



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

BRENO RICARDO OLIVEIRA MARQUES

O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO
MEIO DE CONSCIENTIZAÇÃO SOBRE
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

FORTALEZA

2022

BRENO RICARDO OLIVEIRA MARQUES

O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO
MEIO DE CONSCIENTIZAÇÃO SOBRE
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção de título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo.

FORTALEZA

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M315e Marques, Breno Ricardo Oliveira.
O ensino da matemática financeira como meio de conscientização sobre a educação financeira / Breno Ricardo Oliveira Marques. – 2023.
57 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2023.
Orientação: Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo.

1. BNCC. 2. Educação financeira. 3. Problemas Sociais. 4. Matemática (ensino médio). 5. Competências e habilidades. I. Título.

CDD 510

BRENO RICARDO OLIVEIRA MARQUES

O ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO
MEIO DE CONSCIENTIZAÇÃO SOBRE
A EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção de título de Mestre em Matemática. Área de Concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo.

Aprovada em: 12/08/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcos Ferreira de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Carlos Augusto David Ribeiro
Universidade Federal do Delta do Parnaíba (UFDPAr)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que me deu forças para não desistir do sonho de concluir esse mestrado. Minha primeira prova do Exame Nacional de Admissão foi em 2011. Fiquei em primeiro lugar entre os classificáveis, porém todos classificados se matricularam. Aprovado no Exame de 2012 e iniciei o curso em 2013. Infelizmente por motivos de trabalho e família não consegui acompanhar e perdi. Mais de dez anos depois esse sonho foi realizado. Como está escrito em Mateus 19:26, “Aos homens isto é impossível, mas a Deus tudo é possível”

Ao professor e orientador Marcelo Ferreira de Melo que desde o curso, durante as disciplinas, demonstrou ser muito disponível e disposto a ajudar. Agradeço pela orientação e presteza nas devolutivas. Sua tranquilidade e leveza me deixaram muito mais tranquilo na execução do trabalho.

À minha família. Primeiramente minha esposa, companheira, amiga que me apoiou nos momentos difíceis de impaciência e dúvidas a respeito se era realmente isso que eu queria, e que entendeu minhas ausências aos sábados nas aulas e em vários outros momentos de estudo. Depois à minha linda filha Sofia, nascida em 2020, que deu forças para lutar, superar bloqueios mentais e evoluir para ser uma pessoa melhor para ela e para o mundo.

Aos meus colegas da turma do PROFMAT 2019 que foram de extrema importância. Uma parceria e apoio incondicional aos colegas. Nos momentos mais difíceis, principalmente durante a pandemia, esse grupo foi fantástico e decisivo para o sucesso de todos.

À professora e amiga Rosemeire Pedro da Silva que não só me ajudou com a formatação do trabalho, mas que também me inspirou a concluir o mestrado com toda sua luta.

Aos meus companheiros direto de trabalho, Elis Regina Marcos do Nascimento, Euvaldo Evandro Carneiro Martins Filho, Rafael do Nascimento Tomé Ribeiro, Renata Xavier Soares, Silvia Helena Oliveira Martins Wesley Alves Alexandre e pelas trocas de ideias, paciência, compreensão, parceira, apoio e torcida para meu sucesso.

Aos meus pais que foram a base de tudo. Sem eles nada seria possível. Mesmo com quatro filhos e todas dificuldades, sempre acreditaram e investiram na nossa educação e nos incentivaram a ser pessoas boas para o mundo.

Dedico esse trabalho ao meu avô Pery de Oliveira (in memoriam), que além de plantar em mim o amor pela Matemática, foi o maior exemplo de ser humano íntegro e solidário.

RESUMO

Existe um ditado que diz: “O órgão mais sensível do corpo humano é o bolso”. Obviamente a frase refere-se ao que tem dentro do bolso, é claro, o nosso suado e sofrido dinheiro que recebemos ao final de cada mês de trabalho. Trabalhamos duro dia após dia para recebê-lo e quando recebemos, como um passe de mágica, ele já foi todo consumido e nem percebemos. Esse é um problema grave que afeta diretamente várias famílias brasileiras. Isso ocorre por conta da falta de educação financeira, um problema sério que causa enormes transtornos para pessoas, famílias, empresas e, conseqüentemente, para o país. Concomitantemente a isso, ao visualizarmos os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) percebemos que o aluno que está saindo da escola, na última série do Ensino Médio com um nível baixo no aprendizado em Língua Portuguesa e Matemática tendo uma média, calculada desde 1995, numa escala de 0 a 500, de 269 em Português e 275 em Matemática. Além de não dominar a Língua Portuguesa, tendo dificuldades de leitura e compreensão textual, o aluno sai da escola sem dominar o básico da Matemática, fazendo que esse jovem entre na vida adulta despreparado para lidar com inúmeros desafios importantes, tais como controle de gastos e planejamento financeiro. O Governo Federal, visualizando todo o problema social envolvido com a falta de educação financeira da população e ocasionando o endividamento da população, em 2010 criou a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira) para promover ações educacionais a respeito do assunto. Uma dessas ações foi inserir na BNCC (Base Nacional Curricular Comum) a Educação Financeira e a Matemática Financeira. A Matemática Financeira já constava na BNCC, porém com o foco na disciplina de Matemática. A partir de então, constam de forma explícita, assuntos que devem ser abordados a cada série contextualizando e abordando conceitos básicos de economia e finanças no intuito de levar educação financeira aos alunos. O ensino e compreensão por parte dos alunos dos conteúdos básicos de matemática podem fazer toda diferença para a mudança de comportamento na vida financeira da população. Trabalhar os conteúdos de forma contextualizada e mostrando sua aplicabilidade e funcionalidade no seu cotidiano é uma excelente forma de desmistificar a Matemática e transformá-la numa grande aliada para um futuro com uma vida financeira mais organizada e próspera. O objetivo desta dissertação é analisar as competências e habilidades requeridas pela BNCC para as diferentes etapas de ensino e exemplificar de que forma isso pode ser feito.

Palavras-chave: BNCC; educação financeira; problemas sociais; matemática (ensino médio); competências e habilidades.

ABSTRACT

There is a saying that goes: “The most sensitive organ in the human body is the pocket”. Obviously the phrase refers to what you have in your pocket, of course, our hard-earned and hard-earned money that we receive at the end of each working month. We work hard day after day to receive it and when we receive it, like a magic pass, it has already been consumed and we don't even realize it. This is a serious problem that directly affects several Brazilian families. This is due to the lack of financial education, a serious problem that causes enormous inconvenience for people, families, companies and, consequently, for the country. Concomitantly to this, when viewing the results of the Basic Education Assessment System (SAEB) we realize that the student who is leaving school, in the last year of high school with a low level of learning in Portuguese Language and Mathematics, having an average, calculated since 1995, on a scale of 0 to 500, 269 in Portuguese and 275 in Mathematics. In addition to not mastering the Portuguese language, having reading and textual comprehension difficulties, the student leaves school without mastering the basics of Mathematics, causing this young person to enter adult life unprepared to deal with numerous important challenges, such as cost control and financial planning. The Federal Government, visualizing all the social problem involved with the population's lack of financial education and causing the population's indebtedness, in 2010 created the ENEF (National Strategy for Financial Education) to promote educational actions on the subject. One of these actions was to insert Financial Education and Financial Mathematics into the BNCC (Base Nacional Curricular Comum). Financial Mathematics was already included in the BNCC, but with a focus on Mathematics. From then on, there are explicit subjects that must be addressed in each grade contextualizing and addressing basic concepts of economics and finance in order to bring financial education to students. The teaching and understanding by the students of the basic contents of mathematics can make all the difference for the change of behavior in the financial life of the population. Working the contents in a contextualized way and showing its applicability and functionality in your daily life is an excellent way to demystify Mathematics and turn it into a great ally for a future with a more organized and prosperous financial life. The objective of this dissertation is to analyze the skills and abilities required by the BNCC for the different stages of teaching and to exemplify how this can be done.

Keywords: BNCC; financial education; social problems; mathematics (education, secondary); skills and abilities.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	CONTEXTO DA RELAÇÃO DO BRASILEIRO COM SUAS FINANÇAS	11
3	A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS. CENÁRIOS E DIFICULDADES.....	15
4	HABILIDADES MATEMÁTICAS RELACIONADAS A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA BNCC	17
4.1	Ensino Fundamental	17
4.2	Ensino Médio	32
5	CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

A partir de 2019 o assunto de educação financeira ficou bastante evidenciado nas redes sociais muito disso influenciada pela baixa na taxa Selic, taxa que representa os juros básicos da economia no país e determina, diretamente para a pessoa física, quanto percentualmente rende suas economias numa aplicação na Poupança (forma mais utilizada no país para poupar e rentabilizar o dinheiro no Brasil). Com essa taxa muito baixa, as aplicações em renda fixa (Poupança, Tesouro Direto, CDB, entre outros) ficaram menos atrativas e foi iniciada, vislumbrando a possibilidade de rentabilidades superiores, uma corrida de novos investidores para a bolsa de valores. O número de pessoas físicas nessa modalidade cresceu de 814 mil ao final de 2018 para 5 milhões em janeiro de 2022, um salto de mais 600%. Apesar desse aumento significativo, esse número não representa 5% da população brasileira. Uma pequena parte da população está evoluindo em relação à forma como poupa, cuida e investe seu dinheiro, porém a grande maioria sofre com a falta de organização financeira, não conseguindo muitas vezes nem pagar as contas do mês.

Figura 1 - Histórico do crescente número de pessoas físicas na Bolsa de Valores



<https://conteudos.xpi.com.br/acoes/relatorios/rumo-aos-5-milhoes-de-investidores-na-bolsa-em-2022-xp-monitor/>

Pesquisas sobre endividamento no país a tempos mostram que grande parte da população brasileira está nessa situação constrangedora. Independente se ganham pouco ou muito, não conseguem, com suas receitas, organizar suas finanças e ter comportamentos

saudáveis com a utilização do dinheiro. Esse é um problema que afeta não só o indivíduo e seus familiares, mas com todo o país. Por esse motivo que ações governamentais são implantadas na busca da melhoria da Educação financeira da população. A Escola tem sido um grande meio de disseminar esse conteúdo de extrema importância para nossas vidas. Por esse motivo, em 2020, o Ministério da Educação (MEC) tornou obrigatório o ensino de educação financeira nas escolas. Desde então, as instituições de ensino devem atender às novas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essa decisão, no entanto, não transforma o letramento financeiro em um componente curricular a ser estudado, mas sim em um dos temas a serem desenvolvidos dentro da disciplina de Matemática.

A educação financeira vai muito além da aprendizagem de conteúdos Matemáticos, porém o aluno que se apropria das habilidades e competências listadas pela BNCC relacionadas à Matemática em cada nível de ensino, estará muito melhor preparado para, por exemplo, fazer cálculos básicos de consumo cotidiano na busca das melhores opções de compra, leituras de gráficos e tabelas comparativas entre preços de produtos e serviços, e também entender com mais propriedade informações específicas a respeito de taxas de juros, descontos, empréstimos, financiamentos e aplicações financeiras. Infelizmente são poucos os que finalizam o ensino médio dominando tais habilidades e competências. O problema é grande, e evidenciado ao analisarmos os resultados das avaliações de larga escala sobre aprendizagem. Em 2018, última aplicação do Pisa, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, o Brasil ficou entre os dez piores desempenhos do mundo em Matemática, e, coincidentemente, ou não, com relação à competência financeira dos alunos, o Brasil ficou na 17ª posição num ranking entre 20 países. É difícil tomar decisões financeiras se não se entende o básico da Matemática. A melhoria da educação financeira do brasileiro é um desafio enorme e este trabalho tem como objetivo auxiliar os professores apresentando os conteúdos Matemáticos listados na BNCC por nível de ensino e exemplificar, com questões abordando situações cotidianas, como cada professor pode fazer para levar o aluno para aprendizagem significativa, e, conseqüentemente, sair da escola e ir para vida adulta mais bem preparado para lidar com assuntos financeiros.

2 CONTEXTO DA RELAÇÃO DO BRASILEIRO COM SUAS FINANÇAS

Em matéria para o site NSC Total, Jurandir Sell Macedo, doutor em Finanças Comportamentais, disse: "Os brasileiros conviveram, por várias décadas, com uma inflação muito elevada, culminando com um processo hiper inflacionário. Durante os anos 60 e 70, a inflação média anual foi de 38%, na década de 1980, passamos a conviver com uma inflação descontrolada na casa de 330% ao ano e chegamos à hiperinflação, na década de 1990.

Em pouco mais de meio século o Brasil conviveu com 9 moedas diferentes. A inflação deixou marcas profundas na sociedade brasileira. Em um cenário de inflação elevada, as pessoas tinham grandes dificuldades para controlar seus orçamentos. Por isso, algumas gerações abandonaram totalmente o planejamento financeiro.

O Brasil também passou por outro grave problema, que foi o congelamento dos investimentos no Plano Collor. Aquele episódio fez com que muitos brasileiros passassem a temer os investimentos financeiros e este medo passou a ser um trauma coletivo."

Todo esse histórico nos leva a realidade que nos revelam algumas pesquisas recentes. Segundo Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic), divulgada dia 18 de janeiro de 2021 pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), o último ano apresentou recorde do total de endividados, registrando uma média de 70,9% das famílias brasileiras, enquanto dezembro alcançou o patamar máximo histórico com 76,3% do total de famílias. Um dado mais recente do Mapa da Inadimplência de fevereiro de 2022, divulgado pelo site do Serasa, o Brasil ultrapassou os 65 milhões de inadimplentes.

Quando falamos em inadimplência a tendência é associar à pessoas que possuem uma baixa renda, porém mesmo quem ganha o suficiente para arcar tranquilamente com todas suas despesas entra nessa contagem pois não sabe se planejar e se organizar financeiramente. Consumo desenfreado, compras por impulso, custo de vida incompatível com a realidade por falta de controle das receitas e despesas, falta de um fundo de reserva para despesas emergenciais, entre outros, nos retrata, infelizmente, que a falta de educação financeira é a principal causa desse triste cenário do nosso país. De acordo com Kiyosaki e Lechter (2000, p.60) "o dinheiro sem a inteligência financeira é dinheiro que desaparece depressa."

A falta de esclarecimento de como lidar com as finanças pessoais a muito tempo vem sendo uma preocupação da OCDE (Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico). De acordo com a ela, a Educação Financeira pode ser definida como: O processo em que os indivíduos melhoram sua compreensão sobre os produtos financeiros, seus conceitos e riscos, de maneira que, com informação e recomendação claras, possam desenvolver as habilidades e a confiança necessárias para tomarem decisões fundamentais e com segurança, melhorando o seu bem-estar financeiro (OCDE, 2005).

Boas práticas de educação financeira são importantes para o bem-estar pessoal. A psicóloga Tatiana Zambrano Filomensky, coordenadora do grupo de tratamento a compradores compulsivos do Ambulatório de Transtornos do Impulso do Instituto de Psiquiatria do Hospital das Clínicas de São Paulo afirma que, independentemente dos motivos que levam à desorganização financeira, é comum que problemas dessa ordem gerem distúrbios emocionais, impactando as relações familiares, sociais e profissionais. “Dificuldade em se concentrar nas atividades, perda de apetite, transtornos do sono, ansiedade, irritação ou mesmo choro fácil também estão entre os problemas apresentados por quem vive a situação de gastar mais do que o orçamento permite”.

Além desse grave problema de saúde pública, surgem outros que afetam diretamente o país. Estando endividadas, as pessoas tendem a consumir menos, consumindo menos, as indústrias, empresas e lojas vendem menos, conseqüentemente precisarão de menos pessoas trabalhando ocasionando aumento do desemprego no país e também diminuição da arrecadação de impostos através da não venda desses produtos. É menos recurso para o país investir em setores essenciais tais como saúde, educação e segurança pública.

A fim de amenizar essa problemática, o Governo Federal criou, em 2010, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) com objetivo de criar programas e projetos de EF para crianças, jovens e adultos. Através da Pesquisa Nacional de Educação Financeira foram identificados nove temas: Planejamento financeiro, economia, serviços financeiros, crédito e juros, investimentos, previdência social, seguros, capitalização, e proteção e defesa do consumidor. A partir desses temas derivou os objetivos e competências da ENEF.

Objetivo	Competência	Conceitos
1. Formar para cidadania	1. Exercer direitos e deveres de forma ética e responsável	Cidadania Consumo responsável (consciente e sustentável)

2. Educar para o consumo e a poupança	2. Tomar decisões financeiras social e ambientalmente responsáveis.	Receitas e despesas/orçamento
	3. Aplicar compreensão de receitas e despesas na manutenção do balanço financeiro	Reservas (poupança) e investimento
	4. Harmonizar desejos e necessidades, refletindo sobre os próprios hábitos de consumo e poupança	Crédito
	5. Vale-se do sistema financeiro formal para a utilização de serviços e produtos financeiros	
3. Oferecer conceitos e ferramentas para a tomada de decisão autônoma baseada em mudança de atitude	6. Avaliar ofertas e tomar decisões financeiras autônomas de acordo com as reais necessidades	Autonomia
4. Formar disseminadores e/ou multiplicadores em EF	7. Atuar como disseminador dos conhecimentos e práticas de EF	Disseminação e/ou multiplicação
5. Desenvolver a cultura da prevenção e proteção	8. Valer-se de mecanismos de prevenção e proteção de curto, médio e longo prazos	Prevenção Proteção
6. Instrumentalizar para planejar em curto, médio e longo prazos	9. Elaborar planejamento financeiro no curto, médio e longo prazos	Planejamento
7. Proporcionar a possibilidade de melhoria da própria situação	10. Analisar alternativas para superar dificuldades econômicas	Mudança de condições de vida

“A Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF – é uma mobilização em torno da promoção de ações de educação financeira, securitária, previdenciária e fiscal no Brasil. O objetivo da ENEF, criada através do **Decreto Federal 7.397/2010**, e renovada pelo **Decreto Federal nº 10.393**, de 9 de junho de 2020, é contribuir para o fortalecimento da cidadania ao fornecer e apoiar ações que ajudem a população a tomar decisões financeiras mais autônomas e conscientes.”

Em primeiro lugar serão abordados crianças e jovens, que será trabalhado no próximo capítulo especificamente, depois os adultos. Como já possuem hábitos antigos e enraizados e não estão inseridos em um sistema regular de aprendizado, é um grande desafio atingir o público adulto. Para eles foi criada as “Orientações para a Educação Financeira de Adultos”. Dentro desse grupo, por critérios de vulnerabilidade, preocupou-se primeiramente com as mulheres assistidas pelo Bolsa Família e aposentados.

Em 2010, o Bolsa Família atendia quase 13 milhões de lares e as mulheres eram responsáveis por 92,5% dos saques realizados, de acordo com dados de 2010 do Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS). Elas têm um papel importante na vida dos seus descendentes. Para esse grupo de adultos, o objetivo é desenvolver tecnologias que contribuam para a gestão do orçamento doméstico e para o planejamento da vida, adquirindo competências e visão para planejamento de longo prazo. Depois delas, as atenções se voltam para os aposentados. Muitos estão superendividados, têm um baixo nível de instrução, e são os grandes tomadores de empréstimos consignados influenciados por pressões familiares. Assim, para os aposentados o objetivo é desenvolver tecnologias sociais para reduzir o superendividamento, fornecendo ferramentas para protegê-los principalmente do crédito consignado.

Apesar de implementada em 2010 e, analisando os resultados de recentes pesquisas sobre endividamento e inadimplência das famílias, percebe-se que ainda estamos longe do objetivo da ENEF. Como toda ação educacional, leva-se tempo para ser implementada e posta em prática. O foco nas crianças e jovens com o auxílio das escolas é fundamental para essa mudança de comportamento.

3 A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS. CENÁRIOS E DIFICULDADES

O foco principal dos programas de Educação Financeira está nas crianças e jovens. Como a grande maioria está inserido nas escolas, utilizar esse meio para disseminar esse conhecimento é a melhor estratégia. Porém um dos grandes obstáculos está na formação dos professores.

No portal da ENEF são disponibilizados vários recursos para o ensino e implementação da EF nas escolas. Cursos EAD gratuitos para alunos e professores, material didático estruturado para aplicação no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, vídeos, artigos e até jogos relacionados ao tema. Essa iniciativa governamental é muito importante, porém ainda bem desconhecida pela maioria dos gestores e professores.

Outra iniciativa recente lançada pelo Governo Federal foi o Programa Educação Financeira nas Escolas. O Programa tem o objetivo de oferecer aos professores cursos gratuitos de formação em educação financeira, para que o tema esteja presente nas salas de aula. A expectativa inicial é a de capacitar, em três anos, 500 mil professores, que poderão levar o tema a mais de 25 milhões de estudantes brasileiros.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs):

O papel do professor nesse processo é, portanto, crucial pois a ele cabe apresentar os conteúdos e atividades de aprendizagem de forma que os alunos compreendam o porquê e o para que o que aprendem, e assim desenvolvam expectativas positivas em relação à aprendizagem e sintam-se motivados para o trabalho escolar (BRASIL, 2000, p.69)

No lançamento do Programa Educação Financeira nas escolas, o diretor de Formação Docente e Valorização dos Profissionais da Educação, Renato Brito, falou sobre a importância de centralizar o foco dessa formação nos professores. “Muitas vezes nós queremos colocar a educação financeira em pauta dentro das escolas, mas nos esquecemos de possibilitar a segurança do professor sobre o tema. Um professor seguro do que será desenvolvido potencializa o reflexo nos estudantes.”

Logo o professor, para que consiga transmitir esses ensinamentos de forma efetiva, prática, clara e significativa para os alunos precisa estar bem formado, dominar de fato o assunto, ter as práticas de educação financeira como práticas do seu cotidiano. Esse é um conhecimento que não adianta saber a teoria se o cidadão não coloca em prática. Infelizmente,

a exemplo de grande parte da população brasileira, parte dos professores também não dominam o assunto e não praticam tais comportamentos. Sendo assim, como esse professor conseguirá repassar para os alunos? É necessário muito mais do que apenas a disponibilização de materiais, apesar de excelentes, e cursos online para que a educação financeira seja transmitida e repassada de forma eficiente para a população.

Os ensinamentos e aprendizados devem começar desde a infância, momento esse onde cada um de nós começamos a lidar com dinheiro através do desejo de comprar o que gostamos. É importante que os pais e a escola comecem desde cedo a ensinar as crianças como lidar com o dinheiro. Porém ninguém pode transmitir o que não sabe.

4 HABILIDADES MATEMÁTICAS RELACIONADAS A EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA BNCC

4.1 Ensino Fundamental

As habilidades matemáticas referentes a EF começam já a partir do 1º ano do Ensino Fundamental com o reconhecimento de cédulas e moedas do nosso sistema monetário. É importante dizer que as habilidades que serão relacionadas neste capítulo estão diretamente ligadas à EF, porém várias outras se relacionam pois preparam a base para ser alicerce do todo conhecimento. Se uma delas não é compreendida pelo aluno resulta num prejuízo futuro já que, “a compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores”. (Texto da BNCC p.277)

Não menos importante do que no Ensino Médio, nessa etapa, é de extrema importância que os alunos vivenciem na prática tais conhecimentos. Aprender com atividades lúdicas como jogos, brincadeiras, músicas são estratégias utilizadas nessa fase. Colocá-lo à frente de situações que seja necessário a percepção e utilização dos conteúdos estudados são essenciais para a apreensão desse conhecimento.

Até o 3ºano as habilidades são trabalhadas na unidade temática “Grandezas e medidas”. Nessa fase estão no reconhecimento das cédulas e moedas, estabelecendo equivalências e comparando de valores, possibilitando até operações de compra, venda e troca.

A seguir será apresentado, por série, a unidade temática, o objeto de conhecimento, a habilidade específica referente à EF e uma atividade relacionada com comentários sobre conteúdos e habilidades necessárias para resolução, bem como possibilidades de intervenções de modo que possamos aprofundar conteúdos passados e introduzir ideias de conteúdos futuros.

Série: 1º ano

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objeto de Conhecimento: Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas.

Habilidade: (EF01MA19) Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações simples do cotidiano do estudante.

Atividade 1ºAno:

(II OPEF - NÍVEL 1) Joãozinho vai fazer uma festinha, e para isso, ele fez uma lista de quanto irá gastar. Segue abaixo a lista de Joãozinho:

Salgadinho	R\$ 5,00
Refrigerante	R\$ 7,00
Bolo	R\$ 5,00
Bola	R\$ 1,00
Docinho	R\$ 2,00

Marque abaixo qual a nota necessária para pagar por todos esses itens (sem que sobre dinheiro):

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 
- e) 

Comentário:

Para chegarmos na habilidade específica referente a EF, a EF01MA19, precisamos dominar algumas outras anteriores. A primeira habilidade para o Ensino Fundamental, EF01MA01 (Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação) já é de extrema importância. Entender o papel do número na cédula como sendo um código de identificação, mas também como um indicador da quantidade de reais que a cédula representa. Para finalizar precisaremos da ideia de adição, introduzida pela habilidade EF01MA06 (Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas). Logo, somamos os valores de cada item: $R\$5,00 + R\$7,00 + R\$5,00 + R\$1,00 + R\$2,00 = R\$20,00$. Facilmente percebemos que a resposta estará no item “d”. Na busca de explorar mais a situação problema, tomamos a EF01MA08 (Resolver e

elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais) e simulamos situações em que precisarão utilizar também a subtração. Por exemplo, se Joãozinho pagasse tudo com uma nota de R\$ 50,00, quanto ele receberia de troco? Podemos nesta situação visualizar quais estratégias os alunos utilizariam. Alguns podem tentar resolver somando valores aos R\$20,00 até chegar nos R\$ 50,00, enquanto outros fariam diretamente o cálculo da subtração $R\$50,00 - R\$20,00$, obtendo a resposta, R\$30,00 reais.

Série: 2º ano

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objeto de Conhecimento: Objeto de Conhecimento: Sistema monetário brasileiro: reconhecimento de cédulas e moedas e equivalência de valores.

Habilidade: (EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.

Atividade 2ºAno:

(I OPEF - NÍVEL 1) Um vídeo game custa R\$ 50,00.



Quais dessas pessoas tem dinheiro suficiente para comprar o vídeo game?

- a) Pedro e Flavia
- b) Larissa e Flavia
- c) Pedro e Guilherme

- d) Flavia e Guilherme
e) Guilherme e Larissa

Comentário:

Já sabendo identificar as cédulas através dos números, e entendendo seus valores, pois aprendeu a habilidade **EF01MA01** do 1ºano, e somando através da **EF01MA06** o aluno consegue quantificar quanto cada pessoa tem em reais. Calcula-se quanto cada pessoa tem:

Pedro: $R\$10,00 + R\$20,00 + R\$ 2,00 = R\$ 32,00$;

Guilherme: $R\$20,00 + R\$ 20,00 + R\$5,00 + R\$5,00 = R\$50,00$;

Flávia: $R\$20,00 + R\$10,00 + R\$10,00 + R\$5,00 + R\$ 2,00 + R\$2,00 = R\$49,00$;

Larissa: $R\$2,00+R\$2,00+R\$2,00+R\$2,00+R\$2,00+R\$20,00+R\$10,00+R\$10,00=50,00$.

Utilizando mão da habilidade **EF02MA03** (Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos) chegamos identificamos que a resposta do problema está no item “e”, Guilherme e Larissa possuem exatamente o valor necessário para comprar o vídeo game. Explorando mais o problema: Com a **EF02MA05** (Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito) podemos sugerir várias perguntas comparando os valores das pessoas. Já com a **EF02MA07** (Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável) introduzir a ideia de multiplicação observando as cédulas e seus valores. Podemos recalcular os valores das pessoas com o uso da multiplicação:

Guilherme: $2 \times R\$20,00 + 2 \times R\$5,00 = R\$50,00$;

Flávia: $R\$20,00 + 2 \times R\$10,00 + R\$5,00 + 2 \times R\$2,00 = R\$49,00$;

Larissa: $5 \times R\$2,00 + R\$20,00 + 2 \times R\$10,00 = R\$50,00$.

Série: 3º ano

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objeto de Conhecimento: Objeto de Conhecimento: Sistema monetário brasileiro: estabelecimento de equivalências de um mesmo valor na utilização de diferentes cédulas e moedas.

Habilidade: (EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.

Atividade 3ºAno:

(II OPEF - NÍVEL 1) Bruna vai começar a juntar dinheiro para comprar seu presente de dia das crianças, ela recebe uma mesada de R\$ 50,00 e conseguirá guardar metade desse valor. A boneca que ela quer custa R\$ 160,00. Quanto tempo Bruna terá que economizar dinheiro para conseguir alcançar seu objetivo?



- a) Ela terá que economizar por 7 meses.
- b) Ela terá que economizar por 4 meses.
- c) Ela terá que economizar por 6 meses.
- d) Ela terá que economizar por 1 mês.
- e) Ela já tem o suficiente para comprar sua boneca.

Comentário:

Aqui podemos dar um pontapé inicial para o início de um cidadão que utiliza o planejamento financeiro para conquista de seus sonhos, objetivos e desejos pessoais.

Voltamos ao 2º ano para revisar a habilidade **EF02MA08** (Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais) para descobrir quanto ela estará juntando a cada mês. Calculando a metade de R\$50,00, ou seja, R\$25,00 sabemos quanto Bruna economiza a cada mês. Agora, de uso da **EF3MA07** (Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros), e utilizando a idéia de multiplicação dos valores guardados nos levará a resposta da questão. O aluno terá a possibilidade de fazer por tentativa somando parcelas iguais a R\$25,00 até chegar o valor de R\$160,00, ou seja, $R\$25,00 + R\$25,00 + R\$25,00 + R\$25,00 + R\$25,00 + R\$25,00 + R\$25,00 = R\$175,00$, concluindo que será necessário 7 meses de economia para comprar a boneca, ou, de forma mais prática, utilizar a multiplicação para ser mais ágil, ou seja, $6 \times R\$25,00 = R\$150,00$, logo precisará de mais um mês de economia, resultando na necessidade de economizar durante 7 meses. Aprofundando um pouco mais a questão, podemos aqui também

explorar de várias maneiras a **EF3MA08** (Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais). Ao concluirmos que Bruna necessita economizar por 7 meses, podemos fazer a divisão de R\$ 160,00 por 7 e entender os significados dos resultados. Ainda mais, tentar saber quanto Bruna teria que guardar a mais para comprar a boneca de maneira mais rápida. Outra possibilidade também seria, avançando um pouco mais, fazer comparação do Real com o Dólar. Por exemplo, se o dólar vale R\$4,00, qual seria o preço da boneca em dólar?

Série: 4º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro

Habilidade 1: (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

Habilidade 2: (EF04MA25) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.

Atividade:

(I OBEF - NÍVEL 2) Observe o quadro a seguir:

PRODUTO	MERCADO A	MERCADO B	MERCADO C	MERCADO D	MERCADO E
Sabão em Pó	R\$ 17,80	R\$ 16,00	R\$ 15,00	R\$ 18,00	R\$ 17,60
Detergente	R\$ 2,00	R\$ 3,52	R\$ 3,50	R\$ 3,90	R\$ 3,52
Arroz	R\$ 17,70	R\$ 16,00	R\$ 16,00	R\$ 14,00	R\$ 15,00
Feijão	R\$ 18,30	R\$ 5,50	R\$ 5,60	R\$ 5,50	R\$ 5,80
Banana	R\$ 2,50	R\$ 2,20	R\$ 2,30	R\$ 2,30	R\$ 2,80
Danone	R\$ 9,75	R\$ 8,80	R\$ 8,70	R\$ 9,80	R\$ 10,00
Leite	R\$ 6,60	R\$ 7,00	R\$ 5,50	R\$ 7,65	R\$ 7,00

Vamos imaginar que você fará compras em supermercado com seus pais no início do mês, que existem no seu bairro 5 supermercados (A; B; C; D; E) e que os produtos das compras que você fará com seus pais são os mesmos em cada supermercado. Vamos supor que, por uma questão de conveniência, foi decidido que vocês farão a feira em apenas um dos supermercados do seu bairro. Após realizar uma pesquisa de preço, qual supermercado oferece o VALOR TOTAL DAS COMPRAS mais em conta para você e sua família?

a) Supermercado A

- b) Supermercado B
- c) Supermercado C
- d) Supermercado D
- e) Supermercado E

Comentário:

Nessa etapa é introduzido o conceito de números decimais, e valores monetários são excelentes aliados para facilitar a compreensão do aluno. Uma habilidade financeira importante trabalhada nessa questão é a pesquisa de preço. Uma pesquisa do Site SPC Brasil afirma que apenas 51,1% dos brasileiros fazem pesquisa de preço antes de concretizar uma compra.

Após ser apresentado os conceitos de números decimais para os alunos, basta pôr em prática a habilidade EF02MA06, fazendo a soma dos valores de cada estabelecimento.

Supermercado A: $17,80 + 2,00 + 17,70 + 18,30 + 2,50 + 9,75 + 6,60 = \text{R\$ } 74,65$

Supermercado B: $16,00 + 3,52 + 16,00 + 5,50 + 2,20 + 8,80 + 7,00 = \text{R\$ } 59,02$

Supermercado C: $15,00 + 3,50 + 16,00 + 5,60 + 2,30 + 8,70 + 5,50 = \text{R\$ } 56,60$

Supermercado D: $18,00 + 3,90 + 14,00 + 5,50 + 2,30 + 9,80 + 7,65 = \text{R\$ } 61,15$

Supermercado E: $17,60 + 3,52 + 15,00 + 5,80 + 2,80 + 10,00 + 7,00 = \text{R\$ } 61,72$

Com a soma feita, e comparando os valores, com a EF03MA24, concluímos que o supermercado C oferece um preço total mais em conta. Porém temos aqui uma excelente oportunidade de aplicar e explorar outras habilidades. Podemos, para trabalhar a multiplicação, fazer uma lista de compras com mais itens e pedir para os alunos calcularem. A subtração pode ser trabalhada ao perguntarmos quanto teria de troco ao entregar um determinado valor ao caixa do mercado. Para abordar a divisão, entramos na nuância dos tipos de pagamento parcelado. E, ainda nesse assunto, podemos falar sobre descontos e juros embutidos nas compras parceladas.

Série: 5º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Cálculo de porcentagens e representação fracionária

Habilidade: (EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Atividade 5ºAno:

(I OPEF - NÍVEL 2) Júlia recebe um salário de R\$ 2.500,00 por mês, no qual R\$ 1.500,00 ela usa para pagar suas despesas. Com o restante, ela destina 30% para uma conta poupança e o restante ela usa para seu lazer. Qual o valor destinado para a conta poupança e qual o valor destinado para lazer, respectivamente?

- a) R\$ 500,00 e R\$ 800,00
- b) R\$ 300,00 e R\$ 700,00
- c) R\$ 1.000,00 e R\$ R\$ 500,00
- d) R\$ 700,00 e R\$ 300,00
- e) R\$ 600,00 e R\$ R\$ 900,00

Comentário:

Uma questão simples para aplicar o conceito de porcentagem na prática. Dominar as quatro operações básicas a partir de agora são habilidades essenciais e que precisaremos em todas as próximas questões. Elas são desenvolvidas nas habilidades **EF02MA05**, **EF3MA07** e **EF3MA08**. Agora, relembando as frações unitárias, habilidade **EF04MA09**, argumentando e propondo cálculos simples, podemos chegar à resposta da questão. Também chegaremos na resposta, de uma maneira mais rápida e com igualmente cálculos bem simples, após ser explicada e aprendida a **EF05MA08** (Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos).

Resolução 1: Inicialmente calculamos quanto sobra do salário após pagamento das despesas:
 $R\$2.500,00 - R\$1.500,00 = R\$1.000,00$

Agora, para calcularmos o valor que Júlia destina para poupança, 30% do restante, podemos partir do significado da fração unitária $1/10$, progredir para $10/100$ e, relacionando com o todo ($R\$1.000,00$), identificar que essa fração representa R\$ 100,00, o que nos levará a concluir que 30% de R\$ 1.000,00 equivale a R\$300,00. Conseqüentemente, a sobra, $R\$1.000,00 - R\$300,00$, ou seja, R\$700,00 representará o valor gasto por Júlia com lazer.

Resolução 2: Da mesma forma da resolução anterior, calculamos quanto sobra do salário após pagamento das despesas: $R\$2.500,00 - R\$1.500,00 = R\$1.000,00$.

Porém, de uma forma mais rápida e objetiva, utilizamos a multiplicação com números decimais para calcular quanto Julia destina para poupança. Fazendo então 30% de $R\$1.000,00 = 0,3 \times R\$1.000,00 = R\$300,00$. Com isso, R\$700,00 sobrarão para gastos com lazer.

Explorando um pouco mais a questão podemos simular aumentos salariais percentuais, fazer estimativas de quanto Júlia teria economizado durante um determinado período de tempo, e aqui temos a oportunidade de, sutilmente apresentar, obviamente de forma bem básica, o rendimento de valores economizados.

Série: 6º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”

Habilidade: (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Atividade 6ºAno:

(II OBEF - NÍVEL 3) Geysa é uma confeitadeira de São Paulo. Seu maior desejo é comprar uma máquina que faz 1000 unidades de salgados por hora. Para fazer esse investimento ela precisará poupar 30% do seu lucro líquido. Sabendo que o seu Lucro Líquido é em média R\$ 5.000,00 mensais e o valor da máquina é de R\$ 7.500,00, em quantos meses ela conseguirá efetuar a compra à vista?

- a) 2 meses.
- b) 3 meses.
- c) 6 meses.
- d) 4 meses.
- e) 5 meses.

Comentário:

Voltamos ao importante tema do planejamento financeiro. Nessa questão, fica claro quanto a base é o mais importante. Aqui, não precisamos especificamente de nenhuma nova habilidade para resolvê-la. Ótima oportunidade para desenvolver uma nova, o conceito de “regra de três”.

Resolução: Geysa precisa poupar 30% do lucro líquido que é de R\$ 5.000,00. Calculando $0,3 \times R\$ 5.000$, obtemos R\$ 1.500,00, valor poupado por Geysa mensalmente. Como a desejada máquina custa R\$ 7.500,00, basta dividirmos esse valor por R\$1.500,00. Assim, concluímos que após 5 meses de economia Geysa conseguirá comprar a máquina à vista.

Alguns outros cenários podem ser abordados com relação a EF, por exemplo:

- Com a compra da máquina, Geysa terá um aumento do lucro líquido de 20%. Em quantos meses ela terá recuperado o dinheiro que investiu? (Retorno de investimento)
- O gerente da loja, percebendo que era um desejo muito grande de Geysa comprar a máquina, resolveu ajudá-la. A nova máquina de Geysa seria entregue na casa dela no mesmo dia e ela pagaria a tão sonhada máquina em 12 (doze) suaves parcelas de R\$ 749,99. O que você acha sobre essa proposta de parcelamento? Qual, na sua opinião, deveria ter sido a decisão de Geysa? (Compras parceladas e juros)

Série: 7º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples

Habilidade: (EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Atividade 7ºAno:

(I OBEF - NÍVEL 3) Um guarda roupa que custava R\$ 800,00 sofreu um reajuste (aumento) de aproximadamente 4%, de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?

- a) R\$ 804,00
- b) R\$ 840,00
- c) R\$ 832,00
- d) R\$ 816,00
- e) R\$ 800,40

Comentário:

Novamente nessa questão o aluno não necessita de novas habilidades. Seja por cálculos básicos, noção simples de porcentagem ou até mesmo usando a “regra de três” chega facilmente à resposta.

Resolução: Sendo mais objetivo possível, como o guarda-roupa sofreu um aumento de 4% podemos afirmar que seu novo valor será equivalente a 104% de R\$800,00, ou seja, $1,04 \times R\$800,00$. Logo, R\$432,00 será o novo valor do guarda-roupa.

Com objetivo de aprofundar um pouco mais, aqui temos um vasto campo para ampliar os conhecimentos dos nossos alunos em EF. Podemos avançar com relação à porcentagem

calculando aumentos sucessivos, descontos sucessivos, aumentos seguidos de descontos sucessivos e vice-versa, e, mostrar de que forma isso impacta nosso consumo e nossa vida. Promoções, por exemplo Black Friday, que oferecem enormes descontos, são grandes armadilhas pois, muitas vezes, antes da promoção, aumentam o valor do produto para depois apresentarem um desconto percentual significativo.

Outro importantíssimo tema aqui que podemos tratar é a inflação. O que é esse percentual? De que forma ele afeta diretamente nossa vida? Existe alguma forma de minimizar o impacto dele nas nossas vidas? Problematizando: No início do ano Marcos aplicou R\$2.000,00 na poupança. Neste ano, a taxa de rendimento da poupança foi de 3% ao ano e a inflação ficou em 10%. Quanto Marcos tem na poupança após 1 ano de aplicação? Ele tem mais ou menos dinheiro? Você considera que a opção de investimento de Marcos foi boa? Após 1 ano, qual o real valor que Marcos tem na conta se levarmos em conta a inflação do ano?

Série: 8º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Porcentagens

Habilidade: (EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Atividade 8ºAno:

(II OBEF - NÍVEL 4) Ailton pretende pedir sua namorada em casamento e depois de pesquisar bastante encontrou um anel ideal para o pedido, o mesmo custa R\$ 1.200,00. Porém ele está preocupado com sua situação financeira, pois não sabe se conseguirá pagar o anel sem que seja necessário pedir um empréstimo. Sendo assim ele decide mapear seus gastos e descobre o seguinte:

1. Recebe R\$ 3.150,00 de salário;
2. Gasta R\$ 400,00 com transporte por mês;
3. Gasta R\$ 900,00 com alimentação por mês;
4. Gasta R\$ 700,00 com a faculdade por mês;
5. Gasta R\$ 700,00 com aluguel por mês;
6. Gasta R\$ 300,00 com a conta de água e energia por mês;
7. Gasta R\$ 150,00 com lazer por mês.

Após tais análises ele percebe que não sobra dinheiro algum no final do mês e decide que irá precisar se organizar financeiramente para poder pagar as despesas do seu anel de casamento.

Sendo assim ele decide que irá reduzir seus gastos, da seguinte maneira:

I. Economizando, por mês, 10% do que gasta em transporte, 10% do que gasta com lazer e 5% do que gasta em alimentação;

II. Economizando, por mês, 10% do que gasta em água e energia e 10% do que gasta em alimentação;

III. Economizando, por mês, 20% do que gasta em água e energia e 10% do que gasta em alimentação;

IV. Economizando, por mês, 20% do que gasta em transporte, 10% do que gasta em alimentação e 10% do que gasta em água e energia.

V. Economizando, por mês, 5% dos seus gastos.

Sabendo que Ailton pretende pagar o anel à vista, qual a forma mais rápida que ele encontrará?

- a) Opção I.
- b) Opção II.
- c) Opção III.
- d) Opção IV.
- e) Opção V.

Comentário:

Uma excelente questão para tratarmos de como organizar nossas finanças. Entender, saber e ter anotado e em vista todas as nossas receitas e despesas é imprescindível para um sábio controle de orçamento financeiro. Parece simples, mas se as pessoas gastassem menos do que ganham, muitas delas não estariam endividadas.

Nenhum novo conceito matemático aqui é necessário. Com cálculos de porcentagens simples nosso problema estará resolvido. Porém temos a oportunidade de avançar e utilizar ferramentas tecnológicas, como planilhas financeiras para auxiliar-nos nessa importante tarefa. Nelas podemos inserir fórmulas matemáticas que nos proporcionam a visualização com mais clareza de como estão nossas finanças, fazendo com que possamos tomar atitudes diante dos desafios e metas estabelecidas.

ORÇAMENTO AILTON

RECEITAS	VALOR	%
Salário	R\$ 3.150,00	100%
Férias		0%
13º Salário		0%
Extras		0%
TOTAL	R\$ 3.150,00	100%

DESPESAS	VALOR	%	Redução de 5%	Redução de 10%	Redução de 20%
Transporte	R\$ 400,00	13%	R\$ 20,00	R\$ 40,00	R\$ 80,00
Alimentação	R\$ 900,00	29%	R\$ 45,00	R\$ 90,00	R\$ 180,00
Educação	R\$ 700,00	22%	R\$ 35,00	R\$ 70,00	R\$ 140,00
Saúde	R\$ -	0%	R\$ -	R\$ -	R\$ -
Aluguel	R\$ 700,00	22%	R\$ 35,00	R\$ 70,00	R\$ 140,00
Contas Residenciais	R\$ 300,00	10%	R\$ 15,00	R\$ 30,00	R\$ 60,00
Lazer	R\$ 150,00	5%	R\$ 7,50	R\$ 15,00	R\$ 30,00
TOTAL	R\$ 3.150,00	100%	R\$ 157,50	R\$ 315,00	R\$ 630,00

Planilha do Orçamento financeiro de Ailton.

Podemos perceber na planilha criada fórmulas já prontas para calcular qual a porcentagem que cada item representa no todo, tanto nas receitas como nas despesas. Podemos visualizar também quanto ele economizaria em cada despesa reduzindo 5%, 10% ou 20%. A partir dessa visualização mais detalhada fica mais fácil tomar atitudes financeiras com maior consciência.

Resolução: Observando a planilha construída vamos descobrir qual a melhor estratégia para Ailton comprar o anel de forma mais rápida:

I. Ailton economiza, por mês, 10% do que gasta em transporte (R\$40,00), 10% do que gasta com lazer (R\$15,00) e 5% do que gasta em alimentação (R\$45,00), total R\$100,00.

II. Ailton economiza, por mês, 10% do que gasta em água e energia (R\$30,00) e 10% do que gasta em alimentação (R\$90,00), total R\$120,00.

III. Ailton economiza, por mês, 20% do que gasta em água e energia (R\$60,00) e 10% do que gasta em alimentação (R\$90,00), total R\$150,00.

IV. Ailton economiza, por mês, 20% do que gasta em transporte (R\$80,00), 10% do que gasta em alimentação (R\$90,00) e 10% do que gasta em água e energia (R\$30,00), total R\$200,00.

V. Ailton economiza, por mês, 5% dos seus gastos, ou seja, $0,05 \times R\$3.150,00$, R\$157,50.

Concluimos então que a opção IV é a melhor escolha para Ailton.

Série: 9º ano

Unidade temática: Números

Objeto de Conhecimento: Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos

Habilidade: (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Atividade 9ºAno:

(I OPEF - NÍVEL 4) Você deseja comprar um videogame de R\$ 1.500,00, porém, só possui R\$ 1.350,00. Assim sendo, você decidiu optar por fazer um investimento com esse dinheiro. Você tem a opção de fazer um investimento A, com retorno de 5% ao mês, ou um investimento B, que paga 3% nos três primeiros meses e 7% nos demais. Qual o melhor investimento, uma vez que você deseja comprar o videogame o quanto antes? (Responda utilizando juros simples)

- a) Investimento A, pois trará um retorno de R\$ 302,25, dentro de três meses.
- b) Investimento B, pois trará um retorno de R\$ 206,50, dentro de três meses.
- c) Investimento B, pois trará um retorno de R\$ 162,00, dentro de quatro meses.
- d) Investimento A, pois trará um retorno de R\$ 202,50, dentro de três meses.
- e) Investimento A, pois trará um retorno de R\$ 204,50, dentro de quatro meses.

Comentário:

Utilizar aplicações financeiras usando os temidos juros a seu favor é uma estratégia que muitas pessoas desconhecem. Juros, na cabeça de muitos, é uma coisa ruim, sempre relacionado a pagamentos, e nunca a recebimentos. Nessa questão, apenas com conhecimentos de porcentagem conseguimos solucioná-la, porém não podemos perder a oportunidade de explorar vários temas importantes para vida financeira do aluno.

A questão pede para utilizarmos o regime de Juros Simples. Podemos facilmente, através do conhecimento de construção de planilha apreendida na série anterior, calcular o rendimento de cada investimento a cada mês (neste caso é o mesmo para todos devido ao regime de juros simples) e com isso responder o que se pede.

Resolução: Podemos, aqui, de forma mais objetiva, perceber que precisamos que o nosso valor investido renda R\$150,00, ou seja R\$1.500,00 - R\$1350,00. Analisando o investimento A, cuja taxa de retorno é de 5% ao mês, teremos $0,05 \times R\$1.350,00$, ou seja R\$67,50 de rendimento por mês, logo em apenas 3 meses conseguimos um rendimento de R\$202,50, o suficiente para

comprarmos o video game. Já o investimento B, a taxa de rendimento nos três primeiros meses é de 3% ao mês, ou seja, R\$ 40,50 por mês, consequentemente, R\$121,50 acumulados nesses três meses, valor ainda não suficiente para adquirir o video game. Já no quarto mês, a taxa de rendimento passa a ser de 7% ao mês, ou seja, rende R\$ 94,50, assim, resultando ao final de quatro meses um rendimento total de R\$ 216,00. Logo, a resposta para questão é o item d.

VALOR INVESTIDO - R\$ 1.350,00

INVESTIMENTO A

Meses de rendimento / Montante	1º mês	Novo Total	2º mês	Novo Total	3º mês	Novo Total
Rendimento de 5% ao mês	R\$ 67,50	R\$ 1.417,50	R\$ 67,50	R\$ 1.485,00	R\$ 67,50	R\$ 1.552,50

LUCRO APÓS 3 MESES = R\$ 202,50

Meses de rendimento / Montante	1º mês	Novo Total	2º mês	Novo Total	3º mês	Novo Total	4º mês	Novo Total
Rendimento de 3% ao mês	R\$ 40,50	R\$ 1.390,50	R\$ 40,50	R\$ 1.431,00	R\$ 40,50	R\$ 1.471,50	x	R\$ 1.566,00
Rendimento de 7% ao mês	x	x	x	x	x	x	R\$ 94,50	

LUCRO APÓS 3 MESES = R\$ 121,50

Podemos avançar e definir a taxa média de rendimento de cada investimento de acordo com cada prazo de aplicação. Aprofundando o conhecimento, temos a possibilidade de analisar se o “regime de juros simples” de fato é aplicado na vida real, ou se acontece de outra maneira. Surgirá naturalmente a ideia de Juros Compostos e assim, utilizando o mesmo modelo de planilha, fazemos os cálculos para juros compostos e analisamos os resultados obtidos. Novamente podemos calcular a taxa média de rendimento de cada investimento e, agora com os resultados das taxas médias dos dois diferentes regimes de juros, fazer comparativos e conclusões. Entendido como funcionam os juros compostos, que tal imaginarmos quanto um valor investido hoje a uma determinada taxa de juros renderia daqui a 5 anos, 15 anos, 30 anos? Qual impacto que esse investimento poderia causar na vida do aluno e da sua família? Trazer o significado desse conhecimento matemático para a vida real é de extrema importância para que o aluno vivencie e tenha interesse no aprendizado ofertado.

4.2. Ensino Médio

Diferente do Ensino Fundamental onde os objetos de conhecimentos e habilidades são relacionados a cada série, no Ensino Médio isso não acontece. Nele, “as habilidades são apresentadas sem indicação de seriação. Essa decisão permite flexibilizar a definição anual dos currículos e propostas pedagógicas de cada escola.” Nessa etapa, a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (BNCC) É aqui que mora o problema. Infelizmente, como demonstra o resultado do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), os alunos entram no Ensino Médio sem dominar os conteúdos do Ensino Fundamental. Na sua última aplicação, em 2019, os alunos obtiveram a maior média desde 1995, uma média de 263 pontos num total de 500, o que equivale a apenas 52,6% da prova.

Figura 2: Gráfico de evolução de médias no SAEB em Matemática do 9º ano



GRÁFICO 61

EVOLUÇÃO DAS PROFICIÊNCIAS MÉDIAS NO SAEB EM MATEMÁTICA NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL – BRASIL – 1995 A 2019

Fonte: Elaborado por Daeb/Inep.

Apesar do avanço, mesmo que sutil, é perceptível que ainda estamos distantes de termos alunos chegando no ensino médio preparados para analisar, refletir, propor e resolver problemas mais elaborados. É necessário, muitas vezes, que o professor do ensino médio invista tempo revendo vários conteúdos da base para que possa trabalhar questões mais elaboradas e que precisem de um pouco mais de abstração por parte dos alunos.

Olhando para o gráfico do resultado histórico dos alunos da 3ª série do ensino médio na prova do SAEB percebemos novamente que o avanço na proficiência também deixa muito a desejar. Na última edição, em 2019, os alunos atingiram uma média de apenas 55,4% do total da prova. Teoricamente, no geral, os alunos dominam um pouco mais da metade do que deveria ser aprendido nessa etapa. Porém, a realidade para os alunos da escola pública é mais grave. Uma análise mais minuciosa do resultado verificou que 95% dos alunos da escola pública concluíram os estudos sem o conhecimento adequado em Matemática. São cidadãos que estão saindo da vida escolar e adentrando a vida profissional e/ou acadêmica com déficits enormes na aprendizagem matemática.

Figura 3: Gráfico de evolução de médias no SAEB em Matemática na 3ª série

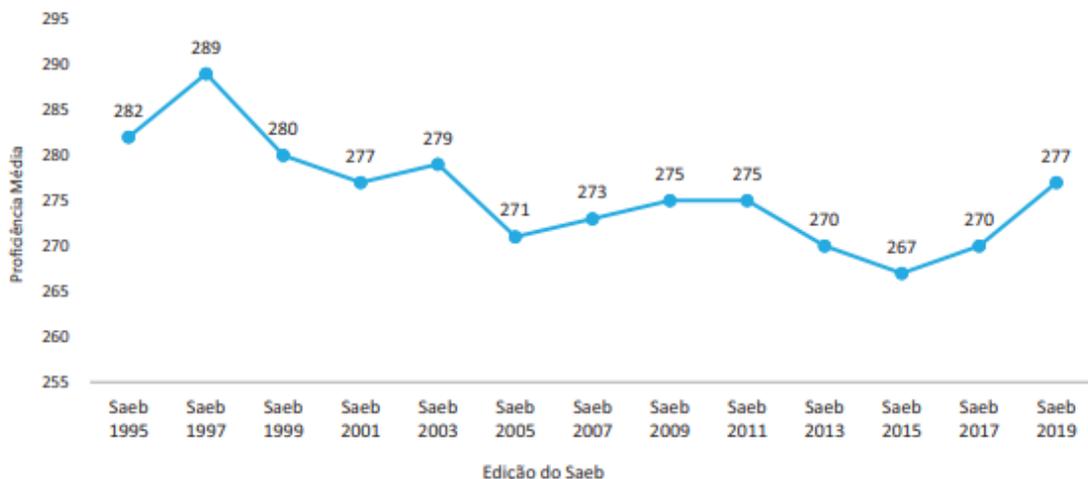


GRÁFICO 91

EVOLUÇÃO DAS PROFICIÊNCIAS MÉDIAS NO SAEB EM MATEMÁTICA NA 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO TRADICIONAL – BRASIL – 1995 A 2019

Fonte: Elaborado por Daeb/Inep.

No Ensino Médio as habilidades referentes a Educação Financeira são trabalhadas na unidade temática “Números e Álgebra”. A seguir será apresentado as competências específicas e habilidades referentes à Educação Financeira. Depois, algumas questões relacionadas com os temas serão resolvidas com comentários sobre conteúdos e habilidades necessárias para resolução, bem como possibilidades de intervenções para despertar o aluno o interesse no conteúdo e levá-lo a refletir, abstrair e ter interesse em se aprofundar no tema.

Competência Específica 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das

Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

Habilidade: (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

Competência Específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Habilidade: (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidades:

- (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
- (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
- (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Habilidade: (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Competência Específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Habilidade: (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

ATIVIDADES

A renda de uma família é de R \$1.750,00. O dinheiro é utilizado da seguinte maneira:

Alimentação: R\$ 600,00

Saúde: R\$ 300,00

Transporte: R\$ 150,00

Educação: R\$ 350,00

Lazer: R\$ 200,00

Gastos eventuais: R\$ 100,00

Poupança: R\$ 50,00

No mês de julho, o gasto com alimentação diminuiu 4%, o gasto com transporte aumentou 10% e o gasto com educação aumentou 10%.

Para continuar utilizando os R\$ 1.750,00, o que a família deverá decidir com relação ao valor destinado à poupança, mantendo as demais despesas inalteradas?

- A) Aumentá-lo em 4%.
- B) Aumentá-lo em 8%.
- C) Aumentá-lo em 16%.
- D) Diminuí-lo em 26%.
- E) Diminuí-lo em 52%.

Comentário: Temos, novamente, a possibilidade de trabalhar o orçamento doméstico com gastos mensais e, junto com ele, o valor destinado à poupança da família. Para resolução, necessitamos apenas de noções básicas de porcentagem, habilidade que foi trabalhada inicialmente no 6º ano do Ensino Fundamental.

A questão lista os gastos em reais da família por tipo de despesa. Na alimentação, transporte e educação ocorreram algumas alterações percentuais. São elas:

- Em alimentação se gastava R\$600,00 e esse custo foi reduzido em 4%, o que representa uma economia de $0,04 \times R\$600,00$, ou seja R\$24,00;
- Em transporte, se gastava R\$ 150,00, e esse custo foi aumentado em 10%, representando um aumento de $0,1 \times R\$ 150,00 = R\$ 15,00$;
- Em educação, se gastava R\$ 350,00, e esse custo foi aumentado em 10%, representando um aumento de $0,1 \times R\$ 350,00 = 35,00$.

Com essas mudanças percebemos que os custos da família aumentaram em R\$ $35,00 + R\$ 15,00 - R\$ 24,00$, ou seja, R\$ 26,00.

Como não houve aumento da renda da família e todas as outras contas permaneceram as mesmas, esses R\$26,00 de aumento serão retirados da poupança de R\$50,00 que era feita. Ao dividir 26 por 50 obtemos 0,52, ou 52%. Esse valor representa a redução percentual que a família precisará fazer nos aportes na poupança para arcar com todas suas contas mensais.

Infelizmente, para essa família, sua poupança foi atingida. No livro “O homem mais rico da Babilônia”, escrito em 1926, por George S. Clason, um dos livros de finanças mais antigos da história, a primeira das cinco leis de ouro é “pague-se primeiro”. “O ouro vem de bom grado e numa quantidade crescente para todo homem que separa não menos que um décimo de seus ganhos, a fim de criar um fundo para o seu futuro e o de sua própria família”. Essa é a chave para o início de uma boa educação financeira. Apenas reservar uma parte quando sobrar é um erro que a maioria das pessoas comete. Isso ocorre, na maioria das vezes, por falta de organização. “Não espere sobrar dinheiro para investir visando a seus objetivos futuros, pois não vai sobrar. As sobras gastamos com coisas supérfluas, sem importância. Nossos sonhos não podem ficar com a sobra, são muito importantes e devem ocupar lugar de destaque no nosso orçamento.”

(I OPEF - NÍVEL 5) Uma empresa de construção civil tem 8 pedreiros no seu quadro de empregados que recebem, atualmente, R\$ 1.500,00 de salário base, R\$ 150,00 de auxílio alimentação e R\$ 350,00 de auxílio transporte. O salário bruto de cada um deles

corresponde à soma desses três valores e, a partir do próximo mês, o salário base e o auxílio alimentação desses empregados serão reajustados em 15%. Diante da situação apresentada acima e considerando que o total dos descontos legais com previdência e imposto de renda correspondem a 30% do salário bruto e que todos os pedreiros da construção civil trabalhem com a mesma eficiência, julgue os seguintes itens. Após o reajuste salarial, se um dos pedreiros aplicar 30% de seu salário líquido em um investimento que rende 5% ao mês no regime de juros simples, ele terá, ao final do sexto mês de aplicação, um montante de?

- a) R\$ 613,56
- b) R\$ 546,00
- c) R\$ 876,52
- d) R\$ 141,59
- e) R\$ 470,92

Comentário: A questão aborda assuntos importantes que todos precisam entender, são eles: reajuste salarial, diferença entre salário bruto e salário líquido, incidência de imposto de renda sobre o salário e rendimentos sobre investimentos, apesar dessa questão ainda tratar de juros simples. Ainda aqui, podemos abordar a “Regra do Banqueiro” explicando a diferença entre juros exatos e juros ordinários.

Os alunos, principalmente os que estão terminando o ensino médio e prestes a entrar no mercado de trabalho, precisam entender o que é um contracheque e de que forma é composto o seu salário. Caso ocorram reajustes, em quais valores incidirão? E o imposto de renda, do que se trata? Preciso mesmo pagar? Quanto se paga? Todos pagam o mesmo valor? Tirando o imposto de renda, existe algo a mais a debitar no meu contracheque? Podemos analisar o quanto é necessário poupar mensalmente e investir esse valor numa determinada taxa de juros, para atingir um determinado objetivo financeiro. Quais os tipos de investimentos que temos disponíveis no mercado e quais as rentabilidades médias dos últimos anos? Adentrando no tema da rentabilidade, quais os prós e contras de cada tipo de investimento? Diferenciar o regime de juros simples e juros compostos e entender o poder que o tempo tem na busca de rendimentos mais expressivos. Essa é uma questão riquíssima para trabalharmos a educação financeira. Com relação aos conteúdos matemáticos necessários para resolução, todos são provenientes do ensino fundamental, cálculo de porcentagem e juros simples.

Resolução:

O salário bruto dos pedreiros da empresa é a soma do Salário Base (R\$ 1.500,00), auxílio alimentação (R\$ 150,00) e auxílio transporte (R\$ 350,00).

A partir do próximo mês, um reajuste de 15% incidirá sobre o salário base e sobre o auxílio alimentação. Com isso, o novo salário base passa a ser $1,15 \times \text{R\$}1.500,00$, ou seja, R\$1.725,00, e o auxílio alimentação passa a ser $1,15 \times \text{R\$} 150,00$, ou seja, R\$ 172,50. Logo, o novo salário bruto dos pedreiros será de $\text{R\$} 1.725,00 + \text{R\$} 350,00 + \text{R\$} 172,50$, ou seja, R\$ 2.247,50.

Sobre esse valor bruto, o funcionário paga de imposto de renda o equivalente a 30%. Conseqüentemente, o salário líquido representará apenas 70% do salário bruto. Calculando $0,7 \times \text{R\$}2.247,50$ encontraremos que o salário líquido será de R\$ 1.573,25.

Um pedreiro aplica 30% do seu salário líquido. Calculando $0,3 \times \text{R\$} 1.573,25$ encontramos R\$ 471,97. Esse valor aplicado (em regime de juros simples) durante 6 (seis) meses a uma taxa mensal de 5% ao mês renderá juros de $\text{R\$} 471,97 \times 0,05 \times 6$, ou seja, R\$141,59.

Com isso, o montante desse investimento, ao final dos seis meses dessa aplicação será de $\text{R\$}471,97 + \text{R\$}141,59$, ou seja, R\$ 613,56. (item a)

Caso a questão abordasse o regime de juros compostos o montante desse investimento seria calculado por $\text{R\$} 471,97 \times (1+0,05)^6$, ou seja, R\$ 632,48.

Cabe nesse momento relacionarmos tal conteúdo com as Progressões Aritméticas e Geométricas. No sistema de juros simples sabemos que o valor dos juros sempre incide no capital inicial, conseqüentemente esse valor é fixo, constante. Esse valor representa a razão da progressão.

Exemplo 1: Calcule o montante, a cada mês, durante 6 meses, de um investimento de R\$ 1.000,00 aplicado a uma taxa de 5% ao mês.

D) Usando o regime de Juros Simples teremos:

$$1^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 1) = 1050$$

$$2^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 2) = 1100$$

$$3^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 3) = 1150$$

$$4^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 4) = 1200$$

$$5^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 5) = 1250$$

$$6^\circ \text{ mês: } M = C + J = C \cdot (1 + i \cdot t) = 1000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 6) = 1300$$

Percebemos então que a sequência de montantes (1050, 1010, 1150, 1200, 1250, 1300) representa uma Progressão aritmética de razão 50 e que o 6º termo, 1300 representa o montante acumulado nesse investimento após 6 meses.

II) Usando o regime de Juros Compostos teremos:

$$1^\circ \text{ mês: } M_1 = C. (1 + i) = 1000. (1 + 0,05) = 1000.1,05 = 1050$$

$$2^\circ \text{ mês: } M_2 = M_1. (1 + i) = C. (1 + i). (1 + i) = 1000. 1,05^2 = 1.102,50$$

$$3^\circ \text{ mês: } M_3 = M_2. (1 + i) = C. (1 + i). (1 + i). (1 + i) = 1000. 1,05^3 = 1157,62$$

$$4^\circ \text{ mês: } M_4 = C. (1 + i)^4 = 1000. 1,05^4 = 1215,50$$

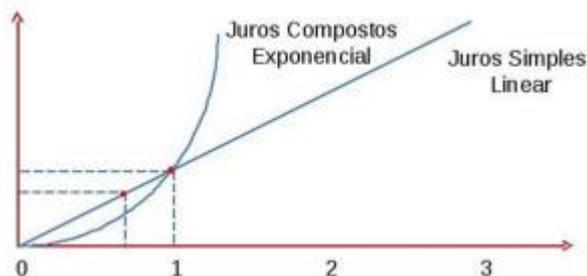
$$5^\circ \text{ mês: } M_5 = C. (1 + i)^5 = 1000. 1,05^5 = 1.276,28$$

$$6^\circ \text{ mês: } M_6 = C. (1 + i)^6 = 1000. 1,05^6 = 1.340,09$$

Percebemos então que a sequência de montantes (1050; 1.102,50; 1.157,62; 1.215,50; 1.276,28; 1.340,09) representa uma Progressão geométrica de razão 1,05 e que o 6º termo, 1.340,09 representa o montante acumulado nesse investimento após 6 meses.

Para facilitar deixar mais claro a diferença entre os dois regimes de juros podemos, através de tabela formada por planilha eletrônica, mostrar como se comportam os valores e o gráfico dos juros simples (função afim), e o gráfico do juros compostos (função exponencial).

Figura 4: Comparativo entre o crescimento dos juros nas capitalizações simples e compostas



Fonte:

https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/23019/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o_rodrigo_oliveira_santos_profmat.pdf

Façamos o comparativo entre os dois regimes de juros num investimento de R\$10.000,00. Quanto renderia esse valor em um ano a uma taxa mensal de 1% ao mês?

Meses	Capital	Juros (1% a.m.)	Montante
0	R\$ 10.000,00	-	-
1	R\$ 10.000,00	R\$ 100,00	R\$ 10.100,00
2	R\$ 10.100,00	R\$ 101,00	R\$ 10.201,00
3	R\$ 10.201,00	R\$ 102,01	R\$ 10.303,01
4	R\$ 10.303,01	R\$ 103,03	R\$ 10.406,04
5	R\$ 10.406,04	R\$ 104,06	R\$ 10.510,10
6	R\$ 10.510,10	R\$ 105,10	R\$ 10.615,20
7	R\$ 10.615,20	R\$ 106,15	R\$ 10.721,35
8	R\$ 10.721,35	R\$ 107,21	R\$ 10.828,57
9	R\$ 10.828,57	R\$ 108,29	R\$ 10.936,85
10	R\$ 10.936,85	R\$ 109,37	R\$ 11.046,22
11	R\$ 11.046,22	R\$ 110,46	R\$ 11.156,68
12	R\$ 11.156,68	R\$ 111,57	R\$ 11.268,25

Meses	Capital	Juros (1% a.m.)	Montante
0	R\$ 10.000,00	-	-
1	R\$ 10.000,00	R\$ 100,00	R\$ 10.100,00
2	R\$ 10.100,00	R\$ 101,00	R\$ 10.201,00
3	R\$ 10.201,00	R\$ 102,01	R\$ 10.303,01
4	R\$ 10.303,01	R\$ 103,03	R\$ 10.406,04
5	R\$ 10.406,04	R\$ 104,06	R\$ 10.510,10
6	R\$ 10.510,10	R\$ 105,10	R\$ 10.615,20
7	R\$ 10.615,20	R\$ 106,15	R\$ 10.721,35
8	R\$ 10.721,35	R\$ 107,21	R\$ 10.828,57
9	R\$ 10.828,57	R\$ 108,29	R\$ 10.936,85
10	R\$ 10.936,85	R\$ 109,37	R\$ 11.046,22
11	R\$ 11.046,22	R\$ 110,46	R\$ 11.156,68
12	R\$ 11.156,68	R\$ 111,57	R\$ 11.268,25

Já se percebe, em um ano, uma sutil diferença de rendimento, nesse caso de R\$ 68,25. Porém, ao deixarmos o fator tempo agir, percebe-se a enorme diferença entre os dois regimes de juros.

Tempo	Montante (Juros Simples)	Montante (Juros Compostos)
5 anos	R\$ 16.000,00	R\$ 18.166,97
10 anos	R\$ 22.000,00	R\$ 33.003,87
15 anos	R\$ 28.000,00	R\$ 59.958,02
20 anos	R\$ 34.000,00	R\$ 108.925,54
25 anos	R\$ 40.000,00	R\$ 197.884,66
30 anos	R\$ 46.000,00	R\$ 359.496,41

Como disse Albert Einstein “os juros compostos são a força mais poderosa do universo e a maior invenção da humanidade, porque permitem uma confiável e sistemática acumulação de riqueza”. “É a oitava maravilha do mundo. Quem entende ganha, quem não entende, paga”.

Uma importante observação a respeito dos Juros, é que, existem dois tipos de taxa de juros, a taxa ordinária e a taxa exata. Podemos aqui apresentar a chamada “Regra dos Banqueiros”. O que acontece na verdade é que o ano civil tem 365 dias (ou 366), porém o ano comercial tem apenas 360, pois apenas considera 12 meses de 30 dias. Logo uma taxa de juros anual de $i\%$ equivale a uma taxa real diária de $\frac{i}{365}\%$ e uma taxa ordinária de $\frac{i}{360}\%$. Comparando os denominadores percebe-se que a taxa ordinária é maior que a taxa real, pois $\frac{i}{360} > \frac{i}{365}$. Obs: A taxa real não é utilizada no mercado. A diferença é sutil, porém, como já vimos no exemplo

acima, o poder do tempo atuando nos juros compostos é grande e qualquer valor acrescido na taxa de juros faz toda diferença no montante final.

Uma curiosidade bastante interessante que vale a pena apresentar para os alunos é a seguinte situação:

- Suponhamos que aplicássemos R\$1.000,00 à uma taxa nominal de juros de 100% ao ano. Aqui é fácil perceber que ao final de um ano teríamos um montante de R\$2.000,00.

- Continuando com os mesmo R\$1.000,00 e com a mesma taxa nominal de 100%, só que agora dividida em dois períodos de capitalização, ou seja, uma taxa equivalente de 50% ao semestre.

O montante que teríamos agora seria:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1.000 \cdot (1 + 0,5)^2 = 2.250$$

- Continuando com os mesmo R\$1.000,00 e com a mesma taxa de 100%, só que agora dividida em quatro períodos de capitalização, ou seja, uma taxa equivalente de 25% ao trimestre. O montante que teríamos agora seria:

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 1.000 \cdot (1 + 0,25)^4 = 2.441,41$$

- Percebemos que o valor vai aumentando, porém o quanto aumentou de uma para outra vai diminuindo. (na primeira aumentou R\$250,00, já na segunda, aumentou R\$191,41). A pergunta é: O que acontece se aumentarmos de forma que a taxa de juros chegue ao ponto de ser cobrada instantaneamente?

Podemos escrever a fórmula do montante da seguinte maneira: $M = C \cdot (1 + \frac{i}{n})^n$.

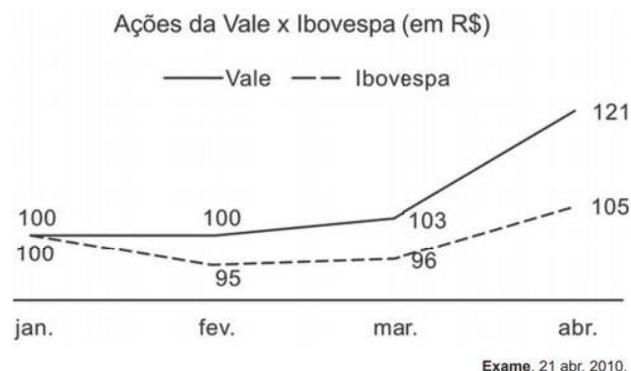
Aplicando o valor do capital R\$ 1.000,00 e aumentando o valor de n teremos:

n	$1000 \cdot (1 + \frac{i}{n})^n$
10^0	2.000
2	2.250
4	2.441,41
10^1	2.593,742460

10^2	2.704,813829
10^3	2.716,923932
10^4	2.718,145926
10^5	2.718,268237
10^6	2.718,280469
10^7	2.718,281694
10^8	2.718,281828

Observando as últimas linhas percebemos que a casa dos centavos nem muda. Dividir o período de um ano em 10^8 vezes, ou seja, em 100 milhões de vezes, significa cobrar juros a cada 315 milissegundos aproximadamente, o que significa uma cobrança de juros instantânea. Assim sendo, ao final de um ano teremos um montante de R\$ 2.718,28. Isso significa dizer que essa sequência tem um limite, ou seja, um valor que ela não ultrapassa, mas se aproxima cada vez mais. Se dividirmos R\$ 2.718,281828 por 1.000 teremos o valor de 2,718281828. Esse valor é a aproximação do famoso Número de Euler, e .

(ENEM) O gráfico faz uma comparação entre os crescimentos das ações da Vale e da Ibovespa de janeiro a abril de 2010.



De acordo com as informações do gráfico, o crescimento das ações da Vale e da Ibovespa no período de janeiro a abril de 2010 foram, respectivamente, de

- A) 5,0% e 21,0%.
- B) 10,5% e 21,0%.
- C) 21,0% e 5,0%.
- D) 21,0% e 10,5%.
- E) 27,4% e 5,0%.

Comentário: A questão é bem simples e envolve porcentagem e interpretação gráfica. Facilmente percebe-se que R\$100,00 era o valor inicial das ações da Vale e do Ibovespa, em janeiro de 2010. Analisando o gráfico, nota-se também que em abril de 2010, o valor das ações da Vale passou para R\$121,00, enquanto as ações do Ibovespa R\$105,00. A valorização de R\$21,00 nas ações da Vale e de R\$5,00 nas ações do Ibovespa representam, respectivamente, um aumento de 21% e 5% nos valores dessas ações.

Aprofundando o conteúdo, podemos aqui explicar mais a fundo os investimentos em renda variável, especificamente a compra e venda de ações na Bolsa de valores. Explicar o que significa uma ação de uma empresa e de que forma as pessoas ganham dinheiro com isso. Entender um pouco sobre a volatilidade, rentabilidade e riscos envolvidos nesse tipo de investimento. Também, com o uso de plataformas, podemos analisar gráficos de preços das várias ações listadas na Bolsa de Valores.

(ENEM) A taxa de inflação é um índice que aponta, em percentuais, a evolução média dos preços de mercadorias e serviços. Entretanto, cada família percebe a variação dos preços de modo particular, pois o peso de cada item no seu orçamento é diferente. Assim, se o preço dos medicamentos sobe muito, o impacto da inflação para as famílias que têm mais idosos tende a ser maior. Se o preço dos alimentos cai, o impacto da inflação para as famílias mais pobres tende a ser menor, já que boa parte de seu orçamento é gasto em alimentação.

Disponível em: <http://www.dieese.org.br> (adaptado).

Considere que os salários de determinado grupo de pessoas crescem 10,0% ao ano, mas a inflação, para esse grupo, cresce 6,0% ao ano.

O aumento percentual do poder de compra, em dois anos, das pessoas que pertencem ao referido grupo, mais aproximado, será de

- a. 4,0%.
- b. 7,7%.
- c. 8,0%.
- d. 8,6%.
- e. 14,0%.

Comentário: Calculamos aqui, com juros compostos, o aumento salarial e o aumento do custo de vida do grupo citado e, analisamos o que acontece com o poder de compra dessas pessoas.

Suponhamos que esse grupo não tenha uma boa organização financeira. Não conseguem fazer economia, porém conseguem pagar todos os seus custos mensalmente (gastam exatamente tudo que ganham).

Suponhamos que o salário seja R\$ 1.000,00, conseqüentemente, que o custo de vida também é de R\$ 1.000,00.

O salário será reajustado em 10% logo, após 2 anos, teremos:

$$\text{- Novo salário} = \text{R\$ } 1.000,00 \times 1,1 \times 1,1 = \text{R\$ } 1.210,00$$

Já os custos sofrerão o impacto de 6% inflação, logo, após 2 anos, teremos:

$$\text{- Novo custo} = \text{R\$ } 1.000,00 \times 1,06 \times 1,06 = \text{R\$ } 1.123,06$$

Percebe-se que, após 2 anos, o valor do salário ficou maior que o custo de vida, o que significa que o grupo pode consumir um pouco mais, ou seja, ganharam “poder de compra”. O poder de compra é calculado pela razão entre o novo salário e o novo custo de vida. Sendo assim temos:

$$\text{- Poder de compra} = \frac{1.210}{1.123,06} = 1,0774 = 107,74\%$$

Com isso percebemos que o poder de compra deste grupo de pessoas aumentou em 7,74%.

(item b)

Nessa questão temos a possibilidade de exemplificar e refletir a diferença entre a taxa de rendimento nominal e a taxa de rendimento real. É muito comum ver pessoas investindo em produtos financeiros apenas prestando atenção na sua rentabilidade, deixando de levar em consideração a taxa de inflação do período. Elas acham que, mesmo que pouco, seu dinheiro está crescendo, o que na realidade é uma grande ilusão. Essa falta de entendimento matemático/financeiro faz com que os brasileiros tenham, ao final de 2021, mais de 1 trilhão de reais aplicados na Poupança. No momento atual, a Poupança está com um rendimento anual de aproximadamente 6,17%, enquanto a inflação acumulada nos últimos 12 meses é de 11,89%. Considerando esse cenário podemos analisar com os alunos se faz sentido esse tipo de “investimento”.

(ENEM) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso. Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a.2075,00
- b.2093,00
- c.2138,00
- d.2255,00
- e.2300,00

Comentário: Conseguimos resolver apenas com noções básicas de porcentagem. O casal pagou em dia as últimas 9 prestações, logo, independentemente do valor pago em cada parcela, foi abatido, do saldo devedor, 9 x R\$ 500,00, ou seja, R\$ 4.500,00. Consequentemente o saldo devedor no momento do pagamento da décima parcela é de R\$ 175.500,00. Como o valor da parcela mensal do financiamento é composta por 1% do saldo devedor, ou seja, R\$ 1.755,00, acrescido de uma amortização fixa de R\$500,00, concluímos que o valor da décima prestação é de R\$ 2.255,00.

Uma questão simples, mas que possibilita o estudo das duas formas mais famosas de amortização de financiamentos, a Tabela Price, ou sistema francês, e o SAC (Sistema de Amortização Constante). Ao contratar um financiamento, seja ele automotivo, residencial e até estudantil, é importante que a pessoa saiba qual modelo de amortização será aplicado. Em certas ocasiões, como é o caso da questão acima citada, a diferença entre os valores pagos ao final do contrato em cada tipo de financiamento é enorme. O casal, ao final do pagamento das 360 parcelas (sem multas de atrasos), pela Tabela Price pagaria um total de R\$ 666.540,96, enquanto pelo SAC pagaria R\$ 504.900,00, uma diferença de R\$ 161.640,96, quase o valor inicial do empréstimo, R\$ 180.000,00.

Para comparar esses dois tipos de amortização, pode-se facilmente, com o uso de planilhas eletrônicas, calcular o valor de cada parcela e o valor total de cada tipo de financiamento.

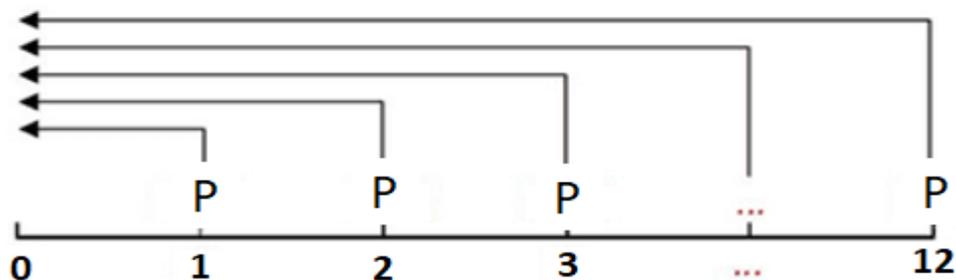
Exemplo: João fez um financiamento estudantil no valor de R\$ 30.000,00. Ele pagará a dívida em 12 meses. Sabendo que a taxa de juros é de 3% ao mês, qual é o modelo de amortização mais vantajoso para João?

Tabela Price ou Sistema Francês:

Parcela	Juros	Amortização	Pagamento	Saldo Devedor
0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 30.000,00
1	R\$ 900,00	R\$ 2.113,86	R\$ 3.013,86	R\$ 27.886,14
2	R\$ 836,58	R\$ 2.177,28	R\$ 3.013,86	R\$ 25.708,86
3	R\$ 771,27	R\$ 2.242,60	R\$ 3.013,86	R\$ 23.466,26
4	R\$ 703,99	R\$ 2.309,87	R\$ 3.013,86	R\$ 21.156,39
5	R\$ 634,69	R\$ 2.379,17	R\$ 3.013,86	R\$ 18.777,22
6	R\$ 563,32	R\$ 2.450,55	R\$ 3.013,86	R\$ 16.326,67
7	R\$ 489,80	R\$ 2.524,06	R\$ 3.013,86	R\$ 13.802,61
8	R\$ 414,08	R\$ 2.599,78	R\$ 3.013,86	R\$ 11.202,82
9	R\$ 336,08	R\$ 2.677,78	R\$ 3.013,86	R\$ 8.525,05
10	R\$ 255,75	R\$ 2.758,11	R\$ 3.013,86	R\$ 5.766,93
11	R\$ 173,01	R\$ 2.840,85	R\$ 3.013,86	R\$ 2.926,08
12	R\$ 87,78	R\$ 2.926,08	R\$ 3.013,86	R\$ -
TOTAL	R\$ 6.166,35	R\$ 30.000,00	R\$ 36.166,35	

A principal característica da Tabela Price, pouco comum nas operações no Brasil, é que oferece parcelas fixas. A amortização é crescente e calculada pela diferença entre o valor da parcela fixa e os juros pagos ao banco. Os juros são decrescentes e calculados sobre o saldo devedor. Normalmente, como observado no exemplo da questão, esse modelo não é vantajoso.

Para calcularmos o valor da parcela (P), antecipamos cada uma delas para o mês “zero”, considerando a taxa aplicada, somamos esses valores e igualamos ao valor da dívida inicial, ou seja, o valor financiado. Sendo assim temos:



$$\frac{P}{1,03^{12}} + \frac{P}{1,03^{11}} + \frac{P}{1,03^{10}} + \dots + \frac{P}{1,03^3} + \frac{P}{1,03^2} + \frac{P}{1,03^1} = 30.000$$

Percebemos então que as 12 parcelas da soma em questão são termos de uma progressão geométrica de razão 1,03 e primeiro termo $\frac{P}{1,03^{12}}$. Ao aplicarmos a fórmula da soma da P.G. finita teremos:

$$\text{Fórmula: } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{P}{1,03^{12}} \cdot \frac{(1,03^{12} - 1)}{1,03 - 1}$$

Logo:

$$\frac{P}{1,03^{12}} \cdot \frac{(1,03^{12} - 1)}{1,03 - 1} = 30.000$$

$$\frac{P}{1,42576} \cdot 14,19203 = 30.000$$

$$9,954 \cdot P = 30.000 \Rightarrow \mathbf{P = 3.013,86}$$

Sistema de Amortização Constante (SAC):

Parcela	Juros	Amortização	Pagamento	Saldo Devedor
0	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 30.000,00
1	R\$ 900,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.400,00	R\$ 27.500,00
2	R\$ 825,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.325,00	R\$ 25.000,00
3	R\$ 750,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.250,00	R\$ 22.500,00
4	R\$ 675,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.175,00	R\$ 20.000,00
5	R\$ 600,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.100,00	R\$ 17.500,00
6	R\$ 525,00	R\$ 2.500,00	R\$ 3.025,00	R\$ 15.000,00
7	R\$ 450,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.950,00	R\$ 12.500,00
8	R\$ 375,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.875,00	R\$ 10.000,00
9	R\$ 300,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.800,00	R\$ 7.500,00
10	R\$ 225,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.725,00	R\$ 5.000,00
11	R\$ 150,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.650,00	R\$ 2.500,00
12	R\$ 75,00	R\$ 2.500,00	R\$ 2.575,00	R\$ -

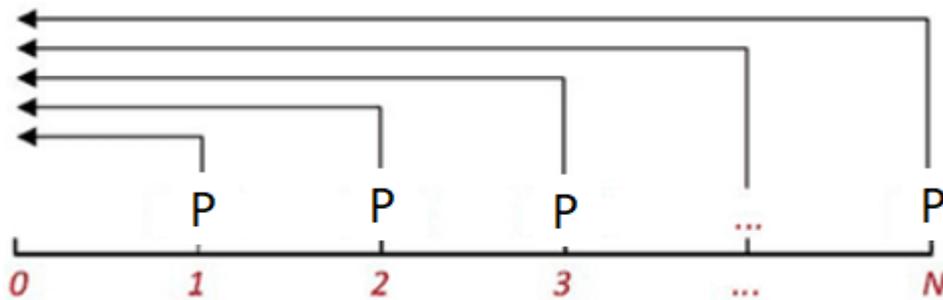
TOTAL	R\$ 5.850,00	R\$ 30.000,00	R\$ 35.850,00	
--------------	--------------	---------------	---------------	--

No SAC, como o nome já diz, a amortização é constante e calculada dividindo o valor total financiado pelo prazo de pagamento, neste caso R\$30.000,00 dividido por 12 meses, o que nos dá uma amortização mensal de R\$2.500,00. O valor da parcela é calculado pela soma do valor da amortização e os juros aplicados ao saldo devedor. Como o saldo devedor vai diminuindo a cada pagamento, acontecerá o mesmo com o valor da parcela.

Outra questão interessante que podemos abordar nesse momento é o cálculo do aluguel de um bem, neste caso usaremos o exemplo do apartamento da questão inicial.

“Quando se aluga um bem, cede-se a posse do mesmo em troca de aluguel, digamos, mensal. Então o conjunto dos aluguéis constitui uma renda perpétua ou perpetuidade.” (LIMA *et al.*, 2006, p.60)

A fórmula para chegarmos nesse valor é bem simples, mas é interessante entendermos como chegamos nela. Para isso, basta imaginarmos que o apartamento será alugado e o proprietário receberá mensalmente “P”, o valor do aluguel. Consideremos uma taxa mensal de $i\%$. Como estamos falando de perpetuidade, imaginamos um prazo muito grande, neste caso infinito. Dessa forma o seguinte caso:



Ao trazermos cada parcela P a valor presente teremos que o valor do apartamento, nesse caso R\$ 180.000,00 será igual à soma dessas parcelas, ou seja:

$$VP = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \frac{P}{(1+i)^4} + \frac{P}{(1+i)^5} + \dots$$

Percebemos que os termos dessa soma formam uma progressão geométrica. Logo, aplicamos a fórmula da soma dos termos da P.G.:

$$VP = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{P}{(1+i)} \cdot \left[\left(\frac{1}{1+i} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{1+i} - 1} = P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Porém, como estamos atrás da perpetuidade temos que considerar o n infinito, logo:

$$VP = \lim_{n \rightarrow \infty} P \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = \frac{P}{i}$$

Portanto, para encontrarmos o valor da perpetuidade, ou valor do aluguel, basta multiplicarmos o valor do imóvel pela taxa de juros, neste caso R\$180.000,00 x 0,01 = R\$ 1.800,00.

(ENEM) O Conselho Monetário Nacional (CMN) determinou novas regras sobre o pagamento mínimo da fatura do cartão de crédito, a partir do mês de agosto de 2011. A partir de então, o pagamento mensal não poderá ser inferior a 15% do valor total da fatura. Em dezembro daquele ano, outra alteração foi efetuada: daí em diante, o valor mínimo a ser pago seria de 20% da fatura.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 29 fev.2012.

Um determinado consumidor possuía no dia do vencimento, 01/03/2012, uma dívida de R\$ 1 000,00 na fatura de seu cartão de crédito. Se não houver pagamento do valor total da fatura, são

cobrados juros de 10% sobre o saldo devedor para a próxima fatura. Para quitar sua dívida, optou por pagar sempre o mínimo da fatura a cada mês e não efetuar mais nenhuma compra.

A dívida desse consumidor em 01/05/2012 será de

- a.R\$600,00
- b.R\$640,00
- c.R\$722,50
- d.R\$774,40
- e.R\$874,22

Comentário: Novamente conseguimos resolver apenas com noções básicas de porcentagem. No dia 01/03/2012 a dívida era de R\$1.000,00. Ao pagar o mínimo do cartão de crédito, equivalente a 20% da fatura, ou seja, R\$200,00, o novo saldo devedor passa a ser de R\$800,00. Na fatura do dia 01/04/2012 o valor da fatura será o atual saldo devedor, R\$800,00, acrescidos de 10% dele, ou seja R\$ 80,00. Consequentemente o valor da fatura para Abril é de R\$ 880,00. Novamente apenas será pago o valor mínimo, 20% de R\$ 880,00, ou seja, R\$ 176,00. O novo saldo devedor passa a ser de R\$ 704,00. Calculando os juros de 10% sobre R\$ 704,00, temos R\$ 70,40. Logo, a dívida desse consumidor em 01/05/2012 será de R\$ 774,40. (item d)

PARCELAS	DATA	DÍVIDA	VALOR PAGO	SALDO DEVEDOR	JUROS À PAGAR
1	01/03/2012	R\$ 1.000,00	R\$ 200,00	R\$ 800,00	R\$ 80,00
2	01/04/2012	R\$ 880,00	R\$ 176,00	R\$ 704,00	R\$ 70,40
3	01/05/2012	R\$ 774,40	R\$ 154,88	R\$ 619,52	R\$ 61,95
4	01/06/2012	R\$ 681,47	R\$ 136,29	R\$ 545,18	R\$ 54,52
5	01/07/2012	R\$ 599,70	R\$ 119,94	R\$ 479,76	R\$ 47,98
6	01/08/2012	R\$ 527,73	R\$ 105,55	R\$ 422,19	R\$ 42,22
7	01/09/2012	R\$ 464,40	R\$ 92,88	R\$ 371,52	R\$ 37,15
8	01/10/2012	R\$ 408,68	R\$ 81,74	R\$ 326,94	R\$ 32,69
9	01/11/2012	R\$ 359,63	R\$ 71,93	R\$ 287,71	R\$ 28,77
10	01/12/2012	R\$ 316,48	R\$ 63,30	R\$ 253,18	R\$ 25,32
11	01/01/2013	R\$ 278,50	R\$ 55,70	R\$ 222,80	R\$ 22,28
12	01/02/2013	R\$ 245,08	R\$ 49,02	R\$ 196,06	R\$ 19,61
13	01/03/2013	R\$ 215,67			

TOTAL

VALOR PAGO
R\$ 1.307,21

JUROS À PAGAR
R\$ 522,89

Podemos dar continuidade no cálculo das próximas faturas, utilizando planilhas eletrônicas (habilidade EM13MAT203), para visualizarmos de que maneira essa dívida se comporta durante o tempo. Percebe-se que, um ano depois, ou seja, 01/03/2013, a dívida ainda é de R\$ 215,67 e o valor pago de juros é de R\$ 522,89, o que supera em 50% do valor da dívida

inicial. Como o uso da planilha é bem simples, podemos visualizar em quanto tempo, continuando com tal estratégia, essa pessoa quitaria completamente sua dívida. Curioso visualizar que após 36 parcelas o saldo devedor é de R\$ 10,03, e que só na 55ª parcela o saldo devedor é de R\$ 1,00.

O uso do cartão de crédito é o grande vilão no endividamento do brasileiro. “Segundo a última pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic), divulgada no dia 31 de março pela Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (CNC), mostrou que 77,5% das famílias brasileiras estão endividadas. O maior causador de dívidas entre os brasileiros é o cartão de crédito, que responde por 87% das dívidas.”

Apesar de ser o grande vilão, o cartão de crédito, caso você tenha controle e uma boa educação financeira, pode ser um grande aliado na organização financeira, pois através da fatura pode-se monitorar e avaliar todos os gastos efetuados por item de despesas e reavaliar o consumo para os próximos meses. Com ele também existe a possibilidade de comprar produtos com mais descontos, através dos cashbacks oferecidos pelas operadoras e, através dos programas de fidelidade dos cartões, com os pontos recebidos pelas compras efetuadas, adquirir produtos, serviços e até realizar viagens.

(ENEM) João deve 12 parcelas de R\$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R\$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R\$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria

- a. renegociar suas dívidas com o banco.
- b. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.
- c. recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.
- d. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.

e. pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

Comentário: Nessa questão temos a possibilidade de analisar propostas para quitação da dívida de João de uma maneira menos onerosa. Apenas conhecimentos básicos de porcentagem nos ajudarão a resolver.

Dívidas de João:

Cheque Especial: $12 \times R\$ 150,00 = R\$ 1.800,00$

Cartão de Crédito: $5 \times R\$ 80,00 = R\$ 400,00$

Proposta do gerente na condição de quitação imediata da dívida:

- Duas parcelas de desconto no cheque especial, ou seja, desconto de R\$ 300,00, ou;
- 25% de desconto na dívida do cartão de crédito, ou seja, desconto de R\$ 100,00, ou
- Renegociar todas as dívidas e pagar 18 parcelas de R\$ 125,00. Nessa condição percebe-se que João ganha prazo para pagamento da dívida, porém o valor da dívida aumenta em R\$ 50,00.

Existe também a possibilidade de João pegar dinheiro emprestado com seu amigo José. Ele pode pegar o quanto precisar de empréstimo e tem 18 meses para pagar, com juros de 25% do total emprestado.

Analisando os itens:

- a) Ao renegociar as dívidas com o banco, pagaria 18 parcelas de R\$ 125,00, ou seja R\$ 2.250,00.
- b) Para João quitar as duas dívidas no banco precisaria pedir a José R\$ 1500,00 + R\$ 300,00, ou seja, R\$ 1800,00. Ao pagar 25% de juros a José, ou seja, R\$ 450,00, João desembolsaria R\$ 2250,00.
- c) Pagar todas as parcelas nos devidos prazos implica da dívida de R\$ 2.200,00.
- d) Para quitar o cheque especial, João precisa de R\$ 1.500,00. Ao pedir emprestado para José esse valor, pagará ao amigo 25% de juros, ou seja, R\$ 375,00. Pagando todas as parcelas do cartão de crédito resulta R\$ 400,00. Logo, o valor total das dívidas fica em R\$ 2.275,00.
- e) Para quitar o cartão de crédito, João precisa de R\$ 300,00. Ao pedir emprestado para José esse valor, pagará ao amigo 25% de juros, ou seja, R\$ 75,00. Pagando todas as parcelas do cheque especial resulta R\$ 1.800,00. Logo, o valor total das dívidas fica em R\$ 2.175,00.

Concluimos então que no item “e” temos a mais vantajosa opção para João.

A renegociação de dívidas é uma boa estratégia para a reorganização financeira. Fugir dos juros altíssimos dos cartões de crédito e do cheque especial através de outros tipos de empréstimos ou financiamentos com juros mais baixos é uma boa opção, porém é necessário que a pessoa saiba analisar, como foi feito na questão anterior, se de fato é mais vantajoso financeiramente.

Podemos aqui tratar um pouco mais sobre o cheque especial e o Método Hamburguês.

O cheque especial é um valor, uma linha de crédito, que normalmente o banco deixa pré-aprovado em sua conta e disponível para utilização. Funciona com um empréstimo que o banco te oferece e você pode utilizar na hora que quiser. O grande problema no uso desse valor disponível é os juros cobrados.

Como o banco oferece esse valor para o correntista sem nenhum tipo de garantia de pagamento, os juros cobrados são altíssimos. No passado, os juros aplicados nessa modalidade chegaram a mais de 300% ao ano, porém, desde 2020, o Banco Central determinou que a taxa máxima de juros aplicadas devem ser de 8% ao mês e 150% ao ano. É um tipo crédito muito caro, só perdendo para os juros do cartão de crédito. Não é aconselhável utilizar, porém, caso seja utilizado, precisamos saber de que forma seremos cobrados. O Método Hamburguês nos auxilia com isso. De acordo com ele, temos que observar no extrato mensal quantos dias a conta ficou negativa (descoberta) e qual o valor que assim ficou. Aos termos essas informações, multiplicamos esses valores e aplicamos sobre ele a taxa de juros aplicada para saber o quanto teremos que pagar.

Exemplo: Wesley mantém um cheque especial no Banco Dragão, com limite de R\$15.000,00. Ao final de Maio, Wesley consultou seu extrato com as movimentações financeiras a fim de saber quanto pagaria de juros referente ao uso do cheque especial. Sabendo-se que os encargos eram de 12% ao mês, determinar o total a ser pago por ele.

Extrato de movimentação financeira					
Data	Histórico	Valor (R\$)	D/C	Saldo (R\$)	D/C
01/05/2022	Saldo anterior	R\$ -		R\$ 2.250,00	C
03/05/2022	Cheque	R\$ 10.000,00	D	R\$ 7.750,00	D
08/05/2022	Débito automático	R\$ 5.250,00	D	R\$ 13.000,00	D
10/05/2022	Depósito online	R\$ 14.000,00	C	R\$ 1.000,00	C
24/05/2022	Saque	R\$ 1.500,00	D	R\$ 500,00	D
29/05/2022	PIX	R\$ 2.500,00	D	R\$ 3.000,00	D

Para aplicar o Método Hamburguês basta analisar o extrato e observar quantos dias e por quanto tempo o limite do cheque especial foi utilizado. Podemos calcular os juros por dia, utilizando a taxa diária equivalente a 12% ao mês, no caso, 0,4% ao dia. Assim teremos:

- Do dia 03/05/2022 ao dia 08/05/2022 ficou um saldo descoberto de R\$7.750,00 durante 5 dias. Logo, 5 x R\$7.750,00, ou seja, R\$38.750,00.
- Do dia 08/05/2022 ao dia 10/05/2022 ficou um saldo descoberto de R\$13.000,00 durante 2 dias. Logo, 2 x R\$13.000,00, ou seja, R\$26.000,00.
- Do dia 24/05/2022 ao dia 29/05/2022 ficou um saldo descoberto de R\$500,00 durante 5 dias. Logo, 5 x R\$500,00, ou seja, R\$2.500,00.
- Do dia 29/05/2022 ao dia 31/05/2022 ficou um saldo descoberto de R\$3.000,00 durante 2 dias. Logo, 2 x R\$3.000,00, ou seja, R\$6.000,00.

Cálculo do total do saldo descoberto diário					
Data	Saldo (R\$)	D/C	Nº de dias descoberto	Valor descoberto	Juros (0,4% a.d.)
01/05/2022	2.250	C	0	R\$ -	R\$ -
03/05/2022	7750	D	5	R\$ 38.750,00	R\$ 155,00
08/05/2022	13.000	D	2	R\$ 26.000,00	R\$ 104,00
10/05/2022	1.000	C	0	R\$ -	R\$ -
24/05/2022	500	D	5	R\$ 2.500,00	R\$ 10,00
29/05/2022	3000	D	2	R\$ 6.000,00	R\$ 24,00
TOTAL				R\$ 73.250,00	R\$ 293,00

Podemos com ajuda de planilha já calcular os valores referentes a cada quantidade de dias descoberto, ou fazer a soma total dos valores descobertos e aplicar somente uma vez a taxa diária. Dessa forma, somando os valores descobertos percebemos que Wesley ficou com um total de R\$73.250,00 descoberto. Logo, aplicando a taxa de juros de 12% ao mês, ou seja, $\frac{12}{30}\%$ ao dia, teremos um valor a ser pago de juros de $\frac{0,12}{30}\%$ x R\$ 73.250,00, ou seja R\$ 293,00.

5 CONCLUSÃO

Pesquisar e comparar preços de produtos, pedir descontos, pagar à vista quando for mais favorável, controlar despesas e cortar gastos evitando desperdícios e compras por impulso, analisar formas menos onerosas para tomada de crédito, poupar, manter reservas financeiras e investir buscando a acumulação de recursos para garantir uma segurança material, uma melhor qualidade de vida tanto hoje como no futuro, e a realização de desejos e sonhos familiares são atitudes esperadas de um cidadão educado financeiramente. Como percebe-se, tais atitudes vão muito além do ensino da Matemática, porém é de grande relevância para entendermos com propriedade assuntos relacionados a elas.

Na análise feita através das competências e habilidades da BNCC, relacionadas à Educação Financeira e listadas na disciplina de Matemática, percebemos como, desde as séries iniciais, o conteúdo matemático evolui a cada série construindo uma base teórico matemática que, caso o aluno de fato aprenda tais conteúdos ao final do ciclo escolar, possibilita a formação de um cidadão apto a analisar com mais clareza suas tomadas de decisões relacionadas ao seu dinheiro e, conseqüentemente, a se planejar melhor financeiramente.

Como vimos, é aconselhável que essa educação aconteça desde a infância, iniciando no seio familiar. O papel dos pais é essencial nessa missão, porém infelizmente muitos deles não têm para si essa educação, logo não tem como repassar para seus os filhos. É aí que entra o papel importante da escola. De acordo com dados do Censo Escolar de 2021 foram registradas 46,7 milhões de matrículas nas escolas de educação básica no país. Se cada aluno repassar para no mínimo uma pessoa os ensinamentos aprendidos na escola, chegamos a um alcance de 93,4 milhões de pessoas.

A escola tem um potencial imenso para educar e aos poucos mudar o comportamento financeiro da população, porém para isso é necessário professores preparados e bem formados para tal missão. Preparados não significa apenas que eles dominem efetivamente o conteúdo de forma teórica, grande preocupação dos cursos de licenciatura, mas que também sejam capazes de criar condições e, através de situações reais e cotidianas, indo além dos modelos e exemplos prontos nos livros didáticos, fazer com que os alunos, de forma participativa, questionem, reflitam e participem da construção do conhecimento tornando o mesmo significativo e aplicável na sua vida.

Infelizmente muitas pessoas e famílias sofrem com a falta de educação financeira e mudar essa realidade é um desafio que está distante ser superado. Todas as iniciativas governamentais e de empresas privadas em busca de educar a população são válidas. Cidadãos

bem-educados financeiramente sabem gerir melhor seus salários, consomem de forma mais consciente demandando melhores produtos e serviços, e entendem melhor sobre economia. Tudo isso reflete em mais oportunidades para população, possibilitando uma sociedade mais próspera e independente.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Paulo. **Brasileiros estão mais endividados no cartão de crédito por um grande motivo; saiba qual.** Recife: FDR, 2022. Disponível em: <https://fdr.com.br/2022/04/14/brasileiros-estao-mais-endividados-no-cartao-de-credito-por-um-grande-motivo-saiba-qual/>. Acesso em: 28 abr. 2022

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Brasil:** implementando a estratégia nacional de educação financeira. Brasília: BCB, [20--]. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf. Acesso em: 7 abr. 2022.

CAMPOS, Ana C. **CNC:** Brasil encerrou 2021 com recorde de endividados. Brasília: Agência Brasil, 2022. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2022-01/cnc-brasil-encerrou-2021-com-recorde-de-endividados>. Acesso em: 2 abr. 2022.

CLASON, George. **O homem mais rico da Babilônia.** 1. ed. Rio de Janeiro: Harper Collins, 2017.

COLETÂNEA de materiais: frente currículo e Novo Ensino Médio. Goiás: ANEC, 2021. Disponível em: https://anec.org.br/wp-content/uploads/2021/04/CONSED_Frente-Curriculo-Novo-ENSINO-MEDIO-coletanea-2020.pdf. Acesso em: 12 abr. 2022.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS (Brasil). **Planejamento financeiro pessoal.** Rio de Janeiro: CVM: Associação Brasileira de Planejadores Financeiros, 2019.

DÍVIDAS podem prejudicar sua saúde emocional. São Paulo: Hospital Santa Mônica, 2015. Disponível em: <https://hospitalsantamonica.com.br/dividas-podem-prejudicar-sua-saude-emocional/>. Acesso em: 7 abr. 2022.

FERREIRA, Fernando; LI, Jennie; NOSSIG, Rebecca. **Rumo aos 5 milhões de investidores na Bolsa em 2022:** XP Monitor. São Paulo: Expert XP, 2022. Disponível em: <https://conteudos.xpi.com.br/acoes/relatorios/rumo-aos-5-milhoes-de-investidores-na-bolsa-em-2022-xp-monitor/>. Acesso em: 08 mar. 2022.

KIYOSAKI, Robert T; LECHTER, Sharon L. **Pai rico, pai pobre.** 56. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2000.

LIMA, E. L; CARVALHO, P. C. P; WAGNER, E; MORGADO, A. C.. **A matemática do ensino médio, volume 2.** 6 ed. Rio de Janeiro. SBM, 2006.

MACEDO, Jurandir S. **Saiba quais são os principais desafios da educação financeira no Brasil.** Florianópolis: NSC Total, 2021. Disponível em: <https://www.nsctotal.com.br/noticias/saiba-quais-sao-os-principais-desafios-da-educacao-financeira-no-brasil>. Acesso em: 20 mar. 2022.

OLIVEIRA, Danielly. **Educação financeira nas escolas:** o desafio de ensinar sobre dinheiro no Brasil. Porto Alegre: Desafios da Educação, 2021. Disponível em: <https://desafiosdaeducacao.grupo.com.br/educacao-financeira-nas-escolas/>. Acesso em: 14

mar. 2022.