Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal Fluminense

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Coordenação do PROFMAT

MAYARA BRASIL CARVALHO GOMES

UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS E O MODELO DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE QUADRILÁTEROS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Orientadora: Profª Dra Lhaylla dos Santos Crissaff

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

NITERÓI

ABRIL/2023

MAYARA BRASIL CARVALHO GOMES

UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS E O MODELO DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE QUADRILÁTEROS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada por Mayara Brasil Carvalho Gomes ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Matemática.

Orientador: Profª Dra Lhaylla dos Santos Crissaff

Niterói

2023

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

G633u Gomes, Mayara Brasil Carvalho
Utilizando materiais concretos e o modelo de Van Hiele para o ensino de quadriláteros no ensino fundamental / Mayara Brasil Carvalho Gomes. - 2023.
179 p.: il.

Orientador: Lhaylla dos Santos Crissaff.
Dissertação (mestrado profissional)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2023.

1. Geometria. 2. Ensino de matemática. 3. Sequência didática. 4. Produção intelectual. I. Crissaff, Lhaylla dos Santos, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD - XXX

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

MAYARA BRASIL CARVALHO GOMES

UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS E O MODELO DE VAN HIELE PARA O ENSINO DE QUADRILÁTEROS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada por Mayara Brasil Carvalho Gomes ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Matemática.

Aprovada em 28 de Abril de 2023.

BANCA EXAMINADORA

PROFª DRA LHAYLLA DOS SANTOS CRISSAFF - UFF
Orientadora

PROFª DRA MIRIAM DEL MILAGRO ABDON - UFF
MEMBRO

PROFª DRA CRISTIANE DE MELLO - UNIRIO
MEMBRO

Niterói, 2023

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus e a toda a minha família que me deu todo o apoio necessário e fundamental para a realização deste trabalho

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter colocado este sonho em meu coração e por ter me concedido graça, sabedoria e força para concluí-lo.

Agradeço ao meu esposo que esteve comigo em todo o momento, apoiando, incentivando e dando o suporte necessário para que hoje pudesse desfrutar desta conquista.

Aos meus filhos que me impulsionam e dão força para ir além dos meus limites.

Aos meus pais que sempre buscaram nos dá a melhor educação e condições para que hoje pudéssemos está conquistando nossos objetivos. Obrigada por todo incentivo, ensinamento, orientação, preocupação, apoio e por terem nos ensinado o caminho certo a seguir.

Ao meu irmão por todo carinho a mim demonstrado e a minha irmã que me incentivou a ingressar nessa jornada e que sempre pronta a me ouvir e ajudar.

A minha sogra e a minha tia Regina que cuidaram da minha filha enquanto precisei estar ausente para seguir este sonho.

A minha orientadora Profª Dra Lhaylla dos Santos Crissaff que me impulsionou e auxiliou durante todo o processo de elaboração e conclusão deste projeto.

Aos diretores que abriram o espaço escolar para a realização do experimento que aqui será apresentado.

Aos alunos que participaram das atividades e testes aplicados.

A todos os professores do PROFMAT que conosco compartilham seus conhecimentos

A todos os meus colegas do PROFMAT, vocês são presentes que ganhei durante a realização do mestrado.

Palavras são poucas para demonstrar minha gratidão por vocês.

Resumo

Diversas pesquisas mencionam as dificuldades apresentadas por alunos na compreensão do conteúdo de Geometria na Educação Básica, devido à diversos fatores. Diante disso, é importante buscar formas de abordar o conteúdo que contribuam para a melhoria do ensino dessa importante área, sempre considerando o importante papel do professor. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta uma proposta de atividades para ensino de quadriláteros construída para ser realizada com o apoio de materiais concretos e do Modelo de Visualização Geométrica de Van Hiele. Esta importante metodologia de ensino estrutura em níveis a compreensão geométrica dos alunos, assim como fornece orientações para reconhecimento e obtenção de cada um deles. A proposta de atividades é iniciada com uma atividade de revisão seguida de uma atividade para atingir o primeiro nível e uma para o segundo nível do modelo mencionado. Ao final, atividades foram aplicadas em duas turmas da rede pública de ensino, e seus resultados foram analisados mostrando que uma melhoria da aprendizagem dos alunos.

Palavras chaves: Geometria, Teoria de Van Hiele, Sequência Didática, Quadriláteros, Materiais Concretos.

Abstract

Several researches mention the difficulties faced by students in understanding the content of Geometry in Basic Education, due to several factors. At that, it is important to find ways of approaching the content that contribute to the improvement of teaching in this important area, always considering the important role of the teacher. In this context, the present work presents a proposal of activities for teaching quadrilaterals built to be carried out with the support of concrete materials and Van Hiele's Geometric Visualization Model. This important teaching methodology structures students' understanding of the code into levels, as well as providing guidelines for recognizing and obtaining each one of them. The activity proposal starts with a review activity followed by an activity to reach the first level and one for the second level of the mentioned model. In the end, the activities were applied in two public school classes, and their results were analyzed, showing that an improvement in student learning.

Key words: Geometry, Van Hiele Theory, Following Teaching, Quadrilaterals, Concrete Materials.

Lista de ilustrações

Lista de Quadros

Sumário

INTRODUÇÃO

Na antiguidade, a Geometria era utilizada muitas vezes de forma intuitiva para resolver problemas reais e que eram enfrentados no dia-a-dia da população. Segundo Gorodski (2009):

> Os babilônios, os egípcios e outros povos da Antiguidade que desenvolveram formas primitivas de geometria, tais como hindus, chineses e japoneses, pareciam estar em geral motivados por necessidades práticas de medições geométricas, como por exemplo mensuração e demarcação de terras e construção de templos e altares, mas poderiam também estar parcialmente motivados por sentimentos estéticos em relação a configurações simétricas e ordenadas. (GORODSKI, 2009, p. 15)

Indo além das mencionadas aplicações, a Geometria passou a ser utilizada pelos gregos como forma de aprimorar e evidenciar o raciocínio, abrindo o caminho para o raciocínio lógico-dedutivo. Segundo Gorodski (2009), "a atitude dos gregos perante essa disciplina seria de especular e buscar explicações racionais para seus resultados" (p.15).

De lá para o momento atual, a Geometria evoluiu muito e sua importância ficou mais bem consolidada. Segundo Lorenzato (1995),

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 6-7)

De acordo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a

> observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p. 39)

Por outro lado, o ensino da Geometria tem passado por diversos problemas. Em particular, na década de 90 e início dos anos 2000, muito se discutiu sobre a problemática em torno de seu processo de ensino-aprendizagem. Alguns autores destacam a importância de se desenvolver o pensamento geométrico, visto que:

> (...) sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Sabendo da importância deste ensino, atualmente documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tornam obrigatório o ensino de Geometria em todas as etapas da educação básica, abrangendo alunos da Educação Infantil até o Ensino Médio. Os conteúdos são organizados a fim de que haja uma continuidade na aprendizagem dos temas abordados.

Apesar do atual cenário citado acima, com surgimento de documentos oficiais e reformas, enfrentamos um total abandono no ensino da Geometria nas últimas décadas. Esse abandono contribuiu para uma grande defasagem de conhecimento deste conteúdo e até mesmo dificuldade em ensiná-lo, proporcionando como conseqüência um baixo rendimento nas avaliações.

Foi por passar por frustrações e dificuldades como estas durante o ensino da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e por assistir ao baixo rendimento e não compreensão dos conteúdos por parte dos estudantes que decidimos realizar este trabalho na área de Geometria. Diante da oportunidade de trabalhar com turmas de 6º Ano de Ensino Fundamental de duas escolas de municípios distintos, surgiu o interesse de desenvolvermos atividades que fugissem das aulas tradicionais e que levassem os estudantes a se envolver no processo de ensino e aprendizagem de uma forma diferente.

Sendo assim, iniciamos uma busca por metodologias que pudessem nos apoiar nesse objetivo, auxiliando e contribuindo para uma melhoria no ensino do conteúdo de Geometria, que por sua vez auxilia de forma significativa o desenvolvimento em diversos aspectos como civil, social e individual. Além disso, aproveitamos a oportunidade de trabalhar com as duas turmas do 6º Ano do Ensino Fundamental e focamos no conteúdo de quadriláteros.

Escolhemos como metodologia para o ensino de quadriláteros o Modelo de Visualização Geométrica de Van Hiele (ou simplesmente Modelo de Van Hiele), que organiza a compreensão dos conteúdos geométricos dos alunos por nível e traz orientações para que os professores possam conduzi-los para atingirem tais níveis. A partir disso, as atividades foram desenvolvidas à luz deste modelo com foco nos quadriláteros e foram aplicadas em duas turmas do 6º Ano de duas escolas da rede municipal de ensino. Uma escola fica localizada na cidade de Araruama-RJ e a outra na cidade de Iguaba Grande-RJ, ambas foram escolhidas por serem locais de trabalho de uma das autoras deste trabalho.

O estudo dos quadriláteros é visto em várias etapas da educação básica, começando pelo reconhecimento do quadrado na educação infantil e indo até o estudo das classificações, inclusões e interseções de classe no Ensino Fundamental. Apesar de não ser trabalhado de forma tão direta no Ensino Médio, percebemos a necessidade desse conhecimento em diversos conteúdos como no estudo dos perímetros, áreas e volumes.

Ressaltamos mais uma vez que este tema foi escolhido pela sua importância, aplicabilidade e por fazer parte da organização curricular das duas turmas envolvidas neste projeto, o que permitia a aplicação das atividades em sala de aula.

Este trabalho foi organizado em cinco capítulos. No primeiro capítulo trazemos fatos históricos sobre o ensino de Geometria no Brasil. Além disso, apresentamos algumas leis e normas que regem o nosso atual sistema educacional.

O segundo capítulo traz uma análise sobre o ensino dos quadriláteros, tomando como base alguns livros didáticos, bases e parâmetros educacionais nacionais.

Apresentamos no terceiro capítulo as metodologias de ensino que serão utilizadas em nosso trabalho, nela encontramos alguns benefícios que o uso de materiais concretos manipuláveis trazem para o processo de ensino, assim como uma contextualização histórica e descrição do Modelo de Visualização do Desenvolvimento Geométrico de Van Hiele.

No quarto capítulo apresentamos as atividades que foram desenvolvidas para serem utilizadas no ensino de quadriláteros, seguindo como diretriz as metodologias aqui estudadas.

O quinto capítulo apresenta o perfil das escolas e das turmas que participaram do projeto, assim como o desenvolvimento das atividades e resultados obtidos.

Logo após, apresentamos as considerações finais, e anexos com as atividades e testes aplicados.

CAPÍTULO 1
BREVE HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

Neste capítulo, apresentaremos alguns fatos históricos sobre o desenvolvimento do ensino de Geometria no Brasil, que podem nos ajudar a entender como chegamos aos dias atuais.

1.1. A Geometria escolar até a Constituição de 1988

De acordo com Valente (1999), desde a época medieval, a Matemática era vista como uma área de conhecimento útil para as artes mecânicas. Com as transformações que foram surgindo no campo de defesa e ataque, a Matemática passou a ter grande utilidade no campo militar e da artilharia. Na Europa, no final do século XVI e início do século XVII, a Geometria prática passou a ser parte fundamental das aulas de Artilharia e Fortificação, o que garantiu grande destaque naquele momento para esse ramo da Matemática. Ao mesmo tempo, coube à Aritmética, um papel menos relevante.

Seguindo o modelo das aulas européias, no Brasil, em 1699, é criado no ensino militar a aula de Fortificações no Rio de Janeiro. Segundo Meneses (2007), “foi durante esse período que o ensino de Geometria ganhou força no Brasil” (p. 23). Em 1738, o ensino militar, que até então era dirigido a uma parcela específica da sociedade, passa a ser obrigatório a todos os militares, algo até então inédito no Brasil (Valente (1999)). A partir daí, surgiram os cursos da Academia Real dos Guardas-Marinha e da Academia Real Militar, que foram os responsáveis por moldar a origem do nosso sistema de ensino, construindo as diretrizes e estrutura do conteúdo a ser ensinado na época, constituindo-se, posteriormente, no curso secundário e superior.

A caracterização da Geometria como disciplina escolar deu-se pela exigência de conhecimentos geométricos para acesso a cursos de ensino superior no Brasil, como os Cursos Jurídicos. De acordo com Meneses (2007),

> A Geometria era o pré-requisito que mais destoava das exigências para os Cursos Jurídicos, e tal fato gerou controvérsias sobre a sua real importância, porém após os calorosos debates verificados na Câmara, onde a grande maioria era favorável ao emprego da Geometria, chegou-se ao consenso de que a Geometria, entre outras coisas, era responsável por levar o indivíduo a adquirir idéias exatas em Economia Política, desenvolver a razão ainda inexperta do rapaz e fazer raciocinar com exatidão e método etc. (MENESES, 2007, p. 43).

Os primeiros cursos superiores no Brasil foram criados no início do século XIX, quando a corte portuguesa se mudou para o Brasil. O objetivo destes cursos, segundo Neves e Martins (2016), era formar pessoas "para desempenhar diferentes funções ocupacionais na corte" (p. 96). No final do século XIX, o Brasil possuía 6 cursos superiores para formar médicos, juristas e engenheiros. Segundo as mesmas autoras, no início do século XX, o país já contava com cerca de 100 escolas de nível superior.

No início do século XX, enquanto no Brasil o ensino era caracterizado por pragmatismos e voltado para a preparação para o Ensino Superior, nos Estados Unidos e em alguns países da Europa, iniciava-se discussões em torno da qualidade do ensino da Matemática. Essas discussões, impulsionadas pelas mudanças decorrentes da Revolução Industrial, deram origem ao 1° Movimento de Reforma do Ensino de Matemática. Segundo Caldatto e Pavanello (2015),

> O movimento de reforma do ensino da matemática cristalizou-se, em 1908, em Roma, no IV Congresso Internacional de Matemáticos. Estes, preocupados com a qualidade do ensino de matemática e com o descompasso entre a matemática escolar e a moderna matemática, propuseram a criação de uma comissão internacional para estudar como desenvolver o ensino da matemática na escola. Esta comissão, denominada por CIEM, teve em seu comitê central Félix Klein, Henri Fehr e George Greenhill. (CALDATTO; PAVANELLO, 2015, p.112)

Essa comissão teve como estratégia inicial recolher relatórios sobre os métodos de ensino aplicados nos seus respectivos países e, após as análises de tais relatórios, dois objetivos principais para o ensino da Matemática foram delimitados:

> O primeiro referia-se a explorar desde a idade jovem, noções básicas de quantidades variáveis e dependência funcional nos temas relacionados à Matemática e, o segundo, era conduzir os métodos de ensino no sentido do uso das aplicações e da intuição. (MENESES, 2007, p.70).

Esse primeiro movimento já foi responsável por consequências no Brasil, como a criação da disciplina escolar denominada Matemática, a formação filosófica para professores de Matemática e a discussão sobre a distinção entre ser professor de Matemática e exercer ofício de matemático. Segundo Valente (2005), o principal responsável pela discussão e implantação destas ideias foi o professor Euclides Roxo.

Euclides Roxo foi autor de vários livros renomados (como o *Curso de Matemática Elementar*), trabalhou no Colégio Pedro II como professor e diretor, e aproveitou desta influência para disseminar suas propostas. Algumas delas podem ser conhecidas através do prefácio de seu próprio livro:

> 1- [...] Um mesmo assunto deve ser exposto a uma criança de seis anos de modo diferente por que o é a uma de dez e a esta ainda de maneira diversa que a um homem maduro. [...] esse princípio geral nos conduz a começar sempre pela intuição viva e concreta e só pouco a pouco trazer ao primeiro plano os elementos lógicos e adotar, de preferência, o método genético, que permite uma penetração lenta das noções. [...] c) abandono, em parte, da rígida didática de Euclides (“die starre euklidische Manier”) com a introdução da idéia de mobilidade de cada figura, por meio da qual em cada caso particular, se torna compreensível o caráter geral da geometria. (MENESES, 2007, p.80 a 82, apud ROXO, 1929, p. 8 a 10).

Analisando o prefácio do livro de Roxo, verificamos que a exploração de questões envolvendo a Geometria era recomendada para facilitar o uso da intuição e do caráter experimental, portanto devendo fazer parte da fase inicial do curso secundário (Meneses, 2007, p. 82). Porém, com a ampla divulgação das ideias de Roxo e a cobrança repentina de aplicação das mesmas durante a

Reforma Educacional implantada pelo então Ministro da Educação Francisco Campos no governo de Getúlio Vargas, muitos professores começaram a criticar as ideias propostas na reforma de Roxo, fazendo com que houvesse uma dificuldade em sua implantação.

> A mencionada Reforma, datada de 1931, acolheu as alterações promovidas por Euclides Roxo para o Colégio Pedro II, mas sua implantação deu-se de forma abrupta, isto é, ao invés de um procedimento gradual como fora pensado inicialmente, estas foram incluídas simultaneamente para todas as séries de ensino no país (Duarte, 2019, apud, TAVARES, 2002, p. 306).

Desta forma, mesmo diante de tantas inovações, pouca coisa foi alterada no ensino de Matemática durante este período e continuou prevalecendo o método formal-dedutivo de ensino.

> Talvez se Roxo tivesse feito uma aproximação com os autores Bethlem do Rio Grande do Sul e Jacomo Stávale de São Paulo que apresentaram alguns traços de similaridade, no que tange a aplicação do método heurístico e recursos experimentais, e tentasse desenvolver um trabalho em conjunto com esses autores, os resultados desse movimento de modernização pudesse ser diferente. (MENESES, 2007, p.133).

De acordo com Pavanello (1993), durante o Estado Novo[1] outras reformas no sistema educacional foram realizadas. Nestas reformas, os cursos profissionalizantes se expandiram fortemente, mas o ensino secundário continuou sendo o mais procurado pelas pessoas que almejavam ascensão social através da educação. Com a Lei Orgânica de 1942, o ensino secundário passou a ser dividido em dois ciclos. No primeiro ciclo, chamado de ginasial e com duração de 4 anos, a Geometria passa a ser trabalhada de forma intuitiva nas séries iniciais e de forma dedutiva nas duas séries finais. O segundo ciclo compreendia dois cursos paralelos: científico e clássico. Neste ciclo, o ensino de Geometria era realizado em todos os 3 anos.

[1] Estado Novo foi o governo instaurado por Getúlio Vargas no Brasil entre 1937 e 1945 caracterizado por autoritarismo, nacionalismo e centralização do poder.

> O curso clássico e o curso científico, cada qual com a duração de três anos, terão por objetivo consolidar a educação ministrada no curso ginasial e bem assim desenvolvê-la e aprofundá-la. No curso clássico, concorrerá para a formação intelectual, além de um maior conhecimento de filosofia, um acentuado estudo das letras antigas; no curso científico, essa formação será marcada por um estudo maior de ciências. (BRASIL, 1942, ARTIGO 4º)

Em 1951, no início do segundo governo de Getúlio Vargas, integrantes do Colégio Pedro II, a pedido do então Ministro da Educação Simões Filho, criaram novos programas que não diferiam de forma tão significativa dos antigos a não ser pela organização dos conteúdos em suas respectivas séries. Neles, o ensino de Geometria fica concentrado no 1º ano do primeiro ciclo, não sendo trabalhado na 2º série ginasial e no 2º ciclo.

Tendo como base a lei 4024/61 das Diretrizes e Bases da Educação Nacional e as mudanças econômicas que estavam acontecendo no início da década de 60, buscou-se ensinar os conteúdos de Geometria de forma dedutiva tendo em vista sua utilização prática. Nesta mesma época, com a ameaça advinda pela hegemonia científica e avanço no campo espacial da União Soviética durante a Guerra Fria[2], grandes recursos financeiros internacionais passaram a ser direcionados para realização de estudos, congressos, encontros entre outras ações que pudessem culminar em uma reorganização do ensino científico. De acordo com Valente (2006):

> É nesse contexto que surge o Movimento da Matemática Moderna – MMM, cerca de cinqüenta anos mais tarde que o primeiro movimento internacional, visando, novamente, a internacionalizar uma nova proposta de ensino de matemática. Matemáticos em cena, outra vez, elaboram um novo programa de ensino, uma nova matemática escolar que busca diminuir as distâncias entre o saber dos matemáticos e aquele dos currículos escolares. Fato inédito na história desse ensino precisa levar professores, pais e alunos a perceberem que tudo que haviam aprendido até então sob a rubrica

[2]Guerra entre os Estados Unidos da América (EUA) e a União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), que aconteceu primordialmente no campo ideológico de 1974 até 1991, visando a hegemonia mundial entre Estados Unidos e União Soviética.

> de Matemática, deveria ser mudado em prol de uma Matemática Moderna. (VALENTE, 2006, p. 27-28)

De acordo com Pavanello (1989), as ideias do Movimento da Matemática Moderna (MMM) chegam até o Brasil na década de 40 e 50, através de cursos ministrados na Universidade de São Paulo por matemáticos franceses como Dieudonné e outros ex-integrantes do grupo Bourbaki. As ideias do MMM eram disseminadas através de livros didáticos, como os destinados para o curso ginasial, que continham grande preocupação com as estruturas e com a utilização da linguagem simbólica advinda da teoria dos conjuntos. Desta forma, de acordo com Pires, (2008, p.20), “A Geometria e as Medidas foram relegadas a segundo plano, ou melhor, a Geometria era tratada como tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra.”

Segundo Silva, et. al (2021) havia ainda um distanciamento entre as propostas de ensino de Geometria e a prática docente. Sobre esta nova abordagem os autores citam que:

> As formas de abordar a Geometria se destacaram com as transformações geométricas e pela relação entre a Geometria intuitiva, experimental e dedutiva, ora partindo da Geometria intuitiva para a dedutiva, ora apenas dedutiva. (...) Observamos também outras abordagens envolvendo a Geometria como foco na conceituação fazendo uso da linguagem técnica e formal, com ênfase na teoria e no formalismo. Em particular, ressaltamos o estudo da Geometria com ênfase em: demonstrações, tratamento de vetores, construções geométricas, construção em cartolina de triângulos e manuseio através dos movimentos de translação e rotação, uso de figuras geométricas por experimentação para a construção de conceitos, manipulação de materiais para a exploração das estruturas matemáticas e estudo da Geometria sob aspectos topológicos, Geometria explorada de forma algébrica com experimentações e observações realizadas pelos alunos. Ao mesmo tempo destacam-se algumas ausências, como as poucas construções geométricas e a falta de interação com o estudante. (SILVA, ET. AL, 2001, p.146-147).

Pavanello (1998) em seu estudo cita que muitos professores por não dominarem esta nova abordagem acabam abandonando o ensino de Geometria, privilegiando o ensino de Álgebra. Este abandono é ainda facilitado com a implementação da Lei 5.962/71 que concedia liberdade aos professores de organizarem seus programas "de acordo com a necessidade da clientela". Com isso:

> A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois, em geral, os professores das quatro séries iniciais limitam-se a trabalhar somente a aritmética - e as noções de conjunto. O estudo de geometria passa a ser feito, quando o é, apenas no 2º grau. A substituição do desenho geométrico pela Educação Artística nos dois graus de ensino vem, no entanto, tornar ainda maior a dificuldade dos alunos em trabalhar as figuras geométricas e sua representação porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus de ensino, pela educação Artística. (PAVANELLO, 1993, p.13)

Ainda com relação à Lei 5.962/71, nela temos a inserção de novas nomenclaturas, o ensino primário e secundário foram reformulados e passaram a ser denominados 1º e 2º graus, respectivamente. Além disso, o antigo ensino secundário, agora 2º grau, passa de propedêutico para profissionalizante, uma vez que agora as escolas precisariam preparar o estudante para o mercado de trabalho ao invés de prepará-lo para o ingresso no ensino superior, diminuindo a demanda universitária. Porém,

> A literatura acerca da Lei nº 5.692/1971 nos aponta que esta sofreu vários problemas para a sua implementação. Neste sentido, podemos destacar como possíveis causas tanto a ausência de recursos humanos e materiais, quanto de infraestrutura adequada, indisponibilidade de espaços e cobranças de taxas, dentre outras. Assim, aos poucos a legislação sofreu descaracterizações ao longo dos anos e a compulsoriedade da formação profissional deixou de existir na década de 1980. (CARLOS, MENESES e NETA, 2020, p.10)

Em 1988, após a queda do regime militar e redemocratização do Brasil, foi promulgada a atual Constituição da República Federativa do Brasil. Nela, a educação é tida como direito de todos, com vista para a cidadania, qualificação para o mercado de trabalho e desenvolvimento do indivíduo.

Alguns anos após a implementação da Constituição de 88, em 1996, durante o governo do presidente Fernando Henrique Cardoso tivemos a publicação da Lei nº 9.394 de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) que rege toda a educação escolar até os dias atuais. Em sua formulação, a educação é "inspirada nos princípios de liberdade e ideias de solidariedade humana; tendo como finalidade o pleno desenvolvimento do educando, o seu preparo para a cidadania e a qualificação para o trabalho" (Artigo 2º da LDB). Nesta lei temos a organização da Educação Básica em três etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio sendo obrigatória e gratuita dos 4 aos 17 anos de idade.

Mesmo após a reimplantação da democracia no país e a criação de novas leis como a LDB de 96, reflexos da lei 5692/71 e do MMM ainda podiam ser notados na década de 90. De acordo com estudos de Pavanello (1993), a liberdade de criação dos programas concedidos às escolas fez com que muitos professores abandonassem por completo o ensino da Geometria na Educação Básica ou o colocassem no final do seu plano anual por sentir-se inseguros em ensinar este conteúdo.

Essa ação de deixar o ensino de Geometria como último plano perdurou por décadas. Algumas ações governamentais ajudaram a transpor este obstáculo, sendo uma delas a criação de critérios para avaliação dos livros didáticos em 1993/1994 no âmbito do Programa Nacional do Livro Didático. A partir daí, os conteúdos de Geometria começaram a ser apresentados ao longo de todo o livro, dado que esta era uma exigência para sua aprovação no Programa.

Outra ação governamental importante no sentido de mudar o ensino, não só da Matemática no país, mas de todas as áreas da educação básica, foi à criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Vejamos na próxima seção alguns fatos importantes acerca desses documentos.

1.2. A Geometria dos Parâmetros Curriculares Nacionais

Com o intuito de propor um referencial nacional para reduzir as diferenças curriculares existentes entre regiões distintas do Brasil, foram criados em 1997 e 1998 os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Este documento estabelece diretrizes para orientar as discussões e reflexões sobre as ações pedagógicas a serem realizadas em todas as redes de ensino do nosso país.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais nascem da necessidade de se construir uma referência curricular nacional para o ensino fundamental que possa ser discutida e traduzida em propostas regionais nos diferentes estados e municípios brasileiros, em projetos educativos nas escolas e nas salas de aula. E que possam garantir a todo aluno de qualquer região do país, do interior ou do litoral, de uma grande cidade ou da zona rural, que freqüentam cursos nos períodos diurno ou noturno, que sejam portadores de necessidades especiais, o direito de ter acesso aos conhecimentos indispensáveis para a construção de sua cidadania. (BRASIL, 1998, p. 9)

Os PCN foram uma das primeiras ações governamentais que buscavam garantir o cumprimento do artigo 9 - inciso 4 da LDB que estabelece a incumbência da União em: “estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum”.

Os PCN organizam o Ensino Fundamental em quatro ciclos, onde cada ciclo tem a duração de dois anos. O primeiro ciclo corresponde ao 1º e 2º ano, o segundo ciclo ao 3º e 4º ano e assim sucessivamente até o quarto ciclo.

Os conteúdos matemáticos estão divididos em 4 blocos nos PCN. São eles: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, e Tratamento da Informação. Nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, a Geometria é trabalhada nos blocos Espaço e Forma e Grandezas e Medidas, sempre de forma intuitiva, através de observações e comparações. Segundo os PCN,

> O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades. Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (BRASIL, 1997, p. 82)

No terceiro ciclo, os PCN propõem uma ampliação dos conhecimentos adquiridos anteriormente, envolvendo observações, construções e manipulações que permitam aos estudantes a formulação de conjecturas e justificativas para as afirmativas dadas. Sendo desta forma trabalhada e incentivada o uso de argumentação.

> Desse modo, o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico. (BRASIL, 1998, p. 68)

No quarto ciclo há um trabalho com as transformações como forma de facilitar a percepção espacial e a compreensão das noções de congruência. É proposto também que os problemas façam com que os alunos percebam a necessidade de se estabelecer um raciocínio dedutivo, mesmo que não tenha tanta formalidade e axiomatização.

> Embora no quarto ciclo se inicie um trabalho com algumas demonstrações, com o objetivo de mostrar sua força e significado, é desejável que não se abandonem as verificações empíricas, pois estas permitem produzir conjecturas e ampliar o grau de compreensão dos conceitos envolvidos. (BRASIL, 1998, p. 87).

Toda esta orientação sobre o ensino de Geometria faz-se importante uma vez que, de acordo com PAVANELLO (1993), muitos professores ainda na década de 90 não incluíam o conteúdo geométrico em suas aulas de Matemática. Este fato surge como uma das consequências da Lei 5.962/71, já mencionada anteriormente, que trazia como um dos focos o ensino profissionalizante. Assim, enquanto o ensino público tentava, mesmo sem condições adequadas, implantar este sistema profissionalizante, o ensino particular continuava preparando os estudantes para o ingresso em universidades. Para isso, as escolas particulares e também as academias militares continuavam adotando em seu currículo o ensino de Geometria e as escolas públicas caminhavam em direção contrária.

> A ausência do ensino da geometria pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. (...) o trabalho com a álgebra pode acostumar o indivíduo a operar sem questionamento (...) o efetuado com a geometria, por sua vez pode proporcionar o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo. O fato de que nem todo ensino de geometria produz os resultados acima mencionados não justifica seu abandono. Implica isto sim, a necessidade de investimentos em pesquisas sobre metodologias mais apropriadas para a abordagem deste conteúdo (...) (PAVANELLO, 1993, p. 16).

Desta forma, outros documentos oficiais foram criados no cenário educacional brasileiro tendo objetivos semelhantes aos dos PCN, trazendo em pauta uma organização e inserção de conteúdos mínimos a serem trabalhados. São eles:

- As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNs), documento publicado em 2013, contendo normas obrigatórias responsáveis “por orientar a organização, articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino brasileiras” (BRASIL, 2013, p.4). É importante ressaltar que diferente dos PCN que não possuem cunho obrigatório, as DCNs trazem orientações para as três etapas da Educação Básica.

- A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), promulgada em 2017 e 2018, é um documento de cunho normativo e com normas obrigatórias que estabelece o conjunto orgânico de aprendizagens essenciais na Educação Básica. Neste documento, além da divulgação dos conteúdos mínimos, temos a apresentação das habilidades a serem alcançadas em cada um dos componentes curriculares dispostos.

A seção seguinte será dedicada a uma breve apresentação de discussão sobre a Geometria presente na BNCC.

1.3. A Geometria da Base Nacional Comum Curricular

Como mencionado anteriormente, a BNCC é um documento normativo que tem por objetivo definir:

> O conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação. (BRASIL, 2017, p. 7).

A BNCC organiza o conteúdo a ser estudado no Ensino Fundamental em cinco áreas de conhecimento. São elas: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. Já o Ensino Médio foi dividido em quatro áreas: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais e suas Tecnologias. Cada área de conhecimento contém competências específicas que devem ser trabalhadas com os estudantes.

> Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento – aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos –, que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas. (BRASIL, 2018, p. 28).

A área de Matemática foi dividida em cinco unidades temáticas. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Em termos de Geometria, a BNCC destaca a importância de trabalhar o reconhecimento e comparação de objetos geométricos desde a Educação Infantil, sendo muito importante que, aproveitando essa fase de descoberta, a criança seja encorajada a investigar, refletir e criar suposições com o apoio de um adulto.

> (...) a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações (BRASIL, 2018, p. 43).

Ao passar para o Ensino Fundamental, a BNCC diz que a Geometria já pode ser trabalhada de forma mais formal através de conceitos matemáticos. Nos Anos Finais, segundo a BNCC, é preciso que os estudantes aprendam a aplicar os conhecimentos adquiridos "para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo." (p. 272).

No Ensino Médio, há uma continuidade na preocupação em trazer experiências que possibilitem preparar o estudante para o trabalho e cidadania, para isso, supõe-se que haja:

> (...) o desenvolvimento de competências que possibilitem aos estudantes inserir-se de forma ativa, crítica, criativa e responsável em um mundo do trabalho cada vez mais complexo e imprevisível, criando possibilidades para viabilizar seu projeto de vida e continuar aprendendo, de modo a ser capazes de se adaptar com flexibilidade

> a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores. (BRASIL, 2018, p. 465-466).

Tendo ainda como finalidades garantir que os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental sejam consolidados e aprofundados; a possibilidade de avanço nos estudos para aqueles que assim desejarem; o aperfeiçoamento deste aluno como pessoa humana considerando aspectos éticos, intelectuais e críticos e “a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos” (BRASIL, 2018, p. 464).

Com relação ao ensino de Geometria, baseada nestas ideias iniciais e na progressão dos conteúdos, de acordo com a BNCC, é esperado que os seguintes conteúdos sejam trabalhados no Ensino Médio: transformações, perímetro, área, cálculos envolvendo figuras espaciais, investigação, dedução e aplicações reais das fórmulas, visando contribuir com a comunidade a qual está inserido.

Para que estes conhecimentos sejam realmente efetivos e haja um alcance do raciocínio hipotético-dedutivo, tão importante para o desenvolvimento individual e aplicação social, é necessário que haja uma progressão e reconhecimento dos conhecimentos adquiridos pelos alunos, “tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes” (BRASIL, 2018, p. 299).

Vale ressaltar que o Ensino Médio e consequentemente a educação básica passam por um período de instabilidade com uma possível implantação do Novo Ensino Médio, o que pode trazer alterações positivas ou negativas na aquisição dos conhecimentos geométricos, apesar de não haver plano de interrupção no ensino de matemática durante o ensino básico.

Precisamos estar conscientes de que realmente ainda há muito que ser melhorado no ensino, mas firmes na compreensão da importância da manutenção do ensino de Geometria e dos benefícios que o mesmo oferece, para que não passemos novamente por um período de abandono. Havendo desta forma uma progressão e melhoria no seu processo de ensino-aprendizagem, independente da etapa de ensino ou tipo de instituição educacional.

CAPÍTULO 2

QUADRILÁTEROS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo, discutiremos sobre o ensino de quadriláteros a partir de documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular, os Parâmetros Curriculares Nacionais e alguns livros didáticos analisados pelo PNLD. Nosso objetivo é situar o leitor frente ao conteúdo que exploraremos nas atividades apresentadas no Capítulo 4.

2.1. Quadriláteros nos documentos oficiais

Diversos livros de literatura infantis abordam as figuras geométricas que podem ser encontradas na natureza. Sendo assim, desde pequenas, as crianças começam a ter contato com figuras geométricas e até mesmo com suas classificações. Acreditamos que um dos primeiros objetos geométricos conhecidos pelas crianças, até mesmo antes de entrar na escola, é o quadrado.

Para ilustrar o que mencionamos anteriormente, veja a figura 1, do livro "Minhas primeiras formas" da editora Difusão Cultural do Livro (DLC). A recomendação do próprio livro é que seja usado a partir de 6 meses de idade.

Figura 1 - Ilustração do livro "Minhas Primeiras Formas"
Fonte: Livro "Minhas Primeiras Formas" da editora DCL

Depois de passarem pelo Ensino Infantil, os estudantes iniciam sua maior etapa de formação básica no Ensino Fundamental. Segundo a BNCC, no 1º ano do Ensino Fundamental, o ensino das figuras geométricas já deve ser iniciado, sendo focado no reconhecimento e nomeação de quadrados e retângulos, dispostos em diferentes posições e também como parte de figuras tridimensionais (EF01MA14**)**. Já no 2º ano, é preciso levar os estudantes a reconhecer, comparar e nomear figuras planas como círculo, quadrado, retângulo e triângulo através de suas características comuns (EF02MA15). No 3º ano do Ensino Fundamental, há uma ampliação do estudo dos quadriláteros com a inclusão dos trapézios e paralelogramos, sendo necessário distinguir cada um deles em termos de lados e vértices (EF03MA15). Em relação ao 4º e 5º, a organização da unidade de conhecimento de Geometria propicia que o ensino de quadriláteros seja realizado, já que salienta a importância de compreender características e propriedades de figuras planas. Em especial, ao final do 5º ano, espera-se que o estudante seja capaz de reconhecer, nomear e comparar figuras planas, considerando seu número de lados e vértices, assim como a medida de seus ângulos.

Ao dirigirmos nosso olhar para os PCN, encontramos orientações para que o trabalho com quadrados e retângulos seja realizado já no 1º ciclo do Ensino Fundamental, afirmando a importância de se observar "semelhanças e diferenças entre formas tridimensionais e bidimensionais, figuras planas e não planas, que construam e representem objetos de diferentes formas" (Brasil, 1997, p. 49). E no 2º ciclo, deve-ser trabalhar "o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades" (Brasil, 1997, p. 82).

Observando o que a BNCC e os PCN apontam como conteúdos e objetivos no ensino de figuras geométricas, podemos afirmar que, ao começarem o Ensino Fundamental **-** Anos Finais, os estudantes já teriam tido seu primeiro contato com figuras tridimensionais e bidimensionais, além de já conhecerem sua classificação e propriedades. Ao chegar no 6º ano do Ensino Fundamental, com a bagagem adquirida, os estudantes já estariam prontos para estudar, do ponto de vista mais formal, os conceitos de quadriláteros.

Retomando os documentos oficiais, observamos que, segundo a BNCC, no 6º espera-se que os estudantes tenham contato com quadriláteros, conhecendo as classificações, características e propriedades. Este conteúdo está presente na habilidade EF06MA20, que diz: "Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles". E, nos PCN, no 3º ciclo, os estudantes são incentivados a desenvolver a argumentação, focando na compreensão das relações em detrimento às memorizações. Considerando esses aspectos mencionados nos PCN para o estudo de quadriláteros, podemos perceber um alinhamento entre BNCC e PCN para este ano.

Por outro lado, a nossa experiência, lecionando no 6º ano, mostra que os estudantes não chegam preparados para receber o conteúdo formal sobre quadriláteros nessa série. Em geral, nossa percepção mostra que os estudantes não atingem os objetivos mencionados e não adquirem as habilidades requeridas para o Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Consequentemente, isso faz com que estudantes do 6º ano tragam consigo muitas deficiências nesse assunto e, muitas vezes, é preciso iniciá-los nos conteúdos geométricos.

Vale ressaltar a importância do professor em sua sala de aula conduzindo suas aulas, de forma a propor atividades com quadriláteros de diversas formas, abordando a questão da produção, classificação e inclusão de classes, como discutido em Costa e Santos (2016). Assim, esse estímulo dado aos estudantes poderá levá-los a superar suas dificuldades conceituais e assimilar o conteúdo geométrico.

Nessa direção, surge nosso interesse pelo ensino de quadriláteros, tentando levar o estudante, mesmo com pouca ou nenhuma proficiência neste conteúdo, a alcançar o que é proposto na habilidade EF06MA20. Sendo assim, esse trabalho foca em criar uma sequência didática que aborde o tema de quadriláteros, partindo de um teste diagnóstico que mostra o nível de desenvolvimento da turma e aponta como deve ser realizado o desenvolvimento do conteúdo.

2.2. Quadriláteros nos livros didáticos

Como mencionado anteriormente, o conteúdo de quadriláteros deve ser abordado no 6º ano do Ensino Fundamental. Em geral, os professores utilizam os livros didáticos como apoio pedagógico para suas aulas do Ensino Básico e, por isso, gostaríamos de saber como o conteúdo de quadriláteros vem sendo abordados nos livros do 6º ano.

Nesta seção, faremos uma breve análise de alguns livros didáticos que foram aprovados pelo PNLD. A escolha dos livros foi feita pela nossa facilidade em acessá-los, visto que a maioria está disponível nos *sites* de suas respectivas editoras. Essa análise, apesar de não ser detalhada, se fez necessária para nos dar subsídio para a organização da sequência didática que será apresentada no Capítulo 4.

Os livros escolhidos para a análise foram:

1) Araribá Mais - Matemática dos autores Mara Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva, publicado pela editora Moderna em 2018;

2) Matemática Bianchini - 9ª Edição do autor Edwaldo Bianchini, publicado pela editora Moderna em 2018;

3) Matemática Compreensão e Prática - 5ª Edição do autor Ênio Silveira, publicado pela editora Moderna em 2018;

4) A Conquista da Matemática - 4ª Edição dos autores José Ruy Giovanni Júnior e Benedicio Castrucci, publicado pela editora FTD em 2018;

5) Trilhas da Matemática do autor Fausto Arnaud Sampaio, publicado pela Editora Saraiva em 2018.

Em geral, os livros didáticos do 6º ano iniciam o estudo dos quadriláteros apresentando a sua definição e classificação. Os quadriláteros são definidos como polígonos que possuem quatro lados e são classificados de acordo com o paralelismo dos seus lados. Em relação à classificação, em geral, os quadriláteros são organizados em dois grupos principais: paralelogramos (quadriláteros que contém dois pares de lados opostos paralelos) e trapézios (quadriláteros que contêm apenas um par de lados opostos paralelos).

Vejamos então uma breve análise de cada livro mencionado acima.

2.2.1. Araribá Mais - Matemática

A coleção Araribá Mais - Matemática publicada pela Editora Moderna em 2018, em seu exemplar para o 6º ano do Ensino Fundamental, apresenta no Capítulo 3 as noções iniciais de Geometria. Dividida em 10 páginas, os autores fazem uma revisão dos conceitos geométricos abordados no Ensino Fundamental - Anos Iniciais e fortalecem os conhecimentos adquiridos anteriormente.

Já no Capítulo 10, chamado *Localização e Polígonos*, são apresentadas as definições de polígono, triângulo e quadrilátero. Em especial, a seção 4 se dedica aos quadriláteros, definindo-os como sendo polígonos de quatro lados, seguido de sua classificação e exemplos.

Neste livro, a classificação dos quadriláteros é feita de acordo com o número de lados paralelos. Os quadriláteros são organizados em três grupos principais: paralelogramos (com dois pares de lados opostos paralelos), trapézios (com apenas um par de lados opostos paralelos) e outros quadriláteros que não possuem lados opostos paralelos.

Na Figura 2, destacamos a classificação dos quadriláteros apresentada neste livro. Segundo os autores, há três grupos de quadriláteros: com dois pares de lados opostos paralelos, com 1 par de lados opostos paralelos e sem lados paralelos.

Figura 2 - Classificação dos quadriláteros
Fonte: Livro Araribá Mais - Matemática da editora Moderna

Na sequência, em especial, os paralelogramos são abordados com detalhes, e também divididos em grupos, como mostrado na figura 3.

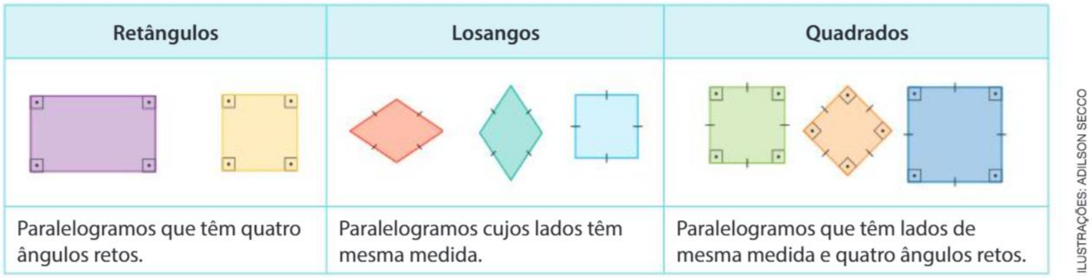


Figura 3 - Classificação dos paralelogramos
Fonte: Livro Araribá Mais - Matemática da editora Moderna

Um ponto interessante a ser destacado é a presença de atividades a serem realizadas com o software Geogebra para a construção de quadriláteros em uma seção chamada *Informática e Matemática*. Segundo os autores, esse trabalho favorece a aquisição da habilidade EF06MA22 da BNCC que diz: “Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros”, além da Competência Geral 5 e Competência Específica 5.

Atividades como a apontada acima são importantes ferramentas na construção de conhecimento dos alunos, uma vez que é algo que faz parte da realidade dos alunos e que abre espaço para aplicação de vários conceitos, assim como o diálogo e troca de experiências.

2.2.2. Matemática Bianchini

O livro didático Matemática Bianchini, também da Editora Moderna, em sua 9ª edição publicada em 2018, em seu Capítulo 3 intitulado *Estudando Figuras Geométricas* faz uma apresentação de conteúdos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, mas já trazendo elementos essenciais para atingir os objetivos do 6º ano do Ensino Fundamental. Essa característica foi também apresentada no livro Araribá Mais - Matemática.

É no capítulo 10 que o autor faz o estudo dos *Polígonos e Poliedros,* dedicando especialmente a seção 4 aos quadriláteros. Na seção específica sobre quadriláteros é apresentada a definição e classificação destes polígonos. Na definição, é enfatizada a familiaridade que a maioria deles possuem com objetos facilmente encontrados em nosso cotidiano. Veja a figura 4.

Figura 4 - Ilustração do livro "Matemática Bianchini"
Fonte: Livro Matemática Bianchini da editora Moderna

Assim como no livro Araribá Mais – Matemática, o livro Matemática Bianchini organiza os quadriláteros em três grupos: os que possuem dois, um e nenhum par de lados paralelos.

Um ponto que se destaca nesta seção são as ilustrações de dois grupos apresentados. O trapézio é representado por diversas figuras, incluindo algumas em posições não-prototípicas. Já no paralelogramo, além da apresentação da sua imagem usual, temos a inserção de retângulo em posição não prototípica, um losango e de um quadrado. Como podemos observar na figura abaixo retirada do livro.

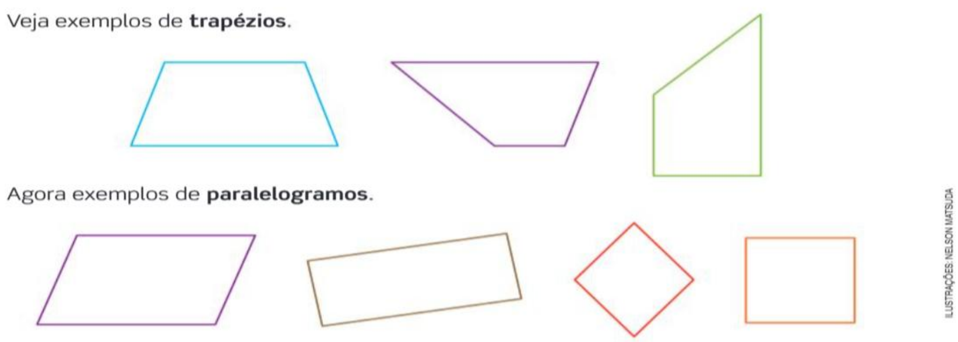


Figura 5 - Trapézio e paralelogramos
Fonte: Livro Matemática Bianchini da editora Moderna.

Estas representações são fundamentais, pois ampliam a visão do aluno sobre o tema e faz com que o mesmo busque formas diferentes de compreender a lógica das formas assim como os conceitos apresentados.

Logo em seguida, o livro traz uma observação sobre a caracterização dos paralelogramos e a inclusão de uma observação sobre o fato do quadrado ser ao mesmo tempo um losango e retângulo.

Observação

▸ O quadrado é ao mesmo tempo um retângulo e um losango, já que possui os 4 ângulos internos retos e os 4 lados congruentes.

Figura 6 - Observações sobre o quadrado
Fonte: Livro “Matemática Bianchini” da editora Moderna

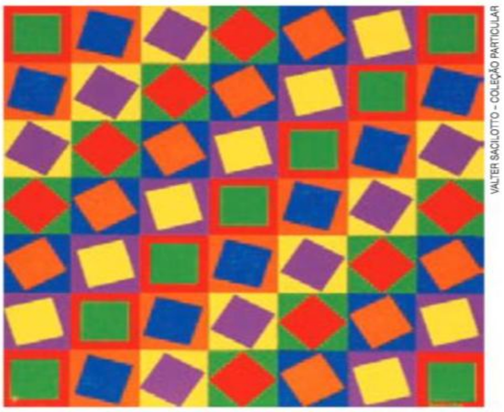
Notamos pela figura 6 que esta observação é realizada de forma direta e sem nenhum detalhamento que proporcione ao estudante compreensão dos fatos citados.

2.2.3. Matemática Compreensão e Prática

A coleção Matemática Compreensão e Prática, na sua 5^a edição publicada pela Editora Moderna em 2018, em seu exemplar para o 6^a ano do Ensino Fundamental, apresenta no Capítulo 9 um estudo sobre as figuras geométricas planas. Este capítulo é iniciado com a apresentação de conceitos geométricos básicos: ponto, reta e plano. E o mesmo termina com o estudo dos quadriláteros.

No estudo dedicado aos quadriláteros, temos inicialmente a apresentação de uma obra de Luiz Sacioto que proporciona um efeito curvilíneo intencionalmente criado através da utilização de quadriláteros, como podemos observar na Figura 7.

Na tela abaixo, o artista brasileiro Luiz Sacilotto (1924-2003) dispôs diversos quadriláteros para criar a ilusão de linhas curvas. Observe:



Luiz Sacilotto, *Concreção 8457*, 1984, 20 cm × 20 cm.

Figura 7 - Luiz Sacilotto [3], Concreção 8457, 1980, 20cm x 20cm
Fonte: Livro Matemática- Compreensão e Prática da editora Moderna.

Desta forma, esta apresentação oportuniza ao professor uma introdução dinâmica para os estudos dos quadriláteros, assim como trabalho de pesquisas sobre estas e outras obras que envolvam Geometria fazendo assim um trabalho interdisciplinar e dinâmico.

Neste livro, a definição e classificação de quadriláteros é apresentada de forma semelhante aos demais, porém a discussão inicial é realizada apenas com dois tipos de quadriláteros: os trapézios e os paralelogramos. O terceiro grupo, dos quadriláteros que não possuem pares de lados paralelos, é citado posteriormente em uma observação.

O autor do livro (na orientação dada aos professores) chama atenção para o fato dos paralelogramos e trapézios serem disjuntos, não sendo possível desta forma um trapézio pertence ao grupo dos paralelogramos e vice-versa.

Os paralelogramos são os primeiros a serem abordados. Inicialmente, é apresentada em uma posição prototípica sendo posteriormente feita uma

---

[3] Sobre o autor da obra, o site Encinlopédia Itaú Cultural menciona que: “Luiz Sacilotto (Santo André, São Paulo, 1924 – São Bernardo do Campo, São Paulo, 2003). Pintor, escultor e desenhista. Inovador, Luiz Sacilotto tensiona a figuração e a abstração, até chegar à geometrização e aos desdobramentos do plano no espaço. Torna-se um dos grandes artistas concretos do Brasil.”

análise dos três paralelogramos que possuem características específicas: retângulo, losango e quadrado.

Em relação aos quadrados, assim como o livro abordado anteriormente, a informação da inclusão entre as classes é dada de forma direta e com pouca explicação, como podemos verificar na figura 8.

> O quadrado é um paralelogramo, pois possui dois pares de lados paralelos; é um retângulo, pois todos os ângulos internos são retos; e é um losango, pois todos os lados têm a mesma medida.

Figura 8 - Quadrado: propriedade e inclusão de classe
Fonte: Livro Matemática- Compreensão e Prática da editora Moderna.

Este livro é o primeiro dos analisados que dá um destaque maior aos trapézios, classificando-os em três tipos: retângulo, isósceles e escaleno.

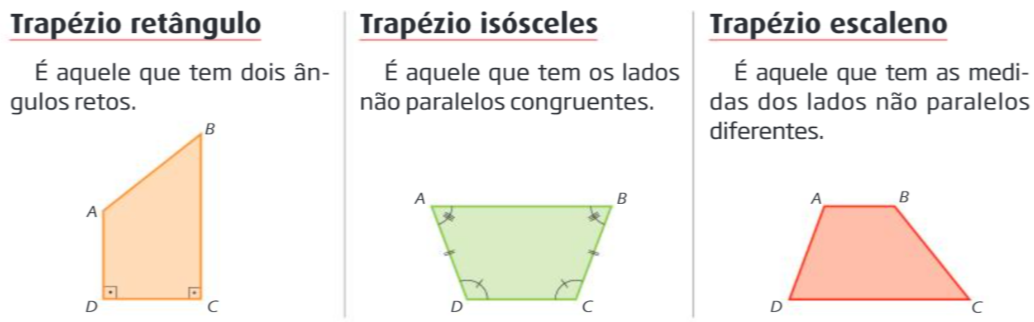


Figura 9 - Classificação do trapézio
Fonte: Livro Matemática- Compreensão e Prática da editora Moderna.

É interessante destacar que, no final do capítulo, em uma das questões dos Exercícios Propostos (Figura 10) é apresentada a inclusão e interseção de classes, requerendo uma atenção maior dos alunos e dos professores. Mais uma vez, destacamos a forma como os livros didáticos estão apresentando essa parte do conteúdo, assumindo que é algo direto e simples para os estudantes.

8 Classifique cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa, justificando as falsas.

a) Todo quadrado é um retângulo. verdadeira

b) Todo trapézio é um paralelogramo. falsa

c) Um trapézio pode ser um retângulo. falsa

d) Todo quadrado é também um losango. verdadeira

e) Um losango pode ser um retângulo. verdadeira

f) Existem retângulos que não são paralelogramos. falsa

g) Todo paralelogramo é um losango. falsa

h) Existem retângulos que são losangos. verdadeira

Figura 10 - Exercício proposto- Questão 8 - Capítulo 9 - p.224
Fonte: Livro Matemática- Compreensão e Prática da editora Moderna.

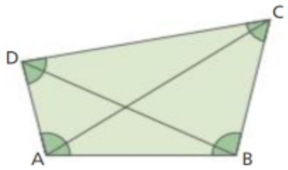
2.2.4. A Conquista da Matemática

A coleção A Conquista da Matemática em sua 4ª edição foi publicada pela Editora FTD em 2018. No livro para o 6ª ano, temos um estudo sobre as figuras geométricas. Ao longo de 20 páginas, o livro aborda os conceitos iniciais de Geometria, figuras geométricas planas e não planas, além dos sólidos geométricos.

Na Unidade 7, intitulada *Ângulos e Polígonos,* encontramos na seção 5 o desenvolvimento do conteúdo sobre triângulos e quadriláteros, sendo reservada três páginas para o estudo dos quadriláteros dentro da seção. A definição dos quadriláteros é apresentada considerando a quantidade de lados, como nos livros anteriores. Porém, diferentemente das outras obras já mencionadas até aqui, juntamente da definição são mencionados os elementos que formam o dado polígono, como podemos observar na Figura 11.

Quadrilátero é um polígono de **quatro lados**. No quadrilátero ABCD da figura seguinte, podemos destacar:

- Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são os **vértices** do quadrilátero.
- Os segmentos AB, BC, CD e DA são os **lados** do quadrilátero.
- Os ângulos *A*, *B*, *C* e *D* assinalados na figura são os **ângulos internos** do quadrilátero.



O segmento AC, cujas extremidades são dois vértices não consecutivos, é uma das diagonais do quadrilátero; o segmento BD é a outra diagonal desse quadrilátero.

Alguns quadriláteros são especiais; a seguir, vamos conhecer alguns deles.

Figura 11 - Definição elementos do quadrilátero
Fonte: Livro A Conquista da Matemática da editora FTD.

Desta forma, o livro inicialmente apresenta um quadrilátero que não possui lados opostos paralelos e depois cita que encontramos tipos especiais de quadriláteros que são os paralelogramos e trapézios. Assim, não temos um agrupamento direto dos quadriláteros.

Um ponto que ganha destaque neste livro, é a importância dada à interseção de classes, com uma apresentação mais detalhada desta habilidade. Veja a figura a seguir, que foi retirada do livro.

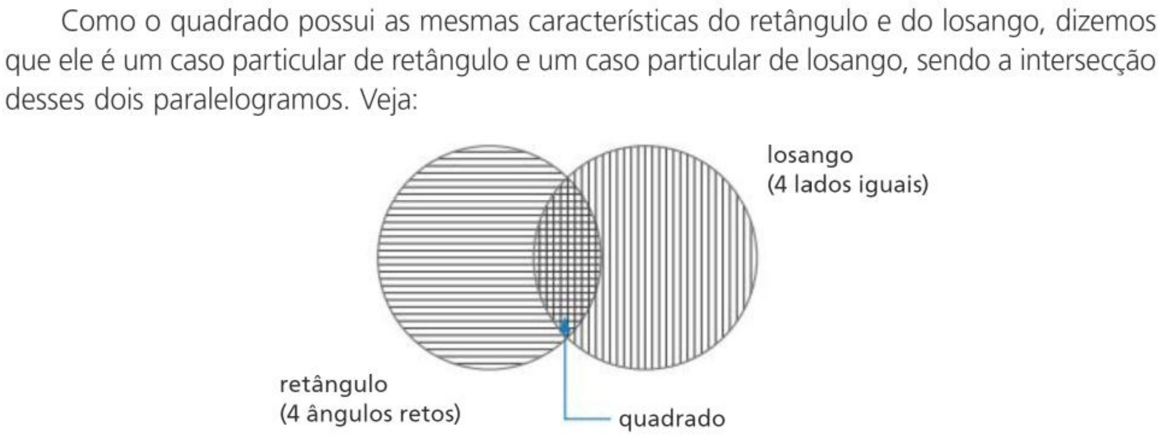

Como o quadrado possui as mesmas características do retângulo e do losango, dizemos que ele é um caso particular de retângulo e um caso particular de losango, sendo a intersecção desses dois paralelogramos. Veja:

Figura 12 - Ilustração do livro “A Conquista da Matemática”
Fonte: Livro A Conquista da Matemática da editora FTD.

Além disso, para o trabalho com inclusão e interseção de classes, o livro ainda apresenta algumas orientações didáticas. A seguir são dadas as orientações presentes na página 222 do mencionado livro.

1. Utilizar uma atividade lúdica com papel sulfite;
2. Fomentar o diálogo entre professor e alunos com vista na comunicação de ideias e compartilhamento de ideais;
3. Retornar conceitos e classificações estudadas;
4. Fazer questionamentos, ouvir, anotar as respostas dadas e valorizar as participações;
5. Observar os pontos importantes, complementar e trazer questionamentos que promovam o aprendizado.

Assim, observamos todo o cuidado e preocupação apresentado pelos autores do livro, além de valiosas informações que trazem enriquecimento ao trabalho do professor, assim como melhor compreensão das habilidades a serem desenvolvidas.

2.2.5. Trilhas da Matemática

A coleção Trilhas da Matemática, publicada pela Editora Saraiva em 2018, utiliza a Unidade 3 do livro destinado ao 6º ano do Ensino Fundamental para o estudo da Geometria. Esse estudo é dividido em três capítulos, totalizando 50 páginas. O Capítulo 6, intitulado Figuras Geométricas, traz um estudo sobre figuras planas e não planas. O Capítulo 7, intitulado Ângulos e retas, apresenta um estudo sobre a definição, classificação e identificação dos ângulos e sobre a posição relativa entre as retas. Já o Capítulo 8, intitulado Polígonos, apresenta a definição, nomenclatura, assim como um estudo mais aprofundado dos triângulos e quadriláteros.

Assim, nossa atenção será dada ao Capítulo 8, mais especificamente aos estudos realizados sobre os quadriláteros. Neste livro, a classificação dada aos quadriláteros segue o padrão dos demais livros analisados anteriormente. Em relação à classificação, o número de lados paralelos é utilizado como critério, acrescentando ainda a quantidade de ângulos internos e vértices.

Assim como no livro Matemática Bianchini, temos inicialmente a classificação de dois tipos de quadriláteros: paralelogramos e trapézios, sendo o terceiro grupo mencionado apenas no final do capítulo. Também de forma similar ao Matemática Bianchini, encontramos já na primeira apresentação visual dos paralelogramos a inclusão dos paralelogramos especiais: quadrado, retângulo e losango. É importante mencionar que todas as figuras são apresentadas em posições prototípicas neste livro. Veja a Figura 13.

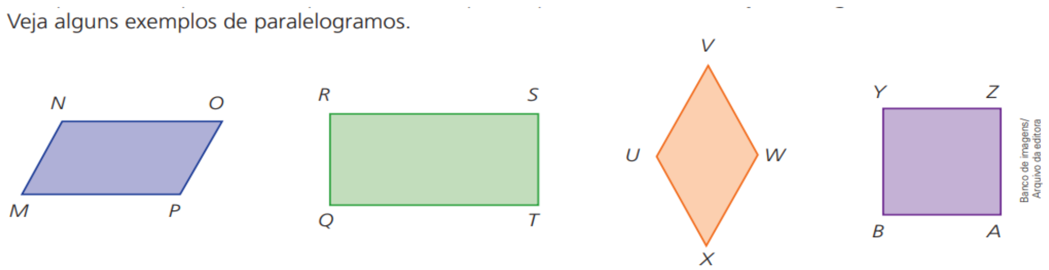


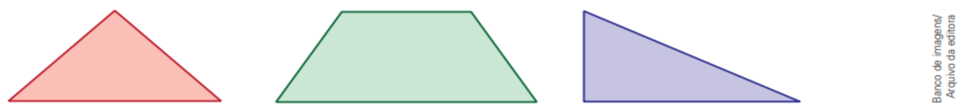
Figura 13 - Exemplo de Paralelogramos
Fonte: Livro Trilha da Matemática da editora Saraiva.

Uma das orientações didáticas do Livro do Professor incentiva a utilização de materiais concretos, como palitos de sorvetes, a fim de auxiliar o professor no ensino das propriedades do losango e de sua comparação com o quadrado. Sobre isso o autor escreve:

> O uso de material concreto, como palitos de sorvete articulados por meio de percevejos de modo a formar um losango, permite visualizar que esse polígono é um paralelogramo que tem os 4 lados de mesma medida. Avalie a possibilidade de realizar esse experimento em sala de aula e mostrar aos alunos que podemos manipular essa estrutura de modo que seu formato lembre a forma de um quadrado (um losango com todos os ângulos internos retos). (SAMPAIO, 2018, p.114).

Analisando os exercícios, percebemos a preocupação do autor em inserir atividades que utilizem a percepção, visualização, assim como a manipulação de objetos. Este é o caso da questão apresentada na Figura 14.

21. Decalque as figuras a seguir em papel resistente e recorte duas peças com formato de cada figura. Em seguida, faça o que se pede.



a) Use dois recortes com forma de trapézio para compor uma construção que lembre um paralelogramo.

b) Use dois recortes com forma de triângulo para compor uma construção que lembre um paralelogramo.

c) Use dois recortes com forma de triângulo para compor uma construção que lembre um retângulo.

Figura 14 - Exercício Proposto - Questão 21 - Capítulo 8 - p. 115
Fonte: Livro Trilha da Matemática da editora Saraiva.

Finalizando o conteúdo, o autor apresenta uma atividade que envolve construção de quadrilátero com uso de GeoGebra no intuito de trabalhar o conteúdo apresentado e alcançar a habilidade EF06MA22.

2.2.6. Breve comparação dos livros didáticos

Após ler os cinco livros listados anteriormente, verificamos que os retângulos, quadrados e losangos são apresentados em todos os livros como paralelogramos especiais ou casos específicos dos paralelogramos. Os retângulos são definidos como paralelogramos que possuem os quatro ângulos retos, os losangos como paralelogramos que possuem os quatro lados com a mesma medida e os quadrados como paralelogramos que possuem os lados com a mesma medida e os quatro ângulos retos. Desta forma, percebemos o trabalho com propriedades e classificação dos quadriláteros.

Vale ressaltar que esta definição dada aos quadriláteros nem sempre é tão simples de ser assimilada, uma vez que durante os anos iniciais do ensino fundamental não há um trabalho baseado na definição dos quadriláteros. Os mesmos são geralmente reconhecidos apenas de forma visual, sendo normalmente compreendidos como objetos distintos e organizados em vários grupos. Isso porque, de acordo com a BNCC, o estudo do paralelismo entre as retas e dos ângulos está previsto para ser dado (quando é feito) no 4º ano dentro das habilidades EF04MA16 e EF04MA18. Desta forma, até o 3º ano os alunos diferem as figuras planas apenas pelos lados e vértices, e no 5 ano temos a previsão do trabalho com a habilidade EF05MA17 que busca: “Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais”, não tendo um trabalho específico com os quadriláteros e nem diferenciação de acordo com o paralelismo dos lado.

Sobre estes aspectos, o autor do livro Trilhas da Matemática traz algumas orientações:

> A classificação dos quadriláteros feita com base no número de pares de lados opostos paralelos e de acordo com a medida dos comprimentos dos lados é mais uma oportunidade de trabalhar a lógica de inclusão de classes e merece a observação do professor para verificar se os alunos compreendem as relações e as condições presentes na definição de cada quadrilátero. (SAMPAIO, 2018, p.114)

A inclusão e interseção de classes, última parte do conteúdo de quadriláteros previsto na habilidade EF06MA20, é tratada de forma breve e indireta na maioria dos livros didáticos. Geralmente as análises e conclusões sobre este aspecto são deixadas a cargo dos alunos por meio de atividades com perguntas do tipo: “Todo quadrado é um ‘losango?”. Uma dúvida que levantamos é se os alunos irão realmente entender e assimilar a existência das classes e se os professores explorarão o conteúdo de maneira adequada. Veja o quadro 1 sobre a presença desse conteúdo em atividades, observações ou classificação de quadrado.

Menções	Atividades	Observações	Dentro da classificação do quadrado
Araribá Mais - Matemática	x		
Matemática Bianchini	x	x	x
Matemática Compreensão e Prática	x		
A Conquista da Matemática	x		x
Trilhas da Matemática	x		

Quadro 1 - Trabalho com Interseção de Classes nos Livros Didáticos
Fonte: as autoras

Nossa experiência em sala de aula mostra que este é um assunto delicado, que requer um aprendizado adequado da definição e classificação dos quadriláteros para que num segundo momento seja explorado. A forma como os livros didáticos apresentam esse conteúdo pode estar contribuindo de forma negativa para o aprendizado do mesmo, passando uma ideia de algo pronto a ser assimilado sem nenhuma explicação.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DE ENSINO

Existem várias formas de conduzir o processo de ensino aprendizagem, variando de acordo com o objetivo e as relações a serem construídas pelos sujeitos envolvidos no processo. Manfredi (1993) apresenta diferentes metodologias baseadas em cinco concepções: tradicional, escolanovista, tecnicista, crítica e histórico-dialética.

No método tradicional, temos um conjunto lógico e padronizado de mecanismos que levam à transmissão do conhecimento. O problema é que somos indivíduos com necessidades distintas e a forma que uma pessoa aprende provavelmente será diferente da outra. Neste sentido, usar a mesma escrita, mesmos exemplos e mesma forma de explicar por anos não é garantia de um aprendizado real. Segundo D'Ambrósio (2007), "do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta, e poderia ser tratada como um fato histórico" (p.31).

Ao ensinar Matemática, em geral, é utilizado o método tradicional de ensino, em especial nas escolas públicas que carecem de estrutura apropriada e materiais adequados. Porém, em nosso entendimento, a utilização apenas desta metodologia aliada ao livro didático, quadro e giz não serão suficientes para uma construção significativa do conhecimento matemático. De acordo com os PCN:

> Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo. (Brasil, 1997, p.31).

A fim de romper com o ensino tradicional e buscar uma forma mais adequada à realidade e necessidade dos estudantes, para desenvolvimento e aplicação das atividades propostas neste trabalho foi utilizado o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, apoiado em uso de materiais manipulativos. Acreditamos que este conjunto de metodologias podem promover uma aprendizagem mais interessante e eficaz.

3.1. Uso de materiais manipuláveis para o ensino da Matemática

De acordo com Lorenzato (2012), vários educadores conceituados como Comenius, Locke, Rousseau, Herbart, Dewey, Montessouri, Piaget, Vigotsky ressaltam a importância do recurso visual ou visual tátil no processo de aprendizagem. Sobre este fato, o autor menciona que:

> (...) Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. (...). Pelos idos de 1990, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas. (...). Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, (...) Enfim, cada educador a seu modo, reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem. LORENZATO, 2012, p.3-4).

Desta forma, podemos perceber que há séculos comenta-se sobre a importância do trabalho com recursos didáticos como materiais concretos e manipuláveis que, por explorarem sentidos como o visual e tátil, possibilitam uma melhor percepção, descoberta e compreensão do conteúdo a ser trabalhado.

Nota-se ainda que estes recursos tornam-se muito importantes no ensino de Matemática uma vez que esta disciplina trabalha, de modo geral, com conceitos abstratos que tendem a serem mais difíceis de serem compreendidos. Desta forma,

> Para que os estudantes absorvam um aprendizado mais efetivo, é essencial que se tenha uma teoria, mas que esta esteja aliada à prática. Assim, envolver os alunos com materiais concretos e manipulativos, com o intuito de promover uma familiarização com o universo matemático, deve ser uma método indispensável para a educação. (GERVÁZIO, 2017, p.45).

Para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que acabaram de sair do Ensino Fundamental - Anos Iniciais e passam para o Ensino Fundamental - Anos Finais, a aprendizagem matemática pode ser ainda mais desafiadora. Primeiramente, os estudantes passarão por um período de transição, onde a forma como serão cuidados é totalmente modificada, com mudança do número de professores e novas disciplinas que passam a fazer parte da grade curricular. Daí começam as aulas de Matemática, mais formais e menos lúdicas, o que pode ser um grande obstáculo para a aprendizagem matemática. Muitos professores que trabalham com esta etapa de ensino esquecem-se que “o MD[4] facilita a aprendizagem, qualquer que seja o assunto, curso e idade” Lorenzato, (2012, p. 30), deixando de lado este recurso.

A prática pedagógica do professor que ensina Matemática pode contribuir para os desafios enfrentados pelos estudantes, em especial neste momento do Ensino Básico. Cabe ao professor buscar estratégias que possibilitem o aprendizado e que motivem o estudante durante o processo de ensino, uma vez que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINO E MIRION, 1990, p. 5)

[4] MD é uma sigla para material didático, aqui o autor refere-se ao material didático concreto.

Neste contexto, o uso de materiais concretos pode ser uma excelente ferramenta pedagógica uma vez que possibilita ao aluno, segundo Gervásio (2017), a capacidade de se familiarizar com os conceitos matemáticos aproximando-os da realidade, podendo torná-la significativa e clara, despertando no aluno a curiosidade e o pensar crítico. Tendo em vista que:

> A criança gosta de ver, pegar, sentir as coisas. Quanto mais nós apelamos para os seus sentidos, melhor é a aprendizagem. Usar objetos do mundo real, desenhos, massa plástica, papel e tesoura, etc., ajudam muito mais do que longas explicações ou infindas decorações. Apelar mais para o raciocínio e evidência do que para a memória, é o papel do professor. A *objetivação* da aprendizagem é de grande valor para o seu êxito. (ALBUQUERQUE, 1954, p.11)

Desta forma, ao manipular os materiais selecionados pelo professor, o aluno tem a oportunidade de participar, questionar e interagir de forma mais ativa durante o processo de ensino, criando um ritmo próprio de aprendizagem, com isto, “a utilização de MD pode inicialmente tornar o ensino mais lento, mas em seguida, graças à compreensão adquirida pelo aluno, o ritmo aumentará e o tempo gasto no início será, de longe, recompensado em quantidade e principalmente em qualidade” Lorenzato, (2012, p.31).

Além disso, por ser uma fase transitória para os alunos do 6º ano, esta liberdade criativa proporciona maior oportunidade de integração e compartilhamento de ideais rompendo muita das vezes com o bloqueio e medo que o novo pode proporcionar. Assim:

> Se for verdadeiro que "ninguém ama o que não conhece” então fica explicado porque tantos alunos não gostam de matemática, (...). No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes. (LORENZATO, 2012, p. 34)

No estudo de Geometria, o uso de materiais concretos possui um campo fértil de atuação, uma vez que não é difícil encontrarmos objetos adequados e acessíveis que possibilitem as associações adequadas. Esses materiais podem ser levados ao estudante pelo professor ou serem construídos em sala de aula com apoio do professor, envolvendo o estudante na construção do seu conhecimento. De acordo com Fiorentino e Mirion (1990), “(...) o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efetiva” (p. 5).

Além disso, caso o professor opte por construir/utilizar materiais concretos, uma possibilidade é construir o próprio Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Este laboratório pode ser formado por objetos construídos com materiais de baixo custo ou reciclados, como menciona Kallef (2003) e Lucena (2017). Segundo Lucena (2017),

> Materiais como os palitos de picolé ou de fósforos, tampinhas, garrafas, bolas de gude, sementes, entre muitos outros, são interessantes para se constituir como materiais do LEM, pois apresentam baixo custo de aquisição, aspecto lúdico e podem ser utilizados em diversos contextos de ensino-aprendizagem de matemática. (LUCENA, 2017, p.30)

Consideramos que o uso de materiais concretos manipuláveis pode ser um facilitador para o desenvolvimento matemático dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental e por isso, neste trabalho, propomos que estes sejam utilizados como aliados ao ensino de quadriláteros. No capítulo seguinte, apresentaremos uma proposta de sequência didática a ser trabalhada com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, onde materiais concretos são amplamente utilizados.

3.2. Modelo de Visualização do Desenvolvimento Geométrico de Van Hiele

Os pesquisadores holandeses Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf desenvolveram uma teoria ligada ao desenvolvimento do pensamento geométrico quando cursavam Doutorado em Matemática e Ciências Naturais na Universidade Real de Utrecht, localizada na Holanda. Pierre e Dina Van Hiele eram professores da escola primária holandesa durante a década de 50 e após observarem certos padrões de dificuldades enfrentadas por seus alunos começaram a estudar uma forma de minimizar os problemas, visto que apenas mudar a forma de se expressar durante as explicações não estava solucionando.

Segundo Kaleff et al. (1994), o casal começou a publicar as conclusões sobre seus estudos no final da década de 50. Com a morte de Dina, logo após o término de sua tese, Pierre deu seguimento à pesquisa, formulou e desenvolveu o chamado *Modelo do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, ou simplesmente,* Modelo de Van Hiele.

O casal Van Hiele, através de observações e verificações, concluiu que os estudantes aprendiam seguindo níveis hierárquicos de compreensão dos conceitos de Geometria. Segundo eles, a aprendizagem se inicia pelo reconhecimento das figuras geométricas considerando apenas o visual, chegando ao estudo abstrato das mesmas dentro de diferentes geometrias.

Se nos remetermos à BNCC, veremos que as ideias desenvolvidas pelo casal Van Hiele estão de certa forma propostas neste documento. Vejamos:

> Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada. A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL, 2018, p. 276)

Porém, diferente da BNCC onde as habilidades são organizadas de acordo com o ano escolar, no Modelo de Van Hiele, as habilidades são adquiridas através do desenvolvimento do pensamento, passando por níveis hierárquicos de progresso de compreensão dos conceitos. É claro que este processo de desenvolvimento hierárquico é influenciado pelo estímulo proveniente da educação de cada estudante. Por outro lado, não está ligado à idade ou maturidade dos estudantes.

Todo o trabalho e pesquisa dos Van Hiele está diretamente ligado às estruturas do pensamento geométrico. Foi analisando essas estruturas que o casal de pesquisadores também notou que a forma como os estudantes são instruídos e o estímulo recebido é determinante para atingir um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Baseado nisso, foi desenvolvido o Modelo de Van Hiele a ser utilizado como guia para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria e utilizado pelos professores em suas salas de aula.

O Modelo é composto por cinco níveis hierárquicos de compreensão de conceitos no decorrer da aprendizagem geométrica, que vai do 1° ao 5°. Cada nível possui sua especificidade e é marcado por algum fator predominante que nomeia o nível. Diferentes autores usam nomenclaturas diferentes para os níveis. Neste trabalho, usaremos como referência as autoras Nasser e Santanna (1997), que identificam cada nível da seguinte forma:

- 1° Nível: Básico ou Reconhecimento
- 2° Nível: Análise
- 3° Nível: Abstração
- 4° Nível: Dedução
- 5° Nível: Rigor

No Quadro 2, apresentamos algumas características dos níveis de desenvolvimento do pensamento segundo o Modelo de Van Hiele, de acordo com Nasser e Santanna (1997). Inclusive, os exemplos abordados no mencionado texto nos auxiliaram no processo de construção das atividades do capítulo 4.

Nível	Características	Exemplos
1° nível: Básico	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras por sua aparência global	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios
2° Nível: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes e uso dessas propriedades para resolver problemas	Descrição de um quadrilátero através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos
3° Nível: Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas	Descrição de um quadrilátero através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo
4° Nível: Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes	Demonstração de propriedade dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos
5° Nível: Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em geometria finita

Quadro 2 - Níveis de desenvolvimento de pensamento do Modelo de Van Hiele
Fonte: NASSER e SANTANNA (1997)

De acordo com Kaleff et al. (1994), algumas características importantes deste modelo merecem destaque:

- Um estudante não pode saltar níveis. Seu progresso depende de seu desenvolvimento de pensamento;
- Para que o estudante adquira as habilidades de um determinado nível, precisa ter necessariamente passado com sucesso pelas etapas do nível anterior;
- Os objetos centrais de um nível se transformam em objetos de estudo de outro. Por exemplo, no nível 2 estudamos as propriedades dos objetos em estudo, mas a relação entre essas propriedades e a percepção de que uma pode decorrer da outra ele só ocorre no nível 3;
- Cada nível tem sua própria linguagem e relações que os ligam. Um conceito pode ser aceito como certo em um nível e no outro ter uma nova percepção. Os autores citam como exemplo a inclusão de classes, onde em um determinado nível figuras são vistas como pertencentes a um mesmo grupo, mas em um nível anterior podem ser consideradas distintas.

Assim como em qualquer processo de ensino aprendizagem, no modelo de Van Hiele o professor possui papel fundamental. Neste modelo, cabe ao docente preparar, organizar e aplicar as atividades propostas de forma que as mesmas sigam uma ordem hierárquica e alcance a compreensão daquilo que está sendo proposto.

Para auxiliar no processo metodológico de ensino, o casal Van Hiele organizou cinco fases de aprendizagem a serem utilizadas em cada um dos níveis de aprendizagem: Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. Ao final da quinta fase, espera-se que o aluno esteja preparado para avançar de nível seguindo novamente as cinco fases de aprendizagem com produção de novas atividades. Por outro lado, não é necessário passar por todas as fases de aprendizagem ao se trabalhar em um nível, podendo ser escolhidas as fases desejadas para se trabalhar o conteúdo.

Cada uma das fases de aprendizagem possui características singulares. Segundo Kaleff et al. (1994, p. 6-7), temos as seguintes fases:

- *Informação:* Através do diálogo, recolhe-se informações que serão fundamentais para o desenvolvimento de todo o trabalho, como por exemplo, a compreensão dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto em questão. Além disso, forma-se um espaço aberto para realização de observações e questionamentos onde através da introdução de uma linguagem adequada, o aluno consegue ter ciência da forma com a qual o trabalho será conduzido;
- *Orientação Direta:* As atividades que já foram ordenadamente organizadas e selecionadas começam a ser aplicadas. Por conter as primeiras atividades aplicadas, esta fase tem como objetivo trazer ao aluno familiaridade e reconhecimento da estrutura do nível em questão. Tendo de maneira geral o trabalho com questões mais simples que proporcionam a obtenção de respostas mais objetivas;
- *Explicação:* O aluno começa a expressar e emitir conclusões verbais a respeito das observações e conclusões realizadas. Sendo necessária uma intervenção mínima por parte do professor;
- *Orientação Livre:* Pretende-se que os alunos busquem soluções próprias para as atividades propostas. Além disso, as atividades precisam possuir mais de uma etapa e mais de um caminho que conduza a resposta;
- *Integração:* Há um resumo de tudo o que foi aprendido durante o processo, não havendo desta forma introdução de novos conceitos. Sendo o papel do professor de auxiliar, trazendo em pauta uma visão geral daquilo que foi estudado.

Retomando os níveis, pelo fato dos níveis precisarem seguir uma hierarquia, os alunos só conseguem alcançar determinado nível de compreensão após adquirirem certo domínio nos níveis que o antecedem. Por isso, é importante que seja realizado um pré-teste para identificar o nível da dos alunos da turma ao iniciar o trabalho com certo conteúdo e assim organizar de maneira adequada e mais assertiva as atividades a serem empregadas com os mesmos.

De acordo com Jaime e Gutiérrez (1990), os testes podem ser realizados através de uma conversa feita individualmente com cada aluno e analisando as estratégias encontradas para a resolução dos problemas/atividades propostos, ou através de uma prova escrita com atividades similares, o que traria um grau de confiança mais elevado. Porém:

> Isso não é simples de ser feito numa turma completa, e com tão poucas aulas dedicadas à Geometria. A saída então é aplicar testes desenvolvidos por pesquisadores, para avaliar o desempenho em atividades características de cada nível. Como a maioria das questões é de múltipla escolha, em alguns casos o resultado não traduz o nível real em que se encontra o aluno. (NASSER E SANTANNA, 1997, p. 9).

É importante observar que, ao aplicar um teste desse tipo, as estratégias empregadas pelos alunos e a coerência nas respostas deve ser analisada com cuidado, uma vez que o aluno pode ter acertado uma questão de nível elevado e errado a simples que o antecede. Seguindo esses cuidados, segundo Nasser e Santanna (1997), o teste pode atingir um nível de confiança de 90% e o trabalho pode ser iniciado com uma precisão maior.

Em nosso entendimento, o Modelo de Van Hiele é uma excelente ferramenta para o processo de ensino do conteúdo de quadriláteros, e por isso ele será utilizado na proposta didática apresentada no Capítulo 4. Esperamos que a mencionada metodologia possa tornar o aprendizado do conteúdo mais significativo e compreensível.

CAPÍTULO 4
PROPOSTA DE ATIVIDADES BASEADAS NOS NÍVEIS DO MODELO DE VAN HIELE SOBRE QUADRILÁTEROS

Neste capítulo, apresentaremos uma proposta de atividades para trabalhar o conteúdo de quadriláteros baseada nos níveis do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele e no uso de materiais concretos. As atividades foram desenvolvidas para alcançar a habilidade EF06MA20, que foca na identificação, classificação e reconhecimento de classes de quadriláteros. Além disso, destacamos que, após nossas primeiras experiências com as turmas escolhidas decidimos aplicar as atividades propostas apenas até o nível 2 do Modelo de Van Hiele. Desta forma, o reconhecimento de classes pode não ser alcançado com nosso experimento.

Observamos que, neste capítulo, serão apresentadas apenas as atividades, assim como informações acerca delas. Serão apresentadas: atividades de revisão, teste de Van Hiele para identificar o nível dos estudantes, atividades do nível 1 do modelo de Van Hiele e atividades do nível 2 do modelo de Van Hiele. Apenas no capítulo seguinte será apresentada a aplicação das atividades.

4.1. Atividade de revisão: Atividade de Retomada

Esta atividade foi desenvolvida com o intuito de revisar conceitos que são pré-requisitos para o ensino de quadriláteros, assim como preparar os estudantes para uso dos instrumentos de medição, uma vez que precisarão dessa habilidade nas atividades de nível 2 que serão desenvolvidas adiante. As atividades são simples e objetivas, pois devem servir apenas como revisão de conceitos.

A seguir, vamos apresentar os detalhes da atividade.

Objetivos: revisar o conceito de lados, ângulos e vértices; reconhecer e utilizar instrumentos de medições como a régua e o transferidor.

Material Necessário: folha de papel com a atividade impressa, lápis, borracha, régua e transferidor.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Atividade 1: Com auxílio de régua e transferidor, encontre a medida do ângulo e de cada um dos lados que o formam.

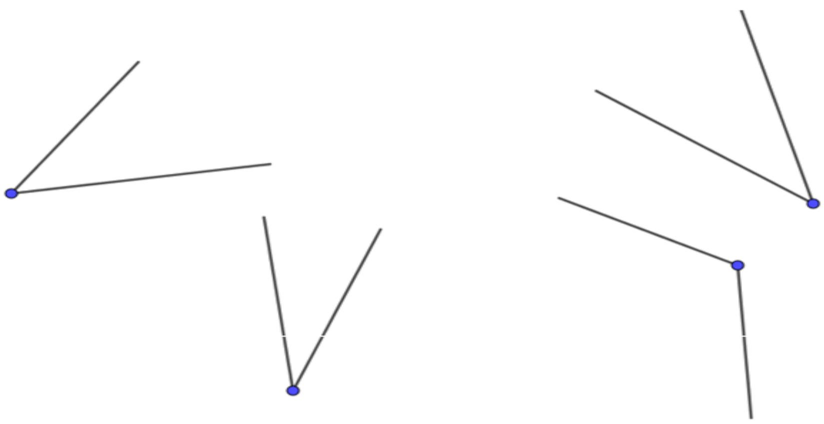


Figura 15 - Ângulos para medição- Atividade 1 - Retomada
Fonte: as autoras.

Atividade 2: Agora, encontre a medida de cada lado e ângulo das figuras abaixo.

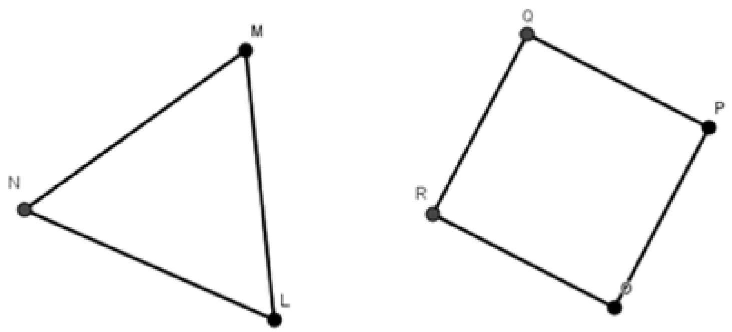


Figura 16 - Atividade 2 - Retomada
Fonte: as autoras.

<u>Atividade 3:</u> Marque os vértices de cada figura e depois encontre a medida dos seus lados e ângulos.

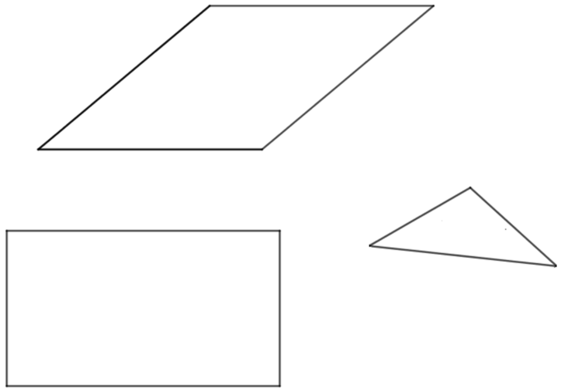


Figura 17 - Atividade 3 - Retomada
Fonte: as autoras.

. <u>Atividade 4:</u> Escreva na folha dada as respostas aos itens a seguir:

- Qual é a soma dos ângulos internos do triângulo?
- No triângulo, se os três ângulos são iguais, os três lados também serão?
- Nas figuras que têm os quatro lados iguais, os ângulos também são?
- Existem figuras que têm os quatro ângulos iguais e lados distintos?

4.2. Teste de Van Hiele

O Teste de Van Hiele que aqui será apresentado foi retirado do livro "Geometria segundo a Teoria de Van Hiele" das autoras Lilian Nasser e Neide S'antana. O mesmo foi desenvolvido pela equipe do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro tendo como foco principal identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e assim auxiliar os professores na elaboração e organização das atividades a serem trabalhadas em sala.

Objetivos: Identificar o nível dos estudantes.

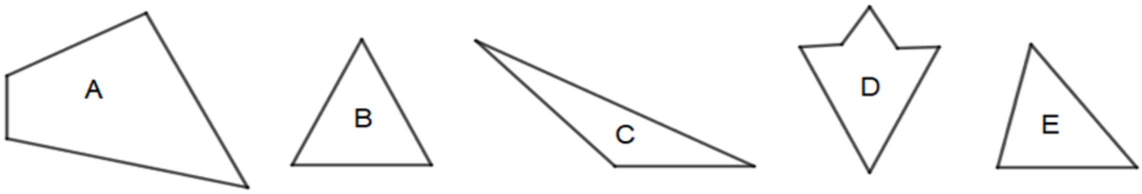
Material Necessário: folha impressa com o teste.

Tipo de Atividade: individual.

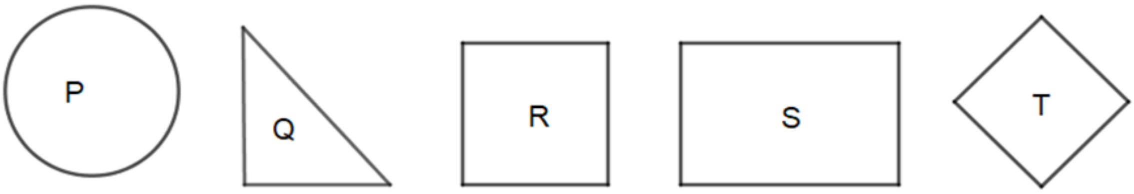
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos

Teste de Van Hiele

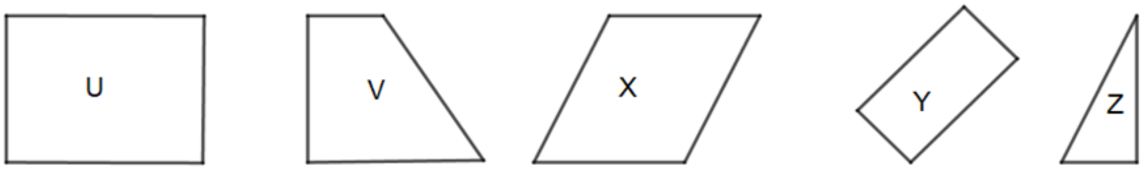
1- Assinale o(s) triângulo(s):



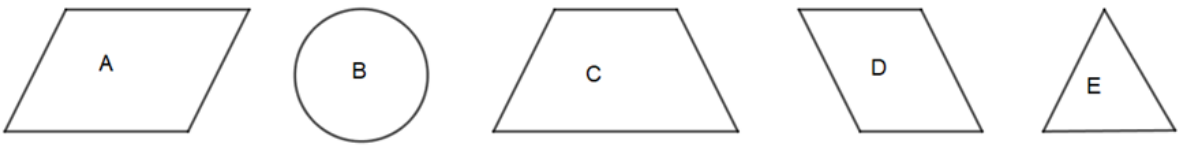
2- Assinale o(s) quadrado(s)



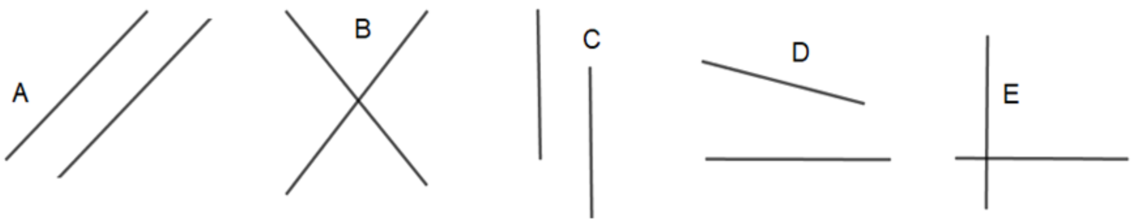
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



5- Assinale os pares de linhas paralelas:



6- O retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

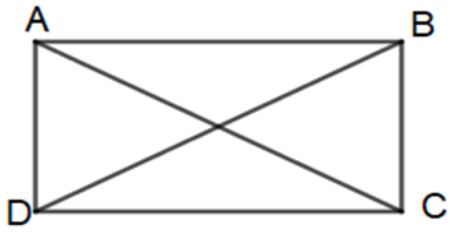
a) Tem 4 ângulos retos.

b) Tem lados opostos paralelos.

c) Tem diagonais de mesmo comprimento.

d) Tem os 4 ângulos iguais.

e) Todas são verdadeiras.



7- Dê três propriedades dos quadrados:

I- ____________________________________

II- ____________________________________

III- ____________________________________

8. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°

b) Um dos ângulos mede 90°.

c) Dois ângulos têm a mesma medida.

d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

09. Dê três propriedades dos paralelogramos:

I- ____________________________________

II- ____________________________________

III- ____________________________________

10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nome:

4.3. Atividade 1

Esta atividade será utilizada para atingir o nível 1 do Modelo de Van Hiele dentro do conteúdo de quadriláteros. Ao final da atividade espera-se que os estudantes sejam capazes de identificar os tipos de quadriláteros (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio).

- Parte 1

As atividades desenvolvidas na Parte 1 serão trabalhadas na fase de informação, onde o professor poderá saber mais a respeito do conhecimento prévio dos estudantes, assim como situá-los e familiarizá-los com o tema. Será um momento importante para o compartilhamento de informações sobre o tema principal que será trabalhado na atividade.

Objetivos gerais: revisar a definição de triângulos e quadriláteros.
Material Necessário: folha com as imagens impressas e tesoura.
Tipo de Atividade: em grupo com até 3 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos
Recomendações: cada trio receberá uma folha contendo um tangram a ser trabalhado na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para iniciar a atividade.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo uma folha com um tangram (Anexo 1). Você conhece o tangram? Já tinha ouvido falar deste quebra-cabeças? Converse com o seu grupo.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> O professor pode introduzir a aula com a exibição de um vídeo curto ou contação da história sobre a origem do tangram. Além disso, é uma ótima forma de iniciar um diálogo com os alunos falando um pouco sobre o trabalho a ser desenvolvido.

<u>Atividade 2:</u> Recorte cada uma das figuras que compõem o tangram e compare-as. Discuta com seu grupo.

<u>Atividade 3:</u> Nomeie cada uma das figuras que compõem o tangram.

Comentário sobre a atividade 2 e 3: O professor pode utilizar estas atividades para revisar o conceito de polígono e suas classificações.

Atividade 4: Tente formar novos quadriláteros unindo algumas (ou todas) peças do tangram.

Atividade 5: Quais quadriláteros vocês conseguiram formar na atividade 4?

Comentário sobre a atividade 4 e 5: Aqui o professor pode falar um pouco mais sobre o tema que será abordado nas aulas e começar a utilizar as nomenclaturas que serão utilizadas no decorrer do desenvolvimento do conteúdo.

Atividade 6: Vocês estão recebendo uma folha que contém figuras que podem ser formadas com o uso de tangram (Anexo 2). Escolha uma delas e reproduza-a.

Comentário sobre a atividade 6: Esta atividade oportuniza ao estudante interagir com diversos polígonos, tendo que observar sua classificação, ângulos, posições para chegar a uma determinada figura, etc. O professor deve acompanhar de perto o trabalho dos estudantes, a fim de garantir que eles estão seguindo o que foi proposto. Lembrando que material manipulável não é brinquedo e deve ser utilizado de maneira guiada nas aulas.

- Parte 2

Nesta parte, trabalharemos com duas fases do processo de aprendizagem: orientação dirigida e explicação. Sendo assim, aqui, o professor terá um papel ainda mais significativo na condução da atividade, visto que ele deverá conduzir os estudantes na construção de suas respostas e também explicar partes ainda desconhecidas dos conteúdos que podem levar a erros na solução das atividades.

As primeiras atividades serão trabalhadas com foco na orientação dirigida, com a utilização de materiais que levam os alunos a reconhecerem semelhanças e diferenças entre os quadriláteros, assim como perceberem características destes objetos geométricos através da manipulação e visualização. A fase de explicitação será trabalhada na última atividade, ao longo do diálogo entre os alunos, proporcionado pela comparação dos resultados obtidos.

Objetivos: manipular quadriláteros para reconhecimento em posições prototípicas e não prototípicas; classificar os quadriláteros.

Material Necessário: folha com a atividade e tesoura.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.
Recomendações: cada estudante receberá uma folha contendo os quadriláteros a serem trabalhados na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para trabalhar, mesmo a atividade sendo realizada em grupo.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo uma folha com alguns quadriláteros (Anexo 2). Recorte cada um dos quadriláteros e compare-os. Discuta com seu grupo

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> Esta parte da atividade apesar de parecer simples é muito importante, pois o objetivo principal deste nível é trazer ao aluno o potencial de reconhecer visualmente cada um dos quadriláteros. Desta forma, o professor pode incentivar o aluno a realmente buscar semelhanças e diferenças entre as figuras.

<u>Atividade 2:</u> Com a ajuda de seu grupo, classifique cada um dos quadriláteros recortados e preencha a tabela abaixo.

Número	Classificação	Desenho em mais de uma posição
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Figura 18 - Atividade 2 - Parte 2- Nível 1
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 2: o professor pode orientar aos alunos que organize as figuras por grupos que possuem características semelhantes. Sendo necessário, o professor deve intervir e auxiliar a nomear os tipos de quadriláteros.

Atividade 3: Compare as respostas inseridas na tabela acima com a do grupo ao lado. Verifique quais partes estão iguais e quais estão diferentes.

Comentário sobre a atividade 3: Se o professor achar conveniente pode ampliar a quantidade de grupos que irão se comunicar, pois esta troca de informações é muito importante durante toda atividade. Para finalizar esta parte o professor pode se dirigir a toda a turma e auxiliá-los nesta discussão final, em especial se perceber que os estudantes estão realizando alguma atividade de forma errada.

- Parte 3

As atividades desta parte são da fase Orientação Livre, na qual os alunos possuem uma maior liberdade na busca por respostas e soluções. Neste momento, o professor deve acompanhá-los, mas permitir que eles façam suas escolhas e resolvam suas atividades.

Objetivo: construir figuras geométricas, principalmente quadriláteras.
Material Necessário: geoplano, elásticos, barbante, folha de papel, lápis e borracha.
Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.
Recomendações: cada grupo deve receber um geoplano para trabalhar, que pode ser confeccionado em sala com os estudantes ou ser confeccionado pelo professor com antecedência.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos.

<u>Atividade 1:</u> Você conhece um geoplano? Para que serve este objeto? Discuta com seu grupo.

<u>Atividade 2:</u> Utilizando o geoplano, com auxílio de elásticos e barbante, construa figuras que você conheça.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> O professor precisa deixar que os estudantes trabalhem livremente e usem sua criatividade. Aqui podem surgir diversas figuras, passando por polígonos abertos e fechados. O professor deve estar preparado, pois podem surgir perguntas importantes, que precisarão de respostas. Por exemplo, se é possível construir um círculo com o geoplano, se é possível construir qualquer polígono com o geoplano, etc.

<u>Atividade 3:</u> É possível construir quadriláteros no geoplano? Tente construir com o seu grupo.

Comentário sobre a atividade 3: o professor pode aproveitar a oportunidade para incentivar os estudantes a produzir figuras em formatos e posições distintas, em espacial, em posição não-prototípica.

Atividade 4: Lembra daqueles quadriláteros que vocês recortaram na atividade 1 da Segunda Parte? Você consegue reproduzi-los no geoplano?

Atividade 5: Discuta com outro grupo quais quadriláteros da atividade anterior foram possíveis construir no geoplano e quais não foram possíveis.

Comentário sobre as atividades 4 e 5: O professor deve ficar atento e estimular o uso do vocabulário correto, evitando nomear as figuras pelos números em que foram apresentadas no papel. Isso fará com que os estudantes assimilem seus nomes, fator importante nesta atividade.

- Parte 4

Esta parte foca em sintetizar o que foi aprendido durante as partes 1, 2 e 3, utilizando a fase de aprendizagem de explicitação. Isso será feito através do uso de um jogo conhecido, que permitirá que os estudantes retomem o vocabulário aprendido e o memorizem com mais facilidade.

Objetivo: retomar todo o conteúdo abordado, realizando um fechamento do que foi trabalhado.
Material Necessário: folha de papel, caneta e jogo de dominó.
Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes, sendo duas duplas que jogarão entre si.
Recomendações: o professor deverá fornecer um jogo de dominó contendo 10 peças para cada dupla.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos ou menos se for necessário.

Atividade 1: Você já jogou dominó? Converse com seu grupo e explique as regras do jogo clássico.

Comentário sobre a atividade 1: caso algum estudante não conheça o jogo, é preciso que o professor o familiarize com as regras e o incentive a praticar com os colegas. As regras serão claramente definidas na atividade 4, mas aqui já é possível mencioná-las, mesmo que superficialmente.

Atividade 2: Faça um desenho no papel de uma possível sequência de 4 peças de dominó. Use sua criatividade!

Comentário sobre a atividade 2: esta atividade auxiliará na compreensão das regras do jogo e a confirmar que todos entenderam as mesmas.

Atividade 3: Vamos agora jogar dominó de quadriláteros. Para isso, organizem-se em duplas, recortem as peças mostradas no Anexo 3, leiam as regras abaixo.

Regras do Jogo de Dominó:

1. Cada dupla deverá receber 20 peças. As duas duplas deverão, em comum acordo, decidir qual dupla deverá iniciar o jogo.
2. Ao iniciar o jogo, uma dupla deverá escolher uma peça e colocá-la sobre a mesa. Essa será a peça inicial do jogo, que contém uma palavra e o desenho de um quadrilátero.
3. A dupla adversária deverá analisar a peça inicial sobre a mesa e buscar dentre suas peças uma que tenha uma figura de acordo com a palavra da peça inicial ou que tenha uma palavra de acordo com a figura da peça inicial. Após escolher a peça correspondente com a peça inicial, a dupla adversária deverá posicioná-la sobre a mesa de forma que as duas partes correspondentes fiquem lado a lado. Lembre-se de sempre buscar uma figura para colocar lado a lado com uma palavra ou uma palavra para colocar lado a lado com uma figura.
4. Não é possível posicionar uma palavra ao lado de uma palavra, ou uma figura ao lado de uma figura! Veja o exemplo abaixo:

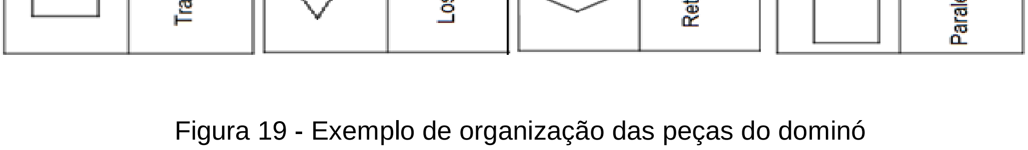


Figura 19 - Exemplo de organização das peças do dominó
Fonte: as autoras.

5. A mesma ação do item 3 deverá ser realizada de forma alternada pelas duplas, porém as extremidades da sequência formada pelas peças é que devem ser consideradas na escolha da nova peça. A cada nova peça inserida por uma dupla, a sequência de peças irá aumentar formando uma grande fila.
6. Se uma dupla não tiver uma peça para inserir na grande fila, passa a vez para a dupla adversária.
7. A dupla que conseguir usar todas as suas peças primeiro, será a dupla vencedora!

4.4. Atividade 2

As atividades desta seção têm por objetivo classificar os quadriláteros em trapézios, quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos através de suas propriedades, indo além da fase de visualização. Ao final dessas atividades, esperamos que os estudantes atinjam o nível 2 do Modelo de Van Hiele aplicado ao conteúdo de quadriláteros.

- Parte 1

As atividades elaboradas para esta primeira parte estão voltadas para as seguintes fases da aprendizagem: informação (atividade 1), orientação dirigida (atividade 2) e explicitação (atividade 3).

Objetivos: reconhecer as propriedades dos quadriláteros.

Material Necessário: papel cartão, kit com os quadriláteros, folha com a atividade impressa, lápis, transferidor, régua, lápis.

Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 4 aulas de 45 minutos.

Recomendações: o professor pode utilizar papel cartão na produção dos quadriláteros para facilitar o manuseio e todos os grupos devem ter régua e transferidor.

Atividade 1: Você está recebendo 5 kits contendo em cada um deles 4 quadriláteros de um mesmo tipo. Escolha um kit para começar e de acordo com o tipo do quadrilátero, procure a tabela adequada para realizar o que é pedido.

Com auxílio da régua e do transferidor, meça os lados e ângulos de cada quadrilátero e preencha a tabela com as medidas encontradas.

Tabela dos Trapézios

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Paralelogramos

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Losangos

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Retângulos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Quadrados										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Figura 20 - Tabela para atividade 1 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> o professor deve mencionar que as medidas devem ser as mais precisas possíveis para garantir que serão encontradas as respostas programadas pelo mesmo.

Atividade 2: Utilizando os dados das tabelas anteriores, você deve preencher uma nova tabela (Figura 21) dada abaixo. Você deve preencher com:

- SIM quando as características mencionadas na primeira linha pertencerem a todos os quadriláteros do grupo mencionado;
- NÃO quando a característica não pertencer a todos os quadriláteros do grupo mencionado.

Quadrilátero	Quatro lados iguais	Quatro ângulos retos	Lados opostos iguais	Ângulos opostos iguais	Diagonais com mesma medida	Lados opostos sempre paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos
Trapézio							
Paralelogramo							
Losango							
Retângulo							
Quadrado							

Figura 21 - Tabela para atividade 2 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 2: esta atividade trabalha com vários aspectos importantes que o estudo da Matemática proporciona como a generalização, observação e análise crítica. O professor deve estar atento para conduzir o estudante de modo que ele entenda quando responder SIM e NÃO.

Atividade 3: Utilize a tabela da atividade 2 parte 1 para definir os quadriláteros abaixo:

- Trapézio:____
- Paralelogramo:____
- Losango:____
- Retângulo:____
- Quadrado:____

Comentário sobre a atividade 3: Esta atividade possibilita aos alunos a reflexão sobre as propriedades existentes em cada um dos quadriláteros.

- Parte 2

Nesta parte finalizamos as atividades direcionadas para o segundo nível do Modelo de Van Hiele. Serão utilizadas as seguintes fases da aprendizagem: orientação livre (atividade 1) e explicitação (atividade 2 e 3).

Objetivos: reforçar as propriedades de cada quadrilátero, reafirmando sua classificação.

Material Necessário: EVA, fita dupla face, tesoura, papel com a atividade impressa, lápis e caneta de quadro.

Tipo de Atividade: a atividade 1 deve ser realizada com toda a turma e a atividade 2 deve ser realizada em grupo de até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

<u>Atividade 1:</u> Vamos brincar de quebra-cabeça. A professora vai colar no quadro os quadriláteros estudados nas aulas anteriores confeccionados em EVA: paralelogramo, quadrado, retângulo, trapézio e losango. Também será colado no quadro figuras que representam lados e ângulos dos quadriláteros. Você terá que descobrir quais dessas figuras estão relacionadas a quais quadriláteros. Para isso, tente encaixar essas figuras sobre os lados e ângulos dos quadriláteros.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> além de verificar o desenvolvimento dos alunos, esta atividade possibilita uma maior interação e participação dos mesmos, assim como abre espaço para uma nova percepção sobre o objeto de estudo. Esta atividade foi elaborada após a percepção de dificuldades encontradas nas atividades da primeira parte deste nível.

<u>Atividade 2:</u> No quadro abaixo, vocês podem observar as propriedades que estudamos nas aulas anteriores.

Quatro ângulos retos	Quatro lados iguais	Lados opostos iguais
Dois pares de lados opostos paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos	Ângulos opostos iguais

Figura 22 - Propriedade dos quadriláteros - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Associe-as adequadamente a cada um dos quadriláteros abaixo e desenhe um exemplo do quadrilátero.

Quadrilátero	Propriedade	Desenho
Trapézio		
Paralelogramo		
Losango		
Retângulo		
Quadrado		

Figura 23 - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 2: é importante que o professor deixe claro que há a possibilidade de um mesmo quadrilátero possuir mais de uma propriedade, assim como uma mesma propriedade pertencer a mais de um quadrilátero.

Atividade 3: Jogo da descoberta

Em cima da mesa da professora há 5 envelopes. Dentro de cada envelope está guardado um quadrilátero com uma pontuação específica, que vocês deverão descobrir qual é. Se o seu grupo acertar o nome do quadrilátero, ganha a pontuação correspondente. Vence o grupo que conquistar a maior pontuação.

Para te ajudar a acertar o nome do quadrilátero, a professora descreverá algumas características de cada um deles na ordem em que os envelopes forem sendo escolhidos. Prestem muita atenção, pois essa informação é valiosa.

Envelopes	1	2	3	4	5
Nome dos quadriláteros					

Pontuação da equipe: $\boxed{}$

Figura 24 - Tabela - Atividade 3 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 3:</u> O professor está livre para elaborar as descrições de cada quadrilátero com a utilização das propriedades que achar mais conveniente. Além disso, pode aproveitar a dinâmica para premiar de alguma forma o grupo que conseguir acertar todas ou o maior quantitativo de as respostas, o que pode tornar a atividade ainda mais divertida. Além disso, há aqui a oportunidade de sintetizar o estudo sobre as propriedades dos quadriláteros, realizando o fechamento adequado do conteúdo.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DA PROPOSTA DE ATIVIDADES

Neste capítulo, apresentaremos os resultados da aplicação da proposta de atividades mostradas no Capítulo 4. Serão descritas as turmas onde o trabalho foi realizado, o desenvolvimento da proposta nas mesmas, e uma comparação dos resultados atingidos.

5.1. Contexto do trabalho

Nos dois anos anteriores à aplicação deste trabalho, o mundo passava por um período de pandemia, o que obrigou instituições de ensino a adotarem o modo remoto para o sistema educacional, mesmo que professores e estudantes não estivessem preparados para isso.

> Durante a pandemia, a necessidade de ensino remoto evidenciou dificuldades na maior parte das escolas brasileiras, em especial nas unidades públicas, onde foi possível somar o despreparo tecnológico à falta de conhecimento de como ensinar por meios virtuais. O caos foi ainda maior para quem não pode contar com aparelhos (computador, tablet ou celular) em casa e, muito menos, com acesso adequado à internet. (PIMENTA, 2022, ONLINE)

Além de ter sido um período delicado, em especial para os estudantes da Educação Básica, esse período trouxe algumas consequências que podem ser observadas nas salas de aula até hoje. Nossa experiência mostra que os estudantes chegaram ao 6º Ano do Ensino Fundamental no ano de 2022 com uma grande defasagem nos conteúdos matemáticos, em especial de Geometria. É neste contexto que este trabalho foi desenvolvido.

5.2. Unidades Escolares

As atividades apresentadas no Capítulo 4 foram aplicadas em duas escolas: Escola Municipal Sinval Pinto de Figueiredo, do município de Araruama – RJ, e Escola Municipal Professora Maria Lúcia de Oliveira Costa, no município de Iguaba Grande - RJ. Durante este trabalho, chamaremos as escolas de Escola Sinval e Escola Maria Lúcia para facilitar a escrita.

A escolha dessas escolas se deve ao fato da principal autora deste trabalho lecionar nas mesmas, tendo conhecimento não só das questões educacionais que envolvem os estudantes, mas também das questões sociais em que eles estão imersos.

Por já ser professora das escolas e as atividades serem realizadas durante o horário das aulas das turmas, as escolas não exigiram que fosse feita nenhuma documentação formal com autorização das escolas ou dos estudantes.

5.2.1. Escola Sinval

A Escola Sinval fica localizada em um bairro carente da cidade de Araruama - RJ (Região dos Lagos do estado do Rio de Janeiro), chamado Mutirão. Na ocasião da aplicação das atividades, ano de 2022, esta unidade escolar disponibilizava de pouco recurso tecnológico assim como material didático voltado para o ensino de Geometria, não tendo datashow ou materiais simples para uso do professor e do aluno, como régua e transferidor. Apesar de ter um amplo espaço físico como quadra de futebol, biblioteca, sala de informática e ciências, alguns deles não podiam ser utilizados, sendo a sala de informática um deles.

Em 2022, a escola contava com 542 estudantes matriculados na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, e funcionava nos turnos matutinos e vespertinos.

Durante o período de aulas remotas, a escola utilizou como ferramenta de ensino uma plataforma disponibilizada pela prefeitura da cidade de Araruama, que continha materiais teóricos para estudo e vídeos elaborados por profissionais de ensino da rede municipal. Além disso, eram oferecidas apostilas para os estudantes que não tinham acesso a estes materiais via internet. Porém, muitos alunos apresentavam dificuldade em acompanhar as aulas propostas e manter a regularidade de acesso aos materiais, trazendo grandes prejuízos para sua aprendizagem. Esses prejuízos foram percebidos com mais clareza no retorno presencial das atividades.

5.2.2. Escola Maria Lúcia

A Escola Maria Lúcia fica localizada no centro da cidade de Iguaba Grande - RJ, também Região dos Lagos do estado do Rio de Janeiro, recebendo estudantes de vários bairros da cidade. Esta escola foi adquirida recentemente pelo município e mostrava sinais de deterioração, mas com reforma prevista para o ano de 2023.

Apesar de possuir um espaço amplo com salas espaçosas equipadas com ar condicionado, quadra de esportes, pátios, etc, a escola ainda não possuía uma sala de informática onde pudessem ser utilizados recursos tecnológicos, e também não dispunha de outros recursos didáticos como *datashow*, réguas, compassos, transferidores e outros objetos que poderiam ser utilizados nas aulas de Matemática.

Durante o ano de 2022, a Escola Maria Lúcia continha 448 estudantes matriculados no Ensino Fundamental - Anos Finais, divididos entre os turnos matutinos e vespertinos.

No período remoto, esta escola produziu apostilas que eram distribuídas quinzenalmente aos estudantes, além de uma plataforma que ofertava aulas online síncronas. Esta plataforma apesar de não ter adesão da totalidade dos alunos, contava com uma boa participação dos mesmos, o que facilitava o processo de ensino e aprendizagem.

5.3. Sujeitos da Atividade

A atividade foi realizada com estudantes matriculados no 6º ano do Ensino Fundamental das duas escolas mencionadas anteriormente. As turmas participantes do projeto foram: turma 600 da Escola Sinval no turno matutino e turma 601 da Escola Maria Lúcia no turno vespertino.

5.3.1. Perfil da turma 600

A turma 600 da Escola Sinval era composta por 33 alunos, sendo 21 estudantes do sexo feminino e 12 do sexo masculinho, sendo que um destes estudantes não costumava frequentar às aulas. A maioria dos estudantes da turma apresentava dificuldade quanto à aprendizagem dos conteúdos de Matemática, sendo este um motivo de preocupação por parte da professora e razão para a escolha da turma para realizar este trabalho.

	Média igual ou acima de 60 em geometria	Média abaixo de 60 em geometria	Total
1º Trimestre	13	16	29
2º Trimestre	19	18	31

Quadro 3- Quantitativo de nota da turma 600 nos dois primeiros trimestres de 2022
Fonte: as autoras.

Como mencionado antes, devido à pandemia, esta turma passou por um período de ensino remoto e, com o retorno presencial, pudemos perceber uma grande defasagem nos conteúdos, assim como dificuldade na leitura, escrita e até organização dos textos copiados no quadro. Além da dificuldade de aprendizagem, pudemos perceber também uma grande falta de interesse por parte dos estudantes, que constantemente não se comprometiam com a entrega das atividades solicitadas.

Vale ressaltar que a escola atende um público carente, o que pode influenciar nos aspectos apontados acima.

5.3.2. Perfil da turma 601

A turma 601 era formada por 26 estudantes durante o desenvolvimento das atividades propostas neste trabalho, sendo 10 do sexo feminino e 16 do sexo masculino. Esta turma costumava ter um bom rendimento e participação nas atividades e trabalhos propostos, apesar de toda a sua diversidade.

Podemos destacar que nesta turma alguns estudantes se destacaram positivamente pelo grau elevado de conhecimento e facilidade na aprendizagem. Mesmo diante das dificuldades, mostraram-se interessados em buscar soluções para os problemas em sua maioria.

	Média igual ou acima de 50 em geometria	Média abaixo de 50 em geometria	Total
1º Trimestre	24	02	26
2º Trimestre	21	05	26

Quadro 4 - Quantitativo de nota da turma 601 nos dois primeiros trimestres de 2022
Fonte: as autoras.

Apesar desta turma também ter sofrido com o período remoto devido à pandemia, destacamos que, em nosso entendimento, a defasagem foi menos significativa. É claro que alguns estudantes também mostraram dificuldade em acompanhar os conteúdos, em ler e interpretar o que estava sendo proposto, mas notoriamente a turma estava mais bem preparada para o 6º ano do Ensino Fundamental.

5.3.3. Comparação entre as duas turmas

Podemos observar que as duas turmas escolhidas para a aplicação das atividades propostas neste trabalho possuem características distintas e cada uma com sua peculiaridade, como era de se esperar. Nas duas turmas observamos grupos de estudantes muito interessados em aprender, sendo que nitidamente a turma 600 da Escola Sinval apresentou maior dificuldade na compreensão dos conteúdos, assim como certo grau de desinteresse e indisciplina.

Em relação ao processo avaliativo das duas escolas, destacamos que nas duas são realizadas avaliações trimestrais e no final no ano letivo são acumuladas 4 notas das avaliações trimestrais. Na Escola Sinval, a cada avaliação trimestral, a média a ser obtida é 6,0. Já na Escola Maria Lúcia, a cada avaliação trimestral, a nota obtida é 5,0.

No ano de 2022, os conteúdos do 6º ano do Ensino Fundamental foram trabalhados de forma concomitante nas duas turmas. Pudemos observar, durante os dois primeiros trimestres do ano, que a turma 600 da Escola Sinval apresentou mais dificuldade para acompanhar os conteúdos e para realizar as atividades propostas que a turma 601 da Escola Maria Lúcia. Isso se refletiu nas notas da turma 600, que foram inferiores às da turma 601.

Diante da realidade das duas turmas, ao iniciar este projeto, nossa ideia era aplicar as atividades propostas no trabalho apenas na turma 600 da Escola Sinval, como forma de estimulá-los, buscando uma melhora na compreensão dos conceitos e envolvimento da turma nas atividades. Dessa forma, a turma 601 da Escola Maria Lúcia seguiria com a apresentação do conteúdo na forma tradicional. Assim, teríamos a turma 600 sendo a turma experimental do trabalho e a turma 601 a turma de controle, já que a 601 vinha apresentando um melhor aproveitamento.

Porém, no andamento do processo, observamos que poderia ser injusto não oportunizar a vivência dos conteúdos através de uma metodologia que poderia ser importante para a melhoria da aprendizagem dos estudantes em geral. Desta forma, todas as atividades foram aplicadas nas duas turmas acima citadas e decidimos analisar o resultado destas aplicações ao final de todo o processo neste trabalho.

5.4. Cronograma de atividades

A seguir, no quadro 5, são apresentadas as datas em que as atividades foram realizadas nas escolas escolhidas para este projeto. Ressaltamos que aqui cada aula mencionada no quadro possui duração de 45 minutos.

Atividades	Turma 600 da Escola Sinval	Turma 601 da Escola Maria Lúcia
Atividade de retomada	13/09/2022 - 2 aulas	31/08/2022 - 2 aulas
Teste de Van Hiele - inicial	27/09/2022 - 1 aula	14/09/2022 - 1 aula *

Atividade 1 - parte 1	27/09/2022 - 1 aula	14/09/2022 - 1 aula *
Atividade 1 - parte 2 e 3	04/10/2022 - 2 aulas	21/09/2022 - 2 aulas
Atividade 2 - parte 1	11/10/2022 - 2 aulas 18/10/2022 - 2 aulas 25/10/2022 - 2 aulas	28/09/2022 - 2 aulas 05/10/2022 - 2 aulas 19/10/2022 - 1 aula
Atividade 2 - parte 2	01/11/2022 - 2 aulas	26/10/2022 - 2 aulas
Teste de Van Hiele - final	08/11/2022 - 1 aula	09/11/2022

Quadro 5 - Cronograma dos testes e atividades aplicado nas turmas 600 e 601
Fonte: as autoras.

* Para clarificar, destacamos que a aula de 45 minutos do dia 14/09/2022 foi utilizada para o Teste de Van Hiele e também para a Atividade 1 - parte 1.

5.5. Aplicação da Atividade de Retomada

Nosso trabalho com as turmas teve início com a Atividade de Retomada. Antes de iniciar esta atividade, foi apresentado aos estudantes o material que seria utilizado durante as tarefas, em especial a régua e o transferidor. Em um primeiro momento, os estudantes foram convidados para uma discussão, onde a professora solicitou que os mesmos buscassem encontrar semelhanças e diferenças entre as suas formas e utilidades. Também discutiram suas possibilidades de uso e, por fim, concluíram juntos que a régua e o transferidor seriam utilizados para medir os lados e os ângulos das figuras, respectivamente.

Já no início da atividade percebeu-se nas duas turmas uma grande dificuldade na utilização do transferidor, a maioria não conhecia este instrumento de medição e nunca tinham utilizado-o. Os estudantes não sabiam posicioná-lo corretamente, e desconheciam a necessidade de centralizar o vértice. No decorrer da atividade, cada grupo foi acompanhado com cuidado, onde foi possível abordar as noções básicas de Geometria, assim como tirar as dúvidas que iam surgindo. Todo esse processo demandou esforço e tempo.

Desta forma, as duas turmas conseguiram mostrar bom desempenho nas duas primeiras questões da Atividade de Retomada. Em particular, ainda nas duas turmas, foi apresentada uma maior dificuldade em acertar a medida correta do ângulo de 45º: os alunos o arredondavam para 50º ou confundiam o mesmo com o seu suplementar, usando de maneira incorreta a dupla marcação do transferidor.

Na terceira questão, os alunos da turma 600 tiveram muita dificuldade em medir os ângulos agudos do losango e o ângulo obtuso do triângulo. Já os alunos da turma 601 apresentaram dificuldade apenas em medir os ângulos do triângulo. Vale ressaltar que os alunos da turma 601, além de medir os ângulos, conseguiram também medir os lados dos polígonos, o que não foi possível de ser realizado na turma 600.

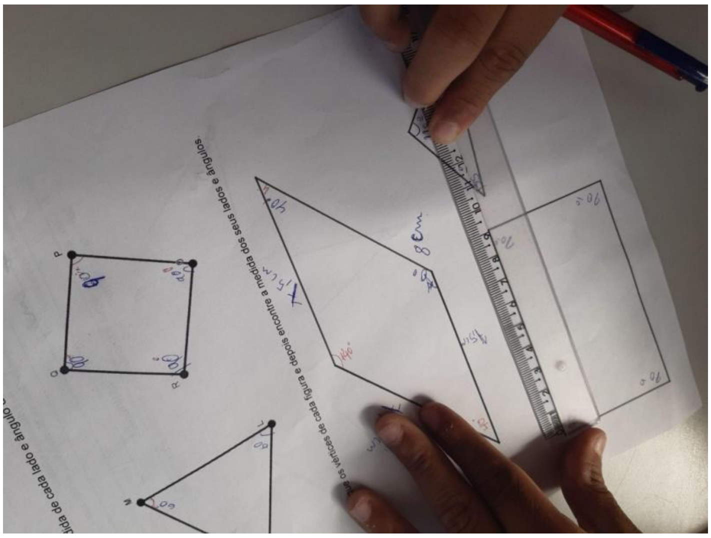


Figura 25 - Aluno da turma 601 realizando medições.
Fonte: as autoras

Ao finalizar a Atividade de Retomada, percebemos que sua realização foi de grande importância para o aprendizado dos estudantes. Foi através dessa atividade que eles tiveram a oportunidade de conhecer o transferidor, de aprender a usar a régua e transferidor, revisar conceitos básicos de Geometria, rever a nomenclatura correta da área, etc. Acreditamos que esta atividade, de fato, é importante de ser realizada antes das atividades do Modelo de Van Hiele.

5.6. Aplicação do Teste de Van Hiele – Inicial

O teste de Van Hiele foi aplicado em cada uma das turmas utilizando uma aula de 45 minutos. Na turma 600 da Escola Sinval, foi analisado o teste de 21 estudantes. Na turma 601 da Escola Maria Lúcia, 24 estudantes realizaram o mesmo teste.

Antes da aplicação, destacou-se que o teste tinha por objetivo compreender quais eram os conhecimentos prévios acerca de Geometria dos estudantes da turma, ressaltando que seu resultado não seria utilizado como nota avaliativa.

Consideraremos que um estudante alcançou um determinado nível quando acertar pelo menos três das cinco questões presentes naquele nível, seguindo o que é proposto por Nasser e Neide (2017).

A seguir apresentaremos os resultados obtidos pelas turmas.

5.6.1. Nível 1

Nesta seção, apresentaremos os resultados das cinco primeiras questões do teste que tem como objetivo verificar o reconhecimento visual, por parte dos estudantes, de determinados objetos geométricos.

Questão 1:

A resposta correta desta questão é B, C e E, que são os triângulos mostrados na Questão 1.

Na tabela abaixo, sumarizamos as respostas dadas pelos estudantes da turma 600. Notamos que os triângulos B e E foram reconhecidos pela maioria dos estudantes, enquanto o triângulo C foi pouco assinalado. Ainda notamos que alguns estudantes aparentam desconhecer a definição de triângulos, ao assinalarem as figuras A e D como triângulos.

Ao final, apenas 1 estudante acertou que as figuras B, C e E são triângulos.

Figuras assinaladas	B	B, E	B, C	B, C, E	B, D, E	A, B, C, E
Número de estudantes	8	9	1	1	1	1

Quadro 6- Questão 1 - Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

Já na turma 601, como observamos no quadro 7, 10 estudantes responderam de forma correta que as figuras B, C e E são triângulos. Houveram ainda 8 estudantes que responderam que as figuras B e C são triângulos. Ainda destacamos que nenhum estudante marcou a figura A como sendo triângulo nesta turma.

Figuras assinaladas	B	B, E	B, D	B, C, E	B, D, E	B, C, D, E
Número de estudantes	2	8	1	10	2	1

Quadro 7 - Questão 1 - Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

A turma 601 teve um resultado melhor que o da turma 600, na medida em que 10 estudantes responderam de forma correta que as figuras B, C e E são triângulos enquanto apenas 1 da turma 600 respondeu de forma completa. Por outro lado, na turma 601, 4 estudantes reconheceram a figura D como sendo triângulo e na turma 600 apenas 1 estudante, que é um erro grave.

Destacamos que todos os estudantes das duas turmas que realizaram o teste reconheceram o triângulo B, e grande parte deles também assinalou o triângulo E. Já o triângulo C praticamente não foi reconhecido pelos estudantes, o que nos leva a pensar que triângulos obtusângulos ainda não são facilmente reconhecidos como triângulos. Isso nos remete ao ensino de triângulos baseado em figuras usuais, onde triângulos são apresentados em posições prototípicas apenas.

Questão 2:

A resposta correta desta questão é R e T, que são os quadrados mostrados na Questão 2.

Na turma 600 da Escola Sinval, observamos que todos os estudantes que participaram da atividade reconheceram a figura R como um quadrado, exceto pelo estudante que deixou a resposta em branco. Além disso, a figura T, que é um quadrado em posição não prototípica, também foi identificada por muitos estudantes. Desta vez, a resposta correta foi a mais encontrada, sendo dada por 6 estudantes. Destacamos ainda que alguns estudantes marcaram a figura S como quadrado, mostrando desconhecerem a diferença de um quadrado para um retângulo.

Figuras assinaladas	R	R, T	R, S	R, S, T	Em branco
Número de estudantes	7	6	3	4	1

Quadro 8 - Questão 2 - Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

Na turma 601 da Escola Maria Lúcia, 13 estudantes responderam que as figuras R e T são os quadrados fornecidos na questão. Uma quantidade pequena de estudantes também confundiu retângulo e quadrado, e alguns estudantes marcaram a figura Q, que é um triângulo, como sendo um quadrado.

Figuras assinaladas	R	R, T	R, S	Q, R	Q, S
Número de estudantes	4	13	5	1	1

Quadro 9 - Questão 2 -Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

Concluímos que a maioria dos estudantes das duas turmas acertaram a questão, o que pode estar ligado ao fato do quadrado ser uma das primeiras figuras aprendidas pelas crianças, como já mencionado antes. A turma 601 obteve um melhor resultado do que a turma 600 em número de respostas corretas, se considerarmos o número de respostas totalmente corretas. Por outro lado, alguns estudantes da turma 601 identificaram um triângulo como quadrado. Ainda ressaltamos que nenhum estudante das duas turmas marcou P como sendo um quadrado.

Questão 3:

A resposta correta desta questão é U e Y, que são os retângulos mostrados na Questão 3.

O quadro 10 sumariza as respostas dos estudantes da turma 600 da Escola Sinval. Observamos que 9 estudantes acertaram a questão, que é menos da metade dos respondentes dessa turma. 5 estudantes marcaram apenas o retângulo U, desconsiderando a figura Y, e apenas 1 marcou apenas o retângulo Y. Mais uma vez, uma figura em posição não prototípica não foi identificada como deveria. Nenhum aluno marcou a figura Z que representa um triângulo retângulo.

Figuras assinaladas	U	X	Y	U, Y	X, Y	U, X, Y	Em branco
Número de estudantes	5	1	1	9	1	1	3

Quadro 10 - Questão 3 -Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

A turma 601 da Escola Maria Lúcia apresentou respostas ainda mais variadas, inclusive apontando triângulos e retângulos como trapézios. 7 estudantes responderam corretamente a questão, sendo que 4 deles apontaram apenas a figura Y como retângulo e 3 deles apenas a figura U.

Figuras assinaladas	Y	U	X	U, Y	X, Y	U, V	V, Z	U, X, Y	U, V, Y	V, X, Y
Número de estudantes	4	3	1	7	1	2	1	3	1	1

Quadro 11 - Questão 3- Teste Inicial - Turma 601

Fonte: as autoras

Observamos que nas duas turmas a resposta correta foi a mais assinalada pelos alunos, porém a turma 600 apresentou um melhor desempenho tendo um maior quantitativo de acertos, com uma menor variação de respostas. Além disso, a turma 600 não assinalou a figura Z, enquanto a turma 601 assinalou.

Questão 4:

A resposta correta desta questão é A e D, que são os paralelogramos mostrados na Questão 4.

O quadro 12 apresenta as respostas da turma 600, mostrando que 7 estudantes obtiveram a resposta correta para a questão. Mais uma vez, há uma grande diversidade de respostas, onde círculo, trapézio e triângulo também são apontados como paralelogramos. Em particular, há 3 estudantes que marcaram as duas respostas corretas (A e D), e também a resposta C, que é a figura de um trapézio.

Figuras assinaladas	C	A	B	E	D	A, D	A, E	A, C	A, C, D	A, C, D, E	Em branco
Número de estudantes	3	1	1	1	1	7	1	1	4	1	1

Quadro 12 - Questão 4-Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

Com relação à turma 601, apenas 4 estudantes marcaram a resposta correta. O número de estudantes que marcaram apenas a figura A foi o maior deles, totalizando 7, e ainda, a resposta 'A, C, D' também foi dada pela turma 601. Mais uma vez, círculo e trapézio foram classificados como paralelogramos. Por outro lado, nenhum estudante apontou o triângulo E como paralelogramo.

Figuras assinaladas	A	C	A, D	C, D	A, B	A, C	B, D	A, C, D	A, B, D	Em branco
Número de estudantes	7	1	4	2	1	1	1	5	1	1

Quadro 13 - Questão 4- Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

Observamos que o número total de respostas corretas da turma 600 foi maior que o da turma 601. Por outro lado, a turma 601 teve 7 estudantes assinalando que apenas a figura A é um paralelogramo, enquanto apenas 1 dos estudantes da turma 600 fez a mesma marcação. E também, a resposta A, C, D foi bastante escolhida por estudantes das duas turmas. Por ora, é difícil saber se esta resposta realmente traduz o que cada estudante sabe ou se existe uma certa aleatoriedade ao fazer a marcação, por estudantes que não estão muito interessados.

Questão 5:

A resposta correta desta questão é A e C, que são os pares de linhas paralelas mostradas na Questão 5.

O quadro 14 apresenta as respostas encontradas pelos estudantes durante a aplicação do teste, que como podemos notar, foi muito diversificado. A resposta correta foi encontrada por apenas 3 estudantes, tendo sido até agora a questão com maior índice de erros. Notamos também que, a resposta 'B e E', que são de linhas concorrentes, também foi assinalada por 3 estudantes. Pela grande variedade de respostas e pouco critério escolhido para resolver a questão, notamos que este é um assunto que ainda precisa ser trabalhado nessa turma com mais atenção.

Figuras assinaladas	B	D	A	B, E	A, C	A, D	C, D	A, B	D, E	A, C, D	B, C, E	A, C, E	B, C, E
Número de estudantes	2	1	1	3	3	2	1	1	1	2	1	1	1

Quadro 14 - Questão 5- Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

Já na turma 601, como mostra o quadro 15, apenas 1 estudante acertou a resposta e mais uma vez foram inúmeras as opções escolhidas. Além disso, as respostas mais assinaladas foram B e E, que não apresentam pares de linhas paralelas. A resposta correta A foi assinalada apenas 1 vez, e a resposta correta C foi assinalada 2 vezes, mostrando uma grande distância para o que deveríamos obter como resposta da turma.

Figuras assinaladas	B	E	C	A	D	A, B	B, E	A, D	C, D	A, C	A, D	A, C, D	C, D, E	Em branco
Número de estudantes	3	3	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1

Quadro 15 - Questão 5- Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

Em número de respostas corretas, a turma 600 obteve um resultado superior ao da turma 601, já que apenas 1 estudante marcou de forma correta a resposta na turma 601. Por outro lado, percebemos que ambas as turmas apresentaram dificuldade em reconhecer retas paralelas, devido ao grande número de respostas encontradas e incorretas. Diante da necessidade desse conteúdo para realizar a classificação de quadriláteros, esse teste mostra que esse conteúdo precisa ser retomado nas aulas, antes da apresentação dos quadriláteros.

Em resumo, após a análise das respostas dadas pelos estudantes no nível 1 do teste de Van Hiele, percebemos dificuldade no reconhecimento de figuras e de paralelismo entre linhas. Em particular, constatamos que a quinta questão apresentou um maior índice de erros, nesta questão, buscávamos identificar o paralelismo entre retas.

Como, para alcançar o nível 1, é necessário acertar acima de 3 questões, temos que 5 alunos da turma 600 e 6 estudantes da turma 601 alcançaram o nível 1. Isso representa cerca de 23,8% dos alunos da turma 600 e 25% da turma 601, o que indica uma porcentagem baixa de alunos e um melhor rendimento da turma 601.

5.6.2. Nível 2

Nesta seção, apresentaremos os resultados das cinco questões seguintes do teste (numeradas de 6 até 10), que tem finalidade identificar se os estudantes que encontram-se no nível 2 do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Este nível demonstra que o estudante já consegue analisar as propriedades das figuras, considerando não somente a parte visual para fazer sua classificação, mas também suas propriedades.

Questão 6:

A resposta correta desta questão é a que aponta que todas as propriedades mencionadas do retângulo são verdadeiras.

O quadro 16 apresenta as respostas dadas pela turma 600, onde observamos que apenas 3 estudantes optaram pela resposta correta e. Sendo assim, na primeira questão, a maioria dos estudantes mostra desconhecimento das propriedades de um retângulo, o que já indica que o nível 2 do Modelo de Van Hiele aplicado a este conteúdo pode não ter sido ainda atingido, o que já desconfiávamos.

Apenas três deles acertaram a questão ao marcar a resposta e. Além disso, 6 alunos observaram que o retângulo possui quatro ângulos retos, marcando apenas resposta a, mostrando que esta é uma propriedade perceptível do retângulo. Um deles mostrou até mesmo dificuldade em leitura e interpretação, marcando as alternativas a, b, c e e.

Figuras assinaladas	a	e	d	b	a, c	a,b	c,d	a,c,d	a,b,c	a, b, c, e	Em branco
Número de estudantes	6	3	1	1	1	2	2	2	1	1	1

Quadro 16 - Questão 6- Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

O quadro 17 apresenta as respostas da questão dos estudantes da turma 601. As propriedades que os alunos demonstraram mais conhecimento foram sobre os ângulos retos do retângulo e diagonais de mesmo comprimento, porém, apenas 3 estudantes acertaram a questão. Aqui, ainda ressaltamos a opção a, b, c, d, e escolhida por um estudante.

Figuras assinaladas	A	B	C	D	E	A,B	A,D	A,C	A,C,D	A,B,C,D,E	Em branco
Número de estudantes	2	1	1	1	4	2	1	5	5	1	1

Quadro 17 - Questão 6- Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

Em cada uma das turmas apenas 4 alunos acertaram a questão, apresentando dificuldade em reconhecer a característica do paralelismo entre os lados de um retângulo, o que pode ser consequência da falta de conhecimento sobre retas paralelas apontadas na questão 5 - Nível 1. A propriedade mais apontada foi a dos ângulos retos, porém muitos não observaram que isso seria equivalente a afirmar que neste quadrilátero os ângulos possuem a mesma medida.

Como todas as informações dadas como opções de resposta estão corretas, tudo que foi assinalado está correto. Por outro lado, propriedades foram esquecidas ao responderem a questão e combinações como a, b, c, e nos levam a refletir que este deverá ser um assunto a ser tratado nesta turma com cautela, porque os estudantes não aparentam conhecer as propriedades dos retângulos

Questão 7:

Esta questão era discursiva, onde o estudante deveria escrever propriedades observadas nos quadrados. Por exemplo: o quadrado possui os quatro ângulos retos, quatro lados com mesma medida, diagonais com mesmo comprimento e lados opostos paralelos.

Nenhum estudante da turma 600 acertou a questão, tendo a maioria dos alunos deixado a questão em branco ou respondido de forma incorreta. 8 estudantes acertaram pelo menos uma propriedade dando como resposta: lados com a mesma medida, ângulos retos e/ou ângulos com a mesma medida.

A figura 26 mostra algumas respostas apresentadas pelos estudantes desta turma.

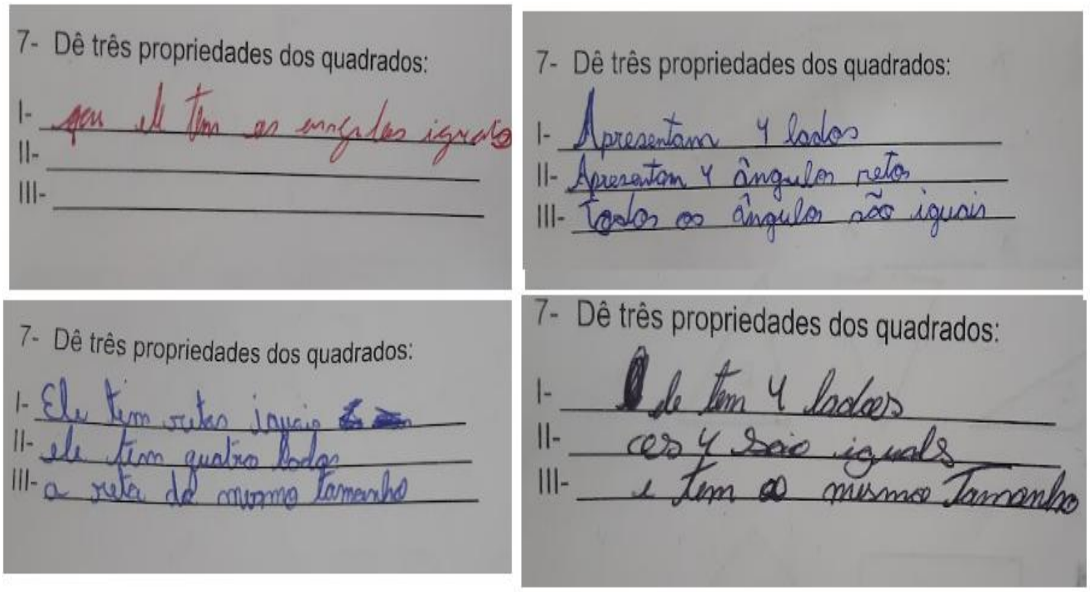


Figura 26 - Respostas apresentadas por alunos da turma 600 na questão 7
Fonte: as autoras

Número de acertos	Nenhuma	Um	Dois	Três	Em branco
Número de estudantes	7	5	3	0	6

Quadro 18- Questão 7-Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

Diferentemente da turma 600, a turma 601 teve 3 estudantes redigindo as três propriedades do quadrado de forma correta. 12 alunos acertaram pelo menos uma propriedade citando algumas como: quatro lados iguais (9 estudantes), quatro ângulos retos (7 estudantes), quatro ângulos iguais (3 estudantes), lados opostos paralelos (3 estudantes), diagonais com o mesmo comprimento (2 estudantes). 11 alunos deixaram a questão bou fizeram de forma totalmente incorreta.

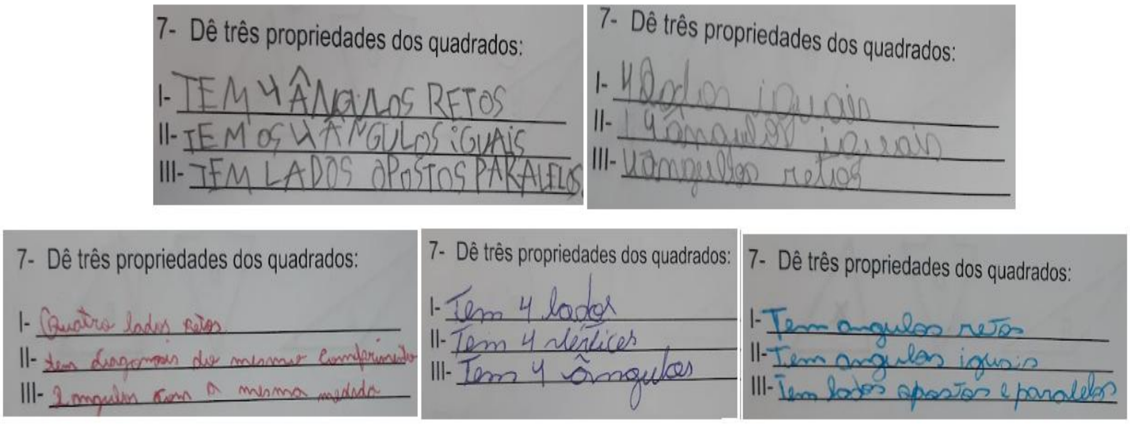


Figura 27 - Respostas apresentadas por alunos da turma 601 na questão 7
Fonte: as autoras

Número de acertos	Nenhuma	Um	Dois	Três	Em branco
Número de estudantes	8	6	4	3	3

Quadro 19- Questão 7- Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

Nas duas turmas observamos respostas que não condizem com a propriedade do quadrilátero em questão, mas sim com os aspectos baseados provavelmente na percepção visual da figura como: possui quatro lados, quatro pontas, quatro ângulos, duas bases. As propriedades presentes no quadrado mais reconhecidas pelos alunos das duas turmas foram os lados congruentes, ângulos retos e ângulos iguais. Para critério de análise, consideramos como uma resposta as propriedades ângulos iguais e ângulos com a mesma medida, e consideramos como duas respostas as propriedades ângulos retos e ângulos congruentes.

Apesar da turma 601 ter apresentado um melhor resultado com uma variedade maior de respostas e maior quantitativo de acertos, ambas as turmas demonstraram dificuldade na escrita das propriedades.

Questão 8:

A resposta correta desta questão é c, que cita a propriedade dos ângulos de um triângulo isósceles.

Apenas 4 alunos da turma 600 acertaram a questão, sendo a alternativa a que recebeu o maior número de marcações. Observando o quadro 20, percebemos que este conteúdo ainda não foi bem compreendido pelos alunos uma vez que está quase uniforme o quantitativo de marcações dadas a cada opção apresentada na questão. 4 estudantes, que podem não ter compreendido o enunciado ou até mesmo podem não ter ligo o enunciado, marcaram mais de uma opção de resposta e 1 deles deixou a questão em branco.

Figuras assinaladas	a	c	d	b	a,c	b,c	b,d	Em branco
Número de estudantes	6	4	4	2	2	1	1	1

Quadro 20- Questão 8- Teste Inicial - Turma 600
Fonte: as autoras

A maioria dos alunos da turma 601 conseguiu acertar a questão totalizando 14 estudantes. Ainda assim, respostas como d também apareceram, mostrando uma possível confusão com relação à propriedade e classificação dos triângulos.

Figuras assinaladas	c	b	d	a	a,c	a,b,c	Em branco
Número de estudantes	14	3	2	1	1	1	2

Quadro 21 - Questão 8- Teste Inicial - Turma 601
Fonte: as autoras

A turma 601 teve um número maior de estudantes com resposta correta que a turma 600. O conteúdo de triângulos costuma ser amplamente trabalhado no Ensino Fundamental - Séries Iniciais, e esperávamos que os estudantes pudessem perceber suas propriedades. Infelizmente, ainda não perceberam e também, este assunto não será o foco deste trabalho.

Questão 9:

Nesta questão discursiva, foi solicitado que estudantes escrevessem características dos paralelogramos. Algumas possibilidades de resposta são: possui lados opostos paralelos, os ângulos opostos são congruentes, possui lados opostos congruentes e as diagonais se interceptam no ponto médio.

Nenhum estudante da turma 600 conseguiu destacar a propriedade dos paralelogramos. Dos 21 participantes, 10 deixaram a questão em branco e 11 responderam de forma incorreta, incompleta ou baseando-se em aspectos visuais, que não era o foco da questão. Abaixo temos algumas das respostas citadas pelos alunos e nesta questão, pelas respostas já mencionadas acima não faremos quadro para registro dos números.

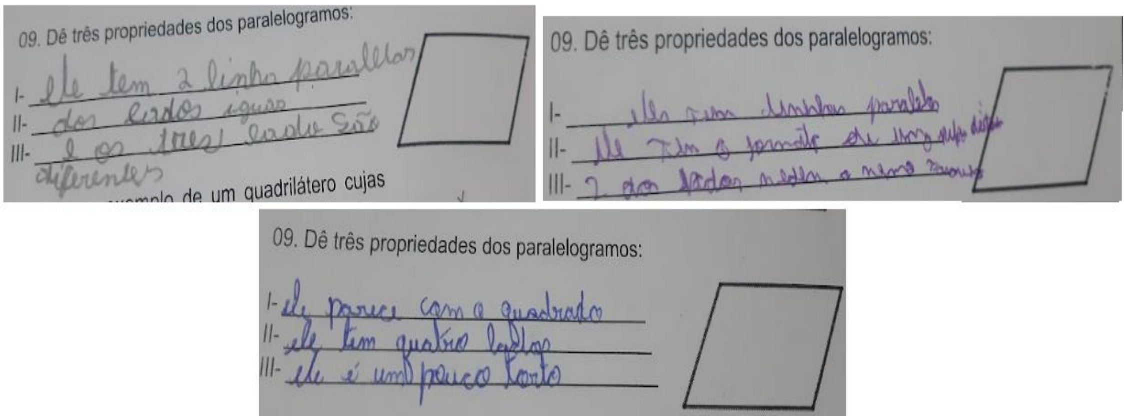


Figura 28 - Respostas apresentadas por alunos da turma 600 na questão 9
Fonte: as autoras

Dois alunos da turma 601 conseguiram acertar apenas uma propriedade do paralelogramo que trata justamente do paralelismo em seus lados opostos. 13 alunos não conseguiram acertar a questão e 9 deixaram a questão em branco. Mais uma vez, não faremos quadro comparativo de acertos, porque realmente não é necessário para compreender as respostas.

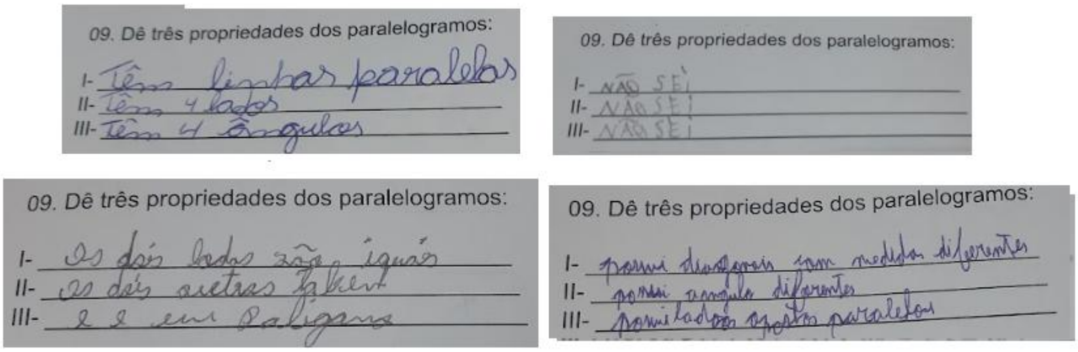


Figura 29 - Respostas apresentadas por alunos da turma 601 na questão 9
Fonte: as autoras

Os alunos das duas turmas mostraram dificuldade em reconhecer e expressar as propriedades do paralelogramo. Ao final da análise, verificamos que nenhum aluno acertou a questão e apenas 2 conseguiram acertar uma propriedade apenas.

Questão 10:

Nesta questão os alunos poderiam nomear e desenhar quadriláteros como trapézio, paralelogramo e losango que dependendo da forma, não possuem diagonais com a mesma medida.

Observamos durante a análise que nenhum aluno da turma 600 acertou por completo a questão. 3 estudantes desenharam figuras que se assemelham ao trapézio e paralelogramo, mas não souberam nomeá-los. Tivemos ainda muitos desenhos de quadriláteros com formas parecidas com retângulos e quadrados. Além disso, encontramos desenho de outros polígonos como 1 triângulo e 1 hexágono, o que mostra dificuldade que vão além do conhecimento de propriedades.

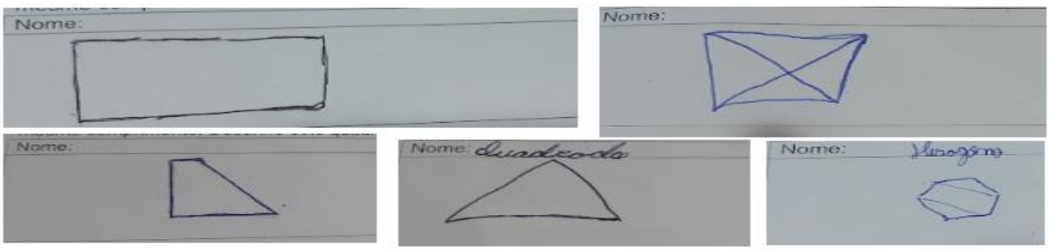


Figura 30 - Respostas apresentadas por alguns alunos da turma 600 na questão 10
Fonte: as autoras

Apenas 2 estudantes da turma 601 conseguiram acertar a questão. Alguns estudantes desenharam figuras que pareciam o trapézio e paralelogramo, mas não as classificaram e outros desenharam figuras totalmente incorretas. Tivemos ainda 5 alunos que deixaram a questão em branco e outros 2 que desenharam um triângulo. Mais uma vez, o quadro será omitido.

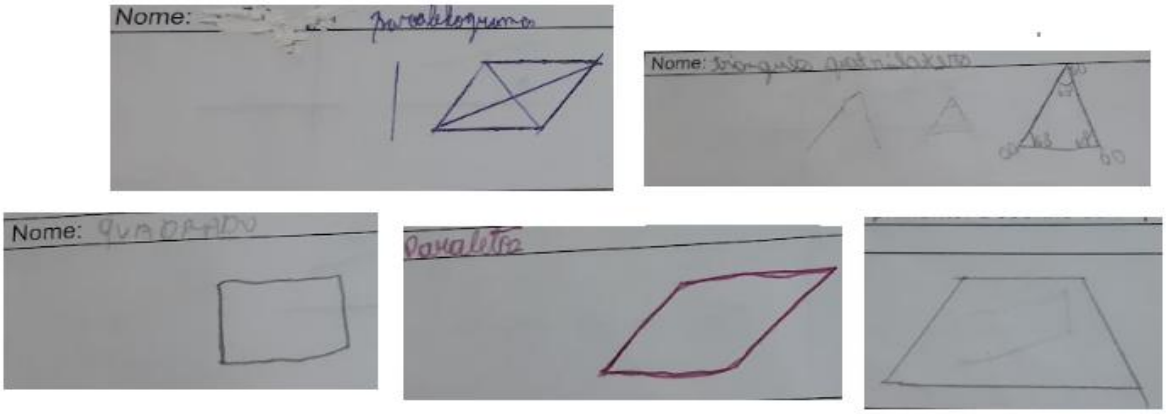


Figura 31 - Respostas apresentadas por alguns alunos da turma 601 na questão 10
Fonte: as autoras

Nas duas turmas, apenas 2 alunos conseguiram acertar a questão, o que mostra uma porcentagem muito pequena de estudantes que detém esse conhecimento. Identificamos ainda desenhos de figuras que não se encaixavam na forma pedida, mostrando desatenção ou dificuldade em reconhecer e nomear figuras poligonais.

Diante das respostas das questões de nível 2 do Modelo de Van Hiele, os estudantes apresentaram muita dificuldade, alguns tentaram utilizar aspectos visuais como recurso para elaboração da resposta mostrando ainda ligação com aspectos do nível anterior. A questão que teve um melhor rendimento por parte dos alunos foi a 7 que tratava do quadrado, onde uma considerável parte dos alunos acertaram pelo menos 01 propriedade. O que porém não foi suficiente para o êxito nesta fase, uma vez que apenas 1 aluno alcançou o nível 2 do Modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Diante disso, percebemos que nossa intenção em realizar atividades diversas com alunos, buscando apresentações de conteúdos através de objetos concretos manipuláveis, poderia realmente ser mais atrativa para os estudantes. Ao fim do teste de Van Hiele, tivemos certeza de que nosso esforço em produzir atividades diversas, fugindo das tradicionais, e construindo materiais concretos seria uma excelente oportunidade para a turma aprender os conteúdos.

5.7. Atividade 1

Nesta seção, apresentamos a realização da Atividade 1, que tem por objetivo trabalhar os quadriláteros através de aspectos visuais e objetivando alcançar o nível 1 do Modelo de Van Hiele neste conteúdo.

- Parte 1:

O primeiro passo para a realização da Atividade 1 foi a organização do espaço físico e dos grupos. Na sequência, nas duas turmas, houve uma explanação inicial sobre o tangram, mas foi percebido que a maioria dos estudantes já conhecia o quebra-cabeças chinês.

Na turma 600, como a unidade escolar dispunha de tangrans de mdf, eles foram utilizados por serem mais robustos do que os confeccionados em papel. Já neste primeiro momento, alguns estudantes demonstraram dificuldade em realizar o reconhecimento de simples figuras como o triângulo, porém houve uma participação ativa da maioria deles durante o processo, mostrando-se animados e competitivos com relação à composição das figuras e quadriláteros.

Inicialmente os alunos da turma 601 recortaram as peças do tangram que estavam na folha impressa, uma vez que a escola Maria Lúcia não dispunha de tangrans. A maioria dos alunos da turma 601 conseguiram identificar o nome das peças do tangram e realizar a construção das figuras, assim como de quadriláteros como retângulo, nesta turma utilizamos o tangram impresso.

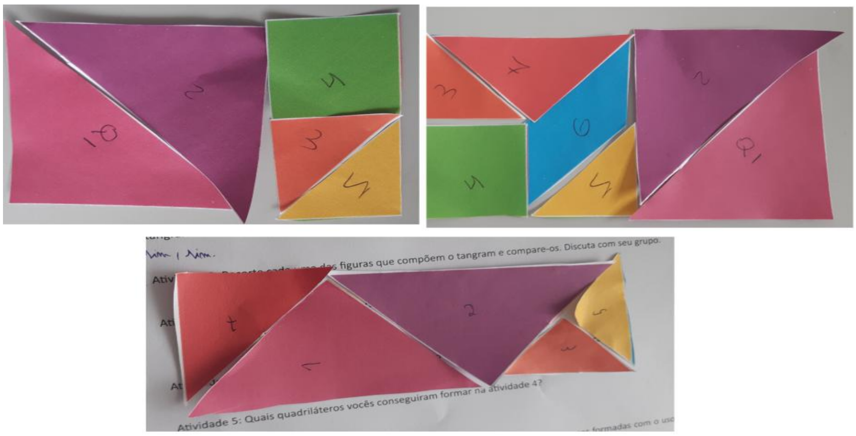


Figura 32 - Quadriláteros formados por alunos da turma 601
Fonte: as autoras

- Parte 2

Para iniciar esta parte da Atividade 1, nas duas turmas, os grupos foram organizados e receberam a atividade a ser realizada. Depois, os estudantes puderam buscar em conjunto a solução para as questões apresentadas. Durante este tempo, procuramos assessorar os estudantes, incentivando-os a buscar associações das figuras geométricas com objetos do cotidiano como forma de facilitar o reconhecimento dos quadriláteros mais desconhecidos. Muitos associaram, por exemplo, o losango ao diamante.

Nas duas turmas, os estudantes conseguiram agrupar as imagens por semelhança e um considerável número de estudantes conseguiu reconhecer os quadrados e retângulos. Por outro lado, havia aqueles que encontraram dificuldade em reconhecer figuras retangulares, como podemos observar na imagem abaixo.

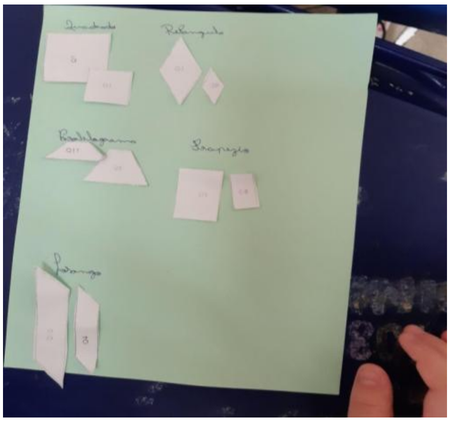


Figura 33 - Organização por semelhança dos quadriláteros - turma 600
Fonte: as autoras

Porém, percebeu-se uma maior dificuldade em reconhecer o losango, trapézio e paralelogramo; havendo ainda uma troca constante de nomenclatura entre o paralelogramo e o trapézio.

- Parte 3:

Foi entregue a cada grupo um geoplano e elásticos. A professora comentou sobre o material pedagógico que seria utilizado naquele momento, e percebeu que o mesmo era até então desconhecido por uma parte significativa dos participantes.

Os alunos da turma 600 novamente mostraram-se animados e curiosos com o novo material, querendo manuseá-lo. Porém, como o tempo estava curto, uma vez que esta atividade foi realizada junto com as atividades apresentadas anteriormente (na parte 2) os mesmos mexeram um pouco no material, criaram algumas figuras e em seguida montaram os quadriláteros.

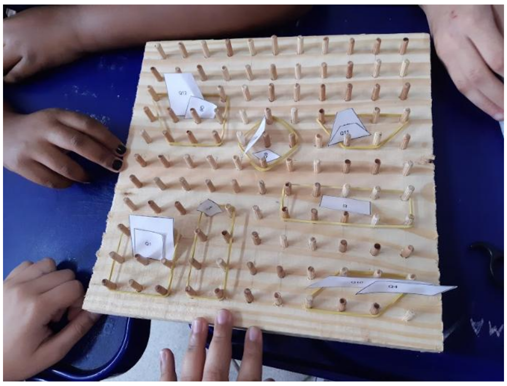


Figura 34 – Reprodução dos quadriláteros recortados na atividade 1 da Segunda Parte
Fonte: as autoras

Este pouco tempo no final da atividade fez com que apenas alguns alunos da turma 601 conseguissem jogar em um tempo curto o dominó, não sendo desta forma o jogo tão explorado como poderia. Um dos motivos que levou a este fato pode ser a demora para realizar o recorte e a organização dos grupos.

Figura 35 - Montagem do jogo de dominó realizado por um grupo da turma 601
Fonte: as autoras

É importante ressaltar que já neste momento já foi possível observar efeitos positivos na realização da atividade. Como o caso de um aluno que frequentemente solicitava para sair da sala e que possuía um comportamento violento (devido ao Transtorno Opositor Desafiador - TOD) e que constantemente pedia para se retirar de sala. Ele participou pela primeira vez integralmente da aula, estando atento às orientações dadas e querendo ser um dos primeiros a terminar as atividades. Mesmo não conseguindo se encaixar em um grupo, comentou que isso não importava e que seu desejo era realizar a atividade. Essa já foi uma grande conquista deste trabalho.

5.8. Atividade 2

- Parte 1:

As atividades foram realizadas primeiro na turma 601 da Escola Maria Lúcia, invertendo a ordem que vinham sendo realizadas as atividades. Nesta turma, depois que todos os estudantes se organizaram, foram apresentados os quadriláteros que seriam utilizados na atividade e os estudantes foram estimulados a falar o nome de cada um deles. Os estudantes conseguiram lembrar as classificações vistas nas atividades anteriores, demonstrando ainda dificuldade em diferenciar o trapézio e o paralelogramo.

Ao apresentar o restante do material, também foi explicado como seria conduzida a atividade. Neste primeiro momento, já foi observada uma grande dificuldade por parte dos alunos em medir os ângulos dos quadriláteros, o que já havia sido notado durante a Atividade de Retomada. Desta forma, a professora precisou ir a cada um dos grupos, ficando cerca de dez minutos em cada um, para relembrar como o transferidor deveria ser utilizado.

Devido à grande demanda e a quantidade de tempo investido nesse momento inicial, mais uma aula teve que ser utilizada para a realização da atividade. Durante a segunda aula, os estudantes estavam mais independentes, o que possibilitou um melhor aproveitamento do tempo e a professora pôde fazer as intervenções necessárias em cada grupo. Alguns alunos mostraram pouco interesse no preenchimento da tabela, porém outros solicitaram mais tempo para finalizar a atividade. Diante do tempo já utilizado na atividade, não foi possível postergar o final da atividade, dado que haveria avaliação na aula seguinte agendada pela escola. Sendo assim, alguns grupos não puderam finalizar a atividade neste dia. Para compensar essa falta de finalização das atividades, a atividade foi retomada na aula seguinte à avaliação e os grupos tiveram a oportunidade de responder a última questão da atividade, que havia ficado sem resposta na aula anterior. Assim, pudemos dar um fechamento rápido para a atividade.

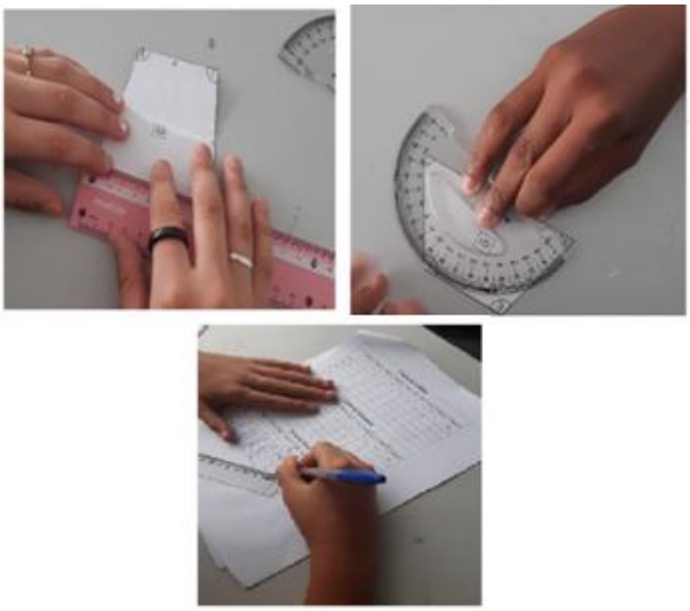


Figura 36 - Alunos da turma 601 realizando a atividade
Fonte: as autoras

É importante destacar que o aluno que sofre de TOD conseguiu realizar de forma tranquila a atividade com um de seus colegas. Outro aluno que dificilmente se concentrava nas atividades e que geralmente só copiava as respostas do colega, se interessou pela dinâmica, aprendeu rapidamente a realizar as medições e iniciou o preenchimento das tabelas.

Para a aplicação da atividade na turma 600, houve o auxílio de um monitor da escola, que acompanhou em especial o estudante com TOD, e de alguns estudantes que se mostraram mais familiarizados com o conteúdo da mesma turma. Isso fez com que a atividade fluísse de forma diferente na turma 600, após o aprendizado com a realização da mesma na turma 601.

Como mencionado no parágrafo anterior, nessa turma, a professora convidou alguns estudantes da própria turma para serem os monitores do grupo, e os levou para outra sala para que ela pudesse tirar dúvidas de forma breve sobre o uso dos instrumentos de medição e para que eles pudessem auxiliar os outros grupos. Além disso, os estudantes foram orientados a fazerem as medições e logo depois preencherem a tabela para realizar a análise pedida, uma vez que muitos alunos da outra turma enfrentaram dificuldade em voltar e analisar os dados depois de um tempo sem contato com o que haviam realizado. Alguns alunos que não foram convidados para serem monitores e que não haviam recebido um treinamento extra, surpreenderam com a habilidade em realizar as medições assim como dois grupos que conseguiram adiantar bem o trabalho, inclusive um deles formado por alunos que tinham muita dificuldade e indisciplina nas aulas, é claro que também teve grupo que mostrou desinteresse e não participou ativamente da dinâmica. Como os grupos não conseguiram finalizar a atividade, continuamos as medições em mais dois dias de aula.

Durante a terceira aula, alguns estudantes tiveram um passeio realizado pela escola e que só tomamos conhecimento na ocasião da aula. Os estudantes que permaneceram na escola, e ainda não tinham finalizado todas as medições, foram convidados a finalizar e ainda realizar as análises com os resultados obtidos utilizando materiais confeccionados em EVA. Os materiais foram de grande valia e os estudantes que estavam com mais dificuldade ficaram motivados com os materiais.

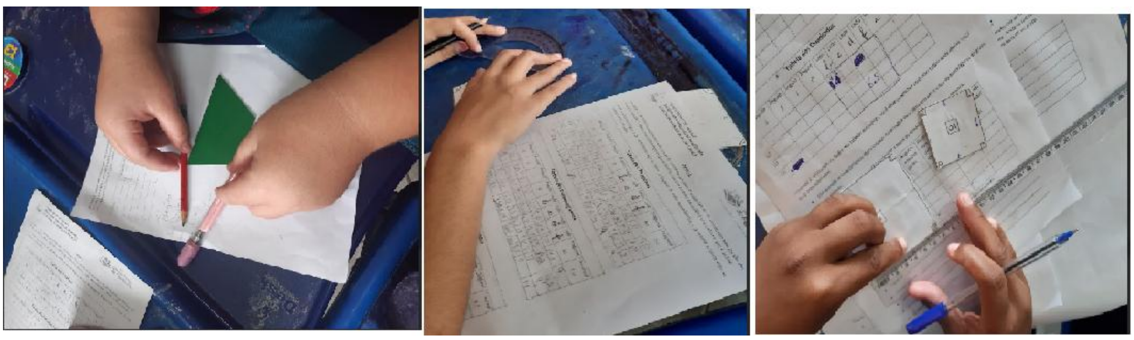


Figura 37 - Alunos da turma 600 realizando as atividades da primeira parte do nível 2
Fonte: as autoras

Percebeu-se, de forma geral, uma dificuldade dos alunos em realizar as medições dos ângulos em polígonos e preencher as tabelas com esses dados encontrados. Há muitas possíveis causas para isso, onde podemos mencionar: dificuldade para encontrar os lados da figura, falta de prática com o transferidor, rodízio do material em EVA já que não havia material para todos, etc.

Outra dificuldade percebida foi a grande dependência dos alunos com relação à instrução do professor para a realização da atividade, apesar de todas as instruções disponibilizadas na folha de atividades.

- Parte 2:

A primeira atividade foi elaborada com o intuito de levar os estudantes a perceberem de forma visual e mais concreta as propriedades dos quadriláteros. Para isso, nas duas turmas, quadriláteros confeccionados previamente em EVA preto foram colados no quadro branco da sala. Ao lado de cada quadrilátero, foram colocados alguns segmentos de reta e setores circulares que representavam os lados e os ângulos de cada quadrilátero com sua respectiva medida. Lados ou ângulos iguais eram representados com uma mesma cor.

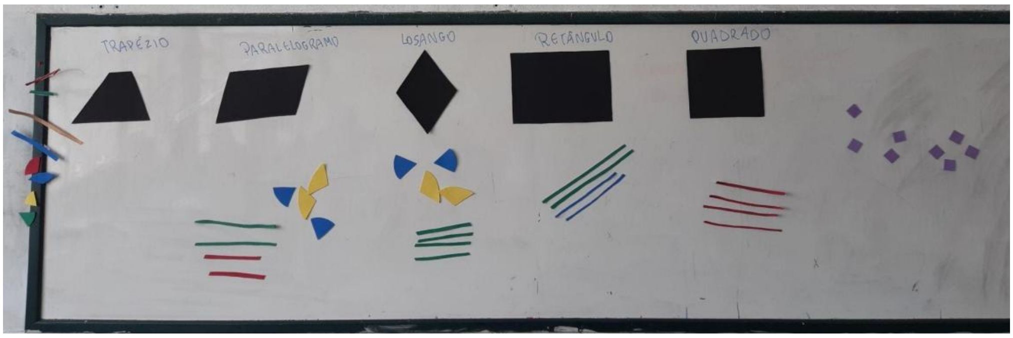


Figura 38 - Colagem dos quadriláteros e elementos no quadro
Fonte: as autoras

Inicialmente, os estudantes das duas turmas foram estimulados a dizer em voz alta a classificação de cada quadrilátero, e a professora foi registrando no quadro branco acima da figura feita em EVA. Depois os estudantes eram convidados para irem ao quadro na tentativa de posicionar corretamente os elementos feitos em EVA em cada polígono. No início, os estudantes tiveram dificuldade para posicionar corretamente os ângulos, mas depois conseguiram desenvolver e entender a dinâmica.

A dinâmica apresentada acima foi realizada nas duas turmas onde escolhemos trabalhar as atividades.

Os alunos da turma 600 mostraram-se animados com a atividade respondendo corretamente às perguntas e participando ativamente do processo.

Os alunos da turma 601 demonstraram uma timidez inicial para irem ao quadro participar da dinâmica, a professora precisou direcionar o pedido a alguns alunos. Com o desenvolvimento da atividade percebeu-se uma maior participação e envolvimento da turma que foi conseguindo acertar as perguntas realizadas.

Desta forma, o objetivo da atividade foi atingido, de maneira que os alunos conseguiram perceber de forma intuitiva e visual os conceitos anteriormente trabalhados. Sobre este fato, Lorenzato (2012) menciona que:

> (...) até o aparecimento do raciocínio lógico-dedutivo por volta dos 13 ou 14 anos de idade, a aquisição do conhecimento apoia-se fortemente no verbal (audição), no gráfico (visão) e na manipulação (tato). Confiando plenamente naquilo que veem, (...), confundem constatação de natureza perceptual com demonstração, e não sentem a necessidade de provas lógicas porque tomam a percepção visual como prova. (LORENZATO, 2012, p. 14)

Na segunda atividade foi pedido nas duas turmas que os estudantes escrevessem as propriedades pertencentes a cada quadrilátero, sendo os mesmos alertados sobre o fato de que um mesmo quadrilátero poderia ter diversas características. Mesmo assim, a maioria dos alunos das duas turmas identificou apenas uma propriedade, como por exemplo, o fato do retângulo possuir 4 ângulos retos.

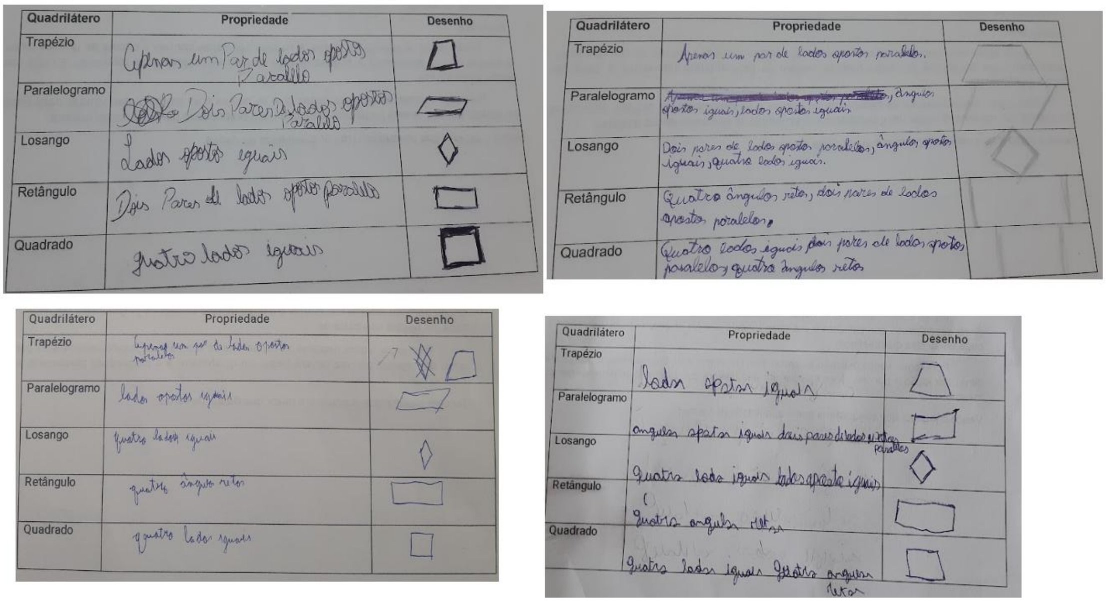


Figura 39 - Respostas apresentadas pelos alunos da turma 600 e 601 (os dois de cima são da turma 600 e os de baixo da turma 601)
Fonte: as autoras

Para a última atividade, os estudantes foram informados que haveria uma premiação para o grupo que acertasse a classificação de todos os quadriláteros e o resultado foi excelente. Eles demonstraram muito entusiasmo com as dinâmicas apresentadas neste momento. E com isso, foi possível atingir até mesmo os estudantes mais desmotivados e que haviam demonstrado dificuldade nas atividades anteriores.

Na turma 601 muitos grupos conseguiram acertar o nome de todos os quadriláteros e na turma 600 também tivemos feedbacks positivos sobre as atividades realizadas. Assim foi finalizada as atividades aqui propostas.

Figura 40 - Realização das atividades presentes na parte 2 do nível 2
Fonte: as autoras

5.9. Aplicação do Teste de Van Hiele - Final

Nesta seção, apresentaremos os resultados obtidos pelos estudantes no Teste de Van Hiele após a aplicação das atividades. O Teste de Van Hiele aplicado foi exatamente o mesmo aplicado na etapa inicial, onde pudemos detectar muitos problemas com a aprendizagem do conteúdo de quadriláteros. Além disso, realizaremos uma análise comparativa dos resultados obtidos no Teste de Van Hiele - Inicial.

Foram analisados o teste de 27 estudantes da turma 600 e 20 da turma 601. Com o intuito de facilitar a comparação dos dados das duas turmas e minimizar a diferença quantitativa entre as duas turmas e nos dois testes realizados, incluímos ao final de cada questão um gráfico que apresenta a porcentagem de acertos obtidos pelos alunos nos testes.

Pudemos notar que os alunos da turma 600 ficaram mais apreensivos durante a realização do Teste, talvez pela dificuldade em reconhecer o seu potencial. Já os alunos da turma 601 acharam as questões fáceis, apresentando maiores dificuldades nas questões dissertativas, demonstrando conhecer as propriedades e ainda ter dificuldades com a classificação dos quadriláteros.

5.9.1. Nível 1

Questão 1:

Como já mencionado anteriormente, nesta questão, a resposta correta são as figuras B, C e E. Ressaltamos que, apesar de não termos trabalhado o conteúdo de triângulos durante as atividades, ele foi mencionado durante as discussões que permearam as mesmas.

Observamos pelo quadro 22, que 2 alunos da turma 600 conseguiram acertar a questão, o que representa uma pequena melhora em comparação ao teste inicial quando apenas 1 estudante acertou a questão como podemos observar no gráfico da Figura 41, mas é claro que é ainda um resultado muito abaixo do que seria esperado. Analisando percentualmente, houve uma melhoria de 2% no número total de acertos do Teste Inicial para o Final nesta turma. Houve também uma melhora no número de estudantes que assinalaram B e E como resposta.

Figuras assinaladas	B	A	D	B,E	B,D,E	B,C,E	A,D,E
Número de estudantes	6	1	1	13	3	2	1

Quadro 22 - Questão 1- Teste Final -Turma 600
Fonte: as autoras

Na turma 601 todos alunos conseguiram classificar a figura B de forma correta. No entanto, em termos do número de estudantes que responderam corretamente a questão, houve uma grande queda. No Teste de Van Hiele - Inicial, tivemos 10 acertos e agora apenas 3. Percentualmente, também notamos uma queda grande do número total de respostas corretas, saindo de cerca de 42% de acerto no Teste Inicial para 15% no Teste Final. Ressaltamos aqui, que a resposta B e E foi marcada por um grande número de estudantes, totalizando 11.

Figuras assinaladas	B	B,E	B,C	B,C,E	B,D,E	B,C,D,E
Número de estudantes	1	11	2	3	2	1

Quadro 23 - Questão 1- Teste Final -Turma 601
Fonte: as autoras

Destacamos que, o triângulo C, que é o obtusângulo, continuou sendo o triângulo menos reconhecido pelas duas turmas. Realmente, fica claro nos dois testes que os estudantes não conseguiram assimilar a figura como triângulo, o que é algo preocupante. Isto seria motivo para um trabalho/investigação futuros mais profundos, mas que não faz parte do nosso objetivo nesse momento.

Na figura 41, apresentamos um gráfico com a comparação dos resultados obtidos no Teste de Van Hiele - Inicial e Final. No caso da turma 600, houve uma pequena melhora no desempenho da turma. Enquanto que na turma 601, houve uma piora no desempenho da turma.

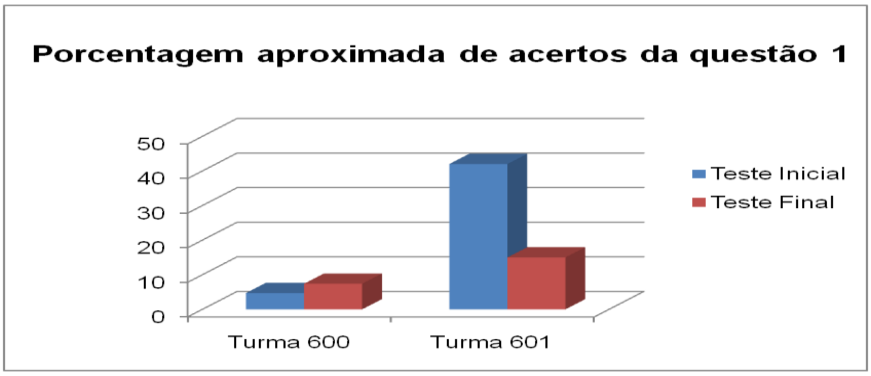


Figura 41 - Gráfico comparativo da Questão 1 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 2:

A resposta correta para esta questão são os quadrados R e T, como já mencionamos anteriormente.

Na turma 600, a resposta correta foi assinalada por 9 estudantes, o que mostra uma melhoria no número total de acertos, já que havíamos tido 6 no Teste Inicial. Destacamos que 12 estudantes marcaram apenas o quadrilátero R como resposta, e o quadrado T continuou sendo menos identificado. 6 alunos marcaram como respostas outros quadriláteros e até mesmo um triângulo.

Em termos percentuais, houve uma pequena melhora de 5% no número total de respostas corretas do Teste Inicial para o Final.

Figuras assinaladas	R	S	Q	R,T	R,S	R,S,T	RASURA
Número de estudantes	12	1	1	9	2	1	1

Quadro 24- Questão 2- Teste Final -Turma 600
Fonte: as autoras

Na turma 601, 6 estudantes acertaram a resposta correta, assim como no Teste Inicial. Em termos percentuais, houve uma queda no percentual de acertos na questão, saindo de 54% de acerto para 30%. E ainda, destacamos uma notória confusão entre quadrado e retângulo. Apesar disso, todos os alunos reconheceram o quadrado R e nenhum deles assinalou o triângulo como resposta

Figuras assinaladas	R	R,S	R,T	R,S,T
Número de estudantes	5	8	6	1

Quadro 25 – Questão 2 - Teste Final -Turma 601
Fonte: as autoras

Observamos através da figura 42 que traz uma comparação entre o resultado do Inicial e Final do Teste de Van Hiele que a turma 600, apresentou uma pequena melhora no desempenho, enquanto a turma 601, mais uma vez apresentou uma piora no resultado final.

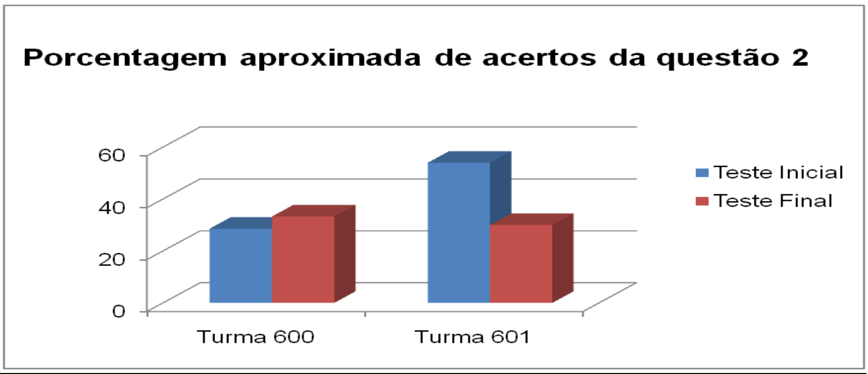


Figura 42 - Gráfico comparativo da Questão 2 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 3:

Nesta questão, destacamos novamente que a resposta correta são as figuras retangulares U e Y.

Na turma 600, apesar da resposta correta ter recebido a maior quantidade de marcações, sendo 10 no total, percebemos uma pequena queda no percentual de acerto se compararmos com o resultado do teste inicial. Tivemos 42% de acerto no Teste Inicial e agora 37%. Além disso, observamos ainda estudantes confundindo retângulo e trapézio, uma vez que 8 estudantes marcaram como resposta o quadrilátero V, que é um X.

Figuras assinaladas	V	Y	Z	X	V	U,Y	U,X	X,Y	U,X,Y
Número de estudantes	8	3	1	1	1	10	1	1	1

Quadro 26 - Questão 3- Teste Final- Turma 600
Fonte: as autoras

Já a turma 601 apresentou uma melhora no número total de acertos, com 9 alunos assinalando as opções corretas. Isto faz com que o percentual de acertos também tenha aumentado em cerca de 15%. As opções X e V ainda foram marcadas com certa frequência, mostrando também ainda haver dúvidas em termos da classificação dos quadriláteros como retângulo.

Figuras assinaladas	Y	V	X	U	U,Y	X,Y	U,X	V,X	X,X,Y
Número de estudantes	3	1	1	1	9	2	1	1	1

Quadro 27 - Questão 3- Teste Final- Turma 601 -
Fonte: as autoras

Através da figura 43, podemos observar uma pequena piora no desempenho da turma 600 comparado ao teste inicial e uma melhora no desempenho da turma 601.

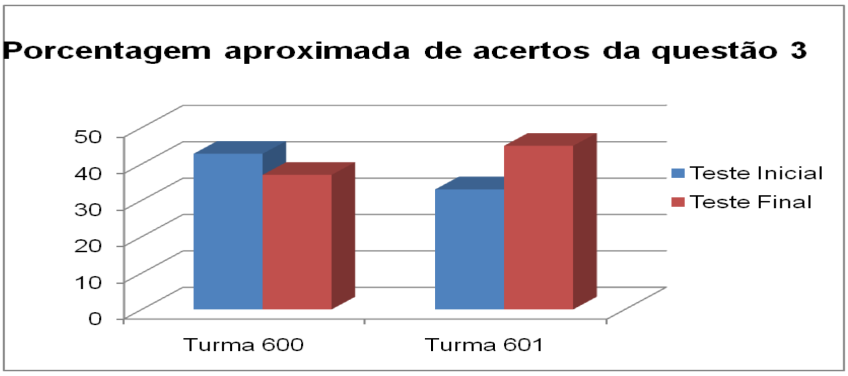


Figura 43 - Gráfico comparativo da Questão 3 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 4:

Nesta questão, os quadriláteros pedidos eram as figuras A e D.

Na turma 600 tivemos um total de 15 acertos, indicando um bom desempenho da maioria dos alunos, tivemos ainda 4 alunos que marcaram a figura C que representava um quadrilátero e um aluno que marcou um círculo que não se enquadra nem como polígono.

Figuras assinaladas	C	A	D	E	A,D	A,C	B,C,D	A,C,D
Número de estudantes	4	3	1	1	15	1	1	1

Quadro 28- Questão 4- Teste Final- Turma 600
Fonte: as autoras

Já na turma 601, 12 alunos, o que também representa a maioria dos alunos que realizaram o teste final. Porém, diferente da turma 600, nenhum aluno marcou o círculo ou triângulo como resposta.

Figuras assinaladas	A	C	D	A,D	A,C	A,C,D
Número de estudantes	3	2	1	12	1	1

Quadro 29 - Questão 4- Teste Final -Turma 601
Fonte: as autoras

Desta forma, podemos observar pela figura 44 uma melhora no desempenho das duas turmas se comparado ao Teste Inicial de Van Hiele, assim como um melhor desempenho e evolução da turma 601.

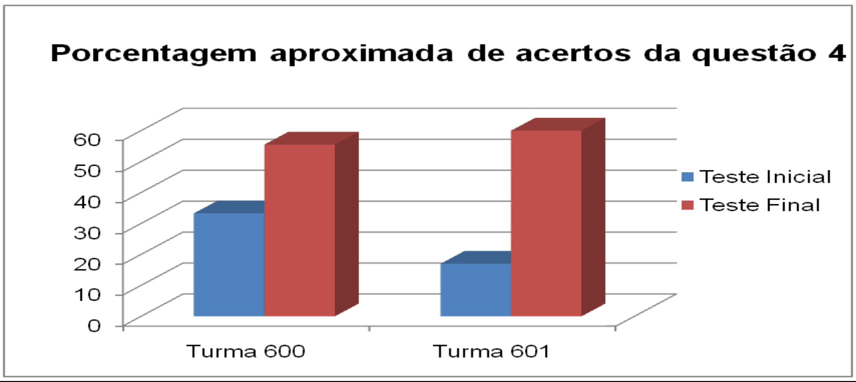


Figura 44- Gráfico comparativo da Questão 4 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 5:

A resposta correta desta questão são as figuras A e C que indicam pares de retas paralelas.

Na turma 600, 7 alunos acertaram a questão e 9 alunos marcaram como resposta apenas a figura A, talvez por falta de atenção. 7 alunos confundiram a figura D com a reta paralela, talvez por não perceberem que as retas que formam os segmentos da figura, se interceptam em um determinado ponto.

Figuras assinaladas	A	D	B	A,C	B,E	D,E	A,C,D	A,B,C
Número de estudantes	9	5	1	7	1	1	2	1

Quadro 30 - Questão 5- Teste Final- Turma 600
Fonte: as autoras

Já na turma 601, tivemos um total de 05 acertos, com 10 alunos marcando apenas a figura A como correta. Assim como na turma 600, a maioria dos alunos demonstrou reconhecer pelo menos uma posição das retas paralelas.

Figuras assinaladas	A	B	E	A,C	A,D	A,C,D	C,D,E
Número de estudantes	10	1	1	5	1	1	1

Quadro 31- Questão 5- Turma 601
Fonte: as autoras

Na figura 45, através da observação do gráfico que contém a comparação dos resultados obtidos no Teste de Van Hiele - Inicial e Final, observamos que as duas turmas apresentaram uma melhora no resultado, tendo a turma 601 uma maior evolução. Vale ressaltar que o resultado poderia ser ainda melhor caso uma considerável parte dos alunos não tivessem marcado apenas a figura A como correta.

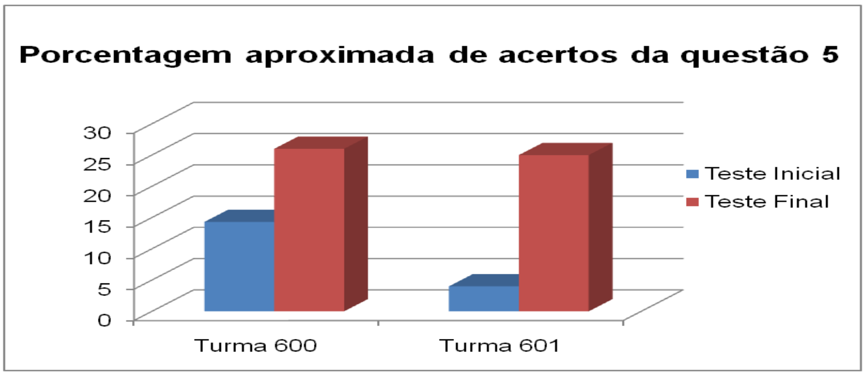


Figura 45 - Gráfico comparativo da Questão 5 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

A partir de todas as análises apresentadas acima, observamos que houve uma melhora no resultado das duas turmas, em especial na turma 600, onde apenas na questão 3 não porcentagem de acerto do Teste Final foi menos que do Teste Inicial. Inclusive, podemos destacar que houve uma melhora significativa em termos percentuais nas questões que os alunos apresentaram maior dificuldade no Teste Inicial como nas questões 4 e 5.

Dentro do cenário mostrado, obtivemos 7 alunos da turma 600 e 6 alunos da turma 601 alcançando o Nível 1 do Modelo de Van Hiele. Esse número ainda é muito aquém do desejado, mas é um primeiro passo na direção de melhoria do aprendizado dos estudantes.

5.9.2. Nível 2

O teste do Nível 2 poderia ser aplicado apenas para estudantes que avançaram ao nível 1 na etapa anterior. Porém, nosso tempo era limitado e não poderíamos esperar a próxima aula para dar continuidade ao Teste de Van Hiele após a correção do Teste do Nível 1. Sendo assim, aplicamos o teste para todos os estudantes e vamos aqui mostrar a análise geral da turma, cientes dessa particularidade.

Na turma 601, uma aluna pegou um teste impresso de forma equivocada e que não continha as questões 6 a 11 impressas. Infelizmente este fato não foi observado no momento da aplicação, por isso, consideramos para esta análise a resposta de 19 alunos da turma.

Questão 6:

Como mencionado anteriormente, a resposta correta desta questão é a letra e, que detém como afirmação todas as propriedades mencionadas nas respostas anteriores.

Nas duas turmas onde trabalhamos as atividades, percebemos um baixo reconhecimento da propriedade sobre o paralelismo dos lados opostos do retângulo e a equivalência entre as alternativas a e c.

Na turma 600, 4 alunos acertaram a questão ao marcar o item e como resposta, e 9 alunos marcaram apenas o item a como correto. O item a, que se refere ao retângulo ter 4 ângulos retos, foi então a resposta mais assinalada no Teste Final, assim como no Teste Inicial. Em porcentagem, as respostas ficam equivalentes.

Figuras assinaladas	a	e	b	d	c	a,c	a,e	b,c	a,c,d	a,b,c,d,e	Em branco
Número de estudantes	9	4	1	1	1	3	1	1	2	2	2

Quadro 32- Questão 6- Teste Final - Turma 600
Fonte: as autoras

Já na turma 601 percebemos uma piora nessa questão. Apenas 2 alunos marcaram a alternativa correta, e houveram 5 estudantes que assinalaram as respostas a e c, seguindo o que havia sido feito no Teste Inicial onde a maioria marcou as opções a e c. Em termos percentuais, houve uma piora no número de respostas corretas desde o Teste Inicial.

Figuras assinaladas	a	c	e	a,c	a,b	a,b,c	a,b,d	a,b,c,d,e	Em branco
Número de estudantes	4	2	2	5	1	1	1	1	2

Quadro 33 - Questão 6- Teste Final- Turma 601
Fonte: as autoras

O gráfico da figura 46 sumariza os acertos nos dois testes para a questão 6. Como observado antes, houve uma pequena melhora no resultado obtido pela turma 600 no Teste Final, assim como uma piora no percentual de acerto da turma 601. Não identificamos mudanças muito significativas nesta questão de uma etapa para a outra.

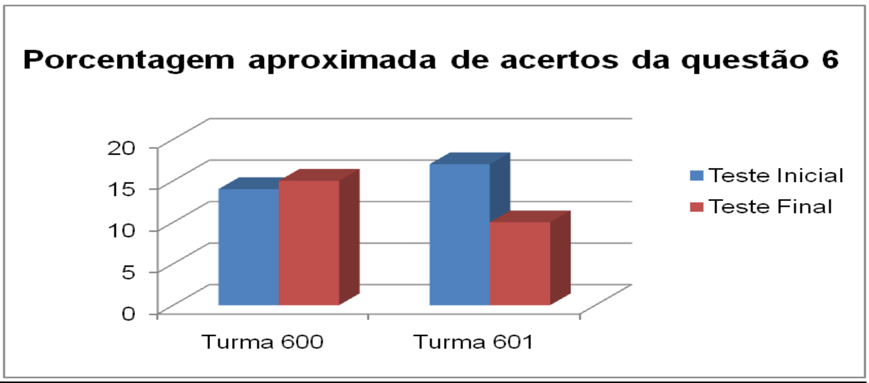


Figura 46 - Gráfico Comparativo da questão 6 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 7:

A questão 7 é uma questão discursiva, que abre espaço para o estudante se expressar mais livremente. Nela, o estudante poderá então apresentar as propriedades dos quadrados com suas próprias palavras, sendo pedido um total de três propriedades. Sendo assim, há uma variedade de respostas possíveis, como: possui os quatro ângulos retos, possui os quatro lados com a mesma medida, possui as diagonais com mesmo comprimento e possui lados opostos paralelos.

Na turma 600, 4 alunos conseguiram responder corretamente a questão apresentando 3 propriedades corretas do quadrado. E 8 estudantes mencionaram uma das diversas propriedades deste quadrilátero, o que representa uma significativa melhora se compararmos com o Teste Inicial. Além disso, percebemos uma melhoria no vocabulário dos alunos, com menção correta à várias propriedades e nomenclatura adequada. Também obtivemos respostas com escritas difíceis de serem compreendidas.

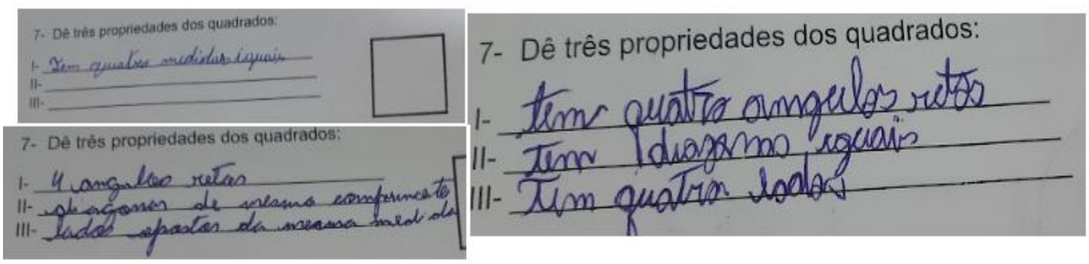


Figura 47 - Respostas apresentadas por alunos da turma 600 na questão 7 - Teste Final
Fonte: as autoras

Número de acertos	Nenhum	Um	Dois	Três	Em branco
Número de estudantes	5	8	2	4	8

Quadro 34- Questão 7- Teste Final- Turma 600
Fonte: as autoras

Na turma 601, tivemos um total de 8 acertos para 3 propriedades corretas do quadrado. Além disso, a grande maioria dos estudantes conseguiu apresentar pelo menos uma propriedade de forma adequada. O Quadro 35 mostra o total de estudantes que apresentaram 1, 2, 3 ou nenhuma resposta correta, além do número de estudantes que deixaram a resposta em branco.

Número de acertos	Nenhum	Um	Dois	Três	Em branco
Número de estudantes	1	4	4	8	2

Quadro 35 - Questão 7- Teste Final- Turma 601
Fonte: as autoras

A figura 48 mostra algumas das respostas apresentadas pelos estudantes. Em vista das respostas obtidas no Teste Inicial, houve uma grande melhoria no conhecimento dos estudantes.

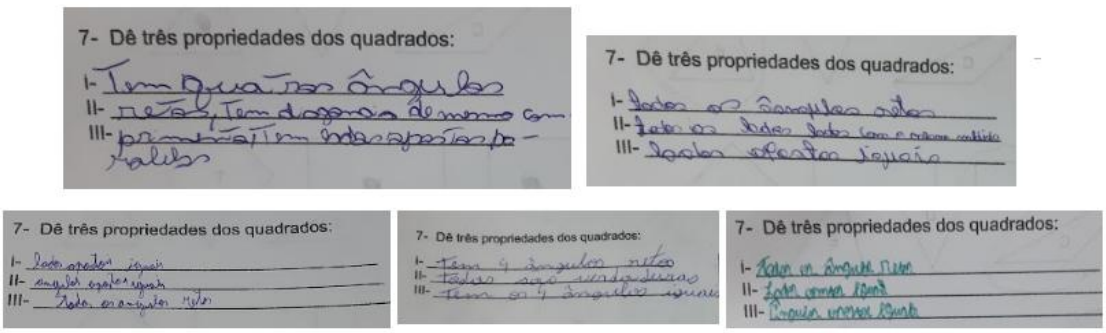


Figura 48 - Respostas apresentadas por alunos da turma 601 na questão 7 - Teste Final
Fonte: as autoras

O gráfico apresentado na Figura 49 mostra o desempenho percentual em número de acertos das duas turmas. As duas turmas tiveram uma grande melhoria nesta questão, mostrando que um dos temas trabalhados na atividade puderam ser bem absorvidos, que era a questão das propriedades do quadrado.

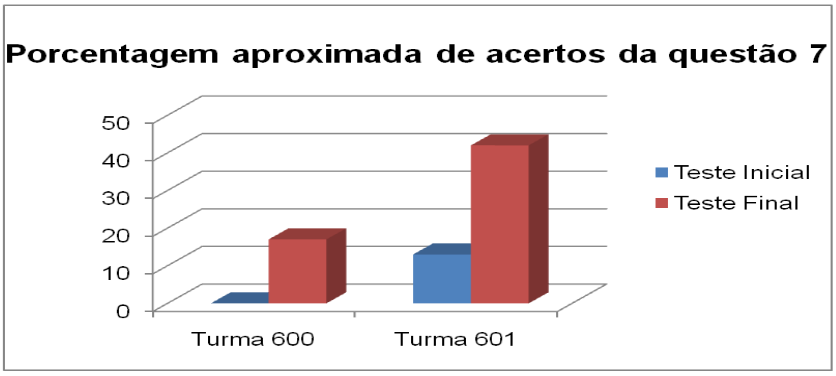


Figura 49 - Gráfico Comparativo da questão 7 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 8:

Esta era mais uma questão que trabalhava com triângulos, conteúdo que não focamos em nossas atividades mas que estavam de certa forma sempre presentes na discussão. A resposta correta para esta questão é o item c, que mencionava que dois ângulos do triângulo isósceles possuem a mesma medida.

Na turma 600, sumarizamos as respostas obtidas no quadro 36. Tivemos então 7 estudantes que responderam de forma correta o item c. Em vista do obtido no Teste Inicial, isto mostra uma melhoria no resultado final da turma 600. Por outro lado, muitos estudantes ainda desconhecem as propriedades de um triângulo isósceles. Em termos percentuais, houve melhoria na questão nessa turma.

Figuras assinaladas	C	A	D	B	E	A, C	A, B	Em branco
Número de estudantes	7	4	3	3	2	2	2	4

Quadro 36- Questão 8- Teste Final- Turma 600
Fonte: as autoras

Na turma 601, tivemos 5 acertos na questão, enquanto outras respostas ainda foram amplamente marcadas. Em termos percentuais de acerto, houve uma piora significativa no resultado final da questão no Teste Final.

Figuras assinaladas	C	B	A	E	D	A,C	A,B.C	Em branco
Número de estudantes	5	3	2	1	1	4	1	2

Quadro 37 - Questão 8- Teste Final- Turma 601
Fonte: as autoras

O gráfico da figura 50 apresenta os resultados percentuais das duas turmas na questão 8. Notamos a mencionada melhor na turma 600 e uma grande piora na turma 601.

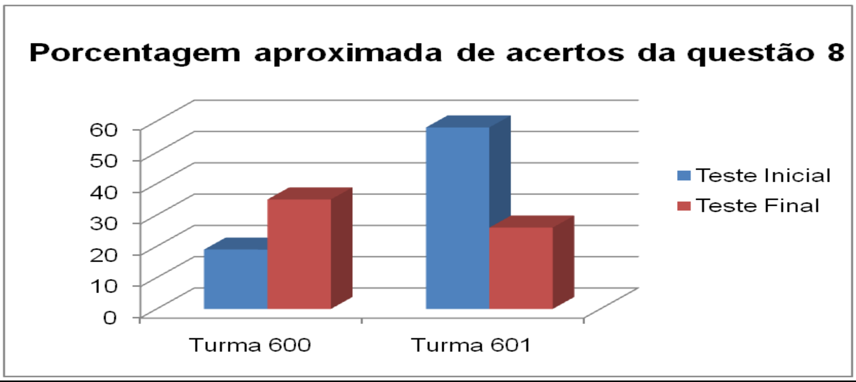


Figura 50 - Gráfico Comparativo da questão 8 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 9:

Nesta questão, os alunos precisavam fornecer as propriedades de um paralelogramo de forma discursiva. Mais uma vez, os estudantes teriam a oportunidade de se expressar livremente e utilizar o vocabulário trabalhado das atividades propostas. Algumas possibilidades de resposta são: possui lados opostos paralelos, possui os ângulos opostos são congruentes, possui lados opostos congruentes e as diagonais se interceptam no ponto médio.

Na turma 600, apenas 1 aluno conseguiu acertar a questão por completo apresentando 3 propriedades do paralelogramo. 1 estudante acertou duas propriedades e 2 estudantes mencionaram uma única propriedade de forma correta. Destacamos que 12 alunos responderam de forma totalmente incorreta e 11 alunos deixaram a questão em branco. Na figura 51, apresentamos algumas dessas respostas.

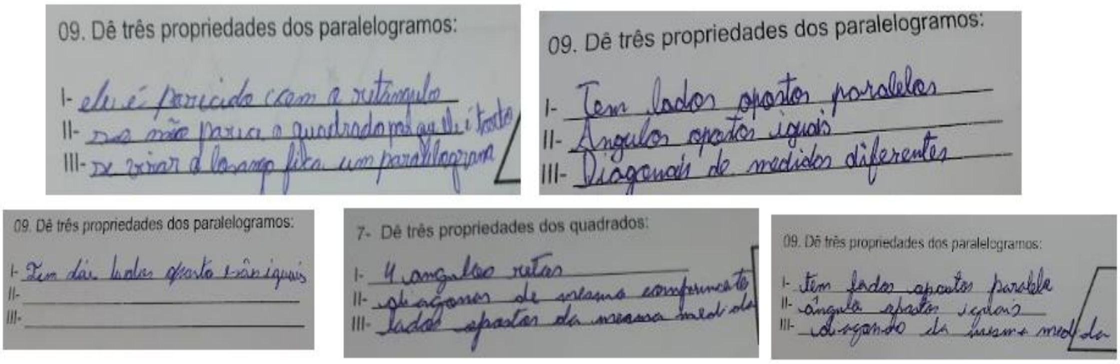


Figura 51 - Respostas apresentadas por alunos da turma 600 na questão 9 - Teste Final
Fonte: As autoras

Apesar do baixo rendimento da turma nessa questão, quando comparamos o resultado do Teste Final com o Inicial, percebemos uma pequena melhora, uma vez que antes das atividades os alunos não conseguiam mencionar nenhuma propriedade de um paralelogramo. É ainda muito pouco diante do que precisa ser aprendido deste conteúdo, mas ficamos felizes de ver os alunos dando suas respostas e conseguindo avançar um pouco mais no conteúdo.

Na turma 601, 2 alunos conseguiram acertar a questão em sua totalidade, assim como no Teste Inicial. 3 alunos mencionaram corretamente duas propriedades corretas e 5 alunos acertaram apenas uma propriedade. Além disso, 5 deram uma resposta totalmente incorreta e 4 deixaram em branco. Esta turma teve uma melhora significativa, uma vez que anteriormente apenas 2 alunos tinham conseguido mencionar 1 única propriedade de forma correta.

Além disso, percebeu-se um enriquecimento do vocabulário dos alunos com menções mais técnicas sobre as propriedades. No Teste Inicial, os mesmos encontravam muita dificuldade para se expressar. Na figura 52, apresentamos algumas respostas fornecidas nesta turma para esta questão.

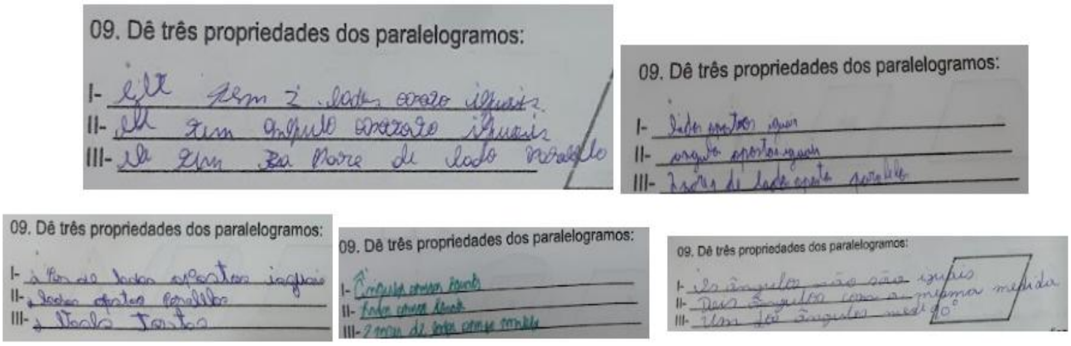


Figura 52 - Respostas apresentadas por alunos da turma 601 na questão 9 - Teste Final
Fonte: as autoras

O gráfico da figura 53 mostra um comparativo percentual entre os acertos da questão nas duas turmas dos dois testes. Ao observar este gráfico, fica muito claro que houve uma grande melhora no aprendizado do conteúdo desta questão nas duas turmas. No Teste Inicial, os estudantes praticamente não responderam nada a respeito das propriedades dos paralelogramos e agora conseguiram se expressar usando vocabulário adequado.

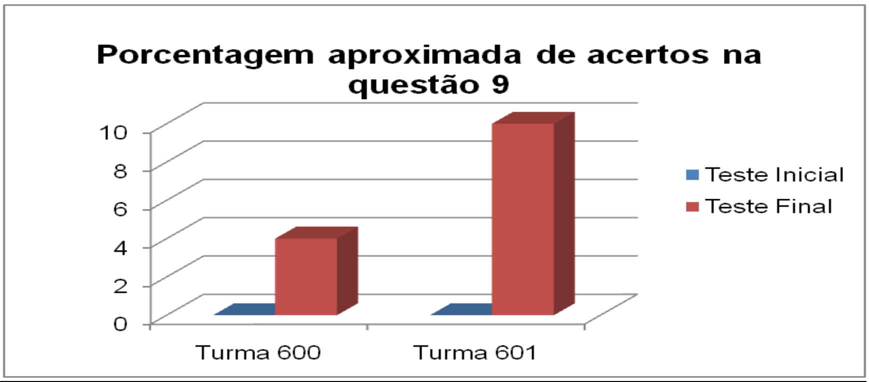


Figura 53 - Gráfico Comparativo da questão 9 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Questão 10:

Como mencionado anteriormente, nesta questão os estudantes precisavam desenhar um quadrilátero cujas diagonais não possuem o mesmo comprimento. Sabemos que há trapézios, paralelogramos e losangos com esta propriedade, e portanto, era esperado que uma dessas figuras fossem apresentadas.

Na turma 600, 3 estudantes conseguiram acertar a questão apresentando a figura e sua classificação correta, apesar de nenhum deles desenhar as diagonais da figura. 7 alunos aparentemente realizaram o desenho correto, mas não classificaram o quadrilátero dado. 1 aluno mencionou a classificação de forma correta, mas sem mostrar o desenho e com isso a resposta fica errada. 07 alunos deixaram a questão em branco e outros alunos responderam de forma incorreta.

Notamos nesta turma uma melhora no resultado, uma vez que anteriormente nenhum aluno havia acertado a questão e poucos haviam desenhado de forma correta. Podemos observar na figura 54 algumas das respostas apresentadas pelos alunos da turma 600. Ressaltamos mais uma vez a ausência das diagonais nos desenhos.

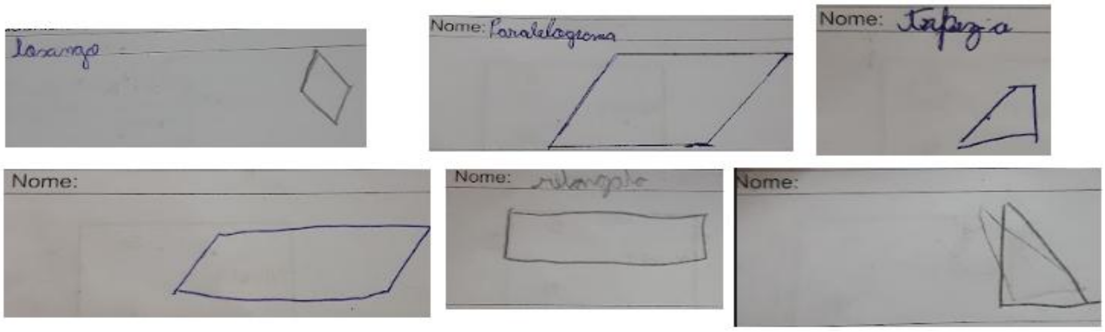


Figura 54 - Respostas apresentadas por alunos da turma 600 na questão 10 - Teste Final
Fonte: as autoras

Na turma 601, 3 alunos acertaram a questão apresentando figura e classificação. Além disso, 6 alunos deixaram a questão em branco e o restante respondeu de forma incorreta, apresentando até mesmo figuras que não são quadriláteros como resposta. Houve uma pequena melhoria nesta questão, já que anteriormente nenhum estudante havia feito a questão de forma correta.

Na figura 55, mostramos algumas das respostas apresentadas pelos estudantes da turma 601. Em um dos desenhos, percebemos que o estudante adicionou as diagonais do paralelogramo desenhado.

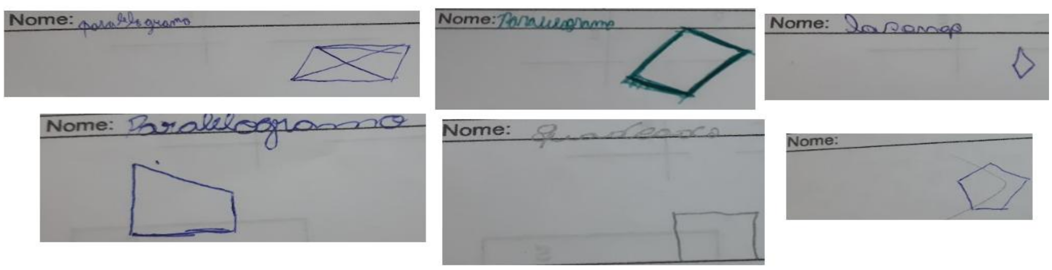


Figura 55 - Respostas apresentadas por alunos da turma 601 na questão 9 - Teste Final
Fonte: as autoras

O gráfico da figura 56 apresenta o comparativo percentual entre as duas turmas. Como o resultado do Teste Inicial foi muito abaixo do esperado, o resultado apresentado no Teste Final mostrou um grande avanço das duas turmas, em especial da turma 601.

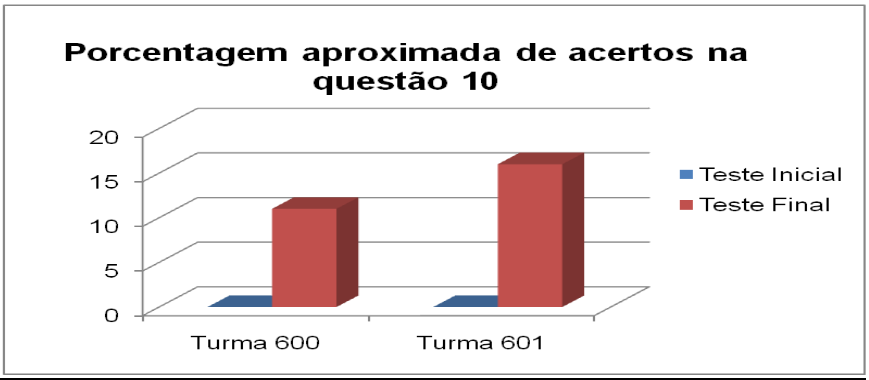


Figura 56 - Gráfico Comparativo da questão 10 do Teste de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Tivemos no Nível 2 uma evolução do Teste Inicial até o Teste Final. Na turma 600, 2 alunos alcançaram o Nível 2 do Modelo de Van Hiele para o conteúdo, e na turma 601, tivemos 4 estudantes atingindo este nível. Verificamos que, de todos os estudantes que alcançaram o Nível 2 de compreensão geométrica neste teste final, 2 da turma 601 alcançaram apenas o segundo nível e não o primeiro como os demais. Através da Figura 57 podemos observar que estes estudantes, apesar de não terem alcançado o Nível 1, demonstraram reconhecer os polígonos e retas ali apresentados, porém, não marcaram em algumas questões todas que apareciam.

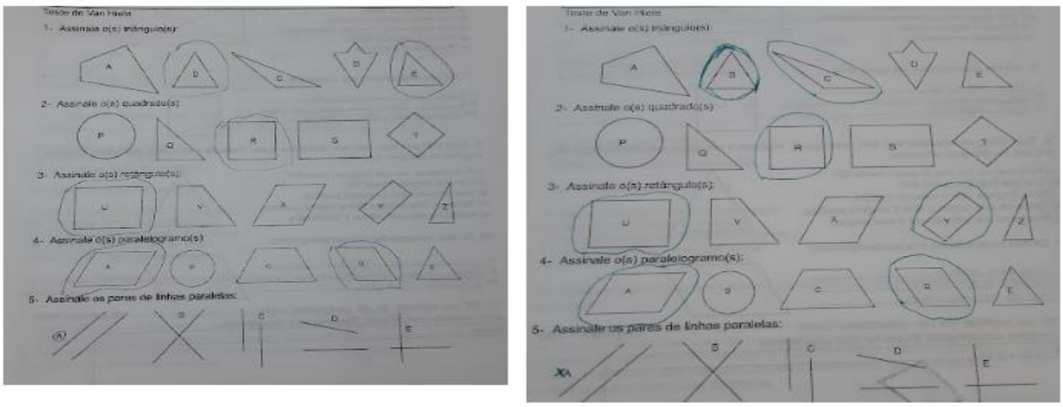


Figura 57 - Imagem contendo a resposta das questões 1 a 5 do teste Final dos 2 estudantes que não alcançaram o Nível 1, mas alcançaram o Nível 2 do Modelo de Van Hiele.
Fonte: as autoras

Apesar de não serem resultados tão expressivos, podemos destacar sim uma melhora na compreensão dos assuntos abordados. Além disso, as aulas diferenciadas, com abordagens diversificadas e metodologias desconhecidas pelos estudantes, ajudaram muito a motivá-los e a gerar interesse pelo estudo da Matemática.

Em particular, na turma 601, houve uma piora no resultado de duas questões. Contudo, podemos notar um melhor desempenho nas questões discursivas, com estudantes mostrando conhecer as propriedades analisadas durante as atividades.

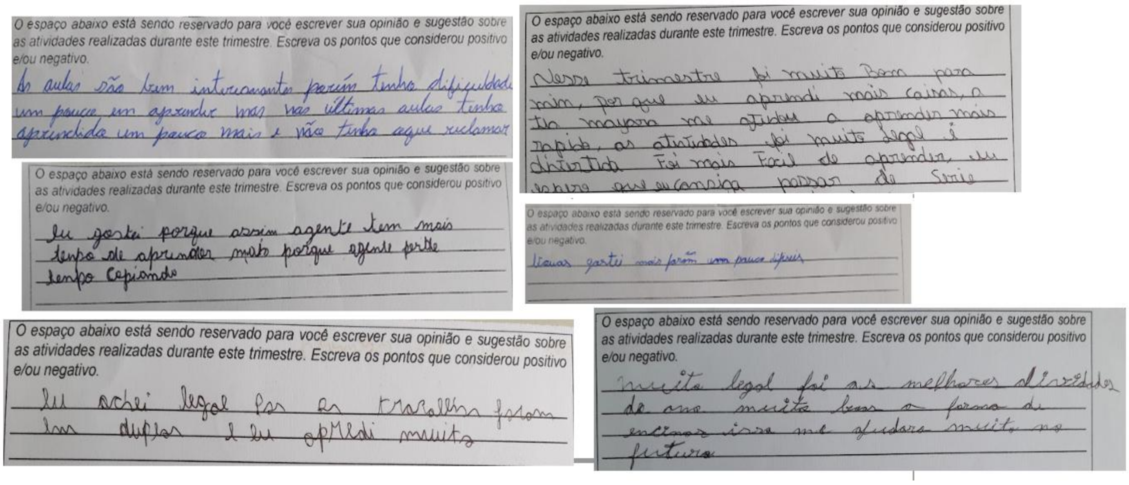
Por fim, destacamos que, apesar de nossa ideia inicial ser de avançar ao nível 3 do Modelo de Van Hiele, ao final do Teste Inicial, percebemos que não seria possível diante da defasagem dos estudantes no conteúdo de quadriláteros. Sendo assim, focamos em trabalhar até o Nível 2 apenas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para modificarmos resultados, precisamos mudar nossas ações, foi com esse pensamento que iniciamos este percurso. Tínhamos como principal objetivo a busca por metodologias que pudessem trazer uma nova perspectiva de aprendizagem aos estudantes, assim como um olhar diferenciado para o ensino de Geometria, em particular para o ensino de quadriláteros.

Encontramos então estudos que nos direcionaram com o uso de material concreto, que nos mostravam o benefício da visualização e manipulação de objetos manipuláveis. Além disso, o estudo do casal Van Hiele nos forneceu uma base sólida para trabalharmos os conteúdos a partir do nível de compreensão dos alunos, assim como um guia para a elaboração e desenvolvimento das aulas. Essas informações não serviram apenas para aplicação das atividades aqui mencionadas, mas também mudaram completamente nossa maneira de compreender e guiar as aulas, possibilitando uma maior autonomia, diálogo e oportunidade de criação por parte dos estudantes.

Durante a aplicação das atividades pudemos observar a evolução e envolvimento dos alunos que se dedicaram às atividades. Enfrentamos dificuldades com a utilização de instrumentos de medidas, até então desconhecidas pela maioria dos alunos, o que faz parte do processo de aquisição de conhecimento. Notamos também o surgimento de interesse de alunos que não participavam ou tinham muita dificuldade em compreender os conteúdos. Além disso, as atividades em grupos possibilitaram a socialização e a troca de conhecimentos e experiências, o que enriqueceu o trabalho desenvolvido. Na figura 58, podemos observar o comentário de alguns alunos que participaram das atividades.



O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

As aulas são bem interessantes porém tinha dificuldade um pouco em aprender mas nas últimas aulas tinha aprendido um pouco mais e não tinha aque reclamar

O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

Nesse trimestre foi muito Bom para mim, por que eu aprendi mais coisas, a tia mayara me ajudou a aprender mais rapido, as atividades foi muito legal i divertida Foi mais Facil de aprender, eu sabiro que eu consiga passar de Serie

O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

Eu gostei porque assim agente tem mais tempo de aprender mato porque agente perde tempo Copiando

O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

Lisuas gostei mais forõm um pouco dificeis

O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

Eu achei legal Por os trabalhos forom Em duplas I Eu opRedi muito

O espaço abaixo está sendo reservado para você escrever sua opinião e sugestão sobre as atividades realizadas durante este trimestre. Escreva os pontos que considerou positivo e/ou negativo.

muita legal foi as melhores diversidades do ano muito boas a forma de ensinar isso me ajudara muito no futuro

Figura 58 - Comentário de alunos das turmas sobre as atividades aplicadas.

Fonte: as autoras

Além disso, através da análise das atividades percebemos nas duas turmas uma evolução, tanto na quantidade de acerto como no vocabulário geométrico adquirido. A turma 600, que apresentava maiores dificuldades iniciais, mostrou uma melhora no resultado final em 90% das questões apresentadas no Teste de Van Hiele e a turma 601 mostrou grande desempenho nas questões discursivas, tendo ambas uma melhora nos dois níveis. Além disso, notamos uma melhora no rendimento nas avaliações formais de geometria, o que mostra o resultado positivo fornecido pela aplicação da teoria apresentada.

Pudemos observar ao longo de toda a trajetória que conduziu este trabalho, fatos históricos que nos ajudam a compreender a motivação que impulsionou o ensino de Geometria em nosso país, assim como os benefícios que este estudo fornece, as mudanças curriculares e as dificuldades enfrentadas por docentes e estudantes. Vimos também os esforços de vários pesquisadores que dedicaram parte de sua vida na busca por melhores metodologias e condições de ensino, que hoje podem ser por nós desfrutadas.

Esperamos que este trabalho incentive outros profissionais a percorrerem caminhos diferentes dos tradicionais em busca de uma aprendizagem significativa da Matemática. Sabemos de todas as dificuldades inerentes deste processo, até por termos passado por elas para a realização deste trabalho. Por outro lado, finalizamos esta etapa com a certeza de que pudemos oportunizar um aprendizado diferenciado para algumas crianças na área de Geometria. Certamente, esse trabalho nos fará diferentes em nossas aulas a partir daqui!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, I. Metodologia da Matemática. Ilustrações de Cosette de Albuquerque, 2ª ed., Rio de Janeiro: Conquista, 1954. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159572?show=full. Último acesso em: 25 de Maio de 2023.

ALCADIPANI, R.; BERTERO, C.O. GUERRA FRIA E ENSINO DO MANAGEMENT NO BRASIL: O CASO DA FGV-EAESP. 284 ©RAE n São Paulo n v. 52 n. 3 n maio/jun. 2012 n 284-299.

BRASIL, DECRETO-LEI Nº 4.244, DE 9 DE ABRIL DE 1942. Lei orgânica do ensino secundário. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/1937-1946/del4244.htm#:~:text=%C2%A7%201%C2%BA%20Gin%C3%A1sio%20ser%C3%A1%20o,dois%20cursos%20de%20segundo%20c%C3%ADclo. Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

COSTA A. P.; SANTOS, M. R. Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de Licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: A Educação Matemática na Contemporaneidade – desafios e possibilidades. São Paulo: SBEM, 2016, p. 1-12.

Duarte, A. R. S. Euclides Roxo e a Proposta Modernizadora do Ensino da Matemática. Com a Palavra o Professor, Vitória da Conquista (BA), v.4, n.8, p. 300-319, janeiro-abril / 2019. Disponível em:

https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/204944/Euclides%20Roxo%20e%20a%20Proposta%20Modernizadora%20do%20Ensino%20da%20Matem%c3%a1tica.pdf?sequence=1&isAllowed=y Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. Quadrante, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015.

CARLOS, N. L. S. and Col. Research, Society and Development, v. 9, n. 10, e 6679109181, 2020 (CC BY 4.0) | ISSN 2525 - 3409 - Ano: 2020. Disponível em: *https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/9181/8057* Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: Da teoria à prática. 14ª ed. São Paulo: Papirus, 2007.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. In: Boletim SBEM-SP, 4(7): 5-10, 1990. Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. CQD - Revista Eletrônica Paulista de Matemática, 2017.

GORODSKI, C. Um breve panorama histórico da geometria. Revista Matemática Universitária, n. 44, p. 14-29, 2009. Disponível em: https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n44_Artigo02.pdf. Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

JAIME, A., y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S.Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), Teoría y práctica en educación matemática (pp. 295-384). Sevilla: Alfar. Disponível em: https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf_____Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. S.; REI, D. M.; FIGUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. Bolema, Rio Claro - SP, v. 9, n. 10, 1994.

KALEFF, A. M. Vendo e Entendendo Poliedros. 2ª ed. Niterói: EdUFF, 2003.

LORENZATO, S. O laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP, Autores Associados, 3º Edição, 2012.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria. SBEM, ano 3, n. 4, 1º semestre p.03-13, 1995.

LUCENA, R. S. Licenciatura em Matemática LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Universidade Aberta do Brasil; Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará; Diretoria de Educação a Distância. Fortaleza/ Ceará, 2017.

MANFREDI, S. M. Metodologia de Ensino: diferentes concepções. Campinas/SP, 1993, 6p. Disponível em: *https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1974332/mod_resource/content/1/METODOLOGIA-DO-ENSINO-diferentes-concep%C3%A7%C3%B5es.pdf.* Último acesso em: 21 de Maio de 2023.

MENDONÇA, E. F. L. e col. Estado Nome (1937-1945): A Concepção de Desenvolvimento, o Funcionamento Estatal, as Políticas Econômicas e o Seu Legado para o Desenvolvimento do Brasil. S.d.

MENESES, R. S. Uma história da geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. 2007. 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007

NACARATO, A. M. Eu Trabalho Primeiro no Concreto. Revista de Educação Matemática. SBM Ano 9, Nos. 9-10, 2004-2005, p. 1-6. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6253402/mod_resource/content/1/Nacarato_eu%20trabalho%20primeiro%20no%20concreto.pdf. Último acesso em: 21 de Maio de 2023.

NASSER, L.; SANTANNA, N. P. Geometria segundo a teoria de van Hiele. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997. 3º Edição revisada- 2017.

Neves, C. E. B.; Martins, C. B. Ensino superior no Brasil: uma visão abrangente. 2016. Disponível em: https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/9061/1/Ensino%20superior%20no%20Brasil.pdf Último acesso: 13/02/2023

NOGUEIRA, V. L. Vandira Loiola Nogueira. Uso da Geometria no Cotidiano, [s.d.].

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria: causas e consequências. Revista Zetetiké, Ano 1 - nº1 - 1993. Disponível em: *https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724*. Último acesso em: 13 de Abril de 2023.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica (1989). Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação. UNICAMP.

PEDROZO, M. K. As fases do Desenvolvimento Infantil parte 4: Estágio Operatório Concreto. 2014. Disponível em: *http://psicopedagogiacuritiba.com.br/fases-desenvolvimento-infantil-parte-4-estagio-operatorio-*

concreto/#:~:text=Em%20outras%20palavras%2C%20o%20sujeito,importantes%20seus%20pr%C3%B3prios%20valores%20morais. Último acesso em: 15 de abril de 2023.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 29, p. 13-42, 2008.

SILVA, S. A. Ensino de Geometria e Movimento da Matemática Moderna: uma análise de histórias produzidas nas pesquisas acadêmicas. Revista Tangram. Volume 04, Nº 03, julho / setembro 2021, 2595-0967. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/225050/13288-48100-1-PB.pdf?sequence=1&isAllowed=y Último acesso em: 15 de abril de 2023.

Valente, W. R. A Matemática Moderna nas escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. Revista Diálogo Educacional, vol. 6, núm. 18, 2006, pp. 19-34. Pontifícia Universidade Católica do Paraná Paraná, Brasil.

VALENTE, W. R. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). 2. ed. São Paulo: Editora Annablume, 1999.

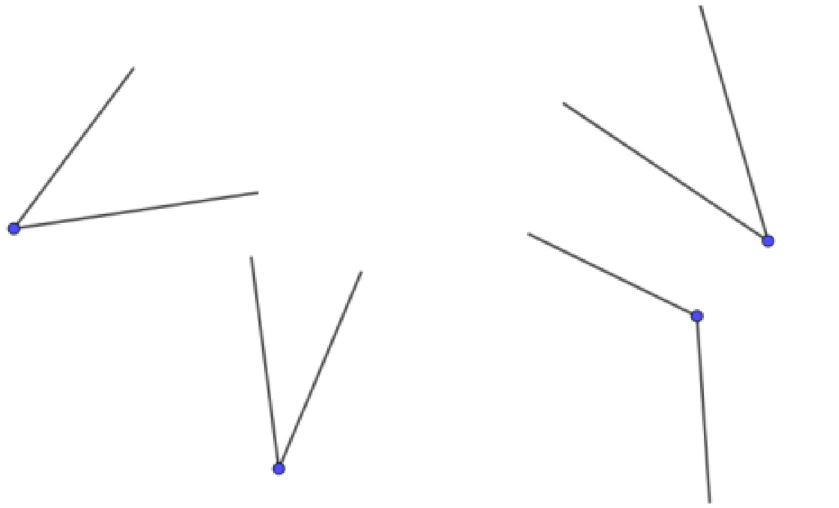
VALENTE, W. R. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil Wagner Rodrigues Valente, p. 89-94, 2005. Disponível em: *https://core.ac.uk/download/pdf/38424175.pdf.* Último acesso em 03 de fevereiro de 2023.

VILLIER, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010. Tradução de Celina A. A. P.

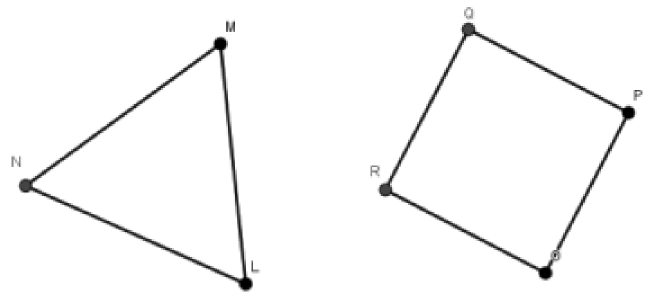
ANEXOS

ANEXO 1 - Atividade de retomada

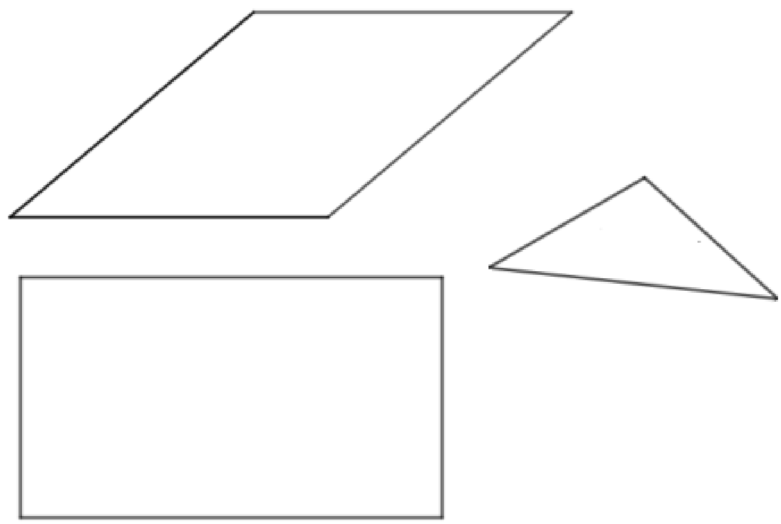
1- Com auxílio de régua e transferidor, encontre a medida do ângulo e de cada um dos lados que o formam.



2- Agora, encontre a medida de cada lado e ângulo das figuras abaixo.



3- Marque os vértices de cada figura e depois encontre a medida dos seus lados e ângulos.



ANEXO 2 - Atividade 1

Parte 1:

Atividade 1: Você está recebendo uma folha com um tangram desenhado (Anexo 1). Você conhece o tangram? Já tinha ouvido falar deste quebra-cabeças? Converse com o seu grupo.

Atividade 2: Recorte cada uma das figuras que compõem o tangram e compare-os. Discuta com seu grupo.

Atividade 3: Nomeie cada uma das figuras que compõe o tangram.

Atividade 4: Tente formar novos quadriláteros unindo algumas (ou todas) peças do tangram.

Atividade 5: Quais quadriláteros vocês conseguiram formar na atividade 4?

Atividade 6: Vocês estão recebendo uma folha que contem figuras que podem ser formadas com o uso de tangram (Anexo 2). Escolha uma delas e reproduza-a.

Parte 2:

Atividade 1: Você está recebendo uma folha com alguns quadriláteros (Anexo 2). Recorte cada um dos quadriláteros e compare-os. Discuta com seu grupo

Atividade 2: Com a ajuda de seu grupo, classifique cada um dos quadriláteros recortados e preencha a tabela abaixo.

Número	Classificação	Desenho em mais de uma posição
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Atividade 3: Compare as respostas inseridas na tabela acima com a do grupo ao lado. Verifique quais partes estão iguais e quais estão diferentes

Parte 3:

Atividade 1: Você conhece um geoplano? Para que serve este objeto? Discuta com seu grupo.

Atividade 2: Utilizando o geoplano feito em madeira, com auxílio de elásticos e barbante, construa figuras que você conheça.

Atividade 3: É possível construir quadriláteros no geoplano? Tente construir com o seu grupo.

Atividade 4: Lembra daqueles quadriláteros que vocês recortaram no anexo 2? Você consegue reproduzi-los no geoplano?

Atividade 5: Discuta com um outro grupo quais quadriláteros da atividade anterior (parte 3 – Atividade 4) foi possível construir no geoplano e quais não foi possível

Parte 4:

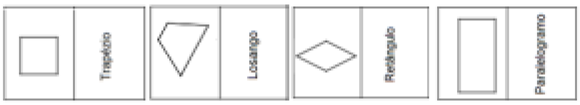
Atividade 1: Você já jogou dominó? Converse com seu grupo e explique as regras do jogo clássico.

Atividade 2: Faça um desenho no papel de uma possível sequência de 4 peças de dominó. Use sua criatividade!

Atividade 3: Vamos agora jogar dominó de quadriláteros. Para isso, organizem-se em duplas, recortem as peças mostradas no Anexo 3, leiam as regras abaixo.

Regras do Jogo de Dominó:

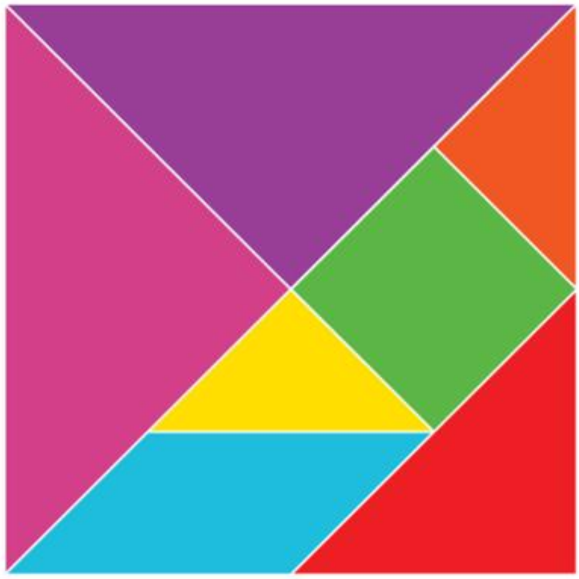
1. Cada dupla deverá receber 20 peças. As duas duplas deverão, em comum acordo, decidir qual dupla deverá iniciar o jogo.
2. Ao iniciar o jogo, uma dupla deverá escolher uma peça e colocá-la sobre a mesa. Essa será a peça inicial do jogo, que contém uma palavra e o desenho de um quadrilátero.
3. A dupla adversária deverá analisar a peça inicial sobre a mesa e buscar dentre suas peças uma que tenha uma figura de acordo com a palavra da peça inicial ou que tenha uma palavra de acordo com a figura da peça inicial. Após escolher a peça correspondente com a peça inicial, a dupla adversária deverá posicioná-la sobre a mesa de forma que as duas partes correspondentes fiquem lado a lado. Lembre-se de sempre buscar uma figura para colocar lado a lado com uma palavra ou uma palavra para colocar lado a lado com uma figura.
4. Não é possível posicionar uma palavra ao lado de uma palavra, ou uma figura ao lado de uma figura! Veja o exemplo abaixo:



5. A mesma ação do item 3 deverá ser realizada de forma alternada pelas duplas, porém as extremidades da sequência formada pelas peças é que devem ser consideradas na escolha da nova peça. A cada nova peça inserida por uma dupla, a sequência de peças irá aumentar formando uma grande fila.
6. Se uma dupla não tiver uma peça para inserir na grande fila, passa a vez para a dupla adversária.

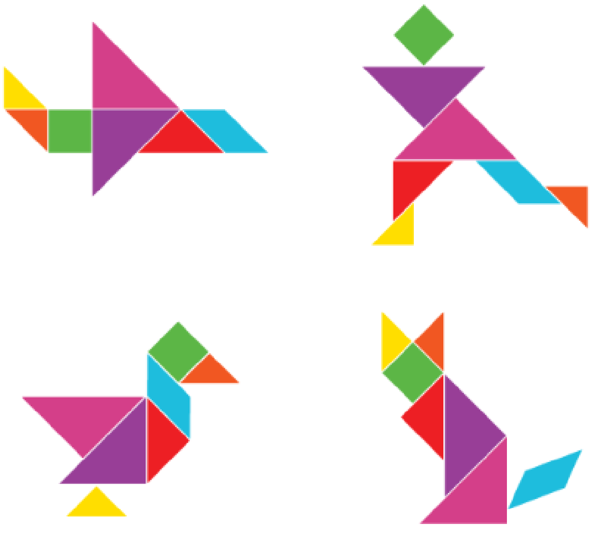
A dupla que conseguir usar todas as suas peças primeiro, será a dupla vencedor

ANEXO 3 - Parte 1- Atividade 1: Para recorte



Tangram

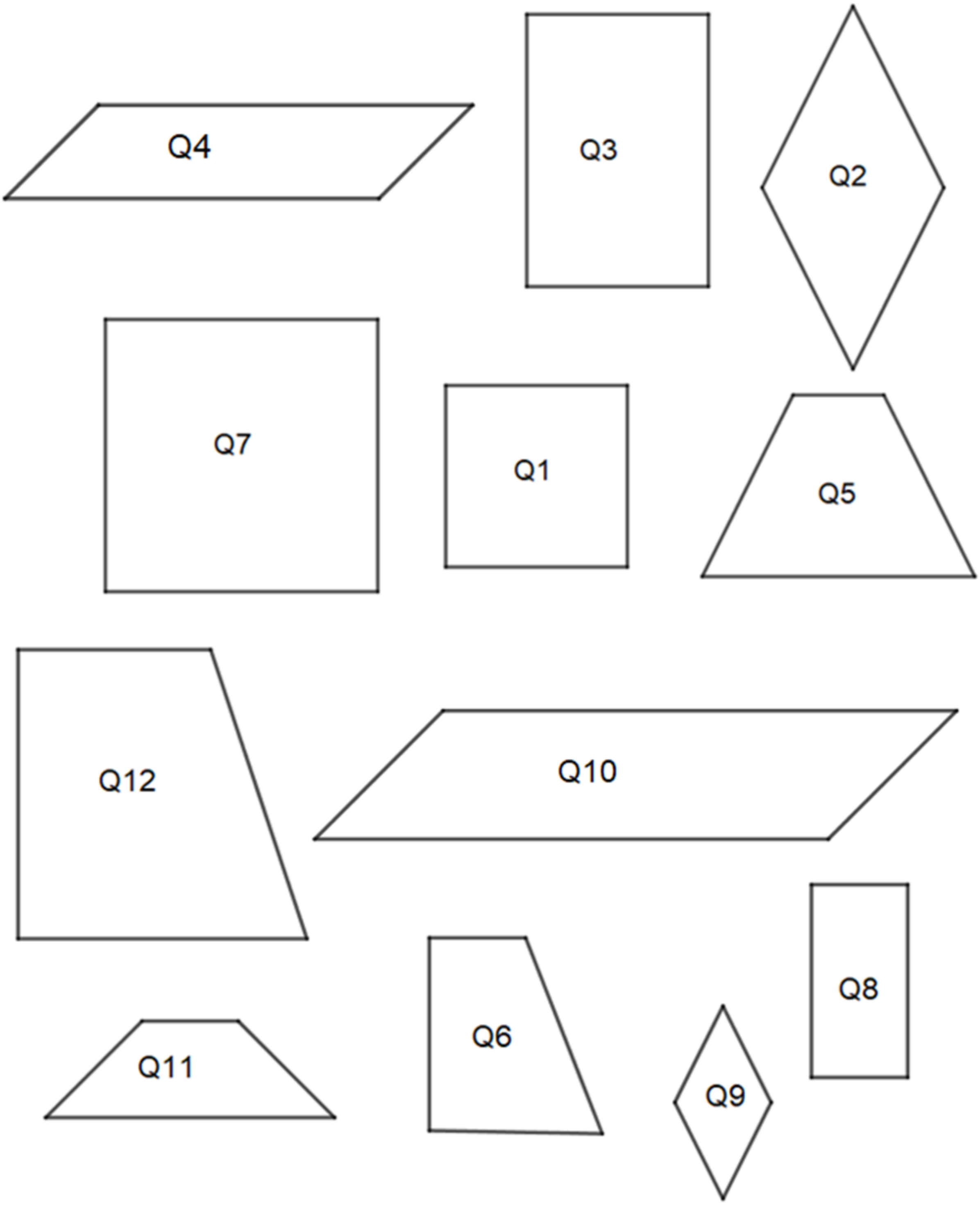
Fonte: https://static.escolakids.uol.com.br/2020/09/5-001.jpg



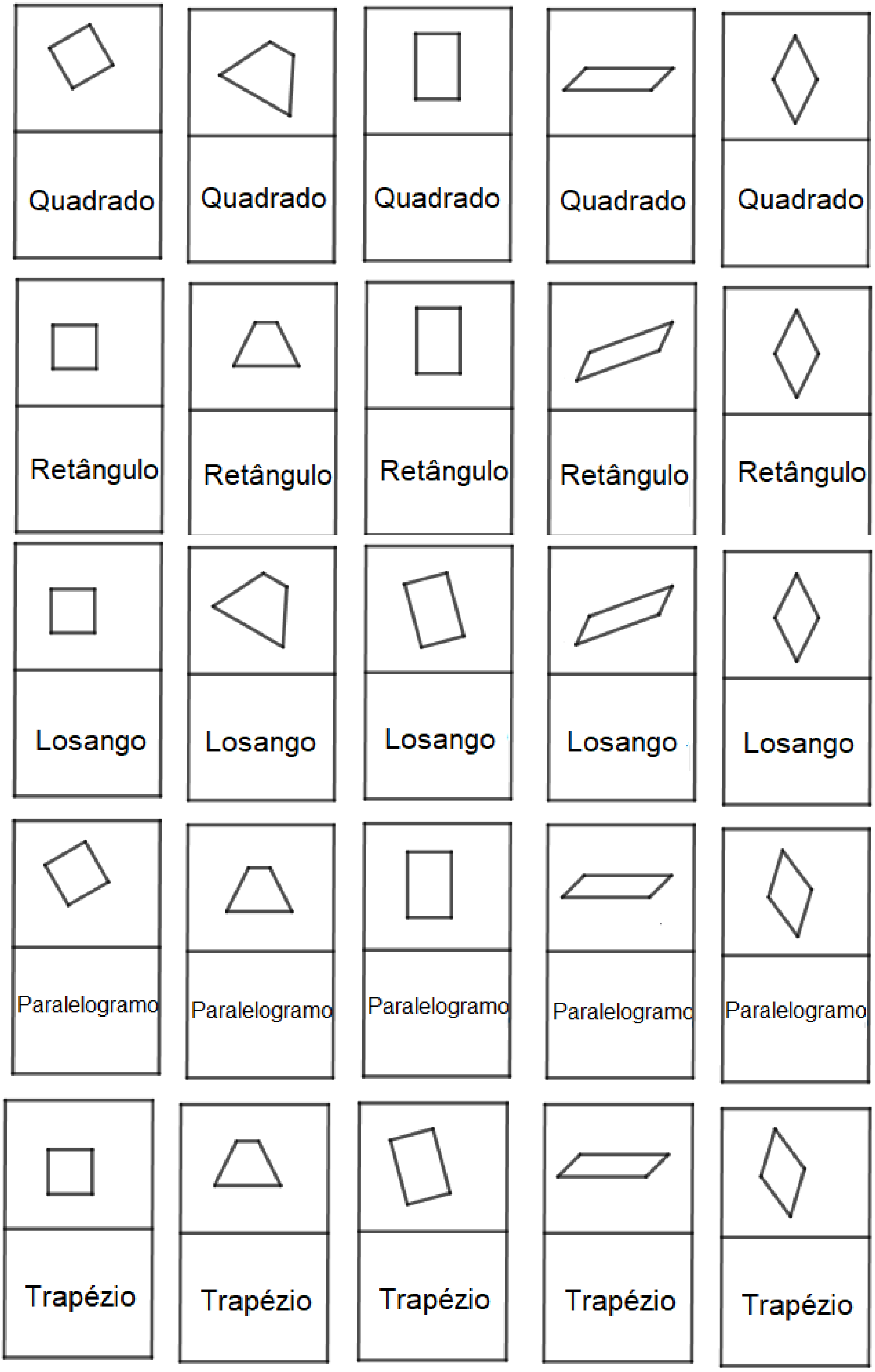
Figuras formadas com tangram

Fonte:Figura 2https://static.escolakids.uol.com.br/2020/09/002-2.png

ANEXO 4 - Parte 2 - Atividade 1: Para recorte



ANEXO 5 - Parte 4 - Atividade 3: Para recorte



ANEXO 6 - Atividade 2

Parte 1:

Atividade 1: Você está recebendo 5 kits contendo em cada um deles 4 quadriláteros de um mesmo tipo.Escolha um kit para começar e de acordo com o tipo do quadrilátero, procure a tabela adequada para realizar o que é pedido.

Com auxílio da régua e do compasso, meça os lados e ângulos de cada quadrilátero, e preencha a tabela com as medidas encontradas.

Tabela dos Trapézios

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Paralelogramos

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Losangos

	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Retângulos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Quadrados										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Atividade 2: Utilizando os dados das tabelas anteriores, você deve preencher uma nova tabela dada abaixo. Você deve preencher com:

- SIM quando as características mencionadas na primeira linha pertencerem a todos os quadriláteros do grupo mencionado;
- NÃO quando a característica não pertencer a todos os quadriláteros do grupo mencionado.

Quadrilátero	Quatro lados iguais	Quatro ângulos retos	Lados opostos iguais	Ângulos opostos iguais	Diagonais com mesma medida	Lados opostos sempre paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos
Trapézio							
Paralelogramo							
Losango							
Retângulo							
Quadrado							

Atividade 3: Utilize a tabela da atividade 2 parte 1 para definir os quadriláteros abaixo:

- Trapézio: ____
- Paralelogramo: ____
- Losango: ____
- Retângulo: ____
- Quadrado: ____

Parte 2

Atividade 1: No quadro abaixo, vocês podem observar as propriedades que estudamos nas aulas anteriores.

Quatro ângulos retos	Quatro lados iguais	Lados opostos iguais
Dois pares de lados opostos paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos	Ângulos opostos iguais

Associe-as adequadamente a cada um dos quadriláteros abaixo e desenhe um exemplo do quadrilátero.

Quadrilátero	Propriedade	Desenho
Trapézio		
Paralelogramo		
Losango		
Retângulo		
Quadrado		

ANEXO 7- Produto Educacional

INTRODUÇÃO

Segundo Lorenzato (1995),

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 6-7)

Por outro lado, o ensino da Geometria tem passado por diversos problemas. Em particular, na década de 90 e início dos anos 2000, muito se discutiu sobre a problemática em torno de seu processo de ensino-aprendizagem. Alguns autores destacam a importância de se desenvolver o pensamento geométrico, visto que:

> (...) sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)

Sabendo da importância deste ensino, atualmente documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) tornam obrigatório o ensino de Geometria em todas as etapas da educação básica, abrangendo alunos da Educação Infantil até o Ensino Médio. Os conteúdos são organizados a fim de que haja uma continuidade na aprendizagem dos temas abordados.

Apesar do atual cenário citado acima enfrentamos um total abandono no ensino da Geometria nas últimas décadas. Esse abandono contribuiu para uma grande defasagem de conhecimento deste conteúdo e até mesmo dificuldade em ensiná-lo, e consequentemente nos resultados das avaliações

Foi por passar por frustrações e dificuldades como estas durante o ensino da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental e por assistir ao baixo rendimento e não compreensão dos conteúdos por parte dos estudantes que decidimos realizar este trabalho na área de Geometria, em particular, com quadriláteros.

Para isso, iniciamos uma busca por metodologias que pudessem nos apoiar na melhoria no ensino de Geometria e que nos auxiliasse de forma significativa no trabalho com o conteúdo de quadriláteros, desenvolvido no 6º Ano do Ensino Fundamental. Escolhemos como metodologia o Modelo de Visualização Geométrica de Van Hiele (ou simplesmente Modelo de Van Hiele), que organiza a compreensão dos conteúdos geométricos dos alunos por nível e traz orientações para que os professores possam conduzi-los para atingirem tais níveis. Além disso, utilizamos materiais concretos manipuláveis para auxiliar neste trabalho.

O estudo dos quadriláteros é visto em várias etapas da educação básica, começando pelo reconhecimento do quadrado na educação infantil e indo até o estudo das classificações, inclusões e interseções de classe no Ensino Fundamental. Apesar de não ser trabalhado de forma tão direta no Ensino Médio, percebemos a necessidade desse conhecimento em diversos conteúdos como no estudo dos perímetros, áreas e volumes.

Na sequência, apresentamos um breve resumo sobre as metodologias utilizadas na construção das atividades, assim como a sequência didática construída.

1 METODOLOGIAS

Existem várias formas de conduzir o processo de ensino aprendizagem, variando de acordo com o objetivo e as relações a serem construídas pelos sujeitos envolvidos no processo. Manfredi (1993) apresenta diferentes metodologias baseadas em cinco concepções: tradicional, escolanovista, tecnicista, crítica e histórico-dialética.

No método tradicional, temos um conjunto lógico e padronizado de mecanismos que levam à transmissão do conhecimento. O problema é que somos indivíduos com necessidades distintas e a forma que uma pessoa aprende provavelmente será diferente da outra. Neste sentido, usar a mesma escrita, mesmos exemplos e mesma forma de explicar por anos não é garantia de um aprendizado real. Segundo D'Ambrósio (2007), "do ponto de vista de motivação contextualizada, a Matemática que se ensina hoje nas escolas é morta, e poderia ser tratada como um fato histórico" (p.31).

Ao ensinar Matemática, em geral, é utilizado o método tradicional de ensino, em especial nas escolas públicas que carecem de estrutura apropriada e materiais adequados. Porém, em nosso entendimento, a utilização apenas desta metodologia aliada ao livro didático, quadro e giz não serão suficientes para uma construção significativa do conhecimento matemático. De acordo com os PCN:

> Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo. (Brasil, 1997, p.31).

A fim de romper com o ensino tradicional e buscar uma forma mais adequada à realidade e necessidade dos estudantes, para desenvolvimento e aplicação das atividades propostas neste trabalho foi utilizado o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele, apoiado em uso de materiais manipulativos. Acreditamos que este conjunto de metodologias podem promover uma aprendizagem mais interessante e eficaz.

1.1. Uso de materiais manipuláveis para o ensino da Matemática

De acordo com Lorenzato (2012), vários educadores conceituados como Comenius, Locke, Rousseau, Herbart, Dewey, Montessouri, Piaget, Vigotsky ressaltam a importância do recurso visual ou visual tátil no processo de aprendizagem. Sobre este fato, o autor menciona que:

> (...) Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. (...). Pelos idos de 1990, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento, e Poincaré recomendava o uso de imagens vivas para clarear verdades matemáticas. (...). Montessori legou-nos inúmeros exemplos de materiais didáticos e atividades de ensino que valorizam a aprendizagem através dos sentidos, especialmente do tátil, (...) Enfim, cada educador a seu modo, reconheceu que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem. LORENZATO, 2012, p.3-4).

Desta forma, podemos perceber que há séculos comenta-se sobre a importância do trabalho com recursos didáticos como materiais concretos e manipuláveis que, por explorarem sentidos como o visual e tátil, possibilitam uma melhor percepção, descoberta e compreensão do conteúdo a ser trabalhado.

Nota-se ainda que estes recursos tornam-se muito importantes no ensino de Matemática uma vez que esta disciplina trabalha, de modo geral, com conceitos abstratos que tendem a serem mais difíceis de serem compreendidos. Desta forma,

> Para que os estudantes absorvam um aprendizado mais efetivo, é essencial que se tenha uma teoria, mas que esta esteja aliada à prática. Assim, envolver os alunos com materiais concretos e manipulativos, com o intuito de promover uma familiarização com o universo matemático, deve ser uma método indispensável para a educação. (GERVÁZIO, 2017, p.45).

Para os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que acabaram de sair do Ensino Fundamental - Anos Iniciais e passam para o Ensino Fundamental - Anos Finais, a aprendizagem matemática pode ser ainda mais desafiadora. Primeiramente, os estudantes passarão por um período de transição, onde a forma como serão cuidados é totalmente modificada, com mudança do número de professores e novas disciplinas que passam a fazer parte da grade curricular. Daí começam as aulas de Matemática, mais formais e menos lúdicas, o que pode ser um grande obstáculo para a aprendizagem matemática. Muitos professores que trabalham com esta etapa de ensino esquecem-se que "o MD[5] facilita a aprendizagem, qualquer que seja o assunto, curso e idade" Lorenzato, (2012, p. 30), deixando de lado este recurso.

A prática pedagógica do professor que ensina Matemática pode contribuir para os desafios enfrentados pelos estudantes, em especial neste momento do Ensino Básico. Cabe ao professor buscar estratégias que possibilitem o aprendizado e que motivem o estudante durante o processo de ensino, uma vez que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINO E MIRION, 1990, p. 5)

Neste contexto, o uso de materiais concretos pode ser uma excelente ferramenta pedagógica uma vez que possibilita ao aluno, segundo Gervásio (2017), a capacidade de se familiarizar com os conceitos matemáticos

[5] MD é uma sigla para material didático, aqui o autor refere-se ao material didático concreto.

aproximando-os da realidade, podendo torná-la significativa e clara, despertando no aluno a curiosidade e o pensar crítico. Tendo em vista que:

> A criança gosta de ver, pegar, sentir as coisas. Quanto mais nós apelamos para os seus sentidos, melhor é a aprendizagem. Usar objetos do mundo real, desenhos, massa plástica, papel e tesoura, etc., ajudam muito mais do que longas explicações ou infindas decorações. Apelar mais para o raciocínio e evidência do que para a memória, é o papel do professor. A *objetivação* da aprendizagem é de grande valor para o seu êxito. (ALBUQUERQUE, 1954, p.11)

Desta forma, ao manipular os materiais selecionados pelo professor, o aluno tem a oportunidade de participar, questionar e interagir de forma mais ativa durante o processo de ensino, criando um ritmo próprio de aprendizagem, com isto, “a utilização de MD pode inicialmente tornar o ensino mais lento, mas em seguida, graças à compreensão adquirida pelo aluno, o ritmo aumentará e o tempo gasto no início será, de longe, recompensado em quantidade e principalmente em qualidade” Lorenzato, (2012, p.31).

Além disso, por ser uma fase transitória para os alunos do 6º ano, esta liberdade criativa proporciona maior oportunidade de integração e compartilhamento de ideais rompendo muita das vezes com o bloqueio e medo que o novo pode proporcionar. Assim:

> Se for verdadeiro que "ninguém ama o que não conhece” então fica explicado porque tantos alunos não gostam de matemática, (...). No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes. (LORENZATO, 2012, p. 34)

No estudo de Geometria, o uso de materiais concretos possui um campo fértil de atuação, uma vez que não é difícil encontrarmos objetos adequados e acessíveis que possibilitem as associações adequadas. Esses materiais podem ser levados ao estudante pelo professor ou serem construídos em sala de aula com apoio do professor, envolvendo o estudante na construção do seu conhecimento. De acordo com Fiorentino e Mirion (1990), “(...) o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efetiva” (p. 5).

Além disso, caso o professor opte por construir/utilizar materiais concretos, uma possibilidade é construir o próprio Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Este laboratório pode ser formado por objetos construídos com materiais de baixo custo ou reciclados, como menciona Kallef (2003) e Lucena (2017). Segundo Lucena (2017),

> Materiais como os palitos de picolé ou de fósforos, tampinhas, garrafas, bolas de gude, sementes, entre muitos outros, são interessantes para se constituir como materiais do LEM, pois apresentam baixo custo de aquisição, aspecto lúdico e podem ser utilizados em diversos contextos de ensino-aprendizagem de matemática. (LUCENA, 2017, p.30)

Consideramos que o uso de materiais concretos manipuláveis pode ser um facilitador para o desenvolvimento matemático dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental e por isso, neste trabalho, propomos que estes sejam utilizados como aliados ao ensino de quadriláteros. No capítulo seguinte, apresentaremos uma proposta de sequência didática a ser trabalhada com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, onde materiais concretos são amplamente utilizados.

1.2. Modelo de Visualização do Desenvolvimento Geométrico de Van Hiele

Os pesquisadores holandeses Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf desenvolveram uma teoria ligada ao desenvolvimento do pensamento geométrico quando cursavam Doutorado em Matemática e Ciências Naturais na Universidade Real de Utrecht, localizada na Holanda. Pierre e Dina Van Hiele eram professores da escola primária holandesa durante a década de 50 e após observarem certos padrões de dificuldades enfrentadas por seus alunos começaram a estudar uma forma de minimizar os problemas, visto que apenas mudar a forma de se expressar durante as explicações não estava solucionando.

Segundo Kaleff et al. (1994), o casal começou a publicar as conclusões sobre seus estudos no final da década de 50. Com a morte de Dina, logo após o término de sua tese, Pierre deu seguimento à pesquisa, formulou e desenvolveu o chamado *Modelo do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, ou simplesmente,* Modelo de Van Hiele.

O casal Van Hiele, através de observações e verificações, concluiu que os estudantes aprendiam seguindo níveis hierárquicos de compreensão dos conceitos de Geometria. Segundo eles, a aprendizagem se inicia pelo reconhecimento das figuras geométricas considerando apenas o visual, chegando ao estudo abstrato das mesmas dentro de diferentes geometrias.

Se nos remetermos à BNCC, veremos que as ideias desenvolvidas pelo casal Van Hiele estão de certa forma propostas neste documento. Vejamos:

> Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que a leitura dessas habilidades não seja feita de maneira fragmentada. A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores. (BRASIL, 2018, p. 276)

Porém, diferente da BNCC onde as habilidades são organizadas de acordo com o ano escolar, no Modelo de Van Hiele, as habilidades são adquiridas através do desenvolvimento do pensamento, passando por níveis hierárquicos de progresso de compreensão dos conceitos. É claro que este processo de desenvolvimento hierárquico é influenciado pelo estímulo proveniente da educação de cada estudante. Por outro lado, não está ligado à idade ou maturidade dos estudantes.

Todo o trabalho e pesquisa dos Van Hiele está diretamente ligado às estruturas do pensamento geométrico. Foi analisando essas estruturas que o casal de pesquisadores também notou que a forma como os estudantes são instruídos e o estímulo recebido é determinante para atingir um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Baseado nisso, foi desenvolvido o Modelo de Van Hiele a ser utilizado como guia para o processo de ensino-aprendizagem de Geometria e utilizado pelos professores em suas salas de aula.

O Modelo é composto por cinco níveis hierárquicos de compreensão de conceitos no decorrer da aprendizagem geométrica, que vai do 1° ao 5°. Cada nível possui sua especificidade e é marcado por algum fator predominante que nomeia o nível. Diferentes autores usam nomenclaturas diferentes para os níveis. Neste trabalho, usaremos como referência as autoras Nasser e Santanna (1997), que identificam cada nível da seguinte forma:

- 1° Nível: Básico ou Reconhecimento
- 2° Nível: Análise
- 3° Nível: Abstração
- 4° Nível: Dedução
- 5° Nível: Rigor

No Quadro a seguir, apresentamos algumas características dos níveis de desenvolvimento do pensamento segundo o Modelo de Van Hiele, de acordo com Nasser e Santanna (1997). Inclusive, os exemplos abordados no mencionado texto nos auxiliaram no processo de construção das atividades do capítulo 4.

Nível	Características	Exemplos
1° nível: Básico	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras por sua aparência global	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios
2° Nível: Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes e uso dessas propriedades para resolver problemas	Descrição de um quadrilátero através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos
3° Nível: Abstração	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas	Descrição de um quadrilátero através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo
4° Nível: Dedução	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes	Demonstração de propriedade dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos
5° Nível: Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em geometria finita

Quadro 38 - Níveis de desenvolvimento de pensamento do Modelo de Van Hiele
Fonte: NASSER e SANTANNA (1997)

De acordo com Kaleff et al. (1994), algumas características importantes deste modelo merecem destaque:

- Um estudante não pode saltar níveis. Seu progresso depende de seu desenvolvimento de pensamento;
- Para que o estudante adquira as habilidades de um determinado nível, precisa ter necessariamente passado com sucesso pelas etapas do nível anterior;
- Os objetos centrais de um nível se transformam em objetos de estudo de outro. Por exemplo, no nível 2 estudamos as propriedades dos objetos em estudo, mas a relação entre essas propriedades e a percepção de que uma pode decorrer da outra ele só ocorre no nível 3;
- Cada nível tem sua própria linguagem e relações que os ligam. Um conceito pode ser aceito como certo em um nível e no outro ter uma nova percepção. Os autores citam como exemplo a inclusão de classes, onde em um determinado nível figuras são vistas como pertencentes a um mesmo grupo, mas em um nível anterior podem ser consideradas distintas.

Assim como em qualquer processo de ensino aprendizagem, no modelo de Van Hiele o professor possui papel fundamental. Neste modelo, cabe ao docente preparar, organizar e aplicar as atividades propostas de forma que as mesmas sigam uma ordem hierárquica e alcance a compreensão daquilo que está sendo proposto.

Para auxiliar no processo metodológico de ensino, o casal Van Hiele organizou cinco fases de aprendizagem a serem utilizadas em cada um dos níveis de aprendizagem: Informação, Orientação Dirigida, Explicação, Orientação Livre e Integração. Ao final da quinta fase, espera-se que o aluno esteja preparado para avançar de nível seguindo novamente as cinco fases de aprendizagem com produção de novas atividades. Por outro lado, não é necessário passar por todas as fases de aprendizagem ao se trabalhar em um nível, podendo ser escolhidas as fases desejadas para se trabalhar o conteúdo.

Cada uma das fases de aprendizagem possui características singulares. Segundo Kaleff et al. (1994, p. 6-7), temos as seguintes fases:

- *Informação:* Através do diálogo, recolhe-se informações que serão fundamentais para o desenvolvimento de todo o trabalho, como por exemplo, a compreensão dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto em questão. Além disso, forma-se um espaço aberto para realização de observações e questionamentos onde através da introdução de uma linguagem adequada, o aluno consegue ter ciência da forma com a qual o trabalho será conduzido;
- *Orientação Direta:* As atividades que já foram ordenadamente organizadas e selecionadas começam a ser aplicadas. Por conter as primeiras atividades aplicadas, esta fase tem como objetivo trazer ao aluno familiaridade e reconhecimento da estrutura do nível em questão. Tendo de maneira geral o trabalho com questões mais simples que proporcionam a obtenção de respostas mais objetivas;
- *Explicação:* O aluno começa a expressar e emitir conclusões verbais a respeito das observações e conclusões realizadas. Sendo necessária uma intervenção mínima por parte do professor;
- *Orientação Livre:* Pretende-se que os alunos busquem soluções próprias para as atividades propostas. Além disso, as atividades precisam possuir mais de uma etapa e mais de um caminho que conduza a resposta;
- *Integração:* Há um resumo de tudo o que foi aprendido durante o processo, não havendo desta forma introdução de novos conceitos. Sendo o papel do professor de auxiliar, trazendo em pauta uma visão geral daquilo que foi estudado.

Retomando os níveis, pelo fato dos níveis precisarem seguir uma hierarquia, os alunos só conseguem alcançar determinado nível de compreensão após adquirirem certo domínio nos níveis que o antecedem. Por isso, é importante que seja realizado um pré-teste para identificar o nível da dos alunos da turma ao iniciar o trabalho com certo conteúdo e assim organizar de maneira adequada e mais assertiva as atividades a serem empregadas com os mesmos.

De acordo com Jaime e Gutiérrez (1990), os testes podem ser realizados através de uma conversa feita individualmente com cada aluno e analisando as estratégias encontradas para a resolução dos problemas/atividades propostos, ou através de uma prova escrita com atividades similares, o que traria um grau de confiança mais elevado. Porém:

> Isso não é simples de ser feito numa turma completa, e com tão poucas aulas dedicadas à Geometria. A saída então é aplicar testes desenvolvidos por pesquisadores, para avaliar o desempenho em atividades características de cada nível. Como a maioria das questões é de múltipla escolha, em alguns casos o resultado não traduz o nível real em que se encontra o aluno. (NASSER E SANTANNA, 1997, p. 9).

É importante observar que, ao aplicar um teste desse tipo, as estratégias empregadas pelos alunos e a coerência nas respostas deve ser analisada com cuidado, uma vez que o aluno pode ter acertado uma questão de nível elevado e errado a simples que o antecede. Seguindo esses cuidados, segundo Nasser e Santanna (1997), o teste pode atingir um nível de confiança de 90% e o trabalho pode ser iniciado com uma precisão maior.

Em nosso entendimento, o Modelo de Van Hiele é uma excelente ferramenta para o processo de ensino do conteúdo de quadriláteros, e por isso ele será utilizado na proposta didática apresentada no Capítulo 4. Esperamos que a mencionada metodologia possa tornar o aprendizado do conteúdo mais significativo e compreensível..

2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo, apresentaremos uma sequência didática para trabalhar o conteúdo de quadriláteros baseada nos níveis do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele e no uso de materiais concretos. As atividades foram desenvolvidas para alcançar a habilidade EF06MA20 da BNCC, que foca na identificação, classificação e reconhecimento de classes de quadriláteros.

Destacamos que, as atividades foram desenvolvidas para se trabalhar apenas até o nível 2 do Modelo de Van Hiele. Desta forma, o reconhecimento de classes pode não ser alcançado com nosso experimento, apesar de ser mencionado em algumas delas.

Nesta sequência didática propomos que sejam realizadas as seguintes atividades: atividades de revisão, teste de Van Hiele para identificar o nível dos estudantes, atividades do nível 1 do modelo de Van Hiele, atividades do nível 2 do modelo de Van Hiele e novamente o teste de Van Hiele.

A seguir, serão apresentadas as atividades, objetivos, materiais necessários e estimativas de tempo para a realização das mesmas. Além disso, são apresentados diversos comentários que devem ser utilizados pelos professores ao realizarem as atividades. Estes comentários devem guiá-los, de acordo com nossa experiência prévia ao fazer uso das atividades em sala de aula.

2.1. Atividade de revisão: Atividade de Retomada

Esta atividade foi desenvolvida com o intuito de revisar conceitos que são pré-requisitos para o ensino de quadriláteros, assim como preparar os estudantes para uso dos instrumentos de medição, uma vez que precisarão dessa habilidade nas atividades de nível 2 que serão desenvolvidas adiante. As atividades são simples e objetivas, pois devem servir apenas como revisão de conceitos.

A seguir, vamos apresentar os detalhes da atividade.

Objetivos: revisar o conceito de lados, ângulos e vértices; reconhecer e utilizar instrumentos de medições como a régua e o transferidor.

Material Necessário: folha de papel com a atividade impressa, lápis, borracha, régua e transferidor.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Atividade 1: Com auxílio de régua e transferidor, encontre a medida do ângulo e de cada um dos lados que o formam.

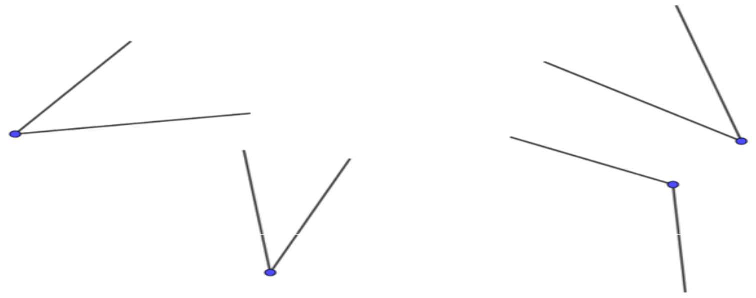


Figura 59 - Ângulos para medição- Atividade 1 - Retomada
Fonte: as autoras.

Atividade 2: Agora, encontre a medida de cada lado e ângulo das figuras abaixo.

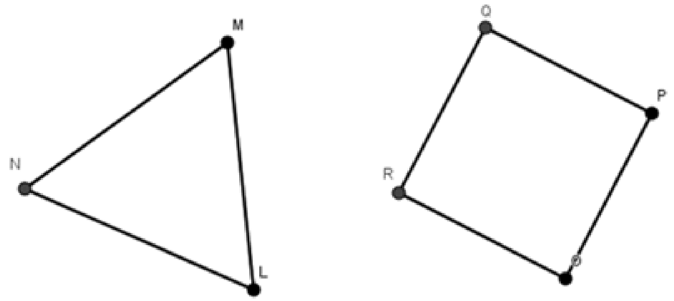


Figura 60 - Atividade 2 - Retomada
Fonte: as autoras.

Atividade 3: Marque os vértices de cada figura e depois encontre a medida dos seus lados e ângulos.

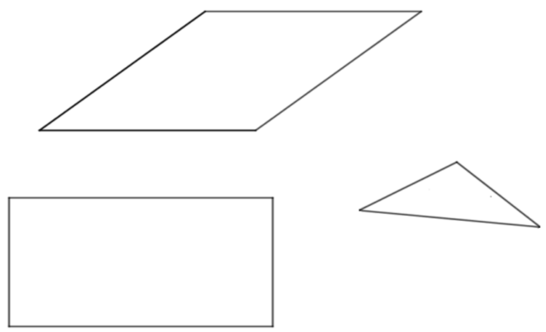


Figura 61 - Atividade 3 - Retomada
Fonte: as autoras.

. Atividade 4: Escreva na folha dada as respostas aos itens a seguir:

- Qual é a soma dos ângulos internos do triângulo?

- No triângulo, se os três ângulos são iguais, os três lados também serão?
- Nas figuras que têm os quatro lados iguais, os ângulos também são?
- Existem figuras que têm os quatro ângulos iguais e lados distintos?

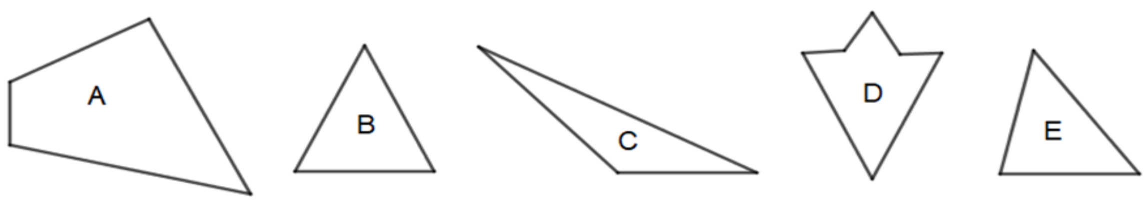
2.2. Teste de Van Hiele

O Teste de Van Hiele que aqui será apresentado foi retirado do livro "Geometria segundo a Teoria de Van Hiele" das autoras Lilian Nasser e Neide S'antana. O mesmo foi desenvolvido pela equipe do Projeto Fundão da Universidade Federal do Rio de Janeiro tendo como foco principal identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos e assim auxiliar os professores na elaboração e organização das atividades a serem trabalhadas em sala.

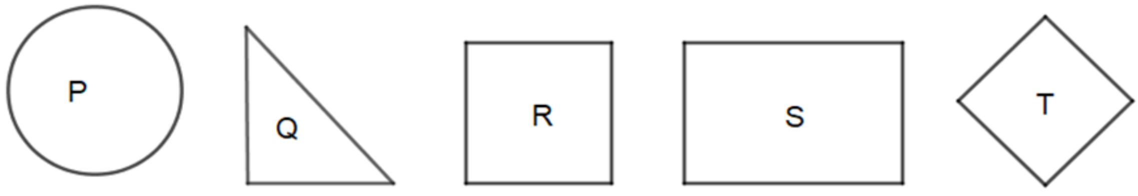
Objetivos: Identificar o nível dos estudantes.
Material Necessário: folha impressa com o teste.
Tipo de Atividade: individual.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos

Teste de Van Hiele

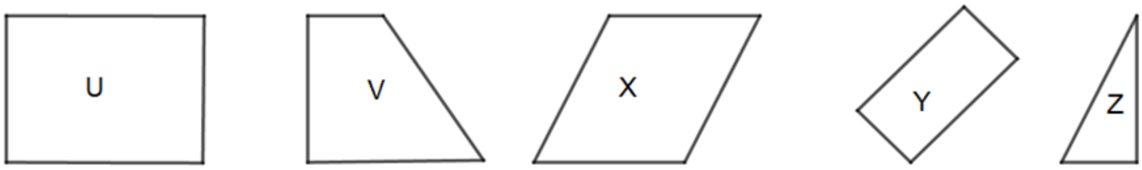
1- Assinale o(s) triângulo(s):



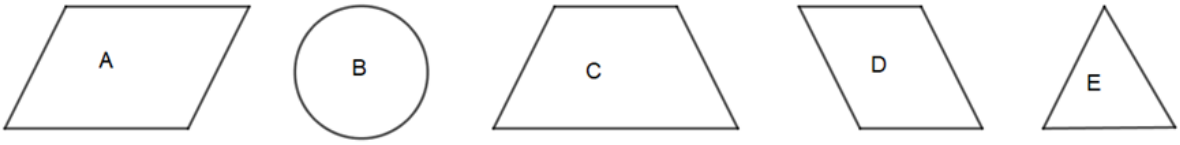
2- Assinale o(s) quadrado(s)



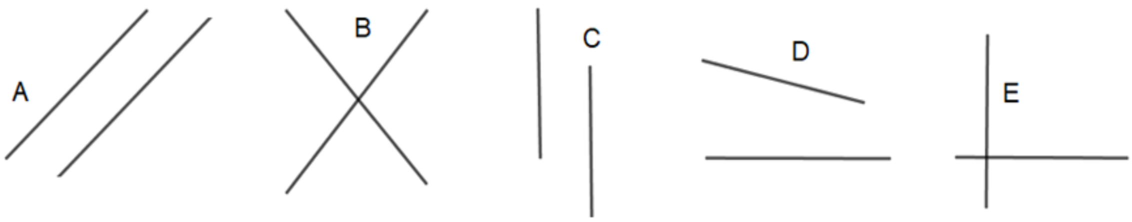
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



5- Assinale os pares de linhas paralelas:



6- O retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

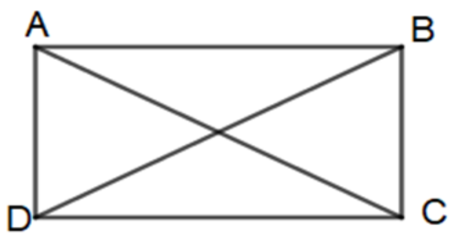
a) Tem 4 ângulos retos.

b) Tem lados opostos paralelos.

c) Tem diagonais de mesmo comprimento.

d) Tem os 4 ângulos iguais.

e) Todas são verdadeiras.



7- Dê três propriedades dos quadrados:

I- ____

II- ____

III- ____

8. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°

b) Um dos ângulos mede 90°.

c) Dois ângulos têm a mesma medida.

d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.

e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

09. Dê três propriedades dos paralelogramos:

I- ____________________________________

II- ____________________________________

III- ____________________________________

10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento. Desenhe este quadrilátero.

Nome:

2.3. Atividade 1

Esta atividade será utilizada para atingir o nível 1 do Modelo de Van Hiele dentro do conteúdo de quadriláteros. Ao final da atividade espera-se que os estudantes sejam capazes de identificar os tipos de quadriláteros (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio).

- Parte 1

As atividades desenvolvidas na Parte 1 serão trabalhadas na fase de informação, onde o professor poderá saber mais a respeito do conhecimento prévio dos estudantes, assim como situá-los e familiarizá-los com o tema. Será um momento importante para o compartilhamento de informações sobre o tema principal que será trabalhado na atividade.

Objetivos gerais: revisar a definição de triângulos e quadriláteros.
Material Necessário: folha com as imagens impressas e tesoura.
Tipo de Atividade: em grupo com até 3 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos
Recomendações: cada trio receberá uma folha contendo um tangram a ser trabalhado na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para iniciar a atividade.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo uma folha com um tangram (Anexo 1). Você conhece o tangram? Já tinha ouvido falar deste quebra-cabeças? Converse com o seu grupo.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> O professor pode introduzir a aula com a exibição de um vídeo curto ou contação da história sobre a origem do tangram. Além disso, é uma ótima forma de iniciar um diálogo com os alunos falando um pouco sobre o trabalho a ser desenvolvido.

<u>Atividade 2:</u> Recorte cada uma das figuras que compõem o tangram e compare-as. Discuta com seu grupo.

<u>Atividade 3:</u> Nomeie cada uma das figuras que compõem o tangram.

<u>Comentário sobre a atividade 2 e 3:</u> O professor pode utilizar estas atividades para revisar o conceito de polígono e suas classificações.

<u>Atividade 4:</u> Tente formar novos quadriláteros unindo algumas (ou todas) peças do tangram.

<u>Atividade 5:</u> Quais quadriláteros vocês conseguiram formar na atividade 4?

<u>Comentário sobre a atividade 4 e 5:</u> Aqui o professor pode falar um pouco mais sobre o tema que será abordado nas aulas e começar a utilizar as

nomenclaturas que serão utilizadas no decorrer do desenvolvimento do conteúdo.

Atividade 6: Vocês estão recebendo uma folha que contém figuras que podem ser formadas com o uso de tangram (Anexo 2). Escolha uma delas e reproduza-a.

Comentário sobre a atividade 6: Esta atividade oportuniza ao estudante interagir com diversos polígonos, tendo que observar sua classificação, ângulos, posições para chegar a uma determinada figura, etc. O professor deve acompanhar de perto o trabalho dos estudantes, a fim de garantir que eles estão seguindo o que foi proposto. Lembrando que material manipulável não é brinquedo e deve ser utilizado de maneira guiada nas aulas.

- Parte 2

Nesta parte, trabalharemos com duas fases do processo de aprendizagem: orientação dirigida e explicação. Sendo assim, aqui, o professor terá um papel ainda mais significativo na condução da atividade, visto que ele deverá conduzir os estudantes na construção de suas respostas e também explicar partes ainda desconhecidas dos conteúdos que podem levar a erros na solução das atividades.

As primeiras atividades serão trabalhadas com foco na orientação dirigida, com a utilização de materiais que levam os alunos a reconhecerem semelhanças e diferenças entre os quadriláteros, assim como perceberem características destes objetos geométricos através da manipulação e visualização. A fase de explicitação será trabalhada na última atividade, ao longo do diálogo entre os alunos, proporcionado pela comparação dos resultados obtidos.

Objetivos: manipular quadriláteros para reconhecimento em posições prototípicas e não prototípicas; classificar os quadriláteros.

Material Necessário: folha com a atividade e tesoura.

Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.
Recomendações: cada estudante receberá uma folha contendo os quadriláteros a serem trabalhados na atividade, e cada um deve recortar as suas figuras para trabalhar, mesmo a atividade sendo realizada em grupo.

Atividade 1: Você está recebendo uma folha com alguns quadriláteros (Anexo 2). Recorte cada um dos quadriláteros e compare-os. Discuta com seu grupo

Comentário sobre a atividade 1: Esta parte da atividade apesar de parecer simples é muito importante, pois o objetivo principal deste nível é trazer ao aluno o potencial de reconhecer visualmente cada um dos quadriláteros. Desta forma, o professor pode incentivar o aluno a realmente buscar semelhanças e diferenças entre as figuras.

Atividade 2: Com a ajuda de seu grupo, classifique cada um dos quadriláteros recortados e preencha a tabela abaixo.

Número	Classificação	Desenho em mais de uma posição
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Figura 62 - Atividade 2 - Parte 2- Nível 1
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> o professor pode orientar aos alunos que organize as figuras por grupos que possuem características semelhantes. Sendo necessário, o professor deve intervir e auxiliar a nomear os tipos de quadriláteros.

<u>Atividade 3:</u> Compare as respostas inseridas na tabela acima com a do grupo ao lado. Verifique quais partes estão iguais e quais estão diferentes.

<u>Comentário sobre a atividade 3:</u> Se o professor achar conveniente pode ampliar a quantidade de grupos que irão se comunicar, pois esta troca de informações é muito importante durante toda atividade. Para finalizar esta parte o professor pode se dirigir a toda a turma e auxiliá-los nesta discussão final, em especial se perceber que os estudantes estão realizando alguma atividade de forma errada.

- Parte 3

As atividades desta parte são da fase Orientação Livre, na qual os alunos possuem uma maior liberdade na busca por respostas e soluções. Neste momento, o professor deve acompanhá-los, mas permitir que eles façam suas escolhas e resolvam suas atividades.

Objetivo: construir figuras geométricas, principalmente quadriláteras.
Material Necessário: geoplano, elásticos, barbante, folha de papel, lápis e borracha.
Tipo de Atividade: em grupo com até 4 estudantes.
Recomendações: cada grupo deve receber um geoplano para trabalhar, que pode ser confeccionado em sala com os estudantes ou ser confeccionado pelo professor com antecedência.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos.

<u>Atividade 1:</u> Você conhece um geoplano? Para que serve este objeto? Discuta com seu grupo.

Atividade 2: Utilizando o geoplano, com auxílio de elásticos e barbante, construa figuras que você conheça.

Comentário sobre a atividade 2: O professor precisa deixar que os estudantes trabalhem livremente e usem sua criatividade. Aqui podem surgir diversas figuras, passando por polígonos abertos e fechados. O professor deve estar preparado, pois podem surgir perguntas importantes, que precisarão de respostas. Por exemplo, se é possível construir um círculo com o geoplano, se é possível construir qualquer polígono com o geoplano, etc.

Atividade 3: É possível construir quadriláteros no geoplano? Tente construir com o seu grupo.

Comentário sobre a atividade 3: o professor pode aproveitar a oportunidade para incentivar os estudantes a produzir figuras em formatos e posições distintas, em espacial, em posição não-prototípica.

Atividade 4: Lembra daqueles quadriláteros que vocês recortaram na atividade 1 da Segunda Parte? Você consegue reproduzi-los no geoplano?

Atividade 5: Discuta com outro grupo quais quadriláteros da atividade anterior foram possíveis construir no geoplano e quais não foram possíveis.

Comentário sobre as atividades 4 e 5: O professor deve ficar atento e estimular o uso do vocabulário correto, evitando nomear as figuras pelos números em que foram apresentadas no papel. Isso fará com que os estudantes assimilem seus nomes, fator importante nesta atividade.

- Parte 4

Esta parte foca em sintetizar o que foi aprendido durante as partes 1, 2 e 3, utilizando a fase de aprendizagem de explicitação. Isso será feito através do uso de um jogo conhecido, que permitirá que os estudantes retomem o vocabulário aprendido e o memorizem com mais facilidade.

Objetivo: retomar todo o conteúdo abordado, realizando um fechamento do que foi trabalhado.

Material Necessário: folha de papel, caneta e jogo de dominó.

Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes, sendo duas duplas que jogarão entre si.

Recomendações: o professor deverá fornecer um jogo de dominó contendo 10 peças para cada dupla.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 1 aula de 45 minutos ou menos se for necessário.

Atividade 1: Você já jogou dominó? Converse com seu grupo e explique as regras do jogo clássico.

Comentário sobre a atividade 1: caso algum estudante não conheça o jogo, é preciso que o professor o familiarize com as regras e o incentive a praticar com os colegas. As regras serão claramente definidas na atividade 4, mas aqui já é possível mencioná-las, mesmo que superficialmente.

Atividade 2: Faça um desenho no papel de uma possível sequência de 4 peças de dominó. Use sua criatividade!

Comentário sobre a atividade 2: esta atividade auxiliará na compreensão das regras do jogo e a confirmar que todos entenderam as mesmas.

Atividade 3: Vamos agora jogar dominó de quadriláteros. Para isso, organizem-se em duplas, recortem as peças mostradas no Anexo 3, leiam as regras abaixo.

Regras do Jogo de Dominó:

8. Cada dupla deverá receber 20 peças. As duas duplas deverão, em comum acordo, decidir qual dupla deverá iniciar o jogo.
9. Ao iniciar o jogo, uma dupla deverá escolher uma peça e colocá-la sobre a mesa. Essa será a peça inicial do jogo, que contém uma palavra e o desenho de um quadrilátero.
10. A dupla adversária deverá analisar a peça inicial sobre a mesa e buscar dentre suas peças uma que tenha uma figura de acordo com a palavra da peça inicial ou que tenha uma palavra de acordo com a figura da peça inicial. Após escolher a peça correspondente com a peça inicial, a

dupla adversária deverá posicioná-la sobre a mesa de forma que as duas partes correspondentes fiquem lado a lado. Lembre-se de sempre buscar uma figura para colocar lado a lado com uma palavra ou uma palavra para colocar lado a lado com uma figura.

11. Não é possível posicionar uma palavra ao lado de uma palavra, ou uma figura ao lado de uma figura! Veja o exemplo abaixo:

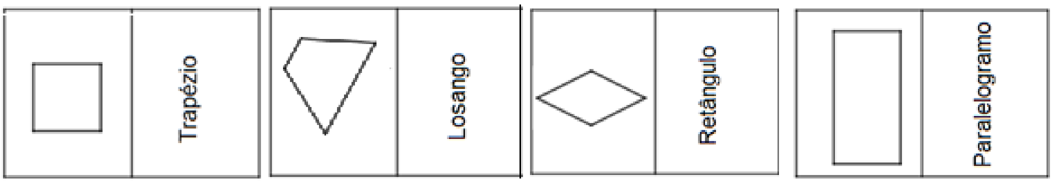


Figura 63 - Exemplo de organização das peças do dominó
Fonte: as autoras.

12. A mesma ação do item 3 deverá ser realizada de forma alternada pelas duplas, porém as extremidades da sequência formada pelas peças é que devem ser consideradas na escolha da nova peça. A cada nova peça inserida por uma dupla, a sequência de peças irá aumentar formando uma grande fila.
13. Se uma dupla não tiver uma peça para inserir na grande fila, passa a vez para a dupla adversária.
14. A dupla que conseguir usar todas as suas peças primeiro, será a dupla vencedora!

4.4. Atividade 2

As atividades desta seção têm por objetivo classificar os quadriláteros em trapézios, quadrados, retângulos, losangos e paralelogramos através de suas propriedades, indo além da fase de visualização. Ao final dessas atividades, esperamos que os estudantes atinjam o nível 2 do Modelo de Van Hiele aplicado ao conteúdo de quadriláteros.

- Parte 1

As atividades elaboradas para esta primeira parte estão voltadas para as seguintes fases da aprendizagem: informação (atividade 1), orientação dirigida (atividade 2) e explicitação (atividade 3).

Objetivos: reconhecer as propriedades dos quadriláteros.
Material Necessário: papel cartão, kit com os quadriláteros, folha com a atividade impressa, lápis, transferidor, régua, lápis.
Tipo de Atividade: em grupo de até 4 estudantes.
Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 4 aulas de 45 minutos.
Recomendações: o professor pode utilizar papel cartão na produção dos quadriláteros para facilitar o manuseio e todos os grupos devem ter régua e transferidor.

<u>Atividade 1:</u> Você está recebendo 5 kits contendo em cada um deles 4 quadriláteros de um mesmo tipo. Escolha um kit para começar e de acordo com o tipo do quadrilátero, procure a tabela adequada para realizar o que é pedido.

Com auxílio da régua e do transferidor, meça os lados e ângulos de cada quadrilátero e preencha a tabela com as medidas encontradas.

Tabela dos Trapézios										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal AI	Diagonal EO
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Paralelogramos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Losangos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Retângulos										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Tabela dos Quadrados										
	Ângulo Â	Ângulo Ê	Ângulo Î	Ângulo Ô	Lado c	Lado d	Lado f	Lado g	Diagonal A I	Diagonal E O
Q1										
Q2										
Q3										
Q4										

Figura 64 - Tabela para atividade 1 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 1:</u> o professor deve mencionar que as medidas devem ser as mais precisas possíveis para garantir que serão encontradas as respostas programadas pelo mesmo.

Atividade 2: Utilizando os dados das tabelas anteriores, você deve preencher uma nova tabela (Figura 21) dada abaixo. Você deve preencher com:

- SIM quando as características mencionadas na primeira linha pertencerem a todos os quadriláteros do grupo mencionado;
- NÃO quando a característica não pertencer a todos os quadriláteros do grupo mencionado.

Quadrilátero	Quatro lados iguais	Quatro ângulos retos	Lados opostos iguais	Ângulos opostos iguais	Diagonais com mesma medida	Lados opostos sempre paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos
Trapézio							
Paralelogramo							
Losango							
Retângulo							
Quadrado							

Figura 65 - Tabela para atividade 2 - parte 1 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> esta atividade trabalha com vários aspectos importantes que o estudo da Matemática proporciona como a generalização, observação e análise crítica. O professor deve estar atento para conduzir o estudante de modo que ele entenda quando responder SIM e NÃO.

Atividade 3: Utilize a tabela da atividade 2 parte 1 para definir os quadriláteros abaixo:

- Trapézio:____
- Paralelogramo:____
- Losango:____
- Retângulo:____
- Quadrado:____

Comentário sobre a atividade 3: Esta atividade possibilita aos alunos a reflexão sobre as propriedades existentes em cada um dos quadriláteros.

- Parte 2

Nesta parte finalizamos as atividades direcionadas para o segundo nível do Modelo de Van Hiele. Serão utilizadas as seguintes fases da aprendizagem: orientação livre (atividade 1) e explicitação (atividade 2 e 3).

Objetivos: reforçar as propriedades de cada quadrilátero, reafirmando sua classificação.

Material Necessário: EVA, fita dupla face, tesoura, papel com a atividade impressa, lápis e caneta de quadro.

Tipo de Atividade: a atividade 1 deve ser realizada com toda a turma e a atividade 2 deve ser realizada em grupo de até 4 estudantes.

Estimativa de tempo médio para realização da atividade: 2 aulas de 45 minutos.

Atividade 1: Vamos brincar de quebra-cabeça. A professora vai colar no quadro os quadriláteros estudados nas aulas anteriores confeccionados em EVA: paralelogramo, quadrado, retângulo, trapézio e losango. Também será colado no quadro figuras que representam lados e ângulos dos quadriláteros. Você terá que descobrir quais dessas figuras estão relacionadas a quais quadriláteros. Para isso, tente encaixar essas figuras sobre os lados e ângulos dos quadriláteros.

Comentário sobre a atividade 1: além de verificar o desenvolvimento dos alunos, esta atividade possibilita uma maior interação e participação dos mesmos, assim como abre espaço para uma nova percepção sobre o objeto de estudo. Esta atividade foi elaborada após a percepção de dificuldades encontradas nas atividades da primeira parte deste nível.

Atividade 2: No quadro abaixo, vocês podem observar as propriedades que estudamos nas aulas anteriores.

Quatro ângulos retos	Quatro lados iguais	Lados opostos iguais
Dois pares de lados opostos paralelos	**Apenas um par** de lados opostos paralelos	Ângulos opostos iguais

Figura 66 - Propriedade dos quadriláteros - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Associe-as adequadamente a cada um dos quadriláteros abaixo e desenhe um exemplo do quadrilátero.

Quadrilátero	**Propriedade**	**Desenho**
Trapézio		
Paralelogramo		
Losango		
Retângulo		
Quadrado		

Figura 67 - Atividade 2 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

<u>Comentário sobre a atividade 2:</u> é importante que o professor deixe claro que há a possibilidade de um mesmo quadrilátero possuir mais de uma propriedade, assim como uma mesma propriedade pertencer a mais de um quadrilátero.

<u>Atividade 3:</u> Jogo da descoberta

Em cima da mesa da professora há 5 envelopes. Dentro de cada envelope está guardado um quadrilátero com uma pontuação específica, que vocês deverão descobrir qual é. Se o seu grupo acertar o nome do quadrilátero, ganha a pontuação correspondente. Vence o grupo que conquistar a maior pontuação.

Para te ajudar a acertar o nome do quadrilátero, a professora descreverá algumas características de cada um deles na ordem em que os envelopes forem sendo escolhidos. Prestem muita atenção, pois essa informação é valiosa.

Envelopes	1	2	3	4	5
Nome dos quadriláteros					

Pontuação da equipe: ☐

Figura 68 - Tabela - Atividade 3 - Parte 2 - Nível 2
Fonte: as autoras.

Comentário sobre a atividade 3: O professor está livre para elaborar as descrições de cada quadrilátero com a utilização das propriedades que achar mais conveniente. Além disso, pode aproveitar a dinâmica para premiar de alguma forma o grupo que conseguir acertar todas ou o maior quantitativo de as respostas, o que pode tornar a atividade ainda mais divertida. Além disso, há aqui a oportunidade de sintetizar o estudo sobre as propriedades dos quadriláteros, realizando o fechamento adequado do conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para modificarmos resultados, precisamos mudar nossas ações, foi com esse pensamento que iniciamos este percurso. Tínhamos como principal objetivo a busca por metodologias que pudessem trazer uma nova perspectiva de aprendizagem aos estudantes, assim como um olhar diferenciado para o ensino de Geometria, em particular para o ensino de quadriláteros,

Encontramos então estudos que nos direcionaram com o uso de material concreto, que nos mostravam o benefício da visualização e manipulação de objetos manipuláveis. Além disso, o estudo do casal Van Hiele nos forneceu uma base sólida para trabalharmos os conteúdos a partir do nível de compreensão dos alunos, assim como um guia para a elaboração e desenvolvimento das aulas. Essas informações não serviram apenas para aplicação das atividades aqui mencionadas, mas também mudaram completamente nossa maneira de compreender e guiar as aulas, possibilitando uma maior autonomia, diálogo e oportunidade de criação por parte dos estudantes..

Esperamos que este trabalho incentive outros profissionais a percorrerem caminhos diferentes dos tradicionais em busca de uma aprendizagem significativa da Matemática. Sabemos de todas as dificuldades inerentes deste processo, até por termos passado por elas para a realização deste trabalho. Por outro lado, finalizamos esta etapa com a certeza de que pudemos oportunizar um aprendizado diferenciado para algumas crianças na área de Geometria. Certamente, esse trabalho nos fará diferentes em nossas aulas a partir daqui!