



**UNIVERSIDADE DA INTEGRAÇÃO INTERNACIONAL DA LUSOFONIA  
AFRO-BRASILEIRA  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

**RICARDO SANDRO CARNEIRO DE MESQUITA**

**ENGENHARIA DIDÁTICA E SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA PROPOSTA DE  
MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA EM CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE  
PERPENDICULARIDADE E PARALELISMO DESTINADAS AO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

**Redenção – Ceará  
2023**

**RICARDO SANDRO CARNEIRO DE MESQUITA**

**ENGENHARIA DIDÁTICA E SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA PROPOSTA DE  
MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA EM CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE  
PERPENDICULARIDADE E PARALELISMO DESTINADAS AO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira como requisito parcial para a obtenção de grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Alisson Pessoa Guimarães

Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira  
Sistema de Bibliotecas da UNILAB  
Catalogação de Publicação na Fonte.

---

Mesquita, Ricardo Sandro Carneiro de.

M582e

Engenharia didática e sequência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica em construções geométricas de perpendicularidade e paralelismo destinadas ao ensino fundamental / Ricardo Sandro Carneiro de Mesquita. - Redenção, 2023.  
75fl: il.

Dissertação - Curso de , Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Alisson Pessoa Guimarães.

1. Engenharia Didática. 2. Sequência Fedathi. 3. Construções Geométricas. I. Guimarães, Antônio Alisson Pessoa. II. Título.

CE/UF/BSCA

CDD 516.15

---

**RICARDO SANDRO CARNEIRO DE MESQUITA**

**ENGENHARIA DIDÁTICA E SEQÜÊNCIA FEDATHI: UMA PROPOSTA DE  
MEDIÇÃO PEDAGÓGICA EM CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DE  
PERPENDICULARIDADE E PARALELISMO DESTINADAS AO ENSINO  
FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática, na Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB) – Campus das Auroras.

Aprovada em: 27 de janeiro de 2023.

**BANCA EXAMINADORA**

  
Prof. Dr. Antônio Alisson Pessoa Guimarães (Orientador)  
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

  
Profa. Dra. Danila Fernandes Tavares  
Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

  
Profa. Dra. Joelma Nogueira dos Santos  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Redenção, Ceará  
2023

*Este trabalho é dedicado à minha família: meus pais, Ricardo e Selma, e minha namorada, Karla, por tanto me incentivarem e apoiarem nessa jornada e nessa conquista e ao amigo Elinardo Martins, in memoriam, que, tenho certeza, seria uma das pessoas mais felizes por essa conquista.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, meus maiores amigos, meus maiores incentivadores em todas as minhas jornadas, que sempre estiveram em parceria comigo em todas as conquistas, sem medir esforços, para que eu tivesse sempre as melhores oportunidades possíveis. Devo tudo a eles e os amo muito.

O meu agradecimento especial ao Prof. Dr. Antônio Alisson Pessoa Guimarães que, mesmo sem ter me conhecido pessoalmente antes da orientação, por conta da pandemia, aceitou meu convite para embarcar neste desafio e sempre me ofereceu importantes contribuições para o desenvolvimento deste trabalho e esteve sempre à disposição para ajudar no que fosse possível e necessário, sempre com um sorriso no rosto. Agradeço sua confiança, sua paciência, seu incentivo e todos os conhecimentos compartilhados.

Expresso meu agradecimento e meu carinho também aos outros professores da UNILAB, em especial à Profa. Dra. Danila Fernandes Tavares e à Profa. Dra. Amanda Angélica Feltrin Nunes, duas grandes professoras que, junto com meu orientador, se tornaram exemplos e inspiração para mim na docência.

Agradeço de coração a todos os gestores, professores, funcionários e alunos da Escola Municipal de Tempo Integral Joaquim Francisco de Sousa Filho, onde estive trabalhando por quase todo o tempo em que cursei este mestrado, por me inspirarem e me incentivarem a sempre me tornar um profissional melhor. Em especial, ficam meus agradecimentos a Rivelino Câmara, a Maria Gláucia Ribeiro e a Priscylla Carllay, grandes apoiadores e entusiastas dessa minha jornada que, mesmo com tão pouco tempo de parceria, me fizeram um gesto tão lindo e significativo de me presentear com os meus primeiros livros didáticos do curso.

Agradeço também, em especial, a duas alunas muito importantes nesta minha trajetória, Maria Eduarda e Luana de Sousa, que me presentearam com sua amizade, carinho e confiança, mostrando-me que ser professor é muito mais do que apresentar conteúdo, é ter uma relação humana de trocas de experiências, sabedorias, conselhos e risadas. Espero que o futuro delas, assim como o de todos os meus alunos, seja brilhante.

Agradeço a toda a minha turma de mestrado, em especial aos companheiros de viagem, Jefferson Mascarenhas, Arthur Maximiano, José Alneyr e Ênio Sá. Desejo sucesso a todos e tenho orgulho de ter enfrentado esse desafio com pessoas tão competentes e bons profissionais. As aulas foram mais leves por causa da parceria de todos.

Agradeço também à turma do apartamento/família 102, George, Jéssica, Ceará, Elias, Biá, Rafael, Paulinha, Maria e Lara que, como sempre, está junto comigo em tantas trajetórias e vitórias. É muito bonito ver que todos nós partilhamos muitas conquistas juntos e haveremos de compartilhar mais.

Agradeço à minha turma de amigos da Engenharia Civil, Gurgel, Ícaro, Aguiar, Melo, Zé, Antônio Victor, o pessoal do almoço dos heróis, mais um grupo que esteve comigo em tantas vitórias e que o tempo transformou em uma família que sempre cresce, com Marina, Sacha, Aline, Amanda e Cris. Esta é também a primeira vitória que temos Caio Reis no nosso grupo. Veremos o final de One Piece juntos e, com certeza, o maior tesouro vai ser os amigos que fizemos em toda a nossa viagem.

Agradeço aos meus amigos de Itapajé, Motinha, Thyara, Rodrigo, Arthur por sempre estarem comigo nas poucas viagens que o tempo me permite fazer para a minha cidade natal. Também agradeço às minhas novas-velhas amigas, que me permitiram subverter a crueldade do tempo e trazer esse contato de volta. Tamyllle me presenteou também com o Luís, uma pessoa tão incrível quanto ela.

Agradeço ao Lucas e à Pam, as duas amigadas que sempre estão por mim, me dão força e apoiam essas minhas jornadas que me deixam tão sem tempo de termos mais um domingo relaxante, apenas vendo um filme. Faremos isso mais vezes, sempre que o tempo permitir. Agradecer também ao Theo, que na minha última defesa, ainda estava na barriga da Pam, e agora já está tão grande e trazendo alegria para todos nós.

Agradeço também a tantos outros, Fran, que torce sempre por mim de longe, Lia, Flávia, Carol, Henrique, Camila os recém-chegados, Victor, Ellen, Andressa, e a todos os outros inúmeros que tanto me apoiaram nessa aventura que não me permite estar tão presente quanto gostaria em suas vidas.

Finalmente, o agradecimento mais carinhoso vai para minha namorada, Karla Vanessa, que muito me ajudou, incentivou, abriu mão de muito tempo de qualidade comigo, dividiu pesares, apoiou e aguentou todos os impasses de uma relação durante um mestrado, com finais de semana abdicados, pouco tempo de conversa por telefone à noite, mesmo depois de tantos meses sem nos vermos durante a pandemia. Obrigado por sempre segurar minha barra, pela parceria. Amo você e temos um futuro incrível pela frente, muitas vitórias para comemorarmos.

*“Tudo que o homem pode imaginar é uma possibilidade no mundo real”.*  
*(Eiichiro Oda )*

## RESUMO

Esta dissertação foi desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), a partir da instituição a ele associada, a Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB). O caso estudado neste trabalho é a análise do uso dos princípios da Engenharia Didática, 1ª geração, e da Sequência Fedathi na mediação pedagógica em construções geométricas de perpendicularidade e de paralelismo destinadas ao ensino fundamental. A intervenção foi realizada em uma turma de oitavo ano de uma escola pública, na qual se utilizou e se desenvolveu ideias básicas de construções geométricas com régua e compasso. A partir da utilização de tais materiais e da apresentação de conteúdos básicos à aula como: congruência de triângulos, noções básicas de circunferência e ângulos, aplicou-se a Sequência Fedathi, como metodologia de ensino focando-se no desenvolvimento do pensamento científico do aluno e da capacidade de construção de novos saberes matemáticos. Nestes termos, houve a necessidade de realizar um levantamento de hipóteses, a partir de estudos prévios do ambiente escolar e epistemológicos. Por sua vez, a validação deste trabalho, interna, subjetiva e sem fatores quantitativos, é oriunda da natureza da Engenharia Didática, e vem especialmente de análises dos registros pós-intervenção didática, a partir de comparações com as hipóteses levantadas. Basicamente, utilizou-se das etapas da Engenharia Didática: a *análise prévia*, que analisa as dimensões epistemológicas, didáticas e cognitivas, que são feitas a partir de uma série de questionamentos ao docente atuante na turma para conhecer as características específicas do ambiente escolar; a *concepção e análise das possíveis situações didáticas*, em termos das informações obtidas na etapa anterior; a *experimentação*, onde foram utilizados os princípios da Sequência Fedathi como processo de mediação da aula e foram realizados os registros das aulas realizadas, por gravação e de fotos dos trabalhos realizados pelos alunos e *análise pós-realização da intervenção*. Na sequência, analisaram-se todos os registros ocorridos em sala de aula para ser comparado com o que foi hipotetizado no contrato didático e no planejamento da Sequência Didática. Os principais resultados provenientes da etapa de validação elucidam a viabilidade da utilização destas metodologias em conjunto para o conteúdo de geometria, pois ambas desenvolvem ações importantes voltadas à aprendizagem e tem potencial de monitorar permanentemente os resultados da construção do saber, a partir da autocrítica das suas escolhas didáticas. Desta forma, entendeu-se que a utilização de metodologias com características inovadoras e de natureza mais científica devem ser estimuladas tanto com foco para o desenvolvimento de saberes científicos para os alunos, a partir de toda a comunidade escolar, quanto para treinar docentes, a partir de ações que os permitam desenvolver tais capacidades, como formações continuadas e ambientes escolares que forneçam a estrutura necessária para a realização de tais atividades

com o objetivo da análise da qualidade de suas aulas.

**Palavras-chave:** Engenharia Didática. Sequência Fedathi. Construções Geométricas.

## ABSTRACT

This dissertation was developed for the Professional Masters in Mathematics in National Network (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) associated with the Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB). The case studied in this research concerns the analysis of using the principles of Didactics Engineering, 1st generation, along with the Fedathi Sequence in the pedagogical mediation of geometrical construction of perpendicularities and parallelism destined to basic education. The intervention was conducted in a class in the eighth grade of an elementary public school by using and developing the basic ideas of geometric constructions using a ruler and compass. By using these materials and presenting basic subjects to the class such as: congruence of triangles, basic notions of circumference and angles, the Fedathi Sequence was applied as a teaching methodology that focuses on the scientific development of the student and to the construction of new mathematical knowledge. Nevertheless, it was needed to raise hypotheses from previous studies of the school and epistemological environment. In turn, the validation of this work, internal, subjective, and without quantitative factors, comes from the nature of Didactic Engineering, and especially from analysis of post-didactic intervention records, based on comparisons with the raised hypotheses. Basically, it was used the steps of Didactics Engineering: the *previous analysis*, which analyzes the epistemological, didactic, and cognitive dimensions, which are made from a series of questions to the class's teacher to know the specific characteristics of this school environment; the text-design and analysis of possible didactic situations based on the information obtained in the previous step; the *experimentation* where the principles of Fedathi Sequence principles were used as a process to mediate the class and the recording of the conducted classes, recorded and taken photos of the work carried out by the students, and the *post-intervention analysis*. Next, all the classes' registers of the classes were analyzed to compare the hypothesis of the didactic contract and planning the Didactics Sequence. The main results from the validation stage elucidated the feasibility of using these methodologies together to the geometry subject, as both develop important actions aimed at student learning and have the potential to permanently monitor the results of the construction of knowledge from the self-criticism of their didactic choices. In this way, it is understood that the use of methodologies with innovative characteristics and with a more scientific nature should be encouraged as focusing the development of scientific knowledge for students, from the entire school community, as for teachers' training, based on actions that allow them to develop such capacities, as continuing education and school environments that provide the necessary structure to carry out such activities aiming the analysis of the quality of its classes.

**Keywords:** Didactics Engineering. Fedathi Sequence. Geometrical constructions.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Fluxograma da utilização da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi como sua metodologia de ensino. . . . .	41
Figura 2 – Modelo do problema: criar uma reta perpendicular à reta $r$ dada, passando pelo ponto $A$ , fora de $r$ . . . . .	43
Figura 3 – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta perpendicular à outra que intersecta um ponto externo $A$ . . . . .	44
Figura 4 – Modelo do problema: criar uma reta perpendicular à reta $t$ , passando pelo ponto $A$ , pertencente à reta $t$ . . . . .	44
Figura 5 – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta perpendicular à reta $t$ , passando pelo ponto $A$ , pertencente à $t$ . . . . .	45
Figura 6 – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta $t$ paralela à reta $r$ dada, passando por um ponto $A$ fora de $r$ . . . . .	46
Figura 7 – Modelo de justificativa por absurdo de que retas paralela não se intersectam. . . . .	47
Figura 8 – Registro de habilidade na utilização do compasso. . . . .	57
Figura 9 – Registro de construção de circunferências com mesmo raio que se intersectam em apenas um ponto, impossibilitando a geração de uma reta. . . . .	58
Figura 10 – Registro de construção de circunferências com medidas de raio insuficiente para que se intersectem em dois pontos, impossibilitando a geração de uma reta. . . . .	58
Figura 11 – Registros de representações de retas perpendiculares . . . . .	59
Figura 12 – Registro da tentativa de criação de reta paralela . . . . .	59
Figura 13 – Registro da criação de uma reta paralela a outra utilizando uma perpendicular . . . . .	60
Figura 14 – Registro de construção alternativa encontrado por um grupo para obtenção de uma reta paralela e sua representação com o <i>software</i> GeoGebra. . . . .	61

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EMTI	Escola Municipal de Tempo Integral
Spaece	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará
PLB	<i>Problem Based Learning</i>
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
JPM	Joaquim Prepara Matemática

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>23</b>
2.1	Propostas metodológicas no processo de ensino para a aprendizagem de matemática	23
2.2	A importância da metodologia correta no ensino da matemática	26
2.3	O professor investigador	27
2.4	<b>A Sequência Fedathi como metodologia de ensino</b>	<b>29</b>
2.4.1	As etapas do nível de vivência da Sequência Fedathi	30
2.4.1.1	<i>Tomada de posição: apresentação do problema</i>	31
2.4.1.2	<i>Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema</i>	32
2.4.1.3	<i>Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema</i>	33
2.4.1.4	<i>Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado</i>	34
2.5	<b>A Engenharia Didática de primeira geração</b>	<b>35</b>
2.5.1	As etapas da primeira geração da Engenharia Didática	36
2.5.1.1	<i>Análise Prévia</i>	36
2.5.1.2	<i>Concepção e Análise a priori</i>	37
2.5.1.3	<i>Experimentação</i>	37
2.5.1.4	<i>Análise a posteriori e validação</i>	39
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA E INSTRUMENTOS DE PESQUISA</b>	<b>41</b>
3.1	<b>Propostas de construções geométricas</b>	<b>43</b>
3.1.1	Reta perpendicular à outra intersectando um ponto externo	43
3.1.2	Reta perpendicular à outra intersectando um ponto interno	44
3.1.3	Reta paralela à outra intersectando um ponto externo	46
<b>4</b>	<b>APLICAÇÃO PRÁTICA E RESULTADOS</b>	<b>48</b>
4.1	<b>Análise prévia</b>	<b>48</b>
4.1.1	Dimensão epistemológica	48
4.1.2	Dimensão didática	50
4.1.3	Dimensão cognitiva	52
4.2	<b>Concepções e análise a priori</b>	<b>53</b>
4.3	<b>Experimentação e aplicação da Sequência Fedathi</b>	<b>54</b>

<b>4.4</b>	<b>Análise a posteriori</b> . . . . .	<b>62</b>
<b>4.5</b>	<b>Validação da engenharia e a possível reprodutibilidade da intervenção</b> . . . . .	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>66</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>68</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>73</b>
	<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA O PROFESSOR DA TURMA</b>	<b>74</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A educação formal, caracterizada como aquela desenvolvidas em instituições de ensino, com desenvolvimento de conteúdos previamente e logicamente delimitados é, sem dúvida, um elemento fundamental no desenvolvimento de um indivíduo, das suas relações pessoais, profissionais e de uma sociedade. A partir da própria Constituição Federal do Brasil de 1988, possuímos embasamentos legais que regem esse direito da humanidade com leis extensas e complexas, o que evidencia a importância desse processo formativo. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei Nº 9394 de 1996, por exemplo, já estrutura, de uma forma efetiva e funcional, os deveres e direitos do Estado e do indivíduo, além de esquematizar os níveis e modalidades de ensino formal (BRASIL, 1996).

Dentre esses níveis definidos pela LDB, temos o Ensino Básico. Seu nome indica a necessidade mínima de que todo cidadão brasileiro tenha em seu currículo esta fase concluída plenamente. A esse respeito, Paiva, Junqueira e Muls (1997) comentam em seu estudo sobre a merecida prioridade dada ao ensino básico, justamente por fomentar no aluno o desenvolvimento de habilidades e disposições essenciais para um progresso pleno no âmbito profissional e no da cidadania. O ensino deste e dos outros níveis, com o desenvolvimento da educação brasileira e com as novas necessidades de uma formação de um educando protagonista e crítico vêm demandando que existam atualizações metodológicas de ensino.

As metodologias de ensino mais modernas entendem o aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem, além de levarem em consideração, sem deixar de lado o desenvolvimento de inteligências sociais e emocionais, o contexto e ambiente socioeconômico e cultural e individualidades de cada um desses educandos. Piaget (1985) nos faz refletir que os métodos novos são que levam em consideração essas subjetividades e estimula aspectos psicológicos de constituição e de desenvolvimento do indivíduo. Brighenti, Biavatti e Souza (2015) destacam as mudanças que ocorreram (e ocorrem) no ensino, como o uso de tecnologias e desafios impostos aos professores, as quais exigem novos métodos de ensino, ou seja, modificação dos modos de ensinar, havendo a necessidade de evolução das práticas e saberes do próprio professor.

Estas metodologias, com muitos estudos que evidenciam sua eficácia, são, entretanto, um desafio para o agente consonante ao estudante, o professor. Os Parâmetros Curriculares Nacionais comentam justamente sobre esse complexo papel, que inclui a orientação e mediação do ensino, comprometimento com o sucesso de aprendizagem, a capacidade de lidar com a diversidade, incentivo do enriquecimento cultural, desenvolvimento de práticas geradoras de investigação, planejamento de projetos para

desenvolver conteúdos curriculares (sejam esse da base comum, inclusive de forma interdisciplinar, ou da base diversificada), utilização de novas metodologias, estratégias e recursos didáticos, além de desenvolver as relações interpessoais de colaboração e trabalho em equipe (BRASIL, 2002).

Por mais desafiadoras que sejam, as metodologias de ensino são um elemento crucial no processo de ensino e aprendizagem. Neste contexto, Gemignani (2012) conclui que, com auxílio das metodologias há benefícios em duas vias: o professor se auto estimula nas capacidades reflexivas, dialógicas, multiprofissionais e se torna mais competente e desenvolto para atuar em processos de gestão e planejamento educacional em cenários de aprendizagem significativa, além de torná-lo mais apto na intervenção de possíveis problemas demandados pelo ambiente de aprendizagem, ao mesmo tempo em que, para o educando, há desenvolvimento na sua autonomia.

Vale citar que a metodologia é uma etapa crucial do próprio planejamento de um professor. Nesse âmbito, Lopes (2014) afirma que o planejamento educacional é uma ação que ameniza a necessidade de improvisação do profissional, oportunizando uma ação docente de qualidade e coerente, o que, por consequência, garante melhores índices educacionais. A autora também evidencia a necessidade de se planejar todas as ações com objetivos específicos almejados.

Dentre as áreas de conhecimento da base comum, uma das que apresenta maior necessidade de metodologias efetivas no ensino é a matemática, a qual é entendida pela maioria dos estudantes como um assunto pouco atrativo e difícil. Bessa (2007) defende que os dados de sua pesquisa fomentam a ideia de que um dos maiores obstáculos do processo de ensino para a aprendizagem é oriunda dos tipos de métodos que os professores utilizam e que, por mais que o corpo docente possua conhecimento de vários métodos, estes não são suficientes para efetivar com êxito o processo ensino/aprendizagem de boa parte dos alunos. A autora prossegue, comentando que há a necessidade não só de uma gama de metodologias, as ações a serem seguidas durante todo o processo de ensino, mas também de reflexão sobre a eficácia desses métodos, o modo de colocar em prática a aula.

É preciso, então, que o professor faça uma análise da eficiência da sua metodologia no ambiente escolar em que está inserido, uma vez que, por mais que sua experiência tenha evidenciado o sucesso da metodologia que está sendo aplicada, em outros ambientes (mesmo em turmas da mesma escola, no ano anterior, por exemplo), não há garantia de que o processo de construção do conhecimento está acontecendo de forma plena na situação atual em que o docente se encontra, podendo haver dificuldades e obstáculos que podem ser ultrapassados pelo binômio aluno-professor, a partir de capacidade técnica, experiência e, não menos importante, interesse e boa vontade.

Entrando em consonância com o que já fora anteriormente comentado sobre a

necessidade das metodologias de serem avaliadas e o efeitos das mesmas em tornar o professor apto a intervir em problemas no ambiente de aprendizagem, cabe neste trabalho a utilização de uma metodologia de autorreflexão e análise específica que tem muito potencial para aprofundar o processo de auto avaliação do professor e do processo de ensino: a Engenharia Didática.

Segundo [Almouloud e Coutinho \(2008\)](#), a Engenharia Didática, do ponto de vista de metodologia de pesquisa, é caracterizada por um esquema experimental em sala de aula, através da concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Outra característica importante desse processo é o da atividade de registro em que se situa o seu modo de validação: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Segundo os autores, essa metodologia pode ser utilizada em pesquisas que analisam justamente o processo ensino-aprendizagem.

A necessidade desta metodologia de pesquisa, para o autor deste trabalho, faz sentido em virtude da experiência e observação particular que, ao longo dos anos, como professor e aluno, percebeu o quanto as aulas podem ser mecanizadas, improdutivas ou, apesar do bom senso dos docentes em observarem problemas na sua intervenção didática, por diversos fatores oriundos da realidade e do contexto escolar em que estão inseridos, não poderão sanar, corrigir ou encontrar soluções para tais obstáculos em tempo hábil para a turma que está sendo realizado o processo de construção do conhecimento. Assim, quando há uma outra oportunidade de desenvolvimento deste mesmo saber para outra turma, provavelmente um ano depois, todos estes pontos em que há a possibilidade de intervenção já estarão, possivelmente, esquecidos pelos docentes. Na maioria das aulas, os professores não possuem o hábito (nem tempo) de documentar e analisar as falhas do processo de ensino-aprendizado com o objetivo de corrigi-las nas próximas intervenções.

Esta preocupação com a qualidade do ensino se agrava na atualidade. Desde o início da pandemia de SARS-CoV-2, em 2019, houve muitos prejuízos na educação, apesar de os profissionais terem utilizado de artifícios possíveis para amenizar a situação. O estudo encomendado pela Fundação Lemann para o Centro de Aprendizagem em Avaliação e Resultados para o Brasil e a África Lusófona, vinculado à Fundação Getúlio Vargas, liderados por [Souza e Lima \(2020\)](#), nos leva às informações, por exemplo, de que a interrupção brusca das aulas prejudicou o aprendizado (em especial de matemática), com maior prejuízo para alunos iniciais da educação básica e para aqueles com maior vulnerabilidade econômica. [Kuhfeld et al. \(2020\)](#) em seus estudos à cerca do impacto da pandemia no ensino nos Estados Unidos, apresentam projeções de que os discentes tiveram aproveitamento de entre 63 a 68% do que costuma ser aprendido em um ano escolar. Este déficit é ainda mais preocupante quando o foco é apenas em matemática, que apresenta aproveitamento apenas dentro do intervalo

de 37 a 50%. Os autores recomendam justamente que todo o meio escolar atue como suporte aos estudantes que sofreram prejuízos educacionais.

Por consequência desse prejuízo educacional, é possível inferir um grande déficit do grupo estudantil nas competências críticas, criativas, analíticas, investigativas e resolutivas de problemas, estas que são grandes integradoras do pensamento científico, capacidade muito necessária para o desenvolvimento do saber. Santos (2020) considera em seu trabalho que há a necessidade de ampliação da participação discente nos processos de construção de aprendizado, com o objetivo de assumir papéis mais críticos sobre toda a ação didática, de forma que eles próprios terão assim oportunidade de gerar o conhecimento. Com essa necessidade, este trabalho também apresenta a proposta metodológica de ensino conhecida como Sequência Fedathi por seu foco justamente no pensamento científico, forte aliado no processo de desenvolvimento dos saberes matemáticos. Souza et al. (2013) ressalta que o cerne desta proposta metodológica é o desenvolvimento por parte dos alunos do raciocínio matemático, através dos processos analíticos e investigativos de problemas, de forma que, ao vivenciarem o ambiente de trabalho desenvolvido por um matemático, serão levados a construir suas aprendizagens a partir da experimentação e constatações durante todo o processo.

A partir daí, é necessário refletir sobre o quão efetivas essas metodologias podem ser quando utilizadas de forma concomitante. A esse respeito, Barros (2007) indica que a Engenharia Didática é a base do planejamento de uma sessão didática, no caso deste trabalho, um desenvolvimento de conhecimentos em sala de aula, sendo ela, assim, o processo do desenvolvimento, enquanto a Sequência Fedathi tem a ver, em sua essência, com as atitudes do docente em relação aos processos de resolução de problemas por parte dos alunos. Desta forma, a autora defende que, no momento em que o professor está aplicando a Sequência Fedathi, automaticamente está utilizando a Engenharia Didática, por esta fazer parte de todos os processos de desenvolvimento e experimentação.

Nós propomos, nesta pesquisa, realizar um estudo e análise do uso dos princípios destas duas ferramentas pedagógicas, a Sequência Fedathi e a Engenharia Didática na mediação em uma sala de aula para o desenvolvimento de saberes voltados aos conteúdos de geometria: paralelismo e perpendicularidade a partir do desenvolvimento de técnicas de construções geométricas. Esta pesquisa também verifica a viabilidade de reprodutibilidade dessas intervenções em uma sala de aula de escola pública padrão.

A pergunta mobilizadora para este trabalho é: *como a utilização dos princípios da Engenharia Didática como proposta de referencial de pesquisa em consonância com os princípios da Sequência Fedathi como metodologia de ensino pode contribuir*

*para o ensino de paralelismo e perpendicularidade?*

Com o intuito de responder a esse questionamento, este estudo tem como objetivo geral analisar o uso dos princípios da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi na mediação pedagógica em construções geométricas de perpendicularidade e paralelismo destinadas ao ensino Fundamental. Já os objetivos específicos são os seguintes:

- i. Conhecer os princípios da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi como subsídio para a mediação pedagógica em construções geométricas com intuito de estudar paralelismo e perpendicularidade.
- ii. Estruturar atividades de ensino de geometria com base nos princípios da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi.
- iii. Avaliar o uso dos princípios da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi na mediação pedagógica em construções geométricas.

A proposta desta pesquisa é a experimentação destes princípios em uma sala de aula de ensino fundamental, com o intuito de verificar sua validade e possível reprodutibilidade no cotidiano escolar. Com o objetivo ainda de oferecer novos pontos de vistas, possibilitar o desenvolvimento de novos saberes, incitar a curiosidade, pensamento crítico e participação dos alunos nos próprios processos, o conteúdo selecionado será o de conceitos básicos de construções geométricas, tais como perpendicularidade e paralelismo de retas, a partir de conhecimentos prévios já conhecidos, para uma turma de oitavo ano de uma escola pública em Fortaleza, no Ceará. Uma vez que um dos focos deste trabalho é a possibilidade de reprodutibilidade, optou-se por utilização de materiais geométricos de fácil acesso, tais como régua e compasso, uma vez que é sabido que muitas escolas e muitos alunos podem possuir condições e estruturas mais precárias, não dispondo, possivelmente, de materiais mais complexos e caros.

Desta forma, a intenção principal deste estudo é contribuir para os processos e aperfeiçoamento do ensino, a partir da construção de esquemas metodológicos inovadores fundamentados na Engenharia Didática e Sequência Fedathi utilizadas de forma conjunta, verificando sua validade e aplicabilidade em aulas de matemática, mais especificamente, de geometria. Para isso, serão utilizados os conceitos epistemológicos que evidenciam a importância do pensamento científico para a elaboração de axiomas matemáticos e os conhecimentos prévios e criatividade dos alunos para a obtenção de forma prática, mas justificada, de retas perpendiculares e paralelas. Posteriormente, a partir de todo esse escopo, isto permitirá aos discentes perceberem como a obtenção desses conhecimentos os leva a outros e a demonstrações bem elaboradas a partir do pensamento científico. No caso específico desta intervenção, poderão comprovar

que retas paralelas não se cruzam, a partir da redução ao absurdo. Esta intervenção também foca na participação dos alunos como protagonistas das aulas, com ações que estimulam a participação e discussão em grupos. Desta forma, trabalha as capacidades nos âmbitos individual e coletivo.

Além do já exposto, temos como objetivo aumentar o escopo de trabalhos que apresentam os benefícios de metodologias que incentivam o professor a se tornar um pesquisador com foco na melhora da qualidade de sua aula, ou seja, estimular esta prática. Esta proposta vai de encontro à necessidade do docente buscar uma remediação dos prejuízos do aprendizado discente atual, intensificada pelo grande prejuízo na educação causada pela pandemia.

Estas propostas e a intervenção estruturam este trabalho que está dividido em 5 capítulos, incluindo esta introdução, que corresponde ao primeiro deles, e as considerações finais, ao Capítulo 5. O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica. Está dividido em 5 seções, a saber:

- a primeira seção, propostas metodológicas no processo de ensino para aprendizagem de matemática, refere-se a abordagens metodológicas atuais que focam no protagonismo do aluno e em seu contexto sócio-cultural;
- na seção seguinte, a importância da metodologia correta no ensino da matemática, aborda-se a valia da utilização de metodologias que sejam efetivas para o processo de ensino-aprendizagem, bem como a necessidade de uma boa formação e sensibilidade docente nos processos de escolha e verificação da validade de determinada metodologia no ambiente em que a construção do conhecimento será realizada, uma vez que diversos fatores e contextos podem torná-la ineficiente;
- na terceira seção, o professor investigador, apresenta-se a necessidade de o professor ser crítico em suas escolhas metodológicas. Desta forma, evidencia a importância do docente desenvolver capacidades de investigação e pesquisa, autorreflexão, autoavaliação durante todo o processo de ensino e formações continuadas que incentivem aos professores olhares mais científicos na busca por validação da qualidade do seu ensino ou a busca por soluções de possíveis falhas.
- na seções 4 e 5, A Sequência Fedathi como metodologia de ensino e a Engenharia Didática, apresentam de forma mais detalhada as metodologias focos desse trabalho, especificando suas etapas, características, particularidades e vantagens na sua utilização.

O terceiro capítulo apresenta a metodologia deste trabalho; os instrumentos que foram utilizados para a sua aplicação; detalhamento do estudo que será aplicado e da forma como foi feita a aplicação e uma explicitação de como será a utilização concomitante das metodologias de pesquisa e de ensino.

O quarto capítulo descreve todo o processo de intervenção para a turma mencionada anteriormente, incluindo todos os processos antes da aplicação em sala de aula em si, como o planejamento, análises e validações após intervenção, com sua possível verificação de replicabilidade.

Por fim, no capítulo 5 apresentam-se as considerações finais com a análise do alcance dos objetivos, avanços, dificuldades e perspectivas que englobam a utilização destas metodologias no ambiente escolar.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo esquematiza a vantagem da utilização de determinados conceitos metodológicos para aplicação em sala de aula e descreve os princípios relevantes para esse estudo tanto da Engenharia Didática quanto da Sequência Fedathi.

### 2.1 Propostas metodológicas no processo de ensino para a aprendizagem de matemática

A formação de professores de matemática instiga a utilização de propostas metodológicas mais dinâmicas, tecnológicas e estimulantes para os discentes. [Gemignani \(2012\)](#) concorda com esse foco na formação, indicando que há a necessidade de professores que aprendam a pensar, a correlacionar teoria e prática e que sejam criativos em adequação às demandas sociais que emergem na comunidade escolar, ou seja, docentes que sejam aptos a transformar suas práticas.

[Dambrósio \(1989\)](#) defende a utilização dessas novas propostas para subverter o sentimento do aluno de que a aprendizagem da disciplina é proveniente de memorização de uma grande quantidade de fórmulas, algoritmos e regras, além da aceitação de conceitos por parte da turma. Então, não há espaço nessa construção de conhecimento para dúvidas, questionamentos e compreensão mais profunda do porquê que tal saber que é foco da aula funciona, nem como este saber se relaciona com outros. A autora ainda indica que esta mistificação da matemática formal prejudica os processos de aprendizado, uma vez que acarreta em uma perda da autoconfiança na intuição matemática do discente.

A referida autora nos indica a existência atualmente de várias linhas de pesquisas que estudam o modo como deve ser realizada a troca de conhecimentos matemáticos, e, a partir de seu trabalho, apresentam-se algumas propostas que tentam subverter a atual concepção de ensino matemático, focando naquelas que colocam o aluno como protagonista do processo de ensino para a aprendizagem e, como consequência, o professor como um orientador de atividades a serem realizadas pelos alunos. Estas propostas, de acordo com a autora, tem como fundamento principal a ideia de que os alunos estão sempre interpretando seu mundo e experiências, inclusive no pensamento matemático, ou seja, essas interpretações constituem o saber de fato. As propostas metodológicas mais pertinentes para a autora são:

- resolução de problemas, que em sua proposta mais atual se baseia no professor apresentar situações problemas caracterizados pela investigação e exploração de novos conceitos, desta forma, visa a construção de saberes matemáticos

através de situações que estimulam a curiosidade matemática, de experiências e conhecimentos prévios dos discentes. [Alexandra e da Costa \(2013\)](#) reforçam esta proposta, ao apontar a importância da conjugação do ensino da matemática com o plano afetivo e social do aluno. Esta convergência auxilia no estabelecimento de relações com a realidade do estudante, o que favorece o entendimento do conhecimento. Neste âmbito, completa, a resolução de problemas e aplicações da matemática são ferramentas essenciais;

- modelagem matemática, que são tentativas de estudar e formalizar fenômenos do cotidiano, possibilitando o aluno de conscientizar-se da utilidade do saber matemático para interpretar o ambiente, resolver e analisar problemas. Esta proposta metodológica é uma fase de significação, portanto, os conceitos já devem ter sido trabalhados anteriormente. [Jacobini e Wodewotzki \(2006\)](#) reforçam ao dizer que o instrumento de modelagem torna-se uma imersão do estudante ao objeto de estudo com foco na ampliação do conhecimento sobre o mesmo e sua percepção tanto da matemática quanto dos componentes externos a ela;
- etnomatemática, que tem como proposta principal a valorização do saber matemático de diferentes grupos culturais e utiliza a matemática informalmente construída como um ponto de partida para o ensino formal, isto é, elimina a concepção tradicional de obtenção do conhecimento matemático unicamente proveniente da escola. [Knijnik et al. \(2019\)](#) explicam que o pensamento etnomatemático foca principalmente em examinar as práticas externas à escola e as associa com racionalidades diferentes daquelas atreladas à matemática escolar. Entretanto, defendem que este olhar externo deve ser dado com o objetivo de pensar em outras possibilidades para a educação matemática praticada na escola.
- história da matemática, que parte do princípio de que a construção histórica do conhecimento matemático acarreta em uma maior compreensão evolutiva dos saberes, possibilitando enfatizar as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito trabalhado, que, frequentemente, são as mesmas apresentadas pelos alunos no processo de construção do conhecimento. [Alves et al. \(2021\)](#) corroboram ao indicar que a história da matemática vinculada a educação matemática tem potencial para promover a produção sócio-histórica do conhecimento matemático e na produção e/ou apropriação desse conhecimento ;
- uso de tecnologias, que, geralmente, procuram criar ambientes de investigação e exploração matemática, possibilitando o desenvolvimento da autoconfiança do aluno no âmbito de criar e fazer matemática e, por consequência, que este próprio aluno faça parte de forma efetiva do processo de construção de conceitos; [Perius \(2012\)](#) em suas considerações finais indica que o uso de ferramentas

tecnológica tornam o processo de aprendizagem dinâmico, quando utilizada de maneira adequada. A autora reforça que a experimentação, levantamento de hipóteses e a busca por conjecturas e validações de saberes a partir destes meios pode levar o modo de pensar matemática de forma significativa, além de ser um efetivo caminho para o desenvolvimento de autonomia.

- jogos matemáticos, abordagem metodológica que utiliza das experiências e conhecimentos dos alunos, através de diferentes situações problemas colocadas de forma lúdica. Os jogos permitem que os alunos abandonem a ideia de aprendizado como consequência da absorção de conceitos. [Grando \(2000\)](#) reforça esta ideia e indica que os jogos são podem ser produtivos ao professor no âmbito pedagógico quando se busca nele um aspecto instrumentador, facilitador na aprendizagem e produtivo ao aluno, desenvolvendo capacidades de análise e compreensão.

A autora supracitada ainda esclarece que todas essas propostas se complementam. Para ela, é muito difícil para um docente desenvolver o ensino de matemática em sua plenitude utilizando apenas uma linha metodológica. Desta forma, a melhoria do ensino da matemática se desenvolve com o processo de diversificação da metodologia.

No tocante à geometria, um dos focos deste trabalho, compreendemos que há uma importância em diversificar as linhas metodológicas de ensino deste conteúdo. [Crescenti \(2005\)](#), por exemplo, em suas conclusões, evidencia que é importante para o próprio professor aumentar a variedade destas linhas, uma vez que sua pesquisa apresentou professores que sequer citaram a etimologia da palavra geometria para torná-la mais significativa. Outra percepção encontrada foi que muitos não conseguiam ver a geometria como uma ciência e tinha uma visão mais pragmática sobre sua importância, muito menos utilizaram a história da geometria como um artifício de ensino.

No âmbito discente, alunos que se encontram em ambientes convidativos a construir compreensões antecipam espontaneamente ideias geométricas, muito antes do rigor e da sistemática da formalidade matemática. Assim, estes ambientes podem transformar os alunos em estudantes da matemática escolar correlacionando conceitos a experiências vividas significativamente. Desta forma, as escolas devem fornecer estrutura para trabalhos interessantes ([DETONI, 2012](#)). O autor também enfatiza a utilização de materiais mais simples, indicando que o potencial didático latente de desenho geométrico, por exemplo, pode ser uma marca pedagógica de uma escola e professores que se preocupam em fazer produzir saberes que também enfatizam a autonomia do aluno.

A partir desses apontamentos, podemos notar que é válido, então, uma diversifi-

cação dessas linhas metodológicas. As metodologias de pesquisa e ensino propostas nesse trabalho, que serão melhor detalhadas posteriormente, possibilitam essas estratégias. Veremos, por exemplo, que a Engenharia Didática utiliza bastante da dimensão epistemológica para o seu desenvolvimento, enquanto a Sequência Fedathi é, de forma mais precisa, uma espécie de linha metodológica de solução de problemas, e ambas permitem utilização de tecnologias de informação, entre outras propostas que busquem o protagonismo do aluno no desenvolvimento do saber. Entretanto, a utilização dessas propostas metodológicas descritas anteriormente dependem de muitos fatores que são determinantes para a qualidade do ensino, fatores esses que estudaremos a seguir.

## 2.2 A importância da metodologia correta no ensino da matemática

A metodologia de ensino é um dos elementos mais importantes da prática escolar. Não há sentido em aplicar, por mais válida e efetiva que seja na experiência docente, uma metodologia em que não há uma boa recepção do aluno para com ela. Há a necessidade de metodologias que conversem com binômio professor-aluno, bem como as condições particulares do ambiente, contexto sociocultural e necessidades de todo o grupo. Santos, França e Santos (2007) reforçam esta afirmação comentando que a construção do aprendizado demanda a inovação de metodologias e, naturalmente, ambientes de aprendizado diferentes, tudo isso oriunda da heterogeneidade dos alunos. Além disso, consideram que o processo de ensino tradicionalista está defasado em atender as demandas de formação do cidadão com pensamento crítico e também em assistir as dificuldades que alunos possam apresentar.

Principalmente na matemática, os autores reforçam que há uma necessidade de elaboração de aulas com metodologias criativas e diferenciadas com o objetivo de mudar a forma com que os alunos a encaram, tornando o processo mais leve, proveitoso e eficaz. Segundo Machado (2010), a utilização de metodologias axiomáticas, que fazem um conjunto de proposições e conceitos, para o processo de transposição didática, a transformação de um saber em um saber escolar, é um dos maiores equívocos encontrados na educação matemática, pois, segundo a autora, o processo mais desafiador da aprendizagem ocorre de forma mais intensa no nível da descoberta. Entretanto, não podemos negar que as formações docentes atuais focam bastante nas técnicas de busca e aplicação de metodologias efetivas no ensino.

Entretanto, a utilização de metodologias criativas e inovadoras não fazem milagres e tal afirmação é evidenciada por Araújo (1987) a qual comentava sobre um “fetichismo na metodologia do ensino da matemática”, uma vez que há muita ênfase nesse assunto. Este autor comenta que há uma grande busca dos docentes em matemática em metodologias para ensinar melhor a matemática, como se houvesse uma fórmula exata no ensino que produzisse facilmente bons resultados. Dessa forma, o

autor defende que professores se limitam a construir materiais didáticos sem considerar que a concepção de ensino leva em consideração fatores externos práticos, o que por fim distanciaria a construção metodológica de ensino de uma condição suficiente para a realização efetiva do processo de ensino.

Assim, o autor conclui que há justamente uma ausência de discussão e reflexão sobre os elementos didáticos em relação às implicações práticas para o binômio professor-aluno, que a discussão metodológica deve possuir fundações baseadas em filosofias educacionais, concepções de ensino, do papel do professor e, como já comentada muitas vezes aqui, as condições do aluno. Há a necessidade, então de constante avaliação do professor na viabilidade das suas metodologias de ensino em uma gama de contextos, além de um processo de renovação e melhora da sua prática de ensino, o que nos leva a necessidade do professor estar sempre analisando e investigando todo o processo educativo. Em um outro ponto de vista, [Ferreira \(2009\)](#), cuja obra aborda o processo de disciplinarização da metodologia do ensino de matemática, indica que a mudança curricular de Práticas de Ensino para a abordagem efetiva de Metodologia de Ensino de Matemática levou não só a disciplina a ser fundamentada na valorização da multiplicidade de saberes, como elevou a disciplina a um novo patamar de apropriação de características de disciplinas de pós-graduação, com uma forte interação com a pesquisa. Essas habilidades de pesquisa para um professor é de grande importância para todos os aspectos do ato de ensinar. Para tais habilidades, o professor necessita ter capacidade de investigação de como anda o desempenho de todas as ações e do ambiente no momento do desenvolvimento da aprendizagem, atuando, assim, como um professor investigador.

### 2.3 O professor investigador

O professor preocupado efetivamente com seu trabalho e com o processo de ensino para a aprendizagem, segundo [Hollas \(2013\)](#), deve buscar alternativas focadas na sua formação profissional que enfatizem capacidades investigadoras do processo de ensino, de forma que estas possuam uma importância na criação, aperfeiçoamento e transmissão de conhecimentos. O referido autor também comenta que não se deve deixar de lado as investigações menos elaboradas, menos técnicas, dizendo que há sim grande importância nas investigações do cotidiano escolar no âmbito de compreensão dos processos educacionais. Em suas conclusões, por exemplo, afirma que cada sujeito investigador tem seus objetivos de caráter individual e subjetivo em consonância com as possibilidades oferecidas pelo contexto em que está inserido.

O autor comenta sobre a capacidade humana de tirar conclusões sobre vivências e objetos do ambiente em que os sujeitos estão inseridos, conclusões estas que são elementos componentes da própria estruturação do pensamento e da curiosidade. Tal

estruturação impacta na atividade investigativa, que, ao se tornar um hábito, permite o desenvolvimento intelectual, que tem como consequência a produção e disseminação de conhecimentos. O autor também defende que no âmbito laboral, essa capacidade não é deixada de lado e foca o assunto nos docentes.

Slomski e Martins (2008) corroboram com essa ideia, comentando que o professor investigador reflete sobre as decisões educativas, inclusive falhas, no aprendizado do aluno. Desta forma, tal docente passa a ter atitudes e responsabilidade profissional ao desenvolver um pensamento crítico que questiona os outros e a si mesmo. Os autores reforçam a importância dessa habilidade profissional recomendando uma formação continuada que foque no desenvolvimento desse aspecto e que essa formação não seja mecânica e de crescimento unicamente individual, e sim ativa, cooperativa e estimuladora.

Podemos, então, perceber o quanto a autorreflexão e auto avaliação da atuação no processo de ensino do professor podem ser benéficas para o binômio professor-aluno. O docente deve compreender o ambiente em que está inserido para planejar e estruturar suas aulas da forma mais efetiva possível, além de que uma constante investigação e análise de como está sendo a caminhada do aprendizado pode gerar melhoras e subversão de obstáculos do processo atual e possibilita a prevenção de possíveis problemáticas de se repetirem nos próximos períodos letivos. Estas habilidades de investigação e reflexão são, portanto, um processo de aperfeiçoamento profissional nos âmbitos individual e coletivo.

É curioso comentar que Machado (2010), mesmo reforçando em seu texto sobre a importância do professor pesquisador, nos indica que, no aspecto de competência técnica, o trabalho docente envolve o desafio de realizar uma atividade que, sob certo ponto de vista, é “inversa daquela de um pesquisador matemático”, pois o pesquisador busca condições mais abstratas e generalizadas, enquanto o professor de matemática busca situações mais significativas para o aluno.

Como consequência de tudo o que foi destacado até aqui, as próximas seções tratam de propostas investigativas, por parte do aluno e por parte do professor, com a proposta de metodologia de ensino conhecida como Sequência Fedathi e a proposta de metodologia de pesquisa conhecida como Engenharia Didática, respectivamente. A Sequência Fedathi traz à tona o que foi abordado sobre metodologias que priorizam o aluno no processo de construção do saber, enquanto a Engenharia Didática tenta pôr em prática essa necessidade do professor de investigar a qualidade de sua aula.

## 2.4 A Sequência Fedathi como metodologia de ensino

A Sequência Fedathi, uma metodologia de ensino idealizada pelo Professor titular Hermínio Borges Neto, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, se propõe em desenvolver as capacidades de pensamento científico e investigador do aluno. Essa metodologia tem foco no método, nos caminhos do professor para a sua própria atuação em sala de aula o objetivo de afetar a participação do aluno e se baseia na experimentação, ou seja, na ampliação do processo a partir de experiências na prática, e se baseia em um ambiente didático onde o aluno atua em um papel semelhante a que um matemático realiza quando analisa seus ensaios, no aspecto de obter e verificar dados, experimentar estruturas de soluções, perceber possíveis erros, buscar conhecimentos para uma construção efetiva de solução, testar resultados para possuir viés confirmatório com possíveis correções, caso necessário, até apresentar um modelo satisfatório. (SOUZA et al., 2013; SOUSA; BORGES NETO, 2018; FELICIO; MENEZES; NETO, 2021).

Complementando e reforçando a efetividade desta metodologia, Santana e Borges Neto (2003) procuraram apresentar um panorama teórico sobre a Sequência Fedathi com base nas ideias sobre mediação de Vygotsky, indicando, então, que esta metodologia é uma boa opção para mediar um ensino de ciências e de matemática, de forma que na sua concepção se compreenda a mediação apresentando um viés de imersão cultural para o saber que é foco de aprendizado para o aluno. Defendem ainda que a validade desta metodologia se dá baseada no entendimento de que a aprendizagem não deve ser compreendida apenas como aquisição de conhecimentos e habilidades, mas sim como uma experiência significativa para o aluno, envolvendo produções culturais e intelectuais do saber com base na metodologia científica de investigação. Ademais, a aprendizagem também deve ser vista como desenvolvimento de posturas, atitudes e comportamentos de um estudante.

Sousa (2015) nos indica que a Sequência Fedathi é estruturada em 3 níveis:

1. preparação: nível inicial, onde o professor irá realizar o planejamento da sua vivência, no sentido de análise do ambiente em que será ministrada a aula, nos âmbitos material e intelectual e delimitação. Também faz parte desse nível a análise teórica, que trata sobre o estudo do conteúdo a ser trabalhado;
2. vivência: este que será o desenvolvimento e execução de tudo o que fora planejado no nível anterior. Este nível será melhor explicitado em seguida;
3. análise: é onde será avaliado pelo próprio professor o trabalho realizado, baseado nos dois níveis anteriores. Esta análise irá servir para a organização de outras aulas.

Neste trabalho, serão utilizados os princípios da Sequência Fedathi em todos os seus níveis, mas daremos ênfase na utilização do seu segundo nível, que será melhor estruturado a seguir.

#### 2.4.1 As etapas do nível de vivência da Sequência Fedathi

Segundo [Souza et al. \(2013\)](#), para a efetiva execução da Sequência Fedathi, faz-se necessário o cumprimento de algumas fases que são conhecidas como etapas do processo de desenvolvimento do aprendiz, as quais são baseadas nas próprias fases do pensamento científico. Especificamente, as etapas da Sequência Fedathi são:

1. tomada de posição;
2. maturação;
3. solução;
4. prova.

[Borges Neto e Dias \(1995\)](#) indicam que um aspecto positivo desta abordagem provém de os estudantes reproduzirem os estágios de conhecimento teórico de forma semelhante aos que a humanidade, segundo a história matemática, realizou durante seu processo de desenvolvimento de saberes matemáticos, porém, os discentes possuem condições de reproduzi-los e desenvolvê-los a partir de uma trajetória já conhecida. O aluno passará a atuar como um cientista matemático no processo de investigação desse saber. [Souza et al. \(2013\)](#) ainda reforçam a necessidade de o docente levar em consideração o contexto sociocultural em que o aluno está inserido, bem como valorizar os conhecimentos prévios, denominados *plateau*, como um agente necessário para a construção do conhecimento.

Além disso, esquematizam de maneira sucinta e eficiente, durante a construção do contrato didático, toda a relação entre professor e aluno: o professor, ou até mesmo o estudante, propõe um problema relacionado ao saber que haverá de ser desenvolvido. Em seguida, este deverá ser explicado pelo docente de forma coerente, acessível e plenamente passível de entendimento pela turma e, de preferência, com uma linguagem coloquial, porém não deixando de lado as especificidades da comunicação matemática.

A partir desta apresentação, os discentes, individualmente ou em grupo, analisarão a situação problema proposta e buscarão soluções, as quais deverão ser analisadas e validadas pelo professor junto ao grupo. Nestes termos, efetivamente haverá a formulação do saber pelo aluno, e acontecerá a mediação entre o professor-saber-aluno. Toda essa atividade é culminada com o processo de apresentação ou desenvolvimento da solução do problema de um modo mais formal e técnico.

Felício et al. (2020) defendem que antes de propriamente haver as etapas da Sequência Fedathi existe uma espécie de sondagem do conhecimento prévio dos alunos, o chamado pelos autores de *plateau*. Este permitirá uma estruturação equilibrada entre o conhecimento já dominado pelo aluno, para o início da atividade que objetiva o novo saber em questão, além de auxiliar o docente em determinar o nível da turma para que haja uma sensibilidade em aplicar atividades adequadas a serem desenvolvidas. Isto se justifica pelo fato de que um problema muito complicado para as capacidades da turma poderá levar ao abandono da situação didática. Por isso, os autores recomendam uma revisão de conceitos prévios para embasar a nova teoria que será aplicada. A partir daí, podemos apresentar todas etapas da nossa sequência, a partir do trabalho de Souza et al. (2013):

#### 2.4.1.1 Tomada de posição: apresentação do problema

Felício, Menezes e Neto (2020) nos sintetiza que nesta etapa, apresenta-se a situação problema ao discente, a qual deve ser generalizável, ou seja, focada na procura de regularidades, desta forma permitindo a reflexão da turma, permitindo, então a criação de um modelo matemático. Este problema necessariamente deve ter uma forte relação com o saber a ser construído e é importante que tal problema tenha como um dos meios de resolução a aplicação deste saber. O desenvolvimento da problemática não segue uma regra ou um padrão específico, cabendo às possibilidades do contexto em que o professor está inserido, como *softwares*, jogos, situações problemas de forma escrita ou verbal, desde que esse método possua capacidade de comunicação plena com o aluno para não haver dúvidas do que deverá ser investigado. A forma de se trabalhar o assunto escolhido na turma também não é definida, podendo ser executada de forma individual ou em grupo.

Inicialmente o professor deve realizar uma contextualização sobre o problema a ser trabalhado, com o objetivo de direcionar os alunos ao campo matemático em que tal problema está inserido. Além disso, necessita-se, de antemão, da apresentação de informações matemáticas, as quais possuam relação com o problema e, a partir de então, a situação didática deve envolver a classe com o trabalho a ser executado. Nesta tomada de posição, caberá ao professor inserir-se ao grupo com o propósito de estimular reflexão, indagando as hipóteses criadas pelos alunos acerca do conhecimento. Este tipo de interação é, geralmente, um desafio para todos os participantes, pois muitos professores e alunos estão acostumados ao ensino tradicional.

Desta forma, este é o momento em que o aluno deve ser mais questionador, curioso e apresentar dúvidas, o que torna esta etapa muito importante para a formulação do raciocínio matemático, por promover o desenvolvimento intelectual (e a participação) e permitir ao professor a observação de que a turma está caminhando

conforme o ritmo da discussão. Dependendo das circunstâncias do momento, como a dificuldade na compreensão ou na identificação das variáveis, indagações e reflexões são frequentes e, nestes termos, o docente deve agir como um facilitador, promovendo perguntas estimuladoras, esclarecedoras ou orientadoras.

O docente também deverá refletir (sobre) e registrar os obstáculos resultantes das discussões, problemas eventuais de indisciplina no ambiente, bem como sobre o aproveitamento do tempo para não estender demasiadamente a discussão dos grupos. Estas dúvidas serão minimizadas, à medida em que o professor vai adquirindo experiência com a nova metodologia. Esta experiência irá evidenciar o quanto o planejamento nesta fase inicial do processo é importante para uma produção de resultados de qualidade nas próximas etapas da sequência.

#### *2.4.1.2 Maturação: compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema*

Esta etapa é o momento da ação, ou seja, da resolução do problema ou ao menos da tentativa desse. Assim, feitas todas as análises, os discentes tentarão discriminar quais dados contidos no problema, qual a relação entre eles e o que especificamente o problema demanda como solução.

Segundo [Carmo \(2022\)](#), a maturação, é, então, o momento dos alunos debruçarem-se para buscar soluções. Irá, então, refletir e atuar de maneira investigativa sobre a situação-problema proposta na primeira fase, o que permitirá o amadurecimento de ideias. O aluno, então, deverá adotar uma posição investigativa, mobilizar seus conhecimentos prévios, compreender dados, exercitar seu raciocínio, ter iniciativa para indicar dificuldades e organizar dados.

Naturalmente, as indagações são muito comuns quando se inicia o processo de busca por caminhos que solucionem o problema. Com isso, um desafio para o professor é justamente o de não oferecer uma resposta pronta ou de não realizar questionamentos que dão repostas óbvias. O docente precisa induzir o estudante a pensar sobre a solução do problema, mesmo que seja de forma simples, como pedir a revisão do problema, verificar atividades resolvidas anteriormente, ou o porquê de se utilizar determinada solução. O professor também deve guiar a turma, caso haja um desvio muito grande do que está sendo investigado nas discussões e análises realizadas pelos alunos. [Mendonça, Oliveira e Neto \(2020\)](#) comentam sobre essas atitudes docentes, conhecida como pedagogia mão no bolso, indicando que esta é um comportamento de mediação que objetiva promover o raciocínio do aluno sobre as ações norteadoras de busca por resultados e a própria resposta dos problemas. Desta forma, continuam, os autores, o professor não irá propor uma intervenção direta na formulação do conhecimento, mas tornará o ambiente aberto para o livre pensar e as trocas de saberes entre pares.

No caso das reflexões, estas normalmente surgem após uma elaboração prévia de um conjunto de soluções da turma. A partir de então, inicia-se a fase de questionamentos, se as estratégias de resolução vindas dos alunos atendem às condições e restrições impostas ao problema, além da verificação de outras formas de resolver a questão. Noutros termos, em decorrência das reflexões, surgem hipóteses propostas pela turma, dentre as quais algumas são confirmadas e outras refutadas, estimulando assim a busca por estratégias ou caminhos para se verificar ou testar as respostas obtidas, seja por intermédio da própria abordagem matemática ou explicação oral ou escrita.

É importante comentar que os questionamentos por parte do professor destas possíveis soluções dos alunos são essenciais para fundamentar reflexões críticas acerca da solução do problema proposto. Além disso, o professor, ao fazer uso deste artifício, tem um papel essencial na orientação do raciocínio, devendo observar e acompanhar comportamentos, interesses, inseguranças, ações, opiniões e estratégias aplicadas pelos discentes na análise e na busca da solução do problema, bem como das interpretações e modos de pensar, com o objetivo de possuir a sensibilidade de tentar mensurar o trabalho que o grupo desenvolveu.

Em resumo, a participação individual ou em grupo nesta fase é imprescindível o desenvolvimento da solução do problema proposto. Observando o processo de forma passiva, os alunos absorveriam as informações momentaneamente, não concretizando assim, a aprendizagem. Por isso a maturação do problema requer um tempo significativo da aula para o desenvolvimento do trabalho, de forma que o professor deverá tentar ajustar a duração deste momento da aula de acordo com o problema, com as capacidades, com o rendimento da turma e com o que se pretende realizar nas próximas etapas.

#### *2.4.1.3 Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem à solução do problema*

Esta etapa se destina à organização e apresentação de modelos ou esquemas que das possíveis soluções do problema apresentado, os quais podem ser escritos em linguagem corrente, mesmo que de maneira mais informal, apresentado por intermédio de desenhos ou gráficos ou qualquer outro esquema conveniente, inclusive de forma oral.

É importante que haja também uma troca de ideias, opiniões e discussões dos variados esquemas propostos pela turma. Naturalmente, o docente solicitará que todos os estudantes expliquem e justifiquem seus modelos, as escolhas de caminhos tomados para abranger outros problemas semelhantes, com o propósito de tentar, na próxima etapa, validar o modelo ou a estratégia sugerida nos casos particulares ou

generalizados. Esta fase também demanda uma quantidade de tempo relativamente grande para sua execução, suficiente para que os alunos reflitam sobre suas realizações, avaliem as respostas a partir de estratégias científicas do tipo: ensaios, erros e tentativas e validação, sendo este último com o auxílio do professor, mediante os modelos criados. Desta forma, fica evidente o quanto este momento é importante para estimular a autonomia e o sentimento de importância da participação no aprendizado por parte dos alunos.

Fica claro, então, a importância da motivação dos alunos para buscarem formas de verificação de resultados. A refutação de modelos pode ser realizada mediante verificações e contraexemplos. O professor, então, deve deixar evidente que a solução ideal busca satisfazer problemas em geral e não apenas situações específicas.

#### *2.4.1.4 Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado*

Esta etapa parte das discussões realizadas a respeito das soluções encontradas. Neste momento, o professor deverá discriminar o novo conhecimento de forma prática e otimizada para responder o problema. Aqui, a didática docente é determinante para o processo de estruturação do conhecimento, pois é um dos elementos fundamentais para fazer uma conexão entre os modelos apresentados e o ensinamento a ser aprendido na sua forma científica. Noutras palavras, o professor deve priorizar a explicitação do saber com uma notação mais voltada para a linguagem matemática, mais formal e científica, que trará em sua sequência as novas regras inerentes ao conhecimento.

Na elaboração da solução mais formalizada, o professor deve mediar as discussões sobre as diferentes formas de representação da solução e, em seguida, iniciar a busca do novo conceito matemático implicado. Nesta montagem do modelo, o professor tem um papel de mediador, pois deverá discutir com a turma as soluções encontradas e fazer com que percebam ou concluam qual delas é a mais adequada para representar e responder o problema proposto. É essencial também que o docente promova a discussão sobre as lacunas e falhas dos modelos não escolhidos, que no final não satisfizeram a solução. Esta análise das soluções e de possíveis erros é um artifício poderoso para o aluno conhecer as diferentes formas de interpretação das questões trabalhadas e de novos pontos de vista. Isso lhes possibilitará estarem cientes das possíveis soluções efetivas do problema, além de prevenir a reincidência de raciocínios equivocados nas resoluções de problemas futuros.

Nesta etapa final, o saber deverá ser efetivamente compreendido e assimilado, tornando tal conhecimento um artifício para a construção de saberes futuros. Por isso, faz-se necessário que a turma tenha a sensibilidade de dar importância a modelos gerais. Assim, um dos pontos cruciais dessa etapa é que os alunos, em conjunto com o professor, elaborem um modelo geral do saber que está em foco. Este modelo,

pode ser compreendido como um conceito, uma representação ou uma fórmula. É importante, também, citar que este é o momento em que deve haver uma avaliação de aprendizagem, esta que pode ser realizada da maneira que o professor achar adequada, desde que o permita verificar se realmente houve uma compreensão efetiva deste saber.

Assim, como indicam [Santana, Neto e Rocha \(2004\)](#) a Sequência Fedathi é um processo de mediação, no âmbito docente, que objetiva catalizar a imersão do aluno à prática do pesquisador que desenvolve o conteúdo que se pretende ensinar. Desta forma, cabe ao professor criar condições e possibilidades para que o aluno seja colocado neste papel, respeitando-o como um sujeito construtor de conhecimentos e reconhecendo a si mesmo como um agente ativo na construção do saber que pretende ensinar. Utilizar os princípios deste processo, apesar de tudo, demanda uma série de desafios, dentre eles, a verificação por parte do docente sua eficácia e a qualidade de sua sequência. Para isto, é válida a utilização de instrumentos nos quais o professor possa desenvolver esta autocrítica e, dentre alguns, neste trabalho será a Engenharia Didática.

## 2.5 A Engenharia Didática de primeira geração

Segundo [Rosa \(2010\)](#) e [Pommer \(2013\)](#), a Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa do professor e teoria educacional elaborada na França, na década de 1980, a partir de discussões desenvolvidas no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática. Este instituto desenvolvia uma complementação na formação docente de matemática a partir da produção de metodologias e meios de apoio para a aula. A referida metodologia é baseada nos procedimentos de um engenheiro, subdividindo-se os componentes da sala de aula, com o uso de sequências didáticas. [Gomes \(2008\)](#) complementa essa definição, ao afirmar que Engenharia Didática é um referencial de pesquisa que visa unir a pesquisa à prática, tendo-se como foco o ensino de Matemática.

Como especificidades do processo e de resultados, [Pommer \(2013\)](#) disserta que a metodologia de pesquisa da Engenharia Didática tem caráter qualitativo, enquanto que [Gobbi \(2012\)](#) indica ter um caráter específico de pesquisa, pois as aulas utilizadas durante uma intervenção que utilize tal metodologia não são como aulas convencionais. Desta forma, é essencial para a pesquisa e para o processo de ensino-aprendizagem observar e obter todas as informações possíveis, como: reações da turma, dificuldades, especificidades do processo de desenvolvimento do saber da turma, agentes internos e externos que facilitaram ou dificultaram a intervenção e as atitudes do professor para lidar com todo este ambiente de saber.

[Guimarães, Barlette e Guadagnini \(2015\)](#), ao enumerarem as características

dessa metodologia de pesquisa, validam sua utilização em concomitância com a Sequência Fedathi, por similaridades em necessidades e focos educativos. Ambas tem em comum, por exemplo, a necessidade de considerarem contextos socioculturais do ambiente, conceitos pedagógicos, didáticos e sociológicos; necessidades de ações pesquisadoras por parte do aluno e do professor, trajetórias de aprendizagem a partir de situações planejadas e estímulo da autonomia do aluno, mediante desafios propostos na sequência de ensino.

### 2.5.1 As etapas da primeira geração da Engenharia Didática

Inicialmente, é necessário ter conhecimento sobre o que é situação didática. [Artigue et al. \(1996\)](#) a definem como uma momento em que há a intenção, mesmo que implícita, de aprendizagem. É nesta, então, em que o aluno obterá meios de compreender um saber. Acrescentam esta definição indicando que uma situação didática é um conjunto de relações entre aluno(s), o meio, instrumentos e o sistema educativo. É, portanto, formada por várias relações entre o professor, alunos e o saber.

[Artigue \(1996\)](#), então, apresenta a Engenharia Didática como um processo que possui o objetivo de conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas. Tais processos são particionados nas seguintes fases, que serão detalhadas em seguida:

1. análise prévia;
2. concepção e análise a priori de experiências;
3. implementação;
4. análise a posteriori e validação da experiência.

#### 2.5.1.1 Análise Prévia

De acordo com [Gomes \(2008\)](#) e [Rosa \(2010\)](#), esta é a fase inicial da sequência didática, onde se faz a coleta de dados que permite a reflexão do professor para a estruturação de uma metodologia efetiva e participativa para o aluno. Ademais, tais dados devem ser enquadrados em três grandes dimensões: a epistemológica, que analisa as características do saber em específico; a didática, que verifica as especificidades e condições do ambiente de ensino, bem como o referencial teórico à disposição do professor e a cognitiva, que leva em consideração as particularidades do aluno.

[Gobbi \(2012\)](#) comenta que, nesta fase, os objetivos da intervenção que levarão à construção do saber já precisam estar delimitados, mas podem ser retomados e modificados durante todo o processo. Tal retomada é também estudada por [Almouloud](#)

e Coutinho (2008), que advertem sobre a semântica do termo “análises preliminares”. Ele pode indicar uma interpretação errônea, já que nas fases seguintes pode haver uma retomada de análises prévias, uma vez que este termo se refere apenas a um primeiro nível de organização, ou seja, há de existir uma consonância entre as demais fases da pesquisa.

### 2.5.1.2 *Concepção e Análise a priori*

Guimarães, Barlette e Guadagnini (2015), descrevem que esta fase inicia o processo de validação. A partir deste momento, há a concepção efetiva e análise das situações (sequências) didáticas antes de ser realmente aplicada no ambiente de ensino, bem como um planejamento idealizado do comportamento discente na intervenção que será realizada. Em outros termos, é neste momento que há uma descrição das situações passíveis de ocorrer, bem como as possíveis intervenções que podem ser realizadas para sanar obstáculos no processo de ensino.

Machado (2010) e Artigue (1996) nos indicam que esta fase comporta duas partes: a descritiva, que analisa de forma mais técnica todo o contexto em que a intervenção será realizada, como por exemplo, nível dos alunos e estrutura do ambiente, e a parte preditiva, que demandará da sensibilidade e experiência do docente no âmbito de prepará-lo para situações que possam vir a ocorrer. Estas duas partes que a fase comporta, apesar de haver uma necessidade de convergência entre elas, ao serem realizadas, devem ser separadas na elaboração descritiva. Gomes (2008) reforça essa ideia, indicando a necessidade de uma descrição minuciosa das escolhas feitas pelo professor em dois âmbitos: os mais amplos (globais), que se referem à organização global da Engenharia, de onde partirá o Plano de Ações, este que terá a intervenção do segundo âmbito: o local (mais geral).

Estas escolhas locais, prossegue a autora, estão articuladas com as individualidades dos alunos, ou seja, será o momento em que haverá uma tentativa de hipótese a respeito de como será comportamento discente e a reação no momento de realização das situações didáticas propostas, hipóteses estas que serão comparadas com os resultados finais, passo importante para a validação da sequência didática.

### 2.5.1.3 *Experimentação*

Esse é o momento em que efetivamente haverá a intervenção educacional, com o objetivo de validar o que fora produzido nas etapas antecedentes. Aqui o docente fará comparativos de previsões comportamentais, planejados e não planejados, com o entendimento efetivo do assunto abordado em sala de aula. Verificará também se os obstáculos previstos realmente chegaram a ocorrer, se aconteceram perturbações não previstas e se as estratégias de correção e/ou intervenção planejadas previamente,

para qualquer distúrbio no processo, foram eficazes. Machado (2010) indica que essa etapa necessita de quatro grandes momentos:

- tornar claro à turma a sua participação na pesquisa didática, os objetivos e as condições de realização;
- a formação do contrato didático;
- a aplicação do instrumento de pesquisa;
- o registro das observações feitas durante a experimentação.

Este contrato didático construído nessa fase de experimentação, para Chevallard, Bosch e Gascón (2001), é um conjunto de cláusulas ou normas construídas tanto pelos alunos quanto pelo professor na específica classe em que estão inseridos. Estas regem as obrigações desses dois agentes, em relação ao projeto e aos objetivos de estudo que ambos possuem. Este contrato é, geralmente, potencial e dinâmico, podendo ser, inclusive, subjetivo, de forma que o docente só pode exigir a resolução efetiva de problemas relacionados ao tema estudado no final do processo. A turma, por sua vez, pode pedir auxílio ao professor no problema proposto ou em temas novos, mas não sobre assuntos que já deveriam conhecer. Dessa forma, para os autores, o contrato didático acontece quando, sob a supervisão e intervenção do professor, o aluno entra efetivamente em contato com o conteúdo matemático de forma concreta, estudando-o e aprendendo-o.

A ideia do contrato didático foi lançada por Guy Brousseau, pesquisador que, segundo Vieira (2011), sempre foi contra a apresentação dos conteúdos de matemática de forma mecânica e axiomática. Além disso, Cidrão e Alves (2020) indicam que Brousseau caracteriza de forma mais concisa as relações acordadas pelo contrato didático, e cabe ao professor ser capaz de criar as condições necessárias para o processo de construção do saber, bem como reconhecer se há efetividade ou carência do aprendizado em si. O estudante também deve ser capaz de satisfazer essas condições ofertadas em sala de aula, para tentar garantir que a relação didática não seja comprometida ou até mesmo cancelada. Além disso, o professor deve garantir que as etapas de aquisição de conhecimento possibilitem aos estudantes desenvolverem efetivamente o saber que se tem como objetivo. Nesta pesquisa, o contrato didático foi utilizado como um acordo que incentivou a participação da turma, de forma individual e coletiva, a partir da construção de orientações e regras não explicitadas, apenas acordada verbalmente.

Machado (2010) chama atenção para a possibilidade de que o contrato didático possa variar de acordo com o contexto em que o ensino está inserido, com a metodologia a ser adotada, com os objetivos e com as condições de avaliação. A autora

ainda comenta que o referido contrato deve priorizar a aplicação de metodologias ativas e enfatiza que a institucionalização do saber se dá através de sessões coletivas. A procura de dados pertinentes a questões propostas e a verificação da validade dos resultados obtidos fazem parte deste contrato. Logo, o contrato didático, segundo a autora, existe em função do aprendizado do aluno, de forma que, a cada nova etapa de construção do saber, este precisa ser renovado e renegociado.

É importante que o professor, nesta fase, continue no seu processo de observação, investigação e levantamento de informações, sejam de um indivíduo ou de todo o grupo inserido no processo de ensino-aprendizagem. Esta ideia é defendida por Machado (2010), que indica que essa continuidade tem seu valor em potencializar as capacidades de previsão comportamental, de clareza e de possíveis correções de obstáculos nos próximos passos da atividade.

Almoulod (2001) enfatiza que nesta fase ocorrerá, efetivamente a sequência didática esquematizada e, por consequência, será o momento em que haverá a construção dos saberes, a partir do desenvolvimento das capacidades participativas do discente. Gobbi (2012) também comenta que, nessa fase, deve-se focar na realização do projeto com o grupo de alunos, no contato do professor pesquisador e discente, na efetivação do contrato didático, no registro de observações feitas durante toda a fase, nas atitudes e nas produções.

Nesta fase de experimentação é onde haverá de forma efetiva a aplicação dos princípios da Sequência Fedathi como artifício metodológico para desenvolvimento da situação didática.

#### 2.5.1.4 *Análise a posteriori e validação*

A análise a posteriori e validação contempla a última etapa do processo da Engenharia Didática. Diante dos registros coletados das fases anteriores, Costa e Gonçalves (2022) afirmam que o professor pesquisador deve desenvolver e utilizar quaisquer materiais e métodos de produção de material que seja conveniente e efetivo, como: registros de vídeo, áudio, entrevistas, questionários, bem como análise das respostas e anotações feitas pelos estudantes durante as atividades desenvolvidas na sequência didática. Dessa forma, de acordo com Almouloud e Coutinho (2008), a análise de uma intervenção é uma gama de dados que pode-se retirar após um estudo aprofundado dos registros para melhoria dos conhecimentos e práticas didáticas. Assim, esta fase estuda a eficácia das fases anteriores.

Os autores também apontam que essas análises gerarão a construção dos chamados protocolos de pesquisa, que serão fonte de informações para confrontar a análise a priori com o objetivo de relacionar as observações feitas com os objetivos iniciais, além de definir um grau de confiança na reprodutibilidade e regularidade dos

fenômenos didáticos identificados, produzindo assim a validação (ou não) das hipóteses feitas durante o processo. Assim, seguindo a ideia de [Artigue \(1996\)](#) e [Araujo e Iglioni \(2009\)](#) na Engenharia Didática, a validação é essencialmente interna, uma vez que não se utiliza de validações estatísticas associadas a experimentações em classe, ou seja, na fundamentação implícita de que as diferenças constatadas estão ligadas a variáveis de comando em que analisam classes experimentais e de controle.

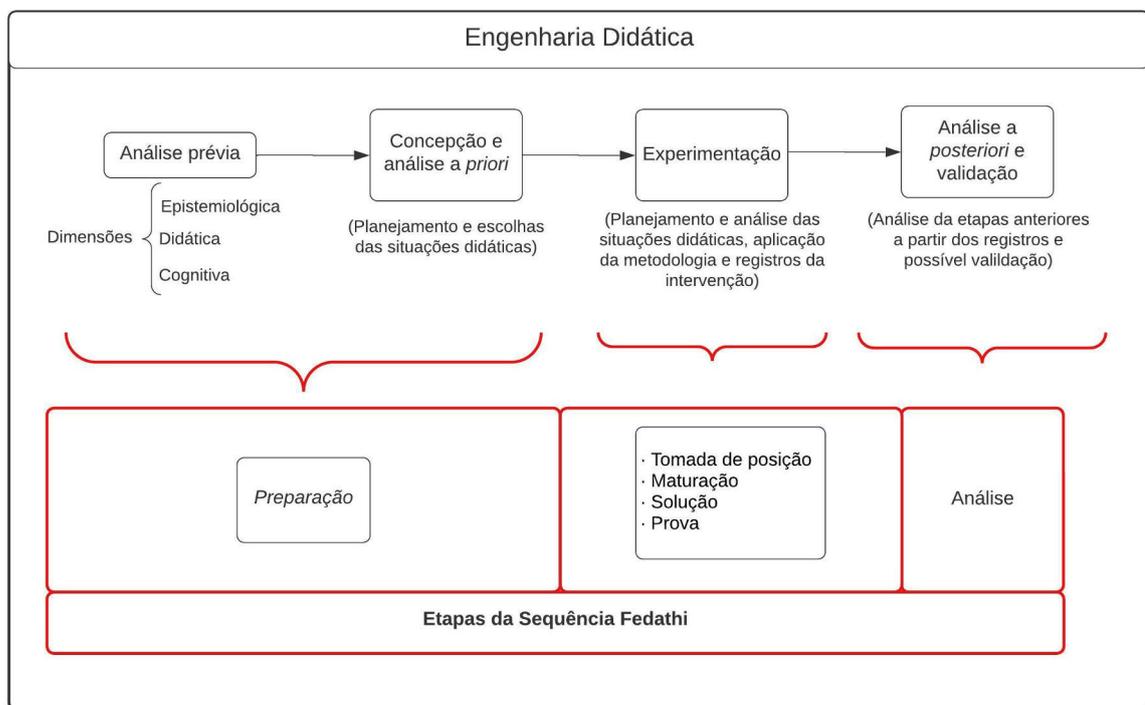
Os resultados obtidos e todo o processo de validação têm um grande potencial de influenciar a decisão do docente em aplicar a metodologia estudada em próximas intervenções, seja na mesma turma para a construção de outros saberes de naturezas semelhantes ou em outras turmas em anos letivos seguintes. Essa validação permite a verificação da possibilidade de tal método ter potencial de ser eficiente na próxima intervenção e também permite um aperfeiçoamento do processo, devido à natureza qualitativa da Engenharia Didática.

Os princípios metodológicos supracitadas, a Sequência Fedathi e a Engenharia Didática, são o cerne desta dissertação, de forma que o problema que será proposto para a realização deste trabalho será embasado na sua utilização. A forma que essas metodologias serão aplicadas será explicitado no capítulo seguinte, e a verificação da conexão dessas duas ferramentas se baseará no sucesso da aplicação destas em sala de aula, além da verificação de que as análises pós-intervenção são válidas para indicar que os usos destas em conjunto foram efetivas e passíveis de reprodutibilidade.

### 3 METODOLOGIA E INSTRUMENTOS DE PESQUISA

Este trabalho estuda a utilização das metodologias de pesquisa e ensino, Engenharia Didática e Sequência Fedathi, respectivamente, e tem como objetivo a aplicação em sala de aula dessas metodologias em conjunto. Para essa pesquisa, atentou-se para o fato de que, uma vez que a Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino, está incorporada na Engenharia Didática. As etapas de utilização concomitante destas referidas metodologias estão explicitas no fluxograma da Figura 1:

**Figura 1** – Fluxograma da utilização da Engenharia Didática e da Sequência Fedathi como sua metodologia de ensino.



Fonte: Elaboração própria.

A aplicação prática deste estudo de acordo com o fluxograma foi realizada no mês de novembro de 2022 em uma escola pública de ensino fundamental de Fortaleza, no estado do Ceará, a Escola Municipal de Tempo Integral (EMTI) Joaquim Francisco de Sousa Filho, onde o autor deste trabalho atuou como professor substituto entre janeiro de 2020 a janeiro de 2022. A boa relação com as turmas, corpo docente e gestão e o conhecimento da realidade escolar, de modo especial o nível de aprendizado das turmas, foram fatores predominantes para a escolha deste local para realizar a intervenção. Todos os membros do ambiente escolar foram solícitos para com a proposta, de forma que não houve obstáculos nem dificuldades burocráticas para a sua

realização.

O processo de escolha da turma também partiu de algumas considerações e condições do local. As turmas de nono ano e os professores de português e matemática, por exemplo, estavam, no período da intervenção, bastante focados no Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (Spaece), de forma que os alunos estavam participando de uma grande quantidade de aulas dessas disciplinas. Assim, a realização deste trabalho para estes discentes possivelmente não seria favorável, por já ser um período muito cansativo para eles. Dessa forma, foi decidido que a intervenção seria em uma turma de oitavo ano, que, no último bimestre do ano letivo, já dispunham de todos os conhecimentos prévios necessários para a intervenção.

Uma vez que a escola possuía, à época, três turmas de oitavo ano, cada uma com 38 alunos, o único critério para a escolha da turma foi a de verificar quais delas possuíam mais aulas seguidas de matemática, o que levou à escolha da turma A.

Em relação às etapas que precedem a execução da metodologia de ensino, como descrito anteriormente, é necessária uma série de informações prévias e achou-se conveniente a criação de um questionário para ser respondido pelo docente de matemática que intervinha na turma. Este questionário, disponível no Apêndice A, tem foco nas dimensões cognitivas e didáticas para auxiliar no processo de escolhas das situações didáticas.

Para realizar a intervenção, o referido estudo utilizou a aplicação prática de construções geométricas. A motivação do desenvolvimento dessa técnica provém justamente do seu potencial em desenvolver a criatividade, a participação, as capacidades argumentativas em ciências matemáticas e o pensamento científico, além de ser um grande artifício para o desenvolvimento de novos saberes e demandar materiais de baixo custo, potencializando, assim, sua capacidade de reprodutibilidade. A execução da referida intervenção vem a partir da proposta para a turma criar retas perpendiculares e paralelas a partir da utilização de régua e compasso. Esta criação também deve ser justificada, sendo que para se ter a garantia de que estas construções estariam corretas, deveriam ser utilizados certos conhecimentos prévios: propriedades básicas de circunferências, ângulos e congruência de triângulos. Com o intuito de estimular ainda mais o pensamento científico e a criatividade da turma, também será realizada a aplicação de um desafio: os grupos deverão argumentar o porquê de retas paralelas não se intersectarem, utilizando o princípio da não-contradição matemática, a ideia de demonstração por absurdo e o conceito de soma dos ângulos internos de um triângulo.

### 3.1 Propostas de construções geométricas

As propostas de construções estão esquematizadas e justificadas a seguir, e todos os desenhos que ilustram essas construções foram de elaboração própria com o auxílio do *software* GeoGebra.

#### 3.1.1 Reta perpendicular à outra intersectando um ponto externo

A primeira parte da intervenção a ser realizada é a construção de uma reta perpendicular à outra denominada  $r$  que intersecta um ponto  $A$  que não pertence à  $r$ . A configuração do problema é ilustrada na Figura 2.

**Figura 2** – Modelo do problema: criar uma reta perpendicular à reta  $r$  dada, passando pelo ponto  $A$ , fora de  $r$ .



Fonte: Elaboração própria.

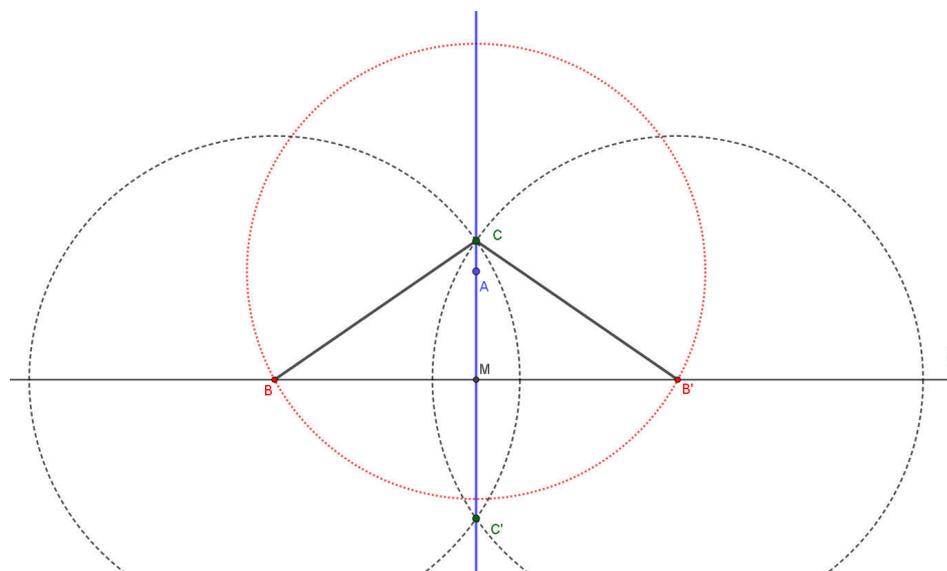
Como solução, temos os seguintes passos, ilustrados pela Figura 3:

1. criar uma circunferência com centro em  $A$  que intersecta a reta  $r$  em dois pontos distintos (portanto, o raio do círculo deve ser maior que a distância entre o ponto  $A$  e a reta  $r$ ). Estes pontos, a título de ilustração, serão nomeados  $B$  e  $B'$ ;
2. criar duas circunferências congruentes, com aberturas iguais de compasso (raio), maiores que a circunferência anterior com centro nos pontos  $B$  e  $B'$ . Estas duas circunferências se intersectarão nos referidos pontos  $C$  e  $C'$ ;
3. criar uma reta ligando os pontos  $C$  e  $C'$ , esta é a reta perpendicular procurada.

Temos por justificativa que  $C$  e  $C'$  são pontos pertencentes às circunferências que tem como centro  $B$  e  $B'$ , respectivamente, circunferências estas que possuem o mesmo raio, portanto, tanto  $C$  quanto  $C'$  tem a mesma distância dos pontos  $B$  e  $B'$ . Desta forma, quando criamos a reta  $\overleftrightarrow{CC'}$ , esta é o conjunto de pontos que possuem a mesma distância dos referidos  $B$  e  $B'$ . Como  $A$  foi o centro da circunferência que gerou, por intersecção com a reta  $r$ , os pontos  $B$  e  $B'$ ,  $A$  tem também a mesma distância em relação a esses dois pontos, fazendo, portanto, parte desta reta  $\overleftrightarrow{CC'}$ . O ponto de intersecção entre as duas retas ( $r$   $\overleftrightarrow{CC'}$  e  $r$ ), o ponto referido chamado de  $M$ , por esse mesmo raciocínio, é o ponto médio do segmento  $\overline{BB'}$ .

Podemos, então, produzir 2 triângulos:  $BCM$  e  $B'CM$ . A partir das distâncias supracitadas anteriormente, podemos garantir que o segmento  $\overline{BC}$  mede o mesmo que

**Figura 3** – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta perpendicular à outra que intersecta um ponto externo  $A$ .



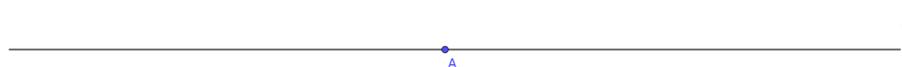
Fonte: Elaboração própria.

o segmento  $\overline{B'C}$ , podemos afirmar que  $\overline{BM}$  também mede o mesmo que  $\overline{B'M}$  e  $\overline{CM}$  é um lado em comum aos dois triângulos, portanto, eles possuem 3 lados respectivamente congruentes, e assim, há um caso de congruência de triângulos, o caso LLL (lado-lado-lado). Desta forma, os ângulos correspondentes também são congruentes, implicando que o ângulo  $\widehat{BMC}$  é congruente ao  $\widehat{B'MC}$ . Uma vez que  $M$  pertence ao segmento  $\overline{BB'}$ ,  $\widehat{BMC} + \widehat{B'MC} = 180^\circ$ , sendo assim, portanto  $\widehat{BMC} = \widehat{B'MC} = 90^\circ$ , de forma que  $\overline{CC'}$  é perpendicular a  $\overline{BB'}$ .

### 3.1.2 Reta perpendicular à outra intersectando um ponto interno

A segunda construção geométrica que será executada é, com uma reta  $t$  dada na qual pertence um ponto  $A$ , desenhar uma outra reta, perpendicular à primeira, passando pelo ponto  $A$ . Uma ilustração para esse problema é dada na Figura 4

**Figura 4** – Modelo do problema: criar uma reta perpendicular à reta  $t$ , passando pelo ponto  $A$ , pertencente à reta  $t$ .



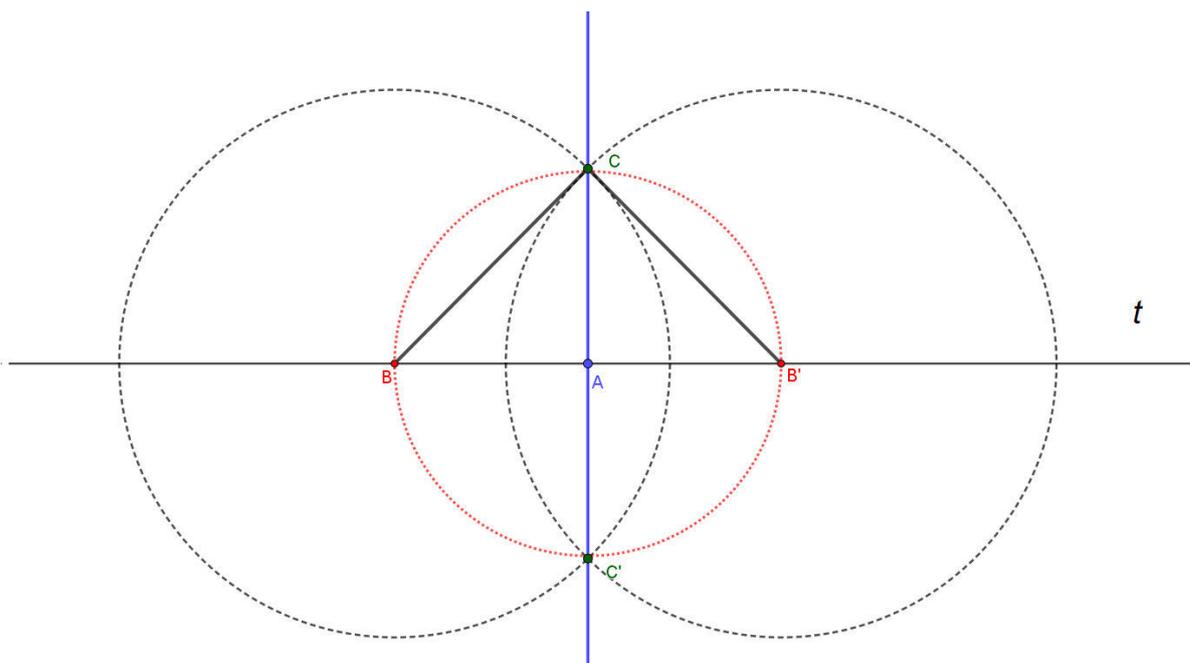
Fonte: Elaboração própria.

Como solução, temos os seguintes passos, ilustrados na Figura 5:

1. criar uma circunferência com centro em  $A$ , intersectando a reta  $t$  em dois pontos distintos. Estes pontos, a título de ilustração, serão nomeados  $B$  e  $B'$ ;

2. criar duas circunferências congruentes, com centros nos pontos  $B$  e  $B'$ , com aberturas iguais de compasso (raio), maiores que a distância entre  $A$  e os pontos  $B$  e  $B'$ . Estas duas circunferências se intersectarão nos referidos pontos  $C$  e  $C'$ ;
3. criar uma reta ligando os pontos  $C$  e  $C'$ , esta é a perpendicular procurada.

**Figura 5** – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta perpendicular à reta  $t$ , passando pelo ponto  $A$ , pertencente à  $t$



Fonte: Elaboração própria.

De forma semelhante à primeira construção, temos como justificativa que  $C$  e  $C'$  são pontos pertencentes às circunferências que tem como centro  $B$  e  $B'$ , respectivamente, circunferências estas que possuem o mesmo raio, portanto, tanto  $C$  quanto  $C'$  têm a mesma distância dos pontos  $B$  e  $B'$ . Desta forma, quando criamos a reta  $\overleftrightarrow{CC'}$ , esta é o conjunto de pontos que possuem a mesma distância dos referidos  $B$  e  $B'$ . Como  $A$  é o centro da circunferência que gerou os pontos  $B$  e  $B'$ ,  $A$  tem também a mesma distância em relação esses dois pontos, fazendo, portanto, parte desta reta  $\overleftrightarrow{CC'}$ .

Podemos, então, produzir 2 triângulos:  $BCA$  e  $B'CA$ . A partir das distâncias supracitadas anteriormente, podemos garantir que o segmento  $\overline{BC}$  mede o mesmo que o segmento  $\overline{B'C}$ , podemos afirmar que  $\overline{BA}$  também mede o mesmo que  $\overline{B'A}$  e  $\overline{AC}$  é um lado em comum aos dois triângulos, portanto, eles possuem 3 lados congruentes, e assim, há um caso de congruência de triângulos, o caso lado-lado-lado. Desta forma, os ângulos também são congruentes, implicando que o ângulo  $\widehat{BAC}$  é congruente ao  $\widehat{B'AC}$ . Uma vez que  $A$  pertence ao segmento  $\overline{BB'}$ ,  $\widehat{BAC} + \widehat{B'AC} = 180^\circ$ , sendo assim, portanto  $\widehat{BAC} = \widehat{B'AC} = 90^\circ$ , de forma que  $\overline{CC'}$  é perpendicular a  $\overline{BB'}$ .

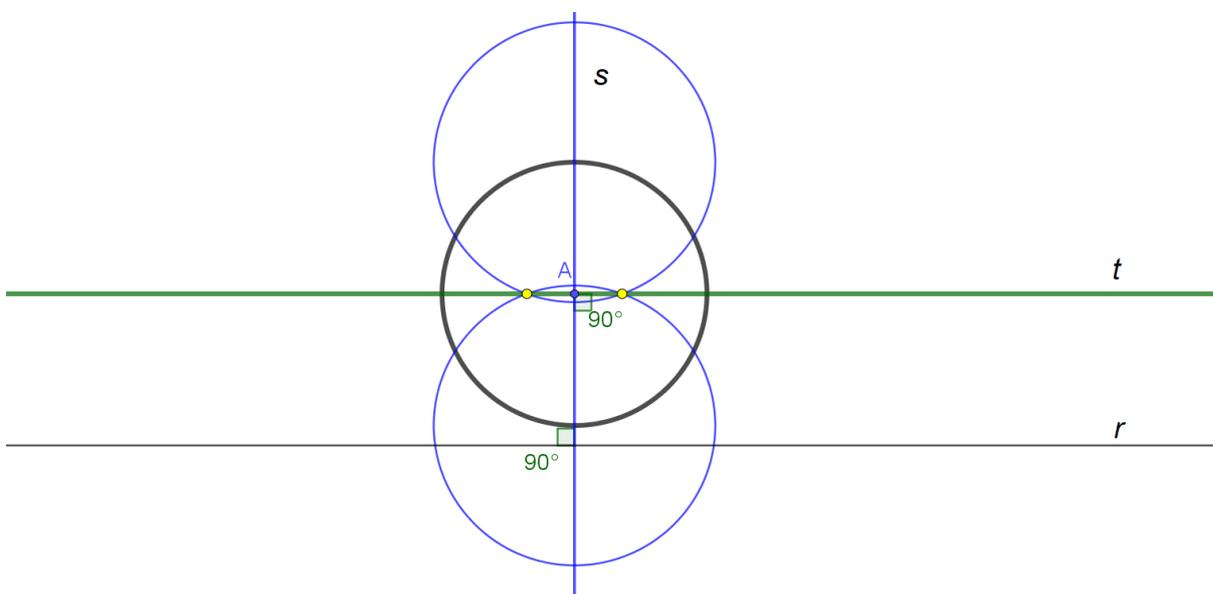
### 3.1.3 Reta paralela à outra intersectando um ponto externo

A terceira construção a ser desenvolvida pelos alunos é traçar uma reta paralela a uma reta  $r$  dada, passando pelo ponto  $A$ , não pertencente à  $r$ . Uma ilustração para esse problema é a referida Figura 2.

Para a solução dessa construção, temos os seguintes passos, ilustrados na Figura 6:

1. construímos uma reta  $s$  perpendicular à reta  $r$ , passando pelo ponto  $A$ , fora de  $r$ , tal qual a primeira construção deste capítulo. No caso da ilustração, a reta  $r$  tem a cor preta e a perpendicular à  $r$ , a reta  $s$ , tem cor azul;
2. construímos uma reta  $t$  perpendicular à reta  $s$ , passando pelo ponto  $A$ , pertencente à reta  $s$ , tal qual a segunda construção deste capítulo. Esta última reta  $t$  será paralela à reta  $r$ . No caso da ilustração, a reta  $t$ , perpendicular à azul, tem a cor verde.

**Figura 6** – Modelo de resolução para a obtenção de uma reta  $t$  paralela à reta  $r$  dada, passando por um ponto  $A$  fora de  $r$ .



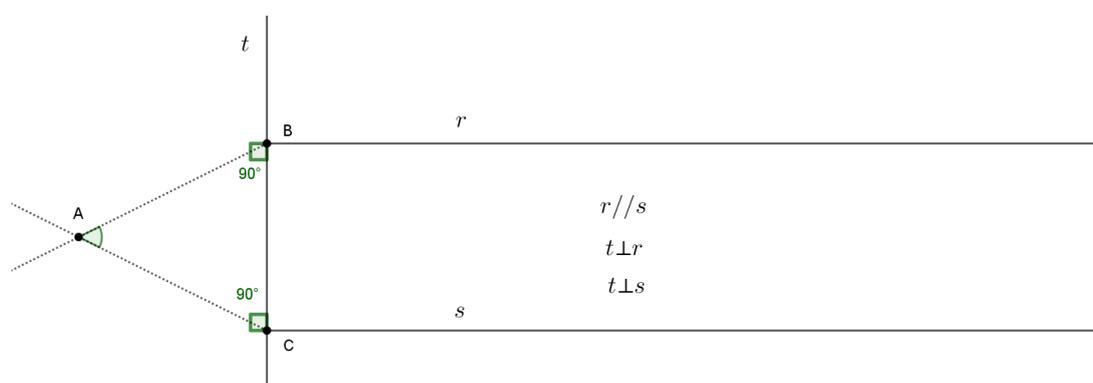
Fonte: Elaboração própria.

Temos por justificativa que, uma vez que já sabemos construir uma reta perpendicular à reta dada, passando por um ponto fora dela, a partir do que realizamos anteriormente, conseguimos traçar uma reta perpendicular à reta  $r$ . Também já traçamos uma reta perpendicular a uma reta dada, passando por um ponto pertencente à ela, que é o que fizemos no segundo problema, portanto, a reta  $t$  é perpendicular à reta  $s$  no nosso modelo. Uma vez que uma reta  $s$  é perpendicular a outras duas  $r$  e  $t$ , ela forma com ambas, ângulos retos, o que leva à essas duas,  $r$  e  $t$ , serem paralelas entre

si, no caso da ilustração, as retas  $r$  e  $t$ , a partir do postulado das paralelas, que diz que duas retas são paralelas se e somente se os ângulos alternos internos gerados nestas retas por uma transversal forem iguais e a soma destes ângulos alternos internos for  $180^\circ$ .

Alternativamente, uma outra justificativa, justamente o desafio aplicados aos alunos, seria: caso retas paralelas se cruzassem, em um ponto qualquer  $A$  e caso uma reta transversal perpendicular às paralelas as intersectassem, cada um em um ponto,  $B$  e  $C$ , por exemplo, formaríamos um triângulo  $BAC$ . Mas os ângulos dos vértices  $B$  e  $C$  são retos, o que levaria à conclusão de que a soma dos ângulos internos deste triângulo é maior que  $180^\circ$ , o que é um absurdo. Desta forma, argumenta-se que retas paralelas não se intersectam. A ilustração para essa justificativa é dada na Figura 7:

**Figura 7** – Modelo de justificativa por absurdo de que retas paralelas não se intersectam.



Fonte: Elaboração própria.

No aspecto da Engenharia Didática, o estudo se deu a partir de estudos que comparam as etapas de levantamentos prévios (análise prévia, concepção e análise *a priori*) e a experimentação em si, dentre elas, a utilização da referida Sequência Fedathi como metodologia. Estes estudos, chamada por análise *posteriori* foram enriquecidos a partir de registros, como gravação de áudio da experimentação, anotações do autor e o recolhimento após a intervenção das atividades realizadas pelos alunos. Esta análise, então, deu capacidade argumentativa para a verificação da possibilidade de validar o estudo e também indicar uma potencial capacidade de reprodutibilidade desta intervenção em outros contextos escolares. Vale ressaltar o que fora destacado anteriormente a partir do que defendem [Araujo e Iglioni \(2009\)](#): estas análises não tem caráter quantitativo e a validação tem natureza interna, de forma que não depende de fatores estatísticos. Possui, então, fundamentações mais específicas e subjetivas, que são fatores importantes a levar o docente a avaliar a qualidade de sua própria aula.

Esquematisada, então, a nossa metodologia, a intervenção e a aplicação prática sobre os referidos problemas na turma especificada estão apresentadas no próximo capítulo.

## 4 APLICAÇÃO PRÁTICA E RESULTADOS

Seguiremos, então com a consonância cronológica entre as etapas da metodologia de ensino da Sequência Fedathi e a de pesquisa Engenharia didática.

### 4.1 Análise prévia

De acordo com [Felício et al. \(2020\)](#), há uma necessidade de análise prévia do contexto ao qual o grupo será investigado, para que haja um planejamento e tomada de decisões acerca de todo o processo assertivo para o melhor ambiente de aprendizado possível. Para tal, neste primeiro momento, vamos focar na análise prévia, etapa muito importante da Engenharia Didática, a partir das suas três dimensões.

#### 4.1.1 Dimensão epistemológica

Para [Machado \(2019\)](#), é necessária a compreensão histórica de um saber para entender os mecanismos de surgimento, o que gera uma significância maior no processo de aprendizado. Desta forma, o conhecimento da geometria demonstrativa, como as construções geométricas, a partir de uma abordagem histórica com a contextualização de dificuldades, podem trazer vantagens para o ensino. Neste contexto, utilizaremos a base do trabalho do autor na descrição da origem de uma geometria formal, elencando-se, então, o desenvolvimento de conceitos históricos a partir de momentos e regiões importantes.

Inicialmente, [Machado \(2019\)](#) comenta justamente sobre a dificuldade de um apontamento específico sobre a origem da matemática, e, por consequência da geometria, então defende que o desenho geométrico iniciou-se de forma concomitante ao surgimento da humanidade como uma linguagem não-verbal baseada na utilização de representações visuais. Assim, os primeiros desenhos geométricos, ainda de maneira rudimentar, serviam para representar espaços e problemas cotidianos, a partir de necessidades do grupo. O desenvolvimento dessas ferramentas foi definitivo para o fim do nomadismo. Comenta ainda que o início de uma sociedade sedentária deu origem a outro fator fundamental para o desenvolvimento da matemática em geral: a agricultura.

Prosseguindo, o autor comenta sobre as civilizações mais importantes no processo de formalização da geometria, começando pelos Babilônicos. A invenção de formas escritas e numéricas por eles foi um catalizador do desenvolvimento da matemática, que levou os escribas, responsáveis por adquirir tais conhecimentos, serem os primeiros a desenvolverem soluções de questões básicas de geometria, mas sem nenhum referencial teórico, apenas de forma empírica. Na China, a origem da geome-

tria se deu da mesma forma: a partir da necessidade de mensurações. Na Índia, há estudos de ruínas de civilizações de 5000 anos que indicam a existência, na época, de sistemas de escrita, contagem, pesos e medidas, requisitos importantes para a engenharia.

[Crescenti \(2005\)](#) compactua com esse contexto histórico descrito acima, indicando que a maioria dos escritos sobre a história da matemática defendem erroneamente que a geometria teve sua origem no antigo Egito, a partir, mais uma vez, da necessidade de demarcação de terras e cálculo de áreas. A autora então comenta que essa opinião da literatura provém da formalidade em que esse conteúdo era abordado por volta de 2500 a.C., apesar de seu caráter experimental. Um fator relevante para o desenvolvimento da astronomia e da geometria era justamente a necessidade da criação de calendários para prever as inundações do Rio Nilo. Além desse calendário, eram necessárias demarcações dos limites para proteção de propriedades por conta das próprias cheias. Para estes problemas da época, foram utilizados conceitos geométricos como: retas, ângulos, figuras geométricas e realização de cálculos de áreas. Outro fator paralelo à agricultura para o desenvolvimento da geometria desse povo foi justamente a construção civil, como por exemplo, as pirâmides.

A Grécia no século VI a.C., segundo [Machado \(2019\)](#), também foi berço de muitos passos importantes para o desenvolvimento formal da geometria. [Crescenti \(2005\)](#) comenta que essa civilização nomeou propriamente o termo “geometria”, que provém de “medida de terra”. A autora comenta que os gregos deram referencial teórico para os já existentes conhecimentos empíricos dos egípcios. Portanto, os gregos desenvolveram a estrutura teórica da geometria a partir da prática dos egípcios e de outras civilizações.

[Machado \(2019\)](#) nos indica grandes matemáticos da época, como Tales de Mileto, o qual destacou-se na posição de dois importantes teoremas: que se há um segmento  $AC$  pertencente a um círculo tal que este segmento seja o diâmetro do mesmo, caso  $B$  pertença à circunferência, mas não coincida com  $A$  e  $C$  o ângulo  $\angle ABC$  será reto. Enquanto que o outro famoso resultado disserta sobre a proporcionalidade de medidas de segmentos formados pela interseção de retas transversais e retas paralelas.

Pitágoras de Samos é outro matemático grego mencionado por [Machado \(2019\)](#), que possivelmente foi discípulo de Tales. [Crescenti \(2005\)](#) nos indica que ele fundou a Escola Pitagórica, a qual teve grande relevância para o desenvolvimento de estudos voltados à Filosofia, Astronomia, Matemática e Música. Os membros dessa escola possuíam um grande interesse em explicar a natureza por números naturais, de forma que a característica mais importante deles é a confiança no estudo da matemática e da filosofia como uma base moral. Muitas descobertas matemáticas são atribuídas aos

membros, como exemplo mais importante o Teorema de Pitágoras, deduzido a partir de aplicações egípcias. Machado (2019) nos diz que os Pitagóricos também foram os precursores na descoberta dos sólidos geométricos regulares, mais especificamente do tetraedro, do cubo e dodecaedro.

Outro matemático grego elencado é Hipócrates, nascido por volta de 400 a.C., que produziu o importante livro *Elementos de Geometria*, reunindo de forma lógica problemas geométricos em um contexto axiomático: a partir de construções geométricas unicamente com régua e compasso. Por fim, vem Euclides que viveu aproximadamente entre 360 e 295 a.C., o qual é autor de “*Elementos*”, que reuniu de forma lógica e organizada várias obras realizadas por pensadores antecedentes, composta por 465 proposições distribuídas em 13 livros.

Estes conceitos do livro, a geometria Euclidiana, são os mais importantes para o estudo que será realizado neste trabalho. O caminhar histórico explicitado dos saberes matemáticos e geométricos tem potencial de evidenciar o que Pais (1996) indica: o conhecimento geométrico é composto pelos âmbitos intuitivo, experimental e teórico, sendo que este último, entendido também como conceito geométrico, é o objetivo nas quais a intuição e experimentação são fundamentadoras. A dita intuição, para o autor, é baseada nos conhecimentos prévios e, em conjunto com a experimentação, demonstram o quanto o conhecimento empírico ao ser fundamentado a partir de referenciais pode levar ao saber técnico.

Pais (1996), discute três aspectos epistemológicos que compõem o conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Nesse sentido, entendemos que o objetivo do ensino da geometria é chegar ao seu aspecto teórico, entendido como conceito geométrico. Mas, nesse processo, a intuição e a experimentação desempenham papéis fundamentais. Para o autor, a intuição é uma forma de conhecimento imediato que está sempre disponível no espírito das pessoas e cuja explicitação não requer uma dedução racional guiada por seqüência lógica de 10 argumentos deduzidos uns dos outros (p.72). Segundo o autor, essa disponibilidade refere-se aos conhecimentos já adquiridos pelo sujeito.

#### 4.1.2 Dimensão didática

Crescenti (2005), em sua tese, comenta que os livros didáticos atualmente trazem um apoio importante à prática docente como um manual de conteúdo no âmbito do ensino geométrico e evidencia que, depois de um longo período da história da educação brasileira, os materiais específicos para ensino de matemática possuem capítulos de geometria intercalados com outros assuntos matemáticos e não apenas um conteúdo nas páginas finais do livro a uma apresentação apenas parcial deste importante saber, o que levou a algumas gerações de alunos com deficiência em

aprendizado neste âmbito. Entretanto, salienta que isso não obrigatoriamente modifica o ambiente escolar no processo de valorização e ênfase nesse assunto, de forma que alguns professores ainda precisam se atentar à necessidade de aprendizado dessa área. Desta forma, a autora indica que apesar do muito enfoque atual do material didático na importância do assunto, ao que tudo indica, o ensino de geometria não é o suficiente ou muitas vezes é distante da realidade dos alunos. O livro didático não é um critério para nortear metodologias ou como o professor deve ensinar, então cabe a toda comunidade escolar não depender dele, e sim usá-lo como mais um artifício de busca de aprendizado.

Em relação ao ambiente de ensino, temos que a escola onde foi realizada a pesquisa é uma das que implementou o ensino de tempo integral na cidade de Fortaleza. Desta forma, há o ensino efetivo da base comum para os alunos, como também a oportunidade de aulas na base diversificada, dentre elas: pensamento científico, práticas experimentais e aulas voltadas para o nivelamento das turmas, chamadas de “Joaquim prepara matemática” (JPM). Portanto, há um enorme incentivo ao aprendizado de matemática nesta escola.

Entretanto, há de se levar em consideração nessa dimensão, como dito anteriormente, a problemática do grande prejuízo ocasionado pela pandemia vivida nos últimos anos, o que acarretou um grande déficit ao aprendizado dos alunos, em especial dos de escolas públicas, por, geralmente, possuírem uma condição social menos privilegiada, e com isso, menores condições de acesso ao ensino à distância. Além dessa discrepância nas modalidades econômicas de ensino, a escola enfrenta a grave divergência no nível de aprendizado em que se encontram os discentes, já que, com condições bastante distintas, durante a pandemia, alguns tiveram melhor infra-estrutura para assistência de seu aprendizado, ao contrário de outros, que, pela diversidade de condições, tinham pouco ou quase nenhum contato com a escola.

Paralela à situação exposta, a escola apresenta as mesmas características das tantas outras escolas municipais da capital. Os estudantes recebem material escolar padrão, dentre elas: calculadora, régua, compasso, transferidor, porém não lhes é disponibilizado um laboratório de ensino específico para práticas de aula de matemática. Como outros fatores relevantes, temos que as turmas geralmente possuem 38 alunos e cada aula tem duração de 55 minutos, o que pode representar obstáculo no processo de construção do conhecimento, por essa duração nem sempre ser o suficiente no processo de investigação e maturação do saber. Assim, o desenvolvimento do saber deverá ser levado para aulas subsequentes, o que poderá dispersar a turma e afetar o desenvolvimento do processo ensino/aprendizagem.

Em relação às indagações ao professor de matemática responsável pela turma, no tocante às características e aos recursos tanto dos alunos quanto do ambiente de

ensino, temos o reforço dele em relação ao que fora comentado anteriormente. Ele afirma que, apesar dos livros didáticos possuírem, até certo ponto, uma intenção no desenvolvimento das capacidades investigadoras do aluno, o que se apresenta nos referidos recursos não é atraente ao estudante. Em relação à duração padrão de uma aula (55 minutos), o professor defende que ela não favorece nem dá condições para aplicações de metodologias que proporcionem ao aluno a busca, investigação e a construção do conhecimento. Este prejuízo oriundo do tempo é ainda mais afetado, segundo o docente, por turmas numerosas, o que acaba “congestionando”, segundo o professor, o ambiente e demanda mais tempo para organização da turma. Em relação ao material de apoio ao professor, tais como multimídia, o docente comenta que há uma grande escassez de recursos, além de estarem tornando-se obsoletos. Os levantamentos realizados com o professor regente foram feitos de maneira oral, mas formalizado com o mesmo a partir de um questionário presente no Apêndice A.

#### 4.1.3 Dimensão cognitiva

Na análise desta dimensão, podemos destacar pontos importantes tanto no coletivo quanto no individual dos alunos. Em consonância com o que fora comentado anteriormente, ao ser indagado, o referido professor de matemática, comentou sobre um extenso desnivelamento da turma em relação ao seu conhecimento de matemática, apresentando-se, desta forma, um fator complicador à proposta de intervenção, pois torna-se necessária uma revisão de conhecimentos prévios nos quais a referida turma ainda possa ter dificuldade. Esse fator complicador da intervenção pode ser agravada pela falta de interesse em particular. Além disso, revés apontado pelo professor regente está na criação de grupos para o trabalho, cuja turma fica, normalmente, dispersa. Estes fatores evidenciam a necessidade de um contrato didático bem construído com a turma.

Por fim, o educador comenta de forma positiva que a maioria dos alunos gosta de aulas diferenciadas, sendo um ponto atenuante dos aspectos citados anteriormente, mas que apresentam pouco conhecimento sobre construções geométricas e mal praticam o uso de materiais: régua, compasso e transferidor. Destaca-se como ponto negativo a dificuldade em assuntos prévios que serão necessários na intervenção didática, como a congruência de triângulos e conceitos básicos de circunferência. Por isso, o docente responsável reforçou, como já incluso na metodologia, que antes da intervenção em si, para o processo de investigação, uma revisão bastante focada nesses assuntos é de suma importância.

## 4.2 Concepções e análise *a priori*

A proposta da nossa intervenção é a utilização de conceitos simples já conhecidos pela turma, atrelados ao desenvolvimento de habilidades em construções geométricas para obtenção ou prova de novos conhecimentos. Mais especificamente, foram abordados alguns resultados sobre triângulos, ângulos e propriedades básicas de circunferências. Em seguida, foram utilizadas as técnicas de desenho geométrico para que construam retas perpendiculares e paralelas, para, em sequência, a partir dos conhecimentos prévios, realizaram uma prova simples de que retas paralelas não se cruzam, de acordo com os axiomas euclidianos. Apesar de estes passos serem considerados simples, deve-se destacar a importância desta etapa para o desenvolvimento dos olhares dos alunos que têm pouca experiência nesses aspectos. Diante disso, temos como objetivo despertar a curiosidade dos discentes em metodologias mais fáceis de visualização e condizente com as realidades socioeconômicas dos ambientes em que estão inseridos, utilizando-se materiais acessíveis a todos.

Dessa forma, torna-se importante descrever as escolhas que foram levadas em consideração para uma intervenção efetiva, a partir dos âmbitos já descritos. No caso das variáveis globais, temos:

1. Trazer à tona aos alunos a ideia de utilização de axiomas geométricos para a obtenção de novos conhecimentos.
2. Enfatizar a importância do processo de construções geométricas, trazendo o valor histórico deste conceito para todo o desenvolvimento matemático da humanidade.
3. Utilizar materiais de auxílio geométrico simples e acessíveis.
4. Desenvolver as capacidades de visualização, análise, criatividade e dedução de problemas geométricos.
5. Possibilitar ao aluno deduzir e compreender as propriedades geométricas.
6. Desenvolver capacidades de interação e diálogo em grupo.

Levantadas, então, as escolhas globais, partimos efetivamente ao Plano de Ações delineando-se parâmetros para escolhas locais. Uma vez que o professor responsável pela turma ofereceu todo o seu tempo de aula para a intervenção, o Plano é organizado em uma sequência de ações realizadas em 3 encontros de 55 minutos, totalizando, no final, uma duração de intervenção de 2 horas e 45 minutos. Esta organização leva em consideração todas as questões de controle necessárias levando-se as dimensões analisadas anteriormente. A ideia, neste momento, visa

estabelecer, de forma verbal, o acordo didático e produzir meios de evitar os possíveis obstáculos que podem acontecer durante a situação didática.

As escolhas locais, então, vêm de encontro com as previsões realizadas em relação aos possíveis comportamentos dos alunos. Assim, desenvolvemos controles de ações para permitir uma efetiva relação positiva entre os comportamentos discentes e as situações propostas, hipóteses estas que serão uma parte importante no processo de validação da Engenharia Didática, a partir da comparação com resultados finais. Vale citar que não há impedimento quanto à correção de hipóteses ou formulação de novas hipóteses durante a fase de experimentação, com o objetivo de um melhor resultado no processo de aprendizado.

Assim, as hipóteses locais são a seguir discriminadas:

1. Acredita-se que, com as ações realizadas, os alunos desenvolverão conhecimentos relacionados à técnica de construção geométrica, como a visualização da utilidade desse artifício na obtenção de novos conceitos e o atrelamento de tais conceitos aos saberes pregressos e seguintes da sua trajetória escolar, de forma que poderá haver um fomento na curiosidade e interesse por parte discente em aplicabilidades futuras.
2. Tem-se como expectativa uma prática maior na utilização de materiais de auxílio geométrico e, possivelmente, quando houver um entendimento plausível, espera-se que tenham curiosidade na utilização de *softwares* que auxiliem no processo, como o Geogebra, de forma que sejam auxiliares do aprendizado nos próximos anos letivos que terão na trajetória escolar.
3. Como atenuante dos possíveis problemas de atenção, empenho e participação, acredita-se que um acordo didático bem elaborado e discutido de forma democrática com a turma deva ser suficiente, bem como uma divisão em grupos bem efetuadas, focando-se na divisão em equipes nas quais possuam membros com maiores habilidades matemáticas para auxiliar os que têm mais dificuldades.
4. Para reduzir possíveis problemas em relação às dificuldades de conhecimentos prévios, a primeira aula, referente ao primeiro terço do tempo utilizado, será destinada à apresentação de todo o projeto, à construção do contrato didático e à revisão de conceitos importantes.

### **4.3 Experimentação e aplicação da Sequência Fedathi**

Durante as três aulas realizadas ao longo de uma semana, foi feita a intervenção e a coleta de dados, por anotações e gravação de áudio. O primeiro dia foi

especificamente para, nessa ordem, apresentação do trabalho, comentando seus objetivos; construção do contrato didático e a revisão de conteúdos necessários para o prosseguimento do trabalho.

Do acordo didático, foram apresentadas, inicialmente, à turma as escolhas pedagógicas, explicitando-se como o processo de ensino-aprendizagem iria ocorrer, com a Sequência Fedathi. Assim, definimos o tipo de trabalho solicitado aos alunos, focado na investigação, com o objetivo de fomentar o pensamento científico, a utilização de conhecimentos prévios e a valorização destes, para a construção de novas ideias.

Especificamente, nesta etapa estabeleceram-se as regras explícitas do contrato:

1. Os alunos pensarão por si e discutirão suas ideias em grupo, não dependendo de respostas por parte do professor.
2. O professor estará na intervenção apenas como um auxiliador e somente guiará o grupo para direcionar e sanar pequenas dúvidas.
3. A intervenção irá progredir de acordo com o cumprimento das produções dos grupos, logo, é necessária a participação de todos para o bom seguimento das aulas.
4. Os grupos não precisam se constranger em apresentar e demonstrar suas resoluções, devendo explicitá-las no final de cada etapa e permitir o diálogo, uma vez que as soluções com falhas tem potencial de dar mais credibilidade aos procedimentos corretos.

É importante citar o quanto foi dada ênfase na valorização da criatividade dos grupos em encontrar soluções de formas diversas, a partir de outros conhecimentos prévios, pois teria possibilidade de dar mais valor ao estudo. A partir da própria natureza dos procedimentos, enfatizou-se, também, a participação como fator mais importante da intervenção e, não apenas, a obtenção da resposta certa.

Uma vez definido o acordo didático, levando-se em consideração a natureza mutável do processo durante toda a intervenção, foi natural, depois de explicitar os objetivos e a natureza do trabalho, contextualizar tal intervenção com a epistemologia dos saberes a serem desenvolvidos. Como descrito anteriormente, as descobertas matemáticas e os processos de construções geométricas a partir de conceitos euclidianos foram de extrema importância para o conhecimento matemático em um todo. Logo, foi descrito para o aluno a importância de processos desse tipo e, por consequência, o porquê desta técnica ser o cerne de toda a intervenção.

Na sequência, foi realizada uma revisão com foco em conteúdos para as ideias originais de construções geométricas, de forma pouco técnica, para não gerar possíveis

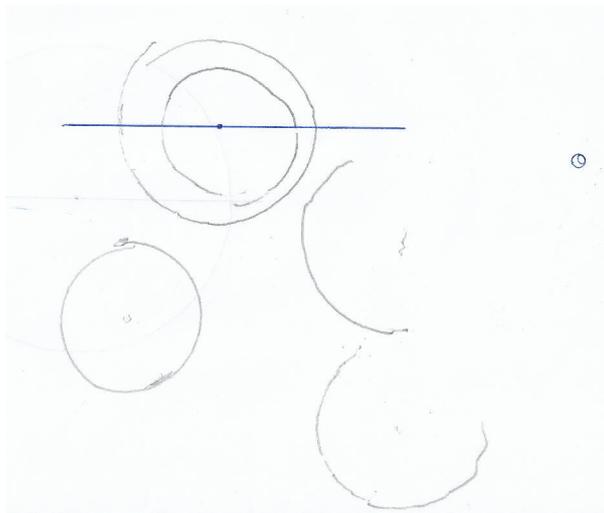
confusões para o público que, em geral, apresenta-se imaturo para uma linguagem matemática formal. Inicialmente, fora comentado por exemplo, a necessidade de ao menos dois pontos para formar uma reta ou segmento, fato este de conhecimento pleno e que não gerou dúvidas. Outro ponto revisado que não gerou problemas foi a congruência de triângulos, que prontamente explicitaram os casos, enquanto o responsável pela intervenção ilustrava esses casos em lousa. A partir daí, revisou-se a propriedade da circunferência de ser o conjunto dos pontos que tem a mesma distância de um ponto fixo. Na intervenção didática, utilizou-se um compasso adaptado para lousa para demonstrar a importância da distância fixa entre as pontas do compasso para a geração de uma circunferência e, após isso, utilizou-se um pedaço de barbante, que, com seu comprimento fixo, também gerou uma circunferência e tornou-se uma ação relevante para a compreensão da turma.

Os procedimentos integram a **fase de tomada de posição** da Sequência Fedathi. Desta forma, esta etapa caracteriza-se, pela realização de um nivelamento por parte da turma no entendimento dos procedimentos, na apresentação de técnicas e na inserção da protagonização do aluno no processo, que, ao se instigarem ao projeto, tomaram para si responsabilidades no aprender.

Conforme planejado, durante a tomada de posição, contemplou-se a apresentação de um problema exemplo, ainda na primeira aula, o qual foi resolvido pelo responsável pela intervenção. Este foi realizado devido os alunos possuírem falta de prática tanto em utilização de objetos de construção geométrica quanto na própria técnica de construções em si, a necessidade de compreensão dos processos e para evidenciar a importância de conhecimentos preliminares para a construção de novos. Assim, a criação de desenho, além das justificativas passou a ser trabalho dos alunos apenas para as outras duas construções já apresentadas. Dando prosseguimento à aula, demonstrou-se um exemplo de construção de uma reta perpendicular à outra que intersecta um ponto externo, a primeira construção apresentada na metodologia, para que, uma vez observadas a construção, pudessem justificar congruências tanto de lados quanto de ângulos. Utilizando-se régua e compasso, para tentarem reproduzir o desenho, os próprios alunos já garantiam a congruência de certas medidas a partir das propriedades revisadas, de forma que para os mesmos foi natural a demonstração que o desenho realizado realmente nos indicava retas que possuíam um ângulo reto em sua interseção. Diante da construção resultante, evidencia-se, de forma exitosa, a segunda fase da sequência: a maturação. Em seguida, a turma foi dividida em 6 grupos de 5 pessoas, devido à infrequência, e foi pedido para que, de forma semelhante ao exemplo feito, tentassem desenhar uma reta perpendicular à uma reta suporte de forma que a cruzasse em um ponto específico, como o propósito de consolidação dos conhecimentos até então adquiridos.

Durante a execução da etapa de maturação, observou-se a dificuldade de parte da turma na utilização dos materiais como compasso e régua, ilustrado, por exemplo na Figura 8. É possível notar as dificuldades de desenhar circunferências, inclusive causando furos no papel utilizado. Isto evidencia uma relativa falta de habilidade dos discentes em tais práticas de desenho geométrico, por mais que haja incentivo dos docentes e do próprio material didático.

**Figura 8** – Registro de habilidade na utilização do compasso.



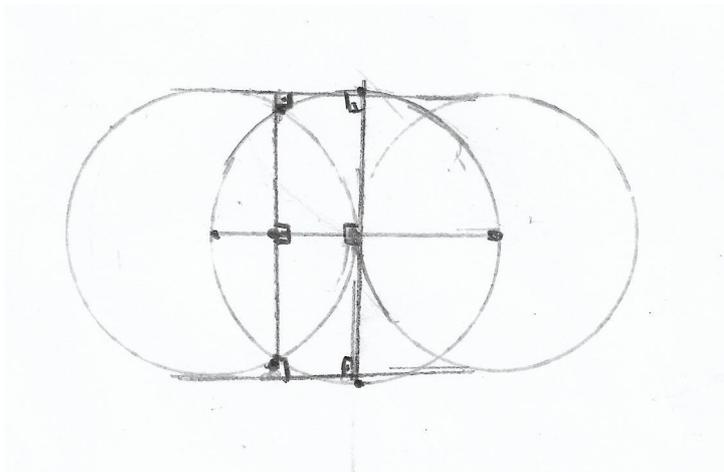
Fonte: Grupo participante da pesquisa.

Os alunos seguiram com a ideia da criação de circunferências de uma maneira semelhante ao realizado pelo responsável pela intervenção. Este, intencionalmente, não comentou sobre as medidas apropriadas de círculos auxiliares na construção geométrica. Isso os levou para casos em que não era possível obter interseções para a obtenção de alguma reta ou mantiveram a mesma medida de círculos, de forma que a interseção era exatamente o ponto determinado na reta auxiliar. Assim, não havia apenas um ponto evidenciado, ou seja, torna-se impossível a geração de uma reta. Ações como essa são evidenciadas nas Figuras 9 e 10.

Nestas situações relatadas, houve a necessidade de intervenção no processo investigativo, de maneira que o responsável pela intervenção apenas questionou sobre a quantidade necessária de pontos para a geração de uma reta. Prontamente, perceberam a necessidade da obtenção de mais um ponto, além do já existente no problema para a obtenção da reta. Depois de sanada a dúvida, não demorou para que algumas equipes já conseguissem, alterando raios de algumas circunferências auxiliares, construir alguns pontos, o que já geraria uma reta perpendicular que contém o ponto inicial. Exemplos da obtenção dessa configuração são dadas na Figura 11.

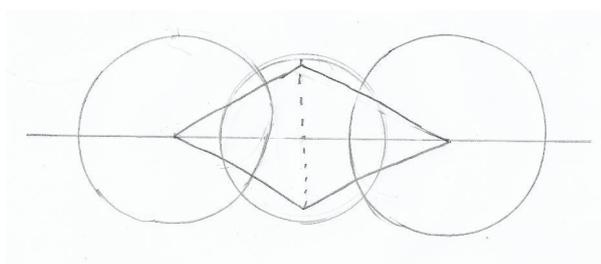
Outro ponto importante do procedimento foi justamente a argumentação das equipes a respeito do porquê de as retas serem perpendiculares. De maneira seme-

**Figura 9** – Registro de construção de circunferências com mesmo raio que se intersectam em apenas um ponto, impossibilitando a geração de uma reta.



Fonte: Grupo participante da pesquisa.

**Figura 10** – Registro de construção de circunferências com medidas de raio insuficiente para que se intersectem em dois pontos, impossibilitando a geração de uma reta.

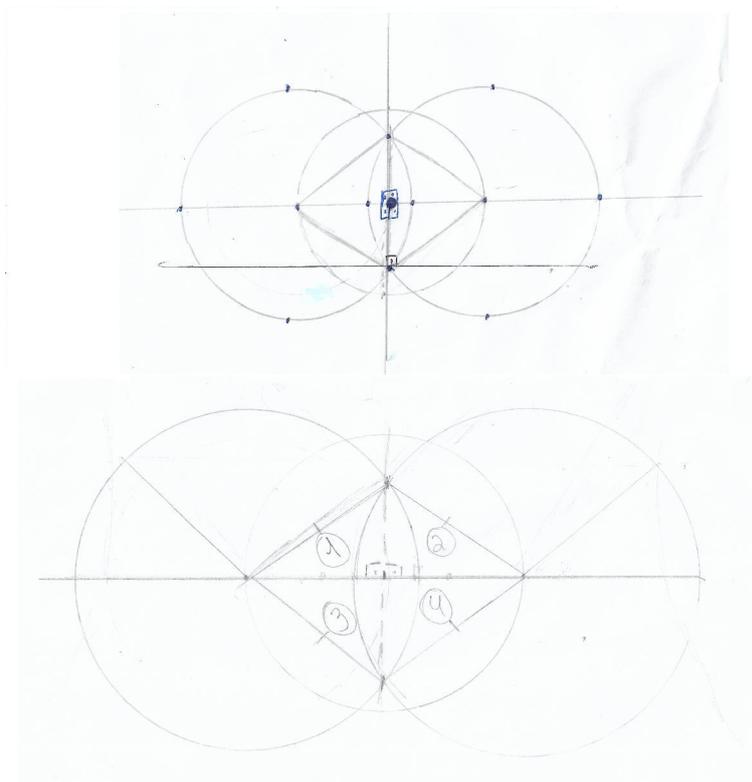


Fonte: Grupo participante da pesquisa.

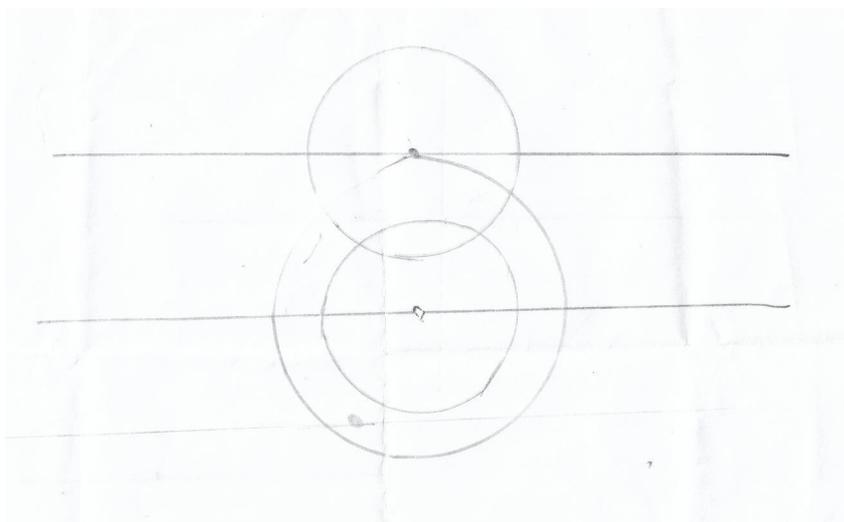
lhante ao proposto no exemplo realizado pelo docente investigador, isso provado por eles, a partir das propriedades já revisadas anteriormente sem muitos problemas.

A segunda etapa da intervenção foi a construção de uma reta paralela à outra auxiliar, sem a utilização da construção anterior, conforme apresentada no capítulo anterior. Os alunos, de forma mecânica, por um tempo, se mantiveram na tentativa de apenas produzir circunferências. Muitos tentaram, por exemplo, de forma manual apenas “inferir” o ponto mais distante verticalmente do centro de uma circunferência criada por eles, e assim, da mesma forma, criaram uma reta supostamente paralela à suporte com a utilização da régua. Houve, então, a indagação das garantias, de forma que o problema só seria sanado quando houvesse argumentos efetivos que provassem tal paralelismo. Estas tentativas podem ser evidenciadas na Figura 12.

Depois de um tempo de reflexão dos grupos, eles não chegaram a uma solução satisfatória. Coube, então, ao pesquisador realizar uma pequena intervenção. Ele lembrou da seguinte propriedade de retas paralelas: se uma reta transversal as intersecta,

**Figura 11** – Registros de representações de retas perpendiculares

Fonte: Grupo participante da pesquisa.

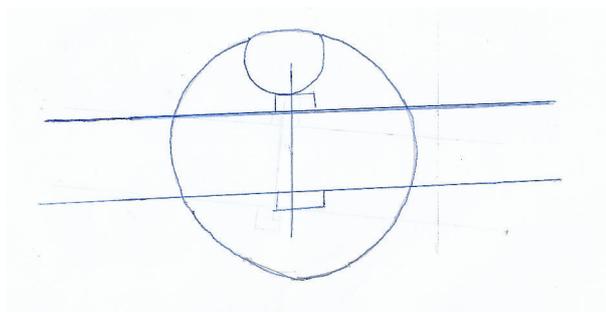
**Figura 12** – Registro da tentativa de criação de reta paralela

Fonte: Grupo participante da pesquisa.

os ângulos alternos internos são iguais. Prontamente um discente comentou que, então, se um dos ângulos for reto, todos os outros ângulos também o serão. Intervindo um pouco mais, foi indagado, então, o que esta reta transversal é, em relação a cada uma das retas paralelas. Alguns alunos responderam que esta transversal é, então perpendicular concomitantemente às duas retas paralelas. Desta forma, concluíram, que, uma vez já desenvolvido a técnica de construção de uma reta perpendicular, então

eram capazes de desenhar uma configuração parecida com a descrita: criando-se uma reta perpendicular a uma reta auxiliar, seguida de uma outra perpendicular à primeira já criada. Depois de algumas tentativas, como na Figura 13, alguns grupos chegaram a desenhos que de fato possuíam um raciocínio que nos dá retas paralelas.

**Figura 13** – Registro da criação de uma reta paralela a outra utilizando uma perpendicular



Fonte: Grupo participante da pesquisa.

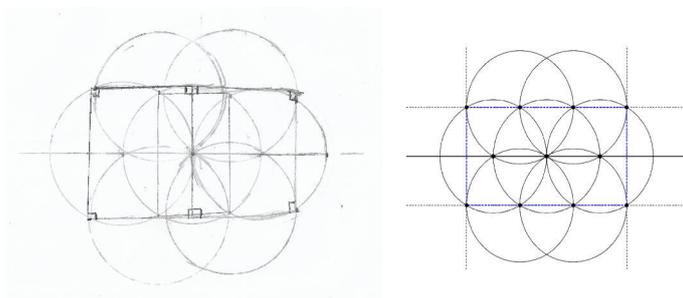
Na sequência, solicitou-se os detalhes da construção para que o professor pudesse reproduzi-la no quadro negro. Indagando à turma como poderiam comprovar com os seus conhecimentos esse paralelismo, o aluno X comentou:

“Professor, o senhor já ensinou a criar uma perpendicular a um ponto fora da reta e a gente já fez uma reta perpendicular a um ponto que está na reta, então, com isso que o senhor falou, a gente pode construir uma reta perpendicular à reta que o senhor desenhou, e depois uma perpendicular a esta nova reta”.

Um dos grupos encontrou outra forma de solução. Criaram um círculo com centro pertencente à reta auxiliar e mantiveram o mesmo raio da circunferência no compasso e construíram dois círculos com centros onde o primeiro círculo intersecta a reta. Os novos círculos intersectam a circunferência inicial em 4 pontos que, quando ligados, formam um quadrilátero em que os lados opostos são congruentes, formando um retângulo. Os lados desse quadrilátero que não intersectam a reta auxiliar são paralelos à mesma, o que são geradoras de retas perpendiculares. O professor responsável pela intervenção utilizou um projetor e o *software* Geogebra para acelerar construção, instruído pelos membros do grupo que, além disso argumentaram a validade do seu desenho. As tentativas do grupo em obter tal configuração pode ser representada com a Figura 14, acompanhada de um esquema que a representa de forma mais clara.

Para finalizar todo o processo de intervenção, como o foco do professor investigador era instigar o processo de pensamento científico da turma, o professor resolveu desenvolver outra para evidenciar a importância do raciocínio e a lógica. O agente interventor, então, explicou aos discentes o processo de redução de um pensamento ao absurdo. Apresentou-se o Princípio da não-contradição matemática, onde “nada pode ser e não ser simultaneamente” e que, do mesmo jeito que fora utilizado conhe-

**Figura 14** – Registro de construção alternativa encontrado por um grupo para obtenção de uma reta paralela e sua representação com o *software* GeoGebra.



Fonte: Grupo participante da pesquisa.

cimentos prévios para construção de novos, era também possível argumentar com outros conhecimentos. Nesta intervenção, abordou-se o seguinte problema:

*“Se eu digo para vocês que 3 é menor do que 4, e garanto isso para vocês, como eu dou garantia de que 4 é menor do que 5?”*

Em seguida, com o auxílio da lousa, o docente apresentou as seguintes afirmações lógicas:

*“Gente, se 4 não for menor do que 5, existem outras duas possibilidades: ou 4 é maior do que 5 ou igual. Mas, se eu retirar uma unidade de cada lado, eu terei que 3 é maior do que 4 ou que 3 é igual a quatro, o que eu acabei de falar como garantia que 3 é menor do que 4. Então, o que eu fiz, foi mostrar para vocês que outra possibilidade, a de 4 não ser menor do que 5, é uma contradição, e com isso, estou provando algo por absurdo.”*

Demonstrado esse tipo de raciocínio, o pesquisador apresentou o desafio. Foi pedido então que, de acordo com os assuntos abordados na intervenção, a turma demonstrasse que não faria sentido, pelo que já tinham aprendido, se duas retas se cruzassem. Rapidamente, alguns alunos foram à lousa e fizeram um desenho que representava, de certa forma, duas retas paralelas se cruzando, semelhante à construção da Figura 7. Eles, então, comentaram que, caso exista duas retas paralelas entre si e uma reta as cruza perpendicularmente, cada uma em um único ponto, sendo estes pontos vértices de um suposto triângulo formado com o ponto de encontro dessas paralelas, estes primeiros dois vértices mediriam 90 graus, de forma, que formariam um triângulo que possui dois ângulos retos, implicando que a soma dos ângulos internos do triângulo seria maior que 180 graus, sendo assim, um absurdo.

Após esse desafio, o agente responsável pela intervenção finalizou o processo agradecendo a participação dos alunos e comentou que os objetivos centrais da

aplicação das sequências didáticas foram alcançados. Isso aconteceu porque houve êxito na etapa de maturação do conhecimento e a turma percebeu a importância dos processos investigativos feitos na aula para o desenvolvimento de novos saberes. Além disso, passaram a valorizar a lógica, eficiente instrumento para o pensamento científico, como um facilitador do processo e a discussão sobre erros na trajetória da construção do saber.

Com isso, as 3 etapas, a construção de uma reta perpendicular, de uma reta paralela e o desafio de demonstrar conhecimentos a partir de lógica e outros saberes prévios e a apresentação inicial da técnica, oriunda da primeira construção, foram demonstradas de forma satisfatória na intervenção, compondo-se, assim, a fase de **prova e formalização** dos problemas apresentados, claro, que, com um refinamento e uma linguagem mais técnica no âmbito matemático por parte do professor. Os alunos, de início, tentaram apenas a reprodução do que fora realizado pelo professor, mas, à medida que realizavam as novas construções, perceberam a necessidade da utilização de outros conhecimentos e a percepção de dados importantes.

#### 4.4 Análise a posteriori

Ao contrário da maioria dos processos metodológicos de ensino para o aprendizado, a Engenharia Didática vai de encontro aos costumes tradicionais de se utilizar as avaliações como principal método de validação. No nosso caso, como descrito anteriormente, o processo de validação é interno, de formato comparativo entre as análises a priori e a posteriori, como indica [Artigue \(1996\)](#). Temos, então, que realizar a investigação entre o que fora idealizado de forma hipotética com a experimentação em si, verificando-se o que entrou em consonância ou não.

O ponto em comum entre as metodologias de pesquisa e de ensino realizada na intervenção é basicamente o foco em instigar o processo de investigação científica, do professor, na Engenharia Didática, quanto no aprendizado dos alunos, com a Sequência Fedathi. Ambas dependem, então, de fatores como a reflexão e a superação de obstáculos.

Como obstáculo inicial, que foi de consonância com a hipótese levantada, a turma apresentava níveis bastante divergentes de conhecimento, pensamento e desenvoltura para problemas matemáticos. Também em consonância com o planejamento, constatou-se a falta de habilidade em manejo de materiais geométricos, que, apesar de os possuírem, com noção da utilização e do estímulo (apesar de pequeno) do material didático, foi constatado pouca ou nenhuma experiência em utilização.

A utilização de parte da primeira aula para um período de revisão dos conteúdos foi, como previsto e recomendado pelo professor regente da turma, de extrema impor-

tância para acelerar os pensamentos da turma em relação aos problemas apresentados. Houve um direcionamento do processo de resolução dos próprios problemas, uma vez que já tinham uma relativa bagagem de conhecimento.

Um fator não previsto, mas que foi considerado positivo, foi a questão de a escola oferecer uma sala de informática nas segundas e terceiras aulas, com uma estrutura confortável e apropriada para ações em grupo. Elas possuíam mesas redondas e um projetor, que facilitou no processo de demonstração de outras resoluções por parte da turma, uma vez que haviam construções geométricas mais complexas e demandariam muito tempo para desenhá-las sem o auxílio de *softwares*. Muitos professores defendem que a mudança de ambiente é estimulante para o aluno e, de forma mais subjetiva, foi possível notar um maior envolvimento da turma e maior participação em relação à primeira aula, dado que fora realizada na sala de aula padrão.

Em função da já referida falta de habilidade em técnicas matemáticas e de pensamento científico, eram previstos, também, esboços de tentativas “a mão” de desenhar as figuras pedidas, sem auxílio dos instrumentos necessários e problemas em provar e expressar resoluções, de forma que seria apenas uma reprodução mecânica do que estava sendo desenvolvido.

Em relação à aula em si, também temos que os princípios da Sequência Fedathi como ferramenta metodológica para desenvolvimento de habilidades de construções geométricas para a construção de saberes sobre paralelismo e perpendicularidade foi efetivo. Os alunos foram capazes, como hipotetizado, ao longo da intervenção, de desenvolver, levantar dados e apresentar soluções a partir de sua criatividade e de seus conhecimentos.

#### **4.5 Validação da engenharia e a possível reprodutibilidade da intervenção**

A pesquisa realizada deixou claro o quanto as metodologias que instigam o processo de investigação científica por parte dos alunos podem ser válidas. Os estudantes, ao final da intervenção, foram capazes de, rapidamente, encontrar soluções simples para problemas que, de início, pareciam bastante complexos. Com um pouco de direcionamento, ação fundamental para um docente, foram bem-sucedidos em analisar dados dos problemas, possuir noções intuitivas corretamente voltadas para a situação e, após encontrarem soluções plausíveis, mesmo que de maneira menos técnica, expressar a lógica de suas resoluções.

Ficou evidente no processo de análise da intervenção, que a utilização de materiais de construção geométrica são ainda pouco utilizados, e que há a necessidade de um trabalho maior de adaptação e treinamento de utilização. Entretanto, devido à simplicidade desses materiais, foram possíveis explicações básicas prévias para

o desenvolvimento efetivo da atividade, mostrando que não devemos subestimar os discentes em capacidades de aprendizado de técnicas, visualização e criatividade, além de conseguir dar sentido às propriedades estudadas anteriormente.

O contrato didático é um elemento relevante para o processo. A construção de regras e objetivos de forma não hierarquizada, mas sim, com visão de igualdade e parceria entre o professor e aluno, permite ao discente não apresentar tantos bloqueios em sanar suas dúvidas, pedir direcionamentos, verificar erros, expor à turma o resultado obtido e sentir-se efetivamente pertencente ao processo de ensino-aprendizagem. A divisão em grupos é bastante positiva para a intervenção, pois as discussões internas catalizam os processos de construção de respostas e incentiva, de aluno para aluno, a participação.

A ideia de uma construção de um caminho de problemas simples, com foco na aprendizagem cooperativa, foi considerada efetiva, indo ao encontro do que argumenta [Gomes \(2008\)](#), pois foi notoriamente percebido que os estudantes ficaram motivados para a discussão dos problemas e incitou a curiosidade pelo estudo e a participação entre grupos. Foi proposto para os alunos a tentativa de utilização dos conhecimentos e dos problemas realizados no dia a dia, na obtenção de novos conceitos e até como artifício para revisão e reforço de conteúdos.

No âmbito da reprodutibilidade desta intervenção didática, a ideia inicial era justamente a possibilidade de realização em ambientes de ensino com estruturas menos favorecidas, ou seja, com a utilização de materiais simples, lousa, papel, compasso e régua, de forma que o critério para a realização de todo o processo demandava poucos instrumentos e focava principalmente em turmas que já possuísem os conhecimentos prévios necessários para o desenvolvimento efetivo da investigação. Logicamente, a utilização de *softwares* de desenho e projetores são facilitadores de todo o processo, o que não descarta, então, que os próprios estudantes utilizem as tecnologias no desenvolvimento das atividades. Entretanto, é importante considerar outros fatores, como [Almoulod \(2001\)](#) evidencia que ao utilizar o meio informatizado, há a demanda de processos de adaptações, treinamento e reflexão sobre a transferência do que está presente, por exemplo, nos livros didáticos para o meio digital, o que acaba demandando mais tempo.

O tempo, apesar de ter sido suficiente para todo o processo realizado, é um dos maiores obstáculos para intervenções em sequências didáticas detalhadas e para permitir a reprodutibilidade. As condições de tempo oferecida tanto para os alunos quanto professores é, muitas vezes, pouco no processo de ensino para a aprendizagem, mesmo com metodologias com atividades que não demandam longos períodos de pesquisa, raciocínio e desenvolvimento de práticas pelos alunos. Logo, torna-se um problema em metodologias que demandam tempo para os alunos desenvolverem seu

pensamento, principalmente em intervenções que as sequências de aulas não são seguidas, interrompidas pelo cotidiano escolar (aulas de outras disciplinas ou intervalos, por exemplo). Isso, na maioria das vezes, interrompe o processo de raciocínio e dispersa a turma.

Apesar de tudo, estes fatores não tornam impossíveis intervenções da sequência Fedathi no ambiente escolar em si. O processo se demonstrou, mesmo em uma turma tão heterogênea em níveis de conhecimento matemático, bastante efetivo. Uma vez que todas as hipóteses foram confirmadas e os obstáculos não previstos, o que é esperado de uma aplicação prática, foram fáceis de serem superados. Conclui-se, desta forma, que processo metodológico baseado em Engenharia Didática foi exitosamente validado.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como intenção realizar uma valorização da capacidade de pesquisa do binômio professor-aluno. No tocante ao aspecto docente, consideramos que é importante para o retentor deste papel ter capacidade e meios para avaliar a qualidade de seus processos metodológicos. Importante ressaltar que, por mais que uma metodologia específica tenha boas críticas, bons resultados anteriores e sejam progressistas no âmbito de estimular o protagonismo do aluno, o professor é responsável pelo sucesso ou fracasso em suas intervenções, o que pode ser ampliado pelos contextos do ambiente escolar ou da qual o aluno está inserido pode torná-la ineficaz. Cabe aí, então, um estímulo para que esse professor desenvolva capacidades auto-críticas e um pensamento investigador para pesquisar quais métodos são válidos para concretizar o processo de aprendizado. A Engenharia Didática demonstra ter princípios com boas práticas de realizar todo esse processo qualitativo, o que a torna uma ferramenta metodológica de muito no cotidiano de um ambiente educacional.

No tocante ao aspecto discente, a capacidade de desenvolver o pensamento científico se torna uma oportunidade de participar de forma mais concreta do processo de aprendizado, da compreensão de teoremas, axiomas, no pensamento crítico, criatividade e maturidade ao encontrar um problema e saber quais dados são importantes para resolvê-lo. A Sequência Fedathi é, sem dúvida, uma metodologia bastante eficaz em estimular esses processos. Apesar de ser o trabalho inverso de metodologias mais comuns, o processo da sequência em apresentar um problema, desenvolver soluções e, apenas na sequência, realizar a formalização do saber, que, à primeira vista, pode ser desafiador para o aluno, torna-o passível de dar sentido a saberes anteriores para construir novos, mais amplos e não apenas uma apresentação de fórmulas ou uma solução mecanizada para um problema específico. O desenvolvimento desse pensamento científico permite a reprodutibilidade, de maneira sequenciada, da solução em problemas ligeiramente diferentes do utilizado em sala de aula ou até problemas mais específicos.

É possível afirmar, de acordo com a pesquisa realizada, o quão vantajoso é o desenvolvimento de pensamento de investigação científica dos alunos, por ser um artifício muito representativo no âmbito de abandonar antigos costumes de tendências pedagógicas tecnicistas e, como é estimulado atualmente, catalisar o processo de construção do conhecimento de forma paulatina. É óbvio que o grau de maturidade do público de ensino fundamental não trará explicações, linguagem e conjecturas matemáticas tão complexas, principalmente em um cenário já concretizado de discentes que há muitos anos se deparam, geralmente, com as já relatadas metodologias que

seguem o caminho inverso do pensamento científico, circunstância atual bastante compreensível devido a toda estrutura ofertada para toda a comunidade escolar. A estruturação das atividades de ensino geometria com base nos princípios das duas ferramentas metodológicas se demonstrou efetiva.

Esta proposta, para os discentes, tem como objetivo realizar, então, uma incitação à mudança no ensino atual, para que haja de todas as entidades responsáveis pelo processo educacional, um foco em melhora das estruturas que permitissem um desenvolvimento de tais habilidades. Foi notável, durante a pesquisa, o quanto os estudantes podem se adaptar a metodologias que o façam pensar de forma mais efetiva, o que de início foi um obstáculo já previsto. Este trabalho evidenciou, vale repetir, que não podemos e nem devemos subestimar o potencial dos alunos, que perceberam no procedimento realizado que o raciocínio e pensamento crítico são muito mais importantes que decorar fórmulas na matemática em si.

Após toda a experiência realizada, também foi bastante claro o quanto o levantamento de hipóteses anterior à ação é importante para todas as etapas de ensino. O planejamento sempre foi um ponto muito importante no trabalho docente, mas o olhar mais minucioso, com análises globais e locais estimulados pela Engenharia Didática, traz à tona a real necessidade de análises mais cuidadosa, criteriosa, técnica e ao mesmo tempo subjetivas para o desenvolvimento de estratégias exitosas.

Por sua vez, as etapas de análises à *posteriori* e o processo de validação fornecidas pela Engenharia Didática, vêm a servir como um aprendizado construído, semelhante o que há de se fazer com o aluno, no âmbito de dar mais experiência ao professor, sendo um artifício muito importante para corrigir e evitar a repetição de erros, falhas na previsão de algumas situações que podem ocorrer durante o processo didático. Do mesmo jeito que estimulamos na pesquisa o pensamento no aluno de que um erro não é um problema e sim uma oportunidade de aprendizado, o docente também pode e deve aprender e melhorar com suas falhas.

Os princípios das ferramentas voltadas para a mediação pedagógica em construções geométricas foi efetiva em seu uso de acordo os aspectos citados, mostrando a sua validade e importância, principalmente no desenvolvimento de capacidades investigativas e a utilização destas e a prática de construções para desenvolvimento de novos conhecimentos demonstram convergir em seus objetivos.

Em suma, este trabalho confirma a efetividade de ferramentas metodológicas que estimulam um olhar mais crítico e científico em todos os processos da construção do saber e em todos os agentes lá inseridos. Toda e qualquer busca por metodologias que melhorem a qualidade de ensino-aprendizado deve ser estimulada e ofertadas condições para sua efetiva realização.

## REFERÊNCIAS

- ALEXANDRA, V.; DA COSTA, L. F. M. A resolução de problemas como metodologia de ensino da matemática: o caso dos alunos do 7º ano do ensino fundamental da escola estadual São José Operário. *REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática*, Universidade do Extremo Sul Catarinense, v. 8, p. 134–152, 2013. Citado na página 24.
- ALMOULOD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba, Paraná: Editora da UFPR, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 64.
- ALMOULOD, S. A.; COUTINHO, C. d. Q. e. S. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 3, n. 6, p. 62–77, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 18, 37 e 39.
- ALVES, V. B. et al. Propostas metodológicas para desenvolvimento de práticas envolvendo a interface entre história e o ensino de matemática. *Research, Society and Development*, v. 10, n. 1, 2021. Citado na página 24.
- ARAÚJO, A. P. de. O fetichismo na metodologia do ensino da matemática. *Revista Educação em Questão*, v. 1, n. 2, p. 125–129, 1987. Citado na página 26.
- ARAUJO, P. C.; IGLIORI, S. B. C. Engenharia didática como uma estatística não paramétrica. *CADERNO DE FÍSICA DA UEFS*, n. 7, p. 133–142, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 47.
- ARTIGUE, M. Engenharia didática. *Didáctica das Matemáticas.*, p. 193–217, 1996. Citado 4 vezes nas páginas 36, 37, 40 e 62.
- ARTIGUE, M. et al. *Didactique des mathématiques*. FeniXX, 1996. Citado na página 36.
- BARROS, M. J. C. *Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial* — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza - Ce, 2007. Citado na página 19.
- BESSA, K. P. *Dificuldades de aprendizagem em matemática na percepção de professores e alunos do Ensino Fundamental*. Monografia (Dissertação) — Universidade Católica de Brasília, Brasília, Distrito Federal, 2007. Citado na página 17.
- BORGES NETO, H.; DIAS, A. M. I. Desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no 1 Grau e Pré-Escola. *Cadernos da Pós-Graduação em Educação: inteligência-enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da Matemática*. Fortaleza, UFC, v. 2, p. 15–21, 1995. Citado na página 30.
- BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. BRASIL, 1996. Citado na página 16.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências Humanas e suas tecnologias*. 2002. Citado na página 17.

- BRIGHENTI, J.; BIAVATTI, V. T.; SOUZA, T. R. de. Metodologias de ensino-aprendizagem: uma abordagem sob a percepção dos alunos. *Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL*, Universidade Federal de Santa Catarina, v. 8, n. 3, p. 281–304, 2015. Citado na página 16.
- CARMO, F. M. A. d. O ensino a distância do conceito de medida baseado na sequência fedathi. 2022. Citado na página 32.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. *Estudar Matemáticas. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes*. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Artmed, 2001. Citado na página 38.
- CIDRÃO, G. G.; ALVES, F. R. V. O percurso investigativo acerca da Engenharia Didática de Desenvolvimento no cenário educacional Brasileiro. *UNIÓN-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, v. 16, n. 60, p. 57–75, 2020. Citado na página 38.
- COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Compreensões, Abordagens, Conceitos e Definições de Sequência Didática na área de Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, SciELO Brasil, v. 36, p. 358–388, 2022. Citado na página 39.
- CRESCENTI, E. P. *Os professores de matemática e a geometria: opiniões sobre a área e seu ensino*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal De São Carlos, São Carlos - São Paulo, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 25, 49 e 50.
- DAMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje. *Temas e debates*, v. 2, n. 2, p. 15–19, 1989. Citado na página 23.
- DETONI, A. R. A geometria se constituindo pré-reflexivamente: propostas. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 6, n. 2, p. 187–202, 2012. Citado na página 25.
- FELÍCIO, M. S. N. B. et al. Sessões Didáticas com a aplicação da proposta metodológica Sequência Fedathi na preparação para o SPAECE. *VI Congresso Nacional de Educação*, Realize Eventos, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 48.
- FELÍCIO, M. S. N. B.; MENEZES, D. B.; NETO, H. B. Formação fedathi generalizável: Metodologia de formação de professores. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 7, n. 19, p. 24–40, 2020. Citado na página 31.
- FELICIO, M. S. N. B.; MENEZES, D. B.; NETO, H. B. Sequência fedathi para mudança de prática: estudo de caso de uma experiência com o teatro científico. *Revista Teias*, Programa de Pós-Graduação em Educação-ProPEd/UERJ, v. 22, n. 64, p. 132–150, 2021. Citado na página 29.
- FERREIRA, V. L. *O processo de Disciplinarização da Metodologia do Ensino de Matemática*. Tese (phdthesis) — Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo, 2009. Citado na página 27.
- GEMIGNANI, E. Y. M. Y. Formação de professores e metodologias ativas de ensino-aprendizagem: ensinar para a compreensão. *Fronteiras da Educação*, <http://www.fronteirasdaeducacao.org/index.php/fronteiras/article/view/14>, v. 1, n. 2, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 23.

GOBBI, J. A. *Do Livro Didático ao Software Geogebra: a engenharia didática no estudo de figuras planas na 6 série/7 ano do ensino fundamental*. Dissertação (mathesis) — Universidade Franciscana, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 39.

GOMES, H. C. M. *Reflexões sobre uma prática de ensino: uma Engenharia Didática*. Monografia (Dissertação) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - Rio Grande do Sul, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 35, 36, 37 e 64.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Campinas SP, 2000. Citado na página 25.

GUIMARÃES, R. S.; BARLETTE, V. E.; GUADAGNINI, P. H. A engenharia didática da construção e validação de sequências de ensino: um panorama com foco no ensino de ciências. *Revista Polyphonia*, v. 26, n. 1, p. 211–226, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 37.

HOLLAS, J. *Professor investigador, entre perspectivas e a realidade*. Monografia (Monografia (Especialização em Instrumentação Estatística)) — Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Chapecó – Santa Catarina, 2013. Citado na página 27.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. *Boletim de Educação Matemática*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 19, n. 25, p. 1–16, 2006. Citado na página 24.

KNIJNIK, G. et al. *Etnomatemática em movimento*. Autêntica, 2019. Citado na página 24.

KUHFELD, M. et al. Projecting the potential impact of COVID–19 school closures on academic achievement. *Educational Researcher*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 49, n. 8, p. 549–565, 2020. Citado na página 18.

LOPES, Â. T. R. *A importância do planejamento para o sucesso escolar*. Monografia (Monografia (Especialização em Instrumentação Estatística)) — Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção, Ceará, 2014. Citado na página 17.

MACHADO, L. A. D. A. *Construção geométrica com régua e compasso: uma proposta didática para o ensino de polígonos regulares*. Dissertação (de mestrado) — Universidade Federal Do Tocantins, Araias, Tocantins, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 48, 49 e 50.

MACHADO, S. D. A. *Educação matemática uma (nova) introdução*. São Paulo, São Paulo: EDUC, 2010. Citado 5 vezes nas páginas 26, 28, 37, 38 e 39.

MENDONÇA, A. F.; OLIVEIRA, S. S. de; NETO, H. B. Análise de conteúdo do percurso formativo continuado docente mediante as propostas da sequência fedathi e do professor reflexivo. *ACTIO: Docência em Ciências*, v. 5, n. 2, p. 1–19, 2020. Citado na página 32.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, v. 4, n. 2, 1996. Citado na página 50.

PAIVA, V.; JUNQUEIRA, C.; MULS, L. Prioridade ao ensino básico e pauperização docente. *Cadernos de pesquisa*, n. 100, p. 109–119, 1997. Citado na página 16.

PERIUS, A. A. B. A tecnologia aliada ao ensino de matemática. 2012. Citado na página 24.

PIAGET, J. *Psicologia e Pedagogia*. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária, 1985. Citado na página 16.

POMMER, W. M. *A Engenharia Didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. 2013. Citado na página 35.

ROSA, L. V. da. *Funções do 2 grau: interpretações gráficas e algébricas*. Monografia (Dissertação) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.

SANTANA, J. R.; BORGES NETO, H. Seqüência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem. *Filosofia, educação e realidade*. Fortaleza: Ed. UFC, p. 272–286, 2003. Citado na página 29.

SANTANA, J. R.; NETO, H. B.; ROCHA, E. M. A Seqüência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica no ensino de matemática. *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, SBEM, 2004. Citado na página 35.

SANTOS, E. J. S. *Mensurando habilidades de pensamento científico, crítico e criativo em ciências*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal De Sergipe, 2020. Citado na página 19.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. dos. *Dificuldades na Aprendizagem de Matemática*. Monografia (Dissertação) — Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, São Paulo, 2007. Citado na página 26.

SLOMSKI, V. G.; MARTINS, G. A. O conceito de professor investigador: os saberes e as competências necessárias à docência reflexiva na área contábil. *Revista Universo Contábil*, Universidade Regional de Blumenau, v. 4, n. 4, p. 6–21, 2008. Citado na página 28.

SOUSA, F. E. E. d. A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da seqüência fedathi. [www.teses.ufc.br](http://www.teses.ufc.br), 2015. Citado na página 29.

SOUSA, F. E. E. de; BORGES NETO, H. Tecendo redes de experiências cognitivas: reflexões entre a teoria e a prática. In: \_\_\_\_\_. Campinas, São Paulo: Editora Pontes, 2018. cap. Seqüência fedathi na formação continuada de professores de matemática, p. 14–29. Citado na página 29.

SOUZA, A. I. E. de et al. *Seqüência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências*. Fortaleza, Ceará: Edições UFC, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 19, 29, 30 e 31.

SOUZA, A. P.; LIMA, L. S. Perda de aprendizado no Brasil durante a pandemia de covid-19 e o avanço da desigualdade educacional. *FGV EEPS*, p. 1–12, 2020. Citado na página 18.

VIEIRA, F. R. A. *Didática da Matemática*. Fortaleza, Ceará: UAB/IFCE, 2011. Citado na página 38.

## **Apêndices**

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA O PROFESSOR DA TURMA

Este questionário tem como objetivo obter a opinião do professor sobre as características da turma para auxílio na construção de hipóteses, planos e metodologias para a intervenção a ser realizada.

1. **Os livros didáticos possuem um foco no desenvolvimento de um aluno pesquisador?** Resposta: Em parte, pois não atraem a leitura do aluno.
2. **A duração das aulas sendo de 50 minutos atrapalha o desenvolvimento de um aluno com capacidades investigativas? Porque?** Resposta: Este tempo não favorece condições para aplicação de uma metodologia que proporcione ao aluno a busca pela construção do conhecimento.
3. **A quantidade de alunos em uma sala dificulta a prática de atividades de desenvolvimento de investigação matemática por parte da turma?** Resposta: Sim, devido o ambiente ficar muito congestionado e acaba tendo perda de tempo para a organização da turma.
4. **O material didático e/ou de apoio fornecido para os professores e para os alunos são suficientes para o desenvolvimento de atividades diferenciadas, longe do escopo de uma aula mecanizada?** Resposta: nem sempre, geralmente no planejamento o docente estrutura e adapta este material partindo da realidade de cada sala.
5. **O material didático e/ou de apoio (multimídia, etc) fornecido para os professores e para os alunos são suficientes para o desenvolvimento de atividades diferenciadas, longe do escopo de uma aula mecanizada? A quantidade fornecida é o suficiente na escola?** Resposta: Não, ocorre uma escassez muito grande de recursos multimídias, e os que têm estão se tornando obsoletos.
6. **O ambiente de ensino é propício para o desenvolvimento de atividades diferenciadas?** Resposta: Dependendo da atividade, o ambiente atinge sua função.

A proposta da intervenção é simples, será utilizado o conhecimento prévio dos alunos a partir de conhecimentos simples dos alunos, como conceitos de segmentos, pontos, ângulos, circunferências, congruências de triângulos para o desenvolvimento de habilidades de construções geométricas para demonstrar a importância desse artifício na prova de determinados conceitos. Com isso, algumas dúvidas da dimensão cognitiva são importantes para o desenvolvimento da pesquisa:

7. **Os alunos tendem a ter dificuldades de lidar com metodologias de ensino diferenciadas?** Resposta: Na maioria das vezes eles gostam de aulas diferenciadas.
8. **Os alunos tem algum conhecimento de construções geométricas? Tem habilidades com régua, compasso e transferidor?** Resposta: Pouco
9. **Quais assuntos relacionados à geometria descritos acima os alunos tendem a ter mais dificuldades?** Resposta: Congruência de triângulos e circunferência.
10. **Caso os alunos tenham dificuldades, quais assuntos você acha mais útil realizar uma pequena "revisão" para a aplicação efetiva do conteúdo?** Resposta: Uma revisão bem especifica sobre triângulos e circunferência.
11. **Uma revisão deste conteúdo, ao seu ver, seria mais útil que uma prova diagnóstica?** Resposta: sim, pois cada ação tem sua função específica e obedece um critério.
12. **Os alunos tendem a ficar dispersos quando divididos em grupos?** Resposta: depende de como os grupos serão formalizados.
13. **Iremos construir um contrato didático para o desenvolvimento da pesquisa. Quais concordâncias você acha necessária haver uma maior ênfase para uma fluidez do ensino?** Resposta: Metodologia diferenciada e contrato de aprendizagem.
14. **As turmas são desniveladas em questão de conhecimento dos alunos?** Resposta: Sim, bastante.