UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BELÉM
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DAVI TEIXEIRA FILGUEIRAS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

BELÉM – PA
2022

DAVI TEIXEIRA FILGUEIRAS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Belém, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Paulo Marques Lopes

BELÉM – PA
2022

DAVI TEIXEIRA FILGUEIRAS

SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Belém, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Paulo Marques Lopes

Data de aprovação:

Banca examinadora:

_______________________________. Orientador
Prof. Dr. Francisco Paulo Marques Lopes
Doutor em Matemática
Universidade Federal do Pará

_______________________________. Examinador (Interno)
Profa. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento
Doutora em Matemática
Universidade Federal do Pará

_______________________________. Examinador (Externo)
Prof. Dr. Dorival Lobato Júnior
Doutor em Estatística e Experimentação Agropecuária
Universidade do Estado do Pará

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F478s Filgueiras, Davi Teixeira.
SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL / Davi Teixeira Filgueiras. — 2022.
74 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Francisco Paulo Marques Lopes
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Belém, 2022.

1. Sequência didática. 2. Unidades articuladas. 3. Método intuitivo. 4. Ensino de porcentagem. 5. Método de George Polya . I. Título.

CDD 510.7

Quanto mais nos elevamos, menores parecemos
aos olhos daqueles que não sabem voar.
Friedrich Nietzsche (1844 – 1900)

Dedico esse trabalho à Georgina Teixeira, Mariana Teixeira e Carla Arbage.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pela vida, afinal nada disso seria possível sem ele. Em segundo lugar gostaria de agradecer a minha mãe Georgina Teixeira, por ter proporcionado a mim todas as condições necessárias para que eu chegasse até aqui, por sempre me apoiar e sempre estar disposta a me ajudar, muito obrigada mãe.

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que me forneceram o auxílio acadêmico e emocional ao longo desta jornada. Em especial gostaria de agradecer a minha avó Mariana Andrade por sempre ter me apoiado em todas as decisões que tomei ao longo de minha vida, entre elas seguir seus passos no magistério.

Agradeço também a minha companheira Carla Arbage, por sempre ter ficado ao meu lado nos momentos bons e ruins, por ter me apoiado nas escolhas que fiz, por ter tido paciência comigo quando faltava tempo para nos vermos e por sua ajuda acadêmica.

Queria agradecer também ao Professor Paulo Marques por todas as sua ajuda no desenvolvimento deste trabalho, por todas as ideias, todas as orientações, correções, e por acreditar na nossa capacidade para que pudéssemos chegar até a conclusão deste trabalho.

Agradeço a todos que participaram diretamente ou indiretamente deste trabalho, muito obrigado.

RESUMO

Este é um trabalho de conclusão de mestrado profissional em matemática, onde buscou-se construir uma estratégia para o ensino fundamental tendo por base o método intuitivo e o método de resolução de problemas de George Polya, para isso o trabalho apresenta uma sequência didática para o ensino de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica porque este trabalho contém outros estudos sobre o tema: sequencia didática, método de ensino intuitivo, método de George Polya e BNCC. Podemos considerar também que se trata de uma pesquisa descritiva: porque apresenta as partes necessárias para a elaboração e aplicação da sequência didática, os elementos norteadores e epistemológicos e um estudo do método de resolução de problemas de George Polya. Também é exploratória, pois não tem a pretensão de explicar um fenômeno. Como justificativa, acreditamos que a aplicação da sequência didática a ser construído poderá facilitar o aprendizado de porcentagem assim como contribuir para o desenvolvimento das habilidades presente na BNCC. Assim, como resultado apresentamos uma sequência didática para o ensino para o ensino de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples, elaborada de acordo com os pressupostos do método intuitivo e da resolução de problemas.

Palavras-chave: Sequência didática; Unidades articuladas; método intuitivo; método de George Polya; ensino de porcentagem; BNCC.

ABSTRACT

This is a professional master's degree conclusion work in Mathematics, where an attempt was made to build a strategy for elementary education based on the intuitive method and the problem solving method of George Polya, for this purpose the work presents a didactic sequence for the Teaching percentages, simple additions and decreases. This is a bibliographical research because this work contains other studies on the subject: didactic sequence, intuitive teaching method, George Polya method and BNCC. We can also consider that this is a descriptive research: because it presents the necessary parts for the elaboration and application of the didactic sequence, the guiding and epistemological elements and a study of George Polya's problem solving method. It is also exploratory, as it does not pretend to explain a phenomenon. As justification, we believe that the application of the didactic sequence to be built could facilitate the learning of percentages as well as contribute to the development of skills present in the BNCC. Thus, as a result, we present a didactic sequence for teaching percentage, simple additions and decreases, prepared according to the assumptions of the intuitive method and problem solving.

Keywords: Following teaching; Articulated units; intuitive method; George Polya's method; percentage teaching; BNCC.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No ensino fundamental, o estudo da porcentagem, acréscimos e decréscimos simples são assuntos que merecem destaque especial, afinal, a partir do conhecimento destes objetos matemáticos os escolares poderão desenvolver habilidades e técnicas para a resolução de outros objetos matemáticos, tais como juros simples e compostos, análise de tabelas e gráficos, fazer estimativas, dentre outros. Além disso, esses conteúdos escolares são facilmente encontrados em situações do dia a dia, como na compra de um produto, nas taxas de juros bancários, nas relações de consumo, etc.

Deste modo, as possíveis dificuldades que os escolares tiverem destes conhecimentos matemáticos poderão afetar diretamente a sua cidadania, o seu cotidiano. Afinal, na rotina de uma pessoa é muito mais fácil ela se deparar com situações envolvendo porcentagem, acréscimo e decréscimos do que em situações envolvendo, por exemplo, a solução de uma equação trigonométrica. Logicamente, não estamos querendo dizer que um conhecimento matemático é mais importante do que outro, mas sim que eles são exigidos com mais ou menos frequência no nosso dia a dia.

Aliás, a partir da importância de determinado conteúdo matemático para a Educação Básica brasileira, diversos documentos oficiais relacionam quais devem ser ensinados nas escolas da rede pública e privada da Educação Básica. Um dos documentos vigentes sobre esse tema é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). Destacamos que a criação de uma Base Nacional Comum Curricular estava prevista na Constituição Federal, em seu Art. 210 (BRASIL, 1988), a qual determina que serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.

Semelhantemente, destacamos que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) já propunha em seu artigo 26 a necessidade de uma base comum:

> Art. 26. Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996, não paginado).

Foi a partir deste cenário e das discussões inerentes a eles que a BNCC (BRASIL, 2018) se estabeleceu. Trata-se de uma norma que orienta a formulação dos currículos e propostas pedagógicas de escolas públicas e privadas. Ela implementa as mesmas políticas educacionais a todas instituições escolares do país, assim, o que se defende é a superação das desigualdades no que diz respeito à qualidade de ensino na educação básica (SOUSA FILHO; MOURA, 2020).

Segundo esses autores, a BNCC (BRASIL, 2018) parte da premissa que alcançará a equidade a partir da definição das aprendizagens essenciais comuns, e implementar as mesmas políticas educacionais a todas instituições escolares do país. Assim, a BNCC (BRASIL, 2018) apresenta um discurso pseudo social, defendendo a superação das desigualdades educacionais da educação básica mediante a apresentação de um currículo escolar com foco na equidade.

A BNCC (BRASIL, 2018) busca considerar as propostas e opiniões dos diversos atores envolvidos no processo educacional brasileiro (profissionais da educação e discentes), além de levar em conta as propostas e demandas apresentadas pela sociedade brasileira. Segundo essa norma, durante a educação básica os estudantes devem desenvolver aprendizagens essenciais e estas devem contribuir para o escolares obterem competências, que visam contribuir, em nível pedagógico, para favorecer direitos de aprendizagem e desenvolvimento a todos.

Nesse cenário, a BNCC (BRASIL, 2018) considera competência como:

> [...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho”) (BRASIL, 2018, p. 8).

Dada a importância dos conteúdos matemáticos de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples, a BNCC (BRASIL, 2018) os incluiu como relevantes para o ensino escolar e propõe que os professores contribuam para que os discentes desenvolvam competências e habilidades inerentes a esses assuntos.

Sabemos que desenvolver competências matemáticas nos discentes é uma tarefa hercúlea, exigindo várias metodologias de ensino, recursos didático-pedagógicos diversos, interesse do professor em ensinar, dentre outras coisas. Neste contexto de ensino e aprendizagem escolar, um dos recursos que pode ser utilizado pelo professor é a utilização de sequências didáticas.

Segundo Zabala (1998), a sequência didática é formada a partir de um conjunto de atividades ordenadas e estruturadas, que são articuladas entre si visando a concretização de alguns objetivos educacionais. Para ele, é importante que tanto o início quanto o fim de uma sequência didática devem ser de conhecimento, tanto pelo professor quanto pelo estudante.

O professor, ao utilizar uma sequência didática devem levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, apresentando os novos conhecimentos a partir dos conhecimentos já adquirido pelos escolares, de tal forma que os novos conteúdos abordados tenham significados para os escolares.

Teixeira e Passos (2013, p.162), consideram que a sequência didática:

> É uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado.

Assim, a sequência didática pode ser entendida como um conjunto de atividades e situações bem organizadas, criadas pelo professor com o objetivo de desenvolver habilidades no aluno sobre determinado objeto do conhecimento. A sequência didática valoriza a autonomia e a busca pela resposta do escolar, o trabalho em grupo e promove uma atitude mais ativa do aluno.

Neste cenário, diversas pesquisas em ensino de matemática têm apresentado contribuições positivas para o processo de aprendizagem escolar a partir da utilização de sequências didáticas (GAMA, 2020; LUTZ, 2012; MORELATTI, 2014; OLIVEIRA, 2018; PEREIRA, 2017; SOUZA, 2015).

Nestes termos, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma sequência didática relacionados aos conteúdos matemáticos de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples fundamentada no método intuitivo e na resolução de problemas pelo método de Polya, com vistas a facilitar o aprendizado e desenvolvimento de habilidades da BNCC sobre esses conteúdos a alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Os objetivos específicos desta pesquisa são: apresentar conceitos sobre sequência didática; relacionar a utilização de sequências didáticas com o método de ensino intuitivo; discutir sobre a tendência de resolução de problemas no ensino de matemática; apresentar o método proposto por George Polya na resolução de problemas e apresentar uma sequência didática para o ensino dos conteúdos matemáticos de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples fundamentada no método intuitivo visando facilitar o aprendizado e desenvolvimento de habilidades da BNCC inerentes a esse tema a alunos do 7º ano do ensino fundamental.

Destacamos que esta pesquisa tem como justificativa apresentar o conteúdo de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples de maneira distinta das que comumente são apresentadas nos livros didáticos utilizados tanto em escolas públicas quanto privadas. É relevante pontuar que em nossas experiências e utilização de livros didáticos, percebemos que estes recursos didáticos até apresentam as habilidades presentes na BNCC (BRASIL, 2018), mas de formas dispersas, sem uma sequência que contribua para o discente desenvolver essas habilidades o que, em nosso entendimento pode dificultar a aquisição das habilidades que eles se propõem favorecer. Assim, ao apresentarmos uma sequência didática para a aprendizagem de porcentagem, consideramos que ela seja utilizada como uma técnica ou ferramenta pedagógica no intuito de facilitar o aprendizado do aluno do 7º ano.

Esta pesquisa quanto aos métodos empregados é do tipo bibliográfica, uma vez que se utilizou de materiais já publicados sobre a temática para estruturar a sequência didática. Quanto aos objetivos mais gerais é do tipo descritiva e exploratória, pois não tem a pretensão de explicar um fenômeno, mas por meio do olhar do pesquisador, que une a sequência didática com o método intuitivo, descrever como o docente deve aplicar a sequência didática em sala de aula de tal modo a alcançar os objetivos escolares e contribuir para que o estudante desenvolva as habilidades e competências constantes na BNCC (BRASIL, 2018), especialmente as relacionadas ao estudo da porcentagem, acréscimos e decréscimos simples.

Assim, esta pesquisa está estruturada em cinco capítulos, incluindo este introdutório. No Capítulo 2 apresentamos definições relacionadas ao conceito de sequência didática. No Capítulo 3 estabelecemos relação entre sequência didática e o método de ensino intuitivo. No Capítulo 4 fizemos uma discussão sobre a tendência de resolução de problemas no ensino de matemática e apresentamos o método proposto por George Polya na resolução de problemas. No Capítulo 5 apresentamos uma sequência didática para o ensino dos conteúdos matemáticos de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples visando facilitar o aprendizado e desenvolvimento de habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) de alunos do 7º ano do ensino fundamental. Neste Capítulo 5 apresentamos ainda como as unidades que compõem a sequência didática apresentada se relaciona com (i) as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018); (ii) o método intuitivo e (iii) o método de resolução de problemas descrito por Polya. Por fim, apresentamos as considerações finais e a lista de referências utilizadas nessa pesquisa.

2 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

2.1 A importância das interações sociais na formação de conceitos científicos

Segundo Daniels (2003, p.70) “a noção de conceito científico pode ser vista como uma forma cultural histórica particular de significado relativamente estável posta em intercâmbio com o sentido do mundo adquirido em circunstâncias cotidianas específicas”.

Nesta direção, aprender ciência, de certo modo consiste em garantir uma melhoria social na medida em que tal aprendizado contribui para uma (re)significação da realidade, minimizando uma percepção ingênua da sociedade. Assim, nos processos de aprendizagem e de desenvolvimento o sujeito tanto se apropria dos conhecimentos como também através deles se constrói (SCHROEDER; FERRARI; SYLVIA, 2010).

Destacamos que há diversas maneiras de aprendizagens, porém, a mais vigente no ambiente escolar se dá a partir das interações sociais entre aluno e professor e dos alunos entre si. Com isso, percebemos que a aprendizagem e o desenvolvimento em sala de aula são inerentemente sociais. Ao restringir o foco ao indivíduo isolado, quando se estuda a cognição e outras formas de processos mentais, [passamos] que aspectos-chave do funcionamento mental só podem ser entendidos ao considerar o contexto social em que estão embutidos (WERTSH; TOMA,1995, apud RADFORD, 2012).

No âmbito das pesquisas que consideram as interações sociais, a Psicologia Histórico-Cultural, do soviético Lev Vygotsky (1896-1934) ganha destaque. Isso porque essa teoria trouxe grandes contribuições às relações de ensino e aprendizagem, dado que ela considera as interações sociais e o contexto cultural como partes integrantes do desenvolvimento e da aprendizagem.

Segundo esse teórico, as funções psíquicas superiores dos indivíduos são desenvolvidas e modificadas a partir das interações sociais e de signos externos, e os aspectos cognitivos e afetivos se inter-relacionam. Para ele, o processo de desenvolvimento do pensamento parte do social em direção ao individual, do externo para o interno, do coletivo para o pessoal. A partir daquilo que o pesquisador soviético denominou de “lei genética geral do desenvolvimento cultural”, a qual pode ser descrita da seguinte forma:

> Qualquer função presente no desenvolvimento cultural da criança aparece duas vezes, ou em dois planos distintos. Primeiro, aparece no plano social, e depois, então, no plano psicológico. Em princípio, aparece entre as pessoas e como uma categoria interpsicológica, para depois aparecer na criança, como uma categoria intrapsicológica. Isso é válido para atenção voluntária, a memória lógica, a formação de conceitos e o desenvolvimento da vontade. [...] a internalização transforma o próprio processo e muda sua estrutura e funções. As relações sociais ou relações entre pessoas estão na origem de todas as funções psíquicas superiores (VYGOTSKY, 1981, p.163)

Neste aspecto, a partir do processo de internalização o sujeito é capaz de atribuir significado àquilo que está sendo ensinado (MOYSÉS, 2004). Em termos gerais, segundo Brasil (1997), o ser humano assume a cultura do grupo social a que pertence, em um processo no qual o desenvolvimento pessoal e a aprendizagem da experiência humana culturalmente organizada, ou seja, socialmente produzida e historicamente acumulada, não se excluem nem se confundem, mas interagem. Daí a importância das interações entre crianças e destas com parceiros experientes, dentre os quais destacam-se professores e outros agentes educativos.

Entretanto, Micotti (1999) argumenta que não basta que o professor apresente as informações que se deseja ensinar e nem tampouco deixar o aluno entregue a si próprio diante do objeto de estudo, pois nestes casos o processo de desenvolvimento é retardado, é menos célere. Isto exige de quem ensina a realização de vários enfoques quanto ao objeto a ser ensinado e a partir de diversos olhares. Neste cenário, o conteúdo escolar pode ser visto como: (i) saber (sistematizado, com seu modo de focalizar a realidade, sua linguagem e metodologia de pesquisa); (ii) do ponto de vista do aprendiz e (iii) do ponto de vista de quem deve ensinar. A aplicação dessas ideias pode contribuir para mudanças no cenário educacional brasileiro.

A teoria de Vygotsky considera três zonas de desenvolvimentos: a primeira, denominada de zona de desenvolvimento real é aquela na qual o aprendiz consegue realizar tarefas sem a ajuda de alguém; a segunda, denominada de zona de desenvolvimento potencial, é aquela em que uma pessoa consegue realizar algo, mas ainda precisa da ajuda de uma pessoa mais adulta ou mais experiente. Entre essas duas, existe a terceira, denominada de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (DAVIS; OLIVEIRA, 2010; JÓFILI, 2002).

Segundo Jófili (2002), o ambiente escolar pode cooperar para o surgimento de zonas de desenvolvimentos proximais (ZDP’s) à medida que estimulem interações sociais com vistas ao aprendizado de algum objeto do conhecimento.

Com isso, a construção de conceitos científicos pode ser favorecida a partir da criação/manutenção de ZDP's. Neste cenário, o docente tem papel fundamental no surgimento de funções psíquicas superiores, que até um dado momento não haviam sido bem desenvolvidas entre os estudantes.

Apesar da importância das interações sociais, concordamos com Cabral (2004), que aponta que isto não implica em dizer que a exposição oral não tem nenhum valor pedagógico. Afinal, mesmo de contextos de aulas puramente expositivas podem surgir pessoas com aprendizado elevado e até grandes cientistas e pesquisadores.

Entretanto, considerando a complexidade do processo de ensino-aprendizagem e a sua não-linearidade, bem como a heterogeneidade dos estudantes e da forma de aprendizagens deles, consideramos que a adoção de apenas um método de ensino pode favorecer a aprendizagem de apenas alguns alunos.

Assim, importa admitir a necessidade de diversidade de maneiras para ensinar-aprender, com o abandono ou pelo menos a busca de aprendizagens docentes de novas metodologias de ensino. Afinal, o exercício docente é marcado por uma paisagem de conflitos com o outro e confrontos, resistências, opacidades e ambivalências. Sendo que "[...] é cada vez mais difícil ensinar e, sobretudo, fazer aprender" (PERRENOUD, 2000, p.15).

2.2 Sequência Didática e as unidades articulas de reconstrução conceitual - UARC's

Na perspectiva de Zabala (1998), a aplicação da sequência didática inclui três fases reflexivas: o planejamento, a aplicação e a avaliação. Conforme esse autor, essa tríade possibilita que o professor esteja em constante reflexão e aperfeiçoes suas ações pedagógicas. Cabral (2017), também contribui ao tratar da aplicação de sequências didáticas e destaca que os conjuntos de intervenções, realizadas passo a passo pelo professor, formam "elos de conhecimento", isto é, gera uma aprendizagem significativa, pois existe uma interligação entre os conceitos apreendidos. A elaboração, aplicação e avaliação de Sequências Didáticas (SD) pode compor importantes elementos para esta integração. Em tempo, apresentamos algumas definições de sequência didática.

Pais (2002) aborda que “uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (PAIS, 2002, p. 102). Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004, p.97) considera que a sequência didática consiste em “um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito”.

Para Zabala (1998, p.18) o termo “Sequências Didáticas” é tomado como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

Para Kobashigawa *et al* (2008, apud CABRAL, 2017, p. 33) o procedimento didático elaborado na concepção de SD: “[...] não se trata de um plano de aula uma vez que admite várias estratégias de ensino e aprendizagem e por ser uma sequência que também pode ser destinada a vários dias”. Assim, para tais autores, as SD podem ser concebidas como um conjunto de atividades e intervenções planejadas em etapa por etapa com a finalidade os aprendizes compreendem os conteúdos objetos de ensino (COSTA; CABRAL, 2019).

Existem diversas definições e maneiras para elaborar e estruturar as sequências didáticas. Nesta pesquisa consideraremos a estrutura de elaboração de sequência didática encontrada em Cabral (2017).

Nessa direção, Cabral (2017) aponta que o educando reconstrói determinado conceito a partir de uma série de Unidades Articuladas de Reconstrução Conceitual – UARC’s. Cabral (2017) compara as UARC’s como elementos que permitem determinar uma superfície S:

> A concepção que proponho aqui se fundamenta numa analogia da reconstrução conceitual de um objeto matemático com o procedimento adotado para se determinar a medida da área de uma superfície a partir de uma unidade previamente definida. Imaginemos que o conceito objeto de reconstrução seja representado, por analogia, a uma superfície S (CABRAL, 2017, p.39).

Cabral (2017) considera que até o momento em que o estudante consiga compreender determinado conceito (por comparação, até ele determinar a superfície S), são necessárias várias UARC’s que são ligadas umas às outras de forma bem estruturada e definida. Neste cenário, a cada momento o aluno aprende um pouco antes de avançar para a próxima unidade. Em dado momento, na apresentação da enésima UARC, o aluno já terá conseguido preencher totalmente a área S, que corresponde a uma compreensão mais profunda daquilo que foi ensinado pelo professor. O modelo de elaboração de sequência didática apresentado por Cabral (2017) considera o que ele denomina de intervenções. Assevera Cabral (2017, p.40-41):

> [...] o que estou chamando de Intervenção Inicial (Ii) é, na verdade, o primeiro elemento de um jogo discursivo dirigido pelo professor com a intenção definida de estimular os aprendizes à percepção de alguma verdade do pensamento matemático e que, associada com outras percepções articuladas a essa primeira, pode exercer um papel facilitador na reconstrução conceitual pretendida.

Segundo esse autor (CABRAL, 2017, p. 41), o segundo tipo de intervenção é a Intervenção Reflexiva:

> [...] A reflexão nesse contexto é realizada pelo aprendiz e o papel do professor é estimular essa ação por meio de perguntas. Nessa perspectiva, tudo passa por uma perspectiva de planejamento e de identificação, por parte do professor, sobre a organização atribuída aos conceitos circunscritos, quais sejam, àqueles que de forma associada potencializam a (re)descoberta do conceito objeto de reconstrução. Aqui o aluno é orientado a levantar hipóteses, fazer conjecturas, verificar possibilidades e estabelecer consequências.

Essas Intervenções Estruturantes (Reflexivas e Exploratórias) são capazes de produzir um conjunto de interações verbais que revelam, em tese, as formas de pensamento dos aprendizes. Os aprendizes verbalizam seus pensamentos e ao professor cabe a retomada das principais afirmações em torno dos objetos e deve disponibilizar à toda classe, reorganizando tais proposições de modo formal usando o rigor adequado ao formalizar os resultados. Essa ação é na concepção do autor devida ao professor reconhecendo que os aprendizes não poderiam fazê-lo sem a sua ajuda. Essa intervenção é denominada de Intervenção formalizante (IF) (COSTA; CABRAL, 2019). É justamente nessa UARC que se organiza toda a lógica de uma sequência didática para o ensino de Matemática segundo a proposição de Cabral (2017).

Nessa lente teórica sugerida por Cabral (2017), uma sequência didática tanto pode ser constituída um conjunto de aulas planejadas quanto por um subconjunto delas, ou ainda, por uma única aula planejada, ou ainda por uma fração dela, e por fim, em última análise, por uma única UARC (COSTA; CABRAL, 2019).

Para Cabral (2017, p.45):

> [...] essa última categoria de intervenção pode ser entendida como uma espécie de Sequência Didática implícita complementar que é sustentada no discurso do professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem e que permite a ele fazer as reformulações emergentes inevitáveis no processo de reconstrução conceitual.

Essas intervenções são importantes, sobretudo por dois aspectos. Por um lado, permitem as modulações do professor no sentido de estimular o aluno em direção aos objetivos estabelecidos pela Sequência Didática e, por outro lado, em possibilitar futuras reformulações no texto utilizado que media a aprendizagem.

Nesta perspectiva, é necessário que os objetos de ensino tenham significado para o escolar, ou seja, é importante que o professor apresente os conteúdos de forma articulada com foco na exploração de regularidades – padrões sistêmicos – que podem promover intuitivamente o estabelecimento de generalizações (CABRAL, 2017).

Vale destacar que no momento da aplicação da sequência didática apresentada nessa pesquisa, deve-se considerar as interações orais ocorridas no ato de aplicação da mesma, bem como as interações promovidas pelos registros escritos nos protocolos das atividades manipulados pelos escolares. Afinal, entendemos que tanto um quanto o outro são relevantes no contexto da aprendizagem escolar.

2.3 O Modelo de Genebra

Na aplicação da sequência didática apresentada nesta pesquisa, propomos que seja considerado o modelo sugerido pelo grupo de Genebra que, de acordo com Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) consideram quatro fases distintas, quais sejam:

I. apresentação da situação de ensino, a produção inicial, os módulos e a produção final. Na primeira fase, os alunos recebem do professor uma descrição minuciosa da relevância do projeto de ensino em questão bem como dos objetivos, estrutura e condições coletivas de produção dos saberes envolvidos.

II. Já a segunda fase, qual seja, a produção inicial, guarda as intervenções que visam diagnosticar as capacidades já adquiridas pelos alunos em relação ao gênero objeto de ensino e, além disso, procura adequar às ações de ensino posteriores a partir das quais se pretende atingir os objetivos de aprendizagem.

III. Após essa fase diagnóstica dos sujeitos, vem a terceira fase – desenvolvimento dos módulos – na qual serão ministradas as oficinas que se constituem em diversas atividades, relativas ao desenvolvimento das capacidades de linguagem, envolvendo as três práticas linguísticas: leitura, produção e análise da língua. O número de módulos/oficinas é flutuante e deve se adequar ao suprimento das dificuldades encontradas pelos alunos na escrita inicial do gênero objeto de estudo. Nessa etapa o professor deve variar as abordagens avaliativas explorando questões abertas, fechadas, lacunadas, etc.

Após os módulos, segue-se a quarta fase - a produção final, na qual o aluno coloca em prática os conhecimentos adquiridos e, juntamente com o professor, avaliam os progressos alcançados (COSTA; CABRAL, 2019).

3 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PELO MÉTODO DE ENSINO INTUITIVO

3.1 Elementos norteadores e fundamentos epistemológicos do Método Intuitivo

O método intuitivo é um método de ensino desenvolvido na Alemanha, na segunda metade do século XIX, que propõe a construção de conceitos abstratos a partir da observação de objetos concretos, de acontecimentos fáticos, de atividades práticas, de fenômenos físicos, de imagens reais, gravuras, tabelas, gráficos etc. Esse método considera a ideia de possibilitar que o estudante, inicialmente, se aproprie de conhecimentos simples e, a partir deles, construa outros mais complexos.

Segundo Buisson (1897 apud VALDEMARIN, 2004), o método de ensino intuitivo estrutura-se, respectivamente, em três etapas de desenvolvimento as quais o norteiam e fundamentam:

Etapa 1 (intuição sensível): consiste em desenvolver no estudante noções simples do objeto estudado a partir da observação: ver, sentir, tocar, identificar, distinguir, medir, comparar, nomear, para depois estabelecer os primeiros conceitos utilizando seus conhecimentos anteriores. Para Fanny Delon e Michel Delon (DELON; DELON, 1913 apud VALDEMARIN, 2004, p. 106), "a observação educa e aperfeiçoa os sentidos preparando no estudante a base sobre a qual se constrói o conhecimento humano: perceber, analisar, interpretar, abstrair, comparar, generalizar e sintetizar".

Etapa 2 (intuição intelectual): Nessa etapa, o estudante desenvolve a inteligência por meio da percepção: raciocinar, analisar, interpretar, abstrair, inferir, generalizar, sintetizar etc. ultrapassando a intuição sensível e atingindo um nível mais avançado na construção do conhecimento.

Etapa 3 (intuição moral): consiste em desenvolver no estudante as habilidades necessárias às suas interações sociais e morais a partir das aplicações dos objetos estudados em situações práticas que exprimem a realidade.

Para Norman Allison Calkins, educador Americano, cuja obra foi largamente traduzida no século XIX e que é um marco significativo da implantação do método de ensino intuitivo na educação brasileira, o ensino é plenamente justificado pela intuição, pelo exercício reflexivo dos sentidos e pelo cultivo da capacidade de observação. Em seu manual, conhecido como Primeiras lições de coisas, ele afirma pretender dar primazia aos fatos, criando as condições para a observação e para a experiência, num processo ascendente de compreensão, que tem início nas operações dos sentidos:

> [...] os procedimentos de ensino têm seu início na educação dos sentidos, visando prepará-los para observações mais cuidadosas do objeto didático apresentado. Acredita-se, que essas observações produziriam ideias mais claras e distintas e que, essas ideias, acrescidas da imaginação e do raciocínio, levariam ao desenvolvimento da capacidade de julgamento e discernimento, fazendo com que a aprendizagem evoluísse concomitante ao desenvolvimento físico e intelectual da criança (VALDEMARIN, 2004, p. 119).

Vejamos um exemplo em que Calkins (1950) busca fazer com que os alunos adquiram a ideia intuitiva de comparação de duas frações utilizando, como objeto de observação, a representação gráfica das frações em segmentos de retas paralelas.

Segundo o autor:

> [...] O tamanho relativo das metades, ou meios, e terços, assim como dos terços e quartos, rapidamente se patenteia mediante duas linhas na pedra. Para este fim, traçará o mestre paralelas como as do diagrama seguinte, dividindo uma delas em duas partes iguais, meios, ou metades, e a outra em três partes iguais ou terços (CALKINS, 1950, p. 322).

Isso pode ser visto na figura 1:

Figura 1- Diagrama sobre comparação de fração

Fonte: Calkins (1950, p. 322).

Ao observarem os segmentos, os alunos deveriam responder alguns questionamentos como:

- Os dois segmentos são iguais ou diferentes? Iguais.
- Em quantas partes o primeiro segmento foi dividido? Duas.
- As duas partes são iguais? Sim.
- Cada parte do primeiro segmento corresponde a uma metade. Quantas metades tem esse segmento? Duas
- Em quantas partes o segundo segmento foi dividido? Três.
- As três partes são iguais? Sim.
- Cada parte do segundo segmento corresponde a um terço. Quantos terços tem esse segmento? Três

- A metade do primeiro segmento é maior ou menor que um terço do segundo segmento? Maior
- Pode-se concluir que, de maneira geral, a metade é maior que um terço? Sim
- Se juntarmos dois terços do segundo segmento fica maior ou menor um metade do primeiro segmento? Maior
- Pode-se concluir que, de maneira geral, dois terços é maior que uma metade? Sim.

Nesse exemplo, Calkins (1950) evoca os princípios da observação e percepção para induzir a criança a discernir "[...] qual a maior fração, se a metade, se o terço, e obtenha-se que desenhem, cada uma na sua pedra, linhas semelhantes, dividindo-as em metades e terços" (CALKINS,1950, p. 322). Essa mesma proposta também era sugerida para a comparação de um terço com um quarto e assim sucessivamente.

Vale destacar ainda, que de acordo com Calkins (1950, p.323):

> [...] No comparar essas frações, o fim a que se arma, não é ensinar a sua diferença exata, mas gravar primordialmente no espírito dos meninos a noção real de que a metade é maior do que o terço, o terço maior que o quarto, dois terços menores que três quartos. O que se quer, é que vejam que quanto maior fôr o número de frações de uma coisa, tanto menor é cada uma delas

Nesta direção, o objetivo principal do método intuitivo não é a aplicação de fórmulas ou algoritmos, mas sim a compreensão dos escolares sobre o que está sendo ensinado partindo-se da intuição, da percepção de regularidades e observações dos próprios escolares. Nestes termos, consideramos que o método intuitivo, a utilização de sequências didáticas, e o método de Polya podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

3.2 Elementos relevantes na aplicação da sequência didática

Nesta subseção, apresentamos os elementos relevantes ao professor no momento da aplicação da sequência didática, considerando-se as etapas de desenvolvimento com base no método de ensino intuitivo e atendendo às prescrições da BNCC.

✓ **Identificação da Sequência Didática:** É importante que o docente faça a identificação correta dos elementos abaixo apresentados antes da aplicação da sequência didática. Com isso, ele poderá perceber mais claramente se os seus objetivos de ensino estão sendo concretizados:

1. ***Unidade Temática:*** Apresentar a unidade temática estabelecendo o desafio interligado às habilidades que se quer desenvolver.

2. ***Objetos do conhecimento:*** Descrever todos os objetos que compõem à unidade temática, de acordo com a BNCC. Nesse momento, define-se o que se quer ensinar.

3. ***Habilidades:*** Descrever as habilidades a serem desenvolvidas no estudante a partir dos objetos do conhecimento. Nesse momento, estabelece-se o que se quer que o estudante aprenda.

4. ***Nível e ano:*** Identificar o nível (fundamental, médio, superior) e especificar o ano.

5. ***Tempo estimado:*** Estimar o número de aulas necessárias para atingir os objetivos.

6. ***Pré-requisitos esperados:*** Descrever os objetos do conhecimento sobre o qual se apoiará o desenvolvimento das etapas da sequência. Nesse momento, estabelece-se os conhecimentos anteriores que se espera dos estudantes.

7. ***Material utilizado:*** Descrever a lista de materiais que deverão ser utilizados para o desenvolvimento de todas as etapas da sequência.

✓ **Aplicação da sequência:** Quando da aplicação da sequência didática, o professor deverá estar atento ao desenvolvimento das atividades que a compõem, analisando indícios de aprendizagens da turma, reforçando e compartilhando com toda a turma as percepções isoladas dos alunos.

Nesse sentido, apresentamos uma sequência que pode ser seguida pelo docente:

1. ***Observação e Sondagem:*** Apresentação de uma atividade de sondagem e a forma de organização da turma para a sua execução. Após a identificação da estratégia utilizada para a solução dessa atividade, apresentar outras atividades similares a primeira e que se faça uso da mesma estratégia. A atividade de Sondagem é uma atividade simples onde são analisados os conhecimentos anteriores do estudante a partir do seu contado com atividades práticas.

Nessa etapa, o docente deve ter claramente uma situação problema onde o estudante, a partir da observação e da utilização dos seus saberes anteriores, perceba as características do objeto e desenvolva estratégia para a sua solução. Essa atividade, assim como as demais atividades da sequência, são situações que deverão contribuir para a compreensão do objeto e sua aplicação prática, por isso, devem ser estrategicamente planejadas no intuito de serem orientações didáticas que levem à consolidação das habilidades buscadas.

2. ***Organização da turma:*** O professor deverá definir se o trabalho será individual, em pequenos grupos ou no coletivo da classe. O *trabalho individual* faz com que o estudante acesse o conhecimento que possui e busque solucionar a questão sozinho a partir da observação. O *trabalho coletivo* visa a socialização dos procedimentos para que, no debate, os alunos cheguem à conclusões comuns. Nesse sentido, o trabalho em grupo é interessante quando se quer que o estudante tenha uma interação mais ampla, apresentando suas hipóteses e confrontando-as com as dos outros. Essas organizações são critérios didáticos que precisam ser pensados com base nos objetivos de cada etapa e nas caraterísticas da turma.

3. ***Percepção e Compreensão:*** Propor atividades similares à primeira, mas que permitam que o estudante avance "um pouco mais" na compreensão dos objetos e na construção das habilidades que se quer desenvolver.

4. ***Consolidação das Habilidades:*** Propor atividades, onde o estudante seja levado a estender as estratégias identificadas anteriormente a outros problemas. Essas atividades não precisam ser similares às atividades da etapa anterior, mas devem atender ao encadeamento lógico sugerido e possivelmente podem ser trabalhadas em pequenos grupos visando o confronto de estratégias e a consolidação das habilidades.

5. ***Avaliação:*** Propor outras atividades que possam ser resolvidas com as habilidades adquiridas nas etapas anteriores. Em seguida, promover uma análise das soluções no coletivo da classe. O objetivo aqui é verificar se os estudantes compreenderam o objeto e conseguem reutilizar e generalizar os procedimentos identificados nas atividades propostas.

4 RESOLUÇAO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM POLYA

4.1 Abordagens Gerais

Fiorentini (1995), em anais dos congressos sobre ensino de Matemática, em livros didáticos e nas propostas descritas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) que tratam sobre o ensino de Matemática aponta a resolução de problemas como tendência no ensino Matemática. Para este autor, a resolução de problema pode ser abordada a partir de tendências pedagógicas, sendo apresentada ainda a tendência formalista clássica, a tendência empírico-ativista, a tendência formalista moderna, a tendência tecnicista, a tendência construtivista e por fim, a tendência sócio-etnocultural.

De acordo com Fiorentini (1995), no modelo euclidiano, o conhecimento matemático era sistematizado a partir de elementos primitivos que eram denominados de definições, axiomas, postulados e, a partir deles, eram produzidos teoremas e corolários. Por sua vez, na concepção platônica, “a Matemática não é inventada ou construída pelo homem. O homem apenas pode, pela intuição, descobrir as ideias matemáticas que preexistem em um mundo ideal e que estão adormecidas em sua mente” (FIORENTINI, 1995, p.6).

Nessa tendência, “o professor deixa de ser o elemento fundamental do ensino, tornando-se orientador ou facilitador da aprendizagem. O aluno passa a ser considerado o centro da aprendizagem” (FIORENTINI, 1995, p. 9). Segundo esse autor, no Brasil as primeiras propostas para implantação da Matemática Moderna, surgiram na década de 1960, quando foi fundado o Grupo de Estudos Sobre o Ensino de Matemática (GEEM) que vem “contribuindo de maneira decisiva, através de cursos e de treinamento de professores e da edição de livros textos, para a difusão do ideário modernista” (FIORENTINI, 1995, p.14).

A Tendência Tecnicista é de origem norte americana, e pretende otimizar os resultados da escola e torná-la eficiente e funcional, aponta como solução para os problemas do ensino e da aprendizagem o emprego de técnicas especiais de ensino e de administração escolar. No Brasil, o construtivismo piagetiano, se destacou em meados das décadas de 1960 e 1970 e, tem como característica básica priorizar mais o processo que o produto do conhecimento (FIORENTINI, 1995).

No construtivismo o professor sempre está junto ao aluno, ao lado de todos, porque todos confabulam e discutem sobre o que estão fazendo. É o saudável barulho da efervescência da aprendizagem onde:

> [...] Todos estão produzindo, todos estão construindo, todos estão participando. Mas, há também, na sala de aula, o necessário barulho do silêncio, quando cada criança se empenha vivamente em sua própria produção, quando interioriza individualmente as ações e reflexões realizadas coletivamente (CRUSIUS, 1994 apud FIORENTINI, 1995, p.170).

Nesse cenário, segundo Fiorentini (1995), o conhecimento matemático deixa de ser visto, como um conhecimento pronto, acabado e isolado do mundo. Ao contrário, passa a ser visto como um saber prático, produzido nas diferentes práticas sociais.

4.2 Metodologia de Polya

Para George Polya (2006), a metodologia que utiliza a resolução de problemas contribui para que os estudantes desenvolvam estruturas cognitivas mais avançadas, permitindo-lhes resolverem problemas. Segundo este autor, temos que observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem problemas e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os.

Segundo Dante (2003) um problema é qualquer circunstância que exige o indivíduo pensar para resolvê-la. Já um problema matemático não exige apenas o pensar, mas sim conhecimentos e maneiras de raciocinar matematicamente para solucioná-lo.

A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998).

Pais (2002) explica a aprendizagem por adaptação descrita por Brousseau, em que o estudante é desafiado a adaptar seus conhecimentos anteriores para solucionar um problema, e que o mesmo use a criatividade, pois é preciso ultrapassar o seu próprio nível de conhecimento.

Neste contexto, mostra-se de suma importância a necessidade de modificar as tradicionais formas de ensinar, de aprimorar constantemente as práticas e os saberes docentes (VAILLANT; MARCELO, 2012). Destacamos e concordamos com Tardif (2002) que aponta que os saberes docentes são adquiridos e construídos em um processo contínuo de aprendizagem, no qual o professor aprende de forma progressiva, tendo início quando ele ainda é aluno, e continua quando ele passa ao magistério, se inserindo e dominando seu ambiente de trabalho.

Consideramos que é relevante que o docente esteja em constante aprendizagem e desenvolvimento, com vistas à melhoria do seu ensino e, consequentemente, da aprendizagem dos estudantes. Afinal, Veiga (2006) considera que o professor não pode mais ser aquele que tem uma didática definida apenas por ensinar o conteúdo, ele deve assumir seu papel de mentor e facilitador, priorizando e intermediando o acesso do aluno à informação. De acordo com Miranda (2006), a expansão e variedade das Instituições de Ensino Superior, faz com que essas instituições se atentem às práticas de gestão e desenvolvimento de novas estratégias para se sobressair às demais.

Tardif, Lessard e Lahaye (1991, p.218) corroboram esse pensamento ao afirmarem que “a relação dos docentes com os saberes não se reduz a uma função de transmissão dos conhecimentos já constituídos, (pois) sua prática integra diferentes saberes, com os quais o corpo docente mantém diferentes relações”.

Saviani (1996) faz referência aos saberes que devem ser construídos pelos professores em seu processo de formação inicial e continuada, e afirma que sendo o processo educativo um fenômeno complexo, os saberes envolvidos também o são.

4.3 O método de Polya na resolução de problemas

A resolução de problemas tem sido muito utilizada na área da educação matemática. Para Oliveira e Calejon (2016) a educação matemática é um movimento reflexivo de suma importância para repensar as condições de ensino dos conteúdos de matemática, de maneira que se possa diminuir a aversão que essa ciência produz. Silva e Costa (2017) comenta que é preciso criar ambientes instigadores para o ensino de matemática, de forma que os alunos possam produzir matemática e compreender todo o processo de construção dos conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, Otaviano, Alencar e Fukuda (2012, p.62) apontam que: “Em Matemática, os professores devem buscar tópicos relacionados com as situações vivenciadas no dia a dia e incentivar os alunos a desenvolverem seus próprios métodos de resolução de problemas”. Costa e Freitas (2017) apontam que a resolução de problemas pode contribuir para a melhoria do processo de leitura, criatividade e raciocínio lógico, o que pode favorecer a autonomia e autoconfiança do estudante.

Zuffi e Onuchic (2007) apontam cinco aspectos que devem ser estimulados no processo de ensino e aprendizagem com a utilização da resolução de problemas: (1) compreensão dos dados do problema, (2) tomar decisões para resolvê-lo, (3) criar relações, (4) saber comunicar resultados, e (5) ser capaz de usar técnicas conhecidas.

Onuchic e Allevato (2011) afirmam que no processo de ensino, aprendizagem e avaliação de matemática a partir da resolução de problemas, o problema é o ponto de partida, deste modo, por meio da resolução de problemas, os alunos são habilitados a fazer diversas conexões nos conteúdos de matemática, gerando novas propostas e novos conceitos.

Medeiros (2001, p.2) aponta que:

> Um rápido olhar sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático, ao longo do tempo, nos leva a perceber que a atividade de resolução de problemas lhe serve de motor. No entanto, o trabalho com resolução de problemas, em sala de aula, no Ensino Fundamental, não está tendo, para a aprendizagem da matemática um papel que, ao menos, se aproxime daquele desenvolvido nesse campo do conhecimento. [...] De modo geral, os problemas são trabalhados em sala de aula para “fixar” os assuntos que acabaram de ser estudados. Eles se caracterizam como exercícios repetitivos, permitindo ao aluno identificar certas características que se repetem no processo de resolução, criando procedimentos padronizados para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes.

Segundo Polya (1995) existem quatro fases para resolver um problema de matemática de forma eficiente:

1. *Compreender o problema (CP):* o que é necessário para resolvê-lo? Quais suas variáveis e incógnitas?

2. *Designar um plano (DP)*: Esse problema é conhecido? Como as variáveis estão correlacionadas? Quais estratégias devemos usar para sua resolução?

3. *Executar o plano (EP)*: é possível verificar cada passo da execução? É possível demonstrar que o plano está correto?

4. *Retrospecto do problema (RP)*: é possível verificar o resultado encontrado?

Em síntese, segundo Polya, para a resolução de problemas de Matemática basta seguir o seguinte roteiro:

CP → DP → EP → RP

Pontes (2019) afirma que a grande discussão no processo de ensinar e aprender matemática é saber quais os indivíduos, aluno ou professor, que possuem habilidades e competências para melhor abstrair os conceitos e relações de matemática.

Pontes (2019, p.6) apresenta um exemplo em que as quatro etapas do método de Polya foi aplicada na resolução de problemas de matemática:

> Um rato está 48 metros na frente de um gato que o persegue. Enquanto o rato percorre 4 metros o gato percorre 7 metros. Quantos metros deverá percorrer o gato para alcançar o rato?
> Seguindo o método de Polya, teremos:
> CP: Este é um problema de perseguição entre um gato e um rato e consiste em determinar quantos metros deverá percorrer o gato para alcançar o rato.
> DP: O plano proposto será seguindo as hipóteses apresentadas:
> Hipótese 1: A distância entre o gato e o rato é de 48 metros.
> Hipótese 2: Enquanto o rato percorre 4 metros, o gato percorre 7 metros. A cada 7 metros percorridos pelo gato, o rato percorre apenas 4 metros, essa vantagem do gato a cada 7 metros é de 7 m – 4 m = 3 m.
> EP: Nota-se que se seguirmos o plano estabelecido e atentando para o enunciado do problema, podemos gerar as seguintes indagações:
> O gato terá que percorrer 7 metros tantas vezes, quantos 3 metros existir em 48 metros, isto é, 48 m 3 m = 16 vezes. Portanto, o gato terá que percorrer 16 vezes 7 metros, logo $16x7$ m = 112 metros.
> RP: Percebe-se que o resultado encontrado está compatível com o enunciado do problema.
> Logo, o gato terá que percorrer 112 metros para alcançar o rato.

Como podemos observar, o método de Polya, para esse caso, apresentou-se muito interessante, o que pode contribuir significativamente para uma melhor compreensão e aprendizado de criança para solucionar o problema.

4.4 Metodologias de Ensino

Pela etimologia da palavra, o termo “método” corresponde a um caminho para chegar a um fim. Método de ensino, no entanto, pode possuir diversas definições. Nessa pesquisa adotamos a encontrada em Nérici (1993) que define método de ensino como um conjunto de procedimentos que estão lógica e psicologicamente ordenados, adotados pelo professor com a finalidade de conduzir o discente a elaborar conhecimentos, adquirir técnicas ou habilidades e a incorporar atitudes pessoais na construção do seu próprio conhecimento.

Anastasiou (2003) fez um resgate histórico da universidade brasileira, com a abordagem de alguns elementos da trajetória metodológica, efetivada nos processos de ensino, ocorridos ao longo da existência da universidade no Brasil. Destacam-se na história brasileira a influência de modelos jesuíticos, que segundo este autor tinha por objetivo “a colocação exata e analítica dos temas a serem estudados, clareza nos conceitos e definições, argumentação precisa e sem digressões, expressão rigorosa, lógica e silogística, em latim” (ANASTASIOU, 2003, p.2).

A partir da utilização deste método, a metodologia de ensino predominante se dava a partir de atividades que tinham como base a exposição, argumentações a favor e contrários e, a solução do mestre a respeito do assunto, assim, com tais características, esse método predominou em muitas universidades europeias, com destaque à Universidade de Paris onde se constituiu e se denominou método parisiense.

A forma de avaliação, a aplicação de castigos, o controle rígido dentro e fora de sala de aula, o aluno passivo e obediente que memorizava ou decorava o conteúdo para as avaliações, eram características deste sistema marcado pela rigidez do processo de ensino-aprendizagem. Ainda hoje, muitos desses elementos estão presentes no cotidiano das salas de aula (ANASTASIOU, 2003). Segundo este autor, ainda no período do Brasil colônia, passou a ser adotado em terras brasileiras o modelo francês-napoleônico, caracterizado pelo ensino profissionalizante, centrado nos cursos e faculdades.

Segundo Vaillant e Marcelo (2012 apud BRIGHETTI, BIAVATTI, SOUZA, 2015, p.291):

> Tanto os estudantes quanto a sociedade passaram e estão passando por significativas, grandes e paradigmáticas mudanças, e que por isso, as tradicionais formas de ensinar já não servem, ou não são tão eficientes como no passado, despertando a necessidade de aprimoramento dessas práticas docentes.

Gil (2012, p. 94) aponta que muitos docentes possuem falta de criatividade no planejamento das suas aulas, afirmando que muitos docentes “simplesmente seguem os capítulos de um livro-texto, sem considerar o que é realmente necessário que os alunos aprendam”. Segundo este autor, alguns docentes adotam sempre os mesmos métodos de ensino, bem como método de avaliação, não acompanhando a dinâmica relacionada às mudanças e evoluções mais recentes.

Neste cenário, podemos perceber que ainda há o predomínio do método de ensino pautado em aulas expositivas, o que não colocamos como algo totalmente errado, mas a utilização apenas deste método favorece o aprendizado apenas de uma parcela de estudantes. Há, portanto, a necessidade de que o ensino de matemática seja ministrado a partir de diversas abordagens e metodologias de ensino.

Nesta direção, consideramos que aulas que considerem e estimulem as interações sociais, a fala e o erro do discente, a criação e manutenção de zonas de desenvolvimentos proximais e reconheça o aluno como um ser complexo e singular serão sempre bem-vindas. Afinal, nem todos os discentes aprendem de uma única forma: uns aprendem melhor ouvindo; outros, utilizando computador; outros, escutando música, etc.

5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PORCENTAGEM

Neste capítulo, apresentamos a sequência didática que propomos ser utilizada para o ensino de porcentagem, acréscimos e decréscimos simples, a alunos do 7º ano do ensino fundamental. Propomos ainda que na aplicação da referida sequência, em sala de aula, o Professor considere a Resolução de Problemas, em especial as etapas descritas por Polya, conforme exemplificado na resolução da Atividade 1, da primeira unidade da sequência didática.

O Quadro 1 apresenta o código e a descrição das habilidades constantes da BNCC relacionadas ao cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples:

Quadro 1 - Habilidades relacionadas aos conteúdos contemplados pela Sequência Didática

CÓDIGO DA HABILIDADE	DESCRIÇÃO
EF07MA02	Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros;
EF07MA05	Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos;
EF07MA06	Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

Fonte: Brasil (2018, p.307)

Na elaboração da Sequência Didática, consideramos elementos do método de ensino intuitivo e das habilidades constantes no Quadro 1. A Sequência Didática foi dividida em 7 unidades articuladas de reconstrução conceitual (UARC's), conforme Cabral (2017).

No Quadro 2 apresentamos essas UARC's (com seus respectivos títulos), os objetivos de ensino (professor) e os objetivos de aprendizagem (aluno) relacionado a cada uma delas:

Quadro 2 – Objetivos das Unidades da Sequência Didática

UNIDADE	TÍTULO	OBJETIVOS DOS ALUNOS (APRENDIZAGEM)	OBJETIVOS DO PROFESSOR (ENSINO)
1	UMA RAZÃO ESPECIAL	Observar que em todos itens desta unidade os consequentes das razões apresentadas são iguais a 100.	Definir razão centesimal; Definir taxa percentual.
2	RAZÕES EQUIVALENTES A RAZÃO	Perceber que existem relações entre razões centesimais e razões que não são centesimais;	Estabelecer relações entre razões centesimais e

	CENTESIMAL. PORCENTAGEM E NÚMERO DECIMAL	Perceber relações entre razões e figuras; Perceber relações entre partes de figuras e taxas (e razões) percentuais.	razões que não são centesimais; Estabelecer relações entre razões e figuras; Estabelecer relações entre partes de figuras e taxas (e razões) percentuais.
3	CÁLCULO DE PORCENTAGEM A PARTIR DE RAZÕES E FRAÇÕES	Perceber a relação entre parte/todo em imagens e relacionar com frações próprias e estas com porcentagens; Analisar se as regras utilizadas em soluções de questões envolvendo porcentagens são válidas; Perceber o percentual associado ao relacionar uma parte de um intervalo de tempo com o tempo total.	Associar as relações "parte/todo" em imagens com porcentagens; Avaliar se os discentes conseguem descobrir se regras utilizadas em soluções de questões envolvendo porcentagens são válidas; Ampliar a ideia da associação "parte/todo" e porcentagem para situações diversas.
4	PORCENTAGEM COMO UM FATOR MULTIPLICATIVO	Perceber que é possível determinar o valor de uma porcentagem mediante a utilização de um produto entre o "todo" e a taxa percentual (ou razão centesimal)	Ensinar o cálculo da porcentagem a partir da porcentagem como fator multiplicativo
5	ACRÉSCIMO E DECRÉSCIMO SIMPLES	Perceber que a porcentagem pode ser utilizada na soma (acréscimo) ou subtração (desconto) de um valor dado; Aplicar o conhecimento de acréscimo e decréscimo simples em situações do dia-a-dia.	Ensinar sobre acréscimo e decréscimo simples.
6	UTILIZANDO A CALCULADORA NOS CÁLCULOS ENVOLVENDO PORCENTAGEM	Observar maneiras para calcular porcentagem com a utilização de calculadoras; Desenvolver maneiras para calcular porcentagem com a utilização de calculadoras; Analisar a validade de cálculos de porcentagem envolvendo calculadoras.	Apresentar maneiras de efetuar cálculos de porcentagens com a utilização de calculadoras; Estimular os alunos no desenvolvimento de estratégias e habilidades relacionadas ao cálculo de porcentagem a partir da utilização de calculadoras.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Propomos que ao aplicar a referida sequência didática, o docente separe os alunos em grupos contendo entre três e cinco estudantes cada. Com isso, de acordo com a teoria da Psicologia Histórico-Cultural, os alunos terão a oportunidade de interagir mais entre si e com o professor o que, de acordo com a teoria citada, estimula a aprendizagem.

Considerando o método intuitivo, apresentaremos os objetivos de ensino e de aprendizagem contido em cada item que compõem as unidades desta sequência didática. Para a melhor compreensão dos conteúdos desta sequência, entendemos que os estudantes já devem ter visto os seguintes conteúdos matemáticos: Razão, Proporção e Regra de três simples. Além disso, é aconselhável que o professor faça uma sondagem quanto alguns conhecimentos prévios, necessários para a aprendizagem de Porcentagem, em especial as operações envolvendo números decimais e fracionários.

UNIDADE 1: UMA RAZÃO ESPECIAL

Nesta unidade são apresentadas seis Atividades a partir das quais o professor irá ensinar razão centesimal e taxa percentual. Deseja-se que os discentes encontrem as razões associadas à situação problema apresentada. Com a resolução de todas as questões dessa atividade, espera-se que os alunos observem que todas as razões apresentadas possuem uma regularidade: todas têm consequente igual a 100. Esse item serve como objeto de sondagem para que o professor, conforme a etapa 1 (observação e sondagem) do método intuitivo, oportunize aos discentes uma situação que lhes permitam perceber características associadas às razões centesimais.

ATIVIDADE 1: Felipe tem 12 anos e está no sétimo ano. A mãe de Felipe resolveu matricular ele em uma seleção para as Escolas Militares. A seleção consiste em resolver um total de **100 questões** sendo:

- 40 de Matemática;
- 35 de Português e
- 25 de Inglês.

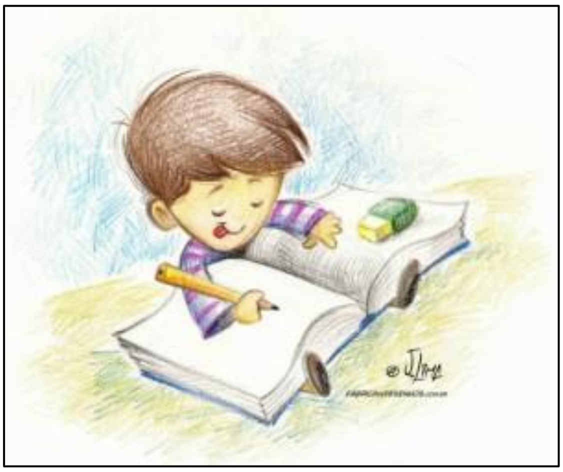


Figura 2 - Criança fazendo prova
Fonte: Blog da professora Débora (2015)

A partir dessas informações, determine a razão entre (não precisa encontrar a razão equivalente):

Questão 1. O número de questões de **Matemática** e o número **total** de questões;
Questão 2. O número de questões de **Português** e o número **total** de questões;
Questão 3. O número de questões de **Inglês** e o número **total** de questões;
Questão 4. Sabendo que Felipe acertou 32 questões de Matemática, 28 questões de Português e 20 questões de Inglês, qual a razão entre o número **total de acertos** realizados por Felipe e o **total de questões** da Prova?

Comentário: Como mencionado no início deste capítulo, iremos apresentar uma resolução da Atividade 1 a partir do método de Polya. Nesse sentido, percebe-se que a referida Atividade é composta de 4 questões que possuem semelhança entre si (em todas o consequente da razão é 100). Com isso, a etapa "*Designar um plano (DP)"* para essa Atividade é única, conforme descrito a seguir:

Aplicando o método de Polya na resolução da Atividade 1, temos:

CP: A Atividade 1 trata de um problema no qual Felipe, que tem 12 anos, fez uma prova contendo 100 questões, sendo: 40 de matemática; 35 de Português e 25 de Inglês. A partir desses dados é pedido que sejam formadas razões. Com isso, é necessário descobrir quais são os antecedentes e os consequentes de cada uma das questões.

DP: Os dados da Atividade 1 são suficientes para encontrar as razões exigidas nas quatro Questões dessa Atividade. Como o que se deseja é determinar uma razão, algo que nesse momento o estudante já deve ter estudado, basta detectar quais valores assumirão os antecedentes e consequentes de cada razão exigida nas Questões. Assim, apesar de as quatro Questões desta Atividade serem distintas, a "*Designação do Plano (DP)"* é única: basta encontrarmos os "x" e "y" da razão $\frac{x}{y}$.

EP: Nessa etapa, temos que determinar os valores de "x" e "y" da razão $\frac{x}{y}$, correspondente a cada uma das Questões.

RP: Por questões didáticas optamos por apresentar os comentários relacionados à fase de *Retrospecto do problema (RP)* ao final da resolução de todas as Questões desta Atividade 1.

Assim, temos que determinar a razão entre:

Questão 1: O número de questões de Matemática e o número total de questões

Nesta questão, a razão $\frac{x}{y}$ tem como antecedente (x) o *número de questões de Matemática* e como consequente (y) o *número total de questões*. Desse modo, o discente deverá encontrar a razão $\frac{x}{y}$ dada por $\frac{40}{100}$.

Questão 2: O número de questões de Português e o número total de questões

De modo análogo, nessa questão o estudante deverá encontrar a razão $\frac{x}{y}$. Entretanto, aqui, o antecedente (x) corresponde ao *número de questões de Português* e o consequente (y) continua sendo o *número total de questões*. Desse modo, o discente deverá encontrar a razão $\frac{x}{y}$ dada por $\frac{35}{100}$.

Questão 3: O número de questões de Inglês e o número total de questões

Assim como calculado nas duas questões anteriores, o Plano é o mesmo: determinar a razão $\frac{x}{y}$. Porém, nessa Questão, o antecedente (x) corresponde ao *número de questões de Inglês* e o consequente (y) continua sendo o *número total de questões*. Com isso, o estudante deverá encontrar a razão $\frac{x}{y}$ dada por $\frac{25}{100}$.

Questão 4: Sabendo que Felipe acertou 32 questões de Matemática, 28 questões de Português e 20 questões de Inglês, qual a razão entre o número total de acertos realizados por Felipe e o total de questões da Prova?

Apesar de a designação do plano ser a mesma para a resolução dessa Atividade, o cálculo da razão $\frac{x}{y}$ dessa Questão 4 é menos trivial e os estudantes poderão ter mais dificuldade para resolvê-la. Isso por que, para encontrar o antecedente (x) dessa Questão é necessário que o estudante determine, previamente, “o número total de acertos realizados por Felipe”.

Assim, o “x” da razão pedida equivale ao total de acertos de Felipe.

Ora, de acordo com o comando da Questão, Felipe acertou 32 questões de Matemática, 28 questões de Português e 20 questões de Inglês. Em outras palavras, Felipe acertou: $32 + 28 + 20 = 80$ questões.

Desse modo, “o número total de acertos realizados por Felipe” foi 80. Eis o “x” da razão $\frac{x}{y}$. Como o consequente (y) continuou sendo o *número total de questões da Prova*, temos que a razão $\frac{x}{y}$ pedida é: $\frac{80}{100}$.

RP: Fazendo uma retrospectiva das questões que compõem esse Problema, percebemos que todas as razões calculadas estão de acordo com o comando da questão. Destacamos que dependendo de onde essas questões estivessem, poderia ser necessário encontrar, quando possível, as razões equivalentes já tendo simplificado o antecedente e o consequente.

Porém, como essa Atividade é parte integrante de uma sequência didática e nesta unidade um dos objetivos é definir o razão centesimal, propositalmente, no momento da elaboração da sequência didática, optamos por determinar no comando da Atividade 1, que “*não precisa encontrar a razão equivalente*”. Com isso, todas as razões encontradas nas respostas das Questões 1, 2, 3 e 4 desta unidade terão o numeral 100 como consequente, o que facilita que para o professor definir razão centesimal.

A Atividade 2 é composta de 5 Questões nas quais novamente é solicitado dos discentes que eles encontrem razões entre grandezas onde o consequente delas é sempre igual a 100, porém, a situação apresentada nesta atividade envolve tabela, o que oportuniza aos estudantes um outro olhar sobre as razões centesimais. Espera-se que haja, assim, um avanço na percepção e compreensão (etapa 2 do método intuitivo) dos escolares quanto ao objeto matemático ensinado.

ATIVIDADE 2: André recebeu de mesada o valor de R$: 100,00 de seu pai. André, então, fez algumas compras com este valor. A tabela a seguir apresenta os produtos comprados por André e o valor pago em cada um deles:

PRODUTO COMPRADO	VALOR (EM REAIS)
Álbum de Figurinhas	17,00
Bola de futebol	32,00
Barquinho	12,00
Total Gasto	61,00

Considerando as informações apresentadas, determine (sem calcular a razão equivalente) a razão entre:

Questão 1. O valor pago na compra do álbum de figurinhas e o valor total recebido por André.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 17/100

Questão 2. O valor pago no barquinho e o valor total recebido por André.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 12/100

Questão 3. O valor pago na compra da bola de futebol e no barquinho e o valor total recebido por André.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 44/100

Questão 4. O valor gasto por André e o valor total recebido.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 61/100

Questão 5. O valor que restou após André ter comprado o álbum de figurinhas, a bola e o barquinho e o valor total recebido.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 39/100

Na atividade 3, a partir de uma situação problema similar a apresentada nas atividades anteriores, os escolares deverão encontrar as três razões procuradas, que por estratégia do professor tem como consequente sempre o numeral 100. Neste contexto, como os alunos estarão resolvendo as atividades em grupos, é provável que ao menos um estudante de cada grupo já tenha percebido que todas as razões encontradas até aqui têm algo em comum, ou seja, o fato de todas possuírem o numeral 100 como consequente.

ATIVIDADE 3: Em um fábrica de parafusos observou-se que a cada 100 parafusos fabricados, 30 são do tipo A; 50 são do tipo B e o restante são do tipo C. Sem encontrar a razão equivalente, determine:

Figura 3 - Parafusos
Fonte: RAZEMFIX (2019)

Questão 1. A razão entre os parafusos do tipo A e o total de parafusos.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 30/100.

Questão 2. A razão entre os parafusos do tipo B e o total de parafusos.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 50/100.

Questão 3. A razão entre os parafusos do tipo C e o total de parafusos.

Comentário: Os alunos deverão perceber que a razão é 20/100.

Na atividade 4 o professor busca analisar se os escolares já perceberam a regularidade entre todos os itens anteriores, qual seja, a de que todas as razões procuradas possuem como consequente o numeral 100. Ao propor este item, o docente dá a oportunidade para que os estudantes construam argumentos lógicos mediante trabalho em grupo/equipe, estimulando a consolidação das habilidades construídas ou em processo de construção pelos discentes, conforme a etapa 3 (consolidação das habilidades) do método intuitivo.

ATIVIDADE 4: As razões encontradas nas atividades anteriores têm algo em comum? Discuta com seus colegas.

Comentário: Os alunos devem perceber que o denominador de todas é 100.

RAZÃO CENTESIMAL

Você percebeu que em todas as questões resolvidas até aqui, o consequente da razão encontrada é sempre **cem**? Pois é, em geral, as razões em que temos o consequente iguais a cem são chamadas de **razões centesimais**!

Alguns exemplos de razões centesimais:

- ✓ $\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{100}}$→ Essa razão indica que são consideradas **trinta e duas** unidades em cada **cem**.
- ✓ $\frac{\mathbf{55}}{\mathbf{100}}$→ Essa razão indica que são consideradas **cinquenta e cinco** unidades em cada **cem**.

Podemos ler, então, ler o percentual associado às razões centesimais $\frac{32}{100}$ e $\frac{55}{100}$ da seguinte forma:

- ✓ $\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{100}}$→ Trinta e dois por cento.
- ✓ $\frac{\mathbf{55}}{\mathbf{100}}$→ Cinquenta e cinco por cento.

Na atividade 5, após as discussões geradas nas resoluções dos problemas anteriores, o professor já terá apresentado a definição de razão centesimal à turma, bem como a leitura dela. Assim, nesta atividade, os discentes devem compreender a definição apresentada e escrever por extenso, em cada letra da atividade 5, como as referidas razões centesimais devem ser lidas corretamente. Nesta oportunidade, o docente poderá explorar mais a ideia relacionada à parte “por cento” e associar a “por cem”, favorecendo a compreensão das razões (e taxas) centesimais pelos estudantes.

ATIVIDADE 5: Escreva por extenso o percentual associado às razões centesimais abaixo:

a) $\frac{1}{100}$ **c)** $\frac{90}{100}$ **e)** $\frac{0,3}{100}$

b) $\frac{15}{100}$ **d)** $\frac{100}{100}$

Comentário: Aqui o aluno deve responder, respectivamente: um por cento, quinze por cento, noventa por cento, cem por cento e zero virgula três por cento.

TAXA PERCENTUAL

Os numerais 44% (quarenta e quatro por cento), 5% (cinco por cento) e 7,8% (sete vírgula oito por cento) são chamados de **taxas percentuais** (ou taxas porcentuais) e estão associados a **Porcentagem**. A palavra porcentagem vem da expressão “por cento”, a qual vem do latim “*per centum*”, que significa “por um cento”.

Em termos gerais, a **razão centesimal** $\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{100}}$ pode ser expressa pela **taxa percentual** $\boldsymbol{x}$%.

As razões centesimais podem ser expressas, ainda, da seguinte forma:

$\frac{44}{100} = 44\%$ $\frac{5}{100} = 5\%$ $\frac{0,3}{100} = 0,3\%$

Agora que você já percebeu a relação entre razão centesimal e taxa percentual, responda à atividade a seguir:

A Atividade 6 requer que os estudantes associem razões centesimais e taxas percentuais (e vice-versa) com dados envolvendo duas colunas. Para isso, os discentes deverão ter consolidado a relação entre razão centesimal e taxa percentual. Vale destacar que neste item são apresentadas razões centesimais com antecedentes decimais, algo raro de ser encontrado nos livros didáticos, principalmente os disponibilizados em escolas da rede pública de ensino.

ATIVIDADE 6: Associe a primeira coluna de acordo com a segunda:

(a)	$\frac{12,1}{100}$	( ) 7,5%
(b)	$\frac{7,5}{100}$	( ) $\frac{1,21}{100}$
(c)	1,21%	( ) 12,1%
(d)	$\frac{0,05}{100}$	( ) 0,05%
(e)	0,75%	( ) $\frac{0,75}{100}$

Comentário: Aqui os alunos deveram responder de cima para baixo: b,c,a,d,e

UNIDADE 2: RAZÕES EQUIVALENTES A RAZÃO CENTESIMAL

Nesta unidade são apresentadas 6 atividades que visam estabelecer relações entre razões centesimais e razões que não são centesimais, estabelecer relações entre razões e figuras, estabelecer relações entre partes de figuras e taxas (e razões) percentuais.

Na atividade 1, a partir de uma situação problema do dia-a-dia, esta atividade busca retomar os saberes anteriores associados à razão, em especial, à razão centesimal. Ao resolvê-la, os discentes terão a oportunidade de relembrar as características associadas às razões centesimais e às taxas percentuais, o que estimula a consolidação das habilidades associadas à Porcentagem (etapa 1 e 3 do método intuitivo).

ATIVIDADE 1: Rafael é vendedor de frutas em uma feira da Terra Firme e ele comprou um cento de laranja. Ao verificar as laranjas, ele observou que dez laranjas do cento comprado estavam estragadas.

Figura 4 - Laranjas

Fonte: Por dentro de tudo (2020)

Considerando esta informação, julgue os itens abaixo como verdadeiro (V) ou falso (F):

( ) A razão entre a quantidade de laranjas estragadas e o total de laranjas comprada por Rafael é $\frac{10}{100}$.

( ) A taxa percentual que indica a quantidade de laranjas estragadas é 90%.

( ) 10 em cada 100 laranjas compradas estavam estragadas.

( ) A razão entre a quantidade de laranjas boas e o total de laranjas comprada por Rafael é $\frac{90}{100}$.

( ) Se 10 em cada 100 laranjas estavam estragadas, então a taxa percentual que indica a quantidade de laranjas estragadas é 10%.

Comentário: A resposta dos alunos deverá ser V, F, V, V e V.

Na Atividade 2, os estudantes deverão retomar conhecimentos associados principalmente à fração equivalente e proporção. Nas questões que compõem esta atividade, o professor deseja que os alunos estabeleçam relações entre razões quaisquer e razões centesimais e taxas percentuais, o que poderá ser conseguido mediante o conhecimento dos objetos matemáticos descritos no início deste parágrafo (fração equivalente e proporção).

ATIVIDADE 2: Raissa estava assistindo um jornal que deu a notícia representada na figura abaixo. Considerando essas informações, responda:

Figura 5: Jornal Nacional
Fonte: TV FOCO, 2019

<u>Questão 1.</u> Qual a quantidade de pessoas que vai votar em A, em um grupo de cem pessoas?

Comentário: A Resposta dos alunos deverá ser 20.

<u>Questão 2.</u> Qual a razão centesimal que representa a quantidade de pessoas que vai votar em A?

Comentário: A Resposta dos alunos deverá ser 20/100.

<u>Questão 3.</u> As frases "*1 em cada 5 eleitores vai votar no candidato A*" e "*20 em cada 100 eleitores vai votar no candidato A*" querem dizer a mesma coisa? Discuta com seus colegas.

Comentário: Eles devem chegar à conclusão que sim pois as frações são equivalentes.

<u>Questão 4.</u> Qual a taxa percentual que representa a quantidade de pessoas que vai votar em A?

Comentário: A resposta dos alunos deverá ser 20%.

Para a resolução das atividades **3, 4** e **5** foi apresentado um quadrado dividido em quatro partes congruentes, tendo sido destacada apenas uma (em azul).

Na atividade 3, os estudantes deverão encontrar a razão associada a ideia de "parte/todo" envolvendo a figura. Para isso, eles precisarão mais uma vez retomar saberes anteriores (associados ao conceito de razão) e criar uma estratégia que associe esses saberes à figura apresentada.

Texto para as próximas atividades: A figura ao lado representa um quadrado dividido em quatro áreas iguais. A partir dela, responda as três questões a seguir:

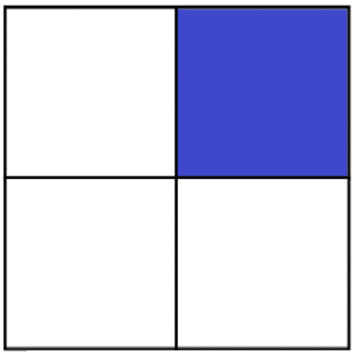


Figura 6 - Quadrado
Fonte: O autor (2022)

ATIVIDADE 3: A razão entre a área pintada em azul e a área total do quadrado é:

a) $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{1}{3}$

Comentário: Os alunos deverão perceber que a resposta é letra a.

Nesta quarta atividade, o professor busca que os estudantes estabeleçam relação entre a razão encontrada no item anterior e a razão centesimal correspondente. Ao fazer isso, os escolares poderão utilizar estratégias consolidadas ou criar novas, podendo resolver o “mesmo problema utilizando diferentes algoritmos”, conforme a habilidade EF07MA05.

ATIVIDADE 4: A razão centesimal que indica a área pintada em azul sobre a área total é:

a) $\frac{1}{100}$ **b)** $\frac{10}{100}$ **c)** $\frac{25}{100}$ **d)** $\frac{50}{100}$

Comentário: Os alunos devem perceber que a resposta é letra c.

Para resolver a atividade 5, espera-se que os estudantes sigam o seguinte raciocínio: determinar a razão → encontrar a razão centesimal correspondente → determinar a taxa percentual correspondente. Pela heterogeneidade dos escolares, podem surgir raciocínios diversos do esperado, cabendo ao professor analisar a validade destes raciocínios. Vale destacar a importância da análise dos encadeamentos lógicos dos estudantes, o que estimula a autoestima, a atividade, o desenvolvimento individual e coletivo, dentre outros. Essa importância está associada à habilidade EF07MA02, que preconiza a utilização de “**estratégias pessoais**, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira”.

ATIVIDADE 5: A área pintada em azul representa quantos por centos da área total?

a) 20% **b)** 25% **c)** 30% **d)** 40%

Comentário: Os alunos deverão perceber que a resposta é letra b.

Na atividade 6, os estudantes devem verificar a equivalência entre uma razão centesimal e um número decimal. Para fazer isso, podem dividir o antecedente pelo consequente da razão centesimal dada. As estratégias utilizadas pelas equipes podem diferir entre si e cabe ao professor discutir as semelhanças e diferenças entre as resoluções, favorecendo a consolidação das habilidades dos escolares (etapa 3 do método intuitivo).

ATIVIDADE 6: A razão centesimal $\frac{20}{100}$ equivale a qual número decimal?

a) 0,25

b) 0,22

c) 0,2

d) 0,5

Comentário: Os alunos deverão perceber que a resposta é letra c.

RAZÕES EQUIVALENTES A RAZÃO CENTESIMAL. PORCENTAGEM E NÚMERO DECIMAL

Em muitas situações envolvendo Porcentagem são utilizados numerais equivalentes às razões centesimais e às taxas percentuais, por isso, fique atento!

Perceba que:

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1\ (i)$$

Igualmente:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5\ (ii)$$

Ou seja: Os numerais contidos na igualdade (i) são equivalentes entre si! Assim como os numerais contidos na igualdade (ii).

Assim, por exemplo, encontrar 50% é o mesmo que dizer que queremos 50 unidades de um total de 100 (atente para a leitura 50% é cinquenta por cento, ou seja, <u>cinquenta a cada cem!</u>) e equivale a encontrar a sua metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ ou 0,5.

De forma semelhante, encontrar 10% é o mesmo que dizer que queremos 10 unidades de um total de 100 (mais uma vez: a leitura 10% é dez por cento, ou seja, <u>dez a cada cem!</u>) e equivale a encontrar a décima parte de cem, que equivale a 1/10 ou 0,1.

UNIDADE 3: CÁLCULO DE PORCENTAGEM A PARTIR DE RAZÕES E FRAÇÕES

Nesta unidade são propostas 6 atividades para associar as relações “parte/todo” em imagens com porcentagens, avaliar se os discentes conseguem descobrir se regras utilizadas em soluções de questões envolvendo porcentagens são válidas, ampliar a ideia da associação “parte/todo” e porcentagem para situações diversas.

Na Atividade 1, o professor busca reforçar as habilidades dos estudantes na relação entre a parte e o todo de uma figura geométrica (etapa 3 do método intuitivo). Trata-se de um avanço em relação as atividades da unidade anterior, pois, a partir de agora, as respostas das atividades apresentados já não relacionam mais em termos de frações próprias, mas sim em termos de taxas percentuais (etapa 2 do método intuitivo). Um dos caminhos mais prováveis que o aluno adotará na resolução desta atividade é calcular a razão/fração ¼ e depois encontrar sua razão equivalente centesimal e, por fim, a taxa percentual. Entretanto, espera-se que os discentes tenham habilidades para “resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos”.

Texto para as Atividades 1, 2 e 3: “Minha colega e eu compramos uma pizza. Ao chegar em nossa mesa, percebemos que a pizza estava dividida em quatro partes iguais. Comi uma das partes”

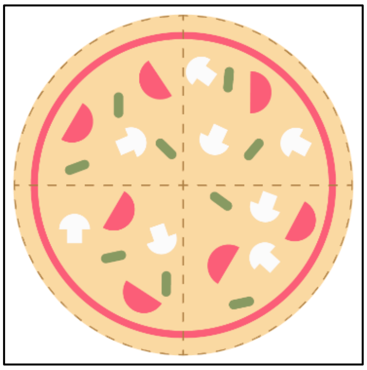


Figura 7 - Pizza dividida em 4 partes
Fonte: GCF Global (2022)

Considerando essas informações, responda:

ATIVIDADE 1: Quantos por cento da pizza eu comi?

a) 15%
b) 20%
c) 25%
d) 50%

Comentário: Os alunos devem perceber que a resposta é letra c.

O raciocínio a ser utilizado na resolução da Atividade 2 é bem semelhante ao utilizado na resolução da Atividade 1 e os argumentos associados ao processo de aprendizagem lá descritos podem ser trazidos para cá. Duas são as mais prováveis maneiras de resolução a serem adotadas pelos estudantes:

Maneira 1: Os estudantes poderão considerar a resposta da atividade anterior e apenas multiplicar ela por dois, já que foram dois pedaços de pizzas; ou

Maneira 2: Os estudantes encontram a razão 2/4 e sua equivalente 50/100. Após, basta associar a razão centesimal identificada com a sua taxa percentual. É importante registrar que existem outras maneiras para resolver e espera-se que os escolares possam apresentar elas.

ATIVIDADE 2: Minha colega comeu duas fatias. Quantos por cento ela comeu da pizza?

a) 15% b) 20% c) 25% d) 50%

Comentário: Os alunos deverão responder letra d.

Ao propor a Atividade 3, busca-se verificar a compreensão e consolidação das habilidades dos estudantes relacionadas à porcentagem e, embora esta atividade tenha semelhança com as anteriores, há um avanço em relação ao grau de dificuldade a ser apresentado na resolução (etapas 2 e 3 do método intuitivo). Isso porque para encontrar a resposta correta, os estudantes devem desencadear um raciocínio lógico que perpasse pelos seguintes pontos:

- A pizza foi dividida em quatro partes iguais;

- Comi uma das partes;

- Minha colega comeu duas partes;

- Então, comemos $1 + 2 = 3$ *partes;*

- Assim, sobrou $4 - 3 = 1$ *parte;*

- Essa parte que sobrou corresponde a ¼ do total da pizza;

- Mas já foi calculado que ¼ equivale a 25% (item 1);

- Logo, o que sobrou corresponde a 25% da pizza.

Mais uma vez, reforçamos a ideia de que o raciocínio dos discentes podem ser totalmente diferente do apresentado acima (na verdade, desejamos que isso ocorra), cabendo ao docente analisar a validade das respostas dos escolares e fazer comentários que indiquem os erros e acertos obtidos, sempre compartilhando com toda a turma as respostas apresentadas.

ATIVIDADE 3: Considerando que nem eu nem minha colega comemos mais nenhuma fatia, quantos por centos sobraram da pizza?

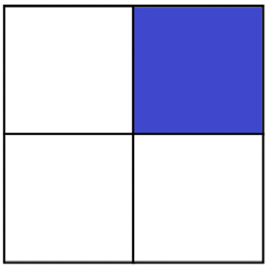
a) 15% b) 20% c) 25% d) 50%

Comentário: Os alunos devem perceber que a resposta é letra d.

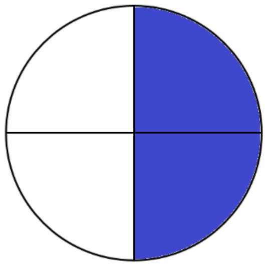
A proposta de ensino associada a essa atividade 4 é que os escolares relacionem cada parte em azul das figuras apresentadas a uma taxa percentual. Na resolução das questões desta atividade, os estudantes devem aplicar as estratégias consolidadas nas etapas da observação e sondagem (etapa 1) e percepção e compreensão (etapa 2) do método intuitivo. Há um grau de dificuldade crescente em cada questão desta atividade, o que pode contribuir para o reconhecimento (pelos escolares) de resoluções de um grupo de problemas que têm as mesmas estruturas e que podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos (ver a habilidade EF07MA05 da BNCC).

ATIVIDADE 4: Em cada questão, identifique a taxa percentual correspondente a parte colorida:

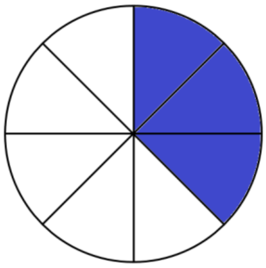
Questão 1.



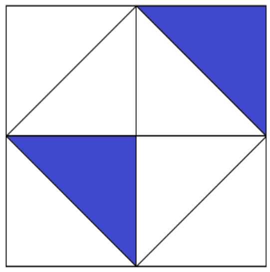
Questão 2.



Questão 3.



Questão 4.



Comentário: Os alunos devem perceber que as respostas são 25%, 50%, 37,5% e 25%, respectivamente.

Na resolução da Atividade 5, o docente procura que os estudantes percebam a associação existente entre porcentagem e regra de três simples, possibilitando o aumento do leque de maneiras a ser utilizada pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo porcentagem.

Dessa forma, o professor favorece que os escolares adquiram pelo menos duas habilidades da BNCC, a saber: EF07MA05: “resolver um **mesmo problema** utilizando **diferentes algoritmos**” e EF07MA02: “resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, **utilizando estratégias pessoais,** cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros”.

Vale destacar que a resolução desta atividade não requer que o estudante *execute algum algoritmo*, mas que ele *julgue* qual das maneiras apresentadas está correta. Além disso, ressaltamos, que esse julgamento a ser feito deverá ser realizado *em grupo* (“discuta com seus colegas”).

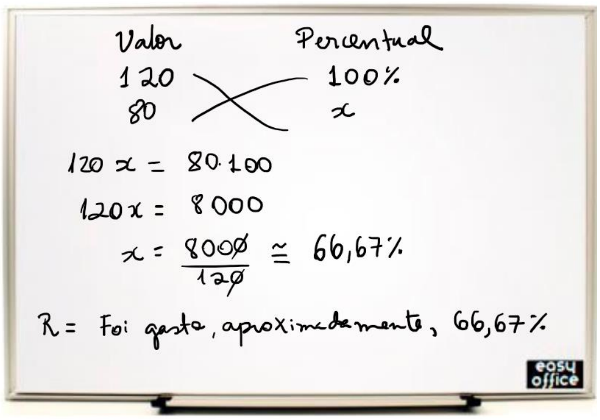
Assim, ao avaliar as respostas/discussões apresentadas pelos estudantes, o professor terá uma excelente oportunidade para verificar a compreensão dos estudantes sobre Porcentagem e, ao mesmo tempo, perceber se eles conseguem resgatar e reutilizar os conhecimentos já apresentados na resolução das atividades anteriores, generalizando raciocínios sobre o tema porcentagem (etapa 4 do método intuitivo).

ATIVIDADE 5: Após a aula de Matemática, Fernando e José estavam discutindo sobre a possibilidade de resolver questões de Porcentagem a partir de regra de três simples. Eles tinham uma questão com o seguinte comando:

Fui ao mercado com R$ 120 reais e gastei um total de R$ 80,00. Quantos por cento eu gastei?

Para Fernando, foi gasto aproximadamente 66,67%, enquanto que nos cálculos de José, foi gasto 150%. A resolução de Fernando e de José está apresentada a seguir:

RESOLUÇÃO DE FERNANDO **RESOLUÇÃO DE JOSÉ**



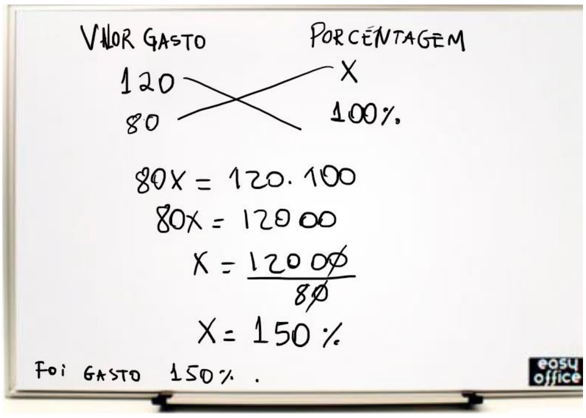


Figura 8 - Resolução

Fonte: O autor (2022)

Quem está correto, Fernando ou José? Discuta com seus colegas.

Comentário: Esperasse que os alunos identifiquem a primeira resolução como correta.

A Atividade 6 associa a porcentagem e tempo de uma música. Pode-se dizer que o grau de dificuldade associado a essa atividade é maior do que o apresentado em todas as outras atividades já expostas. Apesar disso, para resolver, os estudantes deverão apenas encontrar a razão entre o tempo de música já tocado e o tempo total da música, ou seja, os escolares precisarão ter a habilidade de "reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos" (Habilidade EF07MA06, da BNCC).

Para encontrar a resposta correta, os discentes necessitarão apresentar um encadeamento lógico que faça eles perceberem que a razão: $\frac{1h30min00s}{3h}$ equivale a

50%. Novamente, aqui o professor terá uma excelente oportunidade para verificar a profundidade da compreensão dos estudantes não apenas sobre Porcentagem, mas também na conversão de unidades de tempo e os estudantes poderão reutilizar e generalizar procedimentos já adotados, o que configura que eles aprenderam sobre o tema (etapa 4 do método intuitivo).

ATIVIDADE 6: Meu pai gosta muito de Música Clássica. Ontem, percebi que ele estava assistindo um vídeo no Youtube com as melhores sinfonias de Mozart que tinha duração de três horas, conforme a imagem abaixo:

Figura 9 - Vídeo do Youtube

Fonte: Youtube (2018)

Sem querer, acabei pausando o vídeo exatamente quando ele estava em 1:30:00 (1h 30 min 00s).

Quantos por cento do vídeo meu pai já tinha escutado?

a) 60%
b) 50%
c) 30%
d) 25%

Comentário: Os alunos devem perceber que a resposta é letra b.

CÁLCULO DE PORCENTAGEM A PARTIR DE FRAÇÕES

Você percebeu que em todas as questões desta unidade, o cálculo da Porcentagem relacionava frações em que uma parte era tomada de um todo? Pois é, a Porcentagem tem grande relação com as frações! Nestes casos, para encontrarmos a taxa percentual basta seguirmos de forma semelhante ao exemplo abaixo:

Ganhei R$ 30,00 do meu pai. Porém, tive que gastar R$ 6,00 com um lanche na escola. Quantos por centos eu gastei?

Resolução: O valor gasto é uma parte (R$ 6,00) de um todo (R$ 30,00). Para encontrar o percentual desejado basta efetuar:

$$\frac{6}{30} = 0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Fração do tipo "parte/todo" | **Número decimal** | **Fração decimal** | **Fração centesimal (razão centesimal)** | **Taxa Percentual**

Uma outra maneira de você encontrar a taxa percentual nestes casos, é você **encontrar o resultado da relação entre a parte e o todo** e depois **multiplicar por 100**:

$$\frac{6}{30} = 0{,}2 = 0{,}2x100 = 20\%$$

Logo, R$ 6,00 equivale a 20% de R$ 30,00.

UNIDADE 4: PORCENTAGEM COMO UM FATOR MULTIPLICATIVO

Esta Unidade é composta de 4 Atividades que visam permitir que o estudante perceba que é possível determinar o valor de uma porcentagem mediante a utilização de um produto entre o "todo" e a taxa percentual (ou razão centesimal).

Nesse cenário, a atividade 1 tem como objetivo de aprendizagem fazer o aluno perceber a ideia associada a taxa percentual. Para alcançar esse objetivo, o professor oportuniza ao discentes a exploração das características relacionadas à taxa percentual e ao mesmo tempo permite que eles consolidem suas habilidades sobre o tema. Deseja-se que os escolares desenvolvam um raciocínio matemático que associe o signo "x%" com "x por cento" e "x em cada cem". Ao conseguir fazer essa associação, os escolares estarão aumentando sua compreensão sobre porcentagem e aplicando este conhecimento em um outro contexto (etapas 3 e 4 do método intuitivo).

Considere o texto a seguir para responder às Atividades 1 e 2:

De acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) cerca de 13% da população brasileira na força de trabalho (pessoas que têm idade para trabalhar – com 14 anos ou mais - e que estão trabalhando ou procurando trabalho), está sem emprego.

ATIVIDADE 1: Dizer que 13% da população brasileira na força de trabalho está sem emprego equivale a dizer que:

a) De cada 10 brasileiros na força de trabalho, 5 estão sem emprego.

b) De cada 100 brasileiros na força de trabalho, 13 estão sem emprego.

c) De cada 1000 brasileiros na força de trabalho, 13 estão sem emprego.

d) De cada 200 brasileiros na força de trabalho, 13 estão sem emprego.

Comentário: Os alunos devem chegar a resposta b.

ATIVIDADE 2: Jeane estava pesquisando na internet e descobriu que a população de sua cidade é de 630.000 habitantes. Considerando que a taxa de desemprego da cidade de Jeane seja a mesma da taxa brasileira, ela pensou da seguinte maneira para calcular a quantidade de desempregados na sua cidade:

Sendo a taxa de desempregados 13%, isto significa que que $\frac{13}{100}$ da população está desempregada. Assim, em uma população de 630000, a quantidade de pessoas desempregada é $\frac{13}{100}$ de 630000, ou seja: $\frac{13}{100}.63000 = 81900$ pessoas.

Logo, temos 81900 desempregados na minha cidade.

Utilizando o raciocínio de Jeane e considerando que a população brasileira na força de trabalho é de 120 milhões, a quantidade de desempregados no Brasil (em milhões de pessoas) é:

a) 13,50 **b)** 15,2 **c)** 15,6 **d)** 16

Comentário: Os alunos deverão concluir que a resposta é letra d.

Ao resolver a Atividade 2, os estudantes terão a oportunidade de perceber que se pode calcular a porcentagem a partir de um fator multiplicativo. Assim, para resolver a atividade 3, espera-se que os estudantes utilizem o seguinte raciocínio:

$$90\%\ de\ 40 = \frac{90}{100}.40 = \frac{3600}{100} = 36$$

Entretanto, pode ser que os escolares apresentem soluções diversas da apresentada acima, tais como: regra de três simples, razão e proporção, etc. Assim, a partir dessa Atividade 3 o professor permite que os estudantes aumentem a percepção e compreensão associada ao cálculo de porcentagem como fator multiplicativo.

ATIVIDADE 3: Em uma prova contendo 40 questões, acertei 90%. Quantas questões eu acertei?

a) 40 **b)** 36 **c)** 32 **d)** 30

Comentário: Os alunos devem chegar na resposta da letra b.

A situação problema que compõe esta atividade relaciona matemática e saúde.

Para resolvê-lo, o aluno deverá inicialmente interpretar o texto e mobilizar os seus conhecimentos adquiridos sobre porcentagem como um fator multiplicativo. A resolução é bem semelhante às soluções das atividades anteriores desta unidade, diferenciando-se pelo texto base, que exige uma leitura/interpretação mais atenciosa.

Assim como em todas as unidades anteriores desta sequência didática, os discentes resolvem as atividade propostas em grupos. Deste modo, no momento da leitura do texto base o professor pode explorar essa leitura e impedir possíveis dúvidas ou interpretações equivocadas dos escolares.

ATIVIDADE 4: Considere o trecho a seguir:

“Como 70% do nosso corpo é composto por água, manter-se hidratado é essencial para o funcionamento correto das funções de todo o nosso organismo. Segundo o Guia Alimentar Para a População Brasileira, desenvolvido pelo Ministério da Saúde, a quantidade ideal de água a ser consumida varia conforme a idade e o peso da pessoa, mas, em média, o valor se mantém em aproximadamente 2 litros diários para adultos”.

(**Os benefícios de beber água.** Disponível em: https://www.unimed.coop.br/viver-bem/saude-em-pauta/a-importancia-da-agua-no-corpo-humano-tire-todas-as-suas-duvidas. Acesso em 04/01/2021).

A massa de água de uma pessoa que possui 90 kg é:

a) 49 kg **b)** 50 kg **c)** 63 kg **d)** 56 kg

Comentário: Os alunos devem concluir que a resposta é letra c.

PORCENTAGEM COMO FATOR MULTIPLICATIVO

Existem várias maneiras de resolver problemas envolvendo Porcentagem.

Uma delas é utilizar a **taxa percentual** como **fator multiplicativo**.

Entenda como resolvemos:

Considere que Felipe receba R$ 1800,00 de salário e neste ano de 2022 tenha se comprometido a guardar mensalmente 20% deste valor. Quanto ele irá guardar mensalmente?

SOLUÇÃO:

Observe que Felipe irá guardar 20% de 1800 reais todo mês.

Assim, temos:

$$20\%\ de\ 1800 = \frac{20}{1\cancel{0}\cancel{0}} . 18\cancel{0}\cancel{0} = 20.18 = 360$$

Observe ainda que $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

Com isso, este mesmo problema poderia ser resolvido da seguinte maneira:

$$20\%\ de\ 1800 = \frac{1}{5}\ de\ 1800 = \frac{1}{5} . 1800 = \frac{1800}{5} = 360$$

UNIDADE 5: ACRÉSCIMO E DECRÉSCIMO SIMPLES

Nesta unidade, composta de 6 Atividades, a partir de situações do dia a dia dos estudantes, o professor busca ensinar sobre acréscimo e decréscimo simples. Assim, a Atividade 1 tem como finalidade inserir o conceito de desconto simples. Para isso, é apresentada uma situação na qual os estudantes, em suma, devem calcular 40% de 180,00 reais. Espera-se que os alunos mobilizem saberes construídos anteriormente e criem estratégias para encontrar o resultado esperado.

Possivelmente, antes de os alunos começarem a resolver, o professor deverá ter trazido algumas falas sobre o conceito de desconto, mas espera-se que os próprios estudantes criem ideias e estratégias pessoais na resolução, conforme a habilidade EF07MA02 da BNCC que preconiza: “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros”.

Texto para as Atividades 1 e 2: A mãe do Pietro desejava comprar um tênis para ele, mas esperou acabar o período de festas de fim de ano. Ao visitar uma loja, ela encontrou a seguinte promoção:

Figura 10 – Cartaz de loja

Fonte: FREE SVG (2019)

ATIVIDADE 1: No caso de a mãe do Pietro comprar à vista o tênis acima, qual o valor correspondente ao desconto?

a) R$ 40,00

b) R$ 72,00

c) R$ 72,80

d) R$100,0

Comentário: Os alunos devem chegar a resposta da letra b.

Na resolução da atividade 2, o professor busca a mobilização das habilidades dos estudantes para que eles possam perceber que o valor pago é a diferença entre o valor inicial e o do desconto. Entretanto, essa é apenas uma das maneiras possíveis para a resolução, e o docente deve atentar para soluções diversas, desde que existam encadeamentos lógicos aceitáveis. Caso existam alguns “desvios” neste encadeamento, cabe ao docente redirecionar as falas e os cálculos dos escolares para que eles possam acertar. Com isso, o professor estará estimulando a autoconfiança, a autoestima, a autonomia e o desejo de os escolares continuarem resolvendo as atividades apresentados, já que as suas respostas, mesmo que “ajustadas”, são consideradas pelo professor

ATIVIDADE 2: Qual o valor pago pela mãe do Pietro, caso o tênis acima seja comprado à vista?

a) R$ 100,00

b) R$ 120,00

c) R$ 90,00

d) R$ 108,00

Comentário: As respostas dos alunos devem ser letra d.

A atividade 3 possui um incremento na dificuldade em relação as atividades anteriormente apresentadas. Aqui, o professor deseja que os escolares encontrem "direto" o valor pago. Para isso, os estudantes deverão aplicar as estratégias já consolidadas sobre porcentagens e encontrar o valor final (etapa 3 da teoria). Essa aplicação poderá ser facilitada, já que o professor estimulará discursos e raciocínios dos estudantes nos grupos criados. Neste momento, espera-se que os estudantes reconheçam "que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos" (habilidade EF07MA06 da BNCC).

ATIVIDADE 3: Fernando estava brincando de futebol com seus amigos. Infelizmente, antes de acabar o jogo, a bola que Fernando e seus amigos estava brincando furou. Com isso, Fernando e seus amigos decidiram comprar uma bola nova. Em uma loja perto do campo de futebol, eles perceberam que tinha uma loja de esporte com produtos em promoção, conforme a imagem ao lado.

Figura 11 - Promoção de bola

Fonte: FREE SVG (2019)

Considerando que Fernando e seus colegas decidiram comprar à vista a bola da promoção, qual o valor pago?

a) R$ 50,00

b) R$ 56,00

c) R$ 57,80

d) R$ 60,00

Comentário: A resposta dos alunos deve ser a letra (b).

A atividade 4 envolve a habilidade EF07MA02 da BNCC: "Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros”. A partir de uma situação problema, o que se deseja é que os estudantes percebam que o novo valor a ser pago pelo pai da criança deverá ser maior que o valor pago anteriormente e que este acréscimo (simples) envolve o conceito de porcentagem. Com isso, é necessário que os estudantes criem estratégias para determinar o valor a ser pago.

Uma das estratégias possíveis de serem apresentadas pelos estudantes é:

- Meu pai pagava 90,00 reais;

- Houve um aumento de 15%;

- Esses 15% eu sei calcular: $\frac{15}{100}.90 = 13{,}50$*;*

- Então, o novo valor a ser pago será de 90+13,50=103,50;

Reforçando: essa é apenas uma das estratégias possíveis de serem vistas no ato da resolução dessa atividade, mas o professor deve atentar para possíveis soluções distintas, sempre observando o raciocínio matemático aplicado pelos estudantes. Desta forma, o docente poderá perceber melhor a compreensão dos estudantes sobre o tema, conforme a quarta etapa do método intuitivo.

ATIVIDADE 4: Papai é cliente da operadora OLÁ desde 2015 e paga R$ 90,00 mensalmente no seu pacote de ligação e internet. Porém, devido a pandemia, a operadora OLÁ disse que terá que fazer um reajuste e que a conta do papai terá um acréscimo de 15%. Quanto meu pai passará a pagar mensalmente após esse reajuste?

Figura 12 - Telefone celular

Fonte: Pixabay (2012)

a) R$ 99,85

b) R$ 101,50

c) R$ 103,50

d) R$ 105,00

Comentário: Os alunos devem concluir que a resposta é letra c.

Assim como foi feito na quinta atividade da unidade 3 desta sequência didática, esta atividade 5 apresenta uma situação problema e uma solução que deverá ser avaliada pelos estudantes como sendo correta ou incorreta. O propósito desta é estimular os alunos (nos seus respectivos grupos) a discutirem entre si sobre a validade da resposta apresentada, buscando um consenso, uma resposta coletiva.

Desta forma, o professor poderá verificar a aplicabilidade dos raciocínios matemáticos apresentados pelos estudantes e ao mesmo tempo apresentar aos escolares uma maneira diferente de resolver questões envolvendo acréscimo simples. Com isso, os estudantes poderão criar estratégias distintas para “resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos”, conforme propõe a habilidade EF07MA05 da BNCC.

ATIVIDADE 5: Após a aula de Matemática, Adriana, que é uma aluna muito dedicada, estava ensinando a Pedro uma maneira de resolver a questão que tinha o seguinte enunciado:

Atualmente, pago de aluguel R$ 1200,00. A partir de março de 2022 terei um reajuste de 12%. Quanto terei que pagar a partir de março?

Adriana tinha escrito a seguinte resolução no quadro da sala:

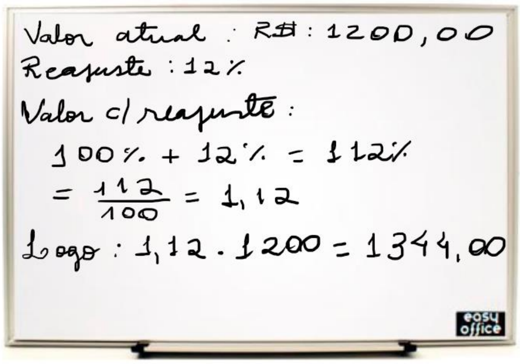


Figura 13 - Resolução
Fonte: O autor (2022)

Discuta com seus colegas se a resolução apresentada por Adriana está correta e tente resolver este problema de uma outra forma.

Comentário: Os alunos devem concluir que está correto e apresentar outras soluções.

A atividade 6 relaciona acréscimo e decréscimo simples a partir de uma situação de compra e venda. O texto base deste item apresenta três situações, porém, para a solução o estudante deve analisar apenas duas: uma envolvendo desconto e a outra envolvendo acréscimo.

Na situação envolvendo desconto, os estudantes deverão descobrir o valor total a ser pago na compra de uma TV após ser aplicado o desconto de 10%. Como eles já viram situações semelhantes e com maneiras de resolver diversas, eles terão apenas que mobilizar esses conhecimentos e calcular o valor a ser pago pela TV após o desconto.

Na situação envolvendo acréscimo busca-se elevar o conhecimento dos escolares sobre esse assunto, pois o que se pede não é o valor final a ser pago após o acréscimo de 15%, mas sim o valor da parcela. Dessa forma, exige-se que os estudantes criem uma estratégia para determinar o valor da parcela.

Vale ressaltar que essa atividade representa uma situação bem próxima as que comumente são vivenciadas nas relações de consumo do nosso dia e sendo bem compreendida pelos estudantes, estes podem ter uma melhor educação financeira. Portanto, a habilidade da BNCC envolvida neste item é: EF07MA02: “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com **acréscimos e decréscimos simples,** utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, **no contexto de educação financeira***,* entre outros”.

ATIVIDADE 6: Em uma loja, uma TV de 55’ têm as seguintes condições de pagamentos:

Figura 14 - TV

Fonte: O autor (2022)

- **CONDIÇÃO 1:** 10% de desconto à vista.
- **CONDIÇÃO 2:** 0% de desconto (de 1x no cartão de crédito).
- **CONDIÇÃO 3:** 15% de acréscimo (em até 10x no cartão de crédito).

Rogério e Marília compraram a mesma TV do anúncio, sendo que Rogério comprou à vista (**condição 1**) e Marília resolveu comprar parcelado (**condição 3**) em 5x no cartão de crédito. O valor pago por Rogério e o valor de cada parcela paga por Marília são, respectivamente:

a) Valor pago por Rogério: R$ 2.520,00. Valor da parcela paga por Marília: R$ 644,00.

b) Valor pago por Rogério: R$ 2.320,00. Valor da parcela paga por Marília: R$ 500,00.

c) Valor pago por Rogério: R$ 2.120,00. Valor da parcela paga por Marília: R$ 720,00.

d) Valor pago por Rogério: R$ 2.680,00. Valor da parcela paga por Marília: R$ 580,00.

Comentário: Os alunos deverão concluir que a resposta é letra a.

ACRÉSCIMO E DECRÉSCIMO SIMPLES

Em nosso dia a dia é muito comum encontrarmos situações nas quais a porcentagem está inserida. Por exemplo, quando compramos um produto à vista e é dado um abatimento no valor final de “x” por cento.

Neste caso, o **valor final vai ser MENOR que o valor inicial** e o valor abatido é denominado de **DESCONTO** (ou decréscimo simples).

Há, ainda, situações em que **o valor final é MAIOR que o valor inicial**, devido a um aumento ao valor inicial. Neste caso, dizemos que o valor inicial sofreu um ACRÉSCIMO!

UNIDADE 6: UTILIZANDO A CALCULADORA

Nesta unidade será apresentado maneiras de efetuar cálculos de porcentagens com a utilização de calculadoras, estímulos para que os alunos no desenvolvam estratégias e habilidades relacionadas ao cálculo de porcentagem a partir da utilização de calculadoras.

O texto base para a resolução desta atividade apresenta dois exemplos de como pode-se calcular a porcentagem de determinado valor. Com base neste texto os estudantes devem observar e entender o raciocínio empregado e buscar resolver as questões que compõem esta atividade. Trata-se, portanto, da primeira etapa do método intuitivo, a qual estimula a observação e mobilização de saberes anteriores pelos estudantes.

Texto para as próximas atividades: Carlos estava pesquisando na internet como calcular porcentagem utilizando uma calculadora simples e encontrou o seguinte texto:

Para calcular o valor correspondente a um percentual, utilizando uma calculadora é muito simples. Por exemplo, se você quer calcular o valor correspondente a 30% de 150, você pode utilizar uma calculadora e seguir uma das duas maneiras apresentadas abaixo:

1ª MANEIRA:

Na calculadora, digite as seguintes teclas:

O resultado será o seguinte:

RESPOSTA: *30% de 150 é 45.*

2ª MANEIRA:

Na calculadora, digite as seguintes teclas:

O resultado será o seguinte:

RESPOSTA: *30% de 150 é 45.*

ATIVIDADE 1: Agora que você já leu como é possível calcular porcentagens com o auxílio de uma calculadora, utilizando uma calculadora simples (pode ser as do celular), resolva as questões:

<u>Questão 1.</u> 20% de 46.

Comentário: A resposta dos alunos deve ser 9,2.

<u>Questão 2.</u> 33,4% de 50.

Comentário: A resposta dos alunos deve ser 16,7.

<u>Questão 3.</u> 14% de 144.

Comentário: A resposta dos alunos deve ser 20,16.

<u>Questão 4.</u> 95% de 794,80

Comentário: A resposta dos alunos deve ser 755,06.

Ao propor esta atividade, o professor deseja que os alunos mobilizem seus conhecimentos para que eles compreendam que uma das maneiras para calcular 25% de determinado valor x com a utilização de uma calculadora, basta que ele digite as teclas $x \div 4$ ou $x/4$. O objetivo docente é que os estudantes desenvolvam a habilidade de efetuar cálculos mentais e/ou com a utilização de calculadoras, conforme a habilidade EF07MA02 da BNCC: “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, **cálculo mental e calculadora,** no contexto de educação financeira, entre outros”.

Como a proposta da atividade não é a execução de algoritmos, mas sim que o estudante “discuta com seus colegas”, os estudantes devem mobilizar um raciocínio matemático que justifique a operação desenvolvida no comando desta atividade e este raciocínio deve ser “discutido” com os demais integrantes do grupo de aluno, em busca de uma solução coletiva. Dessa forma, o docente poderá verificar melhor a compreensão do objeto pelos estudantes e da aplicação dos conhecimentos matemáticos relacionados à porcentagem, conforme a quarta etapa do método intuitivo.

ATIVIDADE 2: André é feirante e tinha em sua barraca de feira uma calculadora em que a tecla 

não funcionava.

Com isso, André ficou sem saber como calcular 25% de uma compra no valor de R$ 120,00. Marcos, colega de André, disse que bastava ele digitar as teclas

Pergunta-se: O raciocínio de Marcos está correto? Discuta com seus colegas.

Comentário: Eles devem concluir que o raciocino está correto.

Nesta atividade 3, o professor tem como objetivo o desenvolvimento da compreensão dos estudantes no cálculo de porcentagem a partir da utilização de calculadoras. É uma atividade que tem um grau de dificuldade razoavelmente baixo, que consiste em calcular 10% de 140, mas que pode retratar várias situações do cotidiano, o que justifica a sua existência. Além disso, podemos observar que a atividade não apresenta como alternativa a opção de digitar as teclas $140x10\% =$, a mais conhecida, mas sim como alternativa correta a letra c, que apresenta as teclas 1 4 0 ÷ 1 0 =.

Como as atividades estão sendo resolvidos em grupos, o docente poderá levantar discussões tais como: “Para calcular 10% basta dividir por 10?”, “Posso encontrar 10% de um número apenas deslocando a vírgula uma casa para a esquerda?”, etc. Desta forma, os estudantes terão mais oportunidades para refletirem sobre o assunto, aprimorarem seus conhecimentos sobre o tema e criar estratégias próprias para resolver questões semelhantes no seu dia-a-dia.

ATIVIDADE 3: Uma das maneiras de calcular 10% de 140 em uma calculadora simples é digitar as teclas:

a) 1 4 0 × 0 , 1 % =

b) 1 4 0 × 1 % =

c) 1 4 0 ÷ 1 0 =

d) 1 4 0 ÷ 0 , 1 =

Comentário: Os alunos deverão concluir que a resposta é letra c.

Calcular acréscimo simples é uma das tarefas recorrentes principalmente nas relações de consumo. A atividade 4 apresenta uma situação na qual os estudantes devem avaliar se ao calcular o valor final de uma conta que era de R$ 138,00 após ela ter um reajuste de 15%, a pessoa que teclou na calculadora as teclas 1 3 8 × 1 , 1 5 = agiu corretamente.

No entanto, novamente aqui não é exigido que os estudantes executem algum algoritmo ou realizem cálculos, mas sim que eles discutam entre si sobre a validade do cálculo 1 3 8 × 1 , 1 5 =.

É interessante observar que ao digitar as teclas acima, já é realizado o cálculo do valor final, o que é diferente do cálculo em etapas, a saber:

- Calcula-se o valor do reajuste;

- Soma-se ao valor inicial;

- Calcula-se o valor final.

Dessa forma, o professor poderá retomar discussões geradas (nas resoluções de atividades anteriores) de como calcular valores finais "direto" após acréscimos, mas agora com a utilização de calculadoras, e tem a oportunidade de discutir melhor com os estudantes a equivalência entre efetuar "$x.115\%$" e "$x.1{,}15$" para cálculos de reajustes de 15% sobre o valor inicial x.

ATIVIDADE 4: Com o auxílio de uma calculadora simples, Isaías calculou o valor inicial de uma conta que teve um reajuste de 15% e passou a custar R$ 138,00 digitando as seguintes teclas:

Discuta com seus colegas o raciocínio utilizado por Isaías e determine o resultado desta operação.

Comentário: Eles devem perceber que essa conta estará errada e concluir que a resposta correta seria 120.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A BNCC tem seu marco legal, a partir do texto da CF/1988 que estabeleceu conteúdos mínimos nacionais e específicos em âmbito local e regional, passando pela LDBEN/1996 também determinou a necessidade de uma base comum nacional equilibrada com conteúdo específicos, sobretudo no que diz respeito a diversidade étnica, geográfica e cultural do Brasil, chegando-se ao Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014) reiterou essa demanda por meio de metas e estratégias para serem alcançadas até o ano de 2024.

A BNCC (BRASIL, 2018) preconiza algumas habilidades a serem alcançadas pelos estudantes quanto ao ensino de porcentagem. Por serem habilidades muito abrangentes e com vasto campo de aplicações, o assunto transcende a abordagem feita no 7º ano do ensino fundamental, apresentando-se transversalmente em vários anos e níveis de escolaridade.

No entanto é no 7º ano que o conteúdo de Porcentagem deve ser visto de forma mais consistente, pois é nessa etapa escolar que esse conteúdo está inserido como obrigatório. Consideramos que a consistência da aprendizagem escolar sobre esse conteúdo matemático perpassa pela aquisição, dos escolares, das habilidades constantes na BNCC (BRASIL, 2018) inerentes a ele.

Os livros didáticos encontrado nas escolas e livrarias pelo Brasil apresentam o conteúdo da mesma forma como livros mais antigos já apresentavam. Os exemplos e exercícios apresentados nesses livros antigos e novos não tem um nível de dificuldade e o mais importante, não tem um objetivo final para a resolução dele, apenas é um problema que se encaixa naquele conteúdo, mas não está conectado com o desenvolvimento das habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018). É importante também reforçar que o livro didático apresentar um objeto matemático e uma lista de exercícios que não equivale ao método apresentado por George Polya, visto que existem outros elementos que ele apresenta em seu método.

Nos dias de hoje estudiosos de várias áreas profissionais que abordam as teorias educacionais, na perspectiva e na modernização da educação, defendem o uso de tecnologias (tecnologia no sentindo de algo diferente do comum não necessariamente algo relacionado a informática) de ensino nas escolas. O principal motivo para que haja esta defesa se dá à importância da utilização de novas tecnologias e metodologias no ensino, visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

A escola atual representa uma instituição que deve dar respostas a diversos contextos e problemas, porém essa ainda não está preparada as diversas mudanças ocorridas no contexto social. Indivíduos que possuem acesso a tecnologias, em diversos casos não possuem profissionais aptos para utilizarem as tecnologias da prática docente. Entretanto, entendemos que o professor tem a missão de favorecer o processo de compreensão do aprendizado junto a seus estudantes, organizando o ensino de forma que esta assimilação possua uma ordem e o estudante a reconstrua em sua mente o objeto de ensino.

Neste cenário, consideramos que a utilização de sequências didáticas pode representar uma alternativa metodológica interessante para nortear o trabalho do professor em sala de aula, representando uma técnica para organização do ensino e da aprendizagem.

Afinal, a utilização de sequência didática, no contexto de sala de aula, se diferencia do método de ensino tradicional, pautado por aulas predominantemente expositivas e nas quais os escolares, em geral, devem realizar suas atividades de forma isolada, sem o auxílio de um colega ou do professor. Consideramos aqui que a sequência didática deve ser aplicada em um contexto que favoreça a criação e manutenção de interações sociais assim como pede a BNCC (BRASIL, 2018).

Entendemos que não há uma regra sobre a quantidade do número de aulas que uma sequência didática deve ser aplicada, afinal, cada turma e cada estudante é singular. Assim, percebemos que a sequência didática possui caráter flexível. Entretanto, destacamos que é necessário que haja um bom planejamento do docente para que os resultados sejam alcançados.

Neste cenário, entendemos que o momento principal da utilização da sequência didática é aquele em que ocorre a aplicação em sala de aula, com os alunos. Neste momento, propomos que o docente procure estabelecer discussões coletivas, motivação, exibições de vídeos, aulas expositivas, obter referenciais históricos, atividades, dinâmicas, jogos e outros. Com isso, o professor poderá perceber que a utilização de sequência didática pode favorecer reflexões sobre o ensino proposto.

Nestes termos, entendemos que a utilização da sequência didática apresentada no Capitulo 5 dessa pesquisa, sendo aplicada em um ambiente de aprendizagem que considerem as relações e interações sociais, poderá contribuir significativamente para o aprendizado e desenvolvimento das habilidades propostas na BNCC dos escolares no que tange ao assunto de porcentagem.

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, L. G. C. Ensinar, aprender, apreender e processos de ensinagem. *In*: ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, P. L. (orgs.). **Processos de ensinagem na universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinville: Univille, 2003. p.15-44.

BLOG DA PROFESSORA DÉBORA. [**Provas mensais 1º bimestre**]. [*S.l.: s.n.*], 2015. Disponível em: https://deboraplanetaazul.wordpress.com/2015/03/10/provas-mensais-1obimestre/. Acesso em: 08 jun. 2022.

BRASIL. **Constituição Federal.** Brasília, 1988. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 05 jul. 2022.

BRASIL. **Lei n° 13.005/2014**. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Brasília. 2014. Disponível em: https://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014. Acesso em: 05 jul. 2022.

BRASIL. **Lei n° 9.394/1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília. 1996. Disponível em: https://www.geledes.org.br/wp-content/uploads/2009/04/lei_diretrizes.pdf. Acesso em: 05 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 09 mar. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: 5ª a 8ª séries: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRIGHETTI, J.; BIAVATTI, V. T.; SOUZA, T. R.. Metodologias de ensino-aprendizagem: uma abordagem sob a percepção dos alunos. **Revista GUAL**, Florianópolis, v.8, n. 3, p. 281-304. 2015.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2004. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/1760/1/Dissertacao_PapelInteracoesProfessoraluno.pdf. Acesso em: 16 dez. 2022.

CABRAL, N. F. **Sequências Didáticas**: estrutura e elaboração. Belém: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.

CALKINS, N. A. **Primeiras lições de coisas**. Tradução de Rui Barbosa. Rio de Janeiro: Ministério da Educação e Saúde, 1950 (Volume XIII, tomo I das Obras completas de Rui Barbosa). 573p

COSTA, A. C.; CABRAL, N. F. **Sequências didáticas**: olhares teóricos e construção. Belém: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019. Disponível em:
http://www.sbempara.com.br/files/MC9.pdf. Acesso em: 18 maio 2020.

COSTA, G. C. J.; FREITAS, A. V. Análise de estratégias de resolução de problemas matemáticos de alunos da EJA. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p.193-205, maio/ago. 2017.

DANIELS, H. **Vygotsky e a pedagogia**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. São Paulo: Editora Ática, 2003.

DAVIS, C.; OLIVEIRA, Z. M. R. **Psicologia na educação**. 3 ed. São Paulo: Editora Cortez. 2010.

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequência Didática para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. *In*: SCHNEUWLY, B. (Ed). **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2004. p. 95-128.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n.4, p.1-38. jan./jun. 1995.

FREE SVG. [**Free SVG**]. [*S.l.: s.n.*], 2019. Disponível em: https://freesvg.org/girl-playing-soccer-vector-image. Acesso em: 08 jun. 2022.

GAMA, P. F. **Uma sequência didática para o ensino da função seno.** 2020. 214 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) -. Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

GCF GLOBAL. [**Frações como partes da unidade**]. [*S.l.: s.n.*], 2022. Disponível em: https://edu.gcfglobal.org/pt/numeros-fracionarios/fracoes-como-partes-da-unidade/1/. Acesso em: 08 jun. 2022.

GIL, A. C. **Didática do Ensino Superior.** São Paulo: Atlas, 2012.

JÓFILI, Z. Piaget, Vygotsky, Freire e a construção do conhecimento na escola. **Educação e teorias**, Brasília, v.2, n.2, p.191-208. 2002.

LUTZ, M. R. **Uma sequência didática para o ensino de estatística a alunos do ensino médio na modalidade PROEJA**. 2012. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
MEDEIROS, K. M. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, p.32-29, 2001.

MICOTTI, M. C. O. O ensino as propostas pedagógicas. *In*: BICUDO, M. A.V. (Ed**.). Pesquisas em educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999, p.153-167.

MIRANDA, M. G. O Professor Pesquisador e sua pretensão de resolver a relação entre a Teoria e a prática na formação de professores. *In*: ANDRÉ, M. **O Papel da pesquisa na formação e na prática dos professores**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2006.

MORELATTI, M. R. M. *et al*. Sequências didáticas descritas por professores de matemática e de ciências naturais da rede pública: possíveis padrões e implicações na formação pedagógica de professores. **Ciênc. Educ**., Bauru, v. 20, n. 3, p. 639-652, 2014.

NÉRICI, I. G. **Didática**: uma introdução. São Paulo: Atlas, 1993.

OLIVEIRA, S. G.; CALEJON, L. M. C. O jogo Torre de Hanói para o ensino de conceitos matemáticos. **REnCiMa**, São Paulo, v.7, n.4, p. 149-158, abr. 2016.

OLIVEIRA, S. L.; ROMÃO, E. C. Sequência didática para o ensino de função afim utilizando aprendizagem baseada em projetos. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 3, n. 3, p. 148 -172, set./dez. 2018.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v.25, n.41, p.73-98, dez. 2011.

OTAVIANO, A. B. N.; ALENCAR, E. M. L. S.; FUKUDA, C. C. Estímulo à criatividade por professores de Matemática e motivação do aluno. **Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 16, n. 1, p.61-69, jun. 2012.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PEREIRA, M. F. F. **Uma sequência didática para o ensino de semelhança de figuras planas**. 2017. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. São Paulo: Artes Médicas, 2000.

PIXABAY. [**Telefone celular**]. *S.l.: s.n.*], 2012. Disponível em: https://pixabay.com/pt/vectors/c%C3%A9lula-celular-m%C3%B3vel-telefone-flip-42409/. Acesso em: 08 jun. 2022.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTES, E.A.S. Método de Polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação básica. **Holos**, Natal, v. 3, p.1-9. dez. 2019.

POR DENTRO DE TUDO. [**Vendedor ambulante tem carro danificado e dinheiro roubado em PL**]. [*S.l.: s.n.*], 2020. Disponível em: https://pordentrodetudo.com.br/vendedor-ambulante-tem-carro-danificados-e-dinheiro-roubado-em-pl/. Acesso em: 08 jun. 2022.

RADFORD, L. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

RAZEMFIX. [**Fabricamos parafusos e fixadores especiais com preço justo!**]. [*S.l.: s.n.*], 2019. Disponível em: https://www.razemfix.com.br/empresa/empresa.html. Acesso em: 08 jun. 2022.

SAVIANI, D. Florestan Fernandes e a educação. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 10, p. 71-87, 1996.

SCHROEDER, E.; FERRARI, N.; MAESTRELLI, S. R. P. A Construção dos Conceitos Científicos em Aulas de Ciências: a teoria histórico-cultural do desenvolvimento como referencial para análise de um processo de ensino sobre sexualidade humana. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.3, n.1, p.21-49, maio, 2010.

SILVA, K.; COSTA, M. Jogos digitais na escola: a utilização como objetos de aprendizagem no ensino da matemática. *In*: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 23., 2017, Recife. **Anais** [**...**]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2017. p.21-30.

SOUSA FILHO, S. M.; MOURA, L. M. Propostas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e de livros didáticos para o ensino da variação linguística no ensino fundamental anos finais. **Facit Business and Technology Journal**, Araguaína, v. 16, n. 2, p.70-91, 2020.

SOUZA, R. D. **Uma sequência didática para o ensino da matemática probabilística na terceira série do ensino médio com apoio de dispositivos móveis**. 2015. 104 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2015.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 5.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TARDIF, M.; LESSARD, C. LAHAYLE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação**, Porto Alegre, n. 4, p.215-233, 1991.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Revista Zetetiké**, São Paulo, v.21, n. 39, p. 155-168. 2013

TV FOCO. [**Globo anuncia data de saída de William Bonner do JN e substituta comemora: 'Sentindo o clima'**]. [*S.l.: s.n.*], 2019. Disponível em: https://www.otvfoco.com.br/globo-anuncia-data-de-saida-de-william-bonner-do-jn-e-substituta-comemorasentindo-o-clima/. Acesso em: 08 jun. 2022.

VAILLANT, D. E. A.; GARCIA, C. M. **Ensinando a ensinar**: as quatro etapas de uma aprendizagem. Curitiba: Ed. UTFPR, 2012.

VALDEMARIN, V. T. **Estudando as lições de coisas**: análise dos fundamentos filosóficos do método de ensino intuitivo. Campinas: Autores Associados, 2004.

VEIGA, I. P. A. Docência universitária na educação superior. *In:* RISTOFF, D.; SEVEGNANI, P. **Docência na educação superior**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2006. p. 85-96. (Coleção Educação Superior em Debate, v. 5).

VYGOTSKY, L.S. The genesis of higher mental funtions. *In*: WERTSCH, J. V. (org.). **The concept of activity in sovietic psychology**. Nova York: M.E. Sharpe, 1981, pp.144-188.

YOUTUBE. [**The best of Mozart**]. [*S.l.: s.n.*], 2018. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=inaLmrmsfOY. Acesso em: 08 jun. 2022.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. D. L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [Madrid], v.11, p. 79-97, set., 2007.