



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

DAVIDSON ESTANISLAU DE GOIS LIMA

SUDOKU KILLER: A MATEMÁTICA EM FORMA DE QUEBRA-CABEÇA

MOSSORÓ

2023

Davidson Estanislau de Gois Lima

SUDOKU KILLER: A MATEMÁTICA EM FORMA DE QUEBRA-CABEÇA

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo

MOSSORÓ

2023

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas
da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L732s Lima, Davidson Estanislau de Gois.
Sudoku killer: a Matemática em forma de quebra-
cabeça / Davidson Estanislau de Gois Lima. - 2023.
91 f. : il.

Orientadora: Maria Joseane Felipe Guedes
Macêdo.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2023.

1. Sudoku. 2. Aritmética. 3. Lógica. I. Macêdo,
Maria Joseane Felipe Guedes, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo) autor(a).

Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Davidson Estanislau de Gois Lima

SUDOKU KILLER: A MATEMÁTICA EM FORMA DE QUEBRA-CABEÇA

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Defendida em: 27/02/2023.

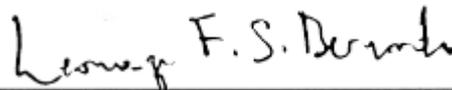
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo (UFERSA)
Presidente



Prof. Dr. Walter Martins Rodrigues (UFERSA)
Membro Examinador



Prof. Dr. Leomaques Francisco Silva Bernardo (UFCG)
Membro Examinador (Externo)

Dedico primeiramente à Deus por ser a minha bússola.
Dedico a todos os professores do PROFMAT/ UFERSA que foram fundamentais para o meu
aprendizado neste curso.
Dedico a minha Professora Orientadora Dra. Joseane que teve toda a paciência do mundo
comigo e sempre me norteou.
Dedico a minha família e amigos por todo amor e carinho dedicados a mim.
Dedico em especial a minha tia Anita que sempre me incentivou a perseverar nos meus
objetivos (*In memorian*).
A minha filha Lis de Abreu Gois que estará sempre em meu coração (*In memorian*).

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, primeiramente, que sempre foi o meu alicerce e me deu força e coragem para concluir esta etapa da minha vida.

Agradeço a minha família por me auxiliar em diversas ocasiões.

Agradeço a todos os professores/mestres que fizeram parte da minha vida enquanto estudante, desde o início até os dias atuais e possibilitaram o meu aprendizado, ensinaram-me, inspiraram-me e construíram uma ponte para que eu chegasse até aqui.

Agradeço à UFERSA e aos professores desta Universidade por oferecer neste curso um ambiente amigável, de troca de conhecimento e que me deixou bastante satisfeito com todas as vivências que tive nesta Instituição.

Agradeço, em especial, à professora Joseane, minha orientadora que acreditou na minha ideia, que me acolheu, que acompanhou de perto o meu trabalho e me ajudou imensamente com suas sugestões e direcionamentos.

Agradeço a minha amada esposa Marília, por seu apoio e compreensão diária.

Agradeço a professora Flávia por sua ajuda e sua amizade.

Agradeço a minha turma do PROFMAT que me fez acreditar que era possível vencer todas as dificuldades encontradas ao longo deste Mestrado. Em especial agradeço à Andresa, Davidson Saraiva, Francisco José, Paulo e Jefferson pela companhia nos 250km que separam Fortaleza a Mossoró.

“Cave o poço antes de sentir sede”.

Provérbio chinês

RESUMO

O presente trabalho trata sobre uso do Sudoku Killer, um tipo de quebra-cabeça cujo objetivo é colocar números em linhas e colunas sob certas condições lógicas, como ferramenta para o auxílio do ensino de Matemática. Esta pesquisa foi realizada na Escola de Ensino Médio Dom Hélder Câmara, localizada na cidade de Fortaleza no Estado do Ceará com turmas do Ensino Médio, a partir da resolução do Sudoku e suas principais variantes. E apresenta como objetivo geral construir duas Sequências Didáticas, com o uso do Sudoku Tradicional e do Sudoku Killer, e aplicá-las em sala de aula. Tais sequências são a base das atividades desenvolvidas pelo professor com os estudantes de modo a facilitar a aprendizagem das operações aritméticas. Além disso, apresentamos alguns exemplos de aplicação do Sudoku com uma abordagem na resolução tanto do ponto de vista aritmético como em outros recursos da Matemática e dos Fundamentos de Programação. Ao finalizarmos a execução destas Sequências Didáticas, aplicamos um questionário com os alunos participantes para avaliarmos o nível de satisfação por parte deles, que inclusive mostraram-se bastante satisfeitos com essa nova abordagem no processo de ensino aprendizagem das operações aritméticas elementares.

Palavras-chave: Sudoku; Aritmética; Lógica.

ABSTRACT

The present study focus on the use of Sodoku Killer, a type of puzzle which the main goal is to organize numbers in lines and columns under certainties logical conditions, as a tool used to help the mathematics teaching. This Search was conducted at Dom Hélder Câmara High School, located in Fortaleza city in the state of Ceará with high school groups, based on the resolution of Sudoku and its main variants. It presents as the main purpose the building of two didactic sequences, with the use of Traditional Sudoku and Sudoku Killer, and also the their Applications in the classroom. These sequences are the base of developed activities by teacher with students to facilitate the learning of arithmetic operations. In addition, it was presented some examples of Sudoku application with an approach in the resolution from the arithmetic point of view as well as in other resources of Mathematics and Fundamentals of Programming. At the end of the execution of these Didactic Sequences, it was Applied a questionnaire to the participating students to measure their level of satisfaction, it was observed that they were satisfied enough with this new approach in the teaching and learning process of basic arithmetic operations.

Keywords: Sudoku; Arithmetic; Logic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sudoku Tradicional	26
Figura 2-A – Sudoku Diagonal.....	27
Figura 2-B – Sudoku Diagonal – Solução	27
Figura 3-A – Thermo Sudoku.....	28
Figura 3-B – Thermo Sudoku – Solução	28
Figura 4-A – Kropki Sudoku	28
Figura 4-B – Kropki Sudoku – Solução	28
Figura 5-A – Greater Than Sudoku	29
Figura 5-B – Greater Than Sudoku – Solução	29
Figura 6-A – Futoshiki	29
Figura 6-B – Futoshiki – Solução.....	29
Figura 7-A – Sudoku Irregular	30
Figura 7-B – Sudoku Irregular – Solução.....	30
Figura 8-A – Sudoku Samurai	30
Figura 8-B – Sudoku Samurai – Solução	31
Figura 9-A – Kakuro	31
Figura 9-B– Kakuro – Solução.....	31
Figura 10-A – Mathdoku	32
Figura 10-B – Mathdoku – Solução	32
Figura 11-A – Sudoku Killer.....	32
Figura 11-B– Sudoku Killer – Solução	33
Figura 12 – Organograma das variantes comentadas neste trabalho.....	33
Figura 13 – Relógio da Tokyoflash	34
Figura 14 – Vísor do relógio e hora correspondente	34
Figura 15 – Sudoku Tradicional (com referências).....	35
Figura 16 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 1	36
Figura 17 – Grades do Sudoku Tradicional.....	36
Figura 18 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 2	36
Figura 19 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 3	37
Figura 20 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 4	37
Figura 21 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 5	38
Figura 22 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 6	38

Figura 23 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 7 (Solução final)	39
Figura 24 – Sudoku Killer 6x6	40
Figura 25 – Grades do Sudoku Killer 6x6.....	40
Figura 26 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 1	41
Figura 27 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 2	41
Figura 28 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 3	42
Figura 29 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 4	42
Figura 30 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 5	42
Figura 31 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 6	43
Figura 32 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 7	43
Figura 33 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 8	44
Figura 34 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 9	44
Figura 35 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 10	44
Figura 36 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 11	45
Figura 37 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 12	45
Figura 38 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 13	46
Figura 39 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 14 (Solução final).....	46
Figura 40 – Ambiente para inserir os comandos no VBA.....	47
Figura 41 – Resultado da macro após ser executada.....	48
Figura 42 – Futoshiki 4x4.....	49
Figura 43 – Futoshiki 4x4 – Análise Inicial	49
Figura 44 – Solução do Futoshiki encontrada pelo VBA.....	50
Figura 45 – Mathdoku – Notação Inicial.....	50
Figura 46 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 1	51
Figura 47 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 1 (com variáveis)	51
Figura 48 – Kakuro – Solução do Exemplo 1	52
Figura 49 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 2	52
Figura 50 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 2 (com variáveis)	53
Figura 51 – Solução do Sistema usando o Symbolab.....	53
Figura 52 – Kakuro – Solução do Exemplo 2	54
Figura 53 – SK – Estudo de Caso.....	55
Figura 54 – Diagrama de árvore	56
Figura 55 – SD 1 – Sudoku Fácil	61
Figura 56 – SD 1 – Sudoku Médio	61

Figura 57 – SD 1 – Sudoku Difícil.....	62
Figura 58 – SD 2 – Sudoku Fácil	65
Figura 59 – SD 2 – Sudoku Médio.....	65
Figura 60 – SD 2 – Sudoku Difícil.....	66
Figura 61 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 1	87
Figura 62 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 2	87
Figura 63 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 3	88
Figura 64 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 4	88
Figura 65 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 5	89
Figura 66 – Resposta da Figura 55 (SD 1 – Sudoku Fácil).....	90
Figura 67 – Resposta da Figura 56 (SD 1 – Sudoku Médio).....	90
Figura 68 – Resposta da Figura 57 (SD 1 – Sudoku Difícil).....	90
Figura 69 – Resposta da Figura 58 (SD 2 – Sudoku Fácil)	91
Figura 70 – Resposta da Figura 59 (SD 2 – Sudoku Médio).....	91
Figura 71 – Resposta da Figura 60 (SD 2 – Sudoku Difícil).....	91

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Gosto pela Matemática	68
Gráfico 2 – Frequência que faço as tarefas.....	69
Gráfico 3 – Frequência com que copio as respostas tarefas dos meus colegas	69
Gráfico 4 – Interesse por jogos de raciocínio lógico/matemático	70
Gráfico 5 – Entende os jogos de raciocínio lógico/matemático	70
Gráfico 6 – Conhecia o Sudoku Killer	71
Gráfico 7 – Facilidade em resolver questões de Matemática após o SK.....	72
Gráfico 8 – Resolve um SK sozinho	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Quadro sintético 1 - Sudoku Tradicional.....	60
Quadro 2 – Quadro sintético 2 - Sudoku Killer.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de uma macro em VBA.....	47
Tabela 2 – Kakuro (Exemplo 2) – Análise das soluções possíveis	53
Tabela 3 – Motivação para estudar Matemática	68

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RLM	Raciocínio Lógico Matemático
SD	Sequência Didática
SK	Sudoku Killer
ST	Sudoku Tradicional
VBA	Visual Basic for Applications

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	18
2. SUDOKU – UM DESAFIO LÓGICO	25
2.1 Algumas variantes do Sudoku	27
2.1.1 Sudoku Diagonal	27
2.1.2 Thermo Sudoku	28
2.1.3 Kropki Sudoku	28
2.1.4 Greater Than Sudoku	28
2.1.4.1 Futoshiki	29
2.1.5 Sudoku Irregular.....	29
2.1.6 Sudoku Samurai	30
2.1.7 Kakuro.....	31
2.1.8 Mathdoku	31
2.1.9 Sudoku Killer	32
3. COMO RESOLVER UM SUDOKU	35
3.1 Solucionando um Sudoku Tradicional.....	35
3.2 Solucionando um Sudoku Killer – Tipo 6x6	40
3.3 Resolvendo o Sudoku com outras ferramentas.....	46
3.3.1 Usando o Sudoku nos Fundamentos de Programação	46
3.3.2 Resolvendo o Kakuro através de um Sistema de Equações Lineares	51
3.3.3 O Sudoku Killer e o Diagrama de Árvore.....	54
4. APLICAÇÃO DO SUDOKU EM SALA DE AULA	57
4.1 Sequência Didática	57
4.1.1 Primeira Sequência Didática	59
4.1.2 Aplicação da Primeira Sequência Didática	61
4.1.3 Segunda Sequência Didática	63
4.1.4 Aplicação da Segunda Sequência Didática	65

4.2 Resultados da Pesquisa realizada em sala de aula sobre o Sudoku	67
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	74
REFERÊNCIAS	75
APÊNDICE A – Questionário.....	77
APÊNDICE B – Algoritmo Futoshiki_Soluciona.....	80
APÊNDICE C – Algoritmo Mathdoku_Soluciona.....	84
APÊNDICE D – Registros fotográficos de sala de aula.....	87
APÊNDICE E – Respostas dos Sudoku das SDs	90

1. INTRODUÇÃO

Trabalhar com Matemática na Educação Básica é um grande desafio que pessoalmente passei a vivenciar a partir de agosto de 2004, mês no qual comecei a lecionar em escolas públicas de Fortaleza. Tentar traduzir problemas em uma linguagem mais simples para que os alunos possam entender questões que muitas vezes eles vivenciam no cotidiano é uma prática que trago até os dias atuais. Sempre que possível, levo questões de diversas origens como vestibulares, concursos e principalmente para as turmas do terceiro ano do ensino médio, focando em questões do Exame Nacional do Ensino Médio, o famoso ENEM.

O que é possível relatar desta trajetória do Magistério, é que há um fascínio por parte dos alunos quando a Matemática é abordada através do uso de jogos, como sugere Fidelis (2020):

Os jogos nas aulas de matemática auxiliam no ensino aprendizagem dos alunos, mostrando um significado entre o jogar e aprender, tendo uma ligação com a compreensão do sentido e da relação com objetos e acontecimentos que resulta na conexão com as outras disciplinas e com os temas matemáticos. Usar os jogos no ensino de matemática é fazer com que os adolescentes aprendam de uma maneira diferenciada o conteúdo, despertando o interesse do aluno. O ensino aprendizagem de matemática através dos jogos torna mais significativa por meio de investigação estimulando a curiosidade do aluno, raciocínio lógico, concentração. (FIDELIS, 2020. p. 6)

A partir de atividades lúdicas vivenciadas em sala de aula é possível perceber a mudança de comportamento do aluno em relação a Matemática. Ele passa a ver a disciplina com outros olhos, deixa de ser o bicho-papão e passa a ser uma brincadeira, um passatempo, e/ou uma ferramenta que proporciona um aprendizado para situações do dia a dia.

É muito raro um aluno que não queira participar desses tipos de aula. Além de fugir dos problemas tradicionais, há oportunidades de o professor apresentar a Matemática Aplicada na resolução de problemas lúdicos. Do ponto de vista de BRASIL (2017) há um estímulo em relação as aulas que envolvem o lúdico:

Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização. (BRASIL, 2017. p. 276)

Acreditamos, também, que o uso de jogos em sala de aula, não só beneficia os alunos no que diz respeito a Matemática, mas também em um sentido mais amplo da formação do cidadão, como bem afirma. O jogo, para os estudantes é estimulante, pois eles se sentem desafiados e animados a cada conquista.

A importância do uso de jogos como ferramenta pedagógica, também é ressaltada por BRASIL (1997):

Finalmente, um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver. (BRASIL, 1997. p. 36)

Podemos notar que não é o jogo pelo jogo, mas há de se fazer uso de outros recursos disponíveis para que aquele conteúdo tenha algum significado. Além disso, é necessário uma reflexão tanto na execução da aula, como principalmente no planejamento desta, como afirma Rita (2013): “Jogos bem preparados se tornam recursos pedagógicos eficazes na construção do conhecimento matemático”.

Esse incentivo por uma condução adequada por parte do professor e com a participação ativa por parte do aluno, é estimulada por Libâneo (2013):

O ensino, assim, é uma combinação adequada entre a condução do processo de ensino pelo professor e a assimilação ativa como atividade autônoma e independente do aluno. Em outras palavras, o processo de ensino é uma atividade de mediação pela qual são providas as condições e os meios para os alunos se tornarem sujeitos ativos na assimilação de conhecimentos. (LIBÂNEO, 2013. p. 96)

Ao longo do processo de procura por instrumentos que nos possibilitassem superar esse desafio, encontramos o “Sudoku”. O Sudoku pode ser considerado um quebra-cabeça de números, ao invés de peças. Conforme Neves (2016):

Apesar do nome, o sudoku (lê-se sudôku) não foi criado no Japão. A invenção é creditada ao matemático suíço Leonhard Euler. No século 18, ele criou o que chamou de “quadrados latinos”, um jogo em que os algarismos devem aparecer apenas uma vez em cada linha e em cada coluna. O formato com 9 linhas e 9 colunas se tornou popular quando começou a ser publicado nos EUA, na década de 1970. Neves (2016)

O “Sudoku” é um jogo, um desafio, ou até mesmo pode ser visto como um “*puzzle*” (quebra-cabeças), no qual o objetivo é colocar números em linhas e colunas e não pode haver

repetição de números em cada linha, e nem nas colunas. Além de não haver repetição de números em regiões especiais que são marcadas por linhas mais espessas.

No ano de 2020 apresentamos o Sudoku Tradicional à turma do 1º ano do Ensino Médio da Escola de Ensino Médio Dom Hélder Câmara, localizada em Fortaleza no Estado do Ceará. A escolha de trabalhar este assunto com esta turma de 1º ano, foi por verificarmos a grande deficiência dos alunos em operações básicas de Matemática e a dificuldade de abstrair alguns conceitos fundamentais para o 1º bimestre, como Plano Cartesiano, por exemplo.

Inicialmente, comentou-se que esse jogo estava na lista de desafios da WPC¹ que é uma competição internacional de quebra-cabeças. Essa competição ocorre anualmente e já esteve presente no Brasil em 2007.

Não é necessária nenhuma habilidade especial para resolver esse jogo, como afirma Horie (2012): “Nosso objetivo é divulgar o Sudoku como um jogo simples, que não requer nenhum instrumento especial além da própria mente”.

Com este pensamento, preparamos algumas atividades que comprovassem essa premissa e que também deixassem os estudantes animados para participar dos desafios e assim se sentissem motivados e engajados cada vez mais no universo da Matemática, ainda que não percebessem isso de imediato.

Na perspectiva de verificar a eficácia da utilização das Metodologias Ativas no processo de ensino aprendizagem da Matemática, fizemos, inicialmente, o levantamento de notas dos nossos estudantes para termos a real dimensão das dificuldades enfrentadas pelos alunos, percebendo quais descritores se mostraram mais críticos. Fizemos associação de notas x bimestres, visto que assim conseguiríamos identificar os conteúdos com maior quantidade de erros.

Devido ao alto índice de notas baixas no ano de 2019 na disciplina de Matemática, o grupo de professores da Escola de Ensino Médio Dom Hélder Câmara sugeriu que todos os docentes da Escola trabalhassem uma revisão de assuntos indispensáveis para os estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Percebemos que durante a revisão de assuntos considerados básicos, muitos alunos ainda não dominavam as operações elementares da Aritmética. Ficava inviável pularmos assuntos tão essenciais quanto esses. Procuramos algo que pudesse prender a atenção dos alunos e que nos auxiliasse nesta dificuldade encontrada. Precisariamos de algo que complementasse o conteúdo do livro didático adotado.

¹ World Puzzle Championships. Para maiores informações, acesse: <https://www.worldpuzzle.org/>

Uma vez que identificamos o cerne do nosso problema, que é justamente a falta de habilidade com as operações aritméticas elementares, fomos à procura de novas metodologias que nos permitissem solucionar, ou diminuir de forma considerável essa dificuldade inicial.

Com isso, a ideia de apresentar aos estudantes o Sudoku e suas variantes foi crescendo e ganhando novos horizontes tanto dentro da Escola, quanto em minha vida acadêmica. Exatamente por esta necessidade que escolhi trabalhar com o Sudoku na sala de aula e dissertar acerca deste tema.

Em um primeiro momento, vimos que o uso do “Sudoku Killer” seria algo ideal para aplicarmos nas aulas de Matemática, pois este traria consigo as ideias de adição, subtração e multiplicação. Embora essas operações sejam elementares na Aritmética, percebemos uma grande lacuna na consolidação desses conceitos nas turmas do Ensino Médio. Para que os alunos possam entender a resolução do jogo proposto, sugerimos iniciar a apresentação do “Sudoku Tradicional”, pois muito do que é usado na resolução deste jogo, será usado também no “Sudoku Killer”.

Nessa incansável procura por uma metodologia que pudesse ser eleita como uma provável solução para o nosso problema inicial, colocamos em prática o que sugere Freire (2011):

Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a transferir conhecimento. (FREIRE, 2011. p. 47)

A missão era gigante, mas o desejo de vencer essa dificuldade era ainda maior, tanto por parte dos professores envolvidos quanto por parte dos próprios alunos que sabiam da necessidade desse aprendizado. **Seguir o tradicional não era uma opção!** Nos apropriamos da reflexão de D’Ambrosio (1996, p. 29): “A maior parte dos programas consiste de coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do conhecimento moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada.”

Ainda nesse sentido de dar passos em direção oposta ao ensino tradicional Bicudo (1999) sugere:

Segundo as novas propostas pedagógicas não cabe ao ensino antecipar resultados. Ao contrário da orientação tradicional que visa resultados imediatos, essas propostas consideram a elaboração do conhecimento um processo dependente também do ritmo do aprendiz. Cabe ao trabalho didático integrar as relações entre o saber científico e o contexto pedagógico. O ensino como parte do processo educacional, envolve intervenção coerente – o compromisso de considerar a perspectiva dos alunos em sua

interação como o objeto de estudo, não exclui o compromisso com o acesso ao saber. (BICUDO, 1999. p. 165)

O Sudoku já vem sendo objetivo de pesquisa em algumas dissertações no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Dentre as dissertações analisadas observamos que o Sudoku foi analisado sob o ponto de vista dos seguintes tópicos: raciocínio lógico, estratégias, análise combinatória e teoria de grupos.

Novaes (2016) propõe o Sudoku como ferramenta para o desenvolvimento lógico. Algo bastante interessante nesse trabalho, deve-se ao fato de o autor explicar o passo-a-passo de como construir um Sudoku. O trabalho apresenta as variantes mais conhecidas. O que nos chamou mais atenção foi o uso da planilha eletrônica Microsoft Excel ter sido usada, e com recursos avançados de formatação condicional. E conforme o autor (Novaes, 2016. p. 19): “O Sudoku exige do jogador atenção, concentração e raciocínio e pode ser jogado em qualquer lugar e a qualquer hora”.

Teles (2016) explica, de forma bem interessante, uma técnica usada para resolver um Sudoku chamada de “*Unique Missing Candidate*”, que realiza marcações nas casas vazias de acordo com os números já preenchidos. Outras técnicas um pouco mais avançadas também são apresentadas através de exemplos bem práticos. Há também apresentação de assuntos bem mais complexos como grafos, programação linear e matrizes estocásticas. Vimos que essa dissertação apresenta conceitos matemáticos de nível superior e que Teles (2016) afirma em suas considerações finais:

O trabalho mostrou a possibilidade de obter um modelo matemático para um jogo de Sudoku de forma matemática [...] a interpretação do jogo matematicamente através de um sistema de equações nos permite demonstrar alguns resultados, tirar conclusões sobre condições em que certas regras são suficientes para solucioná-lo, e até mesmo testar se o jogo é válido e criar jogos novos. (TELES, 2016. p. 68)

Essa afirmação é muito importante no contexto das aulas de Matemática para o Ensino Médio, pois mostra que assuntos que por muitas vezes são vistos como teóricos, são essenciais para a Matemática Aplicada.

Em Santos (2017), o Sudoku é analisado sob o ponto de vista da análise combinatória, apresentando seus princípios mais importantes, passando pelo princípio fundamental da contagem e chegando a conjecturar que a quantidade mínima de entradas² seja 18.

² A “quantidade mínima de entradas” refere-se à quantidade de números disponíveis no começo do jogo.

Consideramos pertinente o que foi posto por Santos (2017) em suas considerações iniciais acerca do Sudoku:

Notamos, que atualmente os alunos não estão preparados para atividades que necessitem de concentração e, infelizmente, acabam desistindo ou se distraindo com diversas coisas, deixando assim de completar suas tarefas. Esperamos que o Sudoku possa desafiar, motivar e criar nos alunos um maior interesse por problemas matemáticos que sempre possuem solução, mas que necessitam de algum conhecimento teórico, muita concentração e disposição. (SANTOS, 2017. p. 15)

Junior (2018) destaca a relação existente entre o Sudoku, e diversos campos da Matemática. Essas relações são evidenciadas em um capítulo intitulado por “A interdisciplinaridade entre a Matemática e o Sudoku”. Os campos envolvidos são: plano cartesiano, matriz, área de polígonos, combinatória, probabilidade, equações lineares e teoria dos conjuntos.

O incentivo quanto ao uso de jogos nas aulas de Matemática, por associá-los ao desenvolvimento de habilidades relacionadas ao raciocínio lógico é descrito por Junior (2018):

Entender a relação entre o jogo e o desenvolvimento do raciocínio lógico é de suma importância para a sua utilização no contexto escolar, principalmente nas aulas de Matemática. Temos diversos tipos de jogos que auxiliam no desenvolvimento de habilidades relacionadas ao raciocínio lógico e a utilização destes poderá fazer da aula um momento mais prazeroso. (JUNIOR, 2018. p. 26)

De maneira bastante didática Motizuki (2019), aborda os benefícios do Sudoku na aprendizagem escolar. Além de fazer um resgate histórico do Sudoku, onde a sua origem está relacionada aos “quadrados latinos”.

Acerca da repercussão ocorrida após a publicação do Sudoku em jornais, Motizuki (2019), afirma que:

[...] muitos jornais em vários países passaram a publicar o jogo. Tornando ele tão popular que lançaram revistas e livros inteiros direcionados a esse tipo de entretenimento. Não demorou muito para que o sudoku despertasse a atenção de matemáticos para investigar quantos jogos distintos podem existir. (MOTIZUKI, 2019. p. 8)

Esta pesquisa tem como objetivo geral estudar o Sudoku e suas variantes afim de construir duas Sequências Didáticas e aplicá-las em sala de aula. Tais Sequências Didáticas nortearão os caminhos que o professor deverá percorrer, indicando desde a apresentação do Sudoku até a avaliação das atividades que poderão ser feitas em sala de aula. Também serão observados e analisados os resultados da aplicação de outros recursos da Matemática e dos

Fundamentos de Programação aplicados na resolução do Sudoku e na melhoria da aprendizagem dos estudantes.

Seguem os objetivos específicos da dissertação:

- Proporcionar atividades lúdicas que despertem um maior interesse dos estudantes em participar das resoluções dos jogos;
- Promover estratégias de resoluções de questões que tratam do conteúdo de Aritmética, conforme o nível de cada jogo;
- Facilitar a consolidação dos conteúdos de Aritmética Elementar para os estudantes;
- Sugerir a utilização de algoritmos na resolução do Sudoku;
- Relacionar outros campos da Matemática, além da Aritmética, para solucionar um Sudoku;
- Verificar se após a aplicação do Sudoku Killer houve uma melhoria no que diz respeito a compreensão de alguns conteúdos da Aritmética.

Este trabalho foi organizado de modo que no Capítulo 1 apresenta esta introdução. No Capítulo 2 são apresentados o Sudoku Tradicional e as variantes que consideramos as mais adequadas para serem abordadas em sala de aula. No Capítulo 3 resolvemos um Sudoku Tradicional e um Sudoku Killer de dimensões 6x6. Além disso, foram apresentadas ideias de como resolver um Sudoku através de recursos dos Fundamentos de Programação, além de aplicações dos Sistemas de Equações Lineares em um Sudoku. Por fim, utilizamos também o Diagrama de Árvore para analisar uma situação do Sudoku Killer. No Capítulo 4 foram apresentadas duas Sequências Didáticas utilizando o Sudoku. Onde a primeira Sequência utiliza o Sudoku Tradicional, e a segunda Sequência o Sudoku Killer. Apresentamos, também, o resultado de uma Pesquisa realizada após a aplicação das Sequências Didáticas. No Capítulo 5 fizemos as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

2. SUDOKU – UM DESAFIO LÓGICO

Neste capítulo abordaremos o Sudoku Tradicional e suas principais variantes de forma didática e lúdica para os estudantes, tendo em vista que eles se sintam motivados a participar das resoluções dos jogos e sintam também prazer na aprendizagem dessas operações matemáticas. No final deste capítulo apresentaremos um organograma com todas as variantes apresentadas.

A partir dos objetivos propostos acima, comungamos com Bicudo (1999) quando ele diz que:

As atuais propostas pedagógicas, ao invés de transferência de conteúdos prontos, acentuam a interação do aluno com o objeto de estudo, a pesquisa, a construção dos conhecimentos para o acesso ao saber. As aulas consideradas como situações de aprendizagem, de meditação; nestas são valorizados o trabalho dos alunos (pessoal e coletivo) na apropriação do conhecimento e a orientação do professor para o acesso ao saber (BICUDO, 1999, p. 158).

Embora o Sudoku Tradicional apresente regras simples para a sua resolução, ainda há problemas em aberto relacionados a esse jogo, conforme afirma Santos (2018):

Aproveitamos também, para apresentar algumas questões sobre o jogo que ainda estão em aberto, como o problema do número mínimo de dados iniciais necessários para se determinar um jogo válido, e mostrar que existem diversos campos de pesquisa e estudo esperando pessoas interessadas na busca de soluções (SANTOS, 2018, p. 27).

O Sudoku pode ser jogado por um único participante como também em grupos, a depender da intenção do professor. Caso o professor opte em desenvolver essa atividade por meio de oficinas, Macedo (2000) afirma que:

Num contexto de oficinas, jogos são propostos com o objetivo de coletar importantes informações sobre como o sujeito pensa, para ir simultaneamente transformando o momento de jogo em um meio favorável à criação de situações que apresentam problemas a serem solucionados (MACEDO, 2000, p. 13).

Compreendemos assim, a importância desse jogo na formação de nossos estudantes. Apresentaremos, agora, as regras da versão tradicional desse desafio.

Esse jogo é formado por um quadrado formado por 9 linhas e 9 colunas. Há também uma subdivisão desse quadrado em 9 sub-regiões internas. Cada quadrado menor deste jogo chamaremos de célula. Classificaremos, esse Sudoku descrito nesse parágrafo, como o Sudoku Tradicional, e que a partir de agora iremos referenciá-lo pela sigla ST.

Segue um exemplo desse desafio:

Figura 1 – Sudoku Tradicional

2	8	6	1	9			4	7
3				2		1	5	6
5	4	1				8	9	2
1	9		6				8	
6	3		8			5	7	9
8	5		3	7	9	4		
7		5				6		4
		3		4	6	7	2	
	6	8	2	3	7	9	1	

Fonte: <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

O jogo consiste em preencher cada linha e cada coluna com os números de 1 a 9, de forma que não haja repetição de números nessas regiões. Há uma quantidade de células já preenchidas, e deveremos preencher as células em branco usando, sempre que possível, o raciocínio lógico e evitando ao máximo os “*chutes*”. Esse posicionamento é incentivado por POLYA (1975, p. 14): “Este método de questionar não é rígido. E ainda bem, pois, nestes assuntos, qualquer procedimento rígido, mecânico, pedante, será forçosamente prejudicial.”

O professor tem papel fundamental, nesse começo, em apresentar algumas ideias iniciais para o preenchimento, mas sempre questionando e não simplesmente entregando as respostas é muito importante para o aluno, conforme afirma D’Ambrosio (2001):

A capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas, constituem a aprendizagem por excelência. Aprender não é a simples aquisição de técnicas e habilidade e nem a memorização de algumas explicações e teorias. (D’AMBROSIO, 2001, p. 81)

Geralmente os níveis do Sudoku são: **fácil**, **médio** e **difícil**. Porém, há situações que nos deparamos com os níveis **muito fácil** e **muito difícil**. Devemos ter o cuidado na escolha do nível do jogo, para que este seja compatível com o nível da turma, e resolvê-lo antes de lançar o desafio em sala de aula. Tal atitude facilitará na hora de questionar os alunos qual seria o “próximo preenchimento” e, até mesmo, evitar situações constrangedoras.

Usaremos as células já preenchidas como base para o preenchimento das outras células, ou seja, não haverá uma ordem específica.

Após analisarmos os números que estão disponíveis começaremos o preenchimento das demais células. O interessante é que embora tenhamos que preencher com números, no ST, não precisaremos realizar nenhuma operação matemática para encontrar os valores das células vazias. À medida que preenchemos o jogo, ficará mais fácil completá-lo. Uma dica para a hora

de resolver é utilizar dois pincéis de cores diferentes, por exemplo um azul e um vermelho. Usaremos o azul para as células que temos a certeza do número a ser preenchido e o vermelho em situações duvidosas. Apresentaremos no Capítulo 3 a solução detalhada deste Sudoku.

2.1 Algumas variantes do Sudoku

Com base nas regras do ST, temos uma infinidade de variantes que seguem o mesmo princípio fundamental, ou seja, da não repetição de um mesmo número na mesma linha, coluna e Grade. Por exemplo, temos o Sudoku Diagonal, ou Sudoku X, em que além das regras do ST, não pode haver repetição de números nas diagonais (principal e secundária). Em cada variante encontraremos uma estratégia diferente que facilitará a resolução de cada jogo proposto. Acreditamos que a variante ideal a ser trabalhada com os alunos do ensino fundamental e médio seja o Sudoku Killer, por envolver três das quatro operações fundamentais da Matemática (adição, subtração e multiplicação).

Em nossa pesquisa, encontramos dezessete³ variantes, das quais selecionamos nove por acharmos mais adequadas ao nosso estudo. Vejamos algumas dessas variantes.

2.1.1 Sudoku Diagonal

No Sudoku Diagonal, conhecido também como “X-Sudoku”, além das regras do ST, de não haver repetição de números nas linhas, colunas e Grades, não se pode repetir os algarismos nas diagonais. É uma dificuldade a mais na hora de resolver esse desafio.

Figura 2-A – Sudoku Diagonal

				2				6
	1		9	3		2		
			7				3	
	4		7					8
	6	5				7	4	
8				3			5	
	5			2				
		2		5	4			6
4			3					

Fonte: <<http://bit.ly/3J69A1I>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Figura 2-B – Sudoku Diagonal – Solução

5	3	7	4	1	2	8	9	6
6	1	4	9	3	8	2	7	5
9	2	8	5	7	6	1	3	4
3	4	1	7	6	5	9	2	8
2	6	5	8	9	1	7	4	3
8	7	9	2	4	3	6	5	1
1	5	3	6	2	9	4	8	7
7	8	2	1	5	4	3	6	9
4	9	6	3	8	7	5	1	2

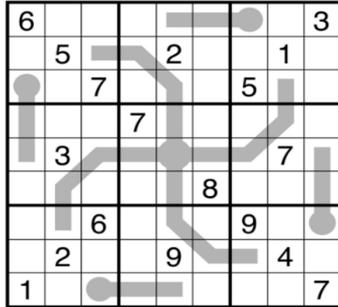
Fonte: Figura adaptada a partir de <<http://bit.ly/3J69A1I>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

³ Arrow Sudoku, Chain Sudoku, Greater Than Sudoku, Kakuro, Kropki Sudoku, Little Killer Sudoku, Mathdoku, Non-Consecutive Sudoku, Odd-Even Sudoku, Palindrome Sudoku, Sudoku Diagonal, Sudoku Irregular, Sudoku Killer, Sudoku Samurai, Sum Frame Sudoku, Thermo Sudoku, Windoku.

2.1.2 Thermo Sudoku

A região cinza assemelha-se a um termômetro, os números que serão colocados no termômetro serão em ordem crescente a partir do bulbo.

Figura 3-A – Thermo Sudoku



Fonte: <<http://bit.ly/3iYUTTI>>. Acesso em 15 de ago. de 2022.

Figura 3-B – Thermo Sudoku – Solução

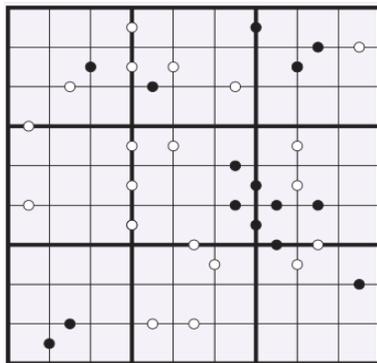
6	1	8	9	7	5	4	2	3
3	5	9	8	2	4	7	1	6
2	4	7	3	6	1	5	9	8
4	6	1	7	5	9	3	8	2
8	3	5	4	1	2	6	7	9
9	7	2	6	3	8	1	5	4
5	8	6	2	4	7	9	3	1
7	2	3	1	9	6	8	4	5
1	9	4	5	8	3	2	6	7

Fonte: <<http://bit.ly/3kxIjLl>>. Acesso em 15 de ago. de 2022.

2.1.3 Kropki Sudoku

No “Kropki Sudoku”, também conhecido como “Dots Sudoku”, temos bolas brancas e bolas pretas entre casas vizinhas. As bolas brancas indicam que as casas vizinhas possuem números consecutivos. As bolas pretas indicam que o número de uma casa é o dobro da outra casa.

Figura 4-A – Kropki Sudoku



Fonte: <<https://logicmastersindia.com/BeginnersSudoku/types/?test=B201405>>. Acesso em 15 de ago. de 2022.

Figura 4-B – Kropki Sudoku – Solução

5	2	8	9	1	3	6	4	7
9	6	3	4	5	7	1	2	8
4	7	1	8	2	6	9	5	3
3	9	4	5	6	2	7	8	1
8	1	6	7	9	4	2	3	5
7	5	2	1	3	8	4	6	9
1	3	9	6	4	5	8	7	2
6	8	5	2	7	9	3	1	4
2	4	7	3	8	1	5	9	6

2.1.4 Greater Than Sudoku

Nesta belíssima variante, temos que trabalhar com a ideia de “maior do que” e “menor do que” para resolvê-lo.

Figura 5-A – Greater Than Sudoku

<		>						
>	<		>	<		<		
	<		>			<		
>			<			>		
		<	<	<	<	>	>	>
>		<	<	<	<	>	>	>
<		>	<	<	<	>	>	>
		<	<	<	<	>	>	>

Figura 5-B – Greater Than Sudoku – Solução

3	5	1	8	6	2	4	9	7
2	6	9	4	3	7	1	5	8
8	7	4	5	1	9	2	6	3
6	3	2	7	8	1	5	4	9
9	4	5	6	2	3	8	7	1
1	8	7	9	5	4	6	3	2
7	1	3	2	4	5	9	8	6
4	2	8	3	9	6	7	1	5
5	9	6	1	7	8	3	2	4

Fonte: <<https://www.killersudokuonline.com/>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

2.1.4.1 Futoshiki

Uma sugestão de desafio parecido com o “Greater Than Sudoku” é o “Futoshiki”. O Futoshiki não é uma variante do Sudoku, mas é um tipo de *quadrado latino*. Segue um exemplo do *Futoshiki*.

Figura 6-A – Futoshiki

	>			>			>	
4								2
		4						
							<	4
	<		<					

Figura 6-B – Futoshiki – Solução

5	>	4		3	>	2	>	1
4		3		1		5		2
2		1		4		3		5
3		5		2		1	<	4
1	<	2	<	5		4		3

Fonte: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Futoshiki#/media/Ficheiro>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Neste último desafio temos que preencher com os números de 1 a 5. Não podendo repetir o mesmo número na mesma linha, e nem na mesma coluna. Além disso temos que usar as desigualdades entre algumas casas.

2.1.5 Sudoku Irregular

Já no Sudoku Irregular, as Grades não são retangulares. Cada Grade possui formato irregular. No entanto, observamos que a união de todas as Grades forma um quadrado.

Figura 7-A – Sudoku Irregular

			6		7	9		
	7			1				3
		2						4
6			4					
5							1	6
			9		5			
2						6		
							4	
		3		5	6			

Fonte: <<http://bit.ly/3ZSmmGK>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Figura 7-B – Sudoku Irregular – Solução

1	3	4	5	6	8	7	9	2
8	7	5	2	1	4	9	6	3
7	9	2	6	3	1	5	8	4
6	2	9	4	8	3	1	5	7
5	4	8	3	7	9	2	1	6
4	1	6	9	2	5	3	7	8
2	5	1	8	4	7	6	3	9
3	6	7	1	9	2	8	4	5
9	8	3	7	5	6	4	2	1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<http://bit.ly/3ZSmmGK>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

2.1.6 Sudoku Samurai

O Sudoku Samurai, é composto por cinco Sudokus Tradicionais, ideal para quem já domina pelo menos o nível médio do ST.

Figura 8-A – Sudoku Samurai

5				2					9
	2		4		7	3	5		
	7	8				2			
	5						4		
6									5
	1						8		
		2				8			
	8	1	6		9				
7				1					
						8		3	
						8	7		
						7		4	
4				9					
	3		7		1				
	8	2				7			
	4						3		
5									1
	2						7		
		4				3	8		
	5	8	3		6		2		
2				1					4
5				2					9
	7								
						9		5	
						7			6
							9	3	8
							7		4
							8		5
							6		9
							2		3
							3		4
							9	2	6
							7		8
							7		
							8		1

Fonte: <<http://www.samurai-sudoku.com/pt/>>. Acesso em 26 de nov. de 2022.

Figura 8-B – Sudoku Samurai – Solução

5	4	6	8	2	3	7	1	9			5	1	8	3	2	4	7	6	9	
1	2	9	4	6	7	3	5	8			4	7	6	9	1	8	3	5	2	
3	7	8	9	5	1	2	6	4			9	3	2	5	7	6	8	1	4	
8	5	3	1	9	2	6	4	7			3	6	5	7	9	1	4	2	8	
6	9	7	3	8	4	1	2	5			1	4	7	2	8	5	9	3	6	
2	1	4	5	7	6	9	8	3			2	8	9	6	4	3	1	7	5	
9	6	2	7	4	5	8	3	1	9	5	7	6	2	4	8	3	7	5	9	1
4	8	1	6	3	9	5	7	2	6	4	1	8	9	3	1	5	2	6	4	7
7	3	5	2	1	8	4	9	6	2	3	8	7	5	1	4	6	9	2	8	3
						1	5	4	8	2	3	9	6	7						
						6	8	7	5	1	9	3	4	2						
						3	2	9	7	6	4	1	8	5						
4	1	7	5	9	8	2	6	3	1	9	5	4	7	8	2	5	1	3	9	6
6	3	5	7	2	1	9	4	8	3	7	2	5	1	6	9	7	3	8	4	2
9	8	2	4	6	3	7	1	5	4	8	6	2	3	9	4	6	8	7	1	5
8	4	1	6	7	9	5	3	2				3	8	1	7	9	6	2	5	4
5	7	6	2	3	4	8	9	1				6	4	5	8	3	2	1	7	9
3	2	9	1	8	5	4	7	6				9	2	7	5	1	4	6	3	8
1	6	4	9	5	2	3	8	7				8	5	3	1	2	9	4	6	7
7	5	8	3	4	6	1	2	9				1	9	2	6	4	7	5	8	3
2	9	3	8	1	7	6	5	4				7	6	4	3	8	5	9	2	1

Fonte: <<https://www.samurai-sudoku.com/pt/>>. Acesso em 26 de nov. de 2022.

2.1.7 Kakuro

Semelhante ao jogo de palavras cruzadas, os números iniciais indicam a soma dos elementos de cada linha ou coluna.

Figura 9-A – Kakuro

		23	30				27	12	16
16						24			
17				29					
35				15					12
	7					8			7
	11	10							
21							5		
6							3		

Fonte: <<https://bit.ly/3wENoUZ>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Figura 9-B – Kakuro – Solução

		23	30				27	12	16	
16	9	7				24	8	7	9	
17	8	9		29			8	9	5	7
35	6	8	5	9	7				12	
	7					8			7	
	11	10								
21	8	9	3	1			5	1	4	
6	3	1	2				3	2	1	

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3wENoUZ>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

2.1.8 Mathdoku

Conhecido também como Calcudoku, ou como Kenken. Nessa variante são utilizadas as quatro operações fundamentais da Matemática, ou seja a adição, subtração, multiplicação e

divisão. Para cada região há a um número seguindo de um símbolo aritmético que indicará a operação a ser realizada entre os números da região. Os números que compõem cada região não podem ser repetidos.

Veja na Figura 10-A, que a primeira linha, coincide com uma região. Nesta região temos a seguinte referência: “24x”, isso significa que o produto dos quatro números que devem ser colocados nessa região deve ser igual a 24.

Figura 10-A – Mathdoku

24x			
3+		4x	12x
12x	6x		
		2+	

Fonte: <<http://bit.ly/3WyY1TA>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Figura 10-B – Mathdoku – Solução

24x	1	4	3	2
3+	2	1	4	3
12x	3	2	1	4
	4	3	2	1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<http://bit.ly/3WyY1TA>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

2.1.9 Sudoku Killer

No Sudoku Killer que a partir de agora iremos referenciar pela sigla SK, os números indicados correspondem a soma da região pontilhada. No interior da região pontilhada não é possível haver repetição de números⁴.

Figura 11-A – Sudoku Killer

6	22			11	10	16		
	15		16			10		
10		14		4		15	11	
				10			14	7
17		8	7	11		12		
9	7			16			5	4
		14			16	11		
12	7		7				24	
	9			12		6		

Fonte: <<https://www.facebook.com/booksudoku/>>. Acesso em 26 de nov. de 2022.

⁴ Se houvesse repetição de números estaríamos lidando com a Teoria das partições de inteiros, onde afirma que há cinco partições do número 4 (4 = 3 + 1 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1). Conforme Chaves (2015, p. 2), a função de partição p(n) foi obtida em 1918 por Godfrey Harold Hardy e S. Ramanujan:

$$P(n) \approx \frac{e^{\pi\sqrt{2n/3}}}{4\sqrt{3n}}$$

Solução:

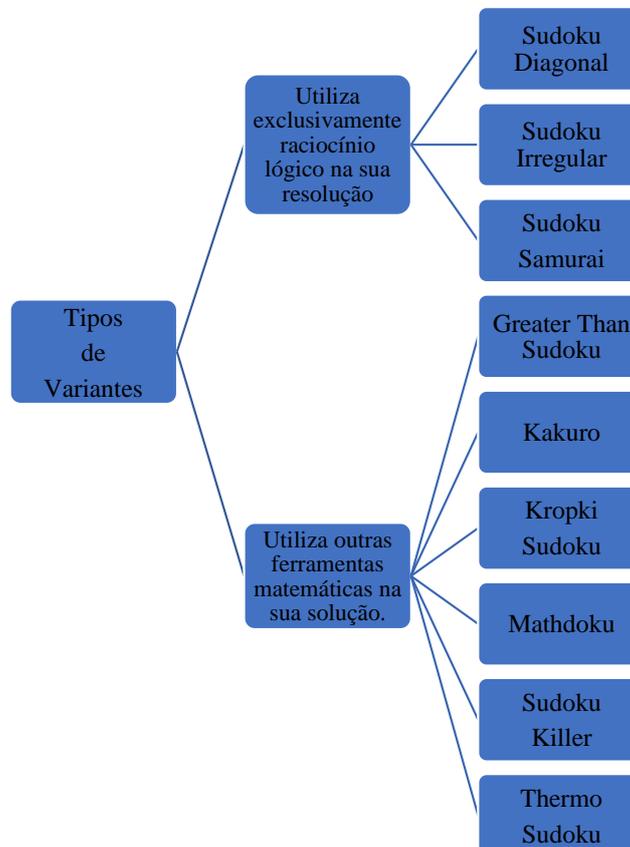
Figura 11-B– Sudoku Killer – Solução

6	1	22	6	9	4	11	5	10	8	16	2	3	7
5	15	8	3	16	7	6	2	10	1	9	4		
10	4	7	14	2	9	4	1	3	15	8	11	5	6
6	5	4	3	10	9	1	7	14	8	7	2		
17	8	9	8	1	7	2	11	4	7	12	3	6	5
9	2	7	3	7	5	16	8	6	9	5	4	4	1
7	4	14	6	8	2	16	9	11	5	1	3		
12	9	7	2	5	7	1	3	4	6	24	7	8	
3	9	1	8	6	12	7	5	6	4	2	9		

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://www.facebook.com/booksudoku/>>. Acesso em 26 de nov. de 2022.

A Figura 12 agrupa, sob o ponto de vista matemático, os Sudokus apresentados em duas situações possíveis. A primeira situação refere-se aos desafios do Sudoku na qual se faz necessário apenas o uso de lógica. A segunda situação, há alguma ferramenta matemática mais robusta envolvida para resolver os desafios propostos.

Figura 12 – Organograma das variantes comentadas neste trabalho



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Acreditamos que a utilização de qualquer variante desse jogo, só é possível após a resolução de vários Sudokus Tradicionais. Caso contrário a experiência pode não ser tão proveitosa.

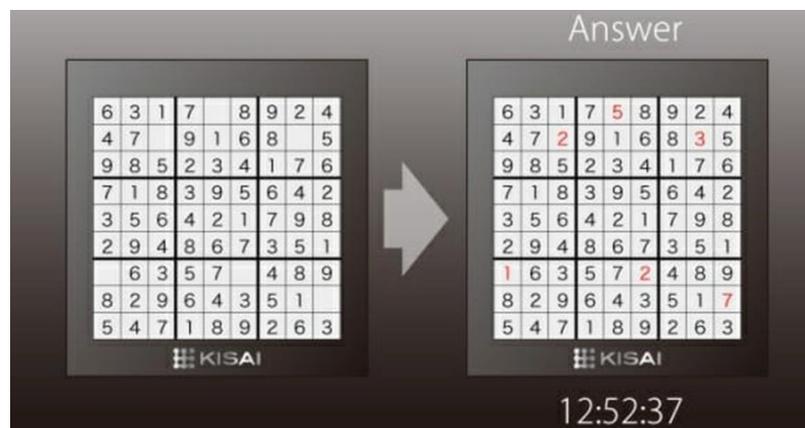
A título de curiosidade, existe um relógio da *Tokyoflash* em que para saber a hora atual a pessoa deverá resolver um ST. A Figura 13 apresenta uma foto do relógio, e Figura 14 apresenta a leitura do horário indicado.

Figura 13 – Relógio da Tokyoflash



Fonte: <<https://blog.tokyoflash.com/2012/01/27/sudoku-watch-puzzles-the-mind-whilst-telling-the-time/>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Figura 14 – Visor do relógio e hora correspondente



Fonte: <<https://blog.tokyoflash.com/2012/01/27/sudoku-watch-puzzles-the-mind-whilst-telling-the-time/>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

3. COMO RESOLVER UM SUDOKU

Neste capítulo abordaremos o passo-a-passo para resolver um ST e um SK, tema central do nosso estudo. Essa variante conta com as estratégias de solução do modo tradicional e com situações que envolverão somas, subtrações e multiplicações.

3.1 Solucionando um Sudoku Tradicional

Discutiremos a seguir a solução do ST, ver Figura 1, que apresentamos no início do Capítulo 2.

Uma dica para começar a resolver qualquer sudoku, é tentar começar com a linha, coluna contiver a maior quantidade de números. Selecione uma e comece a desvendar esse quebra-cabeça. Porém a ideia central para resolver deverá ser o uso de lógica, do início ao fim.

Para facilitar a explicação, nomearemos as colunas, da esquerda para a direita por letras, enquanto que as linhas, de cima para baixo, indicaremos por números. Como veremos a seguir.

Figura 15 – Sudoku Tradicional (com referências)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9			4	7
2	3				2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6				8	
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5		3	7	9	4		
7	7		5				6		4
8			3		4	6	7	2	
9		6	8	2	3	7	9	1	

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Observe que na coluna A não existe o número 9. Logo, há duas casas possíveis para o referido número. Mas observe que na última linha já temos um 9 na posição G9. Assim, colocaremos o 9 em A8. Observe, também, que na coluna A, para completar a sequência de 1 a 9, só está faltando o número 4, o qual será colocado na posição A9. Veja que na linha 9 falta apenas colocar o número 5. Após essas considerações, teremos a seguinte situação:

Figura 16 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9			4	7
2	3				2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6				8	
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5		3	7	9	4		
7	7		5				6		4
8	9		3		4	6	7	2	
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Para prosseguirmos o preenchimento, chamaremos de “Grades” os seguintes agrupamentos:

Figura 17 – Grades do Sudoku Tradicional

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	GRADE 1			GRADE 2			GRADE 3		
3									
4									
5	GRADE 4			GRADE 5			GRADE 6		
6									
7									
8	GRADE 7			GRADE 8			GRADE 9		
9									

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Veja que na Grade 7, do nosso desafio, está faltando colocar os números 1 e 2. Como na linha 8, já temos o número 2, então a única posição possível será em *B7*. Também chegaríamos na mesma conclusão se observássemos que o número 2 está faltando na coluna *B*, mas como na linha 2 e na linha 8 já temos um 2, só restaria a posição *B7*. Após esse preenchimento, observe que na Grade 7, só está faltando o número 1, que será colocado em *B8*.

Figura 18 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9			4	7
2	3				2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6				8	
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5		3	7	9	4		
7	7	2	5				6		4
8	9	1	3		4	6	7	2	
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Observe que na Grade 3, está faltando apenas o número 3, poderíamos até ter começado o jogo por essa Grade, pois em termos de Grade é a que possui mais números. Consequentemente, observamos que falta apenas o número 2 para completar a coluna G, que será posto em G4. Além disso, na primeira linha está faltando apenas o número 5, que será posto em F1. Veja a atualização de tais preenchimentos na Figura 19, a seguir.

Figura 19 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9	5	3	4	7
2	3				2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6			2	8	
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5		3	7	9	4		
7	7	2	5				6		4
8	9	1	3		4	6	7	2	
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Na Grade 9 estão faltando os números 3 e 8. No entanto, observe que não podemos colocar o número 3 na casa I8, uma vez que a linha 8 já possui o número 3. Assim, o número 3 ficará em H7, enquanto que o número 8 que será posto em I8. Agora vamos completar a linha 8 com o número 5 que está faltando. Na coluna H, o número 6 ficará na posição H6. E completaremos, também, a coluna B com o 7 na posição B2. Observe a atualização desta solução na figura a seguir.

Figura 20 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9	5	3	4	7
2	3	7			2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6			2	8	
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5		3	7	9	4	6	
7	7	2	5				6	3	4
8	9	1	3	5	4	6	7	2	8
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Na Grade 6 está faltando o 3, como não podemos colocar em I6, pois já temos um 3 em D6, colocaremos o 3 desta Grade em I4. E para completarmos a coluna I utilizaremos o número 1 em I6. Na linha 6, falta apenas o número 2 que ocupará a posição C6. Observe que na Grade

I, está faltando o número 9, que será colocado em *C2*. Vejamos mais uma atualização desta solução na figura a seguir.

Figura 21 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9	5	3	4	7
2	3	7	9		2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6			2	8	3
5	6	3		8			5	7	9
6	8	5	2	3	7	9	4	6	1
7	7	2	5				6	3	4
8	9	1	3	5	4	6	7	2	8
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Observe que na Grade 5 está faltando o número 2. Não podemos colocar o número 2 na coluna *E*, pois, ela já possui tal número na célula *E2*. Também não podemos colocar o número 2 na célula *F4*, pois a linha 4 já possui o número 2. Concluimos que o 2 ficará na posição *F5*. Ainda na Grade 5, observe que está faltando o número 1. Uma vez que a linha 4 já possui o número 1, o colocaremos na posição *E5*. Continuando a analisar a Grade 5, veja que está faltando o número 5, mas não podemos colocá-lo na coluna *F*, por conta de *F1*. Logo o número 5 ficará na posição *E4*. Ficarão apenas uma única casa vazia nesta Grade, a qual completaremos com o número 4. Atualizando a nossa solução, teremos.

Figura 22 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 6

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9	5	3	4	7
2	3	7	9		2		1	5	6
3	5	4	1				8	9	2
4	1	9		6	5	4	2	8	3
5	6	3		8	1	2	5	7	9
6	8	5	2	3	7	9	4	6	1
7	7	2	5				6	3	4
8	9	1	3	5	4	6	7	2	8
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Continuando com nossa solução, observe que na Grade 4 estão faltando os números 4 e 7, os quais serão postos nas posições *C5* e *C4*, respectivamente. Fica como exercício a verificação deste passo.

Restam apenas as Grades 2 e 8 para preencher. Observe que na Grade 2 está faltando alguns números, entre eles o número 4. E tal número não pode ser colocado na coluna *F*, por conta de *F4*, nem na coluna *E*, devido a *E8*. Restam apenas duas opções para o número 4, que seriam as posições *D2* ou *D3*. Como já temos um 4 na Linha 3, que ocupa a posição *B4*, obrigatoriamente, o número 4 ficará na posição *D2*. Agora completaremos a Linha 2 com o número 8. Com o preenchimento dessa última casa, concluímos que a única posição possível para o número 8 na Grade 8 será em *E7*, pois as colunas *D* e *F* já possuem o número. Em seguida complementaremos a coluna *E* com o número 6 na posição *E3*. Para finalizarmos o preenchimento, observe que na Grade 8 estão faltando os números 1 e 9. O número 1 ficará na posição *F7*, por conta de *D1*. Enquanto que o número 9 ficará na posição *D7*. Para finalizar restam duas casas a serem preenchidas na Grade 2. Assim, colocaremos o número 3 na posição *F3*, uma vez que a coluna *D* já possui o número 3 e finalizaremos colocando o 7 na posição *D3*.

Figura 23 – Resolução do Sudoku Tradicional – Etapa 7 (Solução final)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2	8	6	1	9	5	3	4	7
2	3	7	9	4	2	8	1	5	6
3	5	4	1	7	6	3	8	9	2
4	1	9	7	6	5	4	2	8	3
5	6	3	4	8	1	2	5	7	9
6	8	5	2	3	7	9	4	6	1
7	7	2	5	9	8	1	6	3	4
8	9	1	3	5	4	6	7	2	8
9	4	6	8	2	3	7	9	1	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/sudoku.htm>>. Acesso em 16 de ago. de 2022.

Perceba que até o momento só foi usado raciocínio lógico para preencher as casas vazias. E à medida que as casas são preenchidas fica mais fácil preencher outra região do jogo. Em alguns casos há mais de uma possibilidade de preenchimento na mesma célula. Nesta situação orientamos ao aluno fazer uma pequena marcação com os números possíveis e avançar para outras células. Pois, no caso de 2 números, há uma probabilidade de 50% do número ser o correto. Caso o número escolhido não seja o correto, chegaremos numa situação de ter o mesmo número na mesma linha, coluna ou grade.

Ao final de alguns jogos, os alunos perceberão que os números são apenas simbólicos e que ao invés de números poderíamos ter letras ou até mesmo figuras.

3.2 Solucionando um Sudoku Killer – Tipo 6x6

Nesta Seção resolveremos, de forma detalhada, um SK de dimensões 6x6. Para isso, considere o seguinte desafio.

Figura 24 – Sudoku Killer 6x6

7		12		7	
5			11		18
8			3		
13					
3	10		7		4
	18				

Fonte: <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Do mesmo modo que define-se as grades, linhas e colunas, no ST 9x9, define-se as grades, linhas e colunas de um Sudoku 6x6 da seguinte forma:

Figura 25 – Grades do Sudoku Killer 6x6

	A	B	C	D	E	F
1	GRADE 1			GRADE 2		
2	GRADE 1			GRADE 2		
3	GRADE 3			GRADE 4		
4	GRADE 3			GRADE 4		
5	GRADE 5			GRADE 6		
6	GRADE 5			GRADE 6		

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Como em cada linha, coluna e Grade teremos os números de 1 a 6, então uma primeira estratégia para começarmos a resolver o desafio proposto será calcular

$$\sum_{n=1}^6 n.$$

Ou seja, devemos calcular a soma dos números inteiros de 1 a 6. Para isso podemos usar uma propriedade da soma dos termos de uma Progressão Aritmética, em que a soma dos termos equidistantes é constante. Ou seja: $1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 7$. Logo, a soma inicial pode ser calculada da seguinte forma: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 3 \times 7 = 21$. Esse 21 também será a soma dos números de uma mesma coluna e Grade.

Analisando o SK 6x6 proposto, temos que se somarmos todos os números que aparecem na primeira linha, encontraremos um número superior a 21, pois o número 12 representa a soma

das casas $C1$, $D1$ e $C2$, ou seja estamos incluindo na soma um número que pertence a segunda linha. Então neste caso, ao efetuarmos a soma $7 + 12 + 7$, que são os números que estão na primeira linha, encontraremos 26. Para determinarmos o número da casa $C2$, basta subtrair 21 de 26, ou seja, em $C2$ colocaremos o número 5.

Figura 26 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 1

7		12		7	
5		5	11		18
8			3		
13					
3	10		7		4
	18				

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Agora vamos analisar a Linha 6. Como já indicado temos que:

$$B6 + C6 + D6 + E6 = 18.$$

E sabemos que a soma de todos os números da Linha 6 vale 21, concluímos que:

$$A6 + F6 = 3.$$

A única forma de obter o 3, como a soma de duas casas é: $1 + 2$, ou seja, o $2 \in A6$ ou $2 \in F6$. Mas se $2 \in F6$, obrigatoriamente teríamos o número 2 em $F5$, pois a soma de $F5$ com $F6$ deve ser igual a 4. O que é um absurdo por dois motivos: não é possível repetir o mesmo número na mesma coluna, além disso não há repetição do mesmo número na região pontilhada. Concluimos que $2 \in A6$, e consequentemente $1 \in F6$.

Figura 27 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 2

7		12		7	
5		5	11		18
8			3		
13					
3	10		7		4
2	18				1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Agora fica fácil descobrir valores de $A5$ ($3 - 2 = 1$) e $F5$ ($4 - 1 = 3$). Veja que está faltando o número 5 na Grade 5. Não podemos colocar em $C5$ e nem em $C6$, pois já temos um 5 na coluna C ($C2$). Não podemos colocar o 5 em $B5$, pois se colocássemos, obrigatoriamente deveríamos ter um 5 em $C5$, pois a soma de $B5$ com $C5$ deve ser igual a 10. Concluimos que o único lugar possível para o 5, na Grade 5, será em $B6$.

Figura 28 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 3

7		12		7	
5		5	11		18
8			3		
13					
3	1	10	7		4
2	18	5			1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Continuando a analisar a Grade 5, utilizaremos o que já foi preenchido para encontrar o número da casa C6, fazendo o seguinte cálculo: $21 - (3 + 10 + 5) = 3$, ou seja, $3 \in C6$.

Figura 29 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 4

7		12		7	
5		5	11		18
8			3		
13					
3	1	10	7		4
2	18	5	3		1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Na Grade 1, iremos calcular o valor de C1, utilizando as somas já indicadas de A1 com B1, além da soma de A2 com B2. Na coluna C só usamos o valor de C2, pois o 12 indicado na linha 1 é resultado da soma de elementos da Grade 1 com um elemento da Grade 2. Sendo assim, o cálculo de C1 será $21 - (7 + 5 + 5) = 4$ e conseqüentemente o valor de D1 será dado por $12 - (5 + 4) = 3$.

Figura 30 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 5

7		12	4	3	7
5		5	11		18
8			3		
13					
3	1	10	7		4
2	18	5	3		1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Analisemos, agora, em qual casa deveremos colocar o 3 da Grade 4. As únicas Grades possíveis são $E3$ e $E4$, por conta de $D1$ e $F5$. Se colocarmos o número 3 em $E3$, a soma de $D2$ com $E2$ será igual a 8, pois $11 - 3 = 8$. Analisando agora soma da Linha 2, com exceção da casa $F2$ teremos: $5 + 5 + 8 = 18$. Logo teríamos que o número $3 \in F2$, pois $3 = 21 - 1$. O que é um absurdo, pois a coluna F já possui o número 3. Por eliminação concluímos que:

$$3 \in E4.$$

Figura 31 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 6

7		12	4	3	7	
5		5		11		18
8				3		
13					3	
3	1	10		7		4
2	18	5	3			1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Na Grade 1, está faltando o número 2. Não podemos colocá-lo em $B1$, pois teríamos dois números 5 na Grade 1. Além disso, não podemos colocar o número 2 na coluna A , por conta de $A6$. Sendo assim, o único lugar possível para o número 2 é na posição $B2$ e, por conseguinte, em $A2$ colocaremos o número 3. Para finalizarmos a Grade 1, deveremos colocar o número 1 na posição $B1$, pois já existe um número 1 na coluna A . Logo, teremos o 6 em $A1$.

Figura 32 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 7

7	6	1	12	4	3	7
5	3	2	5		11	18
8				3		
13					3	
3	1	10		7		4
2	18	5	3			1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Na Grade 5, o número 4 ficará em $B5$, pois já temos um 4 na coluna C e pelo fato da soma de $B5$ e $C5$ ser igual a 10. Para finalizar a Grade 5, devemos pôr o número 6 na posição $C5$.

Já na Grade 3, o único lugar possível para o número 6 é a casa $B4$, pois não podemos colocá-lo nem na coluna A e nem na coluna C . Logo, restarão duas casas ($B3$ e $B4$). Mas não

podemos colocar o número 6 na posição $B3$, uma vez que a soma de $A3$ com $C3$ seria igual a 2, sendo impossível pois haveria uma repetição do número 1 na Linha 3. Veja que está faltando apenas o número 3 na coluna B .

Figura 33 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 8

7	6	1	12	4	3	7		
5	3	2	5		11		18	
8	3			3				
13	6				3			
3	1	10	4	6	7		4	3
2	18	5	3				1	

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Veja que na coluna F o número 18 indica a soma das casas $F2$, $F3$, $F4$ e $E4$. Mas como já sabemos que $3 \in E4$, então $F2 + F3 + F4 = 18 - 3 = 15$. Através desta informação fica fácil descobrir o valor de $F1$, basta fazer $21 - (15 + 4) = 2$. E para finalizar a linha 1, colocaremos o 5 em $E1$.

Figura 34 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 9

7	6	1	12	4	3	7	5	2	
5	3	2	5		11			18	
8	3			3					
13	6				3				
3	1	10	4	6	7			4	3
2	18	5	3					1	

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Na Grade 6 não podemos colocar o número 5 na Linha 6, por conta de $B6$, nem em $E5$, pois já temos um número 5 na coluna E . Logo, só podemos colocar o número 5 na posição $D5$ e aproveitamos para colocar o número 2 na posição $E5$, pois $D5 + E5 = 7$.

Figura 35 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 10

7	6	1	12	4	3	7	5	2	
5	3	2	5		11			18	
8	3			3					
13	6				3				
3	1	10	4	6	7	5	2	4	3
2	18	5	3					1	

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Na Grade 3 está faltando o 5, como já temos um 5 na coluna C, só podemos colocá-lo ou em A3 ou em A4. Não podemos colocar o 5 em A3, pois já somaríamos 8 com o valor de B3 e não sobraria nenhum valor possível para C3. Logo, o 5 deve ser colocado na casa A4 e completaremos a última linha da Grade 2, com o número 2, pois $13 - (5 + 6) = 2$. O número 3 que aparece na Grade 4, referente a soma das casas D3 e D4, só pode ser preenchido com os números 1 e 2. Inicialmente, não sabemos a ordem exata do preenchimento. Para solucionar essa indecisão basta verificar que não podemos ter o 2 em D4, pois já temos um número 2 na Linha 4. Portanto, $2 \in D3$ e $1 \in D4$. Agora, basta completar a linha 4, com o número 4.

Figura 36 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 11

7	6	1	12	4	3	7	5	2	
5	3	2	5	11				18	
8		3		3	2				
13	5	6	2	1	3	4			
3	1	10	4	6	7	5	2	4	3
2	18	5	3						1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Iremos colocar o número 1 na Grade 2 na casa E2, pois já temos um número 1 na coluna D e outro na coluna F. Na Grade 3, o número 1 será colocado em C3, pois por conta de A5 e para completar a Grade 2, colocaremos o 4 na posição A3. Na Grade 2, colocaremos o 4 na casa D2 e completaremos a Grade com o número 6 em F2.

Figura 37 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 12

7	6	1	12	4	3	7	5	2	
5	3	2	5	11	4	1		18	6
8	4	3	1	3	2				
13	5	6	2	1	3	4			
3	1	10	4	6	7	5	2	4	3
2	18	5	3						1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Perceba que na Grade 4, o número 6 ficará em E3 e finalizaremos a Grade 4 com o número 5 em F3. Fica como exercício para o leitor, verificar o motivo dos últimos passos.

Figura 38 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 13

7	6	1	12	4	3	7	5	2
5	3	2	5	11	4	1	18	6
8	4	3	1	3	2	6	5	
13	5	6	2	1	3	4		
3	1	10	4	6	7	5	2	4
2	18	5	3					1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

Finalizaremos o jogo colocando o número 6 na posição *D6* e o número 4 na posição *E6*.

Figura 39 – Resolução Sudoku Killer 6x6 – Etapa 14 (Solução final)

7	6	1	12	4	3	7	5	2
5	3	2	5	11	4	1	18	6
8	4	3	1	3	2	6	5	
13	5	6	2	1	3	4		
3	1	10	4	6	7	5	2	4
2	18	5	3	6	4			1

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/3JqLcrK>>. Acesso em 21 de ago. de 2022.

3.3 Resolvendo o Sudoku com outras ferramentas

Com a intenção de resolvermos um sudoku aplicando outras técnicas de Matemática além da Aritmética, apresentaremos recursos da programação, álgebra e combinatória.

3.3.1 Usando o Sudoku nos Fundamentos de Programação

Nesta seção apresentamos uma maneira de resolver o Sudoku por meio de algoritmos usando uma ferramenta do Microsoft Excel. Através dessa ferramenta podemos automatizar tarefas repetitivas, otimizando o tempo e diminuindo a margem de erro da atividade realizada.

Sugerimos incluir a resolução de um Sudoku em disciplinas de Fundamentos de Programação, tanto pela questão do pensamento computacional quanto pelo uso de fluxogramas. Vejamos o que diz a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em relação ao pensamento computacional, conforme BRASIL (2017):

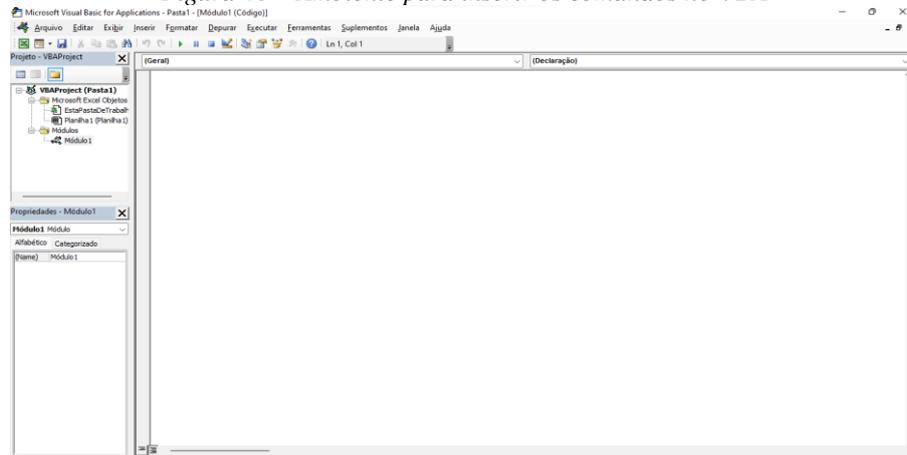
Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. (BRASIL, 2017, p. 271)

Recomendamos, fortemente, aos interessados em utilizar algoritmos para solucionar os desafios propostos neste trabalho, que vejam o algoritmo desenvolvido no Visual Basic for Applications (VBA). Esses algoritmos que executam uma série de tarefas repetidas dentro de uma planilha eletrônica também são chamados de *macros*.

A linguagem de programação VBA é utilizada para automatizar planilhas eletrônicas do Microsoft Excel. Embora o uso de *macro* seja recomendado para usuários de nível avançado em planilhas, há muitos comandos que podem ser usados por usuários iniciantes.

Para ter acesso ao ambiente do VBA, após abrir o programa Microsoft Excel, utilize o atalho ALT+F11. Para digitar os comandos selecione a opção “Inserir”, localizada na “Barra de Ferramentas”, em seguida clique em “Módulo”. Após esse procedimento surgirá a seguinte tela:

Figura 40 – Ambiente para inserir os comandos no VBA



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2023).

Vejamos alguns exemplos para nos ambientar um pouco com o VBA. Um caso bastante simples é escrever de 1 a 1000, na primeira coluna, ou seja, na coluna A, usando uma macro. Para tanto, usaremos a sequência de comandos do VBA que está indicada na tabela a seguir.

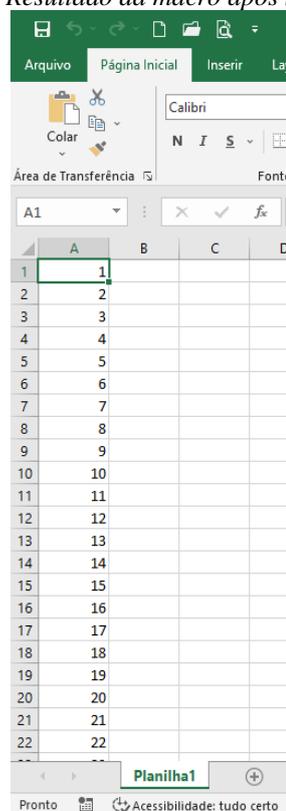
Tabela 1 – Exemplo de uma macro em VBA

```
Sub Sequencia()
  Dim i As Integer
  For i = 1 To 1000
    Cells(i, 1) = i
  Next i
End Sub
```

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2023).

Analisando essa *macro*, temos que a primeira linha iremos sempre iniciar com o comando “*Sub*” seguido do nome da *macro*, e finalizaremos a *macro* com a expressão “*End Sub*”. Na segunda linha indicamos que iremos utilizar a variável “*i*” e que essa variável é do tipo inteiro (*Integer*). Logo em seguida foi utilizado um laço de repetição, indicado pelo comando “*For*”, em que inicializa a variável *i* com o número 1 e finaliza a mesma com o número 1000. Sempre que iniciarmos o comando “*For*” devemos finalizá-lo com o comando “*Next*” seguido da variável. Dentro do comando “*For*” será realizada a seguinte instrução: $\text{Cells}(i, 1) = i$. Neste caso estamos executando operações de escrita em determinadas células da planilha. A primeira referência do comando é relativa à linha da planilha, enquanto que a segunda referência indica a coluna. Observe que a segunda referência é fixa, igual a 1. Significa que as alterações que forem feitas serão registradas apenas na coluna 1, ou seja, na coluna A. Na primeira iteração $\text{Cells}(1,1) = 1$, a *macro* irá escrever 1 na célula A1. Na segunda iteração $\text{Cells}(2,1) = 2$, ou seja o valor da célula A2 será 2, e assim por diante. Para “rodar” a *macro*, basta apertar a tecla F5, e selecionar a opção “Executar”. O resultado é apresentado na Figura 41.

Figura 41 – Resultado da *macro* após ser executada

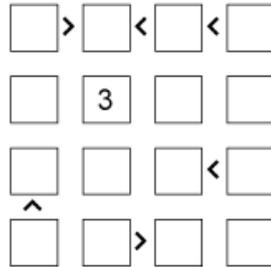


Fonte: Produzida pelo próprio autor (2023).

Em resumo, podemos observar que o processo de escrever de 1 a 1000 embora seja extremamente desgastante, com o uso do VBA tornar-se bastante simples.

Escolhemos um desafio no estilo Futoshiki (ver Seção 2.1.4.1), para resolver usando o VBA:

Figura 42 – Futoshiki 4x4

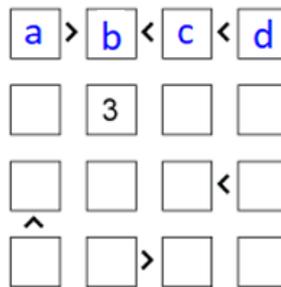


Fonte: <<https://www.mathinenglish.com/puzzlevew.php?id=614&pstid=2101>>. Acesso em 21 de nov. de 2022.

O site de origem, desse desafio, classifica-o no nível difícil. Contudo, desenvolvemos uma macro em VBA (APÊNDICE B) para encontrarmos a solução. Do ponto de vista dos Fundamentos de Programação, essa macro é vista como simples, pois foi usado basicamente o laço de repetição “For” e o operador lógico “If”. Porém espera-se que o leitor tenha o conhecimento básico de programação para um bom aproveitamento desse código.

Algo importante de se trabalhar com os alunos, refere-se as ideias centrais contidas no APÊNDICE B. Por exemplo, na primeira linha da Figura 43, além de não haver repetição de números, há algumas desigualdades envolvidas. Caso o aluno não perceba essas desigualdades, poderíamos ressaltá-las usando o “Portugol”⁵, após fazermos uma adaptação desta última figura, por conta das referências que serão utilizadas.

Figura 43 – Futoshiki 4x4 – Análise Inicial



Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://www.mathinenglish.com/puzzlevew.php?id=614&pstid=2101>>. Acesso em 21 de nov. de 2022.

Uma forma de escrever uma condição lógica para a primeira linha, poderia ser da seguinte forma:

“Se $a \neq b$ e $a \neq c$ e $a \neq d$ e $b \neq c$ e $b \neq d$ e $c \neq d$, então”

⁵ O “Portugol” é uma maneira simplificada usada para o aprendizado da lógica de programação. Fonte: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Portugol>>. Acesso em 03 de fev. de 2023.

Uma vez que no Futoshiki não há repetição de números em uma mesma linha. Além disso a comparação entre os valores de cada incógnita é dada comparando apenas duas incógnitas, não sendo possível a seguinte expressão: $a \neq b \neq c$. Porém, podemos reescrever a última expressão lógica de uma forma mais eficiente:

“Se $a > b$ e $b < c$ e $c < d$ e $a \neq c$, então”

Consequentemente esse algoritmo funcionará mais rapidamente do que no caso anterior. Essas ideias precisam ser discutidas sobre o porquê funcionar.

Ao rodar essa macro (APÊNDICE C), vimos que em frações de segundos o desafio havia sido solucionado. Segue a solução encontrada:

Figura 44 – Solução do Futoshiki encontrada pelo VBA

	A	B	C	D
1	4	1	2	3
2	2	3	4	1
3	1	2	3	4
4	3	4	1	2

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Aplicamos, também o uso do VBA para resolvermos o Sudoku Mathdoku que havíamos mencionados na Seção 2.1.8. Nessa variante, nos é permitido utilizar as quatro operações básicas da Aritmética, ou seja: adição, subtração, multiplicação e divisão. Para facilitar o entendimento da macro, que é descrita no APÊNDICE D, utilizamos uma notação parecida com a usada no exemplo anterior. Vejamos:

Figura 45 – Mathdoku – Notação Inicial

$24 \times$	a	b	c	d
$3+$	e	f	$4 \times$	$12 \times$
$12 \times$	i	$6 \times$	k	l
	m	n	$2+$	p

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://www.mathinenglish.com/puzzlesmathdoku.php>>. Acesso em 13 de ago. de 2022.

Ainda no que diz respeito as orientações da BNCC, quanto ao pensamento computacional, destacamos, também em BRASIL (2017):

A preocupação com os impactos dessas transformações na sociedade está expressa na BNCC e se explicita já nas competências gerais para a Educação Básica. Diferentes

dimensões que caracterizam a computação e as tecnologias digitais são tematizadas, tanto no que diz respeito a conhecimentos e habilidades quanto a atitudes e valores:
 – Pensamento computacional: envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos. [...] (BRASIL, 2017, p. 473-474)

Isso nos leva a crer que por mais que não tenhamos um Laboratório de Informática adequado para atender aos alunos, podemos nessas atividades envolvendo o SK, ou outro tipo de variante do ST, utilizar noções de pensamento computacional conforme as orientações da BNCC.

Uma vez que o SK não seja mais um jogo desafiador para os alunos, vale a pena trabalharmos as variantes “MathDoku” e Kakuro, pois as mesmas possuem peculiaridades que ao mesmo tempo são diferentes, ambos complementam os tipos de raciocínios empregados no SK.

3.3.2 Resolvendo o Kakuro através de um Sistema de Equações Lineares

Outra abordagem possível para solucionar um Sudoku é utilizando um sistema de equações lineares. A variante do Sudoku que podemos empregar essa ferramenta matemática é o Kakuro (ver seção: 2.1.7). Apresentamos aqui dois exemplos:

Exemplo 1: Resolver o Kakuro apresentado na figura a seguir.

Figura 46 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 1

	9	16
8		
17		

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Para tal solução devemos montar o sistema linear nas seguintes incógnitas, conforme a figura a seguir.

Figura 47 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 1 (com variáveis)

	9	16
8	a	b
17	c	d

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Com essa representação, montaremos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a + b = 8 \\ c + d = 17 \\ a + c = 9 \\ b + d = 16 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema anterior, encontramos a seguinte solução:

$$\begin{cases} b = 8 - a \\ c = 9 - a \\ d = a + 8 \end{cases}$$

As incógnitas b , c e d são apresentadas em função de a , porém o único valor possível para a é 1. Não há outro valor possível para a , pois se a é maior que 1 isso implica que d é maior que 9, uma situação impossível, pois os únicos valores possíveis para a , b , c e d são os números inteiros de 1 a 9.

Concluimos que:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 7 \\ c = 8 \\ d = 9 \end{cases}$$

Ou seja:

Figura 48 – Kakuro – Solução do Exemplo 1

	9	16
8	1	7
17	8	9

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://www.papodema.com.br/noticias/gosta-de-desafios-conheca-o-kakuro.html>>. Acesso em 27 de nov. de 2022.

Exemplo 2: Resolver o Kakuro apresentado na figura a seguir.

Figura 49 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 2

	17	18	13
10	4		
19		4	
19			3

Fonte: <<https://www.mathinenglish.com/puzzleview.php?id=325&pstid=701>>. Acesso em 27 de nov. de 2022.

De maneira análoga ao Exemplo 1, usaremos as seguintes incógnitas:

Figura 50 – Kakuro – Usando Sistema de Equações – Exemplo 2 (com variáveis)

	17	18	13
10	4	a	b
19	c	4	d
19	e	f	3

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://www.mathinenglish.com/puzzleview.php?id=325&pstid=701>>. Acesso em 27 de nov. de 2022.

Segue o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 4 + a + b = 10 \\ c + 4 + d = 19 \\ e + f + 3 = 19 \\ 4 + c + e = 17 \\ a + 4 + f = 18 \\ b + d + 3 = 13 \end{cases}$$

Resolveremos esse sistema através da plataforma Symbolab⁶ (<https://pt.symbolab.com/>). Temos como solução:

Figura 51 – Solução do Sistema usando o Symbolab

Portanto, a solução final para $4 + a + b = 10$, $c + 4 + d = 19$, $e + f + 3 = 19$,

$$(a = e - 2, \quad b = -e + 8, \quad c = -e + 13, \quad d = e + 2, \quad f = -e + 16)$$

Fonte: <<https://bit.ly/sistemakakuro2>>. Acesso em 27 de nov. de 2022

Iremos analisar as soluções possíveis por meio da seguinte tabela:

Tabela 2 – Kakuro (Exemplo 2) – Análise das soluções possíveis

e	$a = e - 2$	$b = -e + 8$	$c = -e + 13$	$d = e + 2$	$f = -e + 16$
1	-1	7	12	3	15
2	0	6	11	4	14
3	1	5	10	5	13
4	2	4	9	6	12
5	3	3	8	7	11
6	4	2	7	8	10
7	5	1	6	9	9
8	6	0	5	10	8
9	7	-1	4	11	7

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

⁶ Symbolab é uma plataforma online que permite resolver problemas matemáticos. Desde resolver equações do 1º grau até solucionar integrais triplas.

Figura 53 – SK – Estudo de Caso

17	89	12			11		5	11	18
	89	12			6	79			
21	6					79			
	2	3	1	9	7	5	4	68	68
	7	89	89	4	26	26	13	135	135
	5	46	46	1	3	8	9	27	27
	1				89				
7	34				89				
	34						7		

Fonte: Figura adaptada a partir de

<<https://www.killersudokuonline.com/play.html?puzzle=D34xqsk23&year=2006>>. Acesso 27 de nov. de 2022.

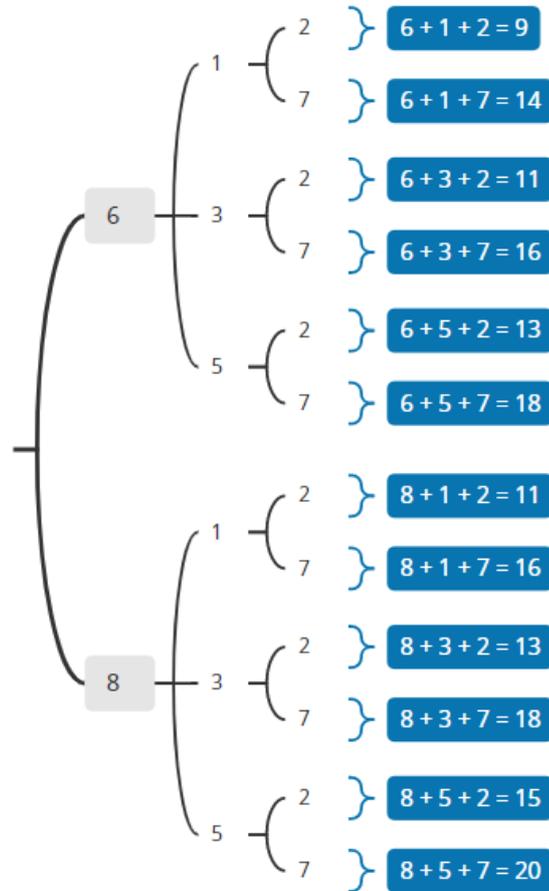
Iremos analisar a coluna *I*, veja que a região formada pelas casas *I4*, *I5* e *I6* tem como soma igual a 20. Para comprovar esse valor, basta realizar o seguinte cálculo:

$$45 - (18 + 7) = 20.$$

Vamos, agora, trabalhar com os valores possíveis, já indicados na Figura, que podemos usar nesta região. Por exemplo a casa *I5* pode ser preenchida com os números 1, 3 e 5.

Usando o diagrama iremos analisar todas as possibilidades de preenchimento dessas casas. Onde a primeira decisão refere-se a casa *I4*, a segunda decisão a *I5*, e a terceira decisão indica a casa *I6*.

Figura 54 – Diagrama de árvore



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Concluimos que há apenas uma única possibilidade para a região em questão. Logo,

$$8 \in I5, 5 \in I6 \text{ e } 7 \in I7.$$

4. APLICAÇÃO DO SUDOKU EM SALA DE AULA

Este capítulo tem como objetivo principal propor duas Sequências Didáticas (SD) utilizando o Sudoku, onde a primeira aborda o uso do Sudoku Tradicional e a segunda Sequência tem como foco principal o Sudoku Killer. Mas, antes de apresentá-las, vamos entender o que é uma SD.

4.1 Sequência Didática

Segundo ZABALA (1998, p. 53), uma Sequência Didática é “uma série ordenada e articulada de atividades que formam as unidades didáticas”.

De uma forma bem simples, uma SD é um roteiro que o professor deverá seguir para uso em sala. De maneira que cada etapa dessa sequência, deverá ser planejada nos mínimos detalhes. Do ponto de vista geral, essa sequência, deverá ser bem estruturada, com começo, meio e fim.

Ressaltamos a importância do professor como interventor no processo ensino e aprendizagem. A função do professor envolve muito mais que a transmissão de conteúdo, assim afirma Castorina (1998):

Por outro lado, quando a aprendizagem é, sim, um resultado desejável de um processo deliberado, explícito, intencional, a intervenção pedagógica é um mecanismo privilegiado. E a escola é o lugar, por excelência, onde o processo intencional de ensino-aprendizagem ocorre: ela é instituição criada pela sociedade letrada para transmitir determinados conhecimentos e formas de ação do mundo; sua finalidade envolve, por definição, processos de intervenção que conduzam à aprendizagem. (CASTORINA, 1998. p. 57)

Isto deixa de forma bastante clara a importância do planejamento das aulas. Não só no ponto de vista do conteúdo e da intervenção necessária, mas a intenção do professor com o assunto que irá ser ministrado.

A Sequências Didáticas é algo relativamente novo. Segundo Cabral (2017):

Além disso, outra grande contribuição para a fomentação de procedimentos de ensino-aprendizagem dirigidos por SD foi introduzida em território nacional pelas editoras mais jovens desafiadas a produzirem materiais didáticos mais completos essas novas editoras passaram a criar materiais inovadores utilizando a concepção das SD. (CABRAL, 2017. p. 33)

Essa inovação se faz necessária, principalmente aos professores de “exatas”, que por muitas vezes não tem material adequado e/ou suficiente, tanto na parte pedagógica como na falta de instrumentos adequados. Embora, acreditamos que tenha melhorado bastante nesses dois aspectos, mas ainda estamos longe de uma situação minimamente ideal.

Destacamos as intervenções pré-formais explanadas por Cabral (2022), nas quais se classificam por Intervenção inicial (Ii), Intervenção Exploratória (Ie) e Intervenção Reflexiva (Ir):

Essa primeira intervenção (Ii) é o ponto de partida e pode ser proposta de duas maneiras distintas. A primeira, a partir de uma situação rica em possibilidades investigativas na qual os alunos possam fazer conjecturas, levantar hipóteses, fazer simulações, etc. [...] A segunda consiste na apresentação de um conjunto de comandos para a realização de “pequenas tarefas” dentro do domínio cognitivo dos alunos. [...] Segue-se com as intervenções Exploratórias (Ie) e as Reflexivas (Ir), que funcionam de modo sincronizado com objetivo intensificar o estímulo aos alunos às generalizações de regularidades a partir de um ambiente empírico-intuitivo. (CABRAL, 2022. p. 23)

Neste sentido, decidimos utilizar o recurso SD para estruturar as atividades que iríamos aplicar na nossa turma. As SD propostas nas próximas seções, utilizam em sua estrutura central essas intervenções pré-formais. Vale ressaltar, também, que foi utilizada a Intervenção inicial nas Seções 3.1 e 3.2 que tratam respectivamente da solução detalhado dos dois Sudokus. Os próximos parágrafos explicam as nossas escolhas.

No início do ano letivo da Escola de Ensino Médio Dom Hélder Câmara, localizada no município de Fortaleza do estado do Ceará, após as avaliações diagnósticas que costumamos realizar, verificamos as dificuldades encontradas pelos alunos. Tendo em vista o resultado destas avaliações, vimos ser necessário uma nova abordagem para os estudantes sobre o conteúdo das operações aritméticas. Assim sendo, elaboramos algumas estratégias para superar estas deficiências.

Apareceram várias sugestões, entretanto, não se adequavam a nossa realidade por questões diversas. Finalmente, encontramos um denominador comum e que foi bem empolgante, tanto para alunos quanto para professores. A partir daí, começamos a nos aprofundar no estudo do Sudoku e contagiar os nossos educandos!

Foi então que passei a ver essas nossas atividades por outro ângulo. Vi que existiam diversos caminhos e possibilidades. Senti, daí em diante, a necessidade de compartilhar essa experiência empolgante com os meus alunos. Não foi uma tarefa fácil.

Quando começamos a “trabalhar” o Sudoku em sala de aula, houve uma certa resistência por parte de alguns alunos, pois como era novidade e eles não sabiam as regras, então

acreditavam que seria uma atividade difícil visto que havia vários números escritos, aparentemente, de forma aleatória.

O que antes era encarado como números aleatórios, aos poucos davam lugar a visões mais críticas de resolver determinadas situações. Os próprios alunos começaram a criar padrões antes desconhecidos. Essa atitude vinha ao encontro do que afirma DEVLIN (2014, p. 40): “Depois que você enxergar a matemática como a ciência de padrões e compreender que fazer matemática é raciocinar sobre padrões, achará muito menos surpreendente a descoberta de que muitas criaturas vivas fazem alguma matemática.”

Ao percebermos que os alunos se sentiam mais seguros, e que todos estavam dominando as regras e a lógica do jogo, fomos aumentando o nível de dificuldade do jogo.

Na seção a seguir propomos o uso de duas SDs, as quais foram aplicadas na turma do 3ºB da Escola de Ensino Médio Dom Hélder Câmara, localizada em Fortaleza no Estado do Ceará. Usaremos na primeira SD o ST para que os alunos criem familiaridade com o jogo, internalizando assim todos os conceitos básicos do Sudoku. Enquanto que na segunda SD utilizaremos o SK que trata das operações básicas da Aritmética além de conceitos usados no ST.

4.1.1 Primeira Sequência Didática

Tema: Sudoku Tradicional

Apresentação: Há uma dificuldade muito grande, por parte dos alunos, em resolver questões de Aritmética Elementar. O presente conteúdo, fará a base necessária para que possamos trabalhar em um momento oportuno com um jogo que terá como ideia central as regras do ST, além de trabalhar com conteúdo da Aritmética Elementar.

O uso do ST tem como fundamentação a BNCC, conforme BRASIL (2017):

Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todos esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado. (BRASIL, 2017, p. 529)

Embora a resolução de um ST possa ser feita individualmente, a experiência de trabalhar em grupo é enriquecedora. Às vezes um colega acaba dando uma ideia que o outro não tinha percebido.

Como nesta SD faremos uso do Sudoku Tradicional (ST), recomendamos ao leitor que não esteja lembrado da resolução do ST, fazer uma leitura do tutorial que foi apresentado na Seção 3.1. Como o ST tem por objetivo preencher as casas em branco, sem a repetição de números em determinadas posições, o aluno tem a liberdade de preencher da maneira que achar mais conveniente. Ou seja, há várias maneiras de começar a resolver um ST, não há um único caminho a ser percorrido na hora de resolver.

Público Alvo: Alunos do Ensino Fundamental e/ou Médio.

Número de alunos: Mínimo de 2 alunos.

Número de aulas: 03 aulas

Conteúdo abordado: Sudoku Tradicional.

Quadro sintético para aplicação da primeira SD:

Quadro 1 – Quadro sintético 1 - Sudoku Tradicional

AULA	QUESTÃO INICIAL	ATIVIDADES	CONTEÚDO TRABALHADO	MOMENTO PEDAGÓGICO
1	Como resolver um ST?	Explicar o objetivo do jogo. Logo após, o professor deve revolver 03 STs, de níveis diferentes, junto com a turma.	ST	Problematização
2		Propor grupos, de no máximo 4 componentes para resolver Sudokus de níveis médio e difícil.		Aplicação
3		Propor que cada aluno resolva individualmente algumas atividades de ST.		Aplicação

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

4.1.2 Aplicação da Primeira Sequência Didática

AULA 1: O professor deverá apresentar o jogo, explicando que deve colocar os números de 1 a 9 em cada linha, coluna, e em cada Grade. Não podendo haver repetição de números. Explicar que no ST, embora tenhamos que preencher as casas com algarismos, não haverá, nessa versão, o uso de operações matemáticas. Será usado apenas o Raciocínio Lógico Matemático (RLM) para realizar o preenchimento.

Uma vez que foram descritas as regras, é necessário a resolução de um ST de nível fácil. Vale ressaltar que o professor deverá ter resolvido alguns desafios antes de propor as atividades em sala de aula. Sugerimos iniciar do mais fácil para o mais difícil.

As Figuras 55, 56 e 57 apresentam os Sudokus que o professor resolverá em sala de aula. No entanto, salientamos que o professor tem a liberdade de escolha de quais STs deve apresentar nesse primeiro momento.

Figura 55 – SD 1 – Sudoku Fácil

7	2	3				1	5	9
6			3		2			8
8				1				2
	7		6	5	4		2	
		4	2		7	3		
	5		9	3	1		4	
5				7				3
4			1		3			6
9	3	2				7	1	4

Fonte: <<https://bit.ly/sd1sudokufacil>>. Acesso em 21 de dez. de 2022.

Figura 56 – SD 1 – Sudoku Médio

		4	2	5		7	6	
	3			9	7			5
		5			8			
	9	6	7		1			
		7				6		3
				8	6		1	7
			3	4	5	1	7	9
							5	
4	5						3	

Fonte: <<https://sudoku.com/pt/medio/>>. Acesso em 04 de jan. de 2023.

Figura 57 – SD 1 – Sudoku Difícil

9			4		2	5		
			9		1			
	5							7
4				2			8	
		2				7	3	4
5		8			6			
			8				2	
7								1
	9		2	6				

Fonte: <<https://sudoku.com/pt/difícil/>>. Acesso em 21 de dez. de 2022.

Nas primeiras tentativas o professor poderá induzir o preenchimento de determinadas casas. Explicando sempre o porquê de cada decisão, evitando ao máximo qualquer tipo de incerteza. Quando o professor perceber que a turma já internalizou as regras, deverá desafiá-los no preenchimento das casas que ainda permanecem em branco.

Se possível, a depender da turma, resolver pelo menos um ST de nível fácil, e um do nível médio. Quanto ao terceiro ST, irá depender muito do ritmo da turma, o professor deverá avaliar como os alunos estão assimilando os desafios propostos.

Por mais que o primeiro Sudoku seja de nível fácil, o tempo dedicado a solução desde primeiro desafio não pode ser pouco. Visto que provavelmente a maioria dos alunos ainda não conhecem esse jogo. À medida que avançamos para o segundo e terceiro nível, podemos perceber o desempenho da turma em relação ao nível mais fácil. Não podemos querer que o ritmo dos alunos da turma sejam o mesmo, pois haverá alunos com mais facilidade que outros, como nos garante D’Ambrosio (1996, p. 25): “Nenhum é igual a outro na sua capacidade de captar e processar informações de uma mesma realidade”.

AULA 2: Nessa aula a turma será dividida em grupos de no máximo 4 alunos para que os mesmos possam resolver os STs propostos pelo professor.

Acreditamos que a divisão da turma em grupos facilitará a discussão e interação entre os alunos. Os grupos poderão ser formados, de preferência, por pelo menos um aluno que entendeu a resolução, para que ele possa tirar dúvidas daqueles que entenderam muito pouco.

AULA 3: Nesse momento será proposto a cada aluno a resolução de pelo menos dois STs, propomos um de nível fácil e o outro de nível médio.

A intenção principal dessa etapa, é que os conhecimentos adquiridos pelos alunos nas aulas anteriores, possibilitem que cada aluno consiga resolver um Sudoku. Caso ainda haja algum aluno com algum tipo de dificuldade, o mesmo deve ser orientado pelo professor e/ou outro aluno que já tenha terminado o desafio proposto.

AVALIAÇÃO: Será avaliado o rendimento da turma e de cada aluno, conforme o desempenho nas atividades realizadas nas Aulas 2 e 3.

Sugerimos que o professor avalie o desenvolvimento de cada aula, sob o ponto de vista individual e em relação ao que foi desenvolvido em grupo. Orientamos que seja feita uma pontuação para cada atividade proposta com a pontuação de 0,0 a 10,0. Para cada acerto o professor deverá atribuir uma certa quantidade de pontos para cada preenchimento correto. A título de sugestão, ao final a nota de cada aluno poderá ser calculada usando a seguinte média ponderada:

$$NOTA DO ALUNO = \frac{2 \times (NOTA EM GRUPO) + 4 \times (NOTA INDIVIDUAL)}{6}.$$

4.1.3 Segunda Sequência Didática

Tema: Sudoku Killer

Apresentação: Nesta segunda SD, faremos uso do que foi executado na primeira. Pois além das regras básicas do ST teremos regiões pontilhadas, no SK, que indicarão a soma de cada casa que a compõe. A intenção principal dessa sequência é trabalhar com as operações aritméticas de adição, subtração e multiplicação. O uso do SK pode ser fundamentado com base nas habilidades sugeridas na BNCC, conforme BRASIL (1997):

Uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destacam o domínio da contagem e das combinações aritméticas, conhecidas por denominações diversas como tabuadas, listas de fatos fundamentais, leis, repertório básico, etc.

Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos.[...]

Ao construírem e organizarem um repertório básico os alunos começam a perceber, intuitivamente, algumas propriedades das operações, tais como a associatividade e a comutatividade, na adição e multiplicação. (BRASIL, 1997, p. 74)

Mencionamos no parágrafo anterior que iremos trabalhar três das quatro operações básicas de Aritmética. Não iremos trabalhar com a divisão. Caso o professor queira trabalhar com a divisão, sugerimos aplicar o Mathdoku que foi apresentado na Seção 2.1.8.

Nesta SD faremos uso do SK. Caso o leitor não esteja lembrado de como se resolver um SK, sugerimos que o mesmo faça uma leitura da Seção 3.2, na qual é feita uma explicação passo-a-passo de um SK 6x6. De maneira semelhante ao ST que tem por objetivo preencher as casas em branco, sem a repetição de números em determinadas posições, temos também uma região pontilhada que indica a soma das casas que a compõe. O aluno tem a liberdade de preencher da maneira que achar mais conveniente. Ou seja, há várias maneiras de começar a resolver um SK, não há um único caminho a ser percorrido na hora de resolver.

Público Alvo: Alunos do Ensino Fundamental e/ou Médio.

Número de alunos: Mínimo de 2 alunos.

Número de aulas: 03 aulas.

Conteúdo abordado: Sudoku Killer.

Quadro sintético para aplicação da segunda SD:

Quadro 2 – Quadro sintético 2 - Sudoku Killer

AULA	QUESTÃO INICIAL	ATIVIDADES	CONTEÚDO TRABALHADO	MOMENTO PEDAGÓGICO
1	Como resolver um SK?	Explicar o objetivo do jogo. Logo após, o professor deve revolver 03 SKs, de níveis diferentes, junto com a turma.	SK	Problematização
2		Propor grupos, de no máximo 4 componentes para resolver os SKs de níveis médio e difícil.		Aplicação
3		Propor que cada aluno resolva individualmente algumas atividades de SK.		Aplicação

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

4.1.4 Aplicação da Segunda Sequência Didática

AULA 1: O professor deverá apresentar o jogo, explicando que se deve colocar os números de 1 a 6 em cada linha, coluna, e em cada Grade. Não podendo haver repetição de números. Além dessas orientações iniciais que são oriundas do ST, explicar que a região pontilhada indica uma soma dos números que a compõe. Nessa variante usaremos Aritmética e RLM.

Mais uma vez ressaltamos que o professor deverá ter resolvido os desafios antes de propô-los em sala de aula para que não haja nenhuma surpresa na hora de resolver os desafios.

Segue os Sudokus que os alunos resolveram em sala de aula.

Figura 58 – SD 2 – Sudoku Fácil

6	8		11		
	10			7	
8	3	10	9		5
			7		
7	9		13	9	
				4	

Fonte: <<https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192516598060/>>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

Figura 59 – SD 2 – Sudoku Médio

10		10	6		6
3			10		
	5	9		17	
10			8		
	16			11	5

Fonte: <<https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192903264688/>>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

Figura 60 – SD 2 – Sudoku Difícil

10		7		7	
	7		13		5
9	5	7	6		
				8	
14			5		8
	7		8		

Fonte: <<https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192079931437/>>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

Para a resolução desses tipos de desafios, sugerimos que o professor utilize uma parte da lousa para realizar os cálculos necessários (soma, subtração e multiplicação). Explicar, por exemplo em situações em que o tracejado é de apenas duas casas e a soma é igual a 10, não é possível colocar em uma das casas um 5, pois a outra necessariamente seria outro 5, o que é um absurdo, pois não é possível repetir o mesmo número em uma região tracejada.

Sugerimos que o professor inquiete os alunos com perguntas do tipo:

- Qual a melhor casa para começarmos a preencher?
- Há alguma grade mais simples para começarmos?
- De quantos modos podemos escrever o número 8, por exemplo, como soma de dois números?
- A ordem que usaremos para preencher as casas é relevante? Ou seja, tanto faz eu colocar 2 a direita e o 3 a esquerda e vice-versa?

O professor deve iniciar as discussões acerca do preenchimento do SK com tais questionamentos. Lembre-se do que foi mencionado no início deste capítulo, acerca das intervenções pré-formais.

Em relação as Aulas 2 e 3, sugerimos que sejam adotadas as mesmas ideias aplicadas na Seção 4.1.2 (Aulas 2 e 3 da Primeira SD). A ideia será a mesma aplicada anteriormente.

AValiação: De forma muito parecida com a Avaliação da Primeira SD, propomos como nota individual de cada aluno utilizando média ponderada. Será avaliado o rendimento da turma e de cada aluno, conforme o desempenho nas atividades realizadas nas Aulas 2 e 3.

$$NOTA DO ALUNO = \frac{2 \times (NOTA EM GRUPO) + 8 \times (NOTA INDIVIDUAL)}{10}$$

Perceba que mudamos os pesos, nesta última fórmula, em relação a primeira. Pois como no SK iremos utilizar conceitos de Aritmética, acreditamos que os desafios foram bem mais complexos do que no ST.

Na próxima Seção iremos trazer o resultado de uma pesquisa realizada em sala de aula após a execução das duas SDs propostas neste trabalho. Antes gostaríamos de compartilhar a nossa visão em relação a essas Sequências.

Embora o objetivo deste trabalho está relacionado ao SK, não poderíamos atacar diretamente esse tipo de desafio, pois as ideias principais do ST ainda não tinham sido vivenciadas em sala de aula. Acreditamos que a primeira SD ocorreu conforme o esperado.

Em relação a segunda SD, observamos uma fluidez em relação ao preenchimento dos Sudokus apresentados, assim como um engajamento, por parte dos alunos, na hora de fazer as operações aritméticas. Acreditamos, também, que essa segunda SD ocorreu de acordo com o planejamento esperado.

Essas mesmas SDs podem ser adaptadas para as demais variantes estudadas nos Capítulos 2 e 3, ficando a critério do professor. Se faz necessário que o professor resolva com bastante atenção as variantes apresentadas, pois cada variante apresenta peculiaridades na hora de resolver.

A experiência em resolver esse SK em sala de aula foi registrada, e compartilhada nos registros fotográficos do APÊNDICE D.

Disponibilizamos no APÊNDICE E as soluções dos Sudokus sugeridos na Aula 1 tanto da primeira quanto da segunda SD.

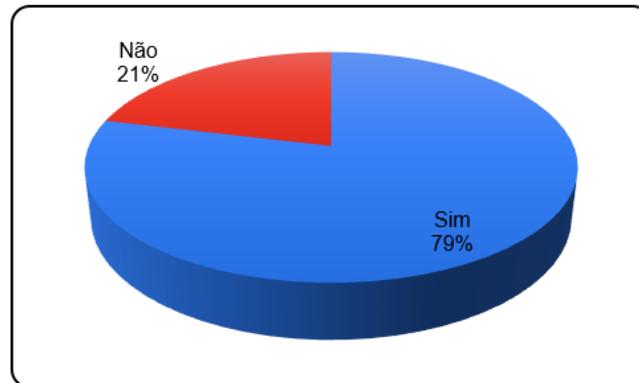
4.2 Resultados da Pesquisa realizada em sala de aula sobre o Sudoku

Atualmente lecionamos em cinco turmas do 3º ano do Ensino Médio, das quais três no período matutino e duas no período vespertino. Analisando essas turmas, no que diz respeito a frequência escolar dos alunos, vimos que uma única turma, o 3ºB, apresentava um alto índice de frequência. Por este motivo escolhemos esta turma para realizarmos uma Pesquisa relacionada ao Sudoku. Esta turma é composta de 33 alunos.

O questionário apresentado aos alunos encontra-se no APÊNDICE A.

Acreditamos que a análise das respostas obtidas por meio desta pesquisa será essencial para analisarmos se os objetivos deste trabalho foram alcançados.

Vejamos agora os resultados obtidos pela pesquisa.

Questão 01: Você tem facilidade ou gosto pela disciplina de Matemática?*Gráfico 1 – Gosto pela Matemática*

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Embora 79% da turma goste de Matemática, a nossa preocupação principal é voltada para os 21% da turma que não gosta da matéria. Pois muitas vezes quem não gosta da matéria sente mais dificuldades nas operações básicas de Aritmética.

Questão 02: O que te motiva a estudar a disciplina de Matemática?*Tabela 3 – Motivação para estudar Matemática*

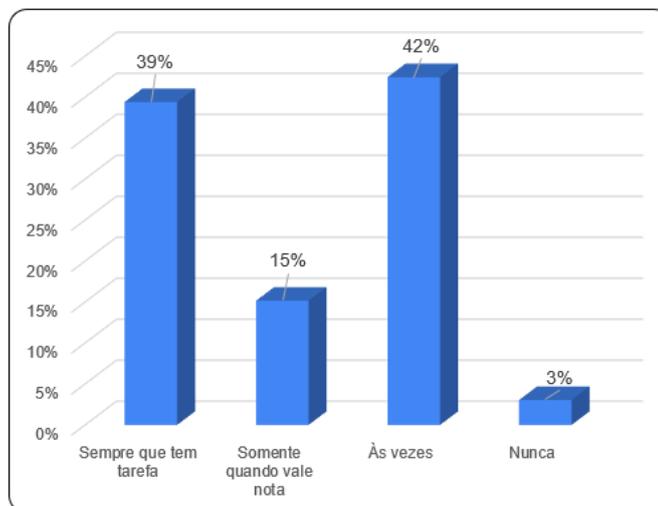
Alternativas	Quantidade	%
Nota	5	15
Pressão familiar	0	0
Vontade de aprender	7	21
Gosto do professor	11	33
Gosto da matéria	6	18
Outros	4	12
Total	33	100

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Ficamos muito felizes em saber que 1/3 dos entrevistados que gostam da matéria está relacionado ao professor e que 39% relacionam o gosto à vontade de aprender e ao gosto da matéria. Ao mesmo tempo continuamos preocupados com os alunos cuja motivação principal seja a “nota”, pois pensamos que muitas vezes a nota vem a ser uma consequência de todo um trabalho realizado durante o período letivo.

Questão 03: Com que frequência faço as tarefas de Matemática?

Gráfico 2 – Frequência que faço as tarefas

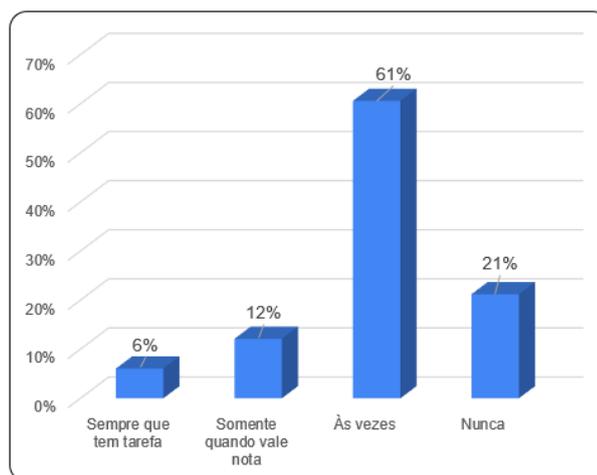


Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Questionei ao grupo de alunos que marcaram a opção “às vezes” o motivo de não realizarem com frequência as atividades. A grande maioria, desse grupo, afirmou que não fazem por terem dificuldades na “hora de fazerem” as atividades sozinhos.

Questão 04: Com que frequência eu copio as respostas das tarefas dos meus colegas?

Gráfico 3 – Frequência com que copio as respostas tarefas dos meus colegas

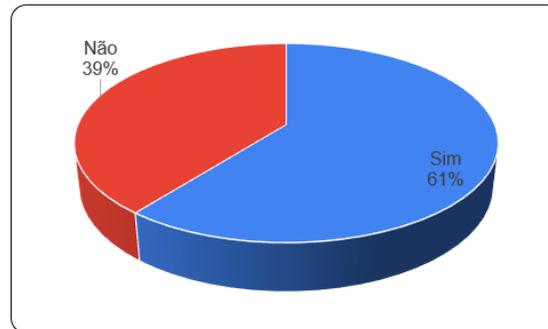


Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Quando comparado com a questão anterior, temos uma queda significativa quanto a opção “sempre que tem tarefa”. Um pequeno aumento em relação a “somente quando vale nota”. E por fim observamos aumentos bem expressivos em relação as opções “às vezes” e “nunca”.

Questão 05: Você tem interesse por jogos de raciocínio lógico/matemático?

Gráfico 4 – Interesse por jogos de raciocínio lógico/matemático

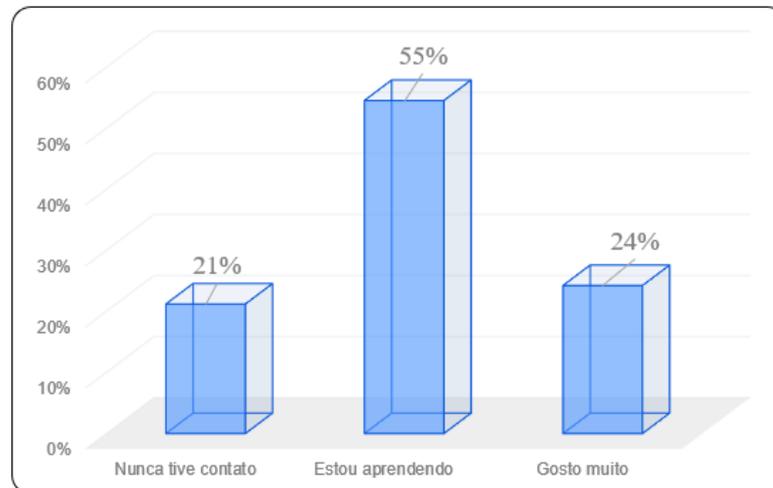


Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Acreditamos que o interesse da maioria dos alunos em jogos de raciocínio lógico/matemático contribuiu de forma positiva nas atividades realizadas usando tanto o ST quanto o SK.

Questão 06: O que você entende de jogos de raciocínio lógico/matemático?

Gráfico 5 – Entende os jogos de raciocínio lógico/matemático

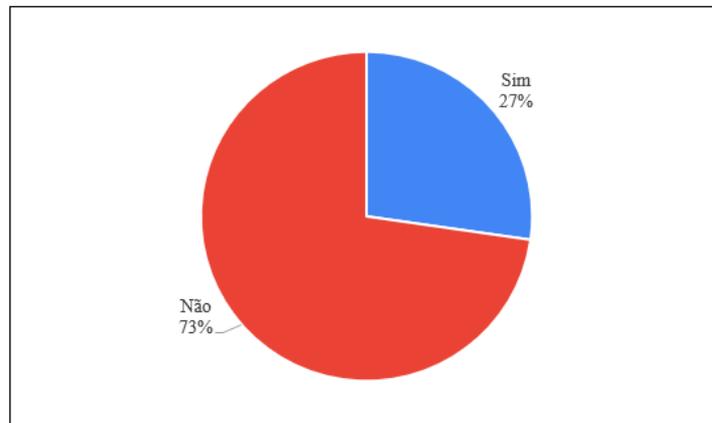


Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Esses resultados corroboram o alto índice favorável aos jogos de raciocínio lógico/matemático visto na questão anterior. Apenas 21% dos alunos nunca tiveram contato com esse tipo de jogo.

Questão 07: Você já conhecia ou havia tido contato com o Sudoku Killer?

Gráfico 6 – Conhecia o Sudoku Killer



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Embora a grande maioria não conhecesse o SK, acreditamos que o caminho que traçamos em explicar inicialmente o ST em todos os seus detalhes foi exitoso. Pois somente após termos uma segurança necessária no ST é que pudemos aproveitar ao máximo o SK.

Questão 08: Você acha que teve alguma melhora no seu entendimento matemático após as resoluções do Sudoku Killer?

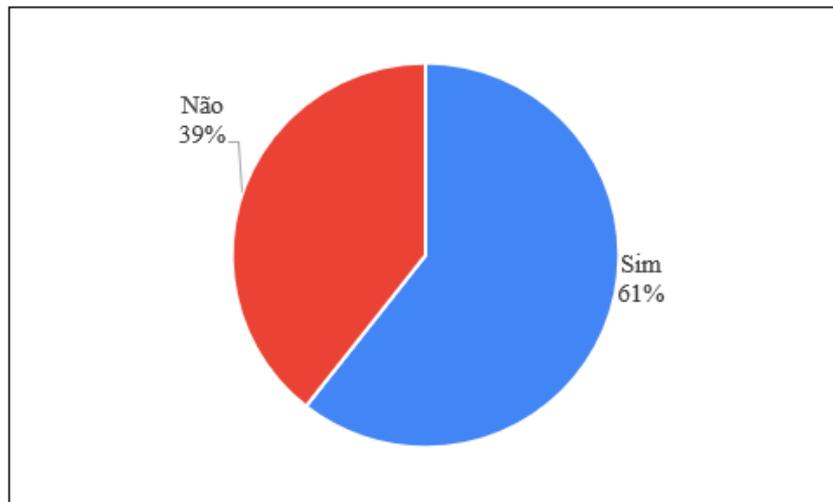
Tabela 4 – Melhora no entendimento matemático após o Sudoku Killer

Alternativas	Quantidade	%
Sim, muita	12	36
Sim, pouca	10	30
Quase nenhuma	5	15
Nada	2	6
Não percebi	2	6
Nenhuma	2	6
Total	33	100

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Questão 09: Você conseguiu perceber maior facilidade na resolução de questões matemáticas após a aprendizagem do Sudoku Killer?

Gráfico 7 – Facilidade em resolver questões de Matemática após o SK



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Através deste gráfico percebemos que houve uma melhoria em relação a resolução de questões de Matemática após a utilização do Sudoku Killer. É necessário o aprofundamento de pesquisas tanto para entender com mais detalhes sobre o porquê da melhoria, quanto da “não melhoria”. Será que inserindo outras variantes, como o Mathdoku, o resultado permaneceria o mesmo. Sugerimos o uso dessa última variante, por conter a operação de divisão que não é vista no SK.

Nesta questão o estudante precisaria justificar a sua resposta. A seguir, apresentamos três transcrições de respostas em que os alunos afirmaram a melhora quanto a resolução de problemas de Matemática. E transcreveremos, também, três respostas que afirmaram o contrário.

Afirmaram que **SIM**, pois:

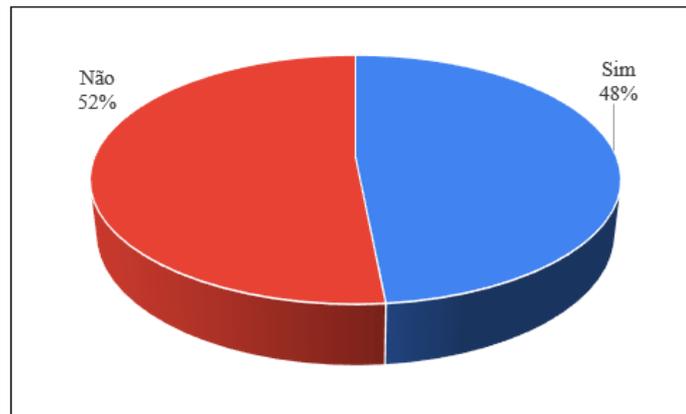
- “Sim, depois dos ensinamentos do professor, em relação as técnicas e cálculos, eu desenvolvi um raciocínio lógico quanto ao "Sudoku", que creio que seja devido as explicações e até mesmo a paciência que o professor tem para com os alunos. Esses e outros pontos, foram o que influenciaram em minha maior facilidade em relação ao aprendizado do conteúdo.”
- “Porque me estimula a pensar mais e aprender outros tipos de exercícios.”
- “Facilitou o raciocínio lógico e também em compreender as questões com mais facilidade.”

Afirmaram que **NÃO**, pois:

- “Porque no dia que teve, eu faltei por motivos de saúde, mas quero sim conhecer um pouco mais e tentar aprender ainda mais. Por favor fessor, só explica só pra mim, pelo menos kk.”
- “Porque tenho um pouco dificuldade de fase cálculos rápidos.”
- “Porque achei complicado.”

Questão 10: Você consegue resolver um Sudoku Killer sozinho(a) agora?

Gráfico 8 – Resolve um SK sozinho



Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

Acreditamos que disponibilizando mais aulas com atividades em grupo, é provável que a quantidade de alunos que conseguirão resolver sozinhos deva aumentar.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste estudo utilizamos o Sudoku como uma ferramenta para o auxílio do ensino e aprendizagem de Matemática, mais especificamente em algumas fragilidades encontradas nas avaliações diagnósticas do Ensino Médio.

O nosso objetivo geral era construir duas Sequências Didáticas, com o uso do Sudoku Tradicional e do Sudoku Killer, e aplicá-las em sala de aula. Após a realização de tais sequências com os estudantes, percebemos que foi possível facilitar a aprendizagem das operações aritméticas através desses jogos. Para atingir tal objetivo fizemos um estudo acerca de algumas variantes do Sudoku exibindo a resolução destas. Além disso foram construídos alguns exemplos utilizando outros campos da Matemática para solucionar esses desafios, por exemplo o uso de Sistema de Equações Lineares, o Diagrama de Árvores e dos Fundamentos de Programação.

Com base, principalmente, na pesquisa realizada com os alunos, acreditamos que cada um desses objetivos foi alcançado. Alguns com maior intensidade, outros menor. Ainda que o alcance tenha sido menor para alguns estudantes, acreditamos que o uso do Sudoku Killer seja uma ferramenta ideal a ser utilizada em turmas com dificuldades nas operações de Aritmética Elementar.

Obtivemos resultados positivos, após a aplicação da nossa pesquisa. Observamos que a aplicação das SDs em sala de aula valeu à pena, que foi produtivo e fez diferença na aprendizagem dos estudantes, pois eles se sentiram satisfeitos com seus resultados particulares.

Contudo, acreditamos que esse estudo seja apenas o ponto de partida para discussões mais aprofundadas sobre Educação, Metodologias Ativas e Matemática. Neste trabalho apresentamos uma pequena parte desse universo que é o Sudoku. Sugerimos que o leitor trabalhe com as ideias propostas nesta dissertação, e aventure-se por caminhos ainda não explorados.

Incentivamos fortemente que o leitor aproveite este material e divirta-se com outras variantes do Sudoku. Esperamos ainda que essa pesquisa sirva como ponto de apoio para outros colegas e que estes possam utilizar as ideias deste trabalho em sala de aula. E que a partir daqui seja possível novos estudos de outras variantes tais como: o “Mathdoku” na qual são utilizados as quatro operações básicas da Aritmética, e o Sudoku Killer de tamanho 9x9.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em 18 de dez. de 2022.
- _____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 19 de nov. de 2022.
- CABRAL, N. F. **Sequências didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM-PA, 2017.
- CABRAL, N. F.; CHAQUIAM, M.; SILVA, E. M. **Um percurso metodológico para constituição de sequências didáticas: o ensino do conceito de função**. Ensino da Matemática em Debate, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 17–40, 2022. DOI: 10.23925/2358-4122.2022v9i155855. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/55855>>. Acesso em: 05 jan. 2023.
- CASTORINA, J. A. et al. **Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate**. São Paulo, SP: Ática, 1998.
- CHAVES, A. P. A. **O homem que viu o infinito**, 2015. Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/1007/o/CINIME_-_O_Homem_que_viu_o_Infinito.pdf>. Acesso em: 27 de nov. de 2022.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- _____. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- DEVLIN, K. **O instinto matemático**. Rio de Janeiro: Record, 2014.
- FIDELIS, J. A. F. et al. **O uso dos jogos nas aulas de matemática**. 15 de out. de 2020. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA13_ID6053_01092020171916.pdf>. Acesso em 05 de jan. de 2023.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2011.
- HORIE, Y. **SUDOKU: Desafio do Sudoku ganha Campeonato Nacional**, 19 de set. de 2012. Disponível em: <<https://kenren.org.br/antigaversao/2012/09/19/sudoku-desafio-do-sudoku-ganha-campeonato-nacional/>>. Acesso em: 13 de ago. de 2022.
- JUNIOR, O. A. R. **Desenvolvimento do raciocínio lógico por meio do jogo de Sudoku: um estudo no 1º ano do ensino médio do IFTO - Câmpus Paraíso**. 2018. 85 p. Dissertação (Mestrado

Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2018. Disponível em <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3895&id2=160080856>. Acesso em 18 de dez. de 2022.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2013.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lucia; PASSOS, Norimar Christe. **Aprender com jogos e Situações – Problemas**. Porto alegre, Artmed, 2000.

MOTIZUKI, N. **Sudoku e teoria de grupos**. 2019. 94 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Estadual De Maringá, Maringá, 2019. Disponível em <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5013&id2=170610726>. Acesso em 18 de dez. de 2022.

NEVES, L. **O que é sudoku?** 06 de dez. de 2016. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/historia/o-que-e-sudoku/>>. Acesso em 19 de jan. de 2023.

NOVAES, L. D. **Proposta de Atividades para o desenvolvimento do raciocínio lógico utilizando o Sudoku**. 2016. 62 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2016. Disponível em <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=2473&id2=84001>. Acesso em 16 de dez. de 2022.

POLYA, G. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1975.

RITA, C. H. **O professor e o uso de jogos em aulas de Matemática**. 2013. 49 p. TCC Universidade Federal do Pampa. Caçapava do Sul, Rio Grande do Sul. Disponível em <<https://cursos.unipampa.edu.br/cursos/cienciasexatas/files/2014/06/Cristiane-Hubert-Rita3.pdf>>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

SANTOS, R. P. **A Matemática por trás do Sudoku, um estudo de caso em Análise Combinatória**. 2017. 97 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2017. Disponível em <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3791&id2=150920169>. Acesso em 18 de dez. 2022.

SANTOS, R. P.; VASCONCELOS, L. A. S. **A matemática por trás do sudoku**, 2018. Disponível em: <<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v12a03-a-matematica-por-tras-do-sudoku.pdf>>. Acesso em: 31 de jan. de 2023.

TELES, B. F. C. **Sudoku: estratégias e estruturas**. 2016. 70 p. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3408&id2=73772>. Acesso em 18 de dez. de 2022.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – Questionário

NOME COMPLETO: _____

TURNO: _____ - ANO: _____ – TURMA: _____

01. Você tem facilidade ou gosto pela disciplina de Matemática?

- Sim
- Não

02. O que te motiva a estudar a disciplina de Matemática?

- Nota
- Pressão familiar
- Vontade de aprender
- Gosto do professor
- Gosto da Matéria
- Outros...

03. Com que frequência faço as tarefas de Matemática?

- Sempre que tem tarefa
- Somente quando vale nota
- Às vezes
- Nunca

04. Com que frequência eu copio as respostas das tarefas dos meus colegas?

- Sempre que tem tarefa
- Somente quando vale nota
- Às vezes
- Nunca

05. Você tem interesse por jogos de raciocínio lógico/ matemático?

- Sim
- Não

06. O que você entende de jogos de raciocínio lógico/ matemático?

- Nunca tive contato
- Estou aprendendo
- Gosto muito

07. Você já conhecia ou havia tido contato com o Sudoku Killer?

- Sim
- Não

08. Você acha que teve alguma melhora no seu entendimento matemático após as resoluções do Sudoku Killer?

- Sim, muita
- Sim, pouca
- Quase nenhuma
- Nada
- Não percebi
- Nenhuma

09. Você conseguiu perceber maior facilidade na resolução de questões matemáticas após a aprendizagem do Sudoku Killer?

- Sim

Justifique sua resposta: _____

- Não

Justifique sua resposta: _____

10. Você consegue resolver um Sudoku Killer sozinho(a) agora?

Sim

Não

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

APÊNDICE B – Algoritmo Futoshiki_Soluciona

Sub Futoshiki_Soluciona()

Dim linha As Integer

Dim a, b, c, d As Integer

Dim e, f, g, h As Integer

Dim i, j, k, l As Integer

Dim m, n, o, p As Integer

'limpeza inicial

Range("A:D").Select

Selection.ClearContents

Cells(1, 1).Select

'definição inicial:

f = 3

linha = 1

For a = 1 To 4

For b = 1 To 4

If b <> 3 Then

If a > b Then

For c = 1 To 4

If b < c Then

For d = 1 To 4

If c < d Then

For e = 1 To 4

If e <> 3 Then

For g = 1 To 4

If g <> 3 Then

For h = 1 To 4

If h <> 3 Then

For i = 1 To 4

For j = 1 To 4


```
    Next m
  End If
  Next l
  Next k
  End If
  Next j
  Next i
  End If
  Next h
  End If
  Next g
  End If
  Next e
  End If
  Next d
  End If
  Next c
  End If
  End If
  Next b
  Next a
End Sub
```

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

APÊNDICE C – Algoritmo Mathdoku_Solucionaria

Sub Mathdoku_Solucionaria()

Dim a, b, c, d As Integer

Dim e, f, g, h As Integer

Dim i, j, k, l As Integer

Dim m, n, o, p As Integer

Cells.Select

Selection.ClearContents

Cells(1, 1).Select

For e = 1 To 2

f = 3 - e

For g = 1 To 4 Step 3

k = 4 / g

For j = 1 To 3

n = 6 / j

For h = 1 To 4

l = 12 / h

For i = 1 To 4

m = 12 / i

For o = 1 To 4

For p = 1 To 4

For a = 1 To 4

For b = 1 To 4

For c = 1 To 4

For d = 1 To 4

If (o / p = 2) Or (p / o = 2) Then

If (a * b * c * d = 24) Then

If a <> b And a <> c And a <> d And a <> e And a <> i And a <> m Then

If b <> c And b <> d And b <> f And b <> j And b <> n Then

If c <> d And c <> g And c <> k And c <> o Then

If d <> h And d <> l And d <> p Then

If e <> f And e <> g And e <> h And e <> i And e <> m Then

If f <> g And f <> h And f <> j And f <> n Then

If g <> h And g <> k And g <> o Then

If h <> l And h <> p Then

If i <> j And i <> k And i <> l And i <> m Then

If j <> k And j <> l And j <> n Then

If k <> l And k <> o Then

If l <> p Then

If m <> n And m <> o And m <> p Then

Cells(1, 1) = a

Cells(1, 2) = b

Cells(1, 3) = c

Cells(1, 4) = d

Cells(2, 1) = e

Cells(2, 2) = f

Cells(2, 3) = g

Cells(2, 4) = h

Cells(3, 1) = i

Cells(3, 2) = j

Cells(3, 3) = k

Cells(3, 4) = l

Cells(4, 1) = m

Cells(4, 2) = n

Cells(4, 3) = o

Cells(4, 4) = p

End If

```
End If
End If
End If
End If
End If
End If
Next d
Next c
Next b
Next a
Next p
Next o
Next i
Next h
Next j
Next g
Next e
End Sub
```

Fonte: Produzida pelo próprio autor (2022).

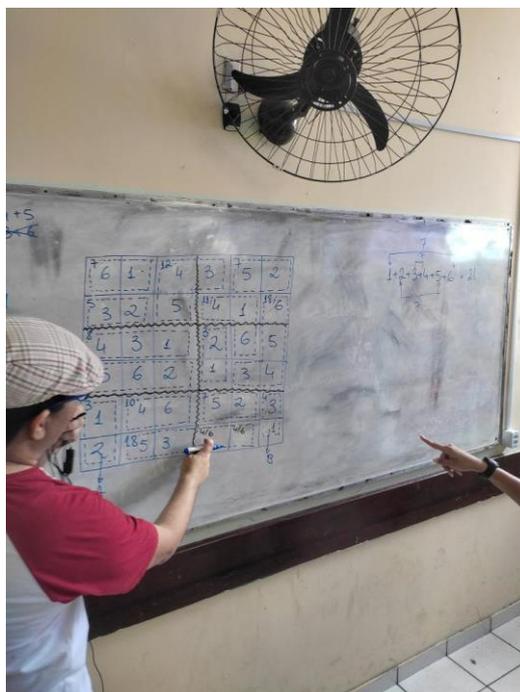
APÊNDICE D – Registros fotográficos de sala de aula

Figura 61 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 1



Fonte: Foto enviada pelo aluno através de aplicativo de mensagem.

Figura 62 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 2



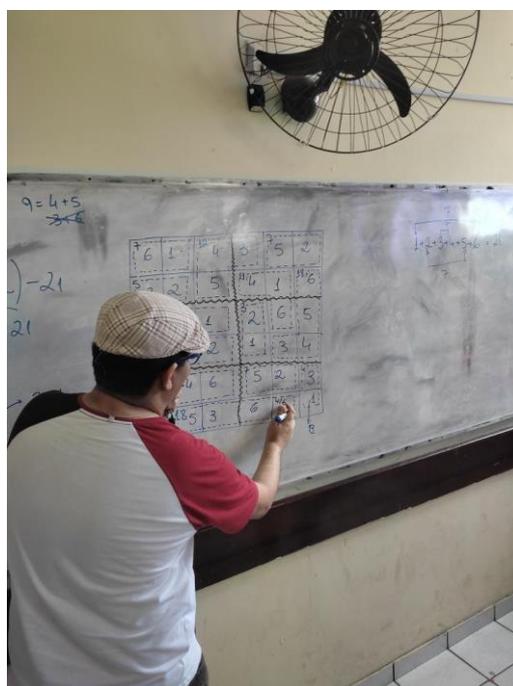
Fonte: Foto enviada pelo aluno através de aplicativo de mensagem.

Figura 63 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 3



Fonte: Foto enviada pelo aluno através de aplicativo de mensagem.

Figura 64 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 4



Fonte: Foto enviada pelo aluno através de aplicativo de mensagem.

Figura 65 – Resolvendo o Sudoku Killer em sala de aula – Registro 5



Fonte: Foto enviada pelo aluno através de aplicativo de mensagem.

APÊNDICE E – Respostas dos Sudoku das SDs

Figura 66 – Resposta da Figura 55 (SD 1 – Sudoku Fácil)

7	2	3	8	4	6	1	5	9
6	1	5	3	9	2	4	7	8
8	4	9	7	1	5	6	3	2
3	7	8	6	5	4	9	2	1
1	9	4	2	8	7	3	6	5
2	5	6	9	3	1	8	4	7
5	6	1	4	7	9	2	8	3
4	8	7	1	2	3	5	9	6
9	3	2	5	6	8	7	1	4

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://bit.ly/sd1sudokufacil>>. Acesso em 21 de dez. de 2022.

Figura 67 – Resposta da Figura 56 (SD 1 – Sudoku Médio)

9	8	4	2	5	3	7	6	1
1	3	2	6	9	7	8	4	5
7	6	5	4	1	8	3	9	2
8	9	6	7	3	1	5	2	4
5	1	7	9	2	4	6	8	3
2	4	3	5	8	6	9	1	7
6	2	8	3	4	5	1	7	9
3	7	9	1	6	2	4	5	8
4	5	1	8	7	9	2	3	6

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://sudoku.com/pt/medio/>>. Acesso em 04 de jan. de 2023.

Figura 68 – Resposta da Figura 57 (SD 1 – Sudoku Difícil)

9	1	3	4	7	2	5	6	8
6	8	7	9	5	1	3	4	2
2	5	4	6	3	8	1	9	7
4	7	9	1	2	3	6	8	5
1	6	2	5	8	9	7	3	4
5	3	8	7	4	6	2	1	9
3	4	5	8	1	7	9	2	6
7	2	6	3	9	4	8	5	1
8	9	1	2	6	5	4	7	3

Fonte: Figura adaptada a partir de <<https://sudoku.com/pt/difcil/>>. Acesso em 21 de dez. de 2022.

Figura 69 – Resposta da Figura 58 (SD 2 – Sudoku Fácil)

⁶ 2	⁸ 5	3	¹¹ 4	1	6
4	¹⁰ 6	1	3	⁷ 2	5
⁸ 3	³ 1	¹⁰ 6	⁹ 5	4	⁵ 2
5	2	4	⁷ 1	6	3
⁷ 1	⁹ 3	2	¹³ 6	⁹ 5	4
6	4	5	2	⁴ 3	1

Fonte: Figura adaptada a partir de <https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192516598060/>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

Figura 70 – Resposta da Figura 59 (SD 2 – Sudoku Médio)

¹⁰ 3	5	¹⁰ 6	⁶ 2	4	⁶ 1
³ 1	2	4	¹⁰ 6	3	5
2	⁵ 4	⁹ 3	1	¹⁷ 5	6
¹⁰ 1	5	⁸ 3	2	4	
4	¹⁶ 3	1	5	¹¹ 6	⁵ 2
5	6	2	4	1	3

Fonte: Figura adaptada a partir de <https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192903264688/>. Acesso em 05 de jan. de 2023.

Figura 71 – Resposta da Figura 60 (SD 2 – Sudoku Difícil)

¹⁰ 6	1	⁷ 4	3	⁷ 5	2
3	⁷ 5	2	¹³ 6	4	⁵ 1
⁹ 5	⁵ 2	7	⁶ 1	3	4
4	3	1	5	⁸ 2	6
¹⁴ 2	6	5	⁵ 4	1	⁸ 3
1	⁷ 4	3	⁸ 2	6	5

Fonte: Figura adaptada a partir de <https://www.facebook.com/booksudoku/photos/a.478328296317817/642192079931437/>. Acesso em 05 de jan. de 2023.