



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATA E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT



FRANCISCO JOSÉ MARINHO DE OLIVEIRA

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA NO NOVO ENSINO MÉDIO

ORIENTADOR:

PROF. DR. JAQUES SILVEIRA LOPES

COORIENTADORA:

PROFA. DRA. GABRIELA LUCHEZE DE OLIVEIRA LOPES

Natal - RN

Fevereiro de 2023

FRANCISCO JOSÉ MARINHO DE OLIVEIRA

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA NO NOVO ENSINO MÉDIO

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFRN como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jaques Silveira Lopes

Coorientadora: Profa. Dra. Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes

Natal - RN

Fevereiro de 2023

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Central Zila Mamede

Oliveira, Francisco Jose Marinho de.

A educação financeira como disciplina eletiva no novo ensino médio / Francisco Jose Marinho de Oliveira. - 2023.
99 f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Rede Nacional, Natal, RN, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Jaques Silveira Lopes.

Coorientadora: Profa. Dra. Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes.

1. Finanças - Dissertação. 2. Matemática - Dissertação. 3. Ensino médio - Dissertação. 4. BNCC - Dissertação. I. Lopes, Jaques Silveira. II. Lopes, Gabriela Lucheze de Oliveira. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 336.76

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATA E DA TERRA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

FRANCISCO JOSÉ MARINHO DE OLIVEIRA

A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA NO NOVO ENSINO MÉDIO

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Jaques Silveira Lopes (UFRN - Orientador)

Prof. Dra. Gabriela Lucheze de Oliveira Lopes (UFRN - Coorientadora)

Prof. Dra. Márcia Maria Alves de Assis (UERN - Membro externo)

Prof. Dr. Ronaldo César Duarte (UFRN - Membro interno)

Natal - RN

Fevereiro de 2023

*Dedico este trabalho a Deus,
a minha esposa Soraya
e aos meus orientadores Jaques e Gabriela,
sem eles eu não teria a capacidade
para desenvolver este trabalho.*

Agradecimentos

Agradeço a todos que direto ou indiretamente me ajudaram a chegar até aqui.

Primeiramente agradeço a Deus e a minha esposa Soraya que me acompanharam desde o início desta jornada e faz parte desta conquista.

Aos coordenadores locais do Profmat, prof^a Débora e o prof. Fagner, a todos os demais professores que aceitaram fazer a minha prova de ingresso depois do sábado, e durante o curso não houve problemas em relação a observação do sábado, foram solícitos a esta minha necessidade em todas as outras avaliações que fiz durante o curso.

Aos colegas de trabalho e de curso, Igor, Iago, Gleiferson, Marcos, Débora, Valdemiro, Bráulio, Gabriel, Fábio, que sempre estiveram ao meu lado, inclusive nos grupos de estudos que me ajudaram bastante nas diversas disciplinas e no ENQ.

Aos professores Jaques e Gabriela, mesmo em meio a tantos ofícios, não hesitaram em me orientar neste trabalho.

”Se um de vocês quer construir uma torre, primeiro senta e calcula quanto vai custar, para ver se o dinheiro dá. Se não fizer isso, ele consegue colocar os alicerces, mas não pode terminar a construção. Aí todos os que virem o que aconteceu vão caçoar dele, dizendo: Este homem começou a construir, mas não pôde terminar!” Luc. 14:28-30

Resumo

Diante de tantos desafios enfrentados na sociedade contemporânea, temos a questão das finanças. Durante a Pandemia ocorreram várias transformações sociais e entre elas a perda de emprego, os auxílios governamentais, a ampliação de mercados financeiros digitais, empresas falindo e outras crescendo. Aqueles que estavam organizados financeiramente sofreram menos durante todo o período da Pandemia, porém, os demais sofreram muito e tinham até que esperar auxílio do governo. Pensando numa melhor organização financeira para os estudantes e suas famílias a partir da escola, a nossa pesquisa tem como foco realizar um estudo sobre a Educação Financeira e Matemática para desenvolver uma proposta de sugestão de uma disciplina eletiva em Educação Financeira na 1ª série do Ensino Médio. Para atingir o nosso objetivo, utilizamos o documento da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) com os Itinerários Formativos no Novo Ensino Médio em nosso país, dentre outras pesquisas realizadas no âmbito da Educação Financeira. Trazemos problemas relacionados a vida financeira cotidiana, bem como ferramentas matemáticas para auxiliar nas resoluções, sempre fazendo a interligação entre Educação e Matemática Financeira.

Palavras-chave: Finanças; Matemática; Ensino Médio; BNCC.

Abstract

Fighting against several challenges faced by the society nowadays. We've got the finance issue. During the pandemic many social transformations happened, among them the loss of jobs, governmental help, spreading digital financial market, companies bankruptcy and others growing. Those people who were financially organized had less suffering during the pandemic time but other citizens suffered a lot even having to wait for government help. Concerned about a better organized financial life for the students and their families from the school our research focuses on conducting a study on Financial Education and Mathematics to develop a suggestion proposal of an elective subject at Financial Education for the first grade level of High School. Objecting to search our aim, we use the document of National Strategy for Financial Education (ENEF) and National Common Curricular Base (BNCC) with the ways to follow in the New High School in our country, in another research realized in the Financial Education. We bring problems related to daily financial life as well the mathematical tools to help with solving always doing the linking the Education with the Financial Mathematics.

Keywords: Finance; Matematic; High School; BNCC.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	FUNDAMENTOS DA PESQUISA	7
2.1	EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA	7
2.2	MATEMÁTICA FINANCEIRA NA BNCC	14
2.3	EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA	18
3	ATIVIDADES DE MATEMÁTICA VISANDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA	22
3.1	ATIVIDADES	22
3.1.1	Planilha orçamentária pessoal	23
3.1.2	A Porcentagem, as taxas de juros e os índices econômicos do país	24
3.1.3	Produtos de Investimentos	25
3.1.4	Empréstimos e/ou Financiamentos	28
3.2	MATEMÁTICA FINANCEIRA NAS ATIVIDADES	30
3.2.1	Porcentagem e aplicações	30
3.2.2	Juros Compostos e Funções	37
3.2.3	Valor Atual e Sequência Uniforme de Pagamentos	42
4	A CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL	49
4.1	PLANILHA ORÇAMENTÁRIA PESSOAL	50
4.1.1	(M1) Coleta de dados referente a finanças pessoais	51
4.1.2	(M2) Apresentação de um modelo de Planilha Orçamentária	51
4.1.3	(M3) Elaboração da própria Planilha Orçamentária Pessoal	53
4.2	PORCENTAGEM - ALGUMAS APLICAÇÕES NO MERCADO FINANCEIRO	54
4.2.1	(M4) A porcentagem, os impostos e índices econômicos	54
4.3	PRODUTOS DE INVESTIMENTOS	58

4.3.1	(M5) Principais produtos de Renda Fixa	58
4.3.2	(M6) Problemas relacionados a aplicações em Renda Fixa	61
4.4	EMPRÉSTIMOS E/OU FINANCIAMENTOS	69
4.4.1	(M7) Problemas que envolvem empréstimos e/ou financiamentos	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
	APÊNDICES	80
.1	APÊNDICE A - Matemática Financeira e Educação Financeira	80
.2	APÊNDICE B - Simulações de Investimentos	82

Lista de Figuras

3.1	Linha do tempo (meses)	38
3.2	Empréstimo no tempo (meses)	40
3.3	Montante	43
3.4	Dívidas no tempo (meses)	43
3.5	Prestações uniformes	46
4.1	Modelo de Planilha Orçamentária	52
4.2	Planilha Orçamentária Pessoal	53
1	Tesouro Selic x Renda Fixa	82
2	Tesouro Prefixado x Renda Fixa	83
3	Prefixado Juros Semestrais x Renda Fixa	84
4	Tesouro IPCA x Renda Fixa	85

Lista de Tabelas

3.1	Renda Fixa	26
3.2	Fundos de Investimento	27
4.1	Produtos de Renda Fixa	62
4.2	Montante após 3 anos	64
4.3	Aplicações Financeiras	67

Lista de Quadros

2.1	Competências e Habilidades	17
3.1	Fundo de Investimentos	28
4.1	Cronograma	50
4.2	Planos e Carência	68
1	Dissertações do Profmat	80

1 INTRODUÇÃO

Sempre fui muito curioso na área financeira, desde criança tinha o sonho de ser bancário mas por circunstâncias da vida e mudanças nos regimes de trabalho, escolhi ser professor, porém, nunca me desliguei do aspecto de economia. Desde a infância, na família, meu pai já me ensinava que não deveria gastar todo o dinheiro que recebia, deixando sempre uma reserva para atender as necessidades, a partir daqueles momentos comecei a perceber o valor do dinheiro como uma das formas de manutenção da vida.

No decorrer dos anos, tenho percebido muitas famílias discutirem e até se divorciarem, sendo que um dos motivos apresentados é a parte financeira não estar bem equilibrada. Pessoas endividadas e sem saber o que fazer para controlar as despesas, mesmo tendo salários fixos e despesas evitáveis, havendo grandes possibilidades de ajustar as contas. Quando me deparo com tais situações sempre sinto o desejo de poder auxiliar de alguma forma.

Em alguns momentos na minha carreira profissional parei para refletir: pessoas que não conseguem se livrar das dívidas será que tiveram ou tem alguma orientação financeira para auxiliar nas diversas situações da vida cotidiana? Caso tivessem a oportunidade de estudar a Educação Financeira ainda no período escolar, será que não ajudaria a enfrentar os desafios da vida neste aspecto?

Nesta perspectiva, resolvi desenvolver essa pesquisa, visando colaboração para os alunos, ainda na fase estudantil do Ensino Médio, proporcionando um material básico que irá auxiliá-lo na tomada de decisão nas diversas transações financeiras, o que será de grande valor para que ele aprenda a viver melhor num país emergente como o nosso, com todas as suas desigualdades sociais, e ainda mais, depois de passar por uma Pandemia.

Devido a pandemia do Sars-cov 2 (Covid - 19), decretada oficialmente pela OMS em 11 de março de 2020, houve fechamento de muitos postos de trabalho por causa dos possíveis contágios da enfermidade. Uma outra consequência marcante da Pandemia foi a grande volatilidade nos mercados financeiros que atingiu todo o mundo, ocasionando preocupações com políticas

econômicas nos diversos bancos centrais mundiais na tentativa de atenuar os impactos causados pela pandemia, tais como: baixa de juros, bolsas-auxílio para diversas categorias de trabalhadores e para desempregados, entre outras (LIRA, 2020).

Neste ínterim, muitas pessoas que ainda tinham recursos financeiros disponíveis, aos poucos, começaram a estudar novas formas de investimento, inclusive houve uma grande migração para as bolsas de valores (ANBIMA, 2021), que na época estavam apresentando uma grande baixa. Pessoas que aplicavam em caderneta de poupança ou outros investimentos que dependiam de juros mais altos por parte dos bancos centrais, observaram que não estava mais valendo tanto a pena, ou seja, dinheiro deixado nessas aplicações estava perdendo mais rapidamente o valor em relação a inflação.

No Brasil, a poupança que concedia rentabilidade certa, ainda era a preferida por muitos. Porém, quando o Banco Central do Brasil resolveu baixar a taxa de juros, muitos que tinham recursos alocados em caderneta de poupança, passaram a perceber o baixo rendimento que estavam tendo e procuraram por outros tipos de investimentos ou até mesmo retiraram o dinheiro e empregaram em seu próprio negócio. Será que fizeram o melhor negócio? O que os levou tão rapidamente a pensar assim? Precisamos, devido a constantes mudanças que têm sofrido o mercado financeiro, estudar sobre investimentos, fazer os cálculos necessários para saber que tipo vale mais a pena e qual o melhor momento de investir.

Por outro lado, enquanto os recursos financeiros “ficavam parados” nos bancos e/ou instituições financeiras em diversas aplicações, presenciamos o aumento do desemprego, a escassez de recursos financeiros para muitas famílias brasileiras, o que proporcionou uma busca por auxílio governamental e fontes de renda alternativas, com a necessidade até de fazer empréstimo e/ou financiamento como possibilidade de organizar algum meio de sobrevivência. Diante desse quadro, se torna necessário saber: qual o melhor empréstimo a tomar, pensando naquele que tem as melhores condições para o pagamento?

Uma das consequências deixadas pela Pandemia foram os aumentos das dívidas entre os brasileiros. A pesquisa de endividamento e inadimplência do consumidor (Peic) – Anual e dezembro de 2021 - realizadas pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC) e divulgada em Junho de 2022, pôde constatar um elevado grau de endividamento da população brasileira. Nesse ano ocorreu um aumento maior, em termos percentuais, no total de endividados no período de 11 anos, o qual alcançou a média de 70,9% das famílias brasileiras, ou seja, algo em torno de 7 em cada 10 das famílias contraíram algum tipo de dívida com o

sistema financeiro em 2021 (CNC, 2022).

Em uma análise dos resultados das pesquisas de endividamento e inadimplência do consumidor nos biênios 2013/2014 e 2017/2018, realizada pela CNC e divulgado no Portal de Comércio do Brasil, Ribeiro et al (2021) destacam que os percentuais de dívidas das famílias no nosso país foram menores em 2013/2014 e em 2017/2018 comparando com os anos 2020/2021. Nesses primeiros biênios foram realizados os mapeamentos das iniciativas de educação financeira no Brasil, implementados pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF). Desse modo, foi percebido logo de início, a indicação de que a implementação dos projetos ocasionou uma crescente conscientização das famílias para a Educação Financeira e essa compreensão teve como consequência uma melhor organização financeira.

Diante desse quadro, percebemos a necessidade de uma Educação Financeira para os alunos do Ensino Médio, onde boa parte deles já estão para ingressar no mercado de trabalho e devem saber como administrar os recursos financeiros, e ainda mais, na maioria ao completar os 18 anos de idade, quando são oferecidas diversas formas de crédito do mercado financeiro brasileiro, até por instituições que nem sequer avaliam ou consultam serviços de proteção ao crédito, contribuindo para o avanço do número de devedores.

No ambiente escolar, especialmente na disciplina de Matemática do Ensino Médio, a parte Financeira se apresenta apenas no último ano desse nível de ensino, em um único bimestre, o que se torna bem insignificante para algo tão importante.

Com relação aos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio trazerem apenas os conteúdos de Matemática Financeira na terceira série, sempre me incomodou. Trabalhei por algum tempo com os alunos da primeira série do Ensino Médio, passava por conteúdos como Função Afim, Quadrática, Exponencial, Logarítmica e Progressões, enquanto que as aplicações na área da Matemática Financeira eram bem tímidas, como se não tivesse a devida importância, dada a quantidade ínfima de exemplos que o material didático apresentava. Na segunda série era praticamente a mesma coisa, ou ainda pior, dada a relevância que tinham os conteúdos como Matrizes e Determinantes, Análise Combinatória e Probabilidade, Funções Circulares, Geometria Plana e Espacial, alguns deles não tinham nenhuma associação com a parte financeira. Na terceira série o material didático apresentava apenas um capítulo dedicado a Matemática Financeira, o que ainda possibilitava o trabalho com uma pequena parte do assunto, sendo dado ênfase na parte da ferramenta matemática utilizada para solucionar os problemas.

A noção de Educação Financeira deveria permear por toda a Educação Básica, prin-

principalmente no Ensino Médio, onde tem a possibilidade de unir aos conteúdos de Funções e Progressões, tornando mais compreensível alguns tópicos que não tem subsídio suficiente no Ensino Fundamental. Tendo em vista que quase diariamente temos que enfrentar situações envolvendo o dinheiro, seja em casa auxiliando no orçamento com a família, no ambiente escolar ao ir e vir em transporte, no lanche que tomamos numa lanchonete, na escolha da profissão, no estágio ou primeiro emprego ou até na organização para atingir os sonhos (casamento, filhos, viagem, veículo, casa), a Educação Financeira torna-se imprescindível na tomada de decisão em cada um dos aspectos citados, dentre outros.

Recentemente, foi publicada uma outra pesquisa da CNC com relação a alta do endividamento da população brasileira no mês de agosto de 2022. Os dados apontam que o índice de endividamento passou para 79% das famílias do nosso país, com aumento de 6.1 pontos percentuais (p.p) em comparação com agosto de 2021. Para o consumo básico diário, utilizam-se o cartão de crédito e carnês de lojas. A maior alta de contas atrasadas deu-se entre as famílias de menor renda, o que revela um grande desafio na gestão de seus orçamentos, quando não conseguem honrar os compromissos, migram para os créditos disponíveis no mercado (CNC, 2022). O que corrobora com uma de nossas propostas de atividades, que é de auxiliar os alunos ainda no Ensino Médio através da elaboração de uma planilha, buscar fontes para organização de um orçamento pessoal com a finalidade de administrar melhor cada recurso que tiver acesso, inclusive saber escolher entre os créditos disponíveis.

Em virtude da pandemia, a situação das famílias brasileiras ficou ainda mais incerta e o fator de desconhecimento para gerir as finanças contribuiu significativamente para o aumento das dívidas. Uma pesquisa realizada no ano de 2019 revelou que “...menos da metade dos brasileiros entrevistados realizam reserva financeira, sendo esta um dos princípios básicos da educação financeira, o que pode ter contribuído com o crescente índice de endividamento das famílias nos anos de 2020-2021”(RIBEIRO et al, 2021, p. 10). Bem sabemos que outros fatores também contribuem para esse endividamento, como a falta de políticas públicas de apoio financeiro e geração de empregos, qualidade na educação e formação profissional, porém, a organização financeira tem que caminhar de mãos dadas com estas ações.

Será que se houvesse um maior incremento da Educação Financeira na escola, uma maior discussão do assunto entre as famílias, especialmente em administrar um orçamento por parte da população brasileira, os sofrimentos causados em consequência da Pandemia não teriam sido amenizados? O nível de endividamento das famílias teria aumentado tanto? Diante de tantos

desafios financeiros impostos às famílias brasileiras, nós, enquanto profissionais da educação atuando na área de Matemática, nos perguntamos: como, mesmo ainda no período do Ensino Médio, podemos contribuir na organização da vida financeira do aluno, de modo a ajudar a enfrentar melhor os imprevistos?

Em pesquisa realizada entre agosto e novembro de 2020 com jovens universitários brasileiros sobre os elementos antecedentes ao endividamento e a satisfação com a vida, constatou-se entre outras coisas, que as habilidades financeiras para lidar com as finanças reduziu o nível de endividamento desses jovens, entendeu-se que eles já haviam adquirido conhecimento para saber lidar com linhas de crédito e financiamentos disponíveis até aquele momento de suas vidas. Observou-se também que o nível de ansiedade em relação as dívidas impacta o grau de contentamento com a própria vida (NERI; et al, 2021).

Neste trabalho, fizemos uma consulta acurada em pesquisas no âmbito da Matemática Financeira e Educação Financeira e a partir daí, a proposta de ensino que visa apresentar o passo a passo de uma organização financeira, desde o orçamento pessoal, contribuindo para um consumo consciente mesmo antes do ingresso no mercado de trabalho, reconhecer como são feitos os cálculos dos juros ou rendimentos tanto de recursos aplicados, bem como de empréstimos realizados, alguns tipos de investimentos disponíveis no mercado financeiro brasileiro e os principais empréstimos e/ou financiamentos realizados pelas instituições financeiras em nosso país. Trabalhando ainda na primeira série do Ensino Médio, fazendo um paralelo entre as funções que são estudadas neste nível de escolaridade, sempre associando o conteúdo matemático aos aspectos de noções da Educação Financeira, integrando os conhecimentos na tentativa de uma formação mais completa na área.

Para isso vamos fundamentar o nosso trabalho em pesquisas realizadas por Silva e Powell (2013), Zat (2022), Ribeiro (2021), Baroni (2021), Jezzi, Hazzan e Degenszajn (2013), na Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) para as escolas de Educação Básica e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), onde trata dos Itinerários Formativos, especialmente no que diz respeito as Disciplinas Eletivas e documentos oficiais de regiões brasileiras que já estão implementando o Novo Ensino Médio, mesmo que ainda de forma gradual.

Este trabalho tem como objetivo geral consultar materiais frutos de pesquisas na área de Educação Financeira, tendo como ferramenta indispensável a Matemática Financeira, a BNCC, documentos oficiais do país que possibilita o trabalho com disciplina eletiva e apresentar uma sequência didática para o Ensino Médio em Educação Financeira para a cidadania a ser aplicada

neste nível de ensino, em uma disciplina eletiva, no novo modelo do Ensino Médio do nosso país.

Para alcançar este objetivo, elencamos como objetivos específicos:

- Realizar um estudo na BNCC nas diretrizes do Ensino Médio e documentos oficiais sobre aspectos relacionados a Educação Financeira e orientações oficiais para implantação de disciplinas eletivas.
- Consultar os modelos de Itinerários Formativos aplicados em alguns estados do Brasil.
- Desenvolver uma pesquisa em estudos realizados sobre Educação Financeira e Matemática Financeira no Profmat e em outros programas de pós-graduação em nosso país.
- Elaborar um Produto Educacional em forma de sequência didática que abordam a Educação Financeira e Matemática Financeira.

Diante destes objetivos, iremos selecionar alguns tópicos da Matemática Financeira como suporte ou subsídio para entender como funcionam melhor os produtos de investimentos e empréstimos do país e por fim um Produto Educacional elaborado de acordo com as diretrizes apresentadas na BNCC para o Ensino Médio.

A dissertação está organizada com este capítulo, contendo as principais motivações que nos levaram a realizar esta pesquisa; no capítulo 2 apresentamos os fundamentos da pesquisa nos documentos oficiais como a BNCC com suas Competências Específicas e Habilidades na área Matemática e suas Tecnologias bem como os Itinerários Formativos, nos quais temos a possibilidade de implementação da Disciplinas Eletivas para compor o currículo ainda no Ensino Médio, pesquisas realizadas em Educação Financeira nas escolas, as quais utilizamos como base para o nosso trabalho; no capítulo 3 mostramos algumas atividades pensando numa Educação Financeira contextualizada e apresentamos ferramentas da Matemática Financeira com exemplos para auxiliar na resolução das atividades e o capítulo 4 vem com a sequência didática sugestiva a ser aplicada no segundo semestre da 1ª série do Ensino Médio.

2 FUNDAMENTOS DA PESQUISA

Vamos apresentar aqui o referencial teórico utilizado na pesquisa, indicação de trabalhos desenvolvidos no âmbito da Educação Financeira e Matemática Financeira com diferentes enfoques para possível aprofundamento nesta área do conhecimento e também partes em que os documentos oficiais tratam do assunto.

2.1 EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA

Iniciamos a nossa pesquisa documental voltada para o ano de 2003, período em que a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), através de seus países membros, incluem a temática da Educação Financeira em sua pauta de discussão. Como resultado, foi elaborado o Projeto Educação Financeira pelo programa de trabalho da OCDE e aprovado pelo conselho para 2003 - 2004, para ser desenvolvido a partir do ano subsequente (SILVA; POWELL, 2013).

O projeto teve como ponto de partida avaliar como os países membros e alguns não membros da OCDE estavam lidando com a Educação Financeira, dentro dos seus territórios e como poderiam aprimorar esses trabalhos.

No ano de 2005 foi concluída a primeira parte do projeto, onde foi elaborado um relatório que mostrou um aumento na variedade de produtos financeiros e cada vez mais o cidadão fazendo parte desse universo, tendo também que se preparar para bancar a sua própria aposentadoria, porém o conhecimento dos produtos que estavam tendo acesso não acompanhava o mesmo ritmo de desenvolvimento intelectual das pessoas na área das finanças, indicando que esses e outros fatores aumentavam a importância da Educação Financeira para a população, diante da complexidade e a variedade de produtos financeiros disponíveis, como cartões de crédito, juros, impostos, entre outros.

Em uma das seções desse documento elaborado pela OCDE, tinha a recomendação de que as práticas de uma boa Educação Financeira deveriam iniciar pela escola, e que as pessoas deveriam ser educadas financeiramente o mais breve possível em suas vivências (SILVA; POWELL, 2013). Desse modo, o cidadão terá uma orientação prévia, quando se deparar com tantos produtos disponíveis e não correrá o risco de fazer transações financeiras sem o devido preparo e evite cair em armadilhas.

Para que o trabalho se efetive em sala de aula, proporcionando uma educação financeira adequada, deve haver uma boa preparação para os educadores. A este respeito, a OCDE preconizou o desenvolvimento de programas de incentivo a formação de professores, o fornecimento de material de informação e ferramentas específicas (SILVA; POWELL, 2013).

Um dos objetivos de nosso trabalho é fornecer material para ser aplicado em sala de aula, com problemas do cotidiano, no sentido de promover uma melhor educação financeira a partir da escola. Isso corrobora com o documento da OCDE para os países membros e associados que tenham interesses comuns, como é o caso do Brasil.

A partir de 2005 com as discussões à cerca da aplicação da Educação Financeira nas escolas, surgiu um questionamento importante: deveria a Educação Financeira ser uma disciplina obrigatória ou apenas eletiva nas escolas? Diante disso, o documento apresentou uma das razões para que a disciplina fosse obrigatória, afirmando “esta é a forma mais segura de garantir sua inclusão nos programas escolares: dado que tipicamente, os currículos estão cheios, pode ser difícil assegurar um espaço para a educação financeira a menos que se torne obrigatório” (SILVA; POWELL, 2013, p. 5).

Em seguida, surgem outros questionamentos: Como a disciplina pode ser atrativa ao aluno? Quais tópicos da Educação Financeira deveriam ser abordados? Como poderia ser melhor definida a Educação Financeira? Sobre essas perguntas, grupos de estudos que faziam parte da OCDE foram observando cada realidade e tentando implementar as que trariam maiores sucessos.

Alguns países já tinham em seus currículos das escolas a disciplina de Educação Financeira. Como exemplo, temos os Estados Unidos, onde 50 estados implementavam conhecimentos da área desde 1984, atingindo alunos do nível equivalente ao nosso Ensino Médio.

A tendência para aplicação da Educação Financeira entre os países membros da OCDE estava crescendo. Observando isso, em 2007 o governo brasileiro constituiu um grupo para desenvolver uma forma de implementar a Educação Financeira em nosso país. No final do ano de

2010, através de um decreto presidencial, o governo instituiu a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF, “com a finalidade de promover a educação financeira e previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência da solidez do sistema financeiro nacional e a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores” (BRASIL, 2010).

A ENEF iniciou seus trabalhos com o conceito de Educação Financeira adotado pela OCDE, fazendo as adaptações necessárias com a finalidade de aproximar da realidade brasileira, reforçando a proposta dentro de uma política pública. Organizou ações voltadas para a população em geral, bem como para as escolas, com objetivo principal de ensinar crianças e adolescentes para o uso do dinheiro de forma consciente, adotando hábitos e comportamentos almejados.

Dando continuidade aos seus trabalhos e sob supervisão do Ministério da Educação e Cultura (MEC), a ENEF elaborou um documento com o título: Orientações para Educação Financeira nas Escolas, proporcionando um caminho a ser seguido na implementação da Educação Financeira nas escolas, que incluía formação de professores e um projeto piloto a ser realizado em escolas participantes do Programa Mais Educação¹ como uma das metas do Programa de Desenvolvimento da Educação (PDE), administrado pelo MEC, conforme dados apresentados logo abaixo².

Com todo esse empenho, o projeto piloto foi realizado em algumas escolas escolhidas em nosso país, material confeccionado para professores e estudantes, no entanto, sabemos a importância deste assunto para toda a rede de ensino e concordamos com a proposta de currículo apresentada por Silva e Powell (2013) onde apresentam a Educação Financeira nas escolas como parte da educação matemática com análise de problemas do cotidiano do aluno tendo uma boa fundamentação matemática auxiliando no momento de decidir, porém não deve se restringir apenas a disciplina de Matemática podendo se estender por outras áreas de conhecimento quando necessário.

Na proposta de currículo apresentada por Silva e Powell (2013), acreditou-se que um aluno é educado financeiramente quando consegue adquirir os seguintes parâmetros:

Frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão financeira a ser resolvida, o estudante analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e matemática;
Opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar suas ações (de consumo, de investimento,...) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo;

¹link:Programa Mais Educação(Acesso no dia 20 de Dezembro de 2022).

²link:portal.mec.gov.br(Acesso no dia 20 de Dezembro de 2022).

Desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade (SILVA; POWELL, 2013, p. 12).

Esses pontos representam muito bem a nossa intenção de trabalho quando propomos situações problemas, as quais os alunos podem encontrar em suas vivências, e assim aprendam a desenvolver o raciocínio financeiro dentro da escola ao tomar decisões com as ferramentas matemáticas disponíveis; com o conhecimento da planilha orçamentária ele consiga fazer o planejamento financeiro e possa gerir melhor seus recursos; além disso, através dessas situações problemas e definições do mercado financeiro, o aluno venha a desenvolver um olhar crítico das informações veiculadas nos diversos meios de comunicação.

Diante disso, os autores Silva e Powell (2013) ainda propõem uma boa definição para a Educação Financeira nas escolas, o que colabora com os objetivos apresentados para os alunos na inserção dessa área no currículo:

A Educação Financeira Escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino, que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12,13).

Tendo como base os objetivos traçados nesta definição e o que o aluno precisa saber para ser educado financeiramente, construir o currículo segundo Silva e Powell (2013), deve-se levar em conta três dimensões: pessoal, familiar e social, que vai desde as finanças pessoais, a influência que o aluno pode ter diante das finanças familiares, até temas relacionados ao mercado financeiro da sociedade contemporânea, além disso ainda apresenta quatro eixos norteadores para as temáticas a serem abordadas na disciplina, que são eles: noções básicas de finanças e economia; finança pessoal e familiar; as oportunidades, riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro numa sociedade de consumo e as dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a Educação Financeira, onde não devem ser esgotadas em apenas um ano, e sim, serem discutidas em toda a formação discente.

Como o nosso trabalho está sendo voltado para a primeira série do Ensino Médio, estamos focando nas noções básicas de finanças e economia, bem como nas finanças pessoais e familiares, sempre fazendo o movimento de vai e vem, entre esses tópicos e os assuntos da Matemática Financeira, com a intenção de proporcionar o conhecimento para além dos termos e definições

técnicas presentes na área financeira, deixando o caminho aberto a continuidade dos temas relacionados.

Quando esta parte da pesquisa, do processo de inserção da Educação Financeira na escola, for concluída, devem surgir outros estudos para entender e averiguar o processo de produção do entendimento dos alunos para as questões ligadas a parte financeira.

Ao mesmo tempo que acontece este processo, podem estar ocorrendo necessidades para o desenvolvimento e produção de material didático para a sala de aula, bem como, um investimento em capacitação de professores para o ensino do assunto.

Corroborando com essas ideias de discorrer sobre Educação Financeira é o mesmo que discutir os temas atuais que envolvem o dinheiro e nossa relação com ele e, como também e não poderíamos deixar de fora, o currículo e a metodologia de ensino que deverão acompanhar as transformações que ocorrerem no cenário social, sugerindo que qualquer proposta implantada em nossas escolas sempre esteja em constante atualização.

Para saber o que já tinha sido escrito de Matemática Financeira, realizamos uma busca no dia 01/09/2022 na página do PROFMAT utilizando o termo: “Matemática Financeira” com a finalidade de encontrar como o tema que também norteia a nossa pesquisa vinha sendo trabalhado, e foram encontrados 170 registros desde o ano de 2013 até a presente data, o que revela a importância e atenção dada ao assunto por parte dos professores e pesquisadores que têm passado pelo Programa. Salientamos que na maioria desses trabalhos o foco é dado nas fórmulas matemáticas e resolução de exercícios.

Em determinado momento de nossa pesquisa, recorremos a essas dissertações para uma melhor compreensão de certos conceitos e aplicações na Matemática Financeira, também para perceber as abordagens que foram apresentadas pelos professores de diferentes regiões do país. Vale salientar que apesar da grande importância do assunto, visto pelo número de dissertações que abordam o tema, encontramos apenas três dessas dissertações do Estado do Rio Grande do Norte que trazem a Matemática Financeira no seu escopo, a saber:

1) Defendida no ano de 2013 e intitulada “APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO E CUSTEIO DAS EMBARCAÇÕES DOS MUNICÍPIOS DE MACAU, GUAMARÉ E GALINHOS (RN)” de Kleber Araújo dos Santos, onde foi organizado um material de Matemática Financeira que servia de subsídio para atender os alunos do Ensino Médio da região. Percebeu-se a falta de conhecimento na área financeira por parte daqueles que precisam de tomar empréstimos ou financiamentos, passando a serem até enganados

por parte daqueles que tinham os recursos. Foi realizada uma pesquisa e organizada planilhas com os dados coletados, bem como aporte teórico na parte da Matemática Financeira com o auxílio de planilhas do Excel para melhor entendimento das taxas e juros envolvidos nestas transações.

2) “O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA: UM DIAGNÓSTICO EM ESCOLAS PÚBLICAS DE MOSSORÓ–RN” de João Maria Gondim de Aquino, defendida no ano de 2014, fez um levantamento do ensino de Matemática Financeira nas escolas públicas do município de Mossoró, segunda maior população e economia do Estado do Rio Grande do Norte. Aquino (2014, p. 57) concluiu que “a Matemática Financeira no Ensino Médio, abrange como principal função a instrumentalização dos discentes para que consigam compreender a realidade social na qual estão inseridos, e vejam que tal realidade é passível de ser transformada”.

3) A dissertação foi intitulada: “EQUAÇÕES DE RECORRÊNCIA E APLICAÇÕES COMBINATÓRIA, PROBABILIDADE, TEORIA DOS NÚMEROS E MATEMÁTICA FINANCEIRA” de Sabrina Susan Cruz no ano 2021, realizada na capital do estado, onde foi trabalhado as definições de recorrências e suas aplicações. Entre outros assuntos, foi destacada também a Matemática Financeira, que por sua vez, auxiliou no raciocínio recursivo na demonstração de algumas fórmulas desta área.

Buscamos também outros trabalhos que tratavam do mesmo assunto, agora com a frase de busca “Educação Financeira”, tema principal de nossa pesquisa, publicados dentro do programa PROFMAT no período de 2013 até Setembro de 2022, e encontramos 83 dissertações que versavam sobre o tema, destas, apenas 9 dissertações apareceram nas duas buscas realizadas, ou seja, na interseção entre os trabalhos encontrados com os termos “Matemática Financeira” e “Educação Financeira”. Deixamos, no apêndice, esse material organizado em tabela na ordem cronológica decrescente para possível consulta e um maior aprofundamento nestas áreas.

Ainda fizemos consulta em outras dissertações que tivessem relação com a Educação Financeira no Ensino Médio. A que nos chamou bastante atenção foi a pesquisa de ZAT (2022), de cunho qualitativo de análise documental e análise de conteúdo, observando as diretrizes que norteiam a Educação Financeira no país e especialmente no estado do Paraná, cujos dados foram extraídos de um conjunto de materiais usados em três aulas da disciplina de Educação Financeira, a saber: plano de aula, slides, vídeo-aula e lista de exercícios. Todas referentes ao Ensino Médio, uma delas da primeira série, uma da segunda série e outra da terceira série, no ano de 2021 no estado do Paraná, ano em que as escolas estaduais paranaenses de tempo integral passaram a

ter a Educação Financeira como Disciplina Eletiva incluída no currículo diversificado. A autora concluiu que a inclusão da disciplina no currículo já teve resultados positivos que puderam ser observados durante a pesquisa, porém a disciplina ainda necessita aprimoramento tanto nos materiais utilizados, bem como na formação de professores.

Pretendemos através desse trabalho, elaborar um material que possa auxiliar aos professores e alunos do Ensino Médio na aplicação e conhecimentos básicos de uma disciplina eletiva. Disciplina essa que venha a trabalhar a Educação Financeira com o objetivo de aprimorar ou até mesmo proporcionar uma melhor vivência do aluno com o sistema financeiro no qual está inserido.

O trabalho de Baroni (2021) aborda a importância da Educação Financeira no contexto da Educação Matemática e possibilidades na formação inicial do professor, onde aborda que a inserção deste conteúdo nas escolas deve ser de forma mais eficaz, não apenas no aspecto matemático com cálculos e registros numéricos, mas faz ressalvas da área abranger muito mais que apenas a disciplina de matemática, pois tem o aspecto sócio-econômico e outros envolvidos, e em consequência desses fatos pode ser desenvolvida de forma interdisciplinar.

Em suma, a presença da Educação Financeira nos currículos não deve se justificar apenas por fatores de ordem econômica, como aprender a consumir e se planejar, tampouco porque os organismos de avaliação escolar entenderam, por alguma razão, que devem medir tal presença nos ambientes escolares. A questão é que a Educação Financeira é uma área do conhecimento que integra outras e traz elementos importantes para a formação dos estudantes, em especial à formação para a cidadania (BARONI, 2021, p. 79).

A Educação Financeira deve ser um meio de buscar entender a vida financeira, analisando de forma crítica a sociedade. Desse modo, se faz necessário que tanto o professor como o aluno tenham conhecimento das discussões sobre Educação Financeira, o que tem uma significativa importância para refletir sobre qual o seu papel na sociedade contemporânea.

Para tornar mais claro em seu trabalho, Baroni (2021) cita, como exemplo, a decisão de financiar um imóvel e os muitos elementos envolvidos, o que vai além dos aspectos matemáticos na negociação, como análise econômica, emocional, riscos ao projeto de vida, que vão além dos cálculos para saber se atende ao orçamento, se os juros cobrados estão de acordo com o praticado pelo mercado, qual o banco ou instituição financeira oferece a melhor condição, tudo isso anteriores à tomada de decisão.

Dessa forma, pensamos em uma disciplina que venha a trabalhar vários aspectos da vida financeira, trazendo conceitos tanto do universo matemático, como também de cunho econômico

e social, aliando a Educação Financeira com a Matemática Financeira, buscando uma melhor interação entre a escola e o meio em que vive o aluno.

Na próxima seção, trataremos a importância da Educação Financeira no Ensino Médio tomando como parâmetro principal a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2.2 MATEMÁTICA FINANCEIRA NA BNCC

A BNCC foi elaborada de forma participativa, consultando profissionais de educação nas diversas regiões do país, buscando obter um documento que retrate a diversidade dos saberes necessários na formação do cidadão a partir da Educação Básica, para enfrentar os grandes desafios da sociedade contemporânea. Elaborada com objetivo de que, aos sistemas e redes de ensino incorporar aos currículos e propostas pedagógicas temas da atualidade que tenham uma relevância na vida social, de forma transversal e integradora, e entre esses temas destaca-se a Educação Financeira, tendo como base o Parecer CNE/CEB nº 11/2010 e Resolução CNE/CEB nº 7/2010.

A BNCC ainda aborda que temas, como da Educação Financeira, devem ser apresentados de forma contextualizada e com uso das novas tecnologias digitais. A matemática apresenta-se no Ensino Médio com um desafio de não se mostrar apenas como conjunto de regras e técnicas, mas também como fazendo parte da história e cultura.

Pessoa (2022), transcreve as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos no Ensino Médio em Matemática Financeira, previstas na BNCC. Traz uma proposta onde elaborou um Produto Educacional contendo sete situações-problemas que contemplam a maior parte das habilidades referentes à Matemática Financeira contidas na BNCC, embora não as cita em cada uma das respectivas atividades, contudo, o trabalho realizado pode servir de um bom subsídio para os professores aplicarem no Ensino Médio.

No nosso trabalho, apresentamos uma sequência didática com os principais tópicos de Matemática Financeira apontados na BNCC, indicando em cada um dos problemas apresentados nesses tópicos a respectiva competência e habilidade associada, problemas estes relacionados ao cotidiano e como podem ser resolvidos utilizando ferramentas matemáticas, permitindo ao leitor ou ao aluno a ampliação dos horizontes nas habilidades da BNCC.

A Matemática Financeira no Ensino Médio relaciona-se com o que a BNCC chama também de Educação Financeira, que de acordo com o documento está presente nas competências

específicas. A competência específica 1 diz:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda **questões econômicas** ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral (BRASIL, 2017, p.524, destaque nosso).

No nosso país, existem parâmetros que servem de base para o bom andamento da economia, e entre esses parâmetros podemos destacar: a Taxa Selic, o Índice Nacional de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA), o Índice Geral de Preços de Mercado IGPM, o Produto Interno Bruto (PIB), o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), os quais, utilizam dados numéricos, que podem ser melhor interpretados com um conhecimento matemático. A partir desses e alguns outros dados, temos, como consequência, mudanças em vários setores da economia, no mercado de trabalho, no investimento do setor público e privado, o que afeta diretamente o nosso estilo de vida.

Para os alunos, que por sua vez tenham contato através de meios de comunicação diversos a estes índices econômicos, é muito viável ter o acesso a Educação Financeira ainda na escola para dispor de meios de interpretar criticamente e aprender a agir de acordo com cada momento a enfrentar na vida.

A competência específica 2 nos diz:

Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e **tomar decisões éticas e socialmente responsáveis**, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática (BRASIL, 2017, p. 526, destaque nosso).

Sendo assim, no aspecto da Educação Financeira, espera-se que o aluno tenha certa organização, o que pode ser feito a partir do que se ganha ou tem em mãos. Nesse caso, uma atividade que pode contribuir seria iniciada com uma listagem do que tem ou ganha e como gasta em cada mês, na utilização de planilhas orçamentárias para facilitar esta listagem e até ajudar a saber quanto sobra de fato, a partir daí sim, ter a oportunidade de tomar decisões responsáveis nesta área da vida.

A competência específica 3 afirma que devemos:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em ... - Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística - **para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente** (BRASIL, 2017, p. 527, destaque nosso).

No que diz respeito à Matemática Financeira, existem várias fórmulas e diversos exemplos, inclusive nos trabalhos de dissertações citados anteriormente, que vem a nos auxiliar em vários problemas financeiros do cotidiano, seja em casa com orçamento familiar, na organização das finanças, em compras, vendas, empréstimos, entre outros.

A competência específica 4 afirma:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solucionar e apresentar os resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o **desenvolvimento do raciocínio matemático** (BRASIL, 2017, p.530, destaque nosso).

Em todas as situações que tem relações com as finanças e necessita de cálculos, nesta competência, aparece como forma de ampliação dos conhecimentos, pois além da organização devemos desenvolver bem o raciocínio matemático que auxiliará em todas as escolhas de ordem financeira a nós remetidas, quais sejam, como adquirir melhor alimento, vestimenta, veículo, casa, sempre considerando o melhor custo benefício, não apenas o preço de cada item necessário para sobrevivência.

A competência específica 5 afirma que o aluno deve:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como **observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais**, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2017, p. 532, destaque nosso)

O que vemos aqui é a união do conhecimento matemático ao raciocínio, visto nas diversas situações do cotidiano envolvendo a parte da Matemática Financeira, de modo a observar os padrões por elas apresentadas, e quando possível aliar as tecnologias digitais como meio de auxílio, dando agilidade aos cálculos e favorecendo a tomada de decisões de forma mais rápida e precisa, tanto para instituições financeiras, comércio em geral, bem como para o aluno, futuro consumidor que detém este conhecimento.

Para cumprir essas competências específicas, indicamos algumas habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos, de acordo com a BNCC, das quais a Matemática Financeira aparece de forma marcante.

EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos das Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT104: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números.

EM13MAT203: Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

EM13MAT303: Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial.

EM13MAT304: Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.

EM13MAT305: Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

EM13MAT405: Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.

EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros. (BRASIL, 2017, p. 525 - 533)

No Quadro 2.1, relacionamos as habilidades citadas anteriormente com a sua respectiva competência específica:

Quadro 2.1: Competências e Habilidades

Competência Específica	Habilidades Associadas
1	(EM13MAT101), (EM13MAT104)
2	(EM13MAT203)
3	(EM13MAT303), (EM13MAT304), (EM13MAT305)
4	(EM13MAT405)
5	(EM13MAT503)

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como é possível observar cada habilidade é representada por um código alfanumérico, que iremos explicar o seu significado por partes para que entendamos o todo, utilizando como

exemplo a habilidade (EM13MAT503):

EM - o primeiro par de letras indica a etapa do ensino, no caso é o Ensino Médio.

13 - o primeiro par de números indica que a habilidade pode ser desenvolvida em qualquer ano (série) do Ensino Médio, de acordo com os currículos.

MAT - a segunda sequência de letras indica a área, se forem três letras, ou componente curricular, se forem apenas duas letras, no nosso caso a área de Matemática e suas Tecnologias.

503 - os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidade (1º número) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números). Vale destacar que o uso de numeração sequencial para identificar as habilidades não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens. Cabe aos sistemas e escolas definir a progressão das aprendizagens, em função de seus contextos locais.

No nosso trabalho, cada problema proposto na seção 3.1 que contemplará o nosso Produto Educacional tem como base estas competências e habilidades citadas na BNCC, que os alunos necessitam desenvolver durante o período do Ensino Médio.

No próximo tópico, iremos detalhar melhor como a Educação Financeira pode ser inserida como Disciplina Eletiva no novo modelo do Ensino Médio do nosso país.

2.3 EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO DISCIPLINA ELETIVA

A disciplina eletiva dedicada a Educação Financeira nas escolas pode ter como suporte inicial o documento publicado pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) para o ensino do conteúdo que diz “a Educação Financeira nas escolas se apresenta como uma estratégia fundamental para ajudar as pessoas a realizar seus sonhos individuais e coletivos” (ENEF 2013, p. 8). O que pode perfeitamente ser estendido nos dias atuais como essencial para aprender a lidar com os recursos financeiros, viver de forma equilibrada e não incorrer em dívidas sem necessidade.

Outro documento importante que corrobora com o ensino de Educação Financeira nas escolas de Ensino Médio do nosso país é a BNCC, que coloca como possibilidade de aplicação numa disciplina entre os itinerários formativos, onde diz: “O currículo do ensino médio será composto pela BNCC e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade

dos sistemas de ensino” (BRASIL, 2018, p. 467).

Em nosso país, a expressão “itinerário formativo” tem sido utilizada no âmbito da educação profissional, que se refere à maneira como se organizam os sistemas de formação profissional ou, ainda, às formas de acesso às profissões. Porém, na Lei nº 13.415/17³, a expressão foi utilizada em referência a itinerários formativos acadêmicos, o que supõe o aprofundamento em uma ou mais áreas curriculares, e também, a itinerários da formação técnica profissional.

A BNCC, com relação ao Ensino Médio, afirma não constituir o currículo dessa etapa, mas definir as aprendizagens essenciais a ser garantidas a todos os estudantes e orienta a (re)elaboração de currículos e propostas pedagógicas, seja no que diz respeito ao âmbito específico da BNCC, seja no tocante à organização e à proposição de itinerários formativos. Veja o que afirma:

Os sistemas de ensino e as escolas devem construir seus currículos e suas propostas pedagógicas, considerando as características de sua região, as culturas locais, as necessidades de formação e as demandas e aspirações dos estudantes. Nesse contexto, os itinerários formativos, previstos em lei, devem ser reconhecidos como estratégicos para a flexibilização da organização curricular do Ensino Médio, possibilitando opções de escolha aos estudantes (BRASIL, 2018, p. 471).

Com isso, as escolas de Educação Básica sob orientação de suas diretorias regionais, especialmente do Ensino Médio, com a implementação do Novo Ensino Médio, ficam com a responsabilidade de organizar os currículos, desse modo, podem junto a comunidade escolar empreender esforços para ter a disciplina de Educação Financeira, tão necessária ao estudante atualmente, como opção dentre as disciplinas eletivas para compor o currículo.

A Lei nº 13.415/2017 alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e também estabeleceu uma mudança na estrutura do Ensino Médio, e entre as alterações está a ampliação do tempo mínimo do estudante na escola de 800 horas para 1.000 horas anuais até o ano de 2022, e define uma nova organização curricular com maior flexibilidade, contemplando a BNCC na oferta de diversos campos de escolhas aos alunos com foco nas áreas de conhecimento e também na formação técnica e profissional, os chamados itinerários formativos.

Essa mudança tem como objetivos garantir a oferta de educação de qualidade a todos os estudantes no país e de aproximar as escolas à realidade dos estudantes atualmente, com as novas demandas, no mundo do trabalho e da vida social. As recentes atualizações trouxeram

³altera as Leis 9.394/96, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494/2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452/43, e o Decreto-Lei nº 236/67; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral.

alterações para a organização curricular no Ensino Médio em duas partes principais indissociáveis: Formação Geral Básica (FGB) com até 1800 horas de trabalho pedagógico, e os Itinerários Formativos (IF) com, no mínimo, 1200 horas.

A FGB é composta pelas quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Os IF além de compreender as quatro áreas citadas, ainda tem a Formação Profissional e Técnica, bem como aprofundamento e ampliação de aprendizagens.

Os IF são compostos por três tipos de unidades curriculares: Projeto de Vida, Eletivas Orientadas e Trilhas de Aprendizagem. O nosso trabalho de uma Disciplina Eletiva é pautado na parte de Eletivas Orientadas, que pode ser desenvolvida por meio de estratégia pedagógica diversificada, em que os estudantes poderão escolher dentre as opções que serão apresentadas.

A proposta da disciplina eletiva de Educação Financeira vem a contribuir para compor o currículo do Novo Ensino Médio, no Eixo Estruturante Empreendedorismo, para uma sociedade em constantes transformações, o que afeta o mundo do trabalho e a organização financeira, os quais precisam estar bem alinhados para uma melhor convivência social e responsabilidade civil.

Assim como identificamos as Habilidades associadas as Competências Específicas da BNCC para elaborar os problemas do nosso trabalho relacionados a Educação Financeira, aqui vamos apresentar as Habilidades Específicas associadas ao Eixo Estruturante Empreendedorismo dos Referenciais Curriculares para construção dos IF, criados a partir da BNCC em consonância com a área Matemática e Suas Tecnologias.

À esquerda, trazemos o código referente a Habilidade Específica e logo a frente a descrição correspondente.

EMIFMAT10: Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados à Matemática podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

EMIFMAT11: Selecionar e mobilizar intencionalmente conhecimentos e recursos da Matemática para desenvolver um projeto pessoal ou um empreendimento produtivo.

EMIFMAT12: Desenvolver projetos pessoais ou produtivos, utilizando processos e conhecimentos matemáticos para formular propostas concretas, articuladas com o projeto de vida. (BRASIL, 2019, p. 13)

Percebemos o quanto a Matemática está presente nas Habilidades Específicas tratadas acima, atua como uma ferramenta indispensável para todo o nosso trabalho. Desse modo, vamos abordar os problemas da parte financeira sempre utilizando a Matemática nos diversos problemas com a finalidade de uma maior conscientização em todos os aspectos da Educação Financeira.

Ao observar os documentos oficiais que tratam da oferta das disciplinas eletivas, do Distrito Federal, São Paulo e do Rio Grande do Norte, buscamos elaborar uma proposta de disciplina eletiva de acordo com a carga horária considerada nestes documentos, pois uma das principais finalidades é que cada disciplina eletiva seja ofertada em um semestre com 2 créditos, isto é, com 2 aulas por semana, proporcionando oportunidade ao aluno de diversificar o seu currículo, ainda cursando o Ensino Médio.

Nesse sentido é que trazemos a nossa proposta de Educação Financeira nas escolas de Ensino Médio do Brasil, como opção entre as disciplinas eletivas a fim de compor os itinerários formativos, conforme já orientava a ENEF e no formato do Novo Ensino Médio segundo alteração na LDB em consonância com a BNCC, como uma alternativa de preparo inicial ou continuado do aluno nesse nível de escolaridade.

Logo mais, iremos apresentar problemas relacionados ao nosso cotidiano financeiro, onde o aluno pode se encontrar em qualquer um deles e aprender a lidar com as diversas situações que enfrentamos em nosso dia a dia.

3 ATIVIDADES DE MATEMÁTICA VISANDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Pensando em contribuir para um melhor entendimento da Educação Financeira, trazemos aqui algumas atividades dentro da área que envolvem também conteúdos matemáticos, bem como alguns assuntos da Matemática Financeira que auxiliarão na resolução de tais problemas.

3.1 ATIVIDADES

Trabalhamos neste capítulo as atividades selecionadas, voltadas para o melhor conhecimento da Educação Financeira, desde a organização do orçamento, bem como os problemas que necessitam da colaboração matemática, tornando o leitor mais consciente em determinadas transações financeiras realizadas no seu cotidiano.

De uma forma geral, a sequência didática que será apresentada nesta seção tem os seguintes objetivos:

- Ensinar a utilizar a planilha de orçamento pessoal organizada pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), conhecida como Bolsa de Valores do Brasil.
- Levar o estudante a criar a própria planilha orçamentária no Planilha Google (aplicativo do sistema Android que pode ser baixado facilmente no Play Store do smartfone), Excel ou Calc no Windows ou Libre-Oficce do computador.
- Mostrar como se calcular as principais taxas de juros aplicadas em nosso país.
- Apresentar alguns dos principais produtos de investimentos em Renda Fixa no Brasil, vantagens e desvantagens.

- Exibir algumas das principais linhas de crédito e financiamento do mercado financeiro brasileiro.

3.1.1 Planilha orçamentária pessoal

Nesta atividade vamos propor ao aluno que tragam duas listas, uma contendo todas as receitas (o que ganha durante o mês em recursos financeiros) e a outra, com todas as despesas (seus gastos pessoais). Em seguida, vamos pedir que os alunos façam uso do smartfone ou computador para fazer um download do modelo de planilha orçamentária organizada pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), atualmente conhecida como B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) e disponível através do link: modelo de planilha (acesso em 12 de dezembro de 2022). Com os dados em mãos e a planilha no smartfone e/ou computador, vamos inserir os dados e aprender a utilizar essa planilha.

Quando já estiverem familiarizados com a planilha, iremos elaborar uma planilha orçamentária pessoal personalizada no “Planilhas Google”, disponível no Play Store do Android no smartfone, Excel ou Calc no computador ou ainda outro programa similar em outros sistemas, seja do smartfone ou até mesmo online, através de um computador pessoal com acesso a internet, para cada aluno ter sua autonomia em fazer as alterações que se fizerem necessárias e adequar aos diversos momentos da vida pessoal.

Objetivos

- Apresentar um modelo de planilha orçamentária aos alunos;
- Identificar de onde vem e para onde vai o nosso dinheiro;
- Ter maior controle nas finanças;
- Aprender a administrar os recursos financeiros;
- Compreender e se familiarizar com alguns termos utilizados na Educação Financeira, tais como: receita, despesas fixas, variáveis e extras, investimentos, saldo.

Material necessário

- Listar as receitas e despesas pessoais por um período de um mês;
- Smartfone ou computador com acesso a internet e que possa baixar uma planilha orçamentária e pelo menos um aplicativo;

Avaliação

- A avaliação dar-se-á de forma processual no compromisso de participação dos encontros e esforço para organizar os materiais necessários para o bom andamento das aulas.

3.1.2 A Porcentagem, as taxas de juros e os índices econômicos do país

Na segunda atividade, faremos uma revisão do conteúdo de Porcentagem e sua aplicação em taxas percentuais de juros e alguns índices econômicos do nosso país - como calcular de forma prática utilizando uma calculadora simples ou mesmo a do smartfone - trazendo exemplos que impactam diretamente as nossas vidas, conhecendo um pouco como as instituições financeiras, comércio e Estado aplicam as suas taxas de juros e sempre fazendo registros para interpretar os dados da melhor forma possível.

Conteúdos

- Porcentagem, variação percentual, inflação e juros simples.

Objetivos

- Compreender os aumentos e descontos percentuais aplicados pelo comércio através dos cálculos;
- Aprender a fazer os cálculos das taxas de juros de algumas instituições financeiras;
- Introduzir como são calculados alguns índices econômicos do país;
- Aplicar esses conhecimentos em exemplos do cotidiano.

Material necessário

- Caderno, lápis, calculadora (pode ser a do smartfone), livro didático que contenha o assunto.

Avaliação

- A participação em aula e o empenho na resolução dos exemplos e problemas propostos.

Veremos três problemas que foram elaborados pelo próprio autor, tomando situações diferentes, buscando aproximar o máximo possível das atividades cotidianas, onde pode haver interpretações diversas, cálculos e discussões na tentativa de um consenso pelo melhor custo-benefício em cada circunstância apresentada.

Problema 1

Imagine que ao chegar o final de ano José recebe o carnê do Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) no valor de R\$ 472,42 com as seguintes informações sobre o pagamento:

- Pague até o final de Janeiro de 2023 e tenha 5% de desconto
 - Pague até o final de Fevereiro de 2023 e tenha 3% de desconto
 - Parcele em 4 vezes, com parcelas iguais, e sem acréscimos a partir de Setembro de 2023.
- Calcule o valor das três formas de pagamento e descreva qual a forma que você diria para José

escolher, argumentando o motivo da escolha (sabendo que José é organizado e se planejou para qualquer uma das formas de pagamento).

Problema 2

Agora, caso José (problema 1) tenha opção de fazer uma aplicação financeira com o dinheiro que dispõe para pagar o IPTU, com rendimento de 1% ao mês, ainda deveria fazer a mesma escolha que você indicou para ele fazer no problema anterior? Explique a sua resposta?

Problema 3

Seu Antônio vai ao supermercado uma vez por mês e percebe que os preços das mercadorias sempre estão aumentando, contudo, ao assistir os noticiários, vê uma matéria sobre economia dizendo que o país teve deflação nos últimos meses. Essas informações divergem? Pode ocorrer das mercadorias no supermercado subirem e a inflação cair?

3.1.3 Produtos de Investimentos

Ao conhecer como se encontra a vida financeira pessoal através da primeira atividade e tendo observado como são calculadas as taxas de juros, trazemos como pano de fundo alguns dos principais produtos de investimentos de Renda Fixa (todo tipo de investimento que tem regras de rendimento pré-definidas. Na hora de aplicar, o investidor já fica sabendo o prazo e a taxa de rendimento ou o índice que será usado para valorizar o dinheiro investido).

Veremos também exemplos práticos e simulações de aplicação financeira em Caderneta de Poupança, CDB, LCI, LCA, Tesouro Direto, supondo que temos certa quantia e queremos investir por um, dois ou até 5 anos. Iremos construir uma tabela para melhor visualização, considerando as regras vigentes em nosso país. Também poderemos perceber o crescimento desse valor ao longo do tempo de forma exponencial.

Aqui, vamos apresentar nos problemas, os investimentos de baixo risco com a finalidade de orientação para os investidores iniciantes formarem a sua reserva de emergência ou patrimônio inicial, visto que o nosso trabalho tem o objetivo de destacar a Educação Financeira.

Pré-requisitos ou conteúdos

- Principais produtos de Renda Fixa, Juro Composto, Função Exponencial e Função Logarítmica.

Objetivos

- Conhecer alguns dos principais tipos de investimento em Renda Fixa do Brasil.
- Entender como calcular os juros das aplicações financeiras estudadas.
- Identificar o crescimento exponencial com o passar do tempo.
- Aplicar os conhecimentos adquiridos nos problemas.

Material necessário

- Caderno, lápis, calculadora (pode ser a do smartphone), livro ou apostila com os assuntos e os principais investimentos em Renda Fixa da seção 4.3.1.

Avaliação

- Será por meio das resoluções apresentadas nos exemplos e problemas propostos, observando mais o processo que o resultado em si.

Neste momento, passaremos aos problemas relacionados aos produtos de investimentos em Renda Fixa, visando uma melhor fixação do conteúdo e termos correlacionados.

Problema 4

Lídio, conseguiu fazer um fundo de reserva e abriu recentemente uma conta numa corretora de valores (instituição financeira que intermedeia a compra e venda de ativos financeiros) e vai iniciar sua aplicação financeira. Ele deseja aplicar R\$ 1.000,00 por um período de 3 anos em Renda Fixa e encontrou no aplicativo da instituição as opções que constam na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Renda Fixa

Produto	Rentabilidade em Juros Compostos	Imposto de Renda
Poupança	0,6% ao mês	Isento
CDB	14,5% ao ano	15% sobre o rendimento
LCI	90% do CDI (CDI médio de 13% ao ano)	Isento
LCA	10% ao ano	Isento
Tesouro Selic	13,7% ao ano	13% sobre o rendimento

Fonte: Elaborada pelo autor.

Do ponto de vista econômico, qual a melhor opção de aplicação para Lídio? (Dica: acrescente mais uma coluna a tabela acima e coloque os valores finais em cada aplicação)

Problema 5

Considerando que a taxa de inflação, medida no mesmo período do problema 4, foi de aproximadamente 12% ao ano, existe alguma aplicação na tabela 3.1 que não compensa, comparando com a inflação do período? O que significa fazer essas aplicações?

Problema 6

Um conjunto de sofás é vendido a prazo em 5 prestações mensais de R\$ 400,00 cada uma no cartão de crédito, sendo a primeira prestação a ser paga um mês após a compra, coincidindo com o vencimento do cartão. Se o pagamento for à vista, o preço cobrado é de R\$ 1.750,00. Qual a melhor alternativa de pagamento de um comprador que tem esse dinheiro e consegue aplicar num produto de investimento à taxa de juros igual a 2% a.m.? (adaptado de IEZZI, 2013, p. 61)

Problema 7

Um investidor deseja aplicar R\$ 10.000,00 durante um mês em um dos fundos de investimento de um banco. O agente de investimentos desse banco apresentou dois tipos de aplicações financeiras: a aplicação Básica e a aplicação Pessoal, cujas informações de rendimentos e descontos de taxas administrativas mensais são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Fundos de Investimento

Aplicação	Taxa de rendimento mensal	Taxa administrativa mensal
Básica	0,542%	R\$ 0,30
Pessoal	0,560%	3,8% sobre o rendimento mensal

Fonte: ENEM 2020

Consideradas as taxas de rendimento e administrativa, qual aplicação fornecerá maior valor de rendimento líquido a esse investidor e qual será esse valor?

Problema 8

Uma pessoa fez um depósito inicial de R\$ 200,00 em um fundo de Investimentos que possui rendimento constante sob juros compostos de 5% ao mês. Esse Fundo possui cinco planos de carência (tempo mínimo necessário de rendimento do Fundo sem movimentação do cliente). Os planos são os apresentados no Quadro 3.1:

Quadro 3.1: Fundo de Investimentos

PLANOS	CARÊNCIA
A	10 meses
B	15 meses
C	20 meses
D	28 meses
E	40 meses

Fonte: Elaborado pelo autor.

O objetivo dessa pessoa é deixar essa aplicação rendendo até que o valor inicialmente aplicado duplique, quando somado aos juros do fundo. Considere as aproximações: $\log 2 = 0,30$ e $\log 1,05 = 0,02$.

Para que essa pessoa atinja seu objetivo apenas no período de carência, mas com a menor carência possível, deverá optar por qual plano? (ENEM 2019)

3.1.4 Empréstimos e/ou Financiamentos

Aqui iremos propor simulações de alguns dos principais créditos, empréstimos ou financiamentos do mercado financeiro do nosso país para saber qual o melhor, em termos econômicos, a fazer, caso tenha necessidade. Vamos abordar apenas aqueles que fazem parte do início da convivência econômica dos alunos, observando também a Matemática por trás deles.

Pré-requisitos

- Principais linhas de créditos adotados no Brasil, Desconto, Valor atual de um conjunto de capitais, Sequência uniforme de pagamentos, Montante de uma sequência uniforme de pagamentos.

Objetivos

- Entender os principais tipos de empréstimos e/ou financiamentos realizados no país.
- Identificar, do ponto de vista econômico, o melhor tipo de empréstimo e/ou financiamento.
- Realizar cálculos, com auxílio de uma calculadora científica do smartfone ou própria, para perceber como os valores decrescem, ou crescem em caso de inadimplência.

Material necessário

- Caderno, lápis, calculadora (pode ser a do smartfone), livro didático com os assuntos e o conteúdo da seção 3.2.3.

Avaliação

- Será realizada através da resolução dos exemplos e problemas propostos, sendo que ao final dos encontros tudo deverá ser organizado num portfólio e entregue ao professor.

Nos problemas que trataremos a seguir, daremos maiores detalhes desses tipos de financiamentos, proporcionando um conhecimento que vai além das propagandas e auxilia a tomar melhores decisões no momento de escolher entre alguns tipos de financiamentos do mercado financeiro de nosso país.

Problema 9

Soraya tem um dinheiro aplicado em um CDB de uma instituição financeira no Brasil que está rendendo 10% ao mês. Suponha que, com esse dinheiro, deseja comprar um smartfone e tem duas opções de pagamento:

(I) À vista no valor de R\$ 3.500,00.

(II) Em 2 prestações mensais fixas de R\$ 2.000,00, vencendo a primeira um mês após a compra.

Qual das opções é a mais vantajosa financeiramente para Soraya? (adaptado do ENQ 2019.2, pág. 4)

Problema 10

Um banco concedeu um empréstimo para Meire adquirir um carro. O pagamento deveria ser feito em 12 prestações mensais de R\$ 1.400,00 cada uma, sem entrada, ou seja, a primeira prestação para ser paga um mês após a compra. Qual o valor do empréstimo sabendo-se que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% a.m? (adaptado de IEZZI, 2013, p. 65)

Problema 11

Vanderlania está desejosa de adquirir um smartfone que custa R\$ 2.500,00 e o vendedor assegurou que manterá o preço por um ano, com atualização do smartfone durante o período. Sabendo que ela não tem esse valor no momento, mas pode aplicar 200 reais por mês em uma LCA que rende 4% a.m. Em quanto tempo ela chegará ao valor do smartfone? Conseguirá comprar pelo mesmo valor?

Problema 12

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. Qual o valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal? (ENEM 2019)

A seguir, trataremos dos conteúdos matemáticos presentes nesses problemas, bem como exemplos que nos auxiliarão nas diversas resoluções.

3.2 MATEMÁTICA FINANCEIRA NAS ATIVIDADES

Neste tópico iremos abordar os conteúdos de Matemática Financeira e explicar alguns termos ou siglas presentes nas atividades anteriores, fornecendo um ótimo subsídio para entender a resolução dos problemas.

Enquanto organizamos as atividades pensamos no que diz a ENEF acerca da atualização dos materiais relacionados a parte financeira: “Como o mercado financeiro é dinâmico, as informações sobre seus produtos e funcionamento irão se alterar com frequência. Isso aponta para a necessidade de se rever e atualizar constantemente os materiais a serem utilizados com os alunos nas escolas” (ENEF, 2013, p. 27).

Estudos anteriores, no ano de 2005, realizados pela OCDE já indicavam que professores e alunos preferiam trabalhar em decisões que os envolvessem na vida real, imagine nos dias de hoje, depois de passados 17 anos. Por isso, em nossa proposta de trabalho, trazemos conceitos e situações-problemas relacionados com o momento atual, mais próximo da vivência dos alunos.

3.2.1 Porcentagem e aplicações

I) Porcentagem

A ideia de porcentagem tornou-se mais popular no século XV, em situações que envolviam questões comerciais, com cálculos de juros, lucros, prejuízos e também impostos. No que diz respeito à nomenclatura, o símbolo % (por cento), como o conhecemos hoje, aparece em

suas formas primitivas em manuscritos sobre aritmética comercial. É comum expressarmos a razão entre um número e 100 usando o termo “por cento”, que significa dividido por 100 ou centésimos. Logo, a razão entre 25 e 100, por exemplo, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{25}{100} = 0,25 = 25\%.$$

Elegemos três principais casos onde aplicamos a Porcentagem:

- 1º) A porcentagem de um valor específico, por exemplo, Paulo ganha R\$ 1200,00 por mês e tem um desconto de 11% para a Previdência. Quanto recebe mensalmente?
- 2º) Determinar o valor total a partir de uma porcentagem dada, por exemplo, em uma escola, 882 alunos estão matriculados no período da manhã. Isso corresponde a 63% do total de alunos da escola. Quantos alunos estudam nessa escola?
- 3º) A porcentagem aparece como parte do todo, por exemplo, em duas turmas que totalizam cem alunos, quarenta e cinco tiraram nota 9,0 em Matemática. Qual a porcentagem dos alunos que tiraram 9,0?

A porcentagem é vista com frequência por pessoas ou até mesmo pelo próprio mercado, na utilização de expressões como acréscimo ou redução nos preços de produtos ou serviços diversos. Vejamos mais alguns exemplos:

- O Leite teve um aumento de 25% em seu valor. Quer dizer que de cada R\$ 100,00 teve um acréscimo de R\$ 25,00.
- O cliente teve um desconto de 15% no pagamento de uma compra de calça jeans. Quer dizer que em cada R\$ 100,00 a loja deu um desconto de R\$ 15,00.
- Dos funcionários que trabalham na empresa, 75% são dedicados. Significa que de cada 100 funcionários, 75 são dedicados ao trabalho ou a empresa.

Perguntas rápidas para despertar a curiosidade:

- a) Qual o valor que corresponde a 30% de 200?
- b) Quanto por cento de 80 é igual a 16?
- c) 6 representa 15% de que número?
- d) Se em um ônibus de 40 lugares há 24 passageiros sentados, qual a porcentagem de lugares vazios?

II) Variação Percentual

No que diz respeito aos aumentos ou descontos sucessivos em termos percentuais, o que pode ser conhecido como variação percentual, podem ser feitos alterando o formato do número de porcentagem para decimal, como $30\% = 0,3$, o que significa dividir o valor por 100, em

seguida, somar ou subtrair da unidade quando for aumento ou desconto, respectivamente. O resultado será o fator de multiplicação aplicado ao valor inicial ou principal.

Para um melhor entendimento, vamos considerar um fator de atualização (f) que é a razão entre dois valores de uma grandeza em tempos diferentes (passado, presente ou futuro). Ferramenta muito importante na Matemática financeira. Exemplos:

a) $A/B = 1,04$ dizemos que A é 4% maior que B ou A é 104% de B .

b) $C/D = 0,92$ dizemos que C é 8% menor que D ou C é 92% de D .

Nesta divisão, se o resultado que chamamos de f for maior que 1 é porque houve aumento; se for menor que 1, houve desconto; e se porventura for igual a 1 é porque não houve variação. Estabelecemos a fórmula pelo quociente entre o valor atual (va) e o valor do passado (vp) para saber de quanto foi a variação:

$$f = va/vp.$$

Para compor vários aumentos e/ou descontos, basta multiplicar os vários fatores individuais e assim obter o fator “acumulado” que denominaremos $f(acum)$.

$$f(acum) = (f1) \cdot (f2) \cdot (f3) \cdot (f4) \cdots (fn)$$

em que $f1, f2, f3, f4, \dots, fn$ são os fatores individuais.

Exemplo 1

Se a taxa de inflação de janeiro é de 5% e a de fevereiro é de 6%, então a taxa de inflação no bimestre janeiro/fevereiro é de?

Solução:

$$f1 = 1 + 0,05 = 1,05$$

$$f2 = 1 + 0,06 = 1,06$$

$$f(acum) = 1,05 \cdot 1,06 = 1,113 = 111,3, \text{ ou seja, aumento de } 11,3\%.$$

Exemplo 2

Em uma liquidação os preços dos artigos de uma loja são reduzidos em 20% de seu valor. Terminada a liquidação, e pretendendo voltar aos preços originais a loja reajusta os preços da liquidação em 25%. Utilize o fator acumulado e verifique se a loja acertou no reajuste.

Solução:

$$f1 = 1 - 0,20 = 0,80$$

$$f_2 = 1 + 0,25 = 1,25$$

$f(\text{acum}) = 0,80 \cdot 1,25 = 1$, indica que o preço voltou ao original, representado pela unidade.

III) Inflação e deflação

A inflação é o termo utilizado pela economia para identificar o aumento persistente dos preços de bens e serviços comercializados. O valor total geralmente é representado em percentual, indicando a variação dos preços. Em geral, a inflação é medida mês a mês pela composição de uma cesta de produtos, seja de alimentos, da construção civil, ou outro setor da economia, comparando sempre o período que se deseja observar.

Suponha, por exemplo, que a cesta de produtos a analisar tem apenas dois produtos que denominaremos P1 e P2, e em agosto de 2022 esses produtos custavam R\$ 100,00 e R\$ 200,00, respectivamente. Assim, o valor total da cesta desses produtos em agosto é de R\$ 300,00. Admitamos, também, que em setembro de 2022 os preços médios dos produtos P1 e P2 passaram a valer R\$ 103,00 e R\$ 206,00, respectivamente. O valor total da cesta de produtos no mês de setembro é de R\$ 309,00. A taxa de inflação de setembro, comparando mês a mês pode ser calculada pelo quociente entre o valor total de setembro e o valor total de agosto subtraído da unidade:

$$\frac{309}{300} - 1 = 1,03 - 1 = 0,03 = 3\%.$$

Se no mês de outubro os preços continuarem subindo, significa que a inflação também continua; porém, se os preços caírem é o que podemos identificar como Deflação - queda dos preços das mercadorias e serviços.

Ainda com base no exemplo acima, vamos admitir que no mês de outubro o valor total dos preços dos produtos P1 e P2 ficassem em R\$ 304,00. O procedimento é o mesmo para verificar o percentual de aumento ou desconto. Tomamos a diferença entre o quociente do mês atual pelo mês anterior e a unidade:

$$\frac{304}{309} - 1 = 0,983 - 1 = 0,017 = -1,7\%.$$

Como o resultado foi negativo, dizemos que houve uma Deflação de 1,7% em outubro de 2022 comparado com mês de setembro do mesmo ano.

Uma observação que se faz necessária é que o período pode mudar, podendo ser, por exemplo, mês, bimestre, trimestre, semestre, ano, e assim sucessivamente, sempre comparando o período atual com o período anterior.

IV) Taxa de Juros

Quando se investe em algum produto financeiro ou quando faz um empréstimo, atrasa-se uma fatura de cartão de crédito, conta de água, de energia elétrica, a mensalidade de um consórcio ou financiamento, ouvimos sempre falar de juros, ou taxa de juros.

Pode-se definir taxa de juros como uma porcentagem paga em cima do valor para quem disponibilizou um empréstimo ou faz um investimento. Sendo assim, a taxa de juros é uma forma de compensar a pessoa ou instituição que deixou o dinheiro emprestado ou investido por um determinado tempo.

Entre as diversas taxas de juros, temos os Juros Simples e os Juros Compostos. Nos Juros Simples, as taxas são calculadas com base em um valor fixo chamado de capital inicial ou principal. O percentual do capital inicial ou principal é aplicado durante um determinado período de tempo e o valor dos juros não altera com o tempo, ou seja, é calculado sempre sobre o valor inicial. Os Juros Compostos serão tratados com detalhes na próxima seção.

Para auxiliar na compreensão desses casos, deixamos três exemplos de aplicação de porcentagem ou taxa percentual na parte financeira, o que veremos com frequência no decorrer de todo o trabalho.

Exemplo 1

João é vendedor e recebe um salário fixo de R\$ 1.530,00 mensalmente, mais 2% de comissão calculada sobre os valores do total de produtos vendidos no mês. Sabendo que João vendeu R\$ 1.200,00 em produtos no mês, qual deve ter sido o salário total dele? (Fundatec 2022 - Agente Adm - adaptado)

Solução:

Como tem o salário fixo e mais uma comissão sobre o valor de vendas no mês, devemos somar o valor fixo com esta comissão. O salário fixo já temos que é 1.530 reais e a comissão é calculada $2\% = 0,02$ de 1.200, ou seja, $0,02 \cdot 1.200 = 24$. Logo, salário fixo de 1.530 reais mais uma comissão de 24 reais é igual a 1.554 reais.

Portanto, o salário total de João no mês é R\$ 1.554,00.

Como temos a proposta de trabalhar esses exemplos na 1ª série do Ensino Médio, podemos relacionar o Exemplo 1 com uma Função Afim que pode ser definida nos números reais como $f(x) = ax + b$, sendo a e b números reais, no caso em questão temos $a = 2\%$ e $b = 1.530$, $f(x)$ para representar o valor final do salário que depende de x que representa o valor de vendas naquele mês.

Exemplo 2

Uma aplicação financeira de R\$ 1.500,00 é feita no regime dos juros simples pelo período de 2 anos a taxa de 2% ao mês. Determine o valor dos juros obtidos. (IESES 2022 - CREA-SC - Agente Adm.)

Solução:

Os Juros Simples podem ser facilmente calculados por meio de uma de um produto entre a porcentagem aplicada ao valor inicial na negociação (também chamado de capital) e o tempo. No problema em questão, é necessário compatibilizar o tempo com a taxa para deixar num mesmo período, ou seja, 2 anos é igual a 24 meses (poderia também transformar os meses em anos, caso desejasse) e a taxa é mensal. Assim, a taxa é aplicada em 24 meses o que daria

$$2\% \cdot 24 = 48\% \text{ e } 48\% \text{ de } 1.500 = 0,48 \cdot 1.500 = 720.$$

Portanto, o valor dos juros obtidos nesta aplicação financeira é de 720 reais.

Exemplo 3

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade Escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada? (ENEM 2019)

Solução:

Primeiramente vamos estabelecer o valor total dessas despesas que é a soma dos valores representados no quadro acima,

$$120 + 700 + 400 = 1.220.$$

A partir daí, vamos considerar os aumentos que sofreram a internet e mensalidade escolar, porém para manter o mesmo valor total dessas despesas, a mesada deverá sofrer um desconto. Desse modo,

$$1.220 = 120 \cdot (1 + 20\%) + 700 \cdot (1 + 10\%) + 400(1 - x\%),$$

Onde o valor atual é 400 e x representa o abatimento do total que vai ser usado na redução da mesada.

Em seguida, para chegar o valor do x , precisamos resolver a equação acima.

$$120(1 + 0,2) + 700(1 + 0,1) + 400(1 - x\%) = 1.220$$

$$144 + 770 + 400 - 400x\% = 1.220$$

$$1.314 - 400x\% = 1.220$$

$$-400x\% = -94$$

$$x\% = \frac{-94}{-400} = 0,235$$

$$x = 23,5.$$

Logo, o valor da porcentagem da redução da mesada é de 23,5%, ficando assim com o valor de R\$ 306,00.

Outra solução:

De modo mais prático, se houve aumentos na Internet e Mensalidade Escolar, os valores de acordo com as porcentagens apresentadas são, respectivamente iguais a:

$$120 \cdot 20\% = 24 \text{ e}$$

$$700 \cdot 10\% = 70$$

Apresentando, com os dois aumentos, um aumento total de R\$ 94,00. Logo, o desconto a ser aplicado na Mesada do filho pode ser representado por:

$$\frac{94}{400} = 0,235 = 23,5\%$$

3.2.2 Juros Compostos e Funções

Os Juros Compostos estão relacionados a capitalização composta. O montante (valor final do capital aplicado) pode ser demonstrado através de uma Progressão Geométrica, e também modelado por uma Função Exponencial e em alguns casos com a Função Logarítmica, conteúdos vistos na 1ª série do Ensino Médio.

Suponha que tenhamos um capital C (recurso disponível), aplicamos a uma taxa de juros, que denominaremos de i , por um período que pode ser mês, ano, trimestre, que chamaremos de n e queremos conhecer como o C variará com esse tempo através de um montante M .

$$M_1 = C + C \cdot i = C(1 + i) - \text{depois de aplicado } i\% \text{ ao mês por um mês.}$$

$$M_2 = C(1 + i) + C(1 + i) \cdot i = C(1 + i)(1 + i) = C(1 + i)^2 - \text{depois do segundo mês.}$$

$$M_3 = C(1 + i)^2 + C(1 + i)^2 \cdot i = C(1 + i)^2(1 + i) = C(1 + i)^3 - \text{depois do terceiro mês.}$$

Desse modo, verificamos que o valor total de cada mês está sendo multiplicado por $(1 + i)$ para o montante do mês subsequente, o que revela ser uma Progressão Geométrica de razão $(1 + i)$.

Vamos provar que $M_n = C(1 + i)^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

Suponha que a fórmula seja válida para depois de n meses de aplicação, ou seja, $M_n = C(1 + i)^n$, vamos provar a validade para o período $n + 1$. Temos:

$$M_{n+1} = M_n + i \cdot M_n$$

$$M_{n+1} = M_n \cdot (1 + i)$$

$$M_{n+1} = C(1 + i)^n \cdot (1 + i)$$

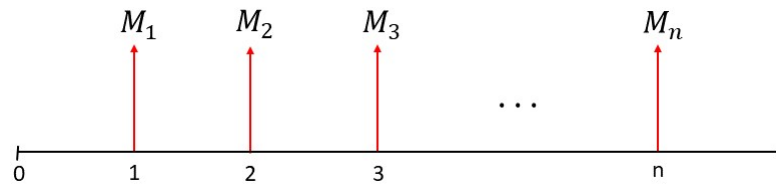
$$M_{n+1} = C(1 + i)^{n+1}$$

Portanto, pelo Princípio da Indução Finita, temos que:

$$M_n = C(1 + i)^n, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Considerando a mudança no montante a cada período, aqui representando mês a mês, colocado na Figura 3.1, M_1 significa o montante depois do 1º mês, M_2 o montante do 2º mês, M_3 o montante do 3º mês, e assim sucessivamente, até chegar ao n ésimo mês, onde o montante é M_n .

Figura 3.1: Linha do tempo (meses)



Fonte: Elaborada pelo autor

Partindo desse conhecimento inicial para um melhor entendimento do assunto, trouxemos aqui três exemplos de aplicação dos Juros Compostos do nosso cotidiano.

Exemplo 1

Wilson utiliza um capital de suas reservas financeiras de R\$ 1.000,00 e aplica numa LCI de um banco privado que rende 2% ao mês, que pode ser resgatado a qualquer momento. Qual o valor que Wilson terá nesta aplicação depois de 1 mês? Depois de 2 meses? Depois de 3 meses? Depois de quatro meses o banco liga para Wilson oferecendo R\$ 1.080,00 pelo valor que ele tem aplicado. Se ele não está precisando do valor no momento, você acha que deveria aceitar essa proposta? Justifique sua resposta.

Solução:

Primeiramente vamos coletar os dados do problema, capital $C = 1.000$, taxa $i = 2\%$ ao mês e o tempo n é de 1 mês, 2 meses e 3 meses. Resumidamente, os dados podem ser representados assim:

$$Dados = \begin{cases} C = 1.000 \\ i = 2\% = 0,02a.m. \\ n = 1m \end{cases}$$

Consideremos um período de tempo de cada vez e calculemos o montante.

i) O valor total, capital mais os juros, depois de um mês de aplicado

$$M_1 = C(1 + i)^1$$

$$M_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,02)^1$$

$$M_1 = 1.000 \cdot (1,02)$$

$$M_1 = 1.020.$$

ii) O valor total, capital mais juros, depois de dois meses de aplicado.

Os dados serão os mesmos de (I), a única mudança é no período de tempo que agora é de 2 meses. Logo,

$$M_2 = C(1 + i)^2$$

$$M_2 = 1.000 \cdot (1 + 0,02)^2$$

$$M_2 = 1.000 \cdot (1,0404)$$

$$M_2 = 1.040,40.$$

iii) O valor total, capital mais juros, depois de três meses de aplicado.

Os dados serão os mesmos de (I), a única mudança é no período de tempo que agora é de 3 meses. Logo,

$$M_3 = C(1 + i)^3$$

$$M_3 = 1.000 \cdot (1 + 0,02)^3$$

$$M_3 = 1.000 \cdot (1,061208)$$

$$M_3 = 1.061,20.$$

iv) O valor total, capital mais juros, depois de quatro meses de aplicado.

Os dados serão os mesmos de (I), a única mudança é no período de tempo que agora é de 4 meses. Logo,

$$M_4 = C(1 + i)^4$$

$$M_4 = 1.000 \cdot (1 + 0,02)^4$$

$$M_4 = 1.000 \cdot (1,08243216)$$

$$M_4 = 1.082,43.$$

Constatamos através dos cálculos que o valor total no final do quarto mês é superior a proposta do banco, o que revela que seria melhor financeiramente não aceitar a proposta. Percebemos também que o valor oferecido pelo banco é como se os juros fossem incididos apenas ao capital inicial como ocorre com Juro Simples, ou seja, 2% de 1.000 é 20 e ao multiplicar por 4 (meses de

aplicação) daria 80; porém o Juro em funcionamento no comércio em geral é o Juro Composto, onde o montante de um mês se transforma em capital inicial do mês subsequente.

O montante ou valor total de cada mês pode ser representado por uma Função Exponencial, visto que a fórmula inicial $M_n = C(1 + i)^n$ já indicava esse tipo de Função pela sua definição que diz: uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = a^x$, com a pertencente ao conjunto dos números reais positivos e diferente de 1 é considerada Função Exponencial. Fazendo a comparação com Juros Compostos teríamos $f(n) = C(1 + i)^n$ sendo n o período de tempo a variável como se fosse o x e $(1 + i)$ representando a taxa geralmente positiva, tornando a soma diferente de 1, e o C a constante que representa o capital inicial.

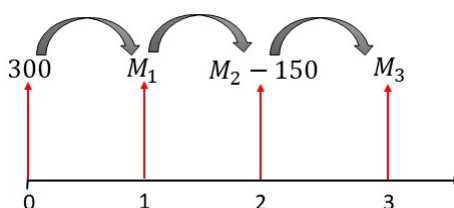
Exemplo 2

Helena tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Helena pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento, Helena liquidou seu débito. Qual o valor desse último pagamento? (MORGADO; CARVALHO, 2015, p. 87 - adaptado)

Solução:

Neste caso, precisamos deslocar os 300 reais que está na data 0 na Figura 3.2, representando o dia de hoje, para dois meses após o empréstimo, subtrair 150 reais desse valor e por último, deslocar o valor da diferença um mês após, ou seja, para o terceiro mês.

Figura 3.2: Empréstimo no tempo (meses)



Fonte: Elaborada pelo autor

Vamos utilizar novamente a fórmula do Montante, demonstrada no início dessa seção, calculando o valor do capital depois do 2º mês do empréstimo:

$$M_n = C(1 + i)^n$$

$$M_2 = 300 \cdot (1 + 0,15)^2$$

$$M_2 = 300 \cdot (1,3225)$$

$$M_2 = 396,75$$

$$M_2 - 150 = 396,75 - 150 = 246,75.$$

Um mês depois, ou seja, no 3º mês após o empréstimo realizado, o Montante do restante do valor ficará:

$$M_3 = 246,75 \cdot (1 + 0,15)^{3-2}$$

$$M_3 = 246,75 \cdot (1,15)$$

$$M_3 = 283,76.$$

Logo, o valor do último pagamento do empréstimo será de R\$ 283,76.

Exemplo 3

Por quanto tempo um capital de R\$ 200,00 deve ser deixado aplicado num CDB que rende 1% de juros ao mês, já descontado o imposto de renda, para atingir um valor mínimo de R\$ 300,00?

Solução:

Neste caso, o que o exemplo está solicitando é o tempo em que o capital deve ficar aplicado, onde na fórmula é representado por n . Vamos aplicar a fórmula:

$$M_n = C(1 + i)^n$$

$$300 = 200 \cdot (1 + 0,01)^n$$

$$\frac{300}{200} = (1,01)^n$$

$$1,5 = (1,01)^n$$

Para encontrar o valor de n nesta equação iremos recorrer a propriedade dos logaritmos estudada na parte de Função Logarítmica, na disciplina de Matemática na 1ª série do Ensino Médio.

Vamos resolver esta equação aplicando o logaritmo (\log) a ambos os membros.

$$\log(1,5) = \log(1,01)^n$$

$$\log(1,5) = n \cdot \log(1,01)$$

$$n = \frac{\log(1,5)}{\log(1,01)}$$

$$n = \frac{0,176}{0,004} = 44.$$

Portanto, o valor de 200 reais deverá ficar aplicado por no mínimo 44 meses, ou seja, 3 anos e 8 meses para atingir o valor de 300 reais, de acordo com a taxa de juros de 1% ao mês, aproximadamente a taxa de juros de uma aplicação em renda fixa atualmente em nosso país.

3.2.3 Valor Atual e Sequência Uniforme de Pagamentos

Vamos apresentar em dois tópicos, um para representar o valor atual quando a sequência de valores são diferentes ou prestações distintas, o outro, quando esses valores ou prestações são uniformes, ou seja, o valor pago em cada período é sempre o mesmo.

D) Valor Atual de uma sequência de capitais

De modo geral, dado um conjunto de valores M_1 na data 1, M_2 na data 2, M_3 na data 3, e assim sucessivamente, até M_n na data n , conhecemos por Valor Atual desse conjunto de valores a uma taxa de juros i , a soma de todos esses valores trazidos para a data de hoje, e aqui denominaremos por V_a . Como mostramos na seção 3.2.2 e podemos representar $M_n = C_n(1+i)^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$. De modo particular, podemos encontrar o capital C_n pelo montante acumulado no período, simplesmente isolando o C_n na fórmula utilizada para o montante, encontrando assim o valor atual daquele montante gerado da aplicação por um período n a uma taxa i :

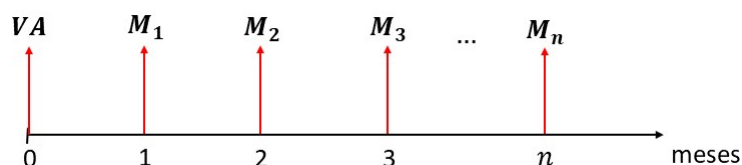
$$C_n = \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

Quando tomamos um conjunto de valores a serem pagos mensalmente como prestações M_1 na data 1, M_2 na data 2, ..., M_n na data n , podemos transportar todos esses valores para a data de hoje da seguinte forma:

$$V_a = \frac{M_1}{(1+i)^1} + \frac{M_2}{(1+i)^2} + \frac{M_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{M_n}{(1+i)^n}$$

O que também podemos representar cada montante na linha do tempo conforme Figura 3.3, onde para conhecer o V_a deve-se tomar cada montante $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ do seu respectivo mês e retornar a data 0, isto é, ao valor atual.

Figura 3.3: Montante



Fonte: Elaborada pelo autor.

Desse modo, como representado na Figura 3.3 podemos entender melhor a variação do dinheiro no tempo, o que ocorre constantemente no mercado financeiro como um todo, seja no momento da compra de um bem ou serviço parcelado, no empréstimo realizado, entre outros.

Para uma melhor compreensão desta parte do assunto, vamos trabalhar um exemplo de como esse caso acontece no cotidiano.

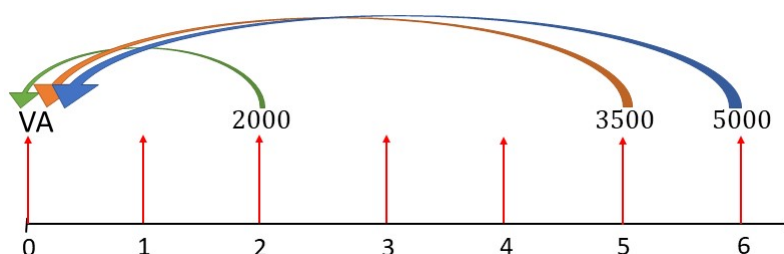
Exemplo:

Sophya tem dívidas bancárias de R\$ 2.000,00, R\$ 3.500,00 e R\$ 5.000,00 que vencem dentro de 2, 5 e 6 meses, respectivamente. Quanto Sophya deverá aplicar hoje, a taxa de juros de 1% ao mês (aproximadamente a taxa do CDI atual no Brasil) para poder honrar com esses compromissos? (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013, p. 61 - adaptado)

Solução:

Vamos trazer essas dívidas para data 0, ou seja, para o dia de hoje, uma de cada vez para facilitar a compreensão.

Figura 3.4: Dívidas no tempo (meses)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 3.4 podemos visualizar os valores sendo transpostos para a data 0 que consideramos como valor atual. Desse modo, utilizaremos a fórmula do V_a , considerando cada dívida

por vez e depois somaremos os resultados parciais.

i) Quanto ficaria a dívida de R\$ 2.000,00 que vence daqui a 2 meses se fosse paga hoje?

$$V_a = \frac{M_2}{(1+i)^2} = \frac{2.000}{(1+0,01)^2}$$

$$V_a = 1.960,59.$$

ii) De quanto seria o valor da parcela de R\$ 3.500,00 que vence daqui a 5 meses se fosse paga hoje?

$$V_a = \frac{M_5}{(1+i)^5} = \frac{3.500}{(1+0,01)^5}$$

$$V_a = 3.330,16.$$

iii) Quanto ficaria a dívida de R\$ 5000,00 que vence daqui a 6 meses se fosse paga hoje?

$$V_a = \frac{M_6}{(1+i)^6} = \frac{5.000}{(1+0,01)^6}$$

$$V_a = 4.710,32.$$

Tome agora a soma dos valores encontrados em *i)*, *ii)* e *iii)* para obter a quantia que Sophya deve ter hoje a fim de aplicar para quitar as dívidas.

$$1.960,59 + 3.330,13 + 4.710,23 = 10.000,95.$$

Portanto, Sophya deverá aplicar hoje o valor de R\$ 10.000,95 a taxa de 1% ao mês para quitar as suas dívidas no momento certo.

II) Sequência uniforme de pagamentos, valor atual e montante

A maioria dos financiamentos ou empréstimos realizados pelas instituições financeiras em nosso país aplica uma prestação fixa, o que permite o cliente saber o valor para colocar no orçamento, embora que em alguns casos não tenha atenção no valor total a pagar.

O valor total das parcelas a serem pagas no período correspondente, trazendo para a data

de hoje, é o que chamamos de Valor Atual (V_a), contudo, como os valores das prestações aqui são iguais, podemos reduzir a fórmula colocando em evidência a incógnita que representa esta prestação denotada por P . Aproveitando a fórmula anterior, que era:

$$V_a = \frac{M_1}{(1+i)^1} + \frac{M_2}{(1+i)^2} + \frac{M_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{M_n}{(1+i)^n}.$$

Substituímos $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ por P , visto ser o mesmo valor independente do tempo, obtemos:

$$V_a = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}.$$

Agora, colocando o P em evidência, ficamos assim:

$$V_a = P \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Percebemos entre os colchetes uma soma de termos de uma Progressão Geométrica (PG) finita, em que o primeiro termo e a razão é $\frac{1}{(1+i)^1}$, sendo assim, aplicamos a fórmula da soma dos termos de uma PG finita para obter:

$$V_a = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} = P \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

Caso queiramos saber o Montante de uma sequência uniforme de pagamentos (M_u), aplicamos o Valor Atual (V_a) como capital inicial na fórmula de Juros Compostos. Observe:

$$M_n = C(1+i)^n = V_a \cdot (1+i)^n$$

$$M_u = P \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] \cdot (1+i)^n = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

A partir da organização da fórmula do valor atual também podemos encontrar o valor da prestação P do bem ou empréstimo a ser tomado, simplesmente multiplicando pela expressão $\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$ em ambos os membros da equação que representa esta fórmula, resultando em:

$$P = V_a \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$P = \left[\frac{V_a \cdot i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}} \right]$$

Agora, tendo em mente o que vimos desse assunto, vamos fazer algumas aplicações através de exemplos de situações que podem se fazer presentes no nosso cotidiano.

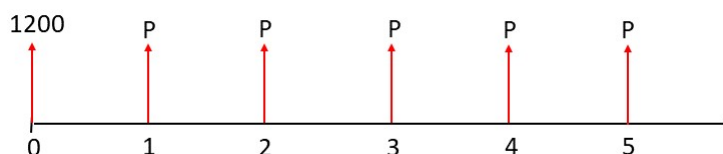
Exemplo 1

A loja FJ Eletro está fazendo uma promoção em uma Smart TV OKC de 32 polegadas por R\$ 1.200,00 à vista ou parcelada em 5 prestações mensais iguais, sem entrada. Qual o valor de cada prestação se a taxa de juros cobrada na transação for de 2,5%, incluídas despesas operacionais? (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013, p. 65 - adaptado)

Solução:

Estamos interessados em conhecer o valor de cada prestação, que dessa vez é uniforme, o mesmo que tomar o valor à vista e distribuí-lo em cinco prestações mensais e iguais, conforme representado na Figura 3.5.

Figura 3.5: Prestações uniformes



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como queremos saber o valor da prestação P , iremos utilizar a fórmula descrita anteriormente.

$$P = V_a \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

$$P = 1.200 \cdot \frac{(1+0,025)^5 \cdot 0,025}{(1+0,025)^5 - 1}$$

$$P = 258,30.$$

Portanto, o valor de cada prestação será de R\$ 258,30.

Exemplo 2

Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:

(I) três prestações mensais de R\$ 160,00 cada;

(II) sete prestações mensais de R\$ 70,00 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra e Pedro tem condições de

pagar qualquer uma das prestações. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui? (MORGADO; CARVALHO, 2015, p. 88)

Solução:

Aqui temos dois casos a considerar, onde precisamos conhecer o valor atual das prestações pagas mensalmente.

i) Três prestações de 160 reais

Vamos considerar para efeitos de juros apenas 2 prestações, visto que a primeira é paga no ato da compra e não incidirá juros. Utilizamos a fórmula do valor atual quando as prestações são fixas.

$$V_a = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$V_a = 160 \cdot \frac{(1+0,02)^2 - 1}{(1+0,02)^2 \cdot 0,02}$$

$$V_a = 310,65.$$

Assim, precisamos adicionar a este valor a prestação inicial, $310,65 + 160 = 470,65$.

Portanto, o valor a ser pago hoje pelo televisor é de R\$ 470,65.

ii) Sete prestações de 70 reais

Do mesmo modo que fizemos no item anterior, consideremos apenas 6 prestações. Utilizando a fórmula do valor atual, temos:

$$V_a = 70 \cdot \frac{(1+0,02)^6 - 1}{(1+0,02)^6 \cdot 0,02}$$

$$V_a = 70 \cdot \frac{(1+0,02)^6 - 1}{(1+0,02)^6 \cdot 0,02}$$

$$V_a = 392,10.$$

Agora, precisamos somar a este valor a prestação inicial, $392,10 + 70 = 462,10$.

Logo, o valor a ser pago hoje pelo televisor é de R\$ 462,10.

Observando os dois casos pelo custo-benefício, seria melhor a segunda opção para Pedro pagar o televisor, pois tem o menor valor atual.

Através desses exemplos, podemos perceber o quanto a Matemática Financeira pode nos auxiliar a fazer boas escolhas, pois sempre imaginamos se tem mais prestações é porque vamos

pagar mais. Do mesmo modo, quando vamos ao supermercado ou comércio em geral sempre imaginamos que pacotes maiores vamos pagar o valor menor sem considerar o valor unitário ou até mesmo a medida de massa do produto. Podemos facilmente ser enganados por nossos hábitos, o que nos impulsiona a termos que constantemente recorrer aos cálculos para fazer as melhores escolhas nas diversas transações financeiras a que nos submetemos.

Quando conhecemos o assunto, as diversas formas como os cálculos são realizados, nos tornamos mais conscientes das escolhas a fazer no âmbito financeiro, e assim temos maior possibilidade de realizar bons negócios pessoais e auxiliar a família também.

Sabemos que existem outras formas de empréstimos e/ou financiamentos no mercado financeiro brasileiro e outros podem vir aparecer no momento que estamos escrevendo, mas preferimos em nosso trabalho tomar as principais linhas de crédito que o aluno tem ou terá acesso mais rápido, o que não inviabiliza um aprofundamento maior do assunto para aqueles que desejam conhecer melhor o assunto.

No próximo capítulo, traremos um Produto Educacional aliando os problemas descritos no início deste capítulo com os conteúdos matemáticos correspondentes, como resultado da ligação desses problemas com a BNCC para uma proposta de ensino e aprendizado com base nas novas diretrizes da Educação Básica, especialmente do Ensino Médio.

4 A CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo, vamos apresentar uma sequência didática para ser aplicada como sugestão em uma disciplina eletiva de Educação Financeira, no modelo do Novo Ensino Médio através dos itinerários formativos como consta na BNCC, no segundo semestre da 1ª série do Ensino Médio. Os problemas tratados aqui são os mesmos da seção 3.1, com um olhar na Educação Financeira e Matemática Financeira em suas expectativas de respostas, em consonância com as competências e habilidades da BNCC.

Este material foi pensado para o professor trabalhar com seus alunos, num processo gradativo de Educação Financeira desde a utilização das planilhas eletrônicas, organização orçamentária, investimentos em aplicações financeiras e até possibilidades de empréstimos ou financiamentos. Trabalhando alguns conceitos da Educação Financeira interligada ao conteúdo de Funções vistos na 1ª série do Ensino Médio e suas aplicações no mercado financeiro. Trazemos problemas relacionados ao cotidiano para que o professor tenha um material atualizado e de possível adaptação com suas diversas realidades, para que os alunos venham a ter uma maior participação nestas aulas, visto fazerem parte da sua vida cotidiana.

Cada seção deste capítulo é composta por um tema geral, subdividido em módulos que por sua vez indicam as aulas com os respectivos tempos necessários para sua execução. Estabelecemos o tempo total de duração da disciplina de um semestre, sendo duas horas/aulas de 50 minutos cada por semana. Estas aulas foram pensadas para o segundo semestre da 1ª série do Ensino Médio, tendo em vista os alunos estarem estudando o conteúdo Funções na disciplina de Matemática, que auxilia na resolução dos problemas que serão apresentados no decorrer desta provável disciplina. As aulas serão ministradas de acordo com os módulos que denominaremos M1, M2, M3, e assim sucessivamente, conforme Quadro 4.1.

Quadro 4.1: Cronograma

MÓDULOS	CONTEÚDOS	CARGA HORÁRIA
M1	Coleta de dados	2 horas/aulas
M2	Modelo de Planilha	4 horas/aulas
M3	Elaboração de Planilha	4 horas/aulas
M4	Porcentagem e aplicações	6 horas/aulas
M5	Renda Fixa	4 horas/aulas
M6	Investimentos financeiros	10 horas/aulas
M7	Empréstimos e Financiamentos	10 horas/aulas
M1 - M7	TOTAL	40 horas/aulas

Fonte: Elaborado pelo autor.

No quadro 4.1, a coluna da esquerda estão os módulos, representando um pacote de aulas, na coluna do meio trazemos os temas ou conteúdos que serão ministrados e na coluna à direita, a carga horária dos módulos correspondentes, indicando quantas aulas são necessárias para cumprir o módulo, com todos os módulos totalizando 20 semanas ou 1 semestre letivo.

4.1 PLANILHA ORÇAMENTÁRIA PESSOAL

Olá turma! Vocês gostariam de saber como o dinheiro da sua casa é gasto, quanto sobra no final do mês? Tem ideia do quanto você faz parte desses gastos? Será que podemos saber o que é feito com as sobras dos recursos ou porque não sobra, pelo contrário, ainda fica devendo? Nos primeiros módulos desta provável disciplina traremos ideias que podem ajudar a responder estas perguntas. Que tal embarcar conosco neste aprendizado!

A Planilha Orçamentária Pessoal será abordada de forma progressiva nos três primeiros módulos, onde vai ser oferecida a oportunidade de um reconhecimento da situação financeira dos alunos e/ou das suas famílias, com a coleta de dados pessoais para um apropriação acerca de como estão as finanças pessoais. Em seguida, apresentaremos uma planilha orçamentária, oportunizando uma melhor organização das finanças. Com a familiarização de um modelo de planilha orçamentária, o aluno vai desenvolver a sua própria planilha, de acordo com suas necessidades ou de suas famílias.

Nesses momentos iniciais, os três primeiros módulos, tem como referência principal a

BNCC com a habilidade (EM13MAT203) no que diz respeito a aprender a lidar com planilhas de controle do orçamento familiar e/ou pessoal, interligada com a competência específica 2 no que diz respeito a tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, o que pode muito bem ser realizado tendo um controle das finanças pessoal e/ou familiar.

4.1.1 (M1) Coleta de dados referente a finanças pessoais

Vamos iniciar o trabalho com a coleta de dados pessoais das finanças dos alunos e também de suas famílias, caso ainda não sejam independentes neste aspecto.

Este módulo necessita de 2 aulas de 50 minutos cada, sendo as duas na mesma semana, para que os alunos entendam a importância do dinheiro na vida e tenham ciência do quanto ganham e como gastam esse recurso.

Na primeira aula, o professor explica a importância de reconhecermos a nossa responsabilidade em saber o que temos ou nossa família dispõe como recurso financeiro, os planos e objetivos da vida familiar ou pessoal para serem alcançados, até onde podemos chegar (muitos sonhos precisam começar a serem concretizados pelo uso que fazemos das finanças disponíveis hoje). Ainda nesta aula o professor deve lembrar de solicitar dos alunos listar as entradas e despesas mensais, sejam pessoais, ou até mesmo da família, caso os alunos não realizem movimentações financeiras pessoais até o momento dessa aula, para trazer na aula seguinte.

Na segunda aula, em posse dos dados coletados, o professor pede que os alunos organizem esses dados em tabelas, divididas em seções de receitas (o que recebe como recurso financeiro durante o mês) e despesas (o que gasta no mesmo período das receitas). Ainda pode solicitar o registro de onde provém as receitas e por onde estão indo as despesas.

O professor não pode esquecer de mencionar os materiais necessários para o módulo seguinte, smartphone ou computador com acesso a internet. Como veremos a seguir com maiores detalhes.

4.1.2 (M2) Apresentação de um modelo de Planilha Orçamentária

Agora, vamos aproveitar para conhecer um pouco da Planilha Orçamentária Pessoal disponibilizada pela Bolsa de Valores do Brasil. Nela, os alunos irão reconhecer melhor o

processo das finanças pessoais, como o dinheiro chega (receitas) e como sai (despesas) e a partir desse reconhecimento poder fazer os ajustes, caso seja necessário.

Neste módulo vamos precisar de 4 aulas de 50 minutos cada, um smartfone ou computador com acesso a internet para baixar o arquivo de um modelo de Planilha Orçamentária Pessoal da Bolsa de Valores. Nas duas primeiras aulas, o professor ratificará a importância de fazer o orçamento pessoal e/ou familiar, indicará aos alunos o site que consta na seção 3.1.1 para baixar o arquivo da Planilha Orçamentária Pessoal conforme Figura 4.1, mostrará como são inseridos os dados que devem ter sido coletados no módulo M1, ou seja, tirar do papel e colocar na Planilha Eletrônica.

Figura 4.1: Modelo de Planilha Orçamentária

BM&F BOVESPA A Bolsa é Tudo			Planilha Orçamento Pessoal						
Mês			Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	
			Valor	Valor	Valor	Valor	Valor	Valor	
Receitas	Salário								
	Aluguel								
	Pensão								
	Horas extras								
	13º salário								
	Férias								
	Outros								
Total			R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	
Investimentos									
Investimentos Insira aqui o montante mensal que você destinará aos seus investimentos	Ações								
	Tesouro Direto								
	Renda fixa								
	Previdência privada								
	Outros								
	Total			R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00
% sobre Receita			#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	
Despesas									
Fixas Aqueles que têm o mesmo montante mensalmente	Habituação	Aluguel							
		Condomínio							
		Prestação da casa							
		Seguro da casa							
		Diária							
	Transporte	Prestação do carro							
		Seguro do carro							
		Estacionamento							
	Saúde	Seguro saúde							
		Plano de saúde							
	Educação	Colégio							
		Faculdade							
		Curso							
	Impostos	IPTU							
		IPVA							
Outros	Seguro de vida								
	Total despesas fixas			R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 0,00
% sobre Receita			#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	
Variáveis Aqueles que acontecem todos os meses, mas podemos tentar reduzir	Habituação	Luz							
		Água							
		Telefone							
		Telefone Celular							
		Gás							
		Total despesas variáveis							

Fonte: BM&F Bovespa

Dando sequência às aulas, o professor pode aproveitar a Planilha representada na Figura 4.1 para indicar alguns termos que talvez não façam parte do vocabulário do aluno, tais como, receitas, despesas fixas, despesas variáveis, tipos de investimentos entre outros.

É possível ainda, orientar aos alunos na interpretação da Planilha, mostrar as fórmulas ali presentes e como ela pode se tornar ferramenta aliada na organização financeira, o que o aluno vai poder colocar em prática no próximo módulo, apresentado na próxima seção.

4.1.3 (M3) Elaboração da própria Planilha Orçamentária Pessoal

Neste momento o aluno vai poder desenvolver a sua própria planilha, de acordo com suas necessidades pessoais e assim, repassar a outros da própria família que desejarem ter uma organização financeira.

Neste módulo vamos precisar de 4 aulas de 50 minutos cada, sendo necessário um smartfone que tenha ou possa baixar o aplicativo Planilhas do Google, ou computador com Excel ou Calc no seu sistema operacional. Nestas aulas, o professor ensinará como inserir as fórmulas no aplicativo disponível no smartfone ou computador. Quando os alunos tiverem com as planilhas prontas, devem inserir os dados que foram coletados em M1. Ao concluir esta tarefa, comparar os resultados com a Planilha Orçamentária da Bolsa de Valores utilizada em M2 e fazer os registros que se fizerem necessários.

Na Figura 4.2 disponibilizamos apenas um modelo de como fazer isso no smartfone, por ser mais acessível aos alunos e, desse modo, possam executar a tarefa com êxito.

Figura 4.2: Planilha Orçamentária Pessoal

	A	B	C
1	Planilha Orçamentária Pessoal		
2	Mensal		
3	Receitas	Salário/Mesada	
4		Gratificação	
5		Horas extras	
6			
7			
8	Total das receitas		=SUM(C3:C7)
9	Despesas	Lanche	
10		Telefonia móvel	
11		Passagens	
12		Passeio	
13			
14			
15	Total das despesas		=SUM(C9:C14)
16	Saldo final		=(C8-C15)

Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 4.2 foi preparada no smartfone no aplicativo Planilha, organizada no computador para aparecer as fórmulas inseridas no smartfone, com destaque para as células C8 (onde tem a fórmula “=SUM(C3:C7)”, soma dos números da célula C3 até a C7), C15 (onde aparece “=SUM(C9:C14)”, soma dos números da C9 a C14) representando o local que ficará as somas das células logo acima, ou seja, total de receitas em C8 e o total de despesas em C15, e a C16 (com a fórmula “=(C8-C15)”) representando a diferença entre receitas e despesas.

De posse desses dados o aluno ou a sua família vai perceber o quanto se ganha através das receitas e como gasta, podendo fazer ajustes e até parar para pensar em três perguntinhas mágicas antes de fazer as próximas compras: **Eu quero? Eu posso? Eu preciso?** Se os objetos de desejo passarem nessas três perguntinhas com respostas sim, aí é que deverá ser adquirido.

Muito bom que chegou até aqui! Já vencemos três módulos e acredito que foi bastante proveitoso. Mas não para por aí, o aprendizado continua, pois vem por aí um assunto daqueles imperdíveis em quaisquer situações onde envolva a parte financeira, a Porcentagem e suas diversas aplicações, é o que veremos a seguir.

4.2 PORCENTAGEM - ALGUMAS APLICAÇÕES NO MERCADO FINANCEIRO

Aqui veremos de forma prática e aplicada este assunto muito especial por ser bastante utilizado, a Porcentagem, seja no cotidiano da comunidade escolar, em diversos concursos, exames nacionais, no mercado financeiro e no comércio em geral.

A porcentagem é utilizada em vários setores da nossa economia, o que indica a sua relevância para o nosso trabalho. Neste momento o professor pode iniciar explicando a Porcentagem e suas aplicações como na seção 3.1.2 e, em seguida, apresentar os problemas vistos no capítulo anterior que serão revistos por aqui, mostrar como chegar a solução, relacionando-os com as competências e habilidades da BNCC.

4.2.1 (M4) A porcentagem, os impostos e índices econômicos

Neste momento, iremos apresentar os primeiros problemas relacionados a Porcentagem e também os principais índices econômicos do nosso país.

Neste módulo vamos precisar de 6 aulas de 50 minutos cada, sendo as primeiras aulas para explicar a Porcentagem e sua importância no mercado financeiro. Nas aulas seguintes, o professor poderá apresentar os problemas 1 e 2 que envolvem cálculos percentuais de desconto do Imposto Predial Territorial Urbano (IPTU) e investimento. Para suas resoluções, precisaremos consultar a seção 3.2.1 onde tratamos da ideia de Porcentagem e algumas aplicações como ferramenta indispensável. Já no terceiro momento, trataremos do problema 3, onde a teoria de Inflação e Deflação, apresentada também na seção 3.2.1, servirá de subsídio. Assim, o professor pode aproveitar e explicar melhor esses conceitos, sempre dando ênfase a formar um cidadão consciente para perceber as oscilações do mercado de capitais e como isso afeta o poder de compra.

Aqui vamos apresentar os problemas como motivação dos conteúdos estudados Porcentagens e suas aplicações, bem como alguns índices econômicos aplicados no país.

Problema 1 - Impostos e Porcentagem

Imagine que ao chegar o final de ano José recebe o carnê do IPTU¹ no valor de R\$ 472,42 com as seguintes informações sobre o pagamento:

- Pague até o final de Janeiro de 2023 e tenha 5% de desconto
- Pague até o final de Fevereiro de 2023 e tenha 3% de desconto
- Parcele em 4 vezes, com parcelas iguais, e sem acréscimos a partir de Setembro de 2023.

Calcule o valor das três formas de pagamento e descreva qual a forma que você diria para José escolher, argumentando o motivo da escolha (sabendo que José é organizado e se planejou para qualquer uma das formas de pagamento sugeridas no problema).

Expectativa de resposta:

Destacamos inicialmente que este problema está relacionado com questões econômicas, de acordo com a BNCC faz parte competência específica 1. O aluno precisa interpretar taxas de natureza socioeconômica a qual consta na habilidade (EM13MAT104) e na (EM13MAT303) para resolver problemas envolvendo porcentagens. Vamos considerar as três opções que o problema apresenta:

¹Imposto pago a cada ano por proprietário de imóvel localizado na cidade. O valor arrecado fica todo na cidade que pode ser utilizado em diversas obras.

i) Pagamento até final de Janeiro de 2023

O desconto será de 5% de R\$ 472,42, que pode ser calculada por:

$$0,05 \cdot 472,42 = 23,621$$

$$472,42 - 23,62 = 448,80.$$

Logo, o valor a ser pago no final de Janeiro de 2023 é de R\$ 448,80.

ii) Pagamento no mês de Fevereiro de 2023

O desconto será de 3% de R\$ 472,42, que pode ser calculado como mostrado abaixo:

$$0,03 \cdot 472,42 = 14,1726$$

$$472,42 - 14,17 = 458,25.$$

Portanto, o valor a ser pago no mês de Fevereiro de 2023 é de R\$ 458,25.

iii) Se pagar em 4 parcelas de Setembro a Dezembro de 2023, cada parcela será de:

$$\frac{472,42}{4} = 118,105.$$

O que provavelmente será arredondado para R\$ 118,11 por causa da nossa moeda admitir somente até os centésimos, que é lido como centavos.

Ao observar todas os cálculos e formas de pagamento, poderíamos facilmente escolher a primeira opção por indicar um valor menor a pagar, porém, convido a ter atenção ao próximo problema antes de fazer esta escolha.

No mercado financeiro, entre as várias opções de negociações, existem as Aplicações Financeiras que chamamos também de Investimentos que é a compra de um ativo financeiro (Caderneta de Poupança, CDB, LCI, LCA, entre outros) na expectativa com o passar do tempo de obter um rendimento correspondente, conhecido como juros.

Problema 2 - Rendimentos e Porcentagem

Agora, caso José (problema 1) tenha opção de fazer uma aplicação financeira com o dinheiro que dispõe para pagar o IPTU, com rendimento de 1% ao mês, ainda deveria fazer a mesma escolha que fez no problema anterior? Explique a sua resposta.

Expectativa de resposta:

Nesta ocasião o aluno precisa desenvolver a habilidade (EM13MAT104) e também a (EM13MAT303) da BNCC para resolver problemas envolvendo porcentagens em diversos

contextos, no caso econômico, que faz parte das competências específicas 1 e 3 que tratam da resolução de problemas em situações diversas.

Tome o valor correspondente ao pagamento que faria no final do mês de Janeiro e faça a aplicação no investimento, observando mês a mês os rendimentos e o montante.

Fevereiro: $448,80 + 4,48$ (rendimento de um mês) = 453,28.

Melhor pagar em Janeiro, pois o valor para pagar em Fevereiro é maior que o montante da aplicação.

Fevereiro a Setembro: $448,80 + 37,18$ (juros de 8 meses) = 485,98.

Como a opção 3 admite o pagamento das parcelas em 4 vezes sem juros do valor de R\$ 472,42, é melhor fazer esta opção do ponto de vista da economia, pois o montante da aplicação até Setembro é maior que o valor total a ser parcelado.

Problema 3 - Inflação x Deflação

Seu Antônio vai ao supermercado uma vez por mês e percebe que os preços das mercadorias sempre estão aumentando, contudo, ao assistir os noticiários, vê uma matéria sobre economia dizendo que o país teve deflação nos últimos meses. Essas informações divergem? Pode ocorrer das mercadorias no supermercado subirem e a inflação cair?

Expectativa de resposta:

Buscamos através deste problema contemplar a habilidade (EM13MAT101) da BNCC no que diz respeito a interpretar criticamente situações econômicas, relacionando com a competência específica 1 que também se refere a este assunto.

Para solucionar este problema, sugiro ao professor e aos alunos a consulta da seção 3.2.1, especialmente onde trata de Inflação e Deflação, estudem juntos para que o problema seja facilmente solucionado. Não é necessário cálculos matemáticos para resolver este problema.

Agora que já deve estar por dentro das aplicações de Porcentagem, podemos avançar para os próximos módulos, onde traremos ideias de como deixar o dinheiro guardado mas rendendo juros. Não pense em fazer isso deixando o dinheiro debaixo do colchão! Vamos conhecer alguns produtos de investimentos em Renda Fixa, exemplos de aplicações na prática do cotidiano e dicas de como fazer as melhores escolhas. Ficou curioso em saber mais? Acompanhe o próximo tópico e os Módulos 5 e 6.

4.3 PRODUTOS DE INVESTIMENTOS

De modo prático, essa palavra investimento trata-se de todo e qualquer gasto ou aplicação de recursos feito com o intuito de obter retornos futuros, não é algo que pode ser feito de qualquer forma ou sem um preparo adequado. Em termos mais simples, as pessoas que fazem investimentos estão, na maioria das vezes, “emprestando” o seu dinheiro para empresas financeiras ou mesmo para o poder público, que pagam o montante de volta acrescidos de juros. Para isso, é fundamental avaliar uma série de fatores, como a regulamentação da instituição, o tipo de aplicação, as regras do setor, e assim sucessivamente.

No momento de fazer qualquer aplicação financeira é importante lembrar de três palavras-chave: **segurança, liquidez e rentabilidade**. Segurança é saber se o local que está colocando o dinheiro é regulamentado; liquidez é saber se o valor pode ser sacado no tempo que desejamos e rentabilidade diz respeito aos juros pagos pelo valor que colocamos de acordo com o tempo de aplicação.

No próximo tópico traremos os principais produtos de investimentos em Renda Fixa do mercado financeiro do Brasil, as formas de aplicação, vantagens e desvantagens, com problemas relacionados ao cotidiano para que o aluno já tenha acesso na escola e possa se tornar consciente em suas decisões presentes ou futuras, de onde investir e ter sua reserva financeira para atender as necessidades urgentes, podendo até iniciar na vida de investimentos ou mesmo se planejar para alcançar seus objetivos.

4.3.1 (M5) Principais produtos de Renda Fixa

Vamos apresentar alguns produtos de investimentos em Renda Fixa, do nosso país, disponíveis no momento de nossa pesquisa, problemas relacionados e as expectativas de respostas em cada um deles.

Neste módulo serão necessárias 4 aulas de 50 minutos cada, para explicar com detalhes como esses produtos financeiros funcionam, iniciando com a Caderneta de Poupança, CDB, LCI e LCA, deixando para a semana seguinte tirar dúvidas a respeito desses produtos e explicar como funciona o Tesouro Direto.

Logo mais traremos os principais produtos de investimento em renda fixa em nosso país,

atualmente em vigor com suas características peculiares.

I) Caderneta de Poupança - como veremos em pesquisa nesta seção, é o favorito entre os investimentos em produtos financeiros dos brasileiros, porém tem perdido espaço com o passar do tempo. Ela é conhecida como uma aplicação de baixo retorno (rende pouco), baixo risco (probabilidade muito remota de perder o dinheiro) e alta liquidez (podendo ser sacado a qualquer momento). Pode ser feita de forma fácil com um simples depósito em um banco ou corretora de investimentos.

O rendimento da caderneta de poupança é calculado dependendo da Taxa Selic, que dita os juros básicos da economia. Quando a meta da Selic estiver igual ou inferior a 8,5% ao ano, a poupança terá um rendimento de 70% da Selic mais a TR, mas quando está em patamar superior a 8,5%, a valorização da caderneta é de 0,5% ao mês mais a variação da Taxa Referencial (TR), um percentual bem pequeno calculado a partir da taxa básica financeira e outros parâmetros informados diariamente pelo Banco Central, que ainda disponibiliza a Calculadora do Cidadão² para facilitar este cálculo.

II) CDB - é a sigla de Certificado de Depósito Bancário. São títulos de renda fixa emitidos pelos bancos e corretoras para captação de recursos financeiros com a finalidade de emprestar a quem o procura. A instituição financeira emite o título, o investidor compra e recebe juros que podem ser prefixados ou pós-fixados (normalmente atrelados ao Certificado de Depósito Interbancário (CDI - empréstimos que os bancos tomam entre si diariamente para fechar o caixa no positivo), um índice de referência que segue de perto o valor da Taxa Selic.

A partir da referência do seu rendimento, podemos perceber que os rendimentos são melhores que os da Caderneta de Poupança. Mas, diante dessas vantagens apresentadas do CDB, o que pode ainda ter um número expressivo de investidores, ou poupadores, deixando o dinheiro na Caderneta de Poupança?

Elencamos três desvantagens no investimento em CDB que não tem na Caderneta de Poupança, em primeiro lugar a cobrança de Imposto de Renda sobre os rendimentos, variando com o tempo entre 22,5% a 15%, segundo, a grande quantidade disponível com diferentes valorizações podendo confundir quem está iniciando, e por último é o prazo que deve deixar o recurso alocado para não haver prejuízo.

²link:Banco Central do Brasil(Acesso no dia 12 de Dezembro de 2022).

III) LCI e LCA - Letra de Crédito Imobiliário e Letra de Crédito do Agronegócio. Elas têm características muito semelhantes entre si, uma serve para captar recursos e investir em atividades no setor imobiliário e a outra para financiar atividades no setor do Agronegócio. A principal característica que chama atenção de quem investe é a isenção do Imposto de Renda.

Vale salientar ainda que o investimento em LCI ou LCA tem valor mínimo, prazo, liquidez e rentabilidade a depender do título específico e, assim como a Caderneta de Poupança e o CDB, eles contam com a proteção do Fundo Garantidor de Crédito (FGC) até o limite de R\$ 250 mil por CPF por instituição financeira em caso de quebra do banco ou corretora que emite estes títulos, nesses casos o FGC garante de volta os recursos investidos.

IV) Tesouro Direto ou Título Público - há pelo menos quatro tipos de títulos públicos, que são classificados de acordo com sua rentabilidade. Observemos como eles funcionam:

- Tesouro IPCA+NTNB Principal (Nota do Tesouro Nacional - Série B) - o rendimento é de um percentual de juros ao ano da Nota mais a variação do IPCA do período. Será descontado o Imposto de Renda do rendimento que será apenas no vencimento do título, onde ele pode ser resgatado.
- Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais (NTNB) - o rendimento também traz um juro anual mais a variação do IPCA do período. A diferença reside na forma de remuneração, com pagamentos a cada semestre (com recolhimento de Imposto de Renda a cada pagamento).
- Tesouro Prefixado - o rendimento desse tipo de título é predefinido no momento da aplicação. Apresenta volatilidade ao longo do período de aplicação e se valoriza ou desvaloriza conforme as projeções da economia. Por exemplo, se aplicamos neste título rendendo 10% ao ano e a Taxa Selic passa a ser 14% ao ano, considera-se perda de rendimento neste período.
- Tesouro Selic - já o rendimento desse título é vinculado à Taxa Selic, a taxa básica de juros da economia brasileira. Uma elevação da Selic aumenta a rentabilidade, e uma redução compromete o retorno, pois a inflação pode chegar a patamares maiores no mesmo período. Enquanto os outros títulos públicos são recomendados para resgatar apenas no vencimento, o Tesouro Selic pode ser resgatado a qualquer momento sem prejuízo aos rendimentos, mesmo que tenha a incidência do IOF (Imposto sobre Operações Financeiras) nos primeiros 30 dias e o Imposto de Renda, calculados sempre sobre os rendimentos até o momento do resgate.

Como afirma (ENEF, 2013, p. 21) para Educação Financeira nas escolas: “alternativas

de investimento existentes no mercado, que deverão ser descritas e comparadas entre si”, corroborando com essa ideia, trazemos nesta seção alguns tipos de investimento em Renda Fixa que aliados ao conhecimentos de Matemática Financeira, pode auxiliar na melhor escolha em termos econômicos. Vale salientar que não é uma tarefa simples e de fácil identificação, mas com maior conhecimento podemos fazer boas escolhas no momento de investir.

Quando temos algum recurso financeiro disponível, ou seja, sobra do salário, aumento salarial, pode ser da mesada também, a melhor maneira de tentar acompanhar os aumentos inflacionários é investindo convenientemente para que o dinheiro não venha a perder o valor com o passar do tempo.

Em pesquisa realizada pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA) no ano de 2020 destacou que no período da pandemia o número de investidores caiu em comparação a outros anos em que a pesquisa foi realizada e pela primeira vez a poupança perdeu adeptos, enquanto outros produtos financeiros acabaram sendo mais utilizados. Neste mesmo ano, o número de investidores em produtos financeiros cresceu muito, passando a ser 53% do total de investidores, destes, 29% em Caderneta de Poupança, 5% em Fundos de Investimentos, 5% em Títulos Privados, 3% em Tesouro Direto, 3% em Ações na Bolsa de Valores e o restante em outros produtos financeiros.

Em apêndice, trazemos algumas simulações de investimentos realizados no site do Tesouro Direto que compara com outras aplicações em Renda Fixa, para apresentar os dados mais atuais possíveis e desse modo incentivar ao aluno que pensar em fazer algum investimento, simule e faça os acompanhamentos necessários nos valores financeiros aportados.

A seguir, traremos situações-problemas relacionados a aplicações financeiras em Renda Fixa e as suas expectativas de respostas, tentando aliar a teoria com a prática da melhor maneira possível.

4.3.2 (M6) Problemas relacionados a aplicações em Renda Fixa

Aqui serão apresentados problemas relacionados a aplicações financeiras em Renda Fixa e suas expectativas de respostas, de acordo com as habilidades da BNCC.

Neste módulo iremos precisar de 10 aulas de 50 minutos cada, onde o professor pode tomar duas aulas para ministrar cada problema do 4 ao 8, sempre tecendo comentários em

cada um deles de Educação Financeira e correlacionando com as aplicações da Matemática Financeira em suas respectivas resoluções.

Vamos apresentar os problemas com suas respectivas expectativas de respostas, o que não isenta novas possibilidades de soluções e discussões que venham a enriquecer o conhecimento do aluno.

Problema 4 - Melhor Investimento

Lídio, conseguiu fazer um fundo de reserva e abriu recentemente uma conta numa corretora de valores (instituição financeira que intermedia a compra e venda de ativos financeiros) e vai iniciar sua aplicação financeira. Ele deseja aplicar R\$ 1.000,00 por um período de 3 anos em Renda Fixa e encontrou no aplicativo da instituição as opções a seguir:

Tabela 4.1: Produtos de Renda Fixa

Produto	Rentabilidade em Juros Compostos(JC)	Imposto de Renda
Poupança	0,6% ao mês	Isento
CDB	14,5% ao ano	15% sobre o rendimento
LCI	90% do CDI (CDI médio de 13% ao ano)	Isento
LCA	10% ao ano	Isento
Tesouro Selic	13,7% ao ano	13% sobre o rendimento

Fonte: Elaborada pelo autor

Do ponto de vista econômico, qual a melhor opção de aplicação para Lídio?

Expectativa de resposta:

Este problema é típico das competências específicas 1 e 3, onde o aluno deverá desenvolver as habilidades (EM13MAT104), (EM13MAT303), a qual necessita aplicar os conhecimentos de conceitos e procedimentos matemáticos em questões econômicas e de Juros Compostos para resolver problemas em situações do cotidiano.

Vamos iniciar calculando os montantes depois de três anos ou trinta e seis meses em cada caso apresentado na Tabela 4.1:

i) Poupança

$$M_{36} = 1.000(1 + 0,006)^{36} = 1.000(1,006)^{36}$$

$$M_{36} = 1.240,30$$

ii) CDB

$$M_3 = 1.000(1 + 0,145)^3 = 1.000(1,145)^3$$

$$M_3 = 1.501,12$$

$$501,12 - [(0,15) \cdot (501,12)] = 425,95$$

$$M = 1.425,95$$

iii) LCI

$$90\% \text{ de } 13\% = (0,9) \cdot (0,13) = 0,117 = 11,7\%$$

$$M_3 = 1.000(1 + 0,117)^3 = 1.000(1,117)^3$$

$$M_3 = 1.393,66$$

iv) LCA

$$M_3 = 1.000(1 + 0,10)^3 = 1.000(1,1)^3$$

$$M_3 = 1.331,00$$

v) Tesouro Selic

$$M_3 = 1.000(1 + 0,137)^3 = 1.000(1,137)^3$$

$$M_3 = 1.469,87$$

$$469,87 - [(0,13) \cdot (469,87)] = 408,78$$

$$M = 1.408,78$$

Para um melhor entendimento na questão, vamos fazer mais uma coluna à direita na Tabela 4.1, com o montante em cada situação, conforme representamos na Tabela 4.2:

Tabela 4.2: Montante após 3 anos

Produto	Rentabilidade em JC	Imposto de Renda	Montante
Poupança	0,6% ao mês	Isento	R\$ 1.240,30
CDB	14,5% ao ano	15% sobre o rendimento	R\$ 1.425,95
LCI	90% do CDI (13% ao ano)	Isento	R\$ 1.393,66
LCA	10% ao ano	Isento	R\$ 1.331,00
Tesouro Selic	13,7% ao ano	13% sobre o rendimento	R\$ 1.408,78

Fonte: Elaborada pelo autor

Observando os valores de cada montante na coluna mais a direita da Tabela 4.2, podemos concluir que a opção mais vantajosa economicamente para Lídio é o CDB.

Problema 5 - Inflação e Investimento

Considerando, que a taxa de inflação medida no mesmo período do problema 4, foi de aproximadamente 12% ao ano, existe alguma aplicação na Tabela 4.1 que não compensa, comparando com a inflação do período? O que significa fazer essas aplicações?

Expectativa de resposta

Neste problema, o aluno tem mais uma oportunidade para desenvolver a habilidade (EM13MAT304), interpretando problemas em Matemática Financeira que faz parte da Competência Específica 3, resolvendo e interpretando problemas nesta área do conhecimento para construir argumentação consistente.

Voltando ao enunciado do problema, observamos que a taxa de inflação, no mesmo período do Problema 4, é de 12% ao ano. Isso revela que os R\$ 1.000,00 de hoje não terão o mesmo valor daqui a 3 anos. Para que saibamos o valor que devemos ter depois destes 3 anos com o mesmo poder de compra, diante dessa taxa de inflação, utilizamos a fórmula do montante de Juros Compostos. Veja:

$$M_3 = 1.000(1 + 0,12)^3$$

$$M_3 = 1.000(1,12)^3$$

$$M_3 = 1.404,92$$

Por esse valor encontrado e observando os montantes da Tabela 4.2, não compensa fazer aplicação em Poupança, LCI e LCA, de acordo com os rendimentos propostos nas opções da Tabela 4.1 dessa instituição financeira.

Podemos concluir que, fazer uma dessas três aplicações financeiras nesse período significa perder o poder de compra, pois os valores finais ou montante não atingem o valor correspondente a inflação do período analisado.

Problema 6 - Cartão de Crédito e Investimento

Um conjunto de sofás é vendido a prazo em 5 prestações mensais de R\$ 400,00 cada uma no cartão de crédito, sendo a primeira prestação a ser paga um mês após a compra, coincidindo com o vencimento do cartão. Se o pagamento for à vista, o preço cobrado é de R\$ 1.900,00. Qual a melhor alternativa de pagamento de um comprador que tem esse dinheiro e consegue aplicar num produto de investimento à taxa de juros igual a 2% a.m.? (IEZZI, 2013, p. 61 - adaptado)

Expectativa de resposta

Nesta situação-problema torna-se necessário para o aluno desenvolver as habilidades (EM13MAT303) e (EM13MAT304) onde trata de resolver problemas envolvendo o nosso contexto no âmbito da Matemática Financeira e aplica Juros Compostos, o que requer uma melhor interpretação como afirma a competência específica 3 da BNCC.

Uma das maneiras de encarar o problema é de trazer as prestações para a data atual como foi visto na seção 3.2.3, e em seguida, comparar com o valor à vista.

$$V_a = \frac{400}{(1 + 0,02)^1} + \frac{400}{(1 + 0,02)^2} + \frac{400}{(1 + 0,02)^3} + \frac{400}{(1 + 0,02)^4} + \frac{400}{(1 + 0,02)^5}$$

Assim:

$$V_a = 392,16 + 384,47 + 376,93 + 369,54 + 362,29 = 1.885,39$$

Como o valor atual do pagamento no cartão é menor do que o valor à vista, a melhor alternativa é pagar no cartão de crédito, desde que o dinheiro esteja aplicado à taxa de juros de 2% ao mês de acordo com o problema e a pessoa pudesse resgatar os valores à medida que as prestações fossem vencendo.

Aproveitamos o contexto do Problema 6, dentro do aspecto da Educação Financeira, para falar um pouco sobre o cartão de crédito a fim de que o aluno possa ter o mínimo de conhecimento do seu funcionamento (o básico), visto sua disseminação ser muito rápida com várias empresas atuando no ramo, o que facilita a aquisição.

Cartão de crédito básico - cartão magnético emitido por instituição financeira ou por instituição de pagamento e exerce duas funções principais, pagamento à vista ou de crédito pós-pago (o aspecto que mais nos interessa).

Há uma grande vantagem de se utilizar o cartão de crédito para pagamento pós-pago, desde que se tenha controle financeiro e o pagamento da fatura mensal for integral sem haver atraso, o cliente não pagará impostos ou taxas relativas ao período da compra até o pagamento. O problema é quando atrasa o pagamento da fatura ou paga apenas o mínimo exigido, pois os juros são os maiores cobrados no mercado financeiro do país.

Segundo dados do Banco Central do Brasil, quando não há o pagamento integral da fatura do cartão de crédito, o cliente pode escolher entre as três opções:

- Parcelamento da fatura, situação em que contratará uma operação de crédito.
- Paga apenas o mínimo e não parcela o restante: situação em que adere ao crédito rotativo, que sujeita o titular do cartão ao pagamento dos juros e dos encargos financeiros previstos em contrato, sendo vedada a cobrança de juros adicionais punitivos (comissão de permanência).
- Pagamento de valor inferior ao mínimo, sem parcelamento: cliente fica inadimplente, podendo ser aplicados os procedimentos previstos no contrato para situações de inadimplemento: juros do crédito rotativo (por dia de atraso sobre a parcela vencida ou sobre o saldo devedor não liquidado); multa de 2% sobre o principal; e juros de mora de 1% ao mês.

Percebemos hoje, a facilidade de obter um cartão de crédito, que está sendo oferecido a população onde algumas empresas administradoras não consultam dados dos possíveis clientes, se já têm débito no mercado ou têm emprego estável, de modo que tenham plenas condições de honrar como os pagamentos futuros.

Desse modo, é necessário ter uma boa organização financeira, sempre revendo o modelo de orçamento escolhido (mostrado na seção 4.1) e buscar adquirir o que apenas tem necessidade e pode pagar. Não adianta utilizar um cartão de crédito sem ter condições de pagar as faturas. Para maiores detalhes sobre o Cartão de Crédito sugiro a consulta da cartilha elaborada pelo Banco Central do Brasil através do endereço eletrônico³.

³Banco Central do Brasil - cartão de crédito(Acesso no dia 12 de Dezembro de 2022).

Problema 7 - Escolha o melhor investimento

Um investidor deseja aplicar R\$ 10.000,00 durante um mês em um dos fundos de investimento de um banco. O agente de investimentos desse banco apresentou dois tipos de aplicações financeiras: a aplicação Básica e a aplicação Pessoal, cujas informações de rendimentos e descontos de taxas administrativas⁴ mensais são apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Aplicações Financeiras

Aplicação	Taxa de rendimento mensal	Taxa administrativa mensal
Básica	0,542%	R\$ 0,30
Pessoal	0,560%	3,8% sobre o rendimento mensal

Fonte: ENEM 2020

Consideradas as taxas de rendimento e administrativa, qual aplicação fornecerá maior valor de rendimento líquido⁵ a esse investidor e qual será esse valor?

Expectativa de resposta

Neste problema, o aluno necessita ter adquirido conhecimento do conteúdo da seção 3.2.1 na parte de Porcentagem e de Juro e suas aplicações, corroborando com as habilidades (EM13MAT104), (EM13MAT303), (EM13MAT304) das Competências Específicas 1 e 3 da BNCC, onde afirmam que o aluno precisa interpretar e resolver problemas em diversos contextos, analisando os resultados para tomar uma decisão mais consciente.

Em questão, vamos calcular o montante de cada aplicação e decidir pelo melhor, que fornecerá a maior rentabilidade líquida.

i) Aplicação Básica

$$0,00542 \cdot 10.000 = 54,20$$

$$54,20 - 0,30 = 53,90.$$

ii) Aplicação Pessoal

$$0,00560 \cdot 10000 = 56,00$$

⁴pagamento pelo serviço de gestão de um fundo de investimento

⁵valor recebido, total dos rendimentos menos os descontos

$$56,00 \cdot 0,038 = 2,12$$

$$56,00 - 2,12 = 53,88.$$

Portanto, a melhor aplicação é a Básica, com rendimento líquido de R\$ 53,90.

Problema 8 - Tempo de Investimento

Uma pessoa fez um depósito inicial de R\$ 200,00 em um fundo de Investimentos que possui rendimento constante sob juros compostos de 5% ao mês. Esse Fundo possui cinco planos de carência⁶ (tempo mínimo necessário de rendimento do Fundo sem movimentação do cliente). Os planos são os apresentados no Quadro 4.2:

Quadro 4.2: Planos e Carência

PLANOS	CARÊNCIA
A	10 meses
B	15 meses
C	20 meses
D	28 meses
E	40 meses

Fonte: Elaborado pelo autor.

O objetivo dessa pessoa é deixar essa aplicação rendendo até que o valor inicialmente aplicado duplique, quando somado aos juros do fundo. Considere as aproximações: $\log 2 = 0,30$ e $\log 1,05 = 0,02$. Para que essa pessoa atinja seu objetivo apenas no período de carência, mas com a menor carência possível, deverá optar por qual plano? (ENEM 2019)

Expectativa de resposta

Neste caso recomendo a consulta da seção 3.2.2 na parte de Juros Compostos e aplicação das propriedades dos Logaritmos, requerendo do aluno desenvolver a habilidade (EM13MAT305) da BNCC que diz para resolver problemas com funções logarítmicas e interpretá-los em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

Este problema poderia ser resolvido calculando cada caso nas carências apresentadas, porém, com a aplicação direta das propriedades dos logaritmos para conhecer o tempo n na

⁶Carência é o período em que o dinheiro investido em uma aplicação fica retido pelo banco ou instituição financeira. Ou seja, estar no período de carência significa que você não pode retirar o dinheiro que investiu até o fim do prazo definido no contrato. Desse modo, os gestores dos fundos tem a liberdade de aplicar o dinheiro para um melhor rendimento por um tempo determinado.

fórmula de Juros Compostos a resolução se torna mais rápida. Como queremos que o capital dobre, independente do seu valor aplicado, na fórmula de Juros Compostos vamos utilizar $M = 2C$ para encontrar o tempo n . Observe:

$$M_n = C(1 + i)^n \implies 2C = C(1,05)^n$$

$$2 = (1,05)^n$$

$$\log 2 = \log(1,05)^n$$

$$\log 2 = n \cdot \log(1,05)$$

$$n = \frac{\log 2}{\log(1,05)} = \frac{0,30}{0,02} = 15$$

Logo, o tempo mínimo para que a pessoa atinja seu objetivo é de 15 meses, indicando que a pessoa deve escolher o plano B.

Gostou do que viu até aqui? Está mais preparado para fazer boas escolhas nos investimentos? Estamos quase chegando ao fim de nossa jornada, mas quem nunca teve vontade de comprar alguma coisa e não tinha o dinheiro no momento para isso? Convido você a conhecer as principais formas de ter dinheiro emprestado (empréstimo) ou comprar um objeto "fiado" (termo utilizado para designar a compra sem ter o dinheiro de imediato), conhecido no mercado como financiamento.

Na próxima seção, iremos falar um pouco sobre os principais modos de empréstimos e financiamentos do mercado financeiro do nosso país. Esse estudo é importante para o aluno, pois permite-o escolher os empréstimos ou financiamentos menos onerosos ou mesmo que tenha condições de assumir com responsabilidade.

4.4 EMPRÉSTIMOS E/OU FINANCIAMENTOS

Em diversas ocasiões da nossa vida desejamos ou até necessitamos adquirir um bem e não temos o recurso financeiro disponível, nesses casos, na maioria das vezes, recorreremos a um banco ou instituição financeira para solicitar um empréstimo ou financiamento. Nesse momento, precisamos fazer pesquisa como se estivéssemos pesquisando um produto para comprar e ainda com mais cuidado porque a dívida pode ser feita por muito tempo, o que requer muita disciplina para não correr o risco de ficar inadimplente e ter restrições no comércio como todo.

4.4.1 (M7) Problemas que envolvem empréstimos e/ou financiamentos

Aqui, iremos apresentar alguns problemas que podem auxiliar na tomada de decisões quando envolvem empréstimos e/ou financiamentos, o que requer bastante atenção para não se complicar na vida financeira.

Neste módulo precisaremos de pelo menos 10 aulas de 50 minutos cada, sendo um problema tratado em 2 aulas, sempre fazendo referência a Educação Financeira e se utilizando da Matemática Financeira como suporte para um melhor entendimento em cada situação.

Os problemas que serão apresentados nesta seção devem vir acompanhados principalmente de uma explanação dos conteúdos de Juros Compostos e Valor atual de uma sequência de capitais vistos nas seções 3.2.2 e 3.2.3 do capítulo anterior.

Problema 9 - Investimento x Financiamento

Soraya tem um dinheiro aplicado em um CDB de uma instituição financeira no Brasil que está rendendo 10% ao mês líquido, durante dois meses e deseja comprar um smartfone. Soraya tem duas opções de pagamento:

(I) À vista no valor de R\$ 3.500,00.

(II) Em 2 prestações mensais fixas de R\$ 2.000,00, vencendo a primeira um mês após a compra.

Qual das opções é a mais vantajosa financeiramente para Soraya? (ENQ⁷ 2019.2 - adaptado)

Expectativa de resposta:

Neste caso, recomendo a explicação do conteúdo da seção 3.2.2 onde trata de Juros Compostos e se necessário, também a seção 3.2.3 em Valor Atual de um Conjunto Uniforme de Capitais. Observo a necessidade do aluno ter a habilidade (EM13MAT304) que faz parte da Competência Específica 3 da BNCC, no que diz respeito a saber resolver problemas do nosso cotidiano envolvendo Juros Compostos.

Temos duas possibilidades principais a considerar para Soraya, tomamos o valor correspondente do smartfone e deixamos aplicado por um mês, retiramos o valor da prestação e deixamos o restante por mais um mês e retiramos o valor que falta pagar ou tomamos o valor total a prazo e trazemos para a data atual e comparamos com o valor à vista. Como no Problema

⁷Exame Nacional de Qualificação do Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional.

6 já fizemos o cálculo do Valor Atual, aqui vamos optar pela aplicação do valor.

$$M_1 = 3.500(1, 1)^1 = 3.850$$

$$3.850 - 2.000 = 1.850$$

$$M_1 = 1.850(1, 1)^1 = 2.035.$$

Observamos que ao final ficou um valor de R\$ 2.035,00 e precisamos pagar apenas R\$ 2.000,00 da última prestação, por isso, a opção mais vantajosa do ponto de vista financeiro é comprar a prazo.

Problema 10 - Empréstimo em parcelas uniformes

Um banco concedeu um empréstimo para Meire adquirir um carro. O pagamento deveria ser feito em 12 prestações mensais de R\$ 1.400,00 cada uma, sem entrada, ou seja, a primeira prestação para ser paga um mês após a compra. Qual o valor do empréstimo sabendo-se que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% a.m? (IEZZI, 2013, p. 65 - adaptado)

Expectativa de resposta

Mais um problema que necessita da habilidade (EM13MAT303) da BNCC, com problema envolvendo Juros Compostos. Perceba no problema que desejamos encontrar o valor a partir das parcelas a serem pagas mensalmente durante um ano. Torna-se necessário observar as definições de empréstimos e do assunto Valor Atual de uma sequência uniforme de pagamentos na seção 3.2.3.

Como desejamos saber o Valor Atual dessa sequência uniforme de pagamentos, iremos utilizar a fórmula correspondente da que se encontra na seção 3.2.3:

$$V_a = P \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] = 1.400 \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+0,03)^{12}}}{0,03} \right]$$

$$V_a = 1.400 \cdot [9,954] = 13.935,60.$$

Portanto, o valor emprestado pelo banco foi de R\$ 13.935,60.

Para um melhor entendimento dos termos vistos nos problemas desta seção, trazemos a seguir algumas definições que poderão enriquecer os conhecimentos a respeito de empréstimos e financiamentos realizados em nosso país.

O Banco Central do Brasil define empréstimos como operações de crédito em que uma pessoa ou empresa recebe dinheiro assumindo o compromisso de pagar, no futuro, o valor disponibilizado acrescido de juros e encargos. O mesmo entendimento pode ser estendido para financiamentos e utilização do cartão de crédito, nos quais se obtém um bem ou serviço com um valor como se fosse emprestado para pagar depois. De acordo com o documento da ENEF que norteia a Educação Financeira nas escolas, “o crédito é a ferramenta que permite criar recursos para realizar o consumo, ou seja, permite a sua antecipação por ele ser necessário ou desejado” (ENEF,19).

I) Empréstimo pessoal

Um empréstimo é uma operação em que a instituição financeira libera os recursos ou valor sem a necessidade do cliente declarar especificamente onde o dinheiro será utilizado, o que difere de financiamento onde os recursos são destinados a algo específico, o que veremos mais adiante.

Entre as várias modalidades de empréstimos existentes no mercado financeiro brasileiro, vamos nos deter no empréstimo pessoal realizado por pessoa física, trabalhador da iniciativa privada sem garantia de estabilidade no emprego.

Antes de fazer esse empréstimo é preciso atentar para alguns detalhes: fazer uma pesquisa de todas as formas de pagamentos e instituições possíveis, se a instituição escolhida é autorizada pelo Banco Central, não depositar nenhum dinheiro para obter o empréstimo, fazer cálculos para saber o melhor custo benefício, pois as taxas cobradas variam entre as instituições (que detalharemos melhor nos assuntos que serão abordados neste tópico).

O melhor é não precisar fazer empréstimo, organizando-se da maneira mais adequada possível e quando preciso utilizar o fundo de reserva orientado no tópico anterior, mas se o imprevisto for maior que o esperado e além da reserva estabelecida até o momento, para que o valor a tomar emprestado não fique tão dispendioso, sugiro que siga as dicas colocadas no parágrafo anterior.

II) Financiamento

Enquanto mora na casa dos pais, possivelmente não aparece esta preocupação, mas quando temos planos de casar ou formar uma nova família já pensamos onde morar, qual o local, o tipo de casa queremos, veículo para me locomover com a minha nova família. Nestes

momentos, as instituições financeiras podem chegar com todo o portfólio e propaganda para oferecer seus produtos, de acordo com a preferência de cada cliente. Adquirir um bem a prazo dividido em prestações é o que podemos chamar de financiamento.

Vale destacar que esse bem, quando financiado, fica alienado⁸ a instituição financeira como uma garantia até o pagamento total, o que pode facilitar a realização do financiamento, mas mesmo assim não se torna uma escolha simples a ser feita pois temos muitas opções e nem todas conseguimos aprovação de imediato.

Como já mencionado no tópico anterior, todo cuidado é pouco no momento dessa escolha, pois as ofertas têm sido acrescidas dia a dia, e se torna imprescindível a pesquisa feita com bastante cuidado, lembrando que quanto maior for a entrada (valor que se dá no início do financiamento) menor serão valores das prestações ou número de prestações a pagar. Mais uma vez vem o alerta da importância de se reservar algum valor dentro do orçamento para ocasiões como esta, que um dia todos podemos vivenciar.

Problema 11 - Tempo num montante de pagamentos uniformes

Vanderlania está desejosa de adquirir um smartfone que custa R\$ 2.500,00 e o vendedor assegurou que manterá o preço por um ano, mesmo atualizando o smartfone. Sabendo que ela não tem esse valor no momento, mas pode aplicar 200 reais por mês em uma LCA que rende 2% a.m. Em quanto tempo ela chegará ao valor do smartfone? Conseguirá comprar pelo mesmo valor?

Expectativa de resposta:

Observe que se apenas multiplicar o valor aplicado pela quantidade de meses ($200 \cdot 12 = 2.400$) ou mesmo dividir o valor total pela parcela ($2.500/200 = 12,5$), não consegue atingir o objetivo no tempo hábil e não garante que o resultado é satisfatório, pois tem que considerar uma taxa de juros envolvida. Recomendamos uma consulta ao conteúdo matemático da seção 3.2.2 e na seção 3.2.3. A questão também relaciona propriedades dos logaritmos, conteúdos que corrobora com as Habilidades (EM13MAT303) e (EM13MAT304), (EM13MAT304) da BNCC.

Vamos calcular o montante que Vanderlania teria depois de 12 meses, aplicando R\$200,00 por mês no LCA que rende 2% ao mês. Para isso, iremos utilizar a fórmula de Montante de uma Sequência Uniforme de Pagamentos.

⁸O cliente fica responsável (junto com a instituição) por todos os débitos relativos ao bem adquirido, desde que estas dívidas estejam pagas. Na prática, a alienação de veículo quer dizer que a propriedade dele é do banco até você quitar o empréstimo.

$$M_u = P \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 200 \left[\frac{(1+0,02)^n - 1}{0,02} \right]$$

$$2.500 = 10.000 \cdot [(1,02)^n - 1]$$

$$\frac{2.500}{10.000} = (1,02)^n - 1$$

$$0,25 + 1 = (1,02)^n$$

$$\log(1,25) = \log(1,02)^n$$

$$n = \frac{\log(1,25)}{\log(1,02)} = \frac{0,0969}{0,0086} = 11,26.$$

Logo, como o número n de meses é 11,26, menor que 12, podemos concluir que Vanderlania conseguirá fazer a compra do smartfone no tempo determinado.

Vale salientar nesta questão que, se tivermos paciência, muitas dívidas podem ser evitadas, ter disciplina e organização nos ajuda muito na realização dos nossos sonhos.

Problema 12 - Valor atual de uma dívida

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado. Qual o valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal? (ENEM 2019)

Expectativa de resposta:

O problema apresentado aqui tem a ver com a antecipação das prestações para data atual, ou seja, do valor à vista, considerando as taxas de juros da seção 3.2.1 e o valor atual de uma sequência de capitais na seção 3.2.3. Para o aluno responder, deve ter a Habilidade (EM13MAT303), que se relaciona com a resolução de problemas com Juros Compostos.

O caso em questão tem as duas prestações diferentes, o que não podemos organizar como nos pagamentos uniformes, mas se encaixa na primeira fórmula de Valor Atual de uma sequência de capitais. Veja com a substituição dos valores do problema:

$$V_a = \frac{202}{(1+0,01)^1} + \frac{204,02}{(1+0,01)^2}$$

Assim:

$$V_a = 200 + 200 = 400$$

Portanto, o valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de R\$ 400,00.

Tratamos aqui de alguns casos que envolvem dívidas no decorrer do tempo para que o aluno tenha uma base de como funciona este tipo de operação financeira, contudo, temos em nosso país diversos tipos de empréstimos e financiamentos, o que torna imprescindível a pesquisa, os cálculos necessários nas diversas instituições financeiras a fim de saber o melhor custo-benefício antes de realizar qualquer captação de recurso em empréstimo ou adquirir um bem num financiamento sem ter o recurso disponível no momento.

Este produto educacional tanto pode ser utilizado pelo professor que atua no Ensino Médio, estudantes a partir da 1ª série desse nível de ensino e todos aqueles que desejam uma melhor organização financeira. Os problemas aqui apresentados são de forma gradual, do mais simples ao mais difícil, na tentativa de um conhecimento progressivo e um aprendizado efetivo.

Recomendamos em cada um dos problemas ou atividades apresentadas, dois olhares principais, a parte de Educação Financeira nos resumos em destaque e as ferramentas de Matemática Financeira da seção 3.2 aliado as expectativas de respostas, proporcionando um aprendizado mais completo na integração dessas áreas.

Por mais que seja difícil o diálogo entre as disciplinas, nesse nosso trabalho, conseguimos apontar o lugar da Educação Financeira e da Matemática Financeira nos diversos problemas, contribuindo para interdisciplinaridade, deixando o caminho aberto para que outras áreas afins possam se integrar e o trabalho se torne mais rico.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio deste trabalho, pudemos perceber a importância fundamental de aliar a Matemática Financeira, através dos principais conceitos como Porcentagem, Juros e Funções, com a Educação Financeira, nos seus aspectos mais comuns, ainda na Educação Básica em consonância com as diretrizes apresentadas na BNCC, dada a relevância destas áreas na sociedade contemporânea.

A nossa principal intenção foi alcançada em trazer uma sequência didática com problemas do cotidiano, para auxiliar os professores e alunos da 1ª série do Ensino Médio na Educação Financeira, conscientizando em alguns termos que aparecem com frequência no mercado financeiro, bem como nos assuntos da Matemática necessários para resolução dos problemas.

Como alguma coisa que está nascendo, deixamos este trabalho como início para proposta de uma disciplina eletiva para 1ª série do Ensino Médio, nos parâmetros da BNCC e diretrizes curriculares nacionais para este nível de ensino, podendo ser ampliada e discutida por futuros pesquisadores da área.

Este trabalho também pode ser estendido por todo o Ensino Médio, visto a grande necessidade que temos de Educação Financeira na Educação Básica, onde pesquisas mostraram que a organização financeira de turmas que passaram por esta área, enquanto estudantes neste nível de ensino, contribuiriam para uma melhor condição na vida.

Diante disso, pode-se acrescentar à proposta, outros temas que envolvem a sociedade atual, como emprego, renda e novas formas de lidar com recursos financeiros, sempre tendo a necessidade de atualização dos dados, diante das grandes mudanças que ocorrem no mercado financeiro em nosso país e no mundo inteiro.

Destacamos também os aspectos sociais, econômicos e emocionais, sabendo que os problemas de ordem financeira passa por todos estes parâmetros, oportunizando ao professor uma ampliação dessa pesquisa, dependendo de onde fica a escola e o seu nível social, fazendo as adaptações necessárias.

Referências Bibliográficas

- [1] ANBIMA. **Raio X do Investidor Brasileiro**. 4. ed. Publicado em abril de 2021.
- [2] AQUINO, J. M. G. **O ensino da Matemática Financeira: um diagnóstico em escolas públicas de Mossoró–RN**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2014.
- [3] ASSAF NETO, A. **Matemática Financeira e suas aplicações**. São Paulo: Atlas, 2009.
- [4] BARONI, A. K. C. **Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: possibilidades para a formação inicial do professor**. 2021. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2021.
- [5] BRASIL. **ENEF – Plano Diretor**. 2011a. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Plano-Diretor-ENEF-Estrategia-Nacional-de-Educacao-Financeira.pdf>. Acesso em 15 setembro 2022
- [6] BRASIL. **Lei n.º 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. . Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação, a Consolidação das Leis do Trabalho – CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o Decreto-Lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a Lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Brasília: Presidência da República, 2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015_2018/2017/lei/113415.htm. Acesso em 12 julho 2022.

- [7] BRASIL. Ministério da Educação **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. 2018a. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC-EI-EF-110518-versaofinal-site.pdf>. Acesso em 12 setembro 2022.
- [8] BRASIL. Ministério da Educação **Referenciais Curriculares para a elaboração de Itinerários Formativos**. 2019a. Brasília. Disponível em: <https://novo-ensino.medio.saseducacao.com.br/wp-content/uploads/2021/08/Referenciais-Curriculares-para-elaboracao-dos-Itinerarios-Formativos.pdf>. Acesso em 20 dezembro 2022.
- [9] CNC. **Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (PEIC)**. Anual e dezembro de 2021. Disponível em <https://www.portaldocomercio.org.br/publicacoes/pesquisa-de-endividamento-e-inadimplencia-do-consumidor-peic-anual-e-dezembro-de-2021/410541>. Acesso em 05 setembro 2022.
- [10] CRUZ, S. S. L. **Equações de Recorrências e aplicações combinatórias, Probabilidade, Teoria dos Números e Matemática Financeira**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2021.
- [11] HAZZAN, S.; POMPEO, J. N. **Matemática Financeira**. São Paulo: Saraiva, 2014.
- [12] IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. **Fundamentos de Matemática Elementar**, v. 11. São Paulo: Atual, 2013.
- [13] LIRA, M. C. **A volatilidade no mercado financeiro em tempos da pandemia do (novo)Coronavírus e da Covid-19: impactos e projeções**. 2020. Disponível em <http://revistas.faculdefacit.edu.br/index.php/JNT/article/view/677/499>. Acesso em 28 agosto de 2022.
- [14] Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Sobre o **ENEM**. 2019. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/web/enem/sobre-o-enem>. Acesso em 05 setembro 2022.
- [15] MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática Discreta**. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015.
- [16] MUSSARA, E.; et al. **Conhecer e transformar: Projetos integradores - Matemática e suas tecnologias**, 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

- [17] NERI, E. O., et al. **Os elementos antecedentes do endividamento e a satisfação com a vida**. Navus: Revista de Gestão e Tecnologia, n. 11, p. 1-18, 2021.
- [18] PESSOA, M. M. **Proposta de atividades de Matemática Financeira para o Ensino Médio nos termos da nova Base Nacional Comum Curricular**. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022.
- [19] RIBEIRO, Q. D. M. et al. A educação financeira como política pública no Brasil e seus potenciais impactos no orçamento familiar. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 9, p. e43310918213-e43310918213, 2021.
- [20] SANTOS, K. A. **Aplicações da Matemática Financeira no processo de aquisição e custeio embarcações dos municípios de Macau, Guamaré e Galinhos (RN)**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.
- [21] SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11. 2013, Curitiba. **ANAIS...** Disponível em: <https://docplayer.com.br/5940248-Um-programa-de-educacao-financeira-para-a-matematica-escolar-da-educacao-basica.html>. Acesso em 05 outubro 2022.
- [22] ZAT, S.L. **A Educação Financeira no Ensino Médio da Escola em tempo integral do Paraná**. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2022.

.1 APÊNDICE A - Matemática Financeira e Educação Financeira

Quadro 1: Dissertações do Profmat

Data	Autor	Título	Local
16/04/21	ASTROGILDO BORGES NOGUEIRA NETO	CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA JOVENS QUE VÃO ENTRAR NO MERCADO DE TRABALHO	UEMA
20/08/20	STENIO HENRIQUE DO NASCIMENTO CERQUEIRA	UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO	UFMA
19/12/19	MICHEL SILVA MARGUES	A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA O DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	UEMA
06/08/18	AKAUÃ DE AVILA GUIMARÃES	MATEMÁTICA FINANCEIRA: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO MÉDIO SOB UMA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	UFRJ
30/09/16	MARGARETH BRANDÃO MENDES SILVA	ABORDAGEM DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	UENF
19/07/16	HÉWERTON ALVES MARTINS	MATEMÁTICA FINANCEIRA COM ABORDAGEM EM EDUCAÇÃO FINANCEIRA PARA O ENSINO MÉDIO	UFRR

26/03/15	RODRIGO OLIVEIRA SANTOS	O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO NÍVEL MÉDIO E SUA IMPORTÂNCIA PARA A EDUCAÇÃO FINANCEIRA DO ALUNO	UFBA
21/03/14	GELSON PIETRAS	UMA ABORDAGEM SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO	UEPG
05/04/13	RAFAEL GUILHERME GALLAS	A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA A CONSTRUÇÃO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO CIDADÃO	UEPG

Fonte: Elaborado pelo autor.

.2 APÊNDICE B - Simulações de Investimentos

Figura 1: Tesouro Selic x Renda Fixa

TESOURO DIRETO | SIMULADOR

Data da simulação: 12/12/2022

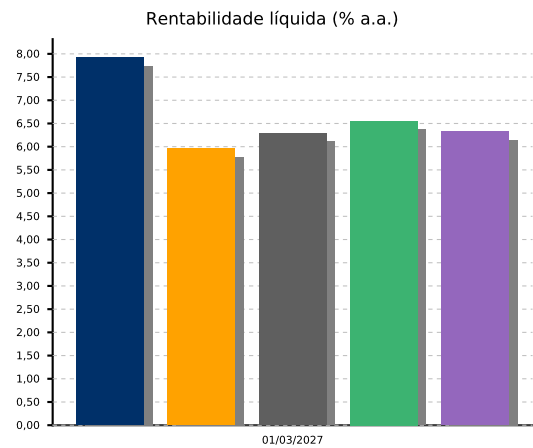
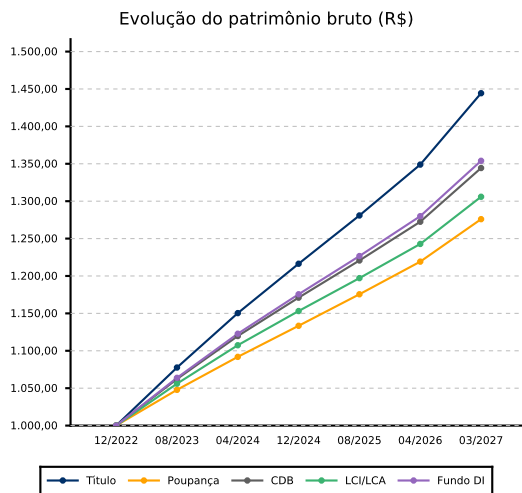
Resultado da Simulação

Tesouro Selic 2027

Valor investido bruto: R\$ 1.000,00

Data do resgate: 01/03/2027

Valor inicial investido: R\$ 1.000,00



Investimento	Valor bruto de resgate (R\$)	Rentabilidade bruta (a.a.)	Custos (R\$)	Valor do imposto de renda (R\$)	Valor líquido de resgate (R\$)	Rentabilidade líquida (a.a.)
LFT	1.444,35	9,14	0,00	66,65	1.377,70	7,92
Poupança	1.275,95	5,96	0,00	0,00	1.275,95	5,96
CDB	1.344,33	7,29	0,00	51,64	1.292,69	6,29
LCI/LCA	1.305,90	6,55	0,00	0,00	1.305,90	6,55
Fundo DI	1.353,97	7,47	0,00	51,95	1.294,75	6,33

(*) Simulação avançada considerando:
- Data do resgate: 01/03/2027

Figura 2: Tesouro Prefixado x Renda Fixa

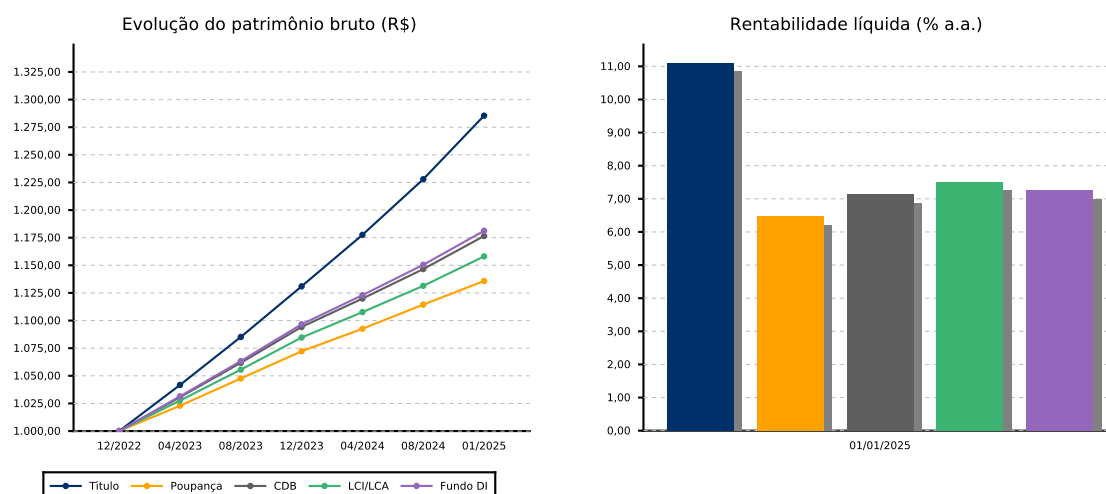
Resultado da Simulação

Tesouro Prefixado 2025

Valor investido bruto: R\$ 1.000,00

Data do resgate: 01/01/2025

Valor inicial investido: R\$ 1.000,00



Investimento	Valor bruto de resgate (R\$)	Rentabilidade bruta (a.a.)	Custos (R\$)	Valor do imposto de renda (R\$)	Valor líquido de resgate (R\$)	Rentabilidade líquida (a.a.)
LTN	1.285,44	13,20	4,59	42,81	1.237,59	11,10
Poupança	1.135,79	6,47	0,00	0,00	1.135,79	6,47
CDB	1.176,50	8,36	0,00	26,47	1.150,03	7,14
LCI/LCA	1.158,08	7,51	0,00	0,00	1.158,08	7,51
Fundo DI	1.181,25	8,57	0,00	26,89	1.152,61	7,26

(*) Simulação avançada considerando:
- Data do resgate: 01/01/2025

As simulações consideram projeções de mercado, que podem não se verificar na prática. As projeções das simulações são apenas exemplificativas, incluindo simplificações nos cálculos, não assegurando os resultados de transações passadas ou futuras.

Figura 3: Prefixado Juros Semestrais x Renda Fixa

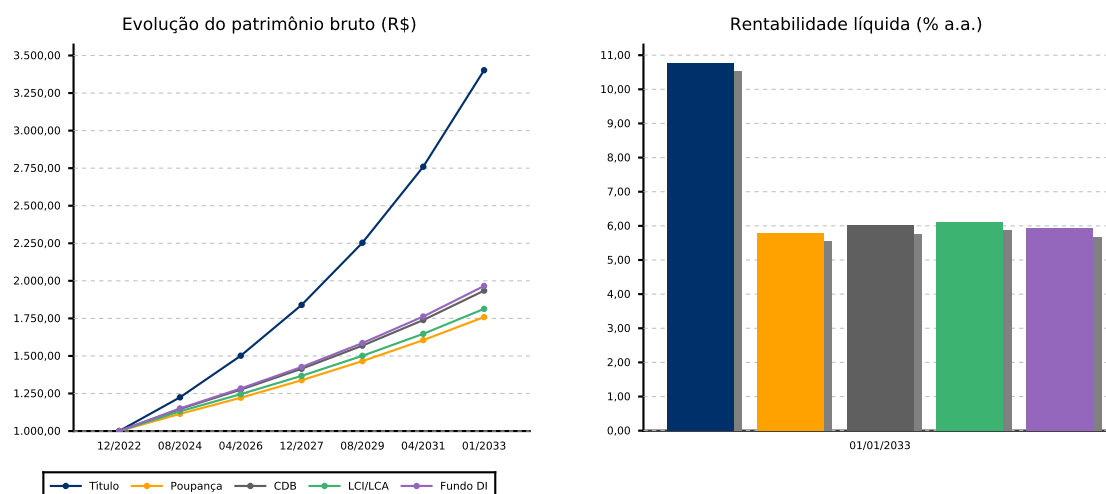
Resultado da Simulação

Tesouro Prefixado com Juros Semestrais

Valor investido bruto: R\$ 1.000,00

Data do resgate: 01/01/2033

Valor inicial investido: R\$ 1.000,00



Investimento	Valor bruto de resgate (R\$)	Rentabilidade bruta (a.a.)	Custos (R\$)	Valor do imposto de renda (R\$)	Valor líquido de resgate (R\$)	Rentabilidade líquida (a.a.)
NTN-F	3.402,07	13,01	33,31	337,01	2.783,20	10,77
Poupança	1.758,63	5,80	0,00	0,00	1.758,63	5,80
CDB	1.934,50	6,81	0,00	140,17	1.794,33	6,01
LCI/LCA	1.813,36	6,12	0,00	0,00	1.813,36	6,12
Fundo DI	1.965,73	6,98	0,00	137,32	1.778,92	5,92

(*) Simulação avançada considerando:
- Data do resgate: 01/01/2033

As simulações consideram projeções de mercado, que podem não se verificar na prática. As projeções das simulações são apenas exemplificativas, incluindo simplificações nos cálculos, não assegurando os resultados de transações passadas ou futuras.

Figura 4: Tesouro IPCA x Renda Fixa

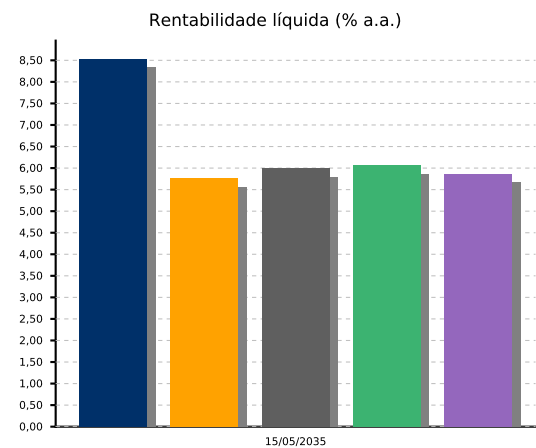
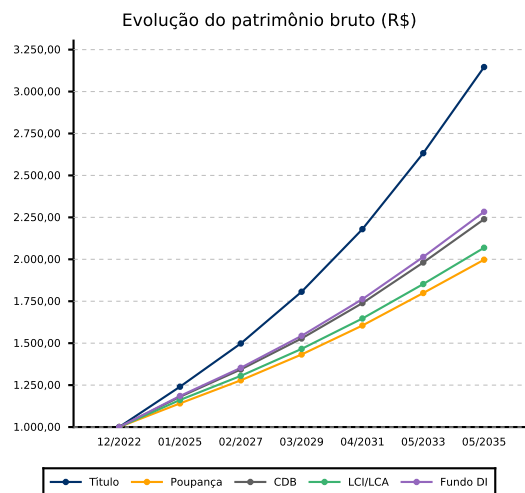
Resultado da Simulação

Tesouro IPCA+ 2035

Valor investido bruto: R\$ 1.000,00

Data do resgate: 15/05/2035

Valor inicial investido: R\$ 1.000,00



Investimento	Valor bruto de resgate (R\$)	Rentabilidade bruta (a.a.)	Custos (R\$)	Valor do imposto de renda (R\$)	Valor líquido de resgate (R\$)	Rentabilidade líquida (a.a.)
NTN-B Principal	3.146,11	9,72	46,15	321,91	2.749,05	8,53
Poupança	1.997,46	5,76	0,00	0,00	1.997,46	5,76
CDB	2.238,93	6,74	0,00	185,84	2.053,09	5,99
LCI/LCA	2.068,78	6,06	0,00	0,00	2.068,78	6,06
Fundo DI	2.283,10	6,91	0,00	180,00	2.020,90	5,86

(*) Simulação avançada considerando:
- Data do resgate: 15/05/2035

As simulações consideram projeções de mercado, que podem não se verificar na prática. As projeções das simulações são apenas exemplificativas, incluindo simplificações nos cálculos, não assegurando os resultados de transações passadas ou futuras.