentuais sucessivos: juros simples e compostos. Utiliza-se o fator de aumento percentual, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, como, por exemplo, a planilha eletrônica (Microsoft Excel ou planilha do Google).

De uma maneira geral, no tocante ao Ensino Fundamental, a BNCC evidencia muito a importância dos problemas envolvendo porcentagens. Cabe ressaltar que todos os trechos

indicam a importância dos elementos da Matemática Financeira no contexto da Educação Financeira.

Em relação ao Ensino Médio, a BNCC divide a Matemática em cinco Competências Específicas. Na seção sobre Competências Específicas 3, a nossa busca pela palavra “Financeira” resultou no aparecimento em duas habilidades.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (BNCC, 2018, p. 536).

Para desenvolver esta competência, são necessárias habilidades que resolvam, elaborem, compreendam, interpretem os problemas e construam modelos matemáticos em contextos científicos e tecnológicos. Nesta etapa, cabe aos discentes construir significados e desenvolver habilidades que futuramente servirão para a solução de problemas presentes no cotidiano dos alunos, por meio dos conceitos matemáticos aprendidos.

Ainda no Ensino Médio, agora na seção de Competências Específicas 5, nossa busca apontou para os seguintes trechos:

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais (IBID, p.541).

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros (IBID, p.544).

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (IBID, p. 544).

Destacam-se, neste trecho, as habilidades ligadas à capacidade de investigar, resolver e elaborar problemas através de estratégias de diferentes abordagens, nas mais diversas situações.

No Ensino Médio, a correlação da Matemática Financeira com o conteúdo de Matemática se dá predominantemente pelas funções matemáticas. Podemos notar que, diferentemente do que toma parte na seção referente ao Ensino Fundamental, o termo Educação Financeira não é mencionado, ficando restrito apenas à Matemática Financeira.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Conforme apresentamos no primeiro capítulo, que trata sobre a evolução histórica da Matemática, esta disciplina teve sua origem nos problemas vivenciados pelos primeiros humanos. Segundo Roque (2013),

os problemas que motivaram os matemáticos podem ter sido de natureza cotidiana (contar, fazer contas); relativos à descrição dos fenômenos naturais (por que um corpo cai? por que as estrelas se movem?); filosóficos (o que é conhecer? como a matemática ajuda a alcançar o conhecimento verdadeiro?); ou, ainda, matemáticos (como legitimar certa técnica ou certo conceito?) (ROQUE, 2013, p. 21).

A evolução da Matemática até a estrutura que temos hoje se deve, em grande parte, aos problemas enfrentados por várias civilizações, tais como as representações numéricas, as unidades de medidas, as áreas dos terrenos, ou a venda ou troca de mercadorias. São inúmeras as situações enfrentadas, e, conforme o aumento de sua complexidade, a Matemática se desenvolve e se aprimora. Apesar da crescente evolução de conhecimento Matemático, ainda em pleno século XXI, continuamos a encarar o grande problema de como ensinar Matemática de forma atrativa aos alunos.

Embora nos deparemos com a presença da matemática em diversas áreas do cotidiano, a “Matemática escolar” não parece ser capaz de explorar toda essa riqueza. Um dos pontos que devem ser explorados em sala de aula é a evolução, ao longo do tempo, do conteúdo que os alunos estão estudando. Uma pergunta pertinente seria: quais foram as motivações que, por exemplo, podem ter levado às formulações de conceitos tão importantes na Matemática, como equações, funções e tantos outros? Em geral, todos esses conhecimentos são abordados exclusivamente por meio do uso das fórmulas, como se elas surgissem espontaneamente. Assim, “conhecer, historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje” (D’AMBROSIO, 1996, p. 30).

Conforme apontamos no capítulo 1, o campo de pesquisa em Educação Matemática visa à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Por isso, é importante que professores de Matemática e pedagogos, por atuarem nos anos iniciais do ensino de Matemática, estejam sempre em busca de atualizações e de novos conhecimentos. Conhecer pesquisas e práticas sobre as novas tendências da Educação Matemática, como Educação Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, pode contribuir para a prática docente.

Como afirma Romanatto (2012), a Resolução de Problemas “permite ao estudante a alegria de vencer obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o fazer da matemática” (ROMANATTO, 2012, p. 302). A partir desta citação, entendemos que a Resolução de Problemas pode ser um caminho metodológico para uma Matemática que tenha mais significado para o aluno, levando em consideração a frequência com que nos deparamos, no dia a dia, com problemas, sejam eles fáceis ou mais complexos. Para Romanatto, vencer obstáculos significa vencer as complexidades que cada problema propõe, por meio da curiosidade dos alunos em resolver o problema, fazendo, assim, a Matemática acontecer.

Para começarmos esta discussão sobre o uso da Resolução de Problemas como metodologia para o ensino de Matemática, precisamos estabelecer a diferença entre exercício e problema. O exercício diz respeito a “uma atividade de adestramento no uso de algum conhecimento matemático prévio” (SÁ, 2016, p. 4), ao passo que o problema “envolve invenção e/ou investigação, possibilitando o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio lógico” (IBID, 2016, p. 4).

Como acreditamos na importância do desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, em vez de um trabalho desinteressante, restrito a exercícios de fixação, entendemos, como afirma Romanatto (2012), que, na Resolução de Problemas,

os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados etc. Enfim, é o que a Matemática pode fazer pelo estudante e não o contrário (ROMANATTO, 2012, p.303).

Independentemente do tipo de problema a ser abordado, para desenvolver esse “fazer Matemático”, é importante que o docente esteja preparado. Acreditamos que o professor deva elaborar problemas que respeitem o nível de maturidade da turma. Cabe, então, ao professor

propor bons problemas, [ele] deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram à mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar (ROMANATTO, 2012, p. 303).

Desta forma, Sá (2016) descreve algumas características para um bom problema:

ter enunciado acessível e de fácil compreensão; exercitar o pensamento matemático dos alunos; provocar a criatividade na busca da solução; servir de ponto de partida para a introdução ou consolidação de ideias ou conceitos matemáticos; ser natural, interessante e significativo para os alunos (SÁ, 2016, p. 5).

Além das características para uma boa elaboração de problemas, é importante traçarmos estratégias para resolvê-los. Para isto, quatro etapas são sugeridas por Polya (2006, p. 4-5) para a resolução do problema:

1ª) compreender o problema. O aluno precisa compreender o problema; caso isto não aconteça, ele poderá se desanimar, e, conseqüentemente, o deixará de lado. Nesta etapa, o professor apresenta indagações que podem estimular o aluno na busca do entendimento do problema proposto, por exemplo: o que o problema quer descobrir? Quais são os dados da questão? Este princípio pode ser concretizado de acordo a realidade do aluno, para que, posteriormente, ele aperfeiçoe a sua compreensão.

2ª) estabelecer um plano. “(...) o principal feito na resolução de um problema é a concepção da ideia de um plano” (POLYA, 2006, p. 7). Isto não implica dizer que essa ideia surgirá facilmente, pois até o aluno ter um *insight*, esse caminho será longo e complicado, e, para isso, o professor deve orientá-lo discretamente de modo que o aluno construa o plano. Com bastante frequência, é necessário que o aluno tenha uma gama de assuntos estudados anteriormente, uma “bagagem” matemática. Podemos comparar este processo de aprendizagem com a construção de uma casa: não se pode levantar os muros sem antes fazer a fundação. Muitas vezes, conhecer os pré-requisitos de um conteúdo é a grande dificuldade dos alunos. Em vista disto, um ponto que pode ser de grande utilidade é mostrar que nem sempre um problema é algo completamente novo, mas sim algo já existente que se apresenta com uma roupagem diferente. Exercitar as possíveis conexões entre os mais diferentes assuntos sempre será útil na busca de uma solução.

3ª) executar o plano. “Executar o plano pode ser muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa” (POLYA, 2006, p. 10). Esta citação refere-se ao fato de que a etapa mais difícil, o estabelecimento do plano, já teria sido realizada. No entanto, é necessário ter paciência, pois durante a etapa de execução, o aluno deve verificar cada passo, certificando-se de o plano esteja correto, ou se existe alguma dúvida para executá-lo. Neste momento, é importante verificar se o discente realmente entendeu seu roteiro para resolver o problema. O professor terá um período que não irá interferir muito na resolução do aluno; este momento será relativamente tranquilo. É nesta etapa, também, que o docente poderá conversar com os alunos sobre a diferença em se perceber se o passo dado está certo ou não. Mostrar essa diferença é benéfico.

4ª) fazer o retrospecto ou verificação. Muito mais do que verificar se o resultado está certo, é necessário analisar o caminho que foi construído, para que o aluno possa consolidar o seu conhecimento. Nesta etapa, pode-se também analisar os diversos caminhos que podem ser tomados para solucionar o mesmo problema, verificando se há outros caminhos mais fáceis ou

mais rápidos para que, numa próxima ocasião, o problema seja resolvido tão bem quanto da primeira vez. Além disto, o professor pode indagar os alunos se é possível chegar a uma fórmula ou processo padrão, que às vezes será facilmente lembrada pelo discente, que, por sua vez, associará um significado ao trajeto existente para a construção de seu conhecimento.

É fato que, em todas as etapas, a abordagem do professor é parte fundamental para a resolução de um problema. Devem ser levantadas questões, para que o docente provoque, no aluno, a busca pela resposta, e, caso seja necessário, aproveite as ideias dos discentes e volte a questioná-los, de forma específica e até que eles percebam a melhor forma de traçar um caminho para a resposta final do problema. Essas indagações devem ser genéricas, para que possam ser utilizadas em outros conteúdos da Matemática. Assim, o aluno perceberá que é possível traçar esse mesmo método em outros assuntos criando estratégias para a Resolução de Problemas.

Cabe ressaltar que, para o cumprimento dessas etapas, o aluno deve possuir conhecimento prévio necessário. Desta maneira, é importante que o professor esteja atento ao nível de complexidade de cada problema proposto, realizando, assim, uma ambientação correta para aplicar essa metodologia. Em relação à esta questão, Onuchic e Allevato (2004, p. 221) apontam três etapas para a aplicação da Resolução de Problemas, categorizadas em antes, durante e depois.

- Antes: o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras;
- durante: os alunos trabalham e o professor observa e avalia esse trabalho;
- depois: o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-las e conduz a discussão enquanto os alunos justificam e avaliam seus resultados e métodos. O professor, então, formaliza os novos conceitos e os novos conteúdos construídos.

Na etapa de resolução do problema, cabe ao aluno utilizar diferentes estratégias para cumprir determinado objetivo. Furlanetto, Dullius e Althaus (2012, p. 5) citam cinco artifícios:

- tentativa e erro: é quando o aluno pensa em uma resposta e verifica se ela é válida. Isto é recorrente em questões objetivas;
- padrões: é quando o aluno procura observar alguma regularidade na questão e, posteriormente, poderá tentar uma generalização;
- resolução de um problema simples: é quando o aluno desmembra o problema que tem em mãos em problemas mais simples, que ele seja capaz de resolver;

- trabalho em sentido inverso: é quando o aluno toma posse da resposta e realiza operações inversas com a finalidade de perceber o que deve fazer para solucionar tal problema;
- simulação: é quando o aluno tem uma situação prática para resolver no problema e decide, então, fazer uma simulação daquela situação.

Além destas cinco estratégias, podemos acrescentar o uso de desenho e do cálculo formal. O desenho é uma estratégia que poderá ajudar o aluno na resolução de problemas. Já o cálculo formal seria o próprio algoritmo para a resolução. Esta estratégia é a mais comum e vem desde a Educação Básica, em que o aluno deve apresentar como chegou ao resultado a partir das conhecidas “continhas”.

Na metodologia de Resolução de Problemas, o aluno é visto como construtor do seu próprio conhecimento, um papel evidenciado nos PCN (BRASIL, 1998):

a Resolução de Problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p. 40).

Na maioria das vezes, o aluno faz a pergunta “*por onde começar?*”. A resposta é simples: pelo enunciado, pois é dele que se deve extrair todos os questionamentos. É preciso que o aluno leia e releia o enunciado de forma que ele esteja tão claro e gravado na cabeça, que, independentemente do questionamento do professor, o aluno tenha a ideia do problema a ser resolvido. A partir daí, é necessário que o aluno faça o segundo questionamento: “*como eu posso resolver o problema?*”. Espera-se que, nesta fase, o aluno tenha o problema e os objetivos tão nítidos em sua cabeça que a pergunta possa ajudá-lo a traçar um roteiro de resolução.

Espera-se, com esta estratégia, que o aluno consiga considerar e analisar o problema sob diversos pontos de vista, utilizar os conhecimentos adquiridos ao longo da jornada acadêmica ou perceber alguma nova interpretação. Pode ser que, nessas análises, o aluno identifique uma ideia proveitosa para se chegar à resposta do problema, verificando se o caminho está completo, se é vantajoso para a sua resolução ou se algo precisa ser modificado ou melhorado.

Segundo Polya (2006, p. 37), “ao resolvermos um problema proposto, podemos, muitas vezes, utilizar a resolução de um problema análogo mais simples: pode nos ser possível utilizar o seu método, o seu resultado ou ambos”. Esta conjectura é chamada de inferência por analogia. É necessário que o aluno utilize o conhecimento previamente adquirido e compare o problema atual com algum exercício já resolvido na sua trajetória, para que, assim, ele utilize o mesmo

método já realizado. O aluno aproveitará, de alguma forma, o resultado, a experiência da forma que solucionou, ou até mesmo a experiência adquirida na sua solução, porém sem nunca esquecer o seu objetivo, a sua meta.

Polya (2006, p. 45) afirma, ainda, que “a diferença entre um problema fácil e outro difícil pode estar em conhecer-se ou não um outro problema já anteriormente resolvido, que tenha a mesma incógnita”. Se, por acaso, não seja possível encontrar um que tenha a mesma incógnita, procuramos, então, um problema que seja parecido com aquele que estamos querendo resolver.

Segundo Coutinho,

alguns fatores podem dificultar a resolução dos problemas. Para exemplificar, podemos citar uma redação ruim, isto é, quando o texto não está claro o suficiente para o aluno ou quando as informações dão margem a dois ou mais tipos de interpretação (COUTINHO, 2016, p. 21).

Este é um fator que devemos analisar quando a questão não está bem formulada e o texto não está tão claro, o que dificulta a autonomia do aluno e privando-o de saber por onde começar a busca pela resolução do problema. Coutinho (2016) também nos previne sobre a atenção que o discente deve ter à análise dos dados, para que ele possa auxiliar o aluno a relacionar o problema aos conceitos já estudados e, assim, chegar à solução do questionamento.

Presentes ou não estes fatores que dificultam a resolução, faz-se necessário que a resolução de qualquer problema acompanhe alguns requisitos básicos como prestar atenção em todos os dados fornecidos, recordar alguns conhecimentos já estudados e relacionar entre si certos conceitos. Na maioria dos problemas estes elementos fazem parte de habilidades necessárias que levarão ao resultado (COUTINHO, 2016, p. 21).

Não cabe somente ao aluno entender a diferença entre problema e exercício. É também papel do professor mostrar para o discente a diferença entre ambos, pois

os professores, em suas respectivas salas de aula, devem mostrar aos alunos que exercícios e problemas são tarefas distintas. É preciso que, aos alunos, fique evidente que as atividades não devem se resumir a exercícios repetitivos, mas abranger a miscelânea dos vários tipos de conhecimentos que envolvem diferentes atitudes, motivações e conceitos (COUTINHO, 2016, p. 22).

Além disso, é importante trazer para os alunos problemas contextualizados, desafiadores, que tragam situações consoantes ao cotidiano do aluno. É preciso que a aula de Matemática não fique restrita ao “calcule” ou “efetue”. Espera-se que, ao mostrar essa diferença entre exercício e problema, o professor seja o mediador, ou seja, aquele que irá propor atividades relevantes ao aluno.

Por que não iniciar um conteúdo da Matemática com um problema? Nesta situação, como aponta Coutinho (2016, p. 27), “o problema é o ponto de partida da atividade matemática, e não o fim do processo”. Cabe ao professor estimular o conteúdo com um problema intrigante,

e que, a partir dele, o aluno se interesse em estudar aquele assunto. Neste trabalho, acreditamos que o professor em sua

sala de aula que faz uso da Resolução de Problemas estimula o aluno a encontrar um caminho para a solução, ao invés de esperar por uma resposta pronta dada pelo professor ou pelo livro didático. A Resolução de Problemas como método de ensino da Matemática, pode fazer com que as definições e as ideias matemáticas fiquem mais compreensíveis para o aluno, dado que são obtidas, criadas e investigadas de maneira ativa e significativa (COUTINHO, 2016, p. 29).

Mais importante do que o aluno acertar uma questão, do ponto de vista do aprendizado, é o caminho que ele percorre para resolver o problema. Ou seja, é crucial analisar as indagações feitas pelo docente, bem como pelo próprio discente, relativas à vantagem de se resolver a questão por um método ou outro, ao planejamento para solucionar o problema e, além disso, à verificação de cada uma das etapas.

Para que o aluno atinja essa autonomia no processo de ensino e aprendizagem, é necessário que o professor mude sua atitude em sala de aula. Os questionamentos, agora, devem partir do professor para o aluno. Além disto, um requisito fundamental para se adotar essa metodologia é que o professor goste de resolver problemas. Assim, antes de aplicar o método, o professor precisa estudar sobre a metodologia, vivenciar a resolução de problemas e todas as fases que o compõem. Portanto, a metodologia de Resolução de Problemas pode ser uma solução para o problema de defasagem do conhecimento matemático do aluno, uma vez que ela seja previamente planejada e que o docente esteja apto à sua execução.

3. PROPOSTA PARA O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Neste capítulo, é apresentada uma proposta de sequência didática para o ensino de Educação Financeira através da Resolução de Problemas, visando ao desenvolvimento de questionamentos, à interpretação da questão, ao planejamento de como ela será resolvida, à solução e à verificação da precisão dos passos anteriores. Além disso, são apresentados questionamentos com vistas a avaliar se o cidadão pode ser considerado financeiramente educado. Para tal, leva-se em consideração o seu entendimento sobre os impostos e o questionamento sobre exigir ou não os seus direitos, a partir de problemas contextualizados para serem aplicados em sala de aula, trazendo conteúdo e discussões de implementação da Educação Financeira na vida cotidiana.

Foi elaborado o produto educacional, o Manual Instrucional Rápido, que contém a sequência didática que será apresentada a seguir, assim como as sugestões de soluções das atividades, todas as questões do ENEM sobre Educação Financeira de 2011 a 2020 e sugestões para sua resolução. A fim de divulgar as propostas desta dissertação e do Manual Instrucional, a sequência didática está disponível no blog “Decida e Invista! Propostas para trabalhar Educação Financeira com o Ensino Médio”, contendo os planos de aula (versão do professor), roteiros para os curtas, links para os curtas, que redirecionam para os sites Vida e Dinheiro e M3 Unicamp, e para o filme aqui sugerido como material complementar, além das listas de problemas (versão do aluno).

3.1. Proposta da sequência didática

O sequenciamento idealizado para a aplicação da atividade comparece, primeiramente, na introdução, com a apresentação da proposta e a avaliação dos conhecimentos prévios dos alunos acerca da Educação Financeira. As atividades que apresentaremos foram elaboradas com as seguintes ferramentas pedagógicas: charges para introduzir a discussão do problema e problemas do ENEM e de outras fontes, que envolvem a investigação e possibilitam o desenvolvimento do raciocínio lógico. Em seguida, formalizaremos os conteúdos da Matemática Financeira a partir dos problemas propostos, encerrando com sugestões de atividades extraclasse.

Após a realização das atividades propostas, realizaremos uma avaliação da aprendizagem dos conceitos através de problemas retirados do ENEM e do vestibular da UERJ, com o objetivo de verificar se o aluno saberá tomar decisões corretas diante de situações financeiras propostos pelos problemas. Proporemos mais um questionário avaliativo para averiguar o quanto o aluno compreendeu sobre Educação Financeira após a realização da sequência didática. A Tabela 9 mostra o cronograma desse sequenciamento proposto e da sugestão dos recursos utilizados, dividindo-os em cinco aulas com dois tempos, sendo cada tempo de 50 minutos, considerando que esta seja a duração de um tempo de aula. Estas aulas são destinadas ao Ensino Médio, contemplando parte do conteúdo da Educação Financeira esperada para esse segmento.

Tabela 9 - Cronograma proposto da sequência didática

AULA	Tempo de aula	Detalhamento das etapas	Tempo previsto	Recursos utilizados
		Introdução	5 min	-

1	1º tempo	Questionário sobre Educação Financeira	10 min	Atividade impressa Caderno e lápis
		Gráficos do questionário	25 min	Cartaz
		Roda de conversa sobre o questionário	10 min	-
	2º tempo	Roteiro antes de passar o vídeo	10 min	Atividade impressa Caderno e lápis
		“Vídeo Motivacional do Ensino Médio”	10 min	Sala de vídeo- Blog
		Roteiro depois de passar o vídeo	10 min	Atividade impressa Caderno e lápis
		Roda de conversa sobre o vídeo	20 min	-
Material Complementar		Sugestão para casa - Filme: À procura da felicidade	117 min	Blog
2	1º tempo	Tema: Conceito de Porcentagem - Charge sobre Imposto de Renda, roda de conversa, uma pesquisa sobre a tabela do Imposto de renda.	15 min	Atividade impressa Caderno e lápis Celular
		Resolução do Problema 1: ENEM 2013 sobre imposto de Renda	35 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis.
	2º tempo	Problema 2: Conta de luz	15 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis
		Discussões sobre Imposto de Renda, ICMS.	5 min	-
		Conceito de Porcentagem	30 min	Quadro Caderno e lápis
3	1º tempo	Tema: Conceito de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo montante. Charge: Consumir X Poupar	5 min	Atividade impressa Caderno e lápis
		Roda de Conversa sobre pedir emprestado ou emprestar, investimentos: renda fixa e variável	10 min	-
		Problema 3: adaptado de Hermínio (2008)	15 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis
		Problema 4: (ENEM 2011)	20 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis
	2º tempo	Conceito de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo montante.	50 min	Quadro Caderno e lápis
4	1º tempo	Tema: Aprofundamento - Juros simples e compostos Charge e Roda de Conversa sobre juros altos	10 min	sala de vídeo, Blog
		Problema 5 - adaptado de Hermínio (2008)	20 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis
		Discussão do problema 5, a respeito de pedir emprestado, juros, decidir a melhor opção, colocar-se no lugar do outro.	10 min	-
		Problema 6 - adaptado de Hermínio (2008)	10 min	Quadro Atividade impressa Caderno e lápis
	2º tempo	Discussões do problema 6 sobre juros, dívidas.	10 min	----
		Problema 7 - ENEM 2019	15 min	Atividade impressa

				Caderno e lápis
		Apresentação da sinopse e Curta: Huguinho e Zezinho	15 min	Sala de vídeo Blog
		Debate a respeito dos juros de um investimento e dos juros propostos para um empréstimo.	10 min	---
5	1º tempo	Avaliação	50 min	Atividade impressa Caderno e lápis
	2º tempo	Avaliação - Continuação	35 min	Atividade impressa Caderno e lápis
		Questionário Avaliativo da Atividade	15 min	Atividade impressa Caderno e lápis

Fonte: A autora, 2020.

3.2. Público-alvo

As atividades sugeridas podem ser aplicadas no Ensino Médio, uma vez que a proposta da sequência didática traz problemas que trabalham uma visão crítica sobre diversos assuntos, como consumo, economia, impostos, juros abusivos para o consumidor, empréstimos, investimentos, tomar decisões sensatas de acordo com a realidade financeira.

3.3. Detalhamento das etapas da sequência didática

4.3.1 Aula 1

Nesta aula, propomos um questionário e um vídeo para introduzir e fazer com que o aluno se interesse pelo que vamos estudar. A fim de levantar dados sobre a compreensão, o interesse e o desejo de se trabalhar a Educação Financeira na escola, foi elaborado um questionário, composto por 11 questões adaptadas de Matioli (2016). Optamos por um formato de questões objetivas para facilitar no padrão de respostas.

A primeira questão trata da identificação dos alunos e dos que moram em suas casas; as quatro questões seguintes buscam identificar o seu conhecimento prévio sobre Educação Financeira e sobre a importância de se estudar esse assunto. Nas últimas perguntas, visamos a avaliar o nível de Educação Financeira na família do discente. O questionário não será nominal, para garantir a transparência nas respostas. Estas questões servirão para uma análise mais minuciosa a respeito do conhecimento que os alunos e os seus familiares possuem sobre Educação Financeira, que será útil para uma futura análise do professor. A Tabela 10 mostra a justificativa de escolha das questões para compor esse questionário. A versão que deverá ser

entregue aos alunos encontra-se no APÊNDICE A, e os detalhes sobre a aula encontram-se na próxima sessão.

Tabela 10 – Justificativa de escolhas das questões para compor o questionário

Questão	Justificativa
1) Dados de identificação: a) Idade do aluno b) Grau de escolaridade da mãe ou responsável: c) Grau de escolaridade do pai ou responsável:	Conhecer o perfil do aluno e a formação acadêmica dos responsáveis.
2) Você já ouviu falar sobre Educação Financeira? () Sim () Não	Entender se o aluno já ouviu falar sobre Educação Financeira.
3) Se a sua resposta foi sim na pergunta anterior, qual foi o meio? () Vídeos no <i>YouTube</i> , <i>Instagram</i> . () Palestras, () Debates, () Na TV, () Na escola	Saber em qual meio de comunicação o discente já ouviu falar sobre o assunto.
4) Sobre seus conhecimentos em Educação Financeira, responda: () São suficientes () Possuo pouco conhecimento () Não possuo conhecimentos () Não sei avaliar	Compreender se seus conhecimentos são ou não suficientes.
5) Você acha que é relevante adquirir conhecimentos sobre Educação Financeira na escola? () Sim () Não	Perceber a importância de se estudar Educação financeira.
6) Você considera importante que a família possua o hábito de economizar? () Sim () Não	Compreender se a família do discente sabe economizar.
7) Quando saem às compras, você e sua família têm o hábito de fazer levantamento ou pesquisa de preços antes de efetuar a compra? () Sim () Não	Saber se a família pesquisa antes de comprar.
8) Na hora da compra, qual é a forma de pagamento que predomina? () à vista () parcelado	Saber qual a forma de pagamento mais usual da família do discente.
9) Hoje, sua família está pagando alguma conta parcelada? () Não () Sim, em crediário de lojas () Sim, cartão de crédito	Identificar se a forma de pagamento das compras da família é à vista ou parcelado.
10) Você acha que as propagandas influenciam as pessoas na hora da compra de algum objeto? () Sim () Não () Depende do objeto	Procurar a opinião do aluno a respeito das propagandas comerciais incentivarem ou não ao consumismo.
11) Em relação ao controle dos gastos financeiros na sua família: () Na minha família há controle dos gastos e tentamos evitar o consumismo. () Não sei sobre os gastos financeiros da minha família. () Não existe controle dos gastos financeiros.	Entender, a partir de suas respostas nesse questionário, se a família do aluno tem ou não um controle financeiro.

Fonte: A autora, 2020.

O “Vídeo Motivacional do Ensino Médio”⁷ trata de como economizar dinheiro, fala sobre orçamento doméstico, sobre como a propaganda influencia a comprar, e propõe maneiras de se economizar dinheiro por meio de pequenas ações. Neste momento da aula, propomos um roteiro de questionamentos para ser aplicado antes e depois do curta, conforme descrito na Tabela 11, com o objetivo de comparar as respostas e analisar se, após assistirem o vídeo, eles

⁷ Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/video-motivacional-do-ensino-medio/>. Acesso em 2020.

mudarão seu comportamento financeiro. A versão do roteiro a ser entregue ao aluno se encontra no APÊNDICE B.

Tabela 11 – Roteiro para assistir o curta: vídeo Motivacional do Ensino Médio

Antes de assistir o curta	Roteiro após assistir o curta
<p>1º) Você vai à lanchonete, toma um açaí, vai ao cinema, porém, para realizar essas atividades você precisa de dinheiro. Mas você é livre para fazer suas escolhas financeiras, diante daquele dinheiro que você tem guardado. Assinale uma alternativa na letra a, b e c. Responda sobre o que você prefere.</p> <p>a) () Ir ao cinema () Assistir a um filme em casa</p> <p>b) () Ir à lanchonete () Fazer seu lanche em casa</p> <p>c) () Juntar dinheiro para comprar roupa à vista com desconto daqui a um tempo () Comprar a roupa agora parcelado sem juros.</p> <p>2) Por que você precisa comprar hoje?</p> <p>3) Sabe o que é um orçamento doméstico? Já fez em sua casa?</p> <p>4) Sua família já comprou roupa, objetos que nunca usou ou objetos caros que não pode pagar, gerando dívidas? Qual foi a sensação?</p> <p>5) As propagandas influenciam sua família a comprar?</p>	<p>1) Agora que assistiu ao curta, assinale uma alternativa na letra a, b e c. Qual deve ser a sua escolha financeira?</p> <p>a) () Ir ao cinema () Assistir a um filme em casa</p> <p>b) () Ir à lanchonete () Fazer seu lanche em casa</p> <p>c) () Juntar dinheiro para comprar a roupa à vista com desconto daqui a um tempo () Comprar a roupa agora parcelado sem juros</p> <p>2) Que tal a ideia de economizar o dinheiro hoje, para poder comprar à vista com desconto daqui a um tempo?</p> <p>3) Agora que já sabe o que é um orçamento doméstico, você aplicaria na sua vida?</p> <p>4) Que tal agora pensar antes de comprar? Você já refletiu em diferenciar o que é desejo daquilo que é necessidade?</p> <p>5) “Preciso?”, “Tenho dinheiro?”, “Tem que ser hoje?”. São perguntas que o vídeo Motivacional do Ensino Médio sugeriu para fazermos diante de uma compra. Você pretende usá-las na sua vida?</p>

Fonte: A autora, 2020.

Propomos como material complementar o filme “À procura da felicidade”, em que o ator Will Smith protagoniza um pai de família que passa por sérios problemas financeiros, porém com sua determinação, supera todas as suas dificuldades. O filme é baseado na história real de Chris Gardner, que fundou sua própria empresa. Esperamos, com essa atividade, que os discentes possam refletir que nem sempre as situações estão sob controle, mas que, com persistência, a mesma mostrada no longa-metragem, eles serão capazes de conseguir solucionar seus problemas. Esse filme foi postado no blog para que eles assistam de forma gratuita.

Segue abaixo o plano de aula detalhando a atividade proposta.

4.3.2 Plano de Aula 1 - Questionário sobre Educação Financeira e Vídeo “Motivacional do Ensino Médio”

Objetivos

Levantar dados sobre a compreensão, o interesse e o desejo de se trabalhar Educação Financeira na escola.

Refletir sobre o comportamento financeiro do aluno e da família.

Conteúdo

Introdução aos conceitos de Educação Financeira

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa e lápis

Cartaz

Desenvolvimento

1º Etapa: Introdução

Implementação inicial: Projete ou leia o objetivo para a turma, sendo eles: levantar dados sobre a compreensão, o interesse e o desejo de se trabalhar Educação Financeira na escola; refletir sobre o comportamento financeiro do aluno e da família.

Meta: Compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2ª Etapa: *Questionário*

Questionário sobre Educação Financeira adaptado de Matioli (2016).

1) Dados de identificação:

a) Idade: _____

b) Grau de escolaridade da mãe ou responsável:

() Ensino Fundamental

() Ensino Médio

() Ensino Superior

c) Grau de escolaridade do pai ou responsável:

<p><input type="checkbox"/> Ensino Fundamental</p> <p><input type="checkbox"/> Ensino Médio</p> <p><input type="checkbox"/> Ensino Superior</p> <p>2) Você já ouviu falar sobre Educação Financeira? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p> <p>3) Se a sua resposta foi sim na pergunta anterior, qual foi o meio?</p> <p><input type="checkbox"/> Vídeos no <i>YouTube</i>, <i>Instagram</i>.</p> <p><input type="checkbox"/> Palestras</p> <p><input type="checkbox"/> Debates</p> <p><input type="checkbox"/> Na TV</p> <p><input type="checkbox"/> Na escola</p> <p>4) Sobre seus conhecimentos em Educação Financeira, responda:</p> <p><input type="checkbox"/> São suficientes</p> <p><input type="checkbox"/> Possuo pouco conhecimento</p> <p><input type="checkbox"/> Não possuo conhecimentos</p> <p><input type="checkbox"/> Não sei avaliar</p> <p>5) Você acha que é relevante adquirir conhecimentos sobre Educação Financeira na escola?</p> <p><input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p> <p>6) Você considera importante que a família possua o hábito de economizar? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p> <p>7) Quando saem às compras, você e sua família têm o hábito de fazer levantamento ou pesquisa de preços antes de efetuar a compra? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p> <p>8) Na hora da compra, qual é a forma de pagamento que predomina? <input type="checkbox"/> à vista <input type="checkbox"/> parcelado</p> <p>9) Hoje sua família está pagando alguma conta parcelada?</p> <p><input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Sim, em crediário de lojas <input type="checkbox"/> Sim, cartão de crédito</p> <p>10) Você acha que as propagandas influenciam as pessoas na hora da compra de algum objeto?</p> <p><input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Depende do objeto</p> <p>11) Em relação ao controle dos gastos financeiros na sua família:</p> <p><input type="checkbox"/> Na minha família há controle dos gastos e tentamos evitar o consumismo.</p> <p><input type="checkbox"/> Não sei sobre os gastos financeiros da minha família.</p> <p><input type="checkbox"/> Não existe controle dos gastos financeiros.</p>

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam o questionário e busquem respondê-lo. Em seguida, o professor poderá juntar os alunos em grupos de cinco integrantes, para que cada um colete e organize os dados do questionário em forma de gráficos nos cartazes. Após essa construção, os discentes apresentarão os gráficos construídos para toda a turma, de forma a que todos possam observar e refletir sobre como estão os conhecimentos da turma em relação à Educação Financeira.

Reserve um tempo para um debate coletivo e deixe que os grupos compartilhem o que discutiram.

Meta: compartilhar informações sobre o comportamento financeiro dos alunos e de seus familiares com a turma e o professor.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas durante a aula:

Qual a melhor forma de pagamento das compras: à vista ou parcelado? Por quê?

As propagandas comerciais incentivam ou não o consumismo? Por quê?

Qual a sua opinião a respeito dos crediários das lojas?

3º Etapa: Roteiro para a exibição do “Vídeo Motivacional do Ensino Médio”

ANTES DE ASSISTIR O CURTA

1º) Você vai à lanchonete, toma um açaí, vai ao cinema, porém, para realizar essas atividades você precisa de dinheiro. Mas você é livre para fazer suas escolhas financeiras, diante daquele dinheiro que você tem guardado. Assinale uma alternativa na letra a, b e c. Responda sobre o que você prefere.

- a) Ir ao cinema Assistir a um filme em casa
 b) Ir à lanchonete Fazer seu lanche em casa
 c) Juntar dinheiro para comprar a roupa à vista com desconto daqui a um tempo
 Comprar a roupa agora parcelado sem juros.

2) Por que você precisa comprar hoje?

3) Sabe o que é um orçamento doméstico? Já fez em sua casa?

4) Sua família já comprou roupa, objetos que nunca usou ou objetos caros que não pode pagar, gerando dívidas? Qual foi a sensação?

5) As propagandas influenciam sua família a comprar?

Orientações antes do vídeo: peça que, individualmente, os alunos leiam o roteiro e busquem responder as questões com o objetivo de saber do aluno o que ele costuma fazer no seu dia a dia, e que decisão ele toma diante de algumas situações financeiras. Tais perguntas têm sugestão de respostas no que o curta vai apresentar. Passe o Vídeo Motivacional do Ensino Médio⁸ para a turma. Ele trata de como economizar dinheiro, fala sobre orçamento doméstico, como a

⁸ Disponível em: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/video-motivacional-do-ensino-medio/>. Acesso em 2020.

propaganda influencia a comprar, e propõe maneiras de economizar dinheiro com pequenas ações.

ROTEIRO APÓS ASSISTIR O CURTA

- 1) Agora que assistiu ao curta, assinale uma alternativa na letra a, b e c. Qual deve ser a sua escolha financeira?
 - a) () Ir ao cinema () Assistir a um filme em casa
 - b) () Ir à lanchonete () Fazer seu lanche em casa
 - c) () Juntar dinheiro para comprar a roupa à vista com desconto daqui a um tempo
() Comprar a roupa agora parcelado sem juros
- 2) Que tal a ideia de economizar o dinheiro hoje, para poder comprar à vista com desconto daqui a um tempo?
- 3) Agora que já sabe o que é um orçamento doméstico, você o aplicaria na sua vida?
- 4) Que tal agora pensar antes de comprar? Você já refletiu sobre diferenciar o que é desejo daquilo que é necessidade?
- 5) “Preciso?”, “Tenho dinheiro?”, “Tem que ser hoje?” são perguntas que o vídeo Motivacional do Ensino Médio sugeriu para fazermos diante de uma compra. Você pretende usá-las na sua vida?

Orientações após o vídeo: peça que, individualmente, os alunos leiam o roteiro e busquem responder às questões. Em seguida, deixe que discutam com os colegas suas respostas e o modo como pensaram. Reserve um tempo para um debate coletivo e deixe que compartilhem o que discutiram.

Meta: retomar a discussão sobre o comportamento financeiro do aluno.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que o professor pode fazer para orientar o debate:

Qual comportamento que você tinha antes de assistir o vídeo e o que mudou?

O que você gostaria de comprar hoje?

Esse produto que você deseja adquirir é realmente necessário?

Sua família ou você tem dinheiro para comprar à vista?

Encerramento

Orientações: reflita, com os alunos, sobre o comportamento financeiro através de situações, ficções e contextualizações que apresentamos nesta aula.

Meta: reforçar as aprendizagens da aula.

Material Complementar

Filme “À procura da felicidade”⁹

4.3.3 Aula 2: Conceito de Porcentagem

Nesta aula, utiliza-se a metodologia da Resolução de Problemas, a fim de que o aluno esteja pronto para receber a tarefa, assegurando que todas as expectativas estejam claras. Durante a execução da tarefa, o professor irá observar e avaliar com poucas ou nenhuma intervenção; em seguida, ele irá aceitar a solução dos alunos e propor discussões que avaliem seus resultados e métodos, a partir de Onuchic e Allevato (2004, p. 221).

Para esta aula, propomos uma charge, apresentada na Figura 3, com o objetivo de despertar a curiosidade sobre o imposto de renda, iniciar uma conversa e incentivar a pesquisa a respeito da tabela do imposto de renda e entender para que ele serve.

Figura 3: Charge do problema 1 da aula 2



Questões para refletir

- Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve?
- Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular e discuta com o seu professor a respeito.

Disponível em: <https://www.chargeonline.com.br/>. Acesso em 2020.

Em seguida, resolveremos o problema 154 da prova cinza de Matemática e suas Tecnologias, do segundo dia de aplicação do ENEM 2013, exibida na Figura 4. Foi elaborado um roteiro, que se encontra no APÊNDICE C, no qual os alunos respondem à cada pergunta à medida que vão seguindo o passo a passo da descrição da atividade.

⁹ Disponível em: <http://educacaofinanceiraem.blogspot.com>. Acesso em 2020.

Figura 4 - Questão 154 da prova cinza do ENEM 2013

QUESTÃO 154

O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

- A R\$ 900,00.
- B R\$ 1 200,00.
- C R\$ 2 100,00.
- D R\$ 3 900,00.
- E R\$ 5 100,00.

Fonte: ENEM (2013, p. 24).

Espera-se, por meio desta atividade, que o aluno responda às cinco perguntas do roteiro apresentado na Tabela 12. A atividade possui o intuito de levar o discente a perceber quais são os dados do problema e o que a questão está pedindo, a traçar um caminho para a compreensão da questão, a estabelecer um plano, a resolver e verificar se este plano está correto. Em outras palavras, aplica-se a Metodologia da Resolução de Problemas, conforme descrita por Polya (2006, p. 4-5).

Tabela 12 – Roteiro para o problema 1 da aula 2

Roteiro do Problema 1

- a) De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro?
- b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações?
- c) Qual foi o lucro do contribuinte?
- d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal?
- e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Fonte: A autora, 2020.

No último problema, analisaremos uma conta de luz, falaremos sobre o ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços), e, para isto, no Problema 2, apresentamos uma conta de luz, conforme a Figura 5, que consiste em uma atividade adaptada de Hermínio (2008).

Figura 5 - Conta de luz

IMPOSTOS	DADOS DO FATURAMENTO	VALOR (R\$)
Base de Cálculo	Valor do Consumo do Mes	75,11
R\$ 75,11	Contribuicao Iluminacao Publica-Prefeitura	6,92
ICMS		
Alíquota		
18,00 %		
Valor do Imposto		
R\$ 13,51		
TOTAL A PAGAR (R\$)		
82,03		

Fonte: Conta Enel (2019).

Esta atividade visa a aplicar os conceitos de Porcentagem, a compreender e interpretar a conta de energia e os impostos que nelas são cobradas, e a discutir se a taxa de ICMS está sendo cobrada corretamente na conta de luz.

Segue abaixo um roteiro de perguntas, que pode ser encontrado na Tabela 13 e na versão do aluno no APÊNDICE C. Este roteiro possui quatro questões para se refletir a respeito do ICMS, em que esperamos que os alunos discutam a importância dos impostos, que contribuem para serviços essenciais como educação e saúde. Devemos exigir que esse dinheiro recolhido seja utilizado de forma justa. Além dessas questões, o roteiro possui as perguntas do problema, cuja meta é verificar se o imposto está sendo calculado corretamente na conta de luz.

Tabela 13 – Roteiro para o Problema 2 da aula 2

Questões para refletir	Perguntas:
a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto? b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada? c) Para que servem os impostos? d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?	a) Qual é o valor em real do Imposto? b) Qual é o valor da base de cálculo? c) Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês? d) Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c. e) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê? f) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa? g) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Fonte: A autora, 2020.

Em seguida, formalizaremos, para os alunos, o conceito de porcentagem, a partir dos problemas que eles fizeram. Segue abaixo o plano de aula detalhado.

4.3.4 Plano de Aula 2 - Conceito de Porcentagem

Objetivos

Transformar a linguagem usual em representação matemática.

Despertar a curiosidade sobre o imposto de renda.

Sistematizar o conceito de Porcentagem.

Interpretar a conta de energia e os impostos que nelas são cobradas.

Discutir se a taxa de ICMS está sendo cobrada corretamente na conta de luz.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas sobre Porcentagem

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: introdução

Implementação inicial: projete ou leia os objetivos para a turma, sendo eles: transformar a linguagem usual em representação matemática; despertar a curiosidade sobre o imposto de renda; sistematizar o conceito de Porcentagem; interpretar a conta de energia e os impostos que nela são cobrados; discutir se a taxa de ICMS está sendo cobrada corretamente na conta de luz.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2º Etapa: charge



Disponível em: <https://www.chargeonline.com.br/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

a) Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve?

b) Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular, e discuta com o seu professor a respeito.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor. Discuta, com os alunos, sobre o imposto de renda, verificando se eles entendem para que serve. Comente sobre os direitos sociais dos cidadãos; explique que, para manter a educação e saúde públicas, o governo mantém esses tributos. Portanto, temos o direito de exigir serviços públicos de qualidade. Reserve um tempo para um debate coletivo da pesquisa que eles irão fazer a respeito da tabela do Imposto de Renda.

Meta: refletir sobre os tributos e os serviços públicos atrelados a eles.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas pelo professor para orientar a discussão sobre a importância de se refletir sobre o comportamento financeiro:

É necessário pagar o Imposto de Renda?

Para que serve o tributo do Imposto de Renda?

Como ficariam as famílias de baixa renda se não houvesse escolas e hospitais públicos?

3º Etapa: Problema 1

Agora, vamos fazer um problema de aplicação do que vimos.

Problema 1 (ENEM 2013): O contribuinte que vende mais de R\$ 20mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 de abril de 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

a) R\$ 900,00. b) R\$ 1200,00. c) R\$ 2100,00. d) R\$ 3900,00. e) R\$ 5100,00.

Antes de dar a sua resposta final, siga o passo a passo e responda as perguntas.

a) De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro?

b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações?

c) Qual foi o lucro do contribuinte?

d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal?

e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor, que será o mediador. Inicie a discussão das soluções fazendo uso dos questionamentos presentes na atividade acima. Reserve um tempo para um debate coletivo, deixe que os alunos discutam suas respostas e o modo como pensaram. Discutir e analisar o erro é muito importante para a construção do conhecimento. Questionar sobre todos os passos da resolução.

Meta: discutir a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas a serem feitas pelo professor a fim de orientar a discussão:

Que restrições existem no problema?

O que você considerou para resolver o problema?

Por que o imposto de Renda é cobrado sobre o lucro?

4º Etapa: Problema 2

Problema 2 adaptado de Hermínio (2008): Numa fatura de energia elétrica de valor total igual a R\$82,03, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 18%. Veja como isso aparece:

IMPOSTOS	DADOS DO FATURAMENTO	VALOR (R\$)
Base de Cálculo	Valor do Consumo do Mes	75,11
R\$ 75,11	Contribuicao Iluminacao Publica-Prefeitura	6,92
ICMS		
Alíquota		
18,00 %		
Valor do Imposto		
R\$ 13,51		
TOTAL A PAGAR (R\$)		
82,03		

Questões para refletir

- Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- Para que servem os impostos?
- Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

Perguntas:

- Qual é o valor em real do Imposto?
- Qual é o valor da base de cálculo?
- Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês?
- Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c?
- Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê?
- Qual a taxa de ICMS realmente cobrada em uma fatura de energia elétrica como esta?

g) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que você realizou.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor, que será o mediador. Inicie a discussão das soluções fazendo uso dos questionamentos da atividade acima. Primeiramente, a respeito do ICMS, pois espera-se que os alunos discutam a sua importância e finalidade. Explique que este imposto corresponde a um tributo estadual, que contribui para serviços essenciais como educação, saúde, segurança, e o custeio da máquina pública. Temos o direito de cobrar melhorias aos governantes, já que esse valor está sendo descontado do nosso consumo. Após este debate sobre os impostos, pergunte aos alunos se essa taxa está sendo cobrada corretamente e resolva o que foi proposto na atividade. Deixe que eles discutam suas respostas e o modo como pensaram. Questione-os sobre todos os passos da resolução. Discutir e analisar o erro é muito importante para a construção do conhecimento.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: seguem algumas sugestões de perguntas que podem ser feitas pelo professor para orientar a discussão:

Como estão as escolas, os hospitais públicos, as vias estaduais?

O que podemos fazer para exigir melhorias?

É necessário pagar os impostos, porém eles nem sempre são usados corretamente. O que podemos fazer como cidadãos?

Encerramento

Noção de porcentagem

Porcentagem é uma razão cujo denominador é 100. Estas razões são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou porcentagens.

As porcentagens são indicadas por um número seguido do símbolo % (lê-se: por cento).

Por exemplo, se falarmos que de um grupo de 20 pessoas, 60% são crianças, como seria feito esse cálculo?

60 % de 20 pessoas

$$20 \cdot \frac{60}{100} = \frac{1200}{100} = 12$$

São, portanto, 12 crianças, ou seja, 60% de 20 resultam em 12.

Orientações: neste momento da aula, formalizaremos, para os alunos, o conceito de porcentagem.

Meta: sistematizar as aprendizagens da aula sobre Porcentagem.

4.3.5 Aula 3: Conceitos de Capital, Juros, Taxa de juros, Unidade de tempo, Prazo e Montante

Na metodologia de Resolução de Problemas, o aluno é visto como construtor do seu próprio conhecimento. A Aula 3 possui o intuito de motivar o discente a ler e reler o enunciado, compreendendo o problema sobre diversos pontos de vista e, assim, construindo seu conhecimento. Além disto, o aluno poderá se conscientizar acerca de seu papel de cidadão ativo e reflexivo na sociedade em que ele está inserido.

Sempre iniciamos a aula com uma charge, com o objetivo de introduzir o assunto que iremos estudar. A charge e o quadrinho abaixo, por exemplo, levantam questões sobre emprestar e poupar, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 - Charge e quadrinho Aula 3



Fonte da figura a: <https://www.destaquenoticias.com.br/>. Acesso em 2020.

Fonte da figura b: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/>. Acesso em 2020.

A Tabela 14 contém um roteiro, em que sugerimos questões em que fazemos o movimento inverso, ou seja, ao invés de pedirmos dinheiro emprestado ao banco, emprestarmos dinheiro para ele. A versão do aluno consta do APÊNDICE E.

Tabela 14 - Questões para refletir sobre a charge e quadrinho da Aula 3

Questões para refletir
a) O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco?
b) Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco?
c) Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve?
d) Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve?
e) Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir?

Fonte: A autora, 2020.

Depois de realizar as discussões propostas no roteiro, sugerimos dois problemas: um para entender como funciona a questão dos empréstimos, e outro relativo a como poupar.

O Problema 3, adaptado de Hermínio (2008), trata da questão de pedir dinheiro emprestado. A partir do autor, propomos, na Tabela 15, questões que refletem sobre pedir emprestado a alguém, sobre o que é justo e como se colocar no lugar do outro.

Tabela 15 - Problema 3

Problema 3: adaptado de Hermínio (2008)	Questões para refletir
<p>João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$150,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$150,00, João se comprometeu a pagar mais 30% sobre o valor emprestado. Qual é a porcentagem dos juros por mês que João estará pagando?</p> <p>a) Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria?</p> <p>b) Qual é o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre?</p> <p>c) Quanto de juros ele estará pagando por mês?</p> <p>d) Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria?</p> <p>e) Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver este problema.</p>	<p>a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria?</p> <p>b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?</p> <p>c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou?</p>

Fonte: A autora, 2020.

A partir do roteiro, introduzimos os conceitos de: a) capital, que foi o valor que Maria emprestou para João; b) juros, que correspondem ao valor que João se comprometeu a pagar a mais; c) taxa de juros, neste caso, de 30%; c) unidade de tempo, que, neste exercício, foi o mês; d) prazo, neste caso, de 3 meses; e e) montante, que diz respeito ao capital mais os juros.

O Problema 4 foi retirado da prova cinza de Matemática e suas Tecnologias, do segundo dia de aplicação do ENEM 2011. A questão de prova é exibida na Figura 7, junto ao roteiro que também se encontra no APÊNDICE E, em que os alunos respondem à cada pergunta à medida que vão seguindo o passo a passo da descrição da atividade.

Desenvolvimento

1º Etapa: introdução

Implementação Inicial: projete ou leia os objetivos para a turma, sendo eles: formalizar o conceito de capital, juros, taxas de juros, unidade de tempo, prazo e montante; e refletir sobre as taxas de juros abusivas no comércio.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será realizada a sequência didática.

2º Etapa: Charge e quadrinho

ATIVIDADE:

Observe a charge e o quadrinho e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte da figura a: <https://www.destaquenoticias.com.br/>. Acesso em 2020

Fonte da figura b: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/>. Acesso em 2020

Questões para refletir

- O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco?
- Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco?
- Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve?
- Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve?
- Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir?

Orientações: leia o questionário com os alunos e deixe que eles respondam. Você será o mediador da discussão. Explique que é possível emprestar dinheiro ao banco, por meio de dois tipos de investimentos: renda fixa ou renda variável. O primeiro investimento, a renda fixa, diz respeito a investimentos que pagam, em intervalos de tempo estabelecidos, a retribuição correspondente à determinada taxa de juros. São exemplos de renda fixa a poupança e o CDB. A renda variável, por sua vez, consiste em um investimento que envolve um risco maior, cuja

remuneração não pode ser calculada no momento da aplicação, como, por exemplo as ações. Comente que há outra categoria de investimento, como investir em imóveis para receber aluguéis.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre investimentos para refletir sobre outras opções.

3º Etapa: Problema 3

Problema 3: adaptado de Hermínio (2008). João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$150,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$150,00, João se comprometeu a pagar mais 30% sobre o valor emprestado. Qual é a porcentagem de juros por mês que João estará pagando?

- a) Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria?
- b) Qual o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre?
- c) Quanto de juros ele estará pagando por mês?
- d) Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria?
- e) Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver esse problema.

Questões para refletir

- a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria?
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?
- c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou?

Orientações: a partir do roteiro, analise os dados do problema, a saber: o capital é o valor que Maria emprestou para João; os juros são o valor que João se comprometeu a pagar a mais; a taxa de juros são os 30%; a unidade de tempo que, neste exercício, foi o mês; o prazo para pagar em 3 meses; e o Montante, que é o capital mais os juros. Levante a discussão de que, na maioria das vezes, nos colocamos na posição de João, e que, se estivéssemos no lugar de Maria, seria justo recebermos a mais pelo que emprestamos.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre capital, taxa de juros, juros, unidade de tempo, prazo, montante, para tentar solucionar o problema dado. Além disto, coloca-se em destaque o ato de se colocar no lugar do outro em uma situação financeira.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas a serem feitas aos alunos para orientar a discussão:

Quais fragmentos do texto são importantes para facilitar a interpretação do problema?

O que podemos destacar grifando?

Os juros foram calculados sobre qual valor?

Qual foi o valor dos juros calculados nessa aplicação?

O que é montante?

O que diferencia o capital do montante?

Se você fosse a Maria, seria justo receber a mais pelo que emprestou?

4° Etapa: Problema 4

Problema 4 (ENEM 2011): Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$500,00. Para isto, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Segue um roteiro de perguntas, a fim de levar a resolução do problema e fazer com que o aluno saiba decidir qual a melhor situação para ele.

- Qual é o capital que o jovem irá investir?
- Qual é o rendimento mensal que ele terá na poupança?
- Qual é o valor dos juros que ele terá com a poupança?
- E o Montante que ele terá com a poupança?
- Qual é o rendimento mensal que ele terá com a CDB?
- Qual é o valor dos juros que ele terá com a CDB?
- E o Montante que ele terá com a CDB?

- h) Então, qual foi a aplicação mais vantajosa?
- i) Verifique se sua solução está correta.

Orientações: deixe que os alunos, em grupos de 4 integrantes, leiam o problema e tentem resolvê-lo. Neste momento, não faça nenhuma intervenção; ande pela sala e observe como os alunos analisam os dados do problema, interpretam e estabelecem suas estratégias. Peça para anotarem suas dúvidas na folha de atividades, para saná-las no momento da correção. Caso essas dúvidas sejam algo simples, você pode solucioná-las prontamente. Posteriormente, faça os questionamentos abaixo para toda a turma.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre capital, taxa de juros, juros e montante para tentar solucionar o problema dado.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para orientar a discussão com a turma:

Quais fragmentos do texto são importantes para facilitar a interpretação do problema?

O que podemos destacar grifando?

Que conta temos que fazer para encontrar o montante que a poupança terá?

Que conta temos que fazer para encontrar o montante que a CDB terá?

Mesmo tendo que pagar o Imposto de renda, o CDB foi a melhor opção, que tal antes de investir seu dinheiro, analisar as possibilidades?

Encerramento

Capital é o valor envolvido em uma transação na data focal zero, ou seja, no início da aplicação. Ele também pode ser chamado de: Principal, Valor Atual, Valor Presente e/ou Valor Aplicado. No Brasil, utiliza-se a notação “C” para representar o Capital.

Os juros podem ser definidos como a remuneração obtida pelo uso do Capital em um intervalo de tempo. Como notação, utilizamos o “J”.

Para o cálculo dos Juros, simbolicamente utilizamos:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

O Prazo é o período pelo qual os juros serão calculados. Os prazos mais usados são: dia, mês, bimestre, trimestre, semestre e ano. A notação para prazo é “n”.

A Taxa de Juros é o coeficiente resultante da razão entre os juros e o capital. Cada taxa deve informar o período a que se refere. Assim, é importante verificar se a taxa concorda com o prazo informado. As taxas podem ser expressas na forma unitária ou na forma

percentual. Por exemplo, 15% seriam a forma percentual, e 0,15 seriam a forma unitária. Para efeito de cálculo, é recomendável utilizar a forma unitária. A notação para a Taxa de Juros é o “i”.

Simbolicamente, temos que:

$$i = \frac{J}{C}$$

Por fim, o Montante é o valor recebido ao final da aplicação. De maneira prática, o Montante é o resultado da adição do capital pelo juro produzido em um determinado período. O Montante possui como notação a letra “M”.

Simbolicamente, temos que

$$M = C + J$$

Orientações: apresentar os conceitos aprendidos na aula e resumir as ideias, retornando aos problemas 3 e 4.

Meta: sistematizar as aprendizagens que aconteceram durante a aula.

4.3.7 Aula 4 - Aprofundamento: Juros Simples e Compostos

A Resolução de Problemas é um método que motiva os alunos a desenvolver o raciocínio, uma vez que os problemas devem ser explorados e não apenas solucionados. Por este motivo, a Aula 4 propõe problemas que levam a discussões a respeito dos juros. Os problemas devem ser esmiuçados de forma motivadora e reflexiva, a fim de motivar os alunos a ser menos pragmáticos e a ter autonomia em seu raciocínio.

Por isso, propomos, inicialmente, uma charge, acompanhada de um roteiro, que levanta questões sobre juros, conforme apresenta a Figura 8. A versão do aluno está no Apêndice G, em que sugerimos questões que levam a uma discussão sobre em quem os juros estão incidindo e se os alunos conhecem alguma situação em que tomam parte juros abusivos.

Figura 8 - Charge Aula 4



Questões para refletir

- De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem?
- Quais situações de juros abusivo você conhece?
- Converse com os seus colegas, o que você entende sobre juros.

Fonte: <https://vermelho.org.br/2017/03/06/paulo-kliass-a-nova-questao-dos-juros/>. Acesso em 2020.

Depois das discussões, sugerimos três problemas, descritos na Tabela 16, para entender a diferença entre as modalidades dos juros simples e compostos. Estes problemas acompanham um roteiro de perguntas, que também se encontra no Apêndice G, para que os alunos percebam a diferença entre as modalidades dos Juros. Esses problemas têm como meta conversar, com os alunos, sobre a melhor opção para quem está emprestando e para aquele que está pegando o empréstimo, além de dialogar a respeito de economizar o dinheiro para posteriormente comprar o que se deseja.

Tabela 16 - Problemas da Aula 4

Problema 5 (adaptado de Hermínio, 2008)	João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu a pagar mais R\$20,00. Quanto é a taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?	_____
Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008)	Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida se: a) João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente? b) João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?	Questões para refletir sobre o problema 6 a) Os valores são diferentes? Justifique. b) Qual é o valor correto? c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê? d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê? e) Quando vamos pagar uma dívida, que modalidade de Juros é aplicada?
Problema 7 (ENEM 2019):	Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal, é de a) 398,02 b) 400,00 c) 401,94 d) 404,00 e) 406,02	_____

Fonte: A autora, 2020.

Após a discussão desta questão, sugerimos um curta, chamado Huguinho e Zezinho, que se encontra no site M3 UNICAMP¹⁰. O filme conta a história de dois irmãos, que vão ao banco com intuítos diferentes: Huguinho procura o gerente para investir o seu dinheiro, ao passo que Zezinho deseja pegar um empréstimo.

Segue abaixo o plano de aula detalhando as atividades propostas.

4.3.8 Plano de Aula 4 - Aprofundamento: Juros Simples e Compostos

Objetivos

Calcular juros compostos.

Comparar situações em que usamos juros simples e compostos.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas. Juros simples e Juros Compostos.

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Sala de vídeo

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: introdução

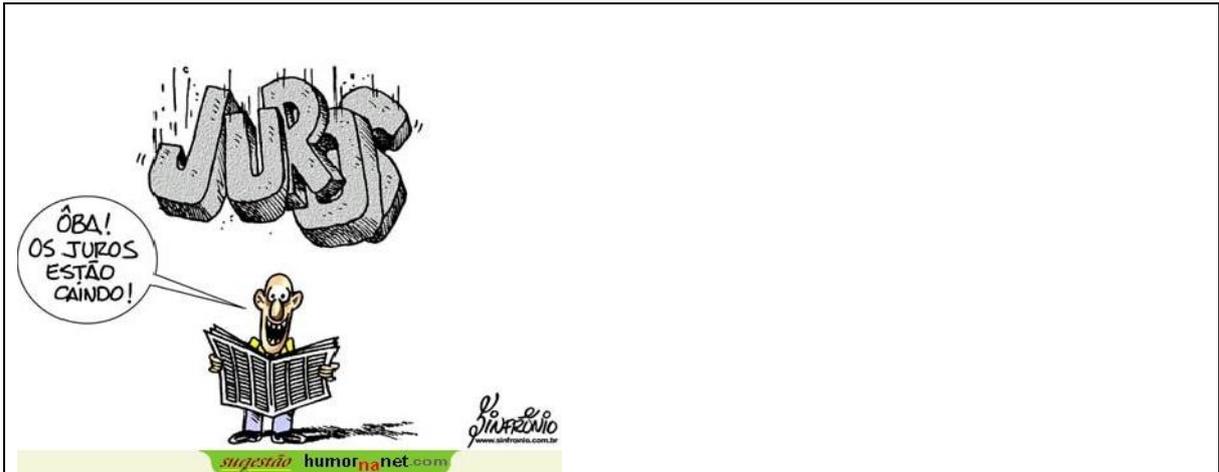
Implementação Inicial: projete ou leia o objetivo para a turma, sendo eles: calcular juros compostos; comparar situações em que usamos juros simples e compostos.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2º Etapa: Charge

Observe a charge e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:
--

¹⁰ Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>. Acesso em 2020.



Fonte: <https://vermelho.org.br/2017/03/06/paulo-kliass-a-nova-questao-dos-juros/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem?
- Quais situações de juros abusivos você conhece?
- Converse com os seus colegas sobre o que você entende sobre juros.

Orientações: leia o questionário com os alunos e deixe que eles respondam. Você será o mediador da discussão. Converse sobre as diferentes situações de juros abusivos que vemos no cartão de crédito, financiamentos e contas atrasadas. Procure saber o que os alunos entendem sobre juros.

Meta: faça com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre juros e que reflitam sobre os juros abusivos.

3ª Etapa:

Problema 5. (adaptado de Hermínio, 2008) João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu pagar mais R\$20,00. Quanto é a taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?

Orientações: você poderá projetar o texto do problema, escrevê-lo no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Coloque os discentes em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como os alunos analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Neste momento, encoraje-os e proponha alguns questionamentos.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestão de pergunta a ser feita ao aluno: quais foram os juros aplicados nessa situação?

4º Etapa:

Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008): Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida se:

- a) João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente?
- b) João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

Questões para refletir sobre o Problema 6

- a) Os valores são diferentes? Justifique.
- b) Qual é o valor correto?
- c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê?
- d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê?
- e) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de modalidade de Juros é aplicada?

Orientações: o professor poderá escrever no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Mantenha os alunos em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como eles analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Neste momento, encoraje-os e proponha alguns questionamentos.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema. Fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre juros para tentar solucionar o problema apresentado.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

Qual a diferença entre cada cálculo?

Qual a melhor opção para quem está emprestando?

E para aquele que está pegando o empréstimo?

Qual dessas modalidades é feita no dia a dia, quando temos que pagar uma dívida?

5º Etapa: Problema 7

Problema 7 (ENEM 2019): Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos

de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

a) 398,02 b) 400,00 c) 401,94 d) 404,00 e) 406,02

Orientações: você poderá escrever no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Mantenha os alunos em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como eles analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Nesse momento da aula, faça uma plenária e deixe que os alunos apresentem a sua solução, porém não valide nada ainda. Em vez disto, chame outros alunos para resolverem o problema de outras maneiras, incentivando o confronto de diferentes pontos de vista. Deixe que alunos que resolveram errado, ou que resolveram somente uma parte do problema, comentem também. Logo em seguida, comente as soluções dos alunos.

Propósito: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema. Explorar diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

Como podemos encontrar 1% mentalmente?

Por que é errado somar R\$202,00 e R\$204,02?

Encerramento: Curta - Huguinho e Zezinho

Orientações para o vídeo: apresentar aos alunos a sinopse do Curta, chamado Huguinho e Zezinho, que se encontra no site M3 UNICAMP¹¹. O filme mostra a história de dois irmãos, que vão ao banco com intuítos diferentes. Enquanto Huguinho procura o gerente para investir o seu dinheiro, Zezinho o faz com o objetivo de pegar um empréstimo. Este curta terá como objetivo fixar melhor o conceito de Juros Compostos em duas situações diferentes: empréstimo e investimento. Além disso, o filme ajudará a refletir sobre a questão de aprender a economizar para comprar algo posteriormente.

Meta: retomar a discussão sobre o comportamento financeiro do aluno.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

O que é melhor: pedir dinheiro emprestado ou investir?

¹¹ Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>

Você seria como o Huguinho ou ousaria para investir o seu dinheiro?

Já estudamos que temos outros investimentos mais rentáveis. Qual você indicaria para o Huguinho?

4.3.9 Aula 5 – Avaliação

Foram selecionados cinco problemas do ENEM e um do vestibular da UERJ, com o objetivo de que o aluno seja autônomo em tomar decisões diante de situações financeiras, como por exemplo, saber decidir qual o melhor investimento ou se ele deve fazer uma compra à vista ou parcelada. A versão da avaliação da atividade entregue aos alunos encontra-se no APÊNDICE I.

Propomos, também, um questionário avaliativo, composto por seis perguntas cujo objetivo é avaliar a compreensão do aluno acerca de sua aprendizagem após a realização das atividades propostas. O questionário engloba a percepção do quanto o aluno considerava entender sobre Educação Financeira antes de fazer as atividades, e o quanto ele considera compreender depois de nossa proposta, utilizando a metodologia da Resolução de Problemas. A versão do questionário de avaliação da atividade entregue aos alunos encontra-se no APÊNDICE K.

Segue abaixo o plano de aula para essa avaliação.

4.3.10 Plano de Aula 5 - Avaliação

Objetivos

Avaliar a compreensão do aluno sobre Matemática Financeira.

Avaliar se o aluno saberá tomar decisões corretas diante das situações financeiras que os problemas propõem.

Avaliar a compreensão do aluno acerca do seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Educação Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas. Conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante.

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: Introdução

Implementação Inicial: projete ou leia os objetivos da aula para a turma.**Meta:** compartilhar o objetivo da aula e apresente como será a sequência didática.

2º Etapa: Avaliação

Problema 1 (ENEM 2011): Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

(A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

(B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

(C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

(D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

(E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Problema 2 (ENEM 2013): Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar

um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Problema 3 (ENEM 2000): João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
 b) três meses, e terá a quantia exata.
 c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
 d) quatro meses, e terá a quantia exata.
 e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

Problema 4 (UERJ 2016): Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00;

- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- a) 10% b) 12% c) 15% d) 18%

Problema 5 (ENEM 2015): Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00. b) 2.093,00. c) 2.138,00. d) 2.255,00. e) 2.300,00.

Problema 6 (ENEM PPL 2018) Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro resume o resultado da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13.500,00	28.500,00	18 ao ano

B	13.000,00	27.000,00	20 ao ano
C	12.000,00	26.500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será
a)14.000. b)15.000. c)16.800. d)17.255. e)17.700.

Orientações: deixe que os alunos respondam à avaliação sem a intervenção do professor.

Meta: avaliar a compreensão do aluno acerca de seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Matemática Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

Encerramento: Questionário Avaliativo da Atividade

- Questionário avaliativo

- 1) Você participou de toda a atividade proposta?
 Sim. Não.
- 2) Antes da atividade, você compreendia o que se tratava de Educação Financeira?
 Sim, muito bem.
 Sim, bem.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 3) Ao saber da proposta da atividade, você acreditou que ela te ajudaria a ser educado financeiramente?
 Sim, muito.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 4) Ao final da atividade, sua expectativa:
 foi superada. foi atingida. não foi atingida. Não sei responder. Por quê?

- 5) Ao final da atividade, você compreende a relação entre os conceitos de Matemática Financeira com a Educação Financeira?
 Sim, muito bem.
 Sim, bem.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 6) De que forma as aulas de Matemática poderiam facilitar a sua compreensão dos conteúdos?

Muito obrigada pela sua participação!

Orientações: deixe que os alunos respondam à avaliação sem intervenção do professor.

Meta: Avaliar a compreensão do aluno acerca do seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Educação Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

4.3.11 Atividades Extras: Questões do ENEM de 2011 a 2020 sobre Educação Financeira

Deixamos, como sugestão, um conjunto de questões do ENEM de 2011 a 2020, que tratam da Educação Financeira. Propomos que o professor tenha autonomia para retirar ou acrescentar à sequência didática que propomos neste trabalho, composta pelas questões presentes no ANEXO A.

De 2011 a 2020, encontramos 32 questões que tratam da Educação Financeira. No entanto, não necessariamente essas questões utilizarão a Matemática Financeira, visto que há várias situações em que o aluno deve tomar decisões; por exemplo, o melhor investimento, a viagem mais barata, em qual loja o cimento é mais barato levando em consideração o frete. Outro contexto relevante é pertinente aos procedimentos que podemos realizar para economizar em serviços domésticos, como água, telefone e energia. Além destes exemplos, assuntos como ações, investimentos e financiamentos também comparecem na prova. Todos os assuntos estão organizados na Tabela 17.

Tabela 17 - Questões do Enem de 2011 a 2020 sobre Educação Financeira

Conteúdo	Quantidade de questões	Número das questões
Gastos e economia de energia, água, telefone, viagem, tomada de decisão	7	1, 4, 8, 14, 18, 25, 31
Porcentagem, acréscimos, descontos, imposto de renda, taxa	12	3, 10, 12, 13, 15, 16, 19, 20, 26, 28, 29 e 32
Investimentos, ações, financiamento, lucro ou prejuízo	6	7, 9, 11, 17, 23, 30
Juros, valor futuro	5	2, 5, 6, 24, 27
Prestação, parcelamento	2	21, 22

Fonte: A autora, 2021.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer desta pesquisa, buscamos realizar um estudo cujo objetivo é responder à seguinte pergunta: como desenvolver a Educação Financeira na sala de aula de Matemática do Ensino Médio através da metodologia da Resolução de Problemas? Esta pesquisa apresenta uma fundamentação teórica construída a partir de vários estudiosos, mostrando o quão é importante sair dos exercícios de rotina e mover-se em direção a problemas desafiadores, cuja resolução conta com o professor auxiliando o aluno por meio de indagações estimulantes, para que o discente desenvolva seu raciocínio de maneira independente.

Enfatizamos a importância de se abordar a Educação Financeira ao longo de toda a Educação Básica, pois, desde criança, os alunos já lidam com situações monetárias. Ser educado financeiramente vai além de saber economizar ou investir o seu dinheiro. Este aprendizado está relacionado à colaboração para não se desperdiçar, por exemplo, água e luz; a ser independente na escolha do melhor investimento. Além disto, a Educação Financeira promove a possibilidade de compreendermos se os impostos que pagamos são devidamente cobrados pelo cidadão e usados para a melhoria dos serviços públicos.

Os assuntos relacionados à Matemática Financeira podem, e devem, ser abordados de forma mais criativa, através de problemas que estimulem os alunos a refletir sobre o seu comportamento financeiro. Desta forma, o aluno terá gosto pelo raciocínio independente e obterá meios de alcançar o objetivo do problema.

A metodologia de Resolução de Problemas não está restrita a solucionar problemas, mas sim abrange a compreensão de como será o processo para resolvê-lo. Todas as etapas previstas na Resolução de Problemas, bem como a mediação do professor, auxiliam o aluno a se tornar autônomo. Em vista deste processo, acreditamos que, assim, o discente terá um melhor aprendizado.

A fim de embasar esse processo de se resolver problemas, elaboramos a sequência didática por meio da metodologia de Resolução de Problemas, baseada no método de quatro etapas, como proposto por George Polya. Segundo o autor, a primeira etapa envolve a compreensão do problema por parte do discente; a segunda etapa diz respeito a estabelecer o caminho que ele irá percorrer para solucionar este problema; a terceira corresponde à execução de seu plano, ou seja, responder o problema; e a quarta etapa consiste na verificação da solução correta. Elaboramos um blog para promover uma maior interação dos alunos com o conteúdo abordado, uma vez que o mundo digital se faz tão frequente na rotina dos discentes.

Durante todo este processo, é fundamental a figura do professor, pois é ele que irá ajudar o aluno a percorrer todo esse trajeto. Desta forma, o professor será o mediador, questionando ideias, fazendo o aluno pensar, ajudando-o a tomar decisões sozinho no futuro e a ser autônomo para resolver um problema de Educação Financeira.

A escolha dos problemas se deu com o objetivo de fazer com que o aluno seja autônomo em suas decisões, como, por exemplo, escolher o melhor investimento, entender a sua conta de luz, decidir fazer uma compra à vista ou a prazo. Em todo este processo, elaboramos questões que farão com que o aluno pense o seu lugar na sociedade.

Propusemos, também, um sequenciamento didático destas atividades. A aula se inicia por meio de uma charge e de questões que promoverão um debate acerca dos problemas a serem trabalhados em seguida. Esses problemas, em sua maioria, foram retirados de provas do ENEM, e correspondem a questões que privilegiam a independência do aluno de tomar decisões diante de uma situação financeira. Por este motivo, utilizamos a metodologia de Resolução de Problemas, pois nela os alunos irão colocar em prática suas diversas capacidades e realizar estratégias para encontrar a resposta, como tentativa e erro, criatividade, intuição, autonomia ou outros. Quando está claro que o importante é o caminho percorrido pelo aluno na tentativa de resolver o problema, a solução é o que menos importa. Além disto, o professor será o mediador, auxiliando na resolução do problema e desenvolvendo, no aluno, a capacidade de, futuramente, resolver outros problemas de forma independente (POLYA, 2006, p. 3).

Vídeos e curtas também fazem parte dos planos de aula, acompanhados de um roteiro, com a finalidade de promover a participação dos alunos, que deverão expressar sua opinião. Comparece, também, um material complementar, que conta com filmes e questões sobre Educação Financeira presentes nas provas do ENEM de 2011 a 2020. Ao trabalhar com esses materiais, o professor tem autonomia para acrescentar ou retirar algum problema do plano de aula proposto.

As atividades propostas neste trabalho têm o objetivo de auxiliar o docente a criar uma prática que leve à reflexão de que o processo é mais importante do que a resposta correta. Podemos aprender com os erros e discuti-los. Compreendemos que o papel do professor é ser o mediador do processo de ensino aprendizagem, e que o aluno deve participar mais ativamente das atividades, apresentando suas opiniões e suas soluções sem receio de que elas estejam erradas. Desta forma, apresentamos uma estratégia de ensino que venha a motivar outros professores a desenvolver planejamentos que priorizem a participação discente como uma maneira de confrontar a ideia do professor como transmissor de conhecimento.

Este trabalho de pesquisa enriqueceu a minha prática em sala de aula, no tocante ao planejamento de problemas, e não de exercícios. Esses problemas auxiliam os alunos a serem críticos, ativos e reflexivos acerca de seu papel na sociedade. Em outras palavras, os discentes se tornam educados financeiramente. Discutir, na aula de Matemática, assuntos como juros abusivos, a utilização correta ou incorreta dos impostos, pensar antes de comprar, comprar por impulso ou por necessidade. O aluno poderá, assim, entender que a Educação Financeira nos convida a pensar — a refletir — sobre questões financeiras. Entretanto, ela vai além disso, pois tratamos de uma mudança de comportamento diante dos recursos naturais.

Minha principal expectativa relacionada a este trabalho de pesquisa é pertinente à possibilidade de outros professores lerem e utilizarem, em suas salas de aula, as atividades aqui propostas, gerando um impacto positivo para si mesmos e para os alunos. Ao estudar Educação Financeira, o aluno aprenderá que, por exemplo, poupar água e energia não somente irá ajudá-lo a melhor gerenciar os seus próprios recursos financeiros, mas também se refletirá positivamente no meio ambiente, por meio de pequenas atitudes de economia, como fechar a torneira enquanto não a estiver utilizando ou apagar a luz do cômodo em que não estiver. Ademais, esta mudança de comportamento impede que o aluno seja levado pelas propagandas enganosas, ensinando-o a poupar hoje para poder investir amanhã. Estas e outras atitudes devem se fazer presentes na vida do docente e do discente.

Infelizmente, devido à pandemia de COVID-19, não pudemos aplicar este trabalho em sala de aula. Entretanto, esperamos que, futuramente, possamos desenvolvê-lo em uma classe do Ensino Médio, para que se possa, em seguida, apresentar os resultados, quantitativamente e qualitativamente. Com base na prática, almejamos elaborar um artigo científico apresentando o desenvolvimento das aulas, que terão acontecido por meio de discussões a respeito dos temas abordados, além de expor a fundamentação teórica que possibilitou a experimentação, o que irá enriquecer o conhecimento sobre os temas em questão.

REFERÊNCIAS

Banco Central do Brasil. *Caderno de Educação Financeira - Gestão de Finanças Pessoais*. Brasília: BCB, 2013. 72p. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno_cidadania_financeira.pdf>. Acesso em: 26 julho de 2020.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 11 de outubro de 2021.

BRASIL. *Estratégia Nacional de Educação Financeira. ENEF. Decreto 7.397 de 22 dezembro de 2010*. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Lei das Diretrizes Bases da Educação*. MEC, 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio: Matemática*. Brasília: Ministério da Educação, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Constituição (1988). Brasília, DF: Senado, 1988.

CARVALHO, João Pitombeira de. *Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil*. Em Aberto, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun. 1994. p. 81.

CARVALHO, V. *Educação matemática: matemática & educação para o consumo*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — FE, Unicamp, Campinas (SP). Orientador: Maria do Carmo Domite. Disponível em: <<http://www.cempem.fae.unicamp.br/prapem/mestrado.htm>>. Acesso em: 12 de novembro de 2020.

COUTINHO, Renata Paixão. *Uma aplicação da resolução de problemas no ensino das equações do 2º grau*. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

FIORENTINI, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

ESTACIO. *Matemática Financeira*. Autora do original: Ornella Pacífico. 2015. Disponível em:

<https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3521840/mod_folder/content/0/LIVRO%20PROPRIETARIO%20-%20Matematica%20financeira.pdf?forcedownload=1>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

Financial Literacy Around the World: Insights From the S&P Global Finlit Survey. 2014.

Disponível em: <https://gflec.org/wp-content/uploads/2015/11/Finlit_paper_16_F2_singles.pdf>. Acesso em: 9 de julho de 2020.

FLEMMING, Diva Marília. *Tendências em educação matemática*. Diva Marília Flemming, Elisa Flemming Luz, Ana Cláudia Collaço de Mello, 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. *Métodos de pesquisa* / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil - UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica - Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GODFREY, N. *Dinheiro não dá em árvore: um guia para os pais criarem filhos financeiramente responsáveis*. Tradução de Elizabeth Arantes Bueno. São Paulo: Jardim dos Livros, 2007.

GUEDES, A.L. *Educação financeira como tema transversal: impactos nas aulas de matemática*. In: IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática. Espírito Santo. [...] Anais. 2019.

HERMINIO, P.H. *Matemática financeira - um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem*. 2008. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

HOFMANN, M. *Educação Financeira no currículo escolar: Uma análise comparativa das iniciativas da Inglaterra e França*. 329f. Tese (Doutorado) - Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

HOLZMANN, R.; MIRALLES, M. P. *The role, limits of, and alternatives to financial education in support of retirement saving in the OECD*. Eastern Europe and beyond. The World Bank, out/ 2005. Disponível em: <http://info.worldbank.org/etools/library/view_p.asp?205715>. Acesso em: 09 de julho de 2020.

LUZ, L.H.; Bayer, A. *Matemática Financeira na Educação Básica*. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/942/179>>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

MATIOLI, Cristiane Elise Reich. *A educação financeira como proposta para um planejamento financeiro responsável: reflexões a partir de uma unidade didática*. Paraná: Cadernos PDE, 2016.

MATTA, R. O. B. *Oferta e demanda de informação financeira pessoal: o Programa de Educação Financeira do Banco Central do Brasil e os universitários do Distrito Federal*. 201 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Informação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à História da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MUNIZ, I. *Educação financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente*. In: ENEM. São Paulo. [...] Anais. 2016.

MUNIZ, I. *Tomada de decisão e trocas intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de matemática*. In: Revista de Educação, Ciências e Matemática v.6 n.3 set/dez 2016.

NOVAK, J.D. (2003) *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them*. <<http://cmap.coginst.uwf.edu/info/printer.html>>. Acesso em: 22 de junho de 2020.

OECD. *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. Jul. 2005b. Disponível em: <<http://www.oecd.org>> Acesso em: maio de 2019.

PRADO, Grazielly M. da Cunha. *Do orçamento doméstico ao guia de investimento de renda fixa: um pequeno manual para um investidor iniciante*. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de educação, ciência e tecnologia de São Paulo, IFSP, 2019.

POLYA, G. *A arte de resolver problema*. 2.ed. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2006.

ROMANATTO, M. C. *Resolução de Problemas nas aulas de Matemática: Elaboração de um modelo alternativo*. Revista Eletrônica de Educação, São Carlos, v. 6, n.1, p. 299-311, maio 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178>>. Acesso em: maio de 2020.

ROQUE, T. *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

SAITO, A.T.; SAVOIA, J. R. F.; PETRONI, L. M. *A educação financeira no Brasil sob a ótica da Organização de Cooperação e Desenvolvimento econômico – OCDE*. IX SEMEAD. Administração no Contexto Internacional. Seminários em Administração FEA-USP, 2006.

SAITO, A. T. *Uma Contribuição ao Desenvolvimento da Educação em Finanças Pessoais no Brasil*. 2007. Dissertação (Mestrado em Administração) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SÁ, I. P. *Matemática Financeira para Educadores Críticos*, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2011.

_____. *Tendências Contemporâneas em Educação Matemática*. 2016. Disponível em: <http://www.magiadamatematica.com>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

SANT ANA, M.V. S. *Educação Financeira no Brasil: Um estudo de caso*. 103f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Uma, Belo Horizonte, 2014.

SERASA EXPERIAN. *Inadimplência aumenta 2,6% em janeiro, segundo Serasa Experian*. Disponível em: <<https://www.serasaexperian.com.br/sala-de-imprensa/inadimplencia-aumenta-26-em-janeiro-segundo-serasa-experian>>. Acesso em: 11 de junho de 2020.

TESOURO NACIONAL. *Projeto usa gibis para ensinar educação fiscal e financeira a crianças*. Disponível em: <<http://www.tesouro.fazenda.gov.br/-/projeto-usa-gibis-para-ensinar-educacao-fiscal-e-financeira-a-criancas>>. Acesso em: 11 de junho de 2020.

UNICAMP. *Portal M3 Matemática Multimídia*. Disponível em: <<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>>. Acesso em: 21 de julho de 2020.

<<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: 22 de julho de 2021.

<http://www.vestibular.uerj.br/portal_vestibular_uerj/arquivos/arquivos2016/provas_e_gabaritos/ed/padrao_resposta/2016_ED_PR_Matematica.pdf>. Acesso em: 22 de julho de 2021.

<<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/oqueecambio>>. Acesso em: 24 de julho de 2021.

<<https://www.destaquenoticias.com.br/pms-sao-orientados-a-trocarem-o-banese-por-outro-banco/charge>>. Acesso em 25 de julho de 2021.

<<https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/contents/documentos/obef/provas-e-gabaritos/revisada-fase-3-prova-n2-i-obef.pdf>>. Acesso em: 25 de julho de 2021.

APÊNDICE A – Questionário sobre Educação Financeira adaptado de Matioli (2016).

1) Dados de identificação:

a) Idade: _____

b) Grau de escolaridade da mãe ou responsável:

Ensino Fundamental

Ensino Médio

Ensino Superior

c) Grau de escolaridade do pai ou responsável:

Ensino Fundamental

Ensino Médio

Ensino Superior

2) Você já ouviu falar sobre Educação Financeira?

Sim Não

3) Se a sua resposta foi sim na pergunta anterior, qual foi o meio?

Vídeos no *YouTube*, *Instagram*.

Palestras

Debates

Na TV

Na escola

4) Sobre seus conhecimentos em Educação Financeira, responda:

São suficientes

Possuo pouco conhecimento

Não possuo conhecimentos

Não sei avaliar

5) Você acha que é relevante adquirir conhecimentos sobre Educação Financeira na escola?

Sim Não

6) Você considera importante que a família possua o hábito de economizar?

Sim Não

7) Quando saem às compras, você e sua família têm o hábito de fazer levantamento ou pesquisa de preços antes de efetuar a compra?

Sim Não

8) Na hora da compra, qual é a forma de pagamento que predomina?

à vista parcelado

9) Hoje, sua família está pagando alguma conta parcelada?

Não Sim, em crediário de lojas Sim, cartão de crédito

10) Você acha que as propagandas influenciam as pessoas na hora da compra de algum objeto?

Sim Não Depende do objeto

11) Em relação ao controle dos gastos financeiros na sua família:

Na minha família há controle dos gastos e tentamos evitar o consumismo.

Não sei sobre os gastos financeiros da minha família.

Não existe controle dos gastos financeiros.

APÊNDICE B – Roteiro para o Vídeo Motivacional do Ensino Médio

ANTES DE ASSISTIR AO CURTA

1º) Você vai à lanchonete, toma um açaí, vai ao cinema, porém, para realizar essas atividades, você precisa de dinheiro. Mas você é livre para fazer suas escolhas financeiras, diante daquele dinheiro que você tem guardado. Assinale uma alternativa nas letras a, b e c, respondendo sobre o que você prefere.

- a) () Ir ao cinema () Assistir a um filme em casa
b) () Ir à lanchonete () Fazer seu lanche em casa
c) () Juntar dinheiro para comprar a roupa à vista com desconto daqui a um tempo
() Comprar a roupa agora parcelado sem juros.

2) Por que você precisa comprar hoje?

3) Sabe o que é um orçamento doméstico? Já fez em sua casa?

4) Sua família já comprou roupa, objetos que nunca usou ou objetos caros que não pode pagar, gerando dívidas? Qual foi a sensação?

5) As propagandas influenciam sua família a comprar?

Vídeo: <https://www.vidaedinheiro.gov.br/video-motivacional-do-ensino-medio/>

ROTEIRO APÓS ASSISTIR AO CURTA

1) Agora que assistiu ao curta, assinale uma alternativa nas letras a, b e c. Qual deve ser a sua escolha financeira?

- a) () Ir ao cinema () Assistir a um filme em casa
b) () Ir à lanchonete () Fazer seu lanche em casa
c) () Juntar dinheiro para comprar a roupa à vista com desconto daqui a um tempo
() Comprar a roupa agora parcelado sem juros

2) Que tal a ideia de economizar o dinheiro hoje, para poder comprar à vista com desconto daqui a um tempo?

3) Agora que já sabe o que é um orçamento doméstico, você o aplicaria na sua vida?

4) Que tal agora pensar antes de comprar? Você já refletiu em diferenciar sobre o que é desejo daquilo que é necessidade?

5) “Preciso?”, “Tenho dinheiro?”, “Tem que ser hoje?” são perguntas que o vídeo Motivacional do Ensino Médio sugeriu para fazermos diante de uma compra. Você pretende usá-las na sua vida?

APÊNDICE C – AULA 2: Conceito de Porcentagem

Charge



Fonte: <https://www.chargeonline.com.br/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve?
- Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular, e discuta com o seu professor a respeito.

Agora, vamos fazer um problema de aplicação do que vimos.

Problema 1 (ENEM 2013): O contribuinte que vende mais de R\$ 20mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 de abril de 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

- a) R\$ 900,00. b) R\$ 1200,00. c) R\$ 2100,00. d) R\$ 3900,00. e) R\$ 5100,00.

Antes de dar a sua resposta final, siga o passo a passo e responda às perguntas.

- De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro?

- b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações?
- c) Qual foi o lucro do contribuinte?
- d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal?
- e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Problema 2 (adaptado de Hermínio, 2008): Numa fatura de energia elétrica de valor total igual a R\$82,03, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 18%. Veja como isto aparece:

IMPOSTOS	DADOS DO FATURAMENTO	VALOR (R\$)
Base de Cálculo	Valor do Consumo do Mes	75,11
R\$ 75,11	Contribuicao Iluminacao Publica-Prefeitura	6,92
ICMS		
Alíquota		
18,00 %		
Valor do Imposto		
R\$ 13,51		
TOTAL A PAGAR (R\$)		82,03

Questões para refletir

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- c) Para que servem os impostos?
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

Perguntas:

- a) Qual é o valor em real do Imposto?
- b) Qual é o valor da base de cálculo?
- c) Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês?
- d) Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c.
- e) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê?
- f) Qual a taxa de ICMS realmente cobrada em uma fatura de energia elétrica como esta?
- g) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

APÊNDICE D – Uma sugestão de Resolução dos exercícios da Aula 2

Questões para refletir

- a) Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve? **É um tributo federal calculado sobre os ganhos anuais de uma pessoa ou empresa. A intenção de recolher esse imposto é ajudar na melhoria dos serviços públicos do país.**
- b) Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular, e discuta com o seu professor a respeito.

Problema 1

- a) De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro? **Lucro**
- b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações? **R\$ 26 mil**
- c) Qual foi o lucro do contribuinte? **$34000 - 26000 = 8000$**
- d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal? **R\$1200,00, pois $\frac{15}{100} \cdot 8000 = 1200$**
- e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Problema 2

Questões para refletir

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto? **ICMS significa Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços. Esse imposto é encaminhado para os Estados e usados por eles para as diversas funções.**
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada? **Sim.**
- c) Para que servem os impostos? **Para serem usados para a melhoria de uma estrutura básica para a população, saúde e educação de qualidade, segurança pública, lazer, cultura, entre outros.**
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país? **Deveriam ser mais bem distribuídos, para que a população tenha acesso digno à saúde, educação, segurança, transporte, lazer, cultura.**

Perguntas:

- a) Qual é o valor em real do Imposto? **R\$13,51**
- b) Qual é o valor da base de cálculo? **R\$75,11**

- c) Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês? **R\$61,60 pois $75,11 - 13,51 = 61,60$**
- d) Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c. **R\$11,09, aproximadamente, pois $\frac{18}{100} \cdot 61,60 = 11,088$**
- e) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê?
- f) Qual a taxa de ICMS realmente cobrada em uma fatura de energia elétrica como esta? **21,93%**
pois $\frac{13,51}{61,60} \cong 21,93$.
- g) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

APÊNDICE E – Aula 3: Conceito de Capital, Juros, Taxa de juros, Unidade de tempo, Prazo e Montante

ATIVIDADE:

Observe a charge e o quadrinho e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte da figura a: <https://www.destaquenoticias.com.br/>. Acesso em 2020.

Fonte da figura b: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco?
- Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco?
- Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve?
- Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve?
- Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir?

Problema 3 (adaptado de Hermínio, 2008): João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$150,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$150,00, João se comprometeu pagar mais 30% sobre o valor emprestado. Qual é a porcentagem dos juros por mês que João estará pagando?

- Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria?
- Qual o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre?
- Quanto de juros ele estará pagando por mês?
- Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria?
- Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver esse problema.

Questões para refletir

- a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria?
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?
- c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou?

Problema 4 (ENEM 2011): Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- b) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- c) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- d) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- e) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Segue um roteiro de perguntas, a fim de levar o aluno à resolução do problema, sabendo decidir qual a melhor situação para ele.

- a) Qual é o capital que o jovem irá investir?
- b) Qual é o rendimento mensal que ele terá na poupança?
- c) Qual o valor dos juros que ele terá com a poupança?
- d) E o Montante que ele terá com a poupança?
- e) Qual é o rendimento mensal que ele terá com o CDB?
- f) Qual o valor dos juros que ele terá com o CDB?
- g) E o Montante que ele terá com o CDB?
- h) Então qual foi a aplicação mais vantajosa?
- i) Verifique se sua solução está correta.

APÊNDICE F – Uma sugestão de Resolução da Aula 3

Questões para refletir

- a) O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco? **Os juros são abusivos, deveríamos evitar ao máximo pedir dinheiro emprestado ao banco.**
- b) Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco? **Pessoal**
- c) Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve? **É uma conta bancária em que é possível reservar um dinheiro e receber uma rentabilidade.**
- d) Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve? **É um investimento de renda fixa.**
- e) Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir? **Pessoal**

Problema 3 (adaptado de Hermínio, 2008):

- a) Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria? **R\$150,00**
- b) Qual o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre? **R\$45,00 pois $\frac{30}{100} \cdot 150 = 45$.**
- c) Quanto de juros ele estará pagando por mês? **15, pois $\frac{45}{3} = 15$.**
- d) Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria? **R\$195,00, pois $M=C+J=150+45=195$**
- e) Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver este problema.

Questões para refletir

- a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria? **Se esse dinheiro que ele pegou emprestado estivesse em alguma modalidade de investimento, estaria rendendo juros. Para que Maria não fique no prejuízo, é justo que ele pague um valor maior do que pegou emprestado.**
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado? **Sim.**
- c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou? **Sim.**

Problema 4

- a) Qual é o capital que o jovem irá investir? **R\$500,00.**
- b) Qual é o rendimento mensal que ele terá na poupança? **0,560%.**

- c) Qual o valor dos juros que ele terá com a poupança? **R\$2,80** pois $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$.
- d) E o Montante que ele terá com a poupança? **R\$502,80**, pois $M=C+J=500+2,80=502,80$.
- e) Qual é o rendimento mensal que ele terá com o CDB? **0,876% e 4% de IR sobre o ganho.**
- f) Qual o valor dos juros que ele terá com o CDB? **R\$4,21**, pois $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \cong 4,21$.
- g) E o Montante que ele terá com o CDB? **R\$504,21**, pois $M=C+J=500+4,21=504,21$.
- h) Então, qual foi a aplicação mais vantajosa? **Alternativa d: o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.**

APÊNDICE G – Aula 4: Aprofundamento: Juros Simples e Compostos

Observe a charge e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte: <https://vermelho.org.br/2017/03/06/paulo-kliass-a-nova-questao-dos-juros/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem?
- Que situações de juros abusivos você conhece?
- Converse com os seus colegas sobre o que você entende sobre juros.

Problema 5 (adaptado de Hermínio, 2008): João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu a pagar mais R\$20,00. Quanto é a taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?

Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008): Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante da dívida se:

- João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente?
- João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

Questões para refletir sobre o Problema 6

- Os valores são diferentes? Justifique.
- Qual é o valor correto?

- c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê?
- d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê?
- e) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de modalidade de Juros é aplicada?

Problema 7 (ENEM 2019): Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal, é de

- a) 398,02. b) 400,00. c) 401,94. d) 404,00. e) 406,02.

APÊNDICE H – Uma sugestão de Resolução das Atividades da Aula 4

Questões para refletir

- a) De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem? **Sobre nós, pois continuam altos.**
- b) Que situações de juros abusivos você conhece? **Cartão de crédito, financiamento de casa, carro.**
- c) Converse com os seus colegas sobre o que você entende sobre juros. **Pessoal**

Problema 5 (adaptado de Hermínio, 2008): João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu pagar mais R\$20,00. Qual o valor da taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?

20%, pois $i = \frac{J}{C} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\%$.

Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008): Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida se:

- a) João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente? **R\$140,00, pois $M = C + J = 100 + 40 = 140$.**
- b) João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses? **R\$144,00, pois $M = C \cdot (1 + i)^t = 100 \cdot (1,2)^2 = 144$.**

Questões para refletir sobre o Problema 6

- a) Os valores são diferentes? Justifique. **Sim, pois um está na modalidade de juros simples e o outro está com juros compostos.**
- b) Qual é o valor correto? **Depende do que foi combinado entre eles.**
- c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê? **A melhor opção seria a alternativa a, pois seria menor os juros.**
- d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê? **A alternativa b, pois os juros seriam maiores e ela ganharia mais.**

e) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de modalidade de Juros é aplicado? **Juros compostos.**

Problema 7 (ENEM 2019): Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

a) 398,02. b) 400,00. c) 401,94. d) 404,00. e) 406,02.

Uma sugestão de Resolução:

Resposta: [B]

Seja x o valor presente do 1º pagamento, temos: $x \cdot 1,01 = 202 \leftrightarrow x = 200$

E y o valor presente do 2º pagamento, temos:

$$y \cdot 1,01^2 = 204,02 \leftrightarrow y = \frac{204,02}{1,01^2} \leftrightarrow y = 200$$

Logo, o valor à vista é $200+200=400$.

APÊNDICE I – Aula 5: Avaliação

Problema 1 (ENEM 2011): Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas abaixo:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro abaixo fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- (A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- (B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
- (C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- (D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- (E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Problema 2 (ENEM 2013): Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos em 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Problema 3 (ENEM 2000): João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
b) três meses, e terá a quantia exata.
c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
d) quatro meses, e terá a quantia exata.
e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

Problema 4 (UERJ 2016): Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00;
- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- a) 10% b) 12% c) 15% d) 18%

Problema 5 (ENEM 2015): Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00. b) 2.093,00. c) 2.138,00. d) 2.255,00. e) 2.300,00.

Problema 6 (ENEM PPL 2018): Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro resume o resultado da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13.500,00	28.500,00	18 ao ano
B	13.000,00	27.000,00	20 ao ano
C	12.000,00	26.500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será de

a) 14.000. b) 15.000. c) 16.800. d) 17.255. e) 17.700.

APÊNDICE J – Uma sugestão de Resolução das Atividades da Aula 5

Problema 1 (ENEM 2011): Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- (A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- (B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
- (C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- (D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- (E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Resposta: [A]

Uma sugestão de Resolução:

A rentabilidade do investimento A: 42,6%, pois $C \cdot (1,03)^{12} = 1,426C$.

A rentabilidade do investimento B: 36%, pois $C \cdot (1,36) = 1,36C$.

A rentabilidade do investimento C: 39,2%, pois $C \cdot (1,18)^2 = 1,392C$

Assim, a resposta correta é escolher o investimento A.

Problema 2 (ENEM 2013): Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos em 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Resposta: [E]

Uma sugestão de Resolução:

Com o desconto de 20% o produto irá custar: $0,80 \cdot 50 = 40,00$.

Se tivesse o cartão fidelidade o produto iria custar: $0,90 \cdot 40 = 36,00$. Assim, o cliente deixou de ganhar um desconto de $40,00 - 36,00 = 4,00$

Problema 3 (ENEM 2000): João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
 b) três meses, e terá a quantia exata.
 c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
 d) quatro meses, e terá a quantia exata.
 e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

Resposta: [C]

Uma sugestão de Resolução

$20.000 \cdot 1,02 \approx 20.400$ (primeiro mês)

$20.400 \cdot 1,02 \approx 20.808$ (segundo mês)

$20.808 \cdot 1,02 \approx 21.224$ (terceiro mês)

Portanto, no terceiro mês, ele comprará o carro e ainda lhe sobrarão aproximadamente 225 reais.

Problema 4 (UERJ 2016): Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00;
- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- a) 10% b) 12% c) 15% d) 18%

Resposta: [C]

Uma sugestão de Resolução:

$860 - 460 = 400$, os juros são de R\$60,00, a taxa é: $i = \frac{j}{C} = \frac{60}{400} = 0,15 = 15\%$.

Problema 5 (ENEM 2015): Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00. b) 2.093,00. c) 2.138,00. d) 2.255,00. e) 2.300,00.

Resposta: [D]

Uma sugestão de Resolução

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a:

$$180000 - 9 \cdot 500 = \text{R\$ } 175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a $500 + 0,01 \cdot 175500 = \text{R\$ } 2.255,00$.

Problema 6 (ENEM PPL 2018): Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro abaixo

resuma o resultado da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13.500,00	28.500,00	18 ao ano
B	13.000,00	27.000,00	20 ao ano
C	12.000,00	26.500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será

a) 14.000. b) 15.000. c) 16.800. d) 17.255. e) 17.700.

Uma sugestão de Resolução

Resposta: [C]

Na loja A, o total a ser desembolsado é: $(28500 - 13500) \cdot 1,18 = \text{R\$ } 17.700,00$.

Na loja B, ele desembolsará: $(27000 - 13000) \cdot 1,2 = \text{R\$ } 16.800,00$.

Já na loja C, a despesa ficará em: $(26500 - 12000) \cdot 1,19 = \text{R\$ } 17.255,00$.

Portanto, a resposta é R\$ 16.800,00.

APÊNDICE K – Questionário avaliativo da Atividade da Aula 5

- 1) Você participou de toda a atividade proposta?
 Sim. Não.
- 2) Antes da atividade, você compreendia do que se tratava a Educação Financeira?
 Sim, muito bem.
 Sim, bem.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 3) Ao saber da proposta da atividade, você acreditou que ela te ajudaria a ser educado financeiramente?
 Sim, muito.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 4) Ao final da atividade, sua expectativa:
 foi superada. foi atingida. não foi atingida. Não sei responder. Por quê?

- 5) Ao final da atividade, você compreende a relação entre os conceitos de Matemática Financeira com a Educação Financeira?
 Sim, muito bem.
 Sim, bem.
 Sim, um pouco.
 Não.
 Não sei responder.
- 6) De que forma as aulas de Matemática poderiam facilitar a sua compreensão dos conteúdos?

Muito obrigada pela sua participação!

APÊNDICE L - Produto educacional: Blog: Decida e Invista! Propostas para trabalhar Educação Financeira com o Ensino Médio

4. APRESENTAÇÃO

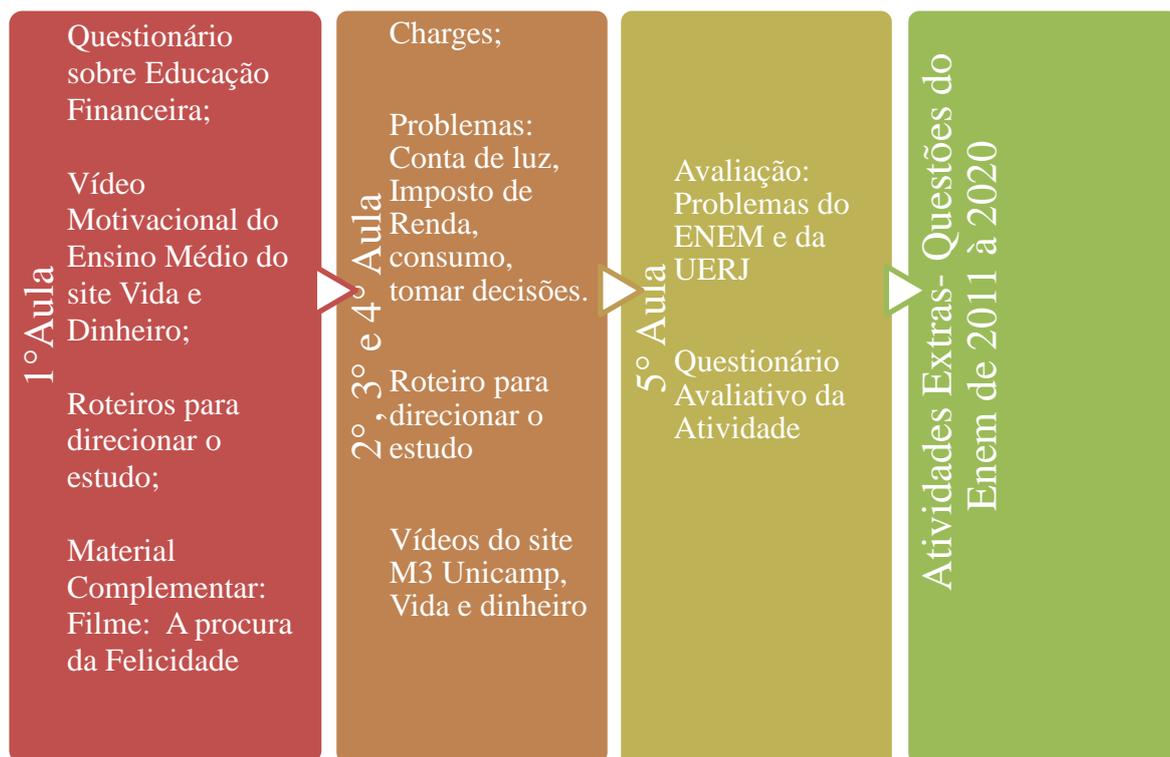
A fim de divulgar as atividades propostas da dissertação, foi elaborado, como produto educacional, este Manual Instrucional Rápido, convertido em um blog¹² chamado Decida e Invista! Propostas para trabalhar Educação Financeira com o Ensino Médio. Apresentamos propostas para se trabalhar a Educação Financeira no Ensino Médio, com o objetivo de contribuir para a prática docente e discente em relação à Educação Financeira. Estas propostas visam auxiliar o docente na tarefa de mediar a construção do conhecimento, consequentemente promovendo uma educação transformadora e emancipadora, em que os estudantes possam dialogar de forma reflexiva e ativa com a sociedade em que se inserem.

O blog foi criado em uma plataforma gratuita¹³, em que estão disponibilizadas a sequência didática com os planos de aula, os curtas e filmes sugeridos para as discussões propostas aos discentes, a fim de que eles se apropriem ainda mais do conhecimento sobre as boas práticas da Educação Financeira e consigam, ao longo de sua vida, tomar melhores decisões financeiras.

A proposta da sequência didática descrita neste manual está organizada assim:

¹² disponível em <https://educacaofinanceiraem.blogspot.com/>

¹³ disponível em [blogger.com](https://www.blogger.com)



5. PROPOSTA PARA O ENSINO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA: PLANOS DE AULA

Plano de Aula 1- Questionário sobre Educação Financeira e Vídeo “Motivacional do Ensino Médio”

Objetivos

Levantar dados sobre a compreensão, o interesse e o desejo de se trabalhar Educação Financeira na escola.

Refletir sobre o comportamento financeiro do aluno e da família.

Conteúdo

Introdução aos conceitos de Educação Financeira

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa e lápis

Cartaz

Desenvolvimento

1º Etapa: Introdução

Implementação inicial: Projete ou leia o objetivo para a turma, sendo eles: levantar dados sobre a compreensão, o interesse e o desejo de se trabalhar Educação Financeira na escola; refletir sobre o comportamento financeiro do aluno e da família.

Meta: Compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2º Etapa: Questionário

Questionário sobre Educação Financeira adaptado de Matioli (2016).

1) Dados de identificação:

a) Idade: _____

b) Grau de escolaridade da mãe ou responsável:

() Ensino Fundamental

() Ensino Médio

() Ensino Superior

c) Grau de escolaridade do pai ou responsável:

() Ensino Fundamental

() Ensino Médio

() Ensino Superior

2) Você já ouviu falar sobre Educação Financeira? () Sim () Não

3) Se a sua resposta foi sim na pergunta anterior, qual foi o meio?

() Vídeos no *YouTube*, *Instagram*.

() Palestras

() Debates

() Na TV

() Na escola

4) Sobre seus conhecimentos em Educação Financeira, responda:

() São suficientes

() Possuo pouco conhecimento

() Não possuo conhecimentos

() Não sei avaliar

5) Você acha que é relevante adquirir conhecimentos sobre Educação Financeira na escola?

() Sim () Não

6) Você considera importante que a família possua o hábito de economizar? () Sim () Não

- 7) Quando saem às compras, você e sua família têm o hábito de fazer levantamento ou pesquisa de preços antes de efetuar a compra? Sim Não
- 8) Na hora da compra, qual é a forma de pagamento que predomina? à vista parcelado
- 9) Hoje sua família está pagando alguma conta parcelada?
 Não Sim, em crediário de lojas Sim, cartão de crédito
- 10) Você acha que as propagandas influenciam as pessoas na hora da compra de algum objeto?
 Sim Não Depende do objeto
- 11) Em relação ao controle dos gastos financeiros na sua família:
 Na minha família há controle dos gastos e tentamos evitar o consumismo.
 Não sei sobre os gastos financeiros da minha família.
 Não existe controle dos gastos financeiros.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam o questionário e busquem respondê-lo. Em seguida, o professor poderá juntar os alunos em grupos de cinco integrantes, para que cada um colete e organize os dados do questionário em forma de gráficos nos cartazes. Após essa construção, os discentes apresentarão os gráficos construídos para toda a turma, de forma a que todos possam observar e refletir sobre como estão os conhecimentos da turma em relação à Educação Financeira.

Reserve um tempo para um debate coletivo e deixe que os grupos compartilhem o que discutiram.

Meta: compartilhar informações sobre o comportamento financeiro dos alunos e de seus familiares com a turma e o professor.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas durante a aula:

Qual a melhor forma de pagamento das compras: à vista ou parcelado? Por quê?

As propagandas comerciais incentivam ou não o consumismo? Por quê?

Qual a sua opinião a respeito dos crediários das lojas?

3º Etapa: Roteiro para a exibição do “Vídeo Motivacional do Ensino Médio”

ANTES DE ASSISTIR O CURTA

1º) Você vai à lanchonete, toma um açaí, vai ao cinema, porém, para realizar essas atividades você precisa de dinheiro. Mas você é livre para fazer suas escolhas financeiras, diante daquele dinheiro que você tem guardado. Assinale uma alternativa na letra a, b e c. Responda sobre o que você prefere.

a) Ir ao cinema

Assistir a um filme em casa

Orientações após o vídeo: peça que, individualmente, os alunos leiam o roteiro e busquem responder às questões. Em seguida, deixe que discutam com os colegas suas respostas e o modo como pensaram. Reserve um tempo para um debate coletivo e deixe que compartilhem o que discutiram.

Meta: retomar a discussão sobre o comportamento financeiro do aluno.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que o professor pode fazer para orientar o debate:

Qual comportamento que você tinha antes de assistir o vídeo e o que mudou?

O que você gostaria de comprar hoje?

Esse produto que você deseja adquirir é realmente necessário?

Sua família ou você tem dinheiro para comprar à vista?

Encerramento

Orientações: reflita, com os alunos, sobre o comportamento financeiro através de situações, ficções e contextualizações que apresentamos nesta aula.

Meta: reforçar as aprendizagens da aula.

Material Complementar

Filme “À procura da felicidade”¹⁵

Plano de Aula 2- Conceito de Porcentagem

Objetivos

Transformar a linguagem usual em representação matemática.

Despertar a curiosidade sobre o imposto de renda.

Sistematizar o conceito de Porcentagem.

Interpretar a conta de energia e os impostos que nelas são cobradas.

Discutir se a taxa de ICMS está sendo cobrada corretamente na conta de luz.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas sobre Porcentagem

¹⁵ Disponível em: <http://educacaofinanceiraem.blogspot.com>. Acesso em 2020.

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: introdução

Implementação inicial: projete ou leia os objetivos para a turma, sendo eles: transformar a linguagem usual em representação matemática; despertar a curiosidade sobre o imposto de renda; sistematizar o conceito de Porcentagem; interpretar a conta de energia e os impostos que nela são cobrados; discutir se a taxa de ICMS está sendo cobrada corretamente na conta de luz.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2º Etapa: charge



Disponível em: <https://www.chargeonline.com.br/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve?
- Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular, e discuta com o seu professor a respeito.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor. Discuta, com os alunos, sobre o imposto de renda, verificando se eles entendem para que serve. Comente sobre os direitos sociais dos cidadãos; explique que, para manter a educação e saúde públicas, o governo mantém esses tributos. Portanto, temos o direito de exigir serviços públicos de qualidade. Reserve um tempo para um debate coletivo da pesquisa que eles irão fazer a respeito da tabela do Imposto de Renda.

Meta: refletir sobre os tributos e os serviços públicos atrelados a eles.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas pelo professor para orientar a discussão sobre a importância de se refletir sobre o comportamento financeiro:

É necessário pagar o Imposto de Renda?

Para que serve o tributo do Imposto de Renda?

Como ficariam as famílias de baixa renda se não houvesse escolas e hospitais públicos?

3º Etapa: Problema 1

Agora, vamos fazer um problema de aplicação do que vimos.

Problema 1 (ENEM 2013): O contribuinte que vende mais de R\$ 20mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 de abril de 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

- a) R\$ 900,00. b) R\$ 1200,00. c) R\$ 2100,00. d) R\$ 3900,00. e) R\$ 5100,00.

Antes de dar a sua resposta final, siga o passo a passo e responda as perguntas.

- a) De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro?
- b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações?
- c) Qual foi o lucro do contribuinte?
- d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal?
- e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor, que será o mediador. Inicie a discussão das soluções fazendo

uso dos questionamentos presentes na atividade acima. Reserve um tempo para um debate coletivo, deixe que os alunos discutam suas respostas e o modo como pensaram. Discutir e analisar o erro é muito importante para a construção do conhecimento. Questione sobre todos os passos da resolução.

Meta: discutir a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas a serem feitas pelo professor a fim de orientar a discussão:

Que restrições existem no problema?

O que você considerou para resolver o problema?

Por que o imposto de Renda é cobrado sobre o lucro?

4º Etapa: Problema 2

Problema 2 adaptado de Hermínio (2008): Numa fatura de energia elétrica de valor total igual a R\$82,03, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 18%. Veja como isso aparece:

IMPOSTOS	DADOS DO FATURAMENTO	VALOR (R\$)
Base de Cálculo	Valor do Consumo do Mes	75,11
R\$ 75,11	Contribuicao Iluminacao Publica-Prefeitura	6,92
ICMS		
Alíquota		
18,00 %		
Valor do Imposto		
R\$ 13,51		
TOTAL A PAGAR (R\$)		82,03

Questões para refletir

- Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- Para que servem os impostos?
- Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

Perguntas:

- Qual é o valor em real do Imposto?
- Qual é o valor da base de cálculo?
- Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês?
- Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c?
- Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê?
- Qual a taxa de ICMS realmente cobrada em uma fatura de energia elétrica como esta?
- Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que você realizou.

Orientações: peça que, individualmente, os alunos leiam a atividade e busquem responder às questões junto com o professor, que será o mediador. Inicie a discussão das soluções fazendo

uso dos questionamentos da atividade acima. Primeiramente, a respeito do ICMS, pois espera-se que os alunos discutam a sua importância e finalidade. Explique que este imposto corresponde a um tributo estadual, que contribui para serviços essenciais como educação, saúde, segurança, e o custeio da máquina pública. Temos o direito de cobrar melhorias aos governantes, já que esse valor está sendo descontado do nosso consumo. Após este debate sobre os impostos, pergunte aos alunos se essa taxa está sendo cobrada corretamente e resolva o que foi proposto na atividade. Deixe que eles discutam suas respostas e o modo como pensaram. Questione-os sobre todos os passos da resolução. Discutir e analisar o erro é muito importante para a construção do conhecimento.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: seguem algumas sugestões de perguntas que podem ser feitas pelo professor para orientar a discussão:

Como estão as escolas, os hospitais públicos, as vias estaduais?

O que podemos fazer para exigir melhorias?

É necessário pagar os impostos, porém eles nem sempre são usados corretamente. O que podemos fazer como cidadãos?

Encerramento

Noção de porcentagem

Porcentagem é uma razão cujo denominador é 100. Estas razões são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou porcentagens.

As porcentagens são indicadas por um número seguido do símbolo % (lê-se: por cento).

Por exemplo, se falarmos que de um grupo de 20 pessoas, 60% são crianças, como seria feito esse cálculo?

60 % de 20 pessoas

$$20 \cdot \frac{60}{100} = \frac{1200}{100} = 12$$

São, portanto, 12 crianças, ou seja, 60% de 20 resultam em 12.

Orientações: neste momento da aula, formalizaremos, para os alunos, o conceito de porcentagem.

Meta: sistematizar as aprendizagens da aula sobre Porcentagem.

Plano de Aula 3: Conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante

Objetivos

Formalizar o conceito de capital, juros, taxas de juros, unidade de tempo, prazo e montante.
Refletir sobre as taxas de juros abusivas no comércio.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas.
Conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)
Atividade impressa
Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: introdução

Implementação Inicial: projete ou leia os objetivos para a turma, sendo eles: formalizar o conceito de capital, juros, taxas de juros, unidade de tempo, prazo e montante; e refletir sobre as taxas de juros abusivas no comércio.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será realizada a sequência didática.

2º Etapa: Charge e quadrinho

ATIVIDADE:

Observe a charge e o quadrinho e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte da figura a: <https://www.destaquenoticias.com.br/>. Acesso em 2020

Fonte da figura b: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/>. Acesso em 2020

Questões para refletir

- O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco?
- Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco?
- Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve?
- Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve?
- Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir?

Orientações: leia o questionário com os alunos e deixe que eles respondam. Você será o mediador da discussão. Explique que é possível emprestar dinheiro ao banco, por meio de dois tipos de investimentos: renda fixa ou renda variável. O primeiro investimento, a renda fixa, diz respeito a investimentos que pagam, em intervalos de tempo estabelecidos, a retribuição correspondente à determinada taxa de juros. São exemplos de renda fixa a poupança e o CDB. A renda variável, por sua vez, consiste em um investimento que envolve um risco maior, cuja remuneração não pode ser calculada no momento da aplicação, como, por exemplo as ações. Comente que há outra categoria de investimento, como investir em imóveis para receber aluguéis.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre investimentos para refletir sobre outras opções.

3º Etapa: Problema 3

Problema 3: adaptado de Hermínio (2008). João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$150,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$150,00, João se comprometeu a pagar mais 30% sobre o valor emprestado. Qual é a porcentagem de juros por mês que João estará pagando?

- a) Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria?
- b) Qual o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre?
- c) Quanto de juros ele estará pagando por mês?
- d) Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria?
- e) Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver esse problema.

Questões para refletir

- a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria?
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?
- c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou?

Orientações: a partir do roteiro, analise os dados do problema, a saber: o capital é o valor que Maria emprestou para João; os juros são o valor que João se comprometeu a pagar a mais; a taxa de juros são os 30%; a unidade de tempo que, neste exercício, foi o mês; o prazo para pagar em 3 meses; e o Montante, que é o capital mais os juros. Levante a discussão de que, na maioria das vezes, nos colocamos na posição de João, e que, se estivéssemos no lugar de Maria, seria justo recebermos a mais pelo que emprestamos.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre capital, taxa de juros, juros, unidade de tempo, prazo, montante, para tentar solucionar o problema dado. Além disto, coloca-se em destaque o ato de se colocar no lugar do outro em uma situação financeira.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas a serem feitas aos alunos para orientar a discussão:

Quais fragmentos do texto são importantes para facilitar a interpretação do problema?

O que podemos destacar grifando?

Os juros foram calculados sobre qual valor?

Qual foi o valor dos juros calculados nessa aplicação?

O que é montante?

O que diferencia o capital do montante?

Se você fosse a Maria, seria justo receber a mais pelo que emprestou?

4º Etapa: Problema 4

Problema 4 (ENEM 2011): Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$500,00. Para isto, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Segue um roteiro de perguntas, a fim de levar a resolução do problema e fazer com que o aluno saiba decidir qual a melhor situação para ele.

- Qual é o capital que o jovem irá investir?
- Qual é o rendimento mensal que ele terá na poupança?
- Qual é o valor dos juros que ele terá com a poupança?
- E o Montante que ele terá com a poupança?
- Qual é o rendimento mensal que ele terá com a CDB?
- Qual é o valor dos juros que ele terá com a CDB?
- E o Montante que ele terá com a CDB?
- Então, qual foi a aplicação mais vantajosa?
- Verifique se sua solução está correta.

Orientações: deixe que os alunos, em grupos de 4 integrantes, leiam o problema e tentem resolvê-lo. Neste momento, não faça nenhuma intervenção; ande pela sala e observe como os alunos analisam os dados do problema, interpretam e estabelecem suas estratégias. Peça para anotarem suas dúvidas na folha de atividades, para saná-las no momento da correção. Caso essas dúvidas sejam algo simples, você pode solucioná-las prontamente. Posteriormente, faça os questionamentos abaixo para toda a turma.

Meta: fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre capital, taxa de juros, juros e montante para tentar solucionar o problema dado.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para orientar a discussão com a turma:

Quais fragmentos do texto são importantes para facilitar a interpretação do problema?

O que podemos destacar grifando?

Que conta temos que fazer para encontrar o montante que a poupança terá?

Que conta temos que fazer para encontrar o montante que a CDB terá?

Mesmo tendo que pagar o Imposto de renda, o CDB foi a melhor opção, que tal antes de investir seu dinheiro, analisar as possibilidades?

Encerramento

Capital é o valor envolvido em uma transação na data focal zero, ou seja, no início da aplicação. Ele também pode ser chamado de: Principal, Valor Atual, Valor Presente e/ou Valor Aplicado. No Brasil, utiliza-se a notação “C” para representar o Capital.

Os juros podem ser definidos como a remuneração obtida pelo uso do Capital em um intervalo de tempo. Como notação, utilizamos o “J”.

Para o cálculo dos Juros, simbolicamente utilizamos:

$$J = C \cdot i \cdot n$$

O Prazo é o período pelo qual os juros serão calculados. Os prazos mais usados são: dia, mês, bimestre, trimestre, semestre e ano. A notação para prazo é “n”.

A Taxa de Juros é o coeficiente resultante da razão entre os juros e o capital. Cada taxa deve informar o período a que se refere. Assim, é importante verificar se a taxa concorda com o prazo informado. As taxas podem ser expressas na forma unitária ou na forma percentual. Por exemplo, 15% seriam a forma percentual, e 0,15 seriam a forma unitária. Para efeito de cálculo, é recomendável utilizar a forma unitária. A notação para a Taxa de Juros é o “i”.

Simbolicamente, temos que:

$$i = \frac{J}{C}$$

Por fim, o Montante é o valor recebido ao final da aplicação. De maneira prática, o Montante é o resultado da adição do capital pelo juro produzido em um determinado período. O Montante possui como notação a letra “M”.

Simbolicamente, temos que

$$M = C + J$$

Orientações: apresentar os conceitos aprendidos na aula e resumir as ideias, retornando aos problemas 3 e 4.

Meta: sistematizar as aprendizagens que aconteceram durante a aula.

Plano de Aula 4 Aprofundamento: Juros simples e compostos

Objetivos

Calcular juros compostos.

Comparar situações em que usamos juros simples e compostos.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas. Juros simples e Juros Compostos.

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Sala de vídeo

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

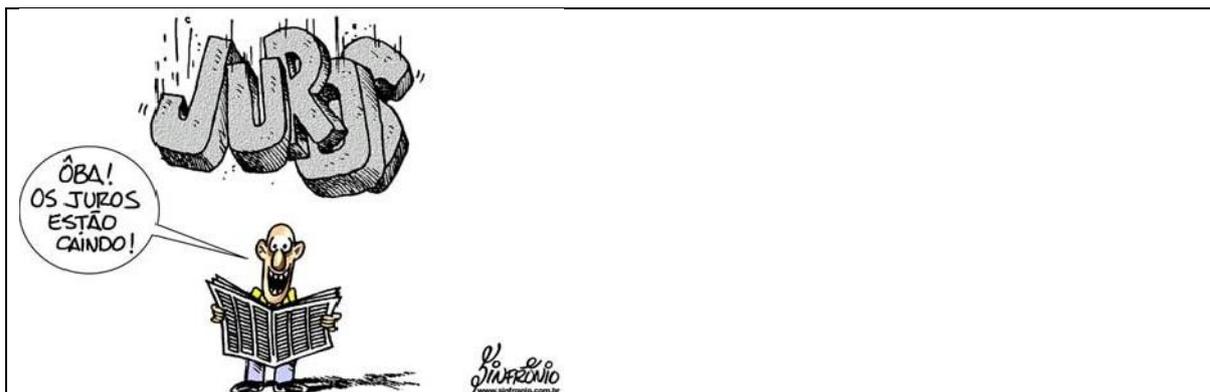
1º Etapa: introdução

Implementação Inicial: projete ou leia o objetivo para a turma, sendo eles: calcular juros compostos; comparar situações em que usamos juros simples e compostos.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresentar como será a sequência didática.

2º Etapa: Charge

Observe a charge e discuta, com seus colegas e professor, as questões propostas:
--



Fonte: <https://vermelho.org.br/2017/03/06/paulo-kliass-a-nova-questao-dos-juros/>. Acesso em 2020.

Questões para refletir

- De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem?
- Quais situações de juros abusivos você conhece?
- Converse com os seus colegas sobre o que você entende sobre juros.

Orientações: leia o questionário com os alunos e deixe que eles respondam. Você será o mediador da discussão. Converse sobre as diferentes situações de juros abusivos que vemos no cartão de crédito, financiamentos e contas atrasadas. Procure saber o que os alunos entendem sobre juros.

Meta: faça com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre juros e que reflitam sobre os juros abusivos.

3ª Etapa:

Problema 5. (adaptado de Hermínio, 2008) João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu pagar mais R\$20,00. Quanto é a taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?

Orientações: você poderá projetar o texto do problema, escrevê-lo no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Coloque os discentes em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como os alunos analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Neste momento, encoraje-os e proponha alguns questionamentos.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestão de pergunta a ser feita ao aluno: quais foram os juros aplicados nessa situação?

4º Etapa:

Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008): Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida se:

- a) João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente?
- b) João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

Questões para refletir sobre o Problema 6

- a) Os valores são diferentes? Justifique.
- b) Qual é o valor correto?
- c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê?
- d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê?
- e) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de modalidade de Juros é aplicada?

Orientações: o professor poderá escrever no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Mantenha os alunos em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como eles analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Neste momento, encoraje-os e proponha alguns questionamentos.

Meta: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema. Fazer com que os alunos mobilizem os conhecimentos que já possuem sobre juros para tentar solucionar o problema apresentado.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

Qual a diferença entre cada cálculo?

Qual a melhor opção para quem está emprestando?

E para aquele que está pegando o empréstimo?

Qual dessas modalidades é feita no dia a dia, quando temos que pagar uma dívida?

5º Etapa: Problema 7

Problema 7 (ENEM 2019): Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do

produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de
a) 398,02 b) 400,00 c) 401,94 d) 404,00 e) 406,02

Orientações: você poderá escrever no quadro ou entregar uma cópia aos alunos. Mantenha os alunos em grupo. Não faça nenhuma intervenção neste momento; circule pela sala e observe como eles analisam os dados do problema, interpretam e elaboram suas estratégias. Nesse momento da aula, faça uma plenária e deixe que os alunos apresentem a sua solução, porém não valide nada ainda. Em vez disto, chame outros alunos para resolverem o problema de outras maneiras, incentivando o confronto de diferentes pontos de vista. Deixe que alunos que resolveram errado, ou que resolveram somente uma parte do problema, comentem também. Logo em seguida, comente as soluções dos alunos.

Propósito: discutir sobre a modelagem de uma situação-problema. Explorar diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

Como podemos encontrar 1% mentalmente?

Por que é errado somar R\$202,00 e R\$204,02?

Encerramento: Curta - Huguinho e Zezinho

Orientações para o vídeo: apresentar aos alunos a sinopse do Curta, chamado Huguinho e Zezinho, que se encontra no site M3 UNICAMP¹⁶. O filme mostra a história de dois irmãos, que vão ao banco com intuítos diferentes. Enquanto Huguinho procura o gerente para investir o seu dinheiro, Zezinho o faz com o objetivo de pegar um empréstimo. Este curta terá como objetivo fixar melhor o conceito de Juros Compostos em duas situações diferentes: empréstimo e investimento. Além disso, o filme ajudará a refletir sobre a questão de aprender a economizar para comprar algo posteriormente.

Meta: retomar a discussão sobre o comportamento financeiro do aluno.

Discuta com a turma: sugestões de perguntas que podem ser feitas para os alunos com o propósito de orientar a discussão:

O que é melhor: pedir dinheiro emprestado ou investir?

Você seria como o Huguinho ou ousaria para investir o seu dinheiro?

¹⁶ Disponível em <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>

Já estudamos que temos outros investimentos mais rentáveis. Qual você indicaria para o Huguinho?

Plano de Aula 5: Avaliação

Objetivos

Avaliar a compreensão do aluno sobre Matemática Financeira.

Avaliar se o aluno saberá tomar decisões corretas diante das situações financeiras que os problemas propõem.

Avaliar a compreensão do aluno acerca do seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Educação Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

Conteúdo

Resolução de situações-problemas. Conceitos de capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante.

Série

Ensino Médio

Recursos necessários

Multimídia (podem ser substituídos por quadro)

Atividade impressa

Caderno e lápis

Desenvolvimento

1º Etapa: Introdução

Implementação Inicial: projete ou leia os objetivos da aula para a turma.

Meta: compartilhar o objetivo da aula e apresente como será a sequência didática.

2º Etapa: Avaliação

<p>Problema 1 (ENEM 2011): Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:</p>

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

(A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

(B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

(C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

(D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

(E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Problema 2 (ENEM 2013): Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Problema 3 (ENEM 2000): João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
 b) três meses, e terá a quantia exata.
 c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
 d) quatro meses, e terá a quantia exata.
 e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

Problema 4 (UERJ 2016): Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00;

- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- a) 10% b) 12% c) 15% d) 18%

Problema 5 (ENEM 2015): Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00. b) 2.093,00. c) 2.138,00. d) 2.255,00. e) 2.300,00.

Problema 6 (ENEM PPL 2018) Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro resume o resultado da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13.500,00	28.500,00	18 ao ano
B	13.000,00	27.000,00	20 ao ano
C	12.000,00	26.500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será

- a) 14.000. b) 15.000. c) 16.800. d) 17.255. e) 17.700.

Orientações: deixe que os alunos respondam à avaliação sem a intervenção do professor.

Meta: avaliar a compreensão do aluno acerca de seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Matemática Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

Encerramento: Questionário Avaliativo da Atividade

- Questionário avaliativo

- 7) Você participou de toda a atividade proposta?
 Sim. Não.
- 8) Antes da atividade, você compreendia o que se tratava de Educação Financeira?
 Sim, muito bem.
 Sim, bem.
 Sim, um pouco.
 Não.

- () Não sei responder.
- 9) Ao saber da proposta da atividade, você acreditou que ela te ajudaria a ser educado financeiramente?
- () Sim, muito.
 () Sim, um pouco.
 () Não.
 () Não sei responder.
- 10) Ao final da atividade, sua expectativa:
- () foi superada. () foi atingida. () não foi atingida. () Não sei responder. Por quê?
-
- 11) Ao final da atividade, você compreende a relação entre os conceitos de Matemática Financeira com a Educação Financeira?
- () Sim, muito bem.
 () Sim, bem.
 () Sim, um pouco.
 () Não.
 () Não sei responder.
- 12) De que forma as aulas de Matemática poderiam facilitar a sua compreensão dos conteúdos?
-

Muito obrigada pela sua participação!

Orientações: deixe que os alunos respondam à avaliação sem intervenção do professor.

Meta: Avaliar a compreensão do aluno acerca do seu ganho de aprendizagem após a realização das atividades propostas, percebendo o quanto ele considerava compreender sobre Educação Financeira antes e o quanto ele considera compreender depois da nossa proposta de atividade.

6. SOLUÇÕES DAS ATIVIDADES

Uma sugestão de Resolução dos problemas da Aula 2



Fonte: <https://www.chargeonline.com.br/>

Questões para refletir

- a) Já ouviu falar sobre o Imposto de Renda? Para que serve? **É um tributo federal calculado sobre os ganhos anuais de uma pessoa ou empresa. A intenção de recolher esse imposto é ajudar na melhoria dos serviços públicos do país.**
- b) Faça uma pesquisa da tabela do Imposto de Renda, no seu celular, e discuta com o seu professor a respeito.

Problema 1

- a) De acordo com esta fonte, o contribuinte terá que pagar para a Receita Federal sobre o valor que ele vendeu ou pelo lucro? **Lucro**
- b) Por quanto o contribuinte vendeu as ações? **R\$ 26 mil**
- c) Qual foi o lucro do contribuinte? **$34000 - 26000 = 8000$**
- d) Quanto ele terá que pagar para a Receita Federal? **R\$1200,00, pois $\frac{15}{100} \cdot 8000 = 1200$**
- e) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Problema 2**Questões para refletir**

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto? **ICMS significa Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços. Esse imposto é encaminhado para os Estados e usados por eles para as diversas funções.**
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada? **Sim.**
- c) Para que servem os impostos? **Para serem usados para a melhoria de uma estrutura básica para a população, saúde e educação de qualidade, segurança pública, lazer, cultura, entre outros.**
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país? **Deveriam ser mais bem distribuídos, para que a população tenha acesso digno à saúde, educação, segurança, transporte, lazer, cultura.**

Perguntas:

- a) Qual é o valor em real do Imposto? **R\$13,51**
- b) Qual é o valor da base de cálculo? **R\$75,11**
- c) Se não houvesse o imposto, qual seria o valor do consumo do mês? **R\$61,60 pois $75,11 - 13,51 = 61,60$**

- d) Agora calcule qual seria o valor do imposto, em cima desse novo valor do consumo encontrado na letra c. **R\$11,09, aproximadamente, pois $\frac{18}{100} \cdot 61,60 = 11,088$**
- e) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 75,11? Por quê?
- f) Qual a taxa de ICMS realmente cobrada em uma fatura de energia elétrica como esta? **21,93%**
pois $\frac{13,51}{61,60} \cong 21,93$.
- g) Verifique se sua solução está correta, revendo todas as etapas que realizou.

Uma sugestão de Resolução da Aula 3

ATIVIDADE:

Observe a charge e discuta com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte da figura a: <https://www.destaquenoticias.com.br/>

Fonte da figura b: <https://www.ufpb.br/educacaofinanceira/>

Questões para refletir

- a) O que acha de pedir dinheiro emprestado ao banco? **Os juros são abusivos, deveríamos evitar ao máximo pedir dinheiro emprestado ao banco.**
- b) Já pensou que, ao invés de sua família pedir empréstimo ao banco, ela pode emprestar dinheiro para o banco? **Pessoal**
- c) Já ouviu falar sobre poupança? Para que serve? **É uma conta bancária em que é possível reservar um dinheiro e receber uma rentabilidade.**
- d) Já ouviu falar sobre CDB? Para que serve? **É um investimento de renda fixa.**
- e) Você costuma guardar o dinheiro da sua mesada? Se sim, que tal investir? **Pessoal**

Problema 3 (adaptado de Hermínio, 2008):

- a) Qual foi o valor que João pediu emprestado à Maria? **R\$150,00**

- b) Qual o valor dos juros que João estará pagando nesse trimestre? **R\$45,00** pois $\frac{30}{100} \cdot 150 = 45$.
- c) Quanto de juros ele estará pagando por mês? **15**, pois $\frac{45}{3} = 15$.
- d) Qual foi o valor que João teve que pagar à Maria? **R\$195,00**, pois $M=C+J=150+45=195$
- e) Verifique se sua solução está correta, refazendo todos os passos que realizou para resolver este problema.

Questões para refletir

- a) Por que será que João se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Maria? **Se esse dinheiro que ele pegou emprestado estivesse em alguma modalidade de investimento, estaria rendendo juros. Para que Maria não fique no prejuízo, é justo que ele pague um valor maior do que pegou emprestado.**
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado? **Sim.**
- c) É justo que Maria receba a mais pelo que ela emprestou? **Sim.**

Problema 4

- a) Qual é o capital que o jovem irá investir? **R\$500,00.**
- b) Qual é o rendimento mensal que ele terá na poupança? **0,560%.**
- c) Qual o valor dos juros que ele terá com a poupança? **R\$2,80** pois $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$.
- d) E o Montante que ele terá com a poupança? **R\$502,80**, pois $M=C+J=500+2,80=502,80$.
- e) Qual é o rendimento mensal que ele terá com o CDB? **0,876% e 4% de IR sobre o ganho.**
- f) Qual o valor dos juros que ele terá com o CDB? **R\$4,21**, pois $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \cong 4,21$.
- g) E o Montante que ele terá com o CDB? **R\$504,21**, pois $M=C+J=500+4,21=504,21$.
- h) Então, qual foi a aplicação mais vantajosa? **Alternativa d: o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.**

Uma sugestão de Resolução das Atividades da Aula 4

Observe a charge e discuta com seus colegas e professor, as questões propostas:



Fonte: <https://vermelho.org.br/2017/03/06/paulo-kliass-a-nova-questao-dos-juros/>

Questões para refletir

- De acordo com essa charge, os juros estão realmente caindo, mas sobre quem? **Sobre nós, pois continuam altos.**
- Que situações de juros abusivos você conhece? **Cartão de crédito, financiamento de casa, carro.**
- Converse com os seus colegas sobre o que você entende sobre juros. **Pessoal**

Problema 5 (adaptado de Hermínio, 2008): João pediu emprestado à Maria a quantia de R\$100,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$100,00, João se comprometeu pagar mais R\$20,00. Qual o valor da taxa de juros que João estará pagando nesse trimestre?

20%, pois $i = \frac{J}{C} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\%$.

Problema 6 (adaptado de Hermínio, 2008): Se, passados esses 3 meses, João pedir à Maria mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida se:

- João calcular os juros somente sobre o capital emprestado inicialmente? **R\$140,00, pois $M = C + J = 100 + 40 = 140$.**
- João calcular os juros sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses? **R\$144,00, pois $M = C \cdot (1 + i)^t = 100 \cdot (1,2)^2 = 144$.**

Questões para refletir sobre o Problema 6

- Os valores são diferentes? Justifique. **Sim, pois um está na modalidade de juros simples e o outro está com juros compostos.**
- Qual é o valor correto? **Depende do que foi combinado entre eles.**

- c) Qual seria a melhor opção para João? Por quê? **A melhor opção seria a alternativa a, pois seria menor os juros.**
- d) Qual seria a melhor opção para Maria? Por quê? **A alternativa b, pois os juros seriam maiores e ela ganharia mais.**
- e) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de modalidade de Juros é aplicado? **Juros compostos.**

Problema 7 (ENEM 2019): Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- a) 398,02. b) 400,00. c) 401,94. d) 404,00. e) 406,02.

Uma sugestão de Resolução:

Resposta: [B]

Seja x o valor presente do 1º pagamento, temos: $x \cdot 1,01 = 202 \leftrightarrow x = 200$

E y o valor presente do 2º pagamento, temos:

$$y \cdot 1,01^2 = 204,02 \leftrightarrow y = \frac{204,02}{1,01^2} \leftrightarrow y = 200$$

Logo, o valor à vista é $200+200=400$.

Uma sugestão de Resolução das Atividades da aula 5

Problema 1 (ENEM 2011): Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- (A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- (B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
- (C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- (D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- (E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Resposta: [A]

Uma sugestão de Resolução:

A rentabilidade do investimento A: 42,6%, pois $C \cdot (1,03)^{12} = 1,426C$.

A rentabilidade do investimento B: 36%, pois $C \cdot (1,36) = 1,36C$.

A rentabilidade do investimento C: 39,2%, pois $C \cdot (1,18)^2 = 1,392C$

Assim, a resposta correta é escolher o investimento A.

Problema 2 (ENEM 2013): Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos em 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Resposta: [E]

Uma sugestão de Resolução:

Com o desconto de 20% o produto irá custar: $0,80 \cdot 50 = 40,00$.

Se tivesse o cartão fidelidade o produto iria custar: $0,90 \cdot 40 = 36,00$. Assim, o cliente deixou de ganhar um desconto de $40,00 - 36,00 = 4,00$

Problema 3 (ENEM 2000): João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro. Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
- b) três meses, e terá a quantia exata.
- c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
- d) quatro meses, e terá a quantia exata.
- e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

Resposta: [C]

Uma sugestão de Resolução

$20.000 \cdot 1,02 \approx 20.400$ (primeiro mês)

$20.400 \cdot 1,02 \approx 20.808$ (segundo mês)

$20.808 \cdot 1,02 \approx 21.224$ (terceiro mês)

Portanto, no terceiro mês, ele comprará o carro e ainda lhe sobrarão aproximadamente 225 reais.

Problema 4 (UERJ 2016): Na compra de um fogão, os clientes podem optar por uma das seguintes formas de pagamento:

- à vista, no valor de R\$ 860,00;
- em duas parcelas fixas de R\$ 460,00, sendo a primeira paga no ato da compra e a segunda 30 dias depois.

A taxa de juros mensal para pagamentos não efetuados no ato da compra é de:

- a) 10% b) 12% c) 15% d) 18%

Resposta: [C]

Uma sugestão de Resolução:

$860 - 460 = 400$, os juros são de R\$60,00, a taxa é: $i = \frac{j}{C} = \frac{60}{400} = 0,15 = 15\%$.

Problema 5 (ENEM 2015): Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00. b) 2.093,00. c) 2.138,00. d) 2.255,00. e) 2.300,00.

Resposta: [D]

Uma sugestão de Resolução

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a:

$$180000 - 9 \cdot 500 = \text{R\$ } 175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a $500 + 0,01 \cdot 175500 = \text{R\$ } 2.255,00$.

Problema 6 (ENEM PPL 2018): Um rapaz possui um carro usado e deseja utilizá-lo como parte do pagamento na compra de um carro novo. Ele sabe que, mesmo assim, terá que financiar parte do valor da compra.

Depois de escolher o modelo desejado, o rapaz faz uma pesquisa sobre as condições de compra em três lojas diferentes. Em cada uma, é informado sobre o valor que a loja pagaria por seu carro usado, no caso de a compra ser feita na própria loja. Nas três lojas são cobrados juros simples sobre o valor a ser financiado, e a duração do financiamento é de um ano. O rapaz escolherá a loja em que o total, em real, a ser desembolsado será menor. O quadro abaixo resume o resultado da pesquisa.

Loja	Valor oferecido pelo carro usado (R\$)	Valor do carro novo (R\$)	Percentual de juros (%)
A	13.500,00	28.500,00	18 ao ano
B	13.000,00	27.000,00	20 ao ano
C	12.000,00	26.500,00	19 ao ano

A quantia a ser desembolsada pelo rapaz, em real, será

- a) 14.000. b) 15.000. c) 16.800. d) 17.255. e) 17.700.

Uma sugestão de Resolução

Resposta: [C]

Na loja A, o total a ser desembolsado é: $(28500 - 13500) \cdot 1,18 = \text{R\$ } 17.700,00$.

Na loja B, ele desembolsará: $(27000 - 13000) \cdot 1,2 = \text{R\$ } 16.800,00$.

Já na loja C, a despesa ficará em: $(26500 - 12000) \cdot 1,19 = \text{R\$ } 17.255,00$.

Portanto, a resposta é R\$ 16.800,00.

7. QUESTÕES DO ENEM E UMA SUGESTÃO DE SOLUÇÃO

Deixamos, como sugestão, um conjunto de questões do Enem de 2011 à 2020, que tratam da Educação Financeira. Propomos que o professor tenha autonomia para retirar ou acrescentar à sequência didática que propomos neste Manual.

De 2011 à 2020 encontramos 32 questões que tratam da Educação Financeira. No entanto, não necessariamente essas questões utilizarão a Matemática Financeira, visto que há várias situações em que o aluno deve tomar decisões; por exemplo, o melhor investimento, a viagem mais barata, em qual loja o cimento é mais barato levando em consideração o frete. Outro contexto relevante é pertinente aos procedimentos que podemos realizar para economizar em serviços domésticos, como água, telefone e energia. Além desses exemplos, assuntos como ações, investimentos e financiamentos também comparecem na prova.

1) (ENEM 2011) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa			
Residencial			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R\$ 71,04	R\$ 64,75	R\$ 6,29
185	R\$ 93,87	R\$ 85,56	R\$ 8,32
350	R\$ 177,60	R\$ 161,86	R\$ 15,74
500	R\$ 253,72	R\$ 231,24	R\$ 22,48
Baixa renda			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R\$ 3,80	R\$ 3,35	R\$ 0,45
65	R\$ 11,53	R\$ 10,04	R\$ 1,49
80	R\$ 14,84	R\$ 12,90	R\$ 1,94
100	R\$ 19,31	R\$ 16,73	R\$ 2,59
140	R\$ 32,72	R\$ 28,20	R\$ 4,53

Fonte: Celpe

Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010 (adaptado).

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 kWh, e outro, do tipo residencial, que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

- a) R\$ 0,27. b) R\$ 0,29. c) R\$ 0,32. d) R\$ 0,34. e) R\$ 0,61.

Uma sugestão de Resolução:

De acordo com a tabela, observando os gastos, em KWh, tanto do consumidor residencial quanto daquele de baixa renda, basta dividir o valor gasto depois da redução da tarifa pelo consumo mensal em KWh de cada um; assim, temos:

$$\text{Residencial: } \frac{85,56}{185} = 0,4624 \text{ (reais)}$$

$$\text{Baixa renda: } \frac{16,73}{100} = 0,1673 \text{ (reais)}$$

Logo, a diferença é de: $0,4624 - 0,1673 = 0,2951$ (reais).

Aproximadamente R\$ 0,29.

Alternativa: B

2) (ENEM 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$500,00. Para isto, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
 b) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
 c) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
 d) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
 e) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Uma sugestão de Resolução:

Os juros que o investidor terá com a poupança são de R\$2,80, pois $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$.

E o montante será de R\$502,80 pois $M=C+J=500+2,80=502,80$.

Já com o CDB, ele terá 4,21, pois $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \cong 4,21$.

E o Montante que ele terá com o CDB é de R\$504,21, pois $M=C+J=500+4,21=504,21$.

Sendo assim, a aplicação mais vantajosa é o CDB, pois ele totalizará um montante de R\$ 504,21.

Alternativa: D

3) (ENEM 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$ 3 800,00 gerado pela aplicação. A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

- a) R\$4.222,22
- b) R\$4.523,80.
- c) R\$5.000,00.
- d) R\$13.300,00.
- e) R\$17.100,00.

Uma sugestão de Resolução:

Chamaremos de C a quantidade inicial aplicada nas ações.

Após o 1º mês perdeu $0,3C$, ficando com $0,7C$.

Após o 2º mês recuperou $0,2 \cdot 0,3C = 0,06C$, ficando com $0,7C + 0,06C = 0,76C$.

Logo,

$$0,76C = 3800 \leftrightarrow C = \frac{3800}{0,76} = 5000.$$

Alternativa: C

4) (ENEM 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4 800 W consome 4,8 kW por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- d) 11,2
- e) 33,6

Uma sugestão de Resolução:

20 minutos equivalem a $\frac{1}{3}$ de hora. Assim, em 20 minutos de banhos diários temos: $\frac{4,8}{3} = 1,6 \text{ kW}$.

Em 7 dias, a pessoa gasta $1,6 \cdot 7 = 11,2 \text{ kW}$.

Alternativa: D

5) (ENEM 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior.

O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

(A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

(B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

(C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

(D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

(E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Uma sugestão de Resolução:

A rentabilidade do investimento A é mensal, logo $n=12$: 42,6%, pois $C \cdot (1,03)^{12} = 1,426C$.

A rentabilidade do investimento B é anual, assim $n=1$: 36%, pois $C \cdot (1,36) = 1,36C$.

A rentabilidade do investimento C é semestral, logo $n=2$: 39,2%, pois $C \cdot (1,18)^2 = 1,392C$

Assim, o melhor investimento é o A.

Alternativa: A

6) (ENEM 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55 000,00;
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30 000,00, mais uma prestação de R\$ 26 000,00 para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20 000,00, mais uma prestação de R\$ 20 000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18 000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15 000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39 000,00.
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60 000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

Uma sugestão de Resolução:

Opção 1: Nada a ser aplicado.

Opção 2: $55000 - 30000 = 25000$. Este valor será aplicado com rentabilidade de 10% ao semestre, então: $25000 \cdot 1,1 = 27500$. Retirando o valor da parcela que é 26000, restando 1500 reais que serão aplicados por mais 6 meses, ao final do ano terá $1500 \cdot 1,1 = 1650$ reais.

Opção 3: $55000 - 20000 = 35000$ a serem aplicados, $35000 \cdot 1,1 = 38500$.

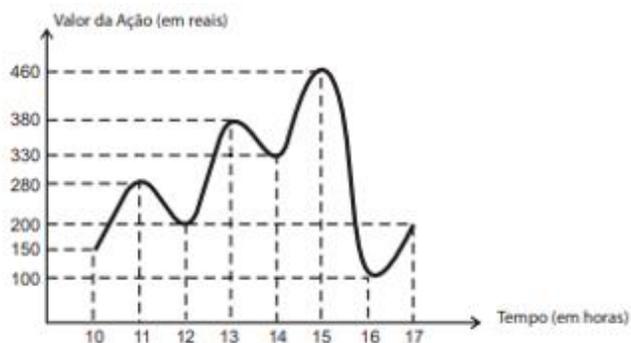
Retirando o valor da parcela: $38500 - 20000 = 18500$ a serem aplicados, $18500 \cdot 1,1 = 20350 - 18000 = 2350$ reais.

Opção 4: $55000 - 15000 = 40000$ a serem aplicados durante 1 ano (2 semestres), $40000 \cdot 1,1^2 = 48400 - 39000 = 9400$ reais ao final do ano

Opção 5: 55000 será aplicada durante 1 ano, $55000 \cdot 1,1^2 = 66550 - 60000 = 6650$ ao final do ano. Logo o maior rendimento é a opção 4.

Alternativa: D

7) (ENEM 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da compra	Hora da venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Uma sugestão de Resolução:

Observando o gráfico de acordo com os dados tabelas, temos:

Investidor 1: $460 - 150 = 310$ (lucrou)

Investidor 2: $200 - 150 = 50$ (lucrou)

Investidor 3: $460 - 380 = 80$ (lucrou)

Investidor 4: $100 - 460 = -360$ (prejuízo)

Investidor 5: $200 - 100 = 100$ (lucrou)

Logo, o investidor 1 fez o melhor negócio.

Alternativa: A

8) (ENEM 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por

descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- a) 24 litros b) 36 litros c) 40 litros d) 42 litros e) 50 litros

Uma sugestão de Resolução:

A bacia sanitária não ecológica realiza 4 descargas, pois $60 \div 15 = 4$.

Já a bacia sanitária ecológica, realizando as mesmas quantidades de descargas, consome, por dia, 24 litros, pois $4 \cdot 6 = 24$.

Isto gera uma economia de: $60 - 24 = 36$ litros.

Alternativa: B

9) (ENEM 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Bolas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- a) Balas W e Pizzaria Y.
 b) Chocolates X e Tecelagem Z.
 c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
 d) Pizzaria Y e Chocolates X.
 e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

Uma sugestão de Resolução:

Vamos calcular a média anual de cada uma das cinco microempresas; para isto, basta somar a receita bruta dos três anos e dividir por três.

$$\text{Alfinetes V: } \frac{200+220+240}{3} = 220$$

$$\text{Balas W: } \frac{200+230+200}{3} = 210$$

$$\text{Chocolates X: } \frac{250+210+215}{3} = 225$$

$$\text{Pizzaria Y: } \frac{230 \cdot 3}{3} = 230$$

$$\text{Tecelagem Z: } \frac{160+210+245}{3} = 205$$

As duas empresas de maior média anual são: Pizzaria Y e Chocolates X

Alternativa: D

10) (ENEM 2013) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www.folha.uol.com.br Acesso em. 26 de abril de 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

- a) R\$ 900,00.
- b) R\$ 1 200,00.
- c) R\$ 2 100,00.
- d) R\$ 3 900,00.
- e) R\$ 5 100,00.

Uma sugestão de Resolução:

Primeiramente, temos que calcular o lucro que o contribuinte teve, ou seja, calcular a diferença entre o valor pelo qual ele vendeu e o valor pelo qual ele comprou.

$$\text{Lucro: } 34000 - 26000 = 8000$$

$$\text{Calculando 15\% do lucro, temos: } \frac{15}{100} \cdot 8000 = 1200$$

Alternativa: B

11) (ENEM 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas,

em função de seu tempo (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- a) F. b) G. c) H. d) M. e) P.

Uma sugestão de Resolução:

Para saber o maior lucro médio anual de cada empresa, basta dividir o lucro que ela obteve pelo tempo que ela alcançou esse valor, assim:

$$F: \frac{24}{3} = 8$$

$$G: \frac{24}{2} = 12$$

$$H: \frac{25}{2,5} = 10$$

$$M: \frac{15}{1,5} = 10$$

$$P: \frac{9}{1,5} = 6$$

Logo, a empresa que apresenta o maior lucro médio anual é a G.

Alternativa: B

12) (ENEM 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos em 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Uma sugestão de Resolução:

Com o desconto de 20% o produto irá custar: $0,80 \cdot 50 = 40,00$.

Se o cliente tivesse o cartão fidelidade, o produto iria custar: $0,90 \cdot 40 = 36,00$. Assim, o cliente deixou de ganhar um desconto de $40,00 - 36,00 = 4,00$

Alternativa: E

13 (ENEM 2014) Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (Contribuição para Custeio da Iluminação Pública), conforme a expressão valor do kWh (com tributos) x consumo (em kWh) + Cosip

O valor da Cosip é fixo em cada figura de consumo.

O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (KWh)	Valor da Cosip (R\$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R\$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%. Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

- a) 134,1 b) 135,0 c) 137,1 d) 138,6 e) 143,1

Uma sugestão de Resolução:

Todo mês o consumo é de 150KWh, o valor da Cosip de acordo com a tabela é de 4,50, temos:

Valor da conta: $150 \cdot 0,50 + 4,50 = 79,50$.

Valor da conta reduzida com os 10% de desconto: $79,50 \cdot 0,90 = 71,55$.

Para 150kWh o valor é conhecido R\$79,50.

Vamos analisar para o consumo de 140kWh: $140 \cdot 0,50 + 3,00 = 73,00$.

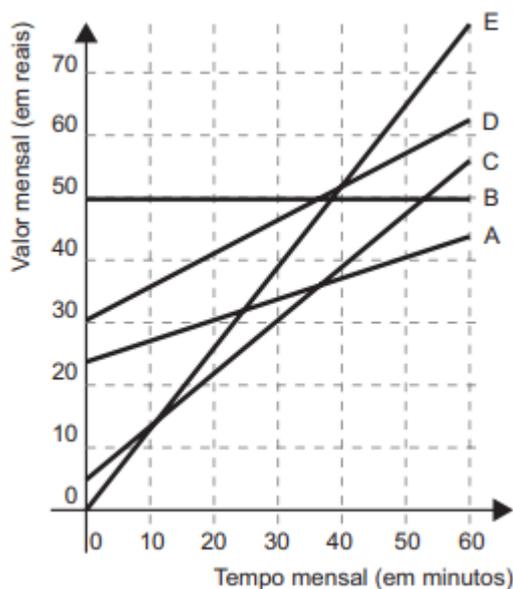
Temos que $71,55 < 73,00$, o valor da Cosip será de R\$3,00.

Assim,

$$x \cdot 0,50 + 3,00 = 71,55 \leftrightarrow x = \frac{71,55 - 3,00}{0,50} = 137,1$$

Alternativa: C

14) (ENEM 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês no telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A b) B c) C d) D e) E

Uma sugestão de Resolução:

Observar o gráfico e verificar que o mais vantajoso é aquele que tiver mais tempo em minutos para o valor estipulado de R\$30,00, nesse caso é o plano C.

Alternativa: C

15) (ENEM 2014) De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente,

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes.
- 33% são utilizados em descarga de banheiro.
- 27% são para cozinhar e beber.
- 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia. O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0

Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

a) 30,0. b) 69,6. c) 100,4. d) 130,4. e) 170,0.

Uma sugestão de Resolução:

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes: $0,25 \cdot 200 = 50 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: $24 + 3,2 + 2,4 = 29,6 \text{ l}$

Uma economia de $50 - 29,6 = 20,4 \text{ l}$.

- 33% são utilizados em descarga de banheiro: $0,33 \cdot 200 = 66 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: 18 l .

Uma economia de $66 - 18 = 48 \text{ l}$.

- 27% são para cozinhar e beber: $0,27 \cdot 200 = 54 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: 22 l .

Uma economia de $54 - 22 = 32 \text{ l}$.

- 15% são para demais atividades: $0,15 \cdot 200 = 30 \text{ l}$.

O problema diz que aqui deve ser mantido o mesmo consumo. Sendo assim, não há economia.

Somando as 4 economias, temos: $20,4 + 48 + 32 = 100,4 \text{ l}$.

Alternativa: C

16) (ENEM 2014) Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R\$ 10,00 a unidade. Como já sabe quanto deve gastar, leva sempre R\$ 6,00 a mais do que a quantia necessária para comprar tal quantidade, para o caso de eventuais despesas extras. Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.

A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer compra era

a) R\$ 166,00 b) R\$ 156,00. c) R\$ 84,00. d) R\$ 46,00. e) R\$ 24,00.

Uma sugestão de Resolução:

Considerando que x é a quantidade do produto comprado temos:

Essa pessoa gasta, por semana: $10x + 6$.

Após o aumento de 20%, o produto passou a custar: $10 \cdot 1,2 = 12$ (*reais*).

Devido ao reajuste, a pessoa só consegue levar $x - 2$ produtos, logo a expressão é: $12(x - 2)$.

Igualando as duas expressões, temos:

$$12(x - 2) = 10x + 6 \leftrightarrow x = 15.$$

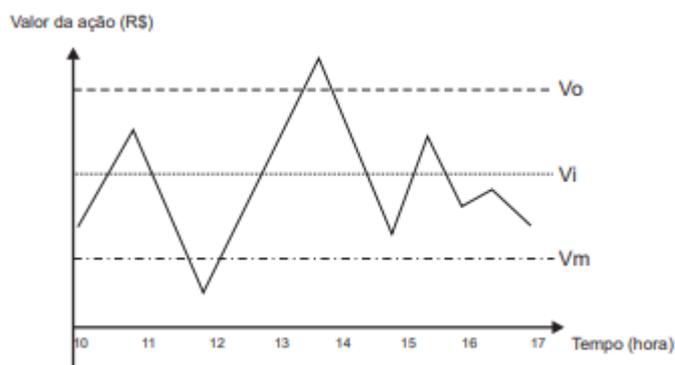
Logo, a quantia que essa pessoa levava era de $10 \cdot 15 + 6 = 156$ (*reais*).

Alternativa: B

17) (ENEM 2015) Um investidor inicia um dia com x ações de uma empresa. No decorrer desse dia, ele efetua apenas dois tipos de operações, comprar ou vender ações. Para realizar essas operações, ele segue estes critérios:

- I. vende metade das ações que possui, assim que seu valor fica acima do valor ideal (V_i);
- II. compra a mesma quantidade de ações que possui, assim que seu valor fica abaixo do valor mínimo (V_m);
- III. vende todas as ações que possui, quando seu valor fica acima do valor ótimo (V_o).

O gráfico apresenta o período de operações e a variação do valor de cada ação, em reais, no decorrer daquele dia e a indicação dos valores ideal, mínimo e ótimo.



Quantas operações o investidor fez naquele dia?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Uma sugestão de Resolução:

A 1ª operação é quando o gráfico passa pelo V_i (vende metade das ações);

A 2ª operação ele passa por V_m (compra a mesma quantidade de ações que possui);

A 3ª operação passa por V_i (vende metade das ações);

E a 4ª operação passa por V_o (vende todas as ações que possui).

Após isso, ele não compra mais, pois já vendeu tudo.

Alternativa: B

18) (ENEM 2015) Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer a família por 20 dias. Cada pessoa da família consome, diariamente, $0,08 m^3$ de água. Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser

- a) 16. b) 800. c) 1 600. d) 8 000. e) 16 000

Uma sugestão de Resolução:

Cada membro da família consome $0,08 m^3$.

Como são 10 pessoas, diariamente eles consomem: $0,08 \cdot 10 = 0,8m^3$.

Em 20 dias, eles consumirão: $0,8 \cdot 20 = 16 m^3$.

$1m^3$ equivale 1000 litros, temos: $16 \cdot 1000 = 16 000$ litros.

Alternativa: E

19) (ENEM 2015) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00.
b) 2.093,00.
c) 2.138,00.
d) 2.255,00.
e) 2.300,00.

Uma sugestão de Resolução

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a:

$$180000 - 9 \cdot 500 = \text{R\$ } 175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a $500 + 0,01 \cdot 175500 = \text{R\$ } 2.255,00$.

Alternativa: D

20) (ENEM 2015) Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R\$1202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

- a) 240,40
- b) 548,11
- c) 1 723,67
- d) 4 026,70
- e) 5 216,68

Uma sugestão de Resolução:

Renda dos mais pobres:

Segundo o enunciado, a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos da população considerada; portanto temos:

$$1,1\% \cdot \frac{1202,00}{10\%} = R\$132,22$$

Renda dos mais ricos:

Segundo o enunciado, a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% do total de rendimentos da população considerada, temos:

$$44,5\% \cdot \frac{1202,00}{10\%} = R\$5348,90$$

Logo, a diferença é $R\$5348,90 - R\$132,22 = R\$5216,68$.

Alternativa: E

21) (ENEM 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$; 2,602 como aproximação para $\log 400$; 2,525 como aproximação para $\log 335$. De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- a) 12. b) 14. c) 15. d) 16. e) 17.

Uma sugestão de Resolução:

Substituindo $P = 400$ na fórmula que o problema deu, temos:

$$400 = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot (1,013^n - 1) = 5000 \times 1,013^n \times 0,013 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot 1,013^n - 400 = 65 \cdot 1,013^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot 1,013^n - 65 \cdot 1,013^n = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,013^n \cdot (400 - 65) = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,013^n \cdot 335 = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log (1,013^n \cdot 335) = \log 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log 1,013^n + \log 335 = \log 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log 1,013 + 2,525 = 2,602 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \cdot 0,005 = 2,602 - 2,525 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0,077}{0,005} = 15,4.$$

Para atender a necessidade da pessoa que dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais, o menor número de parcelas é 16.

Alternativa: D

22) (ENEM 2017) Um empréstimo foi feito à taxa mensal de $i\%$, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P .

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

$$\text{a) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

$$\text{b) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} \right]$$

$$\text{c) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

$$\text{d) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{3i}{100}\right)} \right]$$

$$\text{e) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^3} \right]$$

Uma sugestão de Resolução:

Para quitar a dívida na 6ª parcela, o valor a ser pago deve ser igual a:

$$P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{P}{1 + \left(\frac{i}{100}\right)^2} = P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{1 + \left(\frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

Alternativa: A

23) (ENEM 2018) Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$ 200,00, ou se ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

- a) 20 b) 24 c) 29 d) 40 e) 58

Uma sugestão de Resolução:

São n parcelas cada uma no valor de x reais, totalizando n · x reais. Pelo enunciado temos:

$$\begin{cases} (n + 5) \cdot (x - 200) = n \cdot x \\ (n - 4) \cdot (x + 232) = n \cdot x \end{cases}$$

Da 1ª equação temos:

$$nx - 200n + 5x - 1000 = nx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x - 200n = 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x = 200n + 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 40n + 200 (*)$$

Da 2ª equação temos:

$$nx + 232n - 4x - 928 = nx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4x + 232n = 928 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 232n - 928 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 58n - 232 (**)$$

Igualando (*) e (**), temos:

$$58n - 232 = 40n + 200 \Leftrightarrow 18n = 432 \Leftrightarrow n = 24.$$

Alternativa: B

24) (ENEM 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i , por um período de tempo n , produz um valor futuro V determinado pela fórmula

$$V = P \cdot (1+i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para $\ln(1,0132)$.

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

- a) 56ª b) 55ª c) 52ª d) 51ª e) 45ª

Uma sugestão de Resolução:

Queremos descobrir qual a parcela em que, aplicando-se a redução de juros ao pagar antecipadamente, o valor pago tenha um desconto superior a 25%; logo,

$$820 - \frac{820}{(1 + 0,0132)^n} > \frac{25}{100} \cdot 820 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} > \frac{25}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{25}{100} < \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} < \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < \ln(1 + 0,0132)^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < n \cdot \ln(1 + 0,0132) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < n \cdot (\ln 1 + \ln 0,0132) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,287 < n \cdot 0,0131 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n > 21,96.$$

Logo, a primeira parcela que pode ser antecipada é a $30^\circ + 22^\circ = 52^\circ$.

Alternativa: C

25) (ENEM 2019) Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R\$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar, e também sobre as estimativas de gasto diário em cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real.

O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

País de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R\$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US\$)	R\$ 2,78	US\$ 390,00
Austrália	Dólar Australiano (A\$)	R\$ 2,14	A\$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C\$)	R\$ 2,10	C\$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R\$ 4,24	£ 290,00

Nestas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

- Austrália.
- Canadá.
- EUA.
- França.
- Reino Unido

Uma sugestão de Resolução:

Para escolher a opção mais econômica, basta multiplicar o gasto diário pela taxa de câmbio, sendo assim:

$$\text{França: } 315 \cdot 3,14 = R\$ 989,10 .$$

EUA: $390 \cdot 2,78 = R\$ 1084,20$.

Austrália: $400 \cdot 2,14 = R\$ 856,00$.

Canadá: $410 \cdot 2,10 = R\$ 861,00$.

Reino Unido: $290 \cdot 4,24 = R\$ 1296,60$.

Logo, o destino escolhido será a Austrália.

Alternativa: A

26) (ENEM 2019) Para construir uma piscina, cuja área total de superfície interna é igual a 40 m^2 , uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

- a) 23,3% b) 25,0% c) 50,0% d) 87,5% e) 100,0%

Uma sugestão de Resolução:

$$\text{Valor}_{total} = \text{Valor}_{elaboração} + \text{Valor}_{custo\ fixo} + \text{Valor}_{m^2}$$

$$\text{Valor}_{total} = 10000 + 40000 + 2500 \cdot 40 = 150000$$

Após os reajustes (descontos e acréscimos)

$$\text{Valor}_{total} = \text{Valor}_{elaboração} + \text{Valor}_{custo\ fixo} + \text{Valor}_{m^2}$$

$$150000 \cdot 0,90 = 10000 \cdot 0,50 + 40000 \cdot x + 25000 \cdot 1,25 \cdot 40$$

$$135000 = 5000 + 40000 \cdot x + 125000$$

$$5000 = 40000 \cdot x \leftrightarrow x = 0,125$$

Logo $x = 12,5\%$

Assim o desconto é de $100\% - 12,5\% = 87,5\%$.

Alternativa: D

27) (ENEM 2019) Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- a) 398,02 b) 400,00 c) 401,94 d) 404,00 e) 406,02

Uma sugestão de Resolução:

Seja x o valor presente do 1º pagamento, com o acréscimo de 1%, temos: $x \cdot 1,01 = 202 \Leftrightarrow$

$$x = \frac{202}{1,01} = 200$$

E y o valor presente do 2º pagamento, temos: $x \cdot 1,01^2 = 204,02 \Leftrightarrow x = \frac{204,02}{1,01^2} \Leftrightarrow x = 200$

Logo, o valor à vista é $200+200=400$

Alternativa: B

28) (ENEM 2019) Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1.000.000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial.

Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800.000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1.800.000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11
b) 28,70 e 13,89
c) 25,00 e 25,00
d) 18,52 e 11,11
e) 12,96 e 13,89

Uma sugestão de Resolução:

O quarto sócio deverá receber $\frac{800.000}{4} = 200.000$.

A porcentagem é dada por $\frac{200.000}{1.800.000} = 0,111 \dots = 11,11\%$

Restará o percentual de $100\% - 11,11\% = 88,89\%$, que deverá ser dividido igualmente entre os três primeiros sócios. Assim, cada um receberá $\frac{88,89\%}{3} = 29,63\%$.

Alternativa: A

29) (ENEM 2019) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- a) R\$ 1 340,00.
- b) R\$ 1 349,00.
- c) R\$ 1 375,00.
- d) R\$ 1 465,00.
- e) R\$ 1 474,00.

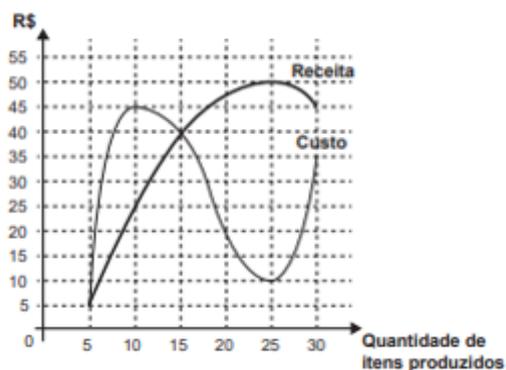
Uma sugestão de Resolução:

Em 2010, houve um aumento de 7,2% em relação a 2000, logo $R\$1250,00 \cdot 1,072 = R\$1340,00$.

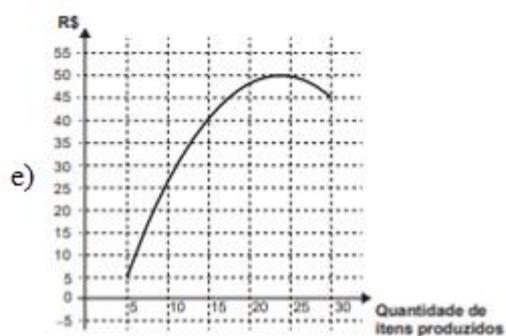
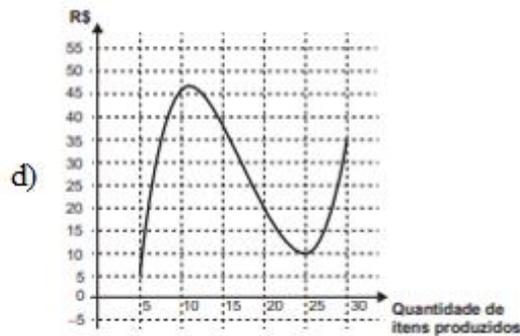
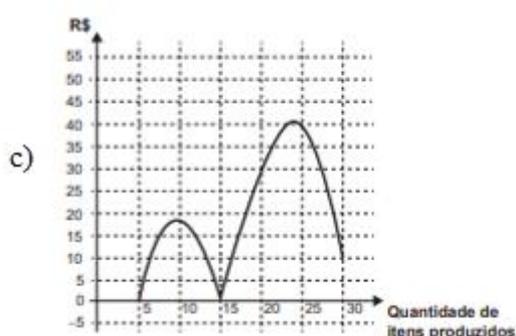
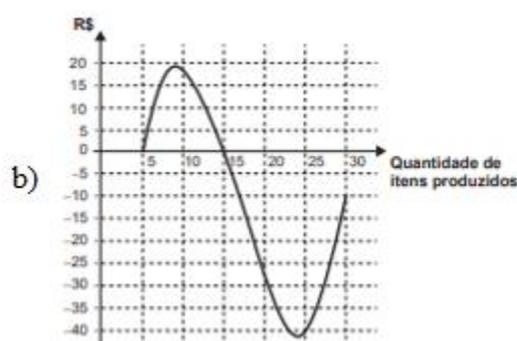
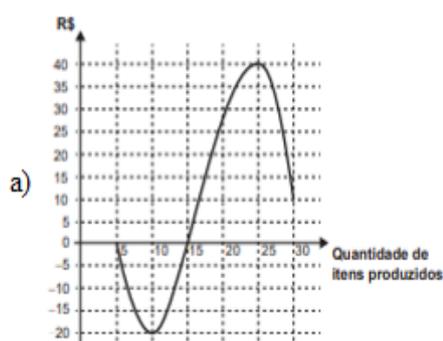
E em 2020, haverá um aumento de 10% em relação a 2010, logo $R\$1340,00 \cdot 1,1 = R\$1474,00$. Assim, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de $R\$1474,00$.

Alternativa: E

30) (ENEM 2020) Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.



O lucro é determinado pela diferença: $\text{Receita} - \text{Custo}$. O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é



Uma sugestão de Resolução:

Pelo gráfico, no intervalo de x entre 5 e 15, temos que o valor do custo é maior que o da receita. Por este motivo, o lucro é negativo nesse intervalo. O único gráfico que ilustra essa situação é o da letra A.

Alternativa: A

31) (ENEM 2020) Uma pessoa precisa comprar 15 sacos de cimento para uma reforma em sua casa. Faz pesquisa de preço em cinco depósitos que vendem o cimento de sua preferência e cobram frete para entrega do material, conforme a distância do depósito à sua casa. As informações sobre preço do cimento, valor do frete e distância do depósito até a casa dessa pessoa estão apresentados no quadro.

Depósito	Valor do saco de cimento	Valor do frete para cada quilômetro	Distância entre a casa e o depósito
	(R\$)	(R\$)	(Km)
A	23,00	1,00	10
B	21,50	3,00	12
C	22,00	1,50	14
D	21,00	3,50	18
E	24,00	2,50	2

A pessoa escolherá um desses depósitos para realizar sua compra, considerando os preços do cimento e do frete oferecidos em cada opção.

Se a pessoa decidir pela opção mais econômica, o depósito escolhido para a realização dessa compra será o

- a) A. b) B c) C. d) D. e) E.

Uma sugestão de Resolução:

Temos que multiplicar o valor do cimento pela quantidade que a pessoa irá comprar, e, no problema, esta quantidade corresponde a 15. Ao resultado que obtivermos, devemos adicionar o valor do frete multiplicado pela distância entre a casa e o depósito. Teremos, assim:

$$A: 15 \cdot 23 + 1 \cdot 10 = R\$355,00$$

$$B: 15 \cdot 21,50 + 3 \cdot 12 = R\$358,50$$

$$C: 15 \cdot 22 + 1,50 \cdot 14 = R\$351,00$$

$$D: 15 \cdot 21 + 3,50 \cdot 18 = R\$378,00$$

$$E: 15 \cdot 24 + 2,50 \cdot 2 = R\$365,00$$

O valor mais econômico é a opção C.

Alternativa: C

32) (ENEM 2020) O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

- a) 15,0 b) 23,5 c) 30,0 d) 70,0 e) 76,5

Uma sugestão de Resolução:

O valor da despesa mensal é:

$$\text{Valor}_{\text{total}} = \text{Valor}_{\text{internet}} + \text{Valor}_{\text{escola}} + \text{Valor}_{\text{mesada}}$$

$$\text{Valor}_{\text{total}} = 120 + 700 + 400 = 1220$$

Com os acréscimos, tendo que manter o valor da despesa mensal, teremos:

$$\text{Valor}_{\text{total}} = \text{Valor}_{\text{internet}} + \text{Valor}_{\text{escola}} + \text{Valor}_{\text{mesada}}$$

$$1220 = 120 \cdot 1,2 + 700 \cdot 1,1 + x$$

$$1220 = 144 + 770 + x$$

$$306 = x$$

Assim, a porcentagem da redução da mesada é de:

$$i = \frac{400-306}{400} = \frac{94}{400} = 0,235 = 23,5\%.$$

Alternativa: B

REFERÊNCIAS

Banco Central do Brasil. *Caderno de Educação Financeira - Gestão de Finanças Pessoais*. Brasília: BCB, 2013. 72p. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno_cidadania_financeira.pdf>. Acesso em: 26 julho de 2020.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 11 de outubro de 2021.

BRASIL. *Estratégia Nacional de Educação Financeira. ENEF. Decreto 7.397 de 22 dezembro de 2010*. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Lei das Diretrizes Bases da Educação*. MEC, 1996. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio: Matemática*. Brasília: Ministério da Educação, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 12 de julho de 2020.

BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Constituição (1988). Brasília, DF: Senado, 1988.

CARVALHO, João Pitombeira de. *Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil*. Em Aberto, Brasília, n. 62, p. 74-88, abr./jun. 1994. p. 81.

CARVALHO, V. *Educação matemática: matemática & educação para o consumo*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — FE, Unicamp, Campinas (SP). Orientador: Maria do Carmo Domite. Disponível em: <<http://www.cempem.fae.unicamp.br/prapem/mestrado.htm>>. Acesso em: 12 de novembro de 2020.

COUTINHO, Renata Paixão. *Uma aplicação da resolução de problemas no ensino das equações do 2º grau*. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

FIORENTINI, Dario. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

ESTACIO. *Matemática Financeira*. Autora do original: Ornella Pacífico. 2015. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3521840/mod_folder/content/0/LIVRO%20PROPRIETARIO%20-%20Matematica%20financeira.pdf?forcedownload=1>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

Financial Literacy Around the World: Insights From the S&P Global Finlit Survey. 2014. Disponível em: <https://gflec.org/wp-content/uploads/2015/11/Finlit_paper_16_F2_singles.pdf>. Acesso em: 9 de julho de 2020.

FLEMMING, Diva Marília. *Tendências em educação matemática*. Diva Marilia Flemming, Elisa Flemming Luz, Ana Cláudia Collaço de Mello, 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. *Métodos de pesquisa* / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil - UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica - Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GODFREY, N. *Dinheiro não dá em árvore: um guia para os pais criarem filhos financeiramente responsáveis*. Tradução de Elizabeth Arantes Bueno. São Paulo: Jardim dos Livros, 2007.

GUEDES, A.L. *Educação financeira como tema transversal: impactos nas aulas de matemática*. In: IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática. Espírito Santo. [...] Anais. 2019.

HERMINIO, P.H. *Matemática financeira - um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem*. 2008. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2008.

HOFMANN, M. *Educação Financeira no currículo escolar: Uma análise comparativa das iniciativas da Inglaterra e França*. 329f. Tese (Doutorado) - Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

HOLZMANN, R.; MIRALLES, M. P. *The role, limits of, and alternatives to financial education in support of retirement saving in the OECD*. Eastern Europe and beyond. The World Bank, out/ 2005. Disponível em: <http://info.worldbank.org/etools/library/view_p.asp?205715>. Acesso em: 09 de julho de 2020.

LUZ, L.H.; Bayer, A. *Matemática Financeira na Educação Básica*. VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/942/179>>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

MATIOLI, Cristiane Elise Reich. *A educação financeira como proposta para um planejamento financeiro responsável: reflexões a partir de uma unidade didática*. Paraná: Cadernos PDE, 2016.

MATTA, R. O. B. *Oferta e demanda de informação financeira pessoal: o Programa de Educação Financeira do Banco Central do Brasil e os universitários do Distrito Federal*. 201 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Informação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à História da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MUNIZ, I. *Educação financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente*. In: ENEM. São Paulo. [...] Anais. 2016.

MUNIZ, I. *Tomada de decisão e trocas intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de matemática*. In: Revista de Educação, Ciências e Matemática v.6 n.3 set/dez 2016.

NOVAK, J.D. (2003) *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them*. <<http://cmap.coginst.uwf.edu/info/printer.html>>. Acesso em: 22 de junho de 2020.

OECD. *Recommendation on Principles and Good Practices for Financial Education and Awareness*. Directorate for Financial and Enterprise Affairs. Jul. 2005b. Disponível em: <<http://www.oecd.org>> Acesso em: maio de 2019.

PRADO, Grazielly M. da Cunha. *Do orçamento doméstico ao guia de investimento de renda fixa: um pequeno manual para um investidor iniciante*. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de educação, ciência e tecnologia de São Paulo, IFSP, 2019.

POLYA, G. *A arte de resolver problema*. 2.ed. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2006.

ROMANATTO, M. C. *Resolução de Problemas nas aulas de Matemática: Elaboração de um modelo alternativo*. Revista Eletrônica de Educação, São Carlos, v. 6, n.1, p. 299-311, maio 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178>>. Acesso em: maio de 2020.

ROQUE, T. *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

SAITO, A.T.; SAVOIA, J. R. F.; PETRONI, L. M. *A educação financeira no Brasil sob a ótica da Organização de Cooperação e Desenvolvimento econômico – OCDE*. IX SEMEAD. Administração no Contexto Internacional. Seminários em Administração FEA-USP, 2006.

SAITO, A. T. *Uma Contribuição ao Desenvolvimento da Educação em Finanças Pessoais no Brasil*. 2007. Dissertação (Mestrado em Administração) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SÁ, I. P. *Matemática Financeira para Educadores Críticos*, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2011.

_____. *Tendências Contemporâneas em Educação Matemática*. 2016. Disponível em: <http://www.magiadamatematica.com>. Acesso em: 12 de junho de 2020.

SANT ANA, M.V. S. *Educação Financeira no Brasil: Um estudo de caso*. 103f. Dissertação (Mestrado) – Centro Universitário Uma, Belo Horizonte, 2014.

SERASA EXPERIAN. *Inadimplência aumenta 2,6% em janeiro, segundo Serasa Experian*. Disponível em: <https://www.serasaexperian.com.br/sala-de-imprensa/inadimplencia-aumenta-26-em-janeiro-segundo-serasa-experian>. Acesso em: 11 de junho de 2020.

TESOURO NACIONAL. *Projeto usa gibis para ensinar educação fiscal e financeira a crianças*. Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/-/projeto-usa-gibis-para-ensinar-educacao-fiscal-e-financeira-a-criancas>. Acesso em: 11 de junho de 2020.

UNICAMP. *Portal M3 Matemática Multimídia*. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1118>. Acesso em: 21 de julho de 2020.

<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 22 de julho de 2021.

http://www.vestibular.uerj.br/portal_vestibular_uerj/arquivos/arquivos2016/provas_e_gabaritos/ed/padrao_resposta/2016_ED_PR_Matematica.pdf. Acesso em: 22 de julho de 2021.

<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/oqueecambio>. Acesso em: 24 de julho de 2021.

<https://www.destaquenoticias.com.br/pms-sao-orientados-a-trocarem-o-banese-por-outro-banco/charge>. Acesso em 25 de julho de 2021.

<<https://www.ufpb.br/educacaoofinanceira/contents/documentos/obef/provas-e-gabaritos/revisada-fase-3-prova-n2-i-obef.pdf>>. Acesso em: 25 de julho de 2021.

ANEXO - Questões do ENEM sobre educação financeira de 2011 a 2020 e uma sugestão de solução

1) (ENEM 2011) A tabela compara o consumo mensal, em kWh, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Como fica a tarifa			
Residencial			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R\$ 71,04	R\$ 64,75	R\$ 6,29
185	R\$ 93,87	R\$ 85,56	R\$ 8,32
350	R\$ 177,60	R\$ 161,86	R\$ 15,74
500	R\$ 253,72	R\$ 231,24	R\$ 22,48
Baixa renda			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R\$ 3,80	R\$ 3,35	R\$ 0,45
65	R\$ 11,53	R\$ 10,04	R\$ 1,49
80	R\$ 14,84	R\$ 12,90	R\$ 1,94
100	R\$ 19,31	R\$ 16,73	R\$ 2,59
140	R\$ 32,72	R\$ 28,20	R\$ 4,53

Fonte: Celpe
Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010 (adaptado).

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 kWh, e outro, do tipo residencial, que gastou 185 kWh. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 kWh, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

a) R\$ 0,27. b) R\$ 0,29. c) R\$ 0,32. d) R\$ 0,34. e) R\$ 0,61.

Uma sugestão de Resolução:

De acordo com a tabela, observando os gastos, em kWh, tanto do consumidor residencial quanto daquele de baixa renda, basta dividir o valor gasto depois da redução da tarifa pelo consumo mensal em kWh de cada um; assim, temos:

$$\text{Residencial: } \frac{85,56}{185} = 0,4624 \text{ (reais)}$$

$$\text{Baixa renda: } \frac{16,73}{100} = 0,1673 \text{ (reais)}$$

Logo, a diferença é de: $0,4624 - 0,1673 = 0,2951$ (reais).

Aproximadamente R\$ 0,29.

Alternativa: B

2) (ENEM 2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$500,00. Para isto, pesquisa o rendimento e o imposto

a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (Imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Uma sugestão de Resolução:

Os juros que o investidor terá com a poupança são de R\$2,80, pois $\frac{0,560}{100} \cdot 500 = 2,80$.

E o montante será de R\$502,80 pois $M=C+J=500+2,80=502,80$.

Já com o CDB, ele terá 4,21, pois $\frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \cdot \frac{0,876}{100} \cdot 500 \cong 4,21$.

E o Montante que ele terá com o CDB é de R\$504,21, pois $M=C+J=500+4,21=504,21$.

Sendo assim, a aplicação mais vantajosa é o CDB, pois ele totalizará um montante de R\$ 504,21.

Alternativa: D

3) (ENEM 2011) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$ 3 800,00 gerado pela aplicação. A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

- R\$4.222,22
- R\$4.523,80.
- R\$5.000,00.
- R\$13.300,00.
- R\$17.100,00.

Uma sugestão de Resolução:

Chamaremos de C a quantidade inicial aplicada nas ações.

Após o 1º mês perdeu $0,3C$, ficando com $0,7C$.

Após o 2º mês recuperou $0,2 \cdot 0,3C = 0,06C$, ficando com $0,7C + 0,06C = 0,76C$.

Logo,

$$0,76C = 3800 \leftrightarrow C = \frac{3800}{0,76} = 5000.$$

Alternativa: C

4) (ENEM 2011) Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de $4\,800\text{ W}$ consome $4,8\text{ kW}$ por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW?

- a) 0,8 b) 1,6 c) 5,6 d) 11,2 e) 33,6

Uma sugestão de Resolução:

20 minutos equivalem a $\frac{1}{3}$ de hora. Assim, em 20 minutos de banhos diários temos: $\frac{4,8}{3} = 1,6\text{ kW}$.

Em 7 dias, a pessoa gasta $1,6 \cdot 7 = 11,2\text{ kW}$.

Alternativa: D

5) (ENEM 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior.

O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

(A) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

(B) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

(C) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

(D) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.

(E) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Uma sugestão de Resolução:

A rentabilidade do investimento A é mensal, logo $n=12$: 42,6%, pois $C \cdot (1,03)^{12} = 1,426C$.

A rentabilidade do investimento B é anual, assim $n=1$: 36%, pois $C \cdot (1,36) = 1,36C$.

A rentabilidade do investimento C é semestral, logo $n=2$: 39,2%, pois $C \cdot (1,18)^2 = 1,392C$

Assim, o melhor investimento é o A.

Alternativa: A

6) (ENEM 2012) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55 000,00;
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30 000,00, mais uma prestação de R\$ 26 000,00 para dali a 6 meses.
- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20 000,00, mais uma prestação de R\$ 20 000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18 000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15 000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39 000,00.
- Opção 5: pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60 000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

Uma sugestão de Resolução:

Opção 1: Nada a ser aplicado.

Opção 2: $55000 - 30000 = 25000$. Este valor será aplicado com rentabilidade de 10% ao semestre, então: $25000 \cdot 1,1 = 27500$. Retirando o valor da parcela que é 26000, restando 1500 reais que serão aplicados por mais 6 meses, ao final do ano terá $1500 \cdot 1,1 = 1650$ reais.

Opção 3: $55000 - 20000 = 35000$ a serem aplicados, $35000 \cdot 1,1 = 38500$.

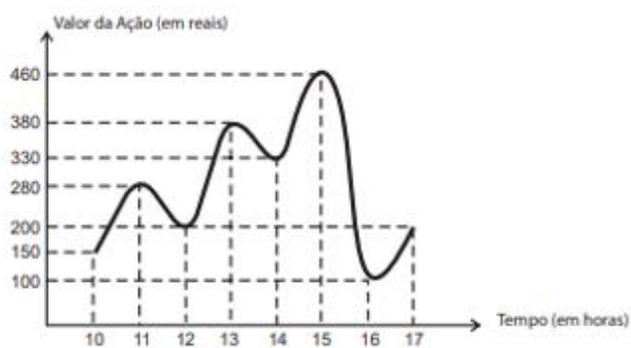
Retirando o valor da parcela: $38500 - 20000 = 18500$ a serem aplicados, $18500 \cdot 1,1 = 20350 - 18000 = 2350$ reais.

Opção 4: $55000 - 15000 = 40000$ a serem aplicados durante 1 ano (2 semestres), $40000 \cdot 1,1^2 = 48400 - 39000 = 9400$ reais ao final do ano

Opção 5: 55000 será aplicada durante 1 ano, $55000 \cdot 1,1^2 = 66550 - 60000 = 6650$ ao final do ano. Logo o maior rendimento é a opção 4.

Alternativa: D

7) (ENEM 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da compra	Hora da venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00

4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Uma sugestão de Resolução:

Observando o gráfico de acordo com os dados tabelas, temos:

Investidor 1: $460 - 150 = 310$ (lucrou)

Investidor 2: $200 - 150 = 50$ (lucrou)

Investidor 3: $460 - 380 = 80$ (lucrou)

Investidor 4: $100 - 460 = -360$ (prejuízo)

Investidor 5: $200 - 100 = 100$ (lucrou)

Logo, o investidor 1 fez o melhor negócio.

Alternativa: A

8) (ENEM 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- a) 24 litros b) 36 litros c) 40 litros d) 42 litros e) 50 litros

Uma sugestão de Resolução:

A bacia sanitária não ecológica realiza 4 descargas, pois $60 \div 15 = 4$.

Já a bacia sanitária ecológica, realizando as mesmas quantidades de descargas, consome, por dia, 24 litros, pois $4 \cdot 6 = 24$.

Isto gera uma economia de: $60 - 24 = 36$ litros.

Alternativa: B

9) (ENEM 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
----	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Alfinetes V	200	220	240
Bolas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são

- a) Balas W e Pizzaria Y.
- b) Chocolates X e Tecelagem Z.
- c) Pizzaria Y e Alfinetes V.
- d) Pizzaria Y e Chocolates X.
- e) Tecelagem Z e Alfinetes V.

Uma sugestão de Resolução:

Vamos calcular a média anual de cada uma das cinco microempresas; para isto, basta somar a receita bruta dos três anos e dividir por três.

$$\text{Alfinetes V: } \frac{200+220+240}{3} = 220$$

$$\text{Balas W: } \frac{200+230+200}{3} = 210$$

$$\text{Chocolates X: } \frac{250+210+215}{3} = 225$$

$$\text{Pizzaria Y: } \frac{230 \cdot 3}{3} = 230$$

$$\text{Tecelagem Z: } \frac{160+210+245}{3} = 205$$

As duas empresas de maior média anual são: Pizzaria Y e Chocolates X

Alternativa: D

10) (ENEM 2013) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www.folha.uol.com.br Acesso em: 26 de abril de 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

- a) R\$ 900,00.
- b) R\$ 1 200,00.
- c) R\$ 2 100,00.
- d) R\$ 3 900,00.
- e) R\$ 5 100,00.

Uma sugestão de Resolução:

Primeiramente, temos que calcular o lucro que o contribuinte teve, ou seja, calcular a diferença entre o valor pelo qual ele vendeu e o valor pelo qual ele comprou.

$$\text{Lucro: } 34000 - 26000 = 8000$$

$$\text{Calculando 15\% do lucro, temos: } \frac{15}{100} \cdot 8000 = 1200$$

Alternativa: B

11) (ENEM 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seu tempo (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- a) F.
- b) G.
- c) H.
- d) M.
- e) P.

Uma sugestão de Resolução:

Para saber o maior lucro médio anual de cada empresa, basta dividir o lucro que ela obteve pelo tempo que ela alcançou esse valor, assim:

$$F: \frac{24}{3} = 8$$

$$G: \frac{24}{2} = 12$$

$$H: \frac{25}{2,5} = 10$$

$$M: \frac{15}{1,5} = 10$$

$$P: \frac{9}{1,5} = 6$$

Logo, a empresa que apresenta o maior lucro médio anual é a G.

Alternativa: B

12) (ENEM 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos em 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

Uma sugestão de Resolução:

Com o desconto de 20% o produto irá custar: $0,80 \cdot 50 = 40,00$.

Se o cliente tivesse o cartão fidelidade, o produto iria custar: $0,90 \cdot 40 = 36,00$. Assim, o cliente deixou de ganhar um desconto de $40,00 - 36,00 = 4,00$

Alternativa: E

13 (ENEM 2014) Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (Contribuição para Custeio da Iluminação Pública), conforme a expressão
 valor do kWh (com tributos) x consumo (em kWh) + Cosip

O valor da Cosip é fixo em cada figura de consumo.

O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas.

Faixa de consumo mensal (KWh)	Valor da Cosip (R\$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R\$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%. Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

- a) 134,1 b) 135,0 c) 137,1 d) 138,6 e) 143,1

Uma sugestão de Resolução:

Todo mês o consumo é de 150 kWh, o valor da Cosip de acordo com a tabela é de 4,50, temos:

Valor da conta: $150 \cdot 0,50 + 4,50 = 79,50$.

Valor da conta reduzida com os 10% de desconto: $79,50 \cdot 0,90 = 71,55$.

Para 150 kWh o valor é conhecido R\$79,50.

Vamos analisar para o consumo de 140 kWh: $140 \cdot 0,50 + 3,00 = 73,00$.

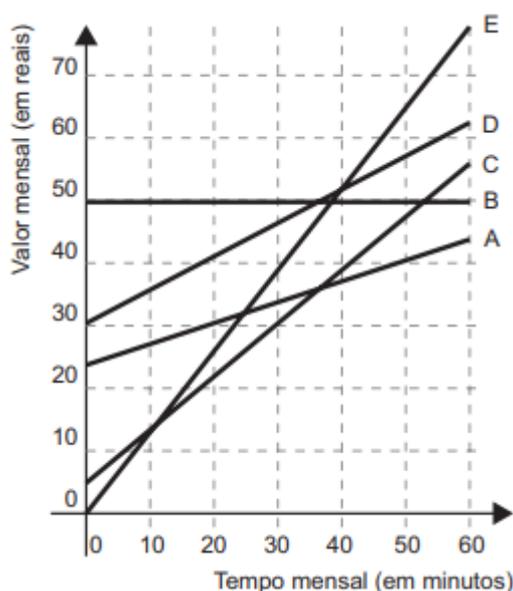
Temos que $71,55 < 73,00$, o valor da Cosip será de R\$3,00.

Assim,

$$x \cdot 0,50 + 3,00 = 71,55 \leftrightarrow x = \frac{71,55 - 3,00}{0,50} = 137,1$$

Alternativa: C

14) (ENEM 2014) No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular. Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.



Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês no telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A b) B c) C d) D e) E

Uma sugestão de Resolução:

Observar o gráfico e verificar que o mais vantajoso é aquele que tiver mais tempo em minutos para o valor estipulado de R\$30,00, nesse caso é o plano C.

Alternativa: C

15) (ENEM 2014) De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente,

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes.
- 33% são utilizados em descarga de banheiro.
- 27% são para cozinhar e beber.
- 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia. O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

a) 30,0. b) 69,6. c) 100,4. d) 130,4. e) 170,0.

Uma sugestão de Resolução:

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes: $0,25 \cdot 200 = 50 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: $24 + 3,2 + 2,4 = 29,6 \text{ l}$

Uma economia de $50 - 29,6 = 20,4 \text{ l}$.

- 33% são utilizados em descarga de banheiro: $0,33 \cdot 200 = 66 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: 18 l .

Uma economia de $66 - 18 = 48 \text{ l}$.

- 27% são para cozinhar e beber: $0,27 \cdot 200 = 54 \text{ l}$

De acordo com o quadro de consumo consciente, cada pessoa deveria gastar: 22 l .

Uma economia de $54 - 22 = 32l$.

- 15% são para demais atividades: $0,15 \cdot 200 = 30l$.

O problema diz que aqui deve ser mantido o mesmo consumo. Sendo assim, não há economia.

Somando as 4 economias, temos: $20,4 + 48 + 32 = 100,4l$.

Alternativa: C

16) (ENEM 2014) Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R\$ 10,00 a unidade. Como já sabe quanto deve gastar, leva sempre R\$ 6,00 a mais do que a quantia necessária para comprar tal quantidade, para o caso de eventuais despesas extras. Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.

A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer compra era

- a) R\$ 166,00 b) R\$ 156,00. c) R\$ 84,00. d) R\$ 46,00. e) R\$ 24,00.

Uma sugestão de Resolução:

Considerando que x é a quantidade do produto comprado temos:

Essa pessoa gasta, por semana: $10x + 6$.

Após o aumento de 20%, o produto passou a custar: $10 \cdot 1,2 = 12$ (*reais*).

Devido ao reajuste, a pessoa só consegue levar $x - 2$ produtos, logo a expressão é: $12(x - 2)$.

Igualando as duas expressões, temos:

$$12(x - 2) = 10x + 6 \leftrightarrow x = 15.$$

Logo, a quantia que essa pessoa levava era de $10 \cdot 15 + 6 = 156$ (*reais*).

Alternativa: B

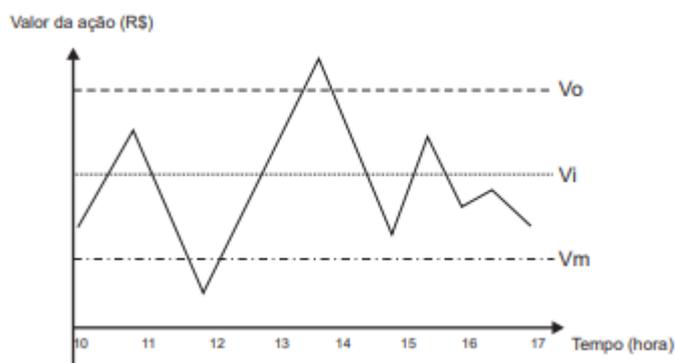
17) (ENEM 2015) Um investidor inicia um dia com x ações de uma empresa. No decorrer desse dia, ele efetua apenas dois tipos de operações, comprar ou vender ações. Para realizar essas operações, ele segue estes critérios:

I. vende metade das ações que possui, assim que seu valor fica acima do valor ideal (V_i);

II. compra a mesma quantidade de ações que possui, assim que seu valor fica abaixo do valor mínimo (V_m);

III. vende todas as ações que possui, quando seu valor fica acima do valor ótimo (V_o).

O gráfico apresenta o período de operações e a variação do valor de cada ação, em reais, no decorrer daquele dia e a indicação dos valores ideal, mínimo e ótimo.



Quantas operações o investidor fez naquele dia?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Uma sugestão de Resolução:

A 1ª operação é quando o gráfico passa pelo VI (vende metade das ações);

A 2ª operação ele passa por VM (compra a mesma quantidade de ações que possui);

A 3ª operação passa por VI (vende metade das ações);

E a 4ª operação passa por VO (vende todas as ações que possui).

Após isso, ele não compra mais, pois já vendeu tudo.

Alternativa: B

18) (ENEM 2015) Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer a família por 20 dias. Cada pessoa da família consome, diariamente, $0,08 \text{ m}^3$ de água. Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser

- a) 16. b) 800. c) 1 600. d) 8 000. e) 16 000

Uma sugestão de Resolução:

Cada membro da família consome $0,08 \text{ m}^3$.

Como são 10 pessoas, diariamente eles consomem: $0,08 \cdot 10 = 0,8 \text{ m}^3$.

Em 20 dias, eles consumirão: $0,8 \cdot 20 = 16 \text{ m}^3$.

1 m^3 equivale 1000 litros, temos: $16 \cdot 1000 = 16 000$ litros.

Alternativa: E

19) (ENEM 2015) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2.075,00.
- b) 2.093,00.
- c) 2.138,00.
- d) 2.255,00.
- e) 2.300,00.

Uma sugestão de Resolução

Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a:

$$180000 - 9 \cdot 500 = \text{R\$ } 175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a $500 + 0,01 \cdot 175500 = \text{R\$ } 2.255,00$.

Alternativa: D

20) (ENEM 2015) Segundo dados apurados no Censo 2010, para uma população de 101,8 milhões de brasileiros com 10 anos ou mais de idade e que teve algum tipo de rendimento em 2010, a renda média mensal apurada foi de R\$1202,00. A soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos dessa população considerada, enquanto a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% desse total.

Qual foi a diferença, em reais, entre a renda média mensal de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais ricos e de um brasileiro que estava na faixa dos 10% mais pobres?

- a) 240,40
- b) 548,11
- c) 1 723,67
- d) 4 026,70
- e) 5 216,68

Uma sugestão de Resolução:

Renda dos mais pobres:

Segundo o enunciado, a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais pobres correspondeu a apenas 1,1% do total de rendimentos da população considerada; portanto temos:

$$1,1\% \cdot \frac{1202,00}{10\%} = R\$132,22$$

Renda dos mais ricos:

Segundo o enunciado, a soma dos rendimentos mensais dos 10% mais ricos correspondeu a 44,5% do total de rendimentos da população considerada, temos:

$$44,5\% \cdot \frac{1202,00}{10\%} = R\$5348,90$$

Logo, a diferença é $R\$5348,90 - R\$132,22 = R\$5216,68$.

Alternativa: E

21) (ENEM 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$; 2,602 como aproximação para $\log 400$; 2,525 como aproximação para $\log 335$. De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

a) 12. b) 14. c) 15. d) 16. e) 17.

Uma sugestão de Resolução:

Substituindo $P = 400$ na fórmula que o problema deu, temos:

$$400 = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot (1,013^n - 1) = 5000 \times 1,013^n \times 0,013 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot 1,013^n - 400 = 65 \cdot 1,013^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot 1,013^n - 65 \cdot 1,013^n = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,013^n \cdot (400 - 65) = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1,013^n \cdot 335 = 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log (1,013^n \cdot 335) = \log 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log 1,013^n + \log 335 = \log 400 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log 1,013 + 2,525 = 2,602 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n \cdot 0,005 = 2,602 - 2,525 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0,077}{0,005} = 15,4.$$

Para atender a necessidade da pessoa que dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais, o menor número de parcelas é 16.

Alternativa: D

22) (ENEM 2017) Um empréstimo foi feito à taxa mensal de $i\%$, usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P .

O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela.

A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

$$\text{a) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

$$\text{b) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} \right]$$

$$\text{c) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

$$\text{d) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{3i}{100}\right)} \right]$$

$$\text{e) } P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^3} \right]$$

Uma sugestão de Resolução:

Para quitar a dívida na 6ª parcela, o valor a ser pago deve ser igual a:

$$P + \frac{P}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{P}{1 + \left(\frac{i}{100}\right)^2} = P \left[1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{1 + \left(\frac{i}{100}\right)^2} \right]$$

Alternativa: A

23) (ENEM 2018) Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$ 200,00, ou se ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

- a) 20 b) 24 c) 29 d) 40 e) 58

Uma sugestão de Resolução:

São n parcelas cada uma no valor de x reais, totalizando $n \cdot x$ reais. Pelo enunciado temos:

$$\begin{cases} (n + 5) \cdot (x - 200) = n \cdot x \\ (n - 4) \cdot (x + 232) = n \cdot x \end{cases}$$

Da 1ª equação temos:

$$nx - 200n + 5x - 1000 = nx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x - 200n = 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x = 200n + 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 40n + 200 (*)$$

Da 2ª equação temos:

$$nx + 232n - 4x - 928 = nx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4x + 232n = 928 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x = 232n - 928 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 58n - 232 (**)$$

Igualando (*) e (**), temos:

$$58n - 232 = 40n + 200 \Leftrightarrow 18n = 432 \Leftrightarrow n = 24 .$$

Alternativa: B

24) (ENEM 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse

caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i , por um período de tempo n , produz um valor futuro V determinado pela fórmula

$$V = P \cdot (1+i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para $\ln(1,0132)$.

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

- a) 56ª b) 55ª c) 52ª d) 51ª e) 45ª

Uma sugestão de Resolução:

Queremos descobrir qual a parcela em que, aplicando-se a redução de juros ao pagar antecipadamente, o valor pago tenha um desconto superior a 25%; logo,

$$820 - \frac{820}{(1 + 0,0132)^n} > \frac{25}{100} \cdot 820 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} > \frac{25}{100} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{25}{100} < \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} < \frac{1}{(1 + 0,0132)^n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < \ln(1 + 0,0132)^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < n \cdot \ln(1 + 0,0132) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{4}{3} < n \cdot (\ln 1 + \ln 0,0132) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0,287 < n \cdot 0,0131 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n > 21,96.$$

Logo, a primeira parcela que pode ser antecipada é a $30^\circ + 22^\circ = 52^\circ$.

Alternativa: C

25) (ENEM 2019) Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R\$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a

taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar, e também sobre as estimativas de gasto diário em cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real.

O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

País de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R\$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US\$)	R\$ 2,78	US\$ 390,00
Austrália	Dólar Australiano (A\$)	R\$ 2,14	A\$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C\$)	R\$ 2,10	C\$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R\$ 4,24	£ 290,00

Nestas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

- a) Austrália.
- b) Canadá.
- c) EUA.
- d) França.
- e) Reino Unido

Uma sugestão de Resolução:

Para escolher a opção mais econômica, basta multiplicar o gasto diário pela taxa de câmbio, sendo assim:

$$\text{França: } 315 \cdot 3,14 = \text{R\$ } 989,10 .$$

$$\text{EUA: } 390 \cdot 2,78 = \text{R\$ } 1084,20.$$

$$\text{Austrália: } 400 \cdot 2,14 = \text{R\$ } 856,00.$$

$$\text{Canadá: } 410 \cdot 2,10 = \text{R\$ } 861,00.$$

$$\text{Reino Unido: } 290 \cdot 4,24 = \text{R\$ } 1296,60.$$

Logo, o destino escolhido será a Austrália.

Alternativa: A

26) (ENEM 2019) Para construir uma piscina, cuja área total de superfície interna é igual a 40 m², uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora

pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de
a) 23,3% b) 25,0% c) 50,0% d) 87,5% e) 100,0%

Uma sugestão de Resolução:

$$Valor_{total} = Valor_{elaboração} + Valor_{custo\ fixo} + Valor_{m^2}$$

$$Valor_{total} = 10000 + 40000 + 2500 \cdot 40 = 150000$$

Após os reajustes (descontos e acréscimos)

$$Valor_{total} = Valor_{elaboração} + Valor_{custo\ fixo} + Valor_{m^2}$$

$$150000 \cdot 0,90 = 10000 \cdot 0,50 + 40000 \cdot x + 25000 \cdot 1,25 \cdot 40$$

$$135000 = 5000 + 40000 \cdot x + 125000$$

$$5000 = 40000 \cdot x \leftrightarrow x = 0,125$$

Logo $x = 12,5\%$

Assim o desconto é de $100\% - 12,5\% = 87,5\%$.

Alternativa: D

27) (ENEM 2019) Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

a) 398,02 b) 400,00 c) 401,94 d) 404,00 e) 406,02

Uma sugestão de Resolução:

Seja x o valor presente do 1º pagamento, com o acréscimo de 1%, temos: $x \cdot 1,01 = 202 \leftrightarrow$

$$x = \frac{202}{1,01} = 200$$

E y o valor presente do 2º pagamento, temos: $x \cdot 1,01^2 = 204,02 \leftrightarrow x = \frac{204,02}{1,01^2} \leftrightarrow x = 200$

Logo, o valor à vista é $200+200=400$

Alternativa: B

28) (ENEM 2019) Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1.000.000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial.

Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800.000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1.800.000,00 obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11
- b) 28,70 e 13,89
- c) 25,00 e 25,00
- d) 18,52 e 11,11
- e) 12,96 e 13,89

Uma sugestão de Resolução:

O quarto sócio deverá receber $\frac{800.000}{4} = 200.000$.

A porcentagem é dada por $\frac{200.000}{1.800.000} = 0,111 \dots = 11,11\%$

Restará o percentual de $100\% - 11,11\% = 88,89\%$, que deverá ser dividido igualmente entre os três primeiros sócios. Assim, cada um receberá $\frac{88,89\%}{3} = 29,63\%$.

Alternativa: A

29) (ENEM 2019) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- a) R\$ 1 340,00.
- b) R\$ 1 349,00.
- c) R\$ 1 375,00.
- d) R\$ 1 465,00.

e) R\$ 1 474,00.

Uma sugestão de Resolução:

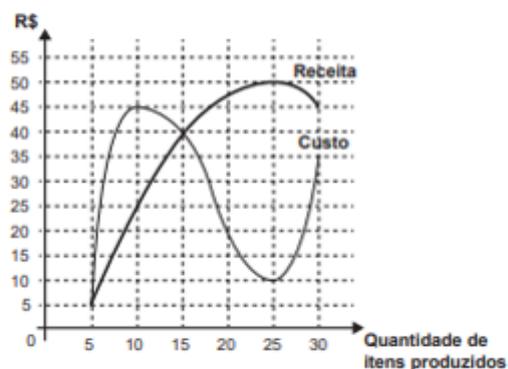
Em 2010, houve um aumento de 7,2% em relação a 2000, logo $R\$1250,00 \cdot 1,072 = R\$1340,00$.

E em 2020, haverá um aumento de 10% em relação a 2010, logo $R\$1340,00 \cdot 1,1 = R\$1474,00$.

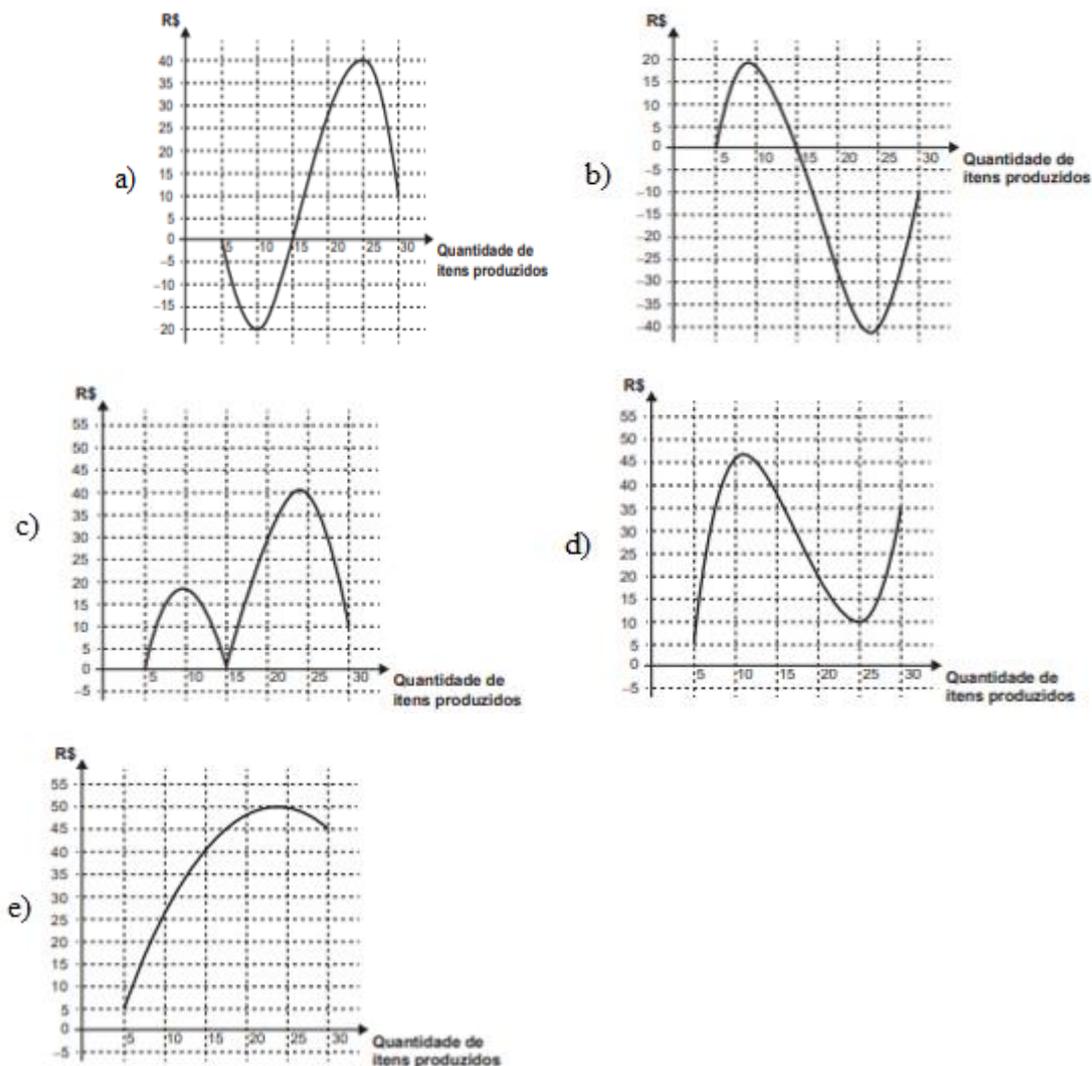
Assim, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de R\$1474,00.

Alternativa: E

30) (ENEM 2020) Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.



O lucro é determinado pela diferença: Receita – Custo. O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é



Uma sugestão de Resolução:

Pelo gráfico, no intervalo de x entre 5 e 15, temos que o valor do custo é maior que o da receita. Por este motivo, o lucro é negativo nesse intervalo. O único gráfico que ilustra essa situação é o da letra A.

Alternativa: A

31) (ENEM 2020) Uma pessoa precisa comprar 15 sacos de cimento para uma reforma em sua casa. Faz pesquisa de preço em cinco depósitos que vendem o cimento de sua preferência e cobram frete para entrega do material, conforme a distância do depósito à sua casa. As informações sobre preço do cimento, valor do frete e distância do depósito até a casa dessa pessoa estão apresentados no quadro.

Depósito	Valor do saco de cimento	Valor do frete para cada quilômetro	Distância entre a casa e o depósito
	(R\$)	(R\$)	(Km)
A	23,00	1,00	10
B	21,50	3,00	12
C	22,00	1,50	14
D	21,00	3,50	18
E	24,00	2,50	2

A pessoa escolherá um desses depósitos para realizar sua compra, considerando os preços do cimento e do frete oferecidos em cada opção.

Se a pessoa decidir pela opção mais econômica, o depósito escolhido para a realização dessa compra será o

- a) A. b) B c) C. d) D. e) E.

Uma sugestão de Resolução:

Temos que multiplicar o valor do cimento pela quantidade que a pessoa irá comprar, e, no problema, esta quantidade corresponde a 15. Ao resultado que obtivermos, devemos adicionar o valor do frete multiplicado pela distância entre a casa e o depósito. Teremos, assim:

$$A: 15 \cdot 23 + 1 \cdot 10 = R\$355,00$$

$$B: 15 \cdot 21,50 + 3 \cdot 12 = R\$358,50$$

$$C: 15 \cdot 22 + 1,50 \cdot 14 = R\$351,00$$

$$D: 15 \cdot 21 + 3,50 \cdot 18 = R\$378,00$$

$$E: 15 \cdot 24 + 2,50 \cdot 2 = R\$365,00$$

O valor mais econômico é a opção C.

Alternativa: C

32) (ENEM 2020) O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

- a) 15,0 b) 23,5 c) 30,0 d) 70,0 e) 76,5

Uma sugestão de Resolução:

O valor da despesa mensal é:

$$\text{Valor}_{\text{total}} = \text{Valor}_{\text{internet}} + \text{Valor}_{\text{escola}} + \text{Valor}_{\text{mesada}}$$

$$\text{Valor}_{\text{total}} = 120 + 700 + 400 = 1220$$

Com os acréscimos, tendo que manter o valor da despesa mensal, teremos:

$$\text{Valor}_{\text{total}} = \text{Valor}_{\text{internet}} + \text{Valor}_{\text{escola}} + \text{Valor}_{\text{mesada}}$$

$$1220 = 120 \cdot 1,2 + 700 \cdot 1,1 + x$$

$$1220 = 144 + 770 + x$$

$$306 = x$$

Assim, a porcentagem da redução da mesada é de:

$$i = \frac{400-306}{400} = \frac{94}{400} = 0,235 = 23,5\%.$$

Alternativa: B