



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT



FERNANDO SILVA DE ARAÚJO

**TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: o uso do GeoGebra como
ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.**

São Luís - MA

2023

FERNANDO SILVA DE ARAÚJO

**TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: o uso do GeoGebra como
ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
(PROFMAT), da Universidade Estadual do Maranhão
(UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do
título de mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão

São Luís - MA

2023

Araújo, Fernando Silva de.

Tecnologias na educação matemática: o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino da geometria espacial no Ensino Médio / Fernando Silva de Araújo. – São Luís, 2023.

105 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Maranhão, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

1.Tecnologias. 2.Geometria espacial. 3.GeoGebra. I.Título.

CDU: 51:[373.5:004.05]

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

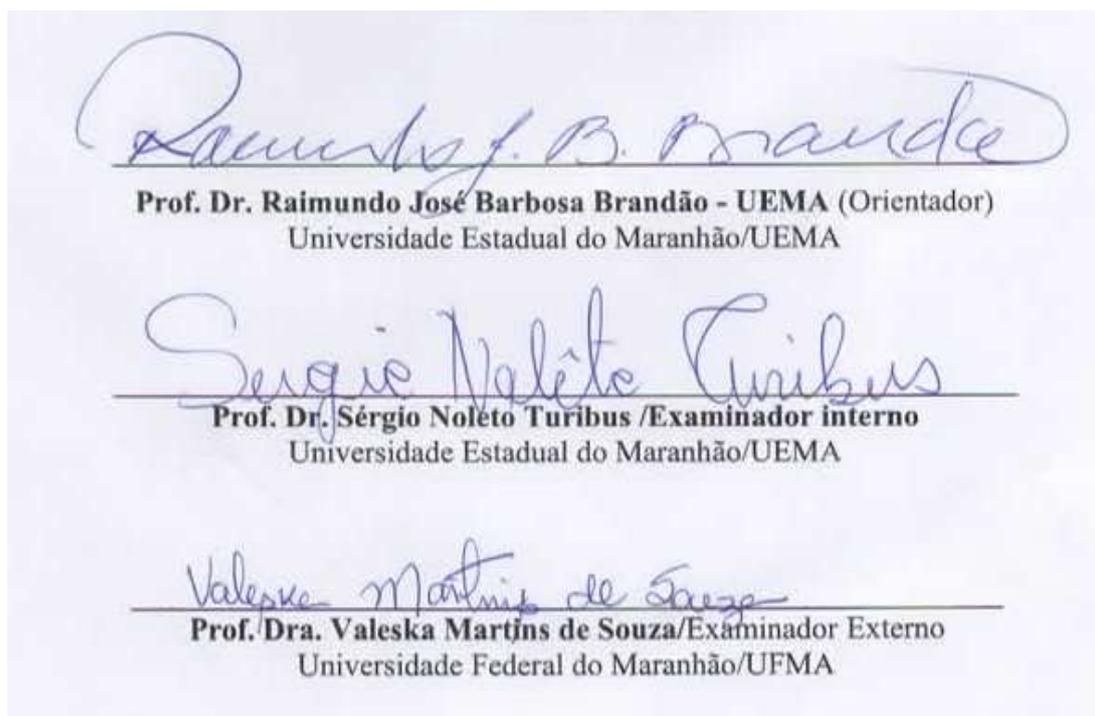
FERNANDO SILVA DE ARAÚJO

**TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: o uso do GeoGebra como
ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Matemática.

Aprovada em: 24 de março de 2023

BANCA EXAMINADORA



A minha filha, Cecília da Silva Penha de Araújo, que nasceu exatamente no ano desta pesquisa e me deu um motivo a mais para sorrir e viver, em busca de objetivos maiores.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me proporcionar o dom da vida e nela experimentar oportunidades que só Ele pode me proporcionar.

À minha esposa, por sempre estar ao meu lado, apoiando, acreditando e ajudando.

Aos meus pais, Edvaldo e Irismar, por tudo que sou graças ao que me ensinaram.

Aos meus irmãos, Eduarda e Filipe, pelo companheirismo de todas as horas.

Ao meu orientador, prof. Dr. Raimundo José Barbosa Brandão por ter aceitado este trabalho, registro aqui meu respeito e admiração.

Aos meus amigos de turma, Gleison, Luana, Márcia, Marlos, Mateus, Paulo Franca, Paulo Loreço e Priscila pelos momentos juntos. Vocês foram essenciais nessa jornada.

A todo o corpo docente do PROFMAT-UEMA, que fazem o curso digno do que representa.

À secretária do PROFMAT-UEMA, Annanda, que desde o primeiro dia mostrou-se extremamente competente e sempre disposta em ajudar no que fosse preciso.

Aos examinadores, Prof. Dr. Sérgio Noleto Turibus e Prof. Dra. Valeska Martins de Souza, que aceitaram de bom grado participar.

À gestão, professores e alunos do Centro de Ensino Dorgival Pinheiro de Sousa que contribuíram para esta pesquisa.

À CAPES:

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta de ensino de Geometria espacial com utilização do *software* GeoGebra. A geometria espacial é uma área da Matemática com vasta gama de aplicações e seu ensino é um desafio diante das dificuldades em se representar sólidos geométricos em meios planos, como quadro branco e livros. Dessa forma, o uso de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) demonstram grande potencial em facilitar o ensino de Geometria espacial e promover uma aprendizagem crítica e significativa, aproveitando a crescente evolução dessas ferramentas, que tem impulsionado a sua inserção no cenário educacional. Nesse contexto, o GeoGebra surge como uma poderosa ferramenta, por ter uma variedade de recursos que podem ser aplicados nas mais diversas áreas da Matemática. Objetivando avaliar o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de Geometria espacial, esta investigação tem caráter qualitativo e a metodologia utilizada foi a pesquisa de campo, apoiada por uma pesquisa bibliográfica. Para coleta dos dados foi realizada uma intervenção pedagógica composta de diagnóstico para verificação de conhecimentos prévios dos alunos, oficina pedagógica e questionários. Observou-se uma alta taxa de aceitação do GeoGebra entre os alunos, que o consideraram fácil de usar e que auxiliou na visualização e compreensão dos elementos e medidas de uma figura espacial. O GeoGebra também ajudou os alunos na compreensão de uma situação-problema proposta. A partir dos resultados obtidos, concluiu-se que o GeoGebra é uma ferramenta facilitadora no processo de aprendizagem de Geometria espacial, promovendo um ensino dinâmico, interativo e colaborativo e contribuindo para o desenvolvimento do pensamento crítico, da motivação e do interesse do aluno.

Palavras-chave: Tecnologias; Geometria Espacial; GeoGebra

ABSTRACT

This paper presents a proposal for teaching spatial geometry using GeoGebra software. Spatial geometry is an area of Mathematics with a wide range of applications, and its teaching is a challenge due to the difficulties in representing geometric solids in planar media, such as whiteboards and books. Thus, the use of Digital Information and Communication Technologies (DICT) demonstrates great potential in facilitating the teaching of spatial geometry and promoting critical and meaningful learning, taking advantage of the growing evolution of these tools, which has driven their integration into the educational scene. In this context, GeoGebra emerges as a powerful tool, having a variety of resources that can be applied in various areas of Mathematics. Aiming to evaluate the use of GeoGebra as a pedagogical tool in the teaching of spatial geometry, this research has a qualitative character, and the methodology used was field research, supported by bibliographic research. To collect the data, a pedagogical intervention was carried out, composed of a diagnosis to verify the students' prior knowledge, a pedagogical workshop, and questionnaires. A high acceptance rate of GeoGebra was observed among the students, who found it easy to use and helpful in visualizing and understanding the elements and measures of a spatial figure. GeoGebra also helped the students to understand a proposed problem situation. Based on the results obtained, it was concluded that GeoGebra is a facilitating tool in the process of learning spatial geometry, promoting dynamic, interactive, and collaborative teaching and contributing to the development of critical thinking, motivation, and student interest.

Keywords: Technologies; Spatial Geometry; GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Silo tipo trincheira	27
Figura 2 - Container padrão.....	28
Figura 3 - Interface do GeoGebra.....	35
Figura 4 - Segunda aplicação do questionário diagnóstico	51
Figura 5 – Esboço de um paralelepípedo feito pelo aluno A39.....	57
Figura 6 - Esboço de um paralelepípedo feito pelo aluno A20	57
Figura 7 - Prismas triangular e trapezoidal feitos pelo aluno A4	58
Figura 8 - Esboço do aluno A13.....	58
Figura 9 – Exemplo da construção de um paralelepípedo utilizando o GeoGebra	62
Figura 11 - Cubo construído pela equipe E1	64
Figura 10 - Cálculos manuais da equipe E1	64
Figura 12 - Cubo e cálculos manuais realizados pela equipe E16.....	65
Figura 14 - Cubo construído pela equipe E31	65
Figura 13 - Cubo construído pela equipe E31	65
Figura 15 - Medidas do cubo obtidas pela equipe E31 através do GeoGebra.....	66
Figura 16 - Cálculos manuais realizados pela equipe E31	66
Figura 17 - Cubo construído pela equipe E8	66
Figura 18 - Cálculos manuais realizados pela equipe E8	66
Figura 20 - Cubo construído pela equipe E29	67
Figura 19 - Equipe na realização da atividade.....	67
Figura 21 - Construção do trapézio para formar a base do prisma através do GeoGebra.....	69
Figura 22 - Construção do prisma usando o trapézio como base	70
Figura 23 - Planificação do prisma através do GeoGebra.....	70
Figura 24 - Medidas do prisma apresentadas na janela de álgebra	71
Figura 25 - Janela de visualização para escolha da quantidade de vértices	72
Figura 26 - Triângulo equilátero construído para formar a base do prisma	72
Figura 27 - Construção do prisma usando o triângulo equilátero como base.....	73
Figura 28 - Planificação do prisma e apresentação das medidas na janela de álgebra.....	73
Figura 29 - Paralelepípedo construído pela equipe E18	75
Figura 30 - Paralelepípedo construído pela equipe E21	75
Figura 31 - Paralelepípedo construído pela equipe E33	76

Figura 32 - Construção do cubo realizado pela equipe E17 através do GeoGebra 77

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Relevância da Geometria espacial no Ensino Médio, segundo os professores.....	44
Gráfico 2 - Opinião dos professores sobre excluir Geometria Espacial do planejamento	46
Gráfico 3 - Opinião dos professores sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática	47
Gráfico 4 - Opinião dos professores sobre o uso do celular na aprendizagem de Matemática	48
Gráfico 5 - Opinião dos alunos quanto ao uso de tecnologias digitais no Ensino de Matemática	79
Gráfico 6 - Opinião dos alunos quanto ao uso do celular como ferramenta de aprendizagem Matemática	79
Gráfico 7 - Avaliação dos alunos em relação à Oficina ministrada	81
Gráfico 8 – Opinião dos alunos em relação ao GeoGebra	82
Gráfico 9 – O GeoGebra facilitou na identificação dos elementos de uma figura espacial? ...	83
Gráfico 10 - O GeoGebra facilitou na compreensão do cálculo das medidas de sólidos geométricos?.....	84
Gráfico 11 - Importância do Geobra na aprendizagem de Geometria espacial segundo os alunos	85

LISTA DE SIGLAS

BNCC	- Base Nacional Curricular Comum
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ENEM	- Exame Nacional do Ensino Médio
FGV	- Fundação Getúlio Vargas
IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
NCTM	- <i>National Council of Teachers of Mathematics</i>
OMS	- Organização Mundial da Saúde
TDIC	- Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
2. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	16
2.1 Aspecto Histórico da Geometria Espacial	18
2.2 O Ensino da Geometria Espacial.....	21
2.3 Geometria Espacial crítica.....	24
2.4 Algumas aplicações da Geometria	26
3 TECNOLOGIAS DIGITAIS	29
3.1 GeoGebra – Apresentação	34
3.2 Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Espacial	35
3.3 A pandemia de COVID-19.....	37
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	39
4.1 Abordagem Metodológica Usada	40
4.2 Sujeitos de Pesquisa e Instrumentos de Coleta de Dados	41
4.2.1 Questionários Semiabertos	41
4.2.2 Oficina	42
4.3 Local da Investigação	42
4.4 População/Amostra.....	43
5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
5.1 Questionário Aplicado aos Professores.....	43
5.2 Questionário Diagnóstico	51
5.3 Realização da Oficina e Análise das Atividades.....	59
5.4 Questionário Avaliativo.....	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
REFERÊNCIAS	90
APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido	94
APÊNDICE B – Questionário aplicado aos professores via formulário do Google	95
APÊNDICE C – Questionário diagnóstico aplicado aos alunos	97
APÊNDICE D – Questionário avaliativo aplicado aos alunos via formulário do Google	98
APÊNDICE E – Plano de aula do primeiro encontro da oficina	99
APÊNDICE F – Plano de aula do segundo encontro da oficina	100
APÊNDICE G – Plano de aula do terceiro encontro da oficina	101

APÊNDICE H – Plano de aula do quarto encontro da oficina	102
APÊNDICE I – Plano de aula do quinto encontro da oficina.	103
APÊNDICE J – Tutorial para construção de um cubo usando o GeoGebra no celular	104

INTRODUÇÃO

A Matemática se faz presente no cotidiano das pessoas em toda e qualquer atividade por ela realizada, seja na feira, no supermercado ou em aplicações financeiras. Estas e outras tarefas do cotidiano do cidadão já justificam a necessidade de sua aprendizagem. A Matemática usada e aplicada em seus diversos contextos, é essencial ao desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento crítico e facilita resolução de problemas sejam eles matemáticos ou não.

Apesar da utilidade da Matemática no dia a dia das pessoas, o processo de ensino e aprendizagem deste ramo do conhecimento, apresenta alguns obstáculos na vida do estudante desde a tenra idade à vida adulta quando estudantes de curso superior.

Dadas as dificuldades de aprendizagem da Matemática, pesquisadores da área da educação Matemática, professores, gestores e responsáveis tem promovidos debates pelo mundo à fora e buscado novas maneira de ensinar e aprender Matemática.

Com a evolução da Ciência e da tecnologia nas últimas décadas, as transformações na sociedade têm se intensificado de tal modo que a maneira de se realizar as ações humanas tem passado por grandes transformações. É assim, na economia, na política e na educação, dentre outras áreas do conhecimento. Na educação, a maneira de ensinar e aprender na atualidade é muito diferente de décadas atrás. O uso das novas tecnologias tem os novos desafios tanto na formação do professor, quanto nos métodos de mediação e construção do conhecimento.

O uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ensino da Matemática tem se constituído em um tema de grande relevância no meio acadêmico-científico nas últimas décadas no campo educacional. No ensino da Matemática, as TDIC se fazem cada vez mais presentes em sala de aula. Segundo Borba e Almeida (2015, p 133) “as tecnologias digitais modificam o que é ser humano como a própria noção de sala de aula está em xeque. cremos que é possível dizer que a sala de aula pode não mais se tornar a arena, o espaço físico onde a educação se dá fundamentalmente”.

Para Borba e Almeida (2015) nos últimos anos, o uso das tecnologias digitais tem provocado mudanças significativas na vida das pessoas, em especial nas crianças, adolescente e jovens que desde os primeiros anos de vida já tem envolvimento com o mundo digital. Diante destas mudanças é importante que os professores se capacitem agregando novos conhecimentos para a (re)construção de competências e desenvolvimento de habilidades. Diante dessa premissa, este estudo buscou responder o seguinte problema de pesquisa: de que maneira o uso

do GeoGebra contribuirá para um ensino crítico e significativo em Geometria Espacial no Ensino Médio?

Para responder esta questão de pesquisa, buscou-se na literatura (KENSKI,2015; BORBA, 2015; GIRALDO, CAETANO e MATTOS, 2012; VALENTE, 1999) analisar as contribuições das tecnologias na aprendizagem significativa de Geometria Espacial. Também realizou-se uma oficina para alunos da 3ª série do Ensino Médio usando o GeoGebra na resolução de atividades envolvendo Geometria espacial com o propósito de identificar as possíveis contribuições do *software* na construção dos conhecimentos de conceitos de sólidos geométricos. Aplicou-se ainda questionários semiabertos aos professores de Matemática a escola com o objetivo de analisar as percepções dos docentes sobre o uso das TDIC no ensino de Geometria Espacial.

Este trabalho se encontra estruturado da seguinte maneira:

- Introdução, onde se apresenta a pesquisa com seu quadro teórico, problema de pesquisa e objetivo geral.
- Referencial Teórico, onde inicialmente é abordado os aspectos históricos da Geometria, espacial, o seu ensino e aplicações. Em seguida discute-se as TDIC no ensino de Matemática, o uso do GeoGebra no ensino de Geometria Espacial
- Procedimentos Metodológicos, onde é apresentada a abordagem, metodologia de investigação, sujeitos de pesquisa, instrumentos de coletas de dados e população e amostra.
- Análise dos resultados obtidos e finalmente as considerações finais.

Os resultados das análises dos instrumentos de coleta de dados apontam que o uso de TDIC no ensino de Matemática tem se tornando cada vez mais explorado por professores, escolas e pesquisadores, que buscam incessantemente formas de incorporar essas ferramentas de forma adequada ao planejamento pedagógico.

Percebeu-se também que o GeoGebra é uma ferramenta extremamente poderosa e importante no ensino de geometria espacial, que facilita ao aluno visualizar os elementos de uma forma mais dinâmica e interativa, melhorando a percepção e compreensão dos sólidos geométricos e conseqüentemente as medidas de área e volume. Além disso, o GeoGebra é uma ferramenta simples de manusear, permitindo uma maior liberdade e autonomia do aluno durante a realização de atividades, contribuição para o desenvolvimento do pensamento crítico através da exploração de situações-problemas que envolvam aspectos pertencentes ao mundo em sua volta.

2. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A educação é extremamente importante na vida das pessoas, pois ela tem um papel fundamental no desenvolvimento pessoal, social e econômico, permitindo que as pessoas expandam seus horizontes e adquiram novos conhecimentos e habilidades, ajudando-as a descobrir suas paixões e interesses, bem como a desenvolver sua autoestima e autoconfiança.

Nesse contexto, a Matemática é uma disciplina fundamental e seu aprendizado é essencial para uma compreensão mais ampla do mundo em que vivemos. Ela está presente em quase todas as áreas da vida, desde as mais simples, como calcular uma conta no restaurante, até as mais complexas, como na solução de problemas em áreas como a engenharia, física, economia e computação. Por essa razão, o ensino de Matemática é crucial para o desenvolvimento dos indivíduos e da sociedade como um todo.

D'Ambrosio (2009, p. 7) vê

a disciplina matemática como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível e com seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural.

Aprender Matemática ajuda a desenvolver habilidades fundamentais, como raciocínio lógico, resolução de problemas, abstração e pensamento crítico. “A noção de que estudar Matemática torna os indivíduos mais inteligentes é bem antiga. A Matemática está entre os poucos gêneros de conhecimento cuja importância não tem sido questionada ao longo da história” (SKOVSMOSE, 2014, p. 21). Além disso, a Matemática fornece uma linguagem universal para a comunicação de ideias e conceitos em áreas como ciência, tecnologia, engenharia e finanças. Através dela, as pessoas podem adquirir as habilidades e conhecimentos necessários para ter sucesso em suas carreiras e na vida em geral.

Nesse contexto, o papel do educador é fundamental. Ele deve ser capaz de despertar o interesse dos alunos pela disciplina, apresentando-a de forma clara e acessível, e utilizando estratégias pedagógicas adequadas para o desenvolvimento de habilidades e competências. O educador deve ser capaz de trabalhar com diferentes níveis de habilidades e capacidades, adaptando sua metodologia de acordo com as necessidades de cada aluno e de transmitir a importância da Matemática para a vida das pessoas, mostrando como ela está presente em diversas situações cotidianas e em áreas profissionais. Ele deve ser capaz de incentivar o

pensamento crítico e a resolução de problemas, criando um ambiente de aprendizagem colaborativo e estimulante.

Historicamente, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática se constitui em grandes desafios para alunos, professores e pesquisadores em Educação. Com o propósito de aprofundar estudo sobre o ensino da Matemática, surge, e encontra-se em construção um campo de pesquisa denominado Educação Matemática.

Embora já se identifiquem na antiguidade preocupações com o ensino da matemática, particularmente na República VII, de Platão, é na Idade Média, no Renascimento e nos primeiros tempos da Idade Moderna que essas preocupações são melhor focalizadas. De especial interesse para o Brasil é o enfoque dado por Luis Antonio Verney ao ensino da matemática no Verdadeiro método de estudar, de 1746. Mas é somente a partir das três grandes revoluções da modernidade – a Revolução Industrial (1767), a Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) – que as preocupações com a educação matemática da juventude começam a tomar corpo. (MIGUEL et al, 2004, p. 71)

Bicudo e Borba (2004, p. 214) relatam que historicamente o ensino de Matemática sempre teve dificuldades, apesar do reconhecimento de sua importância no mundo. Ao decorrer das décadas de 60 e 70 surgiram movimentos de mudança e reformas no ensino de Matemática, mas sem o sucesso esperado.

Ao final da década de 80, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), nos Estados Unidos, publicou três currículos em busca de uma nova reforma para a Educação Matemática. Em 1995 o NCTM publicou o *Principles and Standards for School Mathematics*, lançada em abril de 200 e conhecida como *Standards 2000*. Este, apresenta seis princípios a serem seguidos: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia; a qual devem ser correlatos ao programa da Matemática escolar (BICUDO e BORBA, 2004, p. 215-218).

A Educação Matemática ao longo dos últimos anos tem sido objeto de questionamentos e busca de procedimentos apropriados ao ensino da Matemática. Bicudo (2013, p. 14) descreve que é importante entender a Educação Matemática como uma interseção entre Matemática e Educação, exigindo posturas investigativas inter, multi e transdisciplinares. Muitas vezes, se recorre a estudos de autores das Ciências Humanas e da Filosofia para sustentar práticas em Educação Matemática, mas é preciso refletir sobre a própria Educação Matemática, entendida como uma totalidade constituída no espaço entre a Educação e a Matemática. A autora também aponta que o aspecto de transdisciplinaridade é ir além das disciplinas e se

caracteriza pelo sufixo "dade", indicando concepções de mundo e de conhecimento, valores e ética.

A atividade pedagógica em Educação Matemática há que ser direcionada pelas análises e reflexões sobre modos de conceber a Matemática e a Educação. Ela não se restringe à produção do conhecimento matemático. Por sua vez, não basta adentrar pelas questões da Educação, tanto postas em termos ontológicos, quanto epistemológicos, axiológicos e culturais para definir procedimentos de pesquisa. É preciso, sim, considerar esses aspectos, porém à luz de concepções da Matemática e sua realidade, modos de conhecer seus objetos e de trabalhar com eles (BICUDO, 2013, p. 15).

A Educação Matemática no Brasil teve início no período colonial, isso devido às necessidades militares que tinha o interesse em defender seu território, portanto a Coroa Portuguesa necessitava instruir seus militares no Brasil para a construção de fortificações e a artilharia. O militar José Fernandes Pinto Alpoim, deu origem as primeiras obras do gênero, que envolviam conhecimentos de elementares de aritmética e geometria.

A partir da Independência do Brasil, a elite brasileira teve a necessidade de criar uma universidade no Brasil, essa criação era denominada aos cursos jurídicos. No entanto, as discussões a respeito dessa criação, decidiu-se então com o apoio de militares, pois havia a necessidade de incluir exames de geometria para o ingresso no curso. Desta maneira, dá-se início a criação de cursinhos preparatórios para o ingresso em cursos superiores.

Não é arriscado dizer que a tarefa de ensinar Matemática é considerada difícil pela maioria dos professores. Mesmo aqueles que são de outras áreas do conhecimento reconhecem isso. Na atualidade, muitos estudiosos da Educação Matemática têm procurado maneiras alternativas para ensinar este componente curricular, buscando um ensino mais significativo e contextualizado, que considere as vivências e experiências dos alunos e que proporcione uma compreensão mais profunda e crítica da Matemática. Além disso, há uma crescente preocupação em promover a inclusão e a diversidade na Educação Matemática, considerando as diferentes culturas, etnias, gêneros e classes sociais presentes nas salas de aula. Tudo isso requer uma formação contínua e uma reflexão constante por parte dos professores sobre suas práticas e sobre o papel social da Matemática na sociedade.

2.1 Aspecto Histórico da Geometria Espacial

A Geometria Espacial é uma ramificação da Matemática que estuda as formas, posições e relações tridimensionais dos objetos. Ela é uma das mais antigas áreas da

Matemática, remontando à antiguidade e com raízes na Grécia Antiga, quando matemáticos como Euclides e Aristóteles começaram a estudar e definir conceitos como ângulos, esferas e cilindros (EVES, 2011).

Pela necessidade do Homem em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), é que as imagens, representadas através de desenhos, foram lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático e, juntamente com conceitos e relações geométricas, formaram a Geometria Euclidiana (BARBOSA, 2003, p. 2-3).

O filósofo e matemático grego Euclides é amplamente reconhecido como o pai da Geometria Espacial devido a sua obra *Elementos*, que inclui definições, axiomas e teoremas sobre figuras espaciais, sendo uma das obras matemáticas mais importantes de toda a história: “Os primórdios da história dos poliedros regulares perdem-se nas brumas do passado. Há um início de tratamento matemático desses sólidos no Livro XIII dos *Elementos* de Euclides” (EVES, 2011, p. 114). No entanto, foi somente no Renascimento que a Geometria Espacial começou a ser estudada de forma mais sistemática e rigorosa, com obras como "*De Revolutionibus Orbium Coelestium*" de Nicolau Copérnico e "*Le Proportionne et Proportionalità dei Venti*" de Luca Pacioli. (MOL, 2013)

No século XVII, o matemático francês René Descartes introduziu a ideia de representar objetos tridimensionais em um plano bidimensional, o que ficou conhecido como Representação Espacial. Este avanço permitiu aos matemáticos trabalhar com objetos tridimensionais de forma mais precisa e eficiente. Descartes também desenvolveu o que é conhecido como o método cartesiano, que combinou a Geometria Espacial com a Álgebra para criar a Geometria Analítica. Isso permitiu a representação de objetos espaciais por meio de equações matemáticas e possibilitou a realização de cálculos mais precisos (EVES, 2011).

[...] a nova concepção de geometria proposta por Descartes, muito mais do que a aplicação da álgebra à geometria, buscava a tradução das operações aritméticas para a linguagem geométrica. O seu método tinha dois objetivos centrais: libertar a geometria do uso de diagramas através de procedimentos algébricos e dar significado às operações algébricas através da interpretação geométrica (MOL, 2013, p. 96).

No século XIX, os alemães Carl Friedrich Gauss e Bernhard Riemann foram pioneiros no desenvolvimento da Geometria Não-Euclidiana, que é uma ramificação da Geometria Espacial que não segue as suposições de Euclides (BOYER, 2012). Gauss é considerado um dos fundadores da geometria hiperbólica, que é uma das duas principais ramificações da Geometria Não-Euclidiana. Riemann, por sua vez, desenvolveu a geometria riemanniana, que

é uma generalização da geometria Euclidiana que também permite espaços curvos. Estas abordagens questionaram a validade universal dos postulados de Euclides, permitindo a investigação de espaços com curvaturas diferentes, sendo crucial para o desenvolvimento da Teoria da Relatividade de Albert Einstein no século XX (JAMMER, 2010). “A criação das geometrias não euclidianas, punccionando uma crença tradicional e rompendo com um hábito de pensamento secular, desferiu um golpe duro no ponto de vista da verdade absoluta em matemática” (EVES, 2011, p. 145).

Na década de 1950, houve um aumento significativo no interesse pelo ensino de geometria espacial, com o advento da geometria computacional e o uso crescente de computadores em ambientes educacionais. Isso permitiu que os matemáticos e os educadores explorassem novos conceitos de geometria espacial de maneira mais eficiente e precisa.

Na década de 1960, o ensino de geometria espacial começou a evoluir para incluir uma abordagem mais interdisciplinar, incorporando conceitos de outras áreas, como a física e a arte. Além disso, houve um aumento no uso de metodologias ativas e experimentais no ensino de geometria espacial, incluindo a construção de modelos tridimensionais, a resolução de problemas e a simulação de conceitos (D'AMBROSIO, 1996).

No século XX vemos o aparecimento de estruturas muito gerais de espaço, formalizando uma geometria associada à análise, no que se denominou topologia, introduzindo uma análise para espaços de dimensão infinita, que é a análise funcional, dando um formalismo algébrico à geometria, por meio da geometria algébrica, e sobretudo estabelecendo estruturas básicas para a geometria. (D'AMBROSIO, 1996, p. 54).

Ao longo da história, diferentes abordagens foram adotadas para ensinar geometria espacial, dependendo das épocas, dos contextos e dos objetivos. Durante muito tempo, a geometria espacial foi ensinada de maneira abstrata e teórica, com ênfase na memorização de fórmulas e conceitos. No século XX, a abordagem do ensino de geometria espacial começou a mudar para uma abordagem mais prática e aplicada, com ênfase na resolução de problemas e na construção de modelos. Isso permitiu aos estudantes visualizarem e compreenderem conceitos complexos de uma maneira mais concreta e significativa.

Nos últimos anos, o ensino de geometria espacial evoluiu ainda mais para incluir uma abordagem mais crítica e colaborativa, com ênfase na resolução de problemas complexos, na experimentação e na construção de modelos. Além disso, o uso de tecnologias digitais, como *software* de geometria e realidade virtual, está mudando a forma como a geometria espacial é ensinada e aprendida.

Em resumo, a história do ensino de geometria espacial é uma história de evolução e inovação, que começou com os estudos antigos sobre formas e medidas, e evoluiu para incluir uma abordagem interdisciplinar, colaborativa e crítica. Com o uso crescente de tecnologias digitais, o ensino de geometria espacial continua a evoluir e a oferecer novas possibilidades para os estudantes e educadores.

Atualmente, a Geometria Espacial é utilizada em muitos campos e, com a contribuição de grandes matemáticos ao longo dos anos, tornou-se uma área fundamental da Matemática moderna que fornece base para a compreensão de muitos outros conceitos matemáticos. Ela continua sendo uma área ativa de pesquisa até hoje, com aplicações em áreas como a Física, a Engenharia, a Arquitetura e a Computação Gráfica, além de ser uma ferramenta valiosa para a compreensão de objetos e fenômenos tridimensionais, como a formação de galáxias e a evolução do universo.

2.2 O Ensino da Geometria Espacial

Diversos autores relataram a importância em se ter habilidades espaciais, as quais norteiam a nossa vida em muitas de nossas atividades cotidianas, como o ato de caminhar pelas ruas, a conclusão de outras disciplinas relacionadas, como Física, Química e outras, assim como a simples apreciação de uma obra de arte. Como se observa, a Geometria Espacial está presente em inúmeras atividades de nosso dia a dia, repercutindo de forma importante em muitas de nossas ações, sejam elas educacionais ou não.

A importância da Geometria espacial é inquestionável tanto em termos práticos quanto como uma ferramenta na organização do pensamento. Dessa maneira, a abordagem de práticas pedagógicas para tornar o processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial tem tido destaque em meio as reformas educacionais no país.

Durante o século XX houve uma preocupação especial quanto ao ensino de Geometria através do chamado Movimento da Matemática Moderna, defendendo a ideia de uma visão crítica. Nos anos 80, as pesquisas em História da Matemática surgiram para resgatar o valor clássico, filosófico e estético da Geometria, e a partir dos anos 90, o recurso à História da Matemática passou a fazer parte dos livros didáticos e das propostas nacionais.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), documento que apresenta as diretrizes do Ensino Médio no Brasil, enfatiza a relevância do desenvolvimento do aluno no

questo habilidades de resolução de problemas a partir da visualização do mundo, da sua realidade, do espaço que o cerca.

Encontra-se em Brasil (2018, p. 518) que

no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade (...). Nesse contexto, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio, envolvidos, em diferentes graus dados por suas condições socioeconômicas, pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros.

Na competência específica de nº 3 da BNCC, observa-se a habilidade EM13MAT309:

resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados. (BRASIL, 2018, p. 529)

A competência específica nº 5 da BNCC descrita em Brasil (2018, p. 533) enfatiza a importância de “Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras”.

Aprender Geometria espacial de forma eficaz exige uma abordagem que articule teoria e prática, conteúdo e forma, com ênfase na cultura e na aplicação dos conceitos matemáticos no mundo real. As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio salientam a importância da experimentação e da reinvenção do conhecimento didaticamente transposto para a sala de aula, enquanto as recentes revisões curriculares devolvem à geometria sua importância na estruturação do pensamento e na construção de conhecimento científico e tecnológico (BRASIL, 2018).

No entanto, ensinar Geometria espacial, assim como Matemática de forma geral, ainda é desafiador, pois é necessário equilibrar elementos contrastantes como o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o útil e o inútil, o teórico e o prático. Para alcançar um ensino pleno e eficaz, é importante que o professor desenvolva estratégias inovadoras e criativas que auxiliem na compreensão dos alunos. É necessário aprofundar os conceitos da Geometria espacial em um nível mais complexo de abstração para o aluno, a fim de contribuir com a Educação Matemática e sua relação com a prática pedagógica e o conhecimento matemático.

Para ensinar geometria espacial de forma eficaz, é importante que os professores apresentem os conceitos de forma clara e didática, utilizando exemplos práticos e situações cotidianas. As diretrizes metodológicas dos programas educacionais permitem uma certa flexibilidade na abordagem dos conteúdos, e é responsabilidade do professor organizá-los de forma a superar uma visão utilitária sem comprometer a natureza científica da disciplina. Os estudantes encontram significado no aprendizado da Matemática quando são desafiados e precisam desenvolver estratégias para resolver problemas. O professor deve buscar soluções para proporcionar uma educação completa e holística, que promova o desenvolvimento integral do ser humano, e para isso, a criatividade do docente é essencial para valorizar estratégias que facilitem a compreensão dos alunos.

Convém ressaltar que o uso das tecnologias contribui de maneira significativa para o processo de aprendizagem, pois a inovação deixa o aluno mais motivado e interessado neste processo e desta forma, corrobora com a construção de outras competências.

O uso de tecnologias possibilita aos estudantes mais aprofundamento e maior participação ativa no processo de ensino e aprendizagem. O emprego das tecnologias em sala de aula reforça a capacidade de raciocínio lógico na formulação e testagem de conjecturas.

Para Brasil (2018, p. 532) os estudantes deverão ser capazes de fazer induções por meio de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais.

Barbosa (2003, p. 12) aborda que

torna-se necessário um Ensino de Geometria (assim como de toda a Matemática) que permita aos alunos liberdade de expressão, descoberta, iniciativa, originalidade e crítica, onde a criatividade não seja sufocada, ignorada. E o principal construtor desse ambiente, em sala de aula, é sem dúvida, o professor, que não poderá esquecer-se de que cada criança é um indivíduo com qualidades únicas, com ideias e valores próprios.

O ensino de geometria deve ir além da simples transmissão de conhecimento, e que permita aos alunos desenvolver habilidades como a liberdade de expressão, descoberta, iniciativa, originalidade e crítica. Isso significa que o aluno deve ser incentivado a pensar por si mesmo, a explorar suas próprias ideias e a desenvolver sua capacidade de análise e reflexão.

Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais permite ao professor construir um ambiente de aprendizagem favorável ao desenvolvimento das habilidades dos alunos, incentivando a participação ativa e a livre expressão. Além disso, as tecnologias digitais possibilitam a personalização do ensino, criando um ambiente de aprendizagem mais que atenda às necessidades individuais de cada aluno, fornecendo conteúdo e atividades que sejam

mais adequados ao seu nível de conhecimento e ritmo de aprendizagem, fomentando suas próprias qualidades, ideias e valores.

2.3 Geometria Espacial crítica

O ensino crítico de Matemática é uma abordagem pedagógica que busca desenvolver o pensamento crítico dos estudantes ao lidar com conceitos matemáticos. Em vez de apenas aprender fórmulas e teoremas, o ensino crítico incentiva os estudantes a questionar e explorar o porquê das coisas, ao invés de simplesmente aceitá-las como verdades absolutas.

[...] a Educação Matemática Crítica surge com o objetivo de transcender a ideia de entender a matemática como uma ciência isolada e reconhecer a importância de relacioná-la com questões mais amplas, fornecendo ao aluno uma visão mais crítica e mais elaborada sobre o meio no qual ele vive. (PINHEIRO; BAZZO, 2009, p. 105)

Essa abordagem valoriza a construção de modelos e a visualização de conceitos através de diferentes recursos, enfatizando a importância da experimentação e da exploração, salientando a criatividade e a colaboração dos estudantes, permitindo eles trabalhem juntos para descobrir soluções e chegar a compreensões mais profundas, além de abordar questões sociais e históricas relacionadas à Matemática, como a evolução da geometria ao longo dos séculos e a influência da cultura na forma como conceitos matemáticos são entendidos e aplicados.

Ao invés de apresentar a geometria como uma série de fórmulas e regras prontas, o ensino crítico enfatiza a compreensão profunda dos conceitos e sua aplicação em situações reais, desafiando os estudantes a explorar as propriedades dos objetos geométricos, a analisar relações e a resolver problemas por conta própria.

Um aspecto importante do ensino crítico de geometria é a foco na resolução de problemas e a análise crítica dos conceitos geométricos, permitindo que os estudantes compreendam profundamente a Geometria e desenvolvam habilidades valiosas para o pensamento crítico e a resolução de problemas em geral. Dessa forma, os estudantes aplicam conceitos geométricos a situações do mundo real, tornando a matéria mais relevante e significativa para eles. Além disso, o enfoque em pensamento crítico e resolução de problemas ajuda a preparar os estudantes para futuros desafios acadêmicos e profissionais.

Skovsmose (2008) descreve importância de desenvolver a capacidade dos alunos de interpretar e analisar símbolos e códigos matemáticos, bem como sua capacidade de aplicar a Matemática na vida cotidiana. O autor sugere que as salas de aula baseadas em cenários de

investigação diferem significativamente daquelas baseadas no paradigma do exercício, pois os alunos são responsáveis pelo processo investigativo nas primeiras. O papel do professor é orientar os alunos em suas investigações e estimular o pensamento crítico sobre a Matemática e suas implicações sociais e políticas.

Outro aspecto importante do ensino crítico de geometria é a ênfase na importância da colaboração e da troca de ideias, através de atividades em grupo e discussões, que permitem aos estudantes compartilharem suas perspectivas e soluções, e construírem juntos uma compreensão mais profunda dos conceitos, proporcionando o desenvolvimento de habilidades sociais e de comunicação, que são importantes para o sucesso em muitos aspectos da vida. Skovsmose (2008) explora a importância da reflexão na aprendizagem da Matemática e o conceito de Matemática em ação, referindo-se a práticas que incluem a Matemática como parte essencial da inovação, produção, automação, gestão, tomada de decisão, transações financeiras, estimativa de risco e análise de custo-benefício. O autor enfatiza a necessidade de refletir sobre a Matemática e seu papel na sociedade e desenvolver alfabetização matemática crítica para entender e desafiar o uso da Matemática em vários contextos.

O ensino crítico de geometria espacial é uma abordagem que valoriza a resolução colaborativa de problemas, a experimentação e a construção de modelos, e a reflexão crítica sobre as aplicações da geometria espacial na vida cotidiana e nas ciências. Araújo (2009, p. 64) discute sobre como o ensino crítico de Matemática em geral busca estimular a modelagem matemática:

[...] modelos matemáticos são usados para criar uma “situação real” que não existia anteriormente. De acordo com Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008), “nós não estamos meramente descrevendo o mundo por meio da matemática, mas sim, transformando-o em categorias acessíveis através da, e calculável em, matemática.” (p. 89). A educação matemática crítica questiona o fato de esse poder atribuído à matemática não ser problematizado pela sociedade.

Ao permitir que os estudantes experimentem com conceitos, desenvolvam soluções criativas e compartilhem suas perspectivas, o ensino crítico de geometria espacial pode ajudar a combater preconceitos e estereótipos, a construir uma compreensão mais inclusiva e diversificada dos conceitos geométricos e valorizar a diversidade e a inclusão através da importância de diferentes perspectivas e perspectivas culturais na compreensão da geometria espacial.

Além disso, o ensino crítico de geometria espacial também pode ser personalizado para atender às necessidades individuais dos estudantes. Ao permitir que os estudantes

trabalhem em seu próprio ritmo e sejam incentivados a explorar conceitos de forma independente, o ensino crítico de geometria espacial pode ajudar a aumentar a motivação e o interesse dos estudantes pela disciplina.

Em resumo, o ensino crítico de Geometria Espacial é uma abordagem valiosa, profunda e interativa que incentiva o pensamento crítico, a resolução de problemas e a compreensão mais profunda dos conceitos geométricos. Ao fazer isso, ele prepara os estudantes para sucesso futuro tanto acadêmico quanto profissional.

Procuro, juntamente com os estudantes, problematizar o papel da matemática na construção do progresso, gerando maravilhas e catástrofes, e questionar o uso que é feito dessa disciplina como instrumento de poder. Nesse sentido, preocupo-me com uma educação matemática dos estudantes que não vise apenas instrumentá-los matematicamente, mas que também proporcione sua atuação crítica na sociedade, por meio desse conhecimento matemático, o que pode trazer contribuições para sua emancipação como cidadãos (ARAÚJO, 2009, p. 66).

2.4 Algumas aplicações da Geometria

A geometria, em seu contexto geral, é uma área extremamente rica e diversificada, com uma ampla gama de aplicações em diversas áreas do conhecimento, das quais podemos citar: engenharia, medicina, arquitetura, física, química, biologia, computação e até mesmo em jogos. A infinidade de suas aplicações vai desde a construção de edifícios até a navegação aérea e espacial. Nesta seção, aborda-se algumas aplicações relevantes da geometria em diferentes campos.

A geometria espacial está presente em muitos elementos à nossa volta. O encanamento de residências, por exemplo, tem formato cilíndrico e seu raio deve ser adequado ao fluxo de água; no transporte de produtos químicos também são utilizados recipientes cilíndricos; uma bola de futebol tem formato esférico com raios diferentes para categorias de idades diferentes, dentre outras. Mattos e Britto (2012, p. 969-970) abordam a presença da Matemática em práticas agrícolas.

O trabalho do campo é repleto de saber matemático, dando-nos a oportunidade de atravessarmos as fronteiras da sala de aula, para conhecermos a realidade do nosso aluno e, assim, compreendermos as dificuldades que eles enfrentam na escola, quando da aplicação dos conteúdos distanciados de seu contexto (MATTOS; BRITO, 2012, p. 969- 970).

Na produção rural para armazenamento de grãos e silagem são utilizados silos de formatos geométricos e volumes diversificados. A produção e conservação de silagem é um

processo bastante utilizado e importante para alimentação do gado em fazendas leiteiras. Lima, Dantas e Lima (2018) citam que “a eficácia da ensilagem e fenação como alternativas para a convivência com a escassez de forragens nos períodos de seca do semiárido, tem sido mencionada nos antigos e atuais estudos da viabilidade da pecuária regional”.

Dentre os silos mais conhecidos podemos citar os de formato cilíndrico e os silos do tipo trincheiras. Estes são os mais comuns e apresentam o formato de um prisma trapezoidal, onde a altura do prisma corresponde ao comprimento do silo e a altura do silo corresponde à altura do trapézio que forma a base do prisma, conforme descrevem Cardoso e Silva (1995, p. 2):

O silo-trincheira tem forma trapezoidal, correspondendo a base menor (b) ao fundo do silo. Para cada metro de altura do silo, a base maior (B), ou seja, a largura do topo deve ter, no mínimo, 0,5 m a mais do que a largura do fundo, para que a inclinação da parede lateral seja de pelo menos 25%. A altura (A) ou profundidade do silo pode variar de acordo com as condições do terreno e poderá ser de, no mínimo, 1,5 até 3,0 m.

Figura 1 - Silo tipo trincheira



Fonte: manual de silagem, KWS sementes¹.

No transporte de produtos marítimos são usados containers no formato de um paralelepípedo. “O container marítimo tradicional pode ser definido como uma caixa de metal, contendo portas e travas para seu fechamento, de modo a proteger a carga colocada em seu interior.” (Keedi, 2003). Para a logística, suas dimensões e volumes são extremamente importantes, bem como a disposição deles no navio cargueiro.

Rodrigues (2007) define que os contêineres são estruturas padronizadas internacionalmente, com formato retangular, normalmente construída em aço, podendo ainda

¹ Disponível em: <https://www.kws.com/br/media/download-informativo/kws_br_manualdesilagekws.pdf>. Acesso em 2 de setembro de 2022.

ser de alumínio ou fibra, cada uma delas registrada com uma numeração exclusiva composta por quatro letras e sete algarismos.

Figura 2 - Container padrão



Fonte: DiAvanti logística².

Na construção de caixas d'água para o abastecimento de bairros, condomínios residenciais e outros imóveis, é utilizado o conhecimento de Geometria Espacial. A forma geométrica a ser utilizada e suas dimensões são escolhidas de acordo com o volume de água necessário. A Geometria Espacial também pode ser observada no consumo de água das residências, que é medido em m³ (metros cúbicos).

Na Física, a geometria é fundamental para entender o comportamento do universo em grande escala, desde a geometria do espaço-tempo até a geometria das partículas subatômicas. A geometria também é usada para modelar fenômenos físicos complexos, como a dinâmica dos fluidos e a propagação de ondas. Greene (2009) aborda um exemplo de aplicação da geometria na física, a teoria das cordas, que usa a geometria para modelar as cordas vibrantes que supostamente compõem todas as partículas elementares.

Na Biologia, a geometria é usada para modelar moléculas, células e organismos. A geometria também é usada para entender como os organismos se movem e interagem com o meio ambiente. A modelagem molecular, por exemplo, usa a geometria para entender como as moléculas interagem entre si e com outras substâncias, conforme mostra Leach (2001). A geometria espacial é usada para estudar a estrutura e função de moléculas e proteína, sendo essencial para entender como essas moléculas interagem e se organizam no espaço tridimensional, o que é crucial para o desenvolvimento de novos medicamentos e terapias.

A Geometria também é usada para modelar estruturas e sistemas, desde a concepção de edifícios e pontes até o design de circuitos eletrônicos. Em Rotelli, Santos e França (2017) encontramos aplicações da geometria na engenharia e arquitetura. Ela é usada para projetar e

² Disponível em: <<https://diavanti.com.br/transporte-de-container/>>. Acesso em 2 de setembro de 2022.

construir edifícios, pontes, estradas e outras estruturas, sendo essencial para garantir que essas estruturas sejam seguras e estáveis, bem como para otimizar o uso do espaço e dos materiais. Na análise de tensões em vigas e estruturas de suporte, por exemplo, a geometria espacial é usada para modelar esses objetos e calcular as tensões e deformações que ocorrem sob carga, permitindo que os engenheiros projetem estruturas mais seguras e eficientes.

A Geometria Espacial também é utilizada na navegação aérea e espacial, como por exemplo, para calcular as trajetórias de satélites artificiais, bem como para orientar a navegação de aviões e foguetes. A geometria espacial é fundamental para garantir que esses sistemas de navegação sejam precisos e seguros. Estes conceitos são abordados por Thomson (1986).

Na computação, a Geometria é usada em várias áreas, incluindo computação gráfica, visão computacional, robótica e design de jogos. A Geometria é usada para modelar objetos em 3D, criar animações e efeitos especiais, rastrear objetos em vídeos e desenvolver algoritmos de navegação para robôs. Um exemplo de aplicação da geometria na computação é o algoritmo de Dijkstra, que usa a geometria para encontrar o caminho mais curto entre dois pontos em um grafo (BERG et al, 2008). Foley et al (1995) aborda como a geometria espacial é utilizada na produção de animações e jogos eletrônicos, onde ela é usada para criar e animar objetos em três dimensões, garantindo que esses objetos sejam realistas e interativos e otimizando o desempenho dos sistemas de computação gráfica.

Dentre outras aplicações da geometria podemos citar ainda na cartografia e na geografia, para representar o mundo físico em mapas e sistemas de informação geográfica; na Matemática financeira para modelar e analisar diversos problemas econômicos, como por exemplo a modelagem de curvas de juros e no cálculo de preços de opções em finanças; na medicina para criar modelos tridimensionais do corpo humano a partir de dados de tomografia e ressonância magnética, que são utilizados para planejar cirurgias e tratamentos, bem como para estudar a anatomia e fisiologia do corpo humano; na arte e no design, onde ela é usada para criar formas e padrões estéticos agradáveis e funcionais, como criar padrões de azulejos, mosaicos, vitrais e outras formas de arte decorativa.

3 TECNOLOGIAS DIGITAIS

A história da humanidade é marcada por uma série de transformações sociais, políticas, econômicas e tecnológicas ao longo dos séculos. Desde a pré-história, quando os seres humanos

eram nômades e caçadores-coletores, até os dias atuais, com a era digital e a globalização, a sociedade passou por diversas fases e mudanças significativas.

Foi durante a Revolução Industrial, no século XVIII e XIX, que a sociedade começou a passar por mudanças mais rápidas e profundas. Com o surgimento das máquinas e das fábricas, a produção em massa tornou-se possível, o que resultou em uma grande expansão econômica e aumento da população urbana.

Com o advento da era digital, na década de 1970, a sociedade experimentou uma nova revolução, com a introdução dos computadores pessoais e da internet. Isso mudou radicalmente a forma como as pessoas se comunicam, trabalham, se divertem e aprendem. A era digital trouxe consigo uma enorme quantidade de informações disponíveis online, que podem ser acessadas de qualquer lugar do mundo e em qualquer momento, o que tem sido transformador para a educação, o comércio e a cultura. Hoje, a sociedade está cada vez mais conectada, com a internet e as redes sociais permitindo a conexão instantânea entre pessoas em diferentes partes do mundo. A inteligência artificial e a robótica estão mudando a forma como os trabalhos são realizados, e a tecnologia continua a se desenvolver em um ritmo acelerado, trazendo consigo novas oportunidades e desafios para a humanidade.

Com a chegada do século XXI, as tecnologias digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e a Educação Matemática foram caminhando em ritmos diferentes. Apesar de muitas escolares buscarem ferramentas, das quais podemos citar alguns como laboratórios de informática, biblioteca digital e *Internet* via *Wifi*, o ensino de Matemática ainda acontece de forma “tradicional”: o professor escreve no quadro, o aluno transcreve para o caderno e em seguida responde alguns exercícios.

As TDIC tornaram a informação mais globalizada e deram origem a uma nova estrutura no mundo, especialmente na forma das pessoas se relacionarem, se comunicarem e aprenderem, conforme apontam Costa e Prado (2015, p. 101):

O desenvolvimento das TDIC cada vez mais encurta distâncias e possibilita o intercâmbio rápido de ideias, projetos e atividades conjuntas em tempo real. Mais recentemente com o acesso às tecnologias móveis digitais, conectadas à internet, se torna possível romper os limites de tempo e de espaço, aproximando as pessoas e viabilizando o compartilhamento de experiências e conhecimentos.

Por meio das tecnologias digitais é possível processar e representar qualquer tipo de informação. Nos ambientes digitais reúnem-se a computação (a informática e suas aplicações), as comunicações (transmissão e recepção de dados, imagens, sons etc.) e os mais diversos tipos, formas e suportes em que estão disponíveis os conteúdos (livros, filmes, fotos, músicas e

textos). É possível articular telefones celulares, computadores, televisores, satélites etc. E, por eles, fazer circular as mais diferentes formas de informação (Kenski,2015, p.23). Dessa forma, é necessário que os profissionais desenvolvam novas competências a fim de atuar nesse cenário, conforme apontam Costa e Prado (2015, p. 102):

As TDIC demandam conhecimentos diversos os quais são necessários para que o professor de matemática possa “raciocinar com”, “criar com” e “ensinar com” tecnologia. Ensinar, não apenas inserindo-as na sala de aula, mas integrando-as e explorando adequadamente o que elas potencializam para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

O uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática tem se mostrado cada vez mais relevante e eficiente para a melhoria do aprendizado dos estudantes. A utilização de ferramentas tecnológicas, como *softwares* de simulação, jogos educativos, plataformas de aprendizagem online, aplicativos e dispositivos móveis, tem o potencial de engajar os alunos, tornar o ensino mais dinâmico e interativo, além de facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos. Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 51) corroboram esse pensamento ao dizer que “a utilização das tecnologias digitais em Educação Matemática pode permitir a construção de ambientes de aprendizagem que favoreçam a colaboração e a interação social, o que pode levar a uma maior participação e motivação dos alunos”.

A BNCC enfatiza o desenvolvimento de competências e habilidades para utilizar tecnologias digitais de forma crítica e responsável, incorporadas em todas as áreas de conhecimento, com diferentes objetos de aprendizagem a fim de promover habilidades de compreensão, uso e criação de TDIC em várias práticas sociais, conforme destacado na competência geral 5.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

A BNCC também destaca a importância do uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de competências e habilidades específicas em Matemática relacionadas à coleta, organização, representação e análise de dados, bem como na realização e resolução de problemas matemáticos, como mostra a competência específica de Matemática para o ensino fundamental 5: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de

conhecimento, validando estratégias e resultados (BRASIL, 2018, p. 267)”. Para o Ensino Médio, a BNCC destaca “ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior (BRASIL, 2018, p. 528)”.

Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala a curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar *softwares* educacionais.

No entanto, é importante ressaltar que o uso de tecnologias no ensino de Matemática não deve ser visto como uma solução mágica para todos os problemas de aprendizagem. É necessário que os professores recebam capacitação e formação adequadas para utilizar as ferramentas tecnológicas de forma eficiente e integrá-las ao processo de ensino de forma harmoniosa.

Diversos pesquisadores têm se empenhado em formas alternativas de utilizar as TDIC dentro do ambiente escolar, tendo em vista seu grande potencial para transformar o ambiente de aprendizagem e revolucionar a forma de aprender e ensinar. Menegais et al (2022, p.4) cita que

a utilização das TDIC no espaço escolar pode ressignificar o conceito de conhecimento. A aprendizagem mediada pelas ferramentas tecnológicas, segundo Leung (2011) contribui para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, proporcionando a integração das TDIC de modo mais dinâmico e atrativo.

As TDIC têm desempenhado um papel cada vez mais importante no ensino de Matemática, proporcionando novas formas de aprendizagem e auxiliando os professores na tarefa de ensinar de forma mais eficaz. Ferramentas como *softwares* educacionais, jogos interativos, aplicativos para dispositivos móveis e plataformas online permitem aos alunos explorarem conceitos matemáticos de forma mais lúdica e interativa, ajudando a aumentar sua motivação e compreensão.

Com o avanço das tecnologias móveis, o celular tem se tornado uma ferramenta cada vez mais presente na vida das pessoas e, conseqüentemente, no ambiente de aprendizagem. Conforme aponta a pesquisa anual de TI da Fundação Getúlio Vargas (FGV) existem cerca de 447 milhões de dispositivos digitais em uso no Brasil, que tem por volta de 207 milhões de

habitantes, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); dos quais 205 milhões são computadores e tablets e 242 milhões são Smartphones, isto é, existe mais de 1 smartphone por habitante. O celular se tornou uma ferramenta indispensável na vida dos jovens e adolescentes, sendo utilizado não apenas para comunicação, mas também para acesso a informações, entretenimento e interação social. Para muitos jovens, o celular é uma extensão de si mesmos, um companheiro constante que os acompanha em todas as situações.

Os estudos realizados por Soares e Câmara (2016, p.220) apontaram que

os adolescentes passam mais da metade de seu dia conectados à internet e atribuem ao telefone celular um lugar de muita importância em sua existência chegando a estabelecer com ele uma relação de dependência. Sinalizaram também que o acesso ao telefone celular tem ocorrido ainda na infância, que sua posse independe de classe social, que este dispositivo tem assumido diferentes funções na vida dos adolescentes contemporâneos e que eles têm usado principalmente a via digital para comunicar-se ocasionando a diminuição da relação face a face.

Na sala de aula, os alunos usam o celular como uma parte do cérebro. Ao invés de copiar ou memorizar conteúdos, muitos optam por tirar fotos ou buscar informações na internet. Embora algumas escolas proibam o uso do celular em sala de aula, é difícil para os professores competir com a atratividade da tela usando apenas livros, quadros brancos e pincéis. No entanto, proibir o uso do celular pode ser uma medida ineficaz, já que muitos alunos consideram seus celulares inseparáveis. Mesmo que o uso do celular seja proibido em sala de aula, é provável que os alunos o usem fora dela de forma a compensar o tempo que ficaram sem ele.

É preciso que essa realidade entre os alunos seja aproveitada dentro do processo de ensino-aprendizagem. O professor deve alternativas para transformar o celular em aliado no ensino de Matemática, caso contrário ele poderá ser um inimigo. O uso excessivo do celular pode levar a problemas como isolamento social, falta de interação pessoal e até mesmo dependência. É necessário que os jovens sejam conscientizados sobre os limites do uso do celular e sobre a importância de equilibrar o tempo dedicado a atividades online com outras atividades offline, como esportes, leitura, interação com amigos e familiares, entre outras.

Cabe aos pais, educadores e responsáveis ajudar os jovens a entenderem como usar o celular de forma saudável e equilibrada, estabelecendo regras claras de uso e incentivando a participação em atividades que promovam o desenvolvimento social, cognitivo e emocional.

O uso de TDIC no ensino de Matemática tem se mostrado cada vez mais relevante e eficiente para o desenvolvimento dos alunos. As ferramentas tecnológicas permitem aos alunos experimentar situações matemáticas de forma virtual, além de personalizar o aprendizado,

engajar os alunos e promover a colaboração e a comunicação. Diante do inevitável uso das TDIC no ensino de Matemática, é necessário que os docentes ressignifiquem suas práticas docentes buscando conhecer cada vez mais os múltiplos saberes inerentes ao ato de mediar o processo de ensino e aprendizagem. É importante que os professores estejam capacitados para utilizar as ferramentas tecnológicas de forma eficiente, integrando-as ao processo de ensino de forma harmoniosa e equilibrada.

Nesse contexto, o GeoGebra surge como uma valiosa ferramenta, sendo classificado como um dos melhores e mais completos *softwares* usados para o Ensino de Matemática em Geral e, mais especificamente, para o ensino de Geometria Espacial. Diante de sua completude, abrangência e praticidade, torna-se uma poderosíssima ferramenta.

Na investigação “Tecnologias na Educação Matemática” utilizou-se uma abordagem qualitativa com metodologia pesquisa de Campo corroborada com investigação bibliográfica, usando sequência didática na resolução de problemas.

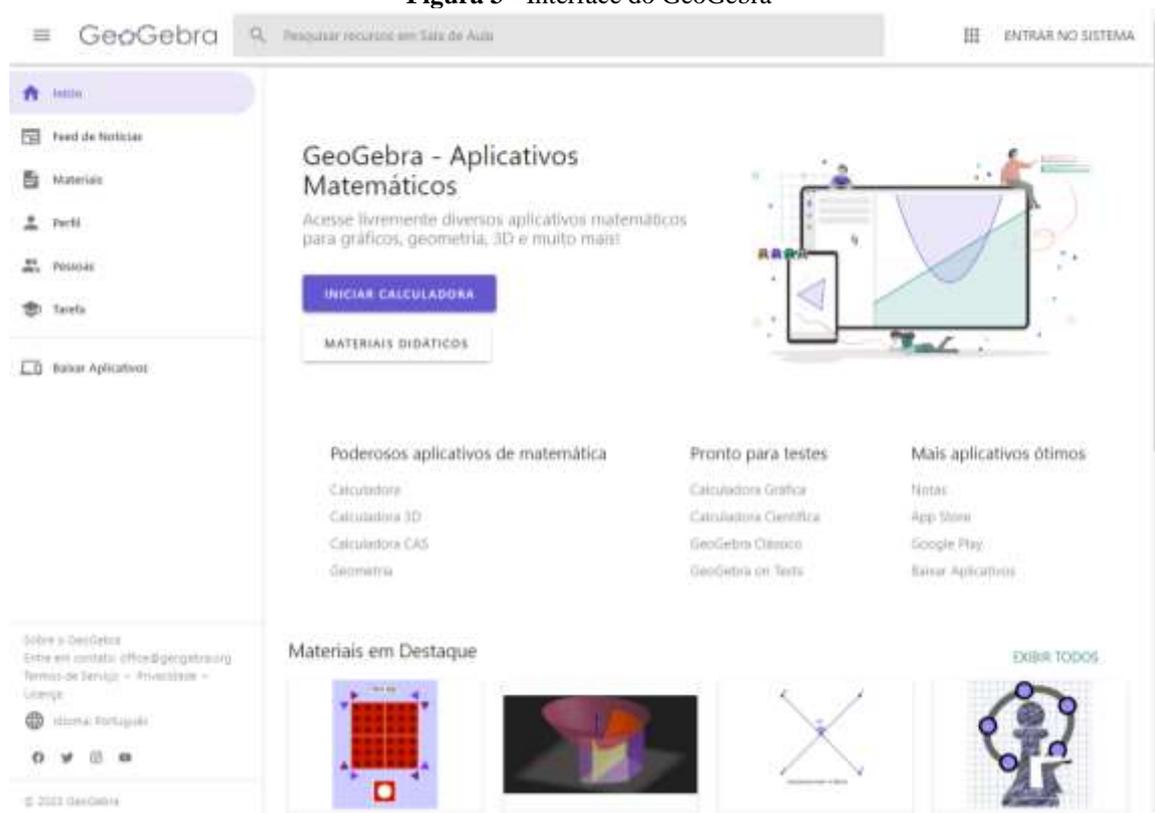
3.1 GeoGebra – Apresentação

Dentre as mais diversas ferramentas digitais disponíveis para serem utilizadas no ensino de Matemática, esta pesquisa trouxe o GeoGebra. Criado em 2001 por Markus Hohenwarter como tese para utilização na sala de aula, o “GeoGebra é um *software* dinâmico de Matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma” (GEOGEBRA, 2022). Desde então tem se tornado uma ferramenta popular em todo o mundo, estando presente em 190 países e traduzido para 55 idiomas.

O fato de ser uma ferramenta gratuita torna o *software* GeoGebra uma excelente opção para implementar novas abordagens no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, incluindo geometria, álgebra, cálculo e estatística. Isso permite que professores e alunos explorem esses conteúdos de forma interativa e visual, testem conjecturas e investiguem os conceitos matemáticos em sua construção do conhecimento.

O GeoGebra é uma ferramenta completa, personalizável e fácil de usar, podendo ser usado em uma variedade de plataformas, incluindo computadores, tablets e smartphones. Também pode ser utilizado *Online* através do site, conforme mostra a Figura 3, ou *offline* realizando o *download* para computador ou instalando o aplicativo no dispositivo móvel.

Figura 3 - Interface do GeoGebra



Fonte: captura de tela do site do GeoGebra³.

O GeoGebra permite a criação de construções geométricas usando pontos, retas, segmentos de reta, polígonos e outros objetos. Além disso, ele permite a inserção de funções e a alteração dinâmica desses objetos depois que a construção é concluída. Também é possível inserir equações e coordenadas diretamente na interface do programa e ele é capaz de lidar com variáveis para números, pontos e vetores, além de permitir a derivação e integração de funções e a busca por raízes e pontos extremos. Com isso, o programa combina ferramentas de geometria com outras mais voltadas para a álgebra e o cálculo. Essa abordagem permite que as características geométricas e algébricas de um mesmo objeto sejam visualizadas simultaneamente em um único ambiente, o que tem uma vantagem didática significativa.

3.2 Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Espacial

O GeoGebra é um *software* que abrange ferramentas para os diversos segmentos da Matemática. Nos últimos anos tem surgido diversas pesquisas como foco na sua utilização nas

³ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em 26 out. 2022.

práticas pedagógicas de ensino que obtiveram resultados bastante positivos. Oliveira e Cunha (2021, p. 6) relataram que:

O uso do *software* GeoGebra nas aulas de Matemática na aprendizagem do ensino de função é muito eficaz, levando o aluno a pensar e aprender de forma dinâmica e construtiva. O GeoGebra é um aplicativo que só tem a contribuir, além de disponibilizar uma variedade de ferramentas e possibilidades de visualização do conteúdo trabalhado. É importante a troca de conhecimento que o GeoGebra possibilita na aprendizagem dos alunos, assim se percebe a importância que faz o professor fazer o uso do GeoGebra nas aulas de Matemática.

O GeoGebra mostra-se como uma ferramenta valiosa para a aprendizagem de geometria, permitindo que os estudantes explorem conceitos de maneira interativa e visual. Os usuários podem criar e manipular objetos geométricos, o que lhes permite visualizar e explorar conceitos abstratos de geometria, como ângulos, distâncias e proporções. Isso ajuda a tornar a geometria mais concreta e tangível, permitindo que os estudantes vejam como os diferentes conceitos estão interconectados.

A utilização do GeoGebra também permite que os estudantes comuniquem e colaborem uns com os outros, compartilhando ideias e soluções por meio de apresentações e trabalhos em equipe. Isso ajuda a promover o pensamento crítico e a resolução de problemas em grupo, incentivando a experimentação e a criatividade, o que pode levar a novas descobertas e insights.

Em relação à geometria espacial, o GeoGebra pode contribuir significativamente para o aprendizado, uma vez que oferece vários recursos para construção e manipulação de figuras espaciais e para a representação de planificações de sólidos e seções transversais, o que é fundamental para o estudo de formas complexas e para a visualização de propriedades como áreas e volumes.

Silva (2018) realizou estudos a fim de analisar o uso do GeoGebra por meio de *smartphones* no ensino de Geometria espacial. O autor relata que a utilização do GeoGebra proporcionou aos alunos uma compreensão mais clara e significativa dos conceitos geométricos, o que não era alcançado pelo método tradicional de ensino e conclui que a intervenção com o GeoGebra mostrou que a utilização de recursos tecnológicos pode enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, levando os alunos a pensar matematicamente e se tornarem ativos na construção do conhecimento.

Finalizado o conteúdo programado, verificou-se que com o auxílio do GeoGebra os alunos conseguiram visualizar as propriedades e definições abordadas, com maior

facilidade. Tiveram várias percepções favoráveis, compartilhando seus conhecimentos matemáticos e formularam suas respostas por escrito. Na última atividade aplicada, a maioria das duplas já se mostrava segura nas suas explicações e na análise de cada gráfico, percebendo seus significados por meio da manipulação do GeoGebra (SILVA, 2018, p. 68)

A criação e a visualização de sólidos geométricos em três dimensões por meio do GeoGebra ocorrem de forma dinâmica e interativa através de recursos de rotação da figura e a opção de ocultar alguns elementos. Isso possibilita que os alunos explorem as propriedades dos sólidos e façam experimentações para compreender melhor os conceitos da geometria espacial. O programa também permite a criação de animações e simulações, que podem ser utilizadas para demonstrar conceitos abstratos de forma mais clara e didática.

Souza (2014, p. 60) relata em seus resultados que os alunos:

destacaram como principais pontos positivos uma melhor visualização dos sólidos, a oportunidade de estudar o conteúdo em questão de forma dinâmica, o fato de poder visualizar os sólidos sob várias vistas, além de destacaram que a linguagem utilizada nos tutoriais estava bem acessível.

Para realização da pesquisa, foram utilizados os computadores do laboratório de informática da escola investigada. Desde a pesquisa realizada por até os dias atuais, as TDIC sofreram transformações significativas. Hoje, não há mais tanta necessidade de um laboratório de informática para que elas sejam utilizadas em sala, pois há a presença de celulares que realizam quase tudo que um computador faz e estão presentes em uma parcela quase totalitária da população e, conseqüentemente, dos alunos. Esta realidade pode e deve ser aproveitada na adoção de práticas pedagógicas que incluam o GeoGebra no ensino de Geometria Espacial.

3.3 A pandemia de COVID-19

Em dezembro de 2019 a Organização Mundial da Saúde (OMS) teve conhecimento sobre uma nova cepa de coronavírus, até então nunca identificada em seres humanos, através de vários casos de pneumonia na cidade de Wuhan, na China. O vírus se disseminou principalmente por meio de gotículas respiratórias de indivíduos infectados, levando a muitos casos de infecção e mortes em todo o mundo.

O primeiro caso confirmado no Brasil ocorreu em fevereiro de 2020, a esta altura, a OMS já havia declarado Estado de Emergência de saúde pública de importância internacional, o nível mais alto de alerta. Em pouco tempo, a pandemia de Covid-19 se tornou um dos maiores

desafios da humanidade no século XXI, afetando não apenas a saúde pública, mas também a economia global, o sistema de saúde e a vida cotidiana das pessoas. A doença afetou especialmente os mais vulneráveis, como os idosos e aqueles com condições de saúde pré-existent.

Para conter a disseminação do vírus, governos em todo o mundo implementaram medidas de distanciamento social, como lockdowns e quarentenas, o que ocasionou em uma paralisação imediata das aulas em todas as escolas. Com o cenário piorando cada vez mais e sem previsão para o fim da pandemia, houve aumento no uso de tecnologias de comunicação digital, com muitas empresas e escolas adotando o trabalho remoto e a educação online. Isso representou um desafio significativo para professores e alunos, que tiveram que lidar com tecnologias e metodologias de ensino diferentes das habituais.

Apesar de o século XXI ser chamado de era digital, viu-se uma desigualdade social e educacional. Embora as tecnologias digitais tenham sido uma grande ajuda no processo de transição para o que ficou conhecido como ensino remoto, nem todos os alunos têm acesso a elas. Essa desigualdade foi destacada por Couto, Couto e Cruz (2020, p. 212):

As condições de vida são fatores que marcam e distinguem as pessoas. As inseridas e implicadas na sociedade em rede, que vivem ativamente as organizações ciberculturais, podem enfrentar o isolamento social com mais tranquilidade e aproveitar o recolhimento para desenvolver novas ações em todos os setores das suas vidas conectadas. Para essas pessoas o isolamento social pode ser criativo e festivo. De outro lado, populações excluídas ou que vivem precariamente a inclusão digital, encontram no isolamento social mais um fator de sofrimento, vulnerabilidade social, econômica, cultural e educacional.

A falta de contato físico e interação social na educação online afetou negativamente a saúde mental e o bem-estar de professores e alunos, que sofreram com diversos transtornos psicológicos, como ansiedade e depressão. Além disso, muitos professores tiveram dificuldade na execução de atividades realizadas de forma Online. Uma grande parte não era adepto à tecnologia e precisou se adequar ou reinventar durante esse processo.

Embora o ensino remoto tenha sido uma solução encontrada por muitas instituições de ensino durante a pandemia de COVID-19, houveram diversos desafios e limitações que fizeram muitos deduzirem que ele foi um fracasso. Dentre inúmeros argumentos para isso podemos citar o fato de muitos alunos não terem acesso a computadores, internet de qualidade ou mesmo um espaço adequado para estudar em casa, o que prejudicou sua capacidade de acompanhar as aulas remotas e, conseqüentemente, dificultou o engajamento deles, que foram gradativamente perdendo o interesse nas aulas; e falta de estratégias dos professores, que tiveram que

reassignificar suas práticas docentes de forma abrupta, sem capacitação prévia para novas ferramentas que lhes foram apresentadas ou a falta de habilidade no manuseio de tecnologias digitais.

Existem muitos aspectos ligados a esse momento marcante da história da humanidade que poderiam ser abordados, mas que não são de relevância para esta pesquisa. O propósito deste tópico é mostrar como a pandemia de COVID-19 evidenciou a disparidade entre a evolução das TDIC e o processo de educação, em especial Matemática, trazendo à tona a necessidade de repensar o modelo educacional atual e adaptá-lo às novas realidades. Muitos professores e educadores tiveram que repensar as metodologias de ensino e avaliação, e a pandemia também pode ter acelerado a adoção de tecnologias digitais na educação.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na sociedade moderna, o desenvolvimento de uma nação se encontra estritamente ligado ao nível de pesquisa científica que nela se realizam. Observa-se que os países de maior índice de desenvolvimento econômico são exatamente aqueles que conquistaram sua independência científica e tecnológica.

A pesquisa científica busca a construção e disseminação do conhecimento em prol da sociedade tanto respondendo algum problema ou redirecionando novas investigações. Na sistematização de uma pesquisa científica, é importante primar-se pelo rigor no levantamento de dados o rigor e critérios para o levantamento, tratamento e análise dos dados.

Fazer ciência é trabalhar simultaneamente com teoria, método e técnicas, numa perspectiva em que esse tripé se condicione mutuamente: o modo de fazer depende do que o objeto demanda, e a resposta ao objeto depende das perguntas, dos instrumentos e das estratégias utilizadas na coleta dos dados. À trilogia acrescento sempre que a qualidade de uma análise depende também da arte, da experiência e da capacidade de aprofundamento do investigador que dá o tom e o tempero do trabalho que elabora (MINAYO, 2012, p. 622)

A investigação se constitui numa excelente oportunidade do pesquisador valida suas hipóteses ou refutá-las e estabelecer novas suposições em busca de resolução do seu problema de pesquisa.

Como instrumentos de coleta de dados questionários fechados e entrevista semiestruturada com alunos da 3ª série do Ensino Médio. Também utilizou atividades de ensino para mediar o processo e avaliação para obter informações sobre o desempenho dos alunos.

4.1 Abordagem Metodológica Usada

Esta investigação tem uma abordagem qualitativa, pelo fato do pesquisador se constituir no elemento principal da investigação e focar essencialmente no estudo e na análise do mundo empírico em seu ambiente natural. Corroborando com essa ideia encontra-se em Godoy (1995, p. 52) que a pesquisa qualitativa se caracteriza por ter ambiente natural com fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; o caráter descritivo; o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida como preocupação do investigador e o enfoque indutivo.

A pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 49 apud COUTO, 2017, p. 11) exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora de nosso objeto de estudo.

A pesquisa qualitativa é uma atividade situada que posiciona o observador no mundo. Ela consiste em um conjunto de práticas interpretativas e materiais que tornam o mundo visível. Essas práticas transformam o mundo, fazendo dele uma série de representações, incluindo notas de campo, entrevistas, conversas, fotografias, gravações e anotações pessoais. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma postura interpretativa e naturalística diante do mundo. Isso significa que os pesquisadores desse campo estudam as coisas em seus contextos naturais, tentando entender ou interpretar os fenômenos em termos dos sentidos que as pessoas lhes atribuem. (DENZIN e LINCOLN, 2005a, p. 3)

Após muitas décadas polarização das concepções quantitativos/qualitativo, hoje as pesquisas podem ser realizadas de maneira quali-quantitativas, com alguns aspectos dos dois métodos. A natureza qualitativa de investigação tem envolvido metodologias diferentes dentro das ciências sociais e humanas.

A metodologia utilizada nesta investigação foi a pesquisa de campo, uma vez que o pesquisador buscou diretamente junto aos sujeitos de pesquisa, com o uso de instrumentos específicos, os dados de interesse para o estudo próprio para esta finalidade. O estudo de campo não permite isolar e controlar as variáveis, mas perceber e estudar as relações estabelecidas.

Corroborando com este estudo utilizou-se a pesquisa bibliográfica, uma vez que esta segundo Boccato (2006, p.266):

busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura

científico. Neste tipo de investigação, o pesquisador busca leitura em trabalhos sobre o seu tema de interesse que possui grande relevância, analisando as contribuições já existente sobre o objeto de estudo a ser pesquisado.

Ao realizar uma pesquisa bibliográfica, o pesquisador deve buscar referências teóricas que possuam grande relevância e que estejam relacionadas ao seu objeto de estudo. Ele deve ser capaz de identificar como e sob que enfoque ou perspectiva o tema já foi abordado na literatura, a fim de obter subsídios para a construção de seu próprio trabalho. Dessa forma, este trabalho buscou, por meio da pesquisa bibliográfica, realizar uma leitura crítica e analítica dos materiais encontrados, identificando e discutindo as várias contribuições científicas já publicadas sobre o assunto.

4.2 Sujeitos de Pesquisa e Instrumentos de Coleta de Dados

Os sujeitos de pesquisa foram constituídos por 100 (cem) alunos regularmente matriculados na 3ª série do Ensino Médio e 3 (três) professores de Matemática do Centro de Ensino Dorgival Pinheiro de Sousa.

A coleta de dados se deu por meio de uma intervenção pedagógica constituída pelos instrumentos descritos nas seções a seguir.

4.2.1 Questionários Semiabertos

Optou-se pela utilização de questionários, por ser uma técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões escritas. Para Gil (1999, p. 128-129):

a) possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio; b) implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores; c) garante o anonimato das respostas; d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente; e) não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado.

Os questionários, apresentados nos apêndices B, C e D, foram aplicados a professores e alunos. Para os alunos foram aplicados dois questionários: o primeiro com o objetivo de analisar as percepções que os discentes têm acerca dos conceitos de sólidos geométricos e o segundo para observar a opinião deles em relação à oficina ministradas. Para os professores foi

aplicado um questionário com o propósito de avaliar a compreensão dos professores acerca da relevância da Geometria Espacial no currículo escolar e verificar a opinião, crença, sentimentos e vidos pelos docentes em suas práticas pedagógicas.

4.2.2 Oficina

Foi realizada uma oficina com carga horaria de 20 (vinte horas) distribuída em 5 (cinco) encontros cada um com 4 horas, planejados conforme mostram os apêndices de E à I. Nestes encontros foram trabalhados conteúdos de Geometria Espacial com o auxílio do GeoGebra, obedecendo a seguinte organização:

1. Conteúdo
2. Objetivo
3. Competências e Habilidades
4. Tempo
5. Sequência Didática:
 - a) Verificação dos conhecimentos prévios dos alunos para a construção de novos conhecimentos,
 - b) Elaboração de atividades de ensino que contemplem o que os alunos já conhecem,
 - c) Organização da turma em grupos com três componentes,
 - d) Leitura, compreensão e definição das estratégias de resolução das atividades,
 - e) Realizações das atividades sob a supervisão e orientação do professor investigador,
 - f) Validação da atividade

Durante cada encontro foi feito uma exposição do conteúdo e em seguida proposto uma atividade aos alunos.

Ainda junto aos alunos, foram feitas observações do comportamento, declarações, expressões orais e faciais durante as atividades das oficinas e também as análises das atividades realizadas.

4.3 Local da Investigação

A escola investigada foi o Centro de Ensino Dorgival Pinheiro de Sousa, localizado no endereço: rua Simplicio Moreira, s/n, Centro – Imperatriz/MA. Possui uma área construída

por volta de 2.200 m², com 215 (duzentos e quinze) alunos matriculados na 1^a série do Ensino Médio, 142 (cento e quarenta e dois) alunos matriculados na 2^a série e 185 (cento e oitenta e cinco) alunos matriculados na 3^a série do Ensino Médio. Conta com Laboratório de Ciências; Sala de Informática inativa; Biblioteca em condições precárias, mas com um novo espaço em reforma; Auditório com recursos audiovisuais (Datashow e caixa de som) e capacidade para 70 a 80 pessoas sentadas e Datashow com sistema de áudio na maioria das salas de aula, que são climatizadas. A escola conta com 4 (quatro) professores de Matemática, incluindo o autor desta pesquisa. Dos três professores, todos tem Especialização e atuam há mais de 20 anos na docência em Matemática.

4.4 População/Amostra

Foram escolhidas as turmas da 3^a série do Ensino Médio para participar da pesquisa por já terem estudado o conteúdo de Geometria espacial na série anterior e na atual. Das 5 (cinco) turmas de 3^a série da escola, 4 (quatro) são do turno matutino e 1 (uma) do turno vespertino. Dos 185 alunos matriculados na 3^a série, 100 foram escolhidos de maneira aleatória para participara da pesquisa e para análise dos resultados tomou-se uma amostra aleatória de 40, representando pouco mais de 21% do total de alunos matriculados. Com relação aos professores, o questionário foi aplicado a todos os 3 (três) professores de Matemática da escola.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A proposta de estudo foi apresenta a todos os alunos da 3^a série, em cada turma, sendo selecionados aleatoriamente 100 voluntários para participar da pesquisa.

As próximas seções apresentam os resultados obtidos na etapa de intervenção pedagógica da pesquisa. São tratados os resultados obtidos no questionário aplicado aos professores, no questionário diagnóstico inicial aplicado aos alunos, na realização das oficinas e atividades propostas e no questionário final aplicado aos alunos que participaram das oficinas.

5.1 Questionário Aplicado aos Professores

Com relação ao questionário aos professores (ver apêndice B), o mesmo foi aplicado a 3 (três) professores de Matemática da escola. O questionário foi aplicado via formulário do

Google. Os professores receberam o link e acessaram pelo celular, estando todos juntos na sala de professores da escola. Além das respostas, também foram feitas observações orais. Os docentes foram designados por Prof.1, Prof.2 e Prof.3.

Prof.1: Formado em Matemática, com 25 anos de experiência na docência em escolas públicas no ensino fundamental e médio. O professor possui lato sensu em Matemática e física.

Prof.2: Formado em Matemática, com 27 anos de experiência na docência em escolas públicas no ensino fundamental e médio. O professor possui lato sensu em Metodologia de Ensino e Pesquisa nas Ciências Naturais: Biologia, Física e Química.

Prof.3: Formado em Matemática, com 20 anos de experiência na docência em escolas públicas no ensino fundamental e médio. O professor possui lato sensu em Didática do ensino superior.

Inicialmente perguntou-se aos professores, sobre a relevância de Geometria Espacial na grade curricular do Ensino Médio.

Como mostra o Gráfico 1, dos três professores, dois responderam que a Geometria Espacial é muito importante, enquanto um respondeu que ela é importante no currículo do Ensino Médio. Os três indicaram que a importância se deve à infinidade de aplicações práticas em uma ampla variedade de campos além de ser um conteúdo cobrado frequentemente no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que é a porta de acesso à Universidade.

Gráfico 1 - Relevância da Geometria espacial no Ensino Médio, segundo os professores



Fonte: pesquisa (2022).

O Prof.3 destacou que *“as habilidades em geometria, auxiliam os alunos tanto nos demais conteúdos de matemática como na percepção do mundo à sua volta, porque a Geometria espacial está em toda parte”*.

O Prof. 1 destacou que não marcou a opção “muito importante” porque a Geometria espacial *“vai ser mais necessária para alunos que vão seguir algumas carreiras específicas como engenharia, arquitetura e design”*.

O Prof.2 ressaltou que *“a Geometria espacial é extremamente essencial para o aluno compreender melhor o mundo à sua volta”*, enquanto o Prof. 3 concluiu que *“tanto em situações cotidianas como na carreira profissional o aluno precisará ter pelo menos noção dos conceitos básicos de geometria espacial”*.

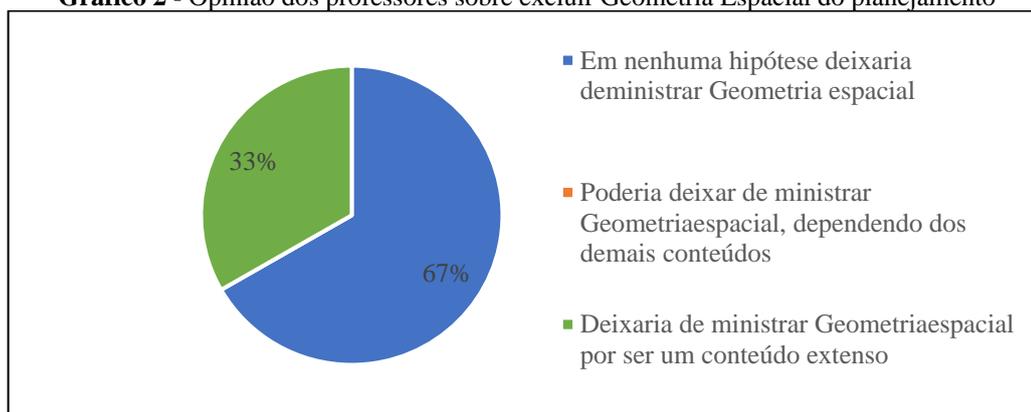
Na segunda pergunta, os professores foram questionados em qual etapa do Ensino Médio é abordado o conteúdo de Geometria espacial.

Todos os professores responderam que o conteúdo é abordado na 2ª série do Ensino Médio. Pelo currículo de Matemática do Maranhão, o conteúdo de Geometria Espacial fica dividido em duas partes da seguinte forma: Geometria espacial de posição e Poliedros são vistos na 2ª série e corpos redondos na 3ª série. Segundo os professores, eles costumam ministrar o conteúdo de corpos redondos na 2ª série para que o conteúdo de Geometria Espacial inteiro seja visto de forma contínua. Os professores relataram que a grade curricular de Matemática da 2ª série é muito extensa e, conseqüentemente, em algumas ocasiões acabaram deixando todo o conteúdo de Geometria Espacial para a 3ª série, contudo, ao longo dos anos eles adequaram o planejamento de tal forma que abordam o conteúdo por completo já na 2ª série.

No item 3 do questionário, perguntou-se aos professores se eles abordam Geometria plana antes de iniciar a espacial. Os três professores responderam que fazem uma revisão de Geometria plana, que é do currículo de Matemática do Ensino Fundamental, antes de iniciar o conteúdo de Geometria Espacial. Eles usaram as mesmas justificativas, onde relataram que os alunos chegam com uma enorme carência no conteúdo e muitos nem sequer estudaram Geometria plana no ensino fundamental. O prof.3 mencionou que, devido à este fato, em algumas turmas é preciso trazer o conteúdo completo e, por isso, o conteúdo de Geometria Espacial acaba ficando para o ano seguinte.

Prof.3: *“É impossível que o aluno aprende Geometria Espacial sem ter aprendido Geometria plana. Como muitos chegam ao Ensino Médio sem ao menos ter visto este conteúdo, acabo colocando Geometria Plana no currículo da 2ª série e deixo a Espacial para a 3ª série. Mas se para a 3ª série for outro professor, eu tento ajustar os demais conteúdos para ministrar toda a Geometria”*.

O Gráfico 2 apresenta as respostas dos professores para o quarto item do questionário, onde responderam se deixariam de ministrar o conteúdo de Geometria espacial devido à adversidades do calendário escolar.

Gráfico 2 - Opinião dos professores sobre excluir Geometria Espacial do planejamento

Fonte: pesquisa (2022).

Dois professores (67% aproximadamente) responderam que não deixariam de ministrar Geometria Espacial em hipótese alguma e o Prof.1 respondeu que deixaria de ministrá-lo por ser um conteúdo extenso.

O Prof.1 relatou que *“o conteúdo de Geometria Espacial é muito extenso, principalmente pela necessidade de revisar o conteúdo de Geometria Plana. Por isso, se o calendário escolar estiver muito apertado eu deixaria de ministrá-lo e ficaria para a 3ª série”*.

Podemos observar que mesmo o professor alegando que deixaria de ministrar o conteúdo na série atual, ele retomaria na série seguinte, mostrando a importância que os professores de Matemática dão a ele.

Na pergunta 5, os professores foram questionados de forma subjetiva sobre as principais dificuldades enfrentadas no ensino de geometria espacial no Ensino Médio.

Resposta do Prof.1: *“Ordem de colocação didática dos conteúdos”*.

Para o Prof.1 a maior dificuldade no ensino de Geometria Espacial é a ordem dos conteúdos no currículo do Ensino Médio, onde Geometria de Posição e Poliedros estão na 2ª série, enquanto Corpos Redondos está na 3ª série. Para ele, essa quebra na continuidade do conteúdo interfere negativamente, pois cria uma necessidade de nova revisão do conteúdo quando for abordar a parte da 3ª série.

Resposta do Prof.2: *“É justamente a falta de não ter tido contato com o conteúdo no Ensino Fundamental Menor e Maior”*.

Para o Prof.2 a principal dificuldade está ligada à falta de conteúdos que são pré-requisitos para aprender Geometria espacial em decorrência de não os ter estudado na etapa de ensino anterior. Segundo ele, o fato de o aluno não estudar a Geometria Plana no ensino fundamental acaba gerando uma necessidade de estudá-lo antes do contato com a Geometria

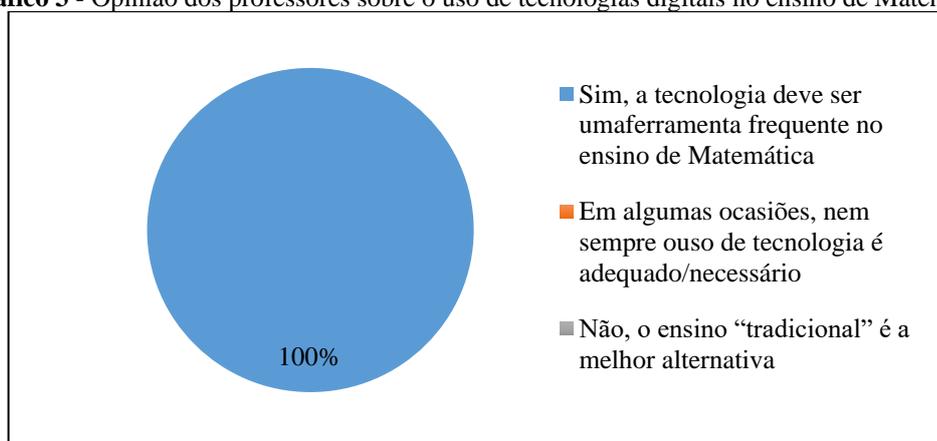
espacial e acaba gerando um atropelo de conteúdos para a 2ª série do Ensino médio, prejudicando o processo de ensino e aprendizagem.

Resposta do Prof.3: *“Pouco conhecimento dos estudantes de conceitos da Geometria Plana; Falta de Material para práticas (reciclamos, mas a manipulação em sistemas de computador, aplicativos, e em laboratório de Matemática, seria o ideal)”*.

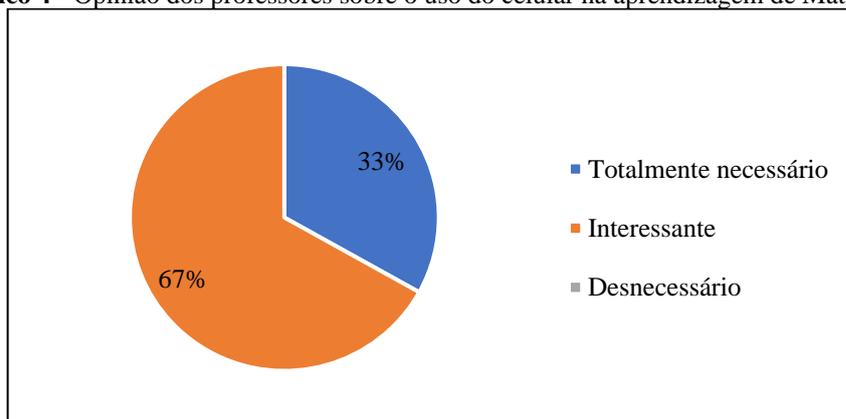
Segundo o professor 3 não existe apenas uma principal dificuldade, existe uma cadeia de processos que interfere drasticamente no ensino de Geometria espacial. Ele começa relatando que a falta do conhecimento de Geometria plana interfere, mas poderia ser sanada ministrando este conteúdo, contudo, acaba gerando um problema para o calendário escolar e, conseqüentemente, prejuízo no aprendizado do aluno. Também cita a falta de material para estudar a Geometria Espacial, pois estudar objetos tridimensionais em um quadro (que é um plano) se torna trabalhoso e confuso para os alunos. Ele fala que na escola até são utilizadas estratégias, porém acaba tendo bastante limitação pela falta de infraestrutura. Segundo ele, é imprescindível que os professores busquem estratégias tecnológicas para isso, pois além de facilitar a visualização para o aluno, vivemos em uma época em que este está mergulhado na tecnologia e há uma necessidade de trazermos isto para a sala de aula de uma forma didática e pedagógica.

Nas perguntas 6 e 7 os professores foram questionados sobre o uso de tecnologias digitais como ferramenta de ensino de Matemática e sobre o uso do celular do aluno como uma ferramenta de aprendizagem. Os resultados são apresentados nos Gráficos 3 e 4.

Gráfico 3 - Opinião dos professores sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática



Fonte: pesquisa (2022).

Gráfico 4 - Opinião dos professores sobre o uso do celular na aprendizagem de Matemática

Fonte: pesquisa (2022).

Os três professores entrevistados responderam que a tecnologia deve ser uma ferramenta frequente no ensino de Matemática. O professor 3 disse que as palavras usadas na questão anterior servem para esta, ressaltando que a educação precisa acompanhar todas as evoluções da sociedade a qual está inserida. Uma dessas evoluções é a tecnológica, que vem avançando de forma exponencial, enquanto o sistema educacional vai em desencontro, caminhando a passos lentos.

O Prof.1 disse que *“é preciso que o professor use a tecnologia a seu favor, em especial o celular do aluno, pois se este não for seu amigo certamente será seu inimigo”*. Ele relatou que existe uma enorme dificuldade em controlar o uso do celular por parte dos alunos em sala de aula, sendo necessário tomar medidas rígidas para isso.

Dois professores responderam que o celular é uma interessante ferramenta, mas não totalmente necessário e um respondeu que o celular é totalmente necessário. Independente se em menor ou maior escala, todos os professores defendem que o professor deve utilizar o celular do aluno como uma ferramenta no ensino de Matemática.

O prof.2 relatou que acha totalmente necessário porque *“o celular não é mais um acessório, mas sim parte do corpo do aluno. Sem o celular ele nem sequer vive”*. Diversos estudos apontam como jovens e adolescentes tem encontrado no celular uma justificativa existencial. *“O telefone celular, nas mãos dos adolescentes, comunica um estilo de vida, um recurso de entretenimento, uma busca por pertencimento e uma forma do jovem se inserir no mundo”* (VERZA, 2008, p. 89).

De maneira geral, os professores relataram que é importante aliar o celular à metodologia utilizada, mas tendo cuidado para que a aula não acabe em desordem. Mas todos ressaltaram que o celular é uma importante ferramenta sim, especialmente após a pandemia de

COVID-19, onde os alunos passaram 2 anos longe do prédio escolar, estando ligado à escola e todo o corpo docente apenas por meio do celular, o que criou uma espécie de vício.

Na oitava pergunta os professores foram questionados sobre seu domínio de equipamentos eletrônicos.

Dois professores responderam que utilizam equipamentos eletrônicos, em especial o celular, apenas para necessidades básicas, enquanto um respondeu que tem um médio grau de domínio. Essa é uma questão interessante, pois para que recursos tecnológicos sejam aplicados no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, é necessário que os professores dominem os recursos propostos.

Os três professores entrevistados estão no exercício da docência há mais de 20 anos, ou seja, todos acompanharam muitas transformações ocorridas no sistema educacional. Eles já eram professores quando a tecnologia ainda não era algo tão usual no meio da sociedade e do ambiente escolar e ainda estão em exercício nos dias de hoje, em que a tecnologia faz parte do dia a dia de cada aluno e do ambiente escolar. Eles relataram que para eles, a familiarização com a tecnologia não é tão natural como é a de jovens e adolescentes que tiveram contato com esses dispositivos desde muito cedo, assim, os alunos têm um domínio maior que dos próprios professores. Contudo, acreditam que com o passar dos anos, novos professores que surgirem terão familiaridade com diversos recursos e a tecnologia será algo mais presente no processo de ensino de Matemática.

O professor 2 expôs que *“é necessário que tudo isso seja abordado desde a formação inicial dos professores. Desde a graduação, passando pela pós-graduação e em formações continuadas é preciso que as TDIC sejam incorporadas a fim de que o professor tenha domínio para aplicá-las em sala de aula. Eu estou perto de aposentar, mas ainda assim, busco sempre novas ferramentas, sejam tecnologias digitais ou não, a fim de buscar maior atenção e concentração do aluno para a aprendizagem de Matemática”*.

A pergunta 9 questionou os professores sobre seu conhecimento em relação à aplicativos ou *softwares* que contribuem para o ensino de Matemática, enquanto na pergunta 10 restringiu-se à Geometria espacial.

Para a pergunta 9 a resposta do Prof.1 foi: *“Não ainda”*. Resposta do Prof.2: *“Pense + ENEM, Jamboard, kahoot., Geogebra”*. Resposta do Prof.3: *“Geogebra”*.

Os professores relataram que ensinar Matemática é um processo difícil e que a busca de recursos deve ser constante. Dentre alguns fatos que contribuem para essa dificuldade eles

citaram a deficiência de aprendizagem da Matemática básica, a falta de rotina de estudo, problemas sociais e salas superlotadas.

Na pergunta 10, o Prof.1 respondeu que não conhece e os outros dois responderam que conhecem o GeoGebra.

Percebe-se que o GeoGebra é um *software* bastante conhecido no meio dos matemáticos, porém ainda longe do cenário desejado em relação à divulgação para a comunidade acadêmica em geral. Os professores 2 e 3 relataram que conhecem o *software*, mas raramente o utilizam e defendem que ele deve ser mais explorado e utilizado no ensino de Matemática em geral, especialmente em Geometria.

Na última pergunta, os professores foram questionados sobre como o GeoGebra pode contribuir para a aprendizagem crítica e significativa de Geometria espacial.

Como o professor 1 não conhecia o *software* ainda, respondeu apenas que ele *“pode ser utilizado para complementação das metodologias aplicadas em sala de aula, a fim de tornar um aprendizado mais dinâmico, independente e interativo”*.

Resposta do Prof.2: *“Desperta o interesse. Atrai a atenção. Potencializa a autonomia. Estimula o processo de criação na busca de soluções. Transforma a aula, tornando-a mais dinâmica e prazerosa”*.

O professor 2, além de sua resposta, relatou que atualmente os jovens precisam de coisas que sejam bonitas aos olhos. Utilizar o GeoGebra vai atrair sua atenção, dando a possibilidade do professor bolar estratégias para usar isso a favor do aprendizado significativo do aluno. Além disso, ele defende que o uso do GeoGebra vai estimular a criatividade do aluno, uma vez que o processo de aprendizagem se dará de forma mais dinâmica e com seu celular, que é aquilo que mais faz parte do seu dia a dia.

Resposta do Prof.3: *“Colocando em prática (demonstração/simulações, exemplos) que no quadro branco são difíceis de serem demonstrados”*.

O professor 3 ressalta a dificuldade em se trabalhar figuras espaciais dentro de um plano (o quadro branco) e acha que o uso do GeoGebra contribuirá para uma melhor exposição e identificação dos elementos que fazem parte de um sólido. Ele destacou que o uso desse *software* vai contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico visto que terá maior autonomia e independência por parte do aluno, fomentando a criatividade e o desenvolvimento de suas habilidades.

5.2 Questionário Diagnóstico

Após a seleção dos alunos que sujeitos da pesquisa, foi realizada uma sondagem para verificar seus conhecimentos prévios. Para isso, foi aplicado um questionário com 9 questões sobre sólidos geométricos (apêndice C). O questionário foi aplicado em duas ocasiões, a primeira em 31 de agosto de 2022, com a participação de 58 estudantes, e a segunda em 1 de setembro do mesmo ano, com a participação de 42 estudantes.

Figura 4 - Segunda aplicação do questionário diagnóstico



Fonte: pesquisa (2022).

Inicialmente indagou-se sobre a diferença entre uma figura plana e uma espacial. Ao analisar as respostas percebeu-se que suas concepções eram extremamente superficiais, porém uma boa parte dos alunos mostrou um leve entendimento acerca dessa distinção, precisando de um embasamento melhor em relação à Geometria plana, que é imprescindível para a aprendizagem de Geometria espacial, e aos termos utilizados para aprofundamento acerca desta.

Para o aluno A5 “*Figura plana é quando uma figura apresenta dimensões, tipo figuras 3D. Exemplo: quadro. Figura espacial é quando apresenta três dimensões independente do ângulo. Exemplo: caixa.*”

Pode-se observar que o aluno não sabe definir o que foi perguntado, porém deu exemplos corretos acerca de cada um. Isto pode significar que o aluno não teve um aprofundamento significativo do conteúdo e não assimilou os conceitos primitivos, bem como termos empregados dentro da geometria.

Acheco e Andreis, 2018, relatam em seus resultados que o aprendizado superficial é uma das causas da dificuldade de aprendizagem matemática, sendo apontado pela maioria dos alunos entrevistados.

O uso do GeoGebra pode ser extremamente positivo para esse aluno, visto que a visualização da figura de maneira mais apropriada (do que seria em um quadro, que é um objeto plano) pode reforçar a sua noção básica e assim o aprofundamento do conteúdo.

Para o aluno A7 *“Plana: quando a figura é reta; Espacial: quando é para soma o que a na area como uma " sala de escola”*.

Inicialmente podemos abrir um parêntese para analisar um grave problema que não é foco da pesquisa, mas é gravíssimo e decisivo em relação à aprendizagem matemática: dificuldade ortográfica e gramatical. É bem provável que a ideia do aluno seria escrever a frase da seguinte maneira *“Plana: quando a figura é reta; Espacial: quando é para somar o que há na área como uma "sala de escola”*. Um aluno que não é proficiente em leitura e escrita, dificilmente aprenderá significativamente a Matemática de maneira geral.

Quanto ao conteúdo abordado, podemos verificar que o aluno empregou a palavra “reta” não no sentido do elemento geométrico, mas no sentido popular da palavra que seria “algo que não está torto”. Isso mostra uma leve noção quanto à definição de figura plana, mas uma enorme defasagem em relação à Geometria plana, o que se confirma na definição em relação à figura espacial, utilizando erroneamente a palavra “área” referindo-a à um espaço, além de empregar a palavra “soma” de maneira inconsistente.

Em seus resultados, Acheco e Andreis, 2018, também observaram a enorme influência que a dificuldade de leitura e interpretação e defasagem no aprendizado de conteúdos anteriores tiveram.

Percebeu-se também que, na maioria das respostas, apareceu a questão da falta de compreensão e interpretação e a falta de compreensão de determinados conteúdos, pois, tanto alunos quanto professores, colocaram que geralmente os alunos não se lembram de conteúdos das séries anteriores (Acheco e Andreis, 2018, p. 117).

Para estes alunos é necessário que seja feito um trabalho de embasamento, desta forma o uso do GeoGebra deve acontecer de forma gradual, trazendo conceitos básicos de geometria até chegar à Geometria Espacial. Contudo, o ideal nem sempre é aplicável à realidade, principalmente na educação que sofre com muitos problemas, dos quais podemos citar as salas superlotadas que torna o trabalho individual mais difícil. Assim, o professor deve buscar formas de abranger tanto um aluno como o A7 quanto um aluno como o A5.

Dessa forma, o uso do GeoGebra se torna uma ferramenta positiva, pois por ser interativo e ter o aluno como protagonista, facilita ao professor abranger os alunos de forma geral e individual. Além de que, a realidade virtual permite ao aluno ter um maior vislumbre

daquilo que é lhe apresentado, como elementos e conceitos geométricos dentro de uma figura espacial.

Na segunda questão perguntou-se aos participantes da pesquisa o que era um poliedro. Considerando as respostas com fundamento, 23 alunos da amostra definiram este sólido geométrico de forma correta. Porém, ainda assim, uma grande parte respondeu de forma bastante superficial e não soube usar termos adequados.

Aluno A11: “*sólido com três dimensões*”.

Percebe-se que este aluno deu uma resposta correta, mas bastante superficial o que dificulta inferir se ele compreende o que sua própria resposta diz. Pode-se dizer que o aluno possui uma noção básica a respeito do que é uma figura espacial, mas não conhece os elementos que a compõem, o que afetará no seu entendimento a respeito das medidas de área da superfície e volume. A utilização do GeoGebra vai permitir a este aluno virtualizar as três dimensões em um espaço adequado, facilitando a ele observar, identificar e compreender os elementos que constituem um poliedro.

Resposta do aluno A31: “*É uma figura geométrica*”.

A resposta deste aluno evidencia claramente que ele não conhece um poliedro e, conseqüentemente, os elementos que o compõe, assim como os tipos de poliedros e suas medidas. O simples uso do GeoGebra para ministrar o conteúdo provavelmente não seria eficaz para esse tipo de aluno. É necessário um trabalho diagnóstico a fim de detectar a(s) possível(eis) causa(s) dessa defasagem de conteúdo e, assim, incorporar um trabalho teórico aliado ao *software*. É importante que o professor esteja atento às necessidades individuais de cada aluno e utilize estratégias diferenciadas de ensino para que todos possam compreender o conteúdo de maneira efetiva. O uso do GeoGebra pode ser uma ferramenta valiosa para auxiliar no processo de aprendizagem, mas é necessário que seja utilizado de forma integrada com outras estratégias pedagógicas, criando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e interativo, que favoreça a compreensão do conteúdo por parte de todos os alunos.

Na questão 3 foi dada a figura de um cilindro para eles citarem seu nome e a figura plana que constitui sua base. Um quantitativo de 12,5% dos alunos da amostra respondeu que não sabiam, 7,5% responderam incorretamente, 65% deles respondeu corretamente e os demais erraram ou a base ou o nome do cilindro. Possivelmente, a grande maioria dos alunos respondeu corretamente pelo fato do cilindro, que é um corpo redondo, apresentar poucos elementos, apenas as bases e uma superfície lateral.

Resposta do aluno A8: “*Uma figura circular. Um cilindro*”.

De fato, a base é uma figura circular, mas especificamente é um círculo. Existem diversas outras figuras circulares que não são círculos. Nota-se que esse aluno tem um déficit de aprendizagem em relação à geometria plana, apesar de que estudou e conhece o significado de circular.

Resposta do aluno A22: *“Um cubo, a parte de baixo”*.

O aluno A22 mostra um desconhecimento grave em relação aos corpos redondos. Além de chamar o cilindro de cubo, respondeu que a base da figura é a “parte de baixo”. De maneira geral, os alunos estão habituados a entender a “parte de baixo” da figura como sendo um plano paralelo ao chão da sala de aula, pois é a referência deles. Utilizar o GeoGebra pode trazer aos alunos uma visão mais ampla do que significa base de uma figura, entendendo que a base de uma figura pode não estar relacionada ao referencial terrestre, mas sim aos planos que compõe o sólido em questão, através da rotação da figura dentro do *software*.

Na questão 4, foi apresentada a figura de um Octaedro regular e perguntou-se quais os polígonos que compõem suas faces. Apenas 15% dos alunos da amostra responderam corretamente, enquanto 80% citaram triângulos, mas nem sempre a quantidade correta e quando a citavam corretamente, acrescentavam outros elementos. Apenas 5% responderam que não sabiam.

Resposta do aluno A37: *“8”*.

O aluno respondeu a quantidade corretamente, mas não citou que são triângulos, o que evidencia que ele até visualizou a figura corretamente e, possivelmente, não se atentou à pergunta ou não a interpretou corretamente.

Resposta do aluno A26: *“A figura possui oito lados, ou é octógono ou octaedro”*.

A resposta desse aluno demonstra mais uma vez um problema gramatical grave (a palavra “possue”) e a dificuldade de diferenciar um plano bidimensional de um espaço tridimensional ao citar que é um octógono ou um octaedro. Além disso, é possível que o aluno tenha dificuldades em compreender a geometria espacial e suas propriedades. Nesse aspecto, o GeoGebra se mostra uma importante ferramenta que permite ao professor ilustrar de forma visual e interativa os conceitos de planos e sólidos geométricos.

Uma grande parte dos estudantes respondeu triângulos e quadrilátero ou quadrado, evidenciando um problema de visualização da figura. Este quadrilátero citado é o espaço limitado pelas faces do octaedro, na qual as arestas constituem um quadrilátero, porém, ele não constitui uma face do poliedro em questão. Isto significa que o aluno tem uma visão errônea do que é uma face de um poliedro. O uso do GeoGebra vai facilitar ao aluno visualizar

corretamente a composição de um sólido, identificando os polígonos que compõem suas faces e quantidade destes.

Na questão 5 foram dados dois sólidos, uma pirâmide de base quadrangular e um tronco de pirâmide, para os alunos indicarem apenas os polígonos que compõem as faces laterais de cada um e a quantidade delas.

Identificou-se mais uma vez um problema de interpretação textual dos alunos, visto que 30% dos alunos responderam que o primeiro sólido era uma pirâmide quando se pediu apenas a figura que forma as faces laterais. No entanto, é importante destacar que 40% dos alunos responderam corretamente qual a figura que forma as faces laterais, embora alguns deles não tenham indicado a quantidade correta.

Por outro lado, 15% dos alunos deram respostas sem sentido, como o aluno A31 que respondeu “3, são as bases q forma ela, 2, o topo e a parte de baixo”. Estes alunos demonstram uma compreensão equivocada dos conceitos relacionados aos sólidos geométricos. Nesse sentido, é fundamental que o professor realize atividades que possibilitem a construção de conhecimentos sólidos e coerentes, a partir de diferentes estratégias pedagógicas aliadas ao uso do GeoGebra, tais como resolução de problemas e exploração de materiais concretos, a fim de minimizar essas dificuldades e garantir uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

O aluno A1 respondeu “4 fases laterais cada a, b , (a)triângulo (b)triângulo cortado como se fosse um cubo”.

Na primeira parte o aluno responde corretamente a quantidade de faces e a figura que forma a lateral da pirâmide, o triângulo. Porém, na segunda parte da resposta ele refere-se ao corte de um triângulo, que faz sentido, pois o tronco de pirâmide é obtido a partir de uma secção transversal de uma pirâmide, mas cita um cubo. Isto evidencia o que se discutiu nas respostas de questões anteriores, a dificuldade do aluno em diferenciar as figuras planas das espaciais, pois estas estão representadas dentro de um plano. O uso do GeoGebra contribuirá para que esse aluno consiga entender que as figuras espaciais são constituídas de figuras planas.

Na questão 6 foi apresentado um icosaedro aos alunos para que identificassem a quantidade de faces laterais e qual o polígono que as compõe.

Apenas 10% dos alunos responderam que não sabiam, enquanto todos os outros responderam que eram triângulos, dizendo a quantidade corretamente ou não. Nas questões 4, 5 e 6 foram dadas figuras compostas por triângulos a fim de ser óbvio para investigar se o aluno tem o entendimento que diferentes sólidos podem ser formados a partir de polígonos

semelhantes. É instigante observar que as respostas foram mais coniventes no icosaedro que nas figuras anteriores.

Resposta do aluno A25: “20 triângulos regulares”.

Resposta do aluno A17: “dezesseis faces triangulares”.

O aluno A25 respondeu corretamente, enquanto o aluno A17 acertou o polígono e errou a quantidade, o que ressalta a dificuldade de visualizar uma figura espacial representada em um plano. Neste caso, o GeoGebra se torna positivo por permitir explorar a figura em diferentes perspectivas, podendo rotacioná-la.

Na questão 7 foi apresentada a figura de um prisma trapezoidal para que os alunos indicassem seu nome e o polígono que compõe sua base. Apenas 10% dos alunos responderam corretamente o nome do sólido e 15% responderam que não sabia.

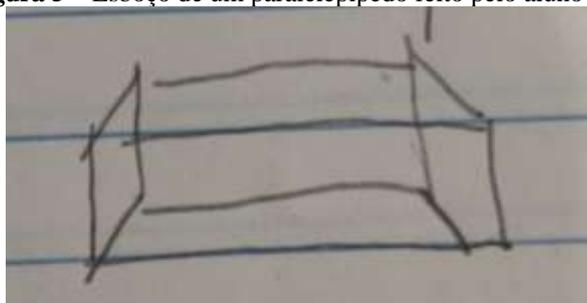
Os 75% restante deram respostas confusas ou superficiais. O aluno A37 por exemplo deu a seguinte resposta: “Um quadrangular, base retangular”.

A maioria dos alunos utilizou a palavra quadrangular ou algo relacionado, ressaltando a dificuldade dos alunos em analisar as características tridimensionais dos sólidos geométricos e observando apenas a primeira imagem que é observada, justamente pelo fato do sólido estar representado em um plano.

Observou-se que um dos alunos, ao ver o prisma trapezoidal apresentado na questão 7 comparou com o tronco de pirâmide da questão 5 e exclamou a seguinte frase: “*control c control v*”, que são comandos utilizado para copiar e colar objetos no computador. Na mente do aluno, as duas figuras eram iguais, mostrando que ele não consegue diferenciar as particularidades de cada figura atentando-se apenas aos tipos de figuras planas em cada uma, mas não a quantidade destas. O aluno observou que ambos os sólidos possuíam trapézios, mas não soube discernir que em um o trapézio é a base, enquanto no outro é face lateral. Neste aspecto, a possibilidade de explorar a figura de diversas formas no GeoGebra ajudará o aluno a diferenciar os tipos de faces de um sólido e identificá-las.

Na questão 8, pediu-se que os participantes da pesquisa fizessem o esboço de um paralelepípedo. Alguns alunos responderam que não sabem e pelas construções apresentadas pelos demais, percebeu-se que os mesmos têm um conhecimento prévio a respeito desse sólido, mas a maioria ainda faz confusão em relação à característica tridimensional dos sólidos. Pode-se considerar que 85% dos alunos esboçaram de forma correta, tendo em vista que alguns detalhes aconteceram devido à falta do que podemos chamar de dom artístico, enquanto 10% responderam de forma errada e 5% disseram que não sabiam.

Figura 5 – Esboço de um paralelepípedo feito pelo aluno A39



Fonte: pesquisa (2022).

Sob uma perspectiva criteriosa podemos dizer que o desenho feito pelo aluno A39 está incorreto por fatores como, por exemplo, algumas arestas incompletas, não existem faces paralelas e congruentes, algumas faces não são paralelogramos, etc. É bem provável que ele tentou desenhar paralelogramos, mas acabou se precipitando ou não atentando aos detalhes de algumas arestas. Contudo, sem atentar a detalhes, podemos dizer que esse aluno sabe identificar o que é um paralelepípedo e as figuras planas que o compõem, havendo a necessidade de um aprofundamento em relação à estas sobre, por exemplo, o paralelismo entre as faces e o perpendicularismo e ângulos entre as arestas.

A Figura 6 apresenta a resposta do aluno A20 para a questão 8. Observa-se este aluno tem noção de que um paralelepípedo é formado por retângulos (paralelogramos), mas não conhece sua estrutura de maneira significativa. O uso do GeoGebra vai salienta a este aluno a disposição espacial das figuras planas que compõem o paralelepípedo.

Figura 6 - Esboço de um paralelepípedo feito pelo aluno A20

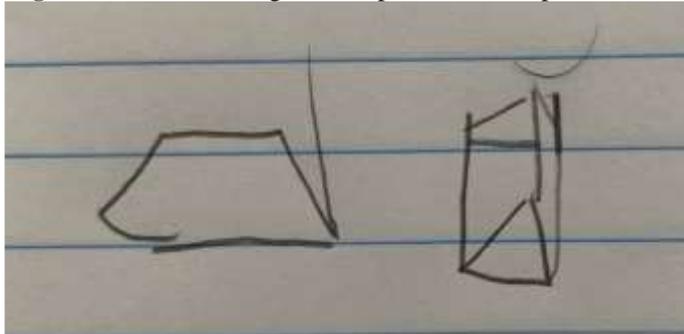


Fonte: pesquisa (2022)

Na nona e última questão, pediu-se aos alunos que fizessem o esboço de dois prismas, um de base triangular e outro de base trapezoidal. Foi apresentado um prisma de base trapezoidal na questão 7 a fim de analisar se os alunos conseguiriam fazer uma associação ou se, por um acaso, algum deles não lembrasse de imediato seu nome, esta questão o faria lembrar.

Observou-se que 77,5% dos alunos responderam de forma correta pelo menos um dos sólidos. Durante a primeira aplicação do questionário alguns alunos exclamaram: “basta lembrar de uma barra de ouro”, então provavelmente isto possibilitou a muitos responderem corretamente. Além disso, 15% dos alunos responderam que não sabiam e os demais fizeram desenhos errados.

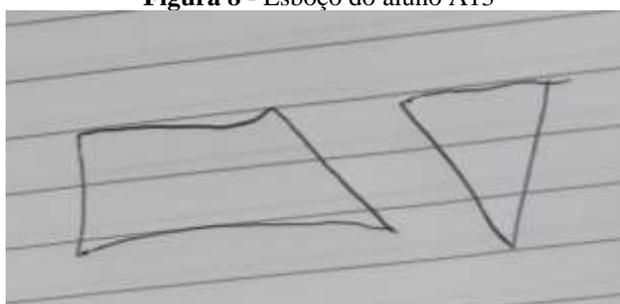
Figura 7 - Prismas triangular e trapezoidal feitos pelo aluno A4



Fonte: pesquisa (2022)

O aluno A4 respondeu corretamente sobre o prisma triangular, mas incorretamente sobre o prisma trapezoidal. Contudo, como mostra a figura 6, ele desenhou um trapézio corretamente, mostrando conhecer esta figura plana e saber relacionar o nome do prisma a isto. O fato de não concluir o desenho pode estar ligado ao desconhecimento da definição de prisma ou ao não ter habilidade para desenhar.

Figura 8 - Esboço do aluno A13



Fonte: pesquisa (2022)

O aluno A13 desenhou apenas um trapézio e um triângulo, mostrando conhecer estas duas figuras planas. Dessa forma, pode-se inferir que ele não conhece a definição de um prisma, salientando mais uma vez a dificuldade dos alunos em estudar figuras tridimensionais desenhadas em um plano.

Após a aplicação do questionário diagnóstico, foi observado que os alunos apresentam, de modo geral, uma enorme deficiência no conhecimento de Geometria plana, o que resulta também em dificuldades em relação à Geometria espacial. Além disso, mesmo possuindo noções básicas nessas áreas, eles apresentam dificuldade na visualização e interpretação de figuras tridimensionais quando apresentadas em meios planos. Portanto, o uso do GeoGebra se mostra como uma ferramenta promissora no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, tanto em seu contexto geral como na Geometria espacial.

5.3 Realização da Oficina e Análise das Atividades

A oficina realizada com os alunos selecionados para a pesquisa foi composta por 5 encontros, com duração de 4 horas cada um e a aplicação de uma atividade em cada encontro. Para atender a todos os alunos de forma significativa, cada encontro foi dividido em duas partes de 2 horas, em que metade dos alunos participou em cada uma. Em ambos os momentos, foi apresentado o mesmo conteúdo e realizada a mesma atividade para cada grupo de alunos. Para realização das atividades, os 50 alunos de cada grupo foram organizados em 16 equipes de 3 alunos e 2 equipes de dois alunos, totalizando 32 trios e duas duplas, que permaneceram fixos desde o primeiro até o último encontro. Essa estruturação permitiu uma interação colaborativa entre os alunos, além de possibilitar uma melhor observação e acompanhamento por parte do pesquisador. As equipes foram designadas por E1, E2, E3 e assim por diante, até a E34.

Para cada encontro da oficina, foi elaborado um plano de aula com metodologia e atividades próprias e competências e habilidades segundo a BNCC. Os planos encontram-se nos apêndices de E à I.

Os dois primeiros encontros foram realizados nos dias 14 e 21 de setembro de 2022, respectivamente. Ambos tiveram o objetivo de revisar os principais conteúdos da pesquisa: geometria plana e geometria espacial. As atividades aplicadas foram utilizadas como preparação para as etapas seguintes da oficina e não se constituem como objetos diretos de estudo. Sendo assim, não é necessário aprofundar a discussão sobre as respostas obtidas nessas atividades para os fins desta pesquisa.

No primeiro encontro apresentou-se a proposta de estudo aos alunos participantes da pesquisa e deu-se início às atividades programadas.

Foi realizada uma revisão dos principais conceitos da Geometria Plana, levando em consideração as principais figuras planas e o cálculo de suas respectivas áreas (ver apêndice A).

Objetivou-se revisar conceitos básicos de Geometria, com o intuito de reforçar a memória dos alunos e minimizar as dificuldades em relação à Geometria espacial.

Em geral, os alunos demonstraram empenho e engajamento na resolução da atividade, apresentando um desempenho satisfatório. Durante a atividade, surgiram algumas dúvidas, porém, o pesquisador optou por não interferir significativamente, permitindo que os próprios alunos buscassem soluções e se ajudassem mutuamente.

No cálculo da área de algumas figuras, por exemplo, muitos alunos perguntaram como fazer. O pesquisador buscou ajudar realizando perguntas do tipo “Que figura é essa?”, “O que significa área de uma figura?” e “Como se calcula a área desse tipo de figura?” a fim de instigar o pensamento crítico e capacidade de investigação. Muitos pesquisaram na Internet, enquanto outros perguntaram aos colegas.

No segundo encontro realizou-se uma revisão sobre Geometria Espacial, com ênfase em conceitos tridimensionais acerca de geometria de posição e na identificação dos principais sólidos geométricos. Também foram abordadas medidas de área da superfície e volume desses sólidos. O planejamento do encontro pode ser observado no apêndice B.

A turma foi organizada em uma roda de debate para discussão da atividade 3 pelos trios de alunos.

Durante a atividade, foi proposto aos alunos que observassem a presença da Geometria espacial em seu cotidiano e que identificassem os sólidos geométricos em diversas formas e objetos do dia a dia. Através da projeção de slides, imagens em livros e desenhos no quadro, os alunos foram estimulados a associar os sólidos geométricos a figuras que encontram no seu ambiente. O objetivo da atividade foi analisar a percepção dos alunos em relação à Geometria espacial e avaliar se são capazes de reconhecer e identificar essas formas tridimensionais em seu entorno. A validação da atividade aconteceu na forma de um debate. As perguntas foram lidas pelo professor pesquisador e cada grupo, constituído de 3 alunos, deu sua contribuição.

Para o item a foram dadas muitas respostas significativas das quais podemos citar: formato das casas, prédios, ônibus, sol, geladeira, a sala de aula, a caixa de mídia da sala de aula, o ar-condicionado, as canaletas que comportam os fios.

Um dos alunos citou o quadro branco. Nesta ocasião, o pesquisador explicou que o quadro é tridimensional, mas pode ser considerado um objeto plano, tendo em vista que a sua espessura é considerada desprezível em relação às demais dimensões (comprimento e largura).

Em relação aos itens b e c os alunos tiveram um repertório menor de respostas, mas ainda assim cada grupo deu pelo menos uma contribuição. Isso mostra que, apesar da

dificuldade de aprendizado ou mesmo o desinteresse, eles veem importância do conteúdo. Podemos destacar a resposta de um aluno que disse: “eu preciso aprender porque quero ser arquiteto, então preciso usar todo tipo de forma geométrica”. Outro grupo mencionou que “a Geometria está presente em toda parte, tanto em objetos construídos pelo homem como na natureza, tudo tem uma forma geométrica”.

Quanto ao item d, foi unânime a opinião de que o professor deve adotar o uso de tecnologias digitais nas aulas de Matemática. Ouviu-se várias frases como “ficar escrevendo no quadro está muito chato, é preciso inovar”, “as aulas são chatas, sempre a mesma coisa” e “não sei onde usar isso”. Com isso podemos ver o desinteresse e a desmotivação dos alunos em aprender Matemática.

Vários autores explanam acerca da necessidade de se ter um aluno estimulado. De acordo com Bicudo (1999), o interesse por aprender Matemática é um aspecto essencial para o sucesso do processo educativo. O interesse é uma motivação intrínseca, que envolve o desejo de aprender algo pelo prazer que isso proporciona e pela satisfação pessoal de superar desafios. A autora ainda argumenta que é essencial que a Matemática seja trabalhada de forma a despertar o interesse dos alunos, para que estes não encarem o estudo da disciplina como algo mecânico e desinteressante.

Ainda segundo Bicudo (1999), o interesse dos alunos pela Matemática pode ser influenciado por diversos fatores, como o modo como o conteúdo é apresentado, a relação entre professor e aluno, a qualidade das atividades propostas, entre outros, destacando que é importante os professores estarem atentos a esses aspectos e buscarem criar um ambiente de aprendizagem que estimule o interesse e a curiosidade dos alunos, promovendo a participação ativa dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem.

Neste aspecto o uso do GeoGebra se mostra como uma ferramenta conveniente para a aprendizagem de Geometria espacial, pelo seu aspecto dinâmico, interativo e colaborativo, que pode despertar no aluno desejo e motivação em aprender Matemática.

Após os dois primeiros encontros e com os resultados do questionário diagnóstico, constatou-se que os alunos estavam com uma grande deficiência em relação ao conteúdo, tanto de Geometria plana quanto de espacial. Dentre alguns fatores, podemos citar que alguns deles não estudaram os conteúdos em séries anteriores, além do fato de que eles cursaram o 9º ano do ensino fundamental e o 1º ano do Ensino Médio nos anos da pandemia de COVID-19, isto é, em aulas remotas, onde a grande maioria nem sequer participou. Dessa forma, para a obtenção de resultados precisos, foi dada ênfase em poliedros, excluindo corpos redondos do

planejamento de atividades. As atividades propostas também foram elaboradas de uma forma bem simplificada, clara e objetiva, a fim de observar a desenvoltura dos alunos em relação ao GeoGebra.

O terceiro encontro ocorreu no dia 26 de outubro de 2022. Nele, o GeoGebra foi introduzido como ferramenta de aprendizagem de Geometria espacial. Realizou-se uma apresentação do *software* e suas ferramentas, mostrando os aplicativos, os menus de interação e a sua interface, através da projeção do notebook por meio de um Datashow, onde os trios de alunos também acompanhavam através do aplicativo GeoGebra instalado em seus celulares.

Foi realizada uma explanação sobre o GeoGebra, mostrando que ele é uma suíte de aplicativos. Explicou-se que cada aplicativo é referente à uma área da Matemática. Para nosso estudo, o aplicativo de interesse é o chamado “Calculadora 3D”, utilizado para objetos em três dimensões.

Durante os encontros anteriores os alunos já haviam sido instruídos a realizar download do aplicativo “GeoGebra clássico” em seu celular, dessa forma não seria necessário conexão com a internet para realização das atividades. O aplicativo GeoGebra está disponível tanto para Android quanto para iOS.

Nessa oportunidade explicou-se aos alunos o motivo de solicitar o aplicativo GeoGebra clássico em seu celular, pois ele é o que reúne toda a suíte de aplicativos. Levantou-se a possibilidade de os alunos instalarem apenas o aplicativo “Calculadora 3D” do GeoGebra, porém, houve relatos de que ele apresentava problemas em alguns dispositivos e versões de Android.

Figura 9 – Exemplo da construção de um paralelepípedo utilizando o GeoGebra



Fonte: pesquisa (2022).

Para uma melhor compreensão, foi demonstrado o exemplo da construção de um paralelepípedo com o GeoGebra, mostrando os passos para construção, porém de forma pouco detalhada, pois na atividade 4 eles deveriam construir um. O tutorial para construção de um paralelepípedo é apresentado em um vídeo elaborado pelo autor desta pesquisa⁴.

Durante a apresentação da interface e recursos do GeoGebra houve poucas perguntas. Os alunos pediram algumas vezes para repetir os passos mostrados. Após isso, iniciou-se a aplicação da atividade.

Na atividade, foi solicitado que os alunos construíssem um cubo com aresta medindo 2cm, realizassem sua planificação e calculassem o volume e a área de sua superfície. A expectativa é que os alunos construíssem o cubo de acordo com os passos mostrados no apêndice J. Durante a realização da atividade, observou-se que os alunos tiveram facilidade em utilizar as ferramentas do GeoGebra, o que possibilitou um trabalho em equipe colaborativo. Foi feita uma intervenção mínima para que os alunos pudessem trabalhar de forma autônoma e compartilhar suas ideias. Para uma maior compreensão do conteúdo, solicitou-se que os alunos realizassem os cálculos de volume e área da superfície no caderno, a fim de comparar os resultados obtidos pelo aplicativo com os cálculos manuais.

Entre o segundo e o terceiro encontro, houve um intervalo significativo, o que gerou dúvidas em muitos alunos sobre como calcular as medidas solicitadas na atividade. Entretanto, os alunos conseguiram superar essas dificuldades através da pesquisa pela internet e da colaboração entre as equipes, sem a necessidade de intervenção. Aproximadamente 79% das equipes de alunos conseguiram responder a atividade de forma autônoma. Destas, 3 equipes colocaram um valor diferente da aresta e, portanto, os valores de volume e área da superfície não corresponderam. Contudo, o valor da aresta foi diferente por uma questão externa, ao tentar clicar no número 2 os alunos acabaram deslizando um pouco e colocando valores como 1,9 e 2,1. Assim, foi mostrado que basta deslizar o segundo ponto, marcado no início da construção para formar a aresta, até o valor desejado.

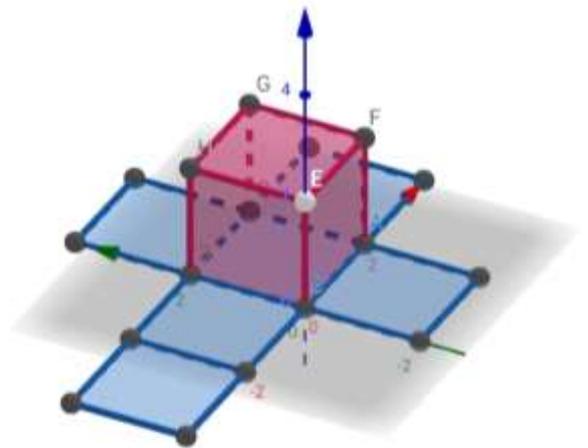
Das outras equipes, 15% precisaram de auxílio apenas para excluir algo que foi adicionado de forma indesejada, como por exemplo um novo ponto ou polígono através de cliques acidentais. Apesar da revisão feita nos encontros anteriores, duas equipes precisaram de auxílio na concepção da figura, demonstrando-se desorientados em relação ao início da construção. Nesse sentido, foi realizada uma explanação resumida para essas equipes sobre os

⁴ Construção de um paralelepípedo com o Geogebra: <<https://youtu.be/wO9rnVpKilw>>.

elementos que compõem o cubo, com o intuito de esclarecer por que a aresta seria suficiente para que o *software* construísse o cubo.

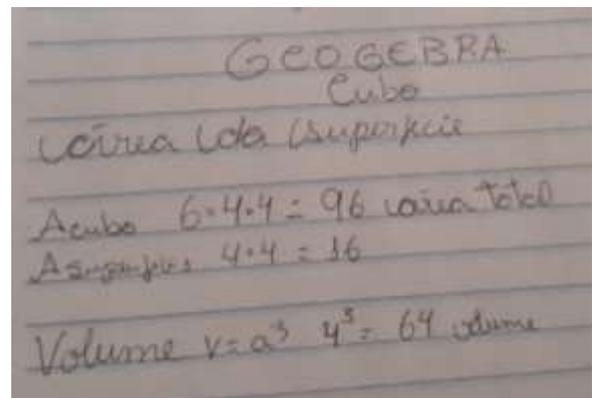
Para validação da atividade foi solicitado que cada equipe de alunos enviasse uma captura de tela do celular, mostrando não só a figura construída no GeoGebra, mas também a janela de álgebra com as medidas solicitadas. Além disso, foi requerido que as equipes enviassem uma foto com os cálculos realizados. A seguir são apresentas algumas respostas enviadas pelos alunos.

Figura 11 - Cubo construído pela equipe E1



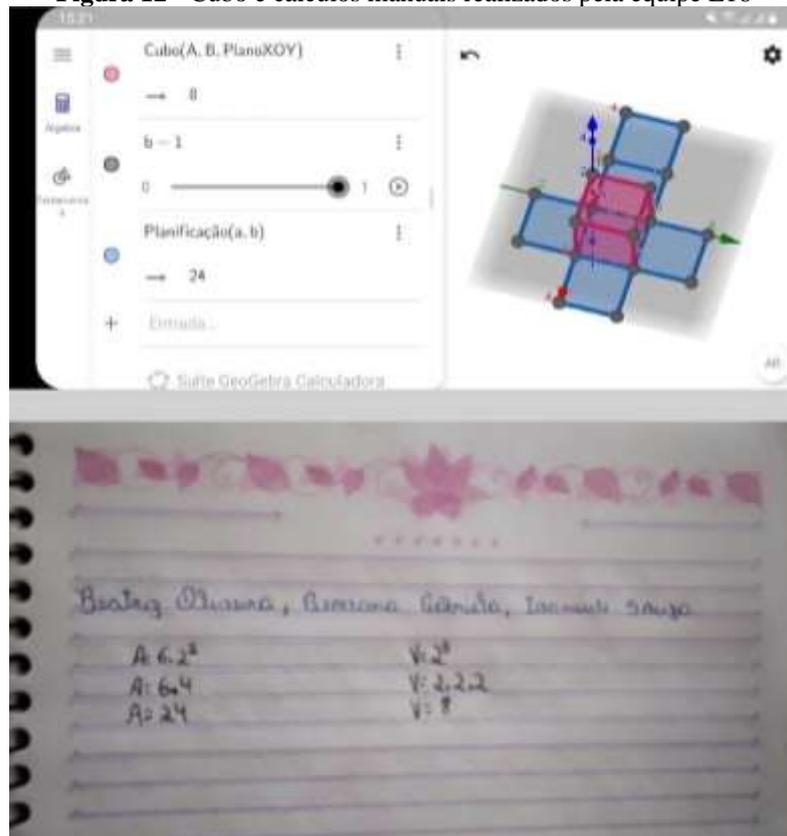
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 10 - Cálculos manuais da equipe E1



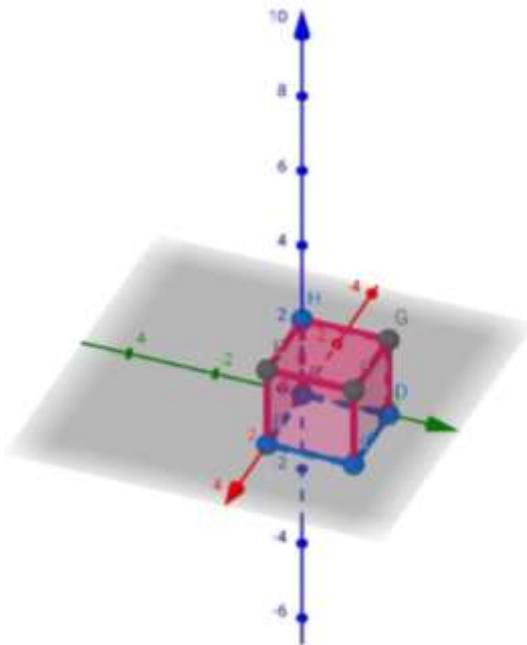
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 12 - Cubo e cálculos manuais realizados pela equipe E16



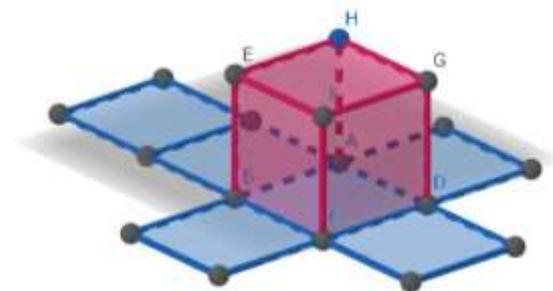
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 14 - Cubo construído pela equipe E31



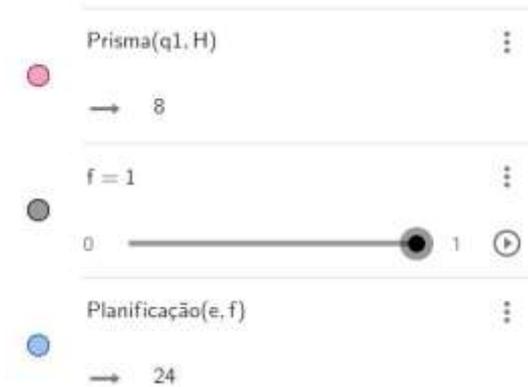
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 13 - Cubo construído pela equipe E31



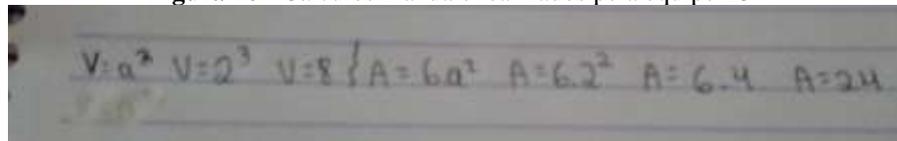
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 15 - Medidas do cubo obtidas pela equipe E31 através do GeoGebra



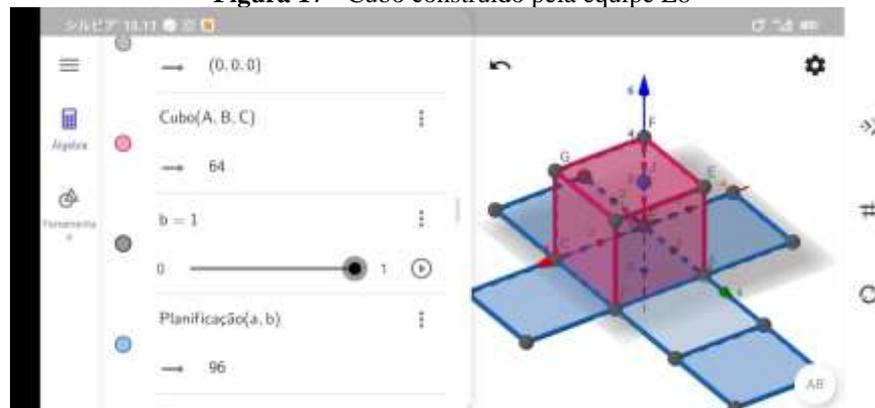
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 16 - Cálculos manuais realizados pela equipe E31



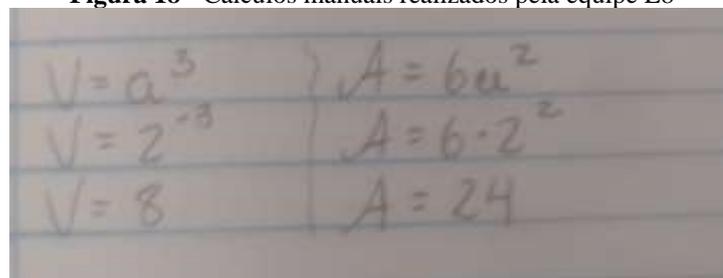
Fonte: pesquisa (2022).

Figura 17 - Cubo construído pela equipe E8

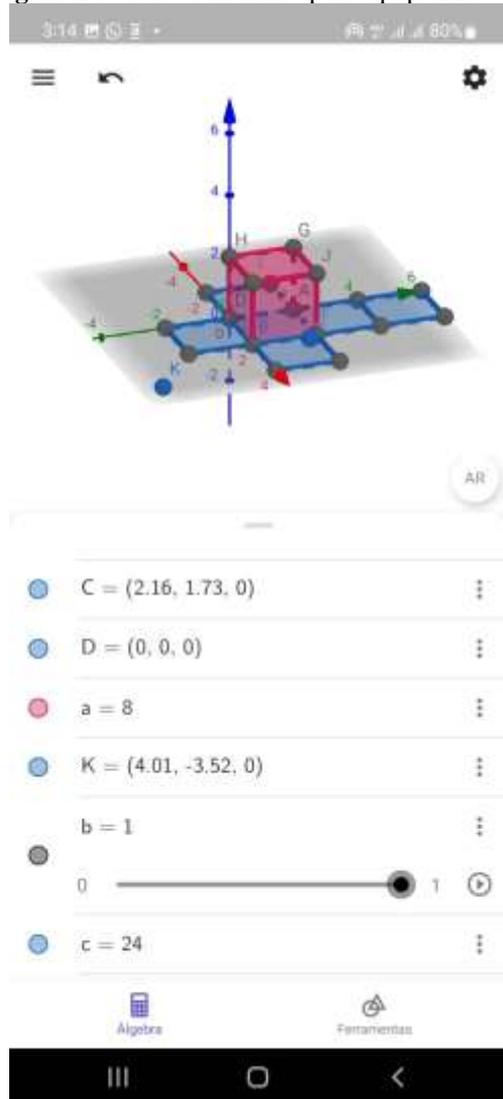


Fonte: pesquisa (2022).

Figura 18 - Cálculos manuais realizados pela equipe E8



Fonte: pesquisa (2022).

Figura 20 - Cubo construído pela equipe E29

Fonte: pesquisa (2022).

Figura 19 - Equipe na realização da atividade

Fonte: pesquisa (2022).

Durante a análise das respostas, constatou-se que muitos alunos não incluíram as unidades de medida nos cálculos realizados, como mostram as Figuras 10, 11, 15 e 17. Isso indica uma falta de compreensão do significado das unidades de medida, alguns alunos podem não entender completamente o que as unidades de medida representam ou por que são importantes. Eles podem ver as unidades de medida como algo a ser memorizado ou esquecido facilmente, em vez de uma parte crítica do cálculo que garante que a resposta seja significativa. Outros alunos podem apenas ter esquecido de incluir as unidades de medida, simplesmente porque não prestaram atenção suficiente ou por elas não estarem aparecendo diretamente nas imagens, apesar de descritas no enunciado.

Por isso, é fundamental destacar que, ao utilizar o GeoGebra como uma ferramenta de ensino de Geometria espacial, é preciso enfatizar a importância das unidades de medida nas

atividades desenvolvidas, a fim de que os alunos desenvolvam uma compreensão mais completa dos conceitos envolvidos.

É importante destacar que, apesar dessa dificuldade, as observações em sala mostraram que o GeoGebra foi essencial para uma compreensão mais completa e para agilizar os cálculos manuais. A utilização do GeoGebra não substitui a compreensão dos conceitos matemáticos, mas sim serve como um meio para tornar o aprendizado mais dinâmico e efetivo. Dessa forma, é necessário que o professor esteja atento ao uso da tecnologia como um recurso pedagógico complementar, e não como um fim em si mesmo.

O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática pode permitir a criação de ambientes de aprendizagem mais atraentes e interativos, o que pode contribuir para o aumento da motivação dos alunos e, conseqüentemente, para o seu desempenho na disciplina. No entanto, é importante destacar que o uso dessas tecnologias deve estar sempre vinculado à compreensão dos conceitos matemáticos, para evitar a simples repetição de procedimentos sem a compreensão do significado desses procedimentos (BORBA e BICUDO, 2012, p. 126).

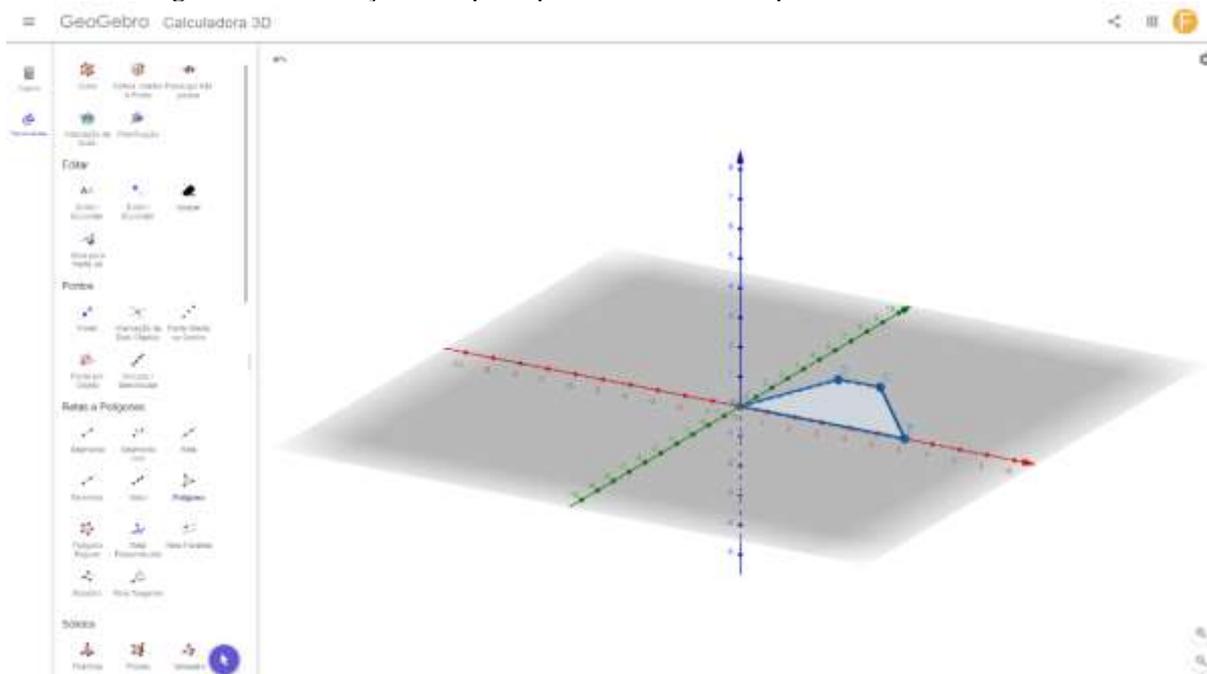
Bicudo e Borba (2012) ressaltam que o uso das tecnologias digitais deve ser planejado e estruturado de forma adequada, levando em consideração os objetivos de aprendizagem, as características dos alunos e o contexto educacional em que se insere. Os autores enfatizam a importância da formação dos professores em relação ao uso das tecnologias digitais, destacando a necessidade de um preparo sólido tanto na área de Matemática quanto em tecnologias educacionais. Isso permite que os professores possam utilizar as tecnologias de forma crítica e reflexiva, de modo a aprimorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, as tecnologias digitais podem ser uma ferramenta valiosa no ensino de Matemática, desde que utilizadas de forma planejada, crítica e reflexiva, sempre visando o desenvolvimento da compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos.

O quarto encontro da oficina aconteceu no dia 9 de novembro de 2022. Nesta ocasião foi realizada uma rápida exposição acerca de paralelepípedos para relembrar os conhecimentos prévios dos alunos, partindo em seguida para as atividades utilizando o GeoGebra, ferramenta já familiar aos alunos após o terceiro encontro.

Antes da realização da atividade, foi feita uma explanação por meio da projeção do notebook através Datashow da construção de dois prismas como exemplo, um de base triangular e outro de base trapezoidal. A exibição foi feita seguindo o procedimento a seguir.

Para construção do trapézio que constitui a base do prisma, foi selecionada a opção “Polígono” localizada na seção “Retas e polígonos” da barra de ferramentas.

Figura 21 - Construção do trapézio para formar a base do prisma através do GeoGebra



Fonte: pesquisa (2022).

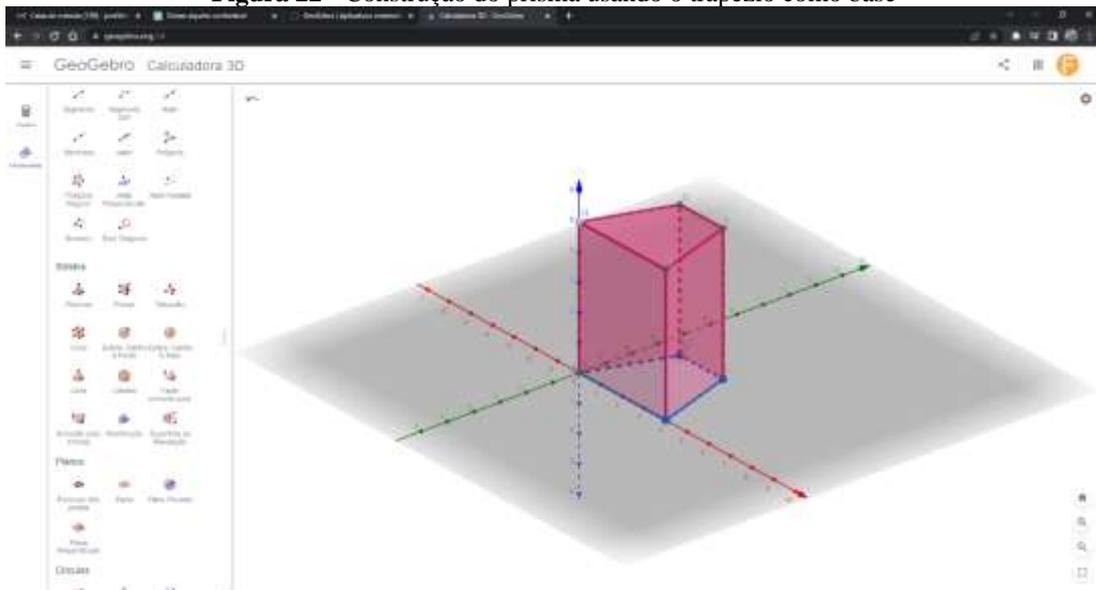
Neste momento, os alunos receberam explicações sobre a construção de polígonos, sendo enfatizado que a criação deles é intuitiva e depende do tipo de figura desejada. Para construir um trapézio, por exemplo, é necessário conhecer previamente a forma da figura e, em seguida, marcar os 4 pontos desejados. Finalmente, deve-se clicar novamente no primeiro ponto para fechar a figura.

Também foi enfatizado que a escolha dos pontos deve ser de forma estratégica para facilitar a construção. No exemplo dado, utilizou-se a origem e um ponto sobre o mesmo eixo de tal forma que a base maior e a base menor são valores inteiros, mas não é regra e existem muitas ferramentas a serem exploradas e dependem do problema em questão. Além disso, mostrou-se que os pontos podem ser deslizados ou mesmo alterados manualmente na janela de álgebra.

No segundo passo, para construir o prisma, selecionou-se a opção “Prisma” na seção “Sólidos” da barra de ferramentas. Após isso, clicou-se no trapézio e em um ponto superior para indicar a altura do prisma.

Durante este passo, mostrou-se aos alunos a importância de usar a origem como um ponto, pois assim, o eixo vertical pode ser usado para o ponto superior e formar um prisma reto, tendo em vista que prismas oblíquos não foram objetos de estudo desta pesquisa.

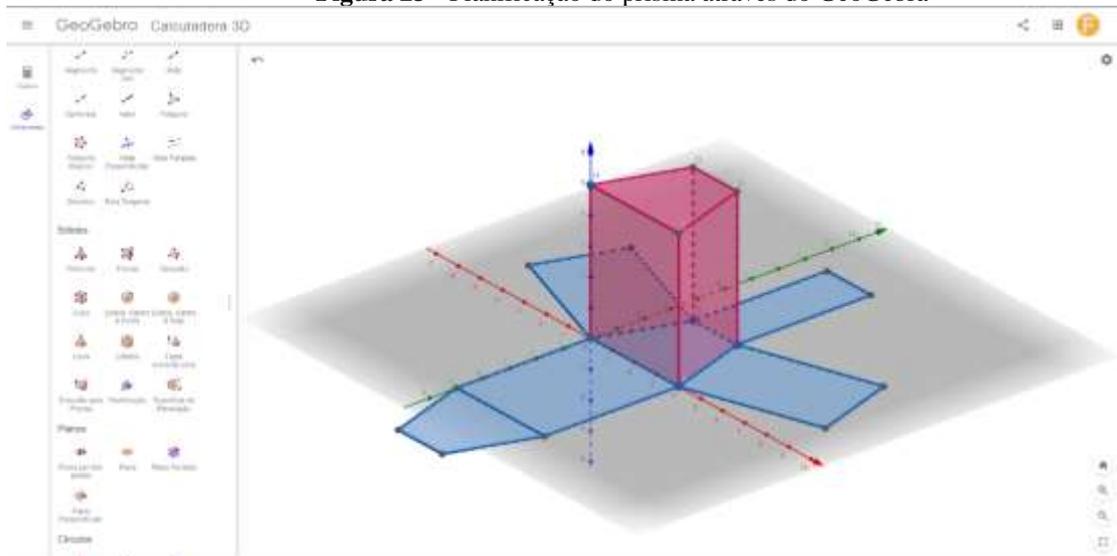
Figura 22 - Construção do prisma usando o trapézio como base



Fonte: pesquisa (2022).

Em seguida, foi realizada a planificação do prisma, que é um processo bastante simples no GeoGebra 3D. Para acessar essa função, basta selecionar a opção "Planificação", localizada na seção "Sólidos" na barra de ferramentas. Em seguida, é necessário selecionar o prisma desejado e a planificação estará pronta para ser visualizada e trabalhada.

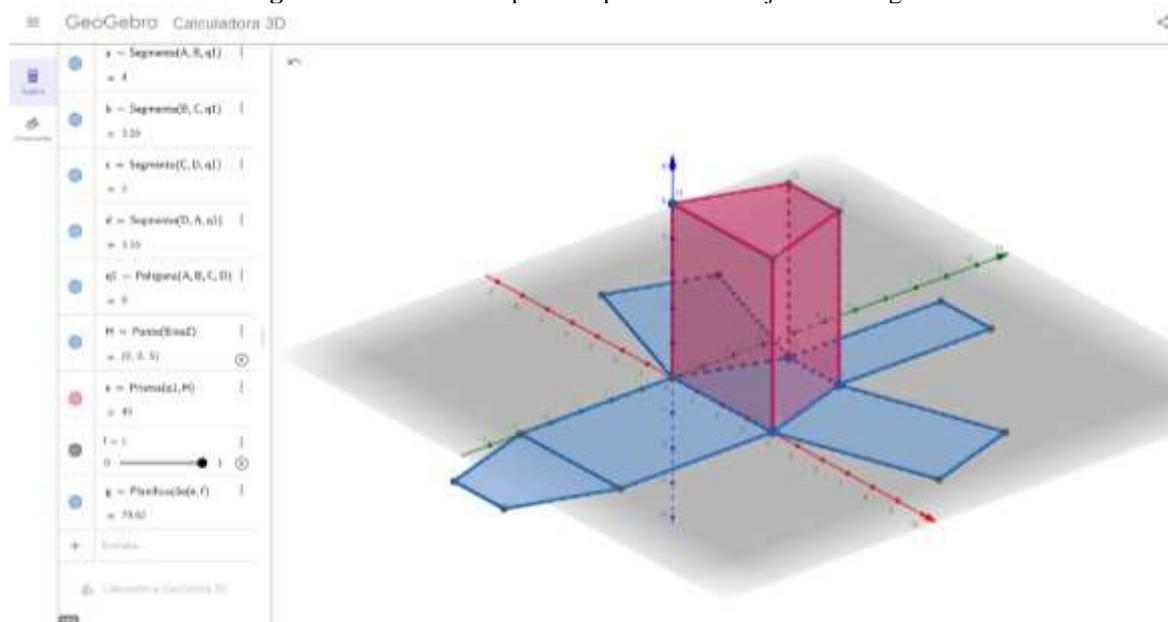
Figura 23 - Planificação do prisma através do GeoGebra



Fonte: pesquisa (2022).

Em seguida, foi mostrada a janela de álgebra identificando as medidas de volume e área da superfície. Além disso, foram apresentadas diversas perspectivas da figura e demonstrado como rotacionar o sólido em diferentes direções.

Figura 24 - Medidas do prisma apresentadas na janela de álgebra



Fonte: pesquisa (2022).

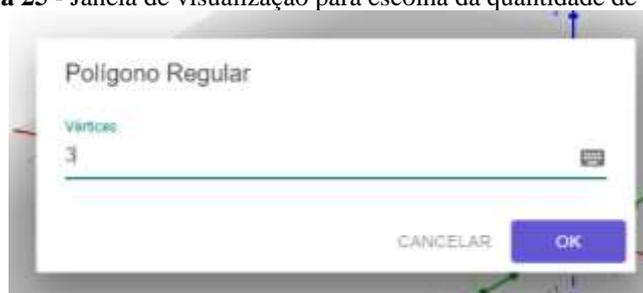
Durante este momento foi realizada a identificação algébrica de cada figura e o significado de cada um. Foram destacados os principais valores de interesse, como o prisma representado pela letra "e", cuja medida de volume foi indicada pelo valor de 45. Além disso, foi apresentada a planificação da figura, representada pela letra "g", e o valor indicado abaixo dela, que corresponde à medida da área da superfície do prisma, neste caso, 79,62.

Após a demonstração da construção do prisma trapezoidal, foi construído um prisma triangular regular, ressaltando o que são figuras regulares. Para estas figuras, o GeoGebra tem uma ferramenta específica. O procedimento para construção do prisma triangular se deu conforme descrito a seguir.

Inicialmente foi construído o polígono da base, um triângulo equilátero. Para isto, ao acessar a barra de ferramentas, clicou-se em “Mais” e escolheu-se a opção “Polígono Regular”, localizada na seção “Retas e Polígonos”. Foram marcados dois pontos e apareceu uma janela solicitando a quantidade de vértices, que também é a quantidade de lados do polígono. Foi inserido 3 e então o triângulo equilátero foi construído na janela de visualização.

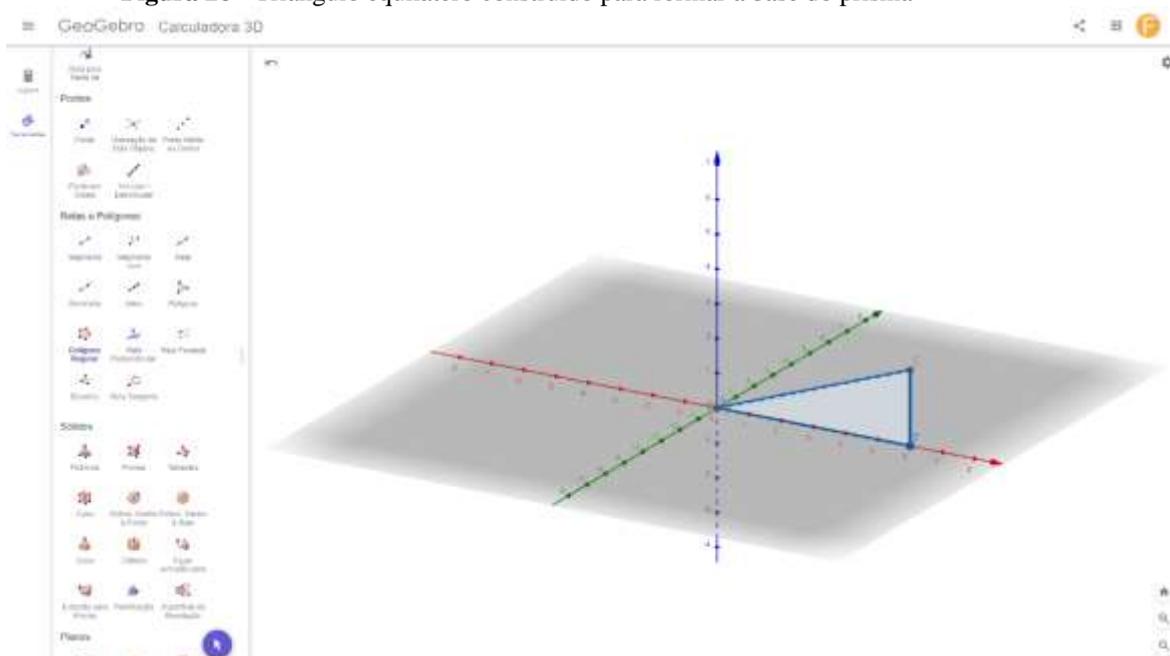
Neste momento foi explicado aos alunos que qualquer polígono regular pode ser construído dessa forma, independente da quantidade de lados. Para construir um quadrado, por exemplo, deve-se seguir os mesmos passos e indicar 4 vértices.

Figura 25 - Janela de visualização para escolha da quantidade de vértices



Fonte: pesquisa (2022).

Figura 26 - Triângulo equilátero construído para formar a base do prisma



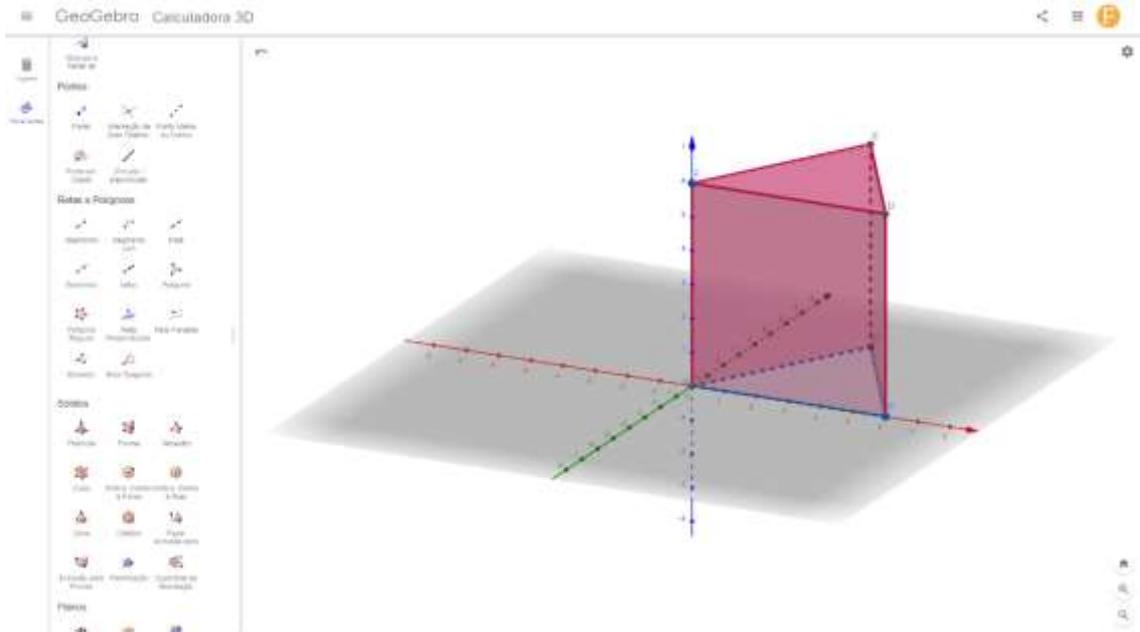
Fonte: pesquisa (2022).

Os demais procedimentos são idênticos aos do prisma anterior. Seleciona-se a opção “Prisma” na barra de ferramentas, clica-se sobre o triângulo equilátero e então marca-se um ponto acima indicar a altura, conforme mostra a figura 26.

Realizou-se a planificação da figura clicando sobre a opção “Planificação” na barra de ferramentas e rotações na figura para mostrar o prisma em diferentes ângulos e perspectivas (ver figura 27). Em seguida, foi apresentada a janela de álgebra e solicitou-se que os próprios alunos indicassem as medidas de volume e área da superfície. A maioria dos alunos respondeu prontamente, o que foi bastante positivo.

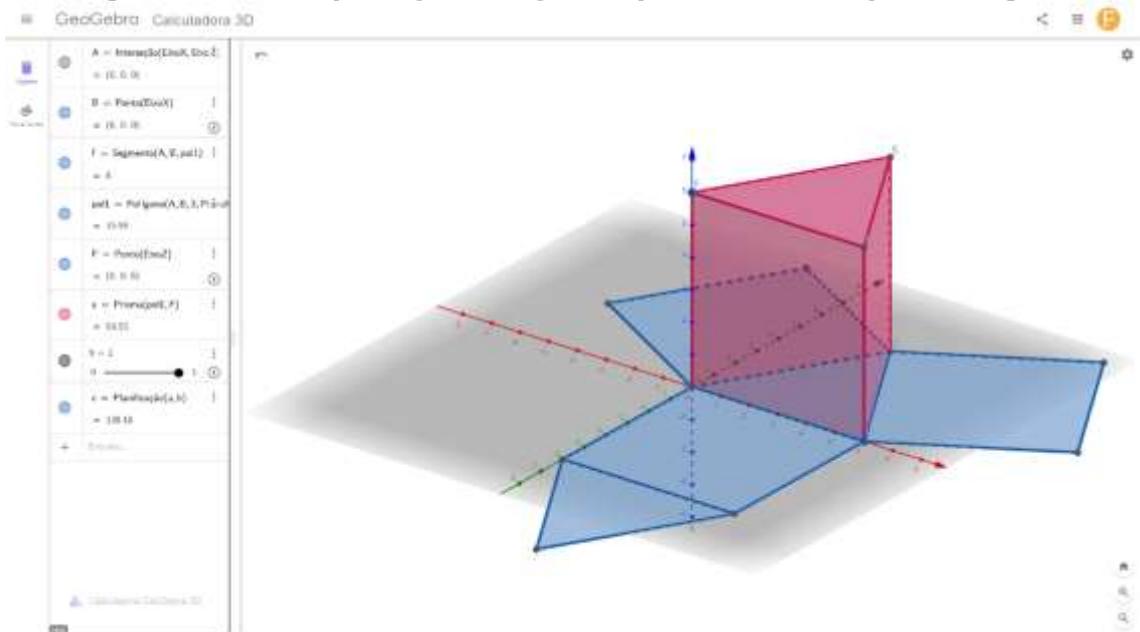
As Figuras 27 e 28 apresentam o Prisma construído e sua planificação, com a janela de álgebra que indica os valores das medidas.

Figura 27 - Construção do prisma usando o triângulo equilátero como base



Fonte: pesquisa (2022).

Figura 28 - Planificação do prisma e apresentação das medidas na janela de álgebra



Fonte: pesquisa (2022).

Neste momento da aula, muitos alunos se mostraram confusos com as medidas decimais de volume e área da superfície. Então foi solicitado que fizessem os cálculos manuais para comparar os valores. Apenas 11 equipes lembraram a fórmula imediatamente enquanto as demais equipes realizaram pesquisas pela internet e com os próprios colegas. De maneira geral, eles apresentaram uma certa dificuldade para calcular a área do triângulo equilátero, sendo algumas dessas bem triviais.

Foi constatado que 5 equipes tiveram dificuldade em manipular a fórmula com a presença do radical, enquanto 9 equipes conseguiram encontrar o valor em função do radical, mas ficaram confusas ao compará-lo com o valor apresentado pelo GeoGebra. Por outro lado, 15 equipes conseguiram calcular os valores utilizando a calculadora. As demais equipes acompanharam as equipes que já haviam respondido. Após os cálculos manuais, percebeu-se na expressão da maioria dos alunos que eles haviam compreendido, mostrando-se até mesmo empolgados.

Durante as exposições das construções realizadas por meio do Datashow percebeu-se admiração nos rostos de muitos alunos, mostrando que eles entenderam a perspectiva da imagem mostrada e os elementos que a compõem. Um aluno da equipe E25 exclamou: *“agora sim eu entendi o que significa essa figura, nunca tinha entendido isso”*. Este aluno não tinha uma percepção clara da formação do sólido, nem seu significado e o GeoGebra se mostrou uma ferramenta capaz de facilitar isto ao aluno.

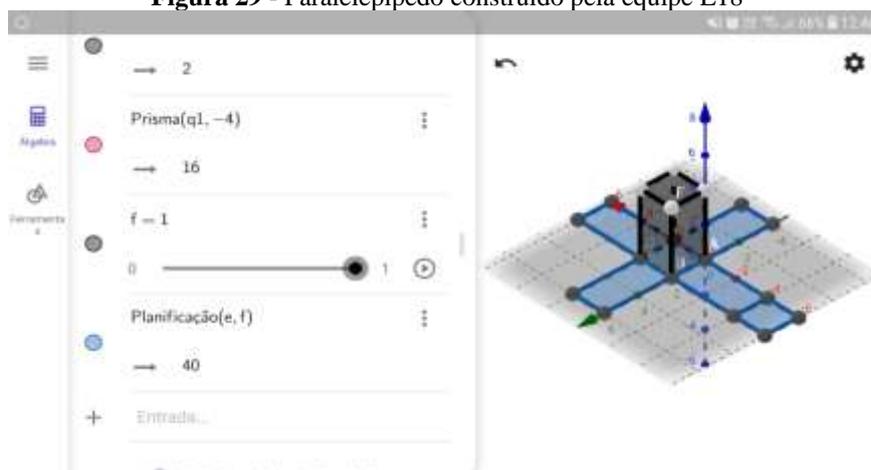
Para o quarto encontro realizou-se o planejamento apresentado no apêndice D. O objetivo deste encontro era o aprofundamento tanto em relação ao uso do GeoGebra, pois eles já tiveram o contato inicial no encontro anterior, como em relação ao conteúdo, com foco agora em paralelepípedo.

Na atividade 4, os alunos ficaram livres para escolher as medidas da aresta da base e altura do paralelepípedo, com o objetivo de estimular sua criatividade e pensamento crítico na resolução do problema. Acreditava-se que o GeoGebra seria uma ferramenta útil para auxiliá-los nesse processo, considerando que os alunos já estavam familiarizados com a plataforma.

Assim como nas atividades anteriores, buscou-se não interferir para que os alunos desenvolvessem habilidades colaborativas e participassem ativamente. Observou-se que 73% das equipes iniciaram a construção imediatamente, enquanto as demais buscaram ajuda com outros colegas.

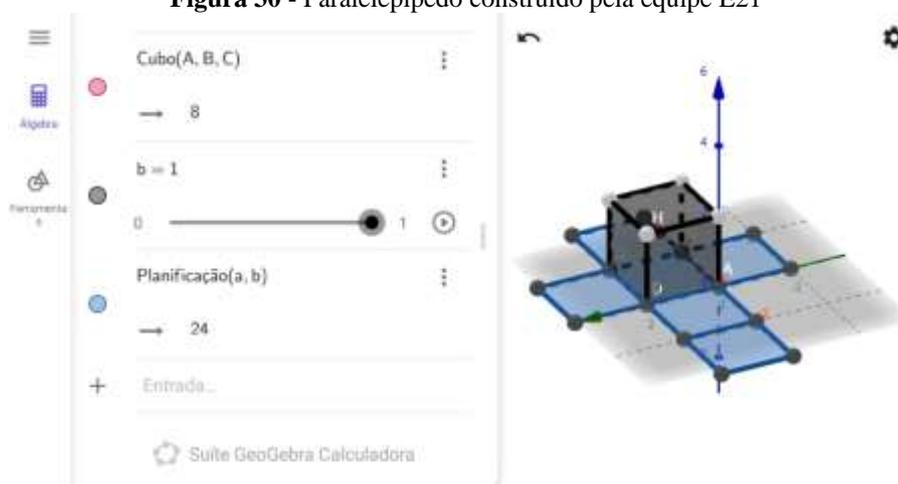
Um ponto bastante positivo desta atividade é que todos conseguiram construir o paralelepípedo, mesmo tendo que escolher os valores da aresta da base e da altura por conta própria. Percebe-se que a realização destas atividades já proporcionou uma certa autonomia ao aluno e, conseqüentemente, uma melhoria no aprendizado. Inclusive, é importante destacar que a equipe E18 faltou neste encontro e, mesmo assim, realizou a atividade em casa, enviando uma captura de tela, mostrada na figura 28.

Figura 29 - Paralelepípedo construído pela equipe E18



Fonte: pesquisa (2022).

Figura 30 - Paralelepípedo construído pela equipe E21

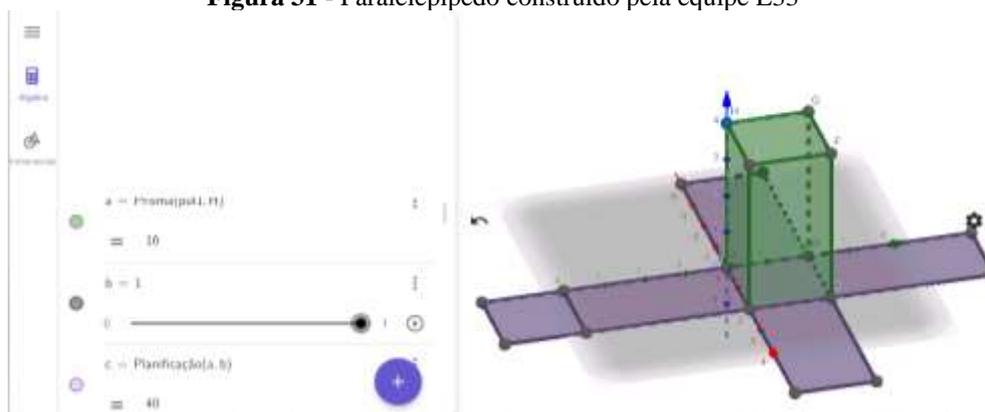


Fonte: pesquisa (2022).

A resposta da equipe E21 (figura 29) chamou a atenção, onde os alunos construíram um cubo. A resposta deles não está incorreta, tendo em vista que o cubo é caso particular de paralelepípedo reto retângulo. Contudo, é válido questionar se isso foi proposital ou não. Se a intenção dos alunos foi realmente construir o cubo, é algo positivo, mostrando a compreensão da definição e dos elementos de um paralelepípedo.

Porém, esta pesquisa acredita que os alunos fizeram uma confusão e não atentaram-se aos detalhes, como por exemplo o fato de todas as arestas serem iguais, pois a atividade anterior referia-se especificamente ao cubo. Dessa forma, o resultado torna-se preocupante, mostrando que há necessidade de incorporar a utilização do GeoGebra dentro das práticas pedagógicas sem deixar de dar o embasamento teórico dos conceitos matemáticos envolvidos.

Figura 31 - Paralelepípedo construído pela equipe E33



Fonte: pesquisa (2022).

A equipe E33 realizou a atividade rapidamente e de forma satisfatória. Propôs-se então que eles explorassem mais recursos e eles enviaram a imagem com a figura em outras cores. Por conta própria, eles conseguiram alterar cores, ocultar alguns elementos e discutir sobre alguns detalhes da figura. Como por exemplo, eles ocultaram o prisma deixando apenas a planificação, analisando de diversas perspectivas.

No quinto e último encontro, realizado em 23 de novembro de 2022, apresentou-se aos alunos um problema elaborado pelo autor desta pesquisa para que eles resolvessem com o auxílio do GeoGebra. Para esta atividade, as observações foram feitas em caráter qualitativo, durante a sua realização. O plano de aula deste encontro, contendo o problema proposto encontra-se no apêndice I.

Inicialmente, foi necessário realizar uma leitura conjunta com os alunos, uma vez que eles encontraram dificuldades na interpretação do texto, ressaltando este problema que já foi discutido nesta pesquisa. Após a leitura, foram fornecidas dicas breves, buscando uma intervenção mínima. Em seguida, foi realizada uma revisão sobre a relação entre as unidades de medida litros e metros cúbicos (m^3).

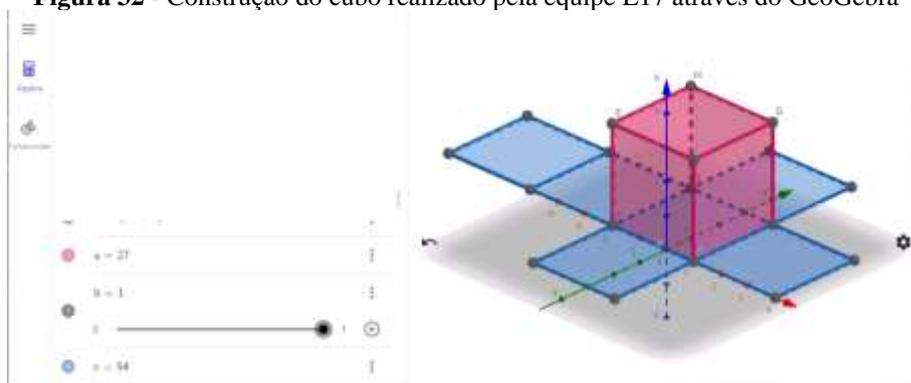
Para o item a, a solução deve ser encontrada através da fórmula do volume do cubo $V = a^3$, em que a indica a aresta. Como a fazenda possui 3000 vacas que produzem 9 litros de leite por dia, o volume total produzido diariamente é dado por $V = 9 \cdot 3000 = 27000$ litros = $27 m^3$. Dessa forma temos que $a^3 = 27$ então $a = 3$.

Alguns alunos utilizaram a letra x para a aresta. Aproveitou-se a oportunidade para explicar aos alunos que a variável pode ser representada por qualquer letra, desde que eles entendam o seu significado. Apesar de algumas fórmulas serem padronizadas na Matemática, a escolha da letra não é restrita. Outros alunos apresentaram dificuldades na manipulação da

equação, tendo em vista que a variável possui expoente 3. Para ajudá-los, foram fornecidos exemplos de equações de grau 2, permitindo que eles praticassem o cálculo.

Após encontrar a aresta, os alunos rapidamente realizaram a construção do cubo e sua planificação no GeoGebra. Nenhum deles apresentou dificuldade nessa parte. No entanto, foi preciso interferir em 3 equipes que tiveram problema na interpretação do item b. Foram dadas dicas como: “Se você gasta 50 reais em uma cerâmica, vai gastar quanto em duas cerâmicas? E em três, quatro ou 10?” e sugeriu-se que eles imaginassem que uma cerâmica é cada m^2 .

Figura 32 - Construção do cubo realizado pela equipe E17 através do GeoGebra



Pesquisa (2022).

O grande problema enfrentado pelos alunos foi na interpretação do texto e identificação das informações presentes nele, por isso, não se torna tão relevante trazer várias imagens de suas construções, pois todas seguem o mesmo padrão e são muito parecidas entre si. Contudo, observou-se que após as construções, muitos alunos conseguiram desenvolver uma compreensão maior acerca do que o problema quer e o que representa. A partir da construção, o desenvolvimento das etapas seguintes se deu de forma mais rápida e colaborativa.

Para responder o item b, os alunos só precisariam verificar na janela de álgebra do GeoGebra o valor da área da superfície do cubo, por meio da sua planificação. Assim, como cada m^2 custa R\$ 200,00, o custo para construção do reservatório será de $200 \cdot 54 = \text{R\$ } 10800,00$.

Com o valor da área da superfície indicado no GeoGebra, a maioria dos alunos rapidamente conseguiu responder o item b, exceto aqueles que tiveram dificuldades na interpretação. No entanto, após as dicas fornecidas, eles conseguiram responder à questão. Uma observação positiva que vale a pena destacar é que sete equipes utilizaram uma regra de três simples para obter a resposta, demonstrando uma certa compreensão sobre a relação de grandezas.

Uma solução para o item c seria dividir a área total do cubo por 10 e por 11 e então usar um valor inteiro que estivesse no intervalo obtido. Ao dividir 54 por 10 e por 11, encontraremos 5,4 e 4,9, dessa forma a resposta é 5.

Duas equipes de alunos deram respostas extremamente positivas, conseguindo responder apenas de forma mental ao observar que $5 \cdot 11 = 55$, que é 1m^2 a mais que 54m^2 , assim cada pessoa ficaria com menos de 11m^2 . Muitas equipes identificaram que precisariam realizar uma regra de três simples ou dividir a área da superfície pelo valor indicado, mas indagaram-se se utilizariam 10 ou 11. Sugeriu-se então que utilizassem os dois valores e partir disso realizassem uma análise de qual seria a resposta. Com os dois valores, muitas equipes conseguiram então responder, observando as indicações “mínimo” e “máximo” no enunciado. Algumas equipes ainda sim tiveram dificuldade em interpretar e então realizou-se uma discussão em sala, a fim de debater o significado dos valores.

Os resultados mostraram-se positivos, uma vez que a construção do cubo e o cálculo de suas medidas foram agilizados e facilitados por meio do GeoGebra. Isto serviu como um auxílio para aprofundamento nas questões de interpretação e modelagem do problema, bem como na relação de valores e grandezas.

O GeoGebra é uma ferramenta pedagógica extremamente útil para o ensino da Matemática e outras áreas da ciência. Ele permite aos alunos uma experiência prática e interativa com os conceitos abstratos, tornando-os mais concretos e fáceis de entender. O uso do GeoGebra também ajuda a desenvolver habilidades importantes, como a resolução de problemas e a comunicação matemática.

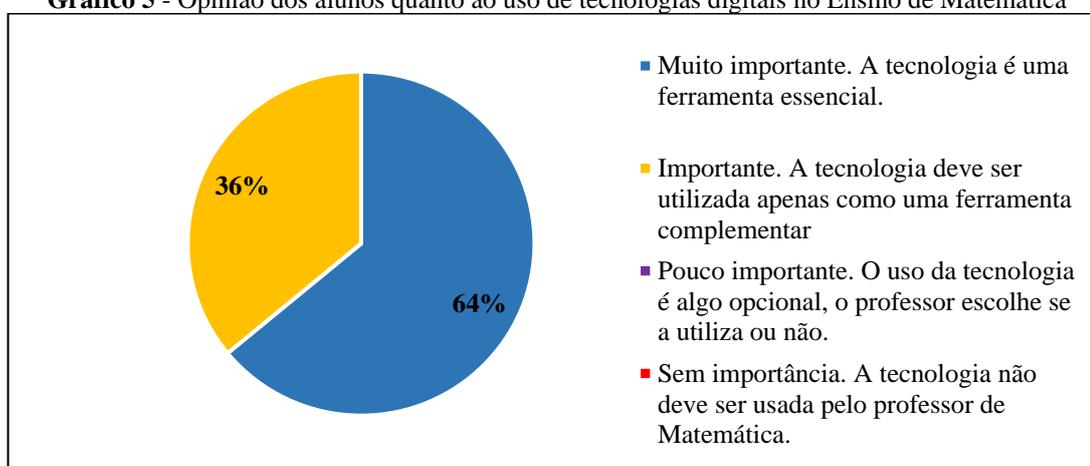
Na atividade realizada, a construção do cubo e o cálculo de suas medidas foram agilizados e facilitados pelo GeoGebra, o que permite que os alunos se concentrem mais na compreensão dos conceitos matemáticos em vez de se preocupar com cálculos tediosos. Isso pode levar a uma compreensão mais profunda do problema e ajuda a desenvolver a habilidade de modelar situações do mundo real em termos matemáticos.

O uso do GeoGebra também permite a exploração e a experimentação com diferentes valores e grandezas, o que pode levar a descobertas interessantes e inesperadas. Isso pode estimular a curiosidade dos alunos e encorajá-los a investigar mais a fundo o mundo matemático.

5.4 Questionário Avaliativo

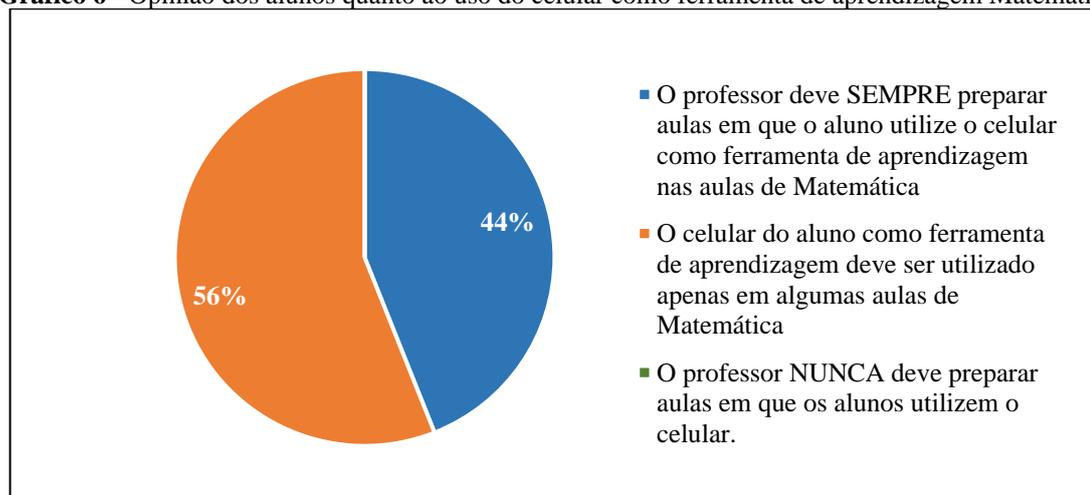
Após a realização de todos os encontros da oficina, foi aplicado um questionário aos alunos para que eles avaliassem a oficina realizada (apêndice D). O objetivo foi observar se os alunos gostaram do GeoGebra como ferramenta de aprendizagem de geometria espacial e se isto facilitou a compreensão do conteúdo. Além disso, buscou-se saber a opinião dos alunos em relação à utilização de TDIC nas aulas de Matemática. O questionário, constituído de 8 perguntas, foi aplicado à uma amostra aleatória de 25 alunos dos 100 participantes da pesquisa.

Gráfico 5 - Opinião dos alunos quanto ao uso de tecnologias digitais no Ensino de Matemática



Fonte: pesquisa (2022).

Gráfico 6 - Opinião dos alunos quanto ao uso do celular como ferramenta de aprendizagem Matemática



Fonte: pesquisa (2022).

Os gráficos 5 e 6 mostram os resultados obtido nas duas primeiras perguntas, onde solicitou-se a opinião dos alunos em relação ao uso de ferramentas tecnológicas pelo professor de Matemática e quanto ao uso do celular do aluno como uma ferramenta de aprendizagem.

Observa-se que todos os alunos consideram indispensável o uso de tecnologias digitais e do celular do aluno como ferramenta de aprendizagem. Através das respostas na primeira pergunta, percebemos que nenhum aluno vê o uso de tecnologias digitais como algo desnecessário e irrelevante para as aulas de Matemática. Alguns defenderam a ideia de que as tecnologias digitais devem ser uma ferramenta complementar, demonstrando entender que essas ferramentas têm um grande potencial para auxiliar na aprendizagem, mas se usadas da forma correta. Caso contrário, elas podem prejudicar o processo de ensino-aprendizagem. É necessário que seu uso seja de forma clara e objetiva, de modo a manter a atenção, concentração e interesse dos alunos na aula, evitando distrações e desvios de foco.

Os resultados da segunda pergunta sugerem que os alunos sentem a necessidade da inclusão do celular como ferramenta de aprendizagem em aulas de Matemática. De fato, mais da metade dos alunos entrevistados acredita que os professores devem sempre preparar aulas que incluam o uso do celular como uma ferramenta de aprendizagem. Isso pode ser visto como uma demonstração de que os alunos estão dispostos a usar tecnologias digitais em sala de aula e reconhecem o potencial do celular como uma ferramenta de aprendizagem.

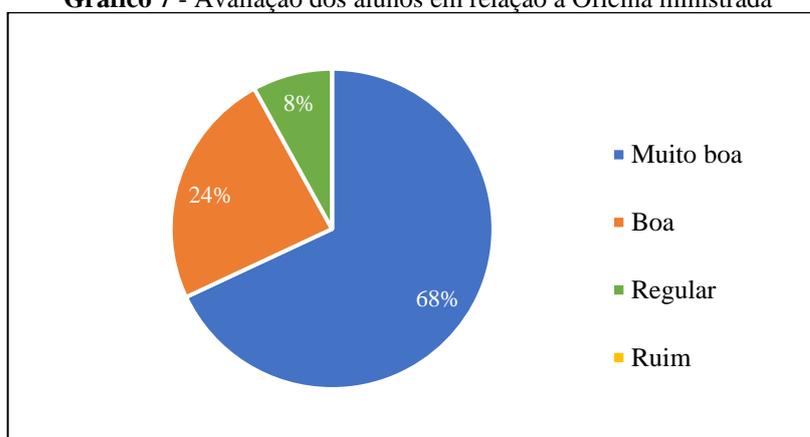
É importante destacar que nenhum dos alunos entrevistados respondeu que o professor de Matemática nunca deve preparar aulas em que os alunos utilizem o celular. Isso sugere que há uma aceitação geral do uso do celular como uma ferramenta de aprendizagem, mesmo que alguns alunos prefiram que seu uso seja limitado a algumas aulas específicas de Matemática. Além disso, o fato de que quase metade dos alunos entrevistados acreditam que o celular deve ser utilizado apenas em algumas aulas de Matemática sugere que esses alunos estão cientes da importância de equilibrar o uso do celular com outras atividades de aprendizagem, como a interação em sala de aula e a realização de atividades práticas.

Muitas escolas enfrentam problemas em relação ao uso do celular em sala de aula para fins que não estão conexos e nem contribuem para a aula. Para a grande maioria dos jovens, o celular é uma extensão de si mesmos, um companheiro constante que os acompanha em todas as situações e não compreendem que em alguns momentos precisam desconectar-se do mesmo. Por outro lado, os resultados da segunda pergunta indicam que os alunos estão dispostos a usar o celular como uma ferramenta de aprendizagem em aulas de Matemática e reconhecem a importância de equilibrar o uso do celular com outras atividades de aprendizagem. Isso sugere que os professores podem usar o celular como uma ferramenta útil para melhorar a aprendizagem dos alunos, desde que o seu uso seja cuidadosamente planejado e integrado ao ensino de Matemática. O uso do celular em sala de aula deve ser cuidadosamente planejado e

monitorado pelos professores, que devem definir regras claras e estabelecer limites para seu uso, evitando que ele se torne uma distração para os alunos. É importante ressaltar que o celular não deve ser a única ferramenta de aprendizagem utilizada em sala de aula, mas sim uma ferramenta complementar que deve ser utilizada de forma equilibrada em conjunto com outras atividades de aprendizagem.

A terceira pergunta do questionário buscou saber a opinião a respeito da oficina realizada, com o intuito de respaldar os resultados nas próximas perguntas.

Gráfico 7 - Avaliação dos alunos em relação à Oficina ministrada



Fonte: pesquisa (2022).

O fato de que nenhum aluno classificou a oficina como "ruim" é um sinal positivo de que a oficina foi bem planejada e executada, e que os alunos foram capazes de aprender e tirar proveito nas aulas e na realização das atividades. Embora 8% dos alunos tenham classificado a oficina como "regular", isso ainda indica que a maioria dos alunos achou a oficina útil e produtiva. Além disso, esses 8%, que representam 2 alunos, ter considerado a oficina regular pode indicar que eles consideram que a oficina atingiu seu objetivo principal, ainda que não da forma desejada por eles.

Menegais et al (2022, p. 15) encontrou resultados semelhantes:

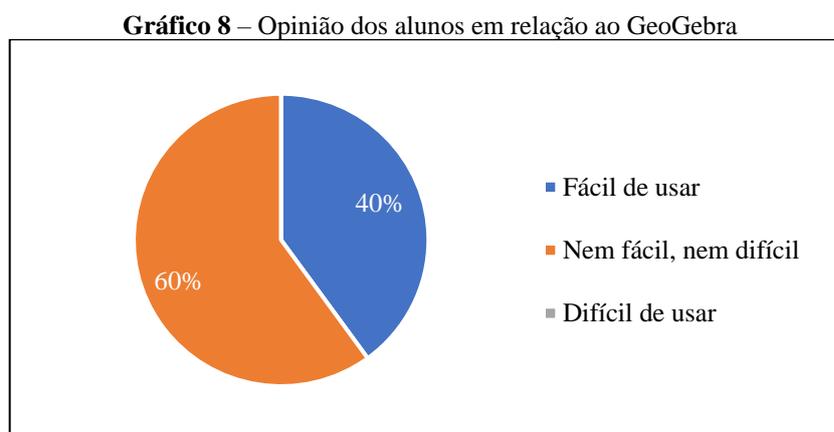
Quanto à opinião dos estudantes em relação a aplicação da oficina de Geometria Espacial com a utilização do GeoGebra 3D (Questão 10), 40,5% dos estudantes afirmam ter sido bom e 48,6% dos estudantes afirmam ter sido excelente [...].

A alta taxa de satisfação com a oficina sugere que, além da execução satisfatória, ela trouxe novos elementos para o ambiente da sala de aula, atendendo ou superando as expectativas dos alunos. Essas avaliações extremamente positivas também podem estar ligadas ao contato do aluno com o GeoGebra, os ajudando a compreenderem conceitos abstratos da

geometria espacial de forma mais concreta e visual, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente. Dessa forma, eles estarão mais concentrados e participativos na aula e, conseqüentemente, gostam mais.

As demais perguntas do questionário avaliaram a opinião dos alunos em relação ao GeoGebra.

Quando questionados sobre a dificuldade em manusear o GeoGebra, os alunos deram as respostas apresentadas no gráfico a seguir.



Fonte: pesquisa (2022).

Conforme mostra o gráfico, nenhum dos alunos achou difícil manusear as ferramentas do GeoGebra. Mais da metade dos alunos, apesar de não achar difícil, considerou que também não é fácil, mas sim que é preciso praticar para se acostumar com a ferramenta. Essa percepção pode estar relacionada tanto com a complexidade da ferramenta quanto com a necessidade de se familiarizar com ela. É importante ressaltar que o GeoGebra é uma ferramenta poderosa e versátil, que pode ser utilizada em diversas áreas do conhecimento, e que seu uso pode ser facilitado com prática e orientação adequada. É interessante que os professores que utilizam o GeoGebra em suas aulas estejam atentos a essa percepção dos alunos e ofereçam suporte e orientação para que eles possam tirar o máximo proveito dessa ferramenta.

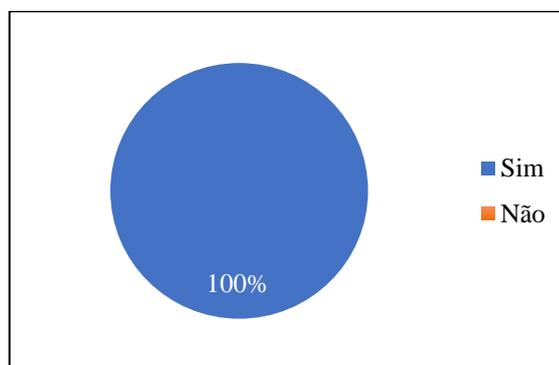
É necessário enfatizar que, conforme já discutido nesta pesquisa, foi observada uma enorme defasagem dos alunos em relação ao conteúdo. Essa defasagem afetará diretamente na experiência com o *software*, pois as tecnologias digitais em geral não são meios que substituem o ensino do conteúdo, mas sim ferramentas que podem auxiliar no aprofundamento e na visualização dos conceitos matemáticos. De fato, é essencial que os alunos tenham tido contato prévio com os conteúdos de Matemática para que possam tirar o melhor proveito do GeoGebra.

Nesse sentido, a defasagem observada pode ser um entrave para a utilização adequada do *software*.

Contudo, as respostas das perguntas sugerem que o GeoGebra é uma ferramenta relativamente fácil de manusear e, mesmo aqueles alunos que tenham dificuldades de aprendizagem em relação ao conteúdo de Geometria, conseguirão desenvolver as habilidades do *software*, contribuindo positivamente para o aprendizado. O GeoGebra é uma ferramenta poderosa e valiosa para o aprofundamento de conceitos matemáticos. É fundamental que o professor tenha clareza sobre os objetivos do uso do GeoGebra em suas aulas e que planeje a utilização da ferramenta de maneira adequada e estratégica, garantindo que os alunos possam desenvolver seu conhecimento matemático de forma mais significativa e contextualizada.

As duas próximas perguntas estão relacionadas ao GeoGebra ter facilitado no aprendizado. Na quinta pergunta foi levado em consideração os aspectos visuais dos sólidos, sua identificação e visualização de seus elementos. Enquanto na sexta pergunta o foco foi nas medidas relacionadas aos sólidos geométricos, volume e área da superfície. As respostas estão apresentadas nos gráficos a seguir.

Gráfico 9 – O GeoGebra facilitou na identificação dos elementos de uma figura espacial?

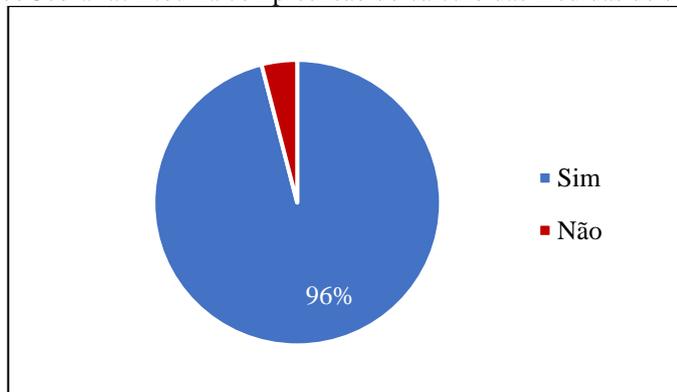


Fonte: pesquisa (2022).

Os resultados apresentados no gráfico 9 indicam que o uso do GeoGebra teve um impacto significativo na identificação dos elementos de figuras espaciais pelos alunos. É interessante destacar que a visualização de figuras espaciais pode ser uma tarefa desafiadora quando se utiliza somente o quadro branco, uma vez que a representação bidimensional muitas vezes não é suficiente para compreender todos os aspectos da figura. No entanto, com o GeoGebra, a visualização se torna mais clara e facilitada, uma vez que é possível manipular a figura em diferentes perspectivas e observar todas as suas características. Essa facilidade de manipulação permite uma compreensão mais profunda e abrangente dos conceitos geométricos

relacionados à figura espacial, o que pode levar a um maior envolvimento e motivação dos alunos.

Gráfico 10 - O GeoGebra facilitou na compreensão do cálculo das medidas de sólidos geométricos?



Fonte: pesquisa (2022).

O gráfico 10 mostra que a utilização do GeoGebra na compreensão e cálculo de volume e área da superfície de sólidos geométricos foi extremamente positiva para 96% dos alunos, enquanto para 4%, que representa 1 aluno, respondeu que o GeoGebra não ajudou nesse aspecto. Dentre possíveis causas para a resposta deste aluno, podemos citar duas. Em primeiro lugar, é possível que esse aluno realmente veja o GeoGebra apenas como uma ferramenta para visualização e caracterização dos sólidos geométricos, sem perceber a importância dessa visualização na compreensão dos conceitos de área e volume. Nesse caso, é importante lembrar que o GeoGebra é uma ferramenta poderosa, mas que seu uso adequado requer prática e aprofundamento. Em segundo lugar, é possível que esse aluno ainda não tenha aprendido completamente os conteúdos de geometria necessários para compreender os conceitos de área e volume, o que torna qualquer ferramenta ineficaz. Portanto, é fundamental destacar que o GeoGebra é uma ferramenta complementar ao ensino de geometria, que pode ajudar significativamente na compreensão e visualização dos conceitos, mas que sua eficácia depende da base conceitual prévia dos alunos.

Nesse aspecto, uma vantagem do GeoGebra é a facilidade para realizar a planificação de um sólido geométrico, permitindo que a figura seja visualizada de forma mais clara e detalhada. Essa representação plana pode ajudar a compreender a área da superfície do sólido, pois permite que o cálculo da área seja realizado de forma mais precisa. Ao desdobrar as faces de um sólido geométrico, o próprio *software* já indica sua área na janela de álgebra e permite observar a área de cada face. Isso é particularmente útil em figuras complexas, em que não é possível visualizar claramente todas as faces a partir da representação tridimensional. Além

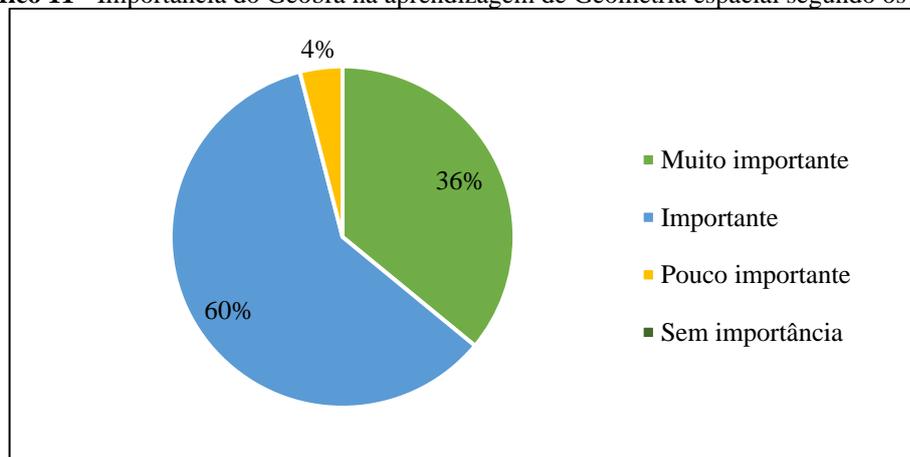
disso, a planificação pode ajudar na visualização e compreensão de como as diferentes faces do sólido se relacionam e se conectam, permitindo uma melhor compreensão da figura em sua totalidade.

Ao visualizar um sólido geométrico em três dimensões no *software*, é possível observar as dimensões do objeto com maior clareza e facilidade, o que pode facilitar a compreensão dos conceitos relacionados ao volume. Além disso, o GeoGebra permite a interatividade com o sólido, o que pode permitir que o aluno faça experimentações e manipulações para entender melhor como o volume é calculado. Por exemplo, é possível alterar as dimensões de um cubo e ver como isso afeta o seu volume, ou mesmo visualizar a sobreposição de sólidos para comparar seus volumes. Dessa forma, a representação de sólidos geométricos no GeoGebra pode ser uma ferramenta muito útil para auxiliar os alunos na compreensão do cálculo de volume, especialmente para aqueles que têm dificuldade em visualizar e manipular objetos em três dimensões no quadro branco ou em materiais impressos.

Em suma, com base nos gráficos 9 e 10, o uso do GeoGebra se mostrou extremamente positivo no aprofundamento do conteúdo de Geometria espacial, tanto na percepção, visualização e identificação dos sólidos geométricos e seus elementos, como na compreensão das medidas de volume e área da superfície, demonstrando-se como uma valiosa ferramenta que proporciona aos alunos uma abordagem mais dinâmica e interativa dos conceitos, o que pode levar a uma maior compreensão e interesse pelo assunto.

Na sétima questão, perguntou-se aos alunos sua opinião especificamente em relação ao GeoGebra como ferramenta de aprendizagem de Geometria espacial, a fim de verificar a impressão que os mesmos tiveram acerca do GeoGebra como potencial instrumento pedagógico para o ensino de Matemática.

Gráfico 11 - Importância do Geobra na aprendizagem de Geometria espacial segundo os alunos



Fonte: pesquisa (2022).

De acordo com o resultado, é possível afirmar que a grande maioria dos alunos reconhece a importância do GeoGebra como uma ferramenta que auxilia no aprendizado de Geometria espacial. Dos participantes, 36% consideraram o GeoGebra como muito importante, enquanto 60% responderam que é importante. É válido ressaltar que, mesmo o único aluno (4%) que respondeu que o GeoGebra é pouco importante, ainda reconhece a relevância da ferramenta para o aprendizado da disciplina.

É muito positivo ver que a grande maioria dos alunos reconhece a importância do GeoGebra como uma ferramenta que auxilia no aprendizado de geometria espacial. Isso sugere que os alunos estão abertos a explorar novas formas de aprender e estão dispostos a utilizar ferramentas digitais para melhorar seu desempenho acadêmico. O resultado desta pergunta mostra o potencial do GeoGebra em ser uma ferramenta muito útil no processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial.

Na última pergunta, os alunos foram questionados sobre a inclusão do GeoGebra nas aulas de Geometria espacial e todos os alunos responderam que os professores de Matemática devem utilizar o GeoGebra constantemente no ensino de Geometria espacial.

O resultado dessa pergunta é bastante satisfatório, uma vez que todos os alunos concordaram que os professores de Matemática devem utilizar o GeoGebra constantemente no ensino de Geometria espacial. Isso mostra que os alunos viram o potencial do *software* e que eles acreditam que sua utilização pode melhorar significativamente a compreensão do conteúdo. É importante dizer que é essencial que os professores tenham um bom conhecimento do *software* e saibam como utilizá-lo de forma eficaz para atender às necessidades de seus alunos. O resultado dessa pergunta pode ser visto como um incentivo para os professores de Matemática se aprofundarem no GeoGebra e utilizá-lo cada vez mais em suas aulas, garantindo que seus alunos tenham uma aprendizagem mais efetiva e interessante.

Os resultados do questionário final mostram-se extremamente satisfatórios, uma vez que, combinando as respostas de todas as perguntas, podemos perceber que os alunos ficaram extremamente satisfeitos com a oficina e com a utilização do GeoGebra para a aprendizagem de Geometria Espacial. É evidente que eles viram o GeoGebra como uma ferramenta extremamente valiosa e eficaz para estudar o conteúdo, permitindo uma aprendizagem mais atrativa. Os alunos defendem a ideia de que o *software* é uma ferramenta indispensável que deve ser incorporada nas aulas de Matemática, adequando-a ao planejamento. Contudo, é importante lembrar que o GeoGebra não deve ser visto como a solução única para o ensino de Geometria espacial, mas sim como uma ferramenta complementar que pode ser utilizada de

forma integrada com outras metodologias. É importante que os professores planejem as aulas com cuidado, adequando a utilização do *software* aos objetivos de aprendizagem e ao perfil de seus alunos.

Os resultados obtidos vão de encontro aos obtidos por Menegais et al (2022).

A partir das análises realizadas, percebe-se que as atividades propostas, que contemplaram a inserção das tecnologias digitais nas aulas ministradas, fomentaram o engajamento dos estudantes em relação ao conteúdo de Geometria Espacial. Diante dessas constatações, ressalta-se a importância de ações extensionistas que promovam a integração das TDIC no cotidiano da sala de aula (MENEGAIS et al, 2022, p. 16).

Com base nas observações realizadas durante a oficina e nos resultados do questionário final aplicado aos alunos, percebeu-se que as tecnologias digitais são ferramentas pedagógicas bastante aceitas e até mesmo desejadas pelos alunos. Eles se sentem mais à vontade e motivados quando se usa TDIC na sala de aula. A percepção é de que apenas por meio do uso de tecnologias digitais é que as aulas se tornam algo que pertence ao mundo dos alunos. Dessa forma, o professor pode usar as tecnologias como um meio para que eles percebam o ambiente escolar como algo fundamental, necessário e significativo em sua vida.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos nesta pesquisa sugerem que o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de geometria espacial e de toda a Matemática é bastante promissor, mesmo em um cenário que se mostrou desfavorável, devido à carência dos alunos em relação aos conteúdos abordados, que deveriam ser estudados em etapas de ensino anteriores.

Apesar desse cenário, os alunos tiveram uma melhoria bastante significativa na compreensão do conteúdo. E mesmo com uma carência enorme dos conteúdos que eram pré-requisitos para a pesquisa, foi possível observar que os alunos desenvolveram habilidades desejadas e alcançaram um nível satisfatório de aprendizado.

A metodologia aplicada durante a intervenção pedagógica despertou nos alunos a vontade em ser um participante ativo do processo. A participação e o interesse dos alunos, em geral, foram bastante significativos. Tornar o aluno como parte ativa e autônoma do processo de ensino e aprendizagem é essencial para o sucesso deste. Durante a oficina, os alunos foram impulsionados a isso, permitindo uma colaboração mútua, promovendo o desenvolvimento da capacidade de investigar e, conseqüentemente, o pensamento crítico, sem deixar de lado as características e habilidades individuais de cada um.

A falta de motivação dos alunos tem se tornado algo cada vez mais preocupante no cenário educacional brasileiro. Os estudantes não veem mais significado e necessidade em estudar. Nesse contexto, a proposta desta pesquisa se mostrou-se muito relevante, pois, mesmo alunos que durante o ano letivo mostravam-se desmotivados e não davam muita importância às aulas na escola, realizaram as atividades programadas de maneira ativa e tomando iniciativas. Assim, a inserção do GeoGebra ou de outras tecnologias digitais no ambiente escolar mostrou-se como algo estimulante tanto para alunos como para professores.

Vale ressaltar que o desempenho dos alunos diante do problema proposto na atividade 5 foi bastante animador, uma vez que no convívio diário percebe-se que eles enfrentam muitas dificuldades na interpretação, na manipulação dos dados e na realização dos cálculos em problemas mais contextualizados. Neste aspecto, a contribuição do GeoGebra foi bastante positiva, permitindo aos alunos tanto responderem o problema de uma forma mais ágil, como compreender melhor o contexto inserido.

Através dos questionários aplicados, percebeu-se que os alunos não apenas aceitam a inclusão do GeoGebra e outras tecnologias digitais nas aulas de Matemática, como também

sentem a necessidade disso. Cabe ao professor adequá-las ao planejamento para que a execução seja de forma adequada e proveitosa.

Portanto, o ensino de Geometria espacial utilizando o GeoGebra como uma ferramenta pedagógica, aproveitando a realidade dos alunos, que utilizaram o próprio celular como um meio de aprendizagem, apresentou resultados até mesmo acima da expectativa. A participação ativa, a independência na busca por soluções e métodos alternativos, a colaboração mútua e o desenvolvimento do pensamento crítico e investigador são características observadas durante a realização das atividades propostas que não se percebia habitualmente no ambiente da sala de aula.

Por meio desta pesquisa, conclui-se que o GeoGebra é uma ferramenta eficaz para a aprendizagem de Geometria espacial, pois ao mesmo tempo que é de fácil manuseio, possui diversas possibilidades de exploração, garantindo ao aluno uma aprendizagem crítica, significativa, interativa, independente e colaborativa.

REFERÊNCIAS

ACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia** - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, fev. 2018. ISSN 2447-9187. Disponível em: <<https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612>>. Acesso em: 22 jul. 2022. doi:<http://dx.doi.org/10.18265/1517-03062015v1n38p105-119>.

ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, SC, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948/28976>. Acesso em: 22 jul. 2022.

BARBOSA, Paula Marcia. O estudo da Geometria. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 25, 2003. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/546>. Acesso em: 20 jul. 2022.

BERG, Mark de *et al.* **Computational Geometry: algorithms and applications**. 3. ed. Berlim: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

BICUDO, Maria A. V. (Org). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BICUDO, Maria A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. *In*: FLORES, Cláudia R.; CASSIANI, Suzani (org.). **Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação matemática e científica: sobre linguagens e práticas culturais**. 1. ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. v. 01, p. 17-40.

BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (Org.). **Educação Matemática - pesquisa em movimento**. 1 ed. São Paulo: Cortez Editora, 2004.

BOCCATO, Vera Regina Casari. Metodologia da Pesquisa Bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Revista de Odontologia da Universidade Cidade de São Paulo**, São Paulo, v.18, n.3, p. 265-274, 2006.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L. **As Licenciaturas em Matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB): uma visão a partir da utilização das Tecnologias Digitais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

BORBA, Marcelo C.; BICUDO, Maria A. V. (Org.). **Educação Matemática: Pesquisa em Movimento**. São Paulo: Editora Unesp, 2012.

BORBA, Marcelo C.; SILVA, Ricardo S. R. da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. 160 p.

BOYER, Carl B; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Trad. Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. **Fundação Getúlio Vargas** – FGV. 2022.

BRASIL. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística** – IBGE.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio**. Resolução CNE/CEB 3/2018. Diário Oficial da União, Brasília, 22 de novembro de 2018, Seção 1, pp. 21-24.

CARDOSO, Esther G.; SILVA, José M. **Silo, silagem e ensilagem**. EMBRAPA Gado de Corte (CNPGC). Campo Grande, MS, n. 02, fev./1995. Disponível em: <<https://old.cnpgc.embrapa.br/publicacoes/divulga/GCD02.html>>. Acesso em 16 dez. 2022.

COSTA, N. M. L. DA; PRADO, M. E. B. B. A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 16, 6 nov. 2015.

COUTO, Edvaldo S.; COUTO, Edilece S.; CRUZ, Ingrid de M. P. #FIQUEEMCASA: EDUCAÇÃO NA PANDEMIA DA COVID-19. **EDUCAÇÃO**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 200–217, 2020. DOI: 10.17564/2316-3828.2020v8n3p200-217. Disponível em: <<https://periodicos.set.edu.br/educacao/article/view/8777>>. Acesso em: 17 dez. 2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 10ª ed. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática da teoria à prática**. Coleção perspectivas em educação matemática. 17ª ed. Campinas: Papirus, 2009.

DENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. **Handbook of qualitative research** Thousand Oaks: Sage, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5ª ed – Campinas, SP: Editora UNICAMP, 2011.

FOLEY, James D. et al. Computer Graphics: Principles and Practice. 2nd ed. In C. p. 1995.

GEOGEBRA, Aplicativos Matemáticos. **O que é o GeoGebra?**. [S. l.], 2022. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 27 jul. 2022.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GIRALDO, V; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção PROFMAT, 06).

GODOY, Arilda S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades: In **Revista de Administração de Empresas**, v. 35 n.2 Mar/abril, 1995.

GREENE, Brian. String theory on Calabi - **Yau manifolds** - arXiv preprint hep-th/9702155 (2009).

JAMMER, Max. **Conceito de Espaço**: a história das teorias do espaço na física. Tradução de Vera Ribeiro. 3ª Ed. Rio de Janeiro: Ed. PUC – Rio, 2010.

KEEDI, Samir; MENDONÇA, Paulo C. C. **Transportes e seguros no Comércio Exterior**. 2ª edição. São Paulo: Aduaneiras, 2003.

KENSKI, V. M.. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância**. 9. ed. Campinas: Papirus, 2015.

LEACH, Andrew R. **Molecular Modelling**: Principles and Applications. 2ª edição. Prentice-Hall, 2001.

MATTOS, José Roberto Linhares de; BRITO, Maria Leopoldina Bezerra. Agentes rurais e suas práticas profissionais: elo entre matemática e Etnomatemática. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 4, p. 965-980, 2012.

MENEGAIS, Denice A. F. N. et al. A utilização das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de geometria espacial: a percepção dos estudantes do 3º ano do ensino médio. **Cadernos do Aplicação**, Porto Alegre, v. 35, 2022. DOI: 10.22456/2595-4377.120825. Disponível em: <<https://www.seer.ufrgs.br/index.php/CadernosdoAplicacao/article/view/120825>>. Acesso em: 26 jul. 2022.

MINAYO, M.C.S. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. **Revista Ciência & Saúde Coletiva**, v. 17, n. 3, 2012.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFGM, 2013.

OLIVEIRA, Edvaldo Ramalho de; CUNHA, Douglas da Silva. O uso da tecnologia no ensino da Matemática: **contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau**. *Revista Educação Pública*, v. 21, nº 36, 28 de setembro de 2021. Disponível em: <<https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-isofwarei-geogebra-no-ensino-da-funcao-do-1-grau>>. Acesso em 26 jul. 2022.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel; BAZZO, Walter Antonio. Caso Simulado no Ensino-Aprendizagem de Matemática: ensinar sob uma abordagem crítica. **Bolema**, Rio Claro, Sp, v. 32, n. 22, p. 101-122, abr. 2009. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2074>. Acesso em: 20 jul. 2022.

RODRIGUES, Paulo Roberto Ambrosio. **Gestão estratégica da armazenagem**. 2.ed. São Paulo: Aduaneiras, 2007.

ROTELLI, Vanderlei; SANTOS, Sinval A.; FRANÇA, Elena F.de. **Geometria descritiva aplicada à arquitetura I**. São Paulo: Editora Blucher, 2017.

SANTOS, José Carlos. Minkowski, Geometria e Relatividade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 18, p. 115-131, 2020. DOI: 10.47976/RBHM2009v9n18115-131. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/157>. Acesso em: 25 jul. 2022.

SOUZA, Loana Araújo. **Uma proposta para o ensino da geometria espacial usando o GeoGebra 3D**. Orientador: Prof. Dr. Aldo Trajano Lourêdo. 2014. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, PB, 2014. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/2112/1/PDF%20-%20Loana%20Araujo%20de%20Souza.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2022.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Trad. Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo. 1. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2014.

SILVA, Paulo Cosme Amorim da. **GEOMETRIA ESPACIAL: Uso do Aplicativo GeoGebra em Smartphones**. Orientador: Prof^a. Dr^a. Élide Alves da Silva. 2018. 70 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal de Goiás, UFG, Catalão, GO, 2018. Disponível em: <http://repositorio.ufcat.edu.br/tede/bitstream/tede/8653/4/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20-%20Paulo%20Cosme%20AMorim%20da%20Silva%20-%202018.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2022.

SOARES, Samara S. D.; CÂMARA, Gislene C. V. Tecnologia e Subjetividade: Impactos do uso do celular no cotidiano de adolescentes. **Pretextos - Revista da Graduação em Psicologia da PUC Minas**, v. 1, n. 2, p. 204 - 223, 1 dez. 2016.

THOMSON, William Tyrell. **Introduction to space dynamics**. New York: Wiley, 1986.

VALENTE, J. A. (org.) **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. 156p.

VERZA, Fabiana. **O uso do celular na adolescência e sua relação com a família e grupo de amigos**. Orientador: Dr^a Adriana Wagner. 2008. 114 p. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Faculdade de Psicologia da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2008.

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a), você está sendo convidado (a) para ser participante da pesquisa “TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: o uso do GeoGebra como ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no ensino médio”, desenvolvida por Fernando Silva de Araújo, discente do curso de Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, sob orientação do professor Dr. Raimundo José Barbosa Brandão.

O objetivo central do estudo é analisar o uso do GeoGebra como uma ferramenta de aprendizagem no ensino de Geometria Espacial, com alunos do 3º ano do Centro de Ensino Dorgival Pinheiro de Sousa, no município de Imperatriz – MA.

“Serão garantidas a confidencialidade e a privacidade das informações por você prestadas”. Sua participação, consistirá em, durante a realização das oficinas, participar das atividades propostas em sala de aula, interagir, responder um questionário no início e um no encerramento, possibilitando que as informações colhidas sejam organizadas, analisadas, divulgadas e publicadas na construção da dissertação em questão.

A sua participação justificar-se-á pela oportunidade de desenvolver habilidades matemáticas com o uso da tecnologia como facilitadora para o processo de ensino-construção-aprendizagem. Assine o presente documento, nas duas vias de igual teor. Uma cópia ficará em seu poder e a outra será arquivada em um local seguro pelo pesquisador responsável. Agradeço a sua contribuição e coloco-me a disposição para os esclarecimentos que forem necessários.

Nome do Participante da Pesquisa

Assinatura do Responsável pelo Participante da Pesquisa

Pesquisador: Fernando Silva de Araújo

APÊNDICE B – Questionário aplicado aos professores via formulário do Google

1. Como você avalia a relevância de Geometria Espacial na grade curricular do Ensino Médio?

- Nenhuma importância
- Pouco importante
- Importante
- Muito Importante

2. Em sua escola, em qual etapa do Ensino Médio é abordado o conteúdo de Geometria Espacial?

- 1º ano
- 2º ano
- 3º ano

3. Antes de iniciar o conteúdo de Geometria espacial, você aborda Geometria plana?

- Sim, mas apenas uma revisão.
- Sim, o conteúdo completo.
- Não, pois eles já devem ter esse conhecimento prévio.

4. Se, devido às adversidades do calendário escolar, não for possível contemplar todo o conteúdo anual, qual sua posição em relação à abordagem de Geometria espacial?

- Em nenhuma hipótese deixaria de ministrar Geometria espacial
- Poderia deixar de ministrar Geometria espacial, dependendo dos demais conteúdos
- Deixaria de ministrar Geometria espacial por ser um conteúdo extenso.

5. Qual a(s) principal(is) dificuldade(s) enfrentadas no ensino de Geometria espacial, no Ensino Médio?

6. Você acha que os professores de Matemática devem utilizar a tecnologia como ferramenta de ensino?

- Sim, a tecnologia deve ser uma ferramenta frequente no ensino de Matemática.
- Em algumas ocasiões, nem sempre o uso de tecnologia é adequado/necessário.
- Não, o ensino “tradicional” é a melhor alternativa.

7. O quanto você acha necessário utilizar o celular do aluno como uma ferramenta de aprendizagem em Matemática?

- Totalmente necessário, visto que o celular hoje é praticamente uma parte do corpo de jovens e adolescentes.
- Interessante. É um recurso que pode ser utilizado, mas não é totalmente necessário.

- Desnecessário. O uso do celular não vai proporcionar melhorias no aprendizado do aluno.

8. Qual o seu grau de domínio de equipamentos eletrônicos (celular, computador, etc..)?

- Alto, sou “tecnológico”.
- Médio, domino algumas funcionalidades.
- Básico, só utilizo para necessidades básicas.
- Baixo, não tenho afinidade com equipamentos eletrônicos.

9. Você conhece aplicativos ou softwares que contribuem para o ensino de Matemática? Cite o(s) nome(s).

10. Você conhece aplicativos ou softwares que contribuem para o ensino de Geometria Espacial? Cite o(s) nome(s).

11. Na sua opinião, de que maneira o uso do GeoGebra poderá contribuir para a aprendizagem crítica e significativa em Geometria Espacial?

APÊNDICE C – Questionário diagnóstico aplicado aos alunos

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

Departamento de Matemática e Informática – CECENPROFMAT – UEMA

Mestrando: Fernando Silva de Araújo

Orientador: Dr. Raimundo José Barbosa Brandão

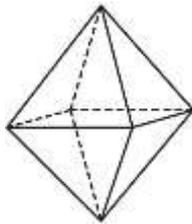
1. Qual a diferença entre uma figura plana e uma figura espacial?

2. O que é um Poliedro?

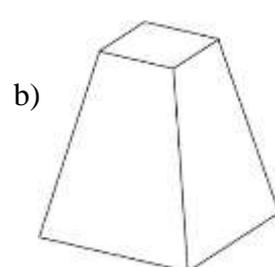
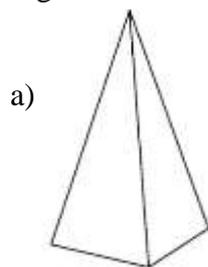
3. Qual a figura que forma a base do sólido a seguir? E qual é esse sólido?



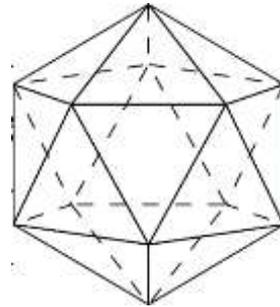
4. Quantos e quais são os polígonos que compõem as faces do sólido a seguir?



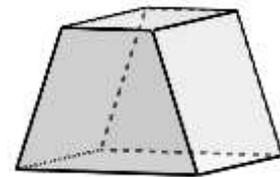
5. Quantos e quais são os polígonos que compõem as faces laterais do sólido a seguir?



6. Quantos e quais são os polígonos que compõem as faces do sólido a seguir?



7. Qual o nome do sólido apresentado a seguir? E qual o polígono que compõe sua base?



8. Faça um esboço de um Paralelepípedo.

9. Faça um esboço de um prisma de base triangular e outro de base trapezoidal.

APÊNDICE D – Questionário avaliativo aplicado aos alunos via formulário do Google

1. Na sua opinião, qual a importância do professor utilizar tecnologias digitais nas aulas de Matemática?
2. Qual sua opinião quanto ao uso do celular do aluno como uma ferramenta de aprendizagem de Matemática?
3. Como você avalia a oficina: O uso do Geogebra como ferramenta pedagógica no ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio"?
4. Qual sua opinião a respeito do manuseio das ferramentas do Geogebra?
5. O uso do Geogebra facilitou na identificação dos elementos de uma figura espacial?
6. O uso do Geogebra facilitou na compreensão e cálculo de volume e área da superfície de sólidos geométricos?
7. Com base na oficina ministrada, qual a importância do Geogebra 3D na aprendizagem de Geometria espacial?
8. Você acha que os professores de Matemática devem utilizar o Geogebra constantemente no ensino de Geometria espacial?

APÊNDICE E – Plano de aula do primeiro encontro da oficina

Conteúdo: Figuras geométricas planas

Objetivos:

- Revisar os principais conceitos de Geometria plana.
- Compreender o conceito de plano.
- Conhecer e identificar as principais figuras geométricas planas.
- Calcular o perímetro e a área de figuras planas.

Competências e habilidades:

(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.

(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

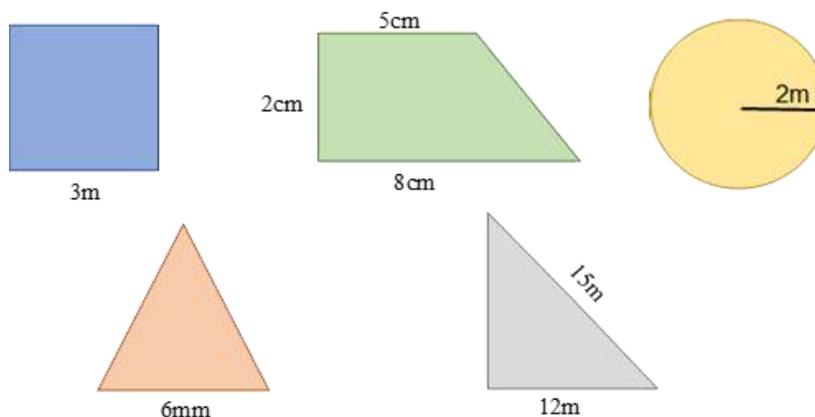
Metodologia:

- Aula expositiva com apresentação de slides sobre o conteúdo
- Aplicação de atividade.

Tempo: 2 horas

Atividade 1

- Construa dois triângulos semelhantes, mas não congruentes.
- Faça o esboço de dois quadriláteros distintos.
- Calcule o perímetro e a área das figuras a seguir (obs.: imagens fora de escala).



APÊNDICE F – Plano de aula do segundo encontro da oficina

Conteúdo: Revisão de Geometria Espacial

Objetivos

- Revisar os principais conceitos de Geometria Espacial.
- Conhecer e identificar os principais sólidos geométricos.

Competências e habilidades:

(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.

(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.

Metodologia:

- Aula expositiva com apresentação de slides sobre o conteúdo
- Aplicação de atividade por meio de exposição oral.

Tempo: 2 horas

Atividade 2

- a) Cite exemplos do seu cotidiano em que você percebe a presença da Geometria Espacial ou de sólidos geométricos.
- b) Com base no que você conhece de Geometria espacial, comente sobre sua importância para a sociedade.
- c) Por que aprender Geometria Espacial é importante?
- d) O professor de Matemática deve abordar novas metodologias no Ensino de Geometria Espacial ou não, a forma “tradicional está suficiente? Justifique.

APÊNDICE G – Plano de aula do terceiro encontro da oficina

Conteúdo: Uso do Geogebra para aprendizagem de Geometria Espacial.

Objetivos

- Conhecer as ferramentas do Geogebra.
- Construir um cubo utilizando as ferramentas próprias do Geogebra.
- Observar e compreender a planificação do cubo e calcular a área de sua superfície utilizando o Geogebra.
- Calcular o volume do cubo com e sem o Geogebra e comparar os resultados.

Competências e habilidades

(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Metodologia:

- Apresentação da ferramenta através da projeção por meio de Datashow.
- Proposta de atividade a ser realizada por meio do Geogebra no celular.

Tempo: 2 horas

Atividade 3: Com o auxílio do Geogebra, construa um cubo com aresta medindo 2cm. Depois planifique e calcule a área de sua superfície e seu volume.

APÊNDICE H – Plano de aula do quarto encontro da oficina

Conteúdo:

Uso do Geogebra como ferramenta para aprendizagem de Geometria Espacial.

Objetivos

- Construir um paralelepípedo utilizando as ferramentas próprias do Geogebra.
- Observar e compreender a planificação do paralelepípedo e calcular a área de sua superfície utilizando o Geogebra.
- Calcular o volume do paralelepípedo com e sem o Geogebra e comparar os resultados.

Competências e habilidades

(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Metodologia:

- Apresentação da ferramenta através da projeção por meio de Datashow.
- Proposta de atividade a ser realizada por meio do Geogebra no celular.

Tempo: 2 horas

Atividade 4: Com o auxílio do Geogebra, construa um paralelepípedo de base quadrada com as dimensões que desejar. Depois planifique e calcule:

- a) Área total
- b) Volume

APÊNDICE I – Plano de aula do quinto encontro da oficina.

Conteúdo: Uso do Geogebra para aprendizagem de Geometria Espacial.

Objetivos

- Resolver um problema de Geometria espacial com o auxílio do Geogebra

Competências e habilidades

(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Metodologia:

- Apresentação de uma situação-problema para ser respondida com o auxílio Geogebra no celular.

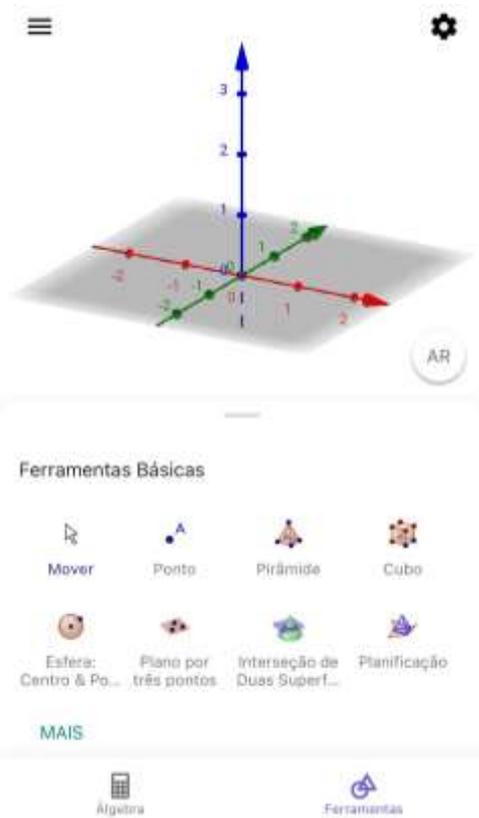
Tempo: 2 horas

Atividade 5: Um fazendeiro possui uma grande fazenda com 3000 vacas que produzem, em média, 9 litros de leite por dia. Ele precisa armazenar todo o leite produzido diariamente em um reservatório cúbico que será esvaziado ao final do dia para transporte e distribuição. A partir das informações responda:

- a) Determine o valor da aresta do reservatório, em metros, e construa-o utilizando o Geogebra (Desconsidere possíveis perdas).
- b) Qual o custo para construção do reservatório sabendo que cada metro quadrado (m^2) custará R\$ 200,00? Dica: Utilize a planificação do cubo através do Geogebra.
- c) Quantas pessoas o fazendeiro deve contratar para a limpeza do reservatório, considerando que é necessário ter no mínimo uma pessoa a cada $10m^2$ e no máximo uma pessoa a cada $11m^2$ de sua superfície total?

APÊNDICE J – Tutorial para construção de um cubo usando o GeoGebra no celular

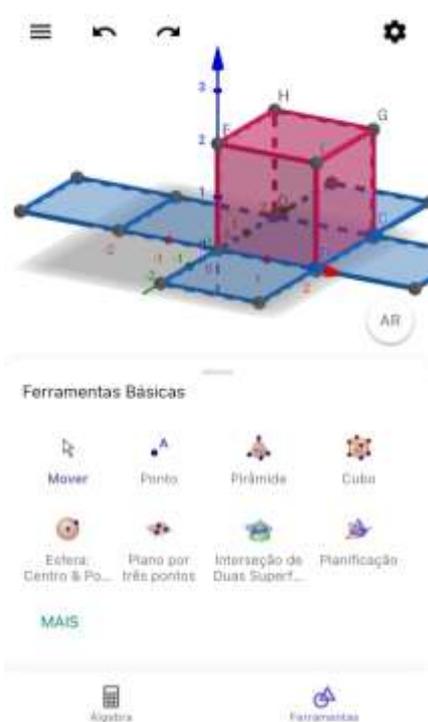
1. Abra o GeoGebra 3D e clique em “Ferramentas” na aba inferior



2. Clique em “Cubo” e então selecione dois pontos que formarão a aresta. O ponto poderá ser ajustado deslizando-o sobre o eixo



3. Clique em “Planificação” e depois sobre o Cubo para gerar sua planificação. O zoom pode ser ajustado deslizando os dois dedos sobre a tela.



4. Selecione a janela de Álgebra na aba inferior para verificar as medidas de volume e área do cubo.

