Universidade Federal do Pará - UFPA
Instituto de Ciências Exatas e Naturais - ICEN
Sociedade Brasileira de Matematica - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Dissertação de Mestrado

Uma Proposta de Abordagem de Sequências Recursivas no Ensino Básico

Thamires de Brito Mota

Belém - Pará
Novembro de 2022

Uma Proposta de Abordagem de Sequências Recursivas no Ensino Básico

Thamires de Brito Mota

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da UFPA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Irene Castro Pereira.

Belém - Pará

Novembro de 2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M917p Mota, Thamires de Brito.
Uma proposta de abordagem de sequências recursivas no ensino básico / Thamires de Brito Mota. — 2022.
136 f. : il. color.

Orientador(a): Profª. Dra. Irene Castro Pereira
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Belém, 2022.

1. Padrões. 2. Sequências recursivas. 3. Sequencia didática. I. Título.

CDD 510

Uma Proposta de Abordagem de Sequências Recursivas no Ensino Básico

Thamires de Brito Mota

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da UFPA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 25 de Novembro de 2022.

Banca Examinadora:

gov.br
Documento assinado digitalmente
IRENE CASTRO PEREIRA
Data: 24/02/2023 13:28:33-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Profa. Dra. Irene Castro Pereira (Orientadora)
UFPA

Prof. Dr. Carlos Alberto de Miranda Pinheiro
UEPA

Paulo Vilhena da Silva

Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva
UFPA

Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus, pois durante todo este programa de Mestrado nunca me abandonou, dando sabedoria e me fortalecendo. É lindo e emocionante como consigo enxergar as Suas mãos em cada detalhe dessa etapa da minha vida acadêmica.

Agradeço à minha orientadora por aceitar conduzir o meu trabalho de pesquisa, se fazendo presente para indicar a direção correta que o trabalho deveria tomar.

A todos os meus professores do PROFMAT da Universidade Federal do Pará, bem como todos os professores que fizeram parte da minha vida acadêmica, pela excelência da qualidade de cada um.

Sou grata à minha família pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida, celebrando cada pequena conquista e compreendendo as minhas ausências, sobretudo agradeço aos meus pais por todo o esforço investido na minha educação. Sabemos bem que tudo aqui já foi um sonho.

"Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas, Graças a Deus, não sou o que era antes".

Martin Luther King

Resumo

O presente estudo teve como objetivo elaborar e aplicar uma sequência didática sobre o ensino e aprendizagem de sequências recursivas no ensino básico. Nesse sentido, desenvolvemos uma sequência de atividades que foi aplicada a 23 alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública no município de Ananindeua, no Pará. Aplicamos um teste diagnóstico para a turma e os resultados mostraram que os alunos possuem pouco ou nenhum conhecimento sobre a representação algébrica de uma sequência recursiva, apesar de conseguir identificar o padrão numérico nas sequências. Com base nesses resultados, construímos e aplicamos uma sequência de atividades, utilizando como metodologia de pesquisa os princípios da Engenharia Didática. Após a aplicação da sequência didática, aplicamos um pós-teste para verificarmos se o aprendizado dos alunos havia sido satisfatório e as análises dos resultados foram significativas e mostraram que os alunos tiveram bons resultados, principalmente na identificação algébrica das sequências recursivas, sendo assim, concluímos que a sequência didática aplicada contribuiu positivamente para o aprendizado de sequências recursivas.

Palavras-chave: Padrões. Sequências recursivas. Sequência didática.

Abstract

The present study aimed to develop and apply a didactic sequence about teaching and learning recursive sequences in elementary school. In this sense, we developed a sequence of activities that was applied to 23 9th grade students of a public school in the city of Ananindeua, Pará. We applied a diagnostic test to the class and the results showed that the students have little or no knowledge about the algebraic representation of a recursive sequence, despite being able to identify the numerical pattern in sequences. Based on these results, we built and applied a sequence of activities, using as research methodology the principles of Didactic Engineering. After the application of the didactic sequence, we applied a post-test to check if the students' learning had been satisfactory and the analysis of the results were significant and showed that the students had good results, especially in the algebraic identification of recursive sequences, thus, we conclude that the didactic sequence applied contributed positively to the learning of recursive sequences.

Key words: Patterns. Recursive sequences. Didactic sequence.

Lista de Figuras

Sumário

Introdução

O estudo de sequências recursivas é importante no desenvolvimento e construção do conhecimento matemático e essa importância pode ser atribuída pela sua ampla aplicabilidade dentro de conteúdos como, por exemplo, Progressões, Matemática financeira, Análise Combinatória e Probabilidade, assim como pela utilização do reconhecimento de padrões no estudo de álgebra e sendo uma importante ferramenta na modelagem de problemas.

Apesar das possibilidades de ser explorada como importante instrumento na conceituação e construção de conteúdos matemáticos, a habilidade de reconhecer padrões e regularidades é pouco abordada de modo problematizado em sala de aula no ensino básico. Além do que, a aprendizagem de sequências é, na maioria das vezes, limitada às fórmulas de progressões aritmética e geométrica no ensino médio, não fazendo uso exploratório por meio da definição por recorrência e não apresentando outras sequências recursivas.

Para conhecer melhor as experiências didáticas no processo de ensino e aprendizagem de sequências recursivas, buscamos suporte nos estudos de Barbosa (2007), Branco (2008), Ferreira (2009), Chiconello (2013), Júnior (2013), Martins (2014), Silva (2015), Santos (2016), Silva (2016), Rosa (2017), Morais (2018), Ferraz (2018), Oliveira (2018), Silva (2019) e Monteiro (2020) que abordaram sobre os recursos didáticos e metodologias utilizadas em sala de aula no ensino básico, bem como as dificuldades apontadas por alunos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo.

Assim, com base no estudo de padrões e sequências recursivas e nos resultados de alguns estudos já realizados sobre o ensino e aprendizagem desse conteúdo, é que nos propomos a elaborar e aplicar uma sequência didática sobre o ensino e aprendizagem de sequências recursivas no ensino básico. Nosso interesse se justifica por acreditarmos que o estudo de padrões e sequências recursivas seja um constituinte importante dentro da matemática devido, entre outros, a sua ampla aplicação e, ao mesmo tempo em que é importante o desenvolvimento do pensamento recursivo do aluno, a fim de despertar o interesse por objetos matemáticos não muito difundidos nas salas de aula da Educação Básica.

Nesse contexto, temos o interesse em responder a seguinte questão de pesquisa: De que forma as sequências recursivas podem ser abordadas no ensino básico?

Por conseguinte, o objetivo dessa pesquisa é o desenvolvimento e experimentação de atividades com o uso de sequências recursivas.

A nossa metodologia de pesquisa foi norteada pelos princípios da engenharia didática, que permite uma análise a priori caracterizada pela aplicação de um teste inicial para verificação do conhecimento dos alunos acerca do conteúdo. Em seguida, temos a fase da experimentação com a aplicação de uma sequência de atividades de sequências recursivas com o intuito de construir o conhecimento do aluno de forma significativa. E por último, a análise a posteriori e validação caracterizada pela aplicação, após a experimentação, de um pós-teste a fim de validar o conhecimento adquirido.

Apresentamos inicialmente na nossa introdução a problemática da pesquisa, o interesse, questão de pesquisa e objetivo da mesma.

Este trabalho está organizado em seis capítulos:

No primeiro capítulo, realizamos uma breve apresentação do estudo de padrões e sequências recursivas e das competências e habilidades matemáticas do currículo básico no que se referem às sequências numéricas, assim como realizamos uma revisão dos estudos desenvolvidos sobre o ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas no ensino básico, para conhecermos as dificuldades apresentadas por alguns alunos na aprendizagem do assunto, as experiências didáticas das aplicações já desenvolvidas sobre essa temática, bem como as metodologias utilizadas por alguns professores ao ensinar determinado conteúdo.

No segundo capítulo, apresentamos a nossa metodologia de pesquisa baseada nos princípios da Engenharia Didática e nossos procedimentos metodológicos.

No terceiro capítulo, temos a apresentação do questionário aplicado aos professores sobre alguns dados mais gerais e o ensino e aprendizagem de sequências recursivas.

No quarto capítulo, expomos a nossa sequência didática, composta de um conjunto de atividades acerca de sequências recursivas, com o objetivo, a descrição, os procedimentos e a análise a priori.

No quinto capítulo, apresentamos a experimentação da pesquisa com a aplicação da nossa sequência didática.

No sexto capítulo, apresentamos a análise dos resultados obtidos com a análise a posteriori e validação.

Por fim, a exposição de nossas considerações finais.

Capítulo 1

Padrões e Sequências Recursivas

Neste capítulo, temos como objetivo apresentar um breve estudo de padrões e sequências recursivas e das competências e habilidades matemáticas do currículo básico no que se referem às sequências numéricas, além de apresentar os estudos que foram realizados durante os últimos anos sobre o ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas, a fim de conhecer as investigações realizadas a respeito dos recursos didáticos, experiências didáticas e das dificuldades de aprendizagem no conteúdo.

1.1 Os Padrões e a Matemática

Em todo o tempo e em qualquer lugar, estudiosos buscam soluções para problemas determinados por regras e modelos, sendo possível identificar padrões nas mais diferentes coisas ao redor do mundo, padrões estes que também podem ser representados numericamente, sendo assim pertinente a identificação dos mesmos na matemática. Tal identificação está intimamente ligada ao raciocínio lógico e à construção do conhecimento matemático. Além do que, há alguns anos a matemática é definida por muitos como a ciência dos padrões. Desse modo, Vale et al (2007, p.4) afirma que

> Vários fenômenos ou ocorrências naturais ou não, explicam-se, através de padrões matemáticos. É o caso do padrão da pelagem dos animais. Também a disposição das folhas no caule de algumas plantas, como o aipo ou a tabaqueira segue os números de Fibonacci. O mesmo se passa com as espirais do ananás ou da pinha, que se relacionam com a série de Fibonacci. Também num girassol se podem encontrar relações com a série de Fibonacci. Nas asas das borboletas podem-se identificar padrões geométricos, o mesmo acontecendo nas plumas do pavão e nas células de uma colmeia. A couve-flor é um exemplo real de um fractal – padrão decrescente. Uma estrela, ao sucumbir, produz dois clarões que são simétricos. Assim como é possível identificar rotações e simetrias numa maçã. (apud JUNIOR et al. (2021), p. 157).

Os padrões e a exploração de regularidades desempenham papel significativo no ensino e aprendizagem da matemática, sobretudo nos estudos do conhecimento algébrico, contribuindo para que o aluno desenvolva capacidades de raciocínio algébrico.

1.2 Competências e Habilidades Matemáticas

O estudo de padrões e de recorrências está presente na Base Nacional Comum Curricular - BNCC - e sua importância é significativa, uma vez que o mesmo permeia vários assuntos do currículo, não só da Matemática, como também de outras áreas de conhecimento.

Conforme a BNCC, BRASIL (2018), o desenvolvimento do pensamento algébrico constitui-se, entre outros, da identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, assim como do estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos. Nesse sentido, é essencial que o trabalho com a álgebra esteja presente no processo de ensino e aprendizagem desde os Anos Iniciais até os Anos Finais do Ensino Fundamental, por meio de diferentes dimensões.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o conhecimento algébrico é explorado por meio das ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, porém sem o uso de letras para expressar regularidades. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. (BRASIL, 2018, p. 270)

Os estudos de álgebra são ampliados nos Anos Finais do Ensino Fundamental, sendo trabalhado, entre outros, que o aluno estabeleça a generalização de uma propriedade, investigue a regularidade de uma sequência numérica e indique um valor desconhecido em uma sentença algébrica.

Já nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN - há uma abordagem sobre padrões e regularidades durante todo o ciclo do Ensino Fundamental, presente no ensino de Números e Operações, Espaço e Forma e sendo fundamental no Ensino de Álgebra.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática no Terceiro Ciclo do Ensino Fundamental, é afirmada a necessidade de "explorar o potencial crescente de abstração dos alunos, fazendo com que os mesmos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas" (BRASIL (1998), p. 63), o que leva à construção do conhecimento matemático por parte do aluno por meio de observações e descobertas.

Ainda no programa de Matemática do Terceiro Ciclo do Ensino Fundamental, constam indicações que remetem ao estudo de padrões e regularidades, como é referido que um dos conceitos e procedimentos dentro do estudo de Números e Operações consiste na "utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas" (BRASIL, 1998, p. 72).

Já no Quarto Ciclo do Ensino Fundamental, é mencionada a utilização de aprendizagens que levem o aluno a observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. A respeito do ensino de álgebra, as orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclos sugerem a abordagem de situações que "levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos" (BRASIL, 1998, p. 116), fazendo com que o aluno estabeleça relações e crie conjecturas ao invés de apenas manipular equações mecanicamente. Nesse sentido, é fácil identificar a presença do estudo de padrões relacionando-se significativamente com o conhecimento algébrico, estimulando, assim, o aluno a construir o seu próprio modelo matemático generalizando as regras e propriedades presentes no conhecimento matemático.

Dentro do estudo de Espaço e Forma no Ensino Fundamental em geral, os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que "o conhecimento de noções geométricas auxilia no estudo de números e medidas, instigando o aluno, entre outros, a identificar regularidades" (BRASIL, 1998, p. 51). Desse modo, a identificação de padrões, estimulada pelas noções geométricas representa até mesmo a descoberta de regularidades de maneira visual, pela percepção do aluno, na qual, por exemplo, o aluno pode identificar mais facilmente o padrão estabelecido em uma sequência figural, onde são representadas figuras geométricas que seguem alguma regularidade do que identificar de imediato o padrão presente numa sequência puramente numérica.

1.3 Estudos sobre o Ensino e Aprendizagem de Padrões e Sequências Recursivas no Ensino Básico

Analisamos quinze estudos sobre a problemática do ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas, são estes: Barbosa (2007), Branco (2008), Ferreira (2009), Chiconello (2013), Júnior (2013), Martins (2014), Silva (2015), Santos (2016), Silva (2016), Rosa (2017), Morais (2018), Ferraz (2018), Oliveira (2018), Silva (2019) e Monteiro (2020). Tais estudos apresentaram experiências didáticas no processo de ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas, abordando recursos didáticos e metodologias utilizadas em sala de aula no ensino básico, bem como as dificuldades apontadas por alunos no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo.

A seguir apresentamos os estudos de Barbosa (2007), Branco (2008), Ferreira (2009), Chiconello (2013), Júnior (2013), Martins (2014), Silva (2015), Santos (2016), Silva (2016), Rosa (2017), Morais (2018), Ferraz (2018), Oliveira (2018), Silva (2019) e Monteiro (2020) acerca dos recursos didáticos e experiências didáticas utilizadas em sala de aula no ensino de padrões e sequências recursivas.

BARBOSA (2007) realizou uma pesquisa com alunos do oitavo ano de uma escola situada na região do Alentejo, em Portugal, com o objetivo de perceber se a utilização de padrões num contexto de tarefas de investigação melhora o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os dados foram recolhidos por meio de questionários, entrevistas, observação de aulas e relatórios escritos.

Nove tarefas de investigação foram preparadas, sendo quatro delas preliminares e duas aulas de exploração de conteúdos. Todas as tarefas foram resolvidas em pequenos grupos, no final de cada era obrigatória a realização de um relatório pelos alunos, que eram corrigidos e comentados. Todas as tarefas foram realizadas em sala de aula e sem limite de tempo.

Com o objetivo de se confrontar posições de alunos com desempenhos distintos, Barbosa (2007) selecionou em seu estudo dois alunos, um com pior desempenho e outro com melhor para análise dos resultados obtidos. Com relação à imagem da matemática, após as atividades um dos alunos relatou que a matemática passou a ser vista como algo que se experimenta, investiga e discute, considerando a exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação um desafio divertido que "obriga"os alunos a desenvolver hábitos de pensamento, enquanto que o outro aluno afirmou que gostou do trabalho desenvolvido porque lhe permitiu aprender novos conteúdos, explorando e discutindo ideias com os colegas e respeitando o seu ritmo de aprendizagem. Em relação ao estudo de padrões e regularidades, a autora relata que a exploração de padrões nas atividades permitiu o desenvolvimento do sentido de símbolo, ao proporcionar que os alunos utilizem diferentes representações, identifiquem e generalizem relações, analisem os seus significados e tomem consciência da importância da verificação de dados.

A autora conclui que a exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação pode contribuir para o entendimento da Álgebra, permite o estabelecimento de conexões matemáticas, desenvolve a comunicação matemática por meio do uso de uma linguagem (escrita e oral) não ambígua adequada à situação e melhora a imagem da Matemática.

Outro estudo foi o de BRANCO (2008) que tem por base uma proposta pedagógica para o 7º ano de escolaridade no ensino sobre Equações, desenvolvida numa escola do distrito de Santarém, em Portugal. Esta proposta inclui uma sequência de tarefas relativas ao estudo de padrões e regularidades e de equações, com caráter problemático, exploratório e investigativo.

Branco (2008) procurou conhecer as estratégias que os alunos adaptam para descrever padrões e regularidades e para resolver problemas e a compreensão da linguagem algébrica que revelam neste ano de escolaridade, antes e depois da leccionação da unidade de ensino. Para isso, foram utilizados estudos de caso e a recolha de dados teve como principais instrumentos um diário de bordo, as entrevistas realizadas individualmente a dois alunos antes e depois da leccionação da unidade de ensino e os documentos produzidos por todos os alunos da turma no âmbito das tarefas propostas.

Segundo a autora, este estudo permitiu analisar as regularidades observadas pelos alunos na exploração de padrões, observando como identificam relações entre duas figuras consecutivas e entre a constituição de uma figura e a sua ordem. E foi verificado que os alunos, tendo por base as propriedades das figuras, decompõem-nas assinalando o que é invariante e o que varia de acordo com a ordem, conseguindo, assim, elaborar expressões algébricas que traduzem essa generalização.

Ainda segundo a autora, com relação às aprendizagens resultantes do trabalho com padrões, a procura de regularidades e a sua generalização também se verifica no âmbito da exploração de situações e da investigação de padrões numéricos. Nestas tarefas de caráter exploratório e investigativo os alunos mostram-se particularmente motivados e empenhados. No caso do problema surgem na turma diversas estratégias de representação, nas quais os alunos elaboram esquemas, fazem descrições detalhadas ou por tópicos. Identificam uma regularidade que lhes permitem responder a alterações nas condições iniciais e generalizam-na usando linguagem natural ou linguagem algébrica.

FERREIRA (2009) realizou um estudo em uma escola da rede estadual de são Paulo, cujo objetivo foi investigar como o aluno que concluiu o Primeiro ano do Ensino Médio observa, realiza e compreende as atividades de observação de regularidades e de generalização de padrões.

Para a coleta de dados, a autora elaborou e aplicou um instrumento diagnóstico inspirado nas ideias da Engenharia Didática. Essa coleta foi feita em duas sessões por meio de atividades realizadas em duplas e complementada com entrevistas.

Para a primeira sessão, análise a priori, Ferreira (2009) aplicou três atividades envolvendo a observação de regularidades, a generalização de padrões e o estudo de progressões aritméticas, enfatizando sobre a fórmula do termo geral e a soma da PA. Já a segunda sessão, análise a posteriori, era composta de três atividades envolvendo progressões aritméticas e geométricas e suas respectivas fórmulas de termo geral e soma dos termos.

Segundo Ferreira (2009) na primeira sessão os alunos indicaram com facilidade o próximo termo das sequências propostas, porém alguns indicaram dificuldade ao encontrar um termo distante no que diz respeito ao registro da resposta em linguagem natural, demonstrando, assim, certa dificuldade ao ter que escrever uma explicação ao invés de apenas expressar verbalmente o termo solicitado para a sequência. O autor ressalta a importância das sequências figurativas na proposta de atividades, que possibilitou o desenvolvimento de estratégias variadas para um mesmo problema, permitindo a análise de resultados por parte dos alunos.

Já na segunda sessão e nas entrevistas, conforme Ferreira (2009), os alunos, de um modo geral, manifestaram características apropriadas às sequências, porém apresentaram dificuldades na descrição do próximo termo das sequências que trabalhavam com Progressão Geométrica e na generalização das sequências propostas, ou seja, na utilização da abordagem recursiva.

O autor conclui, por meio de sua análise a posteriori, que os alunos, apesar de não terem descrito nenhum das sequências apresentadas como uma PA ou uma PG, muitas vezes afirmando não lembrar a fórmula resolutiva, conseguiram concluir algumas generalizações de padrões descritos nas atividades propostas, assim como alcançaram a observação de importantes aspectos necessários para a obtenção do próximo termo presente nas regularidades.

CHICONELLO (2013) realizou uma pesquisa junto a alunos da 1ª e 2ª séries do Ensino Médio de uma Escola Técnica Estadual de São José do Rio Pardo, em São Paulo, que tinha como objetivo o ensino e a aprendizagem referente ao estudo das funções, sequências e recursividade, utilizando a construção de uma sequência didática com o propósito de proporcionar ao aluno condições para construir e compreender tais conceitos.

O autor dividiu a atividade em oito etapas, na qual cada uma tinha uma finalidade e uma sequência, objetivando conduzir progressivamente o aluno à construção da ideia de recursividade por meio de recursos geométricos e algébricos.

De acordo com Chiconello (2013) vários grupos de alunos conseguiram generalizar os resultados, alcançando as fórmulas para os números triangulares e números quadrados e puderam, por meio das atividades, ler e interpretar enunciados, desenvolver a linguagem simbólica da ciência, pensar de modo instigante por meio da recursividade, associando a álgebra com a geometria e conjecturando resultados de hipóteses traçadas.

O autor conclui afirmando que o material elaborado e aplicado permite o aprendizado do aluno do Ensino Médio de forma progressiva e significativa no que se refere aos conceitos fundamentais de recursividade por meio de atividades que exploram os números poligonais.

JÚNIOR (2013) realizou uma pesquisa na qual visou à construção de uma fundamentação teórica de Recorrências, para facilitar a aplicação em problemas da educação básica como combinatória, probabilidade e progressões. O objetivo da pesquisa era auxiliar no processo de construção da aprendizagem de Combinatória, Probabilidade, Binômio de Newton, Progressões aritméticas e geométricas, apoiados na teoria de recorrência.

A fundamentação teórica é construída por meio de definições, propriedades e em alguns momentos desenvolvida sobre tópicos da álgebra linear. O método de Herão, a Torre de Hanói e a sequência de Fibonacci foram exemplos destacados da aplicação da teoria de recorrência.

O autor concluiu que o estudo de Recorrências pode ajudar a solucionar dificuldades nos conteúdos de Combinatória, Probabilidade, Progressões e Binômio de Newton, nos quais é observado um desinteresse por parte de alguns alunos, justificado pelo elevado grau de dificuldade na resolução de problemas, pois o raciocínio recursivo torna-se atraente devido à possibilidade de unificar soluções por meio de uma solução geral, além de ser aplicável em outras áreas da matemática.

MARTINS (2014) realizou um estudo no qual apresenta uma série de atividades para a educação básica que envolve o raciocínio recursivo e que usa como recurso pedagógico planilhas eletrônicas. A série foi composta de 7 atividades que envolvem equações de recorrências lineares de primeira ordem e 3 atividades que envolvem equações de recorrências lineares de segunda ordem. Em todas as atividades, o aluno utilizava planilhas eletrônicas para montar tabelas e gráficos e assim desenvolver o raciocínio recursivo e obter uma noção de gráficos discretos.

As atividades foram aplicadas em turmas do 8º e 9º anos do ensino fundamental de uma escola municipal, localizada na zona rural do Município de Viamão no Rio Grande do Sul, e propõem um estudo de equações de recorrências para a sala de aula, possibilitando que o aluno tenha acesso a problemas do cotidiano, que são resolvidos com o auxílio de planilhas eletrônicas deduzindo o próximo valor de cada célula, isto é, o próximo valor da sequência, sempre em função do termo anterior ou de dois termos anteriores.

De acordo com Martins (2014) pelo fato das soluções de recorrências serem algo novo para os alunos, na turma do 9º ano, constatou-se que eles tiveram muita dificuldade para entender o método de solução e alguns estavam muito ansiosos para entender todas as etapas, mesmo assim o autor afirma que foi muito satisfatório, pois os alunos aprenderam uma nova ferramenta para a resolução de problemas, o que indica, segundo o autor, que se praticassem mais as resoluções de recorrências, eles poderiam atingir o domínio desse conteúdo, resolvendo com mais facilidade os problemas propostos.

Com as atividades desenvolvidas na turma do 8º ano, o autor constatou que os alunos tiverem facilidade em deduzir a fórmula para preencher as atividades e também mostraram facilidade para elaborar o gráfico das questões, porém com a necessidade de auxílio para encontrar os recursos para essa construção.

Para Martins (2014) os alunos gostaram muito do trabalho feito em sala de aula com o uso dos computadores como recurso didático, o que tornou as aulas mais atrativas, demonstrando interesse por desenvolver atividades que vão além das aulas convencionais.

SILVA (2015) realizou um estudo junto a alunos de três turmas do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do Distrito Federal, no qual apresenta uma abordagem sobre sequências recursivas por meio de atividades em sala de aula. Entre os objetivos das atividades submetidas aos alunos encontram-se a exploração do pensamento algébrico e a procura de padrões em sequências dadas.

Foram abordadas basicamente três linhas de pensamento e discussão: a primeira voltada à análise das recorrências propriamente ditas, a segunda relacionada à identificação de padrões de formação dessas sequências e a terceira caracterizada pela descrição algébrica das sequências analisadas.

Segundo Silva (2015) foi verificado que, apesar das limitações como a falta de pré-requisitos para a compreensão lógico-matemática e a dificuldade em realizar a descrição das equações das sequências numéricas, a maior parte dos alunos foi capaz de identificar e descobrir padrões de formação das sequências numéricas.

Conforme o autor, em relação às principais dificuldades encontradas no estudo, os alunos relataram a dificuldade de interpretação, raciocínio e a falta de interesse e a maioria opinou que deveriam ser trabalhados mais exercícios sobre a procura de padrões nas aulas de matemática, uma vez que o estudo de sequências melhorou o desenvolvimento do raciocínio lógico, possibilitando uma maior compreensão na resolução de problemas, inclusive questões olímpicas como da OBMEP, ainda que os problemas não estejam diretamente ligados com as sequências numéricas.

O autor conclui, por meio de sua experiência, que a abordagem de recorrências em escolas públicas pode tornar-se útil de várias formas, principalmente no que se refere ao exercício da busca por modelos matemáticos e a percepção algébrica para sistematizar modelos encontrados.

SANTOS (2016) realizou um estudo junto a um grupo de dez estudantes, de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, participantes de um Projeto de Iniciação Científica Júnior, de uma escola do município de Vitória, no estado do Espírito Santo, com o objetivo de explorar tarefas matemáticas que auxiliassem os estudantes a encontrar padrões e regularidades e que os ajudassem a chegar à generalização de ideias matemáticas, bem como identificar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de tarefas de padrões e representá-las com software de computação gráfica.

Foram utilizados, durante o Projeto de Iniciação Científica Jr, dois softwares de computação gráfica, o Sweet Home® e o Auto Cad®. Segundo Santos (2016), os resultados indicaram que em relação a identificar padrões a partir das concepções, os estudantes utilizaram como estratégias a contagem numérica e visual para perceber e encontrar padrões e regularidades, conseguindo representar uma generalização na linguagem de escrita retórica, porém apresentando dificuldade de generalizar algebricamente uma sequência de padrões.

Em relação à identificação de padrões nas tarefas computacionais, a autora afirma que os alunos reconheceram elementos visuais e conteúdos matemáticos que percebiam conter padrões matemáticos, resolvendo de forma intuitiva os problemas propostos.

Santos (2016) conclui que os alunos participantes sentiram-se motivados a aprender conceitos matemáticos e a resolver tarefas computacionais, sendo possível a utilização de softwares de computação gráfica como recurso em sala de aula, ressaltando as tarefas com a temática de padrões e as representações mentais da generalização desses padrões.

Outro estudo analisado foi o de SILVA (2016), que realizou uma pesquisa junto a alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual, da cidade de Cuité, na Paraíba, que tinha como um dos objetivos identificar conceitos sobre padrões, apresentados a partir de tarefas problematizadoras e investigativas. Essa pesquisa apresenta uma sequência de cinco tarefas, de caráter exploratório envolvendo padrões de repetição e de crescimento que envolve contextos concretos e figurativos que foram desenvolvidos com os alunos em sala de aula.

Segundo Silva (2016), as tarefas aplicadas permitiram aos estudantes identificar, construir e compreender padrões, ou seja, os alunos apresentaram conceitos sobre padrões, por meio da comunicação de ideias, estratégias, pensamentos, conjecturas e validações. A apresentação desses padrões possibilitou a comunicação de ideias e a construção de relações envolvendo diversos conceitos matemáticos.

A exploração de padrões apresentada no contexto das tarefas propostas, segundo a autora, permitiu o desenvolvimento do pensamento algébrico, o sentido do símbolo e de valores fixos e variáveis em uma expressão, visualização e utilização de diferentes representações de padrões, identificação e generalização de relações por meio de sequências, como a elaboração de regras na representação de padrões.

Silva (2016) conclui afirmando que a pesquisa possibilitou verificar que a metodologia e a sequência didática adotada assumem um importante papel no processo de comunicação oral e escrita dos alunos, além de favorecer o movimento de ideias e estratégias que contribuem com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Outro trabalho analisado foi o de ROSA (2017) que, após explorar os conteúdos de Recorrência, Progressões Aritméticas, Progressões Geométricas e Análises Combinatórias, propôs um plano de aula com a finalidade de trabalhar o tema Recorrência em sala de aula. Para tanto, dividiu sua pesquisa em dois momentos: o primeiro referia-se a utilização de recorrências matemáticas no ensino médio na preparação dos alunos para a Olimpíada Brasileira de Matemática e foi aplicado em turmas da 1ª série antes da apresentação das sequências numéricas e em turmas da 3ª série do ensino médio. O segundo momento surgiu na disciplina "Introdução ao Cálculo", ministrada para as turmas dos cursos de Engenharia e Administração de Empresas.

A pesquisa tinha como objetivo o estudo sobre sequências numéricas, aplicadas em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática - OBMEP, geralmente não abordadas e exploradas nas salas de aula do ensino médio, e que tinham suas soluções modeladas matematicamente por meio do uso de recorrências numéricas.

Rosa (2017) concluiu que o uso de recorrências no ensino da matemática básica deve ser utilizado para o desenvolvimento do raciocínio do aluno, ou seja, os alunos reconhecem padrões, tiram conclusões e, com isso, aprendem a organizar ideias e construir seus próprios modelos. Em relação à utilização de recorrências na matemática financeira, nos cursos de Ciências Contábeis e Administração de Empresa, o autor relata que os próprios alunos opinaram que o método do raciocínio das recorrências para equacionar os problemas envolvendo série de pagamentos uniformes e não uniformes, bem como o uso de recorrências ao explicar a obtenção de fórmulas de juros e montantes, ajudou muito na compreensão.

FERRAZ (2018) e OLIVEIRA (2018) realizaram estudos junto aos alunos da Educação de Jovens e Adultos – EJA – de uma escola da rede pública de Vitória da Conquista, na Bahia.

O estudo de Ferraz (2018) tinha como objetivo analisar as estratégias utilizadas por alunos da EJA na resolução de atividades envolvendo padrões e regularidades no contexto figurativo.

Em relação aos resultados obtidos na atividade aplicada com os alunos, que foi baseada em duas questões relacionadas às sequências figurativas e aos padrões e regularidades, Ferraz (2018) afirma que ficou nítido o problema dos alunos da turma em interpretar ou identificar a álgebra existente nas questões, uma vez que em uma das questões a maioria dos alunos não tinha noção do significado do “n” na sequência determinada, apesar dos mesmos terem encontrado a razão na sequência de modo geral, o que representa uma dificuldade na compreensão e representação de termos matemáticos de generalização de fórmulas ou noção sobre padrão. Na outra questão ainda, conforme o autor, alguns alunos não conseguiram chegar a uma fórmula ou padronização que correspondesse à resolução do problema.

O autor afirma, portanto, que uma das limitações destacadas na sua pesquisa é o desconhecimento do tema Padrões e Regularidades pelo público da EJA, enfatizando que os alunos desta modalidade de ensino não se encontram familiarizados com atividades nessa abordagem, embora a maioria das respostas apresentadas pelos alunos tenham apresentado coerência e sido construtivas.

Já o estudo de Oliveira (2018) tinha como objetivo analisar as estratégias utilizadas pelos alunos da EJA na resolução de questões que envolvem padrões e regularidades para a aprendizagem matemática.

Oliveira (2018) fez uso de um questionário que abordava questões envolvendo Padrões e Regularidades e afirma que, segundo os resultados obtidos, muitos dos alunos não conseguiam justificar suas respostas ou fazer uma descrição mais abrangente de como solucionou o problema, apesar de demonstrar conhecimento sobre qual o padrão existente na questão e compreender a ideia inicial, respondendo corretamente o que era proposto, eles apresentavam dificuldades no que diz respeito à generalização completa e conjectura das situações problema.

Conforme Oliveira (2018) é importante destacar a facilidade que os alunos apresentaram na resolução de problemas que possuíam semelhança com o seu cotidiano. Assim, o autor conclui destacando a importância das atividades com padrões na aprendizagem matemática de alunos da EJA, que possuem saberes do cotidiano, e enfatiza também a necessidade de se trabalhar tarefas diferenciadas na modalidade EJA.

MORAIS (2018) realizou uma pesquisa, na qual busca entender como o estudo das Recorrências Lineares de Primeira Ordem poderia contribuir para a construção de modelos matemáticos, em especial, fórmulas inerentes à Matemática Financeira, com alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola estadual localizada na cidade de Piracicaba, em São Paulo, com o auxílio da tecnologia Excel e Geogebra para observação de regularidades e compreensão dos processos e interpretação dos dados.

A atividade aplicada tinha como objetivo, conforme Morais (2018), complementar e dar maior significado às atividades sobre Sequências já trabalhadas em anos anteriores, mas com aprofundamento nessa série, partindo do estudo de sequências definidas recursivamente, especialmente as sequências organizadas em Progressão Aritmética ou Geométrica até a construção das fórmulas dos Juros Simples e Compostos.

Segundo a autora, a aplicação da atividade foi desenvolvida na temática "Reforma da Previdência Social no Brasil", abordando a buscar por formas de se investir para garantir um futuro com qualidade de vida ao mesmo tempo em que se deve buscar conhecer o funcionamento de investimentos e financiamentos oferecidos no Brasil.

Morais (2018) conclui afirmando que o trabalho com sequências, da maneira como foram abordadas, motivou os alunos a aprender, uma vez que houve o entendimento do significado de muitas variáveis contidas em fórmulas que, em geral, eles aprendiam mecanicamente. Os problemas encontrados estavam relacionados às dificuldades dos alunos com operações matemáticas, principalmente os procedimentos algébricos.

SILVA (2019) realizou um trabalho no qual trata do ensino de recorrências para alunos do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Alagoas, Campus Batalha, aliado a ferramenta Google Sala de aula, tendo como foco as Olímpiadas de Matemática. O autor apresenta uma proposta de sequência didática para o ensino de recorrências, objetivando dar ênfase a importância do conteúdo e oportunizar a autonomia do aluno para a solução de problemas relacionados a outros conteúdos matemáticos.

A metodologia utilizada pelo autor foi a Resolução de Problemas associada à ferramenta Google Sala de Aula, sendo realizado um estudo das questões olímpicas das provas de anos anteriores e promovida a socialização e discussão das questões com os alunos, revisando os conteúdos matemáticos necessários à resolução dos problemas.

Entre as dificuldades encontradas durante o projeto, o autor relata uma grande dificuldade inicial na adequação ao nível de dificuldades das competições matemáticas no que se refere à formalização matemática.

Silva (2019) afirma que, com a realização do projeto, os alunos conseguiram ter novas perspectivas com relação à matemática, com mais motivação para o estudo da disciplina e a resolução de problemas mais elaborados, como os problemas olímpicos, além da melhora relacionada à leitura, formalização e escrita matemática dos alunos.

O último estudo analisado foi o de MONTEIRO (2020) que teve como objetivo apresentar uma proposta de estudo das recorrências lineares, principalmente as de primeira e de segunda ordem. O trabalho discorreu os vários tipos de sequências recursivas, com exemplos de aplicações em diversas áreas da matemática no ensino médio. O autor propôs algumas atividades relacionadas ao cotidiano do estudante do ensino médio e apresentou suas aplicações na geometria euclidiana, sequência de Fibonacci, pizza de Steiner, torre de Hanói, desintegração de elementos químicos, eliminação de uma droga do organismo e colônia de bactérias.

Segundo Monteiro (2020), os livros didáticos do ensino médio apresentam as progressões aritméticas e as progressões geométricas como únicas sequências recorrentes. Entretanto, o método recursivo possui variadas aplicações e pode ser empregado em diversas áreas como Física, Química, Biologia e Geografia, despertando no aluno o interesse à pesquisa. Com o trabalho constituído de numerosos exemplos, atividades propostas com soluções e algumas aplicações na busca da interdisciplinaridade, o autor pretende contribuir de alguma forma com os professores de matemática do ensino médio.

Nos estudos de Barbosa (2007), Branco (2008), Ferreira (2009), Chiconello (2013), Júnior (2013), Martins (2014), Silva (2015), Santos (2016), Silva (2016), Rosa (2017), Morais (2018), Ferraz (2018), Oliveira (2018), Silva (2019) e Monteiro (2020) podemos perceber que as experiências didáticas no processo de ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas, cuja metodologia envolve a resolução de problemas, aplicabilidade no cotidiano ou recursos tecnológicos, geram uma maior motivação nos alunos para o estudo da Matemática, contribuem significativamente para o aprendizado da Álgebra ao desenvolver a linguagem simbólica da ciência e promovem a exploração e comunicação de ideias entre os alunos, permitindo que os mesmos criem hipóteses, tracem estratégias de resolução e conjecture resultados.

Numa abordagem metodológica no ensino de matemática, a resolução de problemas consiste em um importante meio em busca de uma aprendizagem significativa, surgindo como uma resposta ao ensino matemático caracterizado pela aplicação de exercícios usuais de fixação trabalhados de maneira mecânica em sala de aula.

Como afirma Vila e Callejo (2006, apud POSSAMAI et al. (2018), p. 74) por meio da resolução de problemas os alunos são estimulados à abordagem de novos contextos, fazendo uso de variadas estratégias de resolução e interpretação de questões, por meio de questionamentos e aplicando conhecimentos e habilidades em outras situações. Desse modo, o aluno é tido como um protagonista no processo de ensino e aprendizagem da matemática, desenvolvendo de forma significativa o construindo o seu conhecimento.

No âmbito da modelagem matemática e da resolução de problemas, o conhecimento matemático é construído, como um processo em contínuo desenvolvimento, e não visto como algo pronto e acabado. Nessa perspectiva a matemática é trabalhada como uma linguagem capaz de explorar a imaginação enquanto capacidade de interpretação da realidade, tornando possível modelar matematicamente uma situação prática, fazendo uso da interação social e da solução de situações-problema.

Um ponto relevante na revisão dos estudos e que foi acrescentado de modo geral pelos autores é a dificuldade que os alunos apresentam na generalização das sequências propostas, ou seja, na utilização algébrica da abordagem recursiva. Podemos perceber, após revisar as pesquisas realizadas, que muitos alunos conseguiam interpretar corretamente as situações e apresentar uma solução para os problemas propostos, porém fazendo uso de uma linguagem mais informal, sem concluir a resolução de modo algébrico. A partir desse ponto podemos perceber a importante e inseparável relação existente entre o aprendizado da álgebra e o estudo de padrões e sequências recursivas.

A inserção do estudo da álgebra, conceituada de modo geral como uma generalização da aritmética, no ensino matemático condiz com uma busca de padrões em situações nas quais há uma generalização. Nessa vertente, o estudo de padrões e sequências recursivas acaba por introduzir e/ou explorar o raciocínio algébrico do aluno, no qual o mesmo, diante de uma situação-problema busca meios para representar e generalizar os números, simplificando a linguagem matemática por meio dos símbolos.

Conforme afirma Walle (2009, p. 287, apud THEODOROVSKI e OLIVEIRA (2020), p. 223), "o pensamento algébrico ou raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com uso de um sistema de símbolos significativo, explorando conceitos de padrão e de função".

Entretanto, o ensino de álgebra muitas vezes tem se resumido unicamente às técnicas e operações representadas por fórmulas. Isto é, muitas vezes não há uma construção do conteúdo matemático em si até chegar à sua generalização e formulação do modelo matemático. Tal construção pode ser fundamentada por meio do pensamento recursivo.

O pensamento recursivo encontra-se em muitos lugares, seja na matemática ou em situações comuns, sendo a recursão inerente em diversas situações de diferentes áreas do conhecimento e aplicabilidade. Sobre como podemos encontrar a ideia recursiva no dia a dia, (MARTINS, 2014) afirma que

> Podemos encontrar a ideia recursiva nas compras do supermercado, no cálculo da velocidade e posição de um corpo, no cálculo envolvido num fenômeno oscilatório, etc. Por exemplo, quando calculamos o gasto que teremos na compra de 1kg, 2kg, 3kg, e assim sucessivamente, de certo produto, automaticamente estamos usando intrinsecamente a ideia recursiva, onde cada valor é formado por etapas bem definidas. (p. 14)

Esse fato nos mostra que a presença do pensamento recursivo abre a possibilidade da exploração do conhecimento algébrico em diversas situações.

Ainda com base nos estudos analisados podemos perceber a importância de proporcionar aos estudantes a descoberta e o desenvolvimento de várias habilidades, como a aplicabilidade de conteúdos matemáticos, pois conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos.

É importante o estabelecimento de relações entre os diferentes conteúdos e conceitos, considerando a matemática como uma área com tópicos integrados. Desse modo, o estudo da matemática deve proporcionar situações para que o aluno possa relacionar as ideias matemáticas, associando-as entre as diferentes áreas da matemática e às experiências do seu cotidiano, percebendo, assim, a sua utilidade.

Segundo os PCN's , Brasil (1998), é fundamental que os alunos comparem e contrastem conceitos e procedimentos, estabelecendo conexões entre conteúdos, notando a matemática como uma área com tópicos integrados e não como um conjunto de conteúdos isolados, pois será relacionada com aspectos reais de seu dia a dia. Nesse sentido, os alunos são estimulados a perceber os diferentes usos e representações dos conceitos matemáticos e as diferentes formas de resolver situações matemáticas, além de relacioná-las às outras áreas.

Por fim temos que o fato de o pensamento recursivo estar presente em muitas ocasiões do cotidiano deve ser considerado em sala de aula, pois, segundo Martins (2014), a modelagem de problemas matemáticos auxilia o aluno a encontrar aplicabilidade dos conteúdos aprendidos. Ainda segundo o autor, nas fases recursivas presentes em problemas modelados torna-se necessário que o aluno elabore estratégias, despertando assim o seu pensamento crítico.

No capítulo seguinte apresentamos a nossa metodologia de pesquisa, o objetivo norteador do trabalho e a descrição dos instrumentos de análise utilizados na pesquisa.

Capítulo 2

Metodologia de Pesquisa

Este capítulo tem como objetivo apresentar a metodologia de pesquisa que utilizamos em nosso estudo e os procedimentos metodológicos adotados.

2.1 Princípios da Engenharia Didática

A metodologia de pesquisa desenvolvida foi baseada nos princípios da Engenharia Didática, pois acreditamos que é o método mais aplicável em consonância com o objetivo da nossa pesquisa.

Para ARTIGUE (1996), a Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, caracteriza-se, sobretudo, por um conjunto de experimentos baseado em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino, formado pelos registros feitos do estudo em questão e a sua validação.

Segundo Brousseau (2008, apud ALMOULOUD e SILVA (2012), p. 23), a engenharia didática, de fato, acompanha os dispositivos produzidos de um conjunto de estudos e análises que caracterizam o produto conforme os conhecimentos científicos teóricos e experimentais do momento.

Assim, a Engenharia Didática como método de pesquisa segue as seguintes etapas: os Estudos Preliminares, na qual o pesquisador estuda os referenciais teóricos a partir dos quais a sequência didática será elaborada; a Análise a priori, na qual o pesquisador realiza a descrição de cada situação didática escolhida; a Experimentação, caracterizada pela aplicação da sequência didática e a Análise a Posteriori e Validação, que é onde acontece o processamento dos dados obtidos durante a experimentação da sequência, bem como todas as observações feitas durante as situações didáticas e a validação ocorre com a comparação entre esses dados.

Os procedimentos metodológicos utilizados no processo de nosso estudo são descritos a seguir.

2.2 Procedimentos metodológicos

O desenvolvimento desta pesquisa foi constituído da elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática, direcionada ao ensino e aprendizagem de sequências recursivas. A sequência compreendeu as fases de estudos preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori.

2.2.1 Estudos preliminares

São os estudos que serviram de base para a construção da nossa sequência didática. Os estudos foram fundamentados:

- No estudo sobre padrões e sequências recursivas, para conhecermos um pouco sobre essa temática, assim como as competências e habilidades matemáticas do currículo básico no que se referem às sequências numéricas;
- Na revisão de literatura realizada sobre o ensino e aprendizagem de padrões e sequências recursivas no ensino básico, para conhecermos as dificuldades apresentadas por alguns alunos na aprendizagem do assunto, as experiências didáticas das aplicações já desenvolvidas sobre essa temática, bem como as metodologias utilizadas por alguns professores ao ensinar determinado conteúdo;
- Consulta aos professores, em que elaboramos um questionário com 14 questões no total, que foi aplicado a 50 professores de matemática que atuam no ensino básico. Esse questionário foi composto de alguns dados pessoais mais gerais referentes à formação do professor, assim como questões referentes ao ensino e aprendizagem de sequências recursivas, à metodologia e concepções acerca desse conteúdo matemático;
- Aplicação de um questionário e do pré-teste aos alunos do 9º ano que participaram da nossa sequência.

2.2.2 Análise a priori

A sequência didática foi estruturada com oito atividades referentes ao estudo de sequências recursivas, objetivando proporcionar a construção do conhecimento matemático significativo em cada atividade para os alunos do 9º ano. Apresentamos a seguir a sequência didática que foi constituída por um conjunto de 8 atividades para a construção do conhecimento de uma sequência recursiva.

1ª atividade: Identificação da regularidade de uma sequencia numérica por meio dos termos anteriores.

2ª atividade: Identificação da regularidade de uma sequência numérica por meio da posição dos termos.

3ª atividade: Identificação da regularidade de uma sequência por meio de processos aritméticos.

4ª atividade: Determinação da expressão algébrica e de um termo de uma sequência numérica e figural.

5ª atividade: Determinação de uma sequência a partir da regularidade estabelecida.

6ª atividade: Identificação da regularidade de uma sequência, em que o primeiro termo é maior que o valor da variação, por meio de processos aritméticos e determinação de um termo na sequência.

7ª atividade: Identificação da regularidade de uma sequência, em que o primeiro termo é menor que o valor da variação, por meio de processos aritméticos e determinação de um termo na sequência.

8ª atividade: Determinação da expressão algébrica e de um termo de uma sequência numérica e figural com o uso de um fluxograma.

Após a aplicação das atividades, foi aplicado o pós-teste para verificar se as atividades desenvolvidas auxiliaram na aprendizagem dos alunos.

2.2.3 Experimentação

Nesta fase, as oito atividades elaboradas foram aplicadas a 23 alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede municipal, localizada no município de Ananindeua, no Pará.

Torna-se importante informar que durante a fase da experimentação fizemos uso de anotações escritas de tudo o que observávamos durante a aplicação de cada atividade como, por exemplo, falas específicas dos alunos, dúvidas e comentários acerca do que estava ocorrendo em sala de aula. Enquanto a experimentação ocorria, o nosso bloco para anotações estava acessível a fim de colher o máximo de informações e registrar observações fundamentais para o nosso trabalho.

2.2.4 Análise a posteriori e Validação

Nossa análise a posteriori foi fundamentada nos resultados obtidos no pré e pós-testes. Já a validação foi caracterizada pela comparação entre os resultados dos dois testes e dos resultados do conjunto de atividades realizadas pelos alunos durante a sua aplicação.

No próximo capitulo, temos os resultados da consulta realizada com os professores por meio da aplicação de um questionário, a fim de identificar algumas concepções dos mesmos acerca do ensino e aprendizagem de sequências recursivas.

Capítulo 3

Consulta aos professores

O objetivo deste capítulo é apresentar o resultado de uma consulta realizada com 50 professores de Matemática que atuam no ensino básico.

A consulta foi definida por um questionário preparado e aplicado aos professores, com a finalidade de caracterizar os participantes e apresentar as suas concepções sobre o ensino da matemática, enfatizando as sequências numéricas.

O questionário foi dividido em duas seções e composto de um total de 14 questões. A primeira seção, sobre questões gerais, composta de seis questões, abrangia o tempo de serviço, formação acadêmica e experiência profissional como série e tipo de escola em que o professor atua.

A segunda seção, sobre o ensino e aprendizagem da matemática, composta de oito questões, compreendia questões sobre o currículo da disciplina e o ensino de sequências numéricas.

Os resultados coletados na consulta aos professores são apresentados a seguir.

3.1 Questões gerais

Dos professores consultados, temos que a maioria, 56%, atua em Belém e 26% no município de Ananindeua. Evidenciando, assim, um número superior de professores lecionando em escolas da capital do estado do Pará.

Em relação à faixa etária dos professores, a maioria, 24%, têm entre 31 e 35 anos, 16% têm entre 36 e 40 anos e 16% têm entre 26 e 30 anos, enquanto que a minoria, 4%, possui entre 51 e 55 anos. Mostrando, assim, que muitos dos professores que atuam nas escolas do estado são de idade inferior a 50 anos.

Temos que dos professores consultados, 74% são do gênero masculino e 26% do gênero feminino, o que nos mostra a prevalência de homens atuando na área da matemática em relação ao número de mulheres.

Quanto ao tempo de serviço como professor, temos que a maioria, 80%, possui menos de 20 anos de vivência em sala de aula, distribuídos da seguinte maneira: 10% de 0 a 5 anos, 26% de 6 a 10 anos, 24% de 11 a 15 anos e 20% de 16 a 20 anos. Enquanto que a minoria, 20%, possui mais de 20 anos de experiência, distribuídos na faixa de 21 a 30 anos. Desse modo, podemos perceber que os professores entrevistados já possuem uma prática considerável no ensino da matemática.

Acerca da formação acadêmica, 40% dos professores consultados têm título de mestrado e 28% têm especialização, enquanto que 28% possui apenas graduação em matemática. Ainda, temos que 2% possui bacharelado e outros 2% têm doutorado. Podemos constatar, dessa maneira, que a grande maioria dos entrevistados prosseguiu os estudos, avançando na sua formação profissional.

No que se refere às instituições nas quais os professores trabalham, 36% atua somente em escolas públicas da rede estadual, 14% atua somente em escolas da rede municipal, 20% atua em escolas da rede estadual e municipal, 12% dos professores exerce atividade em escolas da rede estadual e privada, 6% atua somente em escolas da rede federal e 6% somente em escolas da rede privada, 2% atua em escolas estaduais, municipais e privadas, 2% em escolas municipais e privadas e os outros 2% exerce atividade em escolas de outras esferas. Portanto, com isso, temos que mais de 90% dos professores consultados exerce atividade em alguma escola da rede pública de ensino, tendo conhecimento, assim, do real cenário das escolas públicas, seus anseios e dificuldades, na prática.

Sobre as séries em que está lecionando atualmente, no mínimo 50% dos professores consultados respondeu estar trabalhando com turmas do Ensino Fundamental, distribuídas entre 6º ano e 9º ano, além do Ensino Fundamental na modalidade da Educação de Jovens e Adultos - EJA. E mais de 40% dos professores respondeu estar atuando em turmas do Ensino Médio, distribuídas entre 1º ano e 3º ano, além do Ensino Médio na modalidade EJA.

3.2 Questões sobre o ensino e aprendizagem

Na segunda seção do questionário, temos 8 questões acerca da prática do professor em sala de aula. Nosso interesse era conhecer a didática e metodologia de alguns professores em relação ao ensino e aprendizagem de sequências numéricas envolvendo a recursividade. Desse modo, as questões Q7, Q8, Q9, Q10, Q11, Q12, Q13 e Q14 do questionário apresentavam características abordando a prática de alguns professores de matemática no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, a seguir apresentamos uma análise breve das respostas desses professores a essa seção do questionário.

Na questão Q7 queríamos saber se o professor costuma consultar os documentos normativos ao planejar o ensino de matemática e suas propostas pedagógicas. O gráfico representado na figura 3.1 apresenta o índice de resposta da questão Q7.

Figura 3.1: Consulta aos documentos normativos

Fonte: Questionário dos professores

Documentos normativos como a Base Nacional Comum Curricular - BNCC e os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's estabelecem o conjunto de habilidades essenciais que devem ser desenvolvidas pelos alunos ao longo de toda a Educação Básica. Estes documentos objetivam, entre outros, auxiliar o professor na reflexão da sua prática pedagógica e direcionar o seu planejamento, promovendo uma aprendizagem significativa constante para todos os alunos.

Pela figura 3.1 podemos perceber que grande parte dos professores, 86%, identificou que ao planejar o ensino de matemática consulta esses documentos e apenas 14% afirmaram não fazer uso dessa consulta.

Dos 86% que afirmaram consultar os documentos normativos, o que equivale a 43 respostas, temos que 39 professores afirmaram que realizam a consulta pelo fato dos documentos normativos representarem uma direção, um apoio e um suporte no planejamento do ensino da matemática e dos conteúdos a serem trabalhados ao longo de cada série/ano, a fim de obter melhor resultado com esse alinhamento. Enquanto que 4 professores justificaram realizar a consulta de tais documentos apenas por exigência ao seguir uma norma da instituição.

Em contrapartida, dos 14% que afirmaram não realizar a consulta, o que equivale a 7 respostas, 3 professores argumentaram a falta de tempo e a correria do trabalho como justificativa. Enquanto que 2 professores afirmaram que os livros didáticos já estão de acordo com os documentos oficiais, inclusive contendo o planejamento baseado nos mesmos. Ainda, 1 professor afirmou não achar fácil o manuseio desses documentos, enquanto 1 professor justificou a falta de hábito como argumento para a falta de consulta aos documentos normativos no planejamento do ensino da matemática.

Na questão Q8 queríamos saber sobre a abrangência das habilidades referentes à recursividade no currículo. O gráfico 2 representado na figura 3.2 apresenta o índice de resposta da questão Q8.

Figura 3.2: Habilidades referentes à recursividade no currículo

Fonte: Questionário dos professores

Com a análise da figura 3.2 identificamos que a maior parte dos professores, 72%, indicou que as habilidades referentes à recursividade estão presentes no currículo de toda a educação básica. Enquanto que 12% afirmaram que tais habilidades estão no currículo somente dos anos finais do ensino fundamental.

Com base no currículo de documentos normativos, por exemplo a BNCC, as habilidades relacionadas à recursividade perpassam todo o currículo da educação básica. No 1º ano e 2º ano do ensino fundamental temos as habilidades EF01MA10 e EF02MA11, respectivamente, referente à descrição de elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras. No ensino fundamental nos anos finais temos as habilidades EF08MA10 e EF08MA11 presentes no currículo do 8º ano que referem à identificação da regularidade de uma sequência numérica ou figural recursiva e não recursiva e à construção de um fluxograma que indique os números ou as figuras seguintes. Já no currículo do ensino médio temos o estudo das Progressões Aritméticas e Geométricas que está inserido no 1º ano, relacionado ao estudo de funções.

Na questão 09, nosso interesse era saber qual a metodologia que o professor adota no desenvolvimento do pensamento recursivo do aluno. O gráfico 3 representado na figura 3.3 mostra o índice de resposta dos professores à questão 09.

Figura 3.3: Metodologia adotada no desenvolvimento do pensamento recursivo

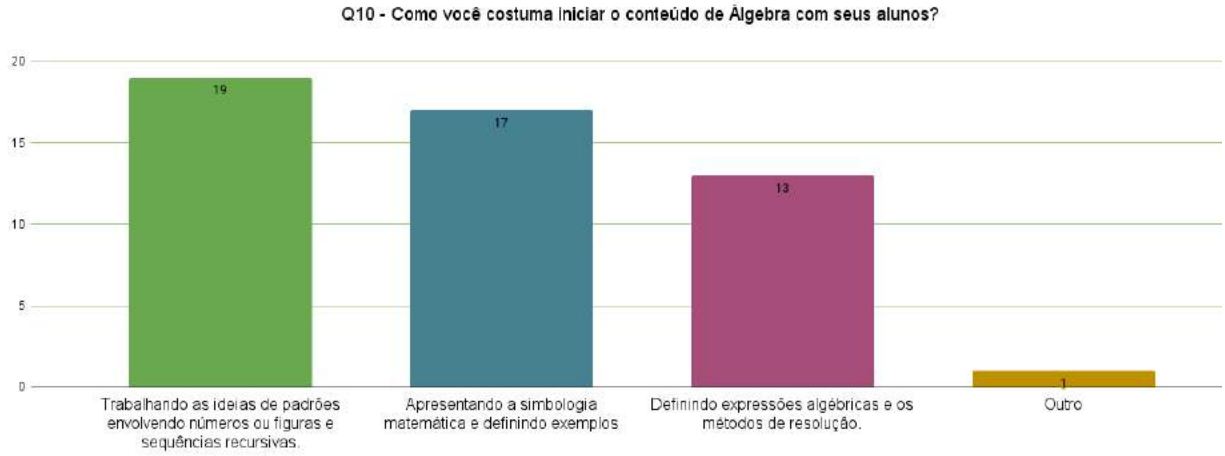
Fonte: Questionário dos professores

Explorar sequências figurais foi a metodologia que os professores mais indicaram adotar no desenvolvimento do pensamento recursivo do aluno, seguido pelo uso de fluxogramas, conforme figura 3.3.

Sequências numéricas é um conteúdo matemático que apresenta uma ampla possibilidade de contextualização por meio de figuras, podendo ser explorada a transição de uma sequência figural para uma sequência numérica e a sua construção passo a passo com a utilização de diagramas que facilitem a visualização e o entendimento de cada etapa do pensamento recursivo do aluno, a exemplo do chamado Fluxograma que é uma representação gráfica de um procedimento ilustrado etapa por etapa através de símbolos interconectados.

Na questão 10, queríamos conhecer como o professor costuma iniciar o ensino de Álgebra com seus alunos em sala de aula. O gráfico 4 representado na figura 3.4 mostra o índice de resposta dos professores à questão 10.

Figura 3.4: Metodologia adotada no ensino de Álgebra

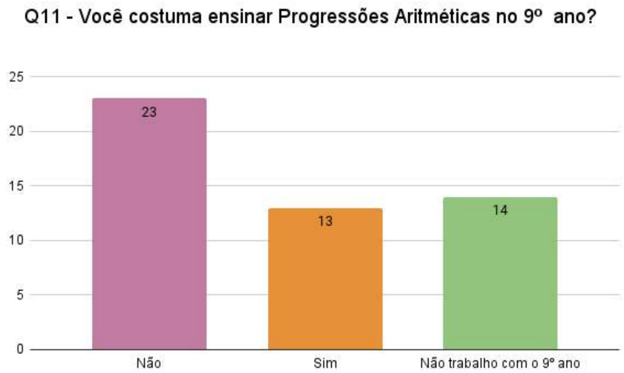


Fonte: Questionário dos professores

Pelo figura 3.4, podemos perceber que a maioria dos professores introduz o conteúdo de álgebra apresentando padrões envolvendo números ou figuras e sequências recursivas, o que indica uma contextualização importante ao iniciar determinado conteúdo, pois o estudo de álgebra é caracterizado por uma ampla simbologia matemática, composto por muitas regras e teoremas, constituindo, muitas vezes, um assunto abstrato dentro do currículo da matemática quando não apresentado ao aluno de maneira significativa. As sequências recursivas, sejam elas numéricas ou figurais, são uma importante ferramenta introdutória dentro da iniciação à álgebra por possibilitar ao aluno a percepção de padrões e a generalização para a linguagem algébrica.

Na questão 11, queríamos saber se o professor costuma ensinar Progressões Aritméticas no 9º ano. O gráfico 5 representado pela figura 3.5 apresenta o índice de resposta dos professores à questão 11.

Figura 3.5: Ensino de Progressões Aritméticas no 9º ano

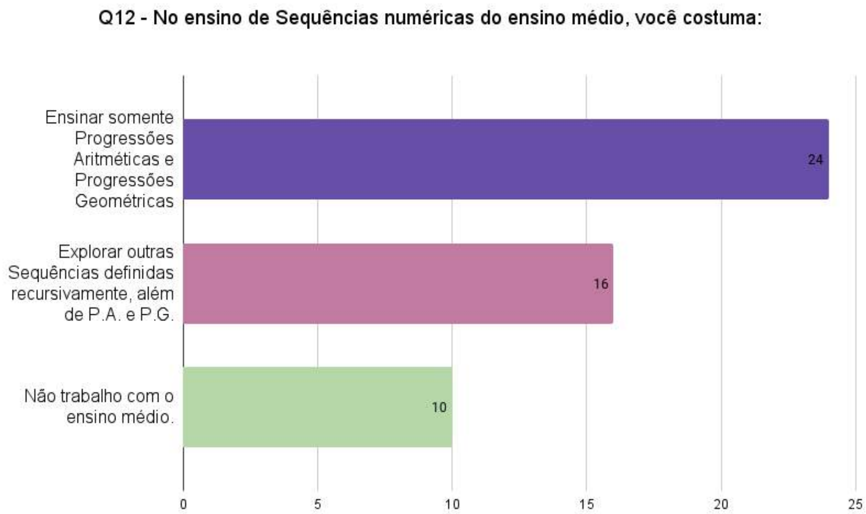


Fonte: Questionário dos professores

Conforme podemos observar, 23 professores, o que equivale a 46%, indicaram que não costumam ensinar Progressões Aritméticas aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. No currículo desta série/ano não consta o ensino de Sequências numéricas, a exemplo da Progressão Aritmética, todavia se considerarmos a construção de uma sequência definida de maneira recursiva e explorarmos de maneira significativa a sua construção, etapa por etapa, sem apresentar de maneira imediata as fórmulas resolutivas, torna-se aplicável e possível esse ensino e apresentação nas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental.

Na questão 12, pretendíamos saber como o professor costuma ensinar Sequências numéricas no ensino médio. O gráfico 6 representado na figura 3.6 descreve o índice de respostas da questão 12.

Figura 3.6: Ensino de Sequências numéricas no ensino médio



Fonte: Questionário dos professores

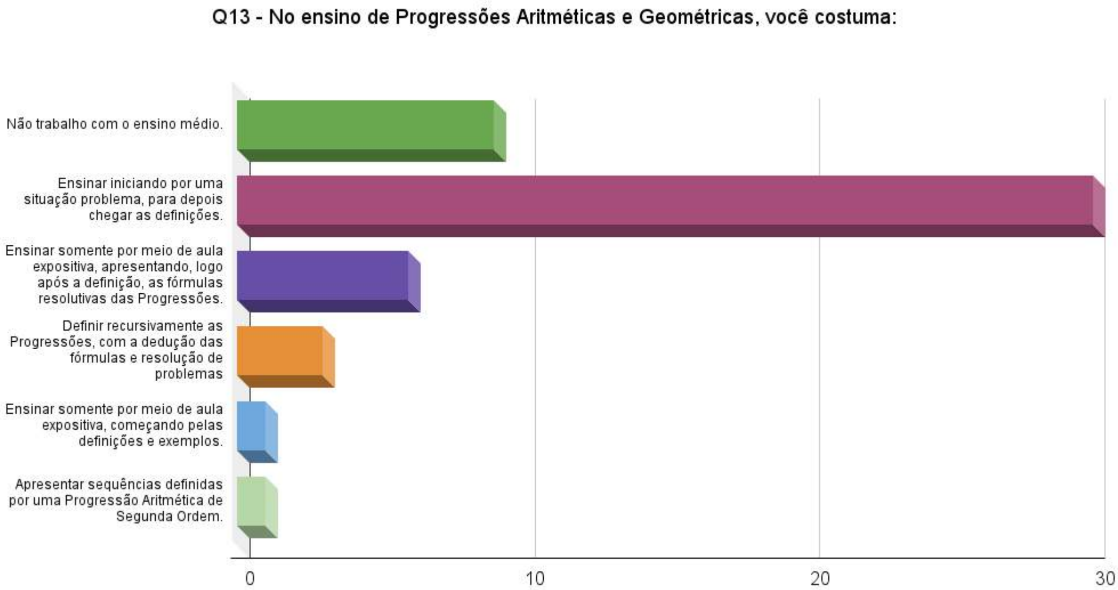
De acordo com a figura 3.6, temos que a maioria dos professores entrevistados que trabalham no ensino médio costumam ensinar apenas Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas dentro do conteúdo de Sequências numéricas, o que nos mostra o quanto, muitas vezes, o currículo limita o ensino e a exploração de novas aplicações e formas de conhecimento dentro dos conteúdos matemáticos.

O conteúdo de Sequências numéricas costuma ser muito restringido ao estudo de P.A. e P.G., no qual muitos professores não exploram outras sequências definidas recursivamente, reduzindo o estudo apenas às fórmulas resolutivas de termo geral e soma dos termos das progressões aritméticas e geométricas estudadas geralmente no 1º ano do ensino médio.

Na questão 13, nossa intenção era saber como o professor costuma ensinar Progressões Aritméticas e Geométricas no ensino médio. O gráfico 7 representado na figura

3.7 apresenta o índice de respostas da questão 13.

Figura 3.7: Ensino de Progressões Aritméticas e Geométricas no ensino médio



Fonte: Questionário dos professores

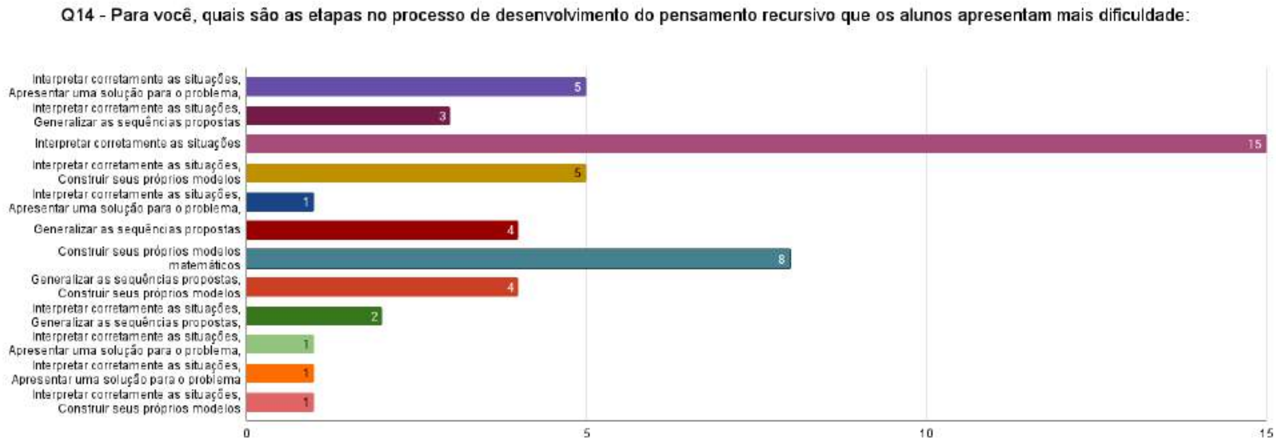
Com a análise da figura 3.7 identifica-se que 60% dos professores entrevistados, o que representa, ainda, mais de 70% dos professores que afirmaram trabalhar com o ensino médio, indicaram que costumam ensinar Progressões Aritméticas e Geométricas iniciando por uma situação-problema para depois chegar nas definições. Enquanto que 12% dos entrevistados afirmaram ensinar somente por meio de aula expositiva, apresentando, logo após a definição, as fórmulas resolutivas das Progressões.

Sabe-se que existe uma disposição amplamente presente no ensino de conteúdos matemáticos, no qual se inicia o conteúdo pela definição do objeto matemático, seguido de exemplos e resolução de exercícios. Essa disposição, muitas vezes, não promove uma oportunidade do aluno pensar acerca de uma situação em que ele poderia fazer uso do conteúdo matemático, pois, muitas vezes, o conteúdo já é apresentado a ele de maneira direta, sem contextualização ou construção do mesmo em sala de aula.

Quando o professor introduz algumas situações problematizadoras para que o aluno pense no desenvolvimento da resolução da questão, isso desperta um interesse no aluno, que passa a ser não apenas receptor de um conteúdo pronto e sim um ser ativo no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Na questão 14, pretendíamos saber quais as etapas no processo de desenvolvimento do pensamento recursivo que o professor identifica que o aluno apresenta mais dificuldade. O gráfico 8 representado na figura 3.8 apresenta o índice de respostas da questão 14.

Figura 3.8: Dificuldade dos alunos no desenvolvimento do pensamento recursivo



Fonte: Questionário dos professores

Conforme podemos observar, 30% dos professores afirmaram que a maior dificuldade dos alunos é a interpretação correta das situações-problema, seguido de 16% que afirmaram que a maior dificuldade do aluno é construir os seus próprios modelos matemáticos.

Considera-se que o aluno muitas vezes não resolve o problema matemático, não porque não saiba matemática, mas porque não sabe interpretar o enunciado do problema, as vezes se recusando a pensar sobre a questão e solicitando de imediato que o professor aponte os procedimentos necessários para à resolução do problema. No processo de desenvolvimento do pensamento recursivo é fundamental que o aluno saiba interpretar corretamente as situações colocadas, como por exemplo conseguir identificar o que é um padrão na matemática, ter o entendimento da representação de uma sequência numérica. Claramente o aluno precisa interpretar corretamente a situação dada para que, então, ele possa apresentar a sua solução por meio de modelos matemáticos. Modelos matemáticos que, inclusive, são uma construção do aluno ao desenvolver o pensamento recursivo.

Então, com base no exposto e nas dificuldades na aprendizagem de padrões e sequências recursivas identificadas pelos estudos revisados e pelos professores consultados, é que nos propomos a desenvolver uma sequência didática que contribua com o processo de ensino e aprendizagem de sequências recursivas. No capítulo seguinte apresentamos a nossa sequência didática.

Capítulo 4

Análise a priori

Neste capítulo, temos como objetivo apresentar a nossa análise a priori constituída pela sequência didática e o seu desenvolvimento, a análise do questionário aplicado aos alunos e a análise do pré-teste aplicado aos mesmos, a fim de saber quais os conhecimentos prévios dos alunos acerca do estudo de sequências recursivas.

4.1 A sequência didática

Nosso interesse nessa sequência didática é desenvolver uma metodologia para o ensino de padrões e sequências recursivas, por meio de um conjunto de atividades que proporcionem a construção do conhecimento matemático do aluno em cada etapa, em busca de uma aprendizagem mais significativa.

4.1.1 Objetivo

Nosso objetivo é que, por meio da sequência didática, o aluno possa desenvolver as seguintes habilidades que norteiam o objeto de conhecimento matemático de Sequências recursivas e não recursivas da Base Nacional Comum Curricular – BNCC do Ensino Fundamental:

- (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
- (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

4.1.2 Descrição

A sequência didática é composta por 8 atividades e foi construída para abordar sequências recursivas, mais precisamente delimitadas em progressões aritméticas crescentes com termos positivos e não nulos, a fim de explorar processos aritméticos como o algoritmo da divisão para se chegar à generalização das regularidades de forma algébrica, utilizando ideias gerais de diagramas e tabelas e estabelecendo, ao final, um fluxograma geral dos procedimentos aritméticos abordados.

1ª Atividade: Identificação da regularidade de uma sequência numérica por meio dos termos anteriores.

O objetivo da atividade é identificar a regularidade por meio dos termos anteriores de uma sequência numérica apresentada, fazendo uso da ideia de fluxograma e da representação dos dados numa tabela. A ideia é que o aluno entenda e represente essa sequência recursivamente, escrevendo o termo geral em função do termo anterior.

O procedimento dessa atividade e da atividade seguinte é dividir a turma em grupos de dois alunos e distribuir para cada dupla uma folha de papel A4 constando a atividade 01 inicialmente e, após a sua conclusão, recolher e apresentar a folha de papel A4 constando a atividade 02. Após, conversar com os alunos sobre os resultados obtidos. Ainda, definir sequência recursiva.

2ª Atividade: Identificação da regularidade de uma sequência numérica por meio da posição de cada termo.

O objetivo da atividade é identificar a regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, fazendo uso da ideia de fluxograma e da representação dos dados numa tabela. A ideia é que o aluno entenda e represente essa sequência escrevendo o termo geral da sequência por meio da posição dos termos. Explorar, ainda, a definição de expressão algébrica.

3ª Atividade: Identificação da regularidade de uma sequência por meio de processos aritméticos.

O objetivo da atividade é identificar a regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, utilizando processos aritméticos como o algoritmo da divisão para chegar à generalização algébrica. A questão faz uso da ideia de fluxograma e da representação dos dados numa tabela.

4ª Atividade: Determinação da expressão algébrica e de um termo de uma sequência numérica e figural.

O objetivo da atividade é determinar a regularidade ou expressão algébrica de três sequências numéricas e duas sequências figurais e, em seguida, encontrar o valor de um termo de cada uma das sequências. A questão utiliza sequências figurais, nas quais o aluno precisa escrever sua respectiva representação em sequência numérica.

5ª Atividade: Determinação de uma sequência a partir da regularidade estabelecida.

O objetivo da atividade é escrever a sequência numérica a partir da regularidade dada em forma de expressão algébrica, na qual o aluno precisa determinar os seis primeiros termos das quatro sequências com regularidade definida.

6ª Atividade: Identificação da regularidade de uma sequência por meio de processos aritméticos e determinação de um termo na sequência.

O objetivo da atividade é identificar a regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, utilizando processos aritméticos para chegar às suas conclusões e na generalização algébrica. Na questão é solicitada a determinação de um termo da sequência.

7ª Atividade: Identificação da regularidade de uma sequência por meio de processos aritméticos e determinação de um termo na sequência.

O objetivo da atividade é identificar a regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, utilizando processos aritméticos para chegar às suas conclusões e na generalização algébrica. Na questão é solicitada a determinação de um termo da sequência.

8ª Atividade: Determinação da expressão algébrica e de um termo de uma sequência numérica e figural.

O objetivo da atividade é determinar a regularidade ou expressão algébrica de três sequências numéricas e duas sequências figurais e, em seguida, encontrar o valor de um termo de cada uma das sequências. A questão utiliza sequências figurais, nas quais o aluno precisa escrever sua respectiva representação em sequência numérica. Nesta atividade, o aluno já faz uso do fluxograma gerado.

4.1.3 Procedimentos

O material utilizado no desenvolvimento da sequência didática foi: lápis ou caneta, o quadro branco da sala de aula e as folhas de papel A4 com as atividades impressas. Os procedimentos utilizados durante os encontros foram:

- Formação dos grupos;

- Distribuição das atividades impressas;
- Realização das atividades;
- Institucionalização do conhecimento produzido pelos alunos;
- Recolhimento, ao final de cada aula, do material produzido pelos alunos.

A escola escolhida para realizar a pesquisa é uma Escola Municipal de Ensino Fundamental, situada no município de Ananindeua, no Estado do Pará. A amostra do estudo é a turma 9º ano D, do 9º ano do turno da tarde, que possui 33 alunos, sendo que nossa amostra, de modo geral ao que se refere ao quantitativo do pré-teste, foi composta por 23 alunos.

4.1.4 Características da turma

Aplicamos um questionário e um pré-teste aos alunos, com os seguintes objetivos:

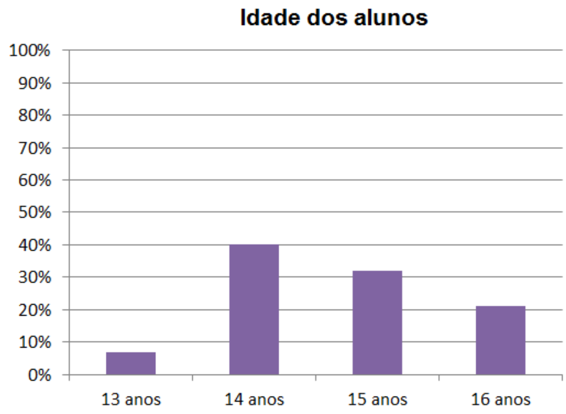
- Realizar uma investigação da turma por meio de um questionário composto de perguntas gerais acerca do perfil do aluno, conhecimentos de outras séries e dificuldades que os alunos possam ter em matemática.
- Identificar com o pré-teste qual o conhecimento prévio que estes alunos possuíam sobre padrões e sequências recursivas.

A partir da análise da aplicação do questionário, podemos apresentar uma descrição da turma, na qual apenas 7% dos alunos são repetentes da série em questão, no caso 9º ano, porém 58% dos alunos da turma afirmaram que já reprovaram alguma vez. Outros dados são apresentados a seguir referentes às questões mais gerais e ao processo de ensino e aprendizagem da matemática dos alunos consultados.

De acordo com a implantação do ensino fundamental de nove anos, a intenção do MEC é que o aluno termine o ensino fundamental aos 14 anos. Todavia, a figura 4.1 nos apresenta que mais de 50% dos alunos consultados tem idade entre 15 e 16 anos e ainda cursam o 9º ano do ensino fundamental, idade esta em que o aluno poderia já estar inserido na etapa de escolarização referente ao 1º ano do ensino médio. Esta possível diferença entre a idade indicada e a idade real do aluno na série pode estar relacionada com o índice de reprovação do aluno ao longo do processo educacional, conforme já apresentado, ou ainda à possível evasão escolar.

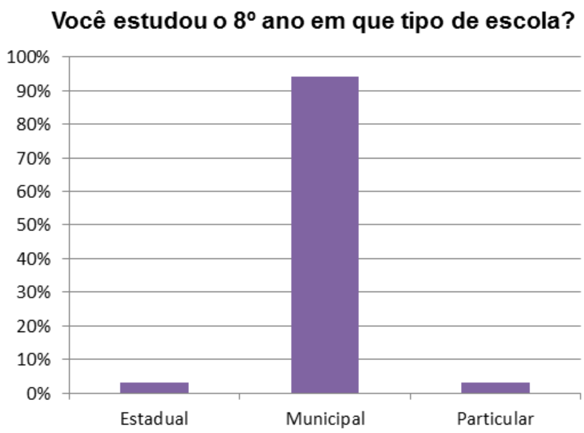
Pelo figura 4.2 temos que mais de 90% dos alunos cursaram o 8º ano do ensino fundamental em uma instituição municipal de educação, o mesmo tipo de rede no qual

Figura 4.1: Idade dos alunos



Fonte: Questionário dos alunos

Figura 4.2: Escola 8º ano



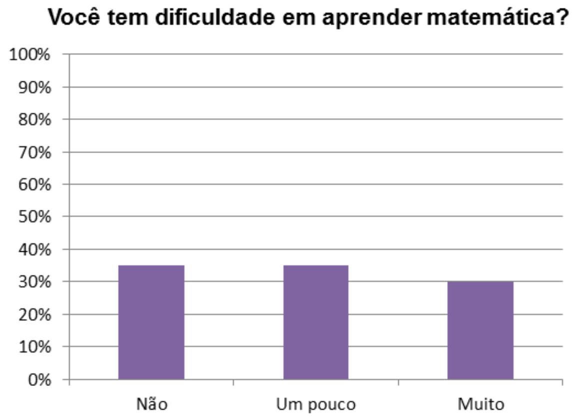
Fonte: Questionário dos alunos

cursam o 9º ano pela aplicação em uma escola municipal do estado, ou seja, a grande maioria dos alunos consultados estudaram a série/ano anterior em escola da rede pública de ensino.

Conforme figura 4.3, 65% dos alunos consultados afirmaram possuir um pouco ou muita dificuldade no aprendizado da matemática. Por muito tempo, a matemática é considerada a disciplina em que os alunos mais possuem dificuldade de aprender, sendo saturada pela representação de ser considerada, muitas vezes, o "terror" dos alunos.

Ao questionar o aluno sobre quem lhe ajuda nas tarefas de matemática em casa, 40% dos alunos afirmou receber a ajuda de algum familiar ao realizar as tarefas da disciplina em casa, enquanto que 50% respondeu que não recebe a ajuda de ninguém, o que não colabora para a superação das dificuldades encontradas no aprendizado da disciplina. O papel da família no aprendizado do aluno é importante uma vez que pode dispor uma

Figura 4.3: Dificuldade em aprender matemática



Fonte: Questionário dos alunos

rotina de estudos, acompanhar o desenvolvimento do aluno e ajudá-lo nas tarefas de casa.

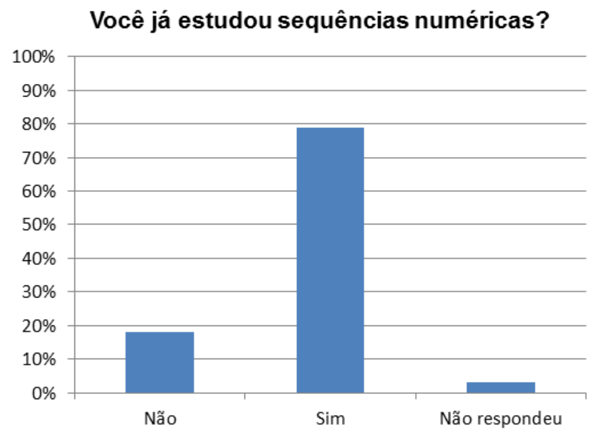
Perguntamos aos alunos como costumam ser suas notas em matemática e 35% desses alunos responderam que suas notas são na média e 35% afirmaram que suas notas são abaixo da média. Ainda, quando questionados se costumam estudar matemática, 61% afirmaram estudar matemática somente na véspera da prova. É importante uma constância nos estudos, colaborando de maneira significativa para o aprendizado e superação das dificuldades encontradas na matemática.

Ao serem questionados sobre quais as operações que acarretam mais dificuldade em efetuar, a maioria dos alunos, 69%, afirmou que possui mais dificuldade em aprender divisão, seguido de 22% que afirmaram ter dificuldade em efetuar multiplicação, tal dificuldade na divisão corrobora com os dados coletados na nossa experimentação em sala de aula, onde alguns alunos apresentaram inicialmente dificuldade no algoritmo dessa operação.

A figura 4.4 indica que a maioria dos alunos, 70%, afirmou já ter estudado sequências numéricas. Acreditamos que o aluno entenda esse estudo de sequências de modo propriamente aritmético, uma vez que quando perguntado se já estudou álgebra, 75% dos alunos afirmaram ainda não ter estudado. Assim, entende-se que a maioria dos alunos estudou sequências numéricas sem a intervenção algébrica.

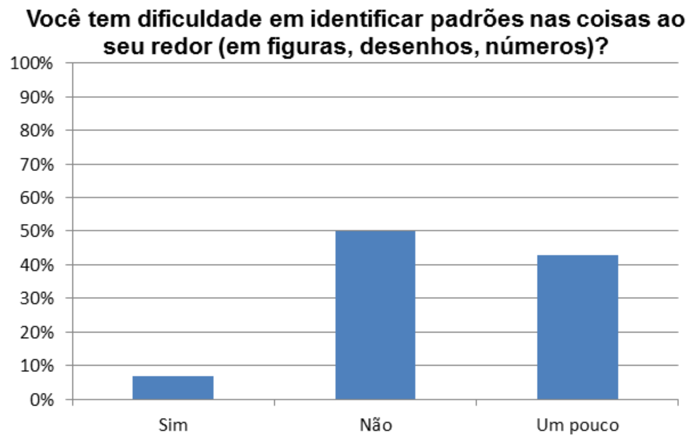
Na figura 4.5 apresentamos a porcentagem dos alunos que disseram possuir dificuldade na identificação de padrões nas coisas ao seu redor. A maioria dos alunos, 50%, afirmou não possuir dificuldade, enquanto 43% afirmou possuir um pouco de dificuldade. Estes resultados contrastam com os resultados do pré-teste aplicado aos alunos, visto que muitos alunos apresentaram dificuldades nesse sentido.

Figura 4.4: Estudo de sequências numéricas



Fonte: Questionário dos alunos

Figura 4.5: Dificuldade em identificar padrões nas coisas ao seu redor



Fonte: Questionário dos alunos

O pré-teste que foi aplicado aos alunos era constituído de 06 questões acerca de padrões e sequências numéricas. Estas questões abordavam a identificação de padrões e determinações de termos de sequências, assim como a identificação de expressão algébrica que expressa um padrão observado em sequências.

4.2 Pré-Teste aplicado aos alunos

A seguir apresentamos as questões do pré-teste aplicado aos alunos.

QUESTÃO 01

Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe descobrir o padrão e completar as sequências com termos próximos ou faltantes.

Figura 4.6: Questão 01 do Teste

Descubra o padrão de cada sequência e complete-a.

a)	14	19	24				
b)		42			66	74	82
c)	20		44	56			

Fonte: Teste do aluno

Acreditamos que os alunos não terão muitas dificuldades nessa questão, que eles conseguirão identificar o padrão e completar as sequências corretamente. Os possíveis erros que poderão surgir podem estar relacionados com os itens b e c, pois os termos aparecem dispersos na sequência, diferentemente do item a no qual os termos aparecem consecutivos em ordem crescente.

QUESTÃO 02

Figura 4.7: Questão 02 do Teste

Observe a sequência (1, 6, 11, 16, 21,...) e utilizando n = 1, 2, 3, 4, 5,..., para representar a posição de cada número na sequência, responda:

a) Qual o valor do 6º termo da sequência, quando n = 6?

b) Qual o valor do 10º termo da sequência, quando n = 10?

c) Qual o valor do 15º termo da sequência, quando n = 15?

d) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

Fonte: Teste do aluno

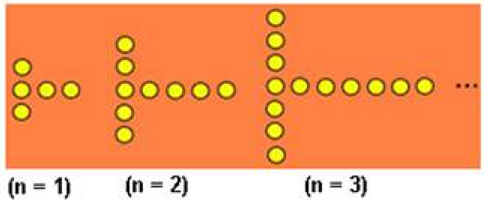
Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe identificar o padrão e determinar os próximos termos de uma sequência numérica.

Acreditamos que os alunos devem tentar resolver os itens a, b e c fazendo uso da contagem termo a termo, sem muita dificuldade de identificar que a sequência varia de 5 em 5. Já no item d consideramos que os alunos terão uma dificuldade considerável de escrever uma expressão que generalize os termos da sequência, justamente pelo fato da maioria dos alunos terem afirmado no questionário que ainda não estudaram álgebra.

QUESTÃO 03

Figura 4.8: Questão 03 do Teste

Observe a sequência de figuras a seguir.



Responda:

a) Desenhe a figura seguinte da sequência.

b) Escreva a sequência de números que representam as quantidades de bolinhas que formam cada uma das três figuras.

c) A quarta figura, quando n = 4, será formada por quantas bolinhas?

d) A décima figura, quando n = 10, será composta por quantas bolinhas?

e) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

Fonte: Teste do aluno

Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe identificar o padrão e determinar os próximos termos de uma sequência figural.

Consideramos que no item a os alunos não terão muita dificuldade em determinar a quantidade de bolinhas da próxima figura da sequência, porém podem apresentar dificuldade ao desenhar a figura seguindo a mesma regularidade das figuras anteriores. O item b consideramos que os alunos não terão dificuldade de resolver. Os itens c e d acreditamos que os alunos irão resolver contando termo a termo, sem muitas dificuldades. Entretanto o item "e" apresenta dificuldade elevada pelo uso da álgebra, acreditamos que a maioria dos alunos não conseguirão resolver corretamente esse item.

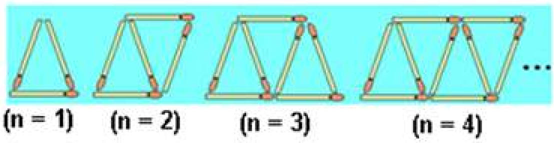
QUESTÃO 04

Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe descobrir o padrão, determinar os próximos termos de uma sequência figural e identificar a expressão algébrica que expressa um padrão observado em sequências de figuras.

Consideramos que o item a não apresenta muita dificuldade e que os alunos irão resolver contando palito por palito, após identificar que os termos variam de 2 em 2. No item b acreditamos que os alunos também não terão tanta dificuldade, pois como os palitos formam triângulos na sequência, a visualização de que a figura seguinte é composta por um triângulo a mais é um pouco imediata, entretanto a dificuldade pode surgir na

Figura 4.9: Questão 04 do Teste

Maria Alice montou uma sequência com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura abaixo.



Responda:

a) Quantos palitos ela usará para construir a Figura 5?

b) Desenhe a quinta figura.

c) Escreva a sequência com o número de palitos que formam cada uma das quatro figuras.

d) Quantos palitos têm na figura 10, para n = 10?

e) Quantos palitos têm na figura 20, para n = 20?

f) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

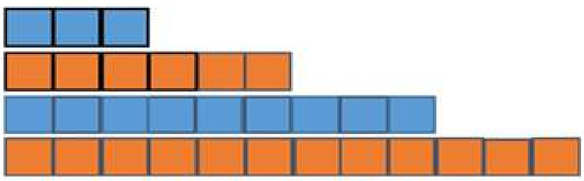
Fonte: Teste do aluno

regularidade dos triângulos da figura. O item c não apresenta dificuldade, os alunos devem transitar da linguagem figural para a linguagem numérica, apenas contabilizando os palitos. Já no item d, os alunos, fazendo uso do item anterior, irão continuar a quantidade de palitos da figura 4 até chegar na figura 10, o item “e” tem uma dificuldade maior uma vez que os alunos terão que estender esse raciocínio até a figura 20. E por fim, a dificuldade maior é encontrada no item f ao exigir do aluno um conhecimento algébrico na determinação da expressão.

QUESTÃO 05

Figura 4.10: Questão 05 do Teste

Observe a sequência formada pela imagem abaixo.



a) Desenhe o 5º termo dessa sequência.

b) Calcule quantos quadrados tem o 8º termo e qual a cor?

c) Qual a fórmula do termo geral desta sequência?

Fonte: Teste do aluno

Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe descobrir o padrão, determinar os próximos termos de uma sequência figural e identificar a expressão algébrica que expressa um padrão observado em sequências de figuras.

Acreditamos que os alunos não terão dificuldades no item a, pois as figuras são de fácil visualização e estão dispostas de modo a encontrar de maneira imediata a sua regularidade. No item b, os alunos devem continuar as figuras com os quadrados até a figura 8 e determinar a sua cor, acreditamos que os alunos não apresentarão muita dificuldade nesse item. O item c é o que possui o maior índice de dificuldade de resolução por parte do aluno, pois exige conhecimento algébrico para generalizar a fórmula do termo geral da sequência.

QUESTÃO 06

Figura 4.11: Questão 06 do Teste

As expressões abaixo estabelecem padrões e formam sequências numéricas. Por exemplo, quando temos 2.n + 1 para n = 1, encontramos o primeiro termo da sequência que é igual a 3. Para n = 2 encontraremos o segundo termo da sequência após substituição na expressão. E assim por diante. Escreva os cinco primeiros termos de cada uma das sequências de acordo com o padrão estabelecido.

a) 2.n + 1, para n = 1, 2, 3, 4, 5.

b) 3.n – 2, para n = 1, 2, 3, 4, 5.

Fonte: Teste do aluno

Esta questão teve como objetivo verificar se o aluno sabe escrever a sequência numérica a partir do padrão estabelecido em forma de expressão algébrica.

Entendemos que essa seja a questão com o maior índice de dificuldade para o aluno, pois diferentemente das questões anteriores, nos itens a e b o padrão de cada sequência já está estabelecido para o aluno em forma de expressão algébrica e a partir desse padrão já fornecido o aluno precisa escrever os termos da sequência numérica. Acreditamos na dificuldade dessa questão por exigir que o aluno tenha algum conhecimento algébrico ou consiga entender o exposto no comando da questão, requer que o aluno tenha um conhecimento prévio de variável e faça as devidas substituições para encontrar os cinco primeiros termos da sequência. Essa questão será importante para a comparação dos resultados do pré e pós testes no sentido de verificar de fato o conhecimento prévio dos alunos sobre álgebra.

Após a análise a priori, o capítulo seguinte apresenta a nossa experimentação que constitui a aplicação da nossa sequência didática.

Capítulo 5

Experimentação

Neste capítulo, apresentamos o desenvolvimento da aplicação da nossa sequência didática, que constitui a nossa experimentação.

Nossa sequência didática foi aplicada num transcurso de sete dias no total, sendo cinco desses para a aplicação das atividades e dois para aplicar o pré e o pós teste, cada dia com dois horários de aula de 45 minutos cada.

5.1 Questionário e Pré-Teste

O nosso primeiro encontro ocorreu com a aplicação de um questionário e do pré-teste no dia 28 de abril de 2022. Estavam presentes nesse dia em sala de aula 27 alunos. O questionário tinha como objetivo proporcionar uma visão geral acerca do ensino e aprendizagem dos alunos e o pré-teste tinha como objetivo verificar quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre sequências recursivas.

5.2 Atividade 01

O nosso segundo dia de experimentação realizou-se com a aplicação da primeira atividade no dia 02 de maio de 2022 com a presença de 24 alunos na turma. Essa atividade consistia na introdução de sequências recursivas e tinha como objetivo a identificação da regularidade de uma sequência numérica por meio dos termos anteriores.

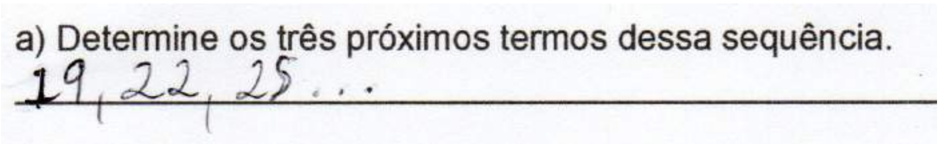
A turma foi dividida em grupos de dois ou três alunos no intuito de permitir a troca de conhecimentos e construção de ideias, além de estimular o desenvolvimento do aluno trabalhando em equipe. Distribuímos para cada aluno uma folha de papel A4 constando a atividade 01 que era constituída de cinco itens, indo de “a” até “e”.

Atividade 1. *Observe a sequência numérica a seguir* $(4, 7, 10, 13, 16, ...)$

a) Determine os três próximos termos dessa sequência.

Os alunos, em sua maioria, encontraram como resposta $19, 22, 25$, conforme apresentado a seguir.

Figura 5.1: Resposta do aluno A1


a) Determine os três próximos termos dessa sequência.
19, 22, 25...

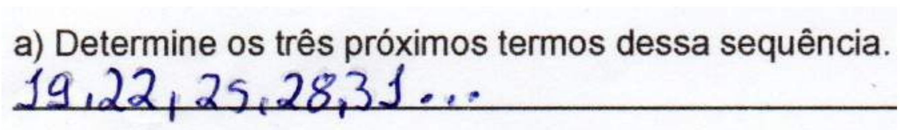
Fonte: Folha do aluno

O que nos mostra que o aluno A1 identificou sem dificuldades que os termos da sequência numérica apresentada variavam de três em três unidades crescentes.

Alguns alunos, porém, apresentaram os termos $19, 21, 24$ como continuação da sequência e solicitamos que os mesmos ficassem mais atentos nessa resposta, até que os alunos perceberam claramente que após o 19 teriam que variar 3 unidades ao invés de 2 e fizeram um segundo registro correto do valor do termo posterior ao 19.

Ainda, tivemos alunos, como o aluno A2, que ao responderem o item “a” continuaram a sequência com cinco ou mais termos, mostrando que não tiveram dificuldades na determinação, como mostra a figura 5.2.

Figura 5.2: Resposta do aluno A2


a) Determine os três próximos termos dessa sequência.
19, 22, 25, 28, 31...

Fonte: Folha do aluno

A partir dessas respostas dos alunos, propomos que respondessem o item “b” a seguir.

b) Considerando o termo da sequência anterior ao termo que pretende determinar, qual padrão você observa?

Neste item, nosso objetivo era levar o aluno a identificar o padrão da sequência numérica.

Foi perceptível que muitos alunos não entenderam o comando da questão, perguntando “o que é pra fazer aqui, professora?” ou afirmando “não entendi o que é pra fazer!”. Foi então que retomamos o item anterior.

Professora: O que vocês fizeram para dar continuidade a sequência e determinar os três próximos termos no item anterior?

Aluno A3: A gente foi de 3 *em* 3.

Professora: Como assim de 3 *em* 3*?*

Aluno A3: A gente foi pulando de 3 *em* 3 *números pra chegar no outro.*

Professora: Esse “pular” significa que vocês estão fazendo alguma conta com o 3*?*

Aluno A4: A gente fez 16 *mais* 3 *e deu* 19.

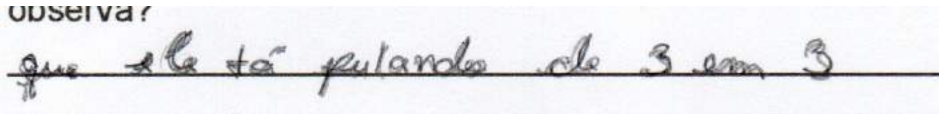
Professora: Então qual operação utilizaram?

Aluno A4: A gente somou.

Assim, os alunos entenderam que o padrão solicitado na questão era o comportamento comum observado nos termos da sequência, ou seja, o que o aluno entendia que precisava fazer, nesse caso matematicamente, para determinar o próximo termo da sequência numérica.

A seguir temos as respostas apresentadas por alguns alunos.

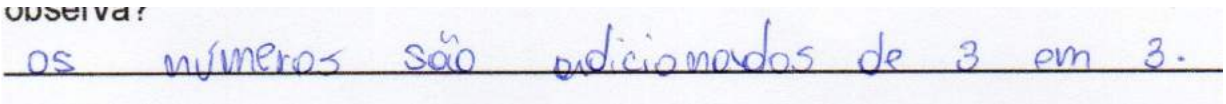
Figura 5.3: Resposta do aluno A3



Fonte: Folha do aluno

O aluno A3, como muitas outras respostas, respondeu que o padrão observado é que os termos pulam de 3 em 3, no qual o termo pular indica a variação observada.

Figura 5.4: Resposta do aluno A4

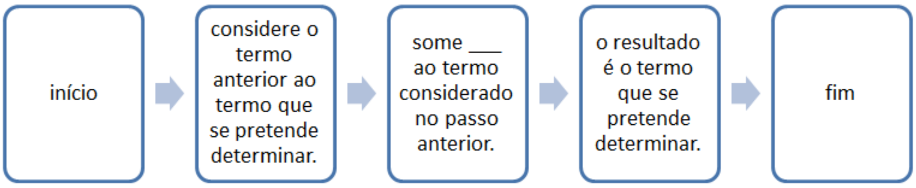


Fonte: Folha do aluno

Já o aluno A4 utilizou o termo adicionados para definir o padrão observado, indicando que a sequência numérica apresentada é crescente e os termos aumentam sempre 3 unidades em relação ao anterior.

c) Complete o fluxograma por meio do qual seja possível obter esses três próximos termos da sequência.

Figura 5.5: Fluxograma 1

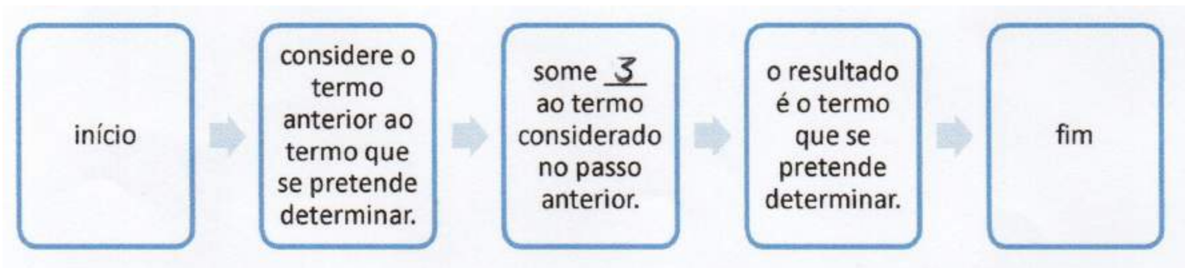


Neste item buscamos, a partir das respostas anteriores dos alunos, que o aluno visualize que o padrão observado segue um passo a passo que pode ser exposto em um fluxograma. A utilização do fluxograma pode ser importante para reforçar o entendimento do aluno do item anterior, ou seja, o aluno identifica a variação 3, entende que a operação relacionada é uma adição e, a seguir, faz uso da ideia de fluxograma para a institucionalização.

Os alunos entenderam a importância da discussão anterior para completar com o número 3 o fluxograma, compreendendo, assim, como conseguiu completar os termos no item a, identificar o padrão no item b e representar a informação no fluxograma.

A seguir a resposta apresentada pelos alunos.

Figura 5.6: Resposta do aluno A3



Fonte: Folha do aluno

d) Considerando que cada termo dessa sequência ocupa uma posição, que vamos representar por n, por exemplo, o número 7 na sequência ocupa a posição 2, então $n = 2$, e que cada termo anterior ao termo que pretendemos determinar ocupa a posição anterior, ou seja, $n - 1$, por exemplo o número 4 ocupa a posição anterior a posição do número 7, isto é, $2 - 1 = 1$. Complete a tabela 5.7.

Neste item, introduzimos a representação algébrica para o aluno. No comando, identificamos e exemplificamos que o "n" representa a posição ocupada por cada termo e utilizamos a tabela como ferramenta importante para que o aluno consiga visualizar de maneira mais abrangente o que acontece com cada termo até ele chegar a uma generalização que seria institucionalizada pela expressão algébrica.

Figura 5.7: Tabela 1

Posição n de cada termo	Termo a_n	Termo anterior a_{n-1}	Somar __ ao termo anterior
n = 1	$a_1 = 4$		
n = 2	$a_2 = 7$	4	4 + __
...	...	...	...
n	a_n	a_{n-1}	a_{n-1} + __

Solicitamos que os alunos lessem com atenção o comando da questão e sinalizamos que os mesmos observassem bem os dados já fornecidos na tabela e completasse seguindo o mesmo raciocínio. Muitos alunos estavam com dúvidas de como dar prosseguimento na tabela, então desenhamos a tabela no quadro, do mesmo modo como foi apresentada aos alunos na folha impressa, e identificamos o que integrava cada coluna da tabela.

Mesmo com a exemplificação no comando e os dados fornecidos, muitos alunos ainda apresentaram dúvidas a respeito do significado do "n" e do "a_{n-1}", o que corrobora com o exposto nos estudos revisados, quando verificamos as dificuldades apresentadas pelos alunos na generalização fazendo uso de conhecimento algébrico, além do que no questionário aplicado aos alunos, a maioria afirmou não ter iniciado o estudo de álgebra. Nesse sentido, após algumas explicações do comando da questão, a maioria dos alunos conseguiu completar corretamente a tabela, conforme apresentaremos a seguir nas respostas dadas pelos alunos.

A seguir a resposta apresentada pelos alunos.

Figura 5.8: Resposta do aluno A1

Posição n de cada termo	Termo a_n	Termo anterior a_{n-1}	Somar 3 ao termo anterior
n = 1	$a_1 = 4$		
n = 2	$a_2 = 7$	4	4 + 3
n = 3	a3 = 10	7	7 + 3
n = 4	a4 = 13	10	10 + 3
n = 5	a5 = 16	13	13 + 3
...	...	...	...
n	a_n	a_{n-1}	a_{n-1} + 3

Fonte: Folha do aluno

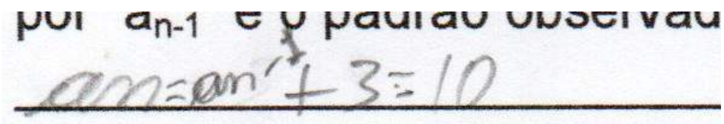
No final, realizamos com os alunos a institucionalização do conhecimento algébrico.

e) Desse modo, representando o termo que você quer determinar por "a_n", o termo *anterior a esse termo por “a_{n-1}” e o padrão observado acima, encontre a expressão algébrica que representa a sequência acima.*

Nesse último item dessa atividade, o objetivo é que o aluno entenda e represente essa sequência recursivamente, escrevendo o termo geral em função do termo anterior. Para isso, o aluno fará uso do conhecimento da representação algébrica exemplificado no item anterior, após institucionalização.

Nesse item, muitos alunos tiveram dúvidas sobre como deveria ser escrita essa expressão algébrica, como podemos observar na resposta do aluno abaixo que até escreve corretamente de maneira algébrica, porém a seguir iguala a expressão a um dos termos da sequência demonstrando uma confusão acerca da generalização da expressão.

Figura 5.9: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Sugerimos aos alunos que eles verificassem a atividade do item anterior, isto é, que observassem os dados completados na tabela, mais precisamente na última coluna, e chegassem a uma generalização. Solicitamos aos alunos que investigassem se na última coluna da tabela havia a repetição de um número.

Professora: O que vocês conseguem identificar em comum na última coluna da tabela?

Aluno A3: o 3.

Professora: Certo. E o quê mais?

Aluno A3: Só o 3.

Professora: Não existe mais nada se repetindo?

Aluno A4: Tem o +.

Professora: E o sinal de + *indica que estamos fazendo sempre o quê?*

Aluno A4: Sempre a gente soma com 3.

Professora: Agora me digam o que é que a gente sempre soma com o número 3*?*

Aluno A4: o (número) que vem antes

Professora: Vejam o comando da questão. Devemos representar o termo anterior de que modo?

Aluno A4: a_n

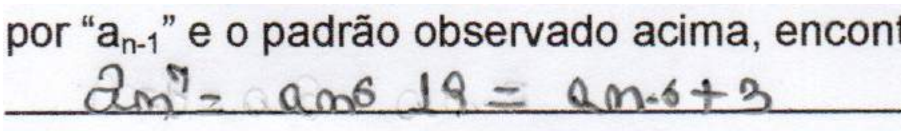
Professora: Tem certeza?

Aluno A3: É por a_{n-1}

Professora: Então como ficaria?

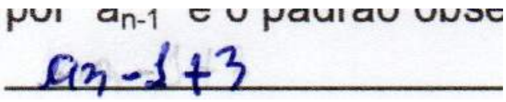
A seguir temos as respostas apresentadas por alguns alunos.

Figura 5.10: Resposta do aluno A6



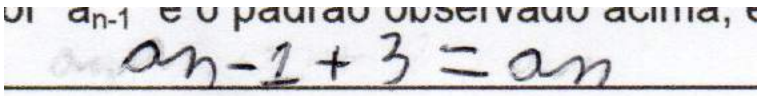
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.11: Resposta do aluno A2



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.12: Resposta do aluno A1



Fonte: Folha do aluno

Podemos perceber que o aluno A6 compreendeu a generalização para se chegar na expressão, porém ainda existe certa dificuldade na representação. Realizamos a institucionalização da linguagem algébrica no final da atividade. Recolhemos as atividades impressas dos alunos no término da aplicação.

5.3 Atividade 02

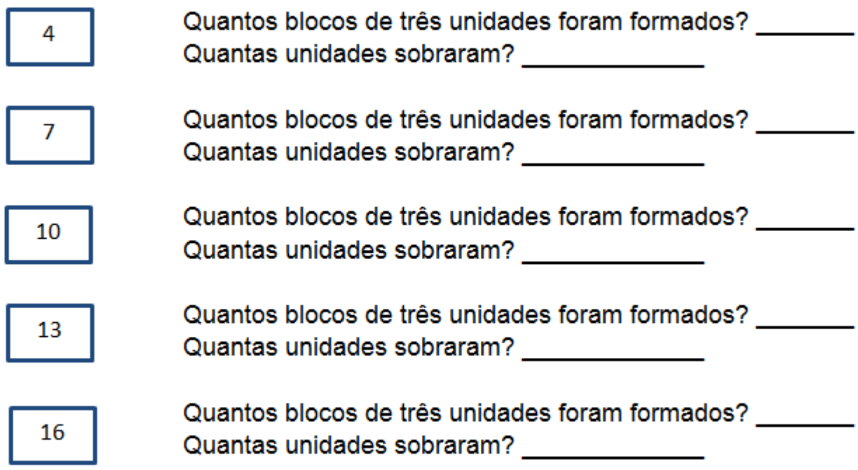
Ocorreu no dia 05 de maio de 2022 com a participação de 21 alunos. Nesse terceiro encontro aplicamos a nossa segunda atividade, composta do item "a" ao item "k", que apresentava a mesma sequência numérica da primeira atividade, porém com o objetivo de levar o aluno a identificar a regularidade de uma sequência numérica por meio da posição de cada termo, diferentemente da atividade anterior cujo objetivo era a identificação através dos termos anteriores.

Seguindo o mesmo procedimento da atividade anterior, a turma foi dividida em grupos de dois ou três alunos e distribuímos para cada aluno uma folha de papel A4 constando a atividade 02 abaixo.

Atividade 2. *Observe a sequência numérica a seguir* $(4, 7, 10, 13, 16, ...)$.

a) Represente a quantidade expressa por cada número da sequência em blocos de três unidades.

Figura 5.13: Item A da Atividade 02


4 Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

7 Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

10 Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

13 Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

16 Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

Fonte: Folha de atividades

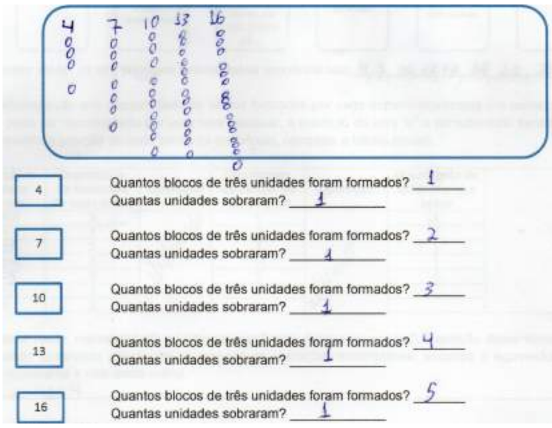
Os alunos conseguiram fazer esse item sem dificuldades, as perguntas que surgiram foram em relação ao modo como esses blocos poderiam ser representados e respondemos que a representação ficaria a critério deles, poderiam fazer blocos retangulares, linhas, bolinhas, de tal modo que os blocos de três unidades ficassem claramente identificados. Após a representação, os alunos responderiam os questionamentos expostos acima, cuja finalidade era estimular que o aluno transcrevesse o que foi observado na representação em bloco de cada termo para se chegar na resposta do item "b".

A seguir as respostas de alguns alunos.

Observamos que o aluno A5 na figura 5.14 representou os blocos em forma de bolinhas e preencheu suas observações mostrando que compreendeu o item proposto na atividade.

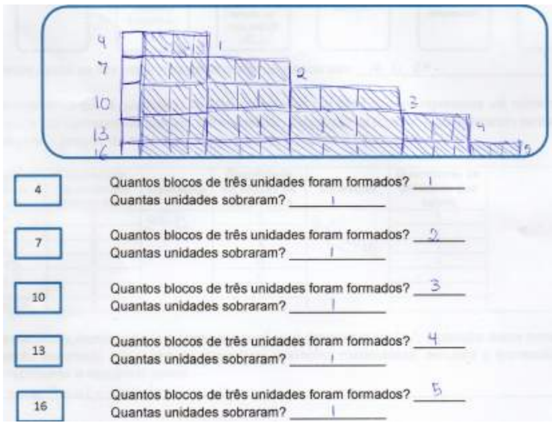
O aluno A4 na figura 5.15 fez a sua representação por meio de quadradinhos e não preencheu os quadradinhos que sobraram após a divisão dos blocos de três unidades, o que ficou visível as respostas dos questionamentos abaixo do esboço.

Figura 5.14: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.15: Resposta do aluno A4

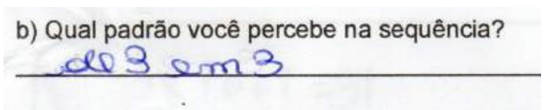


Fonte: Folha do aluno

b) Qual padrão você percebe na sequência?

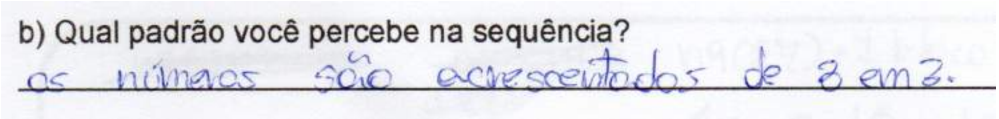
Após a representação em blocos e as respectivas perguntas, questionamos ao aluno no item "b" qual padrão foi identificado na sequência. Todos os alunos responderam corretamente ao observar que os termos variavam de 3 em 3 unidades, de maneira análoga ao que fizeram na atividade anterior, visto que era a mesma sequência numérica, além do que o próprio comando desse item trazia a ideia de blocos de três unidades. Segue abaixo algumas respostas obtidas dos alunos.

Figura 5.16: Resposta do aluno A7



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.17: Resposta do aluno A4


b) Qual padrão você percebe na sequência?
os números são acrescentados de 3 em 3.

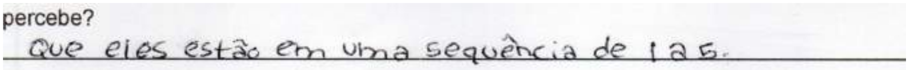
Fonte: Folha do aluno

c) Observe a quantidade de blocos de três unidades formada em cada termo da sequência. O que você percebe?

Neste item, queríamos levar o aluno a perceber que a quantidade de blocos de três unidades formada em cada termo da sequência era variável e crescente em uma unidade, ou seja, aumentava um bloco em cada termo da sequência. Essa percepção era importante no sentido da identificação do bloco de três unidades como o padrão da sequência e visualizar como esse padrão se relaciona com o valor de cada termo.

Segue abaixo as respostas de alguns alunos a esse item.

Figura 5.18: Resposta do aluno A8


percebe?
Que eles estão em uma sequência de 1 a 5.

Fonte: Folha do aluno

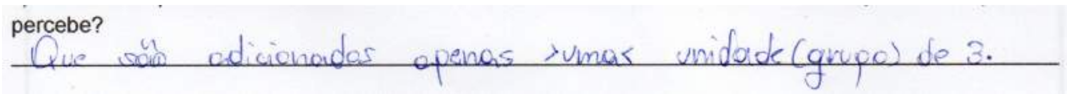
Figura 5.19: Resposta do aluno A9


be?
vai de uma e uma casa de três

Fonte: Folha do aluno

Observamos que os alunos conseguiram compreender o objetivo proposto na atividade e não apresentaram dificuldades, conforme ainda as respostas nas figuras 5.20 e 5.21.

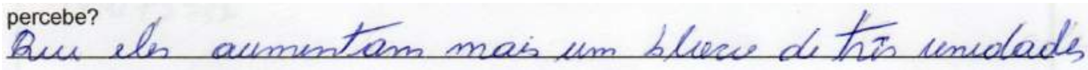
Figura 5.20: Resposta do aluno A4


percebe?
Que são adicionados apenas umas unidade (grupo) de 3.

Fonte: Folha do aluno

Após esse item, seguimos a mesma ideia e perguntamos ao aluno no item "d" sobre as unidades que sobraram na representação em blocos.

Figura 5.21: Resposta do aluno A5

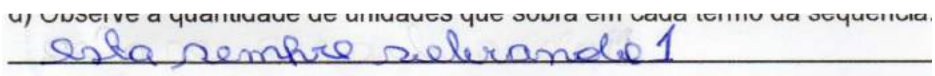

percebe?
Que eles aumentam mais um bloco de três unidades

Fonte: Folha do aluno

d) Observe a quantidade de unidades que sobra em cada termo da sequência. O que você percebe?

Todos os alunos conseguiram realizar esse item sem nenhuma dificuldade. O item "a" permitiu uma visualização bem clara dos dados encontrados, então os alunos não apresentaram dificuldades nessa atividade, ou seja, eles encontraram como resposta que sempre sobra uma unidade na disposição de cada termo, conforme apresentado na figura 5.22.

Figura 5.22: Resposta do aluno A7


d) Observe a quantidade de unidades que sobra em cada termo da sequência.
esta sempre sobrando 1

Fonte: Folha do aluno

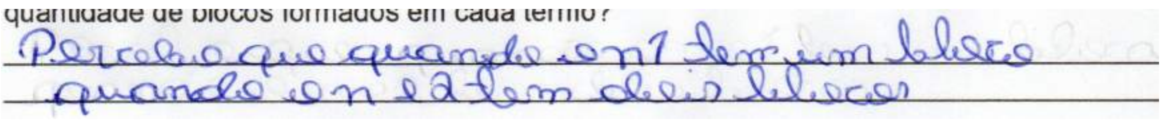
No item "e" a seguir queríamos que o aluno começasse a observar a posição de cada termo e relacionar com as outras observações dos itens anteriores.

e) Qual a relação que você percebe entre a posição "n" que cada termo ocupa na sequência e a quantidade de blocos formados em cada termo?

Nesse item, as respostas dos alunos foram diferentes na escrita, porém observamos que o raciocínio e o entendimento foi o mesmo, uma vez que os alunos conseguiram encontrar uma relação de igualdade entre a posição dos termos e a quantidade de blocos que cada termo forma. Observamos que os alunos, de um modo geral, demoraram um pouco mais de tempo pensando na resolução do que foi solicitado, acreditamos que seja pelo fato do aluno conseguir identificar visualmente, entretanto não sabe como escrever a sua percepção em palavras.

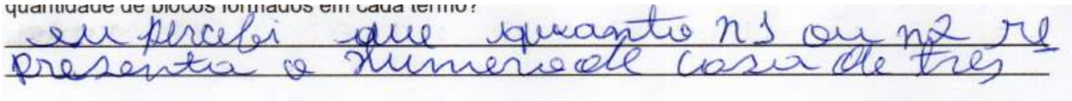
Apresentamos a seguir algumas das respostas dos alunos.

Figura 5.23: Resposta do aluno A7


quantidade de blocos formados em cada termo?
Percebo que quando o n1 tem um bloco
quando o n 2 tem dois blocos

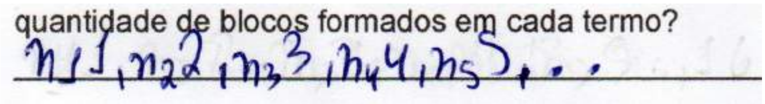
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.24: Resposta do aluno A9



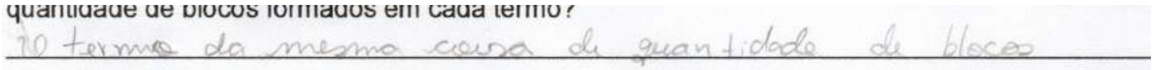
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.25: Resposta do aluno A2



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.26: Resposta do aluno A3



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.27: Resposta do aluno A10

Fonte: Folha do aluno

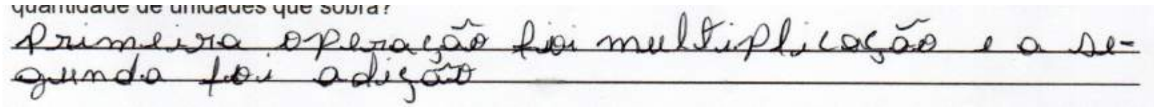
Após o item “e”, com o entendimento de que o aluno realizou observações acerca de cada termo e as relações existentes com a posição que cada termo ocupa na sequência, chegamos ao item “f” que busca uma generalização das operações matemáticas que podem ser utilizadas para se encontrar qualquer termo dessa sequência numérica.

f) Para encontrar qualquer termo dessa sequência, qual operação pode ser feita entre o número 3 *e a quantidade de blocos em cada termo? E qual operação pode ser feita entre a situação anterior e a quantidade de unidades que sobra?*

Os alunos tiveram algumas dúvidas nesse item, então solicitamos que os mesmos observassem com mais atenção a representação em blocos que fizeram logo no início dessa atividade, no item “a”, e procurassem inicialmente uma relação entre a quantidade de blocos e o número 3 no primeiro termo da sequência que era igual a 4, logo após pedimos que os alunos fizessem o mesmo procedimento para o segundo termo da sequência que era igual a 7 e assim por diante. Com isso, percebemos que ficou mais fácil visualizar o que estava sendo pedido na questão. Nas conversas dos alunos em grupo, foi possível identificar que alguns alunos encontraram de imediato a operação de multiplicação, respondendo a primeira pergunta, enquanto outros tentavam fazer por tentativa e erro, ou seja, testavam as quatro operações matemáticas básicas até ser bem sucedido no resultado e definir qual a operação que resolveria o questionamento.

Observamos, também, que após identificar que ocorre uma multiplicação entre o 3 e a quantidade de blocos, alguns alunos perguntaram “mas e o 1, professora?”, foi então que solicitamos que os alunos lessem com mais atenção o comando da atividade e observassem que existe uma segunda pergunta a ser respondida, que nesse caso era exatamente qual operação eles deveriam fazer com a quantidade que sobra. Após esse esclarecimento, os alunos conseguiram identificar que precisariam somar a quantidade de unidades que sobra, conforme apresentado na figura 5.28.

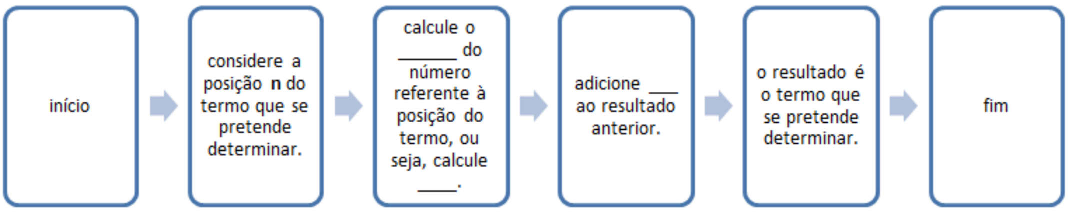
Figura 5.28: Resposta do aluno A11


quantidade de unidades que sobra?
Primeira operação foi multiplicação e a segunda foi adição

Fonte: Folha do aluno

g) Complete o fluxograma por meio do qual seja possível obter os três próximos termos da sequência.

Figura 5.29: Fluxograma 2



Neste item buscamos, a partir da resposta ao item anterior, que o aluno visualizasse o que ele determinou por meio de um fluxograma. Mais uma vez utilizamos fluxogramas como ferramenta para verificar o aprendizado do aluno do item anterior e para institucionalizar as observações encontradas.

Muitos alunos tiveram dificuldade de completar o fluxograma com o termo “triplo”, que era o esperado, mas conseguiram completar com o número 3 e, em seguida, eles perguntaram como ficaria no segundo traço.

Aluno A6: Professora, vai ficar 3 *de novo aqui?*

Professora: No item anterior o quê vocês fizeram com o 3*?*

Aluno A6: A gente multiplicou.

Professora: Multiplicou com quem?

Aluno A6: Com os blocos.

Aluno A10: A gente multiplicou com quantos blocos tinha cada número.

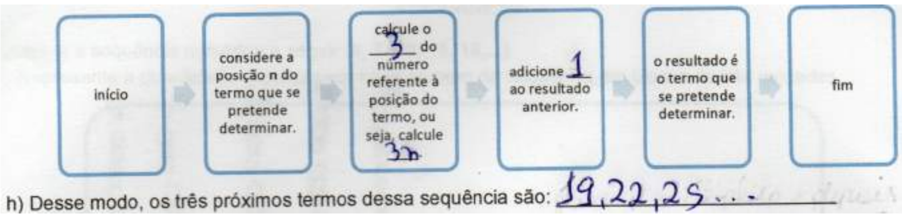
Professora: Certo. Vocês lembram que a quantidade de blocos de cada termo estava relacionada com algo que já falamos aqui?

Nesse momento, solicitamos aos alunos que retornassem ao item "e" e demos um tempo para que eles nos respondessem. Passado um tempo, um aluno disse que tinha encontrado que a quantidade de blocos era a mesma que a posição dos termos, então pedimos para que os alunos nos dissessem qual a letra que estávamos usando para representar a posição de cada termo na sequência e eles responderam de imediato "n". Logo após, tivemos que ir ao quadro e fazer uma breve retomada do que já tinha sido visto nos outros itens, representando cada produto, até que os alunos visualizassem que podiam colocar o "n" no lugar do número que variava, chegando, assim, na generalização e na expressão "$3n$", após um bom tempo de considerações. No mais, os alunos completaram corretamente que seria adicionado 1 e concluíram o fluxograma 5.29.

No próximo item, solicitamos que os alunos determinassem os três próximos termos da sequência e não observamos dificuldades. Os alunos responderam corretamente esse item, conforme abaixo.

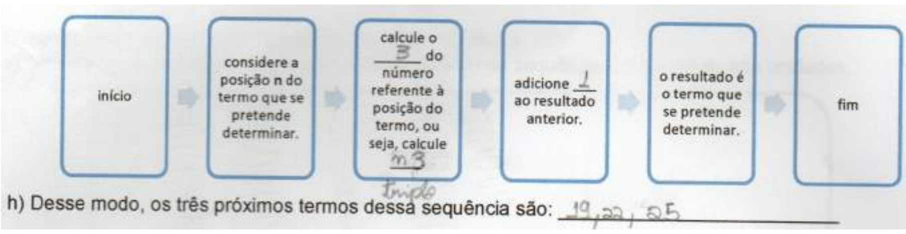
h) Desse modo, os três próximos termos dessa sequência são:

Figura 5.30: Resposta do aluno A2



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.31: Resposta do aluno A12



Fonte: Folha do aluno

No item "i" a seguir, utilizamos a tabela como ferramenta para a representação dos dados que os alunos já encontraram nos itens anteriores.

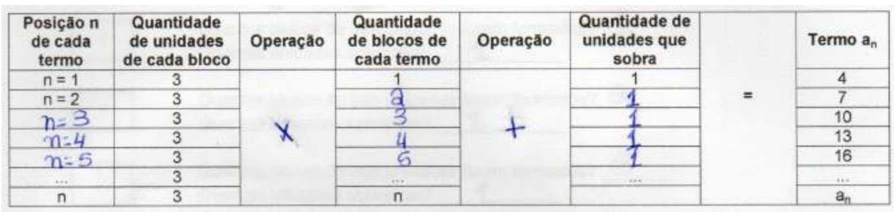
i) Considerando que a quantidade de blocos formados por cada número representa um número natural e que pode ser representado por uma letra qualquer, a exemplo da letra "n" e considerando também que "n" representa a posição de cada termo na sequência, complete a tabela 5.32.

Figura 5.32: Tabela 2

Posição n de cada termo	Quantidade de unidades de cada bloco	Operação	Quantidade de blocos de cada termo	Operação	Quantidade de unidades que sobra		Termo a_n
n = 1	3		1		1	=	4
n = 2	3						7
	3						10
	3						13
	3						16
...	3		...		...		...
n	3		n				a_n

Nesse item, queríamos que o aluno representasse na tabela as considerações e observações que já tinha feito nos itens anteriores: a posição dos termos, as operações matemáticas e os valores observados na sequência. Desse modo, o aluno visualiza todos os passos anteriores para poder chegar a uma generalização do comportamento da sequência numérica e escrever a expressão algébrica que a representa. Os alunos conseguiram realizar esse item e sem muitas dificuldades completaram corretamente a tabela, conforme apresentado nas figuras 5.33 e 5.34.

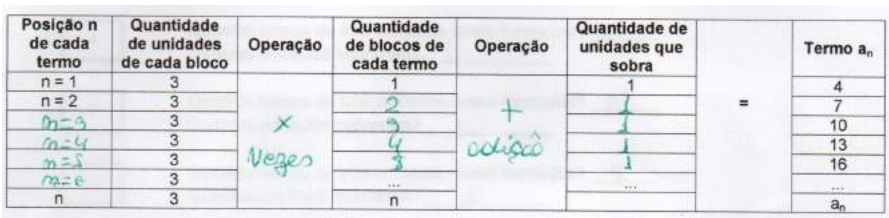
Figura 5.33: Resposta do aluno A7



Posição n de cada termo	Quantidade de unidades de cada bloco	Operação	Quantidade de blocos de cada termo	Operação	Quantidade de unidades que sobra		Termo a_n
n = 1	3		1		1	=	4
n = 2	3		2		1		7
n = 3	3	×	3	+	1		10
n = 4	3		4		1		13
n = 5	3		5		1		16
...	3		...		...		...
n	3		n				a_n

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.34: Resposta do aluno A6



Posição n de cada termo	Quantidade de unidades de cada bloco	Operação	Quantidade de blocos de cada termo	Operação	Quantidade de unidades que sobra		Termo a_n
n = 1	3		1		1	=	4
n = 2	3		2	+	1		7
n = 3	3	×	3		1		10
n = 4	3		4	adição	1		13
n = 5	3	vezes	5		1		16
n = 6	3		...		...		...
n	3		n				a_n

Fonte: Folha do aluno

No item a seguir exploramos algebricamente a representação de qualquer termo da sequência numérica dada.

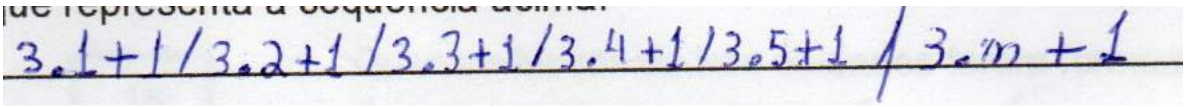
j) Desse modo, representando o termo que você quer determinar por "a_n", a posição desse termo por "n" e o padrão observado acima com as respectivas operações matemáticas, encontre a expressão algébrica que representa a sequência acima.

Esse item finaliza o objetivo principal da segunda atividade, na qual a ideia é que o aluno entenda e represente a sequência numérica escrevendo o termo geral por meio da posição dos termos.

Na atividade anterior, queríamos que o aluno completasse a tabela até chegar na última linha que representava a generalização da sequência numérica dada, então neste item é solicitado aos alunos que representassem de maneira algébrica o termo geral. Considerando que já foi trabalhado nos itens anteriores toda a estrutura da variável, das operações matemáticas e das relações existentes, os alunos que realizaram corretamente os itens de "a" até "i" não apresentaram dificuldades nesse item. Os comentários que surgiram foram direcionados à confirmação da representação do "n", no qual observamos alguns alunos confirmando que "o n representa a posição, né?".

A seguir apresentamos as respostas de alguns alunos.

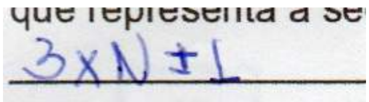
Figura 5.35: Resposta do aluno A13



Fonte: Folha do aluno

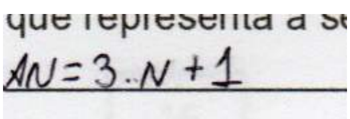
Podemos observar pela figura 5.35 que o aluno A13, antes de apresentar a generalização da expressão algébrica, apresentou ainda o cálculo de cada termo, mostrando que entendeu bem o proposto com a tabela.

Figura 5.36: Resposta do aluno A14



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.37: Resposta do aluno A15



Fonte: Folha do aluno

Os alunos A14 e A15 , conforme as figuras 5.36 e 5.37 apresentaram corretamente a expressão algébrica, assim como os alunos que mostraram ter compreendido a ideia proposta com todos os itens anteriores até chegar na generalização nesse item "i".

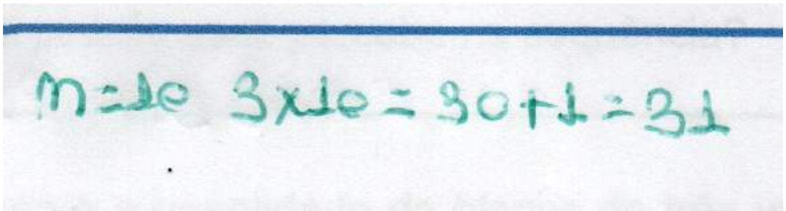
A seguir apresentamos o último item da nossa segunda atividade que busca encontrar o valor de um termo da sequência numérica.

k) Determine o 10º termo dessa sequência.

Nosso objetivo nesse item era que o aluno, a partir da expressão do item anterior, conseguisse encontrar o valor de um termo da sequência, ou seja, queríamos que ele realizasse os cálculos ao entender que é solicitado que ele encontre o termo que está na posição de número 10 e identificasse que $n = 10$, após isso que ele multiplicasse por 3 ao entender que é o padrão da sequência e subtrair 1 unidade, ao ter encontrado esse comportamento em comum nos outros itens.

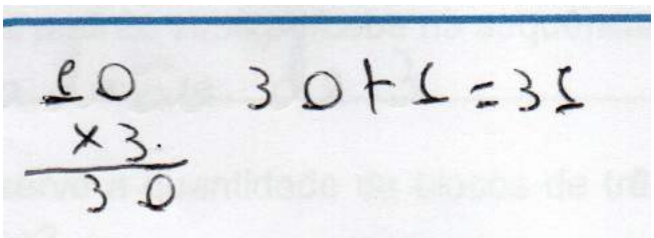
Observamos que os alunos resolveram esse item utilizando a expressão definida anteriormente, como podemos identificar a seguir.

Figura 5.38: Resposta do aluno A6



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.39: Resposta do aluno A11

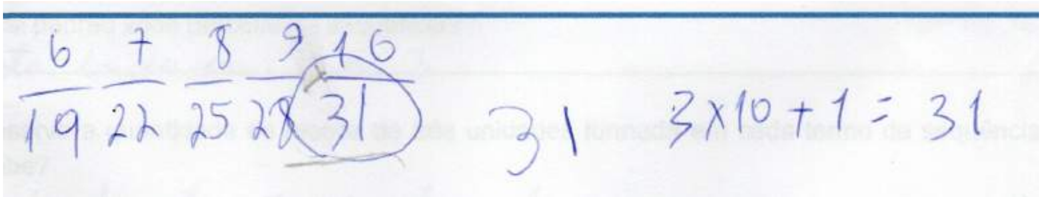


Fonte: Folha do aluno

O aluno A16 na figura 5.40 fez uso da expressão algébrica, além de ter dado continuidade à sequência utilizando a contagem de termos.

Após a finalização da aplicação, recolhemos as respostas dos alunos e fizemos uma breve retomada geral do que foi visto no conjunto de questões que constituíram a atividade.

Figura 5.40: Resposta do aluno A16



Fonte: Folha do aluno

Durante a aplicação da atividade observamos que os alunos apresentaram um comportamento bastante participativo, mostrando interesse e vontade de aprender os processos matemáticos trabalhados. Ficou visível o quanto uma metodologia diferenciada, em que o conhecimento é construído junto com os alunos, é fundamental no ensino e aprendizagem da matemática.

5.4 Atividade 03 e Atividade 04

Ocorreu no dia 09 de maio de 2022 com a presença de 24 alunos. Nesse dia da experimentação, desenvolvemos a nossa terceira e quarta atividades.

A nossa terceira atividade teve como objetivo a identificação da regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, utilizando processos aritméticos como o algoritmo da divisão para chegar à generalização algébrica. Nessa atividade queríamos abordar uma sequência numérica caracterizada por ter o primeiro termo maior que a variação da sequência, de modo que o quociente da divisão do primeiro termo pelo valor dessa variação fosse igual a 1.

Utilizamos como ferramentas a ideia de fluxograma e a representação de dados em tabela. Nossa atividade 03 contou com itens de “a” até “e”, que apresentaremos a seguir.

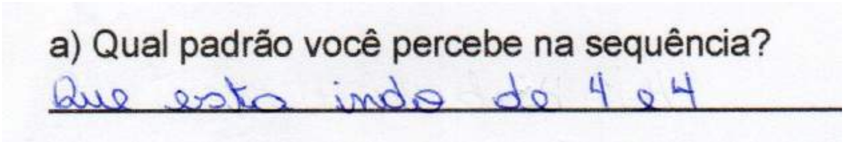
Atividade 3. *Observe a sequência* $(7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, ...)$

a) Qual padrão você percebe na sequência?

Iniciamos a nossa atividade com a apresentação de uma sequência numérica e solicitando ao aluno que identifique o padrão observado na mesma. As respostas dos alunos foram, de modo geral, semelhantes as respostas das outras atividades quando perguntado do padrão observado. Segue abaixo as respostas de alguns alunos a esse item.

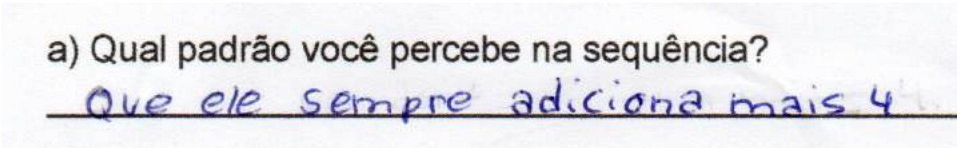
O aluno A14 na figura 5.41 identifica corretamente o padrão da sequência, indicando que os números estão indo de 4 em 4 unidades, não demonstrando dificuldades na observação.

Figura 5.41: Resposta do aluno A14



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.42: Resposta do aluno A8



Fonte: Folha do aluno

O aluno A8 na figura 5.42 constatou que sempre é adicionado mais 4 unidades em cada termo da sequência numérica, revelando que o entendimento de sequência crescente foi observado corretamente. Os alunos responderam esse item rapidamente, por seguir o mesmo raciocínio dos itens iniciais das atividades anteriores.

b) Divida cada termo da sequência pela variação observada no item anterior. O que você percebe nessas divisões?

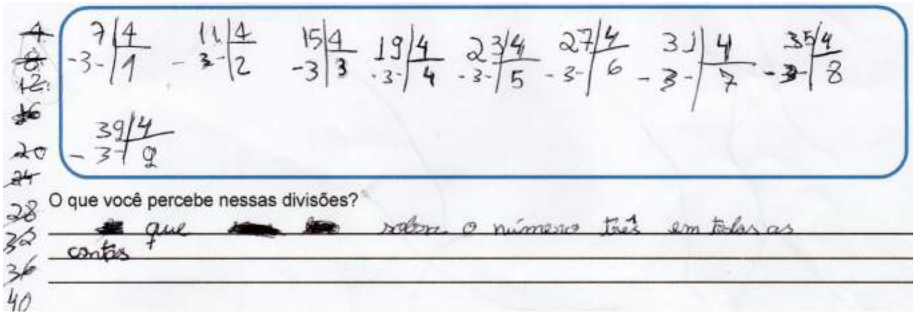
Nesse item, nosso objetivo era que os alunos notassem que, ao fazer o algoritmo da divisão com o divisor sendo a variação da sequência, isto é, 4, o resto sempre daria o mesmo valor 3. Ainda, queríamos que o aluno identificasse que os quocientes das divisões seguiam ordenadamente uma sequência de variação 1, sendo essa: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Esse entendimento é fundamental para que, a partir de processos aritméticos, a exemplo do algoritmo da divisão, o aluno construa a expressão que representa a sequência dada.

Os alunos conseguiram desenvolver esse item conforme o esperado, segue abaixo as respostas de alguns alunos.

Observamos na figura 5.43 que o aluno A12 efetuou as divisões de cada termo por 4 de modo correto e registrou que sobrou 3 em todas as contas. O aluno não registrou a respeito dos valores dos quocientes, assim como outros alunos pontuaram, conforme respostas a seguir.

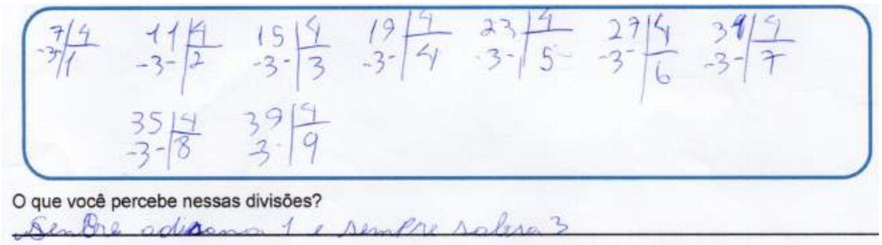
Na figura 5.44 aluno A16 identificou que nas divisões sempre adiciona 1 e sempre sobra 3, ou seja, notamos que o aluno conseguiu identificar que os valores dos quocientes estão ordenadamente variando 1 unidade, enquanto que o valor do resto das divisões sempre é 3.

Figura 5.43: Resposta do aluno A12



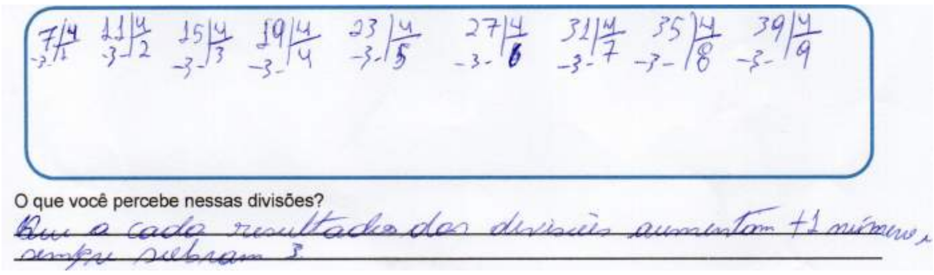
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.44: Resposta do aluno A16



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.45: Resposta do aluno A5

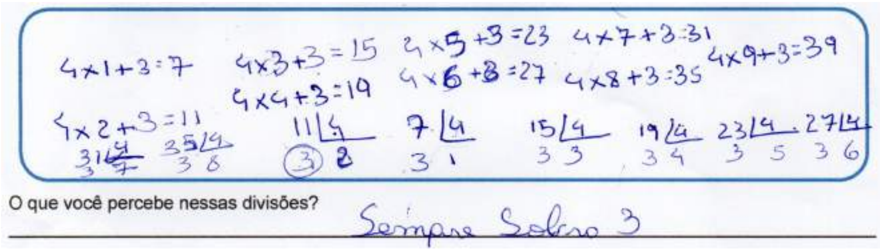


Fonte: Folha do aluno

Do mesmo modo, na figura 5.45 o aluno A5 apresentou na sua resposta que a cada resultado das divisões aumentam mais 1 número, se referindo ao quociente, e sempre sobram 3, se referindo ao resto, após efetuar as divisões conforme as regras.

Podemos observar na figura 5.46 que o aluno A17 registrou que sempre sobra 3, afirmando, assim, que o resto é o mesmo em todas as divisões. Além disso, notamos que o aluno registra nos seus cálculos, juntamente com as divisões, as expressões que generalizam no item “d” a expressão algébrica que representa a sequência dada, com isso nesse item o aluno nos apresenta as expressões aritméticas das divisões, relacionando o dividendo, divisor, quociente e resto, referenciando, mesmo que de forma não intencional, conforme o esperado, o algoritmo da divisão, o que constitui exatamente o nosso objetivo

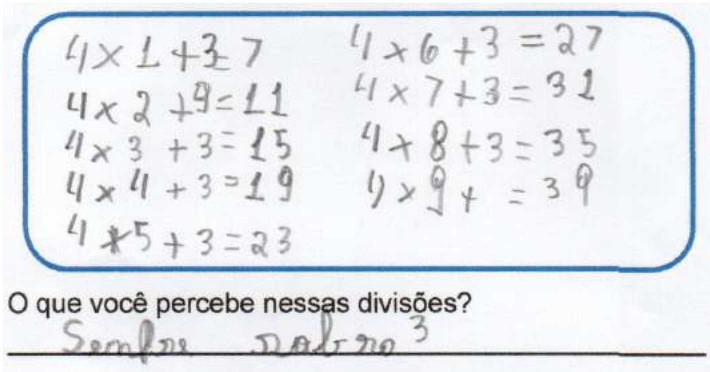
Figura 5.46: Resposta do aluno A17



Fonte: Folha do aluno

com essa atividade.

Figura 5.47: Resposta do aluno A13



Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.47 o aluno A13, bem como o aluno A17, apresentou as expressões aritméticas das divisões e respondeu que sempre sobra 3.

Acreditamos que a busca de fazer com que o aluno defina a expressão algébrica que representa uma sequência após construir referidas expressões aritméticas sobre o aporte de processos aritméticos como o algoritmo da divisão é interessante por representar justamente a construção do conhecimento algébrico desse aluno que se inicia a partir de generalizações, explicitando, assim, um conhecimento significativo no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

O item a seguir faz uso de uma importante ferramenta para alcançar a generalização da expressão da sequência numérica.

c) Utilize $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...$, *para representar a posição do número na sequência abaixo e complete a tabela 5.48.*

Nesse item, queríamos que o aluno, ao representar os dados já obtidos numa tabela, pudesse obter uma visualização mais geral dos processos aritméticos utilizados e, após realizar os cálculos para $n = 1,\ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...$, em cada uma das linhas da tabela, conseguisse generalizar para qualquer valor n na última linha da mesma.

Figura 5.48: Tabela 3

Posição n de cada termo	Variação observada	Operação	Posição de cada termo	Operação	Resto da divisão		Termo a_n
n = 1	4		1		3		7
n = 2							11
							15
						=	19
							23
							27
							31
							35
							39
...					...		...
n							a_n

Os alunos, após as observações encontradas no item anterior, realizaram a atividade proposta sem apresentar dificuldades, conforme figura 5.49.

Figura 5.49: Resposta do aluno A12

Posição n de cada termo	Variação observada	Operação	Posição de cada termo	Operação	Resto da divisão		Termo a_n
n = 1	4		1		3		7
n = 2	4		2		3		11
n = 3	4		3		3		15
n = 4	4		4	+	3	=	19
n = 5	4	X	5		3		23
n = 6	4		6		3		27
n = 7	4		7		3		31
n = 8	4		8		3		35
n = 9	4		9		3		39
...	4		...		3		...
n	4		n		3		a_n

Fonte: Folha do aluno

No item seguinte queríamos que o aluno determinasse a expressão algébrica formada pela sequência numérica em questão.

d) Desse modo, de acordo com a tabela acima, encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.

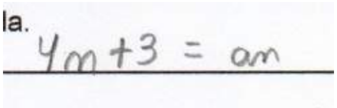
Os alunos responderam a esse item sem apresentar dificuldades, visto que todos os itens anteriores contribuíram, constituindo um passo a passo, para a construção da expressão algébrica que representa a sequência dada. A seguir, apresentamos as respostas de alguns alunos.

Figura 5.50: Resposta do aluno A12

$4 \times n + 3 =$

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.51: Resposta do aluno A18

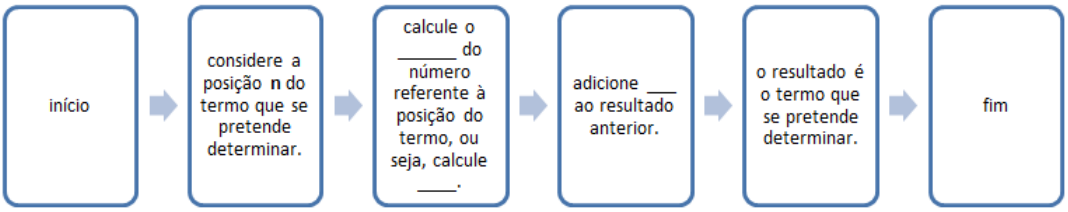


Fonte: Folha do aluno

Finalizando a nossa terceira atividade, apresentamos a seguir a utilização do fluxograma como auxílio para o reforço das observações e das etapas trabalhadas nos itens anteriores. Diferentemente da ordem das perguntas nas duas atividades anteriores, o fluxograma aparece como último item da atividade 03.

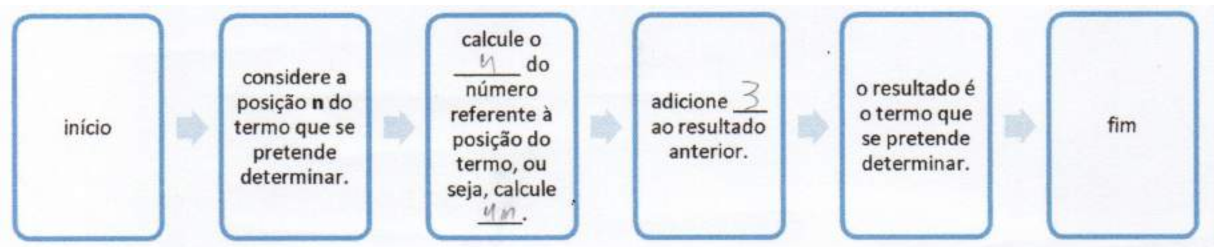
e) Complete o fluxograma 5.52 por meio do qual seja possível determinar qualquer termo dessa sequência.

Figura 5.52: Fluxograma 3



Apresentamos a seguir as respostas de alguns alunos.

Figura 5.53: Resposta do aluno A19

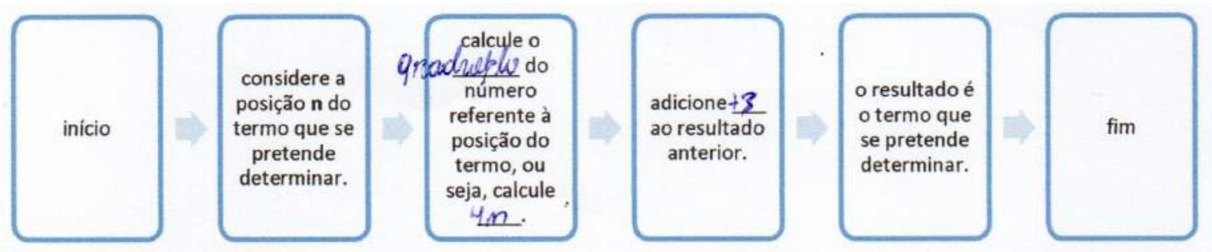


Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.53 o aluno A19, assim como a maioria dos alunos, completa apenas com 4, ao invés da expressão quádruplo, entretanto fica compreensível que o aluno entendeu a existência do produto entre o 4 e o n, uma vez que completou o próximo traço com $4n$ de acordo com o esperado nesse item.

Já o aluno A5, conforme 5.54, completa corretamente e de acordo com o esperado no fluxograma apresentado. A breve retomada do que foi visto nos itens foi apresentada ao final da atividade 03, com o recolhimento das atividades dos alunos da turma. Percebemos que essa atividade despertou bastante interesse por parte dos alunos no sentido das etapas que foram propostas e que os levaram até a finalidade esperada.

Figura 5.54: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Após a aplicação da terceira atividade, distribuímos aos alunos uma folha de papel A4 contendo a nossa quarta atividade desenvolvida a seguir.

Atividade 4. *Utilize* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...$, *para representar a posição do número na sequência apresentada e encontre o padrão ou expressão algébrica que representa cada uma das sequências abaixo. Em seguida, determine o* $10^{\underline{o}}$ *termo de cada uma das sequências.*

Essa atividade tinha como objetivo a determinação da regularidade ou expressão algébrica de três sequências numéricas dadas e duas sequências figurais, além da determinação do valor de um termo de cada uma das cinco sequências. Queríamos que o aluno, após ter realizado a atividade anterior que explorou a relação da linguagem aritmética e da linguagem algébrica, desenvolvesse uma prática com a apresentação de várias sequências, sendo todas progressões aritméticas crescentes com termos positivos e não nulos, além de apresentarem o primeiro termo com valor maior ou igual ao valor da variação, a fim de explorarmos os processos aritméticos por etapas.

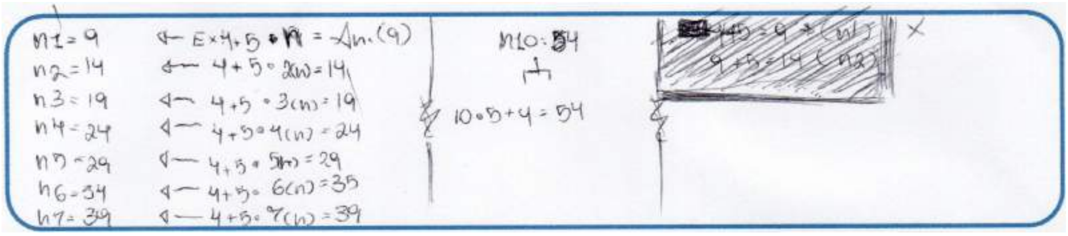
Nossa intenção é trabalhar sequencialmente atividades com os alunos que explorem processos aritméticos na construção das sequências definidas recursivamente. Após essa construção por etapas, apresentamos a esses alunos o desenvolvimento dessa prática por meio de resoluções de atividades em que os mesmos utilizem o conhecimento explorado na etapa anterior.

A seguir apresentamos as sequências e as respostas de alguns alunos.

a) $(9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, ...)$

No início da aplicação, alguns alunos perguntaram se era pra resolver do mesmo jeito que a atividade anterior e afirmamos que seria fundamental que o conhecimento anterior fosse utilizado.

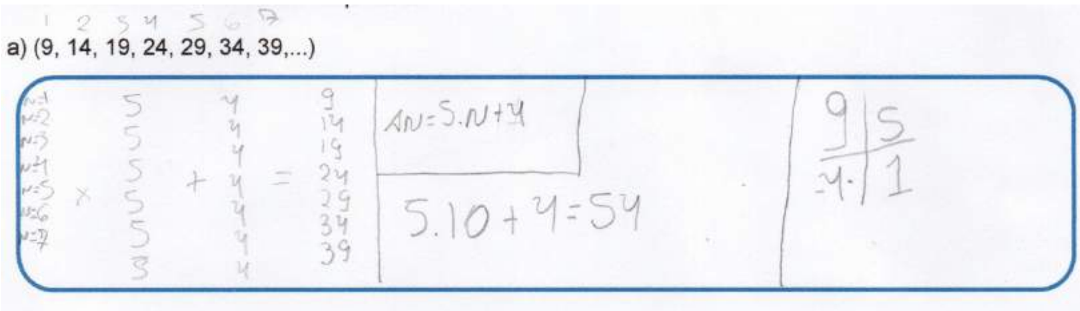
Figura 5.55: Resposta do aluno A4



Fonte: Folha do aluno

Conforme a figura 5.55 o aluno A4 posiciona cada termo da sequência indicando corretamente a sua posição pelo n e relacionando com a expressão equivalente, reforçando na representação que o n indica a posição, (n). Ao determinar o valor do décimo termo da sequência, o aluno substitui o $n = 10$ e realiza os devidos cálculos, encontrando 54. Temos que a expressão algébrica é representada por cada termo da sequência, inclusive o n_{10}, apesar do aluno não escrever a expressão generalizada $4 + 5n$.

Figura 5.56: Resposta do aluno A15



Fonte: Folha do aluno

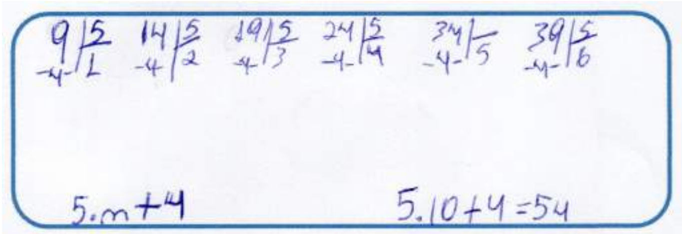
O aluno A15, como mostra a figura 5.56, indica a expressão algébrica de modo correto, determinando o n_{10} após substituição na expressão já generalizada. Todos os termos da sequência estão relacionados com as operações matemáticas adequadas, iniciando pela posição do n. Ainda, o aluno expressa uma divisão do primeiro termo pela variação da sequência, 5, o que indica que o mesmo observou o passo a passo indicado na atividade anterior.

Os alunos mostraram, então, que utilizaram os processos aritméticos explorados na atividade anterior para responder esse item, conforme podemos observar a seguir.

Os processos aritméticos trabalhados na relação da expressão aritmética com a expressão algébrica na atividade anterior foram observados na resposta do aluno A5, figura 5.57, pois o mesmo efetua primeiramente todas as divisões de cada termo pela variação até escrever a expressão generalizada para qualquer termo da sequência e determina o 10°

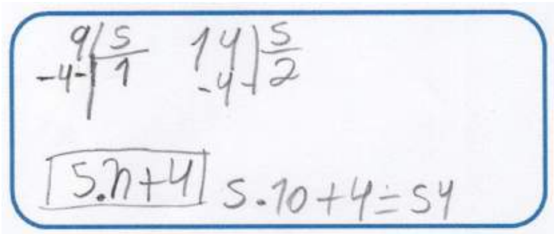
termo após a devida substituição na expressão do termo geral.

Figura 5.57: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.58: Resposta do aluno A18



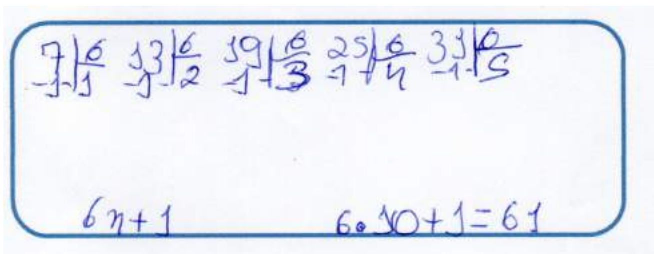
Fonte: Folha do aluno

Podemos observar na figura 5.58 que o aluno A18 inicia fazendo as divisões dos dois primeiros termos e depois já segue para a generalização da expressão que determina o termo geral, calculando o décimo termo corretamente.

b) $(7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, ...)$

Segue as respostas de alguns alunos ao item b da atividade.

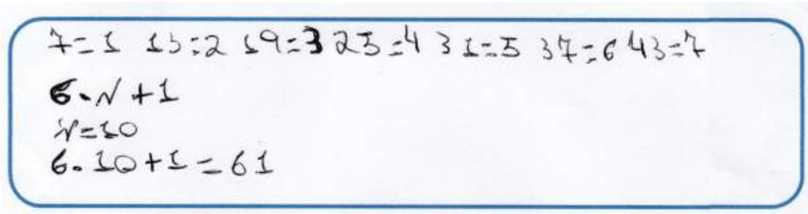
Figura 5.59: Resposta do aluno A9



Fonte: Folha do aluno

Observamos na figura 5.59 que a resposta do aluno A9 reforça o trabalhado anteriormente, demonstrando que o aluno partiu individualmente das generalizações aritméticas obtidas com as sucessivas divisões até determinar a expressão algébrica solicitada na atividade.

Figura 5.60: Resposta do aluno A11



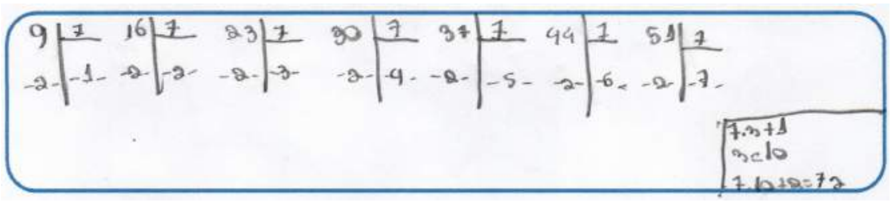
Fonte: Folha do aluno

O aluno A11, conforme figura 5.60, identifica inicialmente cada termo da sequência, enumerando-os e consequentemente observando o quociente das divisões. Após, escreve a expressão $6n+1$ do termo geral e calcula o décimo termo corretamente, não apresentando dificuldades assim como os demais alunos.

c) $(9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, ...)$

A seguir temos as respostas de alguns alunos ao item c da atividade.

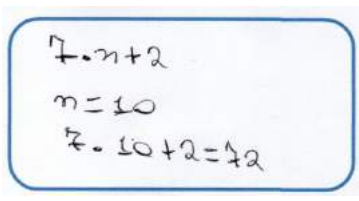
Figura 5.61: Resposta do aluno A19



Fonte: Folha do aluno

Na resposta do aluno A19, conforme figura 5.61, observamos a presença dos processos aritméticos até a apresentação da expressão generalizada e o cálculo do décimo termo. Enquanto que, na resposta do aluno A11, na figura 5.62 a seguir percebemos que o mesmo já fez a questão diretamente apresentando a expressão algébrica e usando-a para encontrar o valor do décimo termo, o que pode indicar a repetição dos mesmos procedimentos facilitou as resoluções por ser o mesmo passo a passo.

Figura 5.62: Resposta do aluno A11

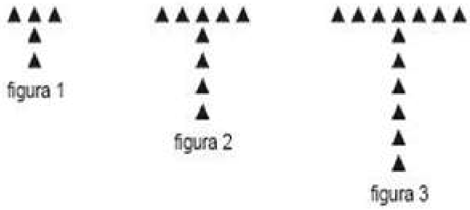


Fonte: Folha do aluno

Apresentamos a seguir os dois itens da nossa atividade que fizeram uso de sequências numéricas representadas por meio de figuras.

d)

Figura 5.63: Item D da Atividade 04



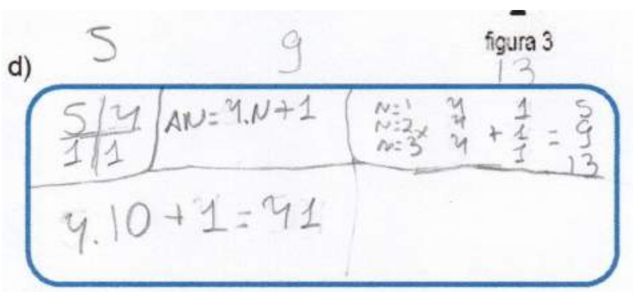
Fonte: Folha de atividades

Nesse item, assim como no item seguinte, queríamos explorar o uso de sequências figurais, na qual o aluno teria que identificar o padrão e escrever a sequência numérica representada pela figura antes de determinar a expressão algébrica e calcular o valor de um termo qualquer da sequência.

A utilização de figuras é uma ferramenta importante na contextualização e representação de sequências numéricas, o que pode facilitar a identificação do padrão de forma visual, por meio da percepção e de modo mais amplo.

Os alunos não apresentaram dificuldades na mudança da linguagem figural para a linguagem numérica. A seguir apresentamos as respostas de alguns alunos ao item d da atividade.

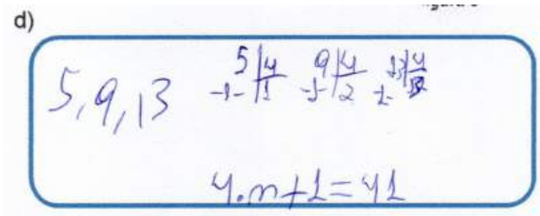
Figura 5.64: Resposta do aluno A15



Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.64 o aluno A15 representa de forma numérica a quantidade de triângulos em cada figura, identificando os termos $5, 9, 13$ e não apresentando dificuldade na linguagem figural, além de representar cada termo pela expressão adequada e encontrar o valor do décimo termo.

Figura 5.65: Resposta do aluno A5

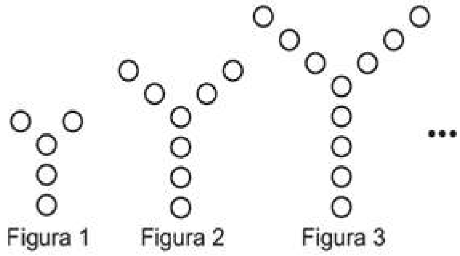


Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.65 observamos de maneira análoga a expressão que representa cada termo da sequência, com a determinação do décimo termo.

e)

Figura 5.66: Item E da Atividade 04

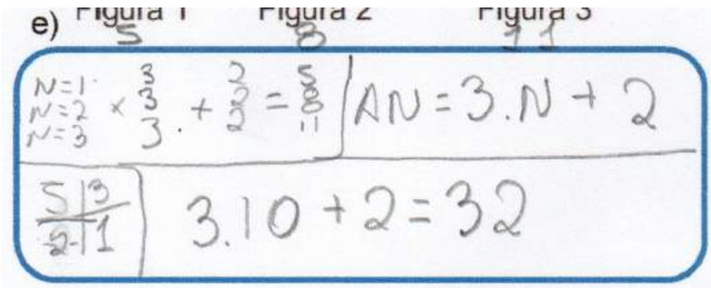


Fonte: Folha de atividades

No item e, queríamos que o aluno identificasse que a cada figura são acrescentadas três bolinhas e representasse a quantidade de bolinhas de cada figura por meio dos termos gerando a sequência numérica.

Apresentamos a resposta dos alunos a esse item.

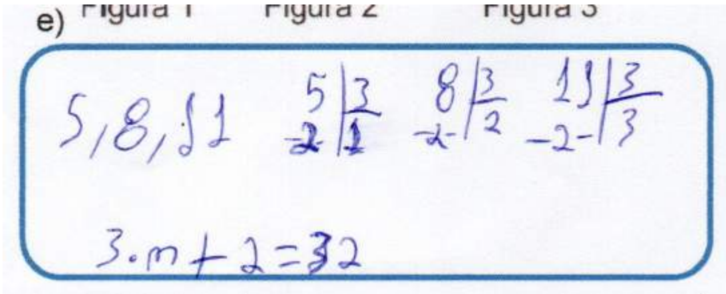
Figura 5.67: Resposta do aluno A15



Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.67 o aluno A15 identificou o quantitativo de bolinhas em cada figura, formando a sequência numérica e encontrando a expressão algébrica correta.

Figura 5.68: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Identificamos na resposta do aluno A5, figura 5.68, que o mesmo realiza os processos aritméticos das divisões e expressa corretamente a generalização do termo geral.

No término da atividade, recolhemos os materiais impressos contendo as atividades dos alunos.

5.5 Atividade 05 e Atividade 06

Ocorreu com a participação de 27 alunos no dia 10 de maio de 2022. Neste dia aplicamos a nossa quinta e sexta atividades na turma.

Iniciamos fazendo uma breve retomada do que foi visto na atividade anterior e correção dos itens de exercícios. Após, reorganizamos a turma em grupos de dois ou três alunos e distribuímos para cada aluno a folha impressa contendo a atividade 05 a seguir.

Atividade 5. *Escreva a sequência numérica de acordo com o padrão estabelecido para cada item abaixo.*

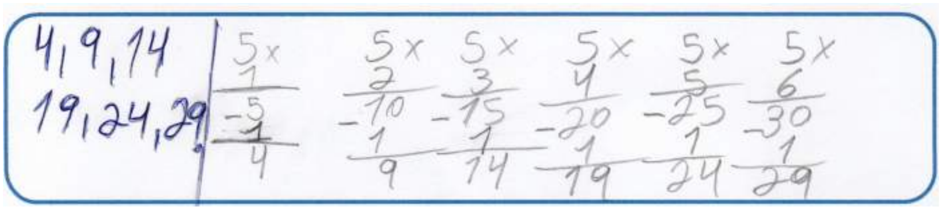
Nessa atividade o objetivo era a escrita da sequência numérica a partir da regularidade dada em forma de expressão algébrica, na qual o aluno precisava determinar os sete primeiros termos das quatro sequências com regularidade definida.

Nas atividades anteriores, a sequência numérica era apresentada para o aluno e ele tinha que identificar o padrão e a expressão algébrica que determinava qualquer termo da sequência, já nessa atividade 05 é apresentada ao aluno a expressão algébrica que determina os termos de uma sequência numérica e o aluno precisa identificar termo a termo, após substituição na expressão, e, assim, construir a sequência solicitada. O entendimento do significado da generalização de uma expressão, a ideia da representação do n enquanto posição de cada termo ordenado e as operações matemáticas serão analisadas nessa tarefa.

a) $5.n - 1$*, para* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$

Os alunos conseguiram responder sem apresentar dificuldades os itens dessa atividade. Apresentamos a seguir as respostas de alguns alunos ao item a.

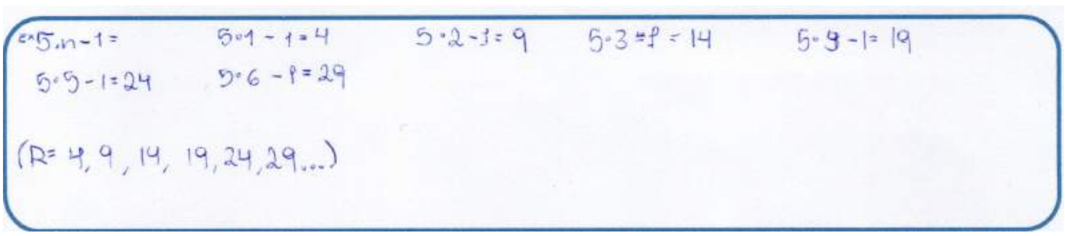
Figura 5.69: Resposta do aluno A18



Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.69 o aluno A18 apresenta os termos da sequência corretamente, iniciando do 4 e com variação 5, fazendo as substituições do valor da posição de cada termo de maneira correta na expressão dada. De modo análogo, a resposta do aluno A4, mostrada na figura 5.70 a seguir, indica o entendimento correto do valor do n enquanto posição.

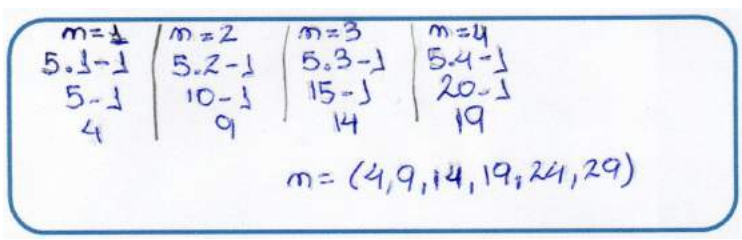
Figura 5.70: Resposta do aluno A4



Fonte: Folha do aluno

Na resposta do aluno A20, os termos são apresentados, identificando na escrita para $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ e assim por diante, conforme observado na figura 5.71 abaixo.

Figura 5.71: Resposta do aluno A20



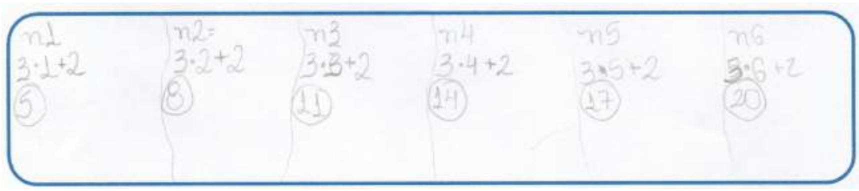
Fonte: Folha do aluno

b) $3.n + 2,$ *para* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$

Os alunos conseguiram fazer esse item da atividade sem dificuldades, apresentando em suas respostas os cálculos aritméticos após as devidas substituições, termo a termo, na expressão, indicando a posição de cada termo em n e construindo corretamente a sequência numérica solicitada.

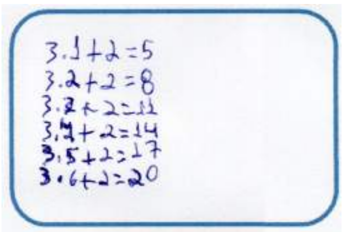
A seguir apresentamos algumas respostas dos alunos ao item b.

Figura 5.72: Resposta do aluno A21



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.73: Resposta do aluno A5

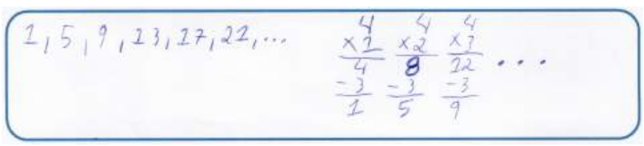


Fonte: Folha do aluno

c) $4.n - 3,$ *para* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6.$

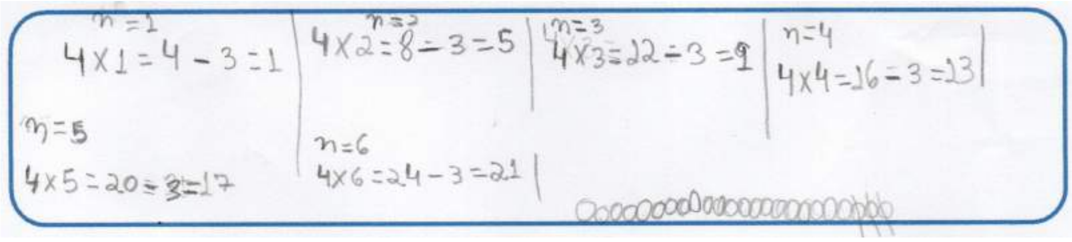
As respostas dos alunos a esse item são similares às anteriores. Apresentamos abaixo as respostas de alguns alunos ao item c, nas quais observamos que o aluno A1, na figura 5.74, realiza as substituições dos três primeiros termos da sequência e, após identificar corretamente o padrão, continua a sequência numérica solicitada. Ainda, na resposta do aluno A12, figura 5.75, observamos o passo a passo descrito e os cálculos matemáticos que determinaram a construção dos termos da sequência numérica.

Figura 5.74: Resposta do aluno A1



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.75: Resposta do aluno A12

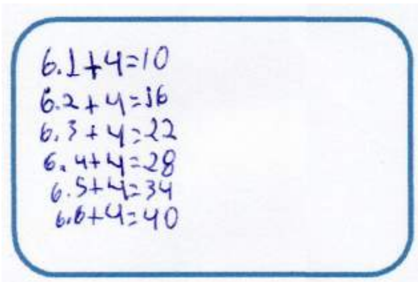


Fonte: Folha do aluno

d) $6.n + 4$, *para* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

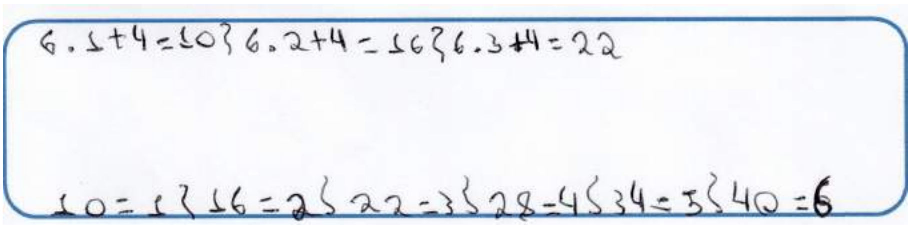
Apresentamos a seguir as respostas de alguns alunos ao último item da atividade 05.

Figura 5.76: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.77: Resposta do aluno A11



Fonte: Folha do aluno

Podemos observar que os alunos resolveram os itens da atividade e não apresentaram dúvidas. Percebemos que a transição da expressão algébrica dada para a construção dos termos da sequência foi vista sem dificuldades e com fácil compreensão pelos alunos. Acreditamos que o fato da questão do significado do n enquanto posição ter sido bastante trabalhado e enfatizado com os alunos durante as atividades anteriores fez com que os alunos realizassem essa atividade com bom rendimento e entendimento do que estavam fazendo, além do que os alunos realizaram essa atividade num tempo relativamente curto, em relação às demais, e de maneira bem direta.

Após a aplicação da quinta atividade, recolhemos os materiais com as respostas dos alunos e fizemos uma breve correção no quadro dos itens propostos. Em seguida, distribuímos aos alunos uma folha de papel A4 contendo a nossa sexta atividade desenvolvida a seguir.

Atividade 6. *Observe a sequência abaixo* $(7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ...)$

Essa atividade tinha como objetivo a identificação da regularidade por meio da posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, utilizando processos aritméticos para chegar às suas conclusões e na generalização algébrica.

Nessa atividade queríamos abordar uma sequência numérica caracterizada por ter o primeiro termo maior que a variação da sequência, de modo que o quociente da divisão do primeiro termo pelo valor dessa variação fosse maior que 1, diferentemente da sequência apresentada para o aluno na atividade 03, na qual o quociente dessa divisão era igual a 1. Assim, nessa atividade queríamos que o aluno percebesse que a ideia é que os quocientes das divisões sejam ordenadamente uma sequência de variação 1 e, caso a sequência dada não tenha essa característica, o aluno precisa identificar os quocientes seguindo essa ordem para a construção da expressão algébrica que define a sequência numérica.

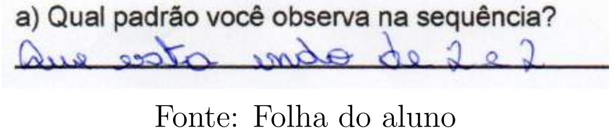
A seguir apresentamos o primeiro item da atividade 06.

a) Qual padrão você observa na sequência?

Nesse item queríamos que o aluno identificasse o padrão da sequência numérica dada. A resposta dos alunos foi clara e direta ao identificar que os termos da sequência variam em 2 unidades, onde tal identificação era visualmente perceptível pelos termos apresentados.

A seguir a resposta dos alunos representada pela resposta do aluno A14, figura 5.78.

Figura 5.78: Resposta do aluno A14



Fonte: Folha do aluno

O item b a seguir aborda acerca da expressão algébrica que representa a sequência numérica.

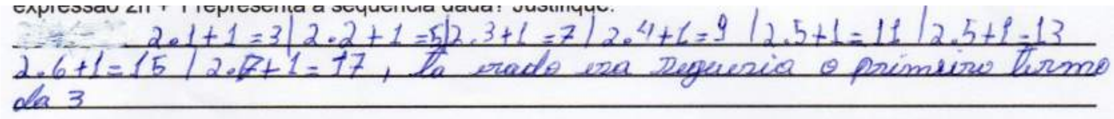
b) Utilizando $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...$, *para representar a posição do número na sequência apresentada, a expressão* $2n + 1$ *representa a sequência dada? Justifique.*

Nesse item, nossa intenção era que o aluno compreendesse que a expressão $2n + 1$ não representa a sequência dada. Acreditávamos que o aluno chegaria nessa expressão a partir do que foi abordado na atividade 03, porém na atividade 03 os quocientes encontrados formavam ordenadamente uma sequência que inicia no quociente igual a 1, observado na divisão do primeiro termo, entretanto nessa sequência dada na atividade 06 o primeiro quociente encontrado, relacionado com o primeiro termo da sequência, não é igual a 1.

Durante a atividade, um aluno perguntou como ele iria saber se a expressão dada era a certa ou não e nós solicitamos que eles lembrassem da atividade 05 que fizeram no horário anterior e observassem a relação dos valores de n com os termos da sequência. Muitos alunos estavam respondendo apenas que não e solicitamos que os mesmos justificassem, dizendo o porquê da resposta.

Apresentamos a seguir algumas respostas dos alunos.

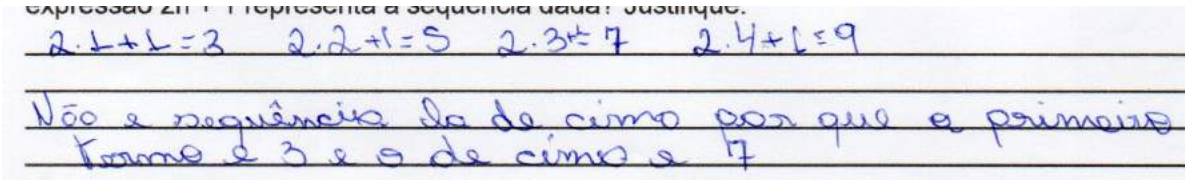
Figura 5.79: Resposta do aluno A13


2.1+1=3 | 2.2+1=5 | 2.3+1=7 | 2.4+1=9 | 2.5+1=11 | 2.5+1=13
2.6+1=15 | 2.7+1=17, lá errado era sequência o primeiro termo
da 3

Fonte: Folha do aluno

Utilizando as substituições das posições de cada termo e comparando os resultados com os termos da sequência dada, o aluno A13, conforme mostra figura 5.79, justifica corretamente que a expressão não define a sequência apresentada. Ainda que depois do quinto termo nos cálculos haja uma repetição e resultado incorretos, entendemos que o aluno compreendeu bem o que foi pedido na atividade e observou de maneira certa como a expressão é definida.

Figura 5.80: Resposta do aluno A14


2.1+1=3 2.2+1=5 2.3+1=7 2.4+1=9

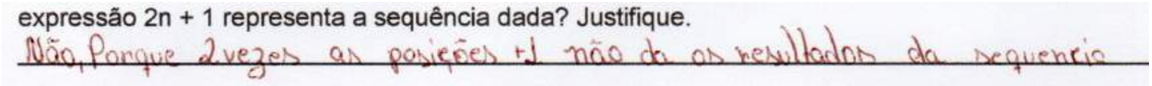
Nõo e sequência la de cima por que a primeiro
termo é 3 e o de cima e 7

Fonte: Folha do aluno

Na figura 5.80 o aluno A14 apresenta as substituições relativas aos quatro primeiros termos da sequência e afirma na sua resposta que a expressão "não é da sequência lá de cima, porque o primeiro termo é 3 e o de cima é 7".

Na resposta do aluno A21, figura 5.81, observamos a conclusão correta que a expressão dada "não dá os resultados da sequência".

Figura 5.81: Resposta do aluno A21


expressão 2n + 1 representa a sequência dada? Justifique.
Não, Porque 2vezes as posições +1 não da os resultados da sequencia

Fonte: Folha do aluno

De modo geral, observamos que os alunos que participaram da atividade conseguiram alcançar o objetivo proposto e identificar se uma expressão dada representa ou não uma sequência numérica apresentada, fazendo uso recursivamente da determinação de um termo a partir do anterior ou tão somente da posição ocupada por ele na sequência.

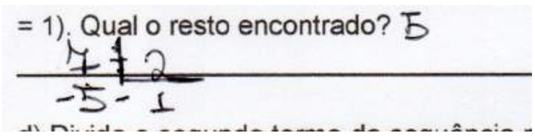
A seguir apresentamos o item seguinte da nossa atividade.

c) Divida o primeiro termo da sequência pela variação observada a fim de se obter quociente 1 *(posição* $n = 1$*). Qual o resto encontrado?*

Queríamos, nesse item, que o aluno observasse que ao realizar a divisão normal do 7 pelo 2 o quociente obtido não seria 1 e, que seguindo esse raciocínio, caso ele continuasse as divisões normalmente, o resto seria sempre 1 trazendo a ideia de que a expressão poderia ser a dada no comando do item anterior, entretanto após substituições o aluno já indicou que a expressão não representa a sequência.

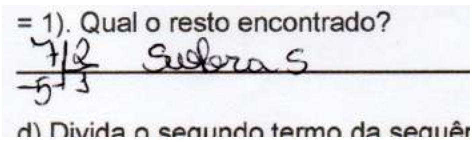
As respostas apresentadas pelos alunos foi conclusiva que o resto encontrado é 5, conforme observado abaixo.

Figura 5.82: Resposta do aluno A11


= 1). Qual o resto encontrado? 5
7 | 2
-5 1

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.83: Resposta do aluno A9


= 1). Qual o resto encontrado?
7 | 2 Sobra 5
-5 1

Fonte: Folha do aluno

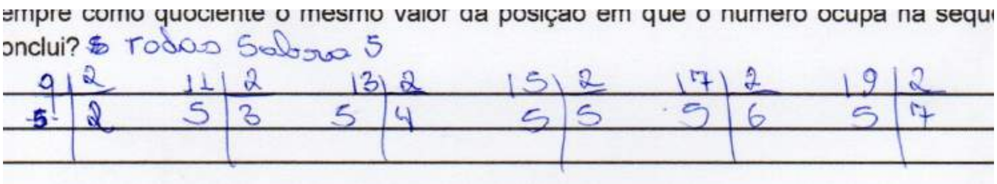
No item d a seguir temos as generalizações dessas divisões até chegarmos a expressão generalizada, como nas atividades anteriores.

d) Divida o segundo termo da sequência pela variação observada a fim de se obter *quociente 2 (posição $n = 2$). Qual o resto encontrado? Proceda do mesmo modo com cada um dos termos, de forma a obter sempre como quociente o mesmo valor da posição em que o número ocupa na sequência. O que você conclui?*

Aqui, nesse item, nosso intuito é que o aluno identificasse que, seguindo esse padrão, os quocientes seguem ordenadamente uma sequência de variação $1 : 1, 2, 3, 4, 5, ...$ Ou seja, queríamos que o aluno observasse que, ainda que o quociente da primeira divisão não seja 1, é preciso que assim o seja e que existe uma relação do quociente com a posição de cada termo da sequência: quando dividimos o primeiro termo pela variação, o quociente é expresso pela posição do dividendo, isto é, pela posição do termo na sequência. Desse modo, ao observar esse padrão o aluno conseguirá identificar a expressão algébrica no item seguinte.

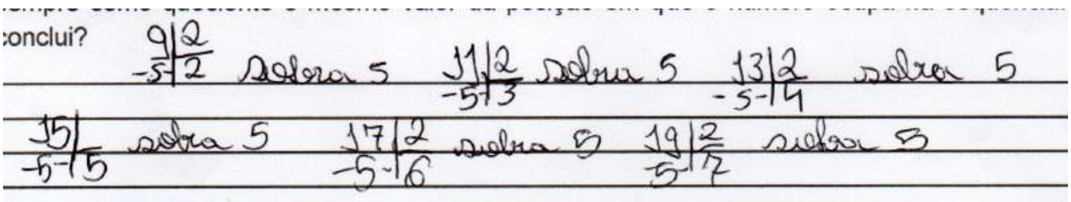
Apresentamos a seguir as respostas de alguns alunos a esse item da atividade.

Figura 5.84: Resposta do aluno A14



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.85: Resposta do aluno A9



Fonte: Folha do aluno

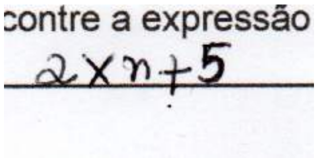
Os alunos realizaram as divisões e concluíram que o resto sempre é 5, conforme respostas acima. A seguir os alunos encontraram a expressão algébrica que representa a sequência numérica.

e) Encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.

Nesse item, pretendíamos que o aluno determinasse a expressão que generaliza o padrão observado na sequência numérica, a partir dos dados identificados nos itens anteriores. Como os alunos já tinham identificado o resto 5 e a variação 2 e dado que eles já haviam realizado atividade semelhante antes, eles não tiveram dificuldade em apresentar corretamente a expressão e responder a esse item.

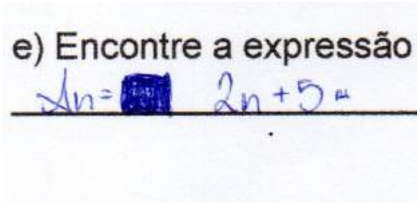
Apresentamos a seguir a resposta de alguns alunos.

Figura 5.86: Resposta do aluno A12



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.87: Resposta do aluno A4



Fonte: Folha do aluno

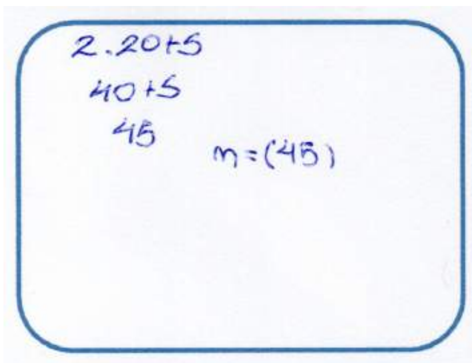
A seguir temos o último item da atividade 06 acerca da determinação de um termo da sequência.

f) Determine o 20º termo dessa sequência.

Nesse último item, nosso objetivo era que o aluno, após identificar a expressão algébrica que representa a sequência, determinasse o valor do vigésimo termo da sequência numérica. Queríamos que o aluno utilizasse a expressão determinada para o cálculo de qualquer termo dessa sequência.

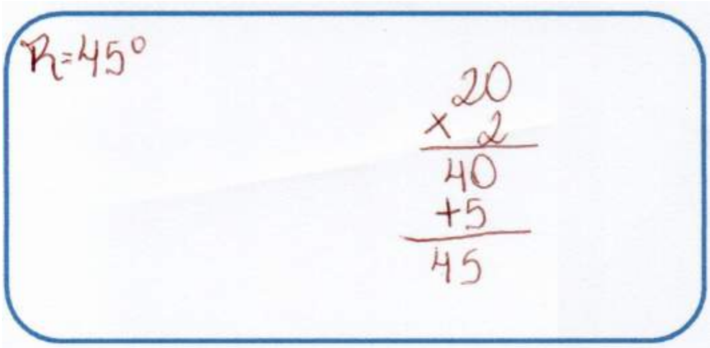
Os alunos não tiveram dificuldades e apresentaram corretamente o valor solicitado, conforme podemos observar nas respostas abaixo.

Figura 5.88: Resposta do aluno A20



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.89: Resposta do aluno A21



Fonte: Folha do aluno

Ao final da atividade, recolhemos o material com as respostas dos alunos e fizemos algumas considerações acerca do trabalhado nas tarefas. Observamos que os alunos demonstraram interesse na atividade e responderam a todos os itens propostos.

5.6 Atividade 07 e Atividade 08

Ocorreu no dia 12 de maio de 2022 com a aplicação da sétima e oitava atividades, que constituem as duas últimas atividades da nossa sequência didática. Estavam presentes nesse dia 25 alunos na turma. Iniciamos com uma retomada do que foi visto na atividade anterior e, após breve exposição, entregamos aos alunos a folha de papel A4 contendo a atividade 07 para que pudesse ser trabalhada com os alunos, estes divididos em grupos de dois ou três alunos.

A seguir apresentamos a atividade 07.

Atividade 7. *Observe a sequência abaixo* $(2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, ...)$

O objetivo da atividade era a identificação da regularidade usando a posição de cada termo de uma sequência numérica apresentada, na qual o valor do primeiro termo é menor que o valor da variação da sequência, por meio de processos aritméticos, a fim de determinar a expressão algébrica que representa a sequência.

Queríamos abordar, nessa atividade, uma sequência numérica caracterizada por ter o primeiro termo menor que a variação da sequência. Nas atividades anteriores abordamos sequências numéricas nas quais o primeiro termo era maior ou igual a variação da sequência.

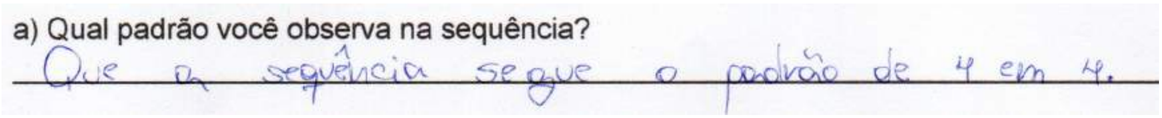
Apresentamos a seguir o primeiro item da nossa atividade que buscar encontrar o padrão observado na sequência numérica.

a) Qual padrão você observa na sequência?

Nesse item, queríamos que os alunos observassem que a sequência dada é crescente e cresce de 4 em 4 unidades, sendo identificado esse padrão inicialmente para, em seguida, serem trabalhados os processos aritméticos para determinação da expressão.

Os alunos não apresentaram dificuldades nas respostas, uma vez que as atividades anteriores também iniciavam com essa identificação do padrão da sequência. Apresentamos a seguir algumas respostas dos alunos.

Figura 5.90: Resposta do aluno A4

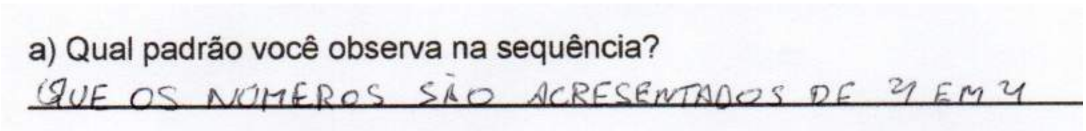


a) Qual padrão você observa na sequência?

Que a sequência segue o padrão de 4 em 4.

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.91: Resposta do aluno A15



a) Qual padrão você observa na sequência?

QUE OS NÚMEROS SÃO ACRESENTADOS DE 4 EM 4

Fonte: Folha do aluno

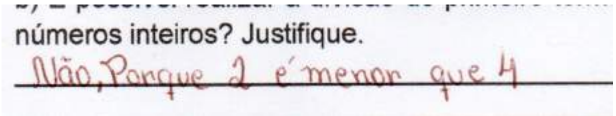
A seguir temos o item b que aborda os processos aritméticos.

b) É possível realizar a divisão do primeiro termo da sequência pela variação observada, no conjunto dos números inteiros? Justifique.

Nesse item, queríamos que o aluno observasse que, ao trabalhar no conjunto dos números inteiros, a fim de se obter quociente inteiro, não é possível realizar a divisão do primeiro termo da sequência pela variação observada, o que seria o dividendo 2 e o divisor 4. Esse entendimento é importante para que o aluno identifique que os procedimentos realizados nas atividades anteriores não se adéquam aqui, devido a sequência observar comportamento diferente das anteriores.

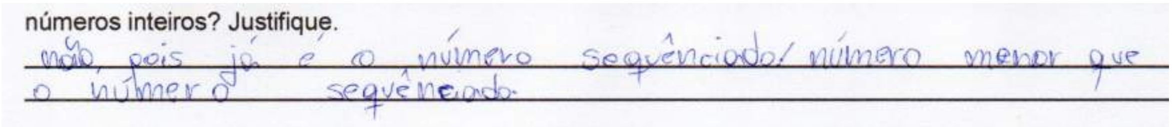
Alguns alunos, num primeiro momento, estavam efetuando a divisão obtendo como quociente o número racional $0,5$, então questionamos se esse resultado encontrado pertence ao conjunto dos números inteiros e a resposta que tivemos foi "não, pois o número encontrado tem vírgula". Daí, então, um aluno disse que "se fosse 4 dividido por 2 daria". Assim, solicitamos que os alunos justificassem e registrassem suas respostas. Após, os alunos realizaram a atividade sem muitas dúvidas, como mostramos a seguir.

Figura 5.92: Resposta do aluno A21


números inteiros? Justifique.
Não, Porque 2 é menor que 4

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.93: Resposta do aluno A4


números inteiros? Justifique.
não, pois já é o número sequênciado/ número menor que o número sequênciado.

Fonte: Folha do aluno

Observamos, por meio das respostas acima, que os alunos afirmaram que a divisão não era possível, porque o 2 era menor que o 4, chamado pela aluno A4, figura 5.93, de número sequenciado por ser o valor da variação da sequência.

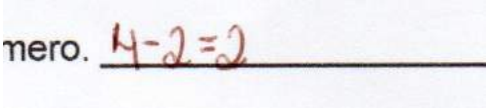
A seguir apresentamos o item c da atividade.

c) Subtraia da variação da sequência o valor do primeiro termo do número.

Nossa intenção nesse item é mostrar que nas sequências em que o valor da variação é maior que o valor do primeiro termo, os procedimentos aritméticos das divisões de considerar os restos, como nas sequências apresentadas nas atividades anteriores, não é viável, uma vez que o quociente não pertence ao conjunto dos números inteiros.

A resposta a esse item é objetiva e direta, fazendo com que todos os alunos chegassem corretamente ao número 2 como resultado, conforme mostrado na figura 5.94.

Figura 5.94: Resposta do aluno A21


nero. 4-2=2

Fonte: Folha do aluno

No item d, a seguir, abordamos sobre a expressão algébrica que representa a sequência numérica.

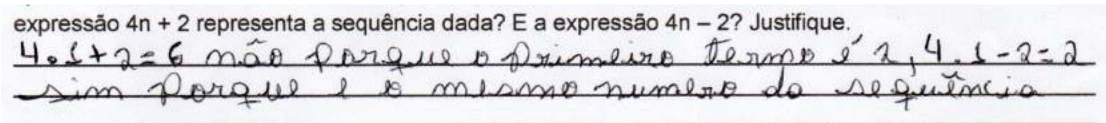
d) Utilizando $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...,$ *para representar a posição do número na sequência apresentada, a expressão* $4n + 2$ *representa a sequência dada? E a expressão* $4n - 2$*? Justifique.*

Nesse item queríamos que o aluno identificasse, após as substituições do valor da posição de cada termo, que a expressão $4n + 2$ não define a sequência dada ao indicar uma operação de adição, enquanto que ao subtrair duas unidades, compondo a expressão $4n - 2$, o aluno consegue encontrar corretamente os termos da sequência.

A operação de subtração, identificada na expressão, relaciona-se com o fato da sequência dada ter o valor do primeiro termo menor que o valor da variação observada. O fato de subtrairmos 2 unidades indica que faltam 2 unidades para que o valor do primeiro termo chegue ao valor da variação 4, o que indicaria, nas sequências anteriores, uma divisão com dividendo 4 e divisor 4 gerando o quociente 1.

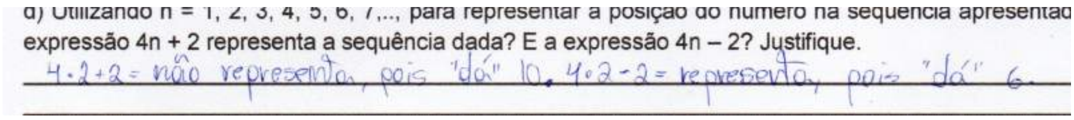
A seguir apresentamos algumas respostas dos alunos.

Figura 5.95: Resposta do aluno A11


expressão 4n + 2 representa a sequência dada? E a expressão 4n – 2? Justifique.
4.1+2=6 não porque o primeiro termo é 2, 4.1-2=2
sim porque é o mesmo numero da sequência

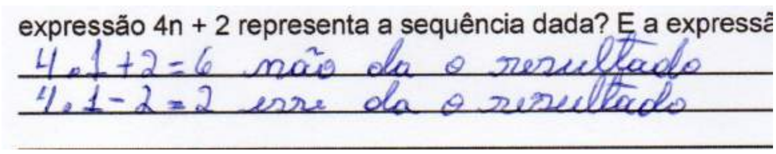
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.96: Resposta do aluno A4


a) Utilizando n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,..., para representar a posição do número na sequência apresentad
expressão 4n + 2 representa a sequência dada? E a expressão 4n – 2? Justifique.
4·2+2= não representa, pois "dá" 10. 4·2-2= representa, pois "dá" 6.

Fonte: Folha do aluno

Figura 5.97: Resposta do aluno A13


expressão 4n + 2 representa a sequência dada? E a express
4.1+2=6 não da o resultado
4.1-2=2 esse da o resultado

Fonte: Folha do aluno

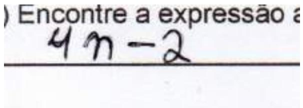
Verificamos, pelas respostas acima, que os alunos realizaram as substituições no valor de cada posição "n" na expressão $4n+2$ e na expressão $4n-2$ e, comparando os resultados com os termos da sequência, afirmaram qual das expressões indicava corretamente os termos da sequência dada.

Após trabalhar com as duas expressões, no item a seguir solicitamos que o aluno encontrasse a expressão algébrica que representa a sequência numérica.

e) Encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.

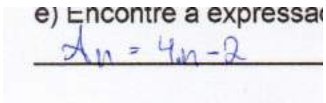
Após o raciocínio e substituições no item anterior, os alunos não apresentaram dificuldades em indicar a expressão algébrica que representa a sequência numérica, conforme podemos observar em algumas respostas dos alunos abaixo.

Figura 5.98: Resposta do aluno A18



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.99: Resposta do aluno A4



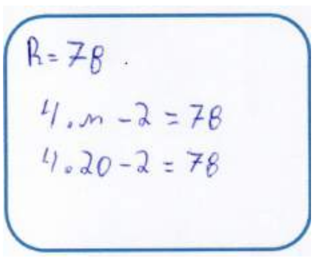
Fonte: Folha do aluno

Em seguida, apresentamos aos alunos o último item da nossa atividade descrito abaixo.

f) Determine o 20º termo dessa sequência.

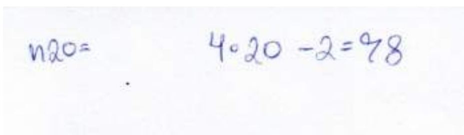
Nesse item solicitamos que o aluno encontrasse o valor do vigésimo termo da sequência. Queríamos explorar o uso da expressão algébrica para a determinação de um termo qualquer da sequência. Apresentamos a seguir algumas respostas dos alunos.

Figura 5.100: Resposta do aluno A13



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.101: Resposta do aluno A4

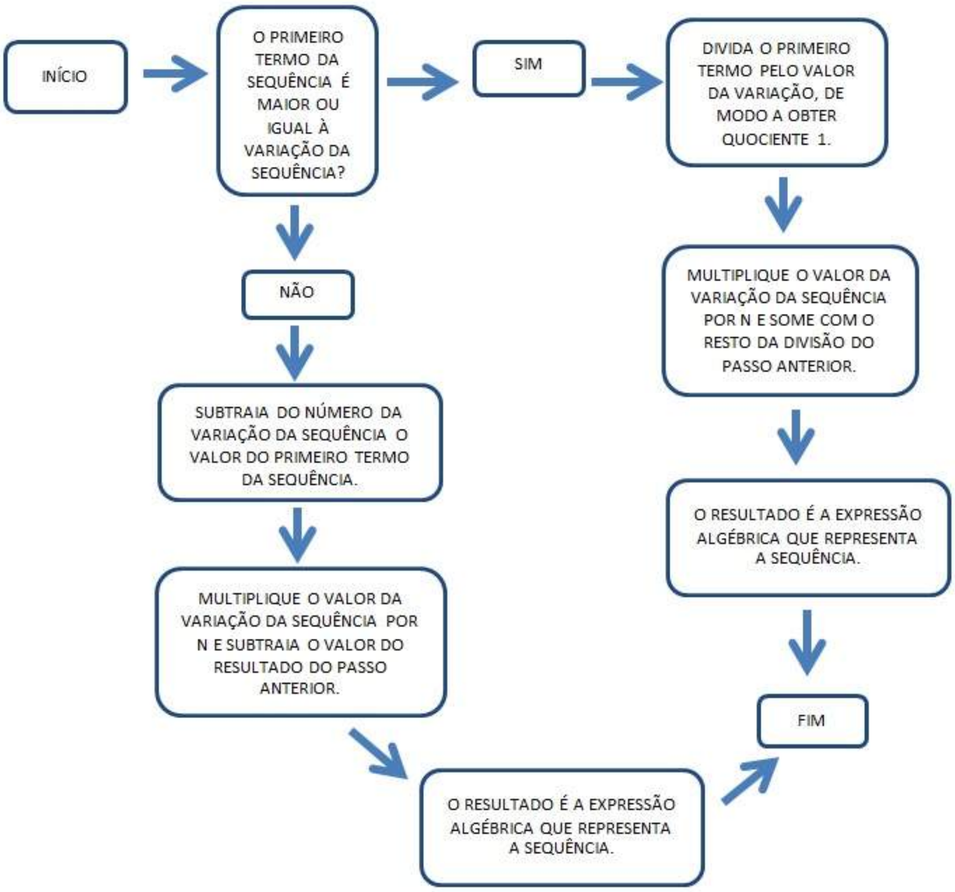


Fonte: Folha do aluno

Podemos observar, pelas respostas acima, a identificação adequada do $n = 20$ e sua substituição na expressão. Os alunos não apresentaram dificuldades nas respostas.

Após o término, recolhemos o material constando a atividade impressa dos alunos e realizamos algumas considerações no quadro. Solicitamos a atenção da turma para uma breve retomada das sequências exploradas nas atividades 03, 06 e 07 e apresentamos aos alunos um fluxograma que foi construído com as regras observadas e construídas por eles ao longo da aplicação das atividades com as sequências recursivas. A seguir apresentamos esse fluxograma entregue aos alunos individualmente.

Figura 5.102: Fluxograma das sequências recursivas



Fonte: Folha do aluno

A nossa intenção ao apresentar o fluxograma é que o aluno identificasse as regras que foram trabalhadas e construídas ao longo da sequência didática, servindo como uma institucionalização e um reforço do que foi explorado nas nossas atividades. Nosso objetivo, portanto, era que ao final das nossas atividades, que integravam a sequência didática, pudéssemos gerar um fluxograma desenvolvido para nos fornecer a expressão algébrica de uma sequência recursiva, sendo esta uma progressão aritmética crescente com termos positivos e não nulos.

Acreditamos que a visualização por meio do fluxograma pode facilitar a identificação das expressões algébricas que representam sequências recursivas.

Com isso, apresentamos aos alunos uma folha de papel A4 contendo a atividade 08, formada por sequências numéricas em que o aluno teria que identificar a expressão algébrica que representasse-as fazendo uso do fluxograma, figura 5.102, que lhe foi entregue.

A seguir apresentamos a atividade 08, que constitui a última atividade da nossa sequência didática.

Atividade 8. *Utilize* $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...,$ *para representar a posição do número na sequência apresentada e encontre o padrão ou expressão algébrica que representa cada uma das sequências abaixo. Em seguida, determine o 30º termo de cada uma das sequências.*

Nosso objetivo nessa atividade é que o aluno determine, fazendo uso do fluxograma apresentado, a expressão algébrica de três sequências numéricas e duas sequências figurais dadas e encontre o valor de um termo de cada uma das sequências. Nesta atividade abordamos sequências em que o valor do primeiro termo é maior que o valor da variação e sequências em que o valor do primeiro termo é menor que o valor da variação, conforme trabalhado nas atividades anteriores e identificado no fluxograma.

Os alunos foram orientados a fazer uso do fluxograma, figura 5.102, a eles entregue como auxílio para resolução dessa atividade.

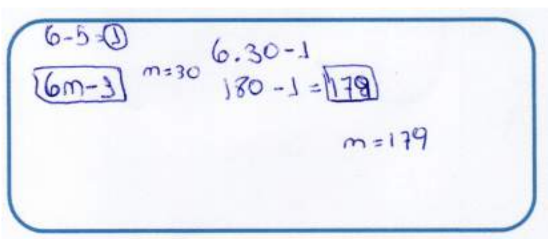
A seguir apresentamos os itens da atividade.

a) $(5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, ...)$

Nesse item, apresentamos ao aluno uma sequência em que o valor do primeiro termo, 5, é menor que a variação, 6. Queríamos que o aluno identificasse esse comportamento e desenvolvesse corretamente a atividade.

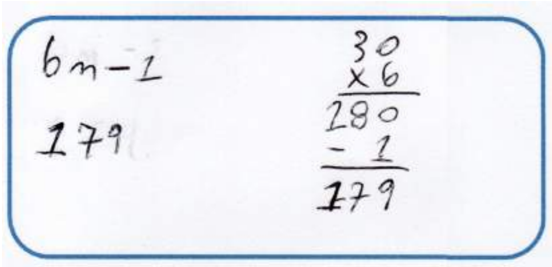
Apresentamos abaixo algumas respostas dos alunos.

Figura 5.103: Resposta do aluno A20



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.104: Resposta do aluno A1



Fonte: Folha do aluno

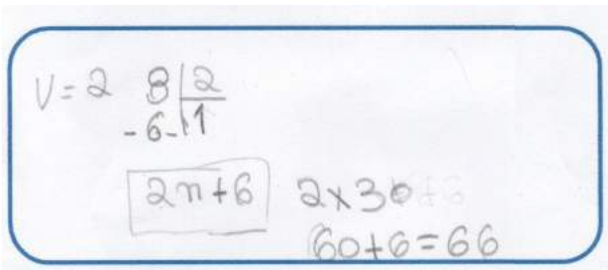
Observamos na resposta dos alunos que foram usados os procedimentos aritméticos adequados para se chegar corretamente à expressão algébrica $6n - 1$ e, por conseguinte, ao valor do trigésimo termo 179. Não identificamos dificuldade na resolução desse item a, uma vez que já foi anteriormente abordado na atividade 07 e o passo a passo encontrava-se no fluxograma.

b) $(8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...)$

Nesse item, apresentamos ao aluno uma sequência em que o valor do primeiro termo, 8, é maior que a variação, 2. Queríamos que o aluno identificasse esse comportamento da sequência já abordado anteriormente na atividade 06 e efetuasse corretamente a atividade.

Apresentamos abaixo algumas respostas dos alunos.

Figura 5.105: Resposta do aluno A7

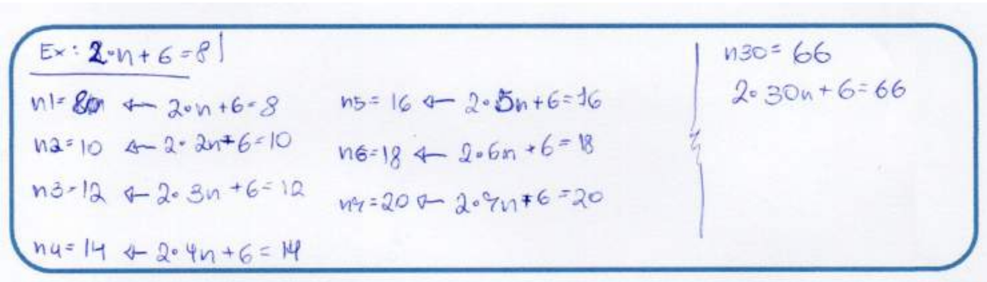


Fonte: Folha do aluno

Observamos na figura 5.105 que os procedimentos da divisão, considerando quociente 1 e o resto, abordado no fluxograma e nas atividades anteriores, foram abordados, gerando de modo correto a expressão algébrica $2n + 6$ e com substituição do $n = 30$ gerando o valor 66 para o trigésimo termo da sequência numérica.

Identificamos na figura 5.106 que foram feitas as substituições de cada um dos sete termos da sequência com a expressão algébrica adequada $2n+6$ gerando o termo n_{30} igual a 66. As substituições dos valores da posição de cada termo da sequência na expressão nos mostra visualmente se a mesma é adequada ou não. Como já tínhamos abordado as sequências recursivas com esse comportamento, os alunos não apresentaram dificuldades nesse item.

Figura 5.106: Resposta do aluno A4



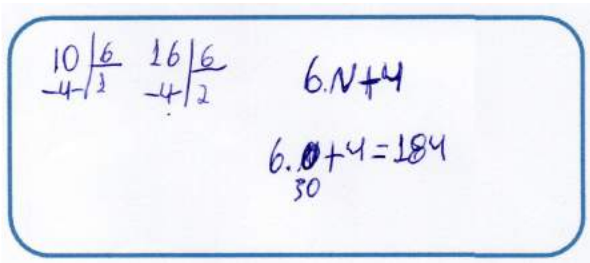
Fonte: Folha do aluno

c) $(10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, ...)$

Apresentamos ao aluno nesse item uma sequência em que o valor do primeiro termo, 10, é maior que a variação, 6. Queríamos que o aluno identificasse o padrão dessa sequência trabalhado anteriormente na atividade 03 e realizasse corretamente esse item.

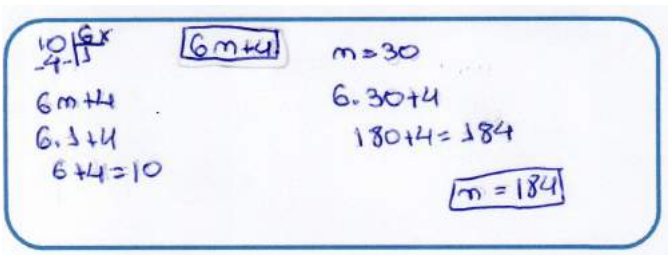
A seguir apresentamos algumas respostas dos alunos.

Figura 5.107: Resposta do aluno A5



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.108: Resposta do aluno A20



Fonte: Folha do aluno

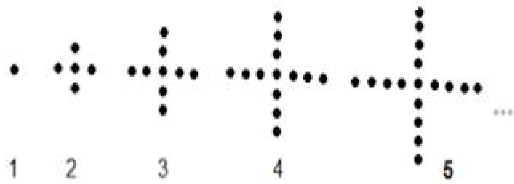
As respostas apresentadas mostram os processos aritméticos das divisões gerando a expressão $6n+4$ e o valor do trigésimo termo 184. O aluno A20, conforme figura 5.108, fez a substituição do $n = 1$ para encontrar o primeiro termo 10 e mostrar a expressão algébrica adequada.

Nos itens “d” e “e” a seguir apresentamos sequências figurais, nas quais o aluno precisa escrever sua respectiva representação em sequência numérica.

Nossa intenção nesse e no próximo item é que o aluno relacione a sequência figural com a sequência numérica, a fim de determinar a sua expressão algébrica e o termo da trigésima posição.

d)

Figura 5.109: Item D da atividade 8

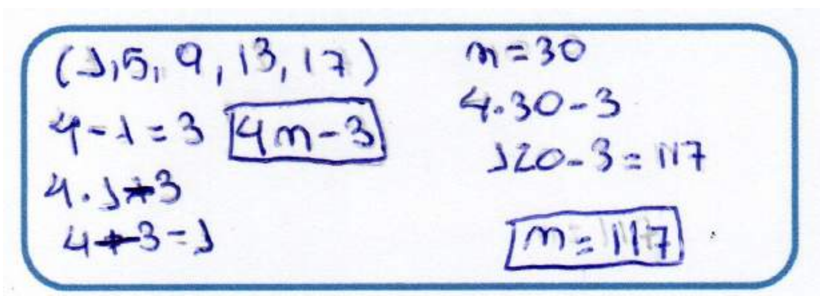


Nesse item “d” queríamos inicialmente que o aluno identificasse a sequência $(1, 5, 9, 13, 17, ...)$ que representa numericamente a sequência figural. Com a sequência numérica, o aluno identificaria a expressão algébrica e o calcularia o valor do termo solicitado.

Observamos que os alunos apresentaram dificuldades para determinar a expressão algébrica da sequência dada. Tal sequência obedece o mesmo comportamento da apresentada no item “a”, acreditamos que a apresentação, por meio da linguagem figural ao invés de imediatamente numérica possa ter causado alguma dificuldade nas respostas.

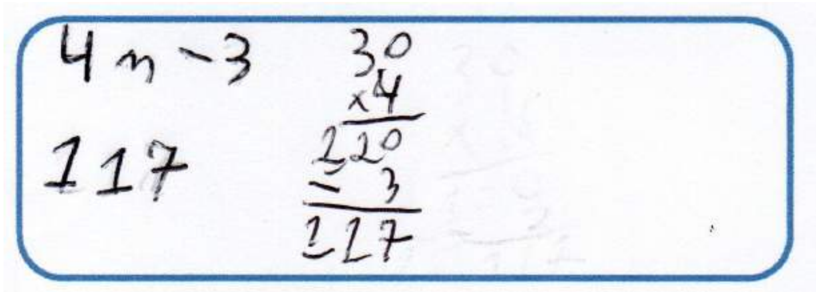
Apresentamos a seguir algumas respostas dos alunos a esse item.

Figura 5.110: Resposta do aluno A20



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.111: Resposta do aluno A1

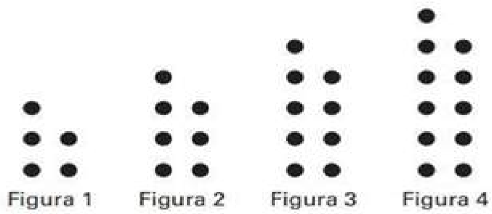


Fonte: Folha do aluno

A seguir temos o último item da nossa atividade.

e)

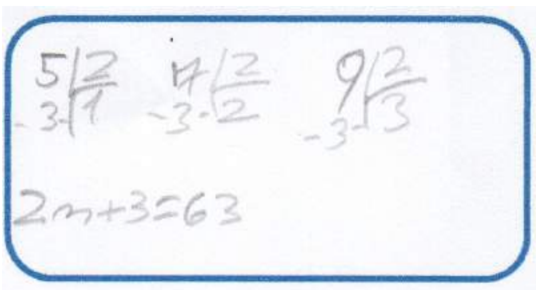
Figura 5.112: Item E da atividade 8



Nesse item queríamos, num primeiro momento, que o aluno identificasse a sequência $(5, 7, 9, 11, ...)$ que representa numericamente a figura. Com a sequência numérica, o aluno identificaria a expressão algébrica e o calcularia o valor do 30º termo solicitado. Apesar de terem apresentado um pouco de dificuldade no item anterior que explorava a questão figural também, nesse item os alunos não apresentaram demais dificuldades.

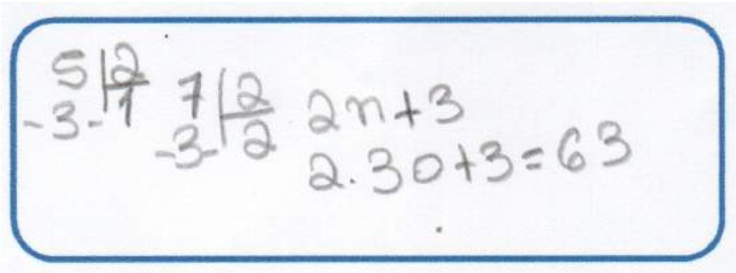
Apresentamos abaixo a resposta de alguns alunos a esse item.

Figura 5.113: Resposta do aluno A22



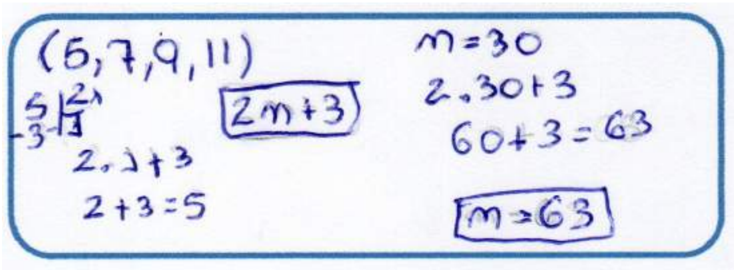
Fonte: Folha do aluno

Figura 5.114: Resposta do aluno A7



Fonte: Folha do aluno

Figura 5.115: Resposta do aluno A20



Fonte: Folha do aluno

Observamos que os procedimentos explorados em sala de aula foram identificados na resolução das atividades, nas quais os alunos apresentaram as divisões sucessivas com a posterior expressão algébrica e o cálculo do trigésimo termo.

De modo geral, podemos observar que na realização das atividades com sequências figurais, os alunos não mostraram dificuldades na transição da linguagem figural para a numérica, identificando, assim, corretamente, a sequência numérica trabalhada.

Assim, os alunos conseguiram identificar o comportamento das sequências apresentadas na atividade e a sua representação algébrica.

5.7 Pós-Teste

Ocorreu no dia 16 de maio de 2022 com a aplicação do pós-teste. Estavam presentes 25 alunos em sala de aula.

Neste dia, foi aplicado o pós-teste composto pelas mesmas questões do pré-teste. O nosso objetivo era conseguir informações para comparar o desempenho dos alunos na resolução das questões no pré-teste e no pós-teste.

Consideramos, a partir das análises feitas, que a aplicação da sequência didática despertou nos alunos um interesse no sentido da construção das sequências recursivas e no modo como se constitui a expressão algébrica que as representa.

Nas situações geradas pelas nossas atividades em sala de aula, os alunos eram questionados a respeito das sequências recursivas e as suas respostas os conduziam para a formalização do assunto. Pelas respostas dos alunos, entendemos que os mesmos conseguiram formular as ideias do processo de construção algébrica das sequências numéricas recursivas.

A fim de realizar uma avaliação acerca dos resultados da aplicação da sequência didática que foi desenvolvida, no próximo capítulo faremos a análise e a validação dos resultados obtidos.

Capítulo 6

Análise a posteriori e Validação

Neste capítulo, temos como objetivo apresentar a nossa análise a posteriori e a validação com o confronto dos comportamentos iniciais com os do transcurso da aprendizagem, com base nos resultados do pré-teste e do pós-teste aplicados aos alunos.

Apresentamos a seguir os resultados comparativos dos acertos, dos erros e das questões não resolvidas no pré e pós teste, respectivamente nos gráficos 14, 15 e 16 representados nas figuras abaixo.

Figura 6.1: Comparativo dos acertos

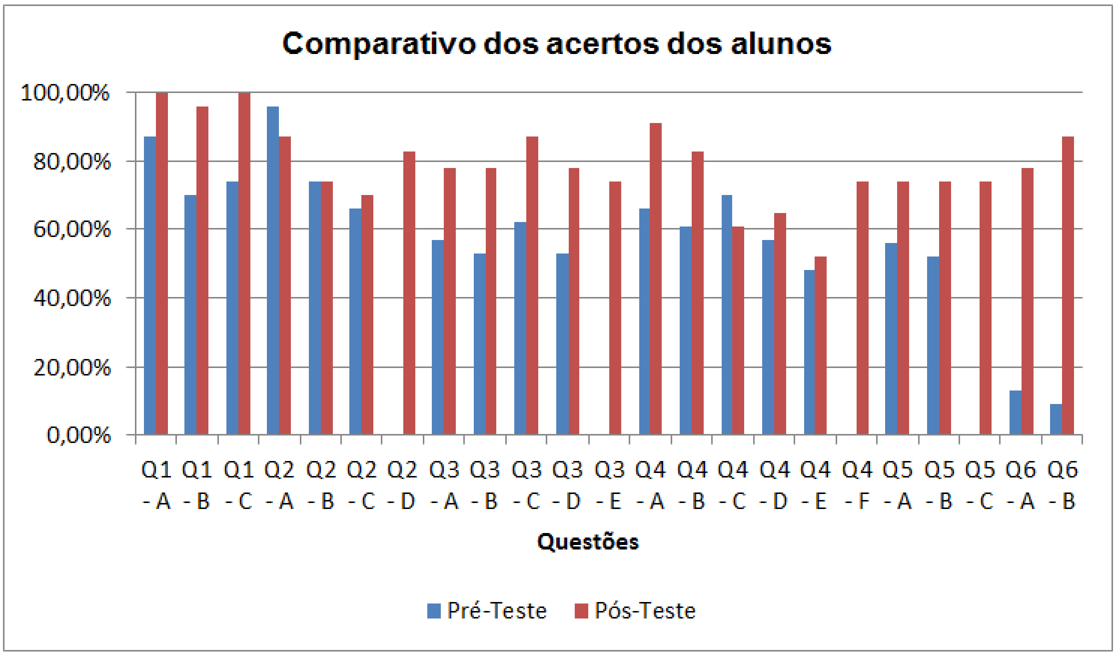


Figura 6.2: Comparativo dos erros

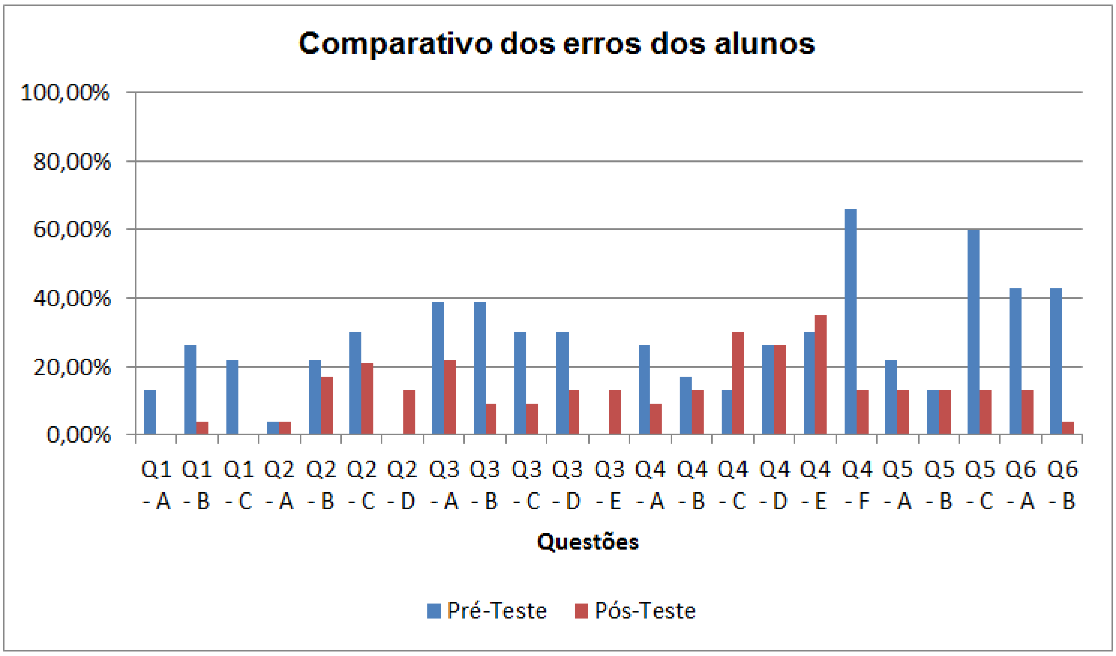
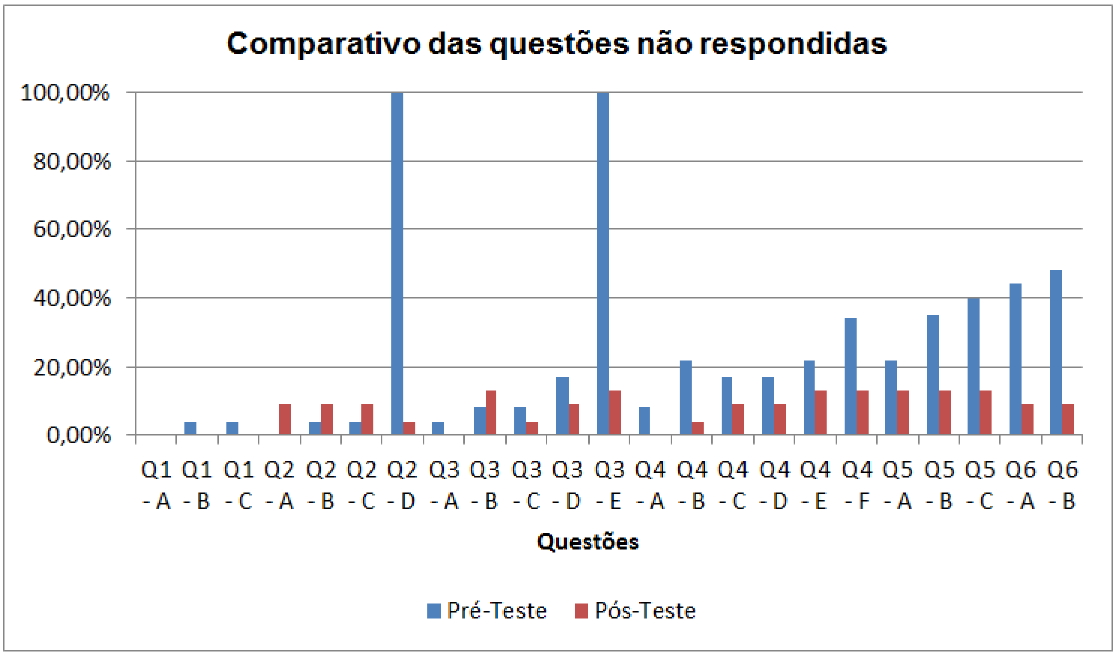


Figura 6.3: Comparativo das questões não respondidas



6.1 Análise do desempenho dos alunos nas questões do pré e pós teste

A seguir apresentamos uma breve análise do desempenho dos alunos nas seis questões do pré e pós teste.

6.1.1 Questão 01 sobre a descoberta do padrão e continuidade da sequência

A questão 01, que abordava sobre a descoberta do padrão e a continuidade de uma sequência numérica dada, em cada um dos três itens apresentados, A, B e C, teve mais de 70% de acertos no pré-teste, a constar que o item A apresentou 87% de acertos, o item B, 70% e o item C, 74% de acertos, o que corroborou com a nossa análise a priori quando afirmamos que os alunos poderiam apresentar dificuldades nos itens b e c pelo fato dos termos serem apresentados dispersos na sequência, mas que de um modo geral não seria uma questão de dificuldade difícil.

No pós-teste, a questão 01 teve 100% de acertos nos itens A e C e 96% de acertos no item B, conforme gráfico 14. O número de erros no pós-teste foi mínimo, como mostra o gráfico 15 e apenas dois alunos deixaram os itens B e C em branco no pré-teste, sendo que no pós-teste nenhum aluno deixou de responder a questão 01, como podemos observar no gráfico 16.

6.1.2 Questão 02 sobre a identificação do padrão e expressão algébrica de uma sequência em que o primeiro termo é menor que a variação

A questão 02 confirmou a nossa análise a priori, pois no pré-teste 96% dos alunos acertaram o item A, sendo que no pós-teste 9% deixaram esse item sem resposta e 87% responderam corretamente. No item B, tivemos 74% de acertos tanto no pré quanto no pós testes, visto que no pré-teste 22% dos alunos errou esse item e no pós-teste o número de erros foi de 17%, como observado no gráfico 15. Já no item C dessa questão, 66% dos alunos acertaram no pré-teste, enquanto que no pós-teste 70% acertaram esse item, temos ainda que o índice de erros no pré-teste foi de 30%, número este que no pós-teste decresceu para 21%. Com isso, observamos que nos itens A, B e C o número de erros diminuiu, a partir da comparação dos testes, além do que muitos alunos conseguiram fazer corretamente esses itens no pré-teste, a saber que a abordagem não era algébrica e que as respostas foram obtidas dando continuidade a partir da observação visual das sequências apresentadas.

Entretanto o item D, que abordava acerca da expressão algébrica, nenhum aluno conseguiu responder, confirmando a nossa análise a priori no questionário aplicado aos alunos, no qual os mesmos afirmaram ainda não ter estudado o conteúdo de expressão algébrica, exatamente por isso já esperávamos um número elevado de respostas em branco.

No pós-teste, observamos, pelo gráfico 14, que 83% dos alunos responderam de modo correto e apenas 4% deixou o item D em branco, o que mostra que compreenderam as regras e souberam representar algebricamente a sequência recursiva.

6.1.3 Questões 03, 04 e 05 sobre a identificação do padrão e expressão algébrica de sequências figurais em que o primeiro termo é maior ou igual a variação

Nas questões 03, 04 e 05 abordamos as sequências recursivas por meio de figuras, trabalhando, assim, com as sequências figurais.

No questionário aplicado aos professores, a maioria indicou fazer uso de sequências figurais como metodologia no desenvolvimento do pensamento recursivo do aluno, assim como a maioria afirmou introduzir o conteúdo de álgebra por meio da ideia de padrão envolvendo números e também figuras.

Na questão 03, pelo gráfico 14, temos que no pré-teste o índice de acertos nos itens A, B, C e D era acima de 50% e no pós-teste esse índice foi superior a 70%, a saber que o item A que era sobre a representação da próxima figura da sequência teve 57% de acertos no pré-teste, subindo para 78% no pós-teste. Já o item B solicitava a escrita da sequência numérica que estava representada de modo figural e teve 53% de acertos no pré-teste e 78% no pós-teste. Os itens C e D abordavam a determinação de termos da sequência, o item C apresentou 62% de acertos no pré-teste e no pós-teste esse número foi elevado para 87% e o item D teve um índice de acertos de 53% no pré-teste e 78% no pós.

Já o item E da questão 03 trabalhava com a parte algébrica e, confirmando análise anterior, nos mostrou, mais uma vez, que os alunos ainda não tinham estudado álgebra e por isso todos os alunos deixaram esse item em branco no pré-teste, conforme gráfico 16. No pós-teste, apenas 13% dos alunos deixaram de responder esse item, os que responderam tiveram 74% de acertos e 13% erraram o item.

A questão 04 teve um índice de acertos acima de 60% nos itens A e B no pré-teste e tal índice elevou-se para mais de 80% nesses itens no pós-teste. Já o item C pedia a escrita da sequência numericamente e teve 70% de acertos no pré-teste, sendo que 17% deixaram em branco esse item, podemos perceber que o índice de acertos diminuiu no pós-teste, como mostrado no gráfico, porém apenas dois alunos não souberam responder e 30% errou, o que demonstra que ao menos tentaram fazer o que foi pedido nesse item. Nos itens D e E dessa questão, os alunos tinham que determinar o valor de um termo específico da sequência e apresentaram aumento no índice de acertos tanto no item D quanto no E, e se torna importante destacar que o número de alunos que deixaram esses itens sem resposta decresceu consideravelmente, ao passo que o percentual de erros permaneceu próximo no pré e pós testes, mostrando que no pré-teste era mais fácil deixar em branco os itens pelo fato do aluno de fato não conseguir esboçar nenhum caminho para a resolução do que apresentar falhas, com erro no raciocínio ou na contagem dos termos.

Já o item F da quarta questão solicitava a identificação da expressão algébrica da sequência e nenhum aluno conseguiu responder corretamente esse item no pré-teste, ao passo que no pós-teste o índice de acertos foi de 74%. No pré-teste 66% dos alunos erraram e no pós-teste esse percentual decresceu para apenas 13%. O índice de alunos que deixaram esse item sem resposta no pré-teste foi de 34% e esse número reduziu para 13% no pós-teste.

Na questão 05, os alunos apresentaram 56% e 52% de acertos nos itens A e B no pré-teste, respectivamente, enquanto que no pós-teste esse índice se elevou para 74% no item A e o 74% também no item B. Tais itens solicitavam que o aluno representasse por meio de desenho seguindo a regularidade e por meio numérico determinado termo da sequência.

Já o item C da quinta questão solicitava a fórmula do termo geral da sequência, isto é, que o aluno expressasse o termo geral algebricamente. No pré-teste nenhum aluno conseguiu apresentar uma resolução correta desse item, sendo que 40% não registrou nenhuma resposta, deixando em branco e 60% erraram a resolução, registrando respostas que não tinham uma relação direta com o que tinha sido solicitado, demonstrando, mais uma vez, a ausência de conhecimento algébrico da turma. No pós-teste, o índice de acertos no item C aumentou para 74% e ambos os índices de alunos que deixaram em branco e alunos que erraram esse item reduziram para apenas 13%.

6.1.4 Questão 06 sobre determinar a sequência numérica dada a expressão algébrica

A questão 06 solicitava que o aluno escrevesse a sequência numérica que estava sendo representada algebricamente pela fórmula do termo geral. No item A, o índice de acertos no pré-teste foi de 13%, sendo que 44% dos alunos deixaram esse item em branco e outros 43% apresentaram erros nas resoluções, mostrando que a falta de compreensão no que tinha sido proposto. Já no pós-teste, o índice de acertos nesse item aumentou significativamente para 78%, visto que somente 9% dos alunos não registraram resposta e o índice de erros foi de apenas 13%.

No item B da sexta questão, apenas 9% dos alunos acertaram no pré-teste, sendo que no pós-teste esse índice aumentou de modo expressivo para 87%, conforme gráfico 14. Já o índice de alunos que deixaram em branco esse item, não apresentando respostas, foi de 48% no pré-teste e de somente 9% no pós. Enquanto que, no gráfico 10, podemos observar que 43% dos alunos erraram esse item no pré-teste, tendo esse índice reduzido para 4% no pós-teste.

Desse modo, percebemos, após uma análise geral do desempenho dos alunos, que no pós-teste os alunos apresentaram um desempenho mais satisfatório, sobretudo referente ao conhecimento algébrico, uma vez que, no pré-teste houve um número muito grande de questões sem respostas, conforme mostra o gráfico 16.

Assim, podemos verificar que o conhecimento que os alunos possuíam em relação à sequência recursiva representada algebricamente era muito pouco, confirmando o fato de que 75% dos alunos afirmaram no questionário ainda não ter estudado álgebra. Os itens referentes à determinação de um termo específico das sequências ou à representação da regularidade apresentaram índice considerável de acertos no pré-teste, uma vez que 70% dos alunos afirmaram que já haviam estudado sequências numéricas, acreditamos que de modo, sobretudo, aritmético, o que possibilita que os mesmos desenvolvam suas respostas apenas pela identificação visual do padrão e encontre termos pela contagem observando a continuação das sequências. Porém, quando solicitado, no último item das questões de 02 à 05, uma expressão algébrica que representasse o termo geral, os alunos não apresentaram respostas e nem acertos, chegando a apresentar todas as respostas em branco, como nas questões 02 e 03 ou então a apresentar, sobretudo, erros como nas questões 04 e 05, como podemos identificar nos gráficos.

Portanto, de modo geral, em relação ao índice de acertos, podemos observar pelo gráfico 9 que houve uma melhora considerável no pós-teste, principalmente no que diz respeito aos itens que abordavam expressão algébrica, a saber o item D da questão 02, item E da questão 03, item F da questão 04 e item C da questão 05, além da questão 06 que já definiu algebricamente as sequências nos seus itens.

Considerações finais

Esta pesquisa teve por objetivo elaborar e aplicar uma sequência didática sobre o ensino e aprendizagem de sequências recursivas no ensino básico.

Com o intuito de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do estudo de sequências recursivas, aplicamos um pré-teste propondo seis questões de padrões e sequências numéricas.

A partir da análise do pré-teste realizado e dos resultados das pesquisas relacionadas, que indicaram os erros e as dificuldades que afetam o ensino e aprendizagem dos alunos, é que propomos a seguinte questão de pesquisa: De que forma as sequências recursivas podem ser abordadas no ensino básico? Nossa intenção é uma abordagem de sequências recursivas no ensino fundamental, na qual os alunos desenvolvam o conhecimento algébrico presente no estudo de sequências recursivas a partir do conhecimento aritmético das generalizações.

Percebemos, na realização da nossa sequência didática, o interesse e disposição de muitos alunos durante as etapas de cada atividade, pois apesar do nosso conjunto de atividades não envolver recursos didáticos comumente atrativos, como jogos ou ambiente tecnológico, o mesmo possibilitava a construção por parte do aluno do conteúdo explorado em sala de aula, uma vez que as atividades eram compostas por vários questionamentos nos quais cada resposta constituía uma fase para as descobertas e o aprendizado do aluno. Notamos que, com isso, os alunos mostraram entusiamo e uma maior vontade de conhecer e aprender o que estava sendo proposto, ao passo que uma aluna chegou a dizer que a aula poderia ser sempre assim, demonstrando o quanto uma abordagem diferenciada pode contribuir significativamente na aprendizagem do aluno.

Como nossas atividades eram sequenciais, constatamos nas folhas de atividades dos alunos que alguns apresentavam dificuldade ou deixavam em branco algum item pelo fato de terem faltado em alguma aula da experimentação e de, assim, não terem dado sequência às etapas. Devido a essa dificuldade, em algumas atividades, tivemos que realizar muitas retomadas das atividades anteriores.

Na realização das atividades que abordavam sobre a expressão algébrica que representava determinada sequência recursiva, alguns alunos conseguiram, individualmente, generalizar a regra e representar, porém outros alunos apresentaram dificuldade justamente na linguagem algébrica, conseguindo realizar os procedimentos aritméticos e generalizar desse modo, porém precisavam da nossa orientação para constituir o conhecimento que estava em construção, mostrando, assim o papel essencial do professor nesse processo de orientar, questionar e institucionalizar o conteúdo explorado.

Com relação à sequência didática elaborada, acreditamos que a mesma é viável como proposta de ensino de sequências recursivas, sendo significativa a sua exploração também como introdução ao conhecimento algébrico, correlacionando, assim, o estudo de sequências numéricas e expressões algébricas no ensino básico. E afirmamos isso porque a nossa sequência didática foi desenvolvida tendo como ponto de partida que o aluno conseguisse identificar o padrão de uma sequência numérica, representando-o de forma algébrica, porém sem que esse aluno tenha estudado as fórmulas resolutivas de termo geral das progressões aritméticas, por exemplo. Então, partindo disso fizemos uso de procedimentos aritméticos e algumas generalizações gerando, ainda, um fluxograma ao final das atividades.

Com relação ao fluxograma gerado no final das atividades, acreditamos que o mesmo representou um produto construído desde a primeira atividade até a última e indicou uma importante ferramenta no assunto abordado, visto que muitos alunos fizeram uso dele nas resoluções da atividade proposta. Os algoritmos presentes no fluxograma indicam ao aluno que foram estabelecidos a partir da identificação de padrões e da definição de generalizações e propriedades, pois conforme presente na BNCC, BRASIL (2018), "o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma." (p. 271), sendo o fluxograma, assim, um objeto de estudo importante nas aulas de Matemática.

Com base nos resultados do pós-teste, constatamos que a nossa metodologia de ensino contribuiu positivamente para o desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno, a partir do qual muitas dificuldades iniciais foram superadas.

Portanto, concluímos que na identificação de padrões nas sequências recursivas, os alunos apresentaram excelentes resultados, uma vez que já apresentaram índice considerável de acertos nos itens referentes a essa identificação no pré-teste e tal índice foi ainda mais significativo no pós-teste.

Na identificação de expressões algébricas que representavam as sequências recursivas, concluímos que os alunos tiveram resultados muito satisfatórios, partindo do fato de que a maioria dos alunos afirmou no questionário não ter estudado álgebra, resultando praticamente em unanimidade de respostas deixadas em branco no pré-teste. Enquanto que durante a realização das atividades e no resultado do pós-teste, os alunos conseguiram expressar e explorar algebricamente as sequências numéricas.

Com isso, portanto, acreditamos que uma abordagem de sequências recursivas atrelada ao conhecimento algébrico é possível no ensino básico, de modo construtivo e desvinculado da apresentação de uma fórmula pronta para os alunos em sala de aula. Consideramos, inclusive, que o estudo de sequências numéricas poderia ser contextualizado com outros objetos do conhecimento matemático no ensino fundamental, não sendo limitado a apenas a apresentação das fórmulas resolutivas de PA e PG no ensino médio.

Por fim, contamos que esta pesquisa contribua na prática docente para o estudo de sequências recursivas, representando possibilidades para a construção de um conhecimento matemático significativo para o aluno.

Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22–52, 2012.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. **Didáctica da Matemática - Tradução Maria José Figueiredo**, Lisboa, Portugal: Instituto Piaget, p. 193–217, 1996.

BARBOSA, E. M. d. F. I. D. **A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade de Évora - UEv, Portugal, 2007.

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa - ULisboa, Portugal, 2008.

BRASIL, M. d. E. Parâmetros curriculares nacionais para o ensino fundamental. terceiro e quarto ciclos. **Brasília: MEC-Secretaria de Educação Fundamental**, Brasília, 1998.

BRASIL, M. d. E. Base nacional comum curricular. Brasília, 2018.

CHICONELLO, L. A. **Números Figurados e as sequências recursivas: Uma atividade didática envolvendo números triangulares e quadrados**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, São Paulo, 2013.

FERRAZ, D. F. Regularidades e padrões figurativos na educação de jovens e adultos. **Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática).Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB. Vitória da Conquista/BA.**, 2018.

FERREIRA, C. R. d. M. **Os alunos do 1º ano do Ensino Médio e os padrões: observação, realização e compreensão**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, São Paulo, 2009.

JUNIOR, J. D. G. d. S.; COSTA, L. M. G. C. d.; ALVES, D. S. P. Matemática: a ciência dos padrões e da demonstração. **INTERMATHS. Publicado por Edições Uesb**, v. 02, n. 2, p. 156–177, 2021.

JÚNIOR, R. P. M. V. **Recorrências Lineares Aplicadas ao Ensino da Matemática na Educaçao Básica**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Piauí – UFPI, Teresina, 2013.

MARTINS, T. E. **Equações de recorrência na educação básica**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Rio Grande do Sul, 2014.

MONTEIRO, C. W. **Sequências numéricas e Recorrências lineares aplicadas no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Rondônia- UNIR, Porto Velho/RO, 2020.

MORAIS, R. S. d. **A contribuição do estudo das sequências recursivas para construção de modelos matemáticos no ensino médio**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual Paulista - UNESP, Rio Claro/SP, 2018.

OLIVEIRA, L. B. Padrões e regularidades com alunos da educação de jovens e adultos. **Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática).Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB. Vitória da Conquista/BA.**, 2018.

POSSAMAI, J. P.; CARDOZO, D.; MENEGHELLI, J. Concepções dos professores de matemática quanto a utilização de exercícios, situações contextualizadas e problemas. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Universidade Federal do Pará, v. 14, n. 31, p. 73–87, 2018.

ROSA, M. A. **A importância das Relações de Recorrência para melhoria do Ensino-Aprendizagem da Matemática Discreta**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2017.

SANTOS, L. G. d. **Padrões na aprendizagem matemática: uma possibilidade a partir do uso de software de computação gráfica.** Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Vitória, 2016.

SILVA, A. d. C. O desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do ensino de padrões em uma perspectiva problematizadora. **Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Campina Grande – UFCG. Cuité/PB**, 2016.

SILVA, C. d. S. **Recorrências para Ensino Médio: um passeio entre a matemática básica e a OBMEP**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Alagoas - UFAL, Maceió, 2019.

SILVA, I. C. d. **Recorrências: uma abordagem sobre sequências recursivas para aplicações no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade de Brasília - UNB, Brasília, 2015.

THEODOROVSKI, R.; OLIVEIRA, F. Padrões e o trabalho com sequências recursivas: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico. **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v.11, n. n.1, p. p. 219–236, 2020.

APÊNDICE A - Questionário dos professores

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS – ICEN
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Caro (a) Colega,

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Nesse sentido sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão um caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

QUESTÕES GERAIS

01. Faixa Etária:
( ) Menos de 20 anos ( ) 20-25 ( ) 26-30 ( ) 31-35 ( ) 36-40
( ) 41- 45 ( ) 46-50 ( ) 51-55 ( ) 56- 60 ( )Mais de 60 anos.

02. Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino ( ) Outro

03. Tempo de serviço como professor (a):
( ) 0 - 5 anos ( ) 6 – 10 anos ( ) 11 – 15 ( ) 16 - 20 anos, ( ) 21 - 25
( ) 26 - 30 ( ) mais de 30 anos

04. Qual é a sua maior formação acadêmica?
( ) Licenciatura ( ) Bacharelado ( ) Especialização ( ) Mestrado ( ) Doutorado

05. Série (s) em que está lecionando atualmente:
Fundamental: ( ) 6º ano ( ) 7º ano ( ) 8º ano ( ) 9º ano
Médio: ( ) 1º ano ( ) 2º ano ( ) 3º ano
Educação de Jovens e Adultos: ( ) Ensino Fundamental – EJA ( ) Ensino Médio - EJA

06. Tipo de escola em que trabalha:
( ) Pública Estadual ( ) Pública Municipal ( ) Publica Federal ( ) Privada ( ) Outra Modalidade.

QUESTÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

07. Quando planeja o ensino de matemática e propostas pedagógicas, você costuma consultar os documentos normativos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)?
( ) Sim. Por quê? ___________________ ( ) Não. Por quê? _____________________

08. Sobre as habilidades que fazem referência à recursividade, você acredita que as mesmas estão presentes no currículo:
( ) Somente dos anos iniciais do ensino fundamental ( ) Somente dos anos finais do ensino fundamental
( ) Somente do ensino médio ( ) De toda a educação básica

09. Com relação ao desenvolvimento do pensamento recursivo do aluno, você costuma:
( ) Fazer uso de fluxogramas
( ) Explorar sequências figurais
( ) Apresentar somente sequências numéricas, sem utilizar figuras ou representações de outros contextos.
( ) Outro. Qual? ______________________________

10. Como você costuma iniciar o conteúdo de Álgebra com seus alunos?
( ) Apresentando a simbologia matemática e definindo exemplos
( ) Definindo expressões algébricas e os métodos de resolução.
( ) Trabalhando as ideias de padrões envolvendo números ou figuras e sequências recursivas.
( ) Outro. Qual? _____________________________

11. Você costuma ensinar Progressões Aritméticas no 9º ano?
( ) Sim
( ) Não
( ) Não trabalho com o 9º ano.

12. No ensino de Sequências numéricas do ensino médio, você costuma:
( ) Ensinar somente Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas
( ) Explorar outras Sequências definidas recursivamente, além de P.A. e P.G.
( ) Não trabalho com o ensino médio.

APÊNDICE A - Questionário dos professores

13. No ensino de Progressões Aritméticas e Geométricas, você costuma:
( ) Ensinar somente por meio de aula expositiva, começando pelas definições e exemplos.
( ) Ensinar somente por meio de aula expositiva, apresentando, logo após a definição, as fórmulas resolutivas das Progressões.
( ) Ensinar iniciando por uma situação problema, para depois chegar as definições.
( ) Definir recursivamente as Progressões, com a dedução das fórmulas e resolução de problemas
( ) Apresentar sequências definidas por uma Progressão Aritmética de Segunda Ordem.
( ) Não trabalho com o ensino médio.

14. Para você, quais são as etapas no processo de desenvolvimento do pensamento recursivo que os alunos apresentam mais dificuldade:
( ) Interpretar corretamente as situações
( ) Apresentar uma solução para o problema
( ) Generalizar as sequências propostas
( ) Construir seus próprios modelos matemáticos
( ) Outro. Qual? _________________

APÊNDICE B - Questionário do aluno

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS – ICEN
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

Caro (a) Aluno (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que contribuirá para a superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem da matemática, encontrado por professores e alunos durante as atividades de sala de aula. Nesse sentido sua colaboração é de grande importância para o bom êxito do mesmo. As informações obtidas terão caráter confidencial, ou seja, sua identidade será preservada.

Desde já agradecemos a sua colaboração com o nosso trabalho.

QUESTÕES GERAIS

01. Idade:___________ Escola:____

02. Você estudou o 8º ano em que tipo de escola: ( ) Estadual ( ) Municipal ( ) Particular ( ) Outra.

03. Você é dependente ou repetente desta série? ( ) Não ( ) Sim

04. Você já ficou reprovado (a) alguma vez? ( ) Não ( ) Sim

QUESTÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

05. Você tem dificuldade em aprender matemática? ( ) Não ( ) Um pouco ( ) Muito

06. Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática em casa? (trabalhos, exercícios, dúvidas)

( ) pai ( ) mãe ( ) irmão ( ) amigo ( ) professor particular ( ) Outro. Qual? _____________

07. Suas notas de matemática geralmente são: ( ) acima da média ( ) na média ( ) abaixo da média

08. Você se distrai nas aulas de matemática?

( ) não, eu sempre presto atenção ( ) sim, eu não consigo prestar atenção

( ) na maioria das vezes eu me distraio nas aulas de matemática

09. Quais as operações que você tem mais dificuldade em efetuar?
( ) Adição ( ) Subtração ( ) Multiplicação ( ) Divisão

10. Você já estudou sequências numéricas? ( ) sim ( ) não

11. Você já estudou álgebra? ( ) sim ( ) não

12. Você tem dificuldade em identificar padrões nas coisas ao seu redor (em figuras, desenhos, números)?

( ) Sim ( ) Não ( ) Um pouco ( ) Muito

13. Você costuma estudar matemática: ( ) só na véspera da prova ( ) todo dia ( ) semanalmente

APÊNDICE C - Pré e Pós Teste

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS – ICEN
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

TESTE AVALIATIVO
ALUNO (A): ____ SÉRIE: _______________

Questão 01. Descubra o padrão de cada sequência e complete-a.

a)	14	19	24				
b)		42			66	74	82
c)	20		44	56			

Questão 02. Observe a sequência (1, 6, 11, 16, 21,...) e utilizando n = 1, 2, 3, 4, 5,..., para representar a posição de cada número na sequência, responda:

a) Qual o valor do 6º termo da sequência, quando n = 6? ____

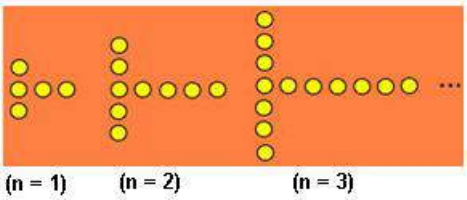
b) Qual o valor do 10º termo da sequência, quando n = 10? ____

c) Qual o valor do 15º termo da sequência, quando n = 15? ____

d) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

____

Questão 03. Observe a sequência de figuras a seguir.



Responda:

a) Desenhe a figura seguinte da sequência.

b) Escreva a sequência de números que representam as quantidades de bolinhas que formam cada uma das três figuras. ____

c) A quarta figura, quando n = 4, será formada por quantas bolinhas? _____________________________________

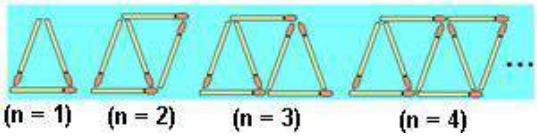
d) A décima figura, quando n = 10, será composta por quantas bolinhas? __________________________________

e) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

____

Questão 04. Maria Alice montou uma sequência com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura abaixo.

APÊNDICE C - Pré e Pós Teste



Responda:

a) Quantos palitos ela usará para construir a Figura 5? ____

b) Desenhe a quinta figura.

c) Escreva a sequência com o número de palitos que formam cada uma das quatro figuras. __________________

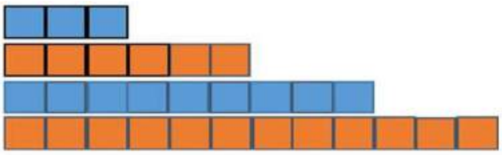
d) Quantos palitos têm na figura 10, para n = 10? ____

e) Quantos palitos têm na figura 20, para n = 20? ____

f) Qual é a expressão que permite determinar qualquer termo dessa sequência?

____

Questão 05. Observe a sequência formada pela imagem abaixo.



a) Desenhe o 5º termo dessa sequência.

b) Calcule quantos quadrados tem o 8º termo e qual a cor? ____

c) Qual a fórmula do termo geral desta sequência?

____

Questão 06. As expressões abaixo estabelecem padrões e formam sequências numéricas. Por exemplo, quando temos 2.n + 1 para n = 1, encontramos o primeiro termo da sequência que é igual a 3. Para n = 2 encontraremos o segundo termo da sequência após substituição na expressão. E assim por diante. Escreva os cinco primeiros termos de cada uma das sequências de acordo com o padrão estabelecido.

a) 2.n + 1, para n = 1, 2, 3, 4, 5.

b) 3.n – 2, para n = 1, 2, 3, 4, 5.

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 01

Observe a sequência numérica a seguir **(4, 7, 10, 13, 16,...).**

a) Determine os três próximos termos dessa sequência.

____

b) Considerando o termo da sequência anterior ao termo que pretende determinar, qual padrão você observa?

____

____

c) Complete o fluxograma por meio do qual seja possível obter esses três próximos termos da sequência.

início → considere o termo anterior ao termo que se pretende determinar. → some ___ ao termo considerado no passo anterior. → o resultado é o termo que se pretende determinar. → fim

d) Considerando que cada termo dessa sequência ocupa uma posição, que vamos representar por “n”, por exemplo, o número 7 na sequência ocupa a posição 2, então n = 2, e que cada termo anterior ao termo que pretendemos determinar ocupa a posição anterior, ou seja, n -1, por exemplo o número 4 ocupa a posição anterior a posição do número 7, isto é, 2 – 1 = 1. Complete a tabela abaixo.

Posição n de cada termo	**Termo a_n**	**Termo anterior a_{n-1}**	**Somar __ ao termo anterior**
n = 1	$a_1 = 4$		
n = 2	$a_2 = 7$	4	4 + __
...	...	...	...
n	a_n	a_{n-1}	a_{n-1} + __

e) Desse modo, representando o termo que você quer determinar por “a_n”, o termo anterior a esse termo por “a_{n-1}” e o padrão observado acima, encontre a expressão algébrica que representa a sequência acima.

____

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 02

Observe a sequência numérica a seguir **(4, 7, 10, 13, 16,...).**
a) Represente a quantidade expressa por cada número da sequência em blocos de três unidades.

4
Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

7
Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

10
Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

13
Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

16
Quantos blocos de três unidades foram formados? _______
Quantas unidades sobraram? _____________

b) Qual padrão você percebe na sequência?
____

c) Observe a quantidade de blocos de três unidades formada em cada termo da sequência. O que você percebe?
____

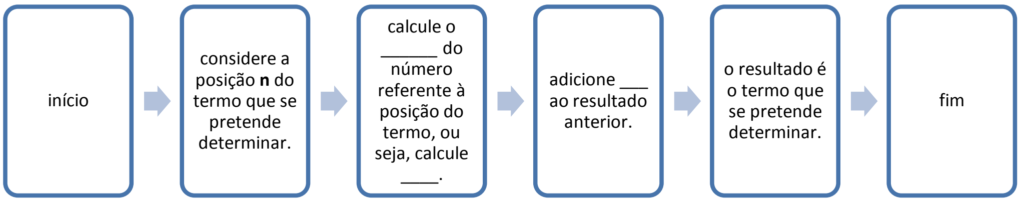
d) Observe a quantidade de unidades que sobra em cada termo da sequência. O que você percebe?
____

e) Qual a relação que você percebe entre a posição “n” que cada termo ocupa na sequência e a quantidade de blocos formados em cada termo?
____
____

f) Para encontrar qualquer termo dessa sequência, qual operação pode ser feita entre o número 3 e a quantidade de blocos em cada termo? E qual operação pode ser feita entre a situação anterior e a quantidade de unidades que sobra?
____
____
____

APÊNDICE D - Sequência didática

g) Complete o fluxograma por meio do qual seja possível obter os três próximos termos da sequência.



h) Desse modo, os três próximos termos dessa sequência são: ___________________________

i) Considerando que a quantidade de blocos formados por cada número representa um número natural e que pode ser representado por uma letra qualquer, a exemplo da letra “n” e considerando também que “n” representa a posição de cada termo na sequência, complete a tabela abaixo.

Posição n de cada termo	Quantidade de unidades de cada bloco	Operação	Quantidade de blocos de cada termo	Operação	Quantidade de unidades que sobra		Termo a_n
n = 1	3		1		1		4
n = 2	3					=	7
	3						10
	3						13
	3						16
...	3		...		...		...
n	3		n				a_n

j) Desse modo, representando o termo que você quer determinar por “a_n”, a posição desse termo por “n” e o padrão observado acima com as respectivas operações matemáticas, encontre a expressão algébrica que representa a sequência acima.

____

k) Determine o 10º termo dessa sequência.

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 03

Observe a sequência abaixo.

(7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39,...)

a) Qual padrão você percebe na sequência?

____
____

b) Divida cada termo da sequência pela variação observada no item anterior.

O que você percebe nessas divisões?

____
____
____

c) Utilize n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,..., para representar a posição do número na sequência abaixo e complete a tabela abaixo.

Posição n de cada termo	**Variação observada**	**Operação**	**Posição de cada termo**	**Operação**	**Resto da divisão**		**Termo a_n**
n = 1	4		1		3		7
n = 2							11
							15
						=	19
							23
							27
							31
							35
							39
...					...		...
n							a_n

d) Desse modo, de acordo com a tabela acima, encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.

____

e) Complete o fluxograma por meio do qual seja possível determinar qualquer termo dessa sequência.

início → considere a posição **n** do termo que se pretende determinar. → calcule o ______ do número referente à posição do termo, ou seja, calcule ____. → adicione ___ ao resultado anterior. → o resultado é o termo que se pretende determinar. → fim

APÊNDICE D - Sequência didática

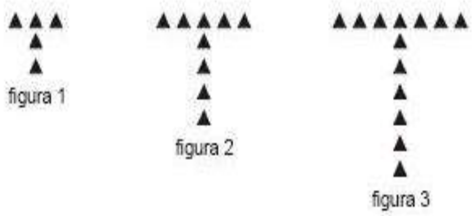
ATIVIDADE 04

Utilize n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7..., para representar a posição do número na sequência apresentada e encontre o padrão ou expressão algébrica que representa cada uma das sequências abaixo. Em seguida, determine o 10º termo de cada uma das sequências.

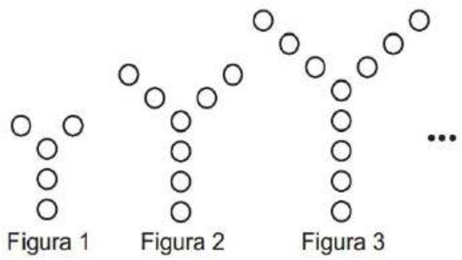
a) (9, 14, 19, 24, 29, 34, 39,...)

b) (7, 13, 19, 25, 31, 37, 43,...)

c) (9, 16, 23, 30, 37, 44, 51,...)



d)



e)

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 05

Escreva a sequência numérica de acordo com o padrão estabelecido para cada item abaixo.

a) $5.n - 1$, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

b) $3.n + 2$, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

c) $4.n - 3$, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

d) $6.n + 4$, para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 06

Observe a sequência abaixo.

(7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,...)

a) Qual padrão você observa na sequência?

____

____

b) Utilizando n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7..., para representar a posição do número na sequência apresentada, a expressão 2n + 1 representa a sequência dada? Justifique.

____

____

____

____

c) Divida o primeiro termo da sequência pela variação observada a fim de se obter quociente 1 (posição n = 1). Qual o resto encontrado?

____

d) Divida o segundo termo da sequência pela variação observada a fim de se obter quociente 2 (posição n = 2). Qual o resto encontrado? Proceda do mesmo modo com cada um dos termos, de forma a obter sempre como quociente o mesmo valor da posição em que o número ocupa na sequência. O que você conclui?

____

____

____

____

e) Encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.

____

f) Determine o 20º termo dessa sequência.

APÊNDICE D - Sequência didática

ATIVIDADE 07

Observe a sequência abaixo.

(2, 6, 10, 14, 18, 22, 26,...)

a) Qual padrão você observa na sequência?
____
____

b) É possível realizar a divisão do primeiro termo da sequência pela variação observada, no conjunto dos números inteiros? Justifique.
____
____
____

c) Subtraia da variação da sequência o valor do primeiro termo do número. ______________________

d) Utilizando n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,.., para representar a posição do número na sequência apresentada, a expressão 4n + 2 representa a sequência dada? E a expressão 4n – 2? Justifique.
____
____
____

e) Encontre a expressão algébrica que representa a sequência dada.
____

f) Determine o 20º termo dessa sequência.

APÊNDICE D - Sequência didática

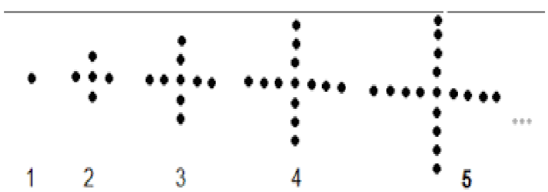
ATIVIDADE 08

Utilize n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,..., para representar a posição do número na sequência apresentada e encontre o padrão ou expressão algébrica que representa cada uma das sequências abaixo. Em seguida, determine o 30º termo de cada uma das sequências.

a) (5, 11, 17, 23, 29, 35, 41,...)

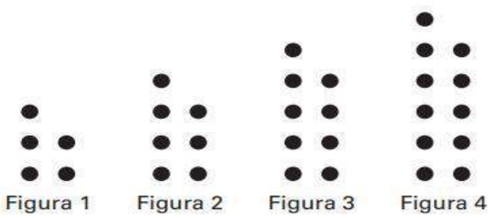
b) (8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...)

c) (10, 16, 22, 28, 34, 40, 46,...)



d)

e)



APÊNDICE D - Sequência didática

FLUXOGRAMA