



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE PROBABILIDADE MEDIADO
POR MATERIAIS MANIPULÁVEIS**

DANIEL CLEBERSON DA CONCEIÇÃO ROCHA

Orientadora: Prof(a) Dra. Maria Cezar de Sousa

Coorientador: Prof. Me. Gildon César de Oliveira

**FLORIANO – PI
2023**

DANIEL CLEBERSON DA CONCEIÇÃO ROCHA

**UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE PROBABILIDADE MEDIADO
POR MATERIAIS MANIPULÁVEIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria Cezar de Sousa

Coorientador: Prof. Me. Gildon César de Oliveira

**FLORIANO – PI
2023**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Rocha, Daniel Cleberson da Conceição

R672e Uma experiência no ensino de probabilidade mediado por materiais manipuláveis / Daniel Cleberson da Conceição Rocha. - 2023.
88 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2023.

Orientadora : Profa Dra. Maria Cezar de Sousa.

Coorientador : Prof Me. Gildon César de Oliveira.

1. Ensino de propabilidade. 2. Materiais didáticos manipuláveis. 3. jogos.
I. Título.

CDD - 510

Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375

DANIEL CLEBERSON DA CONCEIÇÃO ROCHA

**UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE PROBABILIDADE MEDIADO POR MATERIAIS
MANIPULÁVEIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/Campus Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 20/03/2023

BANCA EXAMINADORA



Prof^ª. Dra. Maria Cezar de Sousa
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ-UFPI
Orientadora

Guilherme Luiz de Oliveira Neto Assinado de forma digital por
Guilherme Luiz de Oliveira Neto

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno



Assinado de forma digital por
Ronaldo Campelo da
Costa:77033612320
Dados: 2023.03.29 19:07:37 -03'00'

Prof. Dr. Dr. Ronaldo Campelo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno



Prof^ª. Dra. Cristiana Barra Teixeira
Universidade Federal do Piauí– UFPI
Avaliadora Externa

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por permitir-me a realizar esse sonho de ser mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT.

Gratidão aos meus pais e principalmente a minha Mãe Hildete Maria por nunca medir esforços para proporcionar em toda a minha educação, a minha esposa Juciara que está sempre ao meu lado, nos melhores e nos piores momentos.

A todos os meus irmãos e em especial as irmãs Carla e Maria Carolina por acreditarem nos meus sonhos.

A minha avó, sobrinho(a)s, primos(as), as todas as minhas Tias em especial a minha Tia Luiza Maria por me ter como um filho e por rezar todos os dias pedindo proteção a mim e a minha família.

A todos os meus amigos e em especial a minha querida amiga Charlene (*in memoriam*), que sempre acreditava no meu potencial e ficava feliz por cada conquista realizada.

Não poderia deixar de citar os meus professores do IFPI campus Floriano que contribuíram para minha formação acadêmica: Prof. Me. André Melo, Prof. Me. Fabio Luz, Prof. Me. Marcelo, Prof. Me. Odimogens Soares e o companheiro, Prof. Me. Gildon.

Quero também agradecer o Prof. Dr. Guilherme que durante os estudos do programa de mestrado esteve sempre presente auxiliando nos desafios e dificuldades durante essa etapa da minha vida.

Agradecer aos meus professores do mestrado PROFMAT: Prof. Dr. Roberto Arruda, Prof. Dr. Ronaldo Campelo, Prof. Dr. Ezequias, e o Prof. Dr. Igor.

A minha orientado Dr. Maria Cesar, que tanto contribuiu para esse trabalho, com muita paciência e maestria na condução das orientações.

Ao meu Grupo 2, que sempre enfrentamos dificuldades e desafios juntos: Dhone, Joenilson, Josiel, Luiz e em especial ao meu Grande amigo Darlan (*in memoriam*), *este que sempre esteve tão disposto a ajudar todos da turma com um sorriso no rosto e com sua mente brilhante.*

Aos meus colegas de profissão do estado do Ceará que nessa etapa final sempre estavam dispostos a ministrar minhas aulas quando precisava vir ao Piauí.

O MEU MUITO OBRIGADO A TODOS

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei no ombro dos gigantes.” (Isaac Newton)

RESUMO

ROCHA, Daniel Cleberson da Conceição. Probability teaching mediated by manipulable didactic materials: formative experiences in a public school. 2023. 88f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, 2023.

Essa pesquisa teve o objetivo de analisar o uso de materiais manipuláveis para o aprendizado de probabilidade com os estudantes do 2º ano do Ensino Médio da rede pública de ensino da cidade de Parambu-CE, buscando respostas para a seguinte questão: O Ensino de probabilidade com o uso de materiais didáticos manipuláveis pode trazer melhores resultados de aprendizagem para os alunos do 2º ano do Ensino Médio? E como objetivos específicos: verificar os conhecimentos dos alunos sobre o assunto de probabilidade; conhecer materiais didáticos e trabalhos semelhantes disponíveis na literatura para o ensino de probabilidade; construir / selecionar materiais didáticos para o ensino de probabilidade e verificar o conhecimento dos alunos sobre probabilidade após intervenção educativa. O presente trabalho constitui-se numa pesquisa de campo, do tipo pesquisa-ação colaborativa com uma abordagem quanti qualitativa. A pesquisa foi dividida em três momentos: aplicação de um pré-teste, em seguida foi realizada quatro oficinas e uma palestra com ênfase na intervenção, abordando a temática e por último aplicação de um pós-teste. Os dados foram coletados através de diário de bordo, fotos, depoimentos dos alunos sobre a compreensão do conteúdo e questionários aplicados com os educandos. Os procedimentos para análise dos dados tiveram como base a fundamentação teórica sobre a temática. Os resultados mostraram que no pré-teste os educandos tiveram 25% de acertos, já no pós-teste os alunos passaram para 78% de acertos, mostrando que os educandos pesquisados conseguiram um crescimento percentual de 212%, após a realização das oficinas pedagógicas com uso de materiais manipuláveis, utilizando as estratégias de jogos e resolução de problemas.

Palavras-chave: Jogos. Materiais Manipuláveis. Probabilidade.

ABSTRACT

ROCHA, Daniel Cleberson da Conceição. **Probability teaching mediated by manipulable didactic materials: training experiences in a public school**. 2023. 88f. Dissertation (Master degree) - Federal Institute of Piauí - Campus Floriano, 2023.

This research aimed to analyze the use of manipulable materials for learning probability with 2nd year high school students from the public school network in the city of Parambu-CE, seeking answers to the following question: Teaching probability with the use of manipulable didactic materials can bring better learning results for students of the 2nd year of high school? And as specific objectives: to verify the students' knowledge on the subject of probability; to know didactic materials and similar works available in the literature for teaching probability; build / select teaching materials for teaching probability and verify students' knowledge of probability after an educational intervention. The present work constitutes a field research, of the collaborative action-research type with a quanti-qualitative approach. The research was divided into three moments: application of a pre-test, then four workshops and a lecture with an emphasis on intervention, addressing the theme and finally application of a post-test. Data were collected through a logbook, photos, students' testimonies about understanding the content and questionnaires applied to the students. The procedures for data analysis were based on the theoretical foundation on the subject. The results showed that in the pre-test the students had 25% of correct answers, in the post-test the students reached 78% of correct answers, showing that the students surveyed achieved a percentage growth of 212%, after carrying out the pedagogical workshops with use of manipulable materials, using game strategies and problem solving.

Keywords: Games. Manipulable Didactic Materials. Probability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Dados de 6 faces	36
Figura 2 - Urna para sorteio em formato de cubo.....	36
Figura 3 - Bolas numeradas e coloridas.....	36
Figura 4 - Material numerado de 1 a 6	37
Figura 5 - Aplicação do pré-teste	38
Figura 6 - Material manipulado (Dados de 6 faces)	39
Figura 7 - Resoluções das questões	40
Figura 8 - Bolas coloridas e numeradas.....	41
Figura 9 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas).....	41
Figura 10 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas).....	42
Figura 11 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas).....	43
Figura 12 - Sorteio das equipes	44
Figura 13 - Primeira rodada.....	45
Figura 14 - Segunda rodada.....	46
Figura 15 - Palestra.....	46
Figura 16 - Premiação.....	47
Figura 17 - Aplicação do pós-teste	47
Figura 18 - Aplicação do pós-teste	48

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Gráfico de desempenho do pré-teste	49
Gráfico 2 - Gráfico de desempenho na questão 1°	50
Gráfico 3 - Gráfico de desempenho na questão 2°	50
Gráfico 4 - Gráfico de desempenho na questão 3°	51
Gráfico 5 - Gráfico de desempenho na questão 4°	52
Gráfico 6 - Gráfico de desempenho na questão 5°	52
Gráfico 7 - Gráfico de desempenho na questão 6°	53
Gráfico 8 - Gráfico de desempenho na questão 7°	54
Gráfico 9 - Gráfico de desempenho na questão 8°	54
Gráfico 10 - Gráfico de desempenho na questão 9°	55
Gráfico 11 - Gráfico de desempenho na questão 10°	56
Gráfico 12 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma	57
Gráfico 13 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma	58
Gráfico 14 - Gráfico de desempenho do pós-teste	59
Gráfico 15 - Gráfico de desempenho na questão 1°	60
Gráfico 16 - Gráfico de desempenho na questão 2°	61
Gráfico 17 - Gráfico de desempenho na questão 3°	62
Gráfico 18 - Gráfico de desempenho na questão 4°	63
Gráfico 19 - Gráfico de desempenho na questão 5°	64
Gráfico 20 - Gráfico de desempenho na questão 6°	64
Gráfico 21 - Gráfico de desempenho na questão 7°	65
Gráfico 22 - Gráfico de desempenho na questão 8°	66
Gráfico 23 - Gráfico de desempenho na questão 9°	67
Gráfico 24 - Gráfico de desempenho na questão 10°	68
Gráfico 25 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma	69
Gráfico 26 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Habilidades de probabilidade de acordo com a BNCC	21
Quadro 2 – Levantamento de Dissertações (D) do banco do PROFMAT	31
Quadro 3 – Levantamento de Dissertações e teses (D) na CAPES	33

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BNCC	–	Base Comum Curricular
CAPES	–	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior
CEFET-MG	–	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
DP	–	Desvio padrão
ENEM	–	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	–	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira
MA	–	Média Aritmética simples
PCNs	–	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	–	Programa de Mestrado Profissional em Matemática
SBN	–	Sociedade Brasileira de Matemática
TBL	–	Team Based Learning
TICs	–	Tecnologias da Informação e Comunicação

LISTA DE SÍMBOLOS

\cong	–	Aproximação
$=$	–	Igualdade
$\%$	–	Porcentagem
$\sqrt{\quad}$	–	Raiz Quadrada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1 PROBABILIDADE: DESAFIOS E METODOLOGIAS DE ENSINO	19
2.2 ALTERNATIVAS PARA ENSINAR PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA:	22
2.3 USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS	22
2.3.1 Jogos no processo de ensino de matemática uma ferramenta para estimular aquisição do conhecimento	24
2.3.2 A resolução de problemas como estratégia para ensinar probabilidade.....	26
3 METODOLOGIA.....	28
3.1 LEVANTAMENTO SOBRE FONTES RELEVANTES PARA A PESQUISA.....	30
3.2 O CAMPO DA PESQUISA	34
3.3 OFICINAS PEDAGÓGICAS COMO ESPAÇOS PARA A COLETA DE DADOS	35
3.4 DESCRIÇÃO DOS JOGOS E MATERIAIS MANIPULÁVEIS UTILIZADOS NAS OFICINAS.....	35
3.5 SISTEMATIZAÇÃO E REALIZAÇÃO DAS OFICINAS	37
3.5.1 Planejamento e realização das oficinas.....	37
3.5.2 Primeira oficina	38
3.5.3 Segunda oficina	40
3.5.4 Terceira oficina	42
3.5.5 Quarta oficina	44
3.5.6 Culminância das oficinas	46
3.6 COLETA DE DADOS	47
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	49
4.1 PRÉ-TESTE	49
4.2 PÓS-TESTE	59
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	73
REFERÊNCIAS	75
APÊNDICE A – QUESTÕES DO PRÉ-TESTE.....	79
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DA PRIMEIRA OFICINA	82
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DA SEGUNDA OFICINA	83
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DA TERCEIRA OFICINA.....	84
APÊNDICE E – QUESTÕES DO PÓS-TESTE	85

**ANEXO A – TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE
ENSINO.....88**

1 INTRODUÇÃO

Considerando os discursos de que a matemática é uma ciência complexa e que boa parte dos alunos a rejeita antes mesmo de estudá-la e que determinados conteúdos de matemática requerem mais estudos e raciocínio que outros, como o caso do estudo sobre probabilidade que exige do aluno um raciocínio mais abrangente, pois determinados tópicos para serem compreendidos necessitam de vários conceitos diferentes numa única aplicação, resolvemos adentrar a essa discussão investigando elementos que poderão facilitar o acesso a esse conhecimento.

O nosso interesse por esse trabalho consiste em verificar se o uso de materiais didáticos manipuláveis contribui no ensino e aprendizagem de probabilidade, verificando na literatura estudos já realizados na área, bem como estratégias utilizadas na explanação do conteúdo, os materiais que facilitam o ensino de probabilidade no ensino médio.

Probabilidade é o estudo das chances de obtenção de cada resultado de um experimento aleatório. A essas chances são atribuídos os números reais no intervalo entre 0 e 1. (HAZZAN, 1946).

Nessa perspectiva, ensinar probabilidade remete-nos a esclarecer para a população seus direitos, riscos e tomar consciência da natureza probabilística de distintos jogos de azar tais como: loterias, máquinas caça-níqueis, bingos, dentre outros que são formidáveis negócios para aqueles que os promovem e um enorme risco de perder dinheiro para aqueles que apostam (GONDINI, *et all*, 1987), situações que tem causado tantos males à famílias que expõem seus bens a uma causalidade tão pouco favorável para si. Dessa forma, o acesso a tal conhecimento contribuirá para um cidadão consciente das armadilhas do consumo, repensando criticamente o modo de conduzir a sua vida.

Ensinar probabilidade com êxito, constitui-se um desafio e nessa perspectiva, ressaltamos Paulo Freire (2001), quando afirma que ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para sua produção ou sua construção. Dessa forma, ponderamos o contexto de ensino que por muito tempo vem passando por transformações, onde o professor deixa de ser o único que detém o conhecimento e passou a lograr êxito na possibilidade de construir o conhecimento junto com os educandos.

Nesse sentido, buscamos conhecer estratégias de ensino que valorizem a construção do conhecimento, nos deparamos com o uso de materiais facilitadores e destacamos os materiais concretos e/ou manipuláveis. Para Hole (1977), o uso de material concreto auxilia no processo

de ensino e aprendizagem e podem ser divididos em três categorias, materiais didáticos, materiais estruturados e materiais não estruturados.

Materiais didáticos são definidos por meio de aprendizagem e ensino, materiais estruturados representa uma coleção de objetos, configurados de maneira a manter uma estrutura lógica, incluindo os jogos e os modelos demonstrativos, já os materiais não estruturados são os materiais que não se encaixam nas duas categorias anteriores. Ou seja, segundo Hole (1977), esses são materiais que não foram produzidos para ter ideias e estruturas matemáticas.

Segundo a classificação dos materiais concretos, nos materiais estruturados podemos incluir os jogos. Ribeiro (1995) define como material manipulável aquele que possui ao menos uma finalidade educativa. Dessa forma, pode-se atribuir a concepção de que os jogos possuem ideias matemáticas definidas e que o uso destes em sala de aula representa possibilidades para a problematização de conceitos matemáticos contribuindo para uma produção significativa nas aulas de matemática. (LUVISON; SANTOS, 2013).

Dessa forma, os professores na explanação dos conteúdos de matemática podem utilizar diferentes estratégias de ensino e uma dessas estratégias constitui-se no uso de materiais didáticos manipuláveis que auxiliam os educandos no processo de ensino e aprendizagem, motivando-os e despertando seu raciocínio lógico. (TURRIONI; PEREZ, 2006).

Por conseguinte, ao refletir sobre as dificuldades que professores encontram para lecionar os conteúdos de matemática, esse trabalho buscou verificar as contribuições do uso de materiais didáticos manipuláveis, para a aprendizagem de probabilidade com os estudantes do 2º ano do ensino médio em uma escola pública na cidade de Parambu-CE.

A metodologia aplicada nesse trabalho foi a pesquisa-ação, que é um processo onde o educador produz informações e conhecimentos, estando inserido no referido processo. Esse modelo de pesquisa é uma forma de investigar um determinado grupo social, sobre suas próprias temáticas, sendo o pesquisador ativo e passivo dentro dessa investigação. (THIOLLENT, 2008).

Assim, na pesquisa-ação o pesquisador precisa estar ciente que durante esse processo ele precisa compreender a realidade onde está inserido, e a partir dessas observações começar a formular o seu ponto de vista sobre os aspectos observados. Constitui-se também numa forma de investigação que utiliza técnicas de pesquisas já conhecidas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática por isso, destacamos aspectos da pesquisa ação que se deve considerar tais como: caráter participativo, impulso democrático e contribuição para mudança social. (THIOLLENT, 2002).

Segundo Eliot (1997), a pesquisa ação permite preencher as lacunas existentes entre a pesquisa educativa e a prática docente, fazendo essa ponte entre teoria e prática, e os resultados aumentam a capacidade de entendimento dos professores e suas práticas, com isso proporciona-se a mudança.

Essa pesquisa teve o objetivo de analisar as contribuições do uso de materiais manipuláveis para o aprendizado de probabilidade com os estudantes do 2º ano do Ensino Médio da rede pública de ensino da cidade de Parambu-CE, buscou respostas para a seguinte questão: O Ensino de probabilidade com o uso de materiais manipuláveis pode trazer melhores resultados de aprendizagem para os alunos do 2º ano do ensino médio? Tendo como objetivos específicos: Verificar o grau de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de probabilidade, identificar os materiais manipuláveis para o ensino de probabilidade, conhecer as estratégias pedagógicas utilizadas para o ensino de probabilidade e verificar o grau de conhecimento dos alunos antes e depois da intervenção pedagógica.

O presente trabalho é uma pesquisa de campo, do tipo pesquisa-ação colaborativa com uma abordagem quanti qualitativa. A pesquisa foi dividida em três momentos: aplicação de um teste diagnóstico da realidade, em seguida realizamos as oficinas de ensino abordando a temática e por último aplicação de um teste final. Os dados foram coletados através de diários de bordo, fotos, e questionários aplicados com os participantes. Os procedimentos para análise dos dados tiveram como base a fundamentação teórica sobre a temática.

Essa pesquisa teve o objetivo de analisar as contribuições do uso de materiais manipuláveis para o aprendizado de probabilidade com os estudantes do 2º ano do Ensino Médio da rede pública de ensino da cidade de Parambu-CE, buscou respostas para a seguinte questão: O Ensino de probabilidade com o uso de materiais manipuláveis pode trazer melhores resultados de aprendizagem para os alunos do 2º ano do ensino médio?

Tendo como objetivos específicos: Verificar o grau de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de probabilidade, identificar os materiais manipuláveis para o ensino de probabilidade, conhecer as estratégias pedagógicas utilizadas para o ensino de probabilidade e verificar o grau de conhecimento dos alunos antes e depois da intervenção pedagógica.

O presente trabalho é uma pesquisa de campo, do tipo pesquisa-ação colaborativa com uma abordagem quanti qualitativa. A pesquisa foi dividida em três momentos: aplicação de um teste diagnóstico da realidade, em seguida realizamos as oficinas de ensino abordando a temática e por último aplicação de um teste final. Os dados foram coletados através de diários de bordo, fotos, e questionários aplicados com os participantes. Os procedimentos para análise dos dados tiveram como base a fundamentação teórica sobre a temática.

O trabalho encontra-se estruturado da seguinte maneira: 1. Introdução, no capítulo 2. Referencial teórico que está dividido em subtópicos. Probabilidade: Desafios e metodologias de ensino, nesse tópico abordamos a importância de ensinar probabilidade na educação básica, apresentamos as habilidades do conteúdo de probabilidade de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Alternativas para ensinar probabilidade na Educação Básica, trata do uso de materiais manipuláveis, jogos no processo de ensino de matemática e resolução de problemas.

No Capítulo 3. Metodologia, apresentamos o levantamento de fontes relevantes para a pesquisa, campo da pesquisa, as oficinas pedagógicas, expondo os jogos, situações problemas e materiais manipuláveis utilizados nas oficinas e no capítulo 4. Apresentação e discussão dos resultados em seguida as considerações finais e referências.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo abordaremos de forma geral, a revisão bibliográfica e discursões de autores sobre os temas: Probabilidade, Alternativas para ensinar probabilidade, Uso de materiais manipuláveis, Jogos no processo de ensino de matemática e a Resolução de problemas.

2.1 PROBABILIDADE: DESAFIOS E METODOLOGIAS DE ENSINO

A probabilidade proporciona uma maneira de medir a incerteza e mostrar aos educandos como a matemática pode auxiliar nas tomadas de decisões, aplicando os métodos para resolver problemas do dia-a-dia. Com isso, ensinar as noções de probabilidade usando uma metodologia simples que ajuda a encontrar respostas adequadas, constituindo-se em ferramentas para uma vida cidadã.

É importante que ensinemos aos alunos da escola básica os conceitos de probabilidade de maneira que o educando desperte seu raciocínio lógico, e consiga distinguir graus de incertezas das suas tomadas de decisões diante de um evento probabilístico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais estabelecem que a principal finalidade para o estudo de probabilidade deve favorecer que:

[...] o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (BRASIL, 1997, p. 56).

Dessa forma a probabilidade desperta no aluno formas de pensamentos, envolvendo fenômenos aleatórios, e atitudes que possibilitam o posicionamento crítico, a fazer previsões e conseguir tomar decisões de forma inteligente tendo consequências de sua escolha.

Ao referir-se a estes aspectos ressaltados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Lopes (2005), destaca que tal documento afirma que a probabilidade traz muitas vantagens para a sociedade atual, por necessidade dos indivíduos em compreenderem as informações relacionadas ao contexto vivenciado, fazendo previsões que influenciam seu cotidiano. Nessa perspectiva, Hurtado e Costa (2005), ressaltam que a probabilidade no Ensino Médio pode se

constituir em um poderoso instrumento social, na medida em que permite ao educando uma compreensão, mas ampla das aplicações.

Considerando tal premissa e a relevância do conteúdo pesquisado, a BNCC (2017) destaca a Probabilidade e a Estatística como uma das cinco unidades temáticas da área da Matemática do Ensino Fundamental, recomendando que devem ser trabalhadas na escola, desde os anos iniciais da Educação Básica. No que se refere ao ensino de Matemática a Base Comum Curricular (BNCC) orienta o uso de ferramentas que possam facilitar a sua compreensão, uma vez que,

[...]orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilha eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (BRASIL,2017, p.276).

Trabalhar recursos diferentes facilita a aprendizagem e o desenvolvimento dos educandos. Esses objetos precisam fazer parte do cotidiano dos educandos dessa forma os indivíduos envolvidos no processo conseguem assimilar os objetos a matemática que está sendo trabalhada em sala de aula, o professor deve acompanhar os alunos durante esse caminho de aprendizagem. O processo de ensino-aprendizagem produz resultados quando existe uma ponte entre o aluno e o educador, dessa forma o aluno se envolve ativamente no processo de aprendizagem.

Em matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. São elas: números, álgebra, geometria, grandezas, medidas, probabilidade e estatística.

Já no Ensino Médio o foco é a construção integrada da matemática, aplicação a realidade dos educandos, em diferentes contextos. É preciso levar em conta as vivências dos estudantes do ensino médio, os impactos tecnológicos as exigências do mercado de trabalho. A organização do documento contém competências específicas e habilidades na disciplina de matemática, cada competência específica possui diversas habilidades que o estudante deve ser

capaz de realizar. Logo abaixo no Quadro 1 estão as habilidades de probabilidade da BNCC e as específicas do componente.

Quadro 1 – Habilidades de probabilidade de acordo com a BNCC

HABILIDADES DA ÁREA BNCC	HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE	OBJETOS DE CONHECIMENTO
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento a outro etc.).	(EM13MAT106PE12) Identificar e interpretar situações do cotidiano, envolvendo riscos probabilísticos em que é necessário fazer escolhas como, por exemplo, usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro, como nos demais campos de conhecimento.	Riscos Probabilísticos.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	(EM13MAT311PE27) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades para resolver e elaborar situações problema que envolvam o cálculo da probabilidade.	Probabilidade: espaço amostral e contagem.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	(EM13MAT312PE28) Resolver e elaborar situações- problema que envolvam o cálculo de probabilidade (simples, da união, da interseção, condicional) de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	Probabilidade: cálculos simples, da união, da interseção, condicional.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018)

A probabilidade é o ramo da matemática que estuda a chance de determinado evento ocorrer. Presente no cotidiano, para tomada de decisões, a probabilidade tem várias aplicações de grande relevância nas nossas vidas. Como é um tópico da matemática presente no nosso dia-a-dia é bastante cobrado no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), sendo questão certa em todas as provas dos últimos anos, entre 2013 e 2016 apareceu 43 questões envolvendo o conteúdo de probabilidade segundo os dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP).

As questões que abordam o tema probabilidade no ENEM exigem um grande cuidado com a interpretação além disso, são cobrados outros conteúdos como pré-requisito, por exemplo, análise combinatória, frações, razão e proporção e porcentagem. As questões da prova do ENEM são elaboradas pensando nas habilidades e competências que o exame espera que os alunos tenham desenvolvido.

Na sequência apresentamos alternativas para ensinar probabilidade na Educação Básica, destacando como estratégias de ensino o uso de materiais manipuláveis, jogos e a resolução de problemas.

2.2 ALTERNATIVAS PARA ENSINAR PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA:

Sabendo da importância do conteúdo probabilidade para a formação do educando, é preciso manter o foco e os esforços em estratégias de ensino que facilitem o acesso a tal conhecimento, para que o aluno saiba coletar, organizar, interpretar e comparar os dados para obter e fundamentar conclusões. (LOPES, 2008, p.61).

Dessa forma, o professor precisa ter estratégias para que suas aulas motivem a turma a aprender o conteúdo de matemática. Escolhemos três estratégias de ensino: Uso de materiais manipuláveis, Jogos no processo de ensino e a Resolução de problemas como estratégias para ensinar matemática.

2.3 USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS

O uso de material manipulável no ensino de matemática influencia na aprendizagem dos alunos, de forma que os educandos demonstram mais interesse diante do conteúdo abordado, e vivenciam a perspectiva de trabalho diferente do modo tradicional onde o professor utiliza apenas quadro e pincel para explanar os tópicos de matemática. (MOURA, 2001).

Quando o professor adota uma postura alternativa nas suas aulas trazendo mecanismos diferentes para o ensino de matemática, ele não só desperta a atenção dos educandos, mas transforma a sala de aula em um ambiente de aprendizagem significativo, onde o aluno passa a ser parte do processo de ensino e aprendizagem.

Se o professor utilizar novas estratégias de ensino, utilizando recursos didáticos, ele apresenta ao educando novas formas de visualizar a matemática, mostrando que a matemática não é uma disciplina de regras e fórmulas prontas e pode ser aplicada no seu cotidiano. Uma vez que:

Muitas vezes, os professores de matemática e mesmo os livros didáticos indicam uma nova unidade pela etapa da representação: em primeiro lugar, vem a definição (representação formal do conceito); depois, alguns exemplos; a seguir situações práticas em que se pode aplicar aquele conceito. Esse, acreditamos, é um dos grandes motivos pelos quais os alunos mesmo os de cursos do nível médio, acham que matemática é uma disciplina em que se devem decorar algumas regras e aplicá-las em situações de sala de aula, e que nada tem a ver com a vida prática (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.37).

Durante o processo de ensino e aprendizagem os educadores precisam fazer pontes entre o conteúdo ministrado em sala de aula com a realidade dos educandos dessa maneira os alunos vão criar os primeiros laços entre o conteúdo visto em sala de aula com suas realidades.

Essa relação entre conteúdo e realidade do educando é muito delicado, logo, sabemos que nossas salas de aulas são formadas por um público heterogêneo, dessa forma o planejamento e familiaridade com a turma é fundamental para esse processo ser bem sucedido.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (2000), colocam a importância do uso de material concreto pelos professores como um recurso alternativo que pode tornar muito significativo o processo de ensino e aprendizagem da matemática. No entanto,

O material concreto não é o único e nem o mais importante recurso na compreensão matemática, como usualmente se supõe. Não se deseja dizer com isso que tal recurso deva ser abolido da sala de aula, mas que seu uso seja analisado de forma crítica, avaliando-se sua efetiva contribuição para a compreensão matemática (MAGINA e SPINILLO, 2004, p.11).

A discussão sobre o uso de material manipulável no ensino da Matemática vem ganhando espaço e segundo Lupinacci (2004), verificou-se que a partir do seu uso sistematizado, os educandos têm uma enorme capacidade de raciocinar e colocar em prática o conhecimento absorvido e resolver situações-problemas.

A proposta do uso de material concreto em sala de aula é importante para o desenvolvimento educacional, pois existem alunos que não tem interesse ou tem uma certa timidez em tirar suas dúvidas sobre os conteúdos abordados. Nesse sentido, Turrioni (2002) afirma que o material manipulável tem um papel importante no processo de aprendizagem facilitando o raciocínio lógico crítico e científico do aluno.

A aplicação do material didático manipulável em sala de aula aparece como uma oportunidade dos alunos, buscar a cooperação, participação deles no processo de elucidar o problema proposto pelo professor. Mas para isso, o educador precisa de um planejamento e um material que incite o aluno a esmerilhar o resultado, ele precisa ser interessante, desafiador, por isso,

O professor deve saber utilizar corretamente os materiais didáticos, pois estes exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza. Não se pode deixar que o material se tornasse apenas um brinquedo para o aluno (LORENZATO,2006, p. 56).

A ideia é não deixar os estudantes participarem das atividades sem uma orientação prévia, essa intervenção deve ter objetivos a serem cumpridos, e metas a alcançar, regras que deverão ser cumpridas, sendo o professor o mediador de toda ação.

O professor precisa criar um ambiente de maneira que o aluno consiga entender que a ferramenta de ensino é um momento de recreação com fundamentos pedagógicos auxiliando na sua formação, pois ele usará de seus conhecimentos e suas experiências para participar, propor soluções, na busca de chegar aos resultados que o professor espera.

A utilização de material didático manipulável no ensino de matemática já vem sendo usado desde séculos passados, pois Comenius (1592 – 1670) publicou na sua obra *Didactica Magna* propondo a prática do uso do material didático como uma experiência de conhecimento.

2.3.1 Jogos no processo de ensino de matemática uma ferramenta para estimular aquisição do conhecimento

Diante da proposta de uso de material concreto para ensinar matemática, temos uma outra importante ferramenta que são os jogos que se encontram cada vez mais presente nas salas de aula. Os jogos em sala de aula além de ser uma ferramenta de ensino servem como um recurso de motivação para os alunos e consideramos que:

A motivação é fator fundamental da aprendizagem. Sem motivação não há aprendizagem. Pode ocorrer aprendizagem sem professor, sem livro, sem escola e sem uma porção de outros recursos. Mas mesmo que existam todos esses recursos favoráveis, se não houver motivação, não haverá aprendizagem (PILETTI, 1985, 42).

Para tanto, o professor precisa motivar seus alunos, respeitando suas limitações e os conhecimentos prévios sobre o conteúdo abordado em sala de aula, dessa forma o educando consegue despertar um sentimento de colaboração no processo de ensino e aprendizagem.

Ainda nessa abordagem, Moura (2001) esclarece que o objetivo do jogo em sala de aula é facilitar o ensino do conteúdo, mas precisamos tomar muito cuidado na escolha dessa ferramenta de ensino, pois em vez de favorecer a aprendizagem do indivíduo pode acabar atrapalhando se acaso não for bem conduzido, planejado e executado.

Os jogos na Educação Matemática requerem certos requisitos, visto que os jogos matemáticos obedecem a certos níveis de conhecimento dos educandos, o material a ser distribuído para o aluno deve ter uma sequência lógica que lhe permita a compreensão dos conceitos matemáticos. (MOURA, 2001).

Os jogos em sala de aula precisam ser planejados para conseguir extrair o melhor aproveitamento possível, exercer uma aprendizagem de matemática fazendo parte integrante de nossas aulas, mas devemos estar atentos para que os jogos realmente constituam desafios. Devemos propor jogos nos quais os educandos usem estratégias próprias e não simplesmente aplicar técnicas e regras estabelecidas pelo professor da aula.

Segundo Borin (1996) os jogos nas aulas de Matemática possibilitam o desbloqueio mental apresentado por alguns alunos que tem medo da Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la e que dentro da situação de jogo é impossível uma atitude passiva, aumentando a motivação, fazendo com que os alunos entendam a Matemática.

Segundo os PCNs os jogos e outros recursos matemáticos aparecem como possibilidades interessantes para a prática do professor na sala de aula, pois,

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução (BRASIL, 1998, p.42).

Os jogos são recomendados como recurso para a prática de sala de aula pois os mesmos podem ser utilizados para auxiliar a compreensão do conteúdo, e preparar o aluno para a aplicação dos conteúdos já trabalhados.

Os próprios PCNs (2000) para o Ensino Médio mostram o quanto as aulas expositivas com o método tradicional por si só não atende mais a necessidade dos nossos alunos nos dias atuais.

2.3.2 A resolução de problemas como estratégia para ensinar probabilidade

Vivemos em uma sociedade que está em constante transformação e para o sociólogo canadense Guy Rocher (1924) a mudança social deve ser analisada sob um contexto histórico. A mudança social não é provisória, é constante e afeta o desenvolvimento da sociedade. Diante disso a educação acompanha a transformação da sociedade.

Para entender a educação matemática precisamos conhecer a evolução histórica. Segundo Fiorentini (1995) o processo de ensino da matemática ao longo dos anos passou por transformações categóricas. Identificando seis tendências pedagógicas: a formalista clássica a empírica-ativista, a formalista moderna, a tecnicista e suas variações, a construtivista e a socioculturalista.

Na tendência formalista clássica, o ensino foi centrado no professor e a aprendizagem dos alunos era por meio da memorização. Na empírico-ativista o professor passa de elemento fundamental para um orientador da aprendizagem o aluno aprende através da ação e manipulação. A formalista moderna foi um movimento educacional que aproximou a matemática como ela é vista atualmente, pelos estudiosos e pesquisadores.

A tendência tecnicista tinha a finalidade de inserir o indivíduo na sociedade tornando – o uma peça útil ao mercado de trabalho. Na tendência construtivista o conhecimento matemático se dá pela ação do indivíduo com o ambiente através da própria construção, destacando “o aprender a aprender”. Por fim a tendência socioetnocultural parte de problemas da realidade onde os indivíduos estão inseridos de acordo com os grupos culturais.

Com essas propostas no campo da educação geral, surgiram várias abordagens voltadas para o ensino de matemática ensino sendo elas: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História no Ensino da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso de TICs (tecnologias da informação e comunicação), dentre outras. (FIORENTINI, 2006).

A proposta da resolução de problemas é fazer o educando interpretar as situações propostas a eles de maneira que os educandos consigam chegar aos resultados esperados.

[...] o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada (BRASIL, 1997, p.32).

A utilização da resolução de problemas em sala de aula proporciona ao educando o seu desenvolvimento no processo de aprendizagem, despertando seu raciocínio lógico diante das situações apresentadas a eles.

De acordo com George Polya (1995) a resolução de problemas considera que um indivíduo está diante de um problema quando este se depara com uma questão a que não pode dar a resposta, ou quando não sabe resolver usando seus conhecimentos logo é diferente de apenas aplicar as técnicas e fórmulas matemáticas.

Resolução de problemas pode ser descrito em quatro aspectos bem definidos são: Compreensão do problema; Estabelecimento de um plano; Execução do plano; Retrospecto. (GEORGE POLYA, 1995).

Na compreensão do problema o estudante deve compreender o problema, descrevendo as relações entre dados e incógnitas, podendo usar figuras, diagramas ou uma notação que julgue adequada. A segunda etapa é estabelecer um plano baseando-se em conhecimentos já adquiridos ou considerando problemas auxiliares, o estudante deve procurar encontrar uma conexão com o problema relacionado. Afinal, é preciso chegar a um plano de resolução.

Com um plano estabelecido vem a próxima etapa a execução do plano esse pode ser a etapa mais fácil, desde que as anteriores estejam corretas. Por outro lado, somente executando seu plano, o estudante verá a necessidade de correções nas etapas anteriores. E por último o retrospecto que consiste em verificar a solução obtida, nesta etapa. Poderá ser revisado todo o processo e perceber se existe um modo diferente para o problema ser resolvido.

De acordo com Lopes (2011) o uso da resolução de problema traz mais trabalho ao professor, mas se utilizar de maneira adequada contribui para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Como essa estratégia contribui para o processo de ensino e aprendizagem do educando, pois aproxima os educandos dos conceitos do seu cotidiano.

3 METODOLOGIA

A pesquisa iniciou da necessidade do homem em resolver ou compreender problemas que circulava ao seu redor, onde o conhecimento científico não pode estar relacionado a um pensamento ou conclusões individuais sem uma investigação mais aprofundada, com técnicas eficientes e seguras. (GIL, 2010).

A escolha pela Pesquisa ação é um processo onde o educador produz informações e conhecimentos, estando inserido nesse processo, esse modelo de pesquisa é uma forma de investigar um determinado grupo social, sobre suas próprias temáticas, sendo o pesquisador ativo e passivo dentro dessa investigação. (THIOLLENT, 2008).

O pesquisador precisa estar ciente que durante esse processo ele precisa compreender a realidade onde está inserido, e a partir dessas observações começar a formular o seu ponto de vista sobre os aspectos do seu público. (THIOLLENT, 2008). Ressalta que,

O principal objetivo da pesquisa-ação não é apenas o entrosamento da pesquisa e da ação (...). A principal questão é: como a pesquisa (...) poderia tornar-se útil à ação de simples cidadãos, organizações militantes, populações desfavorecidas e exploradas? (THIOLLENT, 2008, pág.50)

Dessa forma, classifica a pesquisa-ação como “libertadora”, pois os grupos que a utilizam são responsabilizados pela sua própria emancipação. Para o autor:

A pesquisa ação torna-se a ciência da práxis exercida pelos técnicos no âmbito de seu local de investimento. O objeto da pesquisa é a elaboração da dialética da ação num processo pessoal e único de reconstrução racional pelo ato social. Esse processo é relativamente libertador quanto às imposições dos hábitos, dos costumes e da sistematização burocrática. A pesquisa-ação é libertadora, já que o grupo de técnicos se responsabiliza pela sua própria emancipação, auto-organizando-se contra hábitos irracionais e burocráticos de coerção (BARBIER, 2007, p. 59).

A pesquisa-ação teve início durante a segunda guerra mundial, nos Estados Unidos da América, visando mudar o comportamento daquela sociedade. A pesquisa ação não surgiu por acaso, mais sim pela necessidade de um grupo social, como os tempos era difícil durante a segunda guerra mundial a mudança de comportamento e hábitos se fazia necessário, iniciando dessa forma uma investigação onde o pesquisador estava diretamente ligado ao objeto de pesquisa. (THIOLLENT, 2008).

No Brasil na década de 1970, em meio a tantos desafios, num movimento intelectual que questionava a legitimidade dos critérios dominantes nas ciências sociais (GAJARDO, 1986) deu-se início a novas discussões que davam espaço para refletir sobre as práticas científico-acadêmicas já que os ideais que as sustentavam se contrapunham ao crescente movimento de politização do pensamento acadêmico e se atrelavam ao interesse das classes dominantes.

Dessa maneira, a pesquisa-ação ganhou maior notoriedade e o Brasil vem trabalhando pelo menos três conceitos de pesquisa ação: São elas, pesquisa ação colaborativa, pesquisa ação crítica e pesquisa ação. (THIOLLENT, 2008).

O processo da pesquisa ação envolve pessoas que buscam melhorar a realidade de um determinado grupo social, ou entender o comportamento dos mesmos. Usando técnicas e estratégias, há vários tipos de pesquisa ação que podem ser implementadas, a escolha de qual deve ser usada vai depender dos participantes envolvido no processo.

A pesquisa ação parece ter resultados mais sólidos quando trabalhada de forma coletiva com um grupo de pesquisadores, onde esse grupo de pesquisadores buscam solucionar problemas ou questões de ensino que seja compartilhada com toda uma sociedade. (THIOLLENT, 2008).

Quando realizada uma pesquisa ação deve ser observados alguns passos. Identificação do problema; pergunta da pesquisa; Coleta de dados; Interpretação dos dados; O plano de ação; avaliação. Identificação do problema Nessa primeira etapa o pesquisador deve identificar um problema, daí gera a pergunta da pesquisa; Coleta de dados: Os dados são obtidos de várias fontes diferentes, diários, arquivos, atas e registros, fotografias, gravações audiovisuais e outros instrumentos que possa fornecer informações para o pesquisador; Interpretação dos dados: É uma etapa onde o pesquisador precisa ter muito cuidado, logo ele pode ter em mãos dados quantitativos onde ele faz a leitura dos mesmos e organiza utilizando técnicas matemáticas, o pesquisador trabalha dados qualitativos, usando esses dados o pesquisador faz sua interpretação em cima do material coletado e escrever suas conclusões, por fim o pesquisador tem em mão os dois tipos de informações dessa maneira o trabalho quali-quantitativa.

O plano de ação é uma resposta às informações encontradas na pesquisa. O pesquisador deve utilizar os resultados obtidos para construir um plano de ação que permita mudar a realidade daquele determinado grupo envolvido na pesquisa; Avaliação: Essa etapa e uma reflexão que o pesquisador desenvolve para examinar as consequências e os efeitos da ação implementada para solucionar o problema inicial. (THIOLLENT, 2008).

A pesquisa ação transmite a ideia de mudança constante, como nossa sociedade está sempre em processo de transformações, junto com a nossa educação a pesquisa ação acompanha essas mudanças dessa forma esse processo sempre estará passando por transformação.

Como parte dessa metodologia tivemos tempo em realizar um levantamento sobre pesquisas já realizadas sobre os temas: ensino de probabilidade, materiais manipuláveis, jogos no ensino de probabilidade, resolução de problemas e pesquisa ação.

3.1 LEVANTAMENTO SOBRE FONTES RELEVANTES PARA A PESQUISA

Na certeza de que não estamos iniciando essa discussão sobre o ensino de probabilidade, buscamos conhecer pesquisas que foram realizadas no período de 2011 a 2022, que contivesse conteúdos que se aproximavam da ideia do que se pretendia pesquisa e assim esse levantamento foi realizado nas dissertações de mestrado no site do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) que é coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), e no site Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) na parte de catálogos de teses e dissertações por ser a CAPES uma fundação vinculada ao Ministério da Educação do Brasil que atua na expansão e consolidação da pós-graduação stricto sensu em todos os estados brasileiros.

O primeiro critério para selecionar as dissertações foi a leitura dos títulos. Os títulos que tinham uma perspectiva com o tema dessa pesquisa foram para uma segunda triagem, nesse segundo momento fiz a leitura do resumo das dissertações selecionadas e as dissertações com os resumos que mais se aproximavam da ideia inicial para esse trabalho foram selecionadas para uma leitura na íntegra.

No site do PROFMAT na aba dissertação fizemos o filtro com a palavra probabilidade e material concreto. Como resultado foram encontradas 179 dissertações entre os anos de 2011 a 2022, dessas foram selecionadas 10 para uma leitura mais aprofundada.

O segundo levantamento foi realizado no site da CAPES onde mais de um filtro foi utilizado para ter um maior direcionamento ao conteúdo de ensino de probabilidade com auxílio de material didático manipulável o foco desse trabalho. Os filtros utilizados foram os seguintes:

- Tipo: Mestrado profissional (Dissertação)
- Ano: 2011
- Grande área de conhecimento: Ciências exatas e da terra
- Área conhecimento: Matemática
- Área concentração: Matemática

Após selecionar esses filtros encontramos 71 dissertações que passaram pelos mesmos critérios utilizados no levantamento no site do PROFMAT, dessas 71 selecionamos 4 dissertações, pois muitas das dissertações encontradas no site da CAPES já estavam contempladas no site do PROFMAT. Totalizando 14 dissertações para serem analisadas.

Com todas as dissertações selecionadas dividimos em dois quadros que serão apresentados no próximo tópico, o segundo quadro contém as dissertações do PROFMAT, em seguida apresentaremos alguns resumos que tem uma proximidade maior com o tema desse trabalho, o Quadro 2 estão as dissertações selecionadas no site do PRPFMAT.

Quadro 2 – Levantamento de Dissertações (D) do banco do PROFMAT

Nº	IES	TÍTULO	AUTOR/Orientador	ANO
01	CEFET-MG	ESTUDO DE PROBABILIDADE POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM TBL (APRENDIZAGEM EM EQUIPE).	EDEMILSON LEMOS PALMEIRA JÚNIOR Dra. ÉRICA MARLÚCIA LEITE PAGANI	2022
02	UFRPE	UTILIZAÇÃO DE JOGOS E APLICATIVOS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO.	ANTONY ARTHUR RODRIGUES VIANA Dra. KARLA FERREIRA DE ARRUDA DUQUE	2022
03	IFPI	ENSINO DE PROBABILIDADE: VIVÊNCIAS ESCOLARES MEDIADAS POR JOGOS NO CONTEXTO PANDÊMICO	ROBERT WAGNER GUIMARÃES SILVA Dra. MARIA CEZAR DE SOUSA	2021
04	UFG	ESTUDO DA TEORIA DE PROBABILIDADE ATRAVÉS DE DINÂMICA DE JOGOS	RAFAEL LEMES DE REZENDE Dr. VALDIVINO VARGAS JÚNIOR	2020
05	UNILAB	PROBABILIDADE: UMA PROPOSTA À LUZ DA BNCC REDENÇÃO-CE	ADAIL BOA DE FREITAS FILHO Dr. RAFAEL JORGE PONTES DIÓGENES	2020
06	UENF	SALA DE AULA INVERTIDA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	JOSIE PACHECO DE VASCONCELLOS SOUZA Dr. NELSON MACHADO BARBOSA	2019
07	UFES	ESTUDO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO	PAULA CAROLINA CARLONI Dr. VALMECIR ANTONIO DOS SANTOS BAYER	2019

08	CPII	ATIVIDADES ATRATIVAS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	FABIO DE ALMEIDA BENZAQUEM Dra. Patrícia Erthal	2019
09	UEPG	USO DE JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE	LUCIANE APARECIDA DE FREITAS STRUMINSKI Dra. LUCIANE GROSSI	2016
10	USP	CRIAÇÃO DE VIDEO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE	THIAGO PICOS DE MORAIS Dr. Marcos Nascimento Magalhães	2011

Fonte: Construção do autor (2022)

Depois desse levantamento apresentado no quadro 01, as 10 dissertações passaram por mais uma etapa de análise com intuito de selecionar as dissertações que tem a mesma linha de pensamento da pesquisa em curso, após essa etapa duas dissertações foram selecionadas para uma leitura mais aprofundada, as dissertações selecionadas foram: Estudo de probabilidade por meio da estratégia de aprendizagem TBL (aprendizagem em equipe), Autor: Edemilson Lemos Palmeiras Júnior, CEFET – MG, 2022 e Atividades atrativas para o ensino de probabilidade, Autor: Fabio de Almeida Benzaque, CPII, 2019.

A primeira dissertação tem o objetivo de analisar as sequências didáticas, uma estratégia de ensino- aprendizagem, e suas contribuições para melhorar o ensino e conseqüentemente a aprendizagem dos educandos. A referida pesquisa foi desenvolvida em uma turma de 43 alunos da 2º série do ensino médio de uma escola da rede particular de Belo Horizonte – MG.

Já a segunda dissertação teve o objetivo de mostrar para o aluno a importância da probabilidade no dia a dia. A metodologia utilizada foi um levantamento do conhecimento prévio dos alunos em relação a probabilidade. Em seguida foram abordados os aspectos históricos da probabilidade, depois analisaram vários problemas cujas soluções se deram por construção com a intervenção do professor. O próximo passo foi a aplicação de uma sequência didática sobre o assunto de probabilidade e por último foi aplicado uma avaliação escrita sobre o tema abordado no trabalho.

Logo em seguida será apresentado o Quadro 3 com quatro dissertações pesquisadas no site da CAPES.

Quadro 3 – Levantamento de Dissertações e teses (D) na CAPES

Nº	IES	TÍTULO	AUTOR/orientador	ANO
01	UFOPA	UM RESUMO SOBRE A HISTÓRIA DA PROBABILIDADE E ALGUNS PROBLEMAS CURIOSOS	WELSON NOGUEIRA DA SILVA Dr. AROLDO EDUARDO ATHIAS RODRIGUES	2020
02	UDF	REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA REDE PÚBLICA – PROPOSTAS ESTRUTURANTES E PEDAGÓGICAS COM O USO DE MATERIAL CONCRETO	MARCOS MASSAKI ABE Dra. ANDREA GENOVESE DE OLIVEIRA	2020
03	UFRRJ	UTILIZANDO O MATERIAL CONCRETO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA	DIEGO SUZANO FERREIRA JACINTO Dr. ANDRÉ LUIZ MARTINS PEREIRA	2015
04	UFRJ	ALGUMAS ABORDAGENS NO USO DE MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	KIM LOPES Dra. NEDIR DO ESPIRITO SANTO	2014

Fonte: Construção do autor (2022)

No quadro 03 foram analisadas 4 dissertações todas encontradas no site da CAPES dessas, foram analisadas de maneira mais atenciosa as dissertações: Utilizando o material concreto para o ensino de análise combinatória, Autor: Diego Suzano Ferreira Jacinto, UFRRJ – 2015 e algumas abordagens no uso de material concreto no ensino de matemática, Autor: Kim Lopes, UFRJ – 2014.

A terceira dissertação abordou a utilizando o material concreto para o ensino de análise combinatória tem por objetivo apresentar e analisar uma proposta de ensino de análise combinatória, baseada no uso de materiais concretos para isso, foi apresentado um material bem ilustrado e manipulativo onde o educando teve a oportunidade de observar e construir possibilidades.

A pesquisa usou como fundamento, a teoria construtivista em que nesta concepção, o desenvolvimento do aluno se dará pelas relações entre suas construções, observações, e em suas ações perante a situação problema proposta. A última etapa foi a realização de avaliações por meio de questionários para apresentar os resultados das atividades aplicadas, comprovando a eficiência da proposta.

A quarta dissertação tem o objetivo de analisar as abordagens no uso de material concreto no ensino de matemática é apresentar a experiência como um forte instrumento no ensino aprendizagem em matemática, transformando o olhar do aluno sobre aspectos dessa ciência. O trabalho foi dividido em duas etapas, a primeira detém toda a reflexão e argumentação sobre a prática pedagógica, expondo toda a realidade da docência matemática, a segunda parte, apresenta as maneiras de se ensinar a matemática com os materiais, tendo um foco nessa abordagem.

3.2 O CAMPO DA PESQUISA

Essa dissertação trata-se de uma pesquisa de campo com aplicação na escola Ana de Siqueira Gonçalves no município de Parambu-CE, localizada na zona rural em uma comunidade denominada Monte Sion, onde foram realizadas as oficinas com o uso de materiais didáticos manipuláveis.

A pesquisa foi realizada com os alunos do Ensino Médio, especificamente, do 2º ano, na faixa etária de 15 a 17 anos, alunos da rede pública de ensino da cidade de Parambu-CE. Essa pesquisa teve o objetivo de investigar se o uso de materiais didáticos manipuláveis facilitou o entendimento do conteúdo de probabilidade. Para a seleção dos participantes usamos os seguintes critérios: educandos que estavam no 2º ano do Ensino Médio e tivessem disponibilidade para a pesquisa.

Em seguida com os alunos já selecionados iniciamos a pesquisa, o primeiro passo foi o Pré-teste com a aplicação de um questionário, estruturados com perguntas claras e objetivas para garantir a uniformidade de entendimento das perguntas e a padronização dos resultados de caráter objetivo. O questionário teve dez perguntas envolvendo o tema e o problema abordado.

O próximo passo foi organizar os alunos em quatro grupos para a realização das oficinas, esses grupos se mantiveram até o final das oficinas, onde os alunos estudaram e realizaram as dinâmicas das oficinas.

De posse dos dados do pré-teste, planejamos as oficinas, constituindo-se assim, o plano de ação para a intervenção com as estratégias de ensino escolhidas anteriormente, envolvendo: uso de material manipulável, jogos e resoluções de problemas.

A etapa seguinte da pesquisa foi realizar as oficinas utilizando as estratégias planejadas, os jogos, materiais manipuláveis e resolução de problema, fazendo uma abordagem com o conteúdo de probabilidade. Cada oficina teve a duração de 100 minutos, sendo realizada quatro oficinas, mais uma aula expositiva ministrada pelo pesquisador.

Por último aplicamos o pós-teste com um novo questionário com o mesmo número de questões do primeiro, mantendo o mesmo grau de dificuldade.

Os dados coletados foram analisados quantitativamente e aplicamos técnicas de estatística. Na sequência foram apresentados os resultados na forma de gráficos com as respectivas interpretações.

3.3 OFICINAS PEDAGÓGICAS COMO ESPAÇOS PARA A COLETA DE DADOS

Oficinas pedagógicas para ensino de matemática são ferramentas que auxiliam o professor na explanação dos conteúdos, o uso do material didático manipulável aparece como uma opção significativa no ensino de matemática, essa união entre materiais didáticos e as oficinas além de despertar o interesse dos educandos coloca-os como um sujeito ativo na criação do seu conhecimento, de acordo com a realidade de cada um, uma vez que,

O uso de materiais didático-pedagógicos nas aulas de matemática pode contribuir positivamente na qualidade do fazer pedagógico. O uso de diferentes recursos pode provocar uma releitura dos conceitos já estabelecidos e/ou construir novos conceitos, além de melhorar a relação entre o processo de ensino e aprendizagem, dentre outras vantagens (CARDOSO, DURIGON E MACIEL, 2012, p.52).

Para o desenvolvimento da proposta das oficinas aplicadas no projeto de Ensino de probabilidade mediado por materiais didáticos manipuláveis: experiências formativas numa escola da rede pública consideramos a divisão em três momentos: No primeiro, a apresentação dos jogos que seriam utilizados nas oficinas, na segunda, as oficinas e por último a expressão dos educandos sobre o trabalho realizado através da coleta de dados produzidos.

3.4 DESCRIÇÃO DOS JOGOS E MATERIAIS MANIPULÁVEIS UTILIZADOS NAS OFICINAS

Os jogos selecionados para as oficinas foram os dados de 6 faces, urnas com bolas coloridas e numeradas e um jogo de probabilidade.

O primeiro jogo selecionado foi o jogo de dados de 6 faces. Os dados são pequenos poliedros gravados com determinadas instruções. O dado mais clássico é o cubo (seis faces), gravado com números de um a seis., com essa ferramenta elaboramos algumas abordagens envolvendo o conteúdo de probabilidade.

Figura 1 - Dados de 6 faces



Fonte: Internet (2022).

O segundo jogo selecionado foram as urnas onde tivemos 4 unidades, dividida em dois grupos, no primeiro grupo 2 urnas onde cada uma delas tem no seu interior 8 bolas sendo duas bolas de cada cor, as cores são azul, amarela, verde e vermelha, já no segundo grupo tivemos as outras duas urnas cada uma delas com 6 bolas brancas numeradas de 1 a 6.

Figura 2 - Urna para sorteio em formato de cubo



Fonte: Próprio autor (2022).

Mais um material utilizado durante as oficinas foram as bolas numeradas e coloridas, servindo de material manipulável durante os jogos no decorrer das oficinas.

Figura 3 - Bolas numeradas e coloridas



Fonte: Próprio autor (2022).

O terceiro jogo selecionado foi o jogo das probabilidades, onde cada integrante do grupo recebe números de plástico numerados de 1 a 6.

Figura 4 - Material numerado de 1 a 6



Fonte: Próprio autor (2022).

3.5 SISTEMATIZAÇÃO E REALIZAÇÃO DAS OFICINAS

Após o conteúdo de probabilidade ser ministrado na turma selecionada deu-se início às oficinas. Foram realizadas 4 oficinas e a culminária das oficinas, cada encontro teve a duração de 100 minutos, sendo trabalhado uma abordagem e dinâmica diferente em torno do conteúdo de probabilidade.

No final das oficinas foi ministrada uma palestra sobre a importância da matemática no cotidiano deles, com ênfase no conteúdo de probabilidade, palestra essa ministrada pelo professor especialista Daniel Cleberon da Conceição Rocha.

3.5.1 Planejamento e realização das oficinas

No planejamento das oficinas, determinamos que seriam utilizados jogos, materiais manipuláveis e situações problemas com os alunos divididos em 4 grupo para responder às questões propostas. Sendo que ao iniciar cada atividade o pesquisador explicaria as regras e observações da referida dinâmica.

Foi entregue ao diretor da escola EEM Ana de Siqueira Gonçalves o termo de concordância para assinatura, em seguida foi apresentado o projeto de pesquisa a ser desenvolvido na escola com os alunos do 2º ano do Ensino Médio tendo como pesquisador o professor titular da disciplina de matemática.

Durante a aula no segundo ano do Ensino Médio 2º A, foi entregue o termo de consentimento livre e esclarecido para os alunos levarem para seus responsáveis lerem e assinar,

ficando ciente da pesquisa que será realizada em sala de aula. Em seguida foi apresentada a proposta para a turma que demonstrou muito entusiasmo diante da pesquisa a ser trabalhada nas aulas.

Iniciamos o conteúdo de probabilidade, onde foi apresentado o conceito de experimento aleatório, espaço amostral e evento, em seguida foi explanado a definição de probabilidade $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$. Por último foram apresentadas situações problemas para os alunos e suas respectivas soluções. Finalizamos o tópico de probabilidade com resoluções de questões, em seguida a turma foi dividida em 4 grupos cada um recebeu uma cor para identificar sendo as cores escolhidas amarelo, azul, verde e vermelho.

Depois de explicar para os alunos do 2º ano o conceito de probabilidade foi aplicado um pré-teste para 20 alunos da turma, o teste contendo 10 questões sobre o tema probabilidade, o mesmo foi estruturado da seguinte maneira: as 4 primeiras questões abordavam o lançamento de dados, as questões 5, 6 e 7 usavam situações com urnas, bolas coloridas e numeradas de 1 a 6, a questão 8 lançamento de uma moeda, por último as questões 9 e 10 abordavam uma situação com um estojo com lápis coloridos, e a última uma situação com uma caixa com livros de disciplinas diferentes.

Os educandos tiveram 100 minutos para resolver o pré-teste onde havia questões objetivas e subjetivas.

Figura 5 - Aplicação do pré-teste



Fonte: Próprio autor (2022).

3.5.2 Primeira oficina

A dinâmica tem início com cada grupo de posse dos dados e uma folha contendo 5 itens com as opções de verdadeiro ou falso, em seguida o pesquisador vai expor duas situações de probabilidade para cada item onde os grupos vão responder verdadeiro ou falso usando os dados

como uma fonte de pesquisa e levantamento de solução. Após o término das perguntas os grupos vão explicar como conseguiram chegar a cada resposta correta. Vence a dinâmica o grupo que tiver o maior número de acerto, em caso de empate será feita uma situação problema onde vence o grupo que acertar em um menor tempo.

Ao fim da oficina seriam recolhidas as folhas com as respostas dos 4 grupos e anexadas no caderno de bordo, outra forma de registro serão as imagens feitas durante a dinâmica.

Como os grupos já tinham sido montados em um encontro anterior, foi explicado a dinâmica da oficina, cada grupo recebeu uma lista com 5 questões com situações envolvendo o tema probabilidade, cada grupo recebeu 5 dados de seis faces logo as questões envolviam situações com o jogo de dados, todos os grupos tiveram 30 minutos para marcar verdadeiro ou falso em cada situação apresentada na lista, usando os dados como uma ferramenta de construção das resoluções, após o término do tempo iniciamos a segunda etapa da dinâmica.

Figura 6 - Material manipulado (Dados de 6 faces)



Fonte: Próprio autor (2022).

Nesse segundo momento as questões foram resolvidas pelo professor pesquisador, e cada grupo que acertava ao item mostrava o raciocínio utilizado na resolução da questão, ao final das resoluções das 5 questões foram discutidos os procedimentos utilizados por cada grupo.

A última etapa foi o ranking das equipes sendo atribuída 4 pontos para 1º colocado, três para 2º colocado, dois para 3º colocado e um ponto para 4º colocado.

- Amarelo 5 acertos (4 pontos)
- Vermelho 4 acertos (3 pontos)
- Azul 3 acertos (2 pontos)
- Verde 3 acertos (2 pontos)

As equipes azul e verde ficaram empatadas com o mesmo número de acertos.

Figura 7 - Resoluções das questões



Fonte: Próprio autor (2022).

3.5.3 Segunda oficina

Na segunda oficina iniciaremos apresentando a proposta do jogo que será utilizado, nesse caso o jogo com as urnas bolas coloridas e numeradas. Novamente a turma será dividida em 4 grupos, onde cada grupo receberá uma caixa com bolas numeradas de 1 a 6, e mais algumas bolas coloridas de maneira que cada grupo tenha duas bolas de cada cor sendo elas, azul, amarela, verde e vermelha. Será entregue a cada grupo uma ficha com 5 questões envolvendo situações que envolve o jogo das urnas. Cada equipe terá um tempo de 30 minutos para formular suas resoluções com o auxílio do material manipulável, após o término do tempo o pesquisador apresentará as resoluções das questões propostas aos grupos.

Iniciamos a segunda oficina com os mesmos grupos, primeiro passo foi distribuir para cada grupo uma urna com seis bolas numeradas de 1 a 6 com a cor de cada grupo e mais duas bolas de outras cores (amarela, azul, verde e vermelho) de maneira que cada equipe ficasse com 2 bolas de cada cor.

Figura 8 - Bolas coloridas e numeradas



Fonte: Próprio autor (2022).

Cada equipe teve um tempo de 30 minutos para resolver as 05 questões de probabilidade, cada questão envolvia uma situação sobre urnas e suas bolas numeradas e coloridas. Ao término do tempo estabelecido cada grupo apresentou suas conclusões com auxílio do material manipulável, ao fim das apresentações o Professor levantou alguns questionamentos sobre as soluções, incentivando os alunos a pensarem e refletir sobre suas próprias conclusões.

Figura 9 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas)



Fonte: Próprio autor (2022).

Ao fim da oficina foi contabilizado os números de acertos de cada grupo, ficando o grupo amarelo e vermelho com a mesma quantidade de acerto sendo 5 respostas corretas e os grupos azul e verde ficaram com 4 acertos cada grupo, dessa forma a pontuação das equipes ao fim da segunda oficina ficou assim:

- Amarelo 5 acertos (5 pontos)
- Vermelho 5 acertos (5 pontos)
- Azul 4 acertos (4 pontos)
- Verde 4 acertos (4 pontos)

Pontuação geral das equipes após a segunda oficina:

- Amarelo 8 pontos
- Vermelho 7 pontos
- Azul 5 pontos
- Verde 5 pontos

3.5.4 Terceira oficina

Na terceira oficina continuaremos trabalhando o jogo das urnas, nessa oficina as questões que serão abordadas têm um nível de raciocínio maior que anterior, dessa forma fazendo o educando utilize estratégias mais elaboradas para suas soluções.

A terceira oficina teve a mesma dinâmica da segunda, só que as questões contidas na lista de situações - problemas tinha um nível de dificuldade maior que a lista aplicada na segunda oficina.

Figura 10 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas)



Fonte: Próprio autor (2022).

O foco dessa oficina foi trabalhar questões de um nível mais avançado, com o auxílio do material manipulável, como eles tiveram o primeiro contato com o material na segunda oficina, o desempenho dos educados foi excelente.

Os alunos conseguiram resolver as situações envolvendo o conteúdo de probabilidade, as questões apresentadas para os alunos precisavam de um raciocínio e compreensão mais avançadas que na oficina anterior, logo os alunos conseguiram êxito nas suas soluções. Os grupos verde e vermelho conseguiram 5 acertos das 5 propostas, já o grupo amarelo teve 4 acertos e por último o grupo azul com 3 acertos, dessa forma fica claro o ótimo desempenho dos educandos envolvido na dinâmica da terceira oficina.

Figura 11 - Material manipulável (urnas com bolas numeradas e coloridas)



Fonte: Próprio autor (2022).

A pontuação das equipes após o fim da terceira oficina:

- Amarelo 11 pontos
- Vermelho 11 pontos
- Verde 9 pontos
- Azul 7 pontos

3.5.5 Quarta oficina

A penúltima oficina usaremos o jogo das probabilidades, esse jogo será individual onde cada jogador terá um adversário, as regras do jogo serão as seguintes:

- Cada jogador terá disponível pequenos números de 0 a 6.
- Cada jogador poderá colocar as peças de 0 a 6 em cada rodada.
- Em cada rodada a soma dos números de cada peça será calculada, em seguida será perguntado qual a probabilidade daquele número aparecer, ganha a rodada quem responder de maneira correta.
- Serão duas rodas onde cada grupo enfrenta outro grupo, quem vencer a primeira rodada passa para fase seguinte.
- Na segunda rodada as equipes vencedoras da primeira rodada se enfrentam, cada acerto nessa rodada tem pontuação dobrada.
- Vence a dinâmica o grupo que tiver maior pontuação ao fim das duas rodadas.

A oficina foi realizada com o jogo das probabilidades, o líder de cada grupo veio até o centro da sala com um dado de seis faces na mão, quem tirasse o maior número no lançamento do seu respectivo dado escolheria a equipe que enfrentaria no jogo das probabilidades, o líder da equipe vermelha venceu e escolheu a equipe verde para jogar, restando as equipes amarela e azul para o enfrentamento.

Figura 12 - Sorteio das equipes



Fonte: Próprio autor (2022).

Com as equipes já selecionadas para o jogo, iniciamos a dinâmica, cada grupo escolheu 4 jogadores para enfrentar a equipe adversária, a dinâmica aconteceu da seguinte forma, cada grupo recebeu uma caixa com números de plástico numerados de 1 a 6 com a respectiva cor da equipe, o mediador do jogo, no caso o professor, colocou na lousa uma tabela com uma linha numerada de 1 a 6 e uma coluna também numerada de um 1 a 6, e suas respectivas somas.

A primeira rodada, cada equipe tem um jogador enfrentando o jogador da outra equipe, cada um escolhe um número na sua caixa de 1 a 6, ambos colocam em cima da mesa ao mesmo tempo o número selecionado, o mediador entrega um papel para jogador anotar a probabilidade de sair a soma dos dois números.

Figura 13 - Primeira rodada



Fonte: Próprio autor (2022).

Cada equipe que acerta a probabilidade ganha um ponto, o grupo que fizer mais pontos vence a equipe adversária, no fim da primeira rodada a equipe verde venceu a equipe vermelha com o placar de 1 a 0, já o jogo entre a equipe azul e amarela saiu 4 a 2 para equipe azul.

A segunda rodada foi formada pelas equipes vitoriosas da primeira rodada o grupo azul jogou contra o grupo verde, nessa rodada cada equipe escolheu dois jogadores para participar, sendo que nessa rodada cada acerto valeria dois pontos, ambas as equipes acertaram as duas probabilidades.

Figura 14 - Segunda rodada



Fonte: Próprio autor (2022).

Ao final da dinâmica o placar foi o seguinte:

- Azul 8 pontos
- Verde 6 pontos
- Amarela 2 pontos
- Vermelho 0 pontos

3.5.6 Culminância das oficinas

Nossa última ação foi uma palestra com o tema probabilidade no nosso dia a dia, ministrada pelo professor especialista Daniel Cleberson da Conceição Rocha, pesquisador desse trabalho, na palestra foi abordado a importância da probabilidade no cotidiano do educando, áreas que a probabilidade contempla, situações do dia-a-dia, e por último o contexto histórico.

Figura 15 - Palestra



Fonte: Próprio autor (2022).

No final da palestra, houve a premiação das equipes vencedoras, onde a equipe que ficou em primeiro lugar recebeu medalhas de ouro e a segunda colocada medalhas de prata, os alunos que mais se destacaram durante as oficinas também receberam medalhas de honra ao mérito.

Figura 16 - Premiação



Fonte: Próprio autor (2022).

Nessa última oficina todos os jogos utilizados anteriores serão apresentados novamente, onde os alunos que mais se destacaram explicaram para os demais educandos quais as estratégias utilizadas para responder os questionamentos de forma correta e rápida.

3.6 COLETA DE DADOS

Finalizamos a coleta de dados, depois de várias oficinas juntamente com uma dinâmica de jogos, aplicamos o pós-teste, composto de 10 questões com o mesmo nível de dificuldade do pré-teste, participaram 20 alunos, os mesmo que responderam o pré-teste, os educandos tiveram 100 minutos para responder as questões, mesmo tempo estabelecido no primeiro teste.

Figura 17 - Aplicação do pós-teste



Fonte: Próprio autor (2022).

Figura 18 - Aplicação do pós-teste



Fonte: Próprio autor (2022).

O pós-teste foi elaborado de acordo com o pré-teste, mantendo o mesmo nível de dificuldade, dessa forma podemos determinar se o uso de materiais manipuláveis nas oficinas conseguiu melhorar a aprendizagem dos educandos do 2º A do ensino médio.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1 PRÉ-TESTE

Iniciaremos apresentando o resultado do pré-teste aplicado a 20 alunos do 2º ano do Ensino Médio na Escola Ana de Siqueira Gonçalves, localizada na zona rural do município de Parambu-CE. Após a explanação do conteúdo de probabilidade de maneira tradicional, utilizando quadro, pincel e o livro, foi aplicado o questionário e os resultados serão apresentados no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Gráfico de desempenho do pré-teste



Fonte: Próprio autor (2023).

O primeiro questionário foi elaborado com 10 questões quantitativa e qualitativa, as questões objetivas tinham cinco alternativas com apenas uma resposta correta e as questões subjetivas o aluno escreviam seu raciocínio para resolver a situação proposta envolvendo o conteúdo de probabilidade.

Participaram do pré-teste 20 educandos do 2º ano do ensino médio. O Gráfico 1 mostra que o número de erros foi maior que o número de acertos nas 10 questões abordadas, podemos analisar que o desempenho foi baixo chegando a uma média de 44% de acertos da turma.

Podemos visualizar que apenas o método tradicional de ensino não foi suficiente para alcançar um rendimento proveitoso no ensino de probabilidade. O uso de outras estratégias de ensino auxilia os alunos na aprendizagem e aumenta a motivação dos educandos despertando seu raciocínio lógico. (TURRIONI; PEREZ, 2006).

No Gráfico 2 está o número de acertos e erros da primeira questão, foi abordada a seguinte situação problema. Ao jogar um dado não viciado, qual a probabilidade de obtermos um número ímpar voltado para cima? Dos 20 alunos que responderam, 1 aluno acertou e 19 alunos erraram a questão, dessa maneira temos 5% de acerto e 95% de erro.

Gráfico 2 - Gráfico de desempenho na questão 1º



Fonte: Próprio autor (2023).

Nessa questão o educando precisava identificar o espaço amostral e os casos favoráveis, após essa etapa escreviam em forma de razão, sendo o numerador o número de casos favoráveis e o denominador o espaço amostral.

No Gráfico 3 está a questão dois, com a abordagem do jogo de dados com o seguinte enunciado. Se lançarmos um dado, qual a probabilidade de obtermos um número maior que 4? nesta situação, seis alunos responderam de forma correta e quatorze alunos erram a questão, sendo assim 30% de acerto e 70% de erro.

Gráfico 3 - Gráfico de desempenho na questão 2º



Fonte: Próprio autor (2023).

A segunda questão tem uma forma de resolução muito parecida com a primeira, só que nesse caso o aluno precisava compreender os casos favoráveis que seria os números 4, 5 e 6, e utilizar o mesmo mecanismo da questão anterior, escrever em forma de razão sendo, a probabilidade de um evento. A ocorre, dada por $P(A) = \frac{n^\circ \text{ de casos favoráveis}}{n^\circ \text{ de casos possíveis}}$.

No Gráfico 4 está a terceira questão com dois itens para serem respondidos. Um dado não viciado é lançado. Calcule a probabilidade de que a face voltada para cima seja: um número par? o outro item é que a face voltada para cima seja um número múltiplo de 3? Como essa questão tinha item a) e b), foi utilizada a média aritmética do número de acerto e erros dos itens que foram respondidos. Onze alunos acertam o item a) e 3 alunos acertaram o item b), logo temos 14 acertos no total, e 26 erros, logo temos 35% de acerto e 65% de erro.

Gráfico 4 - Gráfico de desempenho na questão 3º



Fonte: Próprio autor (2023).

Analisando as resoluções dos educandos percebemos que muitos alunos não simplificaram as frações, muitos também não conseguiram escrever as resoluções em forma de porcentagem, mais as frações equivalentes e porcentagem corretas foram computadas como acerto.

No Gráfico 5 está a quarta questão, nessa abordamos o lançamento de dois dados, dessa forma o espaço amostral é ampliando de seis para trinta e seis. Temos a seguinte situação se lançarmos dois dados ao mesmo tempo, qual a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima?

Gráfico 5 - Gráfico de desempenho na questão 4º



Fonte: Próprio autor (2023)

Na situação apresentada apenas quatro alunos acertam a alternativa correta e 16 erraram, dessa forma tivemos 20% de acerto e 80% de alunos que responderam de forma equivocada a situação proposta.

Na resolução da situação proposta aos educandos, precisavam que os alunos conseguissem analisar o espaço amostral que seria de 36 possibilidades, logo seria a combinação dos dois dados lançados ao mesmo tempo, uma segunda análise seria casos favoráveis dois números iguais ficassem voltados para cima: (1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6), após essa análise chegaríamos ao total de seis casos favoráveis, usando a definição de probabilidade teríamos a razão de $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

No Gráfico 6 temos a quinta questão, essa foi trabalhada com os alunos uma situação envolvendo retirada de bolas de uma urna, a situação abordada foi a seguinte: uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6, qual a probabilidade de retirar uma bola de número par?

Gráfico 6 - Gráfico de desempenho na questão 5º



Fonte: Próprio autor (2023)

Nessa situação um aluno acertou a alternativa correta e 19 alunos erraram, portanto, a porcentagem de acerto foi de 5% e 95% de erro.

A estratégia que o aluno precisava para ter êxito nessa situação seria identificar o espaço amostral que era 6, pois eles tinham seis bolas dentro da urna, e entender que dentro dessas seis bolas numeradas de 1 a 6 tinha três delas que era par, aplicando a definição de probabilidade encontrariam a razão correta.

Na sexta questão apresentada no Gráfico 7, foi abordado a mesma proposta da questão anterior, urnas com retiradas de bolas, só que em vez de bolas numeradas seriam retiradas da urna bolas coloridas. Foi proposta a seguinte colocação aos educandos: uma urna contém 4 bolas vermelhas e 4 bolas azuis, qual a probabilidade de retirar uma bola de cor azul?

Gráfico 7 - Gráfico de desempenho na questão 6º



Fonte: Próprio autor (2023)

O resultado foi 3 alunos acertam a alternativa correta e 17 alunos marcaram alternativas incorretas, dessa forma, 15% acertaram a situação proposta e 85% erraram a questão.

No Gráfico 8 temos a sétima questão continuamos com a proposta de retirada só que dessa vez de fichas de uma urna, mas nessa situação a proposta era verificar se o aluno estava atento ao espaço amostral, pois foi sugerido um valor que não existiam no espaço amostral, abordamos a seguinte colocação: Uma urna contém 6 fichas numeradas de 1 a 6. Retirando-se uma ficha ao acaso qual a probabilidade da ficha de número 8 ser a ficha escolhida?

Seis alunos acertam alternativa correta e 14 erram dando um percentual de 30% de acerto e 70% de erro. Nessa questão o objetivo era verificar se o educando estava atento ao espaço amostral, pois o número de casos favoráveis é um subconjunto do espaço amostral, dessa forma temos um conjunto vazio, pois a ficha de número 8 não faz parte do espaço amos

Gráfico 8 - Gráfico de desempenho na questão 7º



Fonte: Próprio autor (2023)

No Gráfico 9 temos a oitava questão com uma situação de lançamento de uma moeda não viciada, que tinha o seguinte enunciado: Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade de o lado “cara” ficar voltado para cima?

Gráfico 9 - Gráfico de desempenho na questão 8º



Fonte: Próprio autor (2023)

Das repostas marcadas pelos alunos 7 deles acertam e 13 erram alternativa correta, a porcentagem de acertos foi de 35% e de erro 65%, esse tipo de situação dentro da probabilidade é considerada a mais elementar, pois sua solução é bem simples em relação a outras abordagens envolvendo probabilidade.

No Gráfico 10 temos a nona questão apresentada aos educandos uma situação de retirada só que nessa abordagem o objeto escolhido foi um estojo com lápis coloridos situação do cotidiano do aluno, essa questão foi subjetiva com os itens a), b), e c) para ser respondidas pelos alunos.

Gráfico 10 - Gráfico de desempenho na questão 9º



Fonte: Próprio autor (2023)

A questão trazia o seguinte enunciado: Em um estojo há 15 lápis coloridos e 6 lápis pretos:

- Se você retirar, ao acaso, um lápis desse estojo, a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto?
- Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?
- Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?

Como a questão era subjetiva foi considerada resposta correta, a razão entre números de casos favoráveis e números de casos possíveis, em seguida foi utilizado a média aritmética dos números de acertos e erros dos itens a), b), e c).

No item a) 6 alunos acertam e 14 alunos erram, nos itens b) e c) o número de acertos e o número de erros se manteve o mesmo do item a). Dessa forma o percentual de acerto foi 30% e o de erro de 70%.

Na décima questão apresentado no Gráfico 11, foi colocado a seguinte situação aos educandos: Em uma caixa há 12 livros de história, 6 de matemática e 4 de português. Se retirarmos um livro dessa caixa, ao acaso, qual a probabilidade de ele ser:

- De história?
- De matemática?
- De português?

Gráfico 11 - Gráfico de desempenho na questão 10º



Fonte: Próprio autor (2023).

Nessa situação proposta usamos o mesmo método da nona questão, fizemos a média aritmética do número de acertos e erros dos alunos, chegando aos seguintes resultados 6 alunos acertam o item a e 14 alunos erram o mesmo, já nos itens b) e c) o número de acertos e erros foram os mesmos do item a), dessa maneira o percentual de acerto da decima questão foi 45% e 55% de erro.

Dessa forma temos que a média no número de acertos dos alunos foram de:

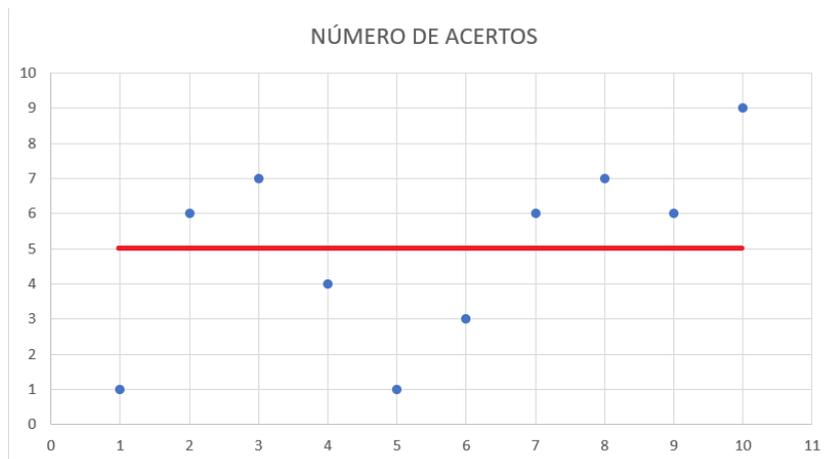
$$\frac{1+6+7+4+1+3+6+7+6+9}{10 \times 20} = \frac{50}{200} = 0,25 \times 100 = 25\%. \quad (1)$$

Ao fim do pré-teste chegamos ao um percentual de 25% de números de acertos e 75% de erros, dessa forma o rendimento dos educandos foi baixo tendo um aproveitamento de apenas $\frac{1}{4}$, das respostas corretas.

No gráfico 12 mostra a média aritmética da turma e a dispersão dos dados em relação ao número de acertos da turma. A média aritmética de um conjunto de dados é obtida somando todos os valores e dividindo o valor encontrado pelo número de dados desse conjunto. Logo a média aritmética da turma é:

$$M_A = \frac{1+6+7+4+1+3+6+7+6+9}{10} = \frac{50}{10} = 5,0 \quad (2)$$

Gráfico 12 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma



Fonte: Próprio autor (2023)

A média aritmética tem suas vantagens e desvantagens, vantagem reflete cada valor observado na distribuição, desvantagens é influenciada por valores extremos.

Como a média aritmética é influenciada por valores extremos, foi calculado o desvio padrão, o mesmo é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados. Ou seja, o desvio padrão indica o quanto um conjunto de dados é uniforme. Quanto mais próximo de 0 for o desvio padrão, mais homogêneo são os dados. O desvio padrão da turma em relação ao número de acerto foi:

$$D_P = \sqrt{\frac{(1-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2+(4-5)^2+(1-5)^2+(3-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2+(6-5)^2+(9-5)^2}{10}} \quad (3)$$

$$D_P = \sqrt{\frac{(-4)^2+(1)^2+(2)^2+(-1)^2+(-4)^2+(-2)^2+(1)^2+(2)^2+(1)^2+(4)^2}{10}} \quad (4)$$

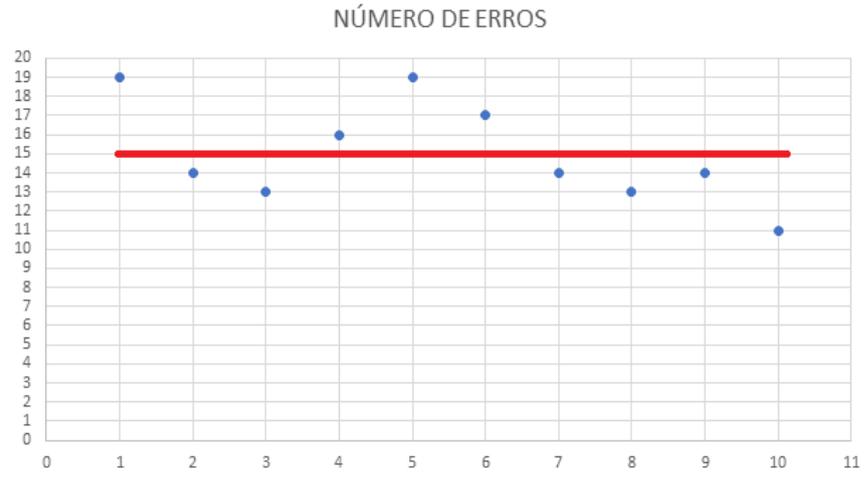
$$D_P = \sqrt{\frac{16+1+4+1+16+4+1+4+1+16}{10}} = \sqrt{\frac{64}{10}} = \sqrt{6,4} \cong 2,52 \quad (5)$$

Finalizando a análise do número de acertos da turma temos, média aritmética $M_A = 5$ e o desvio padrão de $D_P \cong 2,52$.

O gráfico 13 apresenta a média aritmética e a dispersão dos de erros da turma, dessa forma temos que a média aritmética do número de erros:

$$M_A = \frac{19+14+13+16+19+17+14+13+14+11}{10} = \frac{150}{10} = 15 \quad (6)$$

Gráfico 13 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma



Fonte: Próprio autor (2023)

Como já foi citado as vantagens e desvantagens da média aritmética, será calculado o desvio padrão do número de erros da turma, dessa forma temos:

$$D_p = \sqrt{\frac{(19-15)^2+(14-15)^2+(13-15)^2+(16-15)^2+(19-15)^2+(17-15)^2+(14-15)^2+(13-15)^2+(14-15)^2+(11-15)^2}{10}} \quad (7)$$

$$D_p = \sqrt{\frac{(4)^2+(-1)^2+(-2)^2+(1)^2+(4)^2+(2)^2+(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2+(-4)^2}{10}} \quad (8)$$

$$D_p = \sqrt{\frac{16+1+4+1+16+4+1+4+1+16}{10}} = \sqrt{\frac{64}{10}} = \sqrt{6,4} \cong 2,52 \quad (9)$$

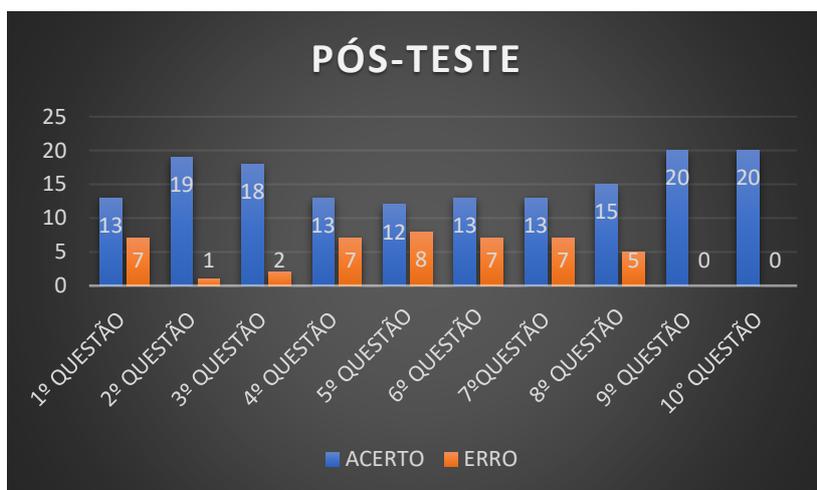
Finalizando a análise do número de erros da turma temos, média aritmética $M_A = 15$, é o desvio padrão $D_p \cong 2,52$. Concluimos que o percentual de acertos da turma foi de 25% e de erro 75%, com esses valores fica nítido que a turma não conseguiu êxito diante das situações propostas, envolvendo conteúdo de probabilidade, tendo um índice de acerto abaixo de 50%.

Na sequência descreveremos os resultados do Pós-teste, aplicados após a realização das quarto oficinas previstas e a intervenção do pesquisador na palestra final.

4.2 PÓS-TESTE

Após o término das oficinas foi aplicado um questionário com 10 questões objetivas e subjetivas, sendo elaborado com o mesmo grau de dificuldade do pré-teste, com os 20 alunos da turma do 2º ano do Ensino Médio da Escola Ana de Siqueira Gonçalves. Apresentamos os resultados no Gráfico 14.

Gráfico 14 - Gráfico de desempenho do pós-teste



Fonte: Próprio autor (2023)

O pós-teste foi aplicado para 20 alunos do 2º ano do Ensino Médio na Escola Ana de Siqueira Gonçalves na zona rural do município de Parambu-CE. Analisando o gráfico geral do pós-teste, conseguimos perceber que em todas as questões os alunos tiveram um número de acertos maior que o número de erros, dessa maneira o índice de desempenho dos educandos teve um aumento em relação ao pré-teste.

O segundo questionário foi aplicado ao término das oficinas pedagógicas, nas quais foram trabalhados o uso de materiais manipuláveis na construção das resoluções, auxiliando os educandos na obtenção dos seus resultados.

No primeiro questionário o índice de acerto da turma ficou na faixa de 25%, logo em seguida iniciamos as oficinas pedagógicas utilizando materiais didáticos manipuláveis como uma ferramenta de aprendizagem, onde os educandos usavam o material para auxiliar na construção das resoluções, tornando o processo de ensino e aprendizagem uma abordagem mais prática.

No final dessa ação foi aplicado mais um questionário para os educandos, onde o índice de acerto da turma passou para 78%, comparando as porcentagens no número de acerto vimos que o aumento foi bem significativo tendo um índice de aproveitamento bem alto em relação ao primeiro questionário, saindo de 25% e chegando ao índice de 78%.

Na primeira questão do pós-teste foi abordado o jogo de dados com a seguinte indagação: No lançamento de um dado não viciado, qual é a probabilidade de sair um número par? O Gráfico 15 mostra o desempenho dessa questão, onde treze alunos acertaram e sete erraram, tendo uma porcentagem de 65% de acertos e 35% erro.

Gráfico 15 - Gráfico de desempenho na questão 1º



Fonte: Próprio autor (2023).

Na resolução da questão os educandos precisavam identificar o espaço amostral e o número de casos favoráveis, aplicar a definição de probabilidade.

Durante a primeira oficina foi abordado o jogo de dados, onde o educando usava o material manipulável para construir suas resoluções, vendo o resultado da primeira questão do pós-teste podemos verificar que o número de acertos passou de 5% do pré-teste para 65% do pós-teste, tendo uma redução significativa no número de erros saindo de 95% para 35%.

Na segunda questão do pós-teste foi indagada uma situação sobre o lançamento de um dado. No lançamento de um dado não viciado, qual a probabilidade de se obter um número menor que 5? O Gráfico 16 mostra o desempenho, donde dos vinte educandos que responderam à questão 19 tiveram êxito nas suas respostas e apenas um aluno errou a situação proposta, logo o índice de acerto foi de 95% e 5% de erro.

Gráfico 16 - Gráfico de desempenho na questão 2º



Fonte: Próprio autor (2023)

No pré-teste foi abordada uma situação semelhante, comparando os índices de acertos e erros temos: no pré-teste 30% acertaram já no pós-teste esse índice subiu para 95%, no primeiro questionário o índice de erro foi de 70% caindo para 5% no segundo questionário.

Durante as oficinas foi trabalhado com os educandos os jogos de dados, onde cada equipe utilizou o material concreto para a elaboração das suas soluções diante dos problemas sugeridos pelo professor pesquisador, sendo esse o dado de seis faces, percebemos que após o uso do material manipulável os educandos conseguiram êxito nas suas respostas ao questionamento envolvendo essa ferramenta de aprendizagem.

A terceira questão possui dois itens a serem respondidos, com as seguintes indagações: Um dado não viciado é lançado. Calcule a probabilidade de que a face voltada para cima seja:

- a) Um número par?
- b) Um número múltiplo de 3?

Como a questão tinha item a) e b), foi calculado a média aritmética do número de acertos e erros dos itens respondidos, dezenove alunos acertam o item a) e vinte alunos acertaram o item b), logo temos 39 acertos e 1 erro, portanto a porcentagem de acerto chegou a 98% e 2% de erro.

Gráfico 17 - Gráfico de desempenho na questão 3º



Fonte: Próprio autor (2023)

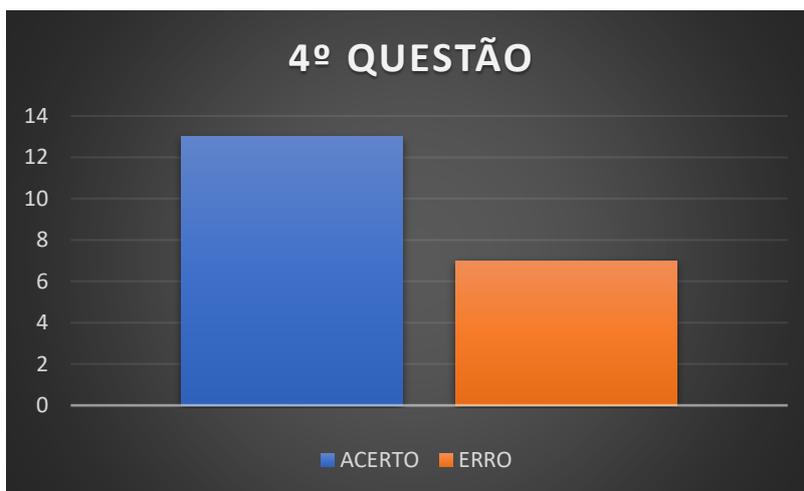
No primeiro momento que essa situação foi apresentada aos alunos o item b) teve um índice de erro alto, apenas três alunos conseguiram resolver de maneira correta, os educandos relataram que a dificuldade que tiveram foi justamente por não saber quais os números do espaço amostral seriam múltiplos de 3, dessa forma comprometendo o número de casos favoráveis, e conseqüentemente a probabilidade, induzindo o educando ao erro.

Durante as oficinas pedagógicas foi levantado pelo professor pesquisador o comportamento dos números, e qual era a diferença de múltiplos e divisores de um número, usando como uma ferramenta de auxílio os jogos da probabilidade, que utilizamos números de plástico numerados de 0 a 9. Dessa forma vimos que essa estratégia ajudou os educandos a identificar essa diferença entre múltiplos e divisores, saindo de 65% de erro para apenas 2% de erro.

Na quarta questão foi abordado o lançamento de dois dados, dessa forma o espaço amostral é ampliando de seis para trinta e seis. Temos a seguinte situação: Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo, qual a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima?

Nessa questão continuamos com os jogos de dados com o espaço amostral maior passando de seis para trinta e seis que representa a combinação dos dois dados sendo lançados ao mesmo tempo. Verificou-se que 13 alunos acertaram e 7 alunos erraram, o percentual de acertos foi de 65%, e o de erros foi de 35%, conforme Gráfico 18.

Gráfico 18 - Gráfico de desempenho na questão 4°



Fonte: Próprio autor (2023)

Na primeira abordagem no pré-teste o índice de acerto foi de 20% passando para 65% no pós-teste, tendo uma queda no percentual de erros de 80% para 35%.

De acordo com os educandos através de depoimentos, a grande dificuldade na resolução dessa questão foi justamente o espaço amostral que passou de seis para trinta e seis, sendo todas as combinações possíveis no lançamento de dois dados simultaneamente, já os casos favoráveis os alunos não tiveram dificuldade de identificar sendo os números iguais ficarem voltados para cima, (1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5) e (6,6).

Durante as oficinas, os alunos tiveram acesso à materiais manipuláveis (dados de seis lados) para construir de forma dinâmica as resoluções em sala de aula, a partir da qual vemos que após essa conexão e uso desse recurso, eles podem construir seu próprio raciocínio durante a resolução, aumentou o percentual de alunos que responderam corretamente em situações semelhantes às utilizadas em sala de aula.

Na quinta questão do pós-teste abordamos o lançamento de dois dados simultaneamente, no enunciado foi adicionado uma figura com todas as combinações possíveis desse lançamento, servindo como um material de apoio na resolução da questão. O enunciado foi o seguinte: A figura mostra as combinações possíveis no lançamento simultâneo de dois dados, um verde e outro vermelho. Calcule a probabilidade de que, no lançamento desses dois dados, a soma dos pontos obtidos seja 10?

Como a questão já trazia a imagem com todas as combinações possíveis, o educando só precisaria observar o espaço amostral e o número de casos favoráveis, e aplicar a definição de probabilidade chegando à razão de $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Os resultados encontrados, mostrados no Gráfico 19, foram os vinte alunos acertam a resposta correta, chegando a 100% o índice de acertos, a turma toda conseguiu descrever a resposta correta, percebemos que os educandos tem uma dificuldade de pensar ou imaginar sobre o espaço amostral e seu subconjunto que é o número de casos favoráveis, nessa situação onde os educandos tinha uma tabela para auxiliar eles nas suas resoluções todos conseguiram obter êxito nas suas soluções.

Gráfico 19 - Gráfico de desempenho na questão 5º



Fonte: Próprio autor (2023)

Na sexta questão o tema trabalhado retiradas de bolas numeradas de uma urna, com o seguinte enunciado: Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6, qual a probabilidade de retirar uma bola de número par? Das vinte respostas dos educandos 13 acertam alternativa correta e 7 responderam de maneira equivocada, tendo uma porcentagem de 65% de acerto e 35% de erro, conforme Gráfico 20.

Gráfico 20 - Gráfico de desempenho na questão 6º



Fonte: Próprio autor (2023)

No pré-teste a sexta questão tinha uma abordagem bastante semelhante à do pós-teste, retirada de bolas de uma urna, a diferença entre as questões foi que no primeiro questionário as bolas eram coloridas já no segundo questionário as bolas eram numeradas, fazendo a comparação entre o percentual de acertos e erros temos, no pré-teste o índice de acertos foi de 15% passando para 65% no pós-teste, já no número de erros o percentual caiu de 85% para 35%.

Durante as oficinas o uso do material manipulável (jogo das urnas), aconteceu em dois momentos, no primeiro cada grupo recebeu uma urna com bolas coloridas e numeradas junto com uma ficha com cinco situações problema, cada grupo teve um tempo para formular suas resoluções usando o material que foi entregue a cada grupo, no final da dinâmica o professor pesquisador pediu que cada grupo explicasse quais foram as estratégias adotadas para suas resoluções. A estratégias utilizadas facilitou o processo de ensino e aprendizagem dos educandos.

Já na oficina seguinte continuamos usando o material manipulável (jogo das urnas), as fichas distribuídas para os grupos tinham 5 questões só que dessa vez com um grau de dificuldade maior, retiradas com reposição, mudando o espaço amostral, uma abordagem mais elaborada onde o educando precisava ter uma atenção em relação a essa reposição.

Com esses números vimos que o número de acerto sai de 15% para 65%, um crescimento bastante significativo, e conseqüentemente o índice de erro caiu de 85% para 35%, dessa forma o material utilizado durante as oficinas auxiliaram os alunos a desenvolver um raciocínio mais concreto, levando os mesmo a êxito no pós-teste.

Na sétima questão foi abordado retiradas de bolas de uma urna, com a seguinte pergunta: Uma urna contém 4 bolas vermelhas e 4 bolas azuis, qual a probabilidade de retirar uma bola de cor azul? Dos vinte educandos que responderam à questão 13 acertam e 7 erram, tendo um percentual de 65% de acerto e 35% de erro. Apresentada no Gráfico 21.

Gráfico 21 - Gráfico de desempenho na questão 7º



Fonte: Próprio autor (2023)

No pré-teste essa mesma situação foi colocada para os educandos tendo os seguintes resultados, 15% de acerto e 85% de erro, comparando os índices do pré-teste com o pós-teste temos, que o número de acertos passou de 15% para 65%, e uma queda no número de erros de 85% para 35%.

No pré-teste essa mesma situação foi colocada para os educandos tendo os seguintes resultados, 15% de acerto e 85% de erro, comparando os índices do pré-teste com o pós-teste temos, que o número de acertos passou de 15% para 65%, e uma queda no número de erros de 85% para 35%.

Analisando os dados coletados nesses dois momentos fica claro que os educandos tiveram um rendimento maior no segundo teste. Durante as atividades que ocorrerem nas oficinas foram trabalhados os materiais manipuláveis (urnas com bolas coloridas e numeradas), os dados citados mostram que os educandos tiveram melhor desempenho diante da situação proposta, após utilizarem os materiais didáticos manipuláveis.

Na oitava questão apresentado no Gráfico 22, fizemos a abordagem envolvendo retiradas de bola de uma urna, com o seguinte enunciado: Em uma caixa há bolas iguais, exceto pela cor, de modo que 6 bolas são azuis e 4 bolas são vermelhas. Qual a probabilidade de, ao acaso, ser retirada uma bola de cor vermelha?

Gráfico 22 - Gráfico de desempenho na questão 8º



Fonte: Próprio autor (2023)

Dos vinte educandos que participaram da coleta de dados 15 acertam a resposta correta e 5 erram, dando um percentual de 75% de acerto e 25% de erro, logo $\frac{3}{4}$ da turma conseguiram marcar alternativa correta, cada questão tinha cinco alternativas com apenas uma correta, as alternativas estavam todas em forma de razão de maneira simplificada.

Finalizando essa parte das questões sobre retiradas de bolas da urna, os índices de acertos dos educandos foram muito satisfatórios, comparando com os resultados antes das oficinas, dessa maneira fica nítido que uso do material didático manipulável contribui para que os educandos compreendessem as situações propostas a eles, chegando as resoluções corretas das questões abordadas.

Na nona questão foi abordado uma situação bem clássica o lançamento de uma moeda não viciada, no conteúdo de probabilidade esse tipo de questão é considerado a mais elementar, sendo uma das primeiras situações colocada para o educando resolver. A questão tinha o seguinte enunciado: Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade de o lado “cara” ficar voltada para cima? Os alunos que responderam à questão todos acertaram chegando a 100% o número de acertos. Apresentado no Gráfico 23.

Gráfico 23 - Gráfico de desempenho na questão 9º



Fonte: Próprio autor (2023)

Durante as oficinas com auxílio dos materiais manipuláveis os educandos conseguiram diferenciar espaço amostral e casos favoráveis, com uso dos materiais didáticos manipuláveis eles conseguiram entender que o número de casos favoráveis é um subconjunto do espaço amostral, dessa forma conseguiram êxito na resposta para situação coloca a eles, pois em um lançamento de uma moeda, o espaço amostral é (cara, coroa), sendo cara um subconjunto do espaço amostral.

Na décima questão usamos a proposta de retiradas de bolas de uma caixa, com o seguinte enunciado: Uma caixa tem 10 bolas azuis, 2 amarelas e 1 vermelha. Qual a probabilidade de, retirando-se uma bola ao acaso ser:

- a) Bola azul?
- b) Bola amarela?

c) Bola vermelha?

Dos vinte alunos que responderam os itens a), b) e c) todos acertaram os três itens chegando a um percentual de 100% de acerto. Apresentado no Gráfico 24.

Gráfico 24 - Gráfico de desempenho na questão 10º



Fonte: Próprio autor (2023).

No pré-teste foi apresentado aos alunos uma questão similar, a diferença entre as questões que no pré-teste a retirada era de livros já no pós-teste a retirado foi de bolas coloridas. Comparando as porcentagens temos, pré-teste 45% acertaram já no pós-teste o índice de acerto foi de 100%, conseqüentemente saindo de 55% de erro para 0%.

Analisando os números chegamos à conclusão que o índice de erro chegou 0% nessa última questão do pós-teste, dessa forma percebemos que os educandos não tiveram mais dificuldade em diferenciar o espaço amostral e o número de casos favoráveis, como já foi mencionado no texto, durante as oficinas utilizamos materiais manipuláveis nesse casos o jogo das urnas com bolas numeradas e coloridas, sendo uma ferramenta de aprendizagem dos educandos, esse material concreto facilitou o entendimento dos educandos na construção das suas soluções durante o processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma temos que a média no número de acertos dos alunos no pós-teste foram de:

$$\frac{13+19+18+13+12+13+13+15+20+20}{10 \times 20} = \frac{156}{200} = 0,78 \times 100 = 78\%. \quad (10)$$

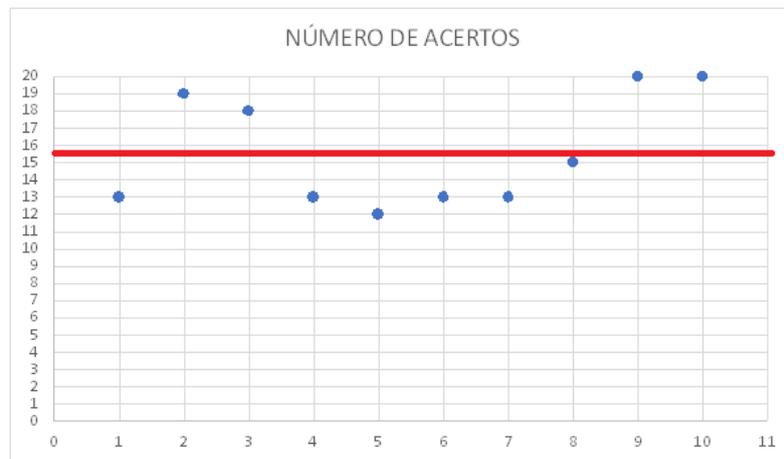
No pré-teste a média no número de acerto foi de 25% passando para 78% no pós-teste, dessa maneira analisando os índices verificamos que o crescimento dos alunos após as oficinas pedagógicas com o auxílio de materiais didáticos manipuláveis teve um crescimento em relação

ao pré-teste, portanto podemos concluir que os materiais didáticos manipuláveis contribuíram para melhorar a aprendizagem dos educandos.

O Gráfico 25 mostra a média aritmética da turma e a dispersão dos dados em relação ao número de acertos no pós-teste. A média aritmética de um conjunto de dados é obtida somando todos os valores e dividindo o valor encontrado pelo número de dados desse conjunto. Logo a média aritmética da turma é:

$$M_A = \frac{13+19+18+13+12+13+13+15+20+20}{10} = \frac{156}{10} = 15,6 \quad (11)$$

Gráfico 25 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma



Fonte: Próprio autor (2023)

A média aritmética tem suas vantagens e desvantagens, vantagem reflete cada valor observado na distribuição, desvantagens é influenciada por valores extremos.

Como a média aritmética é influenciada por valores extremos, foi calculado o desvio padrão, o mesmo é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados. Ou seja, o desvio padrão indica o quanto um conjunto de dados é uniforme. Quanto mais próximo de 0 for o desvio padrão, mais homogêneo são os dados. O desvio padrão da turma em relação ao número de acerto.

$$D_P = \sqrt{\frac{(13-15,6)^2+(19-15,6)^2+(18-15,6)^2+(13-15,6)^2+(12-15,6)^2+(13-15,6)^2+(13-15,6)^2+(15-15,6)^2+(20-15,6)^2+(20-15,6)^2}{10}} \quad (12)$$

$$D_P = \sqrt{\frac{(-2,6)^2+(3,4)^2+(2,4)^2+(-2,6)^2+(-3,6)^2+(-2,6)^2+(-2,6)^2+(-0,6)^2+(4,4)^2+(4,4)^2}{10}} \quad (13)$$

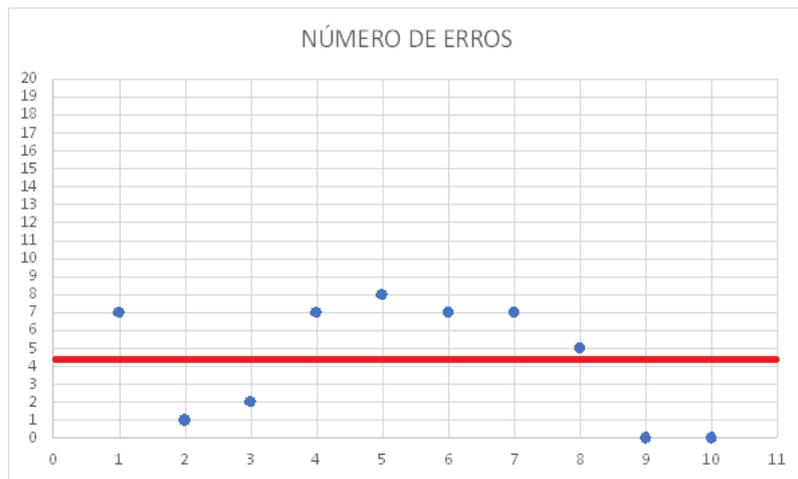
$$D_P = \sqrt{\frac{6,76+11,56+5,76+6,76+12,96+6,76+6,76+0,36+19,36+19,36}{10}} = \sqrt{\frac{96,4}{10}} = \sqrt{9,64} \cong 3,10 \quad (14)$$

Finalizando a análise do número de acertos da turma temos, média aritmética $M_A = 15,6$ e o desvio padrão de $D_P \cong 3,10$.

O Gráfico 26 apresenta a média aritmética e a dispersão dos dados, dessa foram temos que a média aritmética do número de erros no pós-teste foi:

$$M_A = \frac{7+1+2+7+8+7+7+5+0+0}{10} = \frac{44}{10} = 4,4 \quad (15)$$

Gráfico 26 - Gráfico de dispersão e a média aritmética da turma



Fonte: Próprio autor (2023)

Como já foi citado as vantagens e desvantagens da média aritmética, será calculado o desvio padrão do número de erros da turma, dessa forma temos:

$$D_P = \sqrt{\frac{(7-4,4)^2+(1-4,4)^2+(2-4,4)^2+(7-4,4)^2+(8-4,4)^2+(7-4,4)^2+(7-4,4)^2+(5-4,4)^2+(0-4,4)^2+(0-4,4)^2}{10}} \quad (16)$$

$$D_P = \sqrt{\frac{(2,6)^2+(-3,4)^2+(-2,4)^2+(2,6)^2+(3,6)^2+(2,6)^2+(2,6)^2+(0,6)^2+(-4,4)^2+(-4,4)^2}{10}} \quad (17)$$

$$D_P = \sqrt{\frac{6,76+11,56+5,76+6,76+12,96+6,76+6,76+0,36+19,36+19,36}{10}} = \sqrt{\frac{96,4}{10}} = \sqrt{9,64} \cong 3,10 \quad (18)$$

Finalizando a análise do número de erros da turma temos, média aritmética $M_A = 4,4$, é o desvio padrão $D_P \cong 3,10$.

Analisando as médias de acertos e erros chegamos aos seguintes resultados, a média no número de acertos passou de $M_A = 5,0$ no pré-teste para $M_A = 15,6$ no pós-teste mostrando

que a turma teve um crescimento de 212% em relação ao número de acertos, já a média do número de erros saiu de $M_A = 15$ para $M_A = 4,4$, tendo uma redução de 70%.

De acordo com os números o crescimento após as oficinas pedagógicas com o uso de materiais didáticos manipuláveis foi de 212% em relação ao número de acertos dos educandos, dessa forma os recursos utilizados durante essa ação pedagógica contribuem de forma muito significativa no processo de ensino e aprendizagem dos educandos.

Analisando os dados coletados durante essa pesquisa conseguimos concluir que os alunos do 2º ano tiveram uma evolução nas situações problemas propostos a eles durante toda as etapas da pesquisa. Saindo de um percentual de 25% de acertos para 78%, logo, verificamos que o uso de materiais didáticos manipuláveis contribuiu para a aprendizagem dos estudantes do 2º ano do ensino médio em relação ao conteúdo de probabilidade.

A pesquisa teve início com a explanação do conteúdo de probabilidade de maneira considerada tradicional, onde o professor utilizou o livro, quadro e pincel, trazendo uma abordagem de conteúdo e resolução de exercícios. Após essa etapa foi verificado os conhecimentos dos alunos sobre o conteúdo de probabilidade através de um pré-teste.

O pré-teste composto por 10 questões objetivas e subjetivas os 20 alunos participantes da pesquisa tiveram um rendimento de 25% de acertos e 75 % de erros, dessa forma conseguimos analisar com as porcentagens que os alunos tiveram um rendimento muito baixo, identificamos que os educandos não conseguiam compreender de maneira clara o espaço amostral e número de casos favoráveis dos conceitos explanados durante a explicação do conteúdo de probabilidade.

O passo seguinte da pesquisa foi trabalhar com o público alvo as oficinas pedagógicas com auxílio dos materiais manipuláveis, nessa etapa da pesquisa ocorreu quatro oficinas e a culminância das ações, através de uma palestra ministrada pelo autor da pesquisa. Durante as oficinas pedagógicas foram abordados a dinâmica dos jogos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Os materiais utilizados nas oficinas não foram criados com caráter pedagógico, no entanto, com planejamento e uma organização sistematizada das ações desenvolvidas esses recursos desenvolveram o papel de uma ferramenta pedagógica no processo de ensino e aprendizagem dos educandos envolvidos nas ações. Segundo Moura (2001) a utilização de materiais manipuláveis no ensino de matemática auxilia os educandos no processo de ensino e aprendizagem, desperta nos alunos mais interesse diante do conteúdo trabalhado em sala de aula.

Durante essa etapa utilizamos como material manipulável, os dados de seis faces, urnas com bolas coloridas e numeradas e números de plástico numerados de 0 a 9. Segundo Matos (1996), os materiais manipuláveis são objetos que o aluno é capaz de tocar, manipular e movimentar. Podendo ser objetos reais que têm aplicação no cotidiano do aluno ou podendo ser objetos que são usados para representar ideias. Todo e qualquer acessório usado pelo professor no processo de aprendizagem do educando.

Após as oficinas didáticas, foi aplicado aos alunos o pós-teste com 10 questões objetivas e subjetivas mantendo o mesmo grau de dificuldade do teste inicial, no pós-teste os 20 educandos conseguiram um desempenho percentual de 78% de acertos, comparando as porcentagens do primeiro questionário aplicado antes das oficinas pedagógicas com o segundo questionário depois das ações utilizando os materiais didáticos manipuláveis chegamos a um aumento percentual de 212% de acertos dos educandos, dessa forma a utilização do material concreto foi de fundamental importância para o bom desempenho dos educandos diante das situações propostas a eles sobre o conteúdo de probabilidade.

Conseguimos verificar que os educandos antes das oficinas tinham uma grande dificuldade de compreender o espaço amostral e os casos favoráveis conceitos básicos para calcular a probabilidade das situações propostas, após a utilização dos materiais didáticos manipuláveis os educandos conseguiram distinguir e entender o espaço amostral e casos favoráveis. Utilizando a estratégia de jogos durante as ações desenvolvidas os alunos utilizaram os materiais manipuláveis como uma ferramenta de ensino e aprendizagem.

Segundo Turrioni (2002), a proposta de utilizar os materiais didáticos manipuláveis é importante no ambiente de sala de aula, pois incentiva os alunos e desperta o interesse dos educandos diante do conteúdo abordado em sala de aula.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve a problematização voltada para a seguinte questão: O ensino de probabilidade com o uso de materiais manipuláveis pode trazer melhores resultados de aprendizagem para os alunos do 2º ano do Ensino Médio? tendo como objetivo geral: analisar o uso de materiais manipuláveis para a aprendizagem de probabilidade com os estudantes do 2º ano do Ensino Médio.

No desenvolvimento da dissertação buscamos desenvolver os objetivos específicos: Verificar o grau de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de probabilidade; identificar os materiais manipuláveis para o ensino de probabilidade; conhecer as estratégias pedagógicas utilizadas para o ensino de probabilidade e verificar o grau de conhecimento dos alunos depois da intervenção pedagógica.

Para o desenvolvimento da dissertação utilizamos da pesquisa-ação do tipo colaborativa que tem como objetivo transformar os espaços escolares e comunidades, aparece como uma importante estratégia de transformação dos pesquisados, estreitando a relação de pesquisador e pesquisado, segundo Stringer (1996) a pesquisa ação colaborativa compreende uma rotina composta por três ações principais: observar, para reunir informações e construir um cenário; pensar, para explorar, analisar e interpretar os fatos; e agir, implementando e avaliando as ações.

Com a pesquisa-ação buscamos transformar o cenário dos educandos do 2º ano do ensino médio da escola Ana de Siqueira Gonçalves, com auxílio de estratégias de ensino como: jogos, materiais manipuláveis e resolução de problemas conseguimos sair de um percentual de 25% de acertos para 78% um crescimento de 212%.

Analisando os resultados do pré-teste e pós-teste chegamos à conclusão que as estratégias utilizadas durante todo esse processo de aprendizagem os educandos conseguiram uma evolução diante do conteúdo de probabilidade.

As oficinas foram realizadas com o auxílio dos materiais manipuláveis, e as estratégias de jogos e resoluções de problemas, dessa forma o conteúdo de probabilidade foi trabalhado de maneira mais dinâmica, onde os educandos associava as definições aos materiais que tinham em mãos, fazendo associação de espaço amostral, casos favoráveis aos recursos que estava disponível a eles.

Com associação dos materiais manipuláveis e o conteúdo de probabilidade, recorreremos as estratégias de jogos e resolução de problemas para sistematizar as oficinas. Segundo Borin (1996) os jogos possibilitam o desbloqueio mental dos educandos, e aumenta a

motivação dos alunos em sala de aula diante do conteúdo abordado. Considerando que a resolução de problemas muito contribuiu para motivar o educando a interpretar as situações propostas a eles de maneira que os mesmos conseguissem chegar aos resultados esperados.

REFERÊNCIAS

- BARBIER, R. **A Pesquisa-Ação**. Brasília: Liber, 2007. Tradução de Lucie Didio. , Benzaquem, Fabio de Almeida. **Atividades atrativas para o ensino de probabilidade**. CPII, 2019. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 15 jun. 2022.
- BORIN, J. **Jogos e Resoluções de Problemas: Uma Estratégia para a aula de Matemática**. São Paulo. USP. 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de educação. Media e tecnologia no Parâmetros Curriculares Nacional: **Ensino médio ciências da natureza, matemática e suas tecnologia** 1999.
- BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de educação. Media e tecnologia no Parâmetros Curriculares Nacional: **Ensino médio ciências da natureza, matemática e suas tecnologia** 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 1997. Disponível: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_vers_aofinal_site.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2022.
- BRASIL, Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEF.
- CARDOSO, Marleide Coan; DURIGON, Ailton; MACIEL, Álvaro. **Organização e Uso do Laboratório de Ensino do Curso de Licenciatura em Matemática do IFC Sombrio**. Anais (recurso eletrônico) Simpósio de Integração Científica e Tecnológica do Sul Catarinense, SICT – Sul – Criciúma: IFSC, 2012.
- CARLONI, Paula Carolina. **ESTUDO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO**. UFGS, 2019. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- COMENIUS, Iohannis A. **Didática Magna. Moravia**, 1633. Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.
- COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAS DE NIVEL SUPERIOR. CAPES. Disponível em: <https://www.catalogodeteses.capes.gov.br>. Acesso em: 16 jul. 2022.
- ELLIOT, John. **Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio**. In: GERARDI, Corinta Maria Crisolia; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de AGUIAR. Cartografias do trabalho docente: professor (a)- pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1997.

FIorentini, D; Miorim, M. Â. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino de Matemática.** Boletim SBEM/SP, v. 4, n. 7, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 31 ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2001. 184 p. Freitas Filho, Adail Boa de. **PROBABILIDADE: UMA PROPOSTA À LUZ DA BNCC REDENÇÃO-CEw.** UNILAB, 2020. Disponível em: <https://proformat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 16 jul. 2022.

GAJARDO, M. **Pesquisa participante na América Latina.** São Paulo: Brasiliense, 1986.

GAZIRE, Eliane Scheid. RODRIGUES, Fredy Coelho. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão.** IN: Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, 2012, v. 07, n. 2, p. 187196. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p187>>. Acesso em 12 set 2022.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** São Paulo: Atlas, 2010.

GODINO, J.D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M.J. *Azar y probabilidad.* Madrid: Síntesis, 1987.

HAZZAN, S. Fundamentos de Matemática Elementar. **Combinatória e Probabilidade.** 8. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

HOLE, V. (1977). **Como ensinar Matemática no Ensino Básico e no Secundário.** Lisboa: Livros Horizonte.

HURTADO, N. H.; COSTA, J. F. S. **A probabilidade no ensino médio: a importância dos jogos como ferramenta didática.** In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL “EXPERIÊNCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA – DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI”, 2005, Florianópolis.

JACINTO, Diego Suzano Ferreira, **UTILIZANDO O MATERIAL CONCRETO PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA.** UFRRJ, 2015. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> . Acesso em: 16 jul. 2022.

LOPES, Kim. **ALGUMAS ABORDAGENS NO USO DE MATERIAL CONCRETO NO ENSINO DE MATEMÁTICA.** UFRJ, 2014. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> . Acesso em: 16 jul. 2022.

LOPES, M.J. REZENDE, C. J. **Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório do cálculo de probabilidade.** Boletim de educação matemática agosto 2005.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

LUPINACCI, V. L. M. BOTIN, M. L. M. **Resolução de Problemas no Ensino de Matemática.** In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

LUVISON, C.C.; SANTOS, C. A. **Estatística e probabilidade a partir do jogo travessia do rio.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. Anais...Curitiba,2013.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico.** Educação Matemática Pesquisa, 2004.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de Pesquisas.** 6ª Ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MASSAKI, Marcos Abe. **REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA REDE PÚBLICA – PROPOSTAS ESTRUTURANTES E PEDAGÓGICAS COM O USO DE MATERIAL CONCRETO.** UDF, 2020. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> . Acesso em: 16 jul. 2022.

MORAIS, Thiago de Picos. **CRIAÇÃO DE VIDEO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE.** USP, 2011. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 17 jul. 2022.

MOURA, M. O. **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática.** Educação Matemática em Revista – SBEM, São Paulo, n. 3, p. 17-24, 2. sem. 2001.

MOURA, M. O.; SAMPAIO, E. A.; ALARÇÃO, I. **Formar e formar-se na atividade de ensino de matemática.** Caxambu: Anped, 2001.

PALMEIRA JÚNIOR, Edemilson Lemos. **ESTUDO DE PROBABILIDADE POR MEIO DA ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM TBL (APRENDIZAGEM EM EQUIPE).** CEFET-MG, 2022. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 17 jul. 2020.

Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

PILETTI, Nelson. **História da Educação no Brasil.** 7. ed. São Paulo: Ática, 2008.

POLYA, George. (1995). **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro.

Redling, J. P. (2011). **A metodologia de Resolução de Problemas: concepções e práticas pedagógicas de professores de Matemática do Ensino Fundamental.** (Tesis de Maestría) Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru. Reis, M. M. V., y Zuffi, E. M. (2007).

REZENDE, de Lemes Rafael. **ESTUDO DA TEORIA DE PROBABILIDADE ATRAVÉS DE DINÂMICA DE JOGOS.** UFG, 2020. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 18 jul. 2022.

RIBEIRO, A. (1995). **Concepções de professores do 1º Ciclo: A Matemática, o seu ensino e os materiais didáticos.** Lisboa: APM.

SILVA, Robert Wagner Guimarães. **ENSINO DE PROBABILIDADE: VIVÊNCIAS ESCOLARES MEDIADAS POR JOGOS NO CONTEXTO PANDÊMICO**. IFPI, 2021. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 17 jul. 2022.

SILVA, Welson Nogueira da. **UM RESUMO SOBRE A HISTÓRIA DA PROBABILIDADE E ALGUNS PROBLEMAS CURIOSOS**. UFOPA, 2020. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/> Acesso em: 19 jul. 2022.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. PROFMAT. Disponível em: <https://www.profmatsbm.org.br> . Acesso em: 15 jul. 2022.

SOUZA, Josie Pacheco de Vasconcellos. **SALA DE AULA INVERTIDA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE**. UENF, 2019. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 18 jul. 2022.

STRINGER, E.T. (1996). **Pesquisa-ação: um manual para profissionais**. Thousand Oaks, CA: Sábio.

STRUMINSKI, Luciane Aparecida de Freitas. **USO DE JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDAD**. UEPG, 2016. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 19 jul. 2022.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2008.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática: com a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2002. Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.

VIANA, Antony Arthur Rodrigues. **UTILIZAÇÃO DE JOGOS E APLICATIVOS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO**. UFRPE, 2022. Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 15 jul. 2022.

APÊNDICE A – QUESTÕES DO PRÉ-TESTE

ATIVIDADE DE PROBABILIDADE

01) Ao jogar um dado, qual a probabilidade de obtermos um número ímpar voltado para cima?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

02) Se lançarmos um dado, qual a probabilidade de obtermos um número maior que 4?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

03) Um dado não viciado é lançado. Calcule a probabilidade de que a face voltada para cima seja:

a) um número par.

b) um múltiplo de 3.

04) Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo, qual a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

05) Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6 qual a probabilidade de retirar uma bola par?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

06) Uma urna contém 4 bolas vermelha e 4 bolas azul qual a probabilidade de retirar uma bola de cor azul?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

07) Uma urna contém 6 fichas numeradas de 1 a 6. Retirando-se uma ficha ao acaso qual a probabilidade do número 8 sair?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

08) Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade de o lado “cara” ficar voltado para cima?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

09) Em um estojo há 15 lápis coloridos e 6 lápis pretos.

a) Se você retirar, ao acaso, um lápis desse estojo, a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto?

b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?

c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?

10) Em uma caixa há 2 livros de história, 6 de matemática e 4 de português. Se retirarmos um livro dessa caixa, ao acaso, qual a probabilidade de ele ser:

a) de história?

b) de matemática?

c) de português?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DA PRIMEIRA OFICINA

QUESTIONÁRIO OFICINA 01 GRUPO _____

01) No lançamento de um dado não viciado a probabilidade de sair um número par é de $\frac{1}{2}$?

VERDADEIRO

FALSO

02) No lançamento de um dado não viciado a probabilidade de sair um múltiplo de 3 é $\frac{2}{3}$?

VERDADEIRO

FALSO

03) No lançamento de um dado a probabilidade de se obter um número menor que 5 é $\frac{2}{3}$?

VERDADEIRO

FALSO

04) Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima é $\frac{2}{6}$?

VERDADEIRO

FALSO

05) Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo a probabilidade de a soma dos dois dados ser igual a 7 é $\frac{1}{6}$?

VERDADEIRO

FALSO

PONTUAÇÃO _____

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DA SEGUNDA OFICINA

QUESTIONÁRIO OFICINA 02 GRUPO _____

- 1) Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6 qual a probabilidade de retirar o número 4?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$
- 2) Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6 qual a probabilidade de retirar uma bola de número par?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$
- 3) Uma urna contém 2 bolas vermelha, 2 bolas azul qual a probabilidade de retirar uma bola de cor azul?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$
- 4) Uma urna contém 2 bolas vermelha, 2 bolas azul, 2 amarela e 2 verdes qual a probabilidade de retirar uma bola de cor verde?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{2}{5}$
- 5) Uma caixa tem 8 bolas 2 azul, 2 amarela, 2 vermelha e 2 verdes. Qual a probabilidade de, retirando-se uma bola ao acaso, ser:
- a) Bola amarela?
b) Bola vermelha?

PONTUAÇÃO _____

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DA TERCEIRA OFICINA

QUESTIONÁRIO OFICINA 03 GRUPO _____

01) Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6 qual a probabilidade de em uma segunda retirada sair uma bola de número par, sabendo que na primeira retirada saiu uma bola de número ímpar sem reposição?

d) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{2}{5}$

02) Uma urna contém 2 bolas vermelha, 2 bolas azul, 2 amarela e 2 verdes qual a probabilidade de sair na terceira retirada uma bola de cor verde com reposição?

d) $\frac{9}{64}$

b) $\frac{10}{64}$

c) $\frac{15}{64}$

d) $\frac{30}{64}$

03) Uma urna contém 2 bolas vermelha, 2 bolas azul, 2 amarela e 2 verdes qual a probabilidade de na terceira retirada sair uma bola de cor azul sem reposição?

e) $\frac{4}{28}$

b) $\frac{5}{28}$

c) $\frac{6}{28}$

d) $\frac{11}{28}$

04) Uma urna tem 4 bolas verdes, 4 azuis e 4 amarela. Retiram-se 3 bolas com reposição. Qual a probabilidade de que no máximo duas sejam verdes?

a) 96%

b) 60%

c) 30%

d) 10%

05) Uma urna contém 5 bolas vermelha, 3 vermelhas, 3 azuis e 2 amarela. Extraem-se simultaneamente 5 bolas. Qual a probabilidade de que saiam 2 bolas vermelha, 2 azuis e uma amarela?

a) $\frac{10}{429}$

b) $\frac{20}{429}$

c) $\frac{30}{429}$

d) $\frac{40}{429}$

APÊNDICE E – QUESTÕES DO PÓS-TESTE

01) No lançamento de um dado não viciado, qual é a probabilidade de sair um número par.

b) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

02) No lançamento do dado da figura, qual a probabilidade de se obter um número menor que 5?



b) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

03) Um dado não viciado é lançado. Calcule a probabilidade de que a face voltada para cima seja:

a) um número par.

b) um múltiplo de 3.

04) Se lançarmos dois dados ao mesmo tempo, qual a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima?

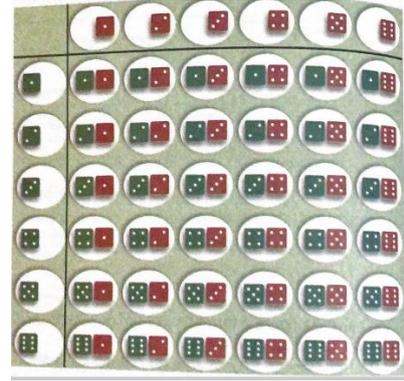
a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{5}$

05) A figura mostra as combinações possíveis no lançamento simultâneo de dois dados: um verde e outro vermelho. Calcule a probabilidade de que, no lançamento desses dois dados, a soma dos pontos obtidos seja 10.



- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{7}{12}$

06) Uma urna contém 6 bolas numeradas de 1 a 6 qual a probabilidade de retirar uma bola de número par?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$

07) Uma urna contém 4 bolas vermelha e 4 bolas azul qual a probabilidade de retirar uma bola de cor azul?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$

08) Em uma caixa há bolas iguais, exceto pela cor, de modo que 6 bolas são azuis e 4 bolas são vermelhas. Qual a probabilidade de, ao acaso, ser retirada uma bola vermelha.

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{4}{5}$

09) Se lançarmos uma moeda, qual a probabilidade de o lado “cara” ficar voltado para cima?

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{5}$

10) Uma caixa tem 10 bolas 7 azul, 2 amarela e 1 vermelha. Qual a probabilidade de, retirando-se uma bola ao acaso, ser:

a) Bola azul?

b) Bola amarela?

c) Bola vermelha?

ANEXO A – TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO

Ao senhor(a) Diretor(a) Eu, Daniel Cleberson da Conceição Rocha, aluno regularmente matriculado no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) do INSTITUTO FEDERAL DO PIAUÍ - CAMPUS FLORIANO, venho solicitar a autorização para coletar dados neste estabelecimento de ensino para a realização da minha pesquisa de Mestrado, intitulada:” **O ENSINO DE PROBABILIDADE MEDIADO POR MATERIAIS DIDÁTICO MANIPULÁVEIS: EXPERIÊNCIAS FORMATIVAS NUMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA**”.

O objetivo geral desta pesquisa é: **Verificar as contribuições do uso de material didático manipuláveis para o aprendizado de probabilidade com estudantes do 2º ano do ensino médio.**

Afirmo ainda, que as coletas de dados serão realizadas por meio de observações, questionários, fotografias, entrevistas, e testes aos alunos da referida turma. Desde já, agradeço a disponibilização, visto que a pesquisa contribuirá para o desenvolvimento do ensino da Matemática.

1) Nome da escola: EEM Ana de Siqueira Gonçalves

2) Endereço: Rua Wilson Tadey Siqueira N° 4 Monte Sion – Parambu- CE
CEP: 63.680-000

3) Nome completo do diretor (a) Silas Alves Siqueira

4) Pelo presente termo de concordância, eu diretor (a) desse estabelecimento de ensino, com o nome indicado acima, declaro que autorizo a realização da pesquisa intitulada:” **O ENSINO DE PROBABILIDADE MEDIADO POR MATERIAIS DIDÁTICO MANIPULÁVEIS: EXPERIÊNCIAS FORMATIVAS NUMA ESCOLA DA REDE PÚBLICA**”. coordenada pelo professor Daniel Cleberson da Conceição Rocha.

Sim () Não ()

5) Declaro que as informações acima prestadas são verdadeiras e assumo a inteira responsabilidade pelas mesmas.

Sim () Não ()