UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ERIK DE OLIVEIRA SILVA

O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

JUAZEIRO - BA
2023

ERIK DE OLIVEIRA SILVA

O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao programa de Pós Graduação em Matemática da Universidade Federal do Vale do São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva

JUAZEIRO-BA

2023

S586e Silva, Erik de Oliveira
O Ensino de Matemática Financeira por meio da resolução de problema /Erik Oliveira Silva. —Juazeiro-BA, 2023.
xv 99 f.:il; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva.

1. Matemática Financeira. I. Título. II. Silva, Alexandre Ramalho. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 658.152

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário:Márcio Pataro. CRB - 5 / 1369.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL-PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO

ERIK DE OLIVEIRA SILVA

O ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF, campus Juazeiro, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 29 de março de 2023.

Banca Examinadora

Alexandre Ramalho Silva

Prof. Dr. Alexandre Ramalho Silva
Orientador. PROFMAT/UNIVASF.

Lucília Batista Dantas Pereira

Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira
Examinadora Interna. PROFMAT/UNIVASF.

Guilherme Luiz de Oliveira Neto Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Dados: 2023.04.07 10:13:49 -03'00'

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Examinador Externo. PROFMAT/IFPI.

Dedico esse trabalho a um grande amigo do PROFMAT, Darlan Ramos da Silva (in memoriam). A sua partida foi precoce, mas a sua memória estará viva neste trabalho e em nossas vidas. Obrigado por tudo que fez por mim e por todos aqueles que conviveram com você.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela superação de todas as dificuldades nessa caminhada para a realização deste objetivo.

A todos os professores do PROFMAT/UNIVASF pelas contribuições e ensinamentos, espero contribuir com a sociedade os conhecimentos que aqui adquiri.

Ao meu orientador, professor Dr. Alexandre Ramalho Silva, pelo zelo, paciência e dedicação na orientação desta pesquisa.

Aos meus pais, Maria Rita e Humberto, e ao meu irmão Romário por não medir esforços na realização dos meus objetivos.

Aos meus amigos do mestrado: Joefson, Jovenilson, Ewando, Lucileia e Olímpio.

Aos meus amigos Darlan (in memoriam), Mariene e Jean.

A Secretaria de Estado da Educação do Piauí (SEDUC-PI) por conceder o afastamento para cursar o mestrado.

“Vamos pegar nossos livros e canetas. Eles são nossas armas mais poderosas. Uma criança, um professor, uma caneta e um livro podem mudar o mundo. A educação é a única solução.”

Malala Yousafzai

RESUMO

A Matemática é uma área do conhecimento de suma importância para o desenvolvimento da sociedade. Neste trabalho de pesquisa buscou-se estudar alguns tópicos de Matemática Financeira por meio da metodologia de resolução de problemas, tendo em vista a necessidade destes conhecimentos na tomada de decisões conscientes e assertivas do dia a dia dos alunos, pois são inúmeras as aplicações deste conteúdo na vida deles. Diante das dificuldades apresentadas pelos alunos para relacionar a Matemática Financeira com as situações práticas do seu cotidiano, e também a abordagem superficial apresentada nos livros didáticos do Ensino Básico, faz-se necessário a utilização de diferentes metodologias de ensino da Matemática que favoreça a compreensão e o uso deste objeto de conhecimento. O presente estudo consistiu na análise de uma intervenção em uma turma do 1° ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Anísio de Abreu-PI, em que a heurística de George Polya foi usada na resolução de problemas de Matemática Financeira. Por outro lado, traçou-se o seguinte objetivo geral: analisar as contribuições da metodologia de resolução de problemas aplicada a alguns tópicos de Matemática Financeira no 1° ano do Ensino Médio. Trata-se de uma pesquisa de campo. Após a aplicação das atividades propostas e análise dos dados coletados, constatou-se que a metodologia de resolução de problemas contribuiu significativamente na aprendizagem de alguns tópicos de Matemática Financeira. Além disso, verificou-se uma melhora na interpretação e desempenho de resolução de situações-problema contextualizadas, ou seja, relacionadas a realidade dos estudantes. Destaca-se as etapas de George Polya, sendo bastante aceitas pelos discentes que participaram ativamente de todas as atividades realizadas em sala de aula.

Palavras-chave: aprendizagem. George Polya. metodologia de resolução de problemas.

ABSTRACT

Mathematics is an area of knowledge of paramount importance for the development of society. In this research work, we sought to study some topics of Financial Mathematics through the methodology of problem solving, in view of the need for this knowledge in making conscious and assertive decisions in the students' daily lives, as there are countless applications of this content in their life. Faced with the difficulties presented by the students in relating Financial Mathematics with the practical situations of their daily lives, as well as the superficial approach presented in Basic Education textbooks, it is necessary to use different Mathematics teaching methodologies that favor the understanding and the use of this object of knowledge. The present study consisted of the analysis of an intervention in a class of the 1st year of high school in a public school in the city of Anísio de Abreu-PI, in which George Polya's heuristic was used to solve Financial Mathematics problems. On the other hand, the following general objective was outlined: to analyze the contributions of the problem solving methodology applied to some financial mathematics topics in the 1st year of high school. This is a field survey. After applying the proposed activities and analyzing the collected data, it was found that the problem solving methodology contributed significantly to the learning of some financial mathematics topics. In addition, there was an improvement in the interpretation and performance of solving contextualized problem situations, that is, related to the students' reality. The stages of George Polya stand out, being quite accepted by the students who actively participated in all activities carried out in the classroom.

Keywords: learning. George Polya. problem solving methodology.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C.	antes de Cristo
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BCB	Banco Central do Brasil
d.C.	depois de Cristo
ENEM-MEC	Exame Nacional do Ensino Médio-Ministério da Educação
EF07MA02	Ensino Fundamental 7° ano Matemática habilidade 02
IFMA	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
IFPI	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SEDUC-PI	Secretaria de Estado da Educação do Piauí
SD	Sequência Didática
s/d	sem data
UNIVASF	Universidade Federal do Vale do São Francisco

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Uma das dificuldades apresentadas pelos alunos em sala de aula é relacionar a Matemática Financeira com situações concretas do seu dia a dia.

O livro didático é um dos recursos pedagógicos mais explorados pelos professores e alunos durante as aulas de matemática. Porém, existem críticas no que diz respeito a organização da matemática financeira presentes neste recurso didático adotado no ensino básico. Conforme Amorin (2016):

> Os livros didáticos obedecem, frequentemente, um roteiro padronizado descrito pelos próprios livros didáticos mais utilizados no país. Em geral os autores iniciam-se o tema com revisão dos cálculos com porcentagem, acréscimos e descontos percentuais determinação de taxas. Em seguida introduzem conceitos de juros, taxa de juros e montante em seguida o aluno é apresentado a dois regimes de juros: os juros simples e compostos; em seguida suas fórmulas para cálculo do montante são apresentadas e exaustivamente aplicadas em exemplos e exercícios que quase sempre estão desconectados com a realidade. (AMORIN, 2016, apud BIANCHINI, 2021, p.26).

A abordagem de forma superficial apresentada nos livros didáticos dificulta a aprendizagem dos alunos, pois como o autor menciona as situações-problema propostas são desconexas com a realidade deles.

Falcão Neto (2011) também faz alguns apontamentos que dificulta o ensino da Matemática Financeira em sala de aula:

> Entre os obstáculos para o ensino de Matemática Financeira na escola, podemos mencionar, entre tantos: a falta de qualificação e a inexistência do uso de uma tecnologia adequada para motivar profissionais e alunos a ter um melhor desempenho na área de Matemática Financeira. A ausência de políticas educacionais ligadas à área de Matemática Financeira com o uso exagerado de tabelas financeiras e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas, dificultam o avanço da aprendizagem na referida área por parte dos alunos. (FALCÃO NETO, 2011, p.15).

As calculadoras convencionais e as planilhas do excel são alguns recursos tecnológicos que podem ser utilizados nas aulas de matemática financeira, tais ferramentas podem facilitar a verificação de cálculos mais trabalhosos realizados pelos estudantes.

A esse respeito Campos (2021) reforça a importância do uso de planilhas eletrônicas nas aulas de Matemática Financeira:

> O uso de planilhas eletrônicas na resolução de problemas que envolvam a matemática financeira tem a intenção de torná-la mais clara e menos trabalhosa, dadas as inúmeras funções oferecidas pelo software, além de tornar as aulas mais criativas e dinâmicas, colocando o professor no papel de mediador e o aluno no centro da construção do saber. (CAMPOS, 2021, p.9).

Diante das reflexões apresentadas anteriormente no que diz respeito as dificuldades ainda inerentes no processo de aprendizagem dos estudantes em relação a Matemática Financeira, é importante a utilização de diferentes metodologias em sala de aula que favoreçam a compreensão e as aplicações desse objeto de conhecimento na vida dos alunos.

A metodologia de resolução de problemas é um método eficaz para a aprendizagem de Matemática Financeira pois, ao desenvolver cada uma das etapas de resolução de um problema, o aluno sente-se instigado a pensar matematicamente, organizar o processo de construção e determinação da solução do problema.

É importante que os alunos se dediquem na resolução de uma situação-problema através de reflexões profundas. Nesse sentido, Dante (2009, p.18) afirma: “Um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar situações-problema que o envolvam, o desafiem e motivem a querer resolvê-las”.

Este tipo de pensamento é aquele que produz conhecimento por meio de novas ideias, ou seja, não o deixando ser levado pela mecanização de métodos repetitivos, mas sim pela busca de outras estratégias diferenciadas. De acordo com Sousa (2005):

> A resolução de problemas é uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, criando no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. (SOUSA, 2005, p.3).

Por meio desta metodologia os estudantes são construtores de suas próprias estratégias, desenvolvendo a autoconfiança para lidar com diferentes situações-problema de Matemática, desenvolvendo os seus próprios argumentos, compartilhando-os com professores e colegas, tornando as aulas mais atrativas e produtivas.

Busca-se mediante desta ferramenta soluções para situações concretas da vida dos estudantes que envolvam a Matemática Financeira. Assim, eles perceberão a presença desse conteúdo em seu cotidiano, também a importância da participação de cada um na resolução dos problemas propostos.

Dentre as motivações que contribuíram para a realização deste trabalho de pesquisa aponta-se: No primeiro período do curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Vale do São Francisco (PROFMAT-UNIVASF) a disciplina de Matemática Discreta foi ministrada pelo professor Dr. Alexandre Ramalho Silva, e durante as aulas de Matemática Financeira a abordagem utilizada para resolver situações-problema por meio da metodologia dos “fluxos de caixa” adotada no livro do PROFMAT despertou-se a atenção, tendo em vista que esse recurso é pouco utilizado pelos professores em sala de aula.

Desta forma, as resoluções de problemas de Matemática Financeira consistem em deslocar quantias no tempo. Essa forma de visualizar e resolver situações-problema poderá desenvolver o raciocínio lógico, a interpretação e o senso crítico dos estudantes. Para desenvolver este trabalho, considerou-se essas premissas e a utilização da metodologia de resolução de problemas dando ênfase as etapas de George Polya que são: Compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto, aplicados a alguns tópicos de matemática financeira abordados no 1° ano do Ensino Médio.

Na Educação Básica, os alunos se deparam com impasses para resolver situações-problema, por exemplo, dificuldade de interpretação e organização de ideias. Estes obstáculos contribuem para os seguintes questionamentos: professor (a) para que serve esse assunto? Onde utilizá-lo? E como utilizá-lo?

Diante dessa concepção de Matemática Financeira apresentada no mestrado e do anseio dos estudantes de uma escola da Rede Estadual de Educação do Estado do Piauí delineou-se a seguinte problemática: Como a metodologia de resolução de problemas pode auxiliar no ensino de alguns tópicos de Matemática Financeira numa turma de 1° ano do Ensino Médio de uma uma escola da Rede Estadual de Educação do Estado do Piauí, situada no município de Anísio de Abreu-PI?

Para a realização deste trabalho de pesquisa traçou-se o seguinte objetivo geral: analisar as contribuições da metodologia de Resolução de Problemas aplicada a alguns tópicos de Matemática Financeira no 1° ano do Ensino Médio.

Por outro lado, os objetivos específicos foram os seguintes: Verificar os conhecimentos prévios dos alunos referentes a alguns tópicos de Matemática Financeira; utilizar a heurística de resolução de problemas de George Polya para resolver situações-problema envolvendo alguns tópicos de Matemática Financeira;

avaliar o desenvolvimento da aprendizagem dos discentes em relação a alguns tópicos de Matemática Financeira.

Para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizada uma pesquisa de campo predominantemente qualitativa e descritiva. Participaram da pesquisa 24 alunos de uma turma de 1° ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Educação do Estado do Piauí, localizada no município de Anísio de Abreu-PI. Os instrumentos de coleta de dados adotados foram: questionários (pré-teste e pós-teste), sequência didática e questionário autoavaliativo. Após a aplicação das atividades propostas analisou-se e discutiu-se os resultados, apresentando-os através de gráficos e tabelas.

O referencial teórico aborda as contribuições de diferentes estudiosos que se dedicam a metodologia de resolução de problemas. Além disso, as concepções sobre essa metodologia presentes em alguns documentos que norteiam a Educação Básica no Brasil: Parâmetros Curriculares Nacionais; Base Nacional Comum Curricular; Currículo do Novo Ensino Médio do Piauí.

É apresentada uma abordagem histórica de alguns conceitos utilizados hoje na Matemática Financeira; além disso definições e situações-problema resolvidas para ilustrar a aplicação dos tópicos de Matemática Financeira apresentados neste estudo. Enfatizou-se a importância dos conhecimentos prévios dos estudantes para resolver situações-problema de Matemática Financeira.

Portanto, esta dissertação está organizada em 6 seções: A seção 2 trata-se de um breve histórico da metodologia de resolução de problemas, a heurística de resolução de problemas na visão de George Polya e outros autores; as concepções de alguns documentos oficiais da educação básica sobre a resolução de problemas. Na seção 3 apresenta-se uma abordagem histórica de alguns conceitos utilizados na Matemática Financeira, por exemplo, porcentagem e juros. Na seção 4 aborda-se os conceitos e situações-problema envolvendo os tópicos de Matemática Financeira apresentados no livro do 1° ano do ensino médio utilizado pelos alunos participantes da pesquisa. Dentre os tópicos temos: taxa percentual; aumentos e descontos sucessivos; lucro e prejuízo; juros simples e juros compostos; e atualização financeira. Na seção 5 são delineados os procedimentos metodológicos para a realização deste trabalho, ou seja, a caracterização do estudo; espaço da pesquisa; público participante; técnicas e instrumentos de coleta de dados; técnicas de análise e divulgação dos dados coletados. Na seção 6 é realizada a descrição, a análise e a discussão dos resultados obtidos e dos instrumentos que foram utilizados para a coleta dos dados da pesquisa. Por fim, nas considerações finais é realizada uma reflexão a respeito dos objetivos e das hipóteses delineadas na realização desta pesquisa. Assim como as possíveis contribuições do trabalho para a ciência.

2 BREVE HISTÓRICO DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta seção é apresentada a metodologia de resolução de problemas tendo impulso como tendência de ensino no século XX com a publicação da obra de George Polya (1887-1985) intitulado a “Arte de Resolver Problemas”, destacando quatro passos para resolver um problema matemático: Compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto. Também as concepções de alguns documentos oficiais da Educação Básica no Brasil sobre a resolução de problemas: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Currículo da Secretaria da Educação do Piauí (SEDUC-PI). Por fim, enfatiza-se a Teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, o qual considera os conhecimentos prévios dos discentes como ponto de partida para a resolução de situações-problema.

2.1 BREVE HISTÓRICO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Os seres humanos desde os seus primórdios ampararam-se e desenvolveram-se a partir da resolução de situações do dia a dia que necessitava de um conjunto de objetos no qual é conhecido hoje como Matemática. Para isso desenvolveram uma linguagem própria mediante meios verbais e não verbais que ilustravam os problemas e suas respectivas resoluções. Diante do exposto, percebe-se que a resolução de situações-problema estava ligada ao contexto histórico, social e econômico cuja cada civilização estava inserida. De acordo com Roque e Pitombeira (2012):

> Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade de contagem, relacionada a problemas de subsistência. Quando lemos sobre a origem da contagem, o exemplo que encontramos com mais frequência é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra. Em seguida, ao invés de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas, escritas na argila, e estas marcas estariam na origem dos números. (ROQUE e PITOMBEIRA, 2012, p.1).

Dessa forma os números surgiram a partir da necessidade de contar, porém desconhecia-se as representações que são utilizadas atualmente para representar os números, recorrendo assim as pedrinhas que serviam para descrever a quantidade de animais que possuía num certo rebanho. Evidencia-se que para o contexto no qual aquela civilização estava inserida foi um grande avanço, pois facilitava o controle de animais que cada indivíduo possuía.

Ademais, diante de um problema dessa natureza já é perceptível a busca pelo entendimento de como sanar aquele empecilho, perpassando pelo raciocínio para buscar um plano que culminaria na execução do mesmo, e consequentemente alcançar a solução do problema.

Os problemas matemáticos remontam as civilizações antigas: egípcios, chineses e gregos. No entanto, por muito tempo o surgimento dos mesmos não apresentava uma solução que satisfizessem as interrogações feitas por essas civilizações, uma vez que não se conheciam instrumentos apurados da álgebra para a resolução dos questionamentos. Segundo Onuchic (1999):

> Problemas de Matemática tem ocupado um lugar central no currículo de Matemática escolar desde a Antigüidade. Registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega, e são ainda encontrados problemas em livros texto de Matemática dos séculos XIX e XX. (ONUCHIC, 1999, p.199 apud ÁVILA; GROENWALD, 2004, p.93).

2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ACORDO COM POLYA

No ensino de Matemática a metodologia de resolução de problemas teve impulso no século XX principalmente com os estudos realizados por George Polya (1887-1985) publicando no ano de 1945 o livro a “Arte de Resolver Problemas”, Polya sistematiza o passo a passo para resolver um problema de maneira concisa, direta e eficiente, dividindo-o em quatro etapas: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. A obra de Polya é reconhecida internacionalmente e utilizada como fonte de referência para trabalhos acadêmicos que pautam na metodologia de ensino em questão.

No ano de 1980 foi realizado nos Estados Unidos o Conselho Nacional de Professores de Matemática, e em consequência desse evento houve um fortalecimento através de discussões entre os participantes sobre a importância de enfatizar-se esta metodologia de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes durante as aulas de matemática. Assim Motin e Corrêa (2014) afirmam:

> Apesar de a resolução de problemas ter uma longa História na matemática escolar, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, é um conceito relativamente novo em Educação Matemática. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), em 1980 o National Council of Teachers of Mathematics -

> NCTM-, dos Estados Unidos, apresentou recomendações para o ensino de matemática no documento “Agenda para Ação”. (MOTIN e CORRÊA, 2014, p.17).

Nota-se que a resolução de problemas acompanha o trajeto do desenvolvimento da humanidade, por conta da relevância no contexto da Educação Matemática percebeu-se a sua importância como metodologia de ensino a partir de discussões recentes em eventos tais como o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) realizado em 1980 nos Estados Unidos.

No Brasil, cabe destacar os estudos realizados por Dante (2009), no qual empenhou-se em descrever os objetivos da metodologia de resolução de problemas para o Ensino de Matemática. Além disso, Mello (2018) cita outros estudiosos brasileiros que contribuíram na divulgação e estudos desta metodologia de ensino:

> Não obstante, até 1990 havia algumas poucas pesquisas diretamente relacionadas à resolução de problemas. Valendo lembrar que alguns dos precursores dessa pesquisa no Brasil são Maria Ines Boldrin, Eliana Frezzato Santos, Luiz Roberto Dante, Mauro Toledo, Maria Bicudo, entre outros. (MELLO, 2018, p.28).

A pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos recebeu muita atenção de George Polya, pois para ele isso se dá por meio de um processo de reflexão diante de um contexto a ser analisado sob diferentes olhares.

Na resolução de uma situação-problema deve-se inicialmente compreendê-la. Desta forma é necessária uma leitura minuciosa, vivenciando o que se pretende determinar e também coletando todas as informações que serão úteis nesse processo. Desta forma, Polya (2006) afirma:

> Primeiro que tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. Daí porque, raramente, pode o professor dispensar as indagações: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? (POLYA, 2006, p.5).

A compreensão do problema poderá evitar possíveis erros, garantindo assim mais segurança e argumentos convincentes no seu desenvolvimento. Como suporte de interpretação poderão ser utilizados vários elementos da Matemática, por exemplo: figuras geométricas, símbolos matemáticos, etc.

Após a interpretação, Polya ainda afirma que seja estabelecido um plano, pois este permite a ideia do que deve ser feito para que seja alcançado a incógnita da situação-problema. Portanto, nesta etapa, os alunos já devem saber quais são os cálculos, figuras geométricas, tabelas, etc., que poderão ser utilizadas para solucionar a questão. Vale ressaltar que os conhecimentos prévios podem auxiliar no que se pretende resolver. Ainda de acordo com Polya (2006):

> Á resolução de um problema matemático são certos itens relevantes do conhecimento matemático já adquirido, tais como problemas anteriormente resolvidos e teoremas anteriormente demonstrados. Assim sendo, deve-se muitas vezes começar o trabalho pela indagação: *Conhece um problema correlato?* (POLYA, 2006, p.7).

Quando o aluno conhece o plano, supõe-se que ele já está apto a executar o problema. No entanto, nesta terceira etapa ele deve ter bastante concentração e paciência no que está fazendo, pois, caso contrário, pode passar despercebido algum dado, o que impossibilita concretizar a solução do problema. Polya (2006) faz a seguinte elucidação:

> O plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se nesse roteiro e, para isto, temos de examiná-los, um após outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se um erro. (POLYA, 2006, p.10).

O fato de executar o plano e determinar a incógnita da situação-problema não significa que o processo de resolução terminou. É necessário revisar passo a passo as decisões que foram tomadas desde a interpretação até a execução do plano. Sendo assim, quando os alunos não fazem isso eles perdem a oportunidade de construir o conhecimento. Polya (2006) condiciona o seguinte:

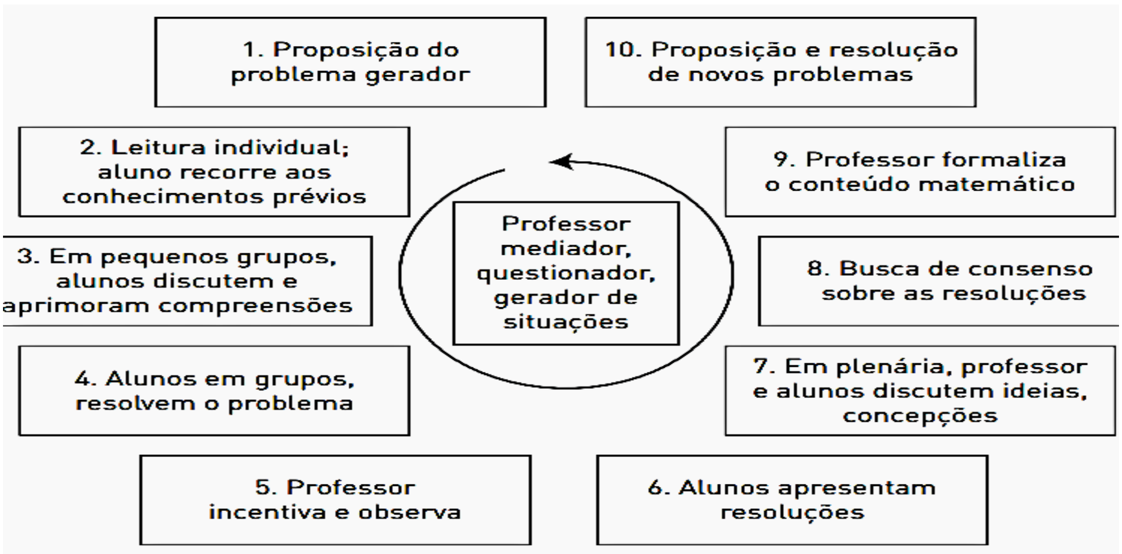
> Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. (POLYA, 2006, p.12).

A importância de verificar a solução de uma situação-problema é perceber a relação com outras questões que poderão surgir no cotidiano. Nesta etapa, o senso-crítico dos alunos poderá ser perceptível, pois é um momento de relatar as experiências que culminaram na solução da situação- problema.

De acordo com Walle (2009, p. 66 apud DAMACENO; SANTOS, 2011, p. 9): “Aqui é onde a maior parte da aprendizagem acontecerá enquanto os alunos refletem individual e coletivamente sobre as ideias que eles criaram e investigaram”. Uma vez que pode acontecer de alunos trilharem caminhos diferentes, porém, encontrando a solução do problema.

Em consonância com as etapas de George Polya, outros estudiosos também propõem a utilização da metodologia de resolução de problemas no contexto das aulas de matemática. Conforme Onuchic et al. (2021, p.51) o desenvolvimento desta metodologia via resolução de problemas ocorre por meio de 10 etapas apresentadas na Figura 1. O professor orienta os estudantes a buscar diferentes caminhos para resolver as situações-problema propostas, além disso é aberto um espaço de discussões das soluções encontradas pelos alunos, denominado de plenária. Por fim, o professor formaliza o objeto de conhecimento explorado na resolução dos problemas.

Figura 1 - Esquema da metodologia de resolução de problemas.



Fonte: Onuchic et al. (2021, p.51).

Percebe-se que os estudantes são os protagonistas na construção e resolução da situação-problema proposta pelos professores, contrapondo-se aos métodos tradicionais de ensino, ou seja, aquele modelo no qual os alunos são meros receptores de informações.

2.3 CONCEPÇÕES DE ALGUNS DOCUMENTOS OFICIAIS SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A BNCC (Base Nacional Comum Curricular) propõe a resolução e elaboração de problemas em todas as etapas da Educação Básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Sendo que os objetos de conhecimentos ministrados em sala de aula devem ser relacionados a situações práticas do cotidiano dos estudantes. Segundo a BNCC:

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. (BRASIL, 2018, p. 277).

A Matemática Financeira é um dos conteúdos imprescindíveis na vida dos alunos, tendo em vista a sua necessidade para o equilíbrio financeiro e controle de gastos. Portanto, este objeto de conhecimento pode ser estudado empregando a Educação Financeira. A BNCC indica a habilidade (EF07MA02): “Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros”. (BRASIL, 2018, p. 307).

O uso dos recursos tecnológicos (planilhas do excel, calculadoras) nas aulas de matemática é apontada pela BNCC como instrumento de apoio para resolver e elaborar problemas: “Os alunos devem dominar o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais”. (BRASIL, 2018, p. 269).

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Médio (PCNEM) também aponta a importância da resolução de problemas no contexto da educação escolar, tendo em vista as transformações vivenciadas pela sociedade diante da globalização. Segundo este documento:

> À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar

> conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. (BRASIL, 1999, p.40).

Portanto, a educação escolar é um dos meios que tem participação e colaboração ativa para desenvolver e ampliar a resolução de problemas.

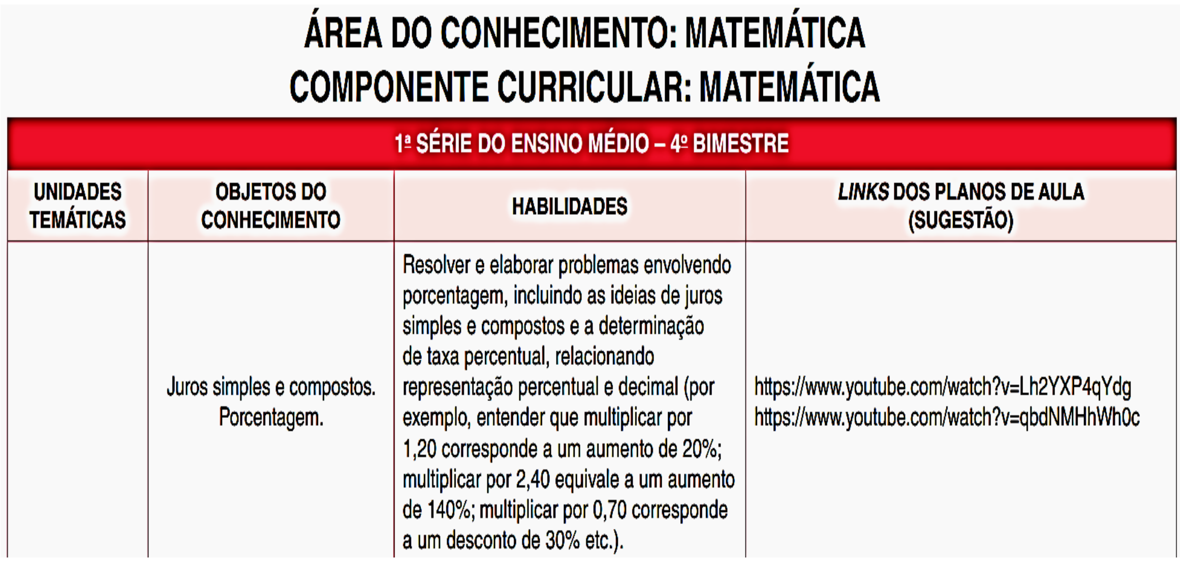
Nesta perspectiva, a resolução de problemas é um dos caminhos para aprender matemática no Ensino Médio, e tal prática deve ser constante cujos objetivos são vários: elaborar conjecturas, perceber regularidades, generalizar padrões, desenvolver a argumentação. Assim os PCNEM reforçam estes objetivos:

> Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 1999, p.42).

Logo, a resolução de problemas matemáticos é de suma importância para desenvolver o raciocínio lógico dos alunos, melhorar a interpretação de situações contextualizadas e relacionar o mundo real com o matemático.

Em concordância com a BNCC, a Matemática Financeira no contexto do currículo de Matemática no 1° ano do Ensino Médio da Secretaria de Estado da Educação do Piauí (SEDUC-PI) é apresentada na Figura 2, dando ênfase aos tópicos de juros simples, juros compostos e porcentagem, cujo objetivo é resolver e elaborar problemas envolvendo os itens supracitados.

Figura 2 – Sugestão de plano de aula da SEDUC-PI.



ÁREA DO CONHECIMENTO: MATEMÁTICA
COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO – 4º BIMESTRE			
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DO CONHECIMENTO	HABILIDADES	*LINKS* DOS PLANOS DE AULA (SUGESTÃO)
	Juros simples e compostos. Porcentagem.	Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagem, incluindo as ideias de juros simples e compostos e a determinação de taxa percentual, relacionando representação percentual e decimal (por exemplo, entender que multiplicar por 1,20 corresponde a um aumento de 20%; multiplicar por 2,40 equivale a um aumento de 140%; multiplicar por 0,70 corresponde a um desconto de 30% etc.).	https://www.youtube.com/watch?v=Lh2YXP4qYdg https://www.youtube.com/watch?v=qbdNMHhWh0c

Fonte: (PIAUÍ, 2021).

É importante que os estudantes tenham o domínio da definição e de aplicações de porcentagem e, após a assimilação desse tópico compreendam aumentos e descontos sucessivos, por exemplo, dois aumentos sucessivos de 40% na compra de um certo objeto não é equivalente a um único aumento de 80%. Os alunos podem somar as porcentagens, porém esse raciocínio está incorreto do ponto de vista da Matemática Financeira.

Ao estudar os regimes de juros simples e compostos os estudantes devem perceberem as diferenças entre estes. Também compreender qual dos regimes é mais utilizado no dia a dia das pessoas e o motivo pelo qual isso acontece.

Diante das orientações dos PCNEM, BNCC e Currículo da SEDUC-PI nota-se a convergência dos objetivos propostos por estes documentos ao utilizar a resolução de problemas em sala de aula. Neste trabalho foram utilizadas situações-problema de Matemática Financeira envolvendo a realidade dos estudantes, de modo que estes percebam a utilidade deste conteúdo no seu cotidiano.

2.4 TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE DAVID AUSUBEL

Os estudantes a partir de suas vivências com o meio social em que estão inseridos lidam diariamente com problemas de Matemática Financeira, até mesmo sem ter estudado esse conteúdo no espaço da sala de aula.

Esses conhecimentos prévios que os estudantes possuem estão diretamente relacionados a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. Segundo Moreira (2006):

> O conceito central da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de "conceito subsunçor" ou, simplesmente "subsunçor", existente na estrutura cognitiva de quem aprende. (MOREIRA, 2006, p. 14-15).

O termo subsunçor é bastante evidenciado na teoria de aprendizagem já mencionada. Sendo relacionado aos conhecimentos que os alunos já possuem, adquiridos por meio das relações que cada um desempenha na sociedade em que vivem. Por exemplo, não necessariamente o aluno precisa estar no espaço físico da sala de aula para ouvir e ter uma ideia do significado de porcentagem, descontos, ou regime de juros. Visto que, atividades rotineiras já inserem-os na aprendizagem destes conceitos, mesmo que seja de forma superficial. Conforme Moreira (2006):

> O "subsunçor" é um conceito, uma idéia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ancoradouro a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo (isto é, que ele tenha condições de atribuir significados a essa informação). (MOREIRA, 2006, p. 15).

Em situações que envolvem promoções na venda de uma certa mercadoria, geralmente os alunos enquanto sujeitos da sociedade vão ouvir termos envolvendo descontos. No ambiente familiar podem se deparar com algum membro da família que deseja realizar um empréstimo num certo banco, e a partir destas situações do dia a dia que começam a surgir os termos juros, taxa de juros e consequentemente os seus significados.

O saber prévio dos alunos influencia na construção de um novo conhecimento. Para Ausubel, a aprendizagem ocorre quando uma nova informação se ancora em conceitos preexistentes, concretizando a aprendizagem significativa. De acordo com Moreira (2006):

> Pode-se, então, dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação "ancora-se" em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva. Ou seja, novas idéias, conceitos, proposições podem ser aprendidas significativamente (e retidos), na medida em que outras idéias, conceitos, proposições, relevantes e inclusivos estejam adequadamente disponíveis, na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem às primeiras. (MOREIRA, 2006, p.15).

Antes de introduzir o conteúdo em sala de aula, os professores devem realizar questionamentos a partir da realidade dos estudantes com o objetivo de entender o que estes já sabem, e em seguida mediante diferentes instrumentos construir as definições de modo que os alunos percebam o real significado dos objetos de conhecimentos apresentados em sala de aula.

3 ABORDAGEM HISTÓRICA DE ALGUNS CONCEITOS UTILIZADOS NA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Antes de definir os tópicos de Matemática Financeira que fazem parte do referencial teórico deste trabalho, apresenta-se um breve resgate da História da Matemática Financeira.

3.1 PORCENTAGEM

A ideia de porcentagem surge na Roma Antiga a partir das necessidades de cobranças de impostos. Conforme Contador (2012):

> Foi o “imperador romano Augusto quem, criou um imposto sobre todas as mercadorias vendidas, o valor deste imposto era $\frac{1}{100}$, (além, é claro, dos já existentes $\frac{1}{20}$ e $\frac{1}{25}$) sobre compra e venda de escravos”. Porém, de acordo com o autor, foi a partir do século XV que se criaram símbolos representativos para porcentagem e passaram a ser utilizados em operações comerciais para o cálculo de juros, imposto, lucros, entre outros. (CONTADOR, 2012, p.145 apud COELHO, 2018, p. 32).

Ainda de acordo com Contador (2012 apud COELHO, 2018, p.33), o símbolo % pode ter sua origem ligada a um manuscrito italiano anônimo, datado de 1425, em que o autor escreveu:

Ou ainda:

Depois, em 1650, aparece a escrita:

No lugar do símbolo, mais tarde o “per” foi suprimido apenas por:

E, com o tempo, passou-se a escrever:

%

Segundo Berlinghoff (2008, apud COELHO, 2018, p. 35), a utilização da porcentagem vem desde a época do Império Romano (27 a.C. a 476 d.C.), quando o imperador Augusto (27 a.C. a 14 d.C.) impunha uma taxa de $\frac{1}{100}$ sobre negócios realizados em leilões.

3.2 MOEDAS UTILIZADAS NAS TRANSAÇÕES FINANCEIRAS: DO ESCAMBO ÀS MOEDAS VIRTUAIS

No período da história da humanidade denominado Idade Antiga (4000 a.C. até 476 d.C.), o escambo foi uma das primeiras formas de relação comercial entre as pessoas. De acordo com Ifrah (1997):

> O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocavam diretamente (e, portanto, sem a intervenção de uma "moeda" no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade. (IFRAH, 1997, p.145).

O excesso de mercadorias para a subsistência de um indivíduo ou grupo de pessoas foi um dos fatores que colaboraram para o surgimento das primeiras trocas comercias.

Além das sementes, o sal e o gado eram mercadorias de grande valor no período da Idade Antiga (4000 a.C. até 476 d.C.) servindo de objeto para as relações comerciais existentes. O sal era utilizado para a conservação dos alimentos.

Diante das complexidades impostas pelo avanço das atividades comerciais entre diferentes povos da antiguidade, estes veem a necessidade de desenvolver mecanismos mais eficazes e seguros para as negociações. Conforme Ifrah (1997):

> Tais métodos apresentavam, contudo, sérias dificuldades de aplicação. Assim, à medida que o comércio se desenvolvia, os metais- tanto sob a forma de lingotes brutos, como transformador em ferramentas, objetos de ornamento ou armas- desempenharam um papel cada vez maior nas transações comerciais, vindo a tornar-se no fim das contas a "moeda de troca" preferida dos vendedores e compradores. (IFRAH, 1997, p.147).

Os produtos agrícolas por serem perecíveis com o tempo poderiam estragar, além disso, um grande volume de mercadorias agrícolas dificultava o transporte para outras regiões do mundo.

Dessa forma, Trigueiros (1987 apud SILVA, 2018, p.19) enfatiza que o descobrimento do metal e seu uso para construir artigos como armas e outros instrumentos, potencializou novas formas de produção e comércio, passando os derivados do metal a figurarem como os principais produtos de barganha.

Dentre as vantagens do uso de objetos produzidos a partir dos metais para as trocas comerciais na Idade Antiga estavam a facilidade de serem transportados; apresentavam bastante valor pelas suas características físicas, isto é, sua preciosidade e beleza, além disso era um elemento raro de encontrar-se.

Na Figura 3 observa-se uma faca de bronze, utilizada na China na época Zhou como unidade de trocas comerciais. O tipo de comércio existente ainda era por meio do escambo, sendo utilizado peças de metais para fazer compra e venda de outros objetos.

Figura 3 - Peça datando aproximadamente do século X a.C.

Fonte: Ifrah (1997, p.147).

O emprego de metais para fins comerciais não restringiu-se a uma única região do mundo. Segundo Ifrah (1997, p.148): “Igualmente no Egito faraônico, os gêneros e as mercadorias foram frequentemente estimados e pagos em metal (cobre, bronze, ouro ou prata), que se dividia inicialmente em pepitas, em palhetas”.

As moedas utilizadas atualmente nas mais diversas situações da sociedade passaram por inúmeras modificações ao longo do tempo. Porém, deixaram seu legado na composição e no formato, conforme Figura 4.

Figura 4- Moedas da Grécia Antiga.

Fonte: Ifrah (1997, p.147).

Segundo Trigueiros (1987, apud SILVA, 2018, p.20) as primeiras moedas parecidas com as de hoje surgiram no século VII a.C, na Grécia Antiga, moedas de prata e na Lídia, berço de uma antiga civilização, que floresceu na região da atual Turquia. Ressalta-se que os valores das moedas dependiam da sua composição, isto é, ouro, prata ou bronze.

Segundo o Banco Central do Brasil (BCB) (s/d, paginação irregular apud SILVA, 2018, p. 21) “somente no final do século XIX que começaram a gravar os valores correspondentes das moedas, independentemente do tipo de material utilizado para sua confecção”.

Por outro lado, Silva (2018, p.21) afirma que o dinheiro de papel surgiu na Idade Média (476 d.C. até 1453 d.C.), com o hábito de se guardar os valores com um artesão, manipuladores e negociadores de ouro e prata. Este, como garantia, entregava um recibo.

Neste sentido, este documento assegurava os valores dos bens guardados. Então, pode se considerar estes recibos o primeiro tipo de moeda em papel. Segundo Silva (2018, p.21) mais tarde, bem como ocorreu com as moedas, os governos passaram a administrar a emissão de cédulas, supervisionando as falsificações e assegurando o poder de pagamentos.

Á luz das discussões apresentadas, nota-se que os sistemas financeiros passaram por várias transformações ao longo da história. Isso se deve as necessidades que surgiam no contexto de cada civilização, ou seja, com o desenvolvimento do comércio na Idade Antiga e Idade Média necessitou-se aperfeiçoar os tipos de moedas utilizadas nas trocas comercias, do escambo a cédula de papel.

As moedas de metais e cédulas de papéis utilizadas nos dias de hoje nas transações financeiras é um legado deixado pelas civilizações supracitadas e que ao longo do tempo vai passando por novas transformações.

As Figuras 5 e 6 representam algumas cédulas de dinheiro utilizadas na atualidade nas relações financeiras.

Figura 5 - Cédula de 100 dólares.

Fonte: https://www.istockphoto.com/br/foto/100-d%C3%B3lares-isolados-no-fundo-branco-gm1175073173-327066208.

O dólar americano (Ver Figura 5) é uma das moedas mais influentes do mundo. Atualmente, sua hegemonia é incontestável, já que é usada na adoção de reservas internacionais por Bancos centrais de inúmeros países e como referência em qualquer negócio em nível global.

Figura 6- Moeda de 1 real utilizada no Brasil.

Fonte: https://www.bcb.gov.br/dinheirobrasileiro/segunda-familia-moedas.html.

As moedas de 1 real (Ver Figura 6) adotadas no ano de 2002 em diante são compostas de aço inoxidável (núcleo) e aço revestido de bronze (anel). Possuem 27 milímetros de diâmetro, pesam 7 gramas e 1,95 milímetro de espessura.

Segundo Borges (2019, p.29) atualmente, no século XXI, com o avanço da tecnologia, a moeda está no formato eletrônico e também no formato virtual (as chamadas criptomoedas).

A difusão das tecnologias da informação e o desenvolvimento da internet impulsionou as pessoas a realizarem novos meios de movimentações financeiras de maneira rápida e prática. Assim, com um aparelho celular conectado à internet pode-se realizar diversas atividades sem sair de casa, ou seja, pagar dívidas; transferir dinheiro e realizar compras. Ribeiro (2015) evidencia o comentário anterior:

> De forma semelhante, com base na evolução dos modelos de troca e inovações, o dinheiro em moeda corrente ou espécie vem perdendo seu lugar, pois, se observarmos, a cada dia as relações mercantis são quitadas cada vez mais por meio de cartões de crédito. Mas, a evolução não para, e o dinheiro virtual também está tomando seu lugar no mundo. (RIBEIRO, 2015, apud HENRIQUE, 2018, p.25).

Uma das moedas virtuais adotada nos dias de hoje nas transações financeiras é o Bitcoin. Sua ascensão se deve aos acontecimentos na esfera econômica, mais precisamente a crise financeira mundial com início no ano de 2008. Segundo Borges (2019):

> O Bitcoin é uma criptomoeda (cryptocurrency) criada por uma pessoa com o pseudônimo de Satoshi Nakamoto. No ano de 2008, com o advento da crise financeira mundial, Satoshi Nakamoto, que até o momento não tem sua identidade revelada, publicou em um fórum na internet o White paper do Bitcoin, intitulado: Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System. Dessa forma, podemos perceber a disrupção que essa iniciativa nos trouxe, pois, por meio da internet, de uma forma livre e democrática, o Bitcoin foi apresentado ao mundo, mostrando que não estava vinculado a nenhuma instituição financeira, Estado ou sistema financeiro. (BORGES, 2019, p.39).

Por ser uma moeda virtual, o Bitcoin não é palpável sendo essa uma das características que o diferencia das moedas convencionais. No entanto, adotou-se o símbolo da Figura 7 para a sua representação nas movimentações financeiras.

Figura 7 – Bitcoin.

Fonte: https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/bitcoin.htm.

O Bitcoin é uma moeda virtual que serve para fazer compras e vender, podendo ser utilizada em qualquer lugar do mundo, porém, com a autorização de cada país. Além disso, possui sua própria cotação de valor, como o real e o dólar. Os valores oscilam a todo momento, então o preço de um produto em bitcoins pode variar ao longo do tempo. Além desta moeda virtual existem outros tipos em circulação.

3.3 PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO SIGNIFICADO DE JUROS PARA A MATEMÁTICA FINANCEIRA

O termo “juros” comumente utilizado em situações do dia-a-dia remonta as civilizações antigas, inicialmente sendo utilizada em atividades envolvendo empréstimos de sementes.

Nesse período as pessoas realizavam negociações, ou seja, trocas comerciais de acordo com o que era produzido nas plantações agrícolas.

As sementes e outros bens eram adquiridos como empréstimo para o plantio desejado e quando realizavam a colheita, os agricultores cumpriam então com o acordo feito. Assim pagavam o que havia tomado emprestado com as sementes e outros bens, acrescido dos juros do empréstimo. Geralmente o prazo de empréstimo era de um ano, visto que o prazo de colheita das plantações ocorria nesse tempo. Segundo Piton-Gonçalves (2005):

> Os juros e os impostos existem desde a época dos primeiros registros de civilizações existentes na Terra. Um dos primeiros indícios apareceu já na Babilônia no ano de 2000 a.C. Nas citações mais antigas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outras conveniências emprestadas; os juros eram pagos sob a forma de sementes ou de outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas. (PITON-GONÇALVES, 2005, p.1).

Existem outras fontes históricas que se fazem presente o uso da palavra juro. Alguns escritos relatam problemas vinculados a realidade de cada civilização.

Segundo Eves (2011, p. 60) “as tábulas mostram que os sumérios antigos estavam familiarizados com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos”.

Ainda de acordo com esse autor (2011, p.77), numa tábula do Louvre, de cerca de 1700 a.C., há o seguinte problema: “Por quanto tempo deve-se aplicar uma certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?” Com os conhecimentos aritméticos e algébricos de Matemática Financeira é possível determinar a solução desse problema.

A expressiva relação comercial entre diferentes povos exigiu a necessidade de troca de moedas entre os países. Os indivíduos que se encarregavam de prestar este serviço ficaram conhecidas como cambistas.

De acordo com Silva (2018, p.23) as pessoas confiavam suas posses aos cambistas e estes resolveram lucrar com isso, emprestando quantias a terceiros, que quando vinham devolver o valor emprestado, pagavam um valor adicional, o juro.

A criação dos bancos é consequência das cobranças de juros realizados pelos cambistas, também pela igreja católica. Além disso, a origem da palavra banco como instituição financeira remete aos bancos de madeira que serviam de assento para os cambistas realizar seu serviço. Sobre isso, Santos (2012) elucida a história dos primeiros bancos financeiros:

> Os primeiros bancos de verdade da história foram criados pelos sacerdotes desde os tempos dos sacerdotes do Egito, da Babilônia e da Grécia é que operações bancárias já eram realizadas. Esses sacerdotes emprestavam, a juros, o ouro e a prata, que eram depositados em seus templos, oferecendo, aos depositantes segurança para a conservação de suas riquezas. O primeiro banco privado foi fundando pelo duque Vitali em 1157, em Veneza. (SANTOS, 2012, p.21).

A igreja católica, possuidora de poder nessa época, tinha a intenção de monopolizar a arrecadação dos juros. Dessa forma, condenava veemente aquelas pessoas que praticavam empréstimos a juros. No entanto, essa instituição não conseguiu controlar, ou seja, impedir as pessoas de conceder empréstimos visando um lucro, ou seja, os juros.

Santos (2012, p.21) e Silva (2018, p.24) reforçam que a criação dos bancos financeiros contribuiu para o avanço da Matemática Financeira e da economia durante os séculos X e XV. É evidente que nos dias de hoje os bancos exercem um papel fundamental para a sociedade intermediando o dinheiro entre poupadores e aqueles que precisam de empréstimos, além de guardar esse dinheiro. Ele providencia serviços financeiros para os clientes (saques, empréstimos, investimentos, entre outros).

4 PRINCÍPIOS BÁSICOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Nesta seção apresenta-se conceitos e princípios básicos envolvendo alguns tópicos de Matemática Financeira abordados no livro do 1° ano do Ensino Médio adotado na escola em que foram aplicadas as atividades propostas neste estudo.

Após a definição de cada tópico aborda-se uma situação-problema com sua respectiva resolução, sendo relacionada ao cotidiano dos alunos.

4.1 TÓPICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA E APLICAÇÕES

No dia a dia, os estudantes estão ligados a situações diversas que envolvem tomadas de decisões, dentre estas o uso do dinheiro. Assim, é de suma importância o domínio de resolução de problemas que envolvam transações financeiras. Desta forma, a escola tem um papel fundamental para propor estas situações-problema aos seus alunos, desenvolvendo o aspecto crítico e a autonomia para lidar com estes problemas.

É importante que os estudantes tenham um conhecimento prévio a respeito dos tópicos que são abordados no estudo de Matemática Financeira no 1° ano do Ensino Médio. Assim utilizou-se como apoio o livro didático adotado na turma em questão para abordar o objeto de conhecimento aqui proposto.

O livro utilizado na turma em questão é intitulado Conexões: matemática e suas tecnologias (Funções e aplicações), cuja organizadora desta obra é a editora moderna com publicação no ano de 2020, no qual a divisão do capítulo de Matemática Financeira é da seguinte forma:

- Taxa percentual;
- Aumentos e descontos sucessivos;
- Lucro e prejuízo;
- Juro simples e juro composto;
- Atualização financeira;

Portanto, a seguir pretende-se fazer uma exposição dos itens supracitados mediante situações-problema e deduções das fórmulas apresentadas nos livros didáticos utilizados pelos estudantes e professores.

4.1.1 TAXA PERCENTUAL

A porcentagem corresponde à parte considerada de um total de 100 partes. Para indicá-la, utiliza-se o símbolo %. Toda razão $\frac{x}{100}$ é denominada taxa percentual.

A partir desta definição propõe-se o problema 1:

PROBLEMA 1. Consideremos os valores dos preços do gás de cozinha em dois estados, A e B, em reais (R$), em dois anos consecutivos designados por 1 e 2.

Quadro 1 - Preço do gás de cozinha nos estados A e B.

Estado	Valor em R$ (ano 1)	Valor em R$ (ano 2)	Crescimento do valor em R$ (entre os anos 1 e 2)
A	80	120	40
B	100	130	30

Fonte: Autor (2023).

No Quadro 1, a razão entre o crescimento do valor em reais e o valor pago no botijão de gás no ano 1 vale:

- $\frac{40}{80}$ para o estado A.
- $\frac{30}{100}$ para o estado B.

Existem diferentes maneiras de comparar essas razões, neste caso expressar-se as com o denominador 100, para isso pode ser aplicado uma regra de três simples.

- Estado A: $\frac{40}{80} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 50$; logo, a razão vale $\frac{50}{100}$.
- Estado B: $\frac{30}{100} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 30$; logo, a razão vale $\frac{30}{100}$.

Portanto, o Estado A teve uma razão (ou taxa) maior de crescimento no valor do preço de gás de cozinha no período considerado.

As porcentagens frequentemente são indicadas pelo numerador acrescido do símbolo % (lê-se “por cento”). Desta forma, a taxa percentual de crescimento do valor do gás no Estado A foi de 50% e a do Estado B, de 30%.

Vale salientar que as porcentagens também podem ser expressas na forma decimal obtida dividindo-se o numerador por 100. Com relação as porcentagens acima:

- $50\% = \frac{50}{100} = 0{,}5.$
- $30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3.$

A porcentagem pode ser utilizada quando deseja-se expressar alguma quantidade como porcentagem de um valor. Supõe-se que uma mercadoria que custava R$ 160,00 foi vendida com um desconto de 5%. O desconto de 5% sobre 160 corresponde a divisão do preço por 100, tomando 5 partes, ou seja:

5% de 160 ⇔ $5.\frac{160}{100} = \frac{5}{100}.160 = 8.$

Via de regra, calcular b% de x corresponde a multiplicar $\frac{b}{100}$ por x.

4.1.2 ACRÉSCIMOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

Definem-se acréscimos sucessivos da seguinte forma: Para definir acréscimos sucessivos, denota-se de P_O o valor inicial e de $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de acréscimos sucessivos em decimal. Os valores obtidos após cada acréscimo, denominados $P_1, P_2, P_{3,} \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculadas por:

$$P_1 = P_0.(1 + i_1)$$

$$P_2 = P_1.(1 + i_2)$$

$$P_3 = P_2.(1 + i_3)$$

$$\dots$$

$$P_n = P_{n-1}.(1 + i_n) = P_o.(1 + i_1).(1 + i_2).(1 + i_3).\dots\ .(1 + i_n)$$

Portanto, $P_n = P$ é dado por: $P = P_0.(1 + i_1).(1 + i_2).(1 + i_3).\dots\ .(1 + i_n)$.

Por outro lado, para definir descontos sucessivos, designa-se de P_0 o valor inicial e de $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de descontos sucessivos em decimal. Os valores obtidos após cada desconto, denominados $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por:

$$P_1 = P_0.(1 - i_1)$$

$$P_2 = P_1.(1 - i_2)$$

$$P_3 = P_2.(1 - i_3)$$

$$\dots$$

$$P_n = P_{n-1}.(1 - i_n) = P_o.(1 - i_1).(1 - i_2).(1 - i_3).\dots\ .(1 - i_n)$$

Logo, $P_n = P$ é dado por: $P = P_0.(1 - i_1).(1 - i_2).(1 - i_3).\dots\ .(1 - i_n)$.

A partir destas definições apresentam-se os problemas 2 e 3:

PROBLEMA 2. Alex comprou certa mercadoria por R$ 60,00 e a colocou à venda por um preço que lhe vai render 25% de lucro. Como não conseguiu vendê-lo resolveu conceder um desconto de 12%, caso a compra seja feita à vista.

a) Quantos reais um consumidor terá de desembolsar caso efetue a compra à vista?

O estudante pode notar que 25% corresponde a $\frac{1}{4}$ de 100%. Como a mercadoria custa R$ 60,00 então o lucro obtido é igual a R$ 15,00, pois corresponde a um quarto de R$ 60,00. Assim, após esse lucro obterá R$ 75,00.

Por outro lado, 12% de 75 pode ser calculado da seguinte maneira: $\frac{12}{100}.75 = \frac{900}{100} = 9$, ou seja, ao conceder o desconto de 12% sobre R$ 75,00, o consumidor terá que desembolsar $R\$\ 75{,}00 - R\$\ 9{,}00 = R\$\ 66{,}00$.

Uma solução alternativa:

$$P = 60.(1 + 0{,}25).(1 - 0{,}12) = 60.1{,}25.0{,}88 = 66$$

Onde P corresponde o pagamento final.

b) Qual é a porcentagem que Alex lucrará se a mercadoria for vendida à vista?

Ressalta-se que um aumento de 25% e um desconto de 12% de maneira sucessivas não consiste em fazer a diferença entre essas taxas percentuais, daí a necessidade de multiplicar os fatores de atualização, conforme abaixo:

$$(1 + 0{,}25).(1 - 0{,}12) = 1{,}25.0{,}88 = 1{,}1$$

Logo, o lucro é dado por $1{,}1 - 1 = 0{,}1$, isto é, 10%.

PROBLEMA 3. Um supermercado concedeu 5% de desconto em uma certa mercadoria e logo após, pelo pagamento à vista, mais 10% de desconto na mesma mercadoria. Esses descontos correspondem a um único desconto de quantos por cento?

Normalmente os estudantes apenas adicionam as taxas percentuais correspondentes aos descontos. No entanto, do ponto de vista da Matemática Financeira este é um raciocínio equivocado. Para calcular o desconto único, os alunos deverão multiplicar os fatores de atualização, ou seja, $(1 - 0{,}05).(1 - 0{,}1) = 0{,}95.0{,}9 = 0{,}855$. Portanto, descontos sucessivos de 5% e 10% equivalem a um único desconto de 14,5%, pois $100\% - 85{,}5\% = 14{,}5\%$.

4.1.3 LUCRO E PREJUÍZO

De maneira geral, entende-se lucro como o ganho obtido em uma operação comercial, que é gerado pela diferença entre o preço de venda de determinada mercadoria e seu preço de custo (compra). Caso uma mercadoria seja vendida por um preço menor que seu custo, diz-se que a operação comercial gerou prejuízo, o que também pode ser entendido como lucro negativo. Sendo P_v o preço de venda, P_c o preço de custo e L o lucro, podemos representar:

$$L = P_v - P_c$$

PROBLEMA 4. Um automóvel custou $R\$\ 40000{,}00$. Por quanto deve ser vendido para que haja um lucro de 6% sobre o preço de custo?

O estudante pode pensar na ideia de razão para determinar a quantia correspondente a 6% de R$ 40000,00. Como segue:

$$\frac{6}{100}.40000 = 2400$$

Logo, deve ser vendido por $R\$\ 42400{,}00$.

Por outro lado, poderão recorrer a fórmula deduzida para calcular aumentos sucessivos:

$$40000.(1 + 0{,}06) = 40000.1{,}06 = 42400$$

Portanto, o automóvel deve ser vendido pelo valor de $R\$\ 42400{,}00$.

4.1.4 JUROS SIMPLES

De acordo com o regime de juros simples, os juros gerados em cada período são sempre os mesmos e são dados pelo produto do capital pela taxa. Sendo pagos somente no final da aplicação.

Iezzi, Hazzan, Degenszajn (2013, p.41) propõem o problema 5 envolvendo juros simples:

PROBLEMA 5. Um capital de R$ 5000,00 é aplicado a juros simples durante 4 anos à taxa de 20% a.a (ao ano). Vamos calcular os juros gerados em cada período e o montante após o período de aplicação. (Ver Figura 8).

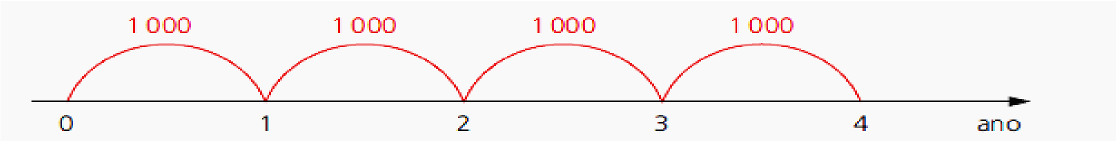
Os juros gerados no 1° ano são $5000.(0{,}20) = 1000$.

Os juros gerados no 2° ano são $5000.(0{,}20) = 1000$.

Os juros gerados no 3° ano são $5000.(0,20) = 1000$.

Os juros gerados no 4° ano são $5000.(0,20) = 1000$.

Figura 8 – Esboço: Juros simples.



Fonte: Iezzi, Hazzan, Degenszajn (2013, p.41).

No cálculo dos juros de cada ano (Figura 8), a taxa incide apenas sobre o capital inicial. Assim, o montante após 4 anos vale R$ 9000,00.

A partir da situação-problema deduz-se a seguinte fórmula para calcular juros simples (J) em função do capital aplicado (c), taxa(i) expressa em decimal ou na forma de fração com denominador igual a 100 e tempo(t), ou seja:

$$J = c.i.t$$

Por outro lado, o montante (M) é dado por $M = c + j$.

4.1.5 JUROS COMPOSTOS

Sob outra perspectiva, o regime de juros compostos apresenta um comportamento diferente do regime simples, isto é, os juros do 1° período correspondem ao produto do capital pela taxa; esses juros são adicionados ao capital, gerando o montante M_1 após 1 período. Os juros do 2° período são obtidos multiplicando-se a taxa pelo montante M_1; esses juros são adicionados a M_1, gerando o montante M_2 após 2 períodos. Os juros do 3° período são obtidos multiplicando-se a taxa pelo montante M_2; esses juros são adicionados a M_2, gerando o montante M_3 após 3 períodos. Dessa forma, os juros em cada período são iguais ao montante do início do período multiplicado pela taxa, e esses juros são adicionados ao montante do início do período, gerando o montante do final do período.

Para entender na prática como se dá o regime de juros compostos, Iezzi, Hazzan, Degenszajn (2013, p. 42) propõem o problema 6:

PROBLEMA 6. Um capital de R$ 5000,00 é aplicado a juros compostos durante 4 anos à taxa de 20% a.a. Vamos calcular os juros e o montante para cada período. (Ver Figura 9).

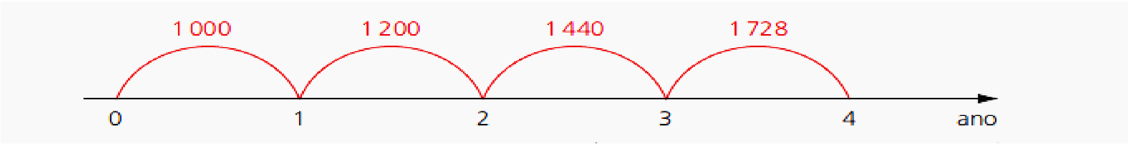
Os juros do 1° ano são $5000.(0,20) = 1000$, e o montante após 1 ano é $M_1 = 6000$.

Os juros do 2° ano são $6000.(0,20) = 1200$, e o montante após 2 anos é $M_2 = 7200$.

Os juros do 3° ano são $7200.(0,20) = 1440$, e o montante após 3 anos é $M_3 = 8640$.

Os juros do 4° ano são $8640.(0,20) = 1728$, e o montante após 4 anos é 10368.

Figura 9 – Esboço: Juros compostos.



Fonte: Iezzi, Hazzan, Degenszajn (2013, p.42).

Desta forma Souza (2016, p.25) deduz a fórmula para determinar o montante de uma aplicação financeira no regime de juros compostos:

$M = c.(1 + i_1).(1 + i_2).(1 + i_3). \dots .(1 + i_n)$ em que $i_1 = i_2 = i_3 = \cdots = i_n = i$.

Como as taxas de acréscimos estão associadas a um período de tempo, tem-se $n = t$. Logo:

$$M = c.(1 + i).(1 + i).(1 + i). \dots .(1 + i)$$

$$M = c.(1 + i)^t$$

Onde $M =$ montante; $c =$ capital; $i =$ taxa; $t =$tempo.

4.1.6 ATUALIZAÇÃO FINANCEIRA

Segundo Morgado (2015, p.87) no fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo.

De maneira explícita o livro didático, de Leonardo et. al (2020, p.136), adotado no 1° ano do Ensino Médio faz uma elucidação do comportamento de quantias ao longo do tempo da forma que se apresenta a seguir:

Tem-se que certo capital, aplicado por um período t, a juro composto, o seu valor final é calculado pela fórmula $M = c.(1 + i)^t$.

Observe que, para trazer o valor da mercadoria para o presente (preço à vista), divide-se o valor no futuro pelo fator $(1 + i)^t$. Normalmente, nesta etapa do estudo, altera-se a classificação de montante (M) para dívida (D) e de capital (c) para valor presente (V_p). Assim: $D = V_p.(1+i)^t$. Logo, o valor presente é dado por:

$$V_p = \frac{D}{(1+i)^t}$$

Morgado (2015, p.87) complementa a explicação do parágrafo anterior: Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais: Para obter o valor futuro, basta multiplicar o atual por $(1+i)^n$. Para obter o valor atual, basta dividir o futuro por $(1+i)^n$.

Geralmente ao estudar juros compostos no Ensino Médio o professor e os livros didáticos abordam e restringem-se ao cálculo do montante de uma certa aplicação financeira aplicando a fórmula $M = c.(1+i)^t$.

Porém, fazendo algumas adaptações para a fórmula apresentada nota-se que pode ser usada para situações diversas, por exemplo, envolvendo comparações de preços de mercadorias compradas às prestações ou à vista. Dessa forma propõe-se o Problema 7 extraído do Exame Nacional de Qualificação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, edição 2019.2:

PROBLEMA 7. Você tem dinheiro aplicado à taxa de 10% ao mês. Suponha que com esse dinheiro, deseja comprar um bem e você tem duas opções de pagamento:

(I) À vista no valor de R$ 3.500,00.

(II) Em 2 prestações mensais fixas de R$ 2.000,00, vencendo a primeira um mês após a compra.

Qual das opções é a mais vantajosa financeiramente?

Considere a data da compra à vista sendo a data zero. Tomando o valor de cada prestação para a data zero com a taxa de 10%, teremos um total de

$\frac{2000}{1,1} + \frac{2000}{(1,1)^2} = \frac{2000.(1,1)+2000}{(1,1)^2} = \frac{4200}{1,25} \approx 3471,07$ que é menor que 3500.

Logo, a opção (II) é a mais vantajosa.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção apresenta-se a caracterização deste estudo, ou seja: o tipo de pesquisa; o espaço da pesquisa; o público participante; as técnicas e instrumentos de coleta de dados; e a descrição das etapas das atividades aplicadas com os estudantes.

A realização de uma pesquisa científica exige a utilização de um método científico. Assim Prodanov (2013, p.126) conceitua-o como sendo o conjunto de processos ou operações mentais que devem ser empregados na investigação. É a linha de raciocínio adotada no processo de pesquisa.

Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, o presente estudo é uma pesquisa de campo com abordagem qualitativa. Para Gil (2002) esse tipo de pesquisa é caracterizado da seguinte maneira:

> Tipicamente, o estudo de campo focaliza uma comunidade, que não é necessariamente geográfica, já que pode ser uma comunidade de trabalho, de estudo, de lazer ou voltada para qualquer outra atividade humana. Basicamente, a pesquisa é desenvolvida por meio da observação direta das atividades do grupo estudado e de entrevistas com informantes para captar suas explicações e interpretações do que ocorre no grupo. Esses procedimentos são geralmente conjugados com muitos outros, tais como a análise de documentos, filmagens e fotografias. (GIL, 2002, p.53).

Este tipo de pesquisa facilita o contato entre o pesquisador(a) e os participantes da mesma, em que é possível escutar a opinião, coletar dados, fazer comparações a respeito das informações obtidas durante as atividades desenvolvidas e extrair conclusões que contribuirão para realizar possíveis intervenções tanto no espaço objeto de pesquisa quanto fora dele.

A pesquisa foi desenvolvida com 24 alunos do 1° ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Educação do Piauí, localizada no município de Anísio de Abreu-PI, cuja aplicação das atividades propostas ocorreram entre os meses de outubro e novembro do ano de 2022. Por questões éticas, a identificação dos estudantes foi preservada, sendo cada estudante identificado pela letra A (referindo a um estudante da turma A) acompanhado por um número de 1 a 24 (relativo a quantidade de alunos participantes da pesquisa).

Dentre as motivações para a realização desse estudo nesta escola pode ser citado: A professora titular da turma ainda não havia trabalhado o objeto de conhecimento (tópicos de Matemática Financeira) proposto nesta pesquisa.

Os instrumentos utilizados para a coleta dos dados foram: Questionários com questões objetivas, e observação da participação dos alunos no transcorrer das atividades aplicadas.

A partir das observações e registros elaborados na forma de relatórios analisou-se e interpretou-se os dados coletados durante a aplicação das atividades da pesquisa. Dessa forma, esse estudo é de natureza qualitativa. Assim Prodanov (2013) explica essa abordagem:

> considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (PRODANOV, 2013, p.70).

De acordo com este autor, a pesquisa de abordagem qualitativa é descritiva, ou seja, o pesquisador por meio das suas observações e vivências durante a aplicação das atividades propostas, devem transpor as opiniões, questionamentos dos alunos etc. Para realizar essa descrição foi utilizada a elaboração de relatórios ao final de cada atividade aplicada em sala de aula. De acordo com Prodanov (2013) a pesquisa descritiva ocorre:

> Quando o pesquisador apenas registra e descreve os fatos observados sem interferir neles. Visa a descrever as características de determinada população ou fenômeno ou estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de levantamento. (PRODANOV, 2013, p.52).

Apresenta-se a seguir a descrição das atividades propostas no intuito de atender os objetivos que foram traçados nesse estudo.

Inicialmente aplicou-se um pré-teste (Ver Anexo A), durante uma aula de 2 horas, versando de 10 situações-problema envolvendo taxa percentual; acréscimos e descontos sucessivos; lucro e prejuízo; juros simples e compostos; e atualização financeira. Cada questão apresentava 5 alternativas, apenas uma estava correta. O objetivo dessa atividade consistia em verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os tópicos de Matemática Financeira supracitados.

No segundo momento, realizou-se a aplicação de uma sequência didática (Ver os Apêndice A e Anexo B) cujo tema foi intitulado: Construindo alguns conceitos de tópicos de Matemática Financeira através da resolução de situações-problema do dia a dia dos alunos.

A aplicação da Sequência Didática (SD) ocorreu em três momentos por meio de aulas dialogadas e expositivas.

No primeiro momento (duração de 2 horas) da aplicação da SD abordou-se a metodologia de resolução de problemas com ênfase nas etapas sugeridas por George Polya: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Após essa exposição, foram entregues 10 situações-problema geradoras envolvendo os tópicos de Matemática Financeira supracitados. Assim, com a mediação do professor (pesquisador) os alunos deveriam resolvê-las utilizando as etapas de George Polya e os conhecimentos prévios das vivências do seu cotidiano.

Após as reflexões e tentativas de resolução, os alunos deveriam apresentar as soluções na lousa. Este momento foi bastante oportuno, pois os alunos puderam comparar as resoluções encontradas, discutindo os acertos e equívocos.

Para finalizar a apresentação de cada solução, o professor (pesquisador) realizava suas considerações e em seguida formalizava o tópico de Matemática Financeira abordado em cada situação-problema.

No segundo e terceiro momento da aplicação da SD, utilizou-se 2 horas/aula e 1 hora/aula, respectivamente, para concluir a resolução, apresentação e formalização dos tópicos envolvendo Matemática Financeira.

Os objetivos da aplicação da sequência didática foram os seguintes:

- Resolver as situações-problema mediante os conhecimentos prévios que os alunos possuem acerca da Matemática Financeira;
- Deduzir, a partir da resolução de cada situação-problema, algumas fórmulas apresentadas em livros didáticos, por exemplo, de porcentagem; lucros e prejuízos; aumentos e descontos sucessivos; juros simples; juros compostos e atualização financeira;
- Compreender os passos utilizados para resolver as situações-problema;

- Debater em sala de aula o raciocínio utilizado por cada aluno(a) para resolver as situações-problema.

Após a aplicação da SD, foi aplicado um pós-teste (Ver Anexo C) com duração de 2 horas, a qual apresentava 10 situações-problema envolvendo os tópicos de Matemática Financeira desse estudo. Vale ressaltar, que as questões propostas eram similares às do pré-teste: eram situações-problema distintas, versando sobre os mesmos temas e com o mesmo grau de dificuldade.

Cada questão apresentava 5 alternativas, dentre as quais, apenas uma estava correta.

O objetivo desta atividade é avaliar se os estudantes são capazes de utilizar a heurística de George Polya para resolver problemas envolvendo os tópicos de Matemática Financeira desse estudo.

Por meio dos resultados obtidos no pré-teste e pós-teste realizou-se um comparativo do desempenho individual e geral dos alunos que participaram da pesquisa. Para isso, utilizou-se gráficos de colunas e tabelas.

Com isso foi possível analisar, se houve ou não desenvolvimento dos alunos na aprendizagem dos tópicos de Matemática Financeira desse estudo.

Por fim, foi aplicado um questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C), no qual os alunos deveriam apresentar suas concepções sobre as atividades desenvolvidas durante os encontros de aplicação das atividades desta pesquisa.

Dessa forma pode-se refletir se as atividades desenvolvidas impactaram de forma positiva ou não na vida desses estudantes.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados a análise e a discussão dos resultados obtidos após a aplicação das atividades propostas em uma turma do 1° ano do Ensino Médio de uma Escola da Rede Estadual de Educação do Piauí.

6.1 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO PRÉ-TESTE

No pré-teste (Ver Anexo A) abordou-se situações-problema envolvendo os seguintes tópicos de Matemática Financeira: taxa percentual; acréscimos e descontos sucessivos; lucro e prejuízo; juros simples; juros compostos e atualização financeira.

Verificou-se que os alunos possuem conhecimentos prévios sobre porcentagem, pois a maioria respondeu corretamente as situações-problema que dependia deste tópico, respectivamente, as questões 1, 2, 3, 5, 6, 9 e 10.

Por outro lado, percebe-se que a falta de interesse e a dificuldade para interpretar; organizar as ideias e executá-las interferiu no desempenho dos estudantes que responderam incorretamente os exercícios.

Neste questionário, apenas nas questões 4 e 7 o número de erros foi maior que o de acertos. A situação-problema 4 envolvia o conceito de atualização financeira, para resolvê-la os estudantes deveriam ter noções de fluxos de caixa. É necessário que os alunos saibam resolver problemas dessa natureza, pois é o tipo de situação mais frequente no convívio dos discentes com suas famílias, por exemplo, na realização de alguma decisão que envolva compras ou vendas de eletrodomésticos, aquisição de automóveis, etc. Com isso, os discentes poderão auxiliar seus pais na tomada de decisões assertivas que envolvam compras na forma de pagamento por meio de prestações ou à vista. Porém, percebeu-se que a maioria dos discentes não souberam resolver os problemas relacionados a atualização financeira, daí faz-se necessário que a escola oriente os alunos neste tipo de situação, envolvendo a utilização de fluxos de caixa no intuito de levar esse conhecimento para a prática de atividades do seu dia a dia, ou seja, também fora da sala de aula, realizando intervenções benéficas do ponto de vista financeiro para os estudantes e também para seus pais.

Os alunos que erraram a situação-problema 7 sobre juros compostos não atentaram que neste regime de capitalização, os juros de um período incidem sobre o valor acumulado (montante) até o período imediatamente anterior. Como o período anterior já está acrescido de juros, então esse regime também é conhecido como "juros sobre juros".

Figura 10 - Alunos realizando o pré-teste.

Fonte: Autor (2023).

Durante a aplicação do pré-teste percebeu-se a concentração e empolgação dos estudantes para resolver as situações problemas propostas (Ver Figura 10), sendo fatores importantes a serem considerados para obter êxito naquilo que se deseja determinar.

6.2 ANÁLISE E DISCUSSÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na sequência didática os estudantes deveriam resolver situações-problema envolvendo alguns tópicos de matemática financeira com a mediação do professor (pesquisador). Nesta etapa da pesquisa foram realizadas aulas expositivas e dialogadas com duração de 5 horas/aula, e com a participação de 24 alunos.

Inicialmente apresentou-se a biografia de George Polya e em seguida expôs-se as etapas sugeridas por este autor para resolver uma situação-problema, ou seja: compreensão, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospectiva. Após essas explicações, foram propostas 10 situações-problema geradoras (Ver Anexo B), abordando taxa percentual; aumentos e descontos sucessivos; lucro e prejuízo; juros simples; juros compostos e atualização financeira.

No Quadro 2 apresenta-se o desempenho dos estudantes e discussões dessa fase da pesquisa.

Quadro 2 - Desempenho dos alunos na resolução das questões da SD.

Situação-problema Geradora	Tópico	Percentual de acertos
1.	Porcentagem	95,8%
2.	Descontos	41,6%
		25%
3.	Aumentos sucessivos	4,16%
4.	Aumentos e descontos sucessivos	0%
5.	Juros simples	58,33%
6.	Montante simples	33,33%
7.	Montante composto	41,66%
8.	Gráfico: juros simples e juros compostos	58,33%
9.	Atualização financeira	4,16%
10.	Atualização financeira	4,16%

Fonte: Autor (2023).

Observou-se que os estudantes possuem algum conhecimento prévio sobre porcentagem, talvez tiveram contato com estes assuntos no Ensino Fundamental e até mesmo em situações do seu dia a dia, colaborando para a resolução de algumas questões.

A questão 2 da sequência didática (Ver Anexo B) trata-se de uma promoção oferecida por uma loja na venda de um fogão e um guarda-roupa. Para isso, os alunos deveriam calcular as taxas percentuais equivalentes aos descontos. Notou-se que os estudantes possuem certa deficiência para realizar as operações matemáticas envolvendo números decimais. Embora, os alunos tenham utilizado a definição de porcentagem para resolver a situação-problema 2, a maioria não conseguiu finalizá-la, pois apresentaram dificuldade na divisão de números decimais. Logo, recomenda-se a realização de uma revisão envolvendo as operações com números decimais ao trabalhar com Matemática Financeira, pois nem todas as situações-problema são apresentadas por meio de números inteiros, neste caso os alunos apresentam mais facilidade. Portanto, no momento das apresentações das resoluções dos alunos na lousa, o professor mediador realizou uma revisão envolvendo as operações matemática com números decimais no intuito de superar estas dificuldades.

A maioria dos estudantes não sabia resolver as questões 9 e 10 envolvendo o tópico referente a atualização financeira. Para resolver os problemas os estudantes poderiam recorrer ao esquema de fluxos de caixa. Porém, notou-se que a maioria dos discentes não conhecem esse recurso para resolver este tipo de situação-problema. Assim o professor-mediador apresentou para os estudantes o esquema de fluxos de caixa e em seguida construiu-se as soluções das questões. Ressalta-se que esse tipo de situação-problema deve ser trabalhado em sala de aula, visto que são questões que envolve a realidade dos estudantes.

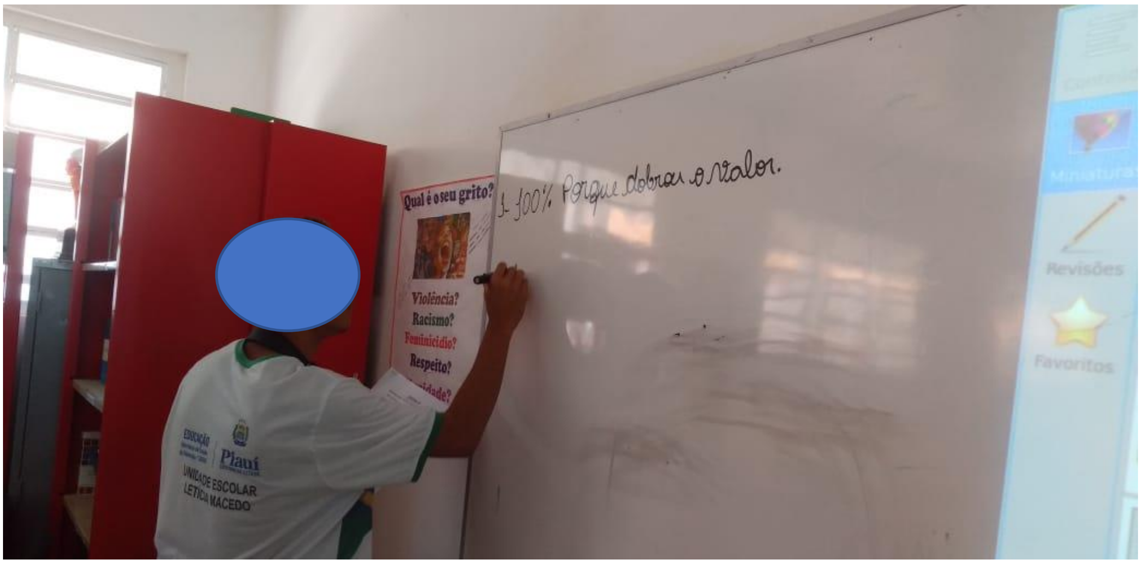
Foram solicitados que os alunos discutissem e apresentassem na lousa a resolução das situações-problema. Segundo a BNCC do Ensino Médio, as discussões do processo que envolve a resolução de um problema favorecem o raciocínio matemático dos alunos:

> Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem o raciocinar é necessário que os estudantes possam em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. (BRASIL, 2018, p.519).

Na Figura 11 observa-se um aluno apresentando o processo de resolução da situação problema 1 envolvendo porcentagem, aplicada durante a realização da sequência didática (Ver Anexo B).

Durante a apresentação da resolução das situações-problema na lousa, percebe-se que os alunos compreenderam o enunciado, traçaram um plano, utilizaram argumentos pertinentes para executar o plano, ademais revisaram o passo a passo da resolução, cumprindo as etapas propostas por Polya (2006).

Figura 11 - Aluno participando da SD.



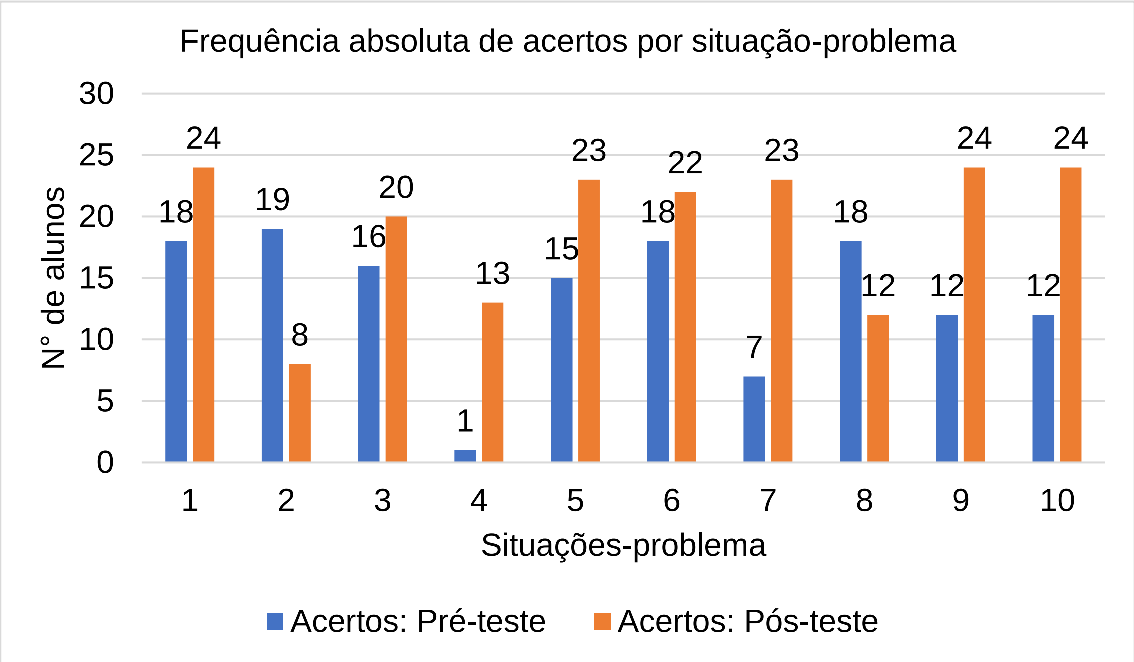
Fonte: Autor (2023).

6.3 COMPARATIVO DOS RESULTADOS DO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

As situações-problema do pré-teste e pós-teste são similares na ordem em que aparecem nestes questionários, cada uma destas atividades apresentava 10 questões abordando os seguintes tópicos de matemática financeira: taxa percentual; acréscimos e descontos sucessivos; lucro e prejuízo; juros simples e juros compostos; e atualização financeira. Além disso, responderam a ambas atividades 24 alunos.

O Gráfico 1 ilustra a frequência absoluta de acertos das situações-problema do pré-teste e pós-teste. De acordo com o Gráfico 1, percebe-se que houve uma melhora significativa no desempenho dos estudantes em relação a resolução de situações-problema envolvendo porcentagem; variação percentual relativo a lucros; resolução de questões utilizando o esquema de fluxos de caixa; juros compostos; aumentos e descontos sucessivos; e juros simples.

Gráfico 1 - Frequência absoluta de acertos no pré-teste e pós-teste.



Fonte: Autor (2023).

Dentre os motivos que justificam a evolução dos alunos na resolução de questões do pré-teste para o pós-teste constam-se: A aplicação da sequência didática, momento este que colocou os discentes como centro do seu processo de aprendizagem, por meio da participação e engajamento para resolver as situações-problema propostas, proporcionando assim a autoconfiança e interesse diante de novas situações. Além disso, as etapas de resolução de um problema sugeridos por George Polya impactaram positivamente nos resultados do pós-teste, pois notou-se o uso destas para a organização e resolução das situações-problema, conforme vê-se no tópico seguinte.

Percebe-se que os estudantes compreenderam os assuntos abordados nas questões fazendo uso para resolver situações-problema do cotidiano.

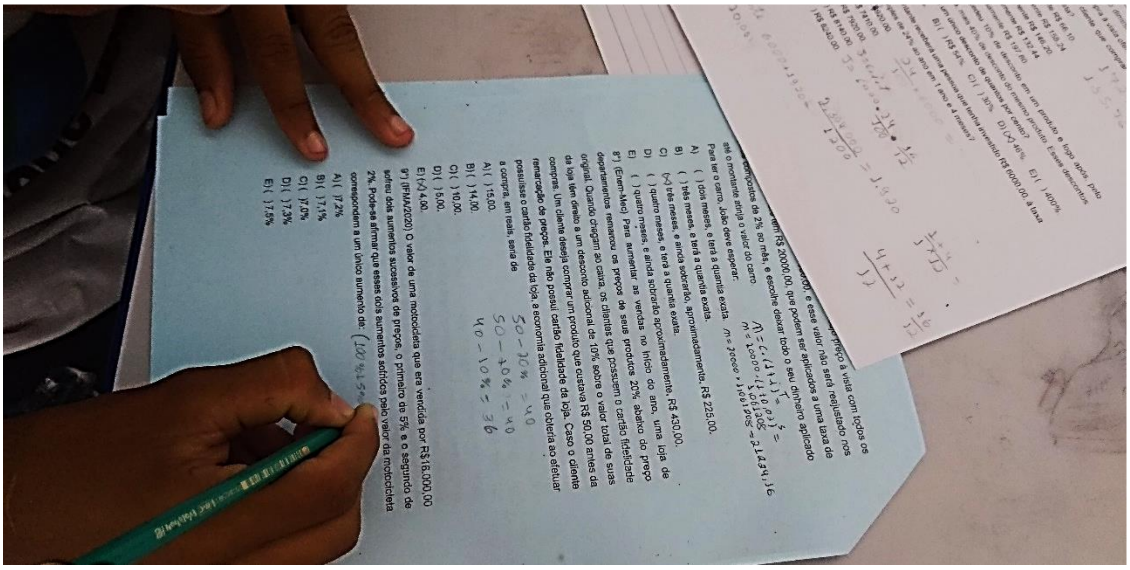
Outro ponto positivo é a compreensão e resolução de questões envolvendo juros compostos e esquemas com fluxos de caixa, visto que o número de acertos no pós-teste foi maior do que no pré-teste quando se tratava destes assuntos. Contudo, somente nas situações-problema 2 e 8 do pós-teste o número de acertos foi menor que o do pré-teste.

A situação-problema 2 do pós-teste estava mais contextualizada em relação ao problema similar do pré-teste, provavelmente esse foi o motivo de alguns alunos não persistirem na resolução desta questão. Desta forma, é necessário que os alunos tenham paciência e atenção na resolução de qualquer situação-problema para obter êxito naquilo que se deseja solucionar.

Na situação-problema 8 do pós-teste, foram analisados os conhecimentos dos alunos sobre descontos. Percebeu-se que os estudantes apresentaram dificuldade para interpretar e concluir a resolução da questão. Dessa forma, ao finalizar os cálculos referentes aos descontos percentuais solicitados, os discentes deveriam realizar uma tomada de decisão, no entanto, a maioria dos alunos não conseguiu completar este raciocínio. Por isso, o número de acertos diminuiu em relação a questão similar do pré-teste.

Na Figura 12 observa-se um aluno realizando as situações-problema do pós-teste, para isso foi orientado que utilizassem as etapas propostas por Polya (2006).

Figura 12 - Aluno realizando o pós-teste.



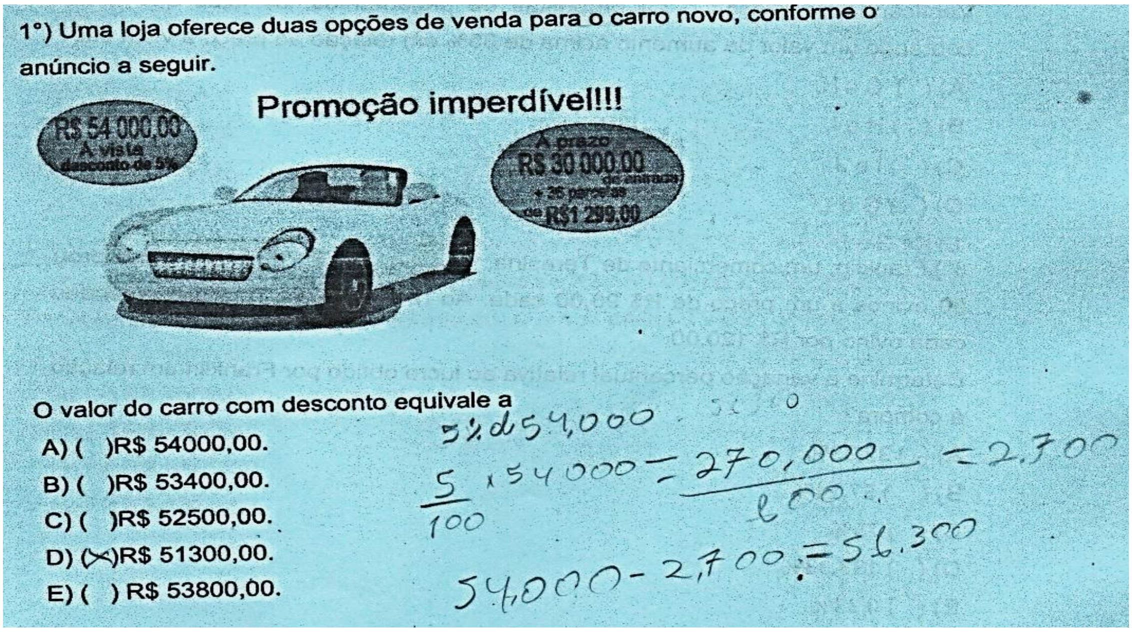
Fonte: Autor (2023).

6.4 DISCUSSÃO DE ALGUMAS RESOLUÇÕES DE SITUAÇÕES-PROBLEMA DO PÓS-TESTE REALIZADAS PELOS ALUNOS

A seguir apresenta-se a análise e discussão das resoluções das situações-problema do pós-teste (Ver Anexo C), em que os alunos utilizaram a heurística de Polya (2006) para resolver as questões.

A situação problema 1 do pós-teste pretendia analisar os conhecimentos dos alunos sobre porcentagem e desconto percentual.

Figura 13 - Resolução da questão 1 do pós-teste realizada pelo aluno A3.



Fonte: Autor (2023).

Por meio da Figura 13 nota-se que o aluno A3 mostrou interesse para resolver a situação-problema 1 do pós-teste, além disso, interpretou e compreendeu assertivamente o enunciado, a incógnita e a coleta de dados. Polya (2006, p.5) afirma: “O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo”.

De acordo com a Figura 13, o aluno A3 reconheceu que a loja oferece duas opções para a compra do carro novo, e para respondê-la utilizou as informações apresentadas no primeiro balão, ou seja, a opção em que o carro é vendido à vista.

Conforme Polya (2006, p.7) “temos um plano quando conhecemos, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter as incógnitas”. Ainda de acordo com a Figura 13, nota-se que o aluno A3 recorreu aos cálculos algébricos para a elaboração do plano de resolução do problema. O raciocínio usado pelo estudante A3 consistiu em calcular 5% de R$ 54000,00, em seguida fez a diferença do valor do carro antes do desconto pelo valor correspondente ao desconto obtido.

Segundo Polya (2006, p.10) “conceber um plano, a ideia da resolução, não é fácil. Para conseguir isto, é preciso além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais e de concentração no objetivo, mais uma coisa: boa sorte”.

A teoria da aprendizagem significativa proposta por David Ausubel considera importante os conhecimentos prévios que os alunos possuem para resolver situações-problema. Conforme Moreira (2006):

> Por outro lado, fora da situação escolar, boa parte dos problemas da vida diária são resolvidos pela aprendizagem por descoberta, embora algumas superposições ocorram, por exemplo, na medida em que conteúdos aprendidos por recepção sejam utilizados na descoberta de saberes. (MOREIRA, 2006, p.18).

Portanto, para a realização da situação-problema 1 os estudantes também utilizaram conhecimentos prévios sobre porcentagem.

Além disso, foi possível constatar que a aplicação da sequência didática “Construindo alguns conceitos de tópicos de matemática financeira através da resolução de situações-problema do dia a dia dos alunos”, favoreceu a compreensão e a aplicação do conceito de porcentagem em situações que retratam a realidade dos discentes.

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os estudantes revisem cuidadosamente o processo de resolução. Para Polya (2006):

> Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. (POLYA, 2006, p.12).

Outro ponto positivo desta etapa é propiciar os alunos a oportunidade de elaborar suas próprias situações-problema.

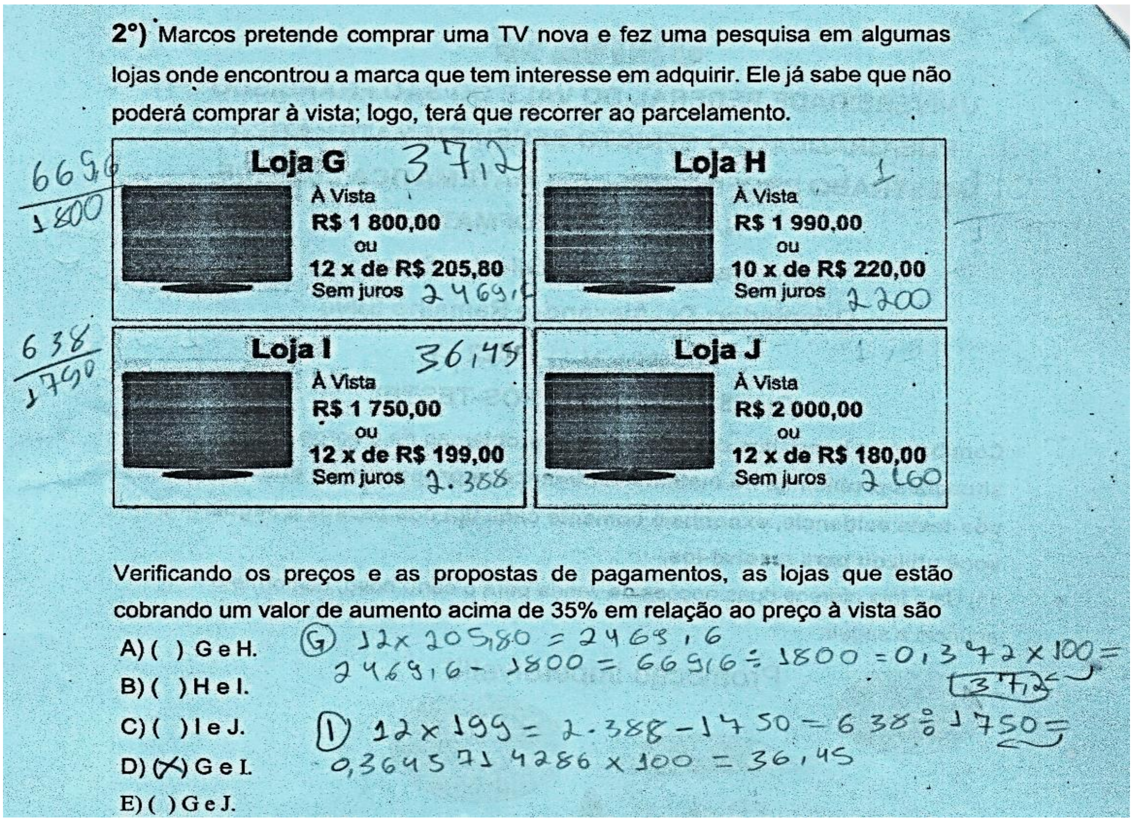
A elaboração é apontada na BNCC (BRASIL, 2018, p. 317) a par da resolução de problemas em quase todas as habilidades enunciadas para serem desenvolvidas nos estudantes, do 1° ao 9° ano do Ensino Fundamental.

A situação-problema 2 do pós-teste abordou uma aplicação de porcentagem explorando os principais tipos de pagamentos utilizados na aquisição de um eletrodoméstico: à vista ou parcelamento. Segundo Dante (2009):

> A oportunidade de usar os conceitos e procedimentos matemáticos no dia a dia, favorece o desenvolvimento de uma atitude positiva do aluno em relação

à matéria, evitando questionamentos como "Para que serve isso?" ou "Onde vou usar isso na minha vida?" (DANTE, 2009, p.21).

Figura 14 - Resolução da questão 2 do pós-teste realizada pelo aluno A8.



2°) Marcos pretende comprar uma TV nova e fez uma pesquisa em algumas lojas onde encontrou a marca que tem interesse em adquirir. Ele já sabe que não poderá comprar à vista; logo, terá que recorrer ao parcelamento.

Loja G 37,2 À Vista R$ 1 800,00 ou 12 x de R$ 205,80 Sem juros 2469,6	**Loja H** À Vista R$ 1 990,00 ou 10 x de R$ 220,00 Sem juros 2200
Loja I 36,45 À Vista R$ 1 750,00 ou 12 x de R$ 199,00 Sem juros 2.388	**Loja J** À Vista R$ 2 000,00 ou 12 x de R$ 180,00 Sem juros 2160

Verificando os preços e as propostas de pagamentos, as lojas que estão cobrando um valor de aumento acima de 35% em relação ao preço à vista são

A) ( ) G e H.
B) ( ) H e I.
C) ( ) I e J.
D) (X) G e I.
E) ( ) G e J.

G 12x 205,80 = 2469,6
2469,6 − 1800 = 669,6 ÷ 1800 = 0,372 x 100 = 37,2

I 12 x 199 = 2.388 − 1750 = 638 ÷ 1750 =
0,3645714286 x 100 = 36,45

Fonte: Autor (2023).

A Figura 14 denota a resolução da situação-problema 2 do pós-teste realizada pelo aluno A8. Percebe-se que este compreendeu a situação-problema 2, sendo a primeira etapa proposta por Polya, ou seja, existem 4 opções diferentes para a aquisição da televisão. Ademais, a compra desse eletrodoméstico será por meio de pagamento em parcelas, supõe-se que o comprador não possui o dinheiro suficiente para comprá-lo à vista, assim pagará via parcelamento.

Logo, o estudante comparou o preço à vista e o valor total que pagará ao final do pagamento de todas as parcelas. A partir dessas comparações analisou quais das lojas apresentou aumento acima de 35% em relação ao preço à vista.

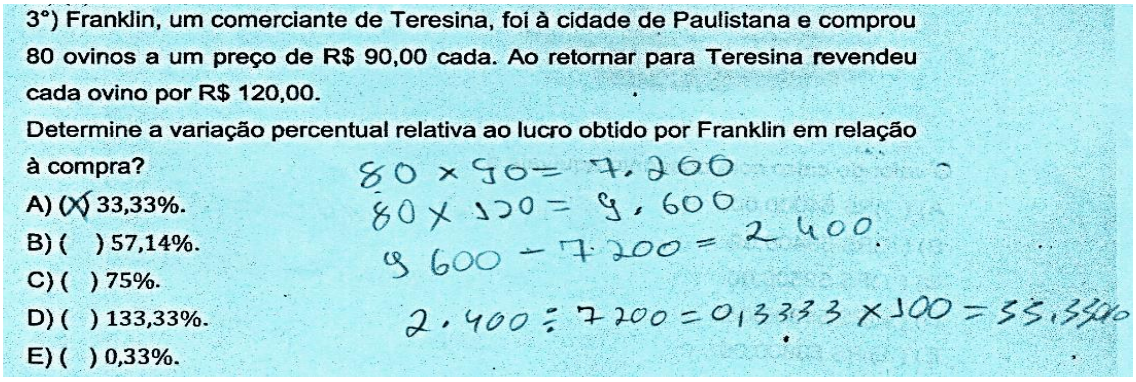
Nota-se, pela Figura 14, que o aluno A8 estabeleceu o seguinte plano: Mediante cálculos algébricos determinou as diferenças correspondentes ao valor total obtidos na forma parcelada pelo valor à vista de cada televisão. Em seguida, escreveu a razão (expressando-as na forma decimal) das diferenças encontradas pelo valor à vista de cada televisão. Para converter para taxa percentual, o estudante A8 multiplicou as razões decimais obtidas por 100%.

De acordo com a Figura 14, a execução do plano elaborado pelo aluno A8 partiu dos conhecimentos prévios sobre porcentagem e das atividades desenvolvidas na aplicação da sequência didática.

Após a resolução das situações-problema, os estudantes averiguavam e revisavam o processo para alcançar a solução correta.

Para Dante (2009, p.21), o real prazer de estudar Matemática está na satisfação que surge quando o aluno, por si só, resolve um problema. Evidencia-se que a metodologia de resolução de problemas instiga, atrai e desafia os alunos a resolverem problemas envolvendo tomadas de decisões que fazem parte do seu cotidiano.

Figura 15 - Resolução da questão 3 do pós-teste realizada pelo aluno A8.


3°) Franklin, um comerciante de Teresina, foi à cidade de Paulistana e comprou 80 ovinos a um preço de R$ 90,00 cada. Ao retornar para Teresina revendeu cada ovino por R$ 120,00.
Determine a variação percentual relativa ao lucro obtido por Franklin em relação à compra?

A) (X) 33,33%.
B) ( ) 57,14%.
C) ( ) 75%.
D) ( ) 133,33%.
E) ( ) 0,33%.

80 x 90 = 7.200
80 x 120 = 9.600
9 600 − 7.200 = 2.400.
2.400 ÷ 7200 = 0,3333 x 100 = 33,33%

Fonte: Autor (2023).

Observa-se na Figura 15 que o aluno A8 interpretou e coletou os dados necessários para a resolução da situação-problema 3. O estudante compreendeu que a revenda dos ovinos vai proporcionar lucro ao comerciante, visto que o preço da revenda de cada animal é maior que o valor de compra.

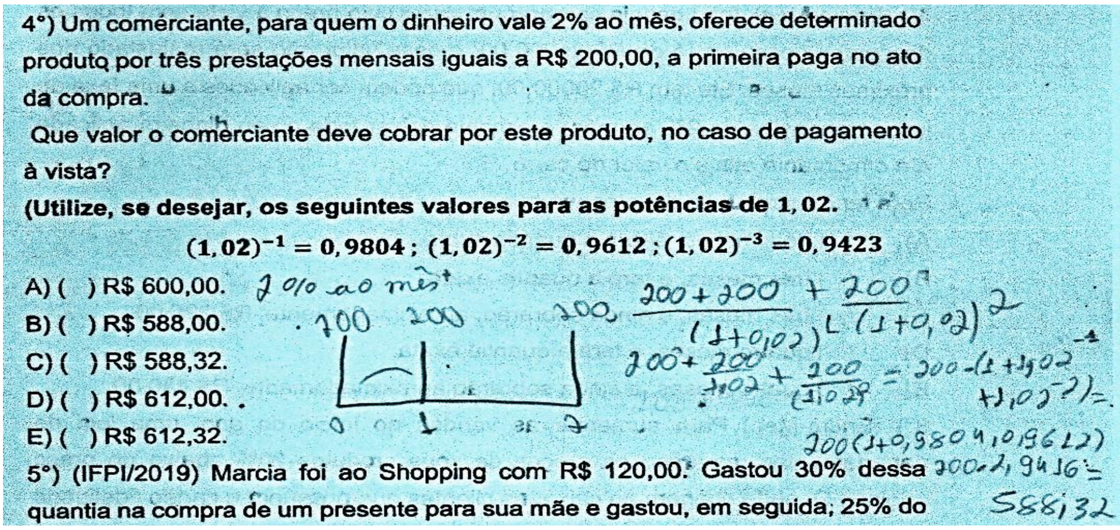
Ainda de acordo com a Figura 15, o aluno A8 adotou o seguinte plano para resolver a situação-problema 3: Calculou o valor que o comerciante pagou na compra dos 80 ovinos, após esse procedimento determinou o valor recebido na revenda dos 80 ovinos. Fazendo uso de cálculos algébricos, nota-se que o aluno A8 calculou a diferença entre os valores obtidos na compra e revenda dos animais, chegando à conclusão que a diferença obtida em reais corresponde ao lucro obtido pelo comerciante.

Em termos percentuais, este estudante determinou a razão entre o lucro obtido e o valor total da compra dos animais realizado pelo comerciante. Nota-se que o aluno A8 escreveu a fração encontrada na forma decimal, depois multiplicou-a por 100% para encontrar a variação percentual solicitada.

Conforme mostra a Figura 15, o aluno A8 utilizou seus conhecimentos prévios sobre porcentagem para a execução do plano estabelecido.

Na situação-problema 4 o estudante precisava compreender a proposta inicial da venda da mercadoria, ou seja, inicialmente ocorrerá mediante o pagamento de três prestações mensais iguais, a primeira no ato da compra. Porém, a situação-problema deseja que o aluno forneça o valor deste produto na condição de pagamento à vista.

Figura 16 - Resolução da questão 4 do pós-teste realizada pelo aluno A8.



4°) Um comerciante, para quem o dinheiro vale 2% ao mês, oferece determinado produto por três prestações mensais iguais a R$ 200,00, a primeira paga no ato da compra.

Que valor o comerciante deve cobrar por este produto, no caso de pagamento à vista?

(Utilize, se desejar, os seguintes valores para as potências de 1,02.

$$(1,02)^{-1} = 0,9804\ ;\ (1,02)^{-2} = 0,9612\ ;\ (1,02)^{-3} = 0,9423$$

A) ( ) R$ 600,00.
B) ( ) R$ 588,00.
C) ( ) R$ 588,32.
D) ( ) R$ 612,00.
E) ( ) R$ 612,32.

2 % ao mês

200 200 200

$200 + \frac{200}{(1+0,02)} + \frac{200}{(1+0,02)^2}$

$200 + \frac{200}{1,02} + \frac{200}{(1,02)^2} = 200 \cdot (1 + 1,02^{-1} + 1,02^{-2}) =$

$200(1 + 0,9804 + 0,9612)$

$200 \cdot 2,9416 =$

588,32

5°) (IFPI/2019) Marcia foi ao Shopping com R$ 120,00. Gastou 30% dessa quantia na compra de um presente para sua mãe e gastou, em seguida, 25% do

Fonte: Autor (2023).

Por meio da análise da Figura 16, verifica-se que o aluno A8 interpretou corretamente a situação-problema 4 do pós-teste, considerando as informações apresentadas no enunciado.

De acordo com a Figura 16, o plano elaborado pelo aluno A8 para a resolução da situação-problema 4 consistiu em montar um esquema de fluxos de caixa fazendo uso de cálculos algébricos, além disso as 2ª e 3ª parcelas devem ser deslocadas para o tempo em que foi paga a 1ª parcela, isto é, para o ato da compra do produto. Para concluir a resolução, adicionou-se o valor da 1ª prestação com os valores corrigidos da 2ª e 3ª parcelas, obtendo assim o valor da mercadoria na condição de ser vendida à vista.

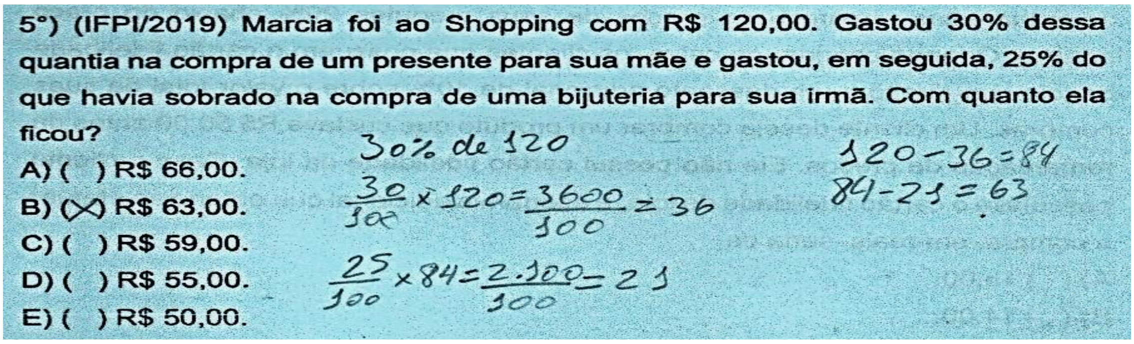
O fato do aluno A8 esquematizar a situação-problema por meio de um fluxo de caixa facilitou a compreensão, elaboração e execução do plano. Segundo Polya (2006, p.5) se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados.

De acordo com a Figura 16, o aluno A8 recorreu aos conhecimentos prévios sobre porcentagem, juros compostos e esboço de fluxos de caixa para a execução do plano elaborado. Vale salientar que o momento dos debates e resoluções de situações-problema apresentadas na aplicação da sequência didática colaborou significativamente para a resolução da situação-problema 4.

Notou-se o interesse do aluno A8 em revisar o processo de resolução. Em certo momento da aplicação desta atividade, esse aluno questionou: “quando sairá o resultado do pós-teste?”, percebe-se que este estudante estava curioso para saber o resultado do seu desempenho nesta atividade, mostrando interesse em resolver as situações-problema propostas. Para Silva e Siqueira (2011, p.148) “o aluno, sujeito ativo do processo de aprendizagem, torna-se participante das ideias que, ao longo de uma determinada resolução de problema, poderão ser aceitas, refletidas ou refutadas por ele”.

A situação-problema 5 aborda uma questão da realidade dos alunos envolvendo descontos sucessivos. Caso o aluno(a) não a compreenda pode levá-lo(a) ao erro. Para Polya (2006, p.5) é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida.

Figura 17 - Resolução da questão 5 do pós-teste realizada pelo aluno A7.


5°) (IFPI/2019) Marcia foi ao Shopping com R$ 120,00. Gastou 30% dessa quantia na compra de um presente para sua mãe e gastou, em seguida, 25% do que havia sobrado na compra de uma bijuteria para sua irmã. Com quanto ela ficou?

A) ( ) R$ 66,00.
B) (X) R$ 63,00.
C) ( ) R$ 59,00.
D) ( ) R$ 55,00.
E) ( ) R$ 50,00.

30% de 120

$\frac{30}{100} \times 120 = \frac{3600}{100} = 36$

$\frac{25}{100} \times 84 = \frac{2.100}{100} = 21$

$120 - 36 = 84$

$84 - 21 = 63$

Fonte: Autor (2023).

De acordo com a Figura 17, constata-se que o aluno A7 compreendeu a proposta da situação-problema, além disso coletou os dados e decidiu resolvê-la por etapas.

Para Polya (2006, p.5) “primeiro que tudo, o enunciado verbal do problema precisa ficar bem entendido. O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante”.

Com base na heurística de Polya e na Figura 17, o aluno A7 estabeleceu o seguinte plano: Calculou 30% de R$ 120,00, em seguida fez a diferença do valor que possuía inicialmente pelo valor correspondente aos 30% de R$ 120,00. Esse é o novo valor que lhe resta após o gasto de 30%. Logo depois, calculou 20% do que restou após o desconto de 30%. Fazendo a diferença do valor encontrado após o desconto de 30% pelo desconto de 20% obterá o valor final que lhe restará. Percebemos que o aluno A7 utilizou cálculos algébricos para resolver o problema.

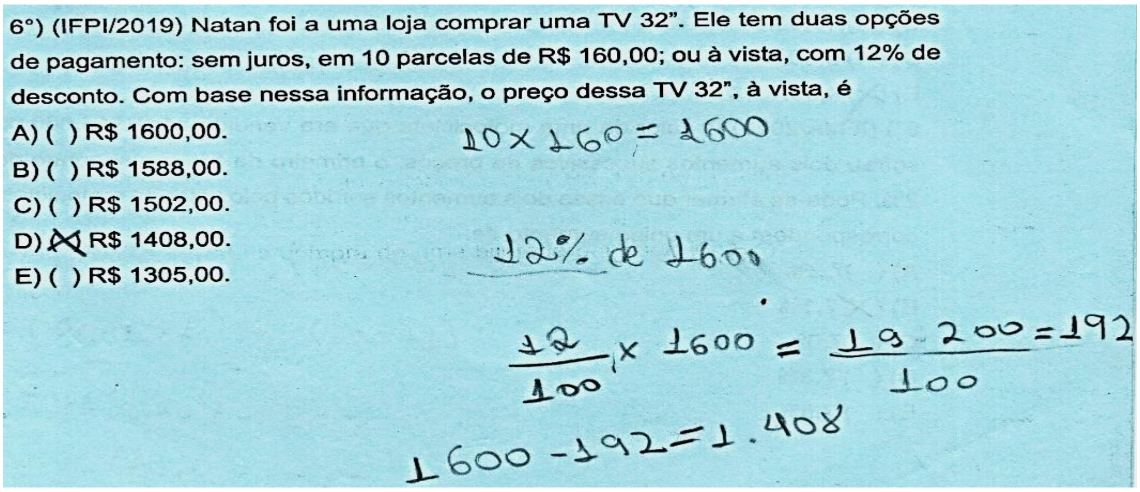
Na execução do problema constatou-se que o estudante A7 utilizou conhecimentos prévios sobre porcentagem e descontos sucessivos. Uma outra alternativa para resolvê-la aplicando os descontos sucessivos é dada por:

$$120.(1-0{,}3).(1-0{,}25)=63$$

Um ponto relevante ao verificar a resolução do problema é analisar se algum aluno(a) resolveu o problema utilizando um caminho diferente dos demais colegas. Para Polya (2006)

> Para nos convencermos da presença ou qualidade de um objeto, desejamos vê-lo e tocá-lo. Assim como preferimos perceber por meio de dois sentidos, preferimos nos convencer por duas demonstrações diferentes: É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É preferível, naturalmente um argumento curto e intuitivo do que um outro longo e trabalhoso: É possível percebê-lo num relance? (POLYA, 2006, p.12).

Figura 18 - Resolução da questão 6 do pós-teste realizada pelo aluno A23.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 18 mostra a escrita da resolução da situação-problema 6 do aluno A23, verifica-se que este estudante compreendeu o enunciado da questão, ou seja, ele entendeu que a loja possui duas opções de pagamento: à vista ou parcelamento. Além disso, na modalidade de compra à vista terá um desconto de 12% sobre o valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00.

É possível perceber por meio da Figura 18, que o estudante A23 estabelece o plano na primeira e segunda linha, ou seja, calcular 12% do valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00.

Na terceira e quarta linha o aluno A23 executa o seu plano por meio de cálculos algébricos, para isso ele recorre a conhecimentos prévios envolvendo porcentagem e descontos.

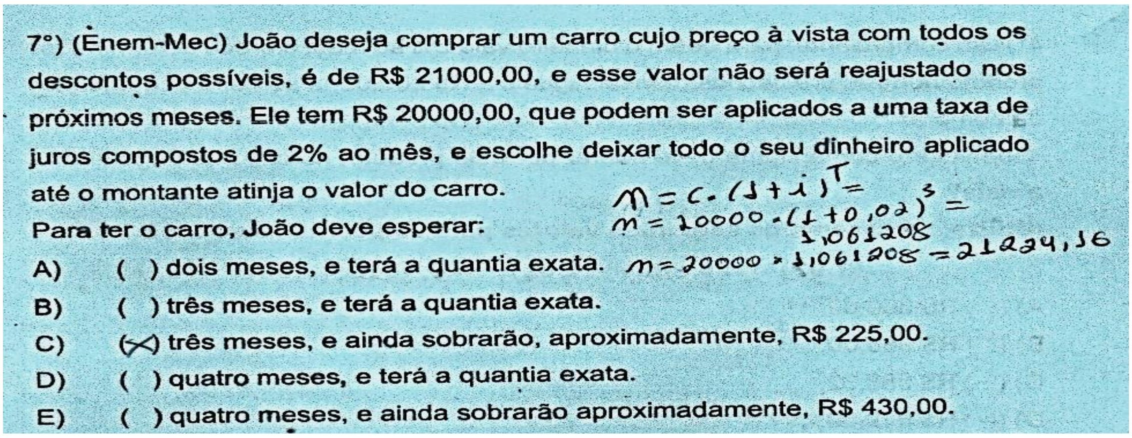
Portanto, percebe-se que o aluno A23 fez o uso das etapas da heurística de resolução de problemas de Polya para resolver a situação-problema 6.

Após resolver uma situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. A seguir, apresenta-se uma solução alternativa para a situação-problema 6:

$$1600.(1 - 0{,}12) = 1408$$

O regime de capitalização financeira envolvendo juros compostos é o mais utilizado no contexto dos alunos e também das suas famílias. Daí a necessidade de propor situações-problema que abordem esse tópico da Matemática Financeira, assim os estudantes serão capazes de realizar decisões assertivas e conscientes. Na Figura 19 apresenta-se a resolução da situação-problema 7 desenvolvida pelo aluno A8.

Figura 19 - Resolução da questão 7 do pós-teste realizada pelo aluno A8.



7°) (Enem-Mec) João deseja comprar um carro cujo preço à vista com todos os descontos possíveis, é de R$ 21000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deve esperar:

A) ( ) dois meses, e terá a quantia exata.

B) ( ) três meses, e terá a quantia exata.

C) (X) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.

D) ( ) quatro meses, e terá a quantia exata.

E) ( ) quatro meses, e ainda sobrarão aproximadamente, R$ 430,00.

$M = C.(1+i)^T =$

$m = 20000.(1+0{,}02)^3 =$

$1{,}061208$

$m = 20000 \times 1{,}061208 = 21224{,}16$

Fonte: Autor (2023).

Constata-se pela Figura 19 que o aluno A8 compreendeu a situação-problema 7 do pós-teste. Supõe-se que este aluno fez a seguinte dedução: A pessoa que deseja comprar o carro, provavelmente não possui dinheiro suficiente para adquiri-lo. Daí uma opção viável é a aplicação (regime de juros compostos) do capital que já possui até atingir o preço de compra do carro. Além disso, o valor do automóvel não será reajustado nos próximos meses.

Para determinar o valor necessário que precisará para comprar o carro, é preciso calcular os juros mês a mês. No primeiro mês é obtido um certo valor correspondente aos juros, em seguida determinar o montante somando os juros obtidos com o capital aplicado. De modo análogo procede-se para o segundo mês e assim sucessivamente. A resposta do problema é dada quando o estudante encontrar um montante maior ou igual ao valor do carro apresentado no enunciado da situação-problema 7. Dessa forma, perceberá o tempo necessário para ter o dinheiro suficiente para adquirir o carro.

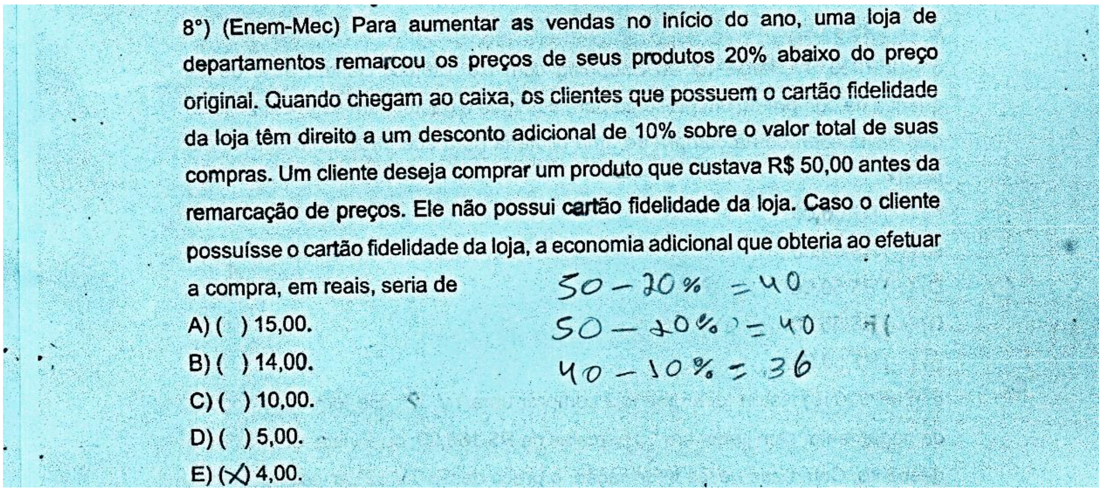
De acordo com a Figura 19, o estudante A8 estabeleceu o seguinte plano: utilizou a fórmula para o cálculo do montante no regime de juros compostos, ou seja, $M = c.(1+i)^t$ onde $M, c, i\ e\ t$ representam, respectivamente, montante, capital, taxa e tempo.

Por meio da Figura 19, observa-se que para a execução do plano, o aluno A8 utilizou o método de tentativa e erro, substituindo na fórmula apresentada no parágrafo anterior os dados coletados no enunciado e para o tempo usou como tentativa $t = 3$. Recorrendo aos cálculos algébricos obteve o montante necessário para comprar o carro.

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cautelosamente o processo de resolução. Provavelmente o aluno A8 analisou as alternativas para concluir a resolução da situação-problema 7.

A situação-problema 8 do pós-teste pretendia verificar os conhecimentos dos estudantes na tomada de decisões envolvendo descontos percentuais, no qual uma loja apresenta duas formas de pagamento na compra de qualquer produto. A Figura 20 mostra a resolução deste problema realizado pelo aluno A8. Para resolvê-la é necessário aplicar conhecimentos sobre descontos percentuais e também interpretar, coletar dados, estabelecer estratégia, executar e revisar o processo de resolução do problema.

Figura 20 - Resolução da questão 8 do pós-teste realizada pelo aluno A8.


8°) (Enem-Mec) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui cartão fidelidade da loja. Caso o cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

A) ( ) 15,00.
B) ( ) 14,00.
C) ( ) 10,00.
D) ( ) 5,00.
E) (X) 4,00.

50 – 20% = 40
50 – 20% = 40
40 – 10% = 36

Fonte: Autor (2023).

Pela análise da Figura 20, observa-se que o aluno A8 compreendeu a situação-problema proposta, ou seja, a loja está oferecendo descontos na venda de seus produtos. Sendo duas formas de descontos: 20% de desconto na compra de qualquer produto, mas esse cliente não tem o cartão fidelidade da loja; ou dois descontos sucessivos, respectivamente, de 20% e 10%, para os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja.

De acordo com a Figura 20, o plano estabelecido pelo aluno A8 foi calcular 20% de R$ 50,00. Em seguida, encontrar o valor que lhe restará após esse desconto. Como este cliente possui cartão fidelidade, então terá direito a um desconto de 10%. Daí é necessário encontrar o valor que lhe restará após esse segundo desconto. E finalmente, pela resposta apresentada nas alternativas, o aluno A8 comparou o valor pago pelo cliente que não possui cartão fidelidade e um que possui cartão fidelidade.

Conforme a Figura 20, o aluno A8 utilizou conhecimentos prévios sobre porcentagem e descontos sucessivos para a execução do plano estabelecido. Embora não tenha calculado os valores correspondentes as porcentagens, entende-se que esse aluno utilizou algum raciocínio para chegar a estes valores.

Uma solução alternativa é a seguinte:

- Cliente que não possui cartão fidelidade:

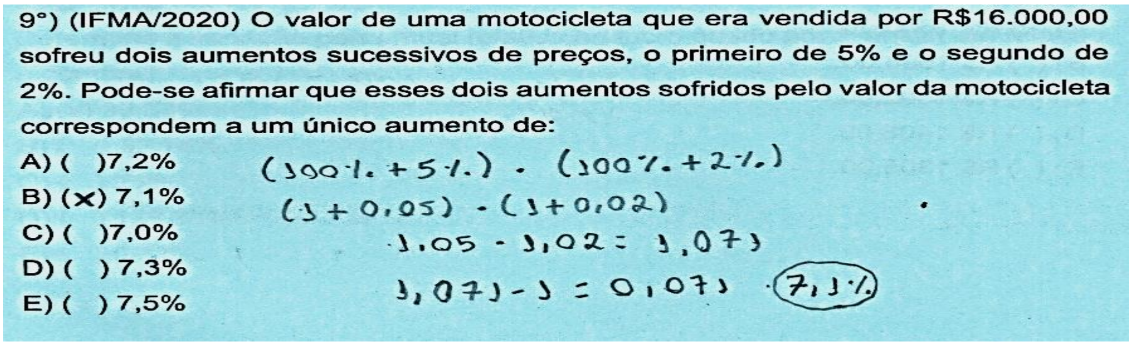
  $50.(1-0{,}2)=50.0{,}8=40.$

- Cliente que possui cartão fidelidade:

  $50.(1-0{,}2).(1-0{,}1)=50.0{,}8.0{,}9=36.$

Logo, caso o cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de R$ 4,00.

Figura 21 - Resolução da questão 9 do pós-teste realizada pelo aluno A17.



9°) (IFMA/2020) O valor de uma motocicleta que era vendida por R$16.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos de preços, o primeiro de 5% e o segundo de 2%. Pode-se afirmar que esses dois aumentos sofridos pelo valor da motocicleta correspondem a um único aumento de:

A) ( )7,2%
B) (x) 7,1%
C) ( )7,0%
D) ( ) 7,3%
E) ( ) 7,5%

(100% + 5%) . (100% + 2%)
(1 + 0,05) . (1 + 0,02)
1,05 . 1,02 = 1,071
1,071 - 1 = 0,071 . 7,1%

Fonte: Autor (2023).

A Figura 21 demonstra que o aluno A17 compreendeu a situação-problema 9, ou seja, nota-se que o estudante considerou um acréscimo de 5%, em seguida um aumento de 2%.

De acordo com a Figura 21, o plano estabelecido pelo aluno A17 consistiu em determinar os fatores de atualização após os aumentos sucessivos. Multiplicando os fatores de atualização perceberá o aumento único correspondente a dois aumentos sucessivos de 5% e 2%.

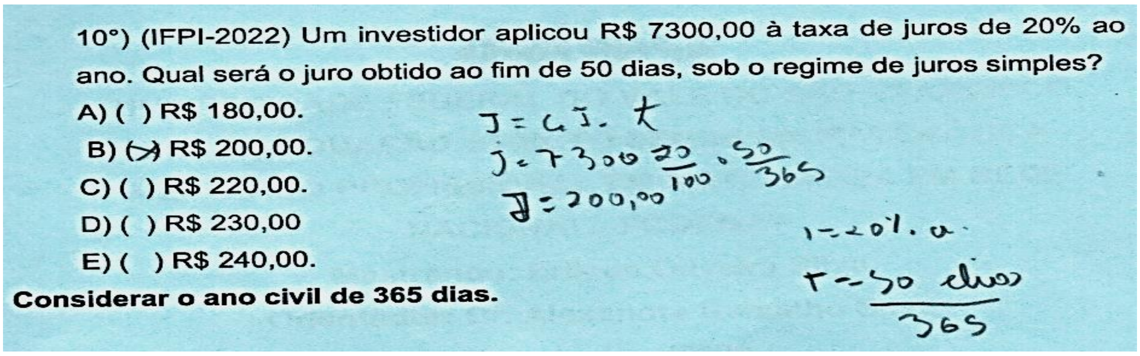
Esta situação-problema é de suma importância ser apresentada aos estudantes, pois é um equívoco do ponto de vista da matemática financeira considerar que dois aumentos sucessivos de 5% e 2% é equivalente a um único aumento de 7%.

De acordo com a Figura 21, o aluno A17 utilizou conhecimentos prévios sobre porcentagem e aumentos sucessivos para a execução do plano estabelecido. É necessário revisar o processo de resolução das situações-problema propostas após concluí-las. Para Polya (2006):

> Se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas. (POLYA, 2006, p.12).

A Figura 22 apresenta a resolução da situação-problema 10 do pós-teste realizada pelo aluno A12, cujo objetivo era avaliar os conhecimentos dos estudantes a respeito do regime de juros simples.

Figura 22 - Resolução da questão 10 do pós-teste realizada pelo aluno A12.



10°) (IFPI-2022) Um investidor aplicou R$ 7300,00 à taxa de juros de 20% ao ano. Qual será o juro obtido ao fim de 50 dias, sob o regime de juros simples?

A) ( ) R$ 180,00.

B) (X) R$ 200,00.

C) ( ) R$ 220,00.

D) ( ) R$ 230,00

E) ( ) R$ 240,00.

Considerar o ano civil de 365 dias.

$J = c.i.t$

$J = 7300 \cdot \frac{20}{100} \cdot \frac{50}{365}$

$J = 200,00$

$i = 20\%\ a.a.$

$t = \frac{50 \text{ dias}}{365}$

Fonte: Autor (2023).

Verifica-se por meio da Figura 22 que o aluno A12 compreendeu a situação-problema 10 proposta no pós-teste, isto é, os juros consistem no rendimento que se obtém quando se empresta dinheiro por um determinado tempo.

Com base na Figura 22, o estudante elaborou o seguinte plano: calculou 20% de R$ 7300,00. O valor obtido deve ser multiplicado pelo tempo que o capital ficou aplicado, dessa forma determinará os juros simples.

Observa-se, pela Figura 22, que o aluno A12 expressou o tempo de aplicação do capital na mesma unidade da taxa percentual. Neste caso, ele notou que 50 dias corresponde a $\frac{50}{365}$ ano.

Ainda de acordo com a Figura 22, percebe-se que para a execução do plano, o aluno A12 utilizou seus conhecimentos prévios sobre porcentagem e juros simples, assim recorreu a fórmula para cálculo de juros simples, isto é: $J = c.i.t$, onde J, c, i e t representam, respectivamente, juro, capital, taxa e tempo.

6.5 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO AUTOAVALIATIVO

O questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C) era composto por 6 questões, cujo objetivo consistiu em observar a visão dos alunos sobre o processo que envolve a resolução de problemas. Portanto, responderam ao questionário 24 alunos.

No Quadro 3 são apresentadas as respostas do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C) fornecidas por alguns alunos que participaram da pesquisa. A aplicação desta atividade permitiu refletir sobre a avaliação dos alunos diante da participação ao longo das atividades desenvolvidas na pesquisa.

Quadro 3 – Respostas de alguns alunos ao questionário autoavaliativo.

1°) A metodologia de resolução de problemas contribuiu na sua aprendizagem de alguns tópicos de matemática financeira durante a aplicação desta pesquisa?	
Resposta do aluno A1	*"Sim. Porque antes eu não sabia o que era matemática financeira"*
Resposta do aluno A21	*"Sim, porque agora sei que juro composto para quem quer investir é melhor que simples, aprendi mais sobre o lado financeiro, porcentagem etc..."*
2°) Como você avalia as etapas (Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano, retrospecto) propostas por George Polya para resolver uma situação-problema. Explique.	
Resposta do aluno A9	*"Sim. Muito boas, seguindo cada etapa você consegue um resultado correto"*
Resposta do aluno A17	*"acho que são importantes é o melhor jeito de resolver um problema"*
3°) Você acredita que após a sua participação nesta pesquisa terá mais facilidade para resolver situações-problema de matemática? Justifique.	
Resposta do aluno A18	*"Sim, pois a minha participação no projeto contribuiu para o meu conhecimento."*
Resposta do aluno A20	*"sim, porque pode dar uma nova visão para resolver uma questão"*
4°) Na sua opinião, a metodologia de resolução de problemas utilizada nesta pesquisa para apresentar alguns tópicos de matemática financeira é inovadora em relação as aulas tradicionais do seu dia a dia? Justifique.	
Resposta do aluno A18	*"Sim, pois muitas vezes as aulas tradicionais demonstram assuntos de matemática somente na teoria fazendo com que muitos alunos tenham dificuldade na pratica de resolver os problemas matemáticos".*
Resposta do aluno A17	*"Posso dizer que é bem diferente do que eu estou acostumada a aprender no meu dia a dia."*
5°) Você gostou de participar da aplicação deste projeto de pesquisa? Explique.	
Resposta do aluno A18	*"Sim. Esse projeto contribuiu para o meu conhecimento e aprendizagem."*

Resposta do aluno A17	*“Sim, gostei de participar do projeto, achei interessante e essencial”.*
6°) O uso da metodologia de resolução de problemas pode favorecer na melhora da interpretação de situações-contextualizadas e desenvolver o raciocínio lógico? Explique.	
Resposta do aluno A8	*“tipo o juro composto vai mim ajudar assim se eu abrir um negócio financeiro”.*
Resposta do aluno A18	*“Sim, já foi comprovado por especialistas, e foi comprovado por mim pois houve uma melhora significativa no meu raciocínio”.*

Fonte: Autor (2023).

Percebe-se pela exposição das opiniões dos alunos que a metodologia de resolução de problemas utilizando as etapas de George Polya é inovadora no ambiente da sala de aula, pois favoreceu na aprendizagem dos tópicos de Matemática Financeira deste estudo, melhorou o raciocínio lógico, além disso os alunos conseguiram perceber as aplicações de alguns tópicos de Matemática Financeira em situações do seu dia a dia.

De acordo com as respostas a 1ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C), verificou-se que 95,8% dos estudantes consideram que a metodologia de resolução de problemas contribuiu na aprendizagem de alguns tópicos de Matemática Financeira abordados nesta pesquisa. Por outro lado, apenas 4,2% afirmaram que a mesma ajudou parcialmente.

Por meio das respostas dos alunos a 2ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C), todos avaliaram de forma positiva as etapas propostas por George Polya para resolver uma situação-problema.

Conforme as respostas dos discentes a 3ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C), para 95,8% a participação neste trabalho de pesquisa vai facilitar na resolução de outras situações-problema que envolva diferentes objetos de conhecimentos de Matemática. No entanto, para 4,2% a intervenção realizada em sala de aula não vai ajudá-los a resolver novos problemas de matemática.

Por meio da análise das respostas fornecidas a 4ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C), para 66,6% dos discentes, a metodologia de resolução de problemas é inovadora, contudo, 33,4% ainda a consideram nos moldes tradicionais.

A 5ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C) pretendia analisar a satisfação dos alunos ao participar desta pesquisa. Portanto, 87,5% gostaram de participar das atividades propostas, 8,3% gostaram parcialmente e 4,2% não gostaram de participar da pesquisa.

Por fim, na 6ª pergunta do questionário autoavaliativo (Ver Apêndice C) todos os estudantes consideraram que o uso da metodologia de resolução de problemas favorece na melhora da interpretação de situações-contextualizadas e desenvolve o raciocínio lógico.

De acordo com a análise das respostas fornecidas no questionário autoavaliativo, de um modo geral, os alunos avaliaram de forma satisfatória o uso da metodologia de resolução de problemas aplicado a alguns tópicos de Matemática Financeira.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho consistiu na análise de uma intervenção em uma turma de 1° ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Anísio de Abreu-PI, em que a heurística de George Polya foi usada na resolução de problemas de Matemática Financeira.

O objetivo geral da pesquisa foi atendido, pois percebeu-se que o uso da metodologia de resolução de problemas contribuiu significativamente na aprendizagem dos estudantes em relação aos tópicos de Matemática Financeira abordados neste estudo. Além disso, as aulas se tornaram mais dinâmicas e atrativas, envolvendo trocas de experiências entre professor (pesquisador) e alunos. Verificou-se uma melhora no aspecto interpretativo de situações contextualizadas, também constatou-se um maior interesse dos alunos em relação aos conteúdos matemáticos e suas aplicações; preocupação na organização da resolução de um problema, isto é, a importância de cumprir as etapas para alcançar uma solução, no caso, enfatizou-se as etapas de George Polya que , pelo visto, foram bem aceitas pelos discentes que se dedicaram a participar ativamente de todas as atividades realizadas em sala de aula.

O objetivo específico inicial era verificar os conhecimentos prévios dos alunos referentes a alguns tópicos de Matemática Financeira. Este foi atendido, pois notou-se que os discentes possuíam conhecimentos prévios sobre porcentagem obtendo êxito na resolução de algumas questões, sendo necessário aprofundar-se no estudo deste objeto de conhecimento para ampliar a resolução de questões envolvendo atividades práticas do seu dia a dia.

O segundo objetivo específico foi utilizar a heurística de George Polya para resolver situações-problema envolvendo alguns tópicos de Matemática Financeira. Também foi alcançado, tendo em vista que a apresentação e discussão dos passos propostos por Polya contribuiu na organização do raciocínio e resolução das questões aplicadas na SD e no pós-teste.

O terceiro objetivo específico era avaliar o desenvolvimento da aprendizagem dos discentes em relação a alguns tópicos de Matemática Financeira. Sendo correspondido, pois a partir do comparativo do pré-teste e pós-teste percebeu-se uma melhora significativa na resolução das situações-problema de Matemática Financeira realizadas pelos alunos.

As hipóteses delineadas confirmaram-se, ou seja, a metodologia de resolução de problemas é um método eficaz para a aprendizagem dos tópicos de Matemática Financeira abordados no decorrer da aplicação das atividades em sala de aula, colocando os estudantes como protagonistas do processo de construção do conhecimento, proporcionando-os a autoconfiança para determinar as soluções das situações-problema propostas.

Assim, conclui-se que a pesquisa atendeu nossas expectativas no sentido de entender como esta metodologia de Ensino da Matemática pode auxiliar na prática do professor em sala de aula e na aprendizagem do aluno.

Espera-se que este trabalho de dissertação sirva de apoio aos professores e alunos que ensejam pelo uso da metodologia de resolução de problemas na aprendizagem de Matemática Financeira e outros objetos de conhecimentos abordados em sala de aula, fazendo as adequações que lhes convêm necessárias. Pode-se propor para pesquisas futuras abordar questões contextualizadas abertas no pré-teste e pós-teste com aplicações envolvendo Função Afim, Movimento Uniforme estudado na Física, dentre outras.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Michele Gomes de. GROENWALD, Cláudia Lisete Oliveira. **História da matemática e resolução de problemas: uma aliança possível.** Canoas, 2004. Disponível em: <https://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/download/8/7>. Acesso em: 24 mai. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília. MEC/SEF, 1997.

BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BIANCHINI, Rafael. **Matemática Financeira e Resolução de Problemas para o Ensino Médio** / Rafael Bianchini – Sinop, 2021. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6260&id2=171054593>. Acesso em: 28 out. 2022.

BORGES, Ana Beatriz dos Santos. **Bitcoin: a moeda digital que desafia o sistema financeiro tradicional e seus aspectos legais.** Programa de Estudos Pós-Graduados em Direito, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: < https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/22903/2/Ana%20Beatriz%20dos%20Santos%20Borges.pdf > Acesso em: 11 dez. 2022.

CAMPOS, Simone Tanaka de Almeida Prado. **Matemática financeira no ensino médio: uma proposta de ensino contextualizada, utilizando planilhas eletrônicas** / Simone Tanaka de Almeida Prado Campos. – –Diadema, 2021. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6407&id2=171053095> Acesso em: 01 nov. 2022.

COELHO, Anielle Glória Vaz, 1992- **Contribuições das atividades de ensino para a compreensão do conceito de porcentagem/** 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/22570/1/Contribui%C3%A7%C3%A3oAtividadesEnsino>. Acesso em: 04 dez. 2022.

DAMACENO, D.S. **A resolução de problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de matemática**. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/nupem/anais_vi_epct/PDF/ciencias_exatas/04-DAMACENO_%20SANTOS.pdf>. Acesso em: 04 set. 2022.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2009.

ENEM 2011 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 28 set. 2022.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FALCÃO NETO, Antônio. **O uso da calculadora HP 12C nas operações de matemática financeira comercial com ênfase na análise de investimentos**/Antônio Falcão Neto. 2011 Disponível em: < https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/1454>. Acesso em: 24 out. 2022.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS.** – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** -4. ed.-São Paulo: Atlas, 2002. Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/150/o/Anexo_C1_como_elaborar_projeto_de_pesquisa_-_antonio_carlos_gil.pdf>. Acesso em: 05 out. 2022.

GOUVEA, Simone Aparecida Silva**. Novos caminhos para o ensino e aprendizagem de matemática financeira: Construção e aplicação de webquest.** UNESP/Universidade Estadual Paulista-Instituto de Geociências e ciências exatas. Rio Claro-SP,2006. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1864/1625>. Acesso em: 24 out. 2022.

GONÇALVES, Ricardo. ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças.** – 1. ed. – Curitiba-PR: CRV, 2020.

HENRIQUE, Gustavo Braz de Souza. **As criptomoedas: aceitação das moedas virtuais no mercado financeiro internacional.** 2018, Tubarão-SC. Disponível em: <https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/10904/1/TCC%20-%20CRIPTOMOEDAS.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2022.

IFPI-Instituto Federal de educação, ciência e tecnologia do Piauí-**Exame Classificatório 2022.2**. Disponível em: https://selecao.ifpi.edu.br/media/exame-classificatorio-2022.2/arquivo/prova_classificat%C3%B3rio_2022.2_2022-07-04.pdf. Acesso em: 15 set. 2022.

IEZZI, Gelson. HAZZAN, Samuel. David Mauro, DEGENSZAJN. **Fundamentos de matemática elementar, 11: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva**. — 9. ed. — São Paulo: Atual, 2013.

IFRAH, Georges, 1947**. História universal dos algarismos, volume I: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo/** Georges Ifrah:

tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky- Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997- 2v.

MOTIN, Cristiane Elizabete. CORRÊA, Rosa Lydia Teixeira. **A resolução de problemas como prática pedagógica: história e representações de professores das séries iniciais do ensino fundamental do munícipio de Colombo (PR)**. – 2014.

MELLO, Adalgisa Loureiro de. **Resolução de problemas e avaliação conceitual: uma experiência no ensino de função afim**. 2018. - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2018. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/3343/1/PB_PROFMAT_M_Mello%2C%20Adalgisa%20Loureiro%20de_2018.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2022.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**/ Marco Antonio Moreira. - Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. Disponível em: < https://madmunifacs.files.wordpress.com/2016/04/a_teoria_da_aprendizagem_significativa.pdf> Acesso: 06 nov. 2022.

MORGADO, Augusto César. CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Matemática Discreta.** Rio de Janeiro: SBM, 2015.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO; Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; et. al. **Resolução de problemas: teoria e prática**. – 2.ed.- Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021.

ORGANIZADORA: Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. **Conexões: matemática e suas tecnologias (Funções e aplicações) -**1ª ed.- São Paulo: Moderna, 2020.

POLYA, George, 1887-1985. **A arte de resolver problemas**/ G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. -Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PIAUÍ**,** Secretaria de Estado da Educação. **Currículo ensino médio**. Teresina, PI: SEDUC/PI 2021. Disponível em: < https://www.seduc.pi.gov.br/diretrizes/44/curriculo-priorizado-ensino-medio/>. Acesso em: 04 set. 2022.

PIAUÍ, Conselho Estadual de Educação**. Parecer CEE/PI Nº048/2021**. Teresina-PI, 2021. Disponível em: <https://www.ceepi.pro.br/Pareceres%20%20%20%20%20%202021/2021%20Parecer%20048.pdf>. Acesso em: 04 set. 2022.

PROFMAT, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. **Exame Nacional de Qualificação 2019.2.** Disponível em:<https://profmat-sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/4/sites/4/2021/10/ENQ-20192-Gabarito.pdf>. Acesso em: 11 out. 2022.

PITON-GONÇALVES, Jean. **A História da Matemática Comercial e Financeira.** Disponível em: http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php. Acesso em: 04 dez. 2022.

PRODANOV, Cleber Cristiano**. Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**/ Cleber Cristiano Prodanov, Ernani Cesar de Freitas. -2. Ed.- Novo Hamburgo: Feevale, 2013. Disponível em: https://www.feevale.br/institucional/editora-feevale/metodologia-do-trabalho-cientifico---2-edicao . Acesso em: 11 dez. 2022.

ROQUE, Tatiana; PITOMBEIRA, João Bosco. **Tópicos de História da Matemática**. SBM, 2012 (Coleção PROFMAT).

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 04 set. 2022.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.** Disponível em: https: //www.ucb.br> TCC> 22005. Acesso em: 04 set. 2022.

SANCHES, Rosivar Marra Leite; BATISTA, Silvia Cristina Freitas; MARCELINO, Valéria de Souza. **EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA: Uma experiência com Sala de Aula invertida no Curso Normal a nível Médio. UFPE-RECIFE-PE** EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 12 - número 2 – 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/download/250339/pdf_1>. Acesso em: 16 out. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **# Contato matemática,3° ano**/ Joamir Roberto de Souza, Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia. -1. ed.-São Paulo: FTD,2016. - (Coleção #contato matemática).

SILVA, Circe Mary Silva da. **Matemática: resolução de problemas/ Circe Mary Silva da Silva, Moysés Gonçalves Siqueira Filho.** -Brasília: Liber Livro, 2011.

SANTOS, Aluska Souza. **Analise de matemática financeira nos livros didáticos de ensino médio** [manuscrito]. - 2012. Disponível em: <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/889/1/PDF%20-%20Aluska%20Souza%20Santos.pdf>. Acesso em: 08 dez. 2022.

APÊNDICE A - Plano de aplicação da sequência didática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

Plano de aplicação da sequência didática

Tema: Construindo alguns conceitos de tópicos de matemática financeira através da resolução de situações-problema do dia a dia dos alunos.

Objetivos:

Com a mediação do professor (pesquisador) os estudantes devem:

- Resolver as situações-problema através dos conhecimentos prévios que estes possuem acerca da matemática financeira;
- Deduzir, a partir da resolução de cada situação-problema, algumas fórmulas apresentadas em livros didáticos, por exemplo, de porcentagem; lucros e prejuízos; aumentos e descontos sucessivos; juro simples; juro composto e atualização financeira;
- Compreender os passos utilizados para resolver as situações-problema;
- Debater em sala de aula o raciocínio utilizado por cada aluno(a) para resolver as situações-problema.

Tempo: Cinco aulas de 1 hora cada.

Recursos: Datashow, lápis, caneta, folhas A4, pincel, apagador.

Metodologia:

Através de aulas expositivas-dialogada pretende-se abordar a metodologia de resolução de problemas enfatizando as etapas de George Polya: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

Após essa apresentação serão propostas 10 situações-problema geradoras, envolvendo os seguintes tópicos de matemática financeira: porcentagem; aumentos e descontos sucessivos; juros simples; juros compostos e atualização financeira.

Com a mediação do professor os alunos devem resolver as situações-problema propostas.

A teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel considera os conhecimentos prévios dos alunos relevantes para a formalização de conceitos.

Com base nesta teoria e com a mediação do professor os alunos deverão resolver as situações-problema utilizando as etapas de George Polya e em seguida formalizar os conceitos envolvendo alguns tópicos de matemática financeira.

Avaliação:

Propor aos alunos um questionário com 10 situações-problemas geradoras envolvendo alguns tópicos de matemática financeira, e por meio dos conhecimentos prévios resolvê-las e apresentá-las.

Bibliografia:

ORGANIZADORA: Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. **Conexões: matemática e suas tecnologias (Funções e aplicações)** -1ª ed.- São Paulo: Moderna, 2020.

POLYA, George, 1887-1985. **A arte de resolver problemas**/ G. Polya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. -Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

APÊNDICE B - Resoluções das situações-problema do pós-teste utilizando as quatro fases propostas por George Polya

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

Resoluções das situações-problema do pós-teste utilizando as quatro fases citadas por George Polya

SITUAÇÃO PROBLEMA 1

Compreensão do problema:

Inicialmente o estudante precisa compreender que a loja oferece duas opções para a compra do carro novo. Porém, para responder a situação-problema utilizará os dados que constam no primeiro balão, ou seja, a opção em que o carro é vendido à vista. Assim devem calcular 5% de R$ 54000,00, em seguida, subtrair deste valor o desconto encontrado.

Estabelecimento de um Plano:

Calcular 5% de R$ 54000,00. Após esse cálculo, fazer a diferença do atual valor do carro pelo valor correspondente ao desconto.

Execução do Plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e descontos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

5% de $54000 =$

$\frac{5}{100}.54000 = 2700$.

Logo, $54000 - 2700 = 51300$.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

Compreensão do problema:

Inicialmente o estudante precisa compreender que existem 4 opções diferentes para a aquisição da televisão. Além disso, a compra da televisão será por meio de pagamento em parcelas. É necessário que o estudante compare o preço à vista e o valor total que pagará ao final do pagamento de todas as parcelas. A partir dessas comparações, é preciso analisar quais das lojas acarretou num aumento acima de 35% em relação ao preço à vista em cada loja.

Estabelecimento de um Plano:

Determinar a taxa percentual referente a diferença dos preços da televisão à vista e o valor total ao final do pagamento de todas as parcelas em cada loja. Em seguida escrever a razão das diferenças encontradas pelo valor à vista de cada televisão. Para converter para taxa percentual, os estudantes devem multiplicar as razões por 100%.

Execução do Plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem para a execução do plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

LOJA G:

Preço da TV:

Á vista: R$ 1800,00.

Parcelamento: 12 x de R$ 205,80= 2469,6 R$.

Taxa percentual de aumento: $\frac{669{,}6}{1800}.100\% = 37{,}2\%$

LOJA H:

Preço da TV:

Á vista: R$ 1990,00.

Parcelamento: 10 x de R$ 220,00= R$ 2200.

Taxa percentual de aumento: $\frac{210}{1990}.100\% = 10{,}55\%$

LOJA I:

Preço da TV:

Á vista: R$ 1750,00.

Parcelamento: 12 x de R$ 199,00= R$ 2388,00.

Taxa percentual de aumento: $\frac{688}{1800}.100\% = 38{,}22\%$

LOJA G:

Preço da TV:

Á vista: R$ 2000,00.

Parcelamento: 12 x de R$ 180,00 = R$ 2160,00 R$.

Taxa percentual de aumento: $\frac{160}{2000}.100\% = 8\%$

Portanto, as lojas G e I estão cobrando um valor de aumento acima de 35% em relação ao preço à vista.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 3

Compreensão do problema:

Inicialmente o estudante precisa compreender que a revenda dos ovinos vai proporcionar lucro ao comerciante.

Estabelecimento de um Plano:

É necessário calcular o valor que o comerciante pagou na compra dos 80 ovinos. Após essa etapa, determinar o valor recebido na revenda dos 80 ovinos.

Após esses cálculos, fazer a diferença entre os valores obtidos anteriormente. Tal diferença corresponderá ao lucro obtido pelo comerciante.

A taxa percentual é dada pela razão entre o lucro obtido em relação ao valor da compra pelo comerciante. Para obter a taxa percentual multiplica-se a razão por 100%.

Execução do Plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e lucro para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

- Valor total a ser pago na compra dos ovinos:

$$80 \times \ R\$\ 90{,}00 = R\$\ 7200{,}00.$$

- Valor total recebido na revenda dos ovinos:

$$80 \times \ R\$\ 120{,}00 = R\$\ 9600{,}00.$$

- Lucro:

$$R\$\ 9600{,}00 - R\$\ 7200 = R\$2400{,}00.$$

- Variação percentual relativa ao lucro obtido por Franklin em relação à compra:

$$\frac{2400}{7200}.100\% = 33{,}33\%.$$

SITUAÇÃO-PROBLEMA 4

Compreensão do problema:

O estudante precisa compreender que a proposta inicial da venda da mercadoria acontece através do pagamento de três prestações mensais iguais, a primeira no ato da compra. Porém, a questão deseja que o estudante forneça o valor deste produto na forma de pagamento à vista.

Estabelecimento de um plano:

O estudante precisar considerar a taxa percentual, tempo e o valor de cada prestação. Assim, os valores referentes a 2ª e 3ª parcelas devem ser deslocadas para o tempo em que foi paga a 1ª parcela, isto é, para o ato da compra do produto. Por fim adicionar o valor da 1ª prestação com os valores corrigidos da 2ª e 3ª parcelas, obtendo assim o valor que o comerciante deve cobrar se a mercadoria for comprada à vista.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem, juros compostos e esboço de fluxo de caixas para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

$200 + \frac{200}{1{,}02} + \frac{200}{(1{,}02)^2} = 200.(1 + 1{,}02^{-1} + 1{,}02^{-2}) = 200.(1 + 0{,}9804 + 0{,}9612) =$

$200.2{,}9416 = 588{,}32.$

Portanto, o comerciante deve cobrar R$ 588,32 por este produto, no caso de pagamento à vista.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 5

Compreensão do problema:

Primeiramente o estudante precisa compreender que deve ser realizado dois descontos sucessivos de 30% e 25% para saber a quantia que restará após esses dois gastos.

Estabelecimento de um plano:

Calcular 30% de R$ 120,00, em seguida fazer a diferença do valor que possuía inicialmente pelo valor correspondente aos 30% de R$ 120,00. Esse é o novo valor que lhe resta após o gasto de 30%.

Em seguida deve-se calcular 20% do que restou após o desconto de 30%.

Fazendo a diferença do valor encontrado após o desconto de 30% pelo desconto de 20% obterá o valor final que lhe restará.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e descontos sucessivos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

- Aplicando os descontos sucessivos sobre o valor inicial que Marcia possui, temos

$$120.(1-0{,}3).(1-0{,}25)=63$$

Portanto, Marcia ficou com R$ 63,00.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 6

Compreensão do problema:

O estudante inicialmente deve compreender que a loja possui duas opções de pagamento: à vista ou parcelamento. Na modalidade de compra à vista terá um desconto de 12% sobre o valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00.

Estabelecimento de um plano:

Calcular 12% do valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00.

Fazer a diferença referente ao valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00 pelo desconto de 12% sobre o valor total correspondente as 10 parcelas de R$ 160,00. Assim obterá o preço da TV 32”.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e descontos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

- 1ª opção de pagamento: $10 \times R\$\ 160{,}00$, sem juros, logo nessa forma de pagamento desembolsaria R$ 1600,00.
- 2ª opção de pagamento: 12% de desconto em relação ao valor total cobrado na 1ª opção, ou seja: $\frac{12}{100}.1600 = 192$.

  Logo, o preço dessa TV 32”, à vista, é $R\$\ 1600{,}00 - R\$\ 192{,}00 = R\$\ 1408{,}00$.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 7

Compreensão do problema:

O aluno precisa compreender que a pessoa que deseja comprar o carro, provavelmente não possui dinheiro suficiente para adquiri-lo. Daí uma opção viável é a aplicação (regime de juros compostos) do capital que já possui até atingir o valor correspondente ao valor do carro. Além disso, o valor do carro não será reajustado nos próximos meses.

Estabelecimento de um plano:

Para determinar o valor necessário que precisará para comprar o carro, é preciso calcular os juros mês a mês. No primeiro mês é obtido um certo valor correspondente aos juros, em seguida determinar o montante somando os juros obtidos com o capital aplicado. De modo análogo se procede para o segundo mês e assim sucessivamente. A resposta do problema é dada quando o estudante encontrar um montante maior ou igual ao valor do carro. Daí ele vai perceber o tempo necessário para ter o dinheiro necessário para adquirir o carro.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e juros compostos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

Utilizando a fórmula para o cálculo do montante composto, isto é, $M = c.(1+i)^t$ e tomando o tempo t= 3 meses:

$$M = 20000.(1{,}02)^3 = 20000.1{,}061208 = 21224{,}16$$

Para ter o carro, João deve esperar: três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 8

Compreensão do problema:

Inicialmente o estudante deve compreender que a loja está oferecendo descontos na venda de seus produtos. Sendo duas formas de descontos:

I. 20% de desconto na compra de qualquer produto, mas esse cliente não tem o cartão fidelidade da loja;
II. Dois descontos sucessivos, respectivamente, de 20% e 10%, para os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja.

Para a resolução da situação-problema o estudante deverá adotar a segunda opção, pois o cliente possui o cartão fidelidade.

Estabelecimento de um plano:

Calcular 20% de R$ 50,00.

Encontrar o valor que lhe restará após esse desconto.

Como este cliente possui cartão fidelidade, então terá direito a um desconto de 10%.

Encontrar o valor que lhe restará após esse segundo desconto.

Comparar o valor pago pelo cliente que não possui cartão fidelidade e um que possui cartão fidelidade.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e descontos sucessivos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

- Cliente que não possui cartão fidelidade:
  $50.(1-0{,}2) = 50.0{,}8 = 40$.
- Cliente que possui cartão fidelidade:
  $50.(1-0{,}2).(1-0{,}1) = 50.0{,}8.0{,}9 = 36$.

Logo, caso o cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de R$ 4,00.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 9

Compreensão do problema:

Primeiramente o estudante precisa compreender que foi dado um acréscimo de 5%, em seguida foi dado outro aumento de 2%. A partir destas informações determinar o valor de um único aumento equivalente aos dois acréscimos.

Estabelecimento de um plano:

Determinar as porcentagens separadamente após cada um dos aumentos.

Em seguida escrevê-las na forma decimal e multiplicá-las.

Analisar o valor da porcentagem obtida para concluir a situação-problema.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e aumentos sucessivos para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

Aplicando os aumentos sucessivos e multiplicando os fatores de atualização obtemos:

$(1+0{,}05).(1+0{,}02) = 1{,}05.1{,}02 = 1{,}071$.

Percebemos que houve uma valorização de 0,071que corresponde a 7,1%.

Logo, dois aumentos sofridos pelo valor da motocicleta correspondem a um único aumento de 7,1%.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 10

Compreensão do problema:

O estudante precisa compreender que os juros consistem no rendimento que se obtém quando se empresta dinheiro por um determinado tempo.

Estabelecimento de um plano:

Calcular 20% de R$ 7300,00. O valor obtido deve ser multiplicado pelo tempo que o capital ficou aplicado, obtendo assim os juros simples.

O aluno deve ficar atento a unidade de tempo adotada na taxa percentual e no período de aplicação do capital, visto que deve ser adotada a mesma unidade de tempo.

Neste caso, basta notar que 50 dias corresponde a $\frac{50}{365}$ ano.

Execução do plano:

Os alunos podem utilizar cálculos algébricos e os conhecimentos que possuem sobre porcentagem e juros simples para executar o plano estabelecido.

Verificar solução:

Após a resolução da situação-problema, é necessário que os alunos revisem cuidadosamente o processo de resolução. O professor enquanto mediador poderá formalizar os conceitos utilizados pelos alunos na resolução das situações-problema, além disso, pode ser feito analogias com as resoluções obtidas por cada estudante.

Utilizando a fórmula apresentada nos livros didáticos para o cálculo de juros simples $J = c.i.t$, temos:

$$J = 7300.\frac{20}{100}.\frac{50}{365}$$

$$J = 200$$

Portanto, o juro obtido ao fim de 50 dias, sob o regime de juros simples é R$ 200,00.

APÊNDICE C - Questionário autoavaliativo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

QUESTIONÁRIO AUTOAVALIATIVO

1°) A metodologia de resolução de problemas contribuiu na sua aprendizagem de alguns tópicos de matemática financeira durante a aplicação desta pesquisa? Explique.

2°) Como você avalia as etapas (Compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano, retrospecto) propostas por George Polya para resolver uma situação-problema? Explique.

3°) Você acredita que após a sua participação nesta pesquisa terá mais facilidade para resolver situações-problemas de matemática? Justifique.

4°) Na sua opinião, a metodologia de resolução de problemas utilizada nesta pesquisa para apresentar alguns tópicos de matemática financeira é inovadora em relação as aulas tradicionais do seu dia a dia? Justifique.

5°) Você gostou de participar da aplicação deste projeto de pesquisa? Explique.

6°) O uso da metodologia de resolução de problemas pode favorecer na melhora da interpretação de situações-contextualizadas e desenvolver o raciocínio lógico? Explique.

ANEXO A - Pré-teste

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

PRÉ-TESTE

1°) Numa liquidação, uma loja está com a seguinte promoção para à venda de uma geladeira:

R$1.589,00 com 10% de desconto na compra à vista

O valor da geladeira com desconto equivale a:

A) ( ) R$ 1579,00.

B) ( ) R$1599,00.

C) ( ) R$ 1430,10 .

D) ( ) R$1747,90.

E) ( ) R$1271,20.

2°) Um aparelho de TV cujo preço original é de R$ 1000,00 está sendo vendido por R$ 885,00. Assim a loja está oferecendo um:

A) ( ) aumento de 88,5%.

B) ( ) desconto de 88,5%.

C) ( ) aumento de 11,5%.

D) ( ) desconto de 11,5%.

E) ( ) aumento de 11%.

3°) Marcos comprou um tênis por R$ 250,00 e revendeu por R$ 280,00. Qual o lucro percentual obtido por Marcos em relação a compra do tênis?

A) ( ) 30% . B) ( ) 10,71%. C) ( ) 112%. D) ( ) 88%. E) ( ) 12%.

4°) Uma mercadoria é vendida em três parcelas iguais de R$ 320,00, sem entrada. Se a taxa de juro do financiamento for 5% ao mês, qual será o valor aproximado dessa mercadoria para pagamento à vista?

A) ( ) R$ 976,00.

B) ( ) R$ 944,00.

C) ( ) R$ 871,39.

D) ( ) R$ 1008,00.

E) ( ) R$ 1030,44.

Caso necessário, use: $\mathbf{1{,}05^{-1} = 0{,}9523}$ $\mathbf{1{,}05^{-2} = 0{,}9070}$ $\mathbf{1{,}05^{-3} = 0{,}8638}$

5°) João foi a um parque de diversões com 110 reais. Gastou 20% desse valor na compra de um brinquedo, em seguida, 50% do que havia sobrado pagou para andar nos carrinhos de “bate-bate”. Com quanto ele ficou?

A) ( ) R$ 77,00.

B) ( ) R$ 55,00.

C) ( ) R$ 88,00.

D) ( ) R$ 33,00.

E) ( ) R$ 44,00.

6°) Maria foi a uma loja para comprar um ventilador. Ela tem duas opções de pagamento: sem juros, em 2 parcelas de R$ 75,00; ou à vista, com 10% de desconto. Com base nessa informação, o preço do ventilador, à vista é:

A) ( ) R$ 165,00.

B) ( ) R$ 140,00.

C) ( ) R$ 160,00.

D) ( ) R$ 135,00.

E) ( ) R$ 155,00.

7°) Luís aplicou R$ 2600,00 em um fundo de investimento que lhe rende juro composto de 18% $a.a$. Qual será o montante obtido por Luís após três anos de investimentos?

A) ( ) R$ 4004,00.

B) ( ) R$ 4271,88.

C) ( ) R$ 3068,00.

D) ( ) R$ 7176,00.

E) ( ) R$2024,58.

8°) Em uma loja, certo modelo de camisa, que custava R$ 172,00, teve aumento em seu preço de R$ 8%. Como diminuíram as vendas desse modelo, a loja realizou uma promoção na compra à vista oferecendo 15% de desconto. Qual é o valor a ser pago por um cliente que comprar esse modelo de camiseta efetuando o pagamento à vista?

A) ( ) aproximadamente R$ 66,10.

B) ( ) aproximadamente R$ 158,24.

C) ( ) aproximadamente R$ 146,20.

D) ( ) aproximadamente R$ 132,44.

E) ( ) aproximadamente R$ 197,80.

9°) Certa loja concedeu 10% de desconto em um produto e logo após, pelo pagamento à vista, mais 40% de desconto do mesmo produto. Esses descontos correspondem a um único desconto de quantos por cento?

A) ( ) 60%. B) ( ) R$ 54%. C) ( ) 30%. D) ( ) 46%. E) ( ) 400%.

10°) Que montante receberá uma pessoa que tenha investido R$ 6000,00, à taxa de juros simples de 24% ao ano em 1 ano e 4 meses?

A) ( ) R$ 6920,00.

B) ( ) R$ 7410,00.

C) ( ) R$ 7920,00.

D) ( ) R$ 8140,00.

E) ( ) R$ 8240,00.

ANEXO B - Sequência didática: situações-problema geradoras

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

Sequência didática: situações-problema geradoras

SITUAÇÃO-PROBLEMA 1. Na lanchonete da cantina Letícia Macêdo uma coxinha custava R$ 2,00. Porém, com o aumento nos valores dos ingredientes para fazê-la sofreu um aumento, o preço da coxinha passou a custar R$ 4,00. Em quantos por cento foi o aumento do preço da coxinha?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 2.

Qual o desconto percentual que a loja está oferecendo na compra do fogão?

Qual o desconto percentual que a loja está oferecendo na compra do guarda-roupa?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 3

Um celular que custava R$ 800,00 sofreu dois aumentos sucessivos, um de 20% e outro de 30%. Quanto ele passou a custar?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 4

Rafaela é dona de uma loja e no mês de dezembro remarcou seus preços com dois descontos sucessivos de 10% e um desconto de 20%. Qual deveria ser o desconto único equivalente a esses três descontos?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 5

Uma aplicação de R$ 3000,00 durante 6 meses a taxa de juros de juros simples de 10% ao ano renderá qual valor de juros?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 6

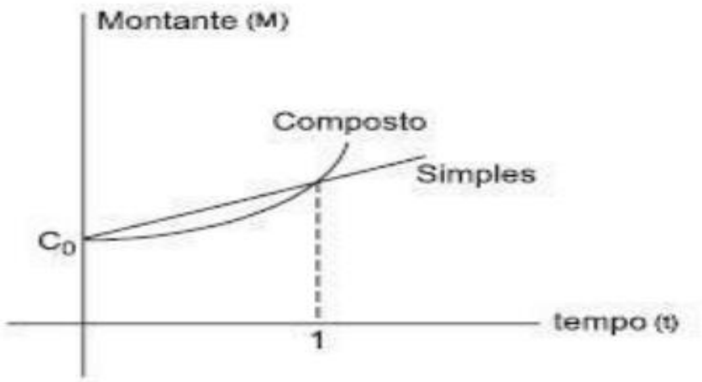
Uma aplicação de R$ 2000,00 é feita a juro simples de 24% a.a. Qual será o montante após 3 anos de aplicação?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 7

Uma aplicação de R$ 2000,00 é feita a juro composto de 24% a.a. Qual será o montante após 3 anos de aplicação?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 8

O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t, na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.



Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a juros:

A) ( ) Compostos, sempre.

B) ( ) Compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

C) ( ) Simples, sempre.

D) ( ) Simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.

E) ( ) Simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 9

Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor:

i) Três prestações mensais de R$ 160,00 cada;

ii) Sete prestações mensais de R$ 70,00 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 10

Determinada mercadoria foi vendida em 4 prestações de R$ 70,00, a taxa de juros de 2% a.m., capitalizado mensalmente, o valor a vista da mercadoria é de:

A) ( ) R$ 302,40. B) ( ) R$ 266,54. C) ( ) R$ 240,00. D) ( ) R$ 235,61.

ANEXO C - Pós-teste

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL– PROFMAT

Mestrando: Erik de Oliveira Silva

Orientador: Dr. Alexandre Ramalho Silva

Data:___/___/2022

PÓS-TESTE

1°) Uma loja oferece duas opções de venda para o carro novo, conforme o anúncio a seguir.

O valor do carro com desconto equivale a

A) (   )R$ 54000,00.

B) (   )R$ 53400,00.

C) (   )R$ 52500,00.

D) (   )R$ 51300,00.

E) (   ) R$ 53800,00.

2°) Marcos pretende comprar uma TV nova e fez uma pesquisa em algumas lojas onde encontrou a marca que tem interesse em adquirir. Ele já sabe que não poderá comprar à vista; logo, terá que recorrer ao parcelamento.

Verificando os preços e as propostas de pagamentos, as lojas que estão cobrando um valor de aumento acima de 35% em relação ao preço à vista são

A) ( ) G e H. B) ( ) H e I. C) ( ) I e J. D) ( ) G e I. E) ( ) G e J.

3°) Franklin, um comerciante de Teresina, foi à cidade de Paulistana e comprou 80 ovinos a um preço de R$ 90,00 cada. Ao retornar para Teresina revendeu cada ovino por R$ 120,00.

Determine a variação percentual relativa ao lucro obtido por Franklin em relação à compra?

A) ( ) 33,33%. B) ( ) 57,14%. C) ( ) 75%. D) ( ) 133,33%. E) ( ) 0,33%.

4°) Um comerciante, para quem o dinheiro vale 2% ao mês, oferece determinado produto por três prestações mensais iguais a R$ 200,00, a primeira paga no ato da compra.

Que valor o comerciante deve cobrar por este produto, no caso de pagamento à vista?

(Utilize, se desejar, os seguintes valores para as potências de $\mathbf{1,02}$.

$$\mathbf{(1,02)^{-1} = 0,9804}\ ;\ \mathbf{(1,02)^{-2} = 0,9612}\ ;\ \mathbf{(1,02)^{-3} = 0,9423}$$

A) ( ) R$ 600,00.

B) ( ) R$ 588,00.

C) ( ) R$ 588,32.

D) ( ) R$ 612,00.

E) ( ) R$ 612,32.

5°) (IFPI/2019) Marcia foi ao Shopping com R$ 120,00. Gastou 30% dessa quantia na compra de um presente para sua mãe e gastou, em seguida, 25% do que havia sobrado na compra de uma bijuteria para sua irmã. Com quanto ela ficou?

A) ( ) R$ 66,00. B) ( ) R$ 63,00. C) ( ) R$ 59,00. D) ( ) R$ 55,00. E) ( ) R$ 50,00.

6°) (IFPI/2019) Natan foi a uma loja comprar uma TV 32". Ele tem duas opções de pagamento: sem juros, em 10 parcelas de R$ 160,00; ou à vista, com 12% de desconto. Com base nessa informação, o preço dessa TV 32", à vista, é

A) ( ) R$ 1600,00.

B) ( ) R$ 1588,00.

C) ( ) R$ 1502,00.

D) ( ) R$ 1408,00.

E) ( ) R$ 1305,00.

7°) (Enem-Mec) João deseja comprar um carro cujo preço à vista com todos os descontos possíveis, é de R$ 21000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$ 20000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deve esperar:

A) ( ) dois meses, e terá a quantia exata.

B) ( ) três meses, e terá a quantia exata.

C) ( ) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R$ 225,00.

D) ( ) quatro meses, e terá a quantia exata.

E) ( ) quatro meses, e ainda sobrarão aproximadamente, R$ 430,00.

8°) (Enem-Mec) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui cartão fidelidade da loja. Caso o cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

A) ( ) 15,00. B) ( ) 14,00. C) ( ) 10,00. D) ( ) 5,00. E) ( ) 4,00.

9°) (IFMA/2020) O valor de uma motocicleta que era vendida por R$16.000,00 sofreu dois aumentos sucessivos de preços, o primeiro de 5% e o segundo de 2%. Pode-se afirmar que esses dois aumentos sofridos pelo valor da motocicleta correspondem a um único aumento de:

A) (   )7,2%. B) (   ) 7,1%.   C) (   )7,0%. D) (   ) 7,3%.   E) (   ) 7,5%.

10°) (IFPI-2022) Um investidor aplicou R$ 7300,00 à taxa de juros de 20% ao ano. Qual será o juro obtido ao fim de 50 dias, sob o regime de juros simples?

A) ( ) R$ 180,00.

B) ( ) R$ 200,00.

C) ( ) R$ 220,00.

D) ( ) R$ 230,00

E) ( ) R$ 240,00.

Considerar o ano civil de 365 dias.