



Uema
UNIVERSIDADE ESTADUAL
DO MARANHÃO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO - UEMA
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS - GRADUAÇÃO - PPG
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT

PAULO BATISTA FRANCA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: UMA
INVESTIGAÇÃO ABORDANDO POLIEDROS CONVEXOS**

São Luís – MA

2023

PAULO BATISTA FRANCA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: UMA INVESTIGAÇÃO
ABORDANDO POLIEDROS CONVEXOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz

São Luís – MA

2023

Franca, Paulo Batista.

Modelagem matemática e geometria espacial: uma investigação
abordando poliedros convexos / Paulo Batista Franca. – São Luís, 2023.

89 f

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -
Universidade Estadual do Maranhão, 2023.

Orientadora: Profa. Dra. Lélia de Oliveira Cruz.

1.Geometria. 2.Geometria espacial. 3.Modelagem matemática.
4.Poliedros convexos. I.Título.

CDU: 514.114

Elaborado por Giselle Frazão Tavares - CRB 13/665

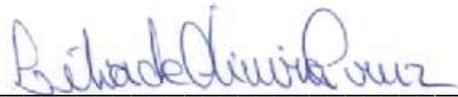
PAULO BATISTA FRANCA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: UMA INVESTIGAÇÃO
ABORDANDO POLIEDROS CONVEXOS**

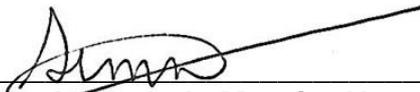
Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do Grau de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 26 de maio de 2023.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Lélia de Oliveira Cruz (Presidente)
Universidade Estadual do Maranhão



Prof. Dra. Sandra Imaculada Moreira Neto
Universidade Estadual do Maranhão



Prof. Dra. Renata de Farias Limeira Carvalho
Universidade Federal do Maranhão

Dedico esse trabalho a minha mãe, Elcy Francelina de Jesus Franca, a minha esposa, Maria Luana Pereira Dias, e minha filha, Maria Luisa Dias Franca, por todo apoio e incentivo ao longo da minha trajetória acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, acima de tudo a Deus eterna fonte de sabedoria.

Aos meus pais e familiares que compartilharam comigo pacientemente esta caminhada.

À Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, pela oportunidade de estar cursando o PROFMAT e conseqüentemente, desenvolver este trabalho.

À todos os professores envolvidos na minha formação, em especial, a minha orientadora; Prof.^a Dr^a Lélia de Oliveira Cruz, o meu sincero agradecimento pelas diversas contribuições na elaboração desta pesquisa.

Quero expressar minha gratidão aos colegas de turma pela maravilhosa oportunidade de compartilhar tantos momentos inesquecíveis juntos, desde as aulas mais desafiadoras até os intervalos repletos de conversas e brincadeiras.

Enfim, agradeço a todos que de forma direta ou indireta fizeram parte da conclusão deste trabalho.

Muito obrigado!

“A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”
(Johannes Kepler)

RESUMO

A pesquisa aborda uma temática atual e interdisciplinar, de grande repercussão no campo educacional. É fato, no momento atual, que o ensino da matemática, passe por reformulação nas suas metodologias, com a inserção de métodos de ensino que proponham a participação ativa dos alunos, como na modelagem matemática. Uma tendência de ensino que enseja a elaboração de estratégias que tornem o componente curricular mais atraente. Nessa perspectiva a pesquisa buscou, identificar se o processo de ensino aprendizagem de Geometria Espacial através da metodologia de ensino de Modelagem Matemática contribui para a formação científica e tecnológica dos estudantes, bem como, para sua cidadania. O estudo contemplou a geometria espacial com ênfase nos poliedros convexos. O método aplicado para a realização deste estudo foi uma pesquisa qualitativa, na qual o autor aplicou questionários e buscou nas análises dos dados coletados elementos para responder à questão problema. Os resultados compactuam com a preocupação quanto aos conhecimentos dos alunos do segundo ano do ensino médio do Colégio campo de pesquisa. Conclui-se que a utilização da modelagem matemática pode ser uma oportunidade para o desenvolvimento da autonomia, do pensamento crítico, da capacidade de conviver e aprender com os outros.

Palavras-chave: Geometria. Geometria Espacial. Modelagem Matemática. Poliedros Convexos.

ABSTRACT

The research addresses a current and interdisciplinary theme, with great repercussions in the educational field. It is a fact, at the present time, that the teaching of mathematics is undergoing reformulation in its methodologies, with the insertion of teaching methods that propose the active participation of students, as in mathematical modeling. A teaching trend that leads to the elaboration of strategies that make the curricular component more attractive. From this perspective, the research sought to identify whether the teaching-learning process of Spatial Geometry through the teaching methodology of Mathematical Modeling contributes to the scientific and technological training of students, as well as to their citizenship. The study contemplated spatial geometry with emphasis on convex polyhedra. The method applied to carry out this study was a qualitative research, in which the author applied questionnaires and sought elements to answer the problem question in the analysis of the collected data. The results are consistent with the concern about the knowledge of second-year high school students at the research field College. It is concluded that the use of mathematical modeling can be an opportunity for the development of autonomy, critical thinking, the ability to live with and learn from others.

Keywords: Geometry. Space Geometry. Mathematical Modeling. Convex Polyhedra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Um Poliedro	39
Figura 2 - Poliedro Convexo.....	40
Figura 3 - Grupo 1 (bebedouro).....	65
Figura 4 - Grupo 2 (vaso de planta).....	66
Figura 5 - Grupo 3 (placa de propaganda nas proximidades do colégio)	67
Figura 6 - Grupo 4 (vaso de planta em formato de tronco de Pirâmide retangular)..	68
Figura 7 - Registro da oficina 1.....	69
Figura 8 - Registro da oficina 2.....	69
Figura 9 - Registro da oficina 3.....	69
Figura 10 - Registro da oficina 4.....	69
Figura 11 - Apresentação do grupo 1	70
Figura 12 - Apresentação do grupo 2	71
Figura 13 - Apresentação do grupo 3	71
Figura 14 - Apresentação do grupo 4	72
Figura 15 - Uma resolução para o questionário da oficina	74

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Faixa etária	53
Gráfico 2 - Motivação para cursar Ensino Médio.....	54
Gráfico 3 - Utilidade da matemática	55
Gráfico 4 - Sentido no ensino da matemática.....	56
Gráfico 5 - Formas de aprendizagem da matemática	57
Gráfico 6 - Dificuldades na aprendizagem	58
Gráfico 7 – Identificação das formas geométricas espaciais.....	61
Gráfico 8 - Identificação das faces, vértices e arestas do poliedro.....	62
Gráfico 9 - Comparação entre figuras	63

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Propostas da Modelagem Matemática	34
Quadro 2 - Filtragem dos trabalhos analisados	48
Quadro 3 - Percepção dos professores na concepção das estratégias de ensino...	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

% - Porcentagem

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CEMVS - Colégio Estadual Manoel Vicente de Souza

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

GEPEPUCRS - Grupo de Estudos e Pesquisa em Etnomatemática na Escola
Politécnica da PUCRS

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PUCRS - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

SAEB - Sistema de Avaliação do Ensino Básico

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática SBEM

TICs - Tecnologias de Informações e Comunicações

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	155
2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS: UM BREVE HISTÓRICO NA EDUCAÇÃO NO BRASIL	1919
2.1 A DEMOCRATIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO NO BRASIL	200
2.2 O PAPEL DAS TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM	255
3 MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES EM SITUAÇÕES COTIDIANAS	311
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO	311
3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA NO ENSINO DOS POLIEDROS CONVEXOS	366
4 METODOLOGIA DA PESQUISA	455
4.1 DESCREVENDO AS ETAPAS DA PESQUISA	477
4.2 DESVENDANDO O AMBIENTE DA PESQUISA	500
4.3 PROJETO DE APRENDIZAGEM: UMA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA	522
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	533
6 CONCLUSÃO	766
REFERÊNCIAS	7878
Apêndice A	845
Apêndice B	8687
Apêndice C	889

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina que acompanha os alunos ao longo de todo o seu percurso escolar, representando a realidade por meio de conhecimentos e ferramentas que possibilitam uma identificação, interpretação e resolução de problemas, estimulando o raciocínio lógico, aplicável em setores diversos da vida, tanto dentro quanto fora do ambiente escolar.

Contudo, o ensino e as discussões sobre a Educação Matemática no Brasil ganharam corpo e foram crescendo em meados da década de 1950, quando iniciaram os primeiros congressos nacionais acerca dessa temática, “em consequência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática” (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.12) e se consolidaram com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1988.

Era preocupação recorrente dos matemáticos, na época, tornar o ensino de matemática mais acessível aos alunos, a partir da renovação e/ou organização de novas possibilidades metodológicas, rompendo com o fracasso declarado nos compêndios oficiais.

Fracassos esses que se fundavam na crença em que parte dos alunos não tem interesse em aprender a matemática, estudando, apenas, para conhecer o básico, para passar de ano, cenário confirmado pelos dados do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB, 2019), quando expôs que 95% dos estudantes da rede pública terminam o ensino médio sem conhecer o básico da matemática.

Apesar de sua relação imbricada com a vida cotidiana e da sua significativa contribuição para a construção do conhecimento, a matemática, ainda, é considerada uma matéria complexa, que requer novas metodologias que possam atender com mais precisão o processo de ensino-aprendizagem (FERREIRA, 2020). Nesse contexto, surgem as tendências em Educação Matemática, “que envolvem diferentes abordagens consideradas importantes quando aplicadas ao processo de ensino-aprendizagem” (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.14), para repensar o fazer docente.

As pesquisas no campo da Educação Matemática apresentam diversos caminhos entre os citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que recomenda “o uso de resolução de problemas; modelagem matemática; novas tecnologias e informática; jogos, desafios e quebra-cabeças; Etnomatemática e a

história da matemática como meio de aumentar a eficiência do processo ensino-aprendizagem da matemática” (BRASIL, 1998; p. 42).

Dentre as tendências pontuadas, o estudo em tela fez opção pela modelagem matemática, uma metodologia de ensino que enfatiza a aplicação de conceitos matemáticos em situações do cotidiano dos alunos e em fenômenos de diferentes áreas científicas.

Ao contrário do modelo tradicional de ensino, a modelagem matemática oferece soluções para problemas reais dos estudantes, tornando a matemática mais significativa e prazerosa. Ela consiste na utilização de modelos, em seguir padrões ou fórmulas para explicar fenômenos naturais de qualquer área do conhecimento, levando a realidade do aluno para dentro da sala de aula. Dessa forma, os alunos têm a oportunidade de interpretar e melhorar sua compreensão matemática, o que resulta em uma alfabetização matemática mais efetiva.

A aplicação da metodologia de ensino, foi pensada como suporte para uma investigação abordando poliedros convexos, por entender que a modelagem quando aplicada no ensino da geometria espacial pode melhorar a aprendizagem dos alunos, especialmente, quando se trata de poliedros convexos, mediante incorporação de novas tecnologias de ensino.

A escolha do assunto é justificada pelos benefícios que a modelagem matemática pode trazer, permitindo que os alunos entendam os ensinamentos e os apliquem em seu cotidiano, além de contribuir para a compreensão dos conteúdos matemáticos no contexto escolar. Assim sendo, este estudo visa responder à questão de pesquisa, como a Modelagem Matemática pode contribuir para a construção do conhecimento teórico e prático da Geometria Espacial dos alunos de Ensino Médio de tempo integral?

Na viabilidade de responder à questão que norteou a investigação, organizamos como objetivo geral, identificar se o processo de ensino aprendizagem de Geometria Espacial através da metodologia de ensino de Modelagem Matemática contribui para a formação científica e tecnológica dos estudantes, bem como, para sua cidadania. Devido à abrangência do objetivo principal, outros secundários, foram estabelecidos, os objetivos específicos.

Criar um ambiente favorável ao ensino e aprendizagem da Geometria Espacial em sala de aula; utilizar estratégia para a formação de agrupamento, visando o apoio mútuo entre os alunos e acompanhamento do professor para a melhoria do ensino e aprendizagem da geometria por meio da modelagem; estimular os alunos para o envolvimento em atividades cooperativas, realizadas em classe e extraclasse, voltado para as diferentes maneiras de calcular áreas e volumes de formas geométricas espaciais; favorecer o desenvolvimento de habilidades para a resolução de problemas e atividades referentes a essa temática; implementar a construção de materiais lúdicos de aprendizagem.

A metodologia aplicada neste estudo foi uma revisão bibliográfica para fundamentar as ideias e estabelecer um recorte da temática, logo, revisitamos produções de teóricos e/ou pesquisadores que estudam modelagem matemática e analisamos trabalhos publicados nos últimos 15 anos, analisando conceitos e pesquisas sobre a modelagem matemática no contexto da geometria e dos poliedros convexos.

O estudo foi realizado em duas fases. A primeira fase consistiu na seleção e análise de textos relacionados ao tema, abrangendo a fundamentação teórica da ideia, com o intuito de explorar as concepções de pesquisadores. Na segunda fase, houve aplicação de dois questionários e a realização de uma oficina sobre modelagem matemática. Os dados coletados foram discutidos com base no referencial teórico para construção do texto.

A dissertação está estruturada em cinco seções e apêndices. A seção inicial traz a introdução com a apresentação do tema, objetivos, pergunta norteadora, justificativa da pesquisa, ou seja, a estrutura do trabalho. As seções seguintes apresentam o referencial teórico que embasou o estudo e deu suporte para a discussão dos dados e informações.

Na segunda seção, denominada Educação Matemática e suas tendências: um breve histórico na Educação no Brasil, revisita momentos fundamentais na organização do processo ensino-aprendizagem, como a democratização do acesso à educação e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, objetivando a superação dos desafios que rondam seu ensino.

A terceira seção contempla a modelagem matemática e suas aplicações em situações cotidianas e tem como pressuposto a valorização das vivências reais e o

estabelecimento de relações sobre os conceitos e perspectivas do componente curricular.

A quarta seção detalha a metodologia do trabalho, como foi realizada cada etapa da investigação. A penúltima seção traz a análise e discussão dos dados que permitiram responder à pergunta central da investigação.

Na conclusão, retoma-se a questão problematizadora e uma síntese dos pontos principais que surgiram a partir das análises realizadas. Espera-se que o estudo possa suscitar reflexões quanto à formação do professor de Matemática para trabalhar na perspectiva da superação e/ou diminuição dos entraves que abeiram a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, lançando mão de metodologias que possam contribuir para aprendizagem e desenvolvimento dos alunos, como a Modelagem Matemática.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TENDÊNCIAS: UM BREVE HISTÓRICO NA EDUCAÇÃO NO BRASIL

O ensino e as reflexões sobre Matemática no Brasil experimentaram um crescimento significativo, a partir do final da década de 1950. Nessa época, ocorreram os primeiros congressos nacionais dedicados a essa temática, e muitos professores da área se engajaram no Movimento da Matemática Moderna, um movimento internacional que buscava uma abordagem do ensino que valorizasse a linguagem matemática e a sequência adequada dos conteúdos, conforme afirma Gomes (2013), ao destacar:

O Movimento da Matemática Moderna tinha, como um de seus principais objetivos, integrar os campos da aritmética, da álgebra e da geometria no ensino, mediante a inserção de alguns elementos unificadores, tais como a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações e funções. Enfatizava-se, ainda, a necessidade de conferir mais importância aos aspectos lógicos e estruturais da Matemática, em oposição às características pragmáticas que, naquele momento, predominavam no ensino, refletindo-se na apresentação de regras sem justificativa e na mecanização dos procedimentos. Como a Matemática havia se tornado, desde o século XIX, mais precisa e fundamentada logicamente, buscava-se que os conhecimentos veiculados na escola refletissem essa característica. (GOMES 2013, p. 24).

Por fim, o ensino da matemática passou por um longo processo de aprimoramento e ganhou importância ao longo do tempo. Um marco nesse processo foi a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que estabeleceu os principais parâmetros para a educação no Brasil e sua organização.

Com o passar dos anos, novas propostas sobreviveram e foram aperfeiçoadas, visando garantir o acesso à educação matemática para todos os cidadãos. O Ministério da Educação teve um papel fundamental ao promover a vinculação da matemática com a educação, e várias propostas foram desenvolvidas, levando em consideração os resultados positivos de pesquisas na área. Essas ações contribuíram para o fortalecimento e avanço da Educação Matemática no Brasil. (MIORIM, 2005).

Para falar das tendências da Educação Matemática, iniciaremos revisitando momentos fundamentais na Educação Brasileira, visando apresentar a importância da democratização do acesso à educação na superação dos desafios que rodam o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. Além de destacar a

contribuição da tendência Modelagem Matemática como metodologia de ensino aplicada no estudo da geometria espacial.

2.1 A DEMOCRATIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO NO BRASIL

A educação brasileira está em constante transformação. De acordo com Medeiros (2003), a participação democrática é um elemento de grande inspiração para o processo educacional, especialmente fortalecido com a promulgação da Constituição Federal de 1988. Essa participação democrática trouxe consigo novas perspectivas e princípios estabelecidos que enfatizam o envolvimento e a participação de todos os profissionais, a elaboração do projeto pedagógico da escola e o engajamento da comunidade como um todo. Conforme destaca,

[...] o direito à educação ganha detalhamentos importantes, como sua extensão àqueles que não puderam desfrutá-lo em idade própria (jovens e adultos), a inclusão da educação infantil, a progressiva extensão e gratuidade do ensino médio, bem como o atendimento aos portadores de necessidades educativas especiais, preferencialmente, na rede pública, formalizando o dever do Estado com o alargamento do acesso à educação formal (MEDEIROS, 2003, p. 97).

O pressuposto anterior baseia-se na necessidade de uma mudança na concepção da educação escolar, uma vez que nem sempre a educação no Brasil foi valorizada como deveria. Isso significa que, em tempos passados, apenas os indivíduos pertencentes à elite social, filhos daqueles que possuíam poder e recursos financeiros, tinham acesso aos estudos e podiam contar com bons profissionais para acompanhá-los, garantindo assim uma inserção na sociedade devido à sua formação educacional.

A autora, ainda, destaca o papel relevante da participação democrática na organização de um projeto escolar voltado para a “[...] superação da democracia liberal, que por reduzir a participação às eleições, acaba servindo aos interesses de grupos minoritários e elites políticas, em detrimento das necessidades da maioria da população” (MEDEIROS, 2003, p. 47).

Vale ressaltar que, mesmo após duas décadas, o texto de Medeiros (2003) apresenta argumentos que sustentam a discussão sobre temas como a garantia do direito à educação para todas as crianças. Esse direito foi contemplado durante a gestão de Getúlio Vargas, com a implementação de um plano de governo em favor da

educação, que estabelecia que era dever do Estado oferecer educação de forma gratuita e obrigação dos pais enviar seus filhos às escolas, independentemente de sua classe social. Esse direito foi consolidado com a Constituição Brasileira de 1988, conforme estabelecido no Artigo 205.

A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, tendo como objetivo ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1988, p. 123).

Com a promulgação da Constituição, foram implementadas melhorias em todo o país, sendo uma das mais importantes a garantia de acesso de todos à Educação Básica, conforme estabelecido pelo artigo 4 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Art. 4º O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de: I - educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezesete) anos de idade; II - educação infantil gratuita às crianças de até 5 (cinco) anos de idade; [...]; IX – padrões mínimos de qualidade do ensino, definidos como a variedade e a quantidade mínimas, por aluno, de insumos indispensáveis ao desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem adequados à idade e às necessidades específicas de cada estudante, inclusive mediante a provisão de mobiliário, equipamentos e materiais pedagógicos apropriados (BRASIL, 1996, p. 9).

A garantia do acesso à educação se fortaleceu, principalmente, com a publicação da Lei Nº 9394/96 que estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Segundo Medeiros (2003), o texto oficial, apesar dos limites estabelecidos por legislações regulatórias e práticas locais,

[...] constituiu-se claramente num avanço democrático da educação nacional. O fato do princípio da gestão democrática figurar explicitamente no texto é direção para regulamentações locais, além de abrir espaço e dar respaldo para as lutas locais de garantia de mecanismos de participação. Em menor ou maior medida, cada região ou cidade vem referendando, nas suas legislações e diretrizes, esse princípio, além das tentativas e experiências de vivência concreta dessa nova ordem conquistada na educação e na sociedade brasileira (MEDEIROS, 2003, p. 99).

A LDB reforçou os direitos e deveres nomeados na constituição federal, a fim de atender as necessidades e os anseios da prática democrática da sociedade e a democratização da escola de qualidade, segundo os incisos oito e nove do Art. 3º, "VIII - gestão democrática do ensino público, na forma desta Lei e da legislação dos sistemas de ensino; IX - garantia de padrão de qualidade; [...]" (BRASIL, 1996, p. 9).

Segundo Medeiros, a nova lei trouxe possibilidades de democratização da educação, estabelecendo a responsabilidade do Estado pelo seu financiamento e abordando questões relacionadas à qualidade. No entanto,

[...] o texto não reflete o sonho de quem quis um sistema nacional de educação promovido pelo Estado, com a valorização dos profissionais e com a gestão democrática nos parâmetros propostos pela sociedade organizada (MEDEIROS, 2003, p. 97).

Os pressupostos deixam claro que, o texto da LDB apresenta limitações para a democratização da educação, sonhada pela sociedade acadêmica. No entanto, é importante destacar que a lei não proibiu a busca por esse objetivo. Pensamento que ecoou com Basso (2016), a Educação Escolar Básica de qualidade proposta nos documentos oficiais sofre interpretações de variados aspectos, contudo, se faz necessário o entendimento de uma escola que venha “[...] potencializar a humanização a partir da Educação Escolar Básica de Qualidade” (BASSO, 2016, p. 123), na qual os envolvidos possam desenvolver suas potencialidades, independente do perfil socioeconômico a que pertencem.

A pesquisadora destaca que, a educação de qualidade será uma realidade quando os envolvidos se sentirem corresponsáveis pelas ações desenvolvidas e puderem participar de forma menos competitiva, ou seja, com “corresponsabilização dos sujeitos; [...] cuidado com o outro e respeito à dignidade humana; cidadania mais plena [...]; trabalho colaborativo na recriação da cultura e das condições sociais do país” (BASSO, 2016, p. 123).

Logo, os aspectos destacados vêm inquietando pesquisadores de diversas áreas, principalmente, os que se preocupam com os resultados negativos da educação escolar; expressos pelos Índices de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), e a Educação Matemática, a partir dos órgãos representativos, tem buscado caminhos que viabilizem a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos e a ruptura com o ensino excludente.

No entender de Silva, Felício e Ferreira (2021), o ensino de Matemática na educação contemporânea condiz com ações que interligam a teoria e a prática, ou seja, o material didático deve ser compreendido como uma ferramenta que apresenta contextualização, tendo significatividade para a construção do saber/conhecimento aplicado no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, a formação, o estudo e o planejamento desempenham um papel crucial, pois os objetos manipuláveis são componentes essenciais de um todo, e o professor desempenha um papel fundamental nesse processo. Embora existam diversos tipos de materiais concretos disponíveis no mercado, também é possível construir materiais específicos que atendam às necessidades do momento de acordo com o conteúdo estudado.

Nesse sentido, é importante haver a formação, o estudo e o planejamento, com objetos que sejam manipuláveis na totalidade, cabendo ao professor a elaboração e efetivação como peça elementar no processo, podendo, inclusive, “construir o próprio material designado a um conteúdo específico que responda à necessidade do momento” (SILVA; FELICIO; FERREIRA, 2021, p. 17), conforme os norteadores oficiais.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) menciona a importância dos diversos recursos didáticos e materiais possíveis para desenvolver estudos em prol da disciplina de matemática, enfatizando o material concreto como auxiliar para a mediação do conhecimento no ensino da geometria. “Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2017, p. 298), principalmente, ao se trabalhar nos anos finais do ensino fundamental.

Silva (2014) acredita que as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem estar associadas a diversos fatores e motivos, e geralmente, relacionados a ausência dos fundamentos matemáticos, a falta de aptidão, problemas frente a dificuldade de cálculos, o ensino inadequado ou deficiente, a inteligência geral, as capacidades especiais, dentre outras questões que precisam de estudos mais aprofundados para buscar solucionar esse problema. A autora, destaca a concepção de Sanchez (2004), para fundamentar seu pensamento, afirmando:

Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e a construção da experiência matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos da conquista da numeração, quanto a prática das operações básicas, quanto a mecânica ou quanto a compreensão do significado das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente. Dificuldades quanto as crenças, atitudes, as experiências e aos fatores emocionais acerca da matemática. Questões de grande interesse e que com o tempo podem dar lugar ao fenômeno da ansiedade para com a matemática e que sintetiza o acúmulo de problemas que os alunos maiores experimentam diante do contato com a matemática. Dificuldades relativas a própria complexidade da matemática,

como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. [...] Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente, seja porque a organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes, seja porque os conteúdos não se ajustam as necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias, seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz (SANCHEZ, apud SILVA, 2014, p. 23).

Comungando com o mencionado por Silva (2014), a partir do pensamento de Sanchez (2004), muitos são os fatores relacionados as complexidades da matemática na visão dos alunos que, comumente, percebem essa matéria como a mais difícil de ser compreendida e, quase impossível de ser interpretada, tornando uma crença formada desde o início da vida escolar.

Os pressupostos anteriores, confirmam a preocupação com a melhoria no ensino da Matemática, principalmente, pelo medo e a aversão que existe apenas ao falar da disciplina. Neste sentido, o ensino da matemática é tido como um processo complexo, um desafio a ser vencido nas escolas, em virtude da forma tradicional que o torna cansativo e pouco atrativo, e o processo de ensino aprendizagem da disciplina não obtém resultados plausíveis, o que, conseqüentemente, torna o índice de reprovação ainda elevado (MEDEIROS, 2003).

Com base no exposto, é importante abordar o ensino da matemática. Inicialmente, esse ensino se restringe aos modelos clássicos, como exposição oral e resolução de exercícios (PIOVESAN; ZANARDINI, 2008, p. 5). No entanto, não se priorizava a formação do pensamento lógico matemático. Essa formação é fundamental para que o aluno seja capaz de atribuir sentido e construir significado às ideias matemáticas.

Além dessas considerações, é fundamental que ele possuísse a habilidade de estabelecer conexões, fornecer justificativas, realizar análises e promover reflexões sobre essas ideias (PIOVESAN; ZANARDINI, 2008, p. 5). Além disso, torna-se necessário implementar estratégias que estimulem o desenvolvimento da capacidade investigativa dos estudantes (BRASIL, 2019, p. 312). Essa questão será destacada com mais ênfase no próximo tópico.

2.2 O PAPEL DAS TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA APRENDIZAGEM

As Diretrizes Curriculares do Tocantins pontuam que a Matemática precisa se fazer presente no cotidiano das pessoas de forma mais significativa. Visto que, seu uso é essencial e frequente nas mais diferentes áreas de atuação do homem de modo imperceptível. Ou seja, os alunos deverão desenvolver

[...] habilidades relacionadas ao espaço e todas as formas geométricas nele possíveis, aumentando de modo substancial as possibilidades de aplicações no mundo prático e cotidiano através dos poliedros, corpos redondos, curvas ou construções complexas como modelagem de peças para as indústrias em geral (TOCANTINS, 2022, p. 18).

Viés que permitiu o estabelecimento da Educação Matemática como área de conhecimento, que busca, “a partir de referenciais teóricos consolidados, soluções e alternativas que inovem o ensino de Matemática” (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.13). Tendo como objetivo “a formação de cidadãos que detenham conhecimentos básicos, aptos para o convívio em sociedade, respeitando as diferenças, e que possam tomar decisões críticas e reflexivas diante das situações enfrentadas”.

No cenário brasileiro, as primeiras discussões sobre Educação Matemática, ocorreram em meados da década de 1950 “em consequência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática” (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.12) e se consolidou com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em 1988. Era preocupação recorrente dos matemáticos na época, tornar o ensino de matemática mais acessível aos alunos, a partir da renovação e/ou organização de novas possibilidades metodológicas, rompendo com o fracasso declarado nos compêndios oficiais.

A Educação Matemática é, segundo afirmam, Flemming, Luz e Mello (2005, p. 13), “uma área de pesquisa filiada à área da Educação, com intersecção na Educação e na Matemática”. As mudanças, propagadas na Educação Matemática, enquanto campo de pesquisa que busca avanços no processo ensino-aprendizagem de Matemática, se consolidaram, a partir de práticas inovadoras, que produziram resultados positivos na sala de aula.

Nesse contexto, surgem as tendências em Educação Matemática, “que envolvem diferentes abordagens consideradas importantes quando aplicadas ao

processo de ensino-aprendizagem” (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p.14), para repensar o fazer docente. As pesquisas no campo da Educação Matemática apresentam diversos caminhos entre os citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que recomenda “o uso de resolução de problemas; modelagem matemática; novas tecnologias e informática; jogos, desafios e quebra-cabeças; Etnomatemática e o uso da história da matemática como meio de aumentar a eficiência do processo ensino-aprendizagem da matemática” (BRASIL, 1998; p. 42).

Nesse viés, a matemática é uma área que condiz com o desenvolvimento de problemas que são encontrados e, geralmente, a sua essência é voltada à resolução deles. O ensino vai além do conhecimento, é necessário que haja criatividade para envolver os alunos e fazer com que participem das aulas, se mantenham interessados. Visto o que orienta os PCNs (1998):

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução (PCNs, 1998, p. 41).

Dessa forma, a resolução dos problemas é fundamental, e para tal, se faz necessário que sejam elaboradas estratégias didáticas para seu ensino, desencadeando no aluno, o comportamento da pesquisa, estimulando a curiosidade e preparando-o para que possa lidar com situações reais, sendo motivado, para tomar decisões e solucionar problemas matemáticos.

Segundo Dante (2007, p. 11), “um dos principais objetivos da Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso, nada melhor que apresentar-lhes situações-problema que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las”. Ou seja, uma forma de desenvolver o raciocínio, e uma motivação para o estudo da Matemática.

Logo, com base na concepção de Dante (2000), os desafios, os problemas interessantes quando explorados, contribuem com o processo de ensino aprendizagem, permitindo que os alunos façam questionamentos, busquem sanar suas dúvidas, por meio desses desafios, inclusive, com a aplicação de conceitos e ideias.

O pressuposto anterior remete para a habilidade de resolver problemas, e é amplamente aplicada em várias áreas, sendo considerada fundamental. Essa competência é avaliada por meio de programas que buscam identificar o nível de conhecimento matemático da população, estabelecendo critérios para os testes e priorizando a análise dos problemas e dos métodos utilizados para resolvê-los.

Mediante o apresentado, a matemática, assim como, as demais disciplinas possuem suas próprias histórias e origem, sendo utilizada pelas pessoas como forma de facilitar a vida, e ainda, como método organizacional da sociedade. Cabe ao professor aplicar novas técnicas e estimular que os alunos se interessem pelos assuntos decorrentes dela.

Portanto, a disciplina de Matemática busca acompanhar as novas tendências educacionais, alterando de forma positiva os métodos de ensino, segundo a evolução dos tempos, e demais fatores que colaboram com o surgimento dessas modalidades, aprimorando o processo de ensino-aprendizagem, bem como nos programas que promovem a organização e disseminação do conhecimento em diferentes áreas.

A Etnomatemática é outra tendência que vem sendo discutida na contemporaneidade, porém, não significa que seja um assunto recente, mas que diante das necessidades de mudanças e de estratégias que sejam mais interessantes no processo de ensino aprendizagem, ela sustente a ideia na contraproposta do ensino tradicional da Matemática. Essa tendência surgiu em meados da década de 1970, sendo um método de pesquisa e de ensino que engloba as condições para que o pesquisador tenha conhecimento e passe a compreender o modo e o conhecimento matemático praticado em cada contexto social.

D'Ambrósio (2001) aponta a Etnomatemática como:

[...] a melhor forma de sintetizar a ideia da abordagem dos aspectos socioculturais no ensino da Matemática, pois ela procura entender, explicar e aprender os diferentes modos em que o conhecimento é praticado em seus ambientes naturais, nas distintas culturas (D'AMBRÓSIO, 2001, p. 9).

Desta forma, a prática da Etnomatemática em diferentes contextos sociais surge da expectativa de seguir um caminho muito mais abrangente para socializar e compartilhar saberes distintos dentro dos espaços escolares.

Ao praticar etnomatemática, o educador estará atingindo os grandes objetivos da educação matemática, com distintos olhares para distintos ambientes culturais e sistemas de produção. Justifica-se inserir o aluno no

processo de produção de seu grupo comunitário e social e evidencia a diversidade cultural e histórica em diferentes contextos (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 8).

É uma metodologia de pesquisa que possibilita que pesquisadores identifiquem a presença da Matemática em diferentes culturas e contextos. Essa compreensão, na concepção de D'Ambrósio, autoriza uma reflexão crítica dos saberes que foram ou não legitimados na perspectiva da Matemática Escolar, visto que, sua dimensão socio crítica permite conhecer e explicar o conhecimento matemático dos membros dos grupos envolvidos. Consoante explicita a definição de Etnomatemática,

[...] programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática, com implicações pedagógicas, que se situa num quadro muito amplo. Seu objetivo maior é dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar, classificar (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 7).

A ideia posta pelo pesquisador é uma forma de compreender e descrever os métodos de ensino a serem elaborados e aplicados em prol de outras pessoas. Uma metodologia que pode possibilitar aos estudiosos da matemática e demais pesquisadores, acentuar a ideia da Matemática em diversas culturas e contextualizações, bem como, a reflexão dos saberes que foram ou não legitimados, na perspectiva da Matemática Escolar.

A Etnomatemática é um programa que se reinventa para alcançar as perspectivas abordadas e defendidas, sua proposta pedagógica prioriza “[...] fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e o agora” (D'AMBROSIO, 2009, p. 46). Dando continuidade, abordaremos outra tendência de ensino, que surgiu com a globalização e os avanços tecnológicos.

Em relação aos avanços tecnológicos e suas ideologias, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) poderão ser analisadas, elaboradas e com eficácia, aplicadas em sala de aula, contribuindo com a modernização no método de ensino, evitando o ensino tradicional que é cansativo e defasado (SILVA; FELÍCIO; FERREIRA, 2021).

As TIC representam uma tendência no ensino da matemática, utilizando os novos métodos e segundo as transformações que decorrem constantemente na

sociedade. Consideram a reflexão acerca da desigualdade social, ou seja, as políticas educacionais e a inserção de todas as pessoas, como um meio que favorece as potencialidades em prol da sociedade mais justa, igualitária para todos os cidadãos. Pensamento que ecoa na afirmativa de Penteado e Borba (2003),

À medida que a tecnologia informática se desenvolve, nos deparamos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada. Ao utilizar uma calculadora ou um computador, um professor de matemática pode se deparar com a necessidade de expandir muitas de suas ideias matemáticas e também buscar novas opções de trabalho com os alunos. Além disso, a inserção de tecnologia da informação no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade (PENTEADO; BORBA, 2003, p. 64).

A integração das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no processo de ensino-aprendizagem redefine a compreensão do conhecimento por meio de ferramentas tecnológicas que ampliam e aprimoram as ações dos alunos e professores. Isso resulta em uma educação modernizada e, na maioria das vezes, de qualidade, proporcionando que o ensino aprendizagem contemple a formação dos cidadãos dentro de sua comunidade, e também o desenvolvimento global da sociedade (SANTOS, 2015).

Em relação às modernizações e aprimoramentos do ensino da Matemática, os novos métodos de ensino compactuam com a tendência Modelagem Matemática. Para Barbosa (2003) esse novo método,

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade (BARBOSA, 2003, p. 5).

Para o autor, o direcionamento de como essa ferramenta contribui para o ensino de conceitos alternativos sobre o tema depende de oportunidades para que os alunos investiguem situações, conceitos e ideias, enquanto desenvolvem atividades aplicando modelagem matemática.

Um suporte que visa a aproximação e abrangência do processo de construção do conhecimento é o uso da modelagem matemática e sua influência no processo de ensino-aprendizagem. Sua força está relacionada às reflexões sobre como favorecer

a aprendizagem por meio de um planejamento pedagógico que está em sintonia com a cultura escolar e com o ambiente sócio crítico que envolve uma situação real.

Através da aplicação da modelagem matemática, é possível desenvolver conceitos de forma mais significativa e, ao mesmo tempo, oferecer uma alternativa para amenizar o método tradicional de ensino (SILVA; FELÍCIO; FERREIRA, 2021).

Mais uma vez, ressalva, que o ensino tradicional da matemática é um dos motivos das dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem, muita teoria e pouca prática, caracterizando a falta das ações pedagógicas que contribuam e estimulem a aprendizagem. A modelagem respalda o encorajamento, a metodologia de ensino com a aplicação prática e interessante dos conteúdos da disciplina em questão.

A proposta do ensino que envolve a modelagem matemática tem como pressuposto a valorização das vivências reais e a busca de estabelecer relações sobre os conceitos e perspectivas da matéria, assim como, a interpretação e o relacionamento dos conhecimentos prévios que são adquiridos no dia a dia, indo além dos modelos, mas na solução de problemas reais (SILVA; FELÍCIO; FERREIRA, 2021).

Dentre as tendências citadas acima, optamos pela modelagem matemática, reconhecendo que os alunos podem trabalhar em grupo, por meio de situações do mundo real, além de, proporcionar um ambiente de aprendizagem colaborativa e desenvolver conteúdos que ainda não viram e que fazem parte do seu cotidiano.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA E SUAS APLICAÇÕES EM SITUAÇÕES COTIDIANAS

A pesquisa enfatiza que são necessárias novas formulações e métodos aplicados no ensino da matemática, visando diminuir as lacunas de conhecimentos que resultam da não aprendizagem dos temas em sala de aula, bem como, provocar o desenvolvimento de uma empatia com os conteúdos matemáticos.

A modelagem matemática, como metodologia de ensino, permite conectar atividades do cotidiano, que geralmente, não são consideradas em sala de aula, tornando a aprendizagem mais significativa. Podendo, ainda, auxiliar os alunos na solução de problemas, e na veiculação da apresentação de problemas que requerem para sua solução uma tomada de decisões (MARTINI; VICENTE, 2016).

Partindo desse pressuposto, serão revisitadas as concepções de teóricos que pesquisam a tendência Modelagem Matemática (MM), por acreditarem que, a temática enquanto metodologia de ensino e sua aplicação como prática em sala de aula, podem possibilitar uma aprendizagem mais eficaz ao ensino da Geometria.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

A modelagem matemática surge com a ideia de modificar o sistema tradicional de ensino, reorientando o que ocorre em sala de aula. Ou seja, uma ferramenta que tem como propósito, a facilitação, compreensão e aprendizagem dos conteúdos matemáticos de forma significativa, o que conseqüentemente, irá trazer motivação e socialização entre os alunos.

Dionísio Burak (1992), em sua tese de doutorado, defende a modelagem matemática como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. (1992, p. 62). Segundo o teórico, a aplicação da Modelagem Matemática acontece por meio da ação de construção de modelos, “por mais grosseiros que possam ser. Adquire-se confiança [...] construindo modelos matemáticos e dedicando esforços para o aperfeiçoamento desses modelos” (BURAK, 1992, p. 60).

Barbosa (2003) concorda que a modelagem é uma ferramenta que engloba o ambiente de aprendizagem em que o aluno tem a possibilidade de lidar com

problemas que fazem parte da sua rotina. Podendo criar, tomar decisões, problematizar, dentre outros fatores. Conforme afirma:

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade (BARBOSA, 2003, p. 5).

Já Biembengut e Hein (2007), entendem a Modelagem Matemática como um processo, afirmando,

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. [...]. Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc. O modelo é proveniente de aproximações nem sempre realizadas para se entender melhor um fenômeno, e tais aproximações nem sempre condizem com a realidade (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.12).

Para Bassanezi (2009), a Modelagem Matemática contribui na formação cidadã dos alunos, pois permite a interação com seu ambiente natural, e conseqüentemente, com os problemas do dia a dia, ao afiançar:

A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão. [...] A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural (BASSANEZI, 2009, p. 17 e 38).

Brandt, Burak e Klüber (2010), entendem a modelagem matemática, “como uma alternativa metodológica que traz para a sala de aula os problemas da vida real e da cultura dos alunos para dialogarem com conhecimento universal, lógico e válido em todos os tempos e lugares da matemática” (2010, p.5).

A concepção defendida por Burak e Pontes (2016), quando afirmam que a modelagem matemática tem potencial para contribuir com a educação escolar, pois é:

[...] capaz de transformar a ignorância em sabedoria; a memorização em conhecimento elaborado por meio da pesquisa articulada com a interação entre os sujeitos envolvidos; o cidadão comum em cidadão crítico; o

conformismo em luta; o problema em estratégia de solução (BURAK; PONTES 2016, p. 187).

Com base, nos teóricos citados, entendemos que a modelagem matemática é uma estratégia de ensino que relaciona as situações do cotidiano do estudante com os conteúdos matemáticos, abordando fenômenos e/ou problemas em diversas áreas do conhecimento.

Ainda conceituando a modelagem matemática, Macedo (2013) relata que é uma estratégia para o ensino da matemática e que é compreendida como uma oportunidade aos alunos, frente as situações que decorrem do processo de aprendizagem, sem que haja os procedimentos fixados previamente, atenuando as possibilidades divergentes, além dos conceitos e das ideias que podem ser exploradas nessa disciplina, podendo ser trabalhada de forma criativa, motivadora e eficaz. Concepção que se fundamenta em Macedo (2013), ao validar:

A modelagem estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática. Ela cria um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são colocados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações originadas de outras áreas. A introdução da Modelagem Matemática pode ser feita através da resolução de problemas, trazendo para dentro de sala de aula a realidade do aluno, uma vez que a matemática só fará sentido para os educandos quando ela se tornar significativa e prazerosa. As diversas situações-problemas fazem com que a capacidade de interpretação melhore, o aluno assuma uma posição crítica ao tentar resolvê-las e consiga analisar que pode haver mais de uma solução e que há vários caminhos para chegar até elas, sendo isso essencial para a solução de situações que são vividas por todos nós diariamente (MACEDO, 2013, p. 21).

Para o autor, a modelagem matemática está no centro dos benefícios, a força motivadora que facilita o processo de ensino e o desenvolvimento do raciocínio e da cidadania crítica, entre outros benefícios que tornam a matemática mais interessante e prazerosa.

Para a educação, principalmente na sala de aula, essa linha de abordagem possibilita trabalhar em equipe, visto que, o problema depois de apresentado, discutido e avaliado, exige caminhos, hipóteses para serem aplicadas pelos estudantes como estratégias de resolução dos problemas. Os teóricos chamam de modelo, o caminho ou ação que deve ser realizada. Seguem algumas definições de modelos, segundo os autores anteriormente citados.

Para Biembengut e Hein (2007, p.12) o modelo (matemático) pode ser entendido como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. De modo análogo, Bassanezi (2009, p. 20) apresenta o modelo matemático como sendo “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

Barbosa (2004, p.5) assevera que “somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático”, uma vez que, o modelo matemático tem relação com o problema, com a realidade dos alunos. O autor enfatiza a importância de afastar os conceitos genéricos, aplicando a matemática em todas as áreas do conhecimento, evitando a limitação teórica, tendo como respaldo a “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática” Barbosa (2004, p. 2).

De acordo com Martini e Vicente (2016), a modelagem é seguida como o processo de construção de um modelo. Nesse sentido, a modelagem estabelece uma conexão entre a matemática e a realidade, superando a ideia de que essas duas áreas são independentes. Essa abordagem favorece o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que segue etapas e subetapas, representando uma metodologia externa que é considerada fundamental.

A primeira etapa é compreendida na interação, momento no qual a situação-problema é familiarizada e reconhecida juntamente com o tema sobre a modelagem, e a segunda proposta é a matematização, como uma hipótese elaborada na resolução do problema, e a terceira e última proposta é o modelo matemático, na busca de solução, por meio da sua interpretação e validação do modelo. Cada uma dessas propostas, será apresentada no Quadro 1, como forma de contribuir com a melhor compreensão do que vem sendo discutido.

Quadro 1 - Propostas da Modelagem Matemática

Proposta	Caracterização
Interação	Essa metodologia envolve o estudo frente a uma situação já abordada, de forma que seja desenvolvida por meio de pesquisa em revistas e livros, além dos dados empíricos ou de campo, salientando sobre o reconhecimento da situação-

	problema e o assunto familiarizado, considerando as subetapas que estão intrinsecamente relacionadas, sem necessidade de obedecer a uma certa ordem.
Matematização	Essa etapa é considerada desafiadora e ao mesmo tempo complexa, pois permite que a situação-problema seja traduzida em uma linguagem matemática, partindo da ideia da identificação constante, permitindo a generalização e a seleção das variáveis e as suas relações que poderão ser descritas, e que o problema seja elaborado como parte da análise das ferramentas matemáticas disponibilizadas, buscando as aproximações na resolução dos problemas sustentados.
Modelo Matemático	Para que se possa obtê-lo é necessário que seja verificada o nível de aproximação da situação-problema frente aos dados que foram levantados através da validação do modelo e da interpretação da solução.

Fonte: Martini; Vicente (2016)

Diante do que foi explanado no Quadro 1, a modelagem matemática se destaca como uma abordagem que difere das tendências predominantes na educação contemporânea. Ela busca incorporar influências que possibilitam o aprender de novas metodologias, acompanhando a evolução do ensino e atendendo às perspectivas dos alunos.

Neste aspecto, percebemos que a modelagem matemática constrói uma comunicação no campo de investigação, assim como, a tradução do processo em que acentua a experiência no cotidiano do aluno que pode ser aprimorada no âmbito acadêmico, se tratando de uma metodologia que tem como proposta o oferecimento da aplicabilidade da matemática em situação da vida real, ou seja, esse método dá sentido ao conteúdo e busca melhores práticas que facilitem a aprendizagem.

Os PCNs que norteiam os métodos de ensino dos professores, aponta a necessidade de inovação e a relação com os conteúdos trabalhados em sala de aula, respeitando a realidade dos alunos, e assim, a modelagem é compreendida como um facilitador do processo de aprendizagem e sua construção, associado à realidade.

A necessidade de uso e inserção das novas metodologias na educação que fazem com que a modelagem matemática seja uma ferramenta em destaque, estando associada ao desenvolvimento e aprendizagem do aluno, logo, permite sua participação como forma de solucionar/sanar os problemas frente a ideologia dos alunos de que é uma matéria complexa ou impossível de aprender, e nessa perspectiva, a modelagem preenche lacunas no ensino da matemática. Conforme abordaremos no item seguinte.

3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA NO ENSINO DOS POLIEDROS CONVEXOS

As formas geométricas fazem parte do cotidiano das pessoas, ou seja, elas estão rodeadas de formas geométricas, e mais precisamente a espacial, seja no ambiente natural, ou dentro de casa. Logo entender o papel da geometria espacial como ferramenta primordial ao estudo, materializando a teoria à prática, facilitando o processo de ensino e de aprendizagem com o uso da modelagem é o objetivo principal do estudo.

Para tanto, consideraremos os elementos básicos aplicados para o ensino da geometria, mais especificamente, os sólidos geométricos, priorizando o estudo dos poliedros convexos com o uso da modelagem matemática. Nesse segmento, vários elementos constituem a geometria, o que favorece as noções básicas que servem como suporte na exploração intrínseca das figuras, tanto geometricamente, ou pelo método algébrico.

Diante dessa abordagem, convém lembrar que, a geometria espacial é conhecida como a área da matemática que estuda as figuras tridimensionais com partes finitas e limitadas pelas superfícies planas e curvas, bem como, suas áreas, volumes, propriedades e relações. E a palavra geometria significa medição da terra, ou seja, as propriedades das figuras, dos corpos, as relações internas e suas composições contemplam questões do espaço. Logo, na sala de aula durante a explanação didática de geometria para o ensino médio, é praxe iniciar com a apresentação da geometria plana, com ênfase nas figuras planas, como quadrado, círculo e triângulo que são a base da tridimensionalidade.

De acordo com Pavanello (2014) a geometria espacial pode ser estimada, dentro do ensino da matemática, como o estudo dos sólidos geométricos, destacando suas caracterizações, medidas e as propriedades da base do ensino em questão, a autora supramencionada, segue com as seguintes palavras:

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da 'capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível', oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Delineia-se, desta forma, um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas (PAVANELLO, 2004, p. 4).

Com base nas palavras da autora, o ensino da geometria acarreta uma metodologia, um caminho que qualifique seu estudo, e a partir de então, poderá desenvolver elementos do pensamento geométrico, que é de suma importância na formação intelectual do educando.

Cabe mencionar que, os primeiros estudos acerca da geometria e suas caracterizações apontavam o contato com as denominações de ideologias iniciais/primitivas, com base na construção das figuras, a partir de conceitos, como pontos, retas e o plano, desenvolvendo o processo de aprendizagem sobre as figuras planas e as noções sobre área e perímetro, e assim por diante.

Santiago (2018) menciona que a geometria é uma área da matemática que por muito tempo ficou como segundo plano para o ensino, ou seja, não era dada a devida importância. O autor mencionado, relatou que existem dois fatores essenciais à priorização para a explicação dos conteúdos algébricos, acentuado na maioria dos livros didáticos, e o outro caso, de mais preocupação era o conhecimento dos professores. A falta de um conhecimento aprofundado ou a formação deficiente, resultava na desqualificação dos ensinamentos da geometria. Assim sendo, a geometria era pouco abordada na sala de aula, apesar de se constituir um mecanismo primordial na formação dos alunos, por fazer parte do seu cotidiano.

Atualmente, a geometria é uma área da matemática que vem ganhando espaço ao longo dos anos, devido a sua importância e aplicação, sendo um instrumento de base para o estudo de outras áreas, essa significatividade é destacada na terceira competências específicas de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, na BNCC, seguindo o texto:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2017, p. 523).

A competência supracitada, requer o desenvolvimento de variadas habilidades, não destacamos nenhuma em especial, por acreditar que o principal é:

[...] assegurar aos estudantes as competências específicas e habilidades relativas aos seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum (BRASIL, 2017, p. 535).

Pressuposto que poderá ser alcançado por meio das novas modalidades de ensino, como a modelagem matemática. Uma metodologia de ensino que possibilita ao aluno explorar, buscar novas perspectivas, a partir da construção, representação, discussão, bem como, explorar recursos que enquadrem as inúmeras propriedades matemáticas na construção do conhecimento da geometria espacial, à medida que desenvolve habilidades para a exploração das situações cotidianas.

A prática do fazer para aprender, a visualização das situações é o que torna a formação do aluno mais eficiente, a partir de então, pode se ter uma ideia do quanto necessário é que o docente esteja apto às novas modalidades de ensino, não fique preso apenas ao livro, na didática, mas busque a aplicação da teoria estudada. A modelagem é a ferramenta que irá proporcionar aos alunos um ambiente investigativo, exploratório, no qual, eles irão aprimorar a interpretação e a compreensão dos conceitos.

Para alcançar as habilidades citadas anteriormente, o docente deve fazer um planejamento minucioso para a construção dos conteúdos, com apresentações interessantes dos temas da aula, visando amenizar as dificuldades de compreensão e acarretando numa aprendizagem que favoreça e/ou desperte no aluno o interesse pela exploração na construção do conhecimento matemático, principalmente, quando abordado na geometria, os poliedros convexos.

Para trabalhar os poliedros convexos, acredita-se que é necessário, conhecer o significado da palavra. Para tanto, buscou-se a etimologia da palavra poliedro, segundo a qual, é uma junção das palavras gregas, *poli* – que significa várias; e *edro* que significa faces. Desta forma a palavra poliedro significa várias faces. Portanto, de modo genérico, entende-se poliedro como, um objeto geométrico que possui muitas faces.

Na Educação Básica, a pesquisa se desenvolveu no ensino médio. O livro didático adotado no período do estudo era organizado por Bonjorno; Giovanni Jr e Sousa (2020), os autores apresentam poliedro como:

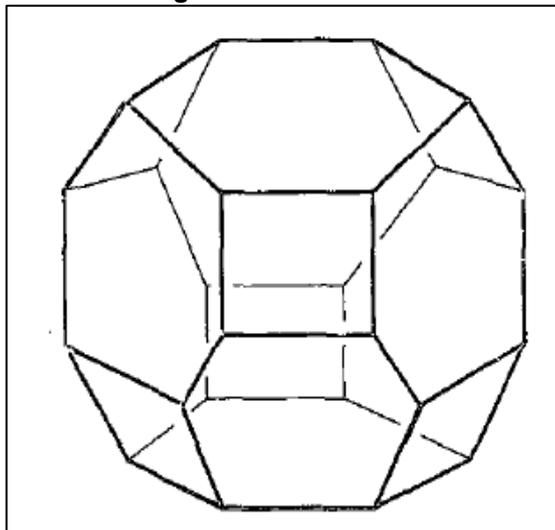
[...] sólidos formados por um número finito de polígonos e pela região do espaço limitada por eles, em que: cada lado de um desses polígonos é comum a dois, e somente dois, polígonos; a intersecção de dois desses polígonos é um lado comum ou é um vértice comum ou é vazia (BONJORNO; GIOVANNI JR; SOUSA, 2020, p. 78)

A concepção dos autores converge com Dante (2012), os polígonos são regiões planas limitadas, ou seja, são formados por uma,

[...] reunião de um número finito de regiões poligonais planas chamadas faces e a região do espaço limitada por elas. Cada lado de uma dessas regiões poligonais é também lado de uma única região poligonal. A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice, ou é vazia. Cada lado de uma região poligonal, comum a exatamente duas faces, é chamado aresta do poliedro. E cada vértice de uma face é um vértice do poliedro (DANTE, 2012, p. 206).

Com o objetivo de aprimorar a definição de poliedro, buscamos a compreensão proposta por Lima. et al. (1998), que assim postula: o poliedro resulta da junção de um número finito de polígonos planos, em que cada um dos lados destes polígonos, é ainda, o lado de um, e apenas um, outro polígono. Cada um dos polígonos é chamado uma face do poliedro, cada lado comum a duas faces é denominado aresta do poliedro e cada vértice de uma face, é também, o vértice do poliedro. Conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Um Poliedro



Fonte: Lima (1998, p. 232)

Podemos perceber, a partir da Figura 1, cada uma das composições tem características próprias, logo todo poliedro limita uma determinada região do espaço, denominado de interior. A Figura 1 é uma representação que esclarece os leitores – alunos do ensino médio – porém, existe a necessidade de uma definição matemática que contemple estudos futuros. Concepção defendida por Lima et al. (1998), ao apresentar a definição formal:

Definição: Poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces onde:

a) cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.

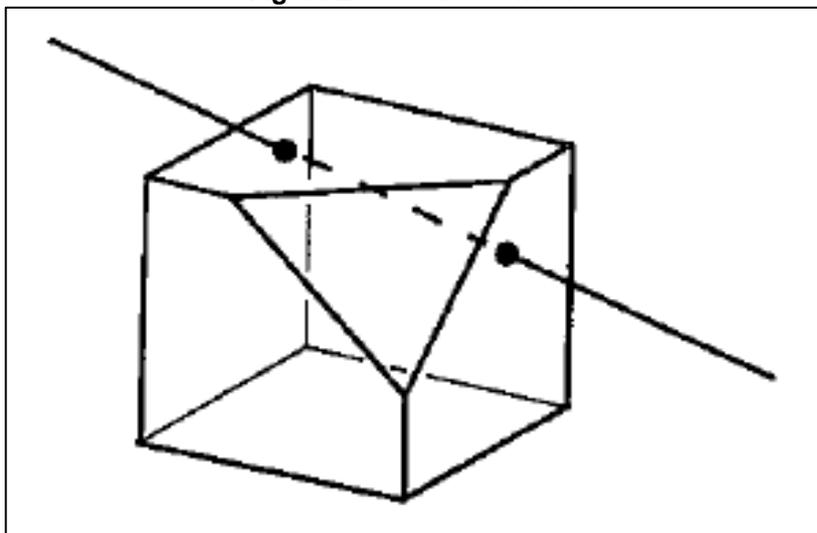
b) a interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é, um vértice ou é vazia. Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.

c) é sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas). (LIMA, 1998, p. 233)

Em consonância com a definição anterior, podemos afirmar que todo poliedro apresenta região interior e exterior, por conseguinte, a região limitada do espaço é o interior do poliedro. Assim sendo, um poliedro é convexo se o seu interior é convexo. De acordo com Lima et al. (1988, p. 233) "Um conjunto C, do plano ou do espaço, diz-se convexo, quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos de C está inteiramente contido em C".

Em outras palavras, o poliedro é convexo quando cada uma de suas faces deixa todas as outras faces em um mesmo semiespaço que seja determinado por ela, como apresentado na Figura 2,

Figura 2 - Poliedro Convexo



Fonte: Lima (1998, p. 233)

Observando a Figura 2, concluímos que, se o poliedro é convexo, significa que qualquer segmento de reta que liga dois pontos contidos está inserido totalmente dentro dele, caracterizando assim, o objeto dessa pesquisa.

A modelagem matemática como ferramenta para o ensino dos poliedros convexos proporciona as inovações em prol do ensino aprendizagem, utilizando materiais adequados, que estimulem o pensamento lógico dos alunos, podendo ser uma estratégia metodológica, uma forma diferenciada de ensino, além da interação social que proporcione e desperte no educando o interesse pelo estudo.

Na sequência, serão apresentadas algumas atividades envolvendo geometria espacial com aplicação da modelagem matemática.

Atividade 1

Tema: Construção de modelos tridimensionais

Público-alvo: Alunos do 1º ano do Ensino Médio

Objetivos:

Compreender os conceitos de geometria espacial por meio da construção de modelos tridimensionais;

Desenvolver habilidades manuais e espaciais para a construção dos modelos;

Aplicar fórmulas matemáticas no cálculo de medidas dos objetos construídos;

Identificar as relações entre as diferentes faces e arestas dos objetos.

Recursos:

Papelão, palitos de churrasco, cola, tesoura e régua.

Etapas:

1ª Etapa: Apresentação do tema e dos objetivos da aula.

2ª Etapa: Explicação dos conceitos fundamentais de geometria espacial, tais como vértices, arestas e faces, utilizando exemplos de objetos do cotidiano.

3ª Etapa: Distribuição dos materiais para a construção dos modelos. Cada aluno receberá um conjunto de materiais e escolherá uma figura específica para construir.

4ª Etapa: Construção dos modelos. Os alunos seguirão as instruções fornecidas pelo professor e aplicarão as fórmulas matemáticas para calcular as medidas do objeto.

5ª Etapa: Apresentação dos modelos construídos pelos alunos. Cada aluno apresentará seu modelo para a turma, explicando as medidas e as relações entre as diferentes faces e arestas.

6ª Etapa: Discussão em grupo sobre os modelos apresentados. Os alunos irão analisar os diferentes modelos apresentados e identificarão semelhanças e diferenças entre eles, bem como, as relações matemáticas envolvidas.

7ª Etapa: Encerramento da aula e orientações para a próxima atividade.

Avaliação:

Participação dos alunos durante a construção dos modelos;

Qualidade dos modelos construídos;

Habilidade na aplicação das fórmulas matemáticas para o cálculo das medidas;

Participação na apresentação e discussão dos modelos.

Atividade 2

Tema: Modelagem Matemática Aplicada ao Ensino dos Poliedros Convexos.

Público-alvo: Alunos do 2º ano do Ensino Médio.

Objetivos:

Apresentar a ideia de poliedros convexos e suas propriedades matemáticas;

Mostrar como a modelagem matemática pode ser usada no entendimento e descrição desses objetos;

Desenvolver a habilidade de visualização espacial e pensamento lógico.

Etapas:

Introdução (10 minutos)

Apresentação do tema e dos objetivos da aula;

Discussão sobre o que é um poliedro convexo e exemplos (cubo, tetraedro);

Exposição de imagens de poliedros convexos e discussão de suas características.

Modelagem Matemática (30 minutos)

Explicar como a modelagem matemática pode ser usada para descrever objetos tridimensionais;

Demonstrar a utilização de planificações para representar um poliedro convexo em uma superfície bidimensional;

Exemplificar a construção de um cubo a partir de uma planificação.

Propriedades dos Poliedros Convexos (30 minutos)

Apresentação das propriedades dos poliedros convexos (número de faces, número de vértices, número de arestas);

Exploração das relações entre as propriedades;

Demonstração da modelagem matemática como alternativa para entender e investigar essas propriedades.

Atividade Prática (30 minutos)

Distribuir modelos de poliedros convexos, em papel, para os alunos;

Desafiar os alunos a identificar o número de faces, vértices e arestas dos modelos;

Incentivar os alunos a construir uma planificação do modelo.

Conclusão (10 minutos)

Recapitulação dos principais conceitos e ideias discutidas durante a aula;

Discussão sobre a importância da modelagem matemática para a compreensão dos poliedros convexos;

Encorajamento dos alunos para continuar a explorar e investigar os poliedros convexos.

Recursos:

Imagens de poliedros convexos, papel para construção de modelos, tesouras, cola, quadro branco e canetas.

Avaliação:

Observação durante a atividade prática, participação dos alunos durante as discussões e compreensão dos alunos dos conceitos apresentados.

Atividade 3

Tema: Poliedros de Platão.

Público-alvo: Alunos do 2º ano do Ensino Médio.

Objetivos:

Identificar e reconhecer as características dos poliedros de Platão;

Compreender e aplicar os conceitos de faces, arestas e vértices dos poliedros de Platão;

Aplicar a modelagem matemática na construção e análise dos poliedros de Platão.

Etapas:

Introdução:

Apresentação dos cinco poliedros de Platão, suas características e nomes;

Explicação do conceito de faces, arestas e vértices;

Demonstração da construção de um poliedro de Platão, utilizando material de modelagem, como palitos e bolinhas de isopor.

Investigação:

Os alunos irão construir os poliedros de Platão utilizando material de modelagem;

Irão medir as dimensões das faces, arestas e vértices dos poliedros;

Registrando as medidas em uma tabela.

Modelagem Matemática:

Utilizando os dados registrados, os alunos irão elaborar um modelo matemático para representar os poliedros de Platão construídos;

Os alunos irão identificar as relações entre as medidas das faces, arestas e vértices;

Investigarão as possíveis combinações das medidas que formam um poliedro de Platão.

Aplicação:

Os alunos utilizarão o modelo matemático para criar novos poliedros de Platão, modificando as medidas das faces, arestas e vértices;

Apresentarão suas criações para a turma, explicando as alterações feitas no modelo matemático.

Avaliação:

Avaliação formativa ocorrerá durante as etapas da atividade, observando a participação e compreensão dos alunos;

Avaliação somativa terá por base, a apresentação das criações dos alunos e sua explicação do modelo matemático utilizado.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

É preciso encontrar um caminho que permita descortinar o percurso entre a questão de pesquisa e os resultados que comprovem ou refutem os objetivos propostos. Buscando na metodologia o caminho que orienta o pesquisador no delineamento de elementos que permitam responder às suas indagações a respeito do objeto pesquisado, ou seja, “a metodologia desempenha o papel de ‘bússola’ na atividade dos pesquisadores, esclarecendo cada uma das suas decisões por meio de alguns princípios de cientificidade” (THIOLLENT, 2011, p.28).

Com esse propósito, estabelecemos a questão que conduziu a investigação: Como a Modelagem Matemática pode contribuir para a construção do conhecimento teórico e prático da Geometria Espacial dos alunos de Ensino Médio de tempo integral em um colégio situado no extremo norte do Tocantins (Augustinópolis)?

Acreditamos que este estudo tem sua importância, em virtude, do pouco uso dessa metodologia durante as aulas de Matemática, haja vista, a maneira como o ensino de Geometria Espacial tem sido apresentada nas salas de aula, de maneira tradicional, baseada nos limites dos livros didáticos, não despertando o interesse dos estudantes e nem, ao menos, os envolvendo na construção do conhecimento.

Consequentemente, a pesquisa está pautada em uma abordagem que converge com a conceituação de Fiorentini e Lorenzato (2007) ao afirmarem:

[...] as informações não nos fornecem gratuitamente as explicações e compreensões que buscamos. [...] não são simples dados fornecidos pela natureza ou pelas práticas sociais. Nós é que os produzimos mediante um processo interativo de diálogo e questionamento da realidade (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 101).

Entendemos, a partir do que informa os teóricos, que a relevância das informações é, em primeiro momento, a garantia para responder às interrogações que norteiam a pesquisa. A esse respeito, Fiorentini e Lorenzato (2007) esclarecem que a pesquisa é:

[...] um processo de estudo que consiste na busca disciplinada/metódica de saberes ou compreensões acerca de um fenômeno, problema ou questão da realidade ou presente na literatura a qual inquieta/instiga o pesquisador perante o que se sabe ou diz a respeito (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 60).

Com base nessa abordagem, foi conduzida uma pesquisa qualitativa para coletar dados descritivos por meio do contato direto do pesquisador com a situação estudada. Essa pesquisa enfatizou os processos e resultados que revelam a perspectiva dos alunos em relação ao ensino da matemática por meio da modelagem, procurando aprofundar a compreensão e retratar de forma precisa essa perspectiva.

Na sequência, será descrita e apresentada a metodologia utilizada para coletar e analisar os dados da pesquisa, bem como, as técnicas e procedimentos adotados para identificar as características que sustentam a temática em questão. Analisaremos, também, os dados colhidos por meio das respostas dos alunos.

Apresenta-se na sequência o campo empírico da pesquisa, os participantes, os procedimentos metodológicos e de análise.

À pesquisa compete uma sustentação literária, na qual, o autor faz um mapeamento de outros estudos, como artigos, revistas, dentre outros periódicos, a fim de saber o apontamento das pesquisas já realizadas sobre este tema. Para isso, foram utilizadas teses, dissertações e artigos científicos a partir da consulta em duas bases de dados, o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na *Scientific Library On Line* (SciELO), no período de 2020 a 2022. As palavras-chave selecionadas para a busca foram: modelagem matemática, matemática e geometria, geometria espacial, poliedros convexos, modelagem matemática poliedros, práticas pedagógicas em matemática.

O conjunto das informações reunidas pela palavra-chave Modelagem Matemática, em sua expressão exata, apresentou um número elevado entre teses e dissertações localizadas na CAPES e com a aplicação de filtros referentes ao período investigado, área de Educação, programas de pós-graduação em Educação e Universidades, foi possível reduzir para 367 produções. Com a leitura dos títulos dos trabalhos foram selecionadas 22 produções e, a leitura dos resumos permitiu escolher nove trabalhos entre teses e dissertações que se aproximavam do interesse da presente pesquisa e apresentados na sequência.

A aprendizagem de forma colaborativa contribui para melhor compreensão dos conteúdos através das apresentações de tarefas. Já em relação aos limites da utilização da modelagem matemática em sala de aula, evidencia-se a falta de maturidade de alguns alunos e a falta de adaptação dos alunos em relação aos trabalhos como forma de avaliação.

Quanto à parte exploratória da pesquisa, o autor aplicou dois questionários a duas turmas de segunda série do ensino médio de um Colégio Estadual localizado em Augustinópolis - TO. Um total de 60 alunos participaram, fornecendo informações sobre seu perfil e conhecimento prévio em geometria.

Com base nas respostas, foi organizado uma oficina de três dias para a turma que obteve melhor desempenho na aplicação do questionário 2. Ao longo da oficina, os 32 alunos da turma tiveram a chance de escolher objetos geométricos encontrados no ambiente escolar e explorá-los por meio de observações, desenhos, construções e cálculos de áreas e volumes. Essas atividades terminam em reflexões e discussões sobre os desafios enfrentados pelos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem.

4.1 DESCRREVENDO AS ETAPAS DA PESQUISA

O autor deste estudo escolheu uma escola de tempo integral como cenário de pesquisa, tendo em vista, que já leciona na instituição em questão. Após a escolha da escola, foram selecionadas duas turmas para a aplicação dos questionários e das atividades elaboradas para a coleta de dados. Os dados coletados serão posteriormente analisados.

A fim de garantir a validade e a confiabilidade dos resultados, foram estabelecidas etapas claras e bem definidas nos procedimentos metodológicos adotados. As etapas foram seguidas de forma rigorosa para que a pesquisa pudesse ser realizada de maneira objetiva e sistemática, conforme segue:

- Seleção das turmas para a aplicação dos questionários, acentuando as qualificações e as complexidades;
- Aplicação dos questionários com base no processo de ensino aprendizagem dos alunos da segunda série do ensino médio;
- Realização da oficina para efetivar as atividades práticas, como a escolha de objetos ao redor e que eles fossem caracterizados, desenhados e construídos modelos em escala proporcional ao objeto real;
- Observações dos participantes tanto nas respostas dos questionários quanto na participação das aulas interativas e com uso da modelagem;

- Registro dos relatos pessoais, de acordo com o que foi percebido na avaliação e nas ações mediante a aplicação da atividade na oficina.

Quanto às etapas inerentes à busca e seleção dos materiais utilizados para a revisão de literatura, e um entendimento mais eficaz acerca da contextualização apresentada neste estudo é relevante apresentar informações referentes aos principais arquivos e pesquisas que foram utilizados. O Quadro 2 representa uma breve demonstração, com os dados dos nove trabalhos selecionados.

Quadro 2 - Filtragem dos trabalhos analisados

Nº	Título	Autor/ano	Principais Resultados	Objetivo
01	O ensino dos sólidos geométricos: um estudo utilizando a modelagem matemática	Thiago Lopes Nascimento Santiago – 2018	Como resultado, podemos afirmar que os estudantes tiveram uma compreensão satisfatória do conteúdo. Além disso, podemos afirmar que as atividades propostas mostraram aos estudantes a conexão entre os conteúdos de matemática e o cotidiano. Essa conexão torna o conteúdo interessante e significativo, favorecendo o processo ensino-aprendizagem.	Discutir e verificar a presença da geometria nas situações práticas do cotidiano do aluno, de modo que compreenda e deduza os conceitos geométricos, aplicados em uma turma do 2º ano do ensino médio.
02	O que é modelagem matemática e como ela pode ser usada em sala de aula	Olívia Baldissera – 2021	Os dados do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (Saeb) são preocupantes. A avaliação nacional de 2019 mostra que 95% dos estudantes da rede pública de ensino terminam o ensino médio sem o conhecimento esperado de matemática.	Uma das técnicas que tem conquistado professores do ensino fundamental e médio é a modelagem matemática, principalmente por mostrar a crianças e adolescentes que números, cálculos e fórmulas são, sim, úteis para a vida delas.
03	Modelagem matemática no processo de ensino de e aprendizagem	Marcelo Rigonato – 2022	A modelagem matemática, de uma forma simples, resume-se à criação de um modelo matemático (um padrão ou fórmula matemática) para explicação ou compreensão de um fenômeno natural.	Atualmente, podemos perceber o uso da modelagem matemática na criação de bovinos, produção de materiais para construção civil, movimentação de animais, teoria da decisão, crescimento de cidades, controle biológico de pragas e outros.

04	Sequência didática como proposta metodológica para a aprendizagem significativa de geometria espacial do ensino médio	Juliana Alves D'ávila – 2018	Como resultados obteve-se um ganho médio positivo de 69,23%. Tal ganho também foi percebido no decorrer das atividades, em que os estudantes manifestaram mudanças tanto no que diz respeito à sua postura e motivação frente aos desafios propostos.	Identificar na literatura as estratégias utilizadas pela equipe de enfermagem para prevenção de lesão por pressão em pacientes cirúrgicos.
05	A modelagem matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem de geometria no 8º ano do ensino fundamental	Jussara Canazza de Macedo – 2013	Com base nas experiências vivenciadas durante a aplicação do trabalho e nos gráficos, que representam uma análise quantitativa de acertos e erros, presentes neste trabalho foi possível obter conclusões de que a estratégia utilizada foi pertinente para a compreensão dos conceitos geométricos estudados, podendo servir para aplicação e aperfeiçoamento em momentos futuros.	Tem como objetivo interpretar e compreender fenômenos do nosso dia a dia. Este trabalho tem por objetivo introduzir conceitos de geometria plana e despertar um maior interesse dos alunos para o estudo da Matemática.
06	Modelagem matemática como estratégia para o ensino da geometria espacial no 3º ano do ensino médio	Sória Pereira Lima Soares – 2021	Teve como objetivos identificar e analisar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática para o ensino da Geometria Espacial, bem como melhoria na qualidade no ensino desse tópico.	Os resultados da pesquisa apontam para diversas contribuições da Modelagem Matemática, tanto nos aspectos relacionados à aprendizagem dos conteúdos de Geometria espacial, quanto à formação da criticidade e autonomia dos alunos.
07	A modelagem matemática como proposta pedagógica para o ensino aprendizagem da geometria espacial no ensino fundamental II	Edgle Chagas Mendonça – 2020	O trabalho aponta que o desenvolvimento de atividades de modelagem Matemática podem contribuir para o repensar de um ensino voltado para uma aprendizagem diferenciada, motivadora, situada, interessante e com significados reais para os estudantes, além de fomentar nesses estudantes uma formação integral em seus aspectos sociais, culturais, críticos e relacionais.	A pesquisa em pauta teve como objetivo principal contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem e melhoria do ensino.
08	Utilizando a modelagem matemática na perspectiva da aprendizagem significativa de geometria espacial no segundo ano do ensino médio	Luciano David Pereira – 2015	Apresentamos as diretrizes gerais da pesquisa, como a questão de investigação, os objetivos e a metodologia de pesquisa.	O objetivo é discutir as implicações de um estudo, dessa natureza, que pode auxiliar os professores a repensarem o ensino de Geometria Espacial tendo como meta, o desenvolvimento de uma aprendizagem que seja significativa para os alunos.

09	Explorando a geometria espacial por meio da etnomatemática e modelagem matemática	Giseli Verginia Sonogo – 2010	A partir da análise dos dados obtidos, foi possível inferir que, quando os conteúdos matemáticos surgem da realidade dos alunos, despertam maior interesse e motivação para a aprendizagem.	Procurou-se fazer uma conexão entre a Modelagem e a Etnomatemática pelo fato de o conteúdo matemático ser trabalhado utilizando conhecimentos próprios das atividades econômicas e culturais da comunidade onde os alunos estão inseridos.
----	---	-------------------------------	---	--

Fonte: Elaboração própria, 2023

Entre os nove trabalhos selecionados para a pesquisa, a maioria deles enfatiza as novas modalidades de ensino que têm surgido recentemente. Dentre estas modalidades, destaca-se a aplicação da modelagem matemática na geometria espacial, com foco especial nos poliedros convexos. A escolha dessa abordagem visa oferecer novas propostas que possam contribuir significativamente para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

4.2 DESVENDANDO O AMBIENTE DA PESQUISA

A escola Jovem em Ação de Ensino Médio de Tempo Integral, na qual o autor aplicou o questionário e efetivou os dados e resultados inerentes à pesquisa, é localizada no Estado do Tocantins, em Augustinópolis, Colégio Estadual Manoel Vicente Souza (CEMVS), ela conta com o Projeto Político Pedagógico (PPP)¹ com o intuito de estabelecer seus fundamentos e diretrizes primordiais em prol do processo de ensino aprendizagem dos alunos, a qualidade em que é ofertada, efetivando o propósito da ferramenta supramencionada e com o apoio dos gestores, professores, comunidade e alunos, norteando as práticas pedagógicas do sistema educacional.

O PPP do CEMVS foi reestruturado com base no biênio 2021/2022, com o intuito de manter suas diretrizes dentro de um prazo adequado e que assim, possa modernizar seus métodos de ensinamentos de acordo com as necessidades dos alunos, estimulando o processo de ensino modernizado. O material é disponibilizado para à comunidade que tenha interesse de conhecer a proposta pedagógica,

¹ De acordo com Libâneo, o Projeto Político Pedagógico ou PPP é um documento que detalha os objetivos, as diretrizes e as ações no processo educativo que será desenvolvido pela escola, e nesse documento é expresso e sintetizado as exigências de cunhos sociais e legais em prol do sistema educativo e com seus propósitos e expectativas frente a comunidade escolar.

norteando a prática e o atendimento das expectativas no processo de ensino-aprendizagem.

O CEMVS pertence a Diretoria Regional de Educação de Araguatins, está situado à Rua Dom Pedro I S/N frente à Praça Ary Ribeiro Valadão Filho em Augustinópolis - TO, com CNPJ 01.223.642/0001-12, telefone (063) 3456-1467, e-mail: manoelsouza@ue.seduc.to.gov.br, código do censo escolar 17001000-5, foi criado pelo então Governo do Estado de Goiás no dia 14 de maio de 1980 sob a Lei 8.802/80, a princípio, foi ofertado o Ensino Fundamental da 1ª a 8ª série.

Atualmente, fornece apenas o nível médio e visa contemplar três eixos básicos: formação acadêmica de excelência, formação para a vida e formação de competências para o século XXI, ou seja, fomentar no estudante o protagonismo, estimulando-o a ser um jovem autônomo, solidário e competente.

O CEMVS - Colégio Estadual Manoel Vicente de Souza foi criado pelo então Governo do Estado de Goiás no dia 14 de maio de 1980 sob a Lei 8.802/80, porém, com a criação do Estado do Tocantins em 05 de outubro de 1988, o CEMVS passou a integrar a Rede Estadual de Ensino do Tocantins. A princípio, iniciaram-se os trabalhos ofertando Ensino Fundamental da 1ª a 8ª séries com 06 salas. Em 07 de abril de 1980 aconteceu o primeiro dia de aula com matrícula de 785 alunos de 1ª a 6ª série em quatro turnos. Em 1983 foi implantado o Ensino Médio, chamado na época de 2º grau o curso Técnico em Contabilidade, para atender a demanda estudantil do município.

A equipe docente atual, é formada por 30 professores todos graduados, 11 possuem pós-graduação Lato Sensu, 01 concluiu Stricto Sensu (Mestrado) e 03 estão cursando, no qual enquadra-se o autor deste trabalho. Contamos com uma equipe de professores que atuam de acordo com suas respectivas áreas de formação, sabem da importância da função social da escola, e do papel primordial do professor na vida de cada estudante e na construção do seu projeto de vida.

Além disso, buscam a cada dia aprimorar seus conhecimentos para vencer os desafios das constantes mudanças no processo educacional, e, conseqüentemente, melhorar a qualidade do ensino. O trabalho em equipe e a cooperação com os colegas são fatores que adicionam aspectos positivo na prática pedagógica da unidade escolar, favorecendo uma educação de qualidade.

4.3 PROJETO DE APRENDIZAGEM: UMA INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

Participou da pesquisa o autor desse estudo, com a realização e efetivação dos questionários e a oficina, sendo este efetivo no Colégio descrito, lecionando como professor de matemática, em ressalva, a escolha desse nível escolar, a segunda série do ensino médio, se deve, primeiramente, ao ano que o pesquisador ministra suas aulas, podendo então avaliar os resultados com mais assertividade. Vale ressaltar, que os alunos por terem passado pela transição do ensino fundamental, estavam melhor ambientados ao número de professores e de componentes curriculares.

A oficina em questão foi realizada ao longo de três encontros, nos dias 5, 6 e 7 de dezembro de 2022, totalizando uma carga horária de 12 horas-aula. A turma selecionada para participar da oficina era composta por 32 alunos, os quais foram divididos em 8 grupos.

Os procedimentos de análise compreenderam a seguinte organização: leitura das respostas pelo docente, obtidas nas entrevistas prévias, após aplicação da metodologia e dos resultados para a discussão. Leitura dos registros inerentes aos resultados dos questionários sobre as atividades aplicadas. Observação participante realizada pelo professor em duas turmas do segundo ano do ensino médio. Esse conjunto de dados possibilitou estabelecer, de maneira preliminar, o foco de análise baseada nos aportes teóricos.

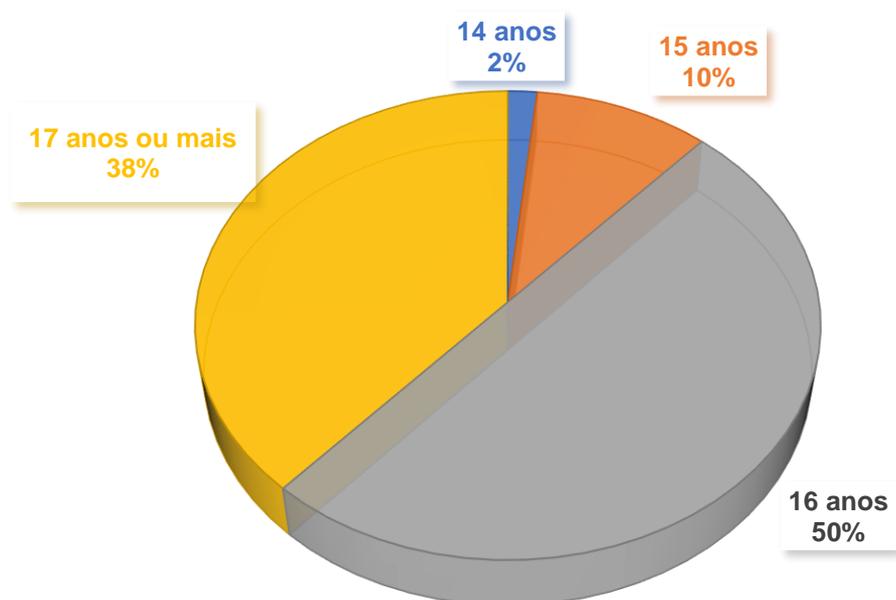
Espera-se com esses procedimentos responder à pergunta problematizadora norteada pelo objetivo da pesquisa: investigar como a aplicação da modelagem matemática pode contribuir para o ensino e aprendizagem de alunos do segundo ano do ensino médio. Na sequência, será apresentada a análise dos dados.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise de dados é uma das etapas mais importantes da pesquisa, pois remete à organização sistemática das informações recolhidas pelo pesquisador, “com o objetivo de aumentar a própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, 205).

Os resultados obtidos por meio dos questionários, assim como das atividades realizadas durante a oficina, foram fundamentados nas dificuldades relacionadas ao conhecimento prévio dos alunos e nas características que correspondem às sugestões de atividades com geometria espacial. Conforme os gráficos que seguem.

Gráfico 1 - Faixa etária



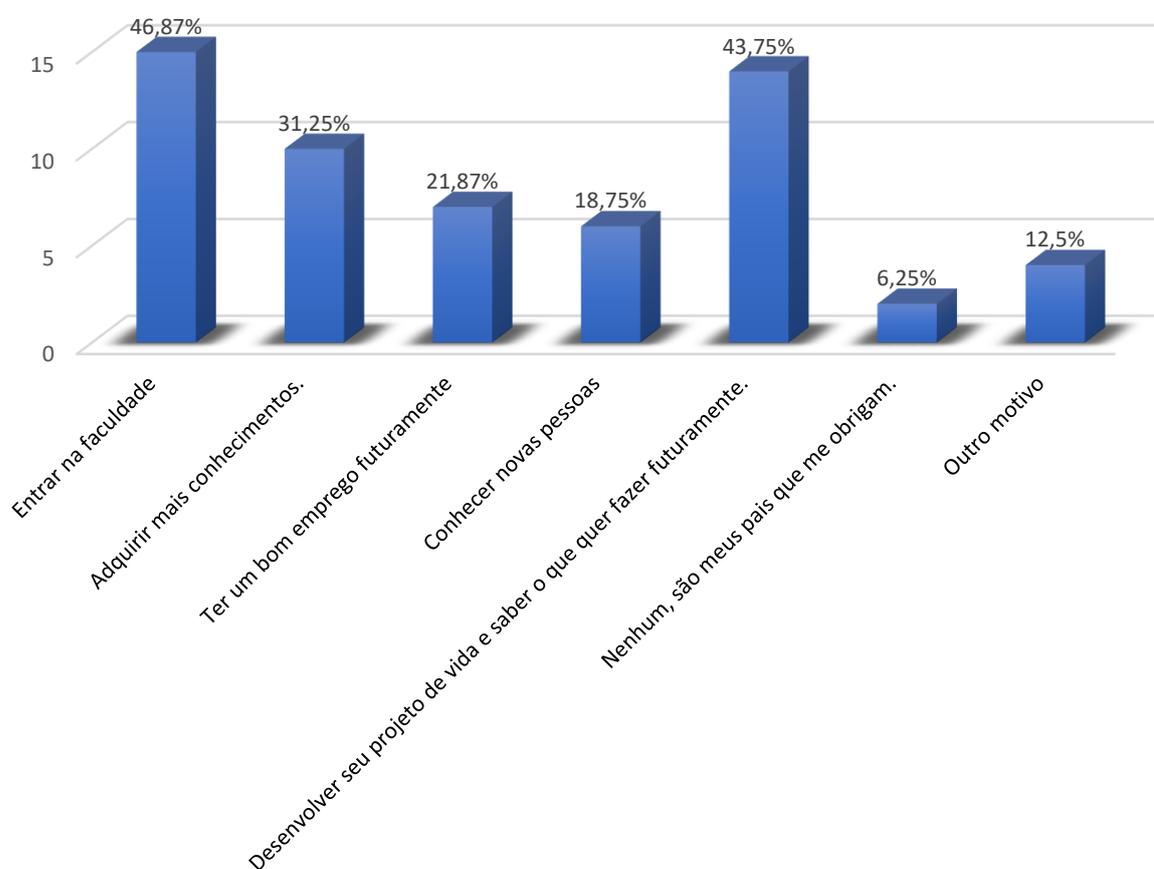
Fonte: Autoria própria (2023)

Na primeira pergunta, constatou-se que metade dos alunos entrevistados tem 16 anos, um aluno com 14 anos, seis alunos com 15 anos, e 23 alunos têm 17 anos. O que chamou atenção, ao fazer uma analogia, sobre a faixa etária e as experiências cotidianas com os sólidos geométricos foi que quase 90% dos entrevistados tem dificuldade com o uso e experiência desse tema, ou seja, assunto que faz parte do cotidiano e que deveriam apresentar mais domínio.

Essa situação representa uma problemática, uma vez que o aluno estuda geometria desde os anos iniciais e, ao chegar no penúltimo ano do ciclo escolar, ainda

enfrenta dificuldades em uma temática presente em seu cotidiano. Essas dificuldades não se limitam apenas à disciplina de matemática, mas também impactam outras áreas, originaram-se em um entrave no processo de ensino-aprendizagem. Quanto a motivação para cursar o ensino médio, lê-se análise no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Motivação para cursar o Ensino Médio



Fonte: Autoria própria (2023)

Quanto à percepção sobre a continuidade dos estudos, os dados demonstram que 46,87% dos alunos têm interesse em continuar seus estudos e pretendem ingressar em uma universidade, esperava-se que essa fosse a resposta com maior destaque, porém, comparando com as demais, percebe-se que 43,75% têm o intuito de desenvolver o projeto de vida pessoal e ter uma ideia do que fazer no futuro. Outros apontaram o interesse em adquirir conhecimento, conhecer pessoas novas. Convém

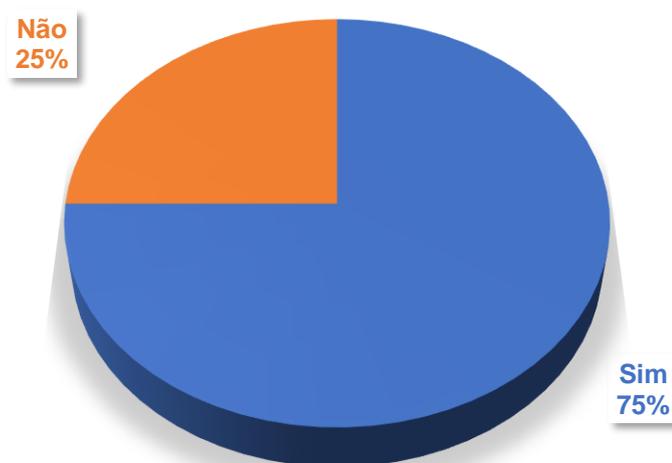
ressaltar que a questão apresenta argumentos subjetivos e permitia mais de uma resposta.

Com base nas respostas, é preocupante constatar que, nesse nível escolar, alguns alunos ainda não têm uma compreensão clara da importância dos estudos. Alguns relatam continuar o ensino médio por obrigação, atendendo aos desejos dos pais, enquanto outros não têm clareza sobre os motivos pelos quais estão estudando.

A falta de interesse dos alunos (sem generalizar o número de entrevistados) é pior do que os que possuem dificuldades, pois esses buscam meios de saná-las, são atenciosos às aulas, evitam conversas paralelas em sala.

É importante dentro do que foi levantando no questionário que os alunos tenham interesse pelos estudos, pois isso irá contribuir significativamente com o futuro, nessa concepção, buscou-se o entendimento dos alunos sobre a utilidade da matemática. O Gráfico 3 expõe os resultados.

Gráfico 3 - Utilidade da matemática



Fonte: Autoria própria (2023)

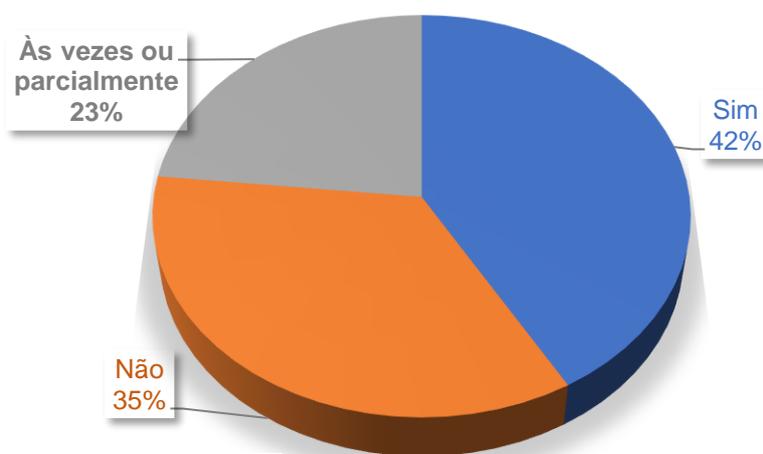
O Gráfico 3 responde à pergunta: “Você consegue perceber a utilidade da matemática no seu dia a dia?” O objetivo era perceber a influência da matemática para os alunos do penúltimo ano do período escolar, ou seja, o ensinamento de algo que existe desde as séries iniciais, que faz parte do cotidiano e que é importante para as demais áreas do saber.

Dos respondentes, 75% mencionaram sobre a importância da matemática e sua utilidade do dia a dia, e os outros 25% responderam não perceber a importância da matéria no cotidiano.

O que foi analisado durante a pesquisa, a efetivação das atividades, de alguns dos alunos, inclusive os que responderam negativo para essa pergunta, é a falta de interesse de buscar aprender. Conseqüentemente, essa falta de interesse se propaga às outras áreas escolares, ao futuro e à tomada de decisões como cidadãos.

É importante que os alunos que responderam não, aprimorem seus conhecimentos e tenham a percepção visível de que a matemática é uma disciplina (componente curricular) relevante e que faz parte do cotidiano. Mesmo que o processo de aprendizagem seja complexo, é importante que os obstáculos sejam trabalhados, visando a modificação dos índices escolares. O Gráfico 4, versa sobre o sentido do ensino da matemática.

Gráfico 4 - Sentido do ensino da matemática



Fonte: autoria própria (2023)

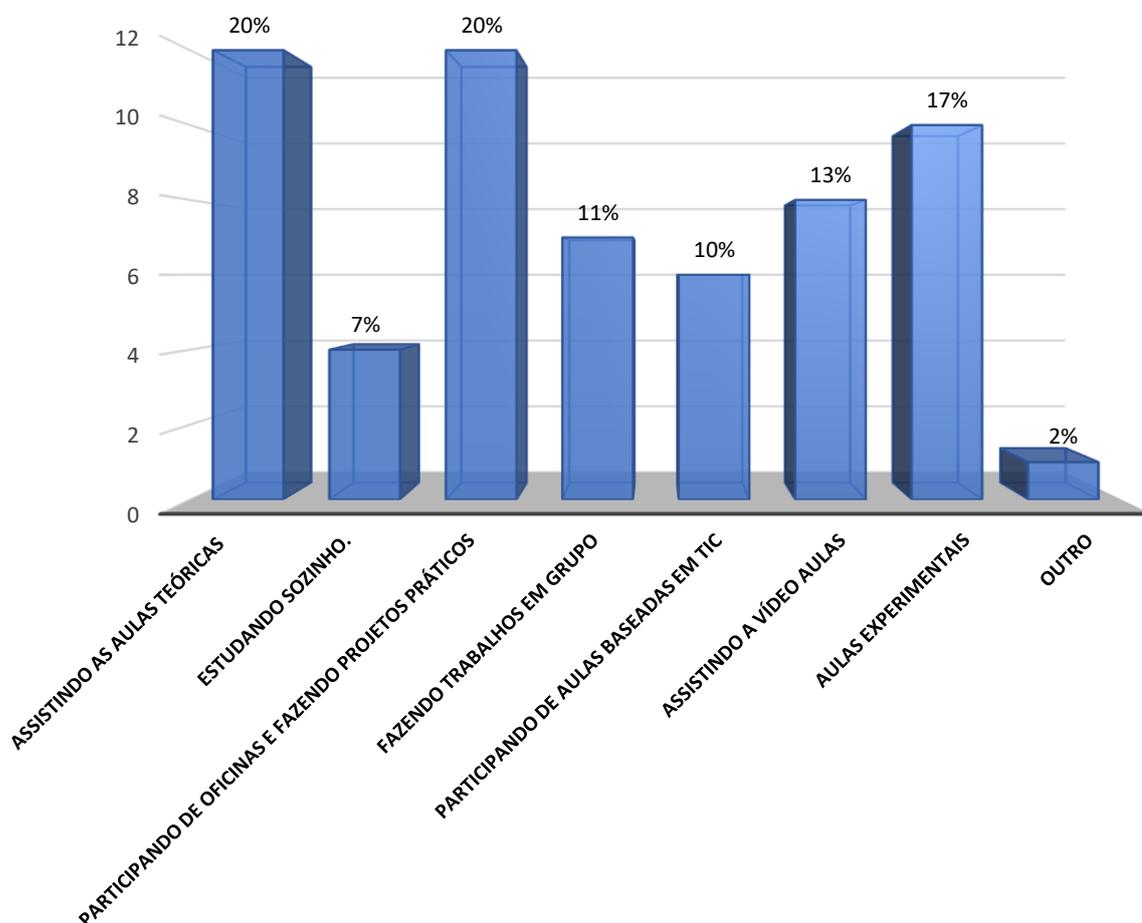
Ao questionar: "Você percebe o significado no que estuda atualmente nas aulas de Matemática?", constatou-se que 42% dos estudantes enxergam sentido no ensino da matemática e possuem conhecimento sobre as matérias abordadas em sala de aula. Porém, 23% estão em dúvida ou têm uma crença parcial no sentido dos estudos. É preocupante observar que 35% dos alunos não percebem significado no ensino da matemática.

Nesse ponto, alguns pressupostos contribuem com os motivos que levam a não compreensão do sentido da matemática, esse se deve, ao método de ensino, pela

forma cansativa de dar aula, pela falta de capacitação de muitos professores, a falta de interesse dos alunos em aprender, dentre outros fatores.

Defendemos que as mudanças nos contextos educacionais devem ser implementadas a favor de uma aprendizagem que atenda melhor às necessidades contemporâneas dos alunos, exigindo uma maior qualidade na formação do docente e na sua formação continuada. Contudo, os professores ainda estão distantes das tecnologias por diversos motivos, entre os quais, conta-se a falta de formação e as deficiências na infraestrutura. Entretanto, a modelagem matemática pode contribuir para a aprendizagem eficaz, como explanado no Gráfico 5.

Gráfico 5 - Formas de aprendizagem da matemática



Fonte: Autoria própria (2023)

O Gráfico 5 instiga “Como você aprende mais os conteúdos de matemática?” Os alunos deram diversos tipos de respostas, com destaque a duas, dessas, 20% alunos defendem “assistindo as aulas teóricas” e os outros 20% “participando das

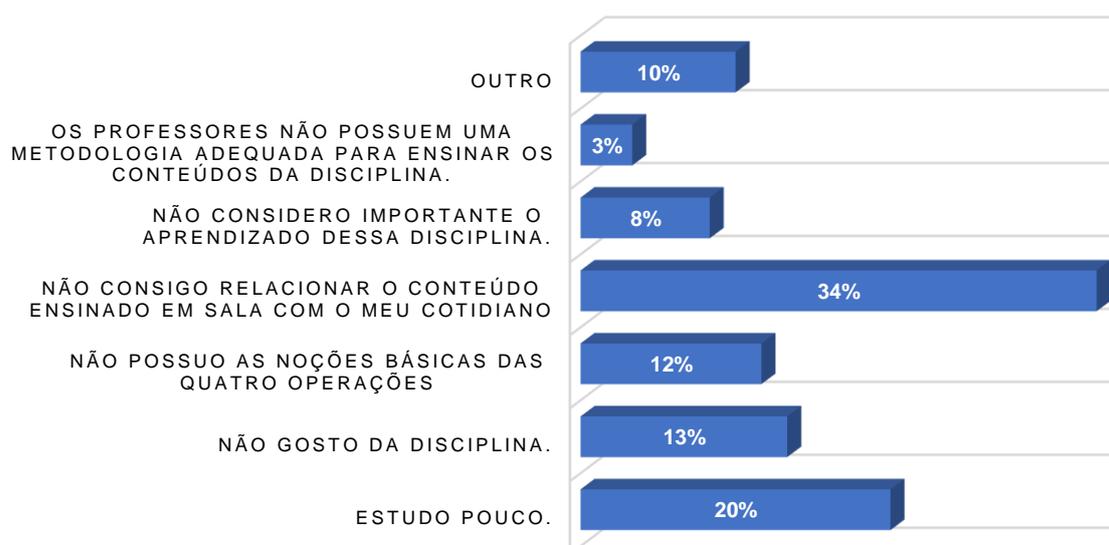
oficinas e fazendo os projetos práticos”, seguidos por 17% que apontaram as aulas experimentais.

Com base nas respostas acima, as aulas são ainda os maiores propulsores no processo de ensino-aprendizagem, diante disso, é fundamental fazer uma correlação entre esses pontos: aulas interativas, aulas experimentais, aulas lúdicas com a socialização e a exploração da capacidade criativa dos alunos.

Atualmente as pesquisas enfatizam as aulas interativas, a modelagem matemática e o seu emprego no processo de ensino, caracterizando como uma abordagem proativa por parte do professor, visando uma mudança no ambiente escolar e na interação com os alunos. Esse processo tende a influenciar o comportamento dos alunos que passam a adotar uma postura mais autônoma e empreendedora.

As demais respostas quanto ao método de aprendizagem da matemática, são bem similares, alguns tiram um tempo extra para aprenderem em casa, outros acreditam nos trabalhos em grupo, mas percebe-se a interação, socialização, inovação, dentre outros pressupostos como fatores que ensejam o processo de ensino-aprendizagem. As dificuldades de aprendizagem de matemática, estão contempladas no Gráfico 6.

Gráfico 6 - Dificuldades na aprendizagem de Matemática



Fonte: Autoria própria (2023)

A pergunta que trouxe à tona as informações do gráfico 6 foi extremamente relevante para compreender os desafios enfrentados pelos alunos no aprendizado da

matemática. É interessante notar que, apesar dos obstáculos, uma parte significativa dos alunos está ciente das dificuldades que enfrentam e consegue expressar isso de forma clara.

De forma encorajadora, cerca de 34% dos alunos responderam que têm dificuldade em relacionar o conteúdo ensinado em sala de aula com situações do cotidiano. Essa percepção mostra um alto nível de consciência dos estudantes sobre a importância de fazer conexões práticas entre a matemática e a vida real. É um sinal positivo, pois demonstra que eles estão buscando compreender a conversão dos conceitos matemáticos em seu dia a dia.

É interessante ressaltar que esse resultado pode ser atribuído, em parte, à complexidade de alguns assuntos matemáticos. Essa é uma questão compreendida, pois a matemática pode apresentar desafios intrincados e requerer um raciocínio abstrato. No entanto, é importante encarar esse fator como uma oportunidade de aprendizado, pois ao superar essas complexidades, os alunos estarão adquirindo habilidades valiosas de resolução de problemas e pensamento crítico.

A segunda resposta em destaque “estudo pouco” foi citada por 20% dos alunos denotando falta de interesse pelos estudos ou por não gostar, não achar a matéria importante ou até mesmo por acharem que os professores não possuem habilidade ou a metodologia adequada para repassar os conteúdos.

Diante às respostas, fica perceptível a importância de modificar o método de ensino, aderir propostas de ensinamentos mais interessantes, conforme a atividade que foi desenvolvida, explorando a imaginação, os saberes. A elaboração de uma estratégia de ensino envolve a realização de várias ações e o uso de dispositivos pelos professores, que concebem uma estratégia para possibilitar a implementação dos passos garantidos no processo de ensino como um todo.

E frente a essa modalidade, Roldão (2009) elaborou alguns passos para a construção das estratégias, elas estão sistematizadas no quadro abaixo, para a melhor percepção frente ao que vem sendo dissertado:

Quadro 3 - Percepção dos professores na concepção das estratégias de ensino

ANALISA	Analisa – a relação do objetivo/conteúdo com a situação dos alunos, as dificuldades previsíveis, as potencialidades favoráveis, a ligação com os interesses e características contextuais;
INTEGRA	Integra – cada unidade no que a antecedeu e na sequência futura, cada unidade no conjunto das aprendizagens e experiências do aluno; cada unidade no quadro mais amplo das várias aprendizagens curriculares – articulação horizontal e vertical;

COLOCA HIPÓTESES	Coloca hipóteses – inventaria modos possíveis de organizar a estratégia e compara as suas eventuais potencialidades face à situação analisada;
SELECCIONA	Seleciona – escolhe, de entre as opções possíveis, que são de natureza didática, as que face ao contexto e à integração analisada, oferecem maiores possibilidades de ter sucesso, gerando aprendizagens efetivas;
ORGANIZA	Organiza – o modo como a estratégia mais geral (por exemplo, a decisão por um procedimento assente na observação e experimentação para compreender um conceito como “germinação”) se vai operacionalizar nos seus diferentes passos – atividades e tarefas – e sua organização – espaço, tempo, intervenientes e recursos; pode fala-se, nesta organização, de operacionalização da estratégia global em subestratégias ou estratégias e táticas específicas (os alunos organizam a experiência ou observam apenas? Que papéis têm? E o professor? Com que recursos se vai trabalhar? Quando e com que finalidade intervém o professor e intervém os alunos na observação e na experimentação? Que se lhes pede em cada etapa da sequência desenvolvida? Com que finalidade? Que instrumentos organizativos são fornecidos (grelhas de registro, esquemas conceptuais) ou construídos?
DECIDE	Decide – gere todo o processo de desenvolvimento posto em ação, decidindo quer ao nível da estratégia global quer ao nível das subetapas do seu desenvolvimento, mediante uma constante análise do que vai ocorrendo e seu confronto com os objetivos e competências visadas; é, neste sentido, um gestor do currículo.

Fonte: Roldão (2009, p.94-95)

De acordo com Roldão (2009) o que caracteriza e distingue o ato de ensinar é a competência de fazer aprender. Isso ocorre pelo questionamento, pela pesquisa, pela exposição e exemplificação, pela experiência, pela leitura orientada “sempre o professor é professor porque ensina, é professor porque o trabalho que dele se espera é gerar e gerir formas de fazer aprender” (ROLDÃO, 2009, p.96). No entender da autora, a consciência de que a aprendizagem acontece no outro de forma significativa se houver apreensão dos conhecimentos.

As concepções da autora são relevantes para se entender que as discussões sobre a modelagem matemática constituem parte relevante dos saberes inerentes à ação de ensinar. Também auxiliam a compreender a prática coletiva que possibilita a construção e partilha de saberes sobre a geometria espacial. Na presente pesquisa, vislumbra-se a troca de conhecimentos entre os participantes (professor e alunos) ao planejarem e aplicarem a atividade lúdica no ensino de Matemática objetivando melhor aprendizagem, acerca da temática.

Se tendo uma percepção acerca do perfil dos 60 (sessenta) alunos do segundo ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Manoel Vicente Souza (CEMVS), a partir de então, serão apresentados os resultados e a parte discursiva acerca dos conhecimentos prévios sobre a Geometria Espacial.

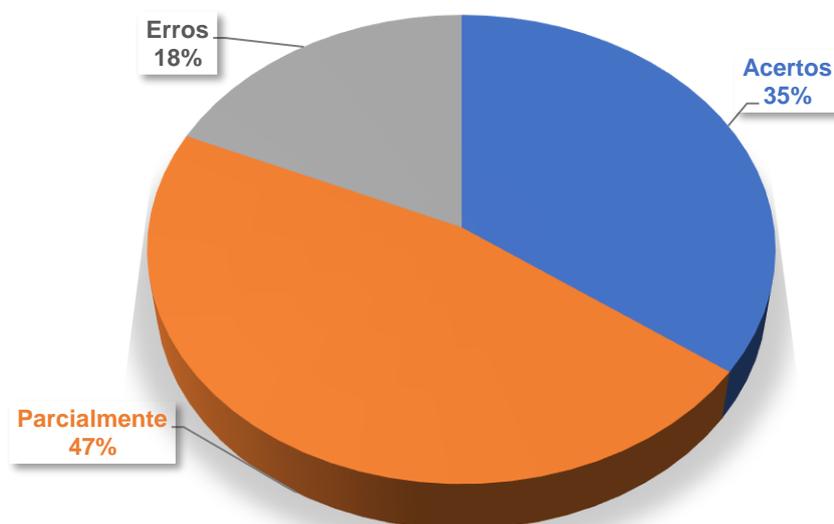
Quanto ao questionário 2 (Apêndice B), contou com cinco questões abertas, com o intuito de avaliar o conhecimento dos alunos. As perspectivas inerentes aos

saberes, resultantes das respostas apontam a necessidade de melhorias na condução do ensino, afim de atingir uma aprendizagem significativa. Além disso, um dos objetivos do questionário era o desenvolvimento da percepção de cada indivíduo na compreensão das condições necessárias e suficientes para a construção das demonstrações matemáticas e de suas possíveis distinções.

Ainda, com a aplicação do questionário 2 foi possível perceber, no exercício da sala de aula, no ensino da Geometria Espacial, que muitos professores, ainda estão presos ao método tradicional do ensino, sem contextualizar ou relacionar com a realidade dos alunos, dificultando a identificação dos elementos geométricos, ou ainda, o estabelecimento das relações entre eles.

Na primeira questão foram apresentadas seis figuras, entre formas planas e espaciais, no entanto, seria necessário apontar apenas as com formas geométricas espaciais. O gráfico abaixo indica o percentual de erros e acertos na identificação dessas formas.

Gráfico 7 – Identificação das formas geométricas espaciais



Fonte: Autoria própria (2023)

Com base nas informações valiosas interpretadas no gráfico acima, é notável a motivação e a percepção de que 35% dos participantes conseguiram identificar todas as figuras espaciais. Esse resultado merece destaque, pois indica uma compreensão sólida e domínio dos conceitos tridimensionais por parte desses alunos.

Além disso, é animador constatar que 47% dos alunos acertaram parcialmente a identificação das figuras espaciais. Esse dado sugere que eles estão

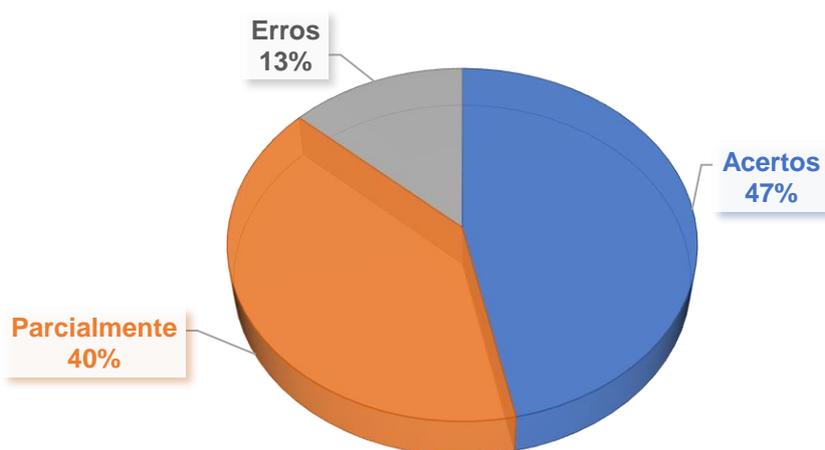
em um processo de aprendizado e demonstram um nível de conhecimento em progresso. Esses acertos parciais podem ser vistos como um passo importante rumo à consolidação do entendimento completo das formas espaciais. É encorajador ver o esforço e a dedicação dos alunos em alcançar uma compreensão mais profunda.

É interessante notar também que 18% dos participantes conseguiram identificar apenas as figuras que correspondiam às formas planas. Esse grupo demonstra um nível inicial de reconhecimento e já está familiarizado com as formas planas. Com o apoio adequado, esses alunos podem expandir seus conhecimentos para incluir as figuras espaciais, construindo uma base sólida e ampla no campo da geometria.

A segunda questão solicitava que os alunos observassem o local ao redor, identificando as formas geométricas planas e espaciais, citando algumas delas, todavia, não cabe apresentar gráficos com as respostas, pois todos eles conseguiram citar pelo menos uma forma plana ou espacial.

A terceira questão, apresentou uma figura correspondente ao tronco de uma pirâmide, para que pudessem identificar o número de faces, de vértices e de arestas, o que foi perceptível uma variedade de combinações entre as respostas, conforme segue o gráfico abaixo.

Gráfico 8 - Identificação das faces, vértices e arestas do poliedro



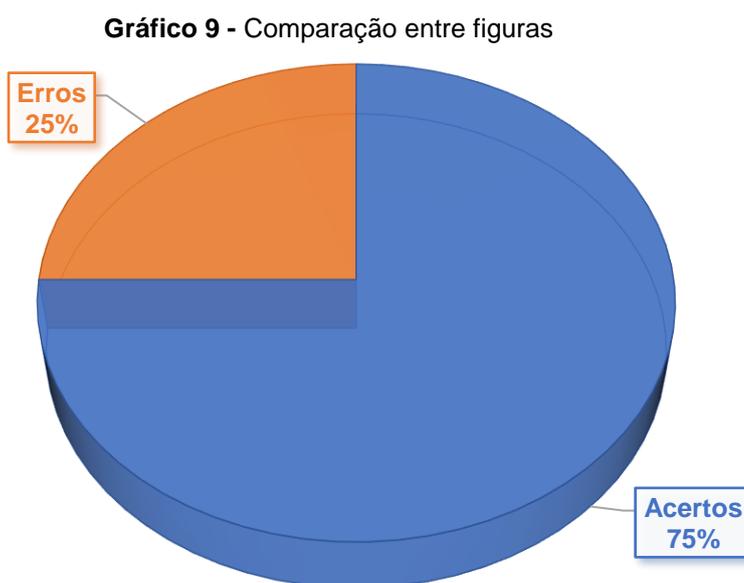
Fonte: Autoria própria (2023)

Nessa questão houve um misto de respostas, 47% dos alunos conseguiram identificar corretamente o número de faces, vértices e arestas do poliedro em análise.

Do restante, 40% responderam de forma parcial e 13% não conseguiram identificar de forma correta o que foi pedido no enunciado.

Na questão, a atividade proposta é simples, e os alunos já haviam estudado e desenvolvido tarefas com o mesmo grau de exigência e complexidade durante o semestre letivo, inclusive em séries anteriores. Contudo, oito alunos não acertaram a identificação do que seja face, vértice e aresta da figura, evidenciando que há uma lacuna na interpretação geométrica de forma espacial.

A quarta questão avaliada se tratava de um item com respostas objetivas cobrado no ENEM edição 2020. A proposta da questão era de que o aluno pudesse comparar e identificar as figuras, a que continha o desenho de uma casa, a planta do telhado e a construção para o escoamento da água, sendo necessário que ele identificasse qual das figuras da planta era a vista ortogonal superior do telhado. A comparação entre as figuras é retratada no Gráfico 9.



Fonte: Autoria própria (2023)

É encorajador observar que 75% dos alunos conseguiram identificar corretamente as vistas ortogonais no problema apresentado. Isso indica que uma parcela significativa dos alunos compreendeu bem o conceito e aplicando-o de forma adequada. No entanto, é importante também considerar os 25% que erraram, pois isso sugere a necessidade de fornecer suporte adicional para esses alunos, a fim de ajudá-los a desenvolver melhor essa habilidade.

A última questão correspondia a determinação da área total e do volume de um poliedro retangular com a base quadrada, dando as especificações dos comprimentos. Apenas um aluno conseguiu responder corretamente o enunciado, porém, não conseguiu fazer o esboço do poliedro conforme solicitado.

Enquanto que os demais alunos sequer responderam, deixando a questão em branco ou justificaram que não lembravam da fórmula ou da forma do Poliedro, e outros desenharam apenas triângulos e quadrados.

A atividade foi realizada em duas etapas, a primeira com a aplicação dos questionários (ver Apêndices) como proposta para que o professor pudesse obter conhecimento sobre as dificuldades dos alunos no estudo da Geometria, os resultados são preocupantes, pois estão no ensino médio, em uma escola de tempo integral, com número considerável de aulas por semana, e apontou-se que os alunos não adquiriram conhecimentos necessários sobre a geometria plana e espacial, conseqüentemente, eles não possuem domínio de outros assuntos.

Realizando a análise dos acertos, nota-se que uma parte significativa dos alunos não tinha muito conhecimento sobre geometria espacial. Nas questões que envolviam conhecimentos teóricos, a porcentagem de acertos passa a ser maior do que nas questões que envolvem as operações mais complexas, que ensejam atenção e uma análise mais minuciosa das figuras e comparações.

Esse resultado, confirma o pensamento de Moran (2015) de que os métodos tradicionais privilegiam a transmissão de conhecimentos, onde o aluno é um sujeito passivo e mero reprodutor de informações, no qual todo processo de ensino é controlado pelo professor, tornando-o um método mecanizado. O aluno, por sua vez, passa a compreender que o objetivo da aula é memorizar fórmulas, dados e demais informações para que consiga obter uma nota em uma avaliação.

O mundo está em constante evolução e a educação precisa acompanhar essa mudança para garantir um aprendizado efetivo e atualizado. Nesse sentido, é imprescindível que os métodos de ensino sejam modernos e dinâmicos para o ensino de Matemática. Os professores precisam rever suas abordagens pedagógicas e adaptá-las à nova realidade educacional, trazendo metodologias inovadoras que enriqueçam e ampliem a compreensão dos alunos durante o processo de aprendizagem.

Para colocar em prática essa nova forma de ensinar, é necessário proporcionar aos alunos uma experiência prática e imersiva. Nesse contexto,

apresentamos a estruturação da parte prática da oficina realizada com os estudantes. A turma escolhida para a atividade foi a que apresentou o melhor desempenho no questionário 2 (Apêndice B), composta por 32 alunos, divididos em oito grupos de quatro estudantes cada.

Antes de iniciar a atividade, foi dado um prazo de uma semana para que cada grupo escolhesse uma forma geométrica espacial poliédrica convexa no ambiente escolar ou nas adjacências do colégio. Em seguida, cada grupo apresentou informações sobre a forma geométrica escolhida.

A seguir, serão apresentados os quatro grupos que se destacaram na aplicação da oficina, demonstrando a efetividade da metodologia utilizada. Essa experiência prática possibilitou que os alunos aprendessem de forma lúdica e significativa, garantindo a compreensão do conteúdo abordado.

Figura 3 - Grupo 1 (bebedouro)



Fonte: Autoria própria (2022)

O grupo 1 optou pelo bebedouro localizado no colégio, conforme mostrado na figura 3. Esse bebedouro possui o formato de um prisma retangular, uma figura tridimensional composta por duas bases retangulares paralelas e quatro faces retangulares.

Os alunos coletaram as medidas do bebedouro e fizeram anotações para serem utilizadas posteriormente na oficina. Além disso, é possível considerar os prismas retangulares como cuboides ou poliedros, que são caracterizados por

possuírem duas bases paralelas congruentes. Suas propriedades mais relevantes são o volume e a área da superfície.

Figura 4 - Grupo 2 (vaso de planta)



Fonte: Autoria própria (2022)

O grupo 2 fez a escolha de um vaso para sua atividade, o qual possui uma forma cúbica, conforme figura 4. Esse vaso é composto por polígonos retangulares congruentes, especificamente, com faces quadradas. Além de recolherem as dimensões do vaso, os alunos fizeram a contagem do número de faces, vértices e arestas presentes nele.

Essa escolha permite a aplicação da modelagem matemática, explorando conceitos da geometria plana e espacial. O formato cúbico do vaso possibilita a visualização de diversas propriedades, como o cálculo do volume e da área da superfície.

Ao contar o número de faces, vértices e arestas, os estudantes estão investigando as características topológicas do vaso. Um cubo possui 6 faces, 8 vértices e 12 arestas, informações importantes para a compreensão da estrutura do objeto. Essa análise permite relacionar a modelagem matemática com a representação física do vaso, estimulando a observação e a análise de propriedades no contexto real.

Figura 5 - Grupo 3 (placa de propaganda nas proximidades do colégio)



Fonte: Autoria própria (2022)

O Grupo 3 teve a oportunidade de escolher e explorar uma placa localizada nas proximidades do colégio, que representa um prisma triangular, conforme mostrado na Figura 5. Esses prismas são poliedros convexos compostos por duas bases triangulares e três faces retangulares laterais. As bases são paralelas entre si e congruentes, formando uma estrutura sólida com um total de cinco faces, seis vértices e nove arestas.

Durante essa atividade, os alunos tiveram a chance de observar, manipular e contar as faces, vértices e arestas desse prisma, o que contribuiu para aprofundar seu entendimento sobre suas propriedades. Essa experiência permitiu que eles explorassem a geometria tridimensional de forma prática e tangível.

Além disso, ao realizar essas medidas e contagens, os alunos também desenvolveram suas habilidades matemáticas, desenvolvendo conceitos como contagem, reconhecimento de formas de processamento e visualização espacial. Essas habilidades são fundamentais para o estudo da geometria e são contínuas em diversas áreas do conhecimento.

Dessa forma, a atividade conduzida aos alunos uma oportunidade valiosa de aprendizado, combinando a teoria com a prática por meio da exploração de um objeto concreto. Isso contribuiu para uma compreensão mais aprofundada das propriedades do prisma triangular e incentivou o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas.

Figura 6 - Grupo 4 (vaso de planta em formato de tronco de Pirâmide retangular)



Fonte: Autoria própria (2022)

O grupo 4 optou por representar o tronco de uma pirâmide de base retangular, conforme ilustrado na figura 6. Nessa forma, as arestas laterais são congruentes, as bases são compostas por polígonos regulares, as faces externas são identificadas como trapézios isósceles congruentes e a altura de qualquer face lateral é chamada de apótema. Em termos gerais, o tronco da pirâmide é um sólido formado por uma seção transversal paralela à base, com faces laterais em formato de trapézio e bases em formato poligonal.

Após preencherem as dimensões e as informações necessárias, os alunos foram desafiados a criar um modelo para o seu grupo. Eles podiam usar materiais disponíveis, como papel cartão, isopor, cola, tesoura, estilete, régua, fita métrica, entre outros. As figuras 7, 8, 9 e 10 abaixo representam a nova fase da oficina.

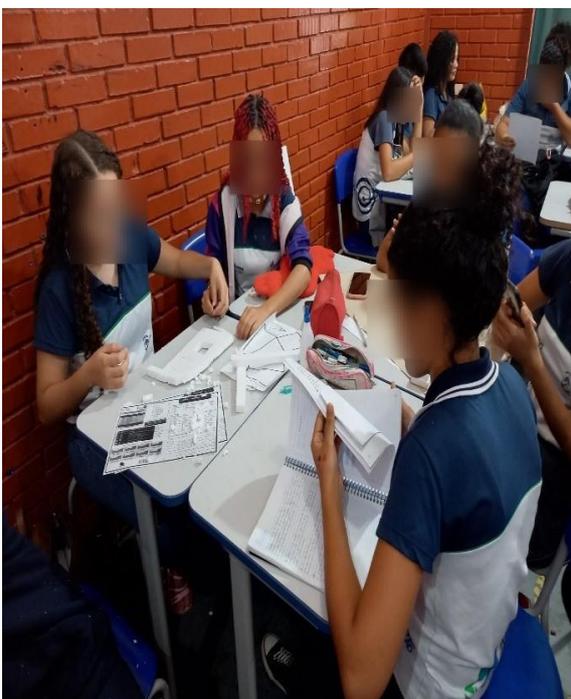
Percebe-se que as atividades envolvendo modelagem matemática são importantes não apenas no processo de interação ou socialização, mas também, no método de ensino aprendizagem, em que os alunos se dedicam e buscam pelos resultados mais precisos e eficazes, além de contribuir com a criatividade.

Figura 7 - Registro da oficina 1

Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 8 - Registro da oficina 2

Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 9 - Registro da oficina 3

Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 10 - Registro da oficina 4

Fonte: Autoria própria (2022)

Cada grupo apresentou o seu modelo e fez comparações com o objeto real, uma vez que, os modelos foram todos construídos em escala.

As figuras 11, 12, 13 e 14 abaixo representam os resultados, ou seja, a apresentação de cada grupo de acordo com suas escolhas, efetivando as figuras e as

caracterizando. Em tese, todos explicaram sobre os cálculos que foram explorados, como as áreas, o volume, o número de faces, vértices e as arestas, cada uma delas com suas especificações, conforme mensurados detalhadamente nos resultados.

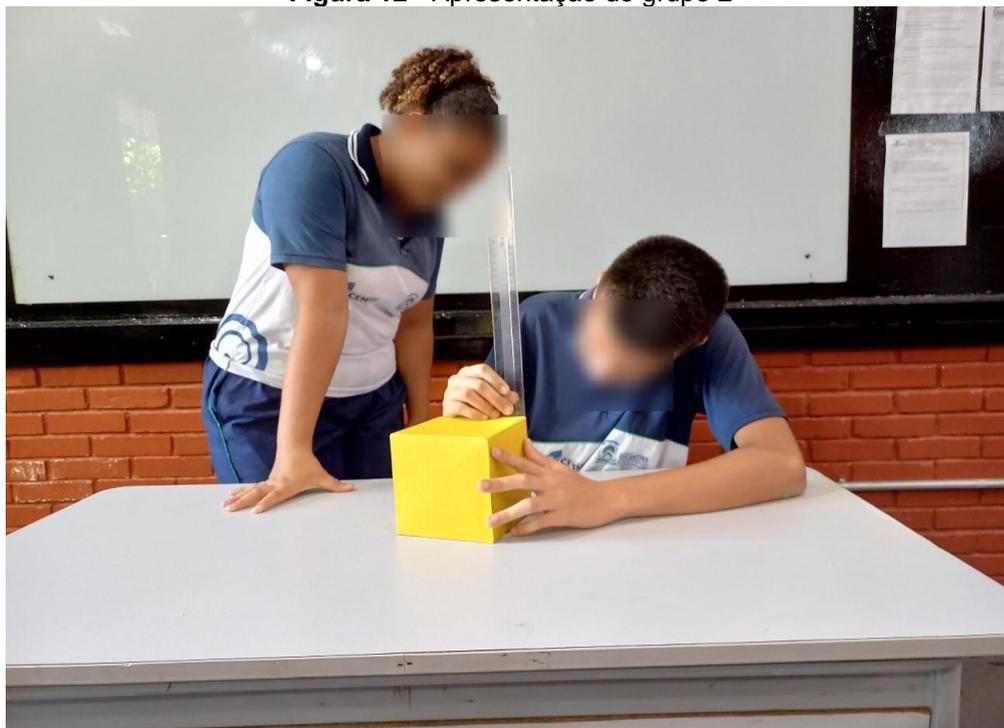
O objetivo acentuou sobre a realização das aproximações do modelo real e a comparação com o modelo que foi criado com a experiência de cada um dos estudantes, bem como a explicação de como obter os cálculos de áreas e volume, além da contagem do número de vértices, faces e arestas de cada modelo

Figura 11 - Apresentação do grupo 1



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 12 - Apresentação do grupo 2



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 13 - Apresentação do grupo 3



Fonte: Autoria própria (2022)

Figura 14 - Apresentação do grupo 4

Fonte: A autoria própria (2022)

Com a aplicação da oficina, percebeu-se que os alunos demonstraram muito entusiasmo com a proposta diferenciada, gostaram de expor suas ideias, de explicar o porquê das respostas corretas e exercitaram a solidariedade, no momento dos agrupamentos e, algumas competências socioemocionais como a empatia, o foco, a autoconfiança, o entusiasmo e o respeito, conforme os depoimentos:

Foi descontraída, pois medimos, recortamos, construímos, e isto faz a gente esquecer as dificuldades em entender matemática. (Aluno A)

A aula foi boa, porque eu aprendi muita coisa que eu vou usar no meu dia-a-dia. (Aluno B)

Cabe mencionar, que tanto os questionários aplicados quanto a realização da oficina, foram possíveis perceber que as atividades estavam adequadas a proposta apresentada, sendo realizada com calma, sem a necessidade de adaptações, pois não estava divergente do que foi proposto, além disso, a metodologia aplicada foi adequada para a turma, já que, o objeto de conhecimento faz parte da série em questão. Percebeu-se que a maior dificuldade dos alunos é a defasagem de aprendizagem nas atividades básicas.

Com a aplicação da modelagem matemática as aulas ficaram animadas e dinâmicas, tornando os alunos protagonistas na construção de novos conhecimentos e de suas aprendizagens, com a exceção daqueles poucos apáticos, desinteressados, distraídos e que necessitam de incentivo e estímulos constantemente.

O trabalho realizado com a aplicação da modelagem matemática gerou um espírito de responsabilidade e comprometimento, criando um ambiente agradável no

qual, houve a livre exposição de ideias, fazendo com que os alunos se sentissem motivados a participar efetivamente das aulas. Vale lembrar que o professor precisa ter um bom relacionamento com os alunos, transmitindo as informações necessárias sempre com calma e tranquilidade. Durante a realização da oficina, raras vezes, foi preciso alterar o tom de voz ou utilizar de outra advertência, o que demonstra comprometimento por parte dos estudantes. Todas as etapas da metodologia proposta foram aplicadas na oficina.

No questionário 2 que aprofundou mais a temática acerca da geometria espacial e os poliedros convexos, foi perceptível os comportamentos de reprovação por parte de alguns alunos, que manifestavam expressões de desaprovação, porém, o professor buscou ser mediador, incentivando e apoiando a participação e realização das atividades, a maioria dos alunos estava interessada e comprometida com o processo.

A organização dos agrupamentos foi realizada de maneira cautelosa, diversificada e atenta às afinidades e as defasagens de aprendizagem, ou seja, alunos que apresentam dificuldade de aprendizagem da matemática junto aos alunos com maior domínio dos conteúdos das atividades. A modelagem matemática permite aos alunos assumirem uma postura crítica e participativa, colocando-os como agente ativo em seu próprio processo de aprendizagem.

Durante a realização da oficina, foram identificados comportamentos diversos entre os participantes dos grupos, que iam desde o interesse até a distração total, passando por aqueles que não demonstravam interesse algum e os mais tímidos. Diante dessa situação, o professor atuou como mediador e interveio, estimulando e incentivando os alunos a participarem das discussões e atividades propostas.

Após a intervenção do professor, os grupos foram capazes de responder de forma satisfatória às questões propostas, tanto em relação ao objeto real quanto ao modelo construído durante a oficina. A seguir, conforme a figura 15, apresentamos o formulário preenchido por um dos grupos participantes.

Figura 15 – Uma resolução para o questionário da oficina



QUESTIONÁRIO DA OFICINA

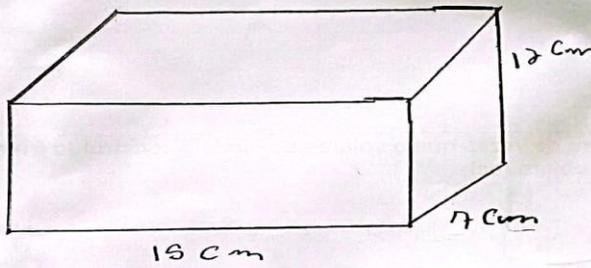


1. Nome do poliedro construído: Prisma retangular

2. Dimensões do objeto real:
Comprimento = 150 cm
largura = 70 cm
altura = 120 cm

3. Dimensões do modelo construído:
Comprimento = 15 cm
Largura = 7 cm
altura = 12 cm

4. Faça o esboço do desenho do poliedro construído.



5. Qual foi a escala utilizada para construir o modelo matemático? 1:10 (cm)

<p>6. Área total do objeto real:</p> $AT = 2 \cdot 150 \cdot 12 + 2 \cdot 70 \cdot 120 + 2 \cdot 150 \cdot 70$ $AT = 3600 + 16800 + 21000$ $AT = 41400 \text{ cm}^2$	<p>7. Área total do modelo construído:</p> $AT = 2 \cdot 15 \cdot 12 + 2 \cdot 7 \cdot 12 + 2 \cdot 15 \cdot 7$ $AT = 360 + 168 + 210$ $AT = 738 \text{ cm}^2$
---	---

<p>8. Volume do objeto real:</p> $V = a \cdot b \cdot c$ $V = 150 \cdot 70 \cdot 120$ $V = 1.260.000 \text{ cm}^3$	<p>9. Volume do modelo construído:</p> $V = 15 \cdot 7 \cdot 12$ $V = 1260 \text{ cm}^3$
---	---

10. Determine o número de vezes que o volume do modelo construído é menor em relação ao volume do objeto real:

$$n = \frac{1.260.000}{1260}$$

$$n = 1000 \text{ vezes}$$

Durante a correção das questões, fornecíamos feedback detalhado aos alunos, explicando o conteúdo desenvolvido e indicando as alternativas corretas e incorretas. Quando necessário, também exemplificávamos com outras questões, apresentando as formas geométricas identificadas e escolhidas, e realizando exercícios em conjunto com os alunos para que eles pudessem compreender melhor os conceitos abordados. Dessa forma, garantíamos que os estudantes recebessem um suporte completo e efetivo em seu aprendizado.

6 CONCLUSÃO

Ao finalizar a caminhada, apresentamos os resultados mais relevantes alcançados com o estudo sobre a contribuição da Modelagem Matemática para o processo de ensino aprendizagem de Geometria Espacial, em resposta à questão problematizadora, da qual apontamos à formação científica, tecnológica e a cidadania como ganhos obtidos no percurso educacional.

O estudo teve início com a análise de textos científicos que versam sobre a temática, contudo, a mola propulsora foi a angústia do autor da pesquisa, que é também, professor da Educação Básica em um colégio de tempo integral.

Considerando o exposto, reconhecemos a importância de tornar o ensino de matemática mais democrático por meio do uso da modelagem matemática. Essa abordagem representa uma proposta de ensino viável, capaz de fornecer um melhor entendimento e compreensão dos conteúdos matemáticos, especialmente da Geometria Espacial. Ao adotar essa abordagem, busca-se promover uma aprendizagem significativa, que seja construída de forma mais envolvente e relevante para os estudantes.

Levando em consideração que a modelagem difere da abordagem tradicional do ensino da matemática, um dos maiores desafios desse projeto foi mostrar aos alunos que eles poderiam ser colaboradores ativos do processo de ensino, e não apenas receptores passivos de informações. Isso se deve ao fato de que a modelagem matemática exige a participação ativa do aluno, envolvendo-os em todo o processo.

A proposta da pesquisa e sua abordagem permearam o ensino da geometria espacial com ênfase nas formas dos sólidos geométricos, em especial os poliedros convexos, cuja realização ocorreu a partir percepção no ambiente escolar e de informações que fazem parte do dia a dia dos alunos, bem como, do envolvimento com outras áreas do conhecimento.

Nesse viés, a efetivação do projeto ocorreu mediante as fases, já citadas, e seguiu um roteiro com a elaboração de um plano de ação. A modelagem matemática é uma forma de relacionar teoria e a prática, para que as aulas sejam mais interessantes e interativas, evitando os preceitos tradicionais e abrindo um leque de possibilidades aos alunos. É uma nova ferramenta para facilitar o processo de ensino aprendizagem.

Além disso, a necessidade de despertar os alunos para o enfrentamento de novos desafios, requer novas propostas pedagógicas que inerem a preservação dos recursos existentes, sendo necessário a elaboração de estratégias para evitar a degradação do ensino.

Conscientizar o aluno de que a utilização da modelagem matemática pode ser uma oportunidade para desenvolver o hábito da leitura, do estudo em casa, da autonomia, do pensamento crítico, da capacidade de conviver e aprender com os outros é um dos maiores obstáculos que rodeiam a educação escolar. Portanto, ultrapassar esse obstáculo implica em tornar o aluno mais ativo e gerente de seu conhecimento. A tarefa não é fácil, porém, necessária.

REFERÊNCIAS

BALDISSERA, Olívia. O que é Modelagem Matemática e como trabalha-la em sala de aula. **Artigo Acadêmico**. Ensino e aprendizagem. UNISINOS. São Leopoldo, 2021.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática: o que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acessado em: dez. 2022.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. In: VII encontro nacional de educação matemática, 2004, Recife. **Anais do VIII ENEM**, Recife: SBEM – PE, 2004. 1 CDROM, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 24., 2003, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2003. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino–aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BASSO, Laís. Expectativas sociais para a educação escolar básica de qualidade: sentidos e significados para o desenvolvimento humano. 2012. 139 f. **Tese** (Doutorado em Educação nas Ciências) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Unijuí, 2016. Disponível em: <http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/handle/123456789/4979>

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, jan./jun. 2011. DOI: 10.5433/1679-0383.2011v32n1p25. Disponível em: <https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/10326>. Acesso em: mar. 2023.

BIEMBENGUT, Maria Salett.; HEIN Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5 ed. São Paulo: Contexto. 2007.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BONJORNO, José Roberto **Prisma Matemática: Geometria: Ensino Médio: Área do Conhecimento: Matemática e Suas Tecnologias** / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. – 1. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRANDT, Célia Flick; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Thiago Emanuel. **Modelagem Matemática** - uma perspectiva para a Educação Básica. Ponta Grossa: Editora UEPG. 2010.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008. – Brasília : Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2016. 496 p

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **LDB**: Lei de diretrizes e bases da educação nacional. – Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf. Acesso em: mar. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. 2ª versão revista. Brasília, DF. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio.pdf. Acesso em: jul. 2022.

BRASIL. **Superior Tribunal de Justiça**, súmula nº 501. Presentes a materialidade e a autoria, afigura-se típica, em relação ao crime previsto no art. 184, § 2º, do CP, a conduta de expor à venda CDs e DVDs piratas. Site do STJ, 1998.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BURAK, Dionísio; PONTES, Helaine Maria de Souza. Modelagem Matemática na Educação Básica: uma experiência vivida. In: BRANDT, Célia Flick; BURAK, Dionízio; KLÜBER, Tiago Emanuel. (orgs). **Modelagem matemática**: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]. 2 ed. rev. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, ISBN 978-85-7798-232-5.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte, MG: Autêntica. 2009.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. O programa Etnomatemática: Uma síntese. **Acta Scientia**, v.10, n.1, Jan/jun.2008.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: BICUDO, Maria Auxiliadora Vigniani. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: Contexto e Aplicações. São Paulo: Ática, v.2, Ensino Médio, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**: 1ª a 5ª séries. 12. ed. São Paulo: Ática, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2000.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2007.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de. **Tendências em educação matemática**. 2. ed. - Palhoça: UnisulVirtual, 2005. Disponível em: <https://repositorio.animaeducacao.com.br/bitstream/ANIMA/22126/1/fulltext.pdf>. Acesso em: dez. 2022.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **História do ensino da matemática: uma introdução**. UFMG. CAED. ISBN 978-85-64724-10-4. Belo Horizonte, 2013.

GOULART, Claudio. **Direito autoral descomplicado: soluções práticas para o dia-a-dia**. Brasília: Thesaurus, 2019.

GRAVINA, Maria Alice.; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. Revista Brasileira de Informática na Educação, PGIEUFRGS, v. 2, n. 1, p. 73-88, 2019.

LARA, Isabel. Etnomatemática: estudos propõem novas abordagens para o ensino da disciplina. **Artigo científico**. 2022. PUCRS, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Disponível em: <https://www.pucrs.br/blog/etnomatematica>. Acessado em: jan. 2023.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Relatório de resultados do Saeb 2019 : volume 1 : 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e séries finais do Ensino Médio [recurso eletrônico]. / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. – Brasília, DF : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. 245 p

LIMA, Elon Lages. et al. **A Matemática do Ensino Médio**. Coleção do professor de Matemática. vol 2. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1998. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~toscano/disc/2021/LimaCarvalhoWagnerMorgadoEMvol2.pdf>. Acessado em: out. 2022

MACEDO, Jussara Canazza. *A Modelagem Matemática Como Estratégia de Ensino e Aprendizagem de Geometria no 8º ano do Ensino Fundamental* / Jussara Canazza de Macedo. – Dourados, MS. UFGD, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufgd.edu.br/jspui/bitstream/prefix/892/1/JussaraCanazzadeMacedo.pdf>. Acessado em: dez. 2022.

TOCANTINS, Secretaria de Estado da Educação do Tocantins – SEDUC. **Documento Curricular do Território do Tocantins**. Palmas, 2012. Disponível em: <https://central.to.gov.br/download/314421>

MARTINI, Rosane Coppini. VICENTE, Amarildo de. **Modelagem matemática: uma metodologia para o ensino de geometria na construção de maquete**. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. SEM. Paraná. v. 1. 2016. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2021/TRABALHO_EV151_MD1_SA113_ID8570_07072021182217.pdf

MEDEIROS, Isabel Letícia Pedrosa de. **A gestão democrática na rede municipal de educação de Porto Alegre de 1989 a 2000 - a tensão entre reforma e mudança.** Porto Alegre: UFRGS, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). Porto Alegre, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/3899>

MENDES, Iran Abreu. **Construtivismo e História da Matemática: uma aliança possível.** In: IV Seminário Nacional de História da Matemática. Natal, RN. Anais... Rio Claro, SP: Editora da SBHMat, 2013.

MENDES, Alexandre. **TIC – Muita gente está comentando, mas você sabe o que é?** Portal iMaster. 2018. Disponível em: <https://imasters.com.br/artigo/8278/gerencia-de-ti/tic-muita-gente-esta-comentando-mas-voce-sabe-o-que-e/>. Acessado em: 14 de dez. 2020.

MIORIM, Maria Angela. **Livros didáticos de matemática do período de implantação do movimento da matemática moderna no Brasil.** In: V Congresso Ibero-americano de educação matemática, 2005, Porto. V CIBEM - Congresso Ibero-americano de educação matemática. Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005.

MORAES, G. F. A. **Saberes docentes de professores de matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados.** In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. São Paulo: Musa Editora, 2016.

MORAN, Jose Manuel. **Mudando a educação com metodologias ativas.** Formato E-Book: Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens. organizado por Carlos Alberto de Souza e Ofélia Elisa Torres Morales. Ponta Grossa: UEPG/PROEX, 2015.

NACARATO, Adair Mendes. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

PAVANELLO, Regina Maria. (org.). Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004. **Coleção SBEM** – v. 2.

PENTEADO, Miriam Godoy; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2020.

PIOVESAN, Sucileiva Baldissera; ZANARDINI, João Batista. O ensino e aprendizagem da matemática por meio da metodologia de resolução de problemas: algumas considerações. Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, 2008, da Secretaria de Estado de Educação do Paraná. Disponível em:

http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_sucil_eiva_baldissera_piovesan.pdf. Acessado em: nov. 2022.

Roldão, Maria do Céu - Estratégias de ensino: o saber e o agir do professor. V. N. Gaia: Fundação Manuel Leão, 2009.

SADOVSKY, P. Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática. Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan. /Fev. 2007.

SANTIAGO, Thiago Lopes Nascimento. O ensino dos sólidos geométricos: um estudo utilizando a modelagem matemática / Thiago Lopes Nascimento Santiago. – Juazeiro-BA, 2018. Disponível em: https://portais.univasf.edu.br/profmat/thiago-lopes-nascimento-santiago_turma_2015.pdf. Acessado em: nov. 2022.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SANTOS, Rodiney Marcelo Braga dos. **TICs**: uma tendência no ensino de matemática. Artigo Acadêmico. Brasil Escola. Meu Artigo. Educação. Brasil, 2015.

SCHOENFELD, Alan H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. A resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo: atual, 1997.

SETTE, Sonia Schechtman. **Formação de professores em Informática na Educação**: um caminho para mudanças. Col. Informática para mudanças na Educação. MEC, 1999.

SILVA, Meiriane Viana da. **As dificuldades de aprendizagem da matemática e sua relação com a matofobia**. UEPB. Universidade Estadual da Paraíba. Curso de Especialização Fundamentos da Educação. Paraíba, 2014.

SILVA, Lorena Gondim; FELÍCIO, Cinthia Maria; FERREIRA, Julio Cesar. **Modelagem Matemática**: contribuições no ensino em função quadrática na educação básica e profissional. EMD – Ensino da Matemática em Debate. URUTAI. Goiás, 2021.

SILVA, Daniel Neves. **Papiro**. 2022. Disponível em: <https://www.historiadomundo.com.br/idade-antiga/papiro.htm>. Acessado em: 18 de dez. 2022.

SILVA, Israel Santana da; et al. Percepções docentes sobre o uso de materiais concretos no ensino de geometria. In: MOREIRA, Marília Maia; SILVA, Amsranon Guilherme Felício Gomes da; ALVES, Francione Charapa (orgs.). **O ensino de Matemática na Educação Contemporânea**: o devir entre a teoria e a práxis. 1 ed. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2021. ISBN 978-65-89091-71-4.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da pesquisa-ação. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

APÊNDICES

Apêndice A

Questionário 1 – Perfil/características do Estudante

Em cada uma das perguntas, escolha uma única opção de resposta

1) Qual sua idade?

- 14 anos.
- 15 anos.
- 16 anos.
- 17 anos ou mais.

2) Para você, qual o principal motivo para cursar o Ensino Médio?

- Entrar na faculdade.
- Adquirir mais conhecimentos.
- Ter um bom emprego futuramente.
- Conhecer novas pessoas.
- Desenvolver seu projeto de vida e saber o que quer fazer futuramente.
- Nenhum, são meus pais que me obrigam.
- Outro. Qual? _____.

3) Você consegue perceber a utilidade da matemática no seu dia a dia?

- Sim
- Não

4) Você vê sentido naquilo que estuda hoje nas aulas de Matemática?

- Sim
- Não
- Às vezes ou parcialmente

5) Como você aprende mais os conteúdos de matemática?

- Assistindo as aulas teóricas (aquela em que o professor fala e você escuta e realiza anotações no caderno).
- Estudando sozinho.
- Participando de oficinas e fazendo projetos práticos.
- Fazendo trabalhos em grupo.
- Participando de aulas baseadas em tecnologias de comunicação e informação (TIC).
- Assistindo a vídeo aulas.
- Aulas experimentais.

() Outro. Qual? _____.

6) Qual dos motivos abaixo você considera que dificultam o seu aprendizado da matemática?

() Estudo pouco.

() Não gosto da disciplina.

() Não possuo as noções básicas das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

() Não consigo relacionar o conteúdo ensinado em sala com o meu cotidiano.

() Não considero importante o aprendizado dessa disciplina.

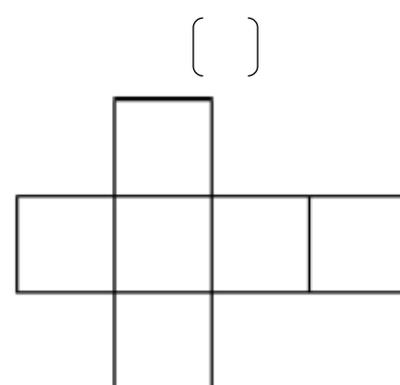
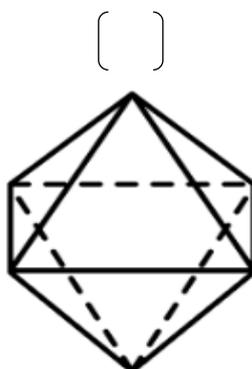
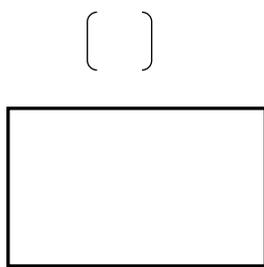
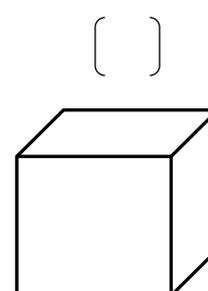
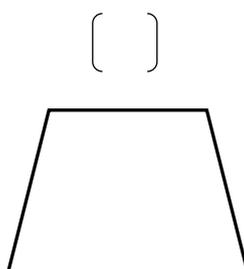
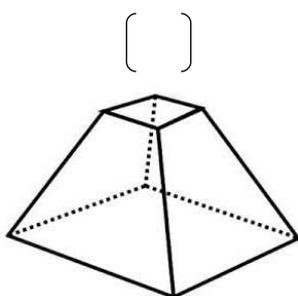
() Os professores não possuem uma metodologia adequada para ensinar os conteúdos da disciplina.

() Outro. Qual? _____

Apêndice B

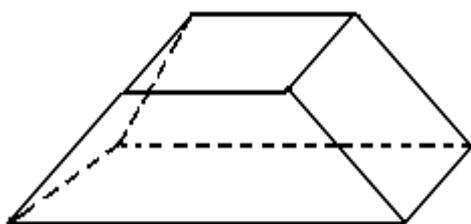
Questionário 2 - Sondagem sobre os conhecimentos prévios de Geometria Espacial

1) Geometria Espacial é o estudo da geometria no espaço, onde se estudam as figuras que possuem três dimensões. Assinale com um **x**, apenas as formas geométricas espaciais.



2) Quando observamos ao nosso redor, pode-se notar inúmeras formas geométricas planas e espaciais. Cite algumas destas formas presentes no seu dia a dia.

3) Quantas faces, vértices e arestas o poliedro abaixo possui?



Número de faces _____.

Número de vértices _____.

Número de arestas _____.

4) (ENEM 2020) A Figura 1 apresenta uma casa e a planta do seu telhado, em que as setas indicam o sentido do escoamento da água de chuva. Um pedreiro precisa fazer a planta do escoamento da água de chuva de um telhado que tem três caídas de água, como apresentado na Figura 2.

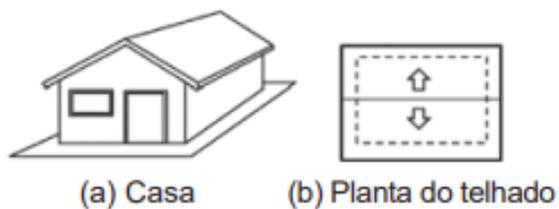
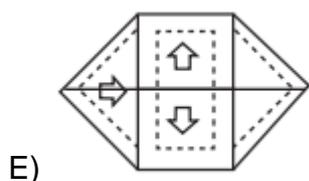
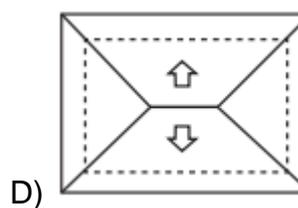
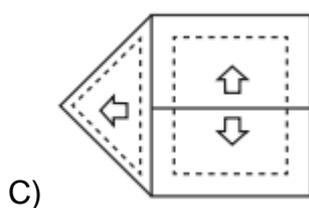
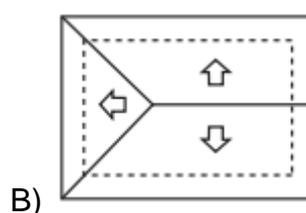
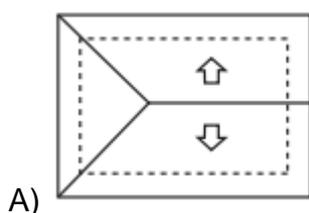


Figura 1



Figura 2

A figura que representa a planta do telhado da Figura 2 com o escoamento da água de chuva que o pedreiro precisa fazer é:



5) Determine a área total e o volume de um poliedro regular de base quadrada cuja aresta mede 5 cm e altura 10 cm. **(Faça o esboço desse poliedro).**

Apêndice C



QUESTIONÁRIO DA OFICINA



1. Nome do poliedro construído:	
2. Dimensões do objeto real:	
<hr/>	
<hr/>	
3. Dimensões do modelo construído:	
<hr/>	
<hr/>	
4. Faça o esboço do desenho do poliedro construído.	
5. Qual foi a escala utilizada para construir o modelo matemático? _____	
6. Área total do objeto real:	7. Área total do modelo construído:
8. Volume do objeto real:	9. Volume do modelo construído:

10. Determine o número de vezes que o volume do modelo construído é menor em relação ao volume do objeto real:

11. Determine o número de faces, vértices e arestas do modelo construído:

Número de faces: _____ Número de vértices: _____ Número de arestas: _____

12. Deixe aqui a avaliação do grupo em relação a oficina realizada:
