



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**ESTRATÉGIAS INOVADORAS PARA O ENSINO DE  
GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA: COMPARAÇÃO  
COM A METODOLOGIA TRADICIONAL DE AULA EXPOSITIVA**

**JOSIEL DE SOUSA COSTA**

**Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves**

**FLORIANO  
2023**

**JOSIEL DE SOUSA COSTA**

**ESTRATÉGIAS INOVADORAS PARA O ENSINO DE  
GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA: COMPARAÇÃO  
COM A METODOLOGIA TRADICIONAL DE AULA EXPOSITIVA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

**FLORIANO  
2023**

## **Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**

---

Costa, Josiel de Sousa

C837e      Estratégias inovadoras para o ensino de geometria espacial na educação básica : comparação com a metodologia tradicional de aula expositiva / Josiel de Sousa Costa. - 2023.  
101 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2023.

Orientador : Prof Dr. Ezequias Matos Esteves.

1. Ensino-aprendizagem. 2. Metodologias de ensino. 3. Geometria espacial.  
4. Material concreto. I. Título.

CDD - 510

---

**Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375**

**JOSIEL DE SOUSA COSTA**

**ESTRATÉGIAS INOVADORAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NA  
EDUCAÇÃO BÁSICA: COMPARAÇÃO COM A METODOLOGIA TRADICIONAL  
DE AULA EXPOSITIVA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 08/03/2023

**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI  
Orientador



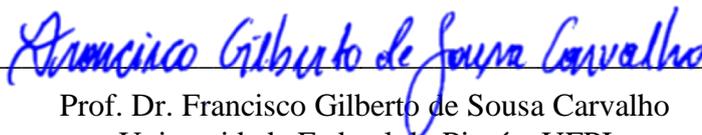
---

Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI  
Avaliador Interno



---

Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI  
Avaliador Interno



---

Prof. Dr. Francisco Gilberto de Sousa Carvalho  
Universidade Federal do Piauí – UFPI  
Avaliador Externo

Dedico a Deus por ter me concedido a vida e está sempre comigo em todos os momentos, a minha mãe Beatriz Maria de Sousa Costa (in memoriam), e a meu pai Otávio Pereira da Costa, por terem sempre me orientado no caminho do bem, a todos os meus irmãos, irmãs e familiares.

Dedico ainda a todos os meus alunos e alunas que são sempre uma motivação para mim, em fim para todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para este momento.

E especialmente a meu amado filho Ramon Riquelme e a minha esposa Elisnandia Araújo as pessoas que mais amo nesse mundo, e que estiveram sempre ao meu lado em todos os momentos, principalmente naqueles mais difíceis me dando forças e incentivos para prosseguir nesta árdua caminhada em busca desse sonho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido a vida e está sempre me guiando em todos os momentos e pelos melhores caminhos no percorrer da minha jornada, e por está me proporcionando agora mais este momento de desafio, que traz consigo muito aprendizado, agradeço-o ainda por sempre me dá forças para superar todas as adversidades encontradas ao longo do percurso.

Agradeço a minha esposa Elisnandia Araújo pelo companheirismo por me fazer sentir importante, forte e capaz em todos os momentos, a meu filho Ramon Riquelme por está sempre me motivando ainda que em alguns momentos não se dê conta disso por conta da pouca idade, o agradeço ainda por ser minha maior motivação para sempre está buscando melhorar.

A minha mãe Beatriz Maria (in memoriam) por tudo que fez desde o dia em que nasci até o dia que ela foi morar com Deus, mas acredito que ainda me guarda sob seus cuidados, a meu pai Otávio Pereira por todos os ensinamentos, meus irmãos, Jorge Costa, Maria Odete, Francisca das Chagas, José Costa, Carmelita Costa, Vivalto Costa (in memoriam), Rosivaldo Costa e Maria Divina por estarem sempre prontos a me ajudar em todos os momentos.

A todos os amigos e amigas, pela paciência e compreensão nos meus momentos de ausência, a administração municipal, gestão da secretaria e gestão escolar pelo tempo concedido aos estudos, a todos os afilhados e afilhadas, especialmente a todos os sobrinhos e sobrinhas, por todo carinho e respeito, e também por estarem prontos a ajudar sempre que precisei, em especial a Vivianny Mendes (minha filha de coração), a dona do já deu certo tio, a seu esposo Marcondes Bueno e nosso pequeno Gael, minha mais nova fonte de motivação.

Aos colegas de turma que assim como eu enfrentaram essa árdua tarefa e são pessoas com quem aprendi bastante e certamente devo muito a cada um deles, em especial a Darlan Ramos da Silva (in memoriam), Joenilson Soares, Daniel Cleberson, Dhone Pereira, Luiz Carlos Araújo, Eduardo de Moura, Raimundo Nonato e Evanildo Borges.

Aos professores, Dr. Guilherme Luiz, Dr. Rui Marques, Dra. Maria Cezar, Dr. Egnilson Moura, Dr. Benjamin Cardoso, Dr. Igor Ferreira, e professores Me. Fabio Luz, Me. Gildon Cesar, Me. Odmógenes Soares e Me. Ricardo Castro que certamente tiveram grandes e valiosas contribuições para que esse momento fosse possível.

Em especial ao Dr. Roberto Arruda, que além de professor foi um grande amigo durante essa caminhada e muito importante em um dos momentos mais difíceis do curso, ao Dr. Ronaldo Campelo por toda paciência e está sempre pronto a ajudar desde Matemática

Discreta até esse momento, sempre com muita paciência e educação, e ao meu orientador, Dr. Ezequias Matos, pela paciência, dedicação, compromisso e grande capacidade de ensinar e orientar com clareza e principalmente com respeito e compreensão às minhas limitações, exemplo de professor. Enfim, todos aqueles que direta ou indiretamente estiveram me ajudando um forte abraço e meu muito obrigado, que Deus abençoe a todos.

*Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.*

*(Charles Chaplin).*

## RESUMO

COSTA, J. S. **ESTRATÉGIAS INOVADORAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA: COMPARAÇÃO COM A METODOLOGIA TRADICIONAL DE AULA EXPOSITIVA**. 2023. (101) f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2023.

No decorrer do tempo, várias abordagens didáticas são discutidas e inseridas no contexto escolar objetivando melhorar a qualidade do ensino. A presente pesquisa tem como objetivo analisar se a utilização de metodologias diferentes proporciona as mesmas condições para o ensino-aprendizagem de Geometria Espacial, tendo como público alvo alunos do 3º ano de duas turmas do ensino médio de uma escola pública do município de Francisco Ayres-PI. É uma pesquisa experimental, de abordagem qualitativa e quantitativa, em que confronta a metodologia que contempla despertar a curiosidade e motivar os alunos a aprenderem Geometria Espacial por meio do uso e da construção de sólidos geométricos e utilização do *software* de geometria dinâmica Geogebra com a metodologia tradicional de exposição oral com a utilização de livro didático com alternância entre resolução de exemplo e aplicação de listas de exercícios para assimilação dos alunos. O referencial teórico tem como pressuposto que metodologias que favoreçam a interação e manipulação com materiais concretos dão mais significado ao que é estudado e, conseqüentemente, contribuem de forma mais significativa para a aprendizagem. Para a produção de dados foi aplicado um questionário de entrevista, um questionário pré-teste e um pós-teste para conhecimento do público alvo e obter a percepção dos alunos sobre a matemática e sobre a geometria, além de avaliar os conhecimentos específicos dos conteúdos de Geometria Espacial antes e depois da aplicação das metodologias de ensino. Para análise dos dados qualitativos foi utilizado a análise de conteúdo que, juntamente com a análise estatística para os dados quantitativos, sinalizaram uma melhora significativa na compreensão dos tópicos trabalhados com a aplicação das duas metodologias, no entanto, considerando tais análises da participação e dos relatos dos alunos e da variação do desempenho dos alunos entre o pré-teste e pós-teste, a turma que foi aplicada a metodologia do uso de material concreto e recursos tecnológicos teve um melhor desempenho.

**Keywords:** Metodologias. Materiais concretos. Aprendizado. Geometria espacial.

## ABSTRACT

COSTA, J. S. **INNOVATIVE STRATEGIES FOR TEACHING SPATIAL GEOMETRY IN BASIC EDUCATION: COMPARISON WITH TRADITIONAL EXPOSITIVE CLASS METHODOLOGY.** 2023. (101) f. Dissertation (Masters) – Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2023.

Over time, several didactic approaches are discussed and inserted in the school context with the aim of improving the quality of teaching. This research aims to analyze whether the use of different methodologies provides the same conditions for the teaching-learning of spatial geometry, having as its target audience 3rd year students from two high school classes at a public school in the municipality of Francisco Ayres- PI. It is an experimental research, with a qualitative and quantitative approach, in which it confronts the methodology that contemplates awakening curiosity and motivating students to learn spatial geometry through the use and construction of geometric solids and the use of the dynamic geometry software Geogebra with the methodology traditional oral exposition with the use of a textbook alternating between solving an example and applying lists of exercises for the students to assimilate. The theoretical framework assumes that methodologies that favor interaction and manipulation with concrete materials give more meaning to what is studied and, consequently, contribute more significantly to learning. For the production of data, an interview questionnaire, a pre-test questionnaire and a post-test were applied to understand the target audience and obtain the students' perception of mathematics and geometry, in addition to assessing the specific knowledge of the contents of spatial geometry before and after the application of teaching methodologies. For qualitative data analysis, content analysis was used which, together with statistical analysis for quantitative data, signaled a significant improvement in the understanding of the topics worked with the application of the two methodologies, however, considering such analyzes of participation and reports of the students and the variation of the students' performance between the pre-test and post-test, the group that was applied the methodology of the use of concrete material and technological resources had a better performance.

**Keywords:** Methodologies. Concrete material. Apprenticeship. Spatial geometry.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Cilindro de revolução.....	49
<b>Figura 2</b> - Prisma e cilindro .....	49
<b>Figura 3</b> - Bloco retangular e cilindro .....	51
<b>Figura 4</b> - Construção do bloco retangular .....	52
<b>Figura 5</b> - Sólidos utilizados e construções dos alunos .....	56
<b>Figura 6</b> - Produção dos alunos .....	63
<b>Figura 7</b> - Laboratório de Geometria Espacial construído pelos alunos .....	63
<b>Figura 8</b> - Resposta da questão 6 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A.....	80
<b>Figura 9</b> - Resposta da questão 6 do pós-teste - aluna 1- 3º ano A .....	80
<b>Figura 10</b> - Resposta da questão 6 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B.....	81
<b>Figura 11</b> - Resposta da questão 6 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B .....	81
<b>Figura 12</b> - Resposta da questão 7 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A.....	82
<b>Figura 13</b> - Resposta da questão 7 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A .....	82
<b>Figura 14</b> - Resposta da questão 7 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B.....	82
<b>Figura 15</b> - Resposta da Questão 7 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B.....	83
<b>Figura 16</b> - Resposta da questão 8 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A.....	83
<b>Figura 17</b> - Resposta da questão 8 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A .....	84
<b>Figura 18</b> - Resposta da questão 8 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B.....	84
<b>Figura 19</b> - Resposta da questão 8 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B .....	84
<b>Figura 20</b> - Resposta da questão 9 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A.....	85
<b>Figura 21</b> - Resposta da questão 9 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A .....	85
<b>Figura 22</b> - Resposta da questão 9 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B.....	86
<b>Figura 23</b> - Resposta da questão 9 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B .....	86

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> - Resultado de acertos e erros da primeira questão do pré-teste e do pós-teste.....	68
<b>Gráfico 2</b> - Resultado de acertos e erros da segunda questão do pré-teste e do pós-teste .....	69
<b>Gráfico 3</b> - Resultado de acertos e erros da terceira questão do pré-teste e do pós-teste .....	70
<b>Gráfico 4</b> - Resultado de acertos e erros da quarta questão do pré-teste e do pós-teste .....	71
<b>Gráfico 5</b> - Resultado de acertos e erros da quinta questão do pré-teste e do pós-teste .....	72
<b>Gráfico 6</b> - Resultado de acertos e erros da sexta questão do pré-teste e do pós-teste.....	73
<b>Gráfico 7</b> - Resultado de acertos e erros da sétima questão do pré-teste e do pós-teste.....	74
<b>Gráfico 8</b> - Resultado de acertos e erros da oitava questão do pré-teste e do pós-teste .....	75
<b>Gráfico 9</b> - Resultado de acertos e erros da nona questão do pré-teste e do pós-teste .....	76
<b>Gráfico 10</b> - Resultado de acertos e erros da décima questão do pré-teste e do pós-teste.....	77
<b>Gráfico 11</b> - Resultado de acertos e erros de todas as questões do pré-teste e do pós-teste....	78

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1-</b> Atividade sobre o principio de Cavalieri .....	52
<b>Quadro 2-</b> Resumo da sequência didática da turma A .....	54
<b>Quadro 3-</b> Resumo da sequência didática da turma B .....	56

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Resultados comparativos das questões 1, 2 e 3 .....	59
<b>Tabela 2</b> - Resultado comparativo da questão 4 .....	59
<b>Tabela 3</b> - Resultado comparativo da questão 5 .....	60
<b>Tabela 4</b> - Resultado comparativo da questão 6 .....	60
<b>Tabela 5</b> - Resultado comparativo da questão 7 .....	61
<b>Tabela 6</b> - Resultado comparativo da questão 8 .....	62

## **LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS**

- BNCC - Base Nacional Comum Curricular
- EJA - Educação de Jovens e Adultos
- IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
- INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
- SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica
- TIM - Telecom Itália Mobile

## LISTA DE SÍMBOLOS

% - porcentagem

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>22</b>
<b>3 PROCEDIMENTOS TÉCNICOS E METODOLÓGICOS.....</b>	<b>42</b>
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	42
3.2 CAMPO EMPÍRICO DA PESQUISA.....	43
3.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	43
3.4 TÉCNICAS/INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DE DADOS.....	44
3.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	45
<b>3.5.1 Aulas para apresentar o Princípio de Cavalieri .....</b>	<b>47</b>
<b>3.5.2 Desenvolvimento das atividades para Turma A .....</b>	<b>53</b>
<b>3.5.3 Desenvolvimento das atividades para Turma B .....</b>	<b>56</b>
<b>4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>58</b>
4.1 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO DE ENTREVISTA .....	58
4.2 APRESENTAÇÃO DA PRODUÇÃO DOS ALUNOS DO 3º ANO A.....	62
4.3 ALGUNS RELATOS DE ALUNOS DA TURMA A E DA TURMA B.....	64
4.4 RESULTADOS DE ACERTOS E ERROS DAS QUESTÕES DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE.....	67
4.5 APRESENTAÇÃO DE ALGUMAS QUESTÕES DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE	79
<b>4.5.1 Questões 6 do pré-teste e do pós-teste.....</b>	<b>79</b>
<b>4.5.2 Questões 7 do pré-teste e do pós-teste.....</b>	<b>81</b>
<b>4.5.3 Questões 8 do pré-teste e do pós-teste.....</b>	<b>83</b>
<b>4.5.4 Questões 9 do pré-teste e do pós-teste.....</b>	<b>85</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>87</b>
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	90
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE ENTREVISTA .....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE.....</b>	<b>96</b>
<b>APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE.....</b>	<b>99</b>
<b>ANEXO 1 – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO .....</b>	<b>101</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A atual realidade da sociedade brasileira nos mostra que boa parte de nossa população não sabe a matemática básica. São altos os percentuais de pessoas que não sabem operações que envolvam porcentagens, juros, frações entre outras, talvez por esse motivo não gostem de estudar matemática, e enxergam essa área de conhecimento como de difícil compreensão, e até mesmo a resistem. Segundo estudo encomendado pelo Instituto Círculo da Matemática do Brasil, iniciativa da TIM, realizado em 25 cidades brasileiras, a matemática se destaca com 43% dos 2632 entrevistados com mais de 25 anos como o componente curricular mais detestado.

E essa resistência parece vir se tornando uma cultura de grande parte dos alunos brasileiros. Muitas famílias já internalizaram a matemática como a grande vilã da reprovação nas escolas, e este problema iniciado no âmbito familiar vai ganhando maiores proporções, perpassando pelas escolas e chegando a atingir a sociedade de uma forma muito abrangente, pois, ainda segundo o referido estudo, 65% dos adultos afirmam ter tido dificuldades com a disciplina na escola.

Assim, para que possamos melhorar a qualidade da educação matemática, faz-se necessário empenho dos professores com ideias inovadoras que despertem a curiosidade dos seus alunos. Enfim, é necessário que todos que fazem parte do processo de ensino aprendizagem se sintam motivados a ensinar e aprender. Com o envolvimento de todos, certamente teremos maiores êxitos no “ensinar/aprender matemática”.

Devemos gerar motivos no aluno para que ele queira aprender. Não podemos, no entanto, imaginar que se extinguirão as dificuldades de aprendizado. Alunos com dificuldades sempre existirão, então compete ao professor criar meio para envolver os alunos nas aulas e, portanto, para o aprendizado. (NESPOLO, 2014, p. 35).

Para o autor, é importante ter consciência que os problemas no ensino e aprendizagem de matemática foi uma realidade do passado, é do presente e, certamente, será do futuro. Portanto, é responsabilidade do professor, enquanto mediador de aprendizagem, proporcionar ambientes e situações que despertem a curiosidade e favoreça o desenvolvimento de seus alunos.

Assim, um grande desafio é primeiramente construir um processo de conscientização de que precisamos do empenho de todos no processo educacional, pois só poderá existir

educação de qualidade e com real aprendizagem matemática se tivermos objetivos em comum, se nos encontrarmos mais envolvidos e comprometidos com a educação.

O processo ensino-aprendizagem, da matemática, necessita recorrer à capacidade e ao empenho de todos, alunos, professores e demais envolvidos no processo educacional para melhorar o padrão “ensinar/aprender matemática”. (RESENDE, MESQUITA, 2012, p.2)

No entanto, o fato é que em boa parte das escolas públicas brasileiras o que encontramos são fatores que atrapalham o desenvolvimento de uma educação de qualidade, sobretudo quando se trata de matemática, não sendo diferente nas escolas públicas do município de Francisco Ayres, no estado do Piauí. Por meio de observações e relatos de professores, alunos e ex-alunos, foi possível perceber que nessas escolas existem dificuldades no processo de ensino aprendizagem de matemática, em especial de Geometria Espacial. Diante deste fato, surgiu a ideia para a escolha do tema e idealização desse trabalho.

A pesquisa visa discorrer sobre a importância da Geometria Espacial na sociedade moderna e globalizada, busca principalmente demonstrar as diferenças existentes na aprendizagem de Geometria Espacial, dependendo do método de ensino utilizado. Assim o professor precisa procurar uma metodologia que seja capaz de atrair os alunos, de envolvê-los, que os façam interagir uns com os outros durante as aulas, e perceber a importância dos conceitos de geometria para resolver problemas do mundo físico.

Geometria é uma unidade temática de fundamental importância no currículo de matemática, pois ela envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento (BRASIL, 2018, p.267).

Aprender Geometria Espacial é muito importante, no entanto, não é uma tarefa considerada fácil para um grande número de estudantes, o que pode estar relacionado com a forma como o conteúdo é ministrado em sala de aula. Diante dessa realidade, acreditamos que o uso do software geogebra, dos sólidos em miniatura e das construções dos sólidos geométricos têm potencial para minimizar esses problemas, apresentando-se como uma metodologia alternativa de ensino que difere do que vem sendo utilizado em muitas aulas de Geometria Espacial.

No entanto, é preciso compreender que quando se fala em inovação, estamos falando de algo específico para um referido grupo de pessoas, no caso os alunos que fizeram parte desse estudo, pois o que pode ser novo para alguns, pode não ser mais novidade para outros.

Assim, no desenvolver do trabalho, procuramos oferecer subsídios necessários aos educandos para uma melhor interação durante o processo de ensino aprendizagem e, procuramos ainda, trabalhar de forma dinâmica e democrática na tentativa de facilitar a compreensão do tema abordado durante as aulas.

Estudos mostram que a matemática é um dos componentes curriculares com maiores índices de defasagem de aprendizagem nos currículos das escolas brasileiras, todas as unidades temáticas têm suas particularidades, alguns alunos sentem mais ou menos dificuldades, em cada uma delas, o fato é que de modo geral essa importante área do conhecimento é temida por muitos alunos e mesmo por pessoas que não são mais estudantes, mas fazem uso da matemática no seu dia a dia.

Segundo o já referido estudo encomendado pelo Instituto Círculo da Matemática do Brasil, iniciativa da TIM, entre os altos índices percentuais de dificuldade de aprendizagem por conteúdos, outro que chamou atenção foi que 60% das pessoas entrevistadas tinham matemática entre as disciplinas que não gostavam na escola, o fato talvez esteja relacionado com a metodologia de ensino aplicada aos conteúdos matemáticos.

Entre as relevâncias das unidades que compõem a matemática, a Geometria tem fundamental importância, sendo a Geometria Espacial imprescindível para a compreensão das formas tridimensionais. Tais formas são tão importantes que muitas são facilmente encontradas em nosso meio ou são modelos teóricos para arranjos moleculares de elementos químicos que, de acordo com esses arranjos e, conseqüentemente, forma dessas estruturas, dão características físicas e químicas para os materiais. No entanto, em algumas escolas não se dá tanta importância ao ensino de Geometria Espacial, por algumas razões, por exemplo, professores desconhecerem a importância da geometria para a construção dos conhecimentos matemáticos, por seu ensino ter sido pouco a pouco abandonado durante um período.

Esse abandono, percebido principalmente durante os anos de 1969 a 1990, também se refletiu nos cursos de graduação de professores e nos cursos de magistério, pois esses cursos não tinham preocupação e nem currículo voltado ao ensino de Geometria, fato esse que foi responsável pela geração de inúmeros professores órfãos dessa formação e, conseqüentemente, sem a consciência da importância da aprendizagem desse conteúdo. (MENEZES, 2007, p.4).

Para o autor, houve um abandono da geometria o que reflete no ensino do conteúdo, pois os cursos de graduação não se preocupavam com o ensino de geometria e, como consequência, ocorreu a formação de professores que encontram dificuldades para ministrar

ou ainda para compreender o referido conteúdo. Outros fatores são, por exemplo, a falta de estruturas das escolas e de criatividade dos professores.

Assim, acaba sendo mais cômodo para o professor, por muitas vezes, não ministrar o conteúdo, ou ainda quando o fazem, normalmente é feito de forma superficial, sem utilização de metodologias que possam vir a motivar os alunos. Enfim, acaba não atribuindo a grande relevância que o conteúdo tem, seja para estudos posteriores, ou mesmo para uso cotidiano.

Como resultado desse processo histórico, os alunos demonstram dificuldades para reconhecer e compreender as características dos sólidos geométricos mais simples e que são facilmente encontrados em nosso dia a dia. No entanto, saber Geometria Espacial é imprescindível para a compreensão das formas tridimensionais, ainda auxilia no desenvolvimento de habilidades de abstração, bem como na compreensão do mundo físico e na solução de problemas do dia a dia.

Entretanto, por meio de observações no ensino de matemática na Unidade Escolar João Pereira de Sousa, onde foi desenvolvida esta pesquisa, foi percebido que a Geometria Espacial quando “ensinada” é somente no plano e/ou os conceitos geométricos e fórmulas para os cálculos das áreas das superfícies laterais e dos volumes dos sólidos geométricos são apresentados de forma superficial, sem correlacionar com o cotidiano dos alunos, sem demonstrar a importância que Geometria Espacial tem em nosso meio, de modo que os alunos aparentam não encontrar significado na aprendizagem do conteúdo.

No entanto, é muito importante fazer com que os alunos percebam a importância da Geometria Espacial no contexto escolar e também no âmbito social. Por todos os motivos já citados, justifica-se a idealização e desenvolvimento desse trabalho. E a partir da realidade apresentada, questiona-se: A diferença de metodologias utilizadas para o ensino de Geometria Espacial nas turmas do Ensino Médio de uma escola pública do município de Francisco Ayres proporciona aos alunos as mesmas oportunidades necessárias para sua aprendizagem?

Deste modo, a pesquisa apresenta como tema o estudo de Geometria Espacial através da aplicação de duas metodologias, onde uma envolve construções de sólidos geométricos com a utilização de material reciclável e com auxílio do software de geometria dinâmica geogebra e resolução de exercícios, enquanto a segunda utiliza aulas expositivas com auxílio do livro didático e resolução de exercícios práticos e contextualizados.

Com a primeira metodologia, objetiva-se não apenas colocar os alunos em contato com material manipulável e com o uso das tecnologias por meio do software, mas principalmente dar significado ao ensino por meio da aplicação de uma metodologia de ensino de Geometria Espacial através da construção de sólidos geométricos. Além disso, como

consequência da aplicação da primeira metodologia, objetivou-se organizar os materiais produzidos durante os encontros para construção do laboratório de matemática na escola onde a pesquisa foi desenvolvida.

Através da aplicação destas duas metodologias, a pesquisa tem como objetivos específicos identificar os conhecimentos dos alunos acerca de Geometria Espacial, identificar e acompanhar o nível de envolvimento dos alunos e de desenvolvimento dos conhecimentos em Geometria Espacial através da aplicação das duas metodologias. Para coleta de dados foi aplicado um questionário de entrevista, um questionário pré-teste e um pós-teste para conhecimento do público alvo e obter a percepção dos alunos sobre a matemática e sobre a geometria, além de avaliar os conhecimentos específicos dos conteúdos de Geometria Espacial antes e depois da aplicação das metodologias de ensino. Para análise dos dados qualitativos foi utilizada a análise de conteúdo de Bardin (2016), juntamente com a análise estatística para os dados quantitativos.

Em ambas as metodologias, o trabalho foi desenvolvido visando proporcionar um ambiente favorável aos alunos, de modo que eles se sentissem atraídos pelo conteúdo e, dessa forma, pudessem melhorar a interação uns com os outros e com o professor, despertando seus sentidos críticos e desenvolvendo seus raciocínios e suas potencialidades matemáticas, podendo apropriar-se de novos conhecimentos e desenvolver habilidades necessárias à sua formação.

Dessa forma, a organização da presente dissertação seguiu a seguinte estrutura: o presente texto como introdução sendo o primeiro capítulo, que é seguido por mais quatro. A revisão de literatura ficou no segundo capítulo da dissertação. O texto do terceiro capítulo refere-se aos procedimentos técnicos e metodológicos, já no quarto capítulo discorreu-se sobre a apresentação dos resultados e discussões onde foi feita a análise e discussão dos momentos das atividades desenvolvidas durante a pesquisa e dos dados coletados no pré-teste e no pós-teste, comparando os desempenhos apresentados pelas duas turmas. E o quinto capítulo traz as considerações finais do presente estudo e recomendações para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

A Geometria é a parte da matemática que estuda o espaço e as formas físicas que podem ocupá-lo, no entanto, a forma como ela é percebida e ensinada ou como deveria ser ensinada nas escolas é resultado de uma longa evolução que contou com muitas contribuições de grandes gênios e estudiosos da matemática ao longo de séculos, desde o seu surgimento até os dias atuais. As primeiras ideias e pensamentos acerca da geometria se deu devido à necessidade humana para desenvolver algumas atividades cotidianas.

Se olharmos à nossa volta, podemos observar várias formas geométricas, são muitos os polígonos, poliedros e não poliedros em nosso meio e é comum percebermos triângulos, quadrados e retângulos, bem como cubos, paralelepípedos, cilindros, esferas e cones em objetos aos quais manipulamos diariamente como nas construções de nossas casas, escolas e rodovias, por exemplo, ou seja, a Geometria Plana e Espacial são partes integrantes de nossas atividades cotidianas, mas como surgiu a curiosidade em estudar estas formas?

Segundo matéria publicada pelo Globo ciências em dezembro de 2011, as primeiras medições de distâncias, áreas e volumes teriam surgido de necessidades do dia a dia. Civilizações antigas, como a babilônica e a egípcia, precisavam medir as terras para demarcar os limites das propriedades e de plantações, projetar templos e pirâmides, prever o movimento dos astros. Dessa forma, utilizando algumas técnicas e instrumentos, eles conseguiam desenvolver as atividades necessárias para o seu cotidiano, por exemplo, utilizando cordas esticadas que formavam ângulos retos, eles determinavam áreas de terrenos em forma de retângulos ou triângulos.

Ainda segundo a matéria, para medir ângulos retos eles sabiam que bastava formar um triângulo cujos lados medissem cinco, quatro e três, ou que fossem múltiplos desses números, assim o ângulo reto seria o formado pelos lados de menores medidas. Dessa forma, essa importante área da matemática teria “nascido” da necessidade do ser humano desenvolver atividades cotidianas, muito embora ainda de maneira informal e desorganizada.

Segundo o estudo, parte do desenvolvimento e a organização da geometria como forma de conhecimento se deram na Grécia, ainda que naquela época não houvesse preocupação de aplicações úteis dessa área da matemática. Os estudiosos gregos apenas utilizavam argumentos para explicar de maneira ordenada e tentar explicar os porquês pelo argumento mais conciso e lógico possível. De acordo com a reportagem, Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides foram os primeiros a dar forma ao estudo da Geometria na Grécia antiga, que posteriormente contou com contribuições de muitos outros grandes matemáticos como, por exemplo, Leonhard Euler e Carl Friedrich Gauss que são alguns dos grandes matemáticos que desenvolveram e organizaram o

estudo das formas geométricas planas e espaciais, todavia não é o objetivo desse trabalho aprofundar os estudos sobre os grandes matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento da geometria. Desse modo, voltaremos nossas atenções agora para a importância da matemática, da Geometria Espacial e principalmente para as metodologias utilizadas para seu ensino.

A matemática sempre foi, ainda é, e vem se tornando cada vez mais uma área de conhecimento de grande relevância e imprescindível para a humanidade, uma vez que os conhecimentos matemáticos são requeridos para o desenvolvimento das tecnologias e são exigidos em inúmeras atividades cotidianas. Historicamente, nenhuma sociedade conseguiu evoluir no seu processo civilizatório sem o desenvolvimento de novas tecnologias e, para tanto, o avanço da matemática e a consequente apropriação desses conhecimentos por toda a sociedade é a garantia dessa civilidade. Neste sentido, não se pode falar de cidadãos plenos sem a apropriação dos conhecimentos básicos da matemática.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018, p. 265).

Nesse raciocínio, a matemática contribui para a formação plena do educando como um ser consciente e que seja capaz de formar suas próprias opiniões baseadas em argumentações logicamente estruturadas e ainda tenha sensibilidade e humildade para ouvir e analisar as opiniões dos outros. É uma área de conhecimento que ajuda na conscientização dos valores e para benefícios em nossas vidas, constituindo-se assim em um dos elementos fundamentais para o desenvolvimento das habilidades lógicas de resolução de situações problemas, bem como para o crescimento intelectual e formação social.

Nesta perspectiva, a Matemática se encontra inserida em todos os anos curriculares da educação básica do país, no entanto, ainda é vista por grande parte dos alunos e, também por outros membros da sociedade, como de difícil compreensão. Esta estigmatização da matemática foi naturalizada na sociedade e isso termina por contribuir, ainda mais, para os baixos índices de aprendizagem da matemática pelos estudantes. Neste contexto, as dificuldades na aprendizagem da matemática nas escolas públicas de Francisco Ayres - PI não é diferente.

No entanto, existe uma sistematização dos conteúdos a serem trabalhados em cada ano escolar de modo a favorecer a construção e a apropriação dos conhecimentos matemáticos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz em sua proposta que o Ensino Fundamental

tenha o compromisso de alfabetizar matematicamente nossos alunos, buscando o desenvolvimento do raciocínio do educando de modo que ele seja capaz de organizar ideias, desenvolver argumentos e aos poucos perceber a importância da matemática em nosso cotidiano.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266).

Assim, ao sair do Ensino Fundamental e ingressar no Ensino Médio, os educandos estarão iniciando uma nova etapa de sua vida escolar, e será dada sequência aos estudos de todas as áreas de conhecimento, não sendo diferente com a matemática. Estarão iniciando novos desafios, e é natural que os níveis de complexidade sejam maiores, daí a necessidade do compromisso de todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem. Escola, professores e alunos precisam estar caminhando juntos nesse percurso, bem como as famílias, que devem acompanhar a vida escolar de seus filhos de forma contínua.

Como já foi citado anteriormente, os desafios vão ganhando maiores níveis de complexidade, e, por isso, é de fundamental importância que cada etapa de ensino tenha sido desenvolvida de maneira que os educandos possam ter adquirido o mínimo de conhecimentos necessários à sequência e aprofundamento dos estudos em todas as áreas do conhecimento, pois no ensino médio, etapa final da educação básica, é o momento de adquirir maior experiência com amadurecimento de ideias previamente vistas no Ensino Fundamental, isto é, nesta etapa de ensino se objetiva a consolidação e o aprofundamento do conhecimento matemático.

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471).

De acordo com a proposta da nossa BNCC, é preciso que os educandos possam ter assimilado um mínimo necessário de cada uma das unidades de conhecimento: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. No entanto, dados divulgados no final de 2020 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

Anísio Teixeira (Inep), depois de analisar os dados da edição do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb) 2019, último realizado antes da pandemia, mostram que o desempenho em matemática vai piorando à medida que os alunos mudam de etapa na educação básica.

O Saeb 2019 mostrou que ao concluir o ensino fundamental anos iniciais (5º ano), 47% dos alunos são considerados proficientes em matemática, enquanto ao concluir os anos finais (9º ano), a média cai para 18%, e o que é mais preocupante ainda, é que, quando os alunos terminam o ensino médio, ou seja, ao concluir a educação básica, apenas 5% dos alunos têm o conhecimento adequado em matemática.

Cada uma das unidades de conhecimento que compõe o currículo tem suas particularidades, bem como sua importância e, particularmente, são compreendidas em ritmos diferentes de acordo com cada indivíduo, dependendo das experiências vivenciadas nos anos anteriores e de outros fatores internos ou externos de cada pessoa. Uma situação peculiar no currículo é o estudo da Geometria Espacial. A geometria é considerada como uma das mais complexas, sobretudo a Geometria Espacial, ainda que esteja sempre muito frequente em nosso cotidiano.

Além do processo intrínseco da construção axiomática da Geometria que dificulta a compreensão por parte dos alunos, outros fatores colaboram para essa visão de complexidade do estudo da geometria, como: forma de organização dos conteúdos nos livros didáticos, falhas no processo de formação dos professores sobre a temática, metodologias que favorecem apenas exposição oral e baixo uso de recursos tecnológicos.

Com exceção do fator intrínseco da construção da geometria, todos os outros fatores elencados podem ser alterados com mudanças de postura do professor. Existem muitos cursos de aperfeiçoamento, como, por exemplo, o curso de mestrado profissional em matemática que o professor pode rever todo o conteúdo de geometria plana e espacial e, inclusive, pesquisar sobre as dificuldades inerentes ao estudo e aprendizagem da geometria e compartilhar experiências com outros professores. Com a formação, é possível introduzir novas metodologias que promovam interação e despertem a curiosidade dos alunos, que sejam capazes de motivá-los a compreender o conteúdo e que possa tornar prazeroso o desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem.

Somos conscientes da realidade em que vivemos, os tempos são outros, o modo de ensinar precisa ser transformado, e faz-se necessário sair da inércia. Atualmente não se admite mais um ensino pautado somente em mera exposição oral de conteúdos, é necessário, quando possível, usar recursos tecnológicos que favoreçam a aprendizagem, trabalhar a prática lado a lado com a teoria, retirar as teorias dos livros e relacionar com o meio a qual estamos

inseridos, desse modo, dando significado aos conteúdos. Assim, talvez seja possível responder alguns questionamentos de nossos alunos, que vivem a nos questionar, por exemplo, porque devo aprender isso, professor? Onde e quando vou usar em minha vida?

Ao começar a aula, o professor tem uma grande liberdade de ação. Dizer que não dá para fazer isso ou aquilo é desculpa. Muitas vezes é difícil fazer o que se pretende, mas cair numa rotina é desgastante para o professor. A propósito, hoje é comum nas propostas para melhoria de eficiência profissional a recomendação de evitar a rotina. (D'AMBROSIO, 2009, p.104).

Para o pesquisador são compreensíveis as dificuldades encontradas pelos os professores para conseguir colocar em prática seus planejamentos em muitas escolas brasileiras. A falta de recursos e investimentos é realidade no ensino público do nosso país, no entanto, com um pouco de empenho e criatividade, é possível diversificar o modo de ensinar para que aproxime o aluno do conteúdo a ser ensinado.

O professor tem o dever de ser pesquisador e deve se colocar como tal, é necessário buscar meios que possibilite aos alunos o entendimento dos conteúdos ministrados, e, além disso, é importante que os professores os façam compreender a importância da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, e para que isso aconteça acredita-se que os educandos devem se sentir atraídos pelos temas abordados, dessa forma o docente evitar seguir a mesma metodologia ano após ano se torna muito importante.

A aparente aquisição de uma rotina de execução conduz à falta de criatividade e conseqüentemente à ineficiência. Mas, o que é mais grave, ao estresse. Sobretudo no magistério, o estresse tem sido apresentado como uma das causas mais frequentes de inabilitação profissional. (D'AMBROSIO, 2009, p.105).

No ponto de vista do autor, ainda mais preocupante do que o professor se tornar refém de uma rotina que o direcione ao comodismo e a falta de habilidade para inovar sua prática pedagógica, é ele se tornar um profissional estressado, uma vez que o estresse se apresenta como uma das causas mais frequentes para queda de rendimento do profissional docente e é fator determinante para a perda das habilidades necessárias ao exercício do magistério.

É comum nas escolas brasileiras professores serem lotados por vários anos consecutivos nas mesmas séries/anos. Esse fato pode ser um dos influenciadores para as práticas pedagógicas tradicionais e rotineiras, e gerar a falsa impressão ao professor de que ter utilizado uma metodologia que deu certo em uma determinada turma, pode surtir os mesmos efeitos em outras turmas e em anos posteriores.

Sabe-se que é comum um professor dar aulas, repetidos anos, na mesma série. Sobretudo nas universidades, é muito comum o professor que repetidamente, às vezes até por 20 anos, leciona cálculo II. Dificilmente se poderia pensar em maior absurdo. Deve ser tolerado no máximo três anos para se ensinar numa mesma série ou mesma disciplina, principalmente em se tratando de professores de matemática (D'AMBROSIO, 2009, p.105).

Nesse raciocínio, o autor compreende que se houvesse um prazo previamente determinado, para digamos, fazer um rodízio de professores por séries e ou disciplinas talvez pudesse ser evitada as práticas pedagógicas repetidas, o que poderia diminuir as possibilidades do processo de ensino-aprendizagem se tornar enfadonho, monótono e cansativo para os alunos e até mesmo estressantes para os professores.

Dessa forma, a fim de minimizar e mesmo evitar problemas como os citados acima, espera-se que os profissionais docentes adotem o perfil de mestre curioso, e que tal curiosidade seja em vários sentidos, sempre com o desejo de adquirir cada vez mais conhecimentos didáticos pedagógicos, e ainda o que é de fundamental importância, que os professores busquem conhecer seus alunos, pois sabendo as dificuldades e potencialidades de cada um, existem maiores possibilidades de estabelecer uma melhor relação de confiança e partir em busca do novo.

Para encontrar o novo em colaboração com os alunos uma das melhores estratégias é o método de projetos. Mas isso não exclui aulas expositivas, no estilo conferências, que continuam tendo grande importância, em todos os níveis de escolaridade formal e não-formal. (D'AMBROSIO, 2009, p.106).

Sob esse viés, o autor considera a utilização de projeto como um grande aliado do processo de ensino, no entanto, não descarta aulas expositivas, pois as consideram de grande importância, seja formal ou não-formal, e ressalta que ela pode ocorrer em qualquer nível, mas é relevante enfatizar que aula expositiva não significa o professor falando e alunos ouvindo passivamente durante 50 minutos (D'AMBROSIO, 2009, p.106), deve ocorrer então uma reciprocidade, com efetiva troca de experiências entre os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem.

O aluno deve ter participação durante as aulas, para que possa perceber a importância da matemática e que ela se encontra presente em nosso meio físico, a Geometria Espacial, por exemplo, está inserida em nosso cotidiano, mas, muitas vezes, não é percebida pelos estudantes por variados fatores. É papel do professor, enquanto mediador de aprendizagem, tornar possível sua visualização e compreensão. Para tanto, é preciso que o professor tenha

percorrido o caminho de uma boa formação e tenha total domínio do conteúdo, o que nem sempre é a realidade encontrada.

A ausência da geometria na escolarização formal vem formando gerações de profissionais, principalmente professores, que desconhecem os fundamentos desse campo da matemática, pouco discutido no âmbito da prática pedagógica (NACARATO, 2002, p.85).

Para a autora, esse é um problema sério no ensino de geometria, a falta do conhecimento dos conceitos geométricos por parte de alguns professores pode estar aumentando ainda mais a resistência dos professores em ministrar o referido conteúdo. Dessa forma, compreende-se que é preciso mudar, sobretudo se pensarmos em gerações futuras, pois os futuros profissionais, sejam ou não professores de matemática, precisam ter conhecimento da importância e da utilidade dos conceitos geométricos para a humanidade.

A ausência da geometria nas escolas brasileiras citada acima, pode se justificar por alguns fatores como reitera Pavanello (1993, p.1), o gradual abandono da geometria é mais preocupante nas escolas públicas, muito embora também ocorra nas escolas privadas, esse fenômeno que aparentou ser mundial se intensificou no Brasil, sobretudo após promulgação da Lei 5692/71. Para a autora, a Lei 5692/71 concedia às escolas para decidir sobre os programas de diferentes disciplinas, o que possibilitou a muitos professores de matemática que não tinham segurança para trabalhar geometria deixasse de incluí-la em seus planejamentos (PAVANELLO, 1993, p.1). Mas é importante observar que paralelo a esse abandono, existe também uma preocupação entre professores de matemática.

Se é visível o abandono do ensino de geometria, observa-se, todavia, entre os professores de matemática, uma grande inquietude em relação a ele. Evidencia disso é a procura pelos cursos de geometria oferecidos pelas Universidades, em convênio ou não com Secretarias de Educação, ou por aqueles oferecidos por outras entidades e instituições, gratuitos ou pagos, cuja eficácia, não obstante, mereça discussão, escapa, porém aos objetivos desse artigo (PAVANELLO, 1993, p.1).

Dessa forma, Pavanello destaca que existem professores que não estão se sentindo confortáveis com o referido abandono, uma vez que estariam procurando uma melhor qualificação profissional para atuar com geometria, fato que pode ser confirmado pela procura dos cursos de geometria ofertados por instituições diversas, e ao que parece essa busca é independente das instituições que os ofereçam.

Essa inquietação por parte dos professores pode nortear a busca por respostas acerca dos motivos pelos quais ocorreu esse abandono, mas se por um lado existem profissionais que

buscam os cursos de aperfeiçoamento, existem também os que acreditam que o ensino de geometria é de certa forma desnecessário, e assim poderia ceder uma maior quantidade de tempo ao ensino de outras áreas de conhecimento.

Há, entre os matemáticos, opiniões divergentes quanto ao papel da geometria, tanto na educação quanto na pesquisa matemática. Alguns acreditam que ela deve ceder espaço a outros ramos mais em evidência no campo da pesquisa matemática contemporânea. Outros, entretanto, assumem a posição contrária e enfatizam exatamente as relações que a geometria mantém com estes mesmos ramos, bem como sua contribuição valiosa para construção do conhecimento matemático ao longo do processo de escolarização (PAVANELLO, 1993, p.1).

De acordo com o estudo pode se perceber que não existe unanimidade quanto à importância do ensino de geometria, tanto na educação quanto na pesquisa matemática, existem os que consideram pouco relevante o seu ensino, acreditando que o tempo utilizado para ensiná-la poderia ser aproveitado para o ensino de outras áreas, entretanto, outros defendem sua importância justificando pelo fato dela está ligada aos outros ramos e, principalmente, pela grande contribuição que fornece à percepção de mundo por meio da construção do conhecimento matemático.

A Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2018, p. 272).

O texto da BNCC reforça que a geometria não pode ser vista apenas como a parte da matemática que possui as fórmulas para cálculos de áreas e volumes de sólidos ou que faz aplicações diretas sobre relações de proporcionalidades, e mostra por meio de um exemplo que os gregos e mesopotâmios conseguiam relacionar geometria com a álgebra, por meio de resoluções geométricas de problemas que podem ser traduzidos por uma equação de 2º grau.

Mas o debate sobre o abandono do ensino de geometria é um pouco mais complexo, pois existe ainda o problema da dualidade na educação brasileira, como reitera Pavanello (1993, p.9), quando afirma que no Brasil historicamente existe (escola da elite x escola do povo), traduzida atualmente como escola pública e escola particular, enquanto na primeira o ensino de geometria não é considerado importante, na segunda ocorre normalmente, o que de certa forma justifica as inquietações dos professores com relação ao referido abandono.

Existem fortes motivos para inquietação dos professores com o abandono da geometria e sua insistência em melhorar seus conhecimentos em relação a ela. A ausência no ensino da geometria e a ênfase no ensino da álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. (PAVANELLO, 1993, p.10).

Para Pavanello (1993, p.10), os professores se preocupam com a grande ênfase dada ao ensino de álgebra e ausência do ensino de geometria porque esse fato pode gerar certas lacunas na formação integral dos alunos, pois os mesmos deixam de desenvolver as potencialidades necessárias à resolução de problemas, assim compreende-se a importância do ensino e da aprendizagem de geometria nas escolas brasileiras, uma vez que ela tem grandes contribuições para formação dos nossos alunos.

Quanto à contribuição especial que a geometria pode dar à formação do aluno – dependendo, é claro, do modo como é trabalhada – não pode se resumir apenas ao desenvolvimento da percepção espacial. A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 2012, p.3).

Nesta perspectiva, a geometria tem importante papel na formação do cidadão, pois possibilita ao ser humano a capacidade de abstrair, de projetar, e transcender o que é imediatamente sensível e oferece condições para que o indivíduo alcance níveis elevados de abstração, desenvolvendo o raciocínio lógico e aperfeiçoando a capacidade de resolução de problemas, no entanto, tudo isso está intimamente ligado ao modo como ela é trabalhada em sala de aula. Portanto é de responsabilidade do professor procurar meios para desenvolver uma metodologia de ensino que possa atrair os alunos ao estudo de geometria.

No entanto, ao que parece, muitos professores se quer tem o domínio dos conteúdos relacionados à geometria, seja ela plana ou espacial, como reitera Lorenzato (1995, p.3) ao citar que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. Assim, em razão do pouco domínio do conteúdo, são poucos os professores que tentam de alguma maneira ensinar geometria, como confirma a pesquisa "Os por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores (LORENZATO, 1993, p.4).

Somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p.3).

Para o autor, os professores estariam diante do seguinte problema, tentar de alguma forma ensinar o que não tem conhecimento, ou simplesmente não ensinar geometria. O fato é que não ensinar geometria certamente pode gerar profundas lacunas na formação matemática dos nossos alunos que conseqüentemente afetará suas formações cidadãs. Dessa forma, podemos nos questionar qual geometria devemos ensinar/aprender? Ou, o quanto de geometria devemos ensinar/aprender?

Muitas questões estão para ser respondidas e, quase sempre, necessitando de prévias pesquisas sobre a responsabilidade da recém-nascida Educação Matemática. Algumas delas são: tendo em vista as possíveis exigências do século XXI sobre seus cidadãos, qual deveria ser o currículo geométrico mínimo presente na educação? Qual é a Geometria necessária e conveniente para nós, brasileiros? Ela deveria ser a mesma para todo o continente brasileiro? Como aproveitar os recentes e enormes avanços tecnológicos, psicológicos e didáticos em favor do ensino e aprendizagem da Geometria? (LORENZATO, 1995, p.4).

Lorenzato aponta alguns questionamentos sobre a necessidade geométrica do povo brasileiro e qual geometria deveria estar nos currículos escolares, e é um pouco mais profundo quando questiona se a geometria que necessitamos deveria ser a mesma em todas as regiões do nosso país, por fim questiona como poderíamos aproveitar todo o aparato tecnológico e didático que disponibilizamos para ensinar geometria, no entanto, alerta que para termos respostas mais satisfatórias se faz necessários estudos por meio de pesquisas sobre a responsabilidade da recém-nascida Educação Matemática.

Entretanto, mesmo se ainda não formos capazes de responder todos os questionamentos assinalados por Lorenzato, o certo é que a geometria tem grandes contribuições ao ser humano, desde resoluções de problemas matemáticos cotidianos até problemas mais complexos que envolvam ou não outras áreas de conhecimento, dessa maneira aprendê-la é de fundamental importância, o que torna sua presença necessária nos currículos das escolas brasileiras.

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. (LORENZATO, 1995, p.5).

Sobre esse viés, o autor classifica a geometria como ferramenta necessária ao desenvolvimento do pensamento e olhar geométrico, e facilitadora para que se possa compreender e resolver situações problemas em variadas áreas de conhecimento, uma vez que ela está por toda parte, mesmo que por muitos momentos passe despercebida aos nossos olhos. Desse modo se reforça a necessidades de os professores estarem sempre em busca de aprofundar seus conhecimentos e aperfeiçoar suas práticas metodológicas.

"A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995, p.5).

O autor reitera que a geometria se encontra em meio à humanidade desde antes de Cristo, para ele não conseguimos evitá-la ainda que queiramos, pois ela se faz presente no lazer, na profissão e na comunicação. Sob esse viés, compreendemos que ela é necessária a todo ser humano, por isso compete às escolas e especialmente aos professores de matemática torná-la atraente, acessível e compreensível aos alunos, para que eles possam compreender o mínimo necessário à sequência dos estudos e exercícios de profissões. E mesmo aqueles que não forem mais estudar ou ter profissões ligadas à Geometria Espacial, seja capaz de assimilar o básico para uso cotidiano.

Todavia, o ensino de matemática, em especial de Geometria Espacial parece andar na contramão do que se imagina que seria adequado para a aprendizagem dos alunos, pois geralmente o que encontramos nas escolas brasileiras é uma grande quantidade de alunos que temem a matemática, e a consideram como o componente curricular mais complexo nos currículos das escolas, e esse fato parece estar ligado de maneira íntima ao modo como ela é ensinada, uma vez que ela pode ser abordada de diferentes modos, e ainda que cada ser humano é único, ou seja, todos têm suas particularidades, assim uma metodologia pode funcionar para alguns e para outros não, daí uma razão para os professores diversificarem suas práticas pedagógicas.

Entretanto, ao que parece o ensino pautado em mera transmissão oral dos conteúdos e repetições de resolução de exercícios de fixação ainda é predominante nas aulas de matemática das escolas públicas brasileiras, e o que ainda pode ser mais grave, é que em muitas unidades de ensino essa aparenta ser a única forma que a matemática vem sendo abordada. A comunidade de Educação Matemática internacionalmente vem clamando por renovações na atual concepção do que é a matemática escolar e de como essa matemática pode ser abordada (D'AMBROSIO<sup>1</sup>, 1989, p.1). Para a autora é questionável o modo de como se aprende a matemática.

Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBROSIO<sup>1</sup>, 1989, p.1).

De acordo com a autora, as aulas de matemática dos diferentes níveis da educação seguem a mesma prática pedagógica, onde o professor aplica um determinado método de ensino para transmitir os conteúdos das unidades temáticas que eles julgam mais importantes, ao que tudo indica sem levar em consideração o que de fato é mais relevante e necessário para os alunos em cada etapa de ensino, e tão pouco se de fato a metodologia utilizada vai propiciar a todos as mesmas possibilidades para aprendizagem dos conteúdos.

A estudiosa reitera ainda que na supracitada prática de ensino os alunos apenas repetem um modelo apresentado pelo professor, o que revela que é possível aprender matemática por meio de transmissão oral e repetição dos conteúdos, uma vez que alguns, ainda que poucos, conseguem compreender o que foi ensinado. No entanto, mostra também que a resolução de problemas se reduz a algo específico que foi pré-determinado pelo professor, o que pode de certa forma atrapalhar o desenvolvimento de boa parte dos alunos por tornar o ensino de matemática mecanizado. Assim, os alunos podem se sentir inibidos a expressar as concepções que possuem da matemática informal, que certamente são úteis para a aprendizagem dos conteúdos e ainda contribui com o processo de formalização da matemática.

---

<sup>1</sup> Beatriz Silva D'Ambrosio

É importante para os estudantes sentirem-se livres para pensar e se expressar, a liberdade de pensamento e de expressão são partes integrantes e importantes do processo de ensino, o professor deve fazer com que os alunos compreendam que o erro faz parte do processo de aquisição de uma boa experiência matemática, e ainda fazê-los compreender que eles podem procurar por formas alternativas para tentar solucionar situações problemas a eles propostas, pois o processo de ensino aprendizagem é flexível, e essa flexibilidade deve existir nos estudantes.

É bastante comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda, quando ela não consegue reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução apropriado para aquele problema. Falta aos alunos uma flexibilidade de solução e a coragem de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores. (D'AMBROSIO<sup>1</sup>, 1989, p.1).

A autora relata que é bastante comum os alunos desistirem de tentar resolver alguns problemas com argumentação de que ainda não aprenderam como resolver determinadas questões, esse fato pode ocorrer porque o aluno não identificou ou mesmo não sabe qual método ou algoritmo deve ser utilizado para solucionar o problema, e como foi citado anteriormente o ensino é de certa forma mecânico, o que pode acarretar nessa falta de flexibilidade dos alunos para tentarem soluções alternativas, possibilidades de resoluções além das que foram propostas pelos professores como reitera a autora.

Então, é necessário que o professor tenha atitude, motivação e compromisso para executar aulas que motivem e incentivem os alunos, pois existem muitas formas com que a matemática pode ser abordada, por exemplo, resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, jogos matemáticos, uso de materiais didáticos manipuláveis e utilização de software e novas tecnologias, e elas podem, e porque não dizer devem ainda ser integradas umas às outras na busca por um ambiente que proporcione maiores possibilidades de compreensão matemática a todos.

Como se vê, são diversas as linhas metodológicas enfatizando a construção de conceitos matemáticos pelos alunos, onde eles se tornam ativos na sua aprendizagem. Em todos esses casos os alunos deixam de ter uma posição passiva diante da sua aprendizagem da matemática. Eles deixam de acreditar que a aprendizagem da matemática possa ocorrer como consequência da absorção de conceitos passados a eles por um simples processo de transmissão de informação (D'AMBROSIO<sup>1</sup>, 1989, p.5).

D'Ambrosio<sup>1</sup> (1989, p.5) assinala que são diversas as possibilidades que o professor tem para exercer sua prática metodológica, com o objetivo de possibilitar uma melhor construção dos conhecimentos matemáticos dos alunos, oportunizando-lhes sair da condição de serem passivos nas construções de seus conhecimentos e tornando-os ativos na apropriação e no desenvolvimento de suas potencialidades matemáticas, dessa forma fazendo com que eles deixem de acreditar que a aprendizagem da matemática possa ocorrer somente como consequência da absorção de conceitos passados a eles por um simples processo de transmissão de informação com critérios pré-estabelecidos pelos professores.

Da forma que é transmitida na maioria das aulas, a matemática se torna cada vez mais desinteressante aos alunos. São aulas que não correlacionam o conteúdo matemático ao cotidiano do aluno, se tornando assim sem significado aprendê-la, é preciso demonstrar a utilidade e importância diária dos conhecimentos matemáticos. Dessa maneira, há uma necessidade de os novos professores compreenderem a matemática como uma disciplina de investigação e deixe de enxergá-la como componente curricular de conteúdos fixos, prontos e acabados, possibilitando a criação de novos ambientes de ensino.

O ambiente deve incentivar o uso de recursos como livros, material manipulativo, calculadoras, computadores, e diversos recursos humanos. Esses recursos devem ser utilizados conforme forem necessários para enriquecer a exploração e investigação do problema. Também devem servir para dá origem a problemas interessantes (D'AMBROSIO<sup>1</sup>, 1993, p.4).

A autora afirma que os professores, quando necessário, devem utilizar os mais variados recursos, sempre procurando enriquecer a exploração e investigação da matemática. Para o presente trabalho, foram utilizadas duas metodologias diferentes para o ensino de Geometria Espacial, em duas diferentes turmas. Em uma das turmas, a metodologia tradicional com utilização apenas do livro didático e exposição oral dos conteúdos, e na outra turma foi utilizada uma metodologia que fez uso de materiais manipuláveis, das novas tecnologias por meio de software e aulas práticas expositivas.

A prática pedagógica de usar software e recursos computacionais vem se popularizando nas escolas brasileiras, porém nas menores cidades que possuem menores investimentos em educação, o processo ocorre de maneira mais lenta, dessa forma compete aos professores procurar meios de adquirir seus próprios recursos tecnológicos para que venham a melhorar suas práticas pedagógicas e conseqüentemente facilitar o entendimento dos alunos. Atualmente são muitos os aparelhos tecnológicos que podem ser usados para

melhorar a qualidade da aprendizagem matemática, e existem professores que tem essa preocupação, ainda que esse número precise aumentar bastante.

Em busca de estratégias que potencializem a aprendizagem matemática, de forma a desconstruir a ideia de que esta é formada por um conjunto de conceitos difíceis, a integração de ferramentas tecnológicas ao processo de ensino tem sido cada vez mais agregada pelos professores da disciplina (SILVA, 2016, p.1).

Silva afirma que os professores de matemática têm cada vez mais procurado se atualizar, compreender o uso das tecnologias e agregar às suas práticas de ensino para usar em suas aulas na tentativa de facilitar o ensino de matemática, e desfazer a ideia que a matemática é feita de conceitos muito difíceis e assim nem todos podem compreendê-la. Vivemos em uma época muito tecnológica, e tal tecnologia se atualiza frequentemente em todas as áreas, não sendo diferente em educação.

A apropriação de ferramentas tecnológicas é cada vez mais comum na atual era do ensino brasileiro. A ênfase a ser dada está vinculada não apenas no uso de tais ferramentas, mas sim no resultado que as inovações tecnológicas atrelam ao processo ensino-aprendizagem no ensino de matemática. Interligar o saber do profissional da matemática, a formação do estudante e a atualidade tecnológica define a motivação da pesquisa relatada (SILVA, 2016, p.2).

A autora enfatiza sobre a popularidade das ferramentas tecnológicas no ensino brasileiro, no entanto, alerta para ficarmos atentos ao seu uso, pois não se trata apenas de usá-las e sim dos resultados que essas “inovações” podem trazer para o ensino-aprendizagem de matemática. Segundo ela, é preciso interligar os saberes matemáticos e tecnológicos dos professores as necessidades que os estudantes têm para sua formação. Para o ensino de Geometria Espacial temos muitos softwares. Segundo Santos e Alves (2022, p.5), o GeoGebra é um ótimo recurso para essa prática de vários tópicos de matemática, em particular a geometria, uma vez que possibilita fazer a inferência de elementos que não estão explícitos no problema.

Outro ponto positivo sobre o Geogebra que facilita seu uso em todos os níveis da educação é sua gratuidade. Como reitera Silva (2016, p.4), o GeoGebra é um software matemático gratuito e dinâmico desenvolvido para o ensino e aprendizagem nos diversos níveis de ensino, podendo ser utilizado em toda a educação básica até ao nível superior. No ensino médio devido à referida gratuidade e poder ser utilizado em computadores, notebooks, celulares fica bem mais acessível seu uso, porém os entraves ficam por conta dos preços e qualidade de internet e limitações de aparelhos, visto que neste nível da educação básica a

grande maioria dos alunos possui aparelho de celular, mesmo assim é preciso o professor inserir o uso de aplicativos digitais em suas aulas, seja ou não o Geogebra, e por que não usar até mais de um?

O importante é o professor, de acordo com o objetivo da aula, saber selecionar qual aplicativo será mais útil à aprendizagem dos alunos, pois é de responsabilidade do professor conhecer a realidade das turmas em que trabalha, e também ter domínio dos conteúdos a serem ministrados e das tecnologias a serem utilizadas. Considerando esses critérios, fica facilitada a tarefa de escolher o software a ser utilizado, pois os aplicativos possuem características diferentes. Segundo Pires (2019, p.32), por exemplo, se a intenção do professor é que os alunos consigam visualizar os sólidos e façam os cálculos de áreas laterais e volumes, não poderiam utilizar o *Geometry Calculator* ou geometria de bolso AD.

Verificou-se que há muitos pontos positivos nas ferramentas, mas também há algumas características que poderiam ser diferentes. Alguns aplicativos são focados nos cálculos, e resolvem os exercícios, além de não permitirem a construção dos sólidos, como por exemplo o Geometria Calculadora e o Geometria de Bolso AD (PIRES, 2019, p.32).

O autor destaca as características dos aplicativos Calculadora de geometria e o Geometria de Bolso AD, enfatizando que alguns têm o foco voltado para efetuar os cálculos, no entanto não permitem construir e/ou rotacionar os sólidos para facilitar a visualização por parte dos alunos. Assim, fica evidente a necessidade do professor, além de dominar o conteúdo a ser ministrado, também conhecer os aplicativos que poderá usar em suas aulas, e principalmente ter domínio do manuseio dos softwares. Para o presente trabalho foi feita a escolha do geogebra como software utilizado em uma das turmas, mesmo consciente de seu manuseio não ser tão simples.

Um outro exemplo é o aplicativo Geogebra 3D. Trata-se de uma abrangente ferramenta matemática que permite ao usuário trabalhar conceitos de Álgebra e Geometria, (como Funções, Cálculo, construção de gráficos e de sólidos). No entanto, o aplicativo não é simples de se manusear e não é intuitivo, o que acarreta um entrave para sua utilização em sala de aula tanto para professores quanto para alunos (PIRES, 2019, p.32).

Nessa ótica, Pires qualifica o Geogebra 3D como um aplicativo muito abrangente, porém não intuitivo e de manuseio complicado, o que pode acarretar alguns entraves em sua utilização em sala de aula, todavia ressalta suas várias funcionalidades, entre elas a de construir sólidos geométricos, característica fundamental e necessária para utilização no

desenvolvimento deste trabalho, o que justifica sua escolha para ser utilizado em uma das metodologias aplicadas na pesquisa.

Atualmente o ensino da Geometria Espacial tem sido um grande desafio para os professores da educação básica, em especial do ensino Médio. Muitas das dificuldades, por vezes, dizem respeito às estratégias metodológicas que o mesmo aplica e a compreensão dos alunos relacionados aos conceitos geométricos (SANTOS E ALVES, 2022, p.1).

Santos e Alves reforçam as dificuldades existentes no ensino de Geometria Espacial na educação básica, que se torna um desafio constante para os professores, sobretudo no Ensino Médio, enfatiza ainda que em muitos casos essas dificuldades podem ser ocasionadas pelas estratégias metodológicas adotadas por eles, que dificultam ainda mais a compreensão dos alunos no que se refere aos conceitos geométricos. Assim, é preciso que os professores compreendam de uma vez por todas que diversificar aulas na tentativa de facilitar o ensino/aprendizagem de matemática é importante e necessário, e também que a inserção de novos recursos didáticos metodológicos não descaracteriza a matemática.

As inovações tecnológicas podem ser inseridas dentro do contexto escolar em conceitos matemáticos, o que não significa que a Matemática perderá sua característica tradicional, neste caso a utilização do cálculo mental, construção e criação de gráficos e figuras geométricas aliadas a ferramentas tecnológicas auxiliam no raciocínio e desenvolvimento de competências matemáticas (SILVA, 2016, p.6).

Nessa perspectiva, Silva reforça que o raciocínio e desenvolvimento das competências matemáticas são auxiliados pelo cálculo mental, construção e criação de gráficos e figuras geométricas aliadas ao uso das ferramentas tecnológicas, destacando que a matemática não perderá sua característica tradicional em razão do professor utilizar recursos tecnológicos em suas aulas. É importante reforçar que diversificar metodologias não significa necessariamente utilizar recursos tecnológicos, o uso de material concreto manipulável também tem se mostrado bastante eficaz ao ensino de Geometria Espacial, uma vez que seu uso facilita a visualização dos sólidos.

Lembrando que em toda geometria espacial, a visualização e a interpretação geométrica é o nosso maior objetivo. Logo o aluno deve entender que essas dificuldades fazem parte do processo de ensino e aprendizagem para o melhor desenvolvimento do conteúdo proposto (CARDIA, 2014, p.25).

De acordo com o autor, o maior objetivo no estudo de Geometria Espacial é a visualização dos sólidos e a interpretação geométrica, algo que fica bastante complicado quando o estudo é feito apenas de maneira tradicional, isto é, somente com livros didáticos, ou seja, a Geometria Espacial sendo trabalhada somente no plano. Reforça ainda que o aluno deve compreender que as dificuldades encontradas no percurso fazem parte do processo de ensino e aprendizagem para o melhor desenvolvimento do conteúdo proposto. Na tentativa de facilitar a visualização dos sólidos geométricos, os materiais manipuláveis tornam-se uma boa alternativa, como citado anteriormente.

A manipulação de objetos instiga o raciocínio, reflexão e construção do conhecimento. Manipular é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aprendiz, mais importante que conhecer a solução é saber encontrá-la. Sendo, assim, a manipulação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ele realça o porquê, valorizando a compreensão, além de possibilitar a integração com diferentes assuntos, a redescoberta, a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução de problemas e verificação de conjecturas e resultados (CARDIA, 2014, p.12).

O autor destaca que o ato de manipular os objetos favorece a construção do conhecimento, significando cada etapa desse processo. Dessa forma, considera a manipulação como o melhor modo para se conseguir aprender com significado, pois integra diferentes assuntos ao tempo que valoriza a compreensão e redescobertas possibilitando a aprendizagem de diferentes estratégias de resolução de problemas e verificação de conjecturas e resultados.

Os educadores matemáticos há bastante tempo que se têm interessado pela utilização de materiais concretos de natureza diversa, como suporte da aula de matemática, a fim de contextualizar alguns conceitos matemáticos mais abstratos e, portanto, facilitar a sua compreensão (VALE E BARBOSA, 2015, p.4).

De acordo com as autoras, os materiais concretos manipuláveis de diversas naturezas há bastante tempo já vêm sendo objeto de interesse de muitos educadores, que os consideram como instrumento suporte para o desenvolvimento das aulas de matemática com o objetivo de tornar conceitos matemáticos muito abstratos mais palpáveis aos alunos, tornando os conteúdos mais compreensíveis. No entanto, muitos professores ainda resistem ao uso de materiais manipuláveis em suas aulas.

Contudo, existem ainda poucas evidências de que os professores utilizem materiais manipuláveis de forma efetiva, contextualizada e continuada com os seus alunos nas aulas de matemática. Há três razões que podem fundamentar este facto: uma visão tradicional de ensino da matemática e de aprendizagem, que ainda se verifica nas aulas desta disciplina, onde o foco é a memorização e a prática, na qual o professor explica o assunto, principalmente através de procedimentos, regras e algoritmos e os alunos reproduzem o que observam, fazendo exercícios repetitivos; os professores poderão não conhecer os materiais manipuláveis ou estar familiarizados com a sua utilização de modo eficaz, atendendo aos diversos temas do currículo de matemática e ao nível dos estudantes; o tempo que este tipo de abordagem necessita, assim como a dinâmica de sala de aula que proporciona, e que os professores, por razões de natureza curricular e/ou pedagógica, preferem não utilizar (VALE E BARBOSA, 2015, p.5).

De acordo com o estudo, o fato de existirem poucas evidências de que os professores usem materiais manipuláveis em suas aulas pode estar relacionado a uma visão tradicional que muitos professores têm de como deve ser o processo de ensino aprendizagem de matemática, por acreditarem que o ensino deve ocorrer por memorização de fórmulas e práticas de exercícios repetidos que são apresentados de forma oral pelos professores, por desconhecerem os materiais manipuláveis e não saber usar de modo que possa contribuir de forma eficaz na aprendizagem dos alunos ou porque esse tipo de prática demanda de muito tempo, e devido à organização curricular das escolas e/ou falta de motivação eles preferem não utilizar esse tipo de metodologia.

O fato é que por um dos motivos citados acima, ou por outro motivo, muitos professores continuam ministrando suas aulas da mesma forma, usado como metodologia a exposição oral dos conteúdos e repetição de exercícios todos os dias, o que não desperta nenhum interesse nos alunos, uma vez que não compreendem as propriedades dos conteúdos, conceitos e importância para o nosso cotidiano. Dessa forma, os estudantes não conseguem ver significado para estudar os temas abordados, sobretudo quando se trata de algo abstrato como é caso de Geometria Espacial.

Muitas vezes, por não compreender os conceitos geométricos, suas formas, propriedades, a relevância desse aprendizado para a vida em sociedade, o estudante não demonstra interesse pelo assunto. A ideia de apresentar tais conceitos utilizando uma abordagem criativa chega com a intenção de despertar esse interesse, de forma que eles (os alunos) aprendam significativamente (SILVA, 2017, p.13).

De acordo com Silva, os estudantes não demonstram interesse em aprender geometria porque não compreendem suas formas, conceitos e propriedades, e principalmente porque não conseguem enxergar a importância desse conteúdo para o convívio em sociedade e tão pouco suas contribuições para o desenvolvimento social. O fato é que ser professor não é tarefa fácil e o ato de ensinar geometria é muito desafiador como reitera Silva (2017, p.28). Ensinar Geometria é tarefa desafiadora para quem deseja alcançar o objetivo de inserir conhecimentos significativos à formação do aluno.

Dessa forma, compete ao professor decidir que tipo de docente ele quer se tornar ao longo de sua carreira, o que se preocupa com a aprendizagem de seus alunos e busca sempre inovar utilizando variadas metodologias, dependendo do conteúdo e da realidade de seus alunos, ou o que sempre ministra a aula da mesma maneira independente do conteúdo abordado ou das particularidades dos discentes. Enfim, diante de tantos desafios existentes na carreira docente, no ensino de matemática, neste caso em particular, de Geometria Espacial, e das diversas possibilidades que o professor tem para abordar os conteúdos, decidiu-se por utilizar duas maneiras diferentes para trabalhar o mesmo conteúdo em duas turmas diferentes.

A aplicação das duas metodologias, possibilitou avaliar os níveis de apropriação de conhecimentos nas duas turmas, e ainda qual das turmas obteve melhor desempenho. É importante enfatizar que, independente da metodologia a ser utilizada, o professor deve planejar suas aulas sempre com o objetivo de proporcionar as melhores condições para a aprendizagem matemática de seus alunos, pois o objetivo é tornar o ambiente propício a aprendizagem de todos. Afinal, conhecimentos matemáticos são necessários a todos para uma melhor formação e convívio social, independente da profissão ou nível de escolaridade.

### 3 PROCEDIMENTOS TÉCNICOS E METODOLÓGICOS

O presente capítulo apresentará no decorrer de suas seções os procedimentos técnicos e metodológicos desenvolvidos no trabalho, onde será destacado a caracterização da pesquisa, o campo empírico onde ocorreu o estudo, os alunos participantes da pesquisa, as técnicas e instrumentos de produção de dados e uma sequência didática com todos os encontros realizados para o desenvolvimento do trabalho. É importante enfatizar que as sequências didáticas que foram apresentadas abaixo possuem planos de aulas distintos, sendo planos de aulas para turma A e para turma B, em razão do trabalho ter sido desenvolvido em duas turmas, e as metodologias aplicadas terem sido diferentes para cada uma delas.

Conforme será justificado no decorrer desta seção, na turma B o conteúdo foi trabalhado com a utilização da metodologia tradicional, fazendo uso somente do livro didático, e a exposição do conteúdo se deu de forma oral, com resolução e repetição de exercícios no quadro de acrílico, e os alunos repetindo o processo em seus cadernos por meio de resolução de questões propostas. Por outro lado, na turma A o conteúdo foi trabalhado com a utilização de *notebooks*, celulares para o uso do *software* Geogebra, sólidos geométricos manipuláveis e materiais recicláveis para a construção dos sólidos geométricos.

O objetivo de utilizar essa segunda metodologia é avaliar se a proposta de ensinar Geometria Espacial com a confecção do material didático pelos alunos utilizando o *software* Geogebra e os sólidos geométricos em miniatura, com o auxílio do professor durante as aulas, além de oportunizar aos educandos o contato com as tecnologias e a Geometria Espacial concreta para facilitar a percepção das características dos sólidos e correlacionar com suas planificações, repercutiu de forma significativa nos resultados obtidos nos testes realizados após a aplicação das duas metodologias.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, o trabalho desenvolvido é uma pesquisa experimental, pois foram selecionadas algumas variáveis que puderam influenciar no objeto de estudo, e ainda o pesquisador é agente ativo na pesquisa. Quanto à abordagem, ela é qualitativa e quantitativa. É qualitativa ao passo que o pesquisador manteve um contato direto com os investigados no desenvolvimento da pesquisa, observando o nível de apropriação dos conhecimentos estudados, pois procurou compreender porque os alunos não conseguem entender matemática, neste caso particular Geometria Espacial a partir da coleta de dados

primeiramente por meio de um questionário de entrevistas, e em seguida por observações de desempenho e por fim pela análise dos dois questionários aplicados. e quantitativa porque os resultados obtidos a partir da aplicação dos questionários e dos problemas sobre a temática estudada pelos investigados podem ser melhor representados através de representações estatísticas.

Considerando que a pesquisa também tem como um dos objetivos a confecção de materiais concretos para a construção de um laboratório de matemática, podemos classificar, quanto à sua natureza, como uma pesquisa aplicada, pois, segundo Silva (2005, p. 20) este tipo de pesquisa “objetiva gerar conhecimentos para prática e dirigidos para a solução de problemas específicos[...]”. Já quanto aos objetivos, ela possui caráter exploratório, pois segundo Gil (2002), tais pesquisas buscam proporcionar maior familiaridade com um problema, vista a torná-lo mais explícito ou constituir hipóteses.

### 3.2 CAMPO EMPÍRICO DA PESQUISA

A pesquisa teve como cenário a escola estadual João Pereira de Sousa na cidade de Francisco Ayres no estado Piauí. A escola foi fundada no ano de 1982 e a implantação do ensino médio ocorreu em 1998. Esta unidade de ensino é a única na cidade destinada ao Ensino Médio. A escola atende aos alunos do Ensino Médio regular do 1º ao 3º ano, na faixa etária de 14 a 18 anos, no turno manhã e aos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) da 4ª a 6ª etapa, na faixa etária de 18 ou mais anos, no turno da noite.

O prédio da escola está distribuído em 6 salas de aula, uma diretoria, uma sala onde foi montado um laboratório de informática, uma sala dos professores e uma sala onde funciona a secretaria. Há dois banheiros para os alunos, sendo um masculino e outro feminino e apenas um outro banheiro para professores, professoras e demais funcionários e funcionárias. Existe, também, uma pequena cozinha compartilhada com um depósito de alimentos ao lado e tem um pequeno refeitório. A escola tem ainda um pátio que é utilizado para atividades esportivas, recreativas e festivas.

### 3.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

A presente pesquisa teve como participantes os alunos do 3º ano do Ensino Médio das turmas A e B nas quais o pesquisador foi o professor. A turma A possui 19 alunos, sendo 10 do sexo masculino e 9 do sexo feminino e a turma B possui 15 alunos, sendo 4 do sexo

masculino e 11 do sexo feminino. Nas turmas pesquisadas, os alunos estão na faixa etária entre 17 e 18 anos de idade. Cada aluno recebeu uma numeração, variando de 1 até 19, para a turma A e de 1 até 15, para a turma B. Toda referência a eles será através dessa numeração.

### 3.4 TÉCNICAS/INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

A produção de dados foi feita por meio de um pré-teste de 10 questões para colher informações acerca do conhecimento prévio dos alunos em relação ao conteúdo de Geometria Espacial, um questionário de entrevista fechado com 8 perguntas para melhor conhecer o público alvo e saber opinião dos alunos no que diz respeito à metodologia de ensino já utilizadas anteriormente pelos professores, e um pós-teste com 10 questões cujos resultados obtidos foram comparados com os resultados do pré-teste e das impressões obtidas com a participação dos alunos no desenvolvimento das atividades durante os encontros realizados com os pesquisados.

Considerando que a maioria das questões do pré-teste e do pós-teste não são objetivas de uma única alternativa correta e também possuem questões subjetivas, os resultados foram apresentados como acertos – para totalmente correta; acerto parcial – para acertos parciais; e erros – para totalmente errada.

Os dados para análise são aqueles obtidos no questionário de entrevistas, no pré-teste, pós-teste e nas observações e relatos colhidos no desenvolvimento do ensino dos tópicos de geometria com a construção de estruturas geométricas, utilização do software Geogebra da turma A e das aulas expositivas da turma B. Vale ressaltar que será sempre preservada a identidade do aluno em questão e que parte dos resultados obtidos dos dados coletados estão apresentados através de figuras, quadros e gráficos com percentuais de acertos, acertos parciais e de erros. Conseqüentemente, foi possível comparar a evolução das turmas após a aplicação das metodologias propostas no trabalho.

Segundo Bardin (2016, p. 48):

[...] Atualmente, e de modo geral, designa-se sob o termo de análise de conteúdo: Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/ recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens

Para análise dos dados qualitativos foi utilizado a análise de conteúdo de Bardin (2016), usada com a finalidade de identificar qual das metodologias utilizadas melhor favorecem o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos de Geometria Espacial.

### 3.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção foi apresentada as sequências didáticas desenvolvidas para o ensino de tópicos de Geometria Espacial e, ao mesmo tempo, foi descrito os procedimentos e o desenvolvimento das sequências didáticas em ambas as turmas.

Série/turma:

3º ano Ensino Médio turmas A e B.

Tema:

Geometria Espacial

Conteúdo:

Sólidos Geométricos (Poliedros e não poliedros): não poliédricos (cone, esfera e cilindro); poliédricos (cubo, paralelepípedo, pirâmides e prismas)

Objetivos:

- ✓ Usar conceitos adquiridos em Geometria Plana para a construção de conhecimentos específicos da Geometria Espacial;
- ✓ Recordar os conceitos de vértices, arestas e superfícies;
- ✓ Desenvolver atividades referentes aos conteúdos, utilizando o aplicativo Geogebra e os materiais manipuláveis para a construção dos sólidos;
- ✓ Despertar o interesse dos alunos pelos conteúdos de Geometria Espacial;
- ✓ Promover maior interação entre aluno-aluno e aluno-professor;
- ✓ Relacionar as planificações aos respectivos sólidos geométricos;
- ✓ Perceber a importância da Geometria Espacial em nosso cotidiano;
- ✓ Distinguir figuras e sólidos geométricos.
- ✓ Compreender e se apropriar de informações para o desenvolvimento do cálculo das áreas laterais, área total e dos volumes dos sólidos geométricos.

Tempo estimado:

Para o desenvolvimento do trabalho foram planejadas 17 aulas de 50 minutos, sendo as 3 primeiras aulas com planejamentos comuns para as duas turmas, no entanto as aulas não foram realizadas no mesmo horário e espaço físico. As referidas aulas foram utilizadas para apresentar o Princípio de Cavalieri e uma aplicação deste princípio no cálculo de volume do cilindro. É importante ressaltar que essas aulas seguiram o mesmo roteiro com o objetivo de tentar nivelar as turmas para o início do trabalho.

As outras 14 aulas foram assim distribuídas, 4 aulas de 50 minutos com desenvolvimento comuns, sendo 2 para a aplicação do pré-teste e 2 para o pós-teste. Essas atividades do pré-teste e pós-teste foram realizadas no mesmo local e horário, uma vez que os testes foram iguais para ambas as turmas. As outras 10 aulas tiveram planejamentos e desenvolvimentos diferentes para cada turma e ocorreram em locais e horários distintos.

Organização das turmas:

Os alunos das turmas pesquisadas não foram organizados da mesma forma em todas as etapas desenvolvidas, existiram momentos de atividades individuais, em duplas e de atividades em grupos. No momento das construções geométricas e resoluções de exercícios, a fim de facilitar e agilizar o desenvolvimento das atividades que foram compartilhadas pelos alunos no final do encontro, cada grupo ficou responsável para construir determinados sólidos e/ou responder determinadas questões. A ideia foi tornar o ambiente propício à aprendizagem em ambas às turmas, independente da metodologia aplicada e do modo de desenvolvimento das atividades.

Recursos utilizados:

Livro didático, quadro de acrílico, pincéis, data show, notebook, *software* geogebra, celulares, sólidos geométricos em miniaturas, figuras geométricas, materiais didáticos manipuláveis para construção dos sólidos, atividades em folhas de papel A4, cadernos e slides.

## Execução das Aulas

Considerando que um dos objetivos da pesquisa foi avaliar o impacto da utilização de materiais manipuláveis e o uso de *software* de construção geométrica geogebra na aprendizagem dos estudantes pesquisados, foi concordado com as duas turmas A e B que seria desenvolvida a metodologia diferenciada com o uso desses dois recursos em apenas uma turma e na outra seguiria com a metodologia tradicional usando somente livro didático, quadro e pincéis, realizando a exposição oral dos conteúdos, com a resolução de exercícios e sem utilização de recursos tecnológicos, ou seja, a metodologia já adotada na escola. Isso possibilitou comparar os resultados obtidos com as duas metodologias utilizadas. A escolha das metodologias para as turmas se deu por meio de um sorteio onde a turma A ficou com a metodologia diversificada.

Como o Princípio de Cavalieri é fundamental para a obtenção do volume de certos sólidos geométricos a partir de outro com o volume conhecido, antes da aplicação do pré-teste e do desenvolvimento das aulas nas duas turmas, foram utilizados três aulas de 50 minutos em cada uma das turmas para a introdução do Princípio de Cavalieri, utilização deste princípio para o cálculo do volume do cilindro e, para proposição de duas questões para que os alunos pudessem resolver usando os conhecimentos adquiridos durante o momento em que o Princípio de Cavalieri foi apresentado e verificado por meio de uma atividade prática.

### 3.5.1 Aulas para apresentar o Princípio de Cavalieri

Para o desenvolvimento das atividades comuns para as duas turmas, foram seguidos os planejamentos a seguir:

Tema:

Geometria Espacial e sua aplicabilidade nas atividades cotidianas.

Conteúdo:

Princípio de Cavalieri e cálculo do volume do cilindro de revolução de raio  $R$  e altura  $h$ .

Objetivos:

- ✓ Desenvolver o raciocínio lógico;
- ✓ Recordar conceitos de geometria plana
- ✓ Conhecer um pouco da história do cálculo do volume do cilindro;
- ✓ Compreender o Princípio de Cavalieri
- ✓ Verificar por meio de atividade experimental o Princípio de Cavalieri
- ✓ Compreender a importância de conhecer o cálculo do volume do cilindro no cotidiano;
- ✓ Aprender a calcular o volume do cilindro.

Metodologia:

Nestas aulas foi percorrido um pouco sobre o matemático Cavalieri e apresentado o seu princípio para o cálculo de volume de determinados sólidos a partir do comparativo com outro sólido que atenda certas condições. Foi apresentado o cilindro de revolução e utilizado o Princípio de Cavalieri para encontrar o seu volume a partir da comparação com um prisma quadrangular reto.

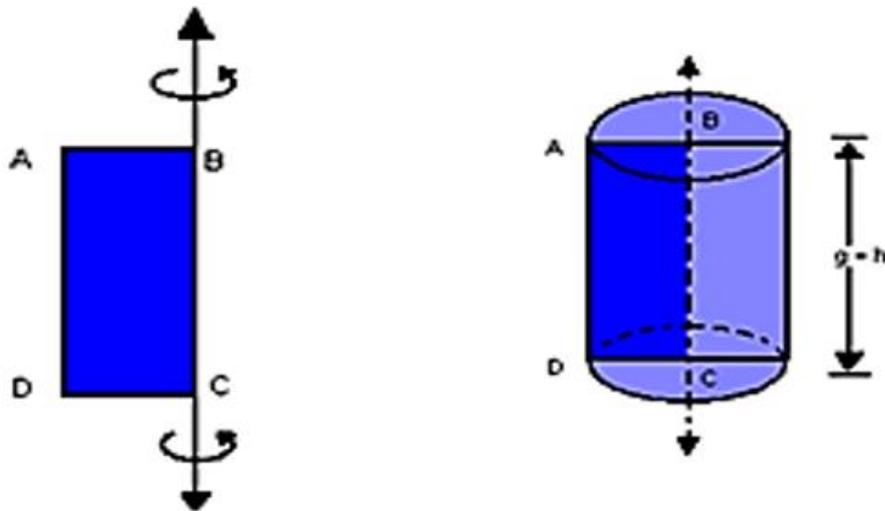
Aula 1 – Introdução e aplicação do Princípio de Cavalieri

Na primeira aula foi comentado um pouco da história da matemática envolvendo Cavalieri e apresentado o seu princípio para o cálculo de volume de sólidos. Além disso, foi percorrido sobre o matemático Arquimedes que deu grandes contribuições para o desenvolvimento da geometria e foi apresentada a demonstração do cálculo do volume do cilindro como foi feita por Cavalieri.

O Princípio de Cavalieri diz que se dois sólidos  $S_1$  e  $S_2$  são mensuráveis e  $\alpha$  é um plano tal que, para todo  $\alpha' \parallel \alpha$ , tenhamos  $A(S_1 \cap \alpha') = A(S_2 \cap \alpha')$  então  $V(S_1) = V(S_2)$ .

Objetivando utilizar o Princípio de Cavalieri para o cálculo de volume do cilindro, definimos cilindro de revolução como o sólido obtido pela rotação completa de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados (veja Figura 1). Esse cilindro é também chamado cilindro circular reto. Os cilindros que não são de revolução, são chamados cilindros oblíquos (possuem eixos que não são perpendiculares aos planos das bases).

**Figura 1** – Cilindro de revolução



Fonte: Só matemática (2022)

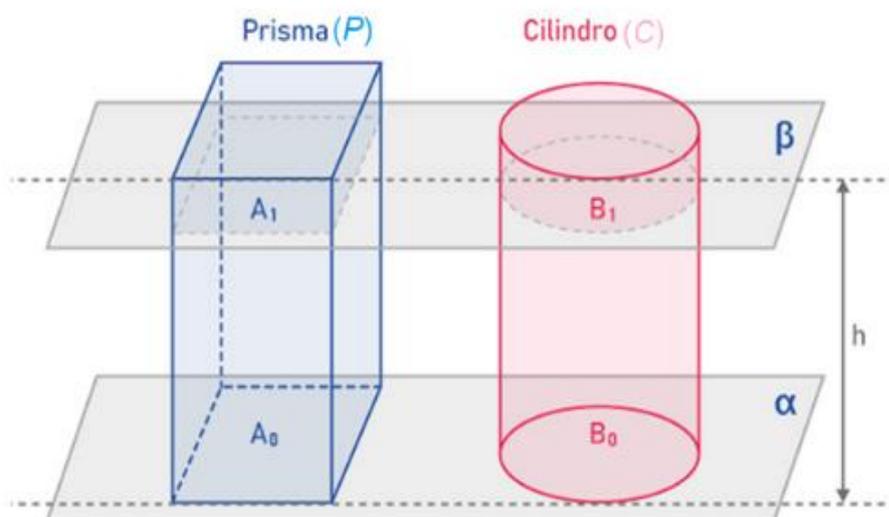
O problema do cálculo do volume do cilindro consiste em provar que dado um cilindro sólido de revolução  $C$ , de raio  $R$  e altura  $h$ , então o seu volume é dado pela expressão:

$$V(C) = \pi R^2 h \quad (1)$$

Após a contextualização histórica, seguiu-se o seguinte roteiro para a demonstração: considere um cilindro  $C$  de altura  $h$  e base  $B_0$ , um círculo de raio  $R$ , e um prisma  $P$  de altura  $h$ , igual a de  $C$ , e base  $A_0$  um quadrado com a mesma área de  $B_0$ , isto é,  $A(A_0) = A(B_0)$ .

Foi utilizada a seguinte figura ilustrativa:

**Figura 2** - Prisma e cilindro



Fonte: Prepara Enem (2022)

Suponhamos que os dois sólidos têm as bases no mesmo plano  $\alpha$  e estão no mesmo semiespaço determinado por  $\alpha$ . Se  $\beta // \alpha$ , secciona  $C$  em  $B_1$  e  $P$  em  $A_1$  e  $A(B_1) = A(A_1)$ , pois  $B_1 = B_0$  e  $A_1 = A_0$ , por semelhança de figuras planas e como o volume do paralelepípedo é área da base vezes a altura, então pelo Princípio de Cavalieri, foi concluído que  $V(C) = V(P) = A(A_0) \cdot h = A(B_0) \cdot h$ . Mas sabemos que um cilindro de revolução é um cilindro reto e sua base é um círculo de raio  $R$ , e, conseqüentemente, a área da base é dada por

$$A(B) = \pi R^2. \quad (2)$$

$$\text{Logo } V(C) = A(B) \cdot h, \quad (3)$$

$$\text{isto é, } V(C) = \pi R^2 h \quad (4)$$

A primeira aula foi bem aceita pelos alunos que se mantiveram com o comportamento adequado e já esperado, pois, de um modo geral, as turmas não apresentam problemas de comportamentos em sala de aula, postura que talvez esteja relacionada ao fato do pesquisador já ser o professor destas turmas. Já o nível de concentração ainda não foi dos melhores, no entanto, aparentou que o fato do desenvolvimento da aula ter iniciado com um pouco da história da matemática incluindo comentários sobre Arquimedes e Cavalieri chamou a atenção dos alunos.

Na demonstração do cálculo do volume do cilindro, os estudantes se mostraram curiosos, apesar de muitos terem aparentado não compreender muito bem a demonstração. Mas o que de fato chamou a atenção foi o ambiente que se criou após a aula, ficaram algumas interrogações entre os estudantes, que demonstraram muito interesse de verificar se de fato os volumes dos sólidos apresentados eram iguais diante das condições apresentadas na demonstração.

## Aula 2 – Verificação do Princípio de Cavalieri

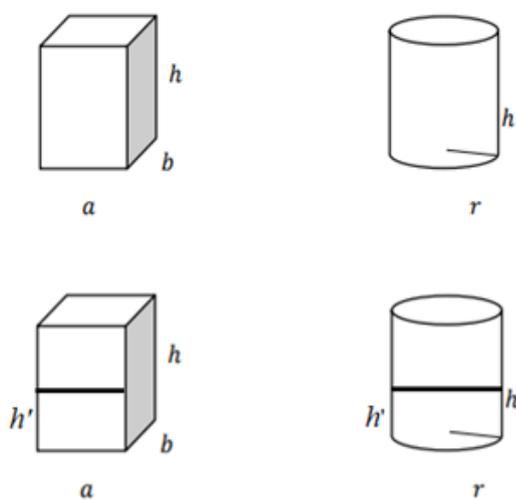
Na segunda aula foi realizada a verificação do Princípio de Cavalieri por meio de um experimento. Neste experimento foi utilizada uma lata de ameixa como cilindro que teve sua área da base previamente calculada para podermos confeccionar do bloco retangular de isopor com a mesma área da base e mesma altura da lata de ameixa.

Para a realização da experiência, as turmas foram divididas em grupos de 4 ou 5 alunos e cada grupo ficou responsável por confeccionar um bloco retangular. Os alunos estiveram motivados desde as medições, recortes do isopor até o final da construção, quando começaram a comparar suas construções. E, por fim, o momento mais esperado por todos desde o início da aula anterior, a verificação se de fato os blocos retangulares construídos por

cada grupo teriam o mesmo volume ocupado no cilindro (lata de ameixa), e qual dos grupos teriam realizado um trabalho mais preciso.

Para a verificação se os volumes dos dois sólidos, mantida a mesma área da base e a mesma altura, tinham o mesmo volume, foi colocado grãos de feijão no cilindro, até sua capacidade máxima, e, em seguida, o feijão foi transferido para o bloco de isopor, para compararmos o volume. Além disso, marcamos nos dois sólidos uma determinada altura  $h'$  para simular uma secção com um novo plano paralelo ao que as bases estavam apoiadas e colocamos o feijão no cilindro até a nova altura  $h'$ , e, em seguida, transferimos o feijão para o bloco retangular para que fizéssemos a comparação. A representação dos sólidos está ilustrada na Figura 3.

**Figura 3** - Bloco retangular e cilindro



Fonte: Autoria própria (2022).

A Figura 4 mostra os alunos medindo a altura da lata de ameixa (cilindro), que também teve verificado seu diâmetro para conhecer o raio e calcular a área da base e, a partir das informações adquiridas, confeccionou-se a base do bloco retangular de isopor, com a mesma área da base do cilindro, e as faces laterais. Em seguida, montou-se o sólido.

**Figura 4** - Construção do bloco retangular



Fonte: Autoria própria (2022)

Depois de construído o sólido e feita a verificação de que os sólidos apresentavam o mesmo volume, alguns alunos ficaram bastante surpresos, pois admitiram que ao olharem os dois sólidos, achavam que sobrariam grãos de feijão. Enfim, foi mais uma aula bastante proveitosa, sobretudo pelo envolvimento de todos no desenvolvimento do que foi proposto.

### Aula 3 – Aplicação do Princípio de Cavalieri

Na terceira aula ocorreu o momento da aplicação do Princípio de Cavalieri para tentar solucionar problemas cotidianos. Para o desenvolvimento desta aula, foi proposto que os alunos resolvessem duas questões cotidianas utilizando o Princípio de Cavalieri e os conhecimentos de geometria plana para cálculos de superfície de sólidos geométricos. As questões propostas são exibidas no Quadro 1.

**Quadro 1-** Atividade sobre o principio de Cavalieri

<b>ATIVIDADE</b>
1. Qual a forma ideal para uma embalagem, no formato de bloco retangular (paralelepípedo) ou cilindros, ambos com mesma área da base e mesma altura? Porquê?
2. Agora, com base na questão anterior, você saberia responder por que os tubos (canos) de pvc utilizados nas encanações de nossas casas são no formato cilíndrico?

Fonte: Autoria própria (2022)

Os problemas no quadro acima foram impressos e entregues aos grupos que já haviam sido formados para a construção do bloco retangular de isopor. Foi sugerido que eles tentassem resolver os problemas e para isso foi concedido um tempo de 25 minutos. Durante este tempo de interação e busca de respostas por cada grupo, o professor pesquisador trabalhou com instigações que pudesse contribuir com as descobertas dos alunos. Logo após, os 25 minutos finais foi o momento de apresentar oralmente as resoluções e/ou ideias para resolução das questões propostas. Alguns grupos conseguiram responder corretamente as questões, outros não conseguiram, no entanto, após a apresentação das respostas e intervenção do professor para o compartilhamento de soluções e argumentações, todos afirmaram ter compreendido as soluções dos problemas propostos.

De uma maneira geral, nas atividades comuns desenvolvidas com as duas turmas com o intuito de sensibilizar e, de algum modo, trazer luz ao estudo da geometria, foi possível perceber que os estudantes aos poucos se envolviam cada vez mais com o conteúdo, principalmente na hora da atividade prática desenvolvida para construção do bloco retangular de isopor que foi utilizado para a verificação do princípio.

Depois de retiradas as medidas necessárias e o bloco ficar devidamente construído, surgiram os olhares e comentários curiosos como foi citado anteriormente. Alguns alunos chegaram a comentar que no bloco não caberia todo o feijão contido no cilindro (lata de ameixa) usado na verificação. No entanto, após os grãos de feijão serem transferidos e o princípio ser verificado na prática, muitos alunos ficaram surpresos com o resultado, e todos passaram a estar mais motivados para participar das aulas.

Embora uma das turmas já estivesse consciente que iria trabalhar com metodologia tradicional, as aulas práticas os motivaram. É importante esclarecer que um fator positivo causado pela opção de adotar metodologias diferentes para cada turma foi o despertar saudável do espírito de competitividade, pois as turmas ficaram motivadas a buscar o melhor desempenho possível no trabalho.

### **3.5.2 Desenvolvimento das atividades para Turma A**

Nesta seção serão apresentados os planos de aulas elaborados para cada encontro que aconteceu na turma A, e ainda uma breve apresentação do que ocorreu no desenvolvimento das referidas aulas.

Primeiro momento 03/11/2022, duas aulas de 50 minutos

Iniciamos o desenvolvimento do trabalho com a aplicação de um pré-teste que foi o mesmo, tanto na turma A quanto na turma B, com o objetivo de coletar informações acerca do conhecimento dos alunos sobre o conteúdo a ser trabalhado. A avaliação teve duração de duas aulas de 50 minutos para ambas as turmas. O quadro 2 abaixo apresenta o resumo do que foi realizado nas 10 aulas do desenvolvimento do trabalho.

**Quadro 2-** Resumo da sequência didática da turma A

Resumo do que ocorreu nas 10 aulas do desenvolvimento do trabalho, ocorridas nos dias 04, 10, 11, 17, 18, 24 e 25 de novembro de 2023. É importante relatar que alguns desses encontros foram duas aulas de 50 minutos.	
Objeto do conhecimento:	Sólidos geométricos (esfera, cone, cilindro, cubo, paralelepípedo, pirâmides e prismas)
Objetivos de aprendizagem:	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Apresentação e instalação do geogebra;</li> <li>✓ Repassar informações básicas necessárias para utilização do software;</li> <li>✓ Apresentar alguns sólidos e suas planificações, ao tempo que são repassadas as informações de uso do software;</li> <li>✓ Conhecer os sólidos em miniaturas usados no trabalho;</li> <li>✓ Compreender o uso do material reciclável usado no trabalho;</li> <li>✓ Compreender os conceitos básicos e utilidades cotidianas da Geometria Espacial por meio da utilização do software Geogebra, sólidos geométricos em miniatura e materiais manipuláveis.</li> <li>✓ Relacionar as planificações aos respectivos sólidos</li> <li>✓ Compreender as características de cada um dos sólidos geométricos estudados.</li> <li>✓ Compreender como calcular área da superfície lateral e volumes de cada um dos sólidos.</li> <li>✓ Compreender a importância da Geometria Espacial em nosso meio físico.</li> </ul>
Material de apoio	Quadro de acrílico, pincéis, apagadores, datashow, notebook, celulares, geogebra, sólidos em miniaturas e materiais manipuláveis, régua, fita gomada, instrumentos de medidas (régua, trena).
Metodologia	No decorrer das aulas foi desenvolvida uma metodologia que alternou entre a apresentação e uso do geogebra, sólidos em miniaturas, e matérias manipuláveis com o objetivo que os alunos pudessem

	aprender Geometria Espacial por meio da manipulação e da construção dos sólidos.
Proposta de atividade	No desenvolvimento das aulas foi proposto que os alunos registrassem relatos acerca do que foi trabalhado, bem como do que foi compreendido por eles com a utilização software de geometria dinâmica Geogebra, dos sólidos em miniaturas e dos materiais manipuláveis, foi proposto ainda que os alunos resolvessem algumas e confeccionassem os sólidos explorados durante as aulas de Geometria Espacial. Ao final do processo foi realizado o pós-teste com o objetivo de verificar se houve evolução na aprendizagem dos alunos, e ainda de comparar os resultados com o do pré-teste.
É importante destacar que, mesmo com as dificuldades apresentadas, todos os grupos se dedicaram a apresentar os sólidos prontos ao final do processo, ainda que alguns não tenham ficado tão bem feitos. Porém, o objetivo principal de atrair o aluno para participar ativamente das atividades em busca do entendimento do conteúdo foi atingido, uma vez que todos os alunos se mostraram motivados durante o desenvolvimento do trabalho e se envolveram de uma forma ou de outra, sempre apresentavam ideias que pudessem ser úteis para construção dos sólidos e compreensão do conteúdo.	

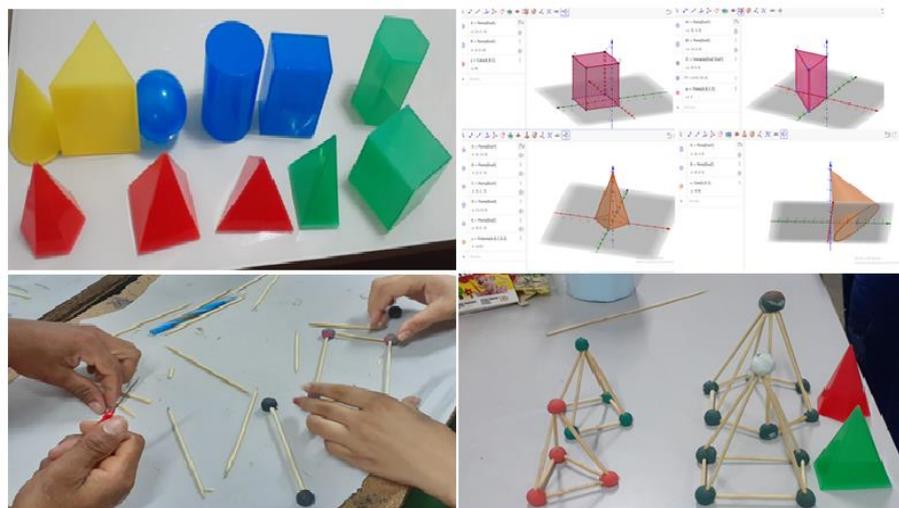
Fonte: Autoria própria (2022)

Nono encontro 01/12/2022 duas aulas de 50 minutos

Foi o momento da aplicação do pós-teste que seguiu a mesma ideia do pré-teste, ou seja, as perguntas foram iguais tanto para a turma A, quanto para a turma B. A aplicação do pós-teste teve duração de 100 minutos, o equivalente a duas aulas de 50 minutos, e o objetivo foi coletar informações acerca dos conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades para uma análise comparativa com relação aos resultados apresentados no pré-teste e pós-teste de ambas as turmas e das participações dos alunos durante as aulas.

Com isso, identificar se a aplicação de alguma das metodologias favoreceu mais ou menos o desenvolvimento dos alunos e então responder ao nosso problema de pesquisa. A Figura 5 apresentada a seguir mostra os sólidos em miniaturas utilizados como recurso didático durante o trabalho, a tela do Geogebra e ainda alunos confeccionando os sólidos, neste caso em especial eles estavam produzindo um cubo e pirâmides.

**Figura 5-** Sólidos utilizados e construções dos alunos



Fonte: Autoria própria (2022)

### 3.5.3 Desenvolvimento das atividades para Turma B

Nesta seção serão apresentados os planos de aulas elaborados para cada encontro que aconteceram na turma B, e ainda uma breve apresentação do que ocorreu no desenvolvimento das referidas aulas.

Primeiro momento 03/11/2022, duas aulas de 50 minutos

Do mesmo modo que foi feito na turma A, o desenvolvimento da pesquisa com a Turma B iniciou com a aplicação do pré-teste que foi o mesmo, tanto na turma A quanto na turma B, com o objetivo de coletar informações acerca do conhecimento dos alunos sobre o conteúdo a ser trabalhado. A avaliação teve duração de duas aulas de 50 minutos para ambas as turmas. O quadro 3 abaixo apresenta o resumo do que foi realizado nas 10 aulas do desenvolvimento do trabalho.

**Quadro 3-** Resumo da sequência didática da turma B

Resumo do que ocorreu nas 10 aulas do desenvolvimento do trabalho, ocorridas nos dias 04, 10, 11, 17, 18, 24 e 25 de novembro de 2023. É importante relatar que alguns desses encontros foram duas aulas de 50 minutos.	
Objeto do conhecimento:	Sólidos geométricos (esfera, cone, cilindro, cubo, paralelepípedo, pirâmides e prismas)
Objetivos de aprendizagem:	✓ Apresentar alguns sólidos e suas planificações no livro didático;

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Compreender os conceitos básicos e utilidades cotidianas da Geometria Espacial por meio da utilização apenas do livro didático.</li> <li>✓ Relacionar as planificações aos respectivos sólidos, no plano.</li> <li>✓ Compreender as características de cada um dos sólidos geométricos estudados.</li> <li>✓ Compreender como calcular área da superfície lateral e volumes de cada um dos sólidos.</li> <li>✓ Compreender a importância da Geometria Espacial em nosso meio físico.</li> </ul>
Material de apoio	Quadro de acrílico, pincéis, apagadores, cadernos e livros didáticos.
Metodologia	No decorrer das aulas a metodologia utilizada foi a apenas a metodologia tradicional de aula expositiva, ou seja, a Geometria Espacial foi estudada apenas no plano.
Proposta de atividade	<p>No desenvolvimento das aulas foi proposto que os alunos registrassem relatos acerca do que foi trabalhado, bem como do que foi compreendido por eles, foram propostas ainda algumas atividades para verificar a assimilação dos alunos.</p> <p>Ao final do processo foi realizado o pós-teste com o objetivo de verificar se houve evolução na aprendizagem dos alunos, e ainda de comparar os resultados com o do pré-teste.</p>
<p>É importante destacar que, mesmo com as dificuldades apresentadas, todos os grupos se dedicaram em todas as aulas, ainda que estudando somente com metodologia tradicional. Porém, o objetivo principal de atrair o aluno para participar ativamente das atividades em busca do entendimento do conteúdo foi atingido, uma vez que todos os alunos se mostraram motivados durante o desenvolvimento do trabalho e se envolveram de uma forma ou de outra, sempre apresentavam ideias que pudessem ser úteis para resolução das atividades propostas e compreensão do conteúdo.</p>	

Fonte: Autoria própria (2022)

Nono encontro 01/12/2022 duas aulas de 50 minutos

Teve objetivos similares aos registrados no nono encontro da Turma A, registrado, isto é, foi o momento da aplicação do pós-teste.

## **4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Esse capítulo tem por objetivo organizar e apresentar os dados coletados por meio do questionário de entrevista, apresentar um pouco da produção dos alunos durante as aulas, sobretudo na turma do 3º ano A, onde foram utilizados materiais didáticos manipuláveis, e, por fim, apresentar e analisar os dados coletados mediante as aplicações do pré-teste e do pós-teste, que foram aplicados em ambas às turmas no decorrer da pesquisa. A fim de facilitar a compreensão do leitor e justificar possíveis evoluções na aprendizagem dos alunos, os resultados dos questionários de entrevistas foram apresentados em tabelas e os resultados de cada questão do pré-teste e do pós-teste dos alunos das duas turmas foram apresentados em gráficos. Além destes resultados em tabelas e gráficos, foram apresentadas imagens com depoimento dos alunos recolhidos durante a execução das aulas.

Primeiramente foram apresentadas as tabelas com informações sobre os alunos, a fim de apresentar o público-alvo pesquisado, bem como suas opiniões acerca da Matemática e da Geometria Espacial. Na sequência foram apresentadas algumas imagens dos sólidos produzidos por eles. Foram ainda exibidas imagens de algumas respostas e depoimentos de alguns alunos. Vale reforçar que foi preservada a identidade dos envolvidos e que utilizamos apenas alguns depoimentos, pois seguem a mesma linha de raciocínio e repeti-los tornaria o texto monótono. Por fim, foi feita a apresentação e análise dos resultados coletados mediante aplicação de pré-teste e pós-teste.

### **4.1 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO DE ENTREVISTA**

Segundo as informações contidas na Tabela abaixo, percebemos que mais de 50% dos alunos da turma A são do sexo masculino, enquanto na turma B mais de 70% são mulheres. No que diz respeito à faixa etária dos alunos, existe certo equilíbrio, inclusive com a mesma quantidade de alunos com mais de 18 anos de idade. Outro fato importante a ser observado é que a turma A está bem dividida quanto à localidade onde os alunos fazem residência, sendo que 52,63% moram na zona urbana do município e 47,37% na zona rural, já os alunos da turma B todos moram na zona rural do município e, conseqüentemente, tendo a grande maioria dos alunos que estão concluindo o ensino médio na referida escola vindo da zona rural do município.

**Tabela 1-** Resultados comparativos das questões 1, 2 e 3

<b>3º ANO: TURMA A</b>						
<b>SEXO</b>		<b>IDADE</b>			<b>ONDE MORA</b>	
Masculino	Feminino	17 anos	18 anos	mais de 18 anos	Zona Urbana	Zona Rural
10	9	8	8	3	10	9

<b>3º ANO: TURMA B</b>						
<b>SEXO</b>		<b>IDADE</b>			<b>ONDE MORA</b>	
Masculino	Feminino	17 anos	18 anos	mais de 18 anos	Zona Urbana	Zona Rural
4	11	5	7	3	0	15

Fonte: Autoria própria (2022)

De acordo com os dados expostos na Tabela 2, percebemos que a grande maioria dos alunos consideram a matemática como um componente curricular importante e significativo, porém afirmam terem dificuldades para compreendê-la; por outro lado, aproximadamente 21,1 % dos alunos da turma A e 20% dos alunos da turma B, declaram ter facilidade de compreensão de matemática, além de a considerar importante e significativa, e apenas 1 aluno que faz parte do 3º ano A declara não considerar essa área do conhecimento como importante, no entanto assegura que consegue compreender.

**Tabela 2-** Resultado comparativo da questão 4

<b>Enquanto aluno do ensino médio, você classifica a matemática como:</b>			
<b>3º ANO: TURMA A</b>		<b>3º ANO: TURMA B</b>	
importante e significativa, porém difícil de compreender	14	importante e significativa, porém difícil de compreender	12
importante e significativa e fácil de compreender	4	importante e significativa e fácil de compreender	3
Não considero importante e nem significativa, porém consigo compreender	1	Não considero importante e nem significativa, porém consigo compreender	0
Não considero importante e nem significativa, e é muito difícil de compreender	0	Não considero importante e nem significativa, e é muito difícil de compreender	0

Fonte: Autoria própria (2022)

Percebemos, de acordo com as informações contidas na Tabela 3, que 89,47% e 86,67% dos alunos das turmas A e B, respectivamente, afirmam gostar de estudar Geometria Espacial, embora possam ter dificuldades para compreendê-la, e exatos dois alunos de cada

turma afirmam que não gostam de estudar essa parte da matemática, fato que pode estar ligado às dificuldades de compreensão ou mesmo por não considerar sua relevância.

**Tabela 3** - Resultado comparativo da questão 5

<b>Quanto a Geometria Espacial, você:</b>			
<b>3º ANO: TURMA A</b>		<b>3º ANO: TURMA B</b>	
gosto de estudar	17	gosto de estudar	13
não gosto de estudar	2	não gosto de estudar	2

Fonte: Autoria própria (2022)

Por meio dos resultados apresentados na Tabela 4, que trata da classificação quanto à importância e o nível de compreensão da Geometria Espacial de acordo com os alunos pesquisados, podemos constatar que todos os alunos do 3º ano A consideram Geometria Espacial como importante e significativa, no entanto, 63,16% dos estudantes afirmam que é difícil de compreender e 36,84% declaram ter facilidade para compreendê-la. Na ótica dos estudantes do 3º ano B, 80% admitem ter dificuldade para entender, no entanto a consideram importante, e 13,33%, além de considerar importante, admitem ter facilidade para entendê-la. Apenas um aluno classifica Geometria Espacial como sendo irrelevante e sem significado, apesar de achá-la compreensível.

**Tabela 4** - Resultado comparativo da questão 6

<b>Enquanto aluno do ensino médio, você classifica a Geometria Espacial como:</b>			
<b>3º ANO: TURMA A</b>		<b>3º ANO: TURMA B</b>	
importante e significativa, porém difícil de compreender	12	importante e significativa, porém difícil de compreender	12
importante e significativa e fácil de compreender	7	importante e significativa e fácil de compreender	2
Não considero importante nem significativa, porém consigo compreender	0	Não considero importante nem significativa, porém consigo compreender	1
Não considero importante nem significativa, e muito difícil de compreender	0	Não considero importante nem significativa, e muito difícil de compreender	0

Fonte: Autoria própria (2022)

A Tabela 5 nos traz informações sobre as declarações dos alunos no que diz respeito às dificuldades encontradas por eles para compreender Geometria Espacial, uma vez que a

grande maioria declarou que a considera importante e gostam de estudar essa área da Matemática. De acordo com os dados apresentados, 10,53% e 6,67% dos alunos das turmas A e B, respectivamente, afirmam que as maiores dificuldades são em compreender os conceitos básicos, enquanto 31,58% dos alunos do 3º ano A e 20% do 3º ano B declaram que o mais difícil para eles é a visualização das figuras tridimensionais no plano.

Para 21,05% dos estudantes da turma A, os maiores entraves são compreender os cálculos das superfícies laterais. Neste quesito, os alunos da turma B totalizam 20%. A compreensão dos cálculos dos volumes dos sólidos se destaca como fator que gera a maior dificuldade na compreensão da Geometria Espacial em ambas as turmas, com 36,84% no 3º ano A e 46,66% no 3º ano B. Fato que chama atenção é que apenas 6,67% dos alunos da turma B declaram ter problemas para compreender sua importância para nossa vida e relacionar com o nosso cotidiano, e nenhum aluno pesquisado apontou como dificuldade relacionar as informações fornecidas na questão com a pergunta do problema. É importante enfatizar que cada aluno marcou apenas uma alternativa.

**Tabela 5** - Resultado comparativo da questão 7

<b>Quanto à aprendizagem de Geometria Espacial, as maiores dificuldades estão em:</b>			
<b>3º ANO: TURMA A</b>		<b>3º ANO: TURMA B</b>	
Compreender os conceitos básicos	2	Compreender os conceitos básicos	1
Visualizar sólidos tridimensionais no plano	6	Visualizar sólidos tridimensionais no plano	3
Compreender os cálculos das áreas das superfícies laterais	4	Compreender os cálculos das áreas das superfícies laterais	3
Compreender os cálculos dos volumes dos sólidos	7	Compreender os cálculos dos volumes dos sólidos	7
Compreender sua importância para nossa vida e relacionar com o nosso cotidiano	0	Compreender sua importância para nossa vida e relacionar com o nosso cotidiano	1
Relacionar as informações fornecidas na questão com a pergunta do problema.	0	Relacionar as informações fornecidas na questão com a pergunta do problema.	0

Fonte: Autoria própria (2022)

Os dados apresentados na Tabela abaixo tratam das opiniões dos alunos acerca das possíveis alternativas para diminuir as dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial. Nesta questão, mais da metade dos alunos, de ambas as turmas, alegaram que uma melhor estruturação como a criação de laboratórios na escola poderia facilitar o entendimento de Geometria Espacial, sendo que 63,16% dos estudantes da turma A e 53,33% da turma B

opinaram dessa maneira. Sobre outra ótica, 21,05% dos alunos do 3º ano A e 13,33% do 3º ano B apontaram que metodologias diversificadas poderia ser uma boa alternativa.

Por outro lado, 10,53% e 26,67% dos alunos das turmas A e B, nessa ordem, admitem que se prestassem mais atenção nas aulas essas dificuldades poderiam ser amenizadas, entretanto 6,67% da turma B e 5,26% da turma A, apontam que aulas de reforço no contra turno e dedicação de mais horas de estudos em casa, na respectiva ordem, poderiam ser boas alternativas para minimizar as dificuldades na compreensão de Geometria Espacial.

**Tabela 6 - Resultado comparativo da questão 8**

<b>Em sua opinião, qual das opções abaixo seria uma boa sugestão para diminuir as dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial?</b>			
<b>3º ANO: TURMA A</b>		<b>3º ANO: TURMA B</b>	
Prestar mais atenção nas aulas	2	Prestar mais atenção nas aulas	4
Melhor estruturação das escolas, como criação de laboratórios, possibilitando maiores possibilidades de aprendizagem	12	Melhor estruturação das escolas, como criação de laboratórios, possibilitando maiores possibilidades de aprendizagem	8
Aulas de reforço no contraturno	0	Aulas de reforço no contra turno	1
Metodologias diversificadas capazes de despertar a curiosidade dos alunos	4	Metodologias diversificadas capazes de despertar a curiosidade dos alunos	2
Dedicar mais horas de estudos em casa	1	Dedicar mais horas de estudos em casa	0

Fonte: Autoria própria (2022)

#### 4.2 APRESENTAÇÃO DA PRODUÇÃO DOS ALUNOS DO 3º ANO A

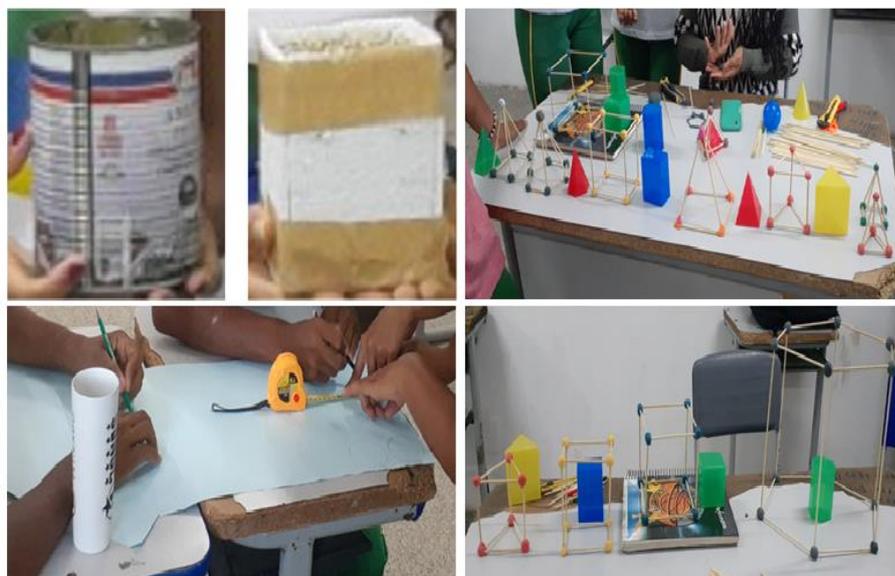
Depois da familiarização com o público-alvo da pesquisa e conhecimento de suas respectivas opiniões acerca da Matemática, da Geometria Espacial e ainda de quais suas maiores dificuldade na aprendizagem e conhecimento da visão dos alunos sobre como os conteúdos deveriam ser abordados nas aulas, apresentamos algumas produções da turma A.

O bloco retangular reto retângulo que se encontra na Figura 6 abaixo é o resultado da construção de um dos grupos para verificação do Princípio de Cavalieri. Nesta aula, a turma foi dividida em grupos e depois das construções verificou-se o Princípio de Cavalieri por meio de atividade prática. Vale ressaltar que a turma B também realizou esta atividade e que todos os grupos obtiveram sucesso na verificação, pois pequenas diferenças ocorridas para mais ou para menos é perfeitamente aceitável, uma vez que as medições foram realizadas em sala de aula e podem não ter ocorrido com total perfeição.

De acordo com o desenvolvimento do trabalho, sempre procurando ministrar aulas que buscava unir teoria e prática e com o objetivo de correlacionar a Geometria Espacial com o

cotidiano de cada envolvido no processo, e com auxílio dos sólidos geométricos espaciais manipuláveis, os estudantes se mantiveram motivados a participar ativamente das aulas e das atividades de construção dos sólidos necessários para a criação do laboratório de Geometria Espacial. Nas Figuras 6 e 7, são exibidas algumas construções produzidas durante as aulas.

**Figura 6** - Produção dos alunos



Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 7** - Laboratório de Geometria Espacial construído pelos alunos



Fonte: Autoria própria (2022)

### 4.3 ALGUNS RELATOS DE ALUNOS DA TURMA A E DA TURMA B

À medida que aulas aconteciam era possível observar que o envolvimento dos alunos aumentava, seja na turma A, acredito que pelo fato de estarem trabalhando algo que para eles ainda era novo, e mesmo na turma B, talvez motivados exatamente pelo fato de não estarem trabalhando com o “novo”, porém alimentados pelo desejo de se mostrarem também capazes de evoluir, ainda que suas aulas fossem ministradas com metodologia tradicional. É possível perceber a motivação dos estudantes quando observamos alguns relatos empolgados como, por exemplo, este da aluna 1 da turma A exibido abaixo.

Com a ajuda do professor Josiel eu pude me aprofundar mais em Geometria e perceber o quão importante ela é em nossas vidas, foram dias de empenho e muito aprendizado. Construímos várias figuras geométricas para assim conhecer ainda melhor essa parte incrível da matemática. Nas primeiras aulas não sabíamos o básico e saímos sabendo tudo (ALUNA 1, 3º ANO A).

De acordo com o pequeno relato da aluna 1 do 3º ano A, pode se perceber o quanto ela gostou de ter estudado Geometria Espacial com os recursos utilizados, ideia encontrada em Cardia (2014, p.12), quando afirma que a manipulação de objetos instiga o raciocínio, reflexão e construção do conhecimento. Ela destaca a descoberta da importância da geometria em nossas vidas, enfatiza o empenho e dedicação durante as aulas e a classifica como parte incrível da matemática, destacando o papel do professor, como reitera D'Ambrosio (2009, p.104) ao afirmar que o professor tem liberdade de ação ao iniciar a aula. É verdade que a aluna se empolga quando afirma ter aprendido tudo, mas certamente melhorou seu conhecimento acerca da temática abordada. Outra aluna do 3º ano A, a qual chamaremos de 2, também destaca a importância das aulas como podemos observar abaixo.

Para mim foi uma das aulas que mais aprendi, pois ficava muito perdida nas questões de faces, vértices e arestas não conseguia identificar qual era cada um. Nas aulas de Geometria Espacial aprendi muitas coisas, sei qual é, e identificar o que são as figuras espaciais e planas, sei calcular o volume entre outras coisas... (ALUNA 2, 3º ANO A).

De acordo com a aluna 2, ela tinha dificuldades para identificar as arestas, vértices e faces dos sólidos, e por isso, ficava perdida quando nas aulas o assunto tratado era essa temática, porém afirma que foram as aulas em que mais aprendeu, reforçando a ideia explicitada em Cardia (2014, p.12) quando afirma que a manipulação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado e de Silva (2016, p.6) quando se refere a inserir

as inovações tecnológicas no ensino de matemática. Ela declara agora saber diferenciar figuras geométricas planas de figuras geométricas espaciais e calcular entre outras coisas, os volumes dos sólidos.

Em razão do trabalho ter sido desenvolvido com o uso de duas metodologias, uma para a Turma A e outra para a Turma B, é importante destacar ainda relatos de alunos da turma B na qual a metodologia utilizada foi a tradicional. Vejamos o relato a seguir.

Geometria Espacial: a Geometria Espacial é um assunto muito bom, mas um pouco difícil de se compreender. No entanto ela nos ensina como calcular o volume, largura e comprimento dos sólidos, que no caso são: cone, cubo, paralelepípedo, prismas de bases triangulares, retangulares e quadrangulares, além de tudo isso citado, a Geometria Espacial está presente em tudo que utilizamos como: caixa de pizza, canos, caixa d'água, bola de futebol e até no próprio corpo encontra-se a Geometria Espacial. Acho que as escolas deveriam colocar mais em prática esse conteúdo que é muito excluído no Ensino Fundamental e Médio. (ALUNO 1, 3º ANO B).

Para o aluno 1 da turma B, a Geometria Espacial é conteúdo interessante, porém difícil de compreender. Ele reafirma a importância dos conhecimentos geométricos para cálculos de volumes dos sólidos, larguras e comprimento de faces, e destaca sua presença em nosso cotidiano citando alguns objetos como exemplos, ideia percebida em Lorenzato (1995, p.5), quando afirma que a geometria está em toda parte.

Encerra seu pequeno relato argumentando que as escolas deveriam trabalhar mais o tema, pois acha que o conteúdo é muito excluído do ensino fundamental e médio, ausência citada por Nacarato (2002, p.85). A aluna 2 do 3º ano B, conforme relato explicitado na abaixo, destaca a importância do conteúdo de geometria e fala da dificuldade de compreendê-lo.

A Geometria Espacial é um assunto bastante complicado, principalmente estudando só com os livros, mas com o passar das aulas e com nosso esforço foi se tornando um pouco compreensível, e sabendo que mesmo sendo um assunto não tão falado é bastante importante para o nosso cotidiano. (ALUNA 2, 3º ANO B).

Como podemos observar no relato da aluna exibido na figura acima, ele começa declarando que acha a Geometria Espacial um assunto muito complicado, principalmente se a metodologia de ensino aplicada pelo professor se limitar apenas aos livros didáticos, o que reforça a necessidade do docente procurar novas estratégias de ensino, a final, ao iniciar a aula ele tem total liberdade para tal, como reitera (D'AMBROSIO, 2009, p.104).

No entanto, ela declara que com o decorrer das aulas, e compromisso por parte dos alunos, o tema foi ficando mais compreensível, sendo possível entender que, apesar de ser um tópico pouco abordado nas escolas, como reitera Nacarato (2002, p.85), é bastante importante

para nosso cotidiano como destacou Lorenzato (1995, p.5). O relato abaixo apresenta a opinião de mais uma aluna da turma B.

A geometria ensina as pessoas olharem o mundo com outros olhos, pois com seu estudo você passa a compreender que ela está presente em tudo. Aprender como se calcula a área, volume e a diferença entre Geometria Espacial e Plana é necessário para o nosso dia a dia. (ALUNA 3, 3º ANO B).

De acordo com a aluna, o mundo é visto de outra forma a partir do estudo e compreensão da Geometria Espacial, uma vez que por meio dela aprendemos a olhar a nossa volta por outros ângulos e assim é possível percebê-la por toda parte, ideia explicitada por Lorenzato (1995, p.5) ao afirmar que "A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la. Enfatiza a necessidade cotidiana de compreendermos a diferença entre a Geometria Espacial e a geometria plana e ainda de como calcular as áreas de superfícies e volumes dos sólidos geométricos. A seguir temos o depoimento da aluna 3 da turma A

As aulas de Geometria Espacial foram importantíssimas, trouxeram um grande aprendizado. Aulas práticas nos ensinam de um modo diferente, e nos faz enxergar e compreender melhor o conteúdo. (ALUNA 3, 3º ANO A).

Para a aluna 3 do 3º ano A, as aulas foram de grande importância, pois levaram muitos conhecimentos aos alunos, acrescenta sobre a importância das aulas desenvolvidas por meio de práticas, pois, para ela, o conteúdo passa a ser visto por um melhor ângulo e, dessa forma, existem maiores possibilidades de compreensão por parte dos estudantes.

Dessa maneira, por meio de alguns depoimentos de alunos das duas turmas, é possível perceber que eles se sentiram motivados a participar ativamente do desenvolvimento do trabalho, independente da prática metodológica adotada, no entanto, é visível uma enaltação por partes dos estudantes que participaram das atividades utilizando materiais manipuláveis. Assim, percebemos que as atividades práticas são importantíssimas por atraírem os alunos, independente no nível de escolaridade como reitera Lorenzato (1995, p.8), em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens.

De acordo com o autor, compreendemos que as práticas para o ensino de geometria devem ser iniciadas logo com as crianças, e devem percorrer toda a vida escolar. Não é recomendável o professor apoiar-se unicamente no livro didático, ao contrário, ele deve se nortear por ele, no entanto, se faz necessário o uso de muitos outros materiais didáticos e estratégias metodológicas. O apoio do material didático, visual ou manipulável, ainda é

fundamental. Aliás, o material didático sempre será necessário porque ele simplesmente provoca a imaginação em qualquer idade (LORENZATO, 1995, p.10), e durante o desenvolvimento da pesquisa foi observada a inquietação dos alunos com o uso dos “novos” materiais e recursos, essa inquietação contribuiu bastante com o trabalho.

#### 4.4 RESULTADOS DE ACERTOS E ERROS DAS QUESTÕES DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Nesta seção foram detalhados e organizados os dados coletados no decorrer da pesquisa. A fim de responder ao objetivo proposto, e facilitar a análise e compreensão dos resultados, os mesmos foram apresentados em gráficos. Primeiramente foram apresentados 10 gráficos, sendo eles referente aos resultados obtidos em cada questão do pré-testes e do pós-teste. Por fim, foi apresentado um gráfico sintetizando o resultado de todas as questões para o pré-teste e para o pós-teste, objetivando mostrar a evolução das duas turmas como um todo.

Em cada gráfico foi apresentado o resultado de acertos e erros, parciais ou totais, de cada questão, separados para o pré-teste para as turmas A e B e para o pós-teste, também separados para as turmas A e B.

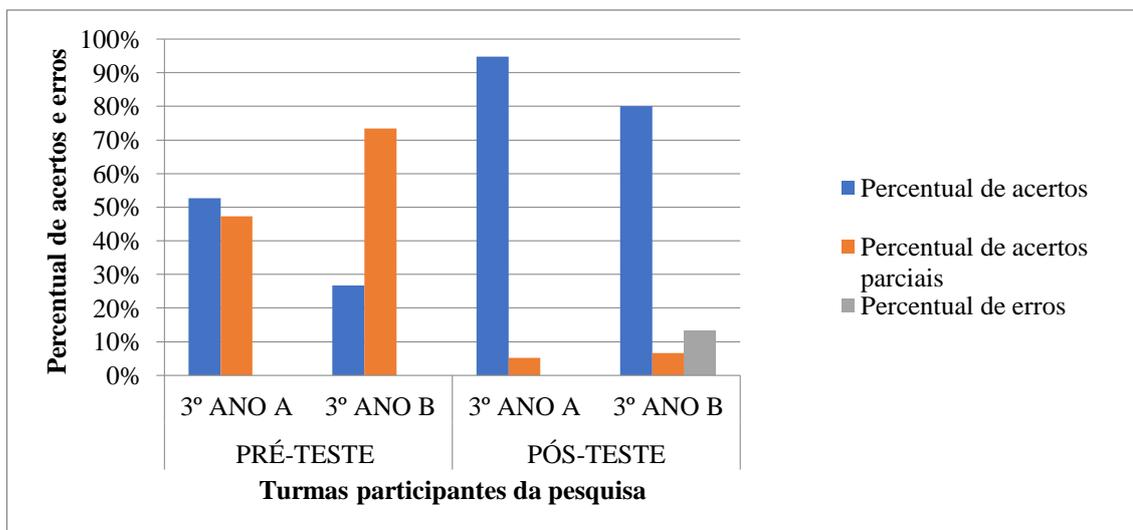
Também com relação aos gráficos, para uma mesma questão, é possível fazer um comparativo para a mesma turma considerando os resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste; bem como fazer o comparativo entre as duas turmas, tanto no pré-teste quanto no pós-teste.

A questão de número 1 do pré-teste sugeriu que os alunos classificassem as figuras geométricas dadas na questão como planas ou espaciais, enquanto no pós-teste foi proposto que eles evidenciassem a diferença entre figuras geométricas planas e figuras geométricas espaciais. Note que na questão 1 do pré-teste é exigido apenas a identificação das figuras planas e espaciais, enquanto na questão 1 correspondente do pós-teste é exigido um conhecimento mais conceitual.

De acordo com os resultados expostos no Gráfico 1, é possível verificar que não houve erro na primeira questão do pré-teste em nenhuma das turmas, sendo que a turma A obteve 52,63% de acertos e 47,37% de acertos parciais e a turma B, 26,67% e 73,33%, nessa mesma ordem, para acertos e acertos parciais. Ainda é possível perceber que a turma A teve melhor desempenho, tanto no pré-teste quanto no pós-teste comparado com a turma B, porém a turma B teve maior evolução na quantidade de acertos do primeiro para o segundo teste, pois teve

uma evolução de 53,33%, saindo de 26,67% e chegando a 80% de acertos, enquanto a turma A saiu de 52,63% e chegou a 94,74% de acertos, o que mostra uma evolução de 42,11%.

**Gráfico 1** - Resultado de acertos e erros da primeira questão do pré-teste e do pós-teste

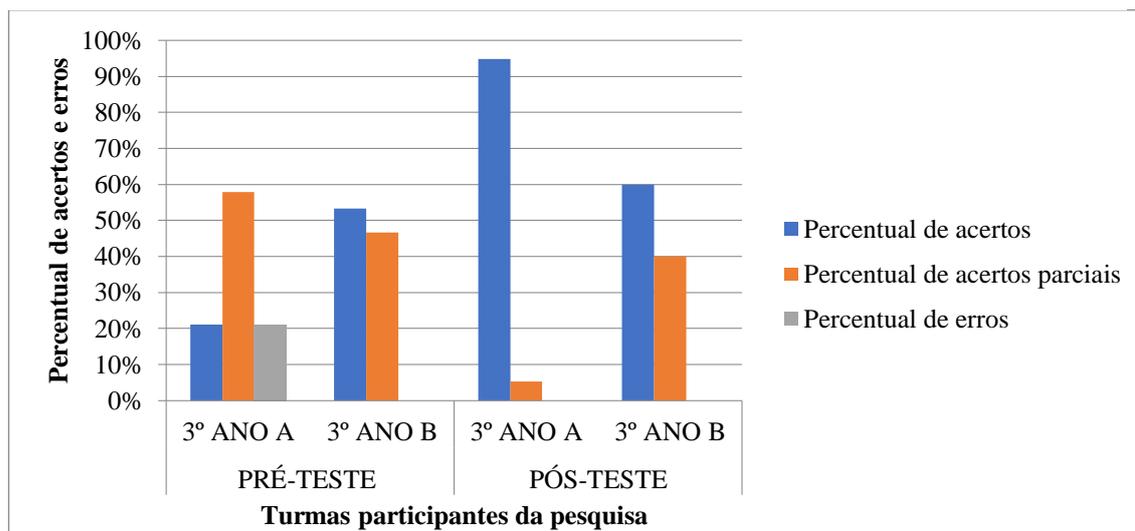


Fonte: Autoria própria (2022)

Uma aparente contradição é que a turma B, mesmo com uma boa evolução alcançada do pré-teste para o pós-teste, 13,33% dos alunos erraram a primeira questão do pós-teste, que pode ser justificada pelo fato da questão do pós-teste ter uma natureza mais conceitual.

O segundo gráfico, Gráfico 2, apresenta os resultados de acertos e erros referentes às segundas questões. Na questão do pré-teste, os estudantes são indagados a responderem, dentre as figuras planas e espaciais indicadas, quais das figuras espaciais eles conheciam, e no pós-teste, é sugerido que citem objetos presentes no nosso cotidiano com os formatos de alguns sólidos geométricos indicados, mantendo dessa forma uma relação de proximidade entre as duas questões. Assim, pelos dados apresentados no gráfico, pode se observar que a turma B, com 53,33% de acertos e 46,67% de acertos parciais, teve um desempenho bem melhor que turma A no pré-teste, onde esta última conseguiu apenas 21,05% de acertos, 57,9% acertos parciais e ainda apresentou 21,05% de erros.

**Gráfico 2** - Resultado de acertos e erros da segunda questão do pré-teste e do pós-teste

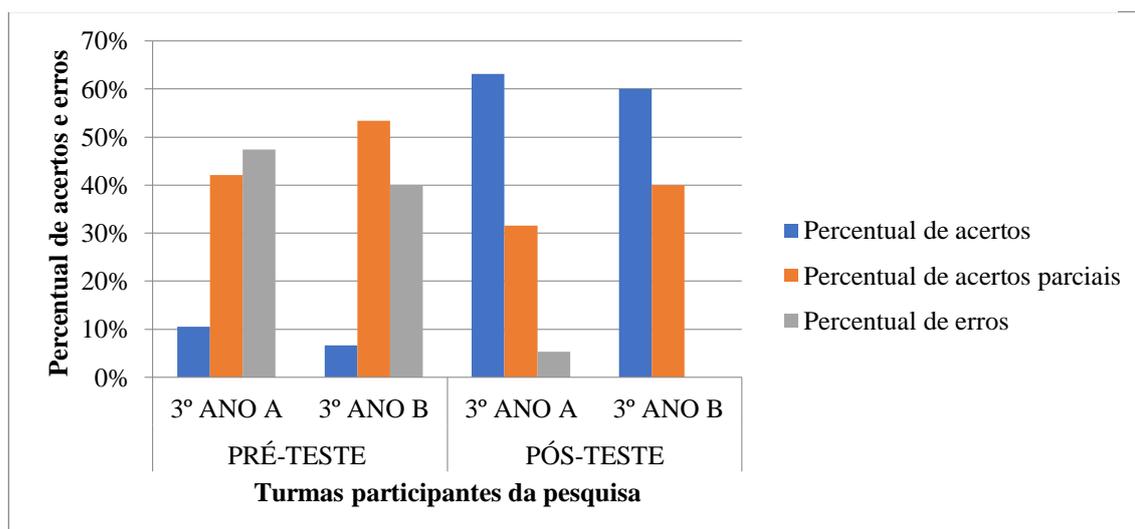


Fonte: Autoria própria (2022)

Com referência ao mesmo gráfico, já no pós-teste a situação se inverteu e o 3º ano A atingiu 94,74% de acertos, diminuiu significativamente os acertos parciais para 5,26% e não apresentou erros nessa questão. Por outro lado, o 3º ano B também melhorou seu desempenho, atingindo 60% de acertos e 40% de acertos parciais, e mais uma vez não apresentou erro, porém a evolução foi bem menor que a outra turma, que chegou a atingir uma melhora de 73,69% na quantidade acertos. É visível que a turma A, mesmo saindo do pré-teste com um resultado inferior à turma B, após as atividades desenvolvidas com a metodologia utilizando materiais concretos e software, teve um melhor desempenho nesta questão.

A terceira questão do pré-teste questionou quais características possuía cada figura identificada na questão anterior, enquanto a do pós-teste perguntou quais os tipos de faces, como triângulo, retângulo, etc, possuía as figuras espaciais da questão anterior. Note que a pergunta da questão do pré-teste é mais abstrata que a pergunta do pós-teste, embora as respostas pudessem ser as mesmas. De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 3, é possível perceber que ambas as turmas tiveram um avanço significativo e muito semelhantes neste item, pois a turma A saiu de 10,53% para 63,16% de acertos, enquanto a turma B chegou a 60% depois de ter obtido apenas 6,67% inicialmente.

**Gráfico 3** - Resultado de acertos e erros da terceira questão do pré-teste e do pós-teste



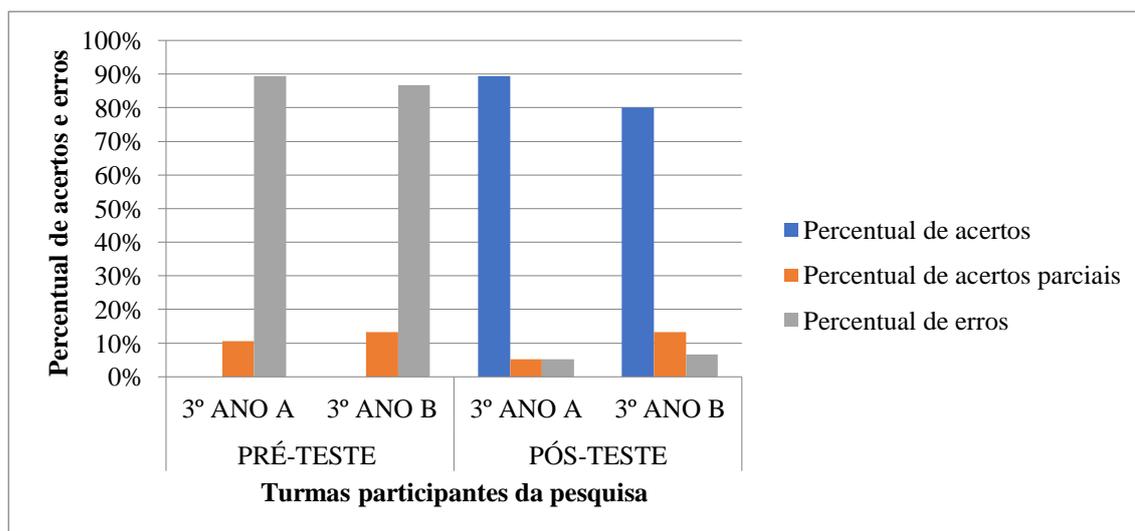
Fonte: Autoria própria (2022)

No que se refere aos acertos parciais, também com relação ao Gráfico 3, os desempenhos também foram muito parecidos, pois ambas as turmas diminuíram os percentuais, de 42,11% para 31,58% e 53,33% para 40% para as turmas A e B, respectivamente, fato que se repete quando se observa a quantidade de erros, pois a turma do 3º ano B não obteve erros no pós-teste, e 3º ano A, embora apresente 5,26% de erros no pós-teste, teve redução de 42,11% na quantidade de erros em relação ao pré-teste.

Considerando que as respostas para as duas perguntas são bem similares, é possível que o modo como foi feita a pergunta nas duas questões, além dos conhecimentos adquiridos durante o processo das aulas nas duas turmas, pode ter contribuído com o resultado apresentado no gráfico da questão 3.

O questionamento da quarta questão do pré-teste foi se os alunos conheciam alguma fórmula para encontrar a área das faces laterais e volume das figuras espaciais que eles identificaram nas questões anteriores. Considerando o baixo índice de acertos para as duas turmas nas questões anteriores do pré-teste, era esperado um alto índice de erros nesta questão. De fato, conforme mostrado no Gráfico 4, nenhum aluno conseguiu responder corretamente à questão em nenhuma das turmas, e a quantidade de acertos parciais foi muito pequena, sendo 10,53% para a turma A e 13,33% para a turma B e o percentual de erros foi de 89,47% e 86,67%, respectivamente, para as turmas A e B.

**Gráfico 4** - Resultado de acertos e erros da quarta questão do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Autoria própria (2022)

No entanto, na quarta questão do pós-teste que indagava sobre a relação existente entre os volumes de um cilindro e de um cone que possuíam a mesma área da base e a mesma altura, que exigia o conhecimento das fórmulas para o cálculo do volume desses dois sólidos, o resultado foi bastante satisfatório, com um total 89,48% de acertos para o 3º ano A e 80% para o 3º ano B. Os acertos parciais foram de 5,26% e 13,33% e os erros de 5,26% e 6,67% para as turmas A e B, respectivamente. Observe que, independente da metodologia implementada nas duas turmas, os resultados foram bem similares.

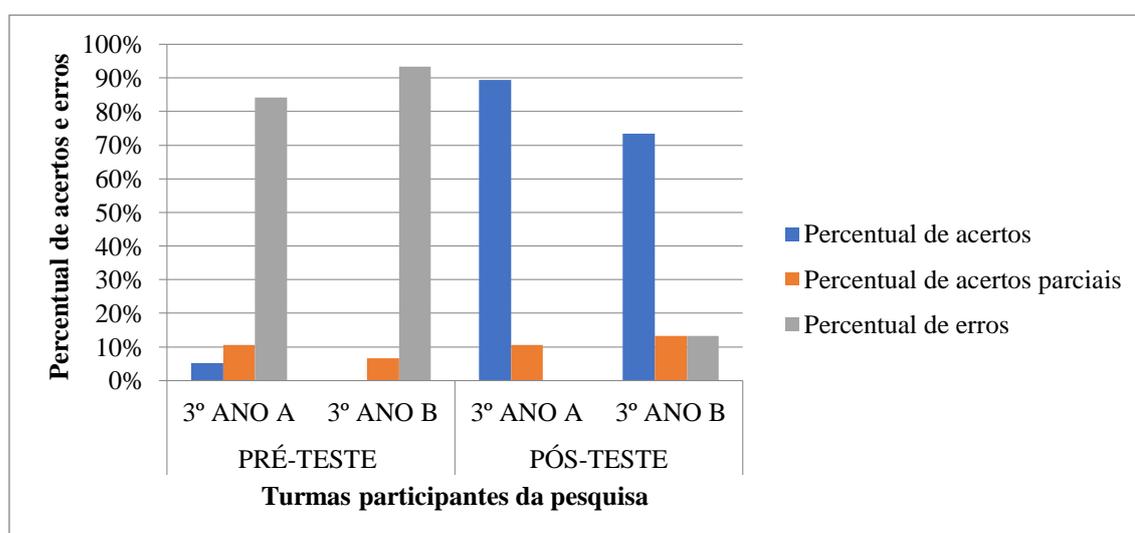
O gráfico abaixo apresenta os resultados da questão 5, que para o pré-teste, indagou: Você tem alguma ideia, mesmo sem saber as fórmulas, para calcular o volume das figuras espaciais identificadas nos itens anteriores? Seria possível também achar o volume de qualquer figura espacial usando essa sua ideia? E para o pós-teste: Você já deve ter percebido que um dos esportes mais praticados no mundo é o futebol. Agora que estamos em época de copa do mundo, acredito que você esteja vendo os jogos da seleção brasileira, você consegue perceber a Geometria Espacial em uma partida de futebol? Como?

Para as questões indagadas, é importante enfatizar que as mesmas não se encontram necessariamente ligadas à mesma linha de raciocínio para resolução, dado que a primeira instiga os alunos a apresentarem ideias para calcular volumes, e a segunda apenas os motiva a citarem, por exemplo, alguns objetos ou construções que estejam relacionados à Geometria Espacial.

Para a primeira indagação, que esperava que os alunos tivessem uma ideia parecida com a utilizada por Arquimedes, que seria mergulhar o objeto que se desejava encontrar o volume

em um recipiente cheio de um líquido, que poderia ser água, e medir o volume do líquido extravasado. Pelos resultados apresentados no Gráfico 5, verificou-se que o aproveitamento não foi bom, uma vez que tivemos apenas 5,26% e 0% de acertos, 10,53% e 6,67% de acertos parciais e 84,21% e 93,33% de erros, para as turmas A e B, nessa ordem. Observe que o percentual 5,26% de acerto da turma A corresponde a exatamente um aluno. Por outro lado, talvez também motivados pelo o enunciado da questão, além dessa ter sido proposta após o trabalho realizado, e teoricamente ser uma verificação mais simples de se fazer, os resultados apresentados foram bastante diferentes dos primeiros, e demonstraram 89,47% e 73,34% de acertos, 10,53% e 13,33% de acertos parciais e 0% e 13,33% de erros, seguindo a ordem das turmas apresentadas anteriormente. É perceptível que a turma A teve uma sensível melhora com relação à turma B.

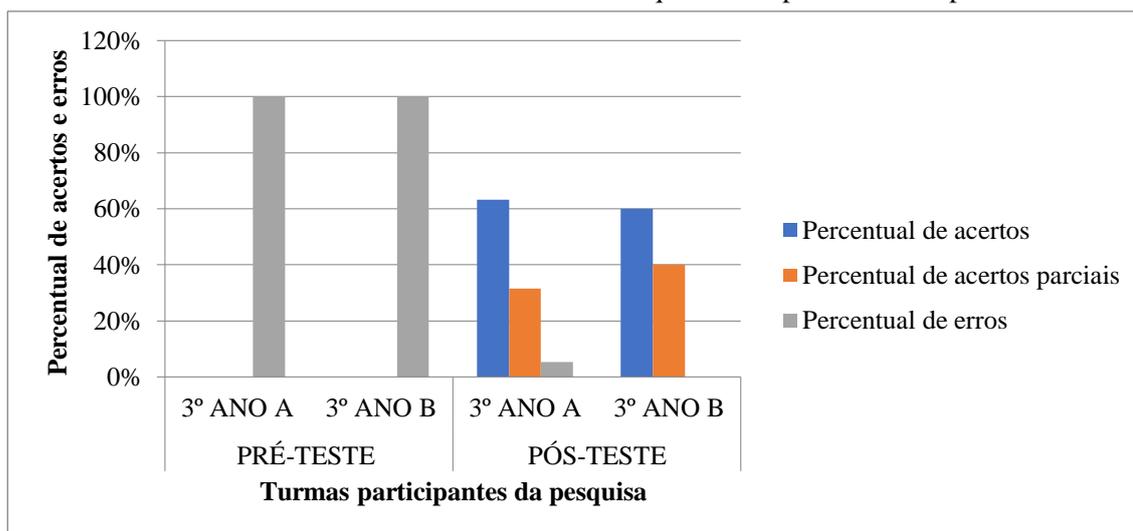
**Gráfico 5** - Resultado de acertos e erros da quinta questão do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Autoria própria (2022)

O Gráfico 6 apresenta os resultados da sexta questão dos dois testes que, ao contrário da questão anterior, estão intimamente ligadas, pois apresentam apenas uma alteração em seus enunciados, o valor da aresta do cubo. A primeira propôs que os alunos encontrassem a área lateral total e o volume de um cubo que mede 10 cm de aresta, e a segunda, que encontrassem a área lateral total e o volume de um cubo que mede 20 cm de aresta. Assim, observando os dados expostos no gráfico abaixo, é facilmente perceptível que todos os alunos das duas turmas erram totalmente a questão no pré-teste.

**Gráfico 6** - Resultado de acertos e erros da sexta questão do pré-teste e do pós-teste



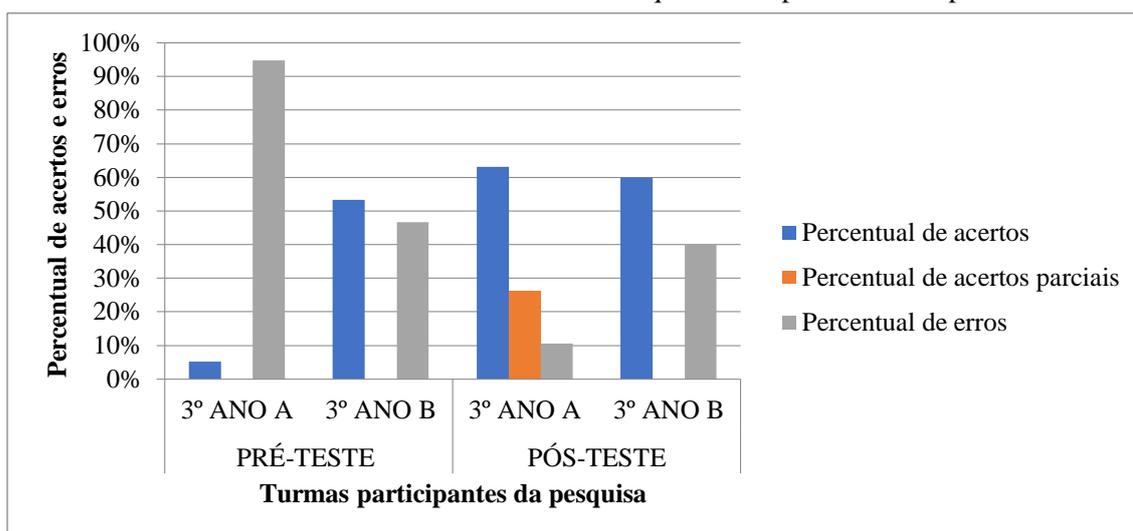
Fonte: Autoria própria (2022)

Entretanto, quando foram instigados a resolverem a questão no pós-teste, eles tiveram outra desenvoltura, pois os resultados apresentados mostram outra realidade como pode ser verificado pelos resultados expostos acima. Podemos observar que a quantidade de acertos partiram de zero e chegaram a 63,16% na turma A e a 60% na turma B, os acertos parciais, que também se apresentaram em 0% em ambas as turmas no teste inicial, foram elevados a 31,58% e 40% e os erros se reduziram a 5,26% e 0%, respectivamente para as turmas A e B, o que mostra um avanço considerável para a resolução da questão.

Observamos que as duas turmas tiveram resultados muito similares, tanto no comparativo nos resultados no pré-teste e pós-teste, como na evolução entre os dois testes. Mesmo considerando a evolução das duas turmas, era esperado que todos os alunos conseguissem responder uma questão básica do cálculo de área lateral total e de volume de um paralelepípedo.

O Gráfico 7 nos mostra os resultados da sétima questão que fez o seguinte questionamento: Você já deve ter percebido que frequentemente utilizamos pequenos copinhos descartáveis de 50 ml para tomar o famoso cafezinho. Você saberia relacionar o referido copinho a uma figura espacial? A qual figura espacial? O referido enunciado foi mantido na íntegra para o pós-teste e, ao observamos os resultados expostos no gráfico abaixo, é possível perceber a grande evolução da turma A, e uma pequena melhora na turma B. No primeiro teste, apenas 5,26% dos alunos do 3º ano A acertaram a questão, e os outros 94,74% erraram a questão, de outro modo, o 3º ano B obteve um aproveitamento inicial bem superior a turma A nessa questão do pré-teste, com 53,33% de acertos e 46,67% de erros.

**Gráfico 7** - Resultado de acertos e erros da sétima questão do pré-teste e do pós-teste



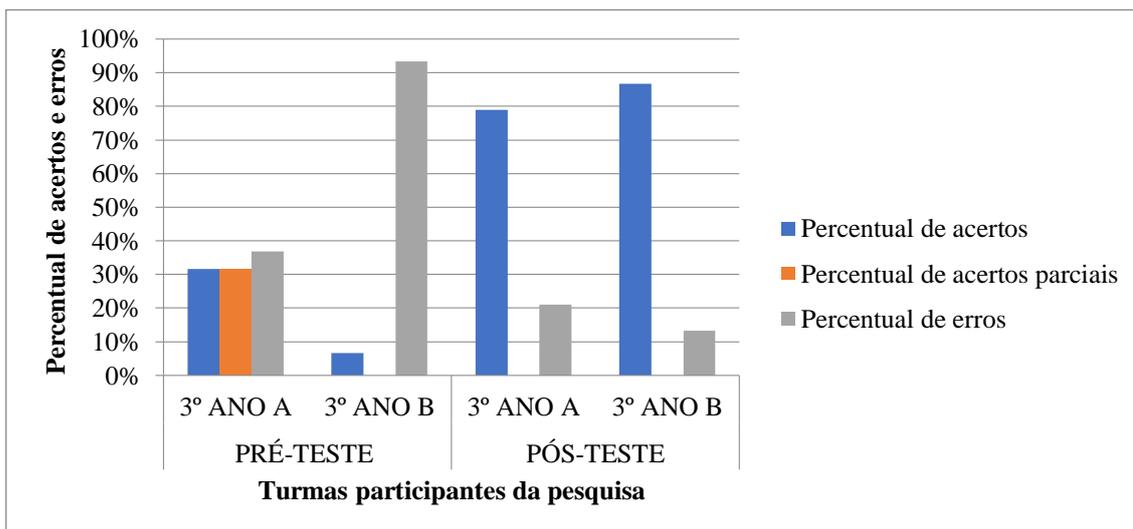
Fonte: Autoria própria (2022)

Todavia, as informações nos mostram que o cenário sofreu uma significativa mudança depois do desenvolvimento do trabalho, no pós-teste a turma A apresentou uma evolução de 57,9%, e atingiu 63,16% de acertos, outros 26,32% conseguiram acertar parcialmente a questão e o percentual de erros variou de 94,74% para 10,52%, sofrendo uma variação percentual de 84,22%. Por outro lado, a turma B chegou a 60% de acertos depois ter alcançado 53,33% no pré-teste, tendo uma variação positiva de 6,67%, que é exatamente o percentual de redução dos erros, que partiram de 46,67% e chegaram a 40% no pós-teste. Para esta última turma, vale enfatizar que não houve acertos parciais e foi obtida uma melhora bem modesta no percentual de erros comparativos entre os dois testes, situação bem diferente com a turma A, onde houve uma redução significativa no percentual de erros entre os dois testes.

Outra questão que teve o texto mantido na sua íntegra do pré-teste para o pós-teste foi a de número 8, cujos resultados estão apresentados no gráfico abaixo. O enunciado fez os seguintes questionamentos: Se observarmos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica? A ideia inicial da questão foi verificar a percepção dos alunos acerca da Geometria Espacial inserida em nosso meio através das construções.

Pelos resultados obtidos no Gráfico 8, observa-se que não foram muitos os alunos que responderam corretamente à questão quando foi proposta antes do desenvolvimento do trabalho, isto é, no pré-teste.

**Gráfico 8** - Resultado de acertos e erros da oitava questão do pré-teste e do pós-teste

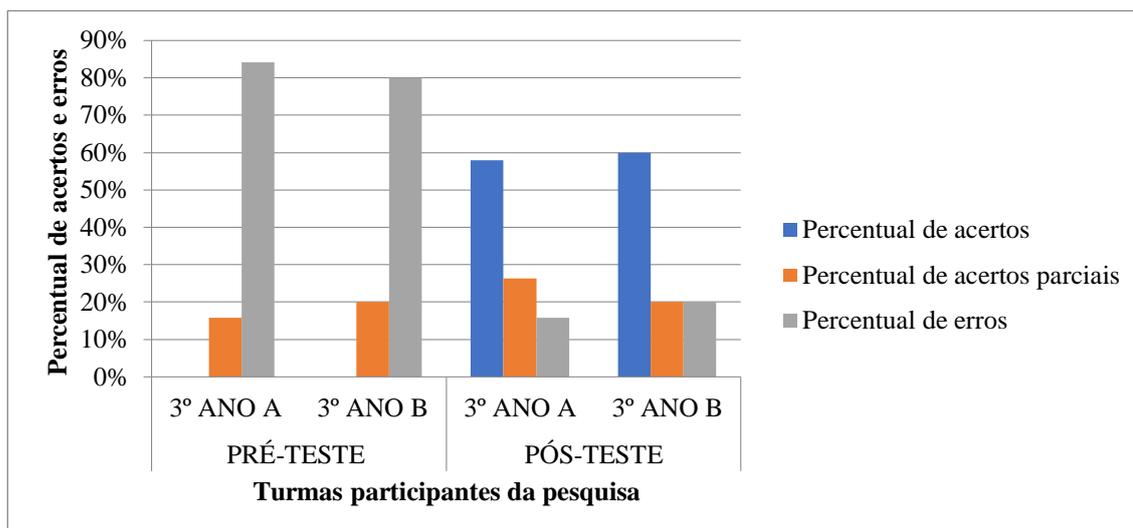


Fonte: Autoria própria (2022)

As turmas do 3º ano A e 3º ano B obtiveram, respectivamente, os seguintes desempenhos: 31,58% e 6,67% de acertos, 31,58% e 0% de acertos parciais e 36,84% e 93,33% de erros. Pelos resultados do pré-teste, fica evidente que o desempenho da turma A, ainda que tenha sido abaixo do que podemos considerar como regular, foi bem melhor o que o da turma B. No entanto, os resultados do pós-teste nos leva a uma realidade bem diferente da primeira, pois ambas as turmas melhoraram e conseguiram resultados satisfatórios, porém a turma B teve uma evolução bem maior e atingiu 86,67% de acertos ao tempo que a turma A obteve 78,95%. No que se referem aos acertos parciais, ambas as turmas ficaram com 0% e os percentuais de erros foram de 13,33% turma B e 21,05% turma A, resultados animadores, que podem demonstrar a importância de apresentar aos alunos a Geometria Espacial em nosso meio físico.

O gráfico abaixo demonstra os resultados dos dados obtidos a partir das respostas dos alunos para as questões 9 do pré-teste e do pós-teste. Nos dois testes foram propostas situações cotidianas bem semelhantes, no primeiro momento foi colocada da forma a seguir: Imagine a seguinte situação: um pedreiro precisa concretar um pilar no formato de um cilindro de uma certa altura, no entanto deseja pedir a quantidade exata de concreto para que não haja desperdício. Você teria a ideia de como calcular a quantidade de concreto? Como faria?

**Gráfico 9-** Resultado de acertos e erros da nona questão do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Autoria própria (2022)

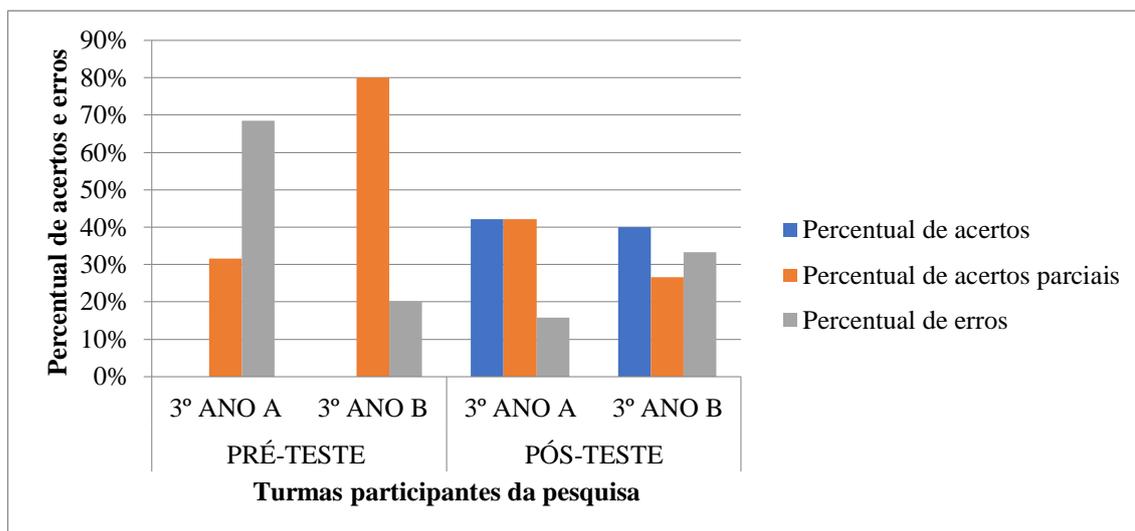
Os resultados do pré-teste apresentados acima não foram satisfatórios, pois nenhum aluno conseguiu imaginar uma situação que pudesse ser considerada 100% correta para a situação proposta, mesmo não utilizando necessariamente fórmulas. Pode se observar que as turmas A e B obtiveram 15,79% e 20% de acertos parciais e 84,21% e 80% de erros, respectivamente.

Já para o pós-teste, cujo enunciado era: Imagine a seguinte situação: um pedreiro precisa concretar uma base de formato cilíndrico de 1 metro de diâmetro e 2 metros de altura para uma caixa d'água. Sabendo que o pedreiro solicitou 1,5 metros cúbicos de concreto, podemos garantir que a quantidade de concreto pedida será suficiente? Se não, qual seria a quantidade correta a ser pedida? O problema sugeriu utilizar 3,14 como o valor aproximado para  $\pi$ . Os alunos tiveram um aproveitamento bem superior à anterior, os percentuais de acertos para as turmas A e B, por exemplo, saíram de 0% para 57,89% e 60%, respectivamente, os acertos parciais na turma A se elevaram de 15,79% para 26,32% e o da turma B se mantiveram em 20%. Os percentuais de erros tiveram uma significativa queda de 84,21% para 15,79% e de 80% para 20% nas turmas A e B, nesta ordem.

Na décima questão do pré-teste foi proposto que os alunos identificassem o número de vértices, arestas e faces de um paralelepípedo reto retângulo de base quadrada e de uma pirâmide de base quadrada com a aresta da base e a altura, iguais a do paralelepípedo, ambos representados em figuras com as medidas destacadas. Pedia ainda que encontrassem os volumes dos sólidos e questionava sobre a existência de alguma relação entre os seus volumes.

Observe que, de acordo com os resultados do pré-teste apresentados no Gráfico 10, nenhum aluno acertou a questão em sua totalidade. Essa situação pode ter sido consequência de a questão conter um pouco mais de detalhes. Como consequência, o número de acertos parciais para as turmas A e B foram bem significativos, cujos percentuais atingiram, respectivamente, 31,58% e 80%. Nesta mesma ordem, os erros ficaram em 68,42% e 20%. Assim, sendo o melhor desempenho, isto é, o maior índice de acertos parciais e menor índice de erros, os resultados do pré-teste da turma B.

**Gráfico 10** - Resultado de acertos e erros da décima questão do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Autoria própria (2022)

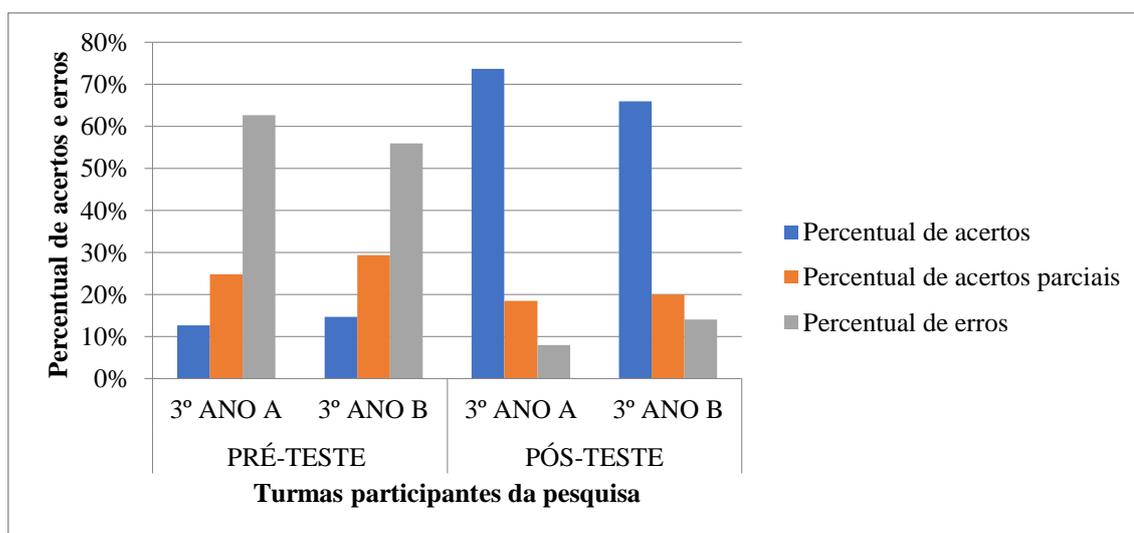
Para o pós-teste, a ideia continuou bem semelhante a primeira, no entanto as figuras geométricas foram alteradas, passando a ser um prisma regular de base hexagonal e uma pirâmide de base hexagonal inscrita no prisma. A questão também solicitou dos alunos que identificassem a quantidade de vértices, arestas e faces de cada sólido. Dessa vez não foi solicitado diretamente o cálculo do volume, porém foi pedido que apresentassem a relação entre seus volumes.

Diante do que foi solicitado aos alunos, e de acordo com os dados no gráfico acima, mais uma vez é possível confirmar a evolução das turmas. Percebemos que os acertos totais, que foram inexistentes no pré-teste, chegaram a 42,11% na turma A e 40% na turma B no pós-teste, desempenhos bastante parecidos. Já os acertos parciais no pós-teste foram 42,11% e 26,67%, respectivamente para turma A e B. Com relação ao pré-teste, percebemos que os acertos parciais aumentaram no 3º ano A e diminuiram no 3º ano B. Com relação aos erros, um dado curioso com relação à turma B, que apesar de ter obtido um índice razoável de

acertos no pós-teste, também aumentou a quantidade de erros, chegando a 33,33%. Por lado, a turma A diminuiu para 15,78% seu percentual de erros, que foi de 68,42% no pré-teste.

O Gráfico 11 apresenta os resultados percentuais de todos os acertos, acertos parciais e erros de todas as questões do pré-teste e do pós-teste. Considerando que os 19 alunos da turma A e os 15 alunos da turma B fizeram os dois testes que continham 10 questões, então para cada quantidade de acertos, acertos parciais e erros obtidos em todas as questões dos dois testes existiam 190 possibilidades para acertos, acertos parciais e erros para o 3º ano A e 150 para o 3º ano B. Dessa maneira podemos ter uma visão geral do desempenho de cada turma, uma vez que já foram observadas questão por questão, e foi possível verificar que houve uma variação momentânea de melhores desempenhos, instante uma, instante outra turma se destacava mais de acordo com a questão observada.

**Gráfico 11** - Resultado de acertos e erros de todas as questões do pré-teste e do pós-teste



Fonte: Autoria própria (2022)

Pelos resultados exibidos no gráfico acima, podemos verificar que existe certo equilíbrio nos desempenhos iniciais das turmas, mas é possível perceber que a turma B, de um modo geral, teve um melhor aproveitamento no pré-teste, uma vez que obteve maiores percentuais de acertos, de acertos parciais e menores percentuais de erros. Mais precisamente, o 3º ano A conseguiu 12,63% de acertos, 24,74% de acertos parciais e 62,63% de erros, e o 3º ano B obteve 14,67%, 29,33% e 56% de acertos, acertos parciais e erros na respectiva ordem, o que ratifica seu melhor desempenho no pré-teste.

Todavia, segundo os dados apresentados acima, depois do trabalho desenvolvido e após a aplicação do pós-teste, nos deparamos com uma nova realidade, onde pode ser

observado um avanço significativo nas duas turmas, visto que ambas elevaram suas quantidades de acertos e diminuíram seus índices de acertos parciais e erros. Porém, o 3º ano A teve um melhor desempenho quando analisamos o processo como um todo, pois evoluiu de 12,63% para 73,68% em sua totalidade de acertos, alcançando uma variação de 61,05%, em acertos parciais saiu de 24,74% para 18,43%, reduzindo em 6,31%, no que se refere aos erros foi de 62,63% para 7,89%, uma redução de 54,74%. Essas quedas nos percentuais de acertos parciais e erros justifica o crescimento no percentual de acertos totais.

Sobre o 3º ano B, os dados mostram que a turma partiu de 14,67% para 66% de acertos do pré-teste para o pós-teste, isso mostra uma evolução 51,33%, que é quase 10% menor que evolução da turma A, que foi de 61,05%. Sobre os acertos parciais, tiveram uma redução de 29,33% para 20%, ou seja, 9,33% de redução, uma redução até maior que o 3º ano A obteve, porém, no que se refere aos erros, saíram de 56% para 14%, 42% de redução, que é 12,74% menor que da turma A, que conseguiu reduzir os erros em 54,74%. Enfim, depois de analisar os dados coletados nos dois testes, conseguimos observar que embora as duas turmas tenham notadamente melhorado, a turma onde foi aplicada a metodologia que fez uso de novas tecnologias e materiais didáticos manipuláveis conseguiu uma melhor evolução.

#### 4.5 APRESENTAÇÃO DE ALGUMAS QUESTÕES DO PRÉ-TESTE E DO PÓS-TESTE

Para ilustrar os resultados apresentados na seção 4.4, foi apresentado nesta seção a análise das respostas das questões 6, 7, 8 e 9 do pré-teste e do pós-teste de uma aluna da turma A e de um aluno da turma B, onde os mesmos, serão identificados por números para preservar suas identidades. A escolha dos alunos de cada turma foi por observação no desempenho, na tentativa de mostrar a evolução que ocorreu em suas aprendizagens durante o desenvolvimento do trabalho.

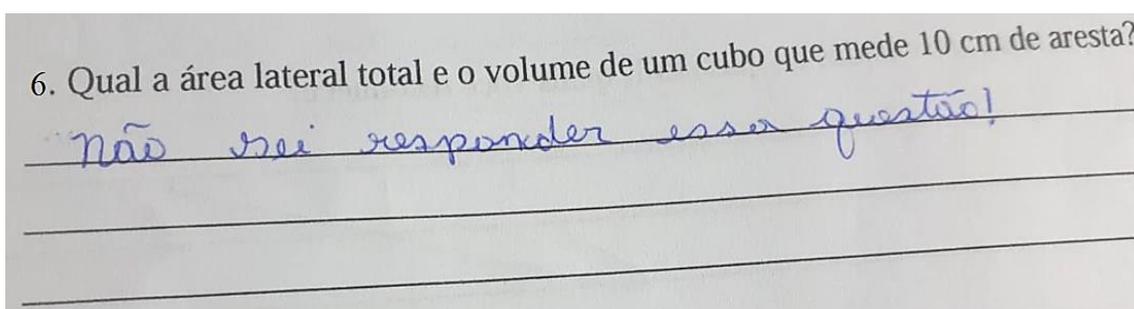
##### 4.5.1 Questões 6 do pré-teste e do pós-teste

A questão 6 do pré-teste e do pós-teste pede para o aluno calcular a área lateral total e volume de um cubo. As questões são as mesmas, apenas diferenciou o tamanho do lado do cubo. À princípio, o objetivo era saber se os alunos já tinham os conhecimentos necessários para cálculos de áreas laterais e de volumes de um cubo, por ser um sólido bem comum ao nosso cotidiano, no entanto, surpreendentemente, todos os alunos de ambas as turmas erraram

a questão no pré-teste, porém, no pós-teste, houve uma boa evolução e as turmas apresentaram um número elevado de acertos, conforme mostrado no Gráfico 6 ( seção 4.4).

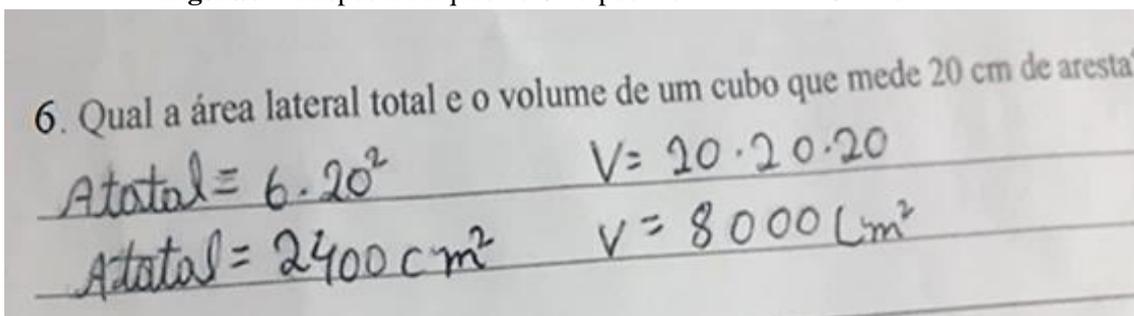
As respostas do pré-teste e pós-teste da questão 6 dada pela aluna 1, da turma A, apresentadas nas Figuras 8 e 9, exemplificam bem a nítida evolução da turma entre o pré-teste e o pós-teste com relação a questão apresentada (Gráfico 6, seção 4.4). No pré-teste, a aluna declara que não sabe responder, e já no pós-teste, a aluna responde a questão de forma correta, no entanto cometeu um pequeno deslize na unidade de volume. Vale salientar que nessa turma o trabalho foi realizado com material concreto manipulável e o software geogebra.

**Figura 8** - Resposta da questão 6 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

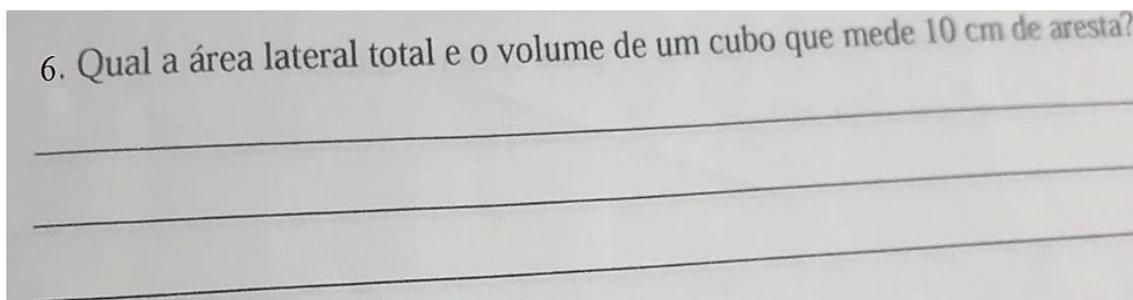
**Figura 9** - Resposta da questão 6 do pós-teste - aluna 1- 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

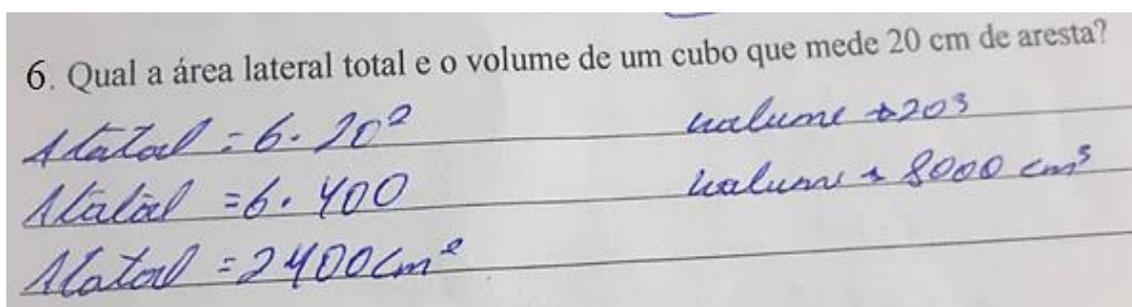
As Figuras 10 e 11 também apresentam as respostas da questão 6 do pré-teste e pós-teste, só que do aluno 4, da turma B. Percebemos que ele também obteve uma grande evolução do pré-teste para o pós-teste, uma vez que deixou em branco a questão do pré-teste e respondeu corretamente a do pós-teste, evolução essa que reflete na grande maioria dos alunos da turma. É relevante enfatizar que o trabalho realizado nessa turma foi com metodologia tradicional, não utilizando material manipulável e nem tecnologias digitais.

**Figura 10** - Resposta da questão 6 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B



Fonte: autoria própria (2022)

**Figura 11** - Resposta da questão 6 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B



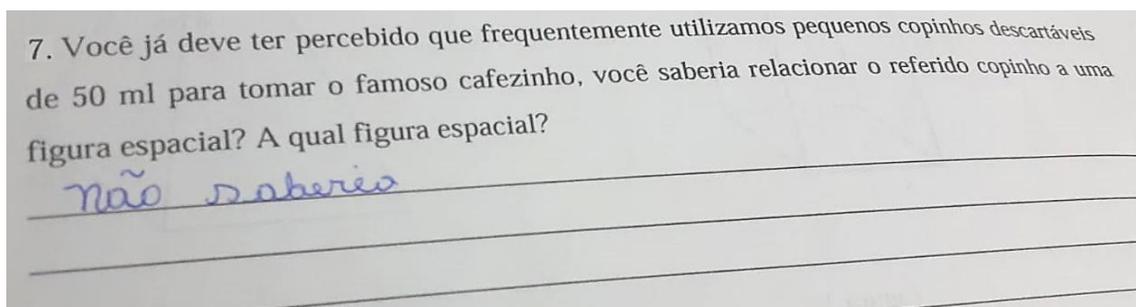
Fonte: Autoria própria (2022)

#### 4.5.2 Questões 7 do pré-teste e do pós-teste

Agora vamos observar a questão 7, cujo texto foi mantido na íntegra do pré-teste para o pós-teste. A ideia inicial foi averiguar se os alunos já conseguiam enxergar a Geometria Espacial presente em objetos de usos cotidianos e, mantê-la no pós-teste, teve a intenção de verificar o nível de acerto dos alunos sobre uma mesma questão que já havia sido trabalhada. Pelas Figuras 12 e 13, percebe-se que a aluna 1, da turma A, não tinha a menor ideia da resposta da questão quando apresentada no pré-teste.

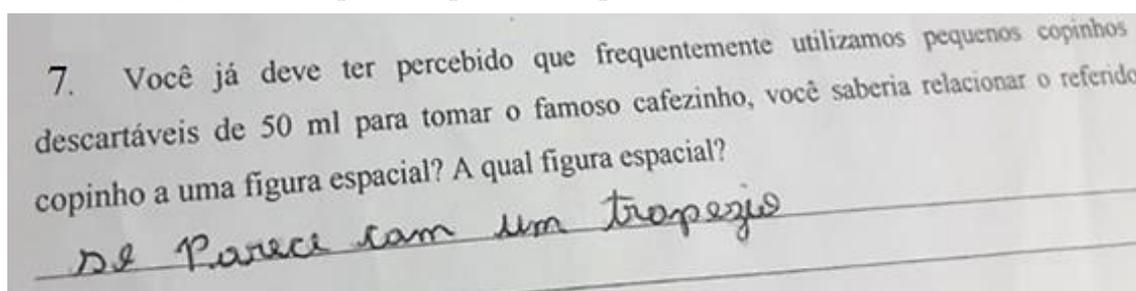
E mesmo no pós-teste sendo a mesma questão apresentada no pré-teste, ainda não conseguiu responder corretamente à questão, no entanto é possível que tivesse alguma ideia da resposta correta, haja vista que a projeção frontal do copo de café é um trapézio, mas mostra a fragilidade na percepção de diferenciar objetos planos de espaciais. Apesar do exemplo ilustrativo dos erros nas respostas apresentadas pela aluna 1, da turma A, muitos alunos da referida turma conseguiram melhorar seus desempenhos e responder corretamente à questão no pós-teste, conforme resultado apresentado no Gráfico 7 da seção 4.4.

**Figura 12** - Resposta da questão 7 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

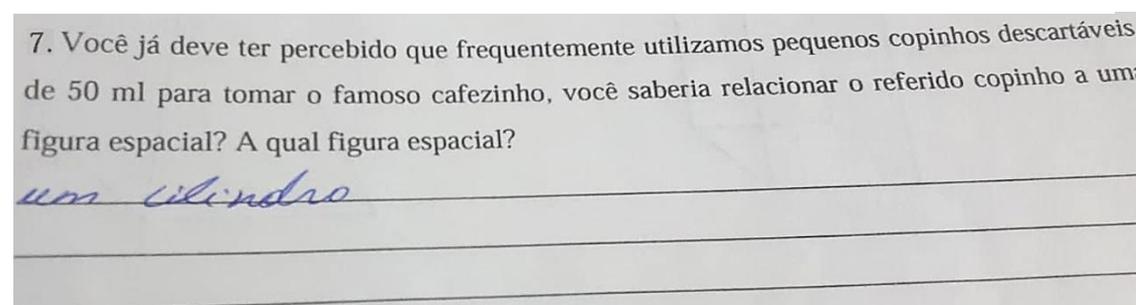
**Figura 13** - Resposta da questão 7 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

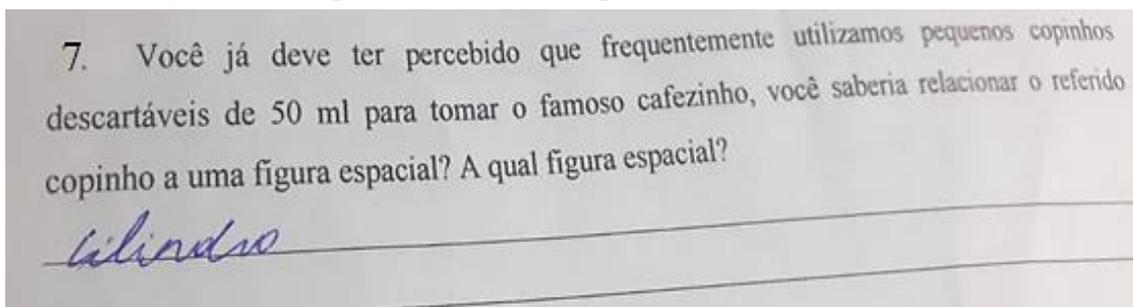
Pelas Figuras 14 e 15, percebe-se que o aluno 4, do 3º ano B, a exemplo da aluna 1, do 3º ano A, também não conseguiu sucesso nessa questão, pois manteve o mesmo erro nos dois testes, associando o copinho descartável a um cilindro, todavia vários alunos da turma conseguiram responder a questão de maneira satisfatória, ainda que não tenha utilizado matérias manipuláveis durante às aulas.

**Figura 14** - Resposta da questão 7 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B



Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 15** - Resposta da Questão 7 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B



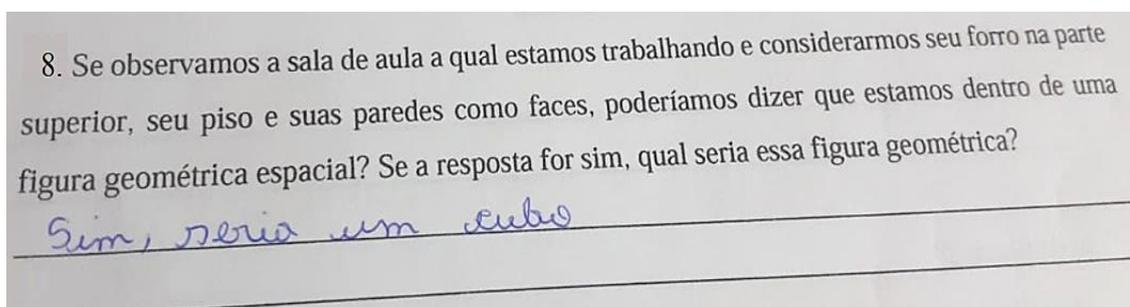
Fonte: Autoria própria (2022)

#### 4.5.3 Questões 8 do pré-teste e do pós-teste

Agora vamos observar a questão 8 que foi mais uma das questões cujo texto foi mantido na íntegra para os dois testes. A questão objetivou identificar se os alunos pesquisados percebem a geometria do seu próprio espaço físico de convivência.

Observando as Figuras 16 e 17, podemos observar que as respostas da aluna 1, da turma A, teve uma boa percepção da sala de aula que poderia ser um cubo como ela respondeu no pré-teste, no entanto, tratava-se de uma sala de aula que tinha paredes opostas paralelas, bem como o piso e o teto, mas, em particular, não tinham todos os lados do mesmo tamanho. Todavia, após as aulas, ela conseguiu associar corretamente a sala de aula em questão a um prisma de base retangular, o que mostra uma boa evolução, uma vez que muitos alunos têm dificuldade de perceber que nem todo paralelepípedo é um cubo, mas que todo cubo é um paralelepípedo.

**Figura 16** - Resposta da questão 8 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 17** - Resposta da questão 8 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A

8. Se observamos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica?

*Sim, um prisma de base retângular*

Fonte: Autoria própria (2022)

As respostas da questão 8, dadas pelo aluno 4, da turma B, representadas nas Figuras 18 e 19, mostram uma evolução satisfatória, pois no pré-teste ele considera a sala de aula como cubo, que até poderia ser, se não se tratasse de sala, em particular, com paredes com medidas diferentes, no entanto, comete um erro quando afirma que não poderíamos considerar a sala de aula como figura geométrica espacial ao tempo que a associa a um cubo. Porém, no pós-teste, ele associa corretamente a sala de aula a um paralelepípedo, além de considerar como sólido geométrico espacial, não contradizendo sua resposta.

**Figura 18** - Resposta da questão 8 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B

8. Se observamos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica?

*não, pois a sala de aula tem a formato de um cubo*

Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 19** - Resposta da questão 8 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B

8. Se observamos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica?

*Sim, um paralelepípedo*

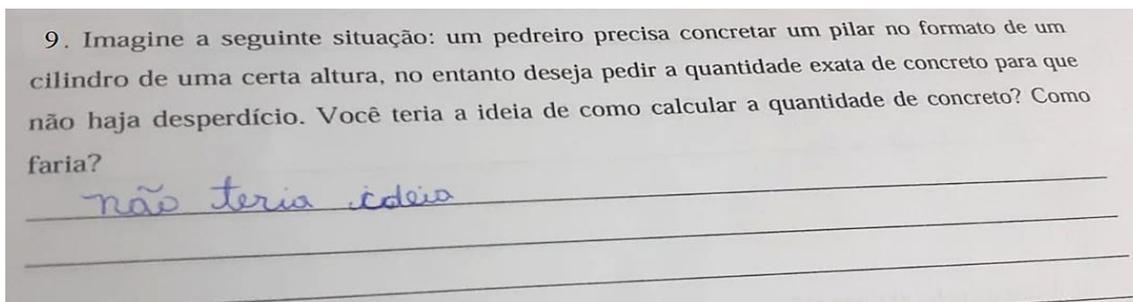
Fonte: Autoria própria (2022)

#### 4.5.4 Questões 9 do pré-teste e do pós-teste

As questões possuem enunciados diferentes, entretanto ambas têm como proposta identificar se os alunos sabem calcular o volume do cilindro, que é multiplicar a área de sua base pela sua altura. No entanto, na questão do pós-teste, é exigido do aluno conhecimento para o cálculo da área de um círculo e de ser capaz de interpretar o problema. Além disso, a questão objetivava mensurar o desempenho dos alunos na resolução de problemas de Geometria Espacial envolvendo situações cotidianas. Adiantamos que nenhum aluno conseguiu responder corretamente à questão do pré-teste, por outro lado, na questão do pós-teste, obtiveram uma boa quantidade de acertos.

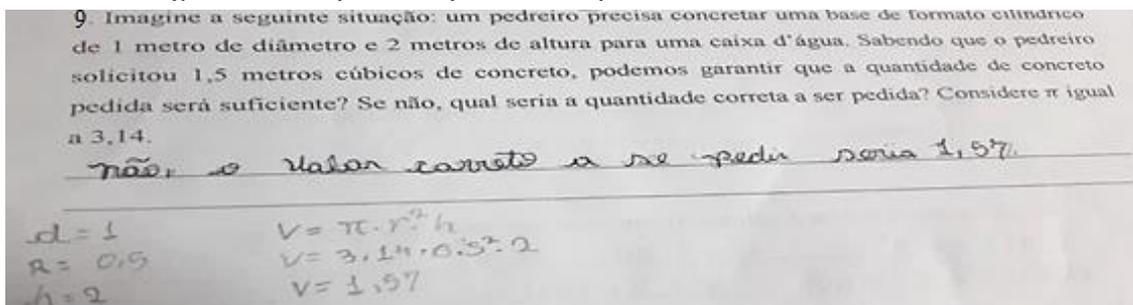
Pelas respostas contidas nas Figuras 20 e 21, é possível verificar que aluna 1 obteve uma grande melhora na capacidade de resolução de questões que envolvem volume de cilindro, no pré-teste ela afirma que não tinha ideia de como resolver a situação, enquanto no pós-teste ela respondeu corretamente a questão proposta.

**Figura 20** - Resposta da questão 9 do pré-teste - aluna 1 - 3º ano A



Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 21** - Resposta da questão 9 do pós-teste - aluna 1 - 3º ano A

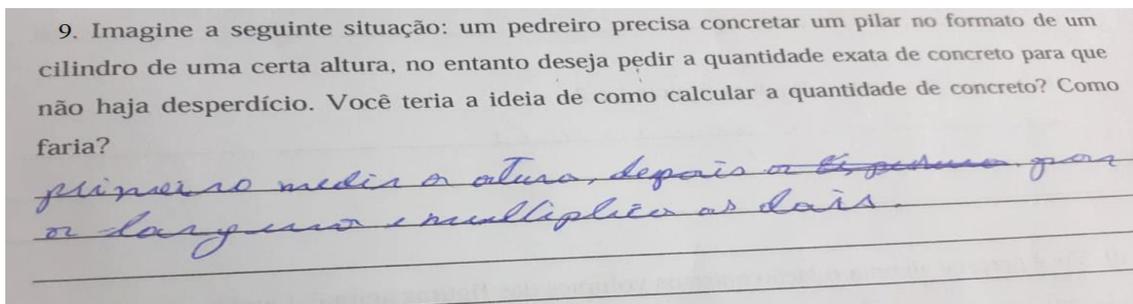


Fonte: Autoria própria (2022)

As Figuras 22 e 23 trazem as respostas do aluno 4, da turma B, que assim como a aluna 1, da turma A, conseguiu acertar a questão no pós-teste depois de ter errado a questão com ideia semelhante no pré-teste. Vale ressaltar que inicialmente ele escreveu uma ideia de

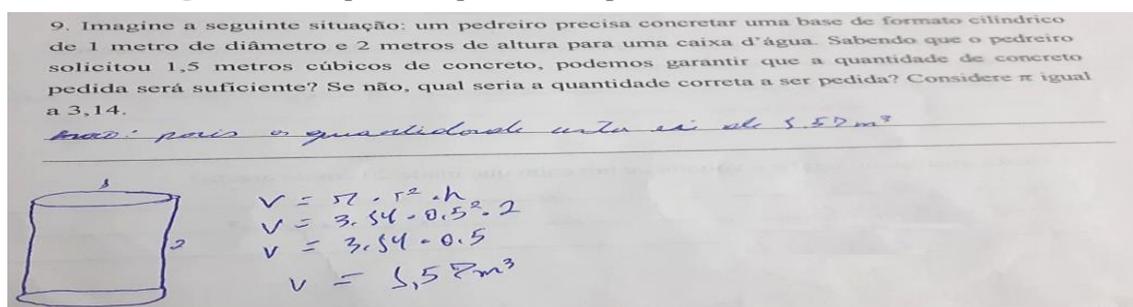
resolução para o problema, enquanto a aluna 1 declarou não ter ideia de como resolver a situação.

**Figura 22** - Resposta da questão 9 do pré-teste - aluno 4 - 3º ano B



Fonte: Autoria própria (2022)

**Figura 23** - Resposta da questão 9 do pós-teste - aluno 4 - 3º ano B



Fonte: Autoria própria (2022)

De acordo com as respostas apresentadas pelos alunos para questões destacadas acima, é possível perceber que eles conseguiram evoluir consideravelmente com o desenvolvimento do trabalho, e seus avanços podem ser estendidos às suas respectivas turmas, como foi mostrado na seção 4.4.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desta pesquisa, comentou-se um pouco sobre o baixo conhecimento matemático da população brasileira e da importância que a matemática teve e continua tendo com significativas e valiosas contribuições para o desenvolvimento social e tecnológico. Mencionou-se também sobre as dificuldades e até o temor que muitos alunos têm à matemática, a considerando como bicho papão, talvez por conta dos altos índices de reprovações que algumas escolas apresentam no referido componente curricular.

Pensando nas dificuldades que nossos alunos têm em compreender a Matemática e ainda que muitas escolas encontram dificuldades para desenvolver matematicamente seus estudantes, o que ocorre por vários motivos, dentre eles, estruturas físicas, condições materiais e tecnológicas, defasagens na formação e qualificação dos profissionais e, às vezes, a falta de motivação do corpo docente e discente, idealizou-se esse trabalho voltado ao ensino de Geometria Espacial que é uma importante parte da Matemática, com o objetivo de aplicar uma metodologia de ensino de Geometria Espacial através da construção de sólidos geométricos.

Essa pesquisa se caracterizou por avaliar duas turmas do 3º ano do ensino médio regular da Unidade Escolar João Pereira de Sousa em Francisco Ayres no estado do Piauí, que pertence à rede estadual de ensino, a saber, as turmas são divididas em 3ª ano A e 3º ano B. A proposta foi trabalhar cada turma com metodologias diferentes, a turma A teve acesso ao conteúdo por meios de software geogebra e mais especificamente com utilização de materiais didáticos manipuláveis, enquanto na turma B foi aplicada a metodologia tradicional como citado anteriormente nesse trabalho.

A apresentação e análise dos dados foi realizada por etapas, primeiramente foi apresentado os resultados do questionário de entrevista que teve como objetivo conhecer melhor o público alvo, em seguida foram apresentados algumas produções dos alunos, posteriormente alguns relatos sobre a suas percepções acerca do trabalho desenvolvido e metodologias aplicadas, em seguida foram demonstrados por meio de gráficos os resultados coletados no pré-teste e no pós-teste. Por fim, algumas respostas de dois alunos nos dois testes para termos uma ideia da evolução dos alunos no decorrer do desenvolvimento do trabalho.

Os resultados foram expostos em 11 gráficos, sendo os 10 primeiros usados para analisar separadamente da primeira a décima questão, apresentando simultaneamente os resultados das duas turmas. O décimo primeiro gráfico demonstrou o desempenho geral das duas turmas nos dois testes. No decorrer das exposições dos resultados das questões

separadamente, pôde ser observada uma alternância de desempenhos, tanto no primeiro quanto no segundo teste.

O fato das turmas se alternarem em melhores desempenhos das questões pode ser efeito de uma qualidade de ensino nivelada, mesmo que por baixo é verdade, mas aparenta equilíbrio no caso do pré-teste, já no que se refere à alternância nos resultados do pós-teste, pode ter sido a motivação que as turmas tiveram ao participar ativamente das aulas, ainda que as metodologias tenham sido diferentes, mas o desejo de se mostrarem capazes pode estar diretamente ligado aos resultados. Dessa forma, a metodologia diversificada pode ter influenciado as duas turmas, diretamente a turma A e indiretamente a turma B, que parece ter se apoiado exatamente no fato de não estar trabalhando com matérias manipuláveis e tentaram se superar mesmo tendo aulas com metodologia tradicional.

O fato é que percebemos pelos resultados do Gráfico 11 que as duas turmas tiveram sucesso após realização do segundo teste, uma vez que aumentaram os percentuais de acertos, diminuíram os acertos parciais e os erros. Os alunos da turma A conseguiram reduzir os erros de 62,63% para 7,89%, os acertos parciais de 24,74% para 18,43% e aumentar os acertos de 12,63% para 73,68%, ou seja, redução de 54,74% e 6,31% na respectiva ordem para erros e acertos parciais e uma evolução de 61,05% para os acertos.

Já os alunos da turma B, conseguiram reduzir os erros de 56% para 14%, os acertos parciais caíram de 29,33% para 20% e progredir nos acertos de 14,67% para 66%, assim houve uma evolução 51,33% nos acertos, ao tempo que houve uma redução 9,33% nos acertos parciais e de 42% nos erros. Assim, diante dos resultados expostos é evidente uma superioridade na aprendizagem da turma A, que obteve 9,72% a mais na evolução de acertos e ainda conseguiu uma maior redução percentual na quantidade de erros.

Portanto chegamos à conclusão que é de fundamental importância que o professor saia da rotina, deixe de lado a zona de conforto em que muitas vezes é mais fácil e cômodo atribuir as responsabilidades às escolas por falta de estruturas materiais e físicas, é claro que também é verdade, porém o docente não deve se prender a esse fato e cair na rotina improdutiva, tão pouco atribuir total responsabilidades às famílias e/ou aos desinteresses dos alunos. Faz-se necessário e urgente o professor utilizar novos métodos.

Com os resultados exibidos neste trabalho, percebemos que a turma que teve acesso ao conteúdo utilizando aparatos tecnológicos e software e, principalmente materiais manipuláveis, obteve maior êxito, daí a importância do professor estar sempre procurando se atualizar, aprimorar os conhecimentos e buscar práticas pedagógicas que torne a sala de aula um ambiente propício ao desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem, e torne o ensino

de matemática mais compreensível, a final a matemática é para todos, porém todo aluno é único e tem ritmo e capacidade própria de aprendizagem.

É importante enfatizar que não devemos pensar unicamente no ensino de Geometria Espacial como trabalhado na pesquisa, o raciocínio deve ser entendido para os diversos conteúdos, e que possa servir de exemplos a outros componentes curriculares. Dessa maneira, aqui comprovamos que as aulas tradicionais também funcionam como o exemplo de Nogueira (2014, p.49), que cita que na turma 3003 houve também uma significativa evolução partindo de 31% de acertos no pré-teste para 74% no pós-teste, ao se referir a uma turma onde foi aplicada metodologia tradicional.

Independentemente do método utilizado, as aulas devem ser bem planejadas e bem executadas, como no desenvolvimento deste trabalho. Ainda assim, conforme foi verificado neste trabalho, é visível que a simples aplicação da metodologia tradicional em que o professor expõe os conteúdos tendo como referência apenas o livro didático e aplicação e resolução de exercícios e a boa didática do professor, não tem o mesmo efeito que aulas com uso de tecnologias e materiais manipuláveis. Assim, é possível que as dificuldades dos alunos da Unidade Escolar João Pereira de Sousa de compreenderem a Geometria Espacial e, possivelmente, outros conteúdos de matemática ou de outras matérias, estejam diretamente ligadas à metodologia utilizada pelos professores.

Espelhando os resultados encontrados nesta pesquisa, acredita-se que as metodologias que favoreçam o ato de experimentar e manipular ferramentas pedagógicas deva ter início logo na educação infantil, e se manter de forma sequencial no ensino fundamental e por toda a vida escolar dos alunos. É na Pré-Escola que esse processo deve se iniciar, sendo que a natureza do trabalho a ser aí desenvolvido deve basear-se numa Geometria intuitiva e natural (LORENZATO, 1995). Além disso, famílias e escolas não devem se dissociar, muito pelo contrário, elas devem unir-se com o mesmo objetivo, motivar professores a inovar, desenvolver projetos que possam culminar com o envolvimento dessas crianças e jovens no mundo da matemática, e demonstrar sua grande importância para a formação do ser crítico-reflexivo, criativo, responsável e autônomo.

Enfim, o caso estudado em Francisco Ayres aparenta ser mais um entre tantos no Brasil, e com mais dedicação dos professores, com união de toda a comunidade escolar e sociedade como um todo, valorizando todas as partes envolvidas podemos almejar êxito na formação de alunos com conhecimentos matemáticos, aqui em especial geométricos, mínimos necessários a continuidades dos estudos, e como consequência, uma boa formação do ser

social, assim provavelmente tenhamos maiores chances de formar cidadãos críticos construtivos, reflexivos e capazes de exercer a cidadania de maneira consciente.

## 5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante o desenvolvimento desta pesquisa pôde se identificar fatores que podem motivar o desenvolvimento de outros trabalhos que utilizem metodologias diferentes, e que possam ser comparadas com o objetivo de melhorar a compreensão dos motivos pelos quais os alunos têm dificuldades na aprendizagem de Matemática e ainda qual metodologia poderá melhor atender as necessidades dos estudantes, buscando, ainda, ampliar o entendimento dos professores de que o uso de metodologias diversificadas podem, de fato, contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem.

Assim, esse estudo poderia ser readaptado e utilizado também nas outras etapas da educação básica, ampliando o estudo sobre os impactos causados na aprendizagem dos alunos dependendo da metodologia utilizada, pois compreendemos que em educação ainda existe um amplo universo a ser explorado, uma vez que não existe uma receita pronta e acabada para realização da tarefa de ensinar, e é papel de todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem, sobretudo dos professores, desenvolverem meios que possibilitem o envolvimento e desenvolvimento educacional de todos os estudantes.

## REFERÊNCIAS

- AMBROSIO, U. d'. **Educação matemática: da teoria à prática**. 17 ed., Campinas: Papyrus, 2009, 120 p.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- CARDIA, Link dos S. **Uma abordagem do ensino de geometria espacial: o uso da otimização de embalagens como contextualização do conceito de áreas de figuras planas e volumes dos sólidos geométricos**. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Matemática Pura e Aplicada- IMPA, Rio de Janeiro, RJ, p.98. 2014.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. **Formação de Professores de matemática para o século XXI: o Grande Desafio**. Pro-Posições. Vol. 4. N° 1. Campinas. 1993.
- GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- LORENZATO, S. **Porque não ensinar geometria?**. A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA - SBEM. N4. Campinas. 1995.
- MENEZES, R. S. **Uma história de geometria escolar no Brasil: de disciplina e conteúdo**. 2007. 172 f. (Mestrado acadêmico em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo: [s.n.], 2007.
- NACARATO, A. M. **A geometria no ensino fundamental**. In: SISTO, Fermino Fernandes, DOBRANSZKY, Enid Abreu, MONTEIRO, Alexandrina (Orgs.). Matemática e Aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2002.
- NESPOLO, R.F. **Uma Proposta de Ensino de Matemática Para d Educação Básica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, MG, p.49. 2014.
- NOGUEIRA, F. **Uma experiência no ensino de geometria espacial no terceiro ano do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, p.61. 2014.

PAVANELLO, R.M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** ZETETIKÉ. Ano I. N1. Campinas. 1993.

PAVANELLO, R.M. **Porque ensinar/aprender geometria?**. 14 jun 2012. Disponível em: [http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012\\_curso\\_\\_32\\_e\\_39\\_-\\_matematica\\_-\\_clecimara\\_medeiros.pdf](http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso__32_e_39_-_matematica_-_clecimara_medeiros.pdf). Acesso em: 09 set. 2022.

PIRES, T.C. **O ensino de Geometria Espacial a partir de uma sequência didática utilizando um aplicativo digital.** Dissertação (Mestrado em Novas Tecnologias Digitais na Educação). Centro Universitário UniCarioca, Rio de Janeiro, RJ, p.78. 2019.

**REDAÇÃO.** Adultos brasileiros não sabem matemática básica, diz estudo., 3 nov 2015 Disponível em: <https://veja.abril.com.br/educacao/adultos-brasileiros-nao-sabem-matematica-basica-diz-estudo/>. Acesso em: 25 abr. 2022.

**REDAÇÃO.** Conheça a história da evolução da geometria e de seus estudiosos [redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/conheca-historia-da-evolucao-da-geometria-e-de-seus-estudiosos.html](http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/conheca-historia-da-evolucao-da-geometria-e-de-seus-estudiosos.html). Acesso em: 9 de setembro 2022.

RESENDE, G; MESQUITA, M.G.B.F. **Principais Dificuldades Percebidas no Processo Ensino-Aprendizagem de Matemática em Escolas do Município de Divinópolis, MG<sup>(1)</sup>.** Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 3 - número 3 - 2012.

SAEB2019. **Saeb 2019: apenas 5% dos alunos saem da escola sabendo matemática.** Mentalidade Matemáticas, Disponível em: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/saeb-2019-apenas-5-dos-alunos-saem-da-escola-sabendo-matematica>. Acesso em: 25 out. 2022

SANTOS, M.G.M.; ALVES, F.R.V. **Transposição didática com o aporte do geogebra para o ensino da geometria espacial.** II simpósio de ensino em ciências e matemática do nordeste (II SECMAT). “A pesquisa em ensino de ciências e matemática: temáticas emergentes em contexto adversos” 30 nov - 02 dez. 2022.

SILVA, E.L. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 4 ed. Florianópolis: UFSC, 2005, 138 p.

SILVA, Q. O. V. **O ensino de geometria espacial no ensino médio-uma abordagem com o uso do geogebra.** Educação matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades – comunicação científica – São Paulo – SP, 13-16 jun. 2016.

SILVA, Q. O. V. **O uso do Geogebra 3D e a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica). Universidade do Grande Rio, Duque de Caxias, RG, p.77. 2017.

VALE, I; BARBOSA, A. **Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria.**  
Boletim Gepem ISSN: 2176-2988. n° 65, jul-dez. 2014.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE ENTREVISTA

### Questionário

1. Qual seu sexo?

( ) masculino

( ) feminino

2. Qual a sua idade?

( ) 16 anos

( ) 17 anos

( ) 18 anos

( ) mais de 18 anos

3. Onde você mora?

( ) na zona urbana do município

( ) na zona rural do município

4. Enquanto aluno do ensino médio, você classifica a matemática como:

a) ( ) importante e significativa, porém difícil de compreender

b) ( ) importante e significativa e fácil de compreender

c) ( ) Não considero importante e nem significativa, porém consigo compreender

d) ( ) Não considero importante e nem significativa, e é muito difícil de compreender

5. Quanto a Geometria Espacial, você:

a) ( ) gosto de estudar

b) ( ) não gosto de estudar

6. Enquanto aluno do ensino médio, você classifica a Geometria Espacial como:

a) ( ) importante e significativa, porém difícil de compreender

b) ( ) importante e significativa e fácil de compreender

c) ( ) Não considero importante nem significativa, porém consigo compreender

d) ( ) Não considero importante nem significativa, e muito difícil de compreender

7. Quanto à aprendizagem de Geometria Espacial, as maiores dificuldades estão em:

- a) (  ) Compreender os conceitos básicos
- b) (  ) Visualizar sólidos tridimensionais no plano
- c) (  ) Compreender os cálculos das área das superfícies laterais
- d) (  ) Compreender os cálculos dos volumes dos sólidos
- e) (  ) Compreender sua importância para nossa vida e relacionar com o nosso cotidiano
- f) (  ) Relacionar as informações fornecidas na questão com a pergunta do problema.

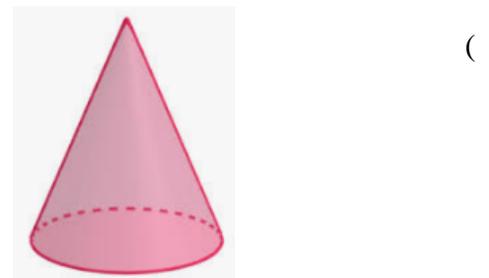
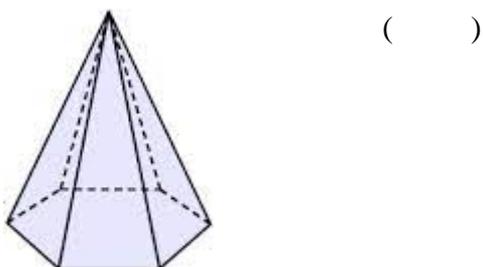
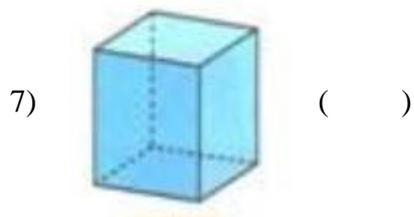
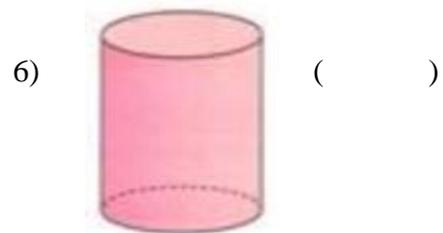
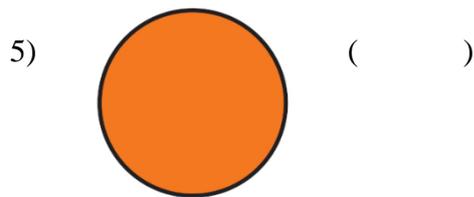
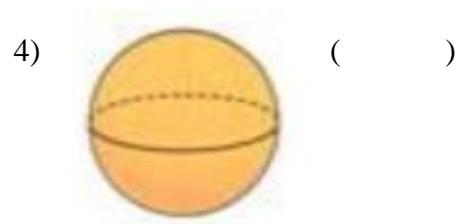
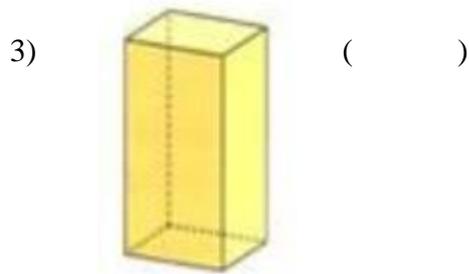
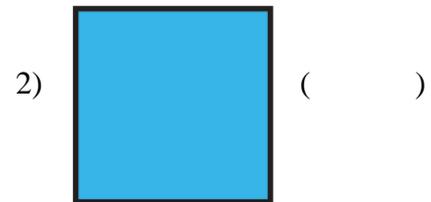
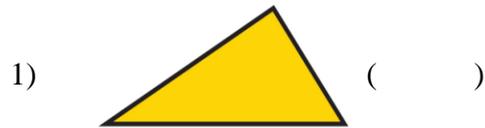
8. Em sua opinião, qual das opções abaixo seria uma boa sugestão para diminuir as dificuldades na aprendizagem de Geometria Espacial?

- a) (  ) Prestar mais atenção nas aulas
- b) (  ) Melhor estruturação das escolas, como criação de laboratórios, possibilitando maiores possibilidades de aprendizagem
- c) (  ) Aulas de reforço no contra turno
- d) (  ) Metodologias diversificadas capazes de despertar a curiosidade dos alunos
- e) (  ) Dedicar mais horas de estudos em casa

## APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

### QUESTIONÁRIO PRÉ-TESTE

1. Observe as figuras geométricas abaixo e as classifique como FGP (figura geométrica plana) ou FGE (figura geométrica espacial).



2. Das figuras espaciais apresentadas na questão 1, quais você reconhece?

---

---

3. Quais características possui cada figura identificada na questão anterior?

---

---

4. Você conhece alguma fórmula para encontrar a área das faces laterais e volume dessas figuras identificadas nos itens anteriores?

---

---

5. Você tem alguma ideia, mesmo sem saber as fórmulas, para calcular o volume das figuras espaciais identificadas nos itens anteriores? Seria possível também achar o volume de qualquer figura espacial usando essa sua ideia?

---

---

6. Qual a área lateral total e o volume de um cubo que mede 10 cm de aresta?

---

---

7. Você já deve ter percebido que frequentemente utilizamos pequenos copinhos descartáveis de 50 ml para tomar o famoso cafezinho, você saberia relacionar o referido copinho a uma figura espacial? A qual figura espacial?

---

---

8. Se observamos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica?

---

---

9. Imagine a seguinte situação: um pedreiro precisa concretar um pilar no formato de um cilindro de uma certa altura, no entanto deseja pedir a quantidade exata de concreto para que não haja desperdício. Você teria a ideia de como calcular a quantidade de concreto? Como faria?

---

---

10. Observe as figuras abaixo:

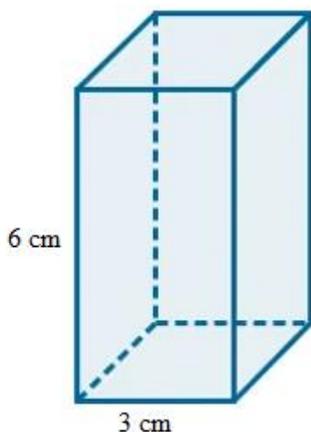


Figura 1

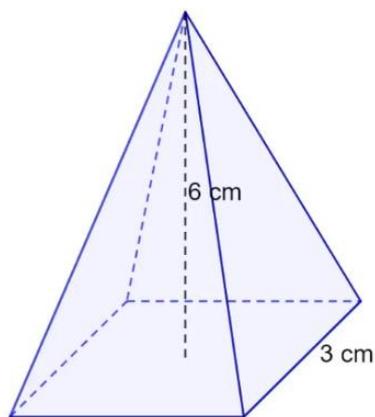


Figura 2

Quais as quantidades de vértices, arestas e faces:

a) da figura 1?

---

---

b) da figura 2?

---

---

c) Encontre os volumes das duas figuras 1 e 2.

---

---

d) Você percebe alguma relação entre os volumes das figuras acima? Qual?

---

---

## APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

### QUESTIONÁRIO PÓS-TESTE

1. Evidencie a diferença entre figuras geométricas planas e figuras geométricas espaciais.

---

---

2. Cite pelo menos um objeto que tenha o formato dos seguintes sólidos geométricos espaciais:

a) Cubo \_\_\_\_\_

b) Cilindro \_\_\_\_\_

c) Pirâmide \_\_\_\_\_

d) Prisma \_\_\_\_\_

e) Esfera \_\_\_\_\_

f) Cone \_\_\_\_\_

3. Quais os tipos de faces, como triângulo, retângulo, etc, possuem as figuras espaciais da questão anterior?

---

---

4. Qual a relação existente entre os volumes de um cilindro e de um cone que possuem a mesma área da base e a mesma altura?

---

---

5. Você já deve ter percebido que um dos esportes mais praticados no mundo é o futebol. Agora que estamos em época de copa do mundo, acredito que você esteja vendo os jogos da seleção brasileira, você consegue perceber a Geometria Espacial em uma partida de futebol? Como?

---

---

6. Qual a área lateral total e o volume de um cubo que mede 20 cm de aresta?

---

---

7. Você já deve ter percebido que frequentemente utilizamos pequenos copinhos descartáveis de 50 ml para tomar o famoso cafezinho, você saberia relacionar o referido copinho a uma figura espacial? A qual figura espacial?

---

---

8. Se observarmos a sala de aula a qual estamos trabalhando e considerarmos seu forro na parte superior, seu piso e suas paredes como faces, poderíamos dizer que estamos dentro de uma figura geométrica espacial? Se a resposta for sim, qual seria essa figura geométrica?

---

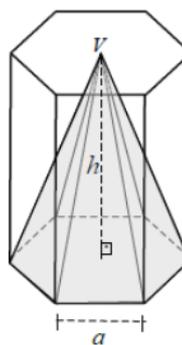
---

9. Imagine a seguinte situação: um pedreiro precisa concretar uma base de formato cilíndrico de 1 metro de diâmetro e 2 metros de altura para uma caixa d'água. Sabendo que o pedreiro solicitou 1,5 metros cúbicos de concreto, podemos garantir que a quantidade de concreto pedida será suficiente? Se não, qual seria a quantidade correta a ser pedida? Considere  $\pi$  igual a 3,14.

---

---

10. Observe a figura abaixo:



a) Quais as quantidades de vértices, arestas e faces:

1) do prisma hexagonal regular reto?

---

---

2) da pirâmide de base hexagonal regular?

---

---

b) Sobre o volume da pirâmide inscrita no prisma, qual a relação entre seu volume e o volume do prisma hexagonal?

## ANEXO 1 – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT  
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO



### Termo de Autorização da Instituição

Eu, Maria Santana da Paz Sousa, gestora escolar da **Unidade Escolar João Pereira de Sousa**, localizada na Rua José Ferreira, bairro Centro, Francisco Ayres – PI, autorizo a realização da pesquisa intitulada **o ensino de tópicos de Geometria Espacial na educação básica: metodologia com uso do geogebra, sólidos em miniaturas e construção de sólidos geométricos versus metodologia tradicional de aula expositiva**, a ser conduzido pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informada pelo responsável do estudo, o mestrando Josiel de Sousa Costa, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual representamos. O objetivo principal da pesquisa é **analisar se a utilização de metodologias diferentes proporciona as mesmas condições para o ensino-aprendizagem de geometria espacial**.

Declaro ainda que, os pesquisadores devem estar cientes e sujeitos ao regulamento da instituição para acesso a ambientes, profissionais, pacientes e bancos de dados (considerando o que apregoa a Lei Geral de Proteção de Dados no tocante a dados pessoais e dados pessoais sensíveis), além da observância das regras de biossegurança, até o término da pesquisa, sob pena da retirada da autorização, sem aviso prévio. Declaro ainda ter lido, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e a CNS 510/16. Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, possibilitando condições mínimas necessárias para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Francisco Ayres - PI, 26 de setembro de 2022.

  
Maria Santana da Paz Sousa

#### Lista Nominal de Pesquisadores:

Mestrando: Prof. Josiel de Sousa Costa.

Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves.

#### Maria Santana da Paz Sousa

Diretor UEJPS  
CPF 473 785 973-87  
Matrícula 085233-3  
Partaria GSE Nº 1010/2018