



**SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL**

**BENITO DA SILVA FRANCO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA:  
USO DAS FUNÇÕES MATEMÁTICAS COM O AUXÍLIO DO  
*SOFTWARE* EXCEL NA EVOLUÇÃO DOS CASOS CONFIRMADOS DE  
COVID-19 NO MUNICÍPIO DE PORTO VELHO-RO**

**PORTO VELHO  
2023**

BENITO DA SILVA FRANCO

**MODELAGEM MATEMÁTICA: USO DAS FUNÇÕES MATEMÁTICAS  
COM O AUXÍLIO DO *SOFTWARE* EXCEL NA EVOLUÇÃO DOS  
CASOS CONFIRMADOS DE COVID-19 NO MUNICÍPIO DE PORTO  
VELHO-RO.**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT, polo da Universidade Federal de Rondônia-Unir, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Batista Simão.

PORTO VELHO  
2023

Catalogação da Publicação na Fonte  
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR

---

F825m Franco, Benito da Silva.

Modelagem matemática: uso das funções matemáticas com o auxílio do software Excel na evolução dos casos confirmados de COVID-19 no município se Porto Velho-RO / Benito da Silva Franco. - Porto Velho, 2023.

63f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Batista Simão.

Dissertação (Mestrado em Matemática), Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Fundação Universidade Federal de Rondônia.

1. COVID-19. 2. Modelagem matemática. 3. Funções matemáticas. I. Simão, Flávio Batista. II. Título.

Porto Velho

CDU 51:004



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

## ATA DE DISSERTAÇÃO

### ATA Nº 64

## ATA DA SEXAGÉSIMA QUARTA SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PROFMAT/UNIR, POLO PORTO VELHO.

**MESTRANDO: BENITO DA SILVA FRANCO**

**INÍCIO DO CURSO: março/2022**

Aos vinte e sete dias do mês de abril de dois mil e vinte e três, às nove horas, na sala multiuso da Biblioteca Central do Campus da Universidade Federal de Rondônia de Porto Velho, foi realizada a sessão de defesa de dissertação do mestrando **Benito da Silva Franco**, como requisito obrigatório estabelecido no Regimento Interno do PROFMAT/UNIR. A Comissão Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa, foi composta pelos membros: Prof. Dr. Flávio Batista Simão (Orientador), Profa. Dra. Marizete Nink de Carvalho (Membro interno), Prof. Me. Charles Wilson Monteiro (Membro externo ao programa) e Prof. Me. Rodrigo Ruiz Brasil (Membro externo à Universidade), sob a presidência do primeiro, julgou o trabalho intitulado "**Modelagem Matemática: uso das Funções Matemáticas com o auxílio do Software Excel na Evolução dos Casos Confirmados de COVID-19 no Município de Porto Velho-RO**". Após a defesa apresentada pelo mestrando e arguições pela Comissão, o trabalho foi considerado "APROVADO" e, em razão das recomendações dos membros da Comissão, o Senhor Presidente se comprometeu a orientar a sequência do processo da elaboração da versão final com a inclusão das recomendações realizadas. Nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão e, para constar, foi lavrada a presente ATA, que vai assinada digitalmente pelos membros da Comissão Examinadora e o Mestrando.



Documento assinado eletronicamente por **FLAVIO BATISTA SIMAO, Docente**, em 08/05/2023, às 12:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **MARIZETE NINK DE CARVALHO, Docente**, em 08/05/2023, às 12:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **CHARLES WILSON MONTEIRO, Docente**, em 08/05/2023, às 13:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Benito da Silva Franco, Usuário Externo**, em 08/05/2023, às 14:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodrigo Ruiz Brasil, Usuário Externo**, em 09/05/2023, às 16:38, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.unir.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.unir.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1336199** e o código CRC **B5EEED52**.

---

Dedico este trabalho à minha esposa Leonice, aos meus filhos Lucas e Renan e a minha irmã Maria José.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela minha vida, e por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos ao longo desse curso.

Agradeço a todos os professores do PROFMAT pelo incentivo a conclusão do Mestrado Profissional em Matemática. Em especial, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Flávio Batista Simão e ao Prof. Dr. Tomás Daniel Menéndez Rodríguez, pela sua extraordinária competência do conhecimento e do exercício incondicional do magistério. Aos colegas de curso que sempre estavam presentes para trocar informações e aprendizado ajudando para conseguir ultrapassar todos os desafios em nossa vida acadêmica.

Enfim, a minha sincera gratidão, pela contribuição de todos na realização deste trabalho.

## RESUMO

Nesta dissertação é apresentada a modelagem matemática como estratégia para analisar os dados dos casos confirmados de COVID-19 no município de Porto Velho, capital do Estado de Rondônia, entre 26/03/2020 e 07/03/2023. A partir dos boletins epidemiológicos diários disponibilizados pela autoridade de vigilância sanitária, os casos confirmados foram tabulados e em seguida foram gerados gráficos de funções matemáticas. Os modelos matemáticos foram produzidos a partir de regressões polinomiais. A modelagem matemática e simulação dos modelos são realizadas com o auxílio do *software* Excel. A verificação do ajuste dos modelos em relação aos dados reais é feita através do coeficiente de correlação ( $R^2$ ). A partir dos modelos, obteve-se de modo satisfatório a realidade dos casos confirmados de COVID-19 no município de Porto Velho. Esse estudo demonstra a aplicação dos conceitos de função, amplamente abordados no ensino médio, de um modo que dialogue com a realidade vivida pelos estudantes. Constituindo-se, portanto, em uma importante estratégia pedagógica para o ensino de matemática.

**Palavras-chave:** COVID-19. Modelagem Matemática. Funções Matemáticas.



## ABSTRACT

The present work demonstrates mathematical modeling as a strategy to analyze the data of confirmed cases of COVID-19 in the city of Porto Velho, capital of the State of Rondônia, between 03/26/2020 and 03/07/2023. The data was extracted from the daily reports of Rondônia's public health authority website. All the confirmed cases of COVID-19 were tabulated and then graphs of mathematical functions were generated. The mathematical models were produced using polynomial regressions. The mathematical modeling and the simulation of the models are carried out using Excel software. To assess the models accuracy, they were compared to the real data by applying the correlation coefficient ( $R^2$ ). All the models created were accurate to assess the confirmed cases of COVID-19 in the city of Porto Velho. This study demonstrates the application of functions concept, a subject widely covered in high school education, in a way that relates with the reality experienced by the students. It is, therefore, an important pedagogical strategy for teaching mathematics.

**Keywords:** COVID-19. Mathematical Modeling. Mathematical Functions

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Função crescente .....	18
Gráfico 2 - Função crescente no Excel .....	18
Gráfico 3 - Função estritamente crescente .....	19
Gráfico 4 - Função estritamente crescente no Excel .....	19
Gráfico 5 - Função decrescente .....	19
Gráfico 6 - Função decrescente no Excel .....	20
Gráfico 7 - Função estritamente decrescente .....	20
Gráfico 8 - Função estritamente decrescente no Excel .....	20
Gráfico 9 - Função constante .....	21
Gráfico 10 - Função constante no Excel .....	21
Gráfico 11 - Função identidade .....	22
Gráfico 12 - Função identidade no Excel .....	22
Gráfico 13 - Função linear crescente .....	23
Gráfico 14 - Função linear decrescente .....	23
Gráfico 15 - Funções lineares crescente (vermelho) e decrescente (azul) no Excel .....	23
Gráfico 16 - Função afim crescente .....	24
Gráfico 17 - Função afim decrescente .....	24
Gráfico 18 - Funções afins crescente (vermelho) e decrescente (azul) no Excel .....	24
Gráfico 19 - Função de concavidade para cima .....	25
Gráfico 20 - Função de concavidade para baixo .....	25
Gráfico 21 - Funções quadráticas de concavidade para cima (azul) e para baixo (vermelho) no Excel .....	25
Gráfico 22 - Função exponencial crescente .....	26
Gráfico 23 - Função exponencial decrescente .....	26
Gráfico 24 - Funções exponenciais crescente (azul) e decrescente (vermelho) no Excel .....	26
Gráfico 25 - Função logarítmica crescente .....	27
Gráfico 26 - Função logarítmica decrescente .....	27
Gráfico 27 - Funções logarítmica crescente (azul) e decrescente (vermelho) no Excel .....	27
Gráfico 28 - Função potência com concavidade para cima (azul) e para baixo. (vermelho) ...	28
Gráfico 29 - Função potência crescente (azul) e decrescente (vermelho) .....	28
Gráfico 30 - Função Potência de expoente ímpar no Excel .....	28

Gráfico 31 - Função Potência de expoente par no Excel .....	28
Gráfico 32 - Função polinomial de 3º grau .....	29
Gráfico 33 - Função polinomial de 3º grau no Excel .....	30
Gráfico 34 - Equação da reta de regressão .....	34
Gráfico 35 - Equação e reta de regressão no Excel .....	35
Gráfico 36 - Regressão linear e coeficiente de explicação $R^2$ no Excel .....	37
Gráfico 37 - Coeficiente de explicação $R^2$ - caso função logarítmica no Excel .....	39
Gráfico 38 - Coeficiente de explicação $R^2$ - caso função exponencial no Excel .....	40
Gráfico 39 - Coeficiente de explicação $R^2$ - caso função potência no Excel .....	41
Gráfico 40 - Polinômio de interpolação de Lagrange no Excel .....	42
Gráfico 41 - Modelo não linear logístico .....	43
Gráfico 42 - Modelo Linear no Excel .....	45
Gráfico 43 - Modelo Exponencial no Excel .....	46
Gráfico 44 - Modelo Logarítmico no Excel .....	46
Gráfico 45 - Modelo Função Polinomial do 2º grau no Excel .....	47
Gráfico 46 - Modelo Função Polinomial do 3º grau no Excel .....	48
Gráfico 47 - Modelo Função Polinomial do 6º grau no Excel .....	48
Gráfico 48 - Modelo Função Potência no Excel .....	49
Gráfico 49 - Modelo Função Constante no Excel .....	50

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Casos por mês - Exemplo 1 .....	34
--	----

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 - Casos por mês - Exemplo 1 .....	33, 36
--	--------

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 - Esquema do processo de modelagem .....	14
Figura 2 - Dinâmica da modelagem matemática .....	15

Figura 3 - Inserção de gráfico no Excel, função “Gráfico de Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores” .....	30
Figura 4 - Relatório de ações nº 1 .....	44
Figura 5 - Relatório de ações nº 384 .....	44

## SUMÁRIO

1. Introdução .....	12
2. Fundamentação Teórica .....	13
2.1. Modelagem Matemática .....	13
2.2. Relações e Funções .....	15
2.2.1. Conjuntos, elemento e pertinência .....	15
2.2.2. Relação Binária .....	17
2.2.3. Função .....	17
2.2.4. Função Afim .....	21
2.2.5. Função Quadrática .....	24
2.2.6. Função Exponencial .....	25
2.2.7. Função Logarítmica .....	26
2.2.8. Função Potência .....	27
2.2.9. Função Polinomial .....	29
2.2.10. Construção de gráficos no Excel .....	30
2.3. Modelos .....	31
2.3.1. Método dos Mínimos Quadrados – Ajustes Lineares – Regressão Linear.....	31
2.3.2. Medidas de Variação .....	35
2.3.3. Coeficiente de Determinação .....	38
2.3.4. Método dos Mínimos Quadrados – Ajustes não Lineares da Função .....	38
2.3.4.1. Logarítmica .....	38
2.3.4.2. Exponencial .....	39
2.3.4.3. Potência .....	40
2.3.5. Fórmula de Interpolação de Lagrange .....	41
2.3.6. Modelo Logístico - Regressão Não Linear .....	43
3. Aplicações .....	43
3.1. Introdução .....	43
3.2. Modelo Linear .....	45
3.3. Modelo Exponencial .....	45
3.4. Modelo Logarítmico .....	46
3.5. Modelo Polinomial .....	47
3.5.1. Modelo Polinomial do 2º Grau .....	47
3.5.2. Modelo Polinomial do 3º Grau .....	48

3.5.3. Modelo Polinomial do 6º Grau .....	48
3.5.4. Modelo Potência .....	49
3.6. Modelo Constante .....	49
4. Considerações finais .....	50
5. Referências .....	51
6. Anexo I - Planilha de Casos Acumulados de COVID-19 em Porto Velho.....	53

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por finalidade de conclusão do mestrado profissional em Matemática. Será realizada abordagem sobre o uso das funções matemáticas com os recursos da ferramenta Excel em modelagem matemática do número de casos confirmados de COVID-19, no município de Porto Velho, capital do Estado de Rondônia.

A COVID-19 é a doença infecciosa causada pelo Coronavírus da Síndrome Respiratória Aguda Grave 2 (SARS-CoV-2). A princípio, o vírus foi encontrado em pacientes com pneumonia em Wuhan, província chinesa de Hubei, entre dezembro de 2019 (Platto *et al.*, 2020). A rápida disseminação da doença para outros países levou a Organização Mundial de Saúde (OMS), em 11 de março de 2020, a decretar estado de pandemia por COVID-19.

O aumento exponencial de casos em todo o mundo é explicado por características da doença tais como seu curso rápido, ou seja, da infecção pelo vírus até a resolução da doença em cerca de 2 a 3 semanas na maioria dos casos; a ausência de imunidade ao vírus na população, a transmissão por via respiratória e a grande quantidade de casos, cerca de 80%, cujos sintomas são leves ou mesmo ausentes, o que leva a disseminação da doença por indivíduos que sequer sabem que estão doentes.

Em resposta a proliferação assustadora desse vírus, as autoridades governamentais das principais potências mundiais se mobilizaram para financiar o desenvolvimento de vacinas capazes de reduzir os óbitos pela doença. Enquanto os imunizantes não estavam prontos, foram adotadas medidas de prevenção a transmissão da doença através de isolamento social e adoção de medidas de higiene, como, por exemplo, a dispensação de álcool em gel em ambientes públicos.

Na cidade de Porto Velho, capital do Estado de Rondônia, os primeiros casos foram registrados a partir do dia 26 de março de 2020. Com a confirmação dos primeiros casos de COVID-19, o Governo do Estado através da Agência de Vigilância Sanitária – AGEVISA disponibilizou um portal com os dados epidemiológicos da COVID-19, de acesso público e atualização diária.

Assim, nesta dissertação são apresentados modelos matemáticos que apliquem o conceito de funções no número de casos confirmados de COVID-19 no município de Porto Velho-RO. Para tanto, é empregada a ferramenta Excel para elaboração e análise gráfica.

Os dados de casos confirmados da doença foram obtidos no *website* do Estado, considerando o período de 26 de março de 2020 a 30 de setembro de 2022, trazendo como hipótese de estudo a análise da quantidade de pessoas infectadas pela COVID-19 neste período.

A modelagem matemática bem como a simulação dos modelos foi realizada com o emprego do *software* Excel. O coeficiente de correlação ( $R^2$ ) foi o meio utilizado para verificação do ajuste dos modelos aos dados reais.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1. Modelagem Matemática**

Ao longo de sua história, o homem sempre procurou compreender os fenômenos da natureza e as leis que os regem com vistas a projetar seu comportamento futuro. Dessa forma, é possível então intervir na natureza e proporcionar soluções capazes de favorecer sua sobrevivência e prosperidade.

A matemática foi desenvolvida em lugares e épocas diferentes e se tornou um poderoso instrumento para o homem. Graças a ela, avanços na agricultura, manufaturas, engenharia e construção, navegação, comunicação, transporte e comércio foram possíveis, e como consequência houve um grande desenvolvimento da civilização.

Uma das aplicações da matemática é a elaboração de modelos. A partir de parâmetros pré-estabelecidos e hipóteses, um modelo projeta um resultado para o objeto em pesquisa que pode ou não representar adequadamente a realidade em questão. Os modelos matemáticos devem ser postos a prova, e se representarem satisfatoriamente a situação concreta, eles são empregados para previsões e subsidiar a tomada de decisões.

A modelagem matemática é descrita como tendência no ensino da Matemática. Sendo mais amplamente difundida recentemente, mas com raízes há pelo menos quatro décadas, devido à produção científica na área de ensino, aprendizagem e capacitação de docentes (MADRUGA, 2014).

No contexto educacional, BIEMBENGUT (2007) define a modelagem como um método de pesquisa utilizado, em particular, nas Ciências. Isso é evidente nas etapas envolvidas no processo que são etapa da investigação científica: reconhecimento da situação-problema; aprofundamento com a temática a ser modelado; formulação da hipótese; formulação da modelagem; resolução do problema através modelo criado e interpretação da solução seguida pela validação do modelo. Assim, está estabelecida a associação entre o aprendizado da matemática e da pesquisa.

No Brasil, diferentes pesquisadores tratam a modelagem matemática com concepções particulares. Por exemplo, BARBOSA (2001) aponta que a modelagem é um ambiente de aprendizagem, já MALHEIROS (2004) indica que a modelagem pode ser usada como estratégia



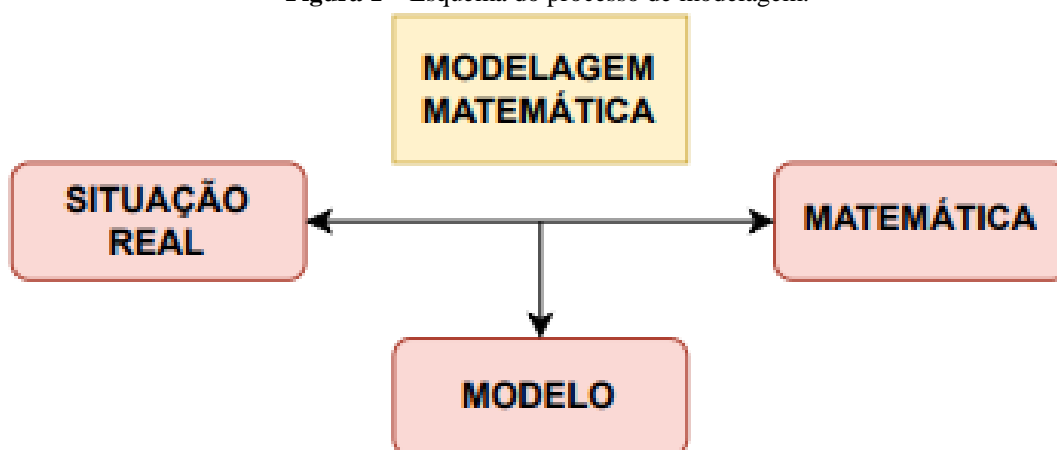
pedagógica: o docente orienta os estudantes no processo que se inicia com a definição de um problema e, em seguida, emprega-se a matemática para investigação e resolução.

Destarte, diversos pesquisadores defendem o emprego da modelagem por educadores como estratégia para associar a aprendizagem teórica da matemática com uma utilidade prática na realidade.

A base teórica deste trabalho é a concepção de modelagem de BASSANEZI (2002) e BIEMBENGUT (2007), isto é, o conjunto de procedimentos requeridos para a elaboração de um modelo. É um conjunto de símbolos criado para representar alguma coisa. A representação pode ser uma ilustração, um esquema ou uma lei matemática, por exemplo.

BIEMBENGUT & HEIN (2007) apresentam um modelo de modelagem matemática (Figura 1). Nele, a realidade e a matemática são dois conjuntos distintos e a interação entre eles ocorre através da modelagem.

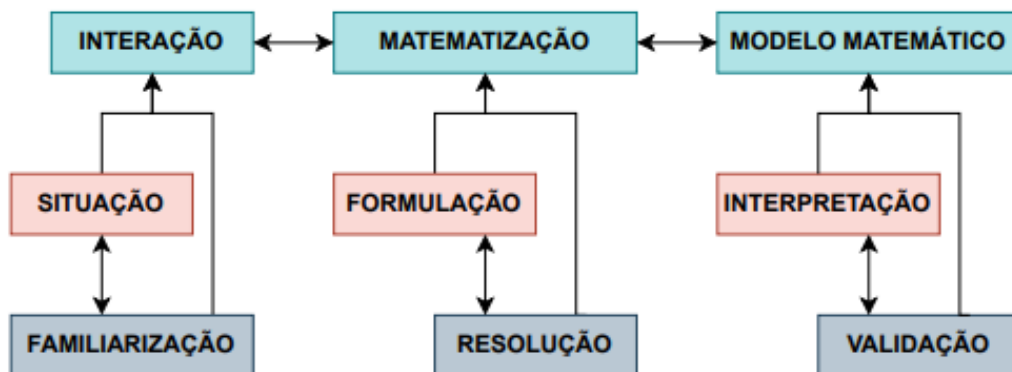
**Figura 1** – Esquema do processo de modelagem.



**Fonte:** Produzida pelo autor a partir de BIEMBENGUT & HEIN (2007).

A dinâmica da modelagem (Figura 2) sugerida pelos autores inclui três etapas. Primeiramente ocorre a interação com o tema, em que há imersão no assunto escolhido. Ela pode ocorrer através de contato direto com o problema ou indiretamente através de artigos, livros ou depoimentos. Em seguida, tem início a matematização que é a etapa na qual a situação real é traduzida em linguagem matemática, isto é, a elaboração do modelo matemático. Por último, a etapa de modelo matemático envolve a testagem do modelo para verificar se é adequado ou não ao objetivo proposto.

Figura 2 – Dinâmica da modelagem.



Fonte: Produzida pelo autor a partir de BIEMBENGUT & HEIN (2007).

Além disso, as setas bidirecionais ilustram o fato que provavelmente o primeiro modelo matemático não logrará êxito, sendo necessário, então, um reexame das etapas de interação e matematização para correções. Portanto, a produção de um modelo é um momento em que os alunos exercitam a sua criatividade e o seu conhecimento em matemática além de aprimoramento generalizado de seus conhecimentos. Os discentes escolhem o livremente o tema e a direção do próprio trabalho, cabendo ao docente promover essa autonomia BIEMBENGUT (2009).

## 2.2. Relações e Funções

Será realizado, inicialmente, uma breve apresentação das principais noções da teoria dos conjuntos, naquilo que diz respeito a matemática elementar. Em seguida, estas notações serão utilizadas para apresentar os principais conjuntos numéricos, para, assim, definir algumas funções, tais como: função constante, afim, quadrática, exponencial, logarítmica, potência e polinomial, representando graficamente as respectivas funções no Excel. Conclui-se com uma breve explicação dos procedimentos para a construção de tais gráficos. As definições matemáticas contidas nesta seção são de IEZZI *et al* (1977), LEVINE *et al* (2008), SILVA (1988) e DANTE (2005).

### 2.2.1. Conjunto, elemento e pertinência

Na teoria dos conjuntos três noções são tidas como primitivas:

- a) conjunto;
- b) elemento;
- c) pertinência entre elemento e conjunto.

São utilizados dois recursos principais para descrever um conjunto e seus elementos: escrever os elementos do conjunto ou atribuímos uma propriedade característica dos elementos do conjunto.

## Principais Conjuntos de Números

### Números Naturais

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

### Números Inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z}_- = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$$

### Números Racionais

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ tal que, } a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

No conjunto dos números racionais também se destaca:  $\mathbb{Q}_+$ ,  $\mathbb{Q}_-$ ,  $\mathbb{Q}^*$ .

### Números Reais ( $\mathbb{R}$ )

Chama-se conjunto dos números reais aquele formado por todos os números com representação decimal, isto é, as decimais exatas ou periódicas (que são números racionais) e as demais não exatas e não periódicas (chamados números irracionais). Assim, o conjunto dos números reais é a união dos números racionais e irracionais.

Ou seja, além dos racionais, estão em  $\mathbb{R}$  números como:  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$ ,  $e$  (número de Euler), etc.

### Produto Cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Denomina-se *Produto Cartesiano* de A por B o conjunto  $A \times B$  cujos elementos são todos pares ordenados  $(x, y)$  onde o primeiro elemento pertence a A e o segundo elemento pertence a B. Isto é:

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$$

### 2.2.2. Relação Binária

Dados dois conjuntos A e B, chama-se *Relação Binária* de A em B todo subconjunto R de  $A \times B$ . Isto é:

$$R \text{ é relação binária de A em B} \Leftrightarrow R \subset A \times B$$

#### Domínio e Imagem

Seja R uma relação de A em B. Chama-se o *domínio* de R o conjunto D de todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencente a R. Isto é:

$$x \in D \Leftrightarrow \exists y, y \in B / (x, y) \in R$$

É denominada *imagem* de IR o conjunto  $I_m$  de todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a R. Isto é:

$$y \in I_m \Leftrightarrow \exists x, x \in A / (x, y) \in R$$

#### Relação inversa

Dada uma relação binária R de  $A \times B$ , consideremos o conjunto

$$(y, x) \in R^{-1} \Leftrightarrow (x, y) \in R$$

Como  $R^{-1}$  é subconjunto de  $B \times A$ , então  $R^{-1}$  é uma relação binária de B em A à qual daremos o nome de *relação inversa* de R.

Exemplo. Seja  $A = \{2, 3, 4\}$  e  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ , determinando os elementos da relação dada por  $R = \{(x, y) \in A \times B / x < y\}$  e de sua inversa  $R^{-1}$ .

Obtemos:

$$R = \{(2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (4, 5), (4, 7)\}$$

$$R^{-1} = \{(3, 2), (5, 2), (7, 2), (5, 3), (7, 3), (5, 4), (7, 4)\}$$

### 2.2.3. Função

Dados dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação  $f$  de A em B recebe o nome de *aplicação* de A em B ou *função definida* de A com imagens em B se, e somente se, para todo  $x \in A$  existe um só  $y \in B$  tal que  $(x, y) \in f$ . Isto é:

$$f \text{ é aplicação de A em B} \Leftrightarrow (\forall x \in A, \exists! y \in B | (x, y) \in f)$$

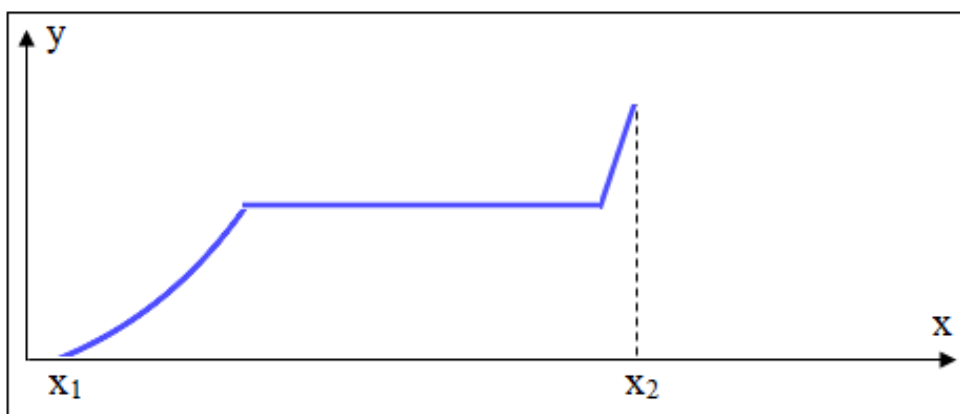
## Funções Crescentes e Funções Decrescentes num Intervalo

Seja  $I$  um intervalo qualquer da reta e  $f$  uma função definida em  $I$ . Sejam  $x_1$  e  $x_2$  com  $x_1 < x_2$  dois pontos quaisquer de  $I$ .

### Função Crescente

A função  $f$  é crescente em  $I$  quando  $f(x_1) \leq f(x_2)$  (Gráfico 1).

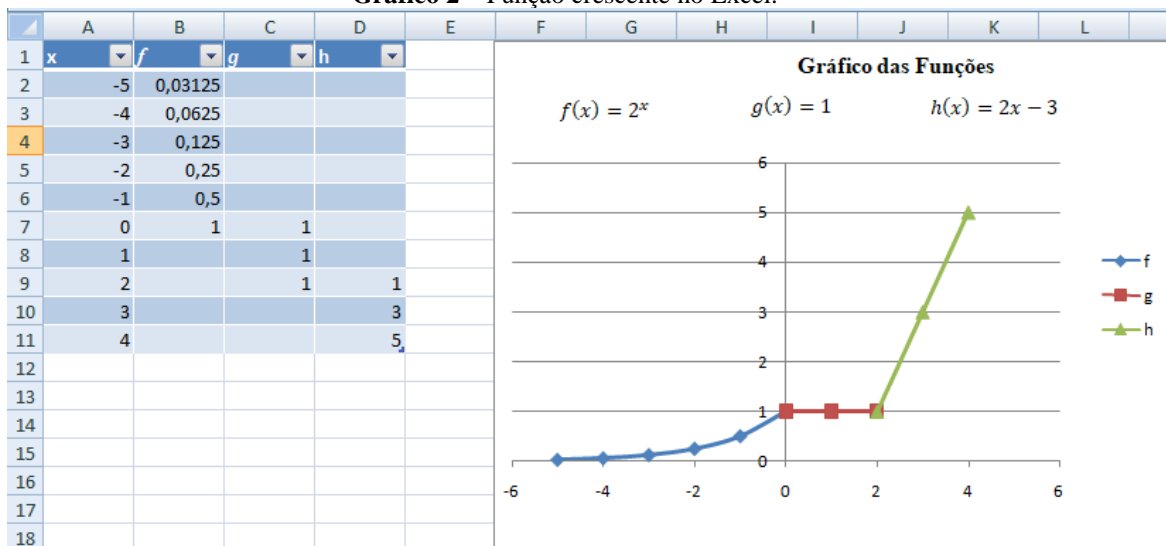
Gráfico 1 – Função crescente.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

A representação gráfica da Função Crescente no Excel consta no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Função crescente no Excel.

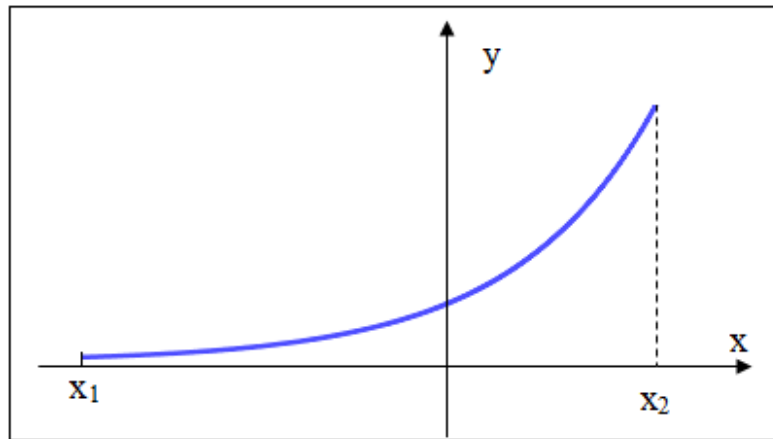


Fonte: próprio autor.

### Função Estritamente Crescente

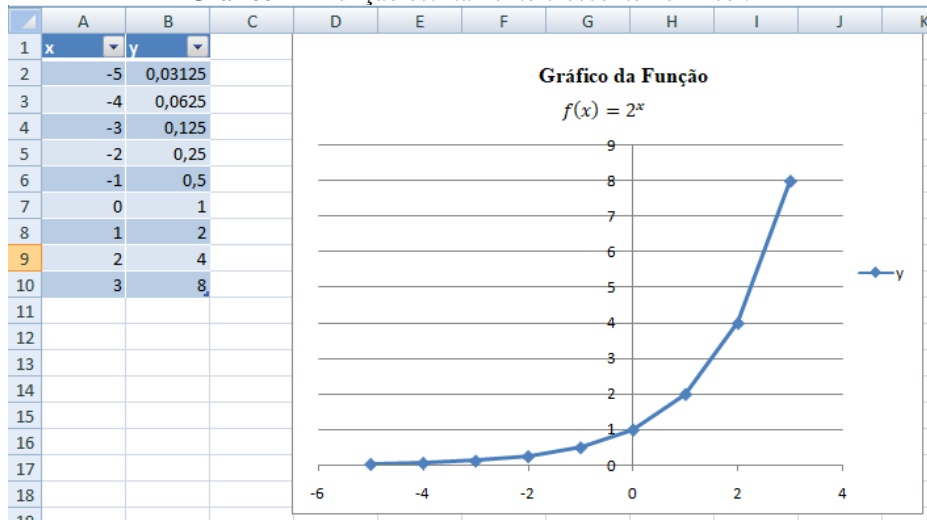
A função  $f$  é estritamente crescente em  $I$  quando  $f(x_1) < f(x_2)$  (Gráfico 3). A representação gráfica da Função estritamente crescente no Excel consta no Gráfico 4.

**Gráfico 3** – Função estritamente crescente.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 4** – Função estritamente crescente no Excel.

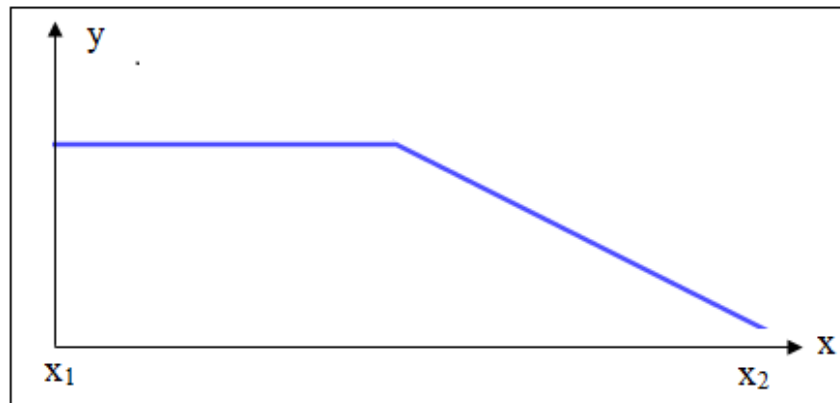


Fonte: próprio autor.

## Função Decrescente

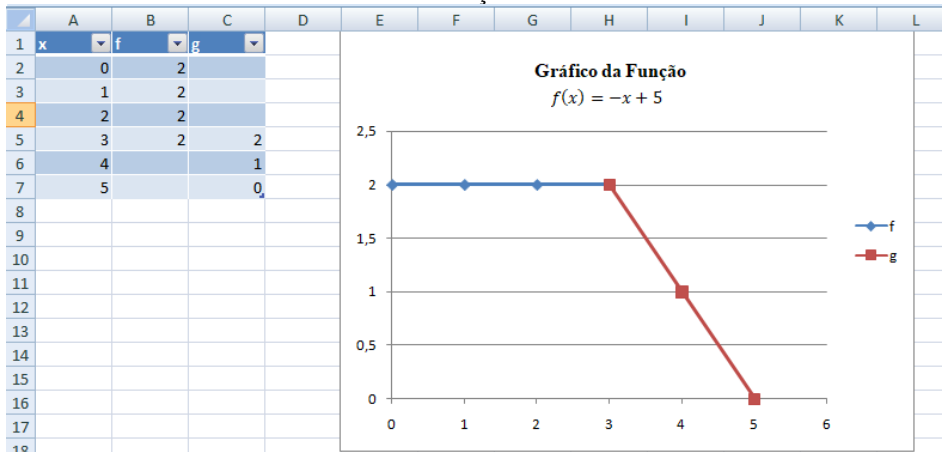
A função  $f$  é decrescente em  $I$  quando  $f(x_1) \geq f(x_2)$  (Gráfico 5). A representação gráfica da Função Decrescente no Excel consta no Gráfico 6.

**Gráfico 5** – Função decrescente.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 6 – Função decrescente no Excel.**

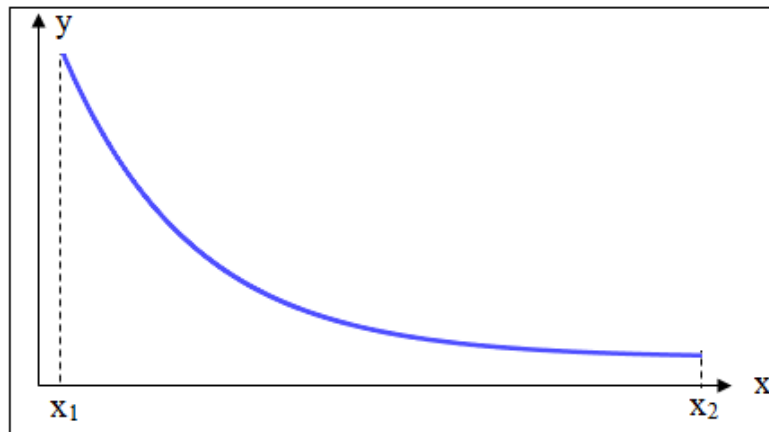


Fonte: próprio autor.

### Função Estritamente Decrescente

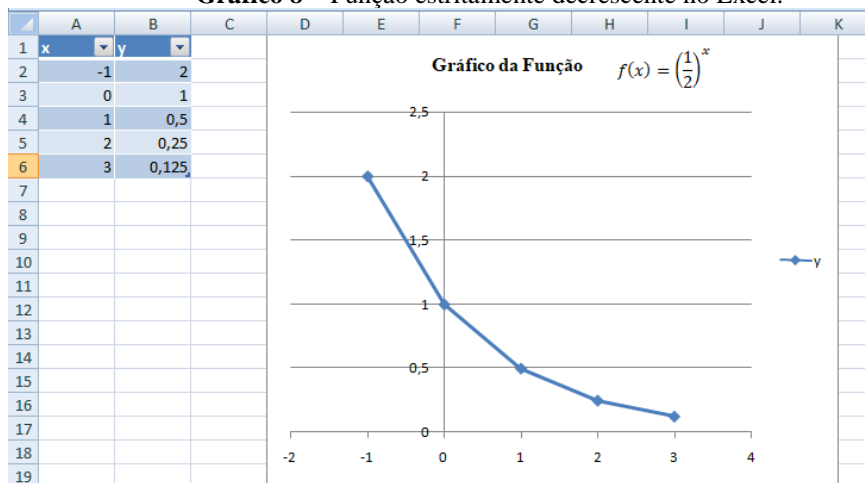
A função  $f$  é estritamente decrescente em  $I$  quando  $f(x_1) > f(x_2)$  (Gráfico 7). A representação gráfica da Função estritamente decrescente no Excel consta no Gráfico 8.

**Gráfico 7 – Função estritamente decrescente.**



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 8 – Função estritamente decrescente no Excel.**



Fonte: próprio autor.

## 2.2.4. Função Afim

### Função Constante

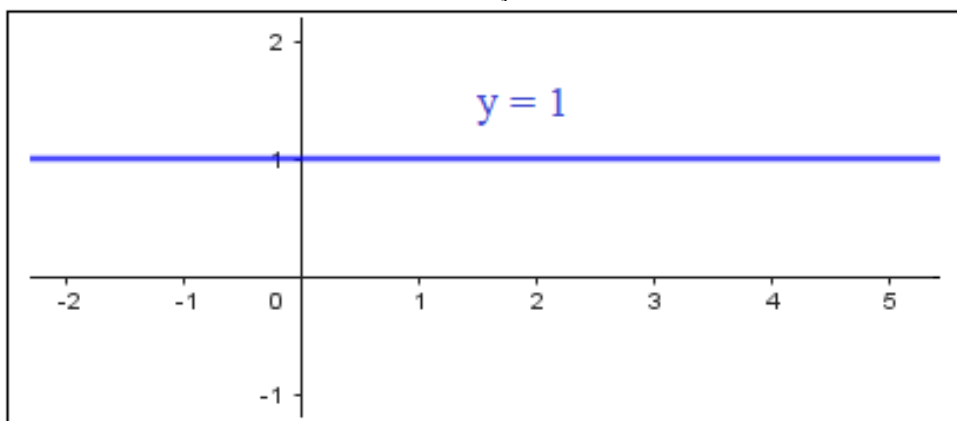
Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função constante* quando a cada elemento  $x \in \mathbb{R}$  associa sempre o mesmo elemento  $c \in \mathbb{R}$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow c$$

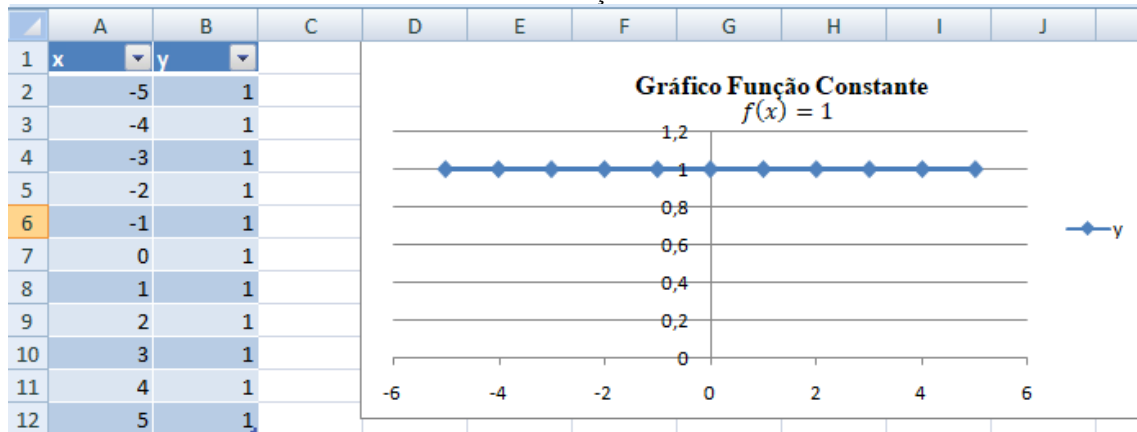
Exemplo gráfico da função constante  $y = 1$  consta no Gráfico 9. A representação no Excel no Gráfico 10.

Gráfico 9 – Função constante.



Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

Gráfico 10 – Função constante no Excel.



Fonte: próprio autor.

### Função Identidade

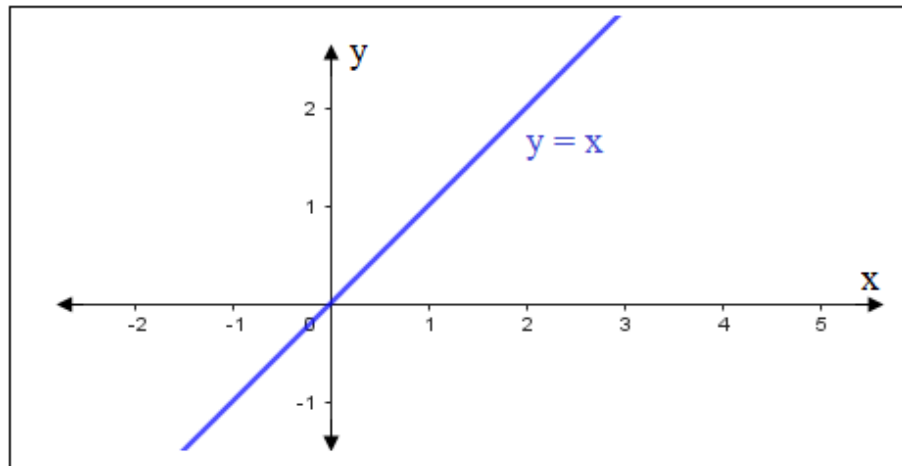
Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função identidade* (Gráfico 11) quando cada elemento  $x \in \mathbb{R}$  está associado ao próprio  $x$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x$$



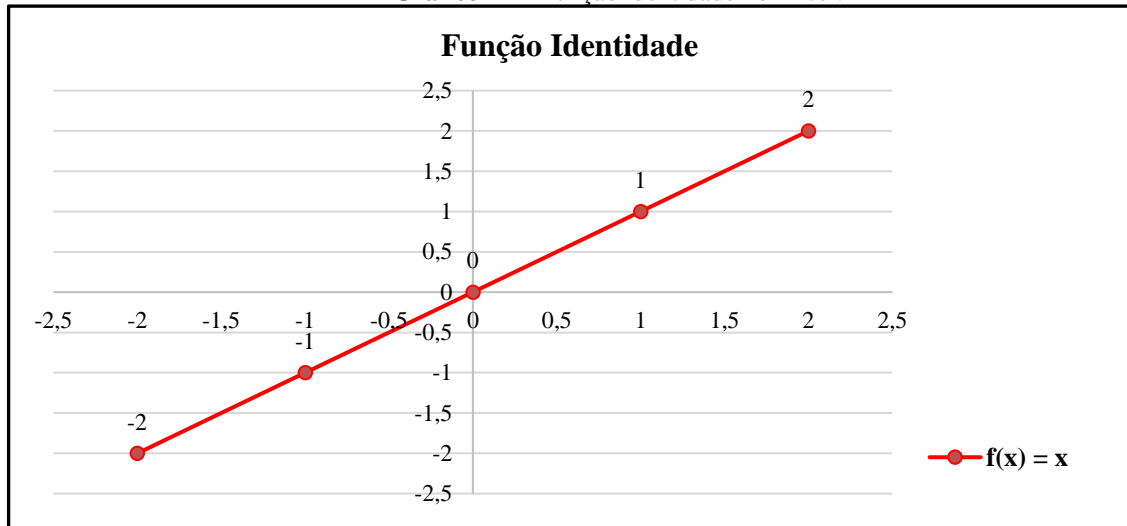
Gráfico 11 – Função identidade.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

A representação gráfica da Função Identidade no Excel consta no Gráfico 12.

Gráfico 12 – Função identidade no Excel.



Fonte: próprio autor.

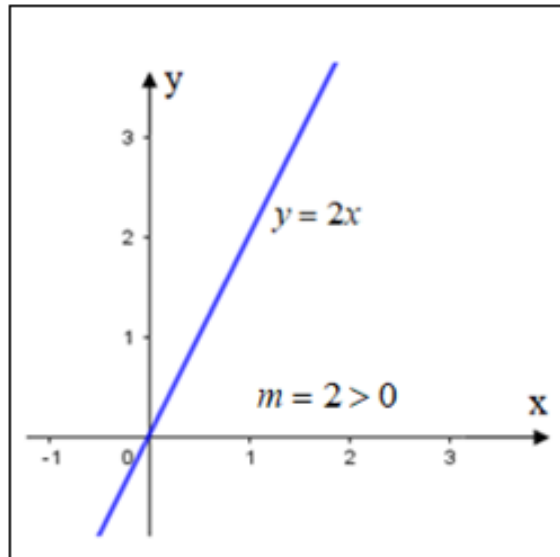
## Função Linear

Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função linear* quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $mx$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow mx, \quad m \neq 0$$

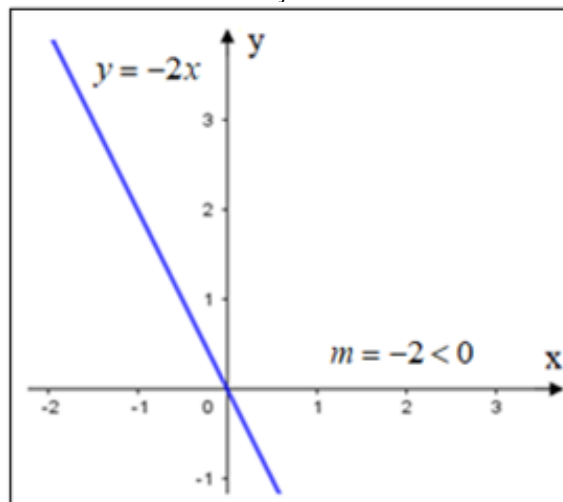
Exemplo de função linear. No Gráfico 13, a função é dada por  $y = 2x$ , crescente ( $m > 0$ ). No Gráfico 14, a função é dada por  $y = -2x$ , decrescente ( $m < 0$ ). A representação da Função Linear no Excel consta no Gráfico 15.

**Gráfico 13** – Função linear crescente.



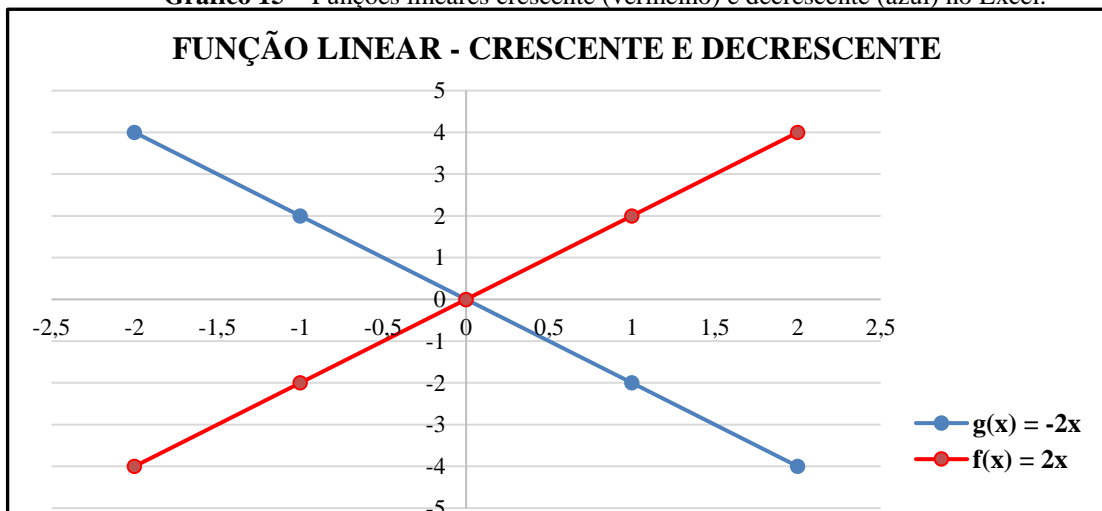
Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 14** – Função linear decrescente.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 15** – Funções lineares crescente (vermelho) e decrescente (azul) no Excel.



Fonte: próprio autor.

## Função Afim

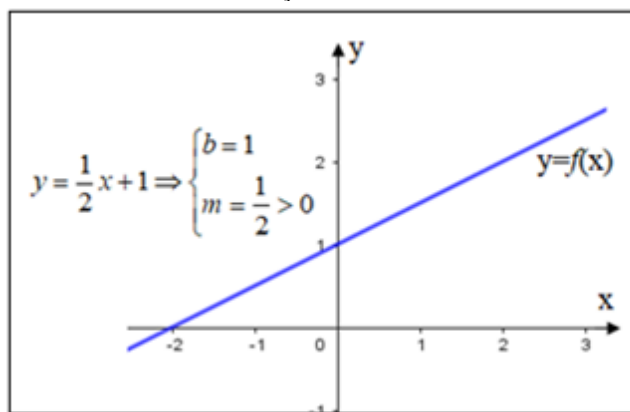
Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função afim* quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(b + mx) \in \mathbb{R}$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow b + mx, \quad m \neq 0$$

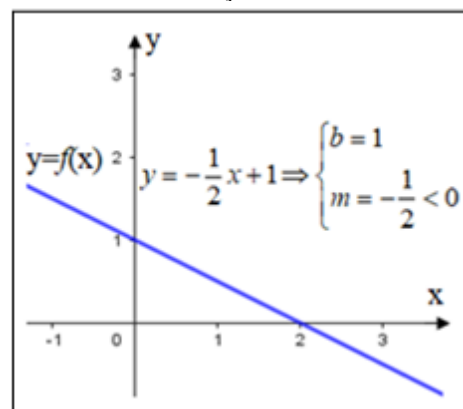
O gráfico de uma função afim é uma reta: crescente se  $m > 0$  e decrescente se  $m < 0$ . Exemplo gráfico para a função afim crescente consta nos Gráficos 16 e 17.

**Gráfico 16** – Função afim crescente.



Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

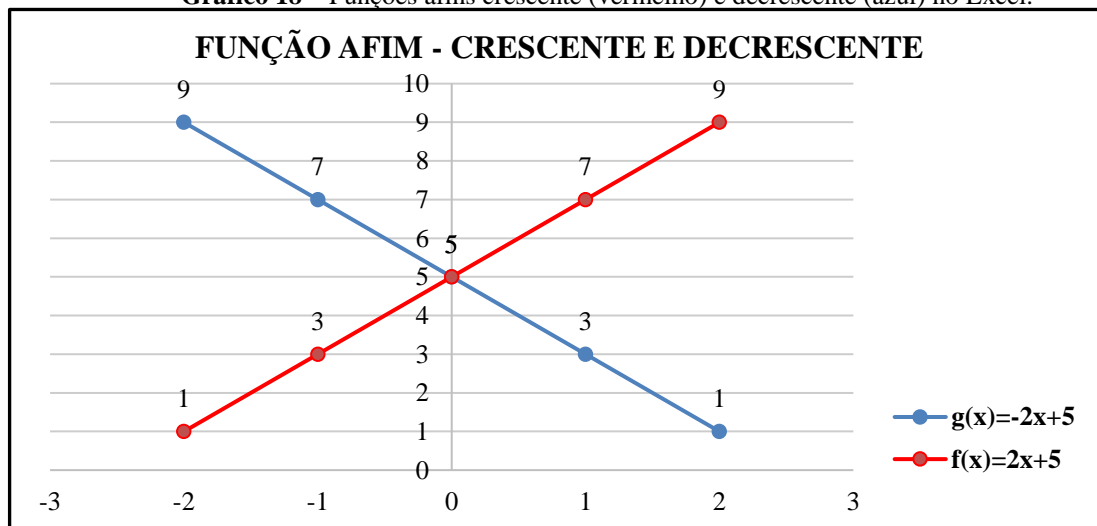
**Gráfico 17** – Função afim decrescente.



Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

A representação gráfica da Função Afim no Excel consta no Gráfico 18.

**Gráfico 18** – Funções afins crescente (vermelho) e decrescente (azul) no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.2.5. Função Quadrática

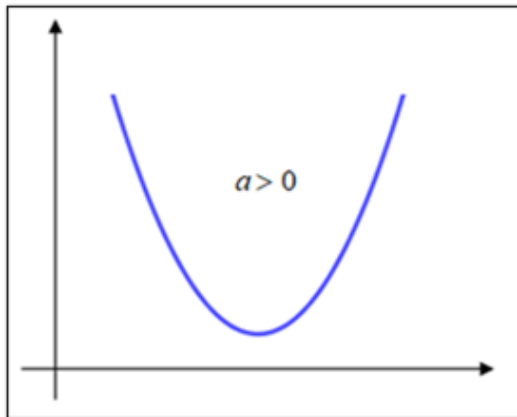
Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função quadrática* quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(ax^2 + bx + c) \in \mathbb{R}$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

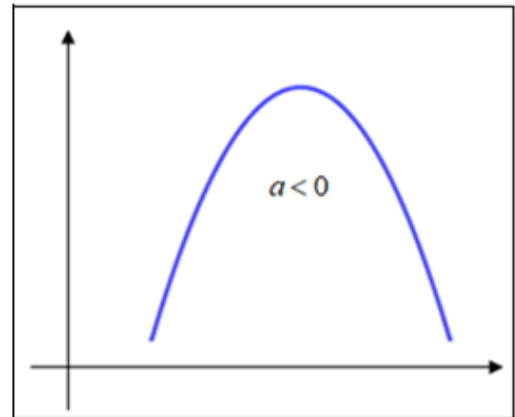
O gráfico de uma função quadrática é uma parábola: com a concavidade para cima se  $a > 0$  (Gráfico 19) e concavidade para baixo se  $a < 0$  (Gráfico 20). A representação gráfica da Função Quadrática no Excel pode ser visualizada no Gráfico 21.

**Gráfico 19** – Função de concavidade para cima.



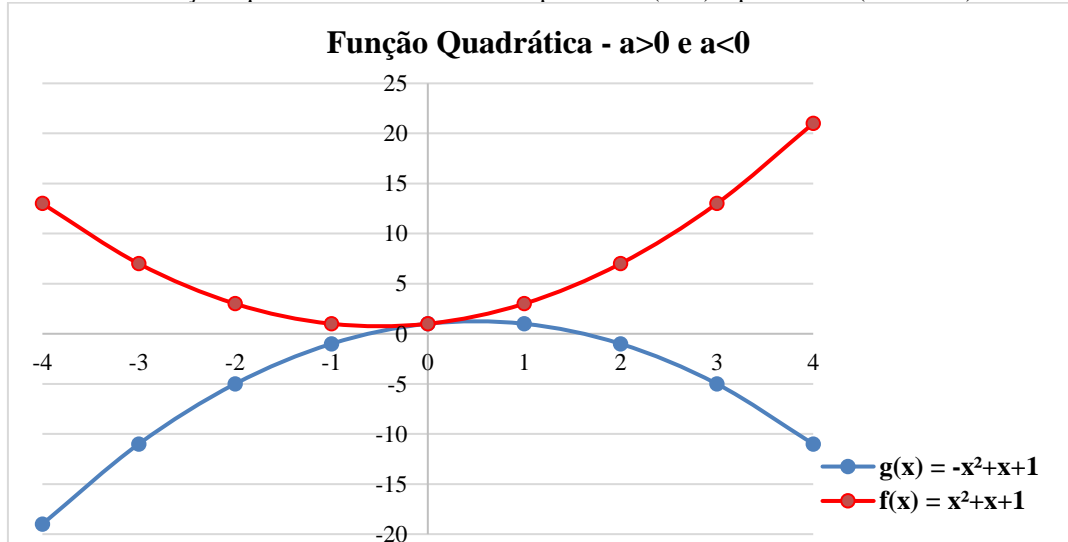
Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 20** – Função de concavidade para baixo.



Fonte: Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 21** – Funções quadráticas de concavidade para cima (azul) e para baixo (vermelho) no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.2.6. Função Exponencial

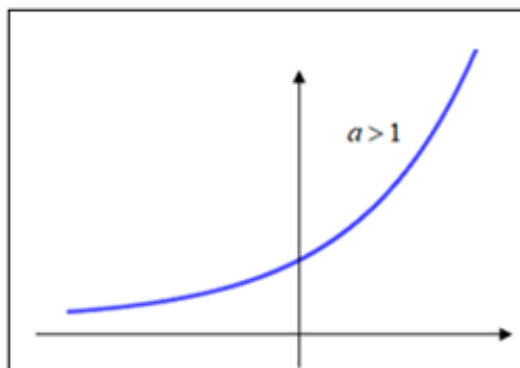
Dado um número real  $a$ , tal que  $0 < a \neq 1$ , uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função exponencial* quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(a^x) \in \mathbb{R}$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow a^x$$

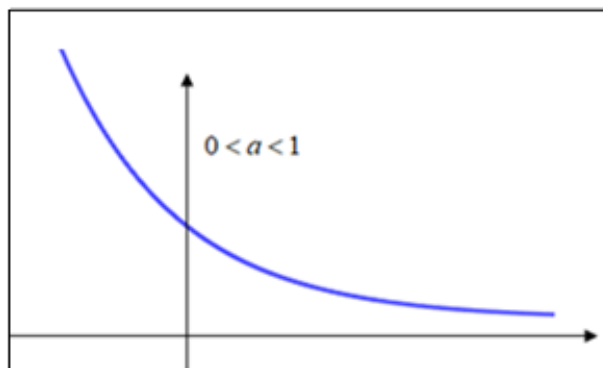
O gráfico de uma função exponencial é crescente se  $a > 1$  (Gráfico 22) e decrescente se  $0 < a < 1$  (Gráfico 23). A representação no Excel consta no Gráfico 24.

**Gráfico 22** – Função exponencial crescente.



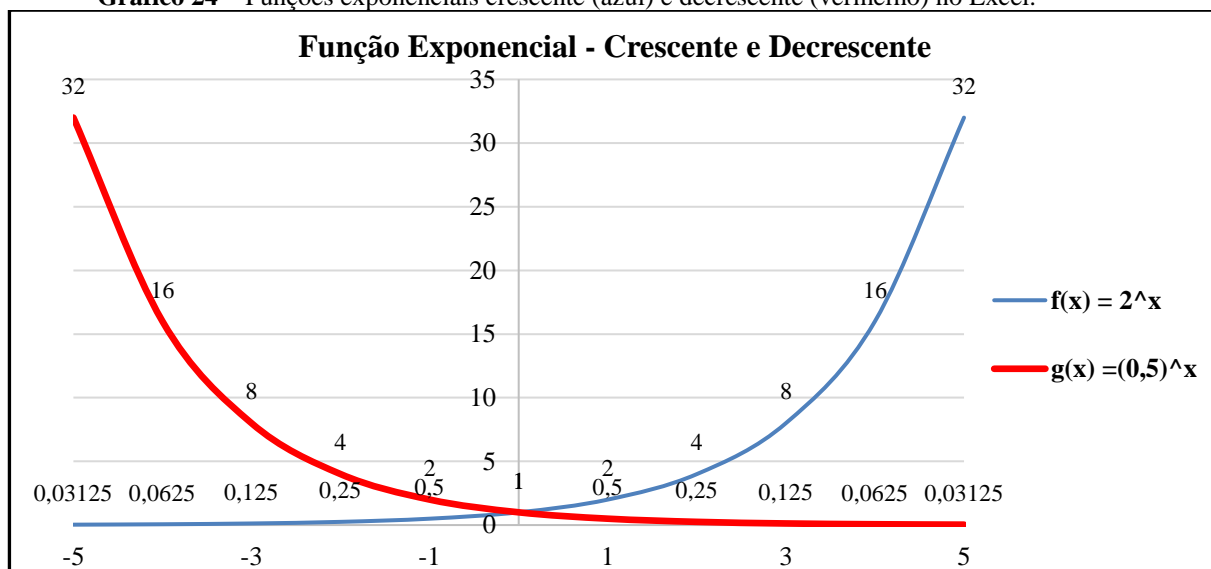
Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

**Gráfico 23** – Função exponencial decrescente.



Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

**Gráfico 24** – Funções exponenciais crescente (azul) e decrescente (vermelho) no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.2.7. Função Logarítmica

Dado um número real  $a$ , tal que  $0 < a \neq 1$ , uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função logarítmica* de base  $a$ , a função  $f$  de  $\mathbb{R}_+^*$  em  $\mathbb{R}$  que associa a cada  $x$  o número  $\log_a x$ .

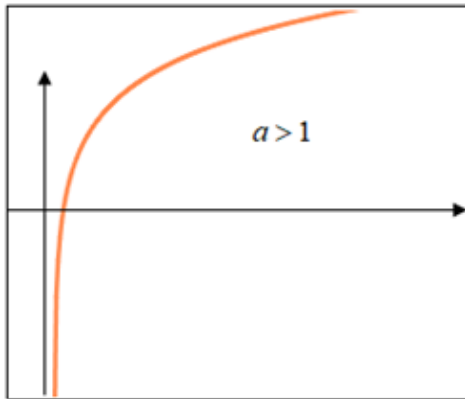
Isto é:

$$f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \log_a x.$$

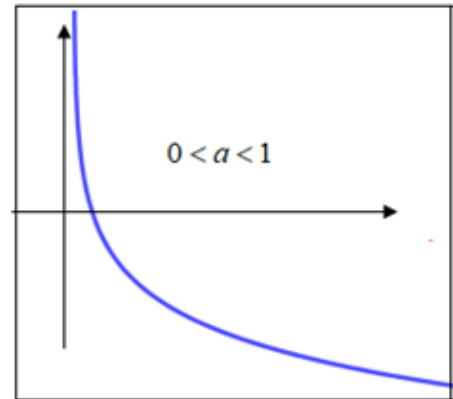
O gráfico de uma função logarítmica é crescente se  $a > 1$  (Gráfico 25) e decrescente se  $0 < a < 1$  (Gráfico 26). A representação gráfica da Função Logarítmica no Excel consta no Gráfico 27.

**Gráfico 25** – Função logarítmica crescente.



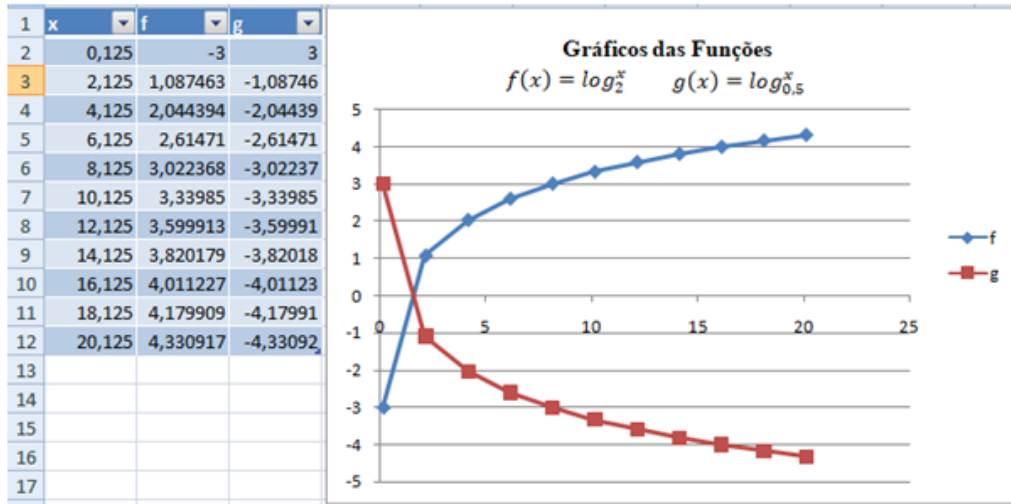
Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

**Gráfico 26** – Função logarítmica decrescente.



Fonte: Gelson Iezzi et al (1977).

**Gráfico 27** – Funções logarítmica crescente (azul) e decrescente (vermelho) no Excel.



Fonte: próprio autor.

## 2.2.8. Função Potência

Uma aplicação  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  recebe o nome de *função potência*, quando associa a cada  $x \in \mathbb{R}$  o elemento  $(bx^m) \in \mathbb{R}$ . Isto é:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

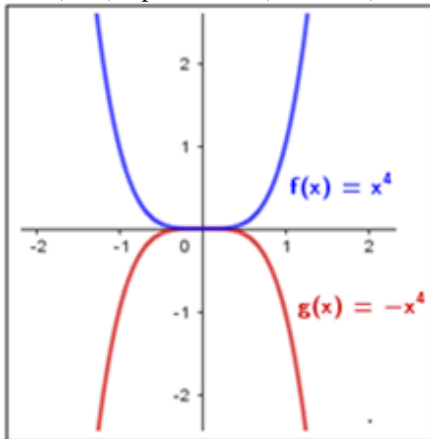
$$x \rightarrow bx^m$$

Consideremos os casos, com  $m \in \mathbb{R}_+^*$ :

- i)  $m$  é um número par,  $b > 0$ . Concavidade para cima (Gráfico 28);
- ii)  $m$  é um número par,  $b < 0$ . Concavidade para baixo (Gráfico 28);
- iii)  $m$  é um número ímpar e  $b > 0$ . Função crescente (Gráfico 29);
- iv)  $m$  é um número ímpar e  $b < 0$ . Função decrescente (Gráfico 29);

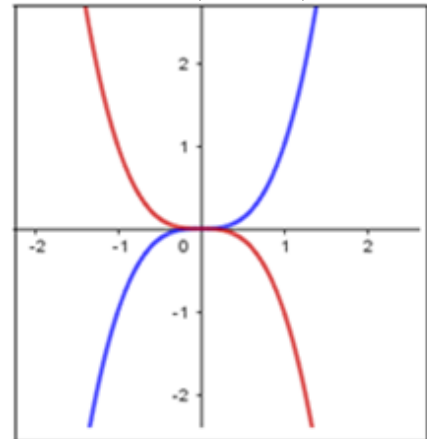
A representação gráfica da Função Potência expoente de ímpar no Excel consta no Gráfico 30 e a par no Gráfico 31.

**Gráfico 28** – Função potência com concavidade para cima (azul) e para baixo (vermelho).



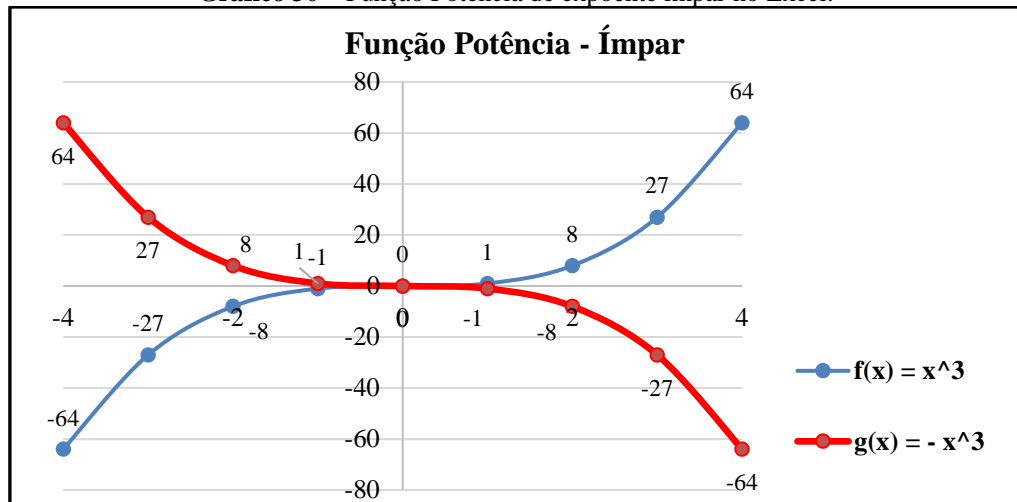
**Fonte:** Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 29** – Função potência crescente (azul) e decrescente (vermelho).



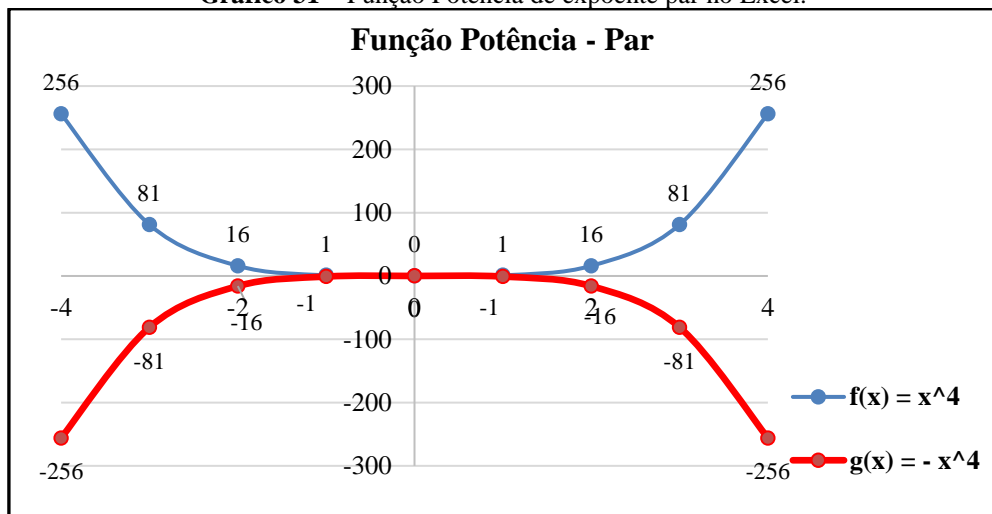
**Fonte:** Gelson Iezzi *et al* (1977).

**Gráfico 30** – Função Potência de expoente ímpar no Excel.



**Fonte:** próprio autor.

**Gráfico 31** – Função Potência de expoente par no Excel.



**Fonte:** próprio autor.

### 2.2.9. Função Polinomial

É nomeada expressão polinomial ou polinômio na variável  $x \in \mathbb{R}$  toda expressão da forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Em que:

- $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$  são números reais denominados coeficientes;
- $n$  é um número inteiro positivo ou nulo;
- O maior expoente de  $x$ , com coeficiente não nulo, é o grau da expressão;

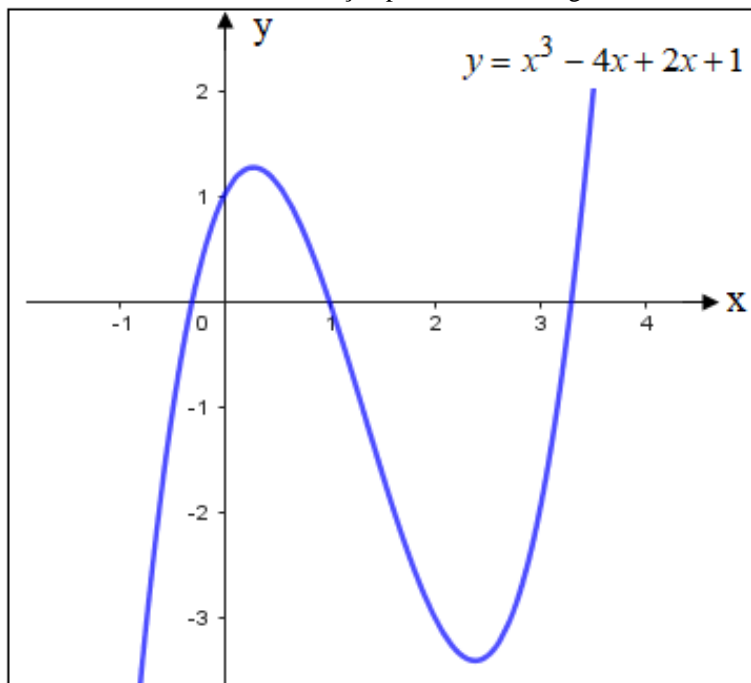
As funções reais  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por expressões polinomiais são denominadas *funções polinomiais*. Então, toda função definida por:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

para todo  $x \in \mathbb{R}$ , é denominada função polinomial de grau  $n$ .

Uma função polinomial de grau 3 consta no Gráficos 32 e no Gráfico 33 (Excel).

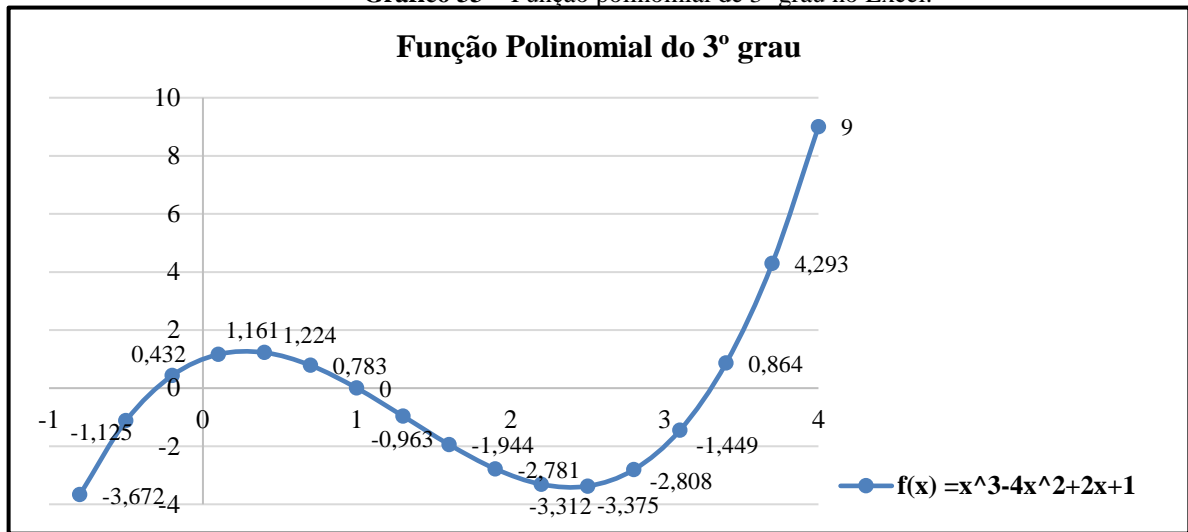
**Gráfico 32** – Função polinomial de 3º grau.



**Fonte:** Gelson Iezzi *et al* (1977).



Gráfico 33 – Função polinomial de 3º grau no Excel.

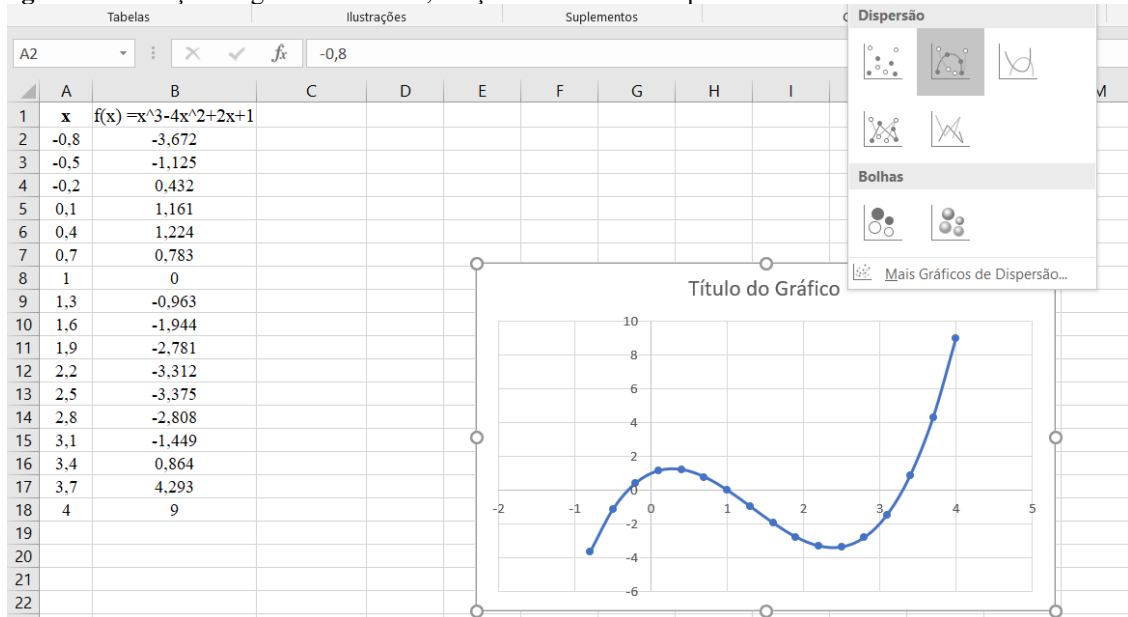


Fonte: próprio autor.

### 2.2.10. Construção de gráficos no Excel

A construção de gráficos no Excel tem gênese na seleção dos dados. Tomando-se como exemplo o gráfico 33. A sua construção se inicia a partir da tabulação dos dados na planilha (Figura 3). Em seguida, os dados são selecionados e é selecionada a função “Inserir” e depois “Gráfico de Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores”. Uma vez criado, o gráfico pode ser personalizado com adição de legendas, cor de fundo, régua, alteração de características como cor, espessura e sombreamento da linha e de seus marcadores; adição de rótulos, etc. até o layout final desejado (Gráfico 33).

Figura 3 – Inserção de gráfico no Excel, função “Gráfico de Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores”.



Fonte: próprio autor.

## 2.3 Modelos

A Modelagem Matemática surgiu como um poderoso instrumento para mapear problemas e fenômenos utilizando funções e equações matemáticas. Ela permite a elaboração de modelos para representar situações concretas que de outra forma seria impossível analisar na sua forma real. Neste contexto, apresentaremos os seguintes modelos matemáticos: lineares e os não lineares (logaritmo, exponenciais, potencial, interpolador de Lagrange e logístico). As definições matemáticas contidas nesta seção são de LEITHOLD (1994), LEVINE *et al* (2008), VELOSO (2021), GONZALEZ (2018) e DEMIDOVITCH (1987).

### 2.3.1. Método dos Mínimos Quadrados - Ajustes Lineares - Regressão Linear

Uma aplicação de extremos de função de duas variáveis envolve a obtenção da reta que melhor se ajuste a um conjunto de pontos dados. Suponhamos que queiramos encontrar um modelo matemático para alguns dados que são um conjunto de pontos  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_i, y_i)$ . Em particular,  $y_i$  poderia ser o número de casos novos de uma doença epidêmica, enquanto que  $x_i$  seria o número de dias decorrido desde o aparecimento da pandemia. O modelo desejado é uma relação entre  $x$  e  $y$  que permitam fazer futuras predições. Tal relação é proporcionada por uma reta que “se ajuste” aos dados.

Consideremos  $n$  pontos e a reta

$$y = mx + b \quad (1)$$

O ponto  $(x_i, y_i)$  é o  $i$ -ésimo ponto e correspondente a ele existe na reta o ponto  $(x_i, mx_i + b)$ . O **desvio** (ou **erro**) entre o  $i$ -ésimo ponto e a reta é definido como  $d_i$ , onde:

$$d_i = y_i - (mx_i + b) \quad (2)$$

A soma dos quadrados dos desvios é

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (mx_i + b)]^2 \quad (3)$$

que nunca é negativa, sendo zero somente se cada um dos  $d_i$  for zero, quando todos os pontos estão sobre a reta. Sendo a reta de melhor ajuste, aquela para a qual  $\sum_{i=1}^n d_i^2$  é um mínimo absoluto. Esse processo para encontrar a **reta de regressão** é chamado de **Método dos mínimos quadrados**. Sendo dada pela fórmula (1)

Onde

$$b = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n y_i - m \sum_{i=1}^n x_i \right] \quad (4)$$

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (5)$$

Dados  $x_i$  e  $y_i$  constantes, com  $b$  e  $m$  variáveis.

### Prova

Seja

$$f(m, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (mx_i + b)]^2$$

Dados  $x_i$  e  $y_i$  constantes, com  $b$  e  $m$  variáveis.

Calcula-se as derivadas parciais de  $f$  em relação a  $m$  e em relação a  $b$ , respectivamente, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial m} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial m} [(y_i - mx_i - b)^2] \\ \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial m} &= 2 \left[ - \sum_{i=1}^n x_i y_i + m \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i \right] \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial b} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial b} [(y_i - mx_i - b)^2] \\ \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial b} &= 2 \left[ - \sum_{i=1}^n y_i + m \sum_{i=1}^n x_i + nb \right] \end{aligned}$$

Tem-se a reta de melhor ajuste, aquela para a qual  $f(m, b) = \sum_{i=1}^n d_i^2$  é um mínimo

absoluto. Isto é:

$$\frac{\partial f}{\partial m} = \frac{\partial f}{\partial b} = 0$$

Para  $\frac{\partial f}{\partial m} = 0$ , obtemos:

$$2 \left[ - \sum_{i=1}^n x_i y_i + m \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i \right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{i})$$

Para  $\frac{\partial f}{\partial b} = 0$ , obtemos:

$$2 \left[ - \sum_{i=1}^n y_i + m \sum_{i=1}^n x_i + nb \right] = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + nb \quad (\text{ii})$$

Resolvendo a equação (ii), para  $b$ , obtemos:

$$b = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n y_i - m \sum_{i=1}^n x_i \right] \quad (\text{iii})$$

Substituindo  $b$ , da equação (iii) na equação (i), e resolvendo-a para  $m$ , obtemos:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (\text{iv})$$

As equações (iii) e (iv), nos dá a reta  $y = mx + b$ , de regressão linear da relação entre  $x$  e  $y$  como era desejado mostrar.

### Exemplo 1 – Adaptado

No Quadro 1,  $x$  meses decorreram desde o início de uma determinada doença epidêmica e  $y$  (em mil) é o número de novos casos da doença no  $x$ -ésimo mês. Será determinada a reta de regressão para os pontos  $(x_i, y_i)$  dados e a estimativa do número de casos novos da doença no sexto dia.

**Solução.** Ver Quadro 1 e Tabela 1.

**Quadro 1** – Casos por mês – Exemplo 1.

x-meses	1	2	3	4	5
y-mil casos	20	24	30	35	42

**Fonte:** próprio autor.

**Tabela 1** – Regressão Linear – Exemplo 1.

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i y_i$
1	20	1	20
2	24	4	48
3	30	9	90
4	35	16	140
5	42	25	210
$\Sigma$ 15	151	55	502

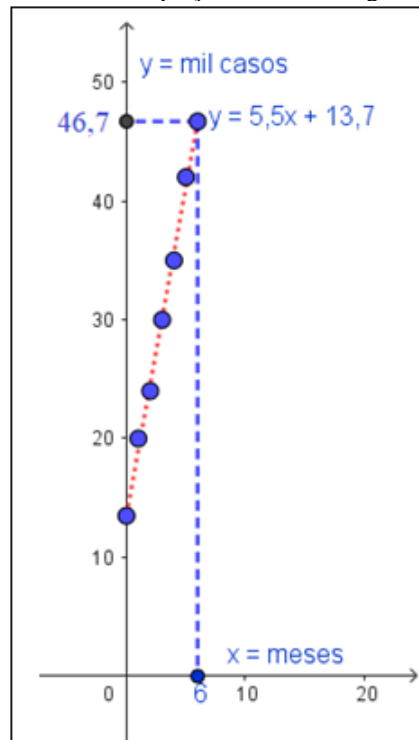
**Fonte:** próprio autor.

Aplicando os dados da tabela 1 nas equações (5) e (4), encontramos, respectivamente  $m = 5,5$  e  $b = 13,7$ . Logo, a equação da reta de regressão é:

$$y = 5,5x + 13,7$$

A representação gráfica consta no Gráfico 34 e no Gráfico 35 (Excel).

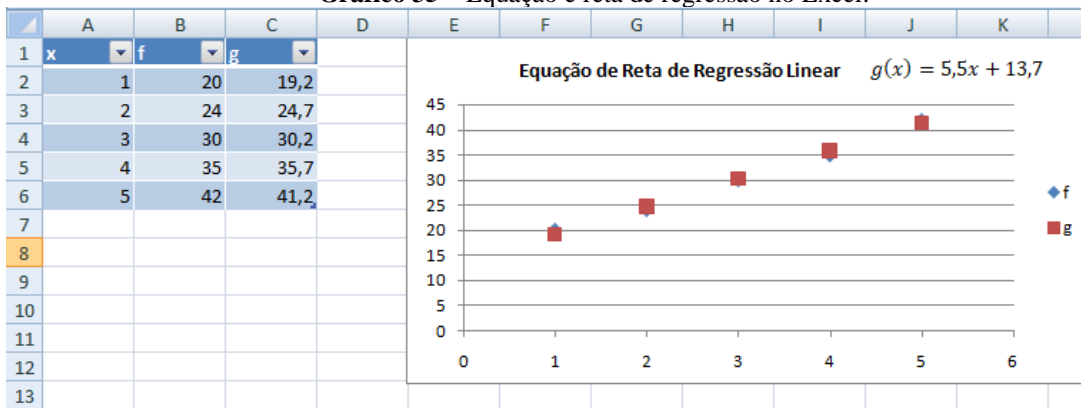
**Gráfico 34** – Equação da reta de regressão.



**Fonte:** próprio autor.

Portanto, na reta de regressão, quando  $x = 6$  temos  $y = 46,7$ . Daí, tem-se que no sexto dia de pandemia 47 novos casos são estimados.

**Gráfico 35** – Equação e reta de regressão no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.3.2. Medidas de Variação

Pelo método dos mínimos quadrados, obtemos uma regressão linear simples (a linha de previsão). Onde o valor previsto de  $Y$  é igual ao intercepto de  $Y$  somado a inclinação vezes o valor de  $X$ . Isto é:

$$\hat{Y}_i = b + mX_i \quad (6)$$

Onde:

$\hat{Y}_i$  = valor previsto de  $Y$  para a observação  $i$

$X_i$  = valor de  $X$  para observação  $i$

$b$  = intercepto da amostra  $Y$

$m$  = inclinação da amostra

Empregando o método dos mínimos quadrados para determinar os coeficientes de regressão para um conjunto de dados, devem ser calculadas três importantes medidas de variação:

- A primeira medida é a **soma total dos quadrados (STQ)**, é a medida da variação dos valores de  $Y_i$  em torno de sua média aritmética;
- A **variação explicada**, ou **soma dos quadrados da regressão ( $SQR_{eg}$ )**, é decorrente da relação entre  $X$  e  $Y$ ;
- A **variação não explicada**, ou **soma dos quadrados do resíduo (erros) ( $SQR$ )**, é decorrente de fatores outros que não a relação entre  $X$  e  $Y$ .

### Medidas de Variação na Regressão

A soma total dos quadrados é igual à soma dos quadrados da regressão acrescida da soma dos quadrados dos resíduos (erros).

$$STQ = SQR_{eg} + SQR \quad (7)$$

### Soma Total dos Quadrados (STQ)

A soma total dos quadrados (STQ) é igual à soma das diferenças ao quadrado entre cada valor observado de  $Y$  e  $\hat{Y}$  e a média aritmética do valor de  $Y$ .

$$STQ = \text{Soma total dos quadrados} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (8)$$

### Soma dos Quadrados da Regressão ( $SQR_{eg}$ ).

A soma dos quadrados da regressão ( $SQR_{eg}$ ) é igual à soma das diferenças ao quadrado entre o valor previsto de  $Y$  e  $\hat{Y}$ , e a média aritmética do valor de  $Y$ .

$$SQR_{eg} = \text{Variação explicada ou regressão dos quadrados} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (9)$$

### Soma dos Quadrados dos Resíduos ou Erros ( $SQR$ ).

A soma dos quadrados dos resíduos ou erros ( $SQR$ ) é igual à soma das diferenças ao quadrado entre o valor observado de  $Y$  e o valor previsto de  $Y$ .

$$\begin{aligned} SQR &= \text{Variação não - explicada ou soma dos quadrados dos resíduos (erros)} \\ &= \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

### Coefficiente de Determinação (Coeficiente de explicação)

O coeficiente de determinação é igual à soma dos quadrados da regressão dividida pela soma total dos quadrados. Assim, das equações (8) e (9), obtemos:

$$R^2 = \frac{SQR_{eg}}{STQ} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (11)$$

**Exemplo 2.** Para encontrar o coeficiente de explicação  $R^2$ . Utilizando os dados do Quadro 1 do Exemplo 1.

**Quadro 1** – Casos por mês - Exemplo 1.

x-meses	1	2	3	4	5
y-mil casos	20	24	30	35	42

Fonte: próprio autor.

**Solução.**

Da equação (11) temos,  $R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$ , onde:

$\hat{Y}_i = 5,5X_i + 13,7$  (modelo, dados do exemplo 1), com:

$X_1 = 1, X_2 = 2, X_3 = 3, X_4 = 4$  e  $X_5 = 5$

$\Rightarrow \hat{Y}_1 = 19,2, \hat{Y}_2 = 24,7, \hat{Y}_3 = 30,2, \hat{Y}_4 = 37,7$  e  $\hat{Y}_5 = 41,2$

Dados:  $Y_1 = 20, Y_2 = 24, Y_3 = 30, Y_4 = 35$  e  $Y_5 = 42$

$$\Rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^5 Y_i}{5} = \frac{20 + 24 + 30 + 35 + 42}{5} = 30,8$$

Substituindo estes valores na equação (11), obtemos:

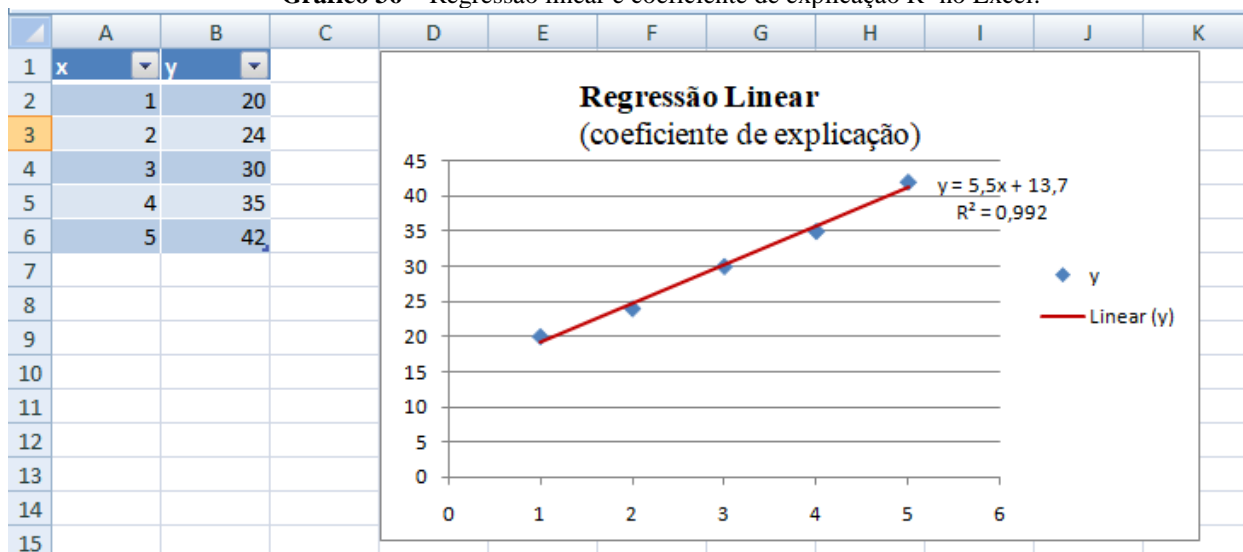
$$R^2 = \frac{(\hat{Y}_1 - \bar{Y})^2 + \dots + (\hat{Y}_5 - \bar{Y})^2}{(Y_1 - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_5 - \bar{Y})^2}$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{(-11,6)^2 + (-6,1)^2 + (-0,6)^2 + 14,9^2 + (10,4)^2}{(-10,8)^2 + (-6,8)^2 + (-0,8)^2 + 4,2^2 + 11,2^2} = \frac{304,3}{306,6} \cong 0,99249$$

Portanto,  $R^2 = 0,99249$

A representação gráfica no Excel da regressão linear e o coeficiente de determinação consta no Gráfico 36.

**Gráfico 36** – Regressão linear e coeficiente de explicação  $R^2$  no Excel.



Fonte: próprio autor.



### 2.3.3. Coeficiente de Determinação

Ao observarmos a reta de regressão de um modelo, tem-se os pontos distribuídos acima e abaixo dela. O *coeficiente de determinação*,  $R^2$  (Coeficiente de Explicação), indica a quantidade de variabilidade dos dados que o modelo de regressão é capaz de explicar. O coeficiente de determinação é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y(i) - \hat{Y}(i))^2}{\sum_{i=1}^n (Y(i) - \bar{Y}(i))^2} \quad (11)$$

Onde  $\bar{Y}(i)$  é a média amostral de  $Y(i)$ .

Será obtido um valor para  $R^2$ , tal que  $0 \leq R^2 \leq 1$ . Assim, quanto mais próximo o valor de  $R^2$  está de 1, mais adequado é o modelo de regressão.

Conclui-se que o modelo do exemplo 1, dado pela equação  $Y_i = 5,5X_i + 13,7$ , tem como  $R^2 = 0,99249$ , um valor bem próximo de 1 (um). Assim, o modelo linear, se mostra bem adequado para os dados apresentados na Tabela 1.

### 2.3.4. Método dos Mínimos Quadrados – Ajustes não Lineares da Função

#### 2.3.4.1 Logarítmica

Seja  $y = mx + b$  (1) a reta de regressão linear. Podemos linearizar a *função logarítmica*, caracterizada por

$$y = b + m \ln x \quad (12)$$

pela simples substituição da variável  $x$  por logaritmo natural de  $x$ , e aplicando nas equações (4) e (5). Obtemos as seguintes equações

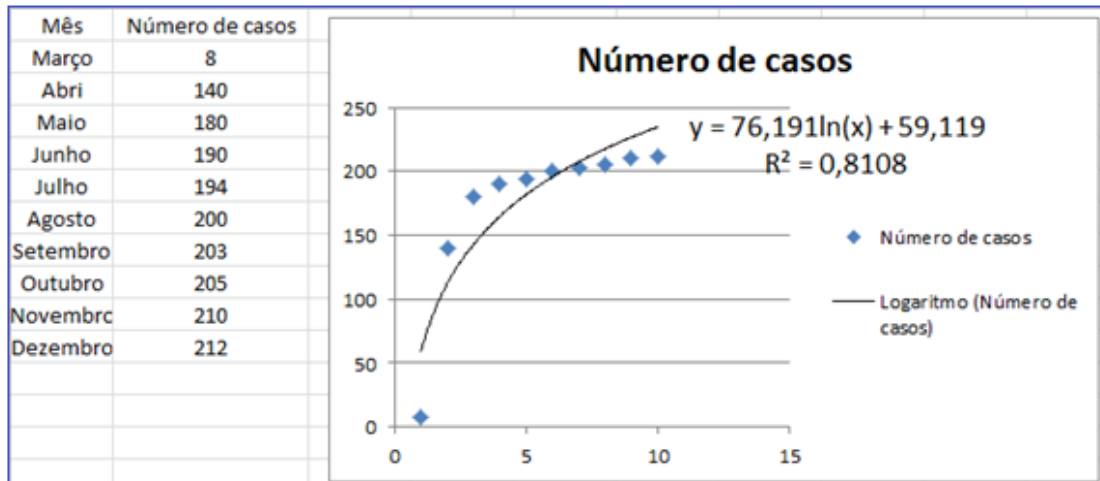
$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n (\ln x_i) y_i - \sum_{i=1}^n (\ln x_i) \cdot \left( \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n (\ln x_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n \ln x_i \right)^2} \quad (13)$$

$$b = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n y_i - m \sum_{i=1}^n \ln x_i \right] \quad (14)$$

Portanto, comparando as equações (1) e (12), obtemos as equações (13) e (14) para o “ajuste” da função não linear logarítmica.

A representação gráfica do Coeficiente de Explicação  $R^2$  no Excel no caso da Função Logarítmica está apresentada no Gráfico 37.

**Gráfico 37** – Coeficiente de explicação  $R^2$  - caso função logarítmica no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.3.4.2 Exponencial

Seja  $y = b + mx$  (1) a reta de regressão linear. Pode-se linearizar a *função exponencial*, caracterizada por,

$$y = be^{mx} \quad (15)$$

aplicando o logaritmo natural em ambos os membros dessa igualdade. Isto é:

$$\ln y = \ln(be^{mx})$$

Daí, obtemos:

$$\ln y = \ln b + mx \quad (16)$$

Segue-se que, substituindo  $y$  por  $\ln y$ , nas equações (4) e (5) obtém-se os valores de  $m$  e  $\ln b$ , sendo necessário calcular o exponencial de  $b$  para correção do valor antes de aplicar na equação característica da função exponencial. Assim, tem-se as seguintes equações:

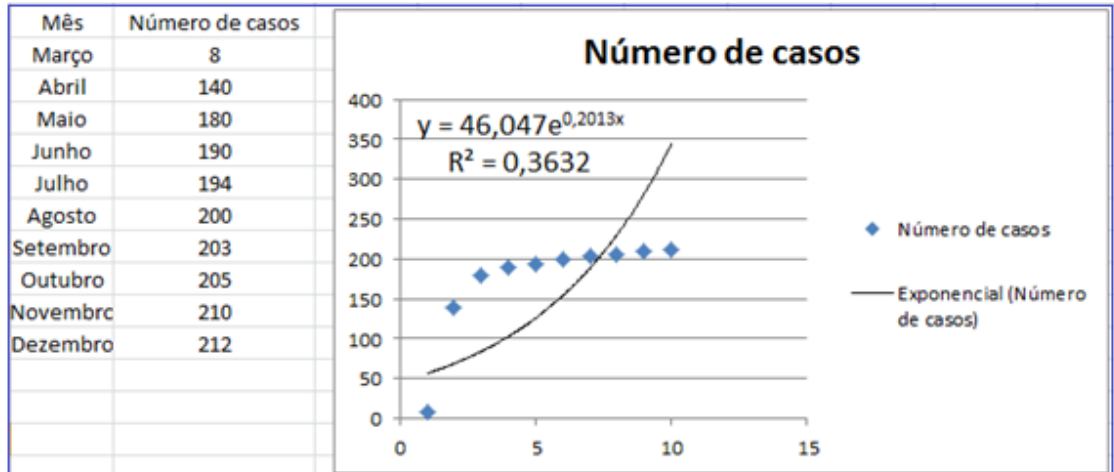
$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \ln y_i - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \ln y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (17)$$

$$b = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n \ln y_i - m \sum_{i=1}^n x_i \right] \quad (18)$$

Portanto, comparando as equações (1) e (16), tem-se as equações (17) e (18) para o “ajuste” da função não linear exponencial.

A representação gráfica do Coeficiente de Explicação  $R^2$  no Excel caso Função Exponencial consta no Gráfico 38.

**Gráfico 38** – Coeficiente de explicação  $R^2$  - caso função exponencial no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.3.4.3 Potência

Seja  $y = b + mx$  (1) a reta de regressão linear [1]. Podemos linearizar a *função potência*, caracterizada por

$$y = bx^m \tag{19}$$

aplicando o logaritmo natural em ambos os membros dessa igualdade Vem:

$$\ln y = \ln(bx^m)$$

Obtemos:

$$\ln y = \ln b + m \ln x \tag{20}$$

Segue-se que, substituindo  $x$  e  $y$  por  $\ln x$  e  $\ln y$ , respectivamente, nas equações (3) e (4), encontra-se os valores de  $m$  e  $\ln b$ , sendo necessário calcular o exponencial de  $b$  para corrigir o valor antes de aplicar na equação característica da função potência. Assim, obtêm-se as seguintes equações:

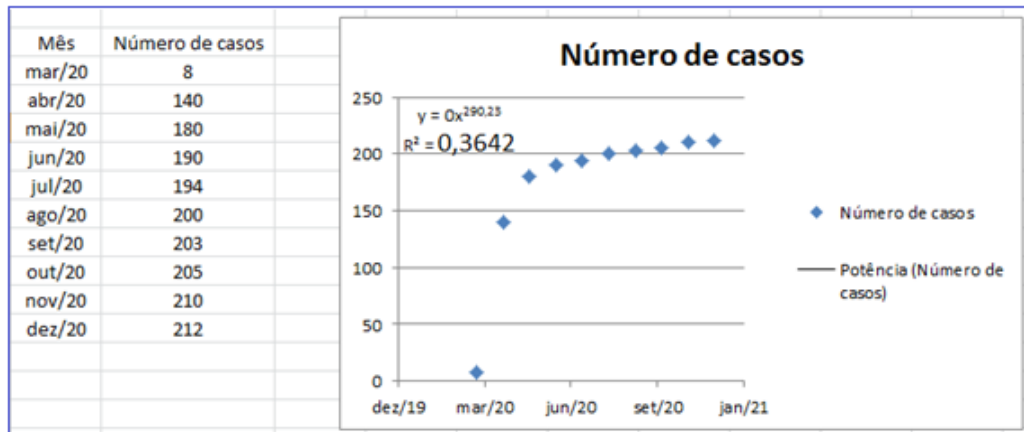
$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n (\ln x_i)(\ln y_i) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n \ln y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n \ln(x_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n \ln x_i \right)^2} \tag{21}$$

$$b = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n \ln y_i - m \sum_{i=1}^n \ln x_i \right] \quad (22)$$

Portanto, comparando as equações (1) e (20), obtemos as equações (21) e (22) para o “ajuste” da função não linear potencial.

Exemplo no *software* Excel do Coeficiente de Explicação. Caso Função Potência (Gráfico 39).

**Gráfico 39** – Coeficiente de explicação R<sup>2</sup> - caso função potência no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.3.5 Fórmula de Interpolação de Lagrange

Sejam  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$   $n$  pontos do plano, dois quaisquer deles sempre com abscissas diferentes. Então, o polinômio de *interpolação de Lagrange*, é dado por:

$$f(x) = \sum_{i=0}^n \left[ \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right) \right] f(x_i) \quad (*)$$

Expandindo a fórmula, tem-se:

$$\begin{aligned} f(x) = & \left( \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} \right) \left( \frac{x - x_2}{x_0 - x_2} \right) \dots \left( \frac{x - x_n}{x_0 - x_n} \right) f(x_0) + \\ & + \left( \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \right) \left( \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \right) \dots \left( \frac{x - x_n}{x_1 - x_n} \right) f(x_1) + \dots \\ & \dots + \left( \frac{x - x_0}{x_i - x_0} \right) \left( \frac{x - x_1}{x_i - x_1} \right) \dots \left( \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right) \left( \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \right) \dots \left( \frac{x - x_i}{x_i - x_n} \right) f(x_i) + \dots \\ & \dots + \left( \frac{x - x_0}{x_n - x_0} \right) \left( \frac{x - x_1}{x_n - x_1} \right) \dots \left( \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \right) f(x_n) \end{aligned}$$

Por exemplo, tomando os valores para  $n = 0, 1, 2$ . O polinômio de Lagrange fica da seguinte forma:

$$f(x) = \left( \frac{x-x_1}{x_0-x_1} \right) \left( \frac{x-x_2}{x_0-x_2} \right) f(x_0) + \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \right) \left( \frac{x-x_2}{x_1-x_2} \right) f(x_1) + \left( \frac{x-x_0}{x_2-x_0} \right) \left( \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \right) f(x_2)$$

Assim, para se encontrar o polinômio de grau  $\leq 3$  tal que

$$f(0) = 1, f(1) = 5 \text{ e } f(2) = 6$$

utilizando o exemplo para  $n = 0, 1, 2$ . Segue-se que, dados:  $x_0 = 0, x_1 = 1$  e  $x_2 = 2$ .

Fazendo as devidas substituições e simplificações, encontramos:

$$f(x) = \left( \frac{x-1}{0-1} \right) \left( \frac{x-2}{0-2} \right) f(0) + \left( \frac{x-0}{1-0} \right) \left( \frac{x-2}{1-2} \right) f(1) + \left( \frac{x-0}{2-0} \right) \left( \frac{x-1}{2-1} \right) f(2)$$

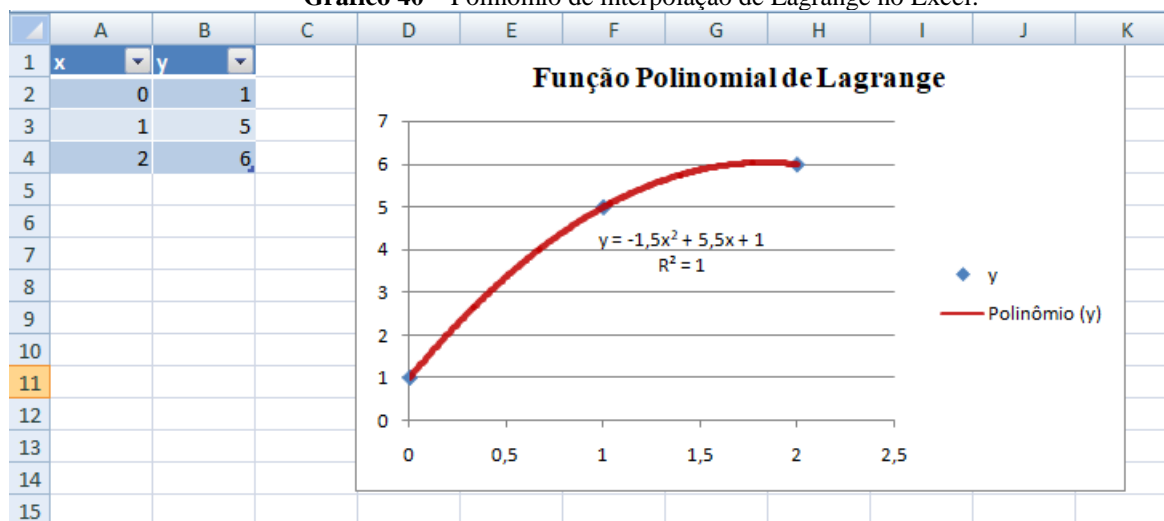
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{11}{2}x + 1$$

Onde  $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{11}{2}x + 1$ , é o polinômio de *interpolação de Lagrange*, para

$f(0) = 1, f(1) = 5$  e  $f(2) = 6$ , dos pontos (0,1), (1,5) e (2,6), respectivamente.

Um exemplo do polinômio de interpolação de Lagrange no Excel no Gráfico 40.

**Gráfico 40** – Polinômio de interpolação de Lagrange no Excel.



Fonte: próprio autor.

### 2.3.6 Modelo Logístico - Regressão Não Linear

A regressão logística é uma técnica estatística que produz, a partir de um conjunto de observações, um modelo que permite a predição de valores tomados por uma variável categórica, frequentemente binária, em função de uma ou mais variáveis independentes contínuas e – ou binárias.

A seguinte fórmula fornece um modelo não linear logístico. Representação no Excel consta no Gráfico 41.

$$Y = Y_{MAX} + \frac{Y_{MAX} - Y_{MIN}}{1 + \left(\frac{X}{X_0}\right)^p}$$

Onde:

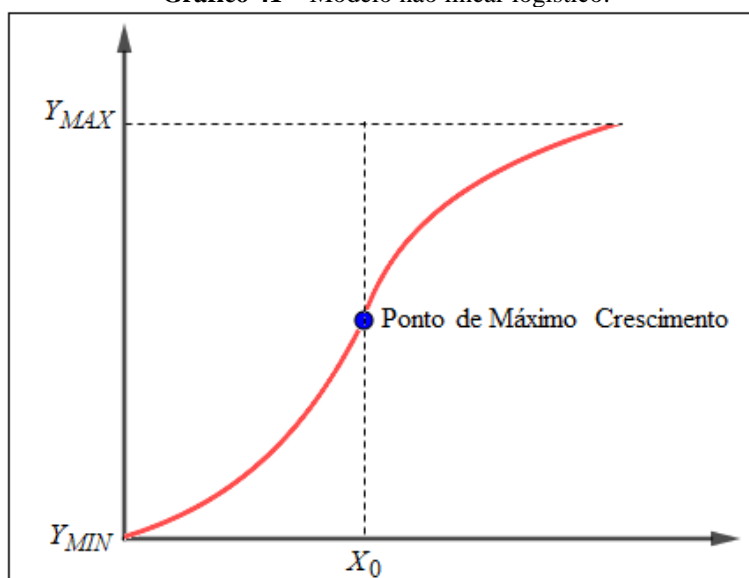
$Y_{MIN}$  = Valor Inicial

$Y_{MAX}$  = Valor Final

$X_0$  = Valor de X de Máximo Crescimento

$p$  = Taxa de Crescimento Máximo

Gráfico 41 – Modelo não linear logístico.



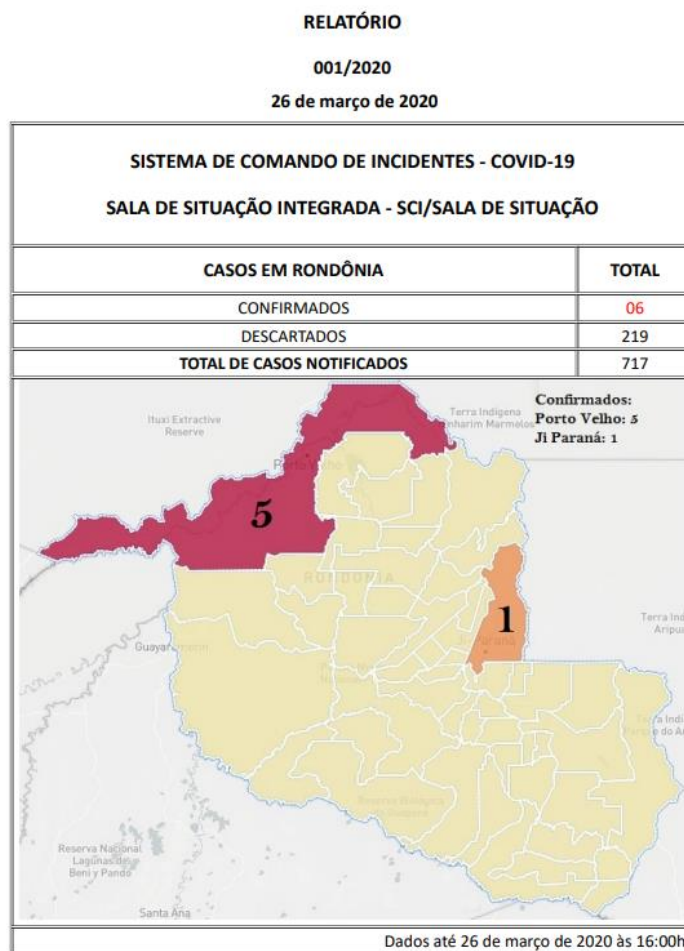
Fonte: próprio autor.

## 3. APLICAÇÕES

### 3.1. Introdução

Após o surgimento dos primeiros casos de COVID-19 em Rondônia, o governo do Estado através da agência de vigilância sanitária – AGEVISA disponibilizou um portal para acesso aos boletins epidemiológicos diários (Figuras 4 e 5).

**Figura 4** – Relatório de ações nº 1.



Fonte: AGEVISA.

**Figura 5** – Relatório de ações nº 384.



<i>Município</i>	Casos Totais	Óbitos Totais	Curados Totais	Casos Ativos	Letalidade
Porto Velho	71874	2118	66569	3187	2,94%
Ariquemes	17922	383	17050	489	2,13%
Ji-Paraná	15152	432	14282	438	2,85%
Caracol	10782	191	10025	566	1,77%

Fonte: AGEVISA.

Será realizada análise apenas com os casos confirmados na cidade de Porto Velho, capital do Estado de Rondônia. Para isso foram coletados dados perante o portal da AGEVISA, datados de 26/03/2020 até o dia 07/03/2023, totalizando 1062 boletins diários.

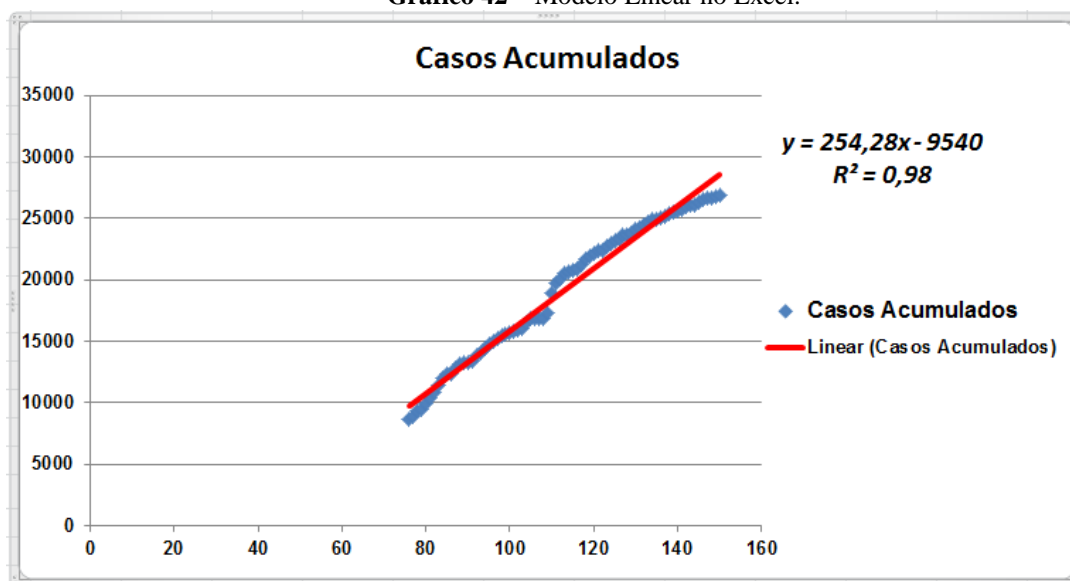
Após todos os dados coletados, foram retiradas amostras e com o *software* Excel construídas planilhas e elaborados gráficos das funções matemáticas citadas nesta dissertação.

### 3.2. Modelo Linear

De acordo com o software Excel, uma linha de tendência linear é uma reta de melhor ajuste que é usada com conjunto de dados linear simples. Se os pontos de dados se parecem com uma linha, então seus dados serão lineares. Observemos que, uma linha de tendência linear geralmente mostra algo que está aumentando ou diminuindo a uma taxa constante.

Para a análise do modelo matemático Linear, tomaremos como base os dados referentes aos dias 18/06/2020 até o dia 31/08/2020, totalizando 75 dias consecutivos.

Gráfico 42 – Modelo Linear no Excel.



Fonte: próprio autor.

O modelo linear representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 42), com coeficiente de correlação  $R^2 = 0,98$ .

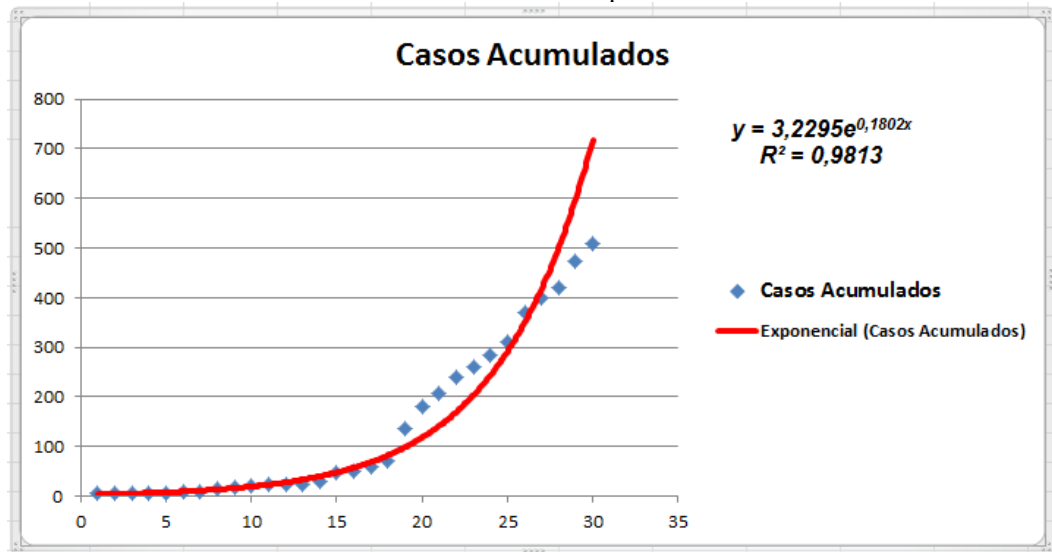
### 3.3. Modelo Exponencial

De acordo com o software Excel, uma linha de tendência é exponencial quando seus valores de dados sobem ou caem em taxas cada vez mais altas ou cada vez mais baixas, respectivamente. Destaca-se que uma linha de tendência exponencial não pode ser utilizada se os seus dados contiverem valores nulos ou negativos.

Para a análise do modelo Matemático Exponencial, assume-se como base os dados referentes aos dias 26/03/2020 até o dia 17/06/2020, totalizando 75 dias consecutivos.



Gráfico 43 – Modelo Exponencial no Excel.



Fonte: próprio autor.

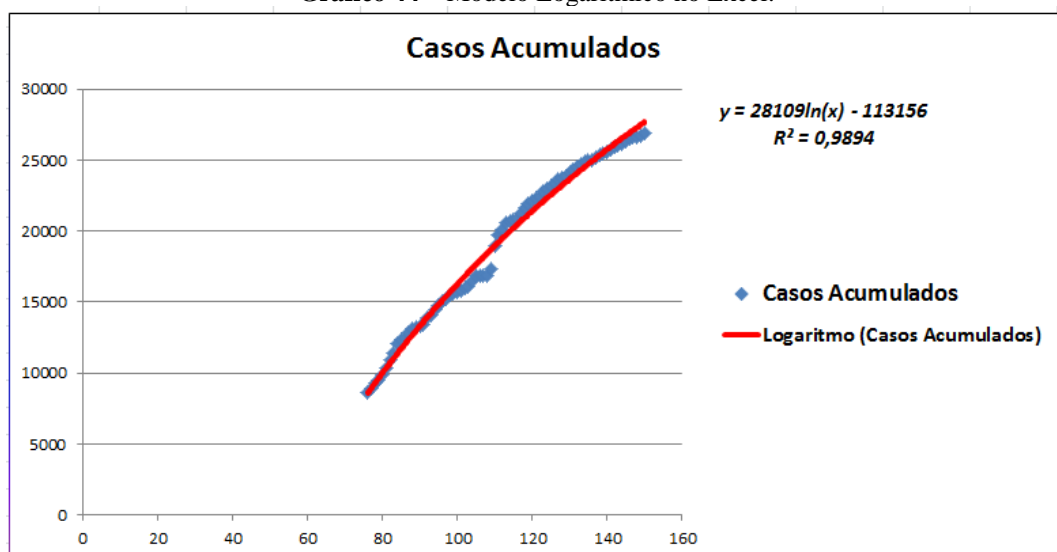
O modelo Exponencial representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 43), com coeficiente de correlação  $R^2 = 0,9813$ .

### 3.4. Modelo Logarítmico

De acordo com o software Excel, uma linha de tendência logarítmica é uma linha curva de melhor ajuste quando a taxa de alteração nos dados aumenta ou diminui rapidamente e, em seguida, diminui. Nota-se que não podemos usar valores negativos e/ou positivos.

Para a análise do modelo Matemático Logarítmico, toma-se como base os dados referentes aos dias 18/06/2020 até o dia 29/08/2020, totalizando 75 dias consecutivos.

Gráfico 44 – Modelo Logarítmico no Excel.



Fonte: próprio autor.

O modelo Matemático Logarítmico representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 44), com um coeficiente de correlação  $R^2 = 0,9894$ .

### 3.5. Modelo Polinomial

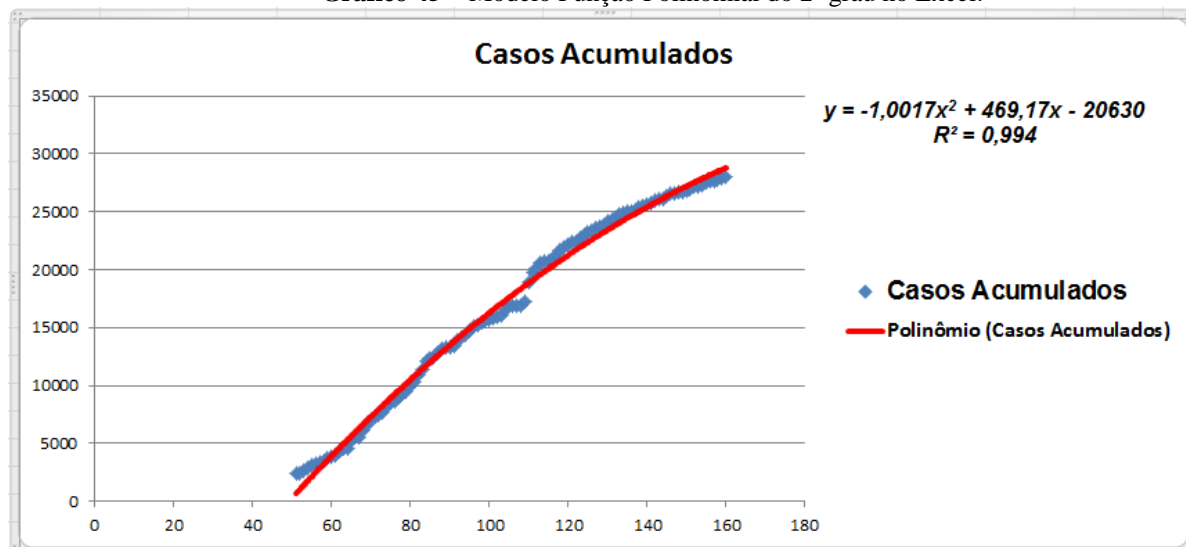
De acordo com o software Excel, uma linha curva é de tendência polinomial quando os dados flutuam. E é geralmente utilizado para conjuntos de dados grandes. É possível determinar a ordem do modelo polinomial pelo número de curvas que aparecem na curva. Assim, uma linha de tendência polinomial do segundo grau tem apenas um monte ou vale. A de ordem três geralmente tem uma ou duas colinas ou vales.

Serão demonstrados a seguir alguns modelos polinomiais com suas respectivas linhas de tendências.

#### 3.5.1. Modelo Polinomial do 2º Grau

Para a análise do modelo Matemático Polinomial do 2º grau, são utilizados como base os dados referentes aos dias 24/05/2020 até o dia 27/08/2020, totalizando 96 dias consecutivos.

Gráfico 45 – Modelo Função Polinomial do 2º grau no Excel.



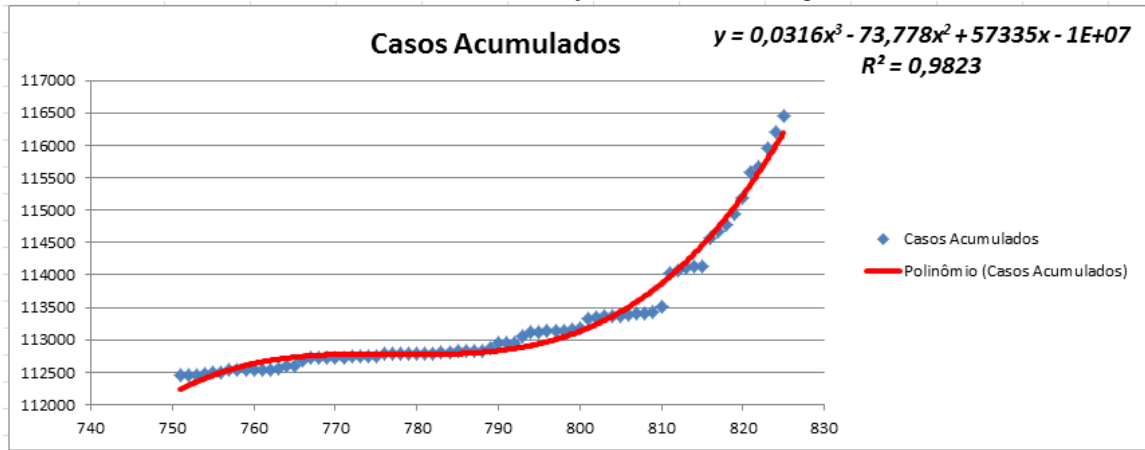
Fonte: próprio autor.

O modelo Matemático Polinomial do 2º grau representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 45), com um coeficiente de correlação  $R^2 = 0,994$ .

### 3.5.2. Modelo Polinomial do 3º Grau

Para a análise do modelo Matemático Polinomial do 2º grau, emprega-se os dados referentes aos dias 30/04/2022 até o dia 13/07/2022, totalizando 75 dias consecutivos.

Gráfico 46 – Modelo Função Polinomial do 3º grau no Excel.



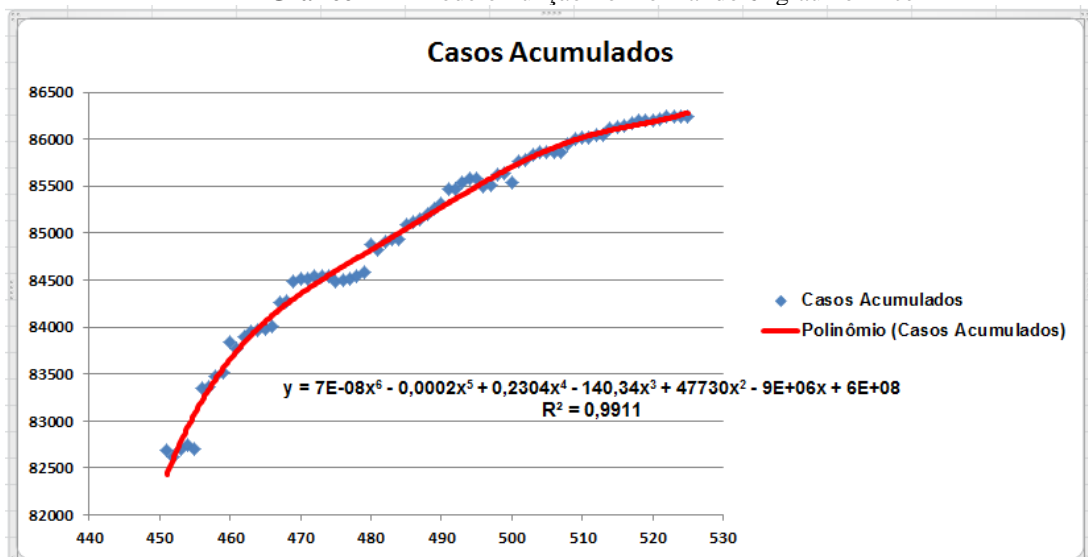
Fonte: próprio autor.

O modelo Matemático Polinomial do 3º grau representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 46), com um coeficiente de correlação  $R^2 = 0,9823$ .

### 3.5.3. Modelo Polinomial do 6º Grau

Para a análise do modelo Matemático Polinomial do 6º grau, toma-se como base os dados referentes aos dias 28/06/2021 até o dia 10/09/2021, totalizando 75 dias consecutivos.

Gráfico 47 – Modelo Função Polinomial do 6º grau no Excel.



Fonte: próprio autor.

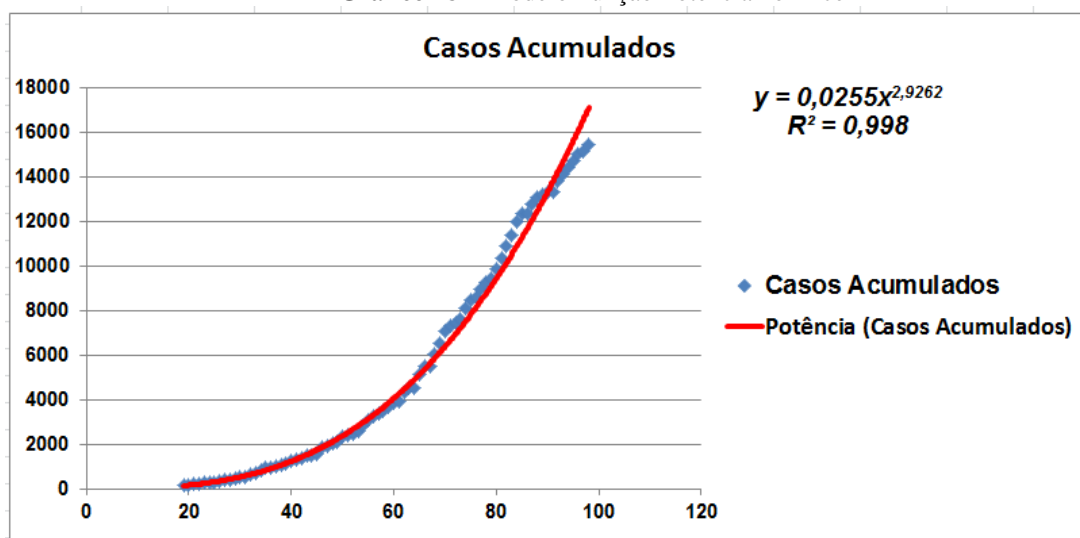
O modelo Matemático Polinomial do 3º grau representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 47), com um coeficiente de correlação  $R^2 = 0,9911$ .

### 3.5.4. Modelo Potência

De acordo com o software Excel, a linha de tendência potência é muito semelhante à curva exponencial, contudo só possui um arco mais simétrico. É comumente empregado para plotar medidas que aumentam a uma certa taxa. Uma linha de tendência potência não pode ser adicionada a um gráfico do Excel que contenha valores zero ou negativos.

Para a análise do modelo Matemático Potência, usa-se como base os dados referentes aos dias 20/04/2020 até o dia 11/07/2020, totalizando 81 dias consecutivos.

Gráfico 48 – Modelo Função Potência no Excel.



Fonte: próprio autor.

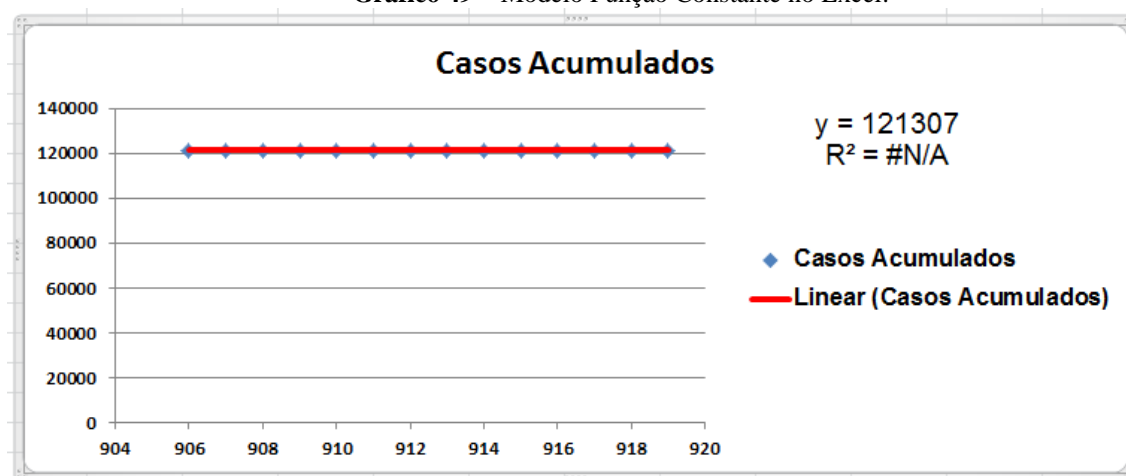
O modelo Matemático Potência representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 48), com um coeficiente de correlação  $R^2 = 0,998$ .

### 3.6. Modelo Constante

De acordo com o software Excel, uma linha de tendência constante é uma reta de melhor ajuste que é usada com conjunto de dados constantes. Como os pontos de dados são idênticos tem-se uma reta de linha constante. Observa-se que, uma linha de tendência constante mostra algo que apresenta os mesmos valores.

Para a análise do modelo Matemático Função Constante, emprega-se como base os dados referentes aos dias 02/10/2022 até o dia 15/10/2022, totalizando 14 dias consecutivos.

**Gráfico 49** – Modelo Função Constante no Excel.



Fonte: próprio autor.

O modelo Matemático Função Constante representou de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO (Gráfico 49), para modelo constante não temos o coeficiente de correlação  $R^2$ , pelo fato de todos os valores serem iguais.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, com o uso de funções matemáticas e recursos da ferramenta Excel, são apresentados modelos matemáticos capazes de, a partir de dados oficiais, realizar modelagem matemática dos casos confirmados de COVID-19 em Porto Velho-RO, com o emprego de regressões lineares e não lineares. A janela em estudo inclui período de 26 de maio de 2020 a 7 de março de 2023, totalizando 1062 dias consecutivos.

É importante ressaltar, adicionalmente, o caráter oscilante de novos casos devido as medidas de prevenção do contágio incluindo a vacinação. Apesar disso, todos os modelos matemáticos obtidos representaram de forma satisfatória os casos confirmados de COVID-19 na cidade de Porto Velho-RO.

Não menos importante, este trabalho evidencia a relevância do programa PROFMAT na qualificação de alto nível de professores no ensino básico em todo o Brasil.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Platto S, Wang Y, Zhou J, Carafoli E. **History of the COVID-19 pandemic: Origin, explosion, worldwide spreading**. Biochem Biophys Res Commun. 2021 Jan 29;538:14-23. DOI: 10.1016/j.bbrc.2020.10.087. Epub 2020 Nov 6.
- BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.
- MADRUGA, Z. E. F. **Modelagem Matemática: Um Método de Pesquisa Aplicado à Educação - Algumas Aplicações no Ensino e Aprendizagem da Disciplina de Matemática**. Revista de Educação Dom Alberto, n. 6, v. 1, ago./dez. 2014.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto. 2007.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática**. 2ª Ed. 2007.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto. 2002.
- MALHEIROS, A. P. S. **A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. 2004.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. 2001.
- VELOSO, E. A.; ARAÚJO, F. R. C. Um Estudo da Disseminação da Covid-19 no Brasil a partir do Método dos Mínimos Quadrados. Universidade Federal Rural Do Semi-Árido (UFERSA). 2021.
- DEMIDOVITCH, B. **Problemas e Exercícios Resolvidos de Análise Matemática**, 6ª edição. Editora Mir. Moscou. 1987.
- DANTE, Louiz Roberto. **Matemática, volume único: livro do professor**, 1ª ed. São Paulo, 2005.
- GONZALEZ, Leandro de Azevedo. **Regressão logística e Suas aplicações**, Universidade Federal do Maranhão-UFMA, TCC, 2018.
- IEZZI, Gelson *et al.* **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, 1977.
- LEITHOLD, L. **Cálculo com Geometria Analítica**. Volume II, 3ª edição. Editora HARBRA Ltda. São Paulo, 1994.

LEVINE, M. D. *et al.* **Estatística: teoria e aplicações**; 5ª Edição. tradução Teresa Cristina Padilha de Souza – Rio de Janeiro: LTC, 2008.

SILVA, Sebastião Medeiros [et al.]. **Matemática para os Cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis**. 3ª Edição. São Paulo: Atlas, 1988.

**Microsoft Excel**. Escolhendo a melhor linha de tendência para seus dados. Disponível em <https://support.microsoft.com/pt-br/office/escolhendo-a-melhor-linha-de-tend%C3%Aancia-para-seus-dados-1bb3c9e7-0280-45b5-9ab0-d0c93161daa8>. Acesso em 10/03/2023.

Secretaria de Saúde de Rondônia. Agência de Vigilância Sanitária – AGEVISA. **Sistema de Comando de Incidentes COVID-19 – Sala de Situação Integrada**. Disponível em: <https://rondonia.ro.gov.br/covid-19/noticias/relatorios-de-acoes-sci/>. Acesso em: 10/03/2023.

## ANEXO 1 – Planilha de Casos Acumulados de COVID-19 em Porto Velho

<b>Data</b>	<b>Dias</b>	<b>Casos Acumulados</b>			
			19/05/2020	46	1885
26/03/2020	1	5	20/05/2020	47	1924
27/03/2020	2	5	21/05/2020	48	2022
30/03/2020	3	6	22/05/2020	49	2094
31/03/2020	4	7	23/05/2020	50	2335
01/04/2020	5	7	24/05/2020	51	2415
02/04/2020	6	8	25/05/2020	52	2445
03/04/2020	7	8	26/05/2020	53	2594
06/04/2020	8	14	27/05/2020	54	2841
07/04/2020	9	19	28/05/2020	55	3105
08/04/2020	10	21	29/05/2020	56	3245
09/04/2020	11	23	30/05/2020	57	3361
10/04/2020	12	23	31/05/2020	58	3495
11/04/2020	13	25	01/06/2020	59	3678
12/04/2020	14	30	02/06/2020	60	3854
14/04/2020	15	49	03/06/2020	61	3917
15/04/2020	16	52	04/06/2020	62	4343
16/04/2020	17	58	05/06/2020	63	4545
17/04/2020	18	71	06/06/2020	64	4545
20/04/2020	19	135	07/06/2020	65	5161
20/04/2020	20	180	08/06/2020	66	5495
24/04/2020	21	207	09/06/2020	67	5495
25/04/2020	22	239	10/06/2020	68	6082
26/04/2020	23	260	11/06/2020	69	6566
27/04/2020	24	285	12/06/2020	70	7094
28/04/2020	25	310	13/06/2020	71	7306
29/04/2020	26	370	14/06/2020	72	7438
30/04/2020	27	400	15/06/2020	73	7643
01/05/2020	28	421	16/06/2020	74	8136
02/05/2020	29	473	17/06/2020	75	8469
03/05/2020	30	508	18/06/2020	76	8632
04/05/2020	31	546	19/06/2020	77	8948
05/05/2020	32	642	20/06/2020	78	9306
06/05/2020	33	710	21/06/2020	79	9440
07/05/2020	34	829	22/06/2020	80	9908
08/05/2020	35	932	23/06/2020	81	10344
09/05/2020	36	968	24/06/2020	82	10893
10/05/2020	37	991	25/06/2020	83	11435
11/05/2020	38	1077	26/06/2020	84	12041
12/05/2020	39	1109	27/06/2020	85	12350
13/05/2020	40	1238	28/06/2020	86	12406
14/05/2020	41	1295	29/06/2020	87	12795
15/05/2020	42	1375	30/06/2020	88	13133
16/05/2020	43	1474	01/07/2020	89	13241
17/05/2020	44	1509	02/07/2020	90	13332
18/05/2020	45	1580	03/07/2020	91	13373



04/07/2020	92	13847	22/08/2020	141	25772
05/07/2020	93	14119	23/08/2020	142	25959
06/07/2020	94	14420	24/08/2020	143	26044
07/07/2020	95	14727	25/08/2020	144	26130
08/07/2020	96	15030	26/08/2020	145	26294
09/07/2020	97	15189	27/08/2020	146	26546
10/07/2020	98	15473	28/08/2020	147	26621
11/07/2020	99	15614	29/08/2020	148	26648
12/07/2020	100	15656	30/08/2020	149	26744
13/07/2020	101	15801	31/08/2020	150	26868
14/07/2020	102	15963	01/09/2020	151	26951
15/07/2020	103	16051	02/09/2020	152	27139
16/07/2020	104	16501	03/09/2020	153	27183
17/07/2020	105	16894	04/09/2020	154	27313
18/07/2020	106	16894	05/09/2020	155	27523
19/07/2020	107	16894	06/09/2020	156	27646
20/07/2020	108	16894	07/09/2020	157	27695
21/07/2020	109	17291	08/09/2020	158	27791
22/07/2020	110	18973	09/09/2020	159	27859
23/07/2020	111	19754	10/09/2020	160	27975
24/07/2020	112	20122	11/09/2020	161	28126
25/07/2020	113	20569	12/09/2020	162	28288
26/07/2020	114	20675	13/09/2020	163	28330
27/07/2020	115	20772	14/09/2020	164	28389
28/07/2020	116	20906	15/09/2020	165	28447
29/07/2020	117	21273	16/09/2020	166	28585
30/07/2020	118	21679	17/09/2020	167	28853
31/07/2020	119	21946	18/09/2020	168	28967
01/08/2020	120	22160	19/09/2020	169	29057
02/08/2020	121	22344	20/09/2020	170	29154
03/08/2020	122	22381	21/09/2020	171	29262
04/08/2020	123	22747	22/09/2020	172	29340
05/08/2020	124	22986	23/09/2020	173	29550
06/08/2020	125	23185	24/09/2020	174	29624
07/08/2020	126	23346	25/09/2020	175	29668
08/08/2020	127	23624	26/09/2020	176	29744
09/08/2020	128	23698	27/09/2020	177	29919
10/08/2020	129	23828	28/09/2020	178	29937
11/08/2020	130	24166	29/09/2020	179	29937
12/08/2020	131	24287	30/09/2020	180	30007
13/08/2020	132	24480	01/10/2020	181	30173
14/08/2020	133	24736	02/10/2020	182	30286
15/08/2020	134	24877	03/10/2020	183	30301
16/08/2020	135	24969	04/10/2020	184	30315
17/08/2020	136	25006	05/10/2020	185	30338
18/08/2020	137	25197	06/10/2020	186	30420
19/08/2020	138	25347	07/10/2020	187	30454
20/08/2020	139	25471	08/10/2020	188	30469
21/08/2020	140	25574	09/10/2020	189	30536

10/10/2020	190	30666	28/11/2020	239	36864
11/10/2020	191	30754	29/11/2020	240	37653
12/10/2020	192	30772	30/11/2020	241	37701
13/10/2020	193	30786	01/12/2020	242	37782
14/10/2020	194	30864	02/12/2020	243	38049
15/10/2020	195	30997	03/12/2020	244	38253
16/10/2020	196	31070	04/12/2020	245	38382
17/10/2020	197	31124	05/12/2020	246	38640
18/10/2020	198	31124	06/12/2020	247	39036
19/10/2020	199	31270	07/12/2020	248	39145
20/10/2020	200	31296	08/12/2020	249	39318
21/10/2020	201	31432	09/12/2020	250	39526
22/10/2020	202	31550	10/12/2020	251	39741
23/10/2020	203	31677	11/12/2020	252	39925
24/10/2020	204	31884	12/12/2020	253	39991
25/10/2020	205	31984	13/12/2020	254	40263
26/10/2020	206	32009	14/12/2020	255	40286
27/10/2020	207	32189	15/12/2020	256	40527
28/10/2020	208	32296	16/12/2020	257	40649
29/10/2020	209	32296	17/12/2020	258	40853
30/10/2020	210	32555	18/12/2020	259	40966
31/10/2020	211	32713	19/12/2020	260	41215
01/11/2020	212	32906	20/12/2020	261	41324
02/11/2020	213	32955	21/12/2020	262	41477
03/11/2020	214	32955	22/12/2020	263	42130
04/11/2020	215	33095	23/12/2020	264	42397
05/11/2020	216	33269	24/12/2020	265	42568
06/11/2020	217	33373	25/12/2020	266	42688
07/11/2020	218	33523	26/12/2020	267	42817
08/11/2020	219	33762	27/12/2020	268	42850
09/11/2020	220	33816	28/12/2020	269	43077
10/11/2020	221	33907	29/12/2020	270	43219
11/11/2020	222	34122	30/12/2020	271	43448
12/11/2020	223	34301	31/12/2020	272	43593
13/11/2020	224	34544	01/01/2021	273	43668
14/11/2020	225	34847	02/01/2021	274	43668
15/11/2020	226	35016	03/01/2021	275	43668
16/11/2020	227	35156	04/01/2021	276	44098
17/11/2020	228	35213	05/01/2021	277	44206
18/11/2020	229	35464	06/01/2021	278	44294
19/11/2020	230	35703	07/01/2021	279	44515
20/11/2020	231	35906	08/01/2021	280	44578
21/11/2020	232	36132	09/01/2021	281	44673
22/11/2020	233	36318	10/01/2021	282	44813
23/11/2020	234	36478	11/01/2021	283	44933
24/11/2020	235	36642	12/01/2021	284	45125
25/11/2020	236	36642	13/01/2021	285	45342
26/11/2020	237	36864	14/01/2021	286	45577
27/11/2020	238	36864	15/01/2021	287	45711

16/01/2021	288	45926	06/03/2021	337	57387
17/01/2021	289	46200	07/03/2021	338	57628
18/01/2021	290	46367	08/03/2021	339	58152
19/01/2021	291	46405	09/03/2021	340	58411
20/01/2021	292	46443	10/03/2021	341	58971
21/01/2021	293	46724	11/03/2021	342	59526
22/01/2021	294	46892	12/03/2021	343	59803
23/01/2021	295	47233	13/03/2021	344	59838
24/01/2021	296	47527	14/03/2021	345	60165
25/01/2021	297	47688	15/03/2021	346	60775
26/01/2021	298	47814	16/03/2021	347	61512
27/01/2021	299	48239	17/03/2021	348	62210
28/01/2021	300	48349	18/03/2021	349	62536
29/01/2021	301	48465	19/03/2021	350	62845
30/01/2021	302	48721	20/03/2021	351	63162
31/01/2021	303	48987	21/03/2021	352	63565
01/02/2021	304	49125	22/03/2021	353	63995
02/02/2021	305	49165	23/03/2021	354	64354
03/02/2021	306	49380	24/03/2021	355	64578
04/02/2021	307	49593	25/03/2021	356	64815
05/02/2021	308	49858	26/03/2021	357	65051
06/02/2021	309	50169	27/03/2021	358	65415
07/02/2021	310	50316	28/03/2021	359	65755
08/02/2021	311	50651	29/03/2021	360	65915
09/02/2021	312	50841	30/03/2021	361	66107
10/02/2021	313	51138	31/03/2021	362	66601
11/02/2021	314	51320	01/04/2021	363	66668
12/02/2021	315	51478	02/04/2021	364	66866
13/02/2021	316	51583	03/04/2021	365	67089
14/02/2021	317	51863	04/04/2021	366	67101
15/02/2021	318	52078	05/04/2021	367	67213
16/02/2021	319	52297	06/04/2021	368	67669
17/02/2021	320	52678	07/04/2021	369	68193
18/02/2021	321	52811	08/04/2021	370	68654
19/02/2021	322	53062	09/04/2021	371	68981
20/02/2021	323	53237	10/04/2021	372	69188
21/02/2021	324	53497	11/04/2021	373	69413
22/02/2021	325	53724	12/04/2021	374	69643
23/02/2021	326	53859	13/04/2021	375	69797
24/02/2021	327	54328	14/04/2021	376	70061
25/02/2021	328	54578	15/04/2021	377	70283
26/02/2021	329	54773	16/04/2021	378	70874
27/02/2021	330	54933	17/04/2021	379	70913
28/02/2021	331	55413	18/04/2021	380	71190
01/03/2021	332	55765	19/04/2021	381	71327
02/03/2021	333	55992	20/04/2021	382	71480
03/03/2021	334	56357	21/04/2021	383	71775
04/03/2021	335	56840	22/04/2021	384	71874
05/03/2021	336	57095	23/04/2021	385	72037

24/04/2021	386	72361	12/06/2021	435	79527
25/04/2021	387	72484	13/06/2021	436	79799
26/04/2021	388	72512	14/06/2021	437	80180
27/04/2021	389	72562	15/06/2021	438	80394
28/04/2021	390	72735	16/06/2021	439	80900
29/04/2021	391	72735	17/06/2021	440	80967
30/04/2021	392	73175	18/06/2021	441	81321
01/05/2021	393	73304	19/06/2021	442	81361
02/05/2021	394	73357	20/06/2021	443	81644
03/05/2021	395	73380	21/06/2021	444	82068
04/05/2021	396	73561	22/06/2021	445	82216
05/05/2021	397	73633	23/06/2021	446	82264
06/05/2021	398	73943	24/06/2021	447	82389
07/05/2021	399	74755	25/06/2021	448	82510
08/05/2021	400	74861	26/06/2021	449	82565
09/05/2021	401	74900	27/06/2021	450	82647
10/05/2021	402	74923	28/06/2021	451	82695
11/05/2021	403	75064	29/06/2021	452	82624
12/05/2021	404	75308	30/06/2021	453	82707
13/05/2021	405	75582	01/07/2021	454	82740
14/05/2021	406	75444	02/07/2021	455	82697
15/05/2021	407	75637	03/07/2021	456	83351
16/05/2021	408	75722	04/07/2021	457	83368
17/05/2021	409	75722	05/07/2021	458	83476
18/05/2021	410	75832	06/07/2021	459	83513
19/05/2021	411	75902	07/07/2021	460	83845
20/05/2021	412	76181	08/07/2021	461	83776
21/05/2021	413	76273	09/07/2021	462	83897
22/05/2021	414	76317	10/07/2021	463	83954
23/05/2021	415	76529	11/07/2021	464	83969
24/05/2021	416	76782	12/07/2021	465	83981
25/05/2021	417	76846	13/07/2021	466	84008
26/05/2021	418	76916	14/07/2021	467	84262
27/05/2021	419	76992	15/07/2021	468	84276
28/05/2021	420	77141	16/07/2021	469	84489
29/05/2021	421	77258	17/07/2021	470	84511
30/05/2021	422	77258	18/07/2021	471	84517
31/05/2021	423	77264	19/07/2021	472	84541
01/06/2021	424	77442	20/07/2021	473	84541
02/06/2021	425	77749	21/07/2021	474	84540
03/06/2021	426	77995	22/07/2021	475	84480
04/06/2021	427	78196	23/07/2021	476	84505
05/06/2021	428	78231	24/07/2021	477	84514
06/06/2021	429	78295	25/07/2021	478	84542
07/06/2021	430	78310	26/07/2021	479	84588
08/06/2021	431	78310	27/07/2021	480	84879
09/06/2021	432	78554	28/07/2021	481	84818
10/06/2021	433	78779	29/07/2021	482	84906
11/06/2021	434	79332	30/07/2021	483	84933

31/07/2021	484	84933	18/09/2021	533	86283
01/08/2021	485	85086	19/09/2021	534	86291
02/08/2021	486	85117	20/09/2021	535	86291
03/08/2021	487	85145	21/09/2021	536	86296
04/08/2021	488	85209	22/09/2021	537	86306
05/08/2021	489	85256	23/09/2021	538	86313
06/08/2021	490	85312	24/09/2021	539	86317
07/08/2021	491	85470	25/09/2021	540	86497
08/08/2021	492	85474	26/09/2021	541	86499
09/08/2021	493	85536	27/09/2021	542	86499
10/08/2021	494	85583	28/09/2021	543	86503
11/08/2021	495	85586	29/09/2021	544	86589
12/08/2021	496	85500	30/09/2021	545	86593
13/08/2021	497	85513	06/10/2021	546	86621
14/08/2021	498	85629	07/10/2021	547	86728
15/08/2021	499	85632	08/10/2021	548	86782
16/08/2021	500	85544	09/10/2021	549	86783
17/08/2021	501	85762	10/10/2021	550	86792
18/08/2021	502	85778	11/10/2021	551	86810
19/08/2021	503	85833	12/10/2021	552	86827
20/08/2021	504	85856	13/10/2021	553	86874
21/08/2021	505	85856	14/10/2021	554	86874
22/08/2021	506	85856	16/10/2021	555	86965
23/08/2021	507	85856	17/10/2021	556	86968
24/08/2021	508	85944	18/10/2021	557	86978
25/08/2021	509	85996	19/10/2021	558	87019
26/08/2021	510	86018	20/10/2021	559	87046
27/08/2021	511	86018	21/10/2021	560	87079
28/08/2021	512	86048	22/10/2021	561	87096
29/08/2021	513	86051	23/10/2021	562	87103
30/08/2021	514	86111	24/10/2021	563	87143
31/08/2021	515	86133	25/10/2021	564	87166
01/09/2021	516	86147	26/10/2021	565	87183
02/09/2021	517	86174	27/10/2021	566	87198
03/09/2021	518	86197	28/10/2021	567	87220
04/09/2021	519	86202	29/10/2021	568	87253
05/09/2021	520	86205	30/10/2021	569	87264
06/09/2021	521	86214	31/10/2021	570	87285
07/09/2021	522	86237	01/11/2021	571	87317
08/09/2021	523	86237	02/11/2021	572	87321
09/09/2021	524	86237	03/11/2021	573	87365
10/09/2021	525	86237	04/11/2021	574	87371
11/09/2021	526	86244	05/11/2021	575	87462
12/09/2021	527	86245	06/11/2021	576	87468
13/09/2021	528	86246	07/11/2021	577	87523
14/09/2021	529	86247	08/11/2021	578	87524
15/09/2021	530	86257	09/11/2021	579	87565
16/09/2021	531	86263	10/11/2021	580	87581
17/09/2021	532	86274	11/11/2021	581	87652

12/11/2021	582	87671	31/12/2021	631	89006
13/11/2021	583	87672	01/01/2022	632	89006
14/11/2021	584	87731	02/01/2022	633	89006
15/11/2021	585	87738	03/01/2022	634	89006
16/11/2021	586	87763	04/01/2022	635	89029
17/11/2021	587	87779	05/01/2022	636	89029
18/11/2021	588	87881	06/01/2022	637	89055
19/11/2021	589	87923	07/01/2022	638	89077
20/11/2021	590	87936	08/01/2022	639	89084
21/11/2021	591	87955	09/01/2022	640	89093
22/11/2021	592	87972	10/01/2022	641	89095
23/11/2021	593	87983	11/01/2022	642	89136
24/11/2021	594	88059	12/01/2022	643	89187
25/11/2021	595	88170	13/01/2022	644	89284
26/11/2021	596	88187	14/01/2022	645	89601
27/11/2021	597	88236	15/01/2022	646	89954
28/11/2021	598	88325	16/01/2022	647	90367
29/11/2021	599	88339	17/01/2022	648	90524
30/11/2021	600	88362	18/01/2022	649	91279
01/12/2021	601	88362	19/01/2022	650	92203
02/12/2021	602	88531	20/01/2022	651	93049
03/12/2021	603	88643	21/01/2022	652	93624
04/12/2021	604	88667	22/01/2022	653	94509
05/12/2021	605	88667	23/01/2022	654	94929
06/12/2021	606	88773	24/01/2022	655	95282
07/12/2021	607	88823	25/01/2022	656	96248
08/12/2021	608	88842	26/01/2022	657	96248
09/12/2021	609	88857	27/01/2022	658	96248
10/12/2021	610	88857	28/01/2022	659	96248
11/12/2021	611	88857	29/01/2022	660	96248
12/12/2021	612	88857	30/01/2022	661	96248
13/12/2021	613	88857	31/01/2022	662	96248
14/12/2021	614	88857	01/02/2022	663	96248
15/12/2021	615	88857	02/02/2022	664	96248
16/12/2021	616	88857	03/02/2022	665	96248
17/12/2021	617	88857	04/02/2022	666	96248
18/12/2021	618	88920	05/02/2022	667	96248
19/12/2021	619	88920	06/02/2022	668	96248
20/12/2021	620	88949	07/02/2022	669	96248
21/12/2021	621	88963	08/02/2022	670	96248
22/12/2021	622	88963	09/02/2022	671	96248
23/12/2021	623	88963	10/02/2022	672	96248
24/12/2021	624	88984	11/02/2022	673	96248
25/12/2021	625	88984	12/02/2022	674	96248
26/12/2021	626	88984	13/02/2022	675	96248
27/12/2021	627	88984	14/02/2022	676	96248
28/12/2021	628	88996	15/02/2022	677	96248
29/12/2021	629	88996	16/02/2022	678	96248
30/12/2021	630	89006	17/02/2022	679	96682

18/02/2022	680	96980	08/04/2022	729	108474
19/02/2022	681	97066	09/04/2022	730	108524
20/02/2022	682	97071	10/04/2022	731	108714
21/02/2022	683	97263	11/04/2022	732	108826
22/02/2022	684	97515	12/04/2022	733	108949
23/02/2022	685	97601	13/04/2022	734	109119
24/02/2022	686	97906	14/04/2022	735	109342
25/02/2022	687	98390	15/04/2022	736	109574
26/02/2022	688	98408	16/04/2022	737	109582
27/02/2022	689	98601	17/04/2022	738	109582
28/02/2022	690	98602	18/04/2022	739	110245
01/03/2022	691	98605	19/04/2022	740	110333
02/03/2022	692	98767	20/04/2022	741	110470
03/03/2022	693	98934	21/04/2022	742	110843
04/03/2022	694	99162	22/04/2022	743	111553
05/03/2022	695	99586	23/04/2022	744	111794
06/03/2022	696	99854	24/04/2022	745	111871
07/03/2022	697	99871	25/04/2022	746	112101
08/03/2022	698	99920	26/04/2022	747	112224
09/03/2022	699	99920	27/04/2022	748	112417
10/03/2022	700	100141	28/04/2022	749	112454
11/03/2022	701	100232	29/04/2022	750	112456
12/03/2022	702	100232	30/04/2022	751	112457
13/03/2022	703	100233	01/05/2022	752	112457
14/03/2022	704	100270	02/05/2022	753	112457
15/03/2022	705	100277	03/05/2022	754	112470
16/03/2022	706	100510	04/05/2022	755	112500
17/03/2022	707	100900	05/05/2022	756	112507
18/03/2022	708	101318	06/05/2022	757	112535
19/03/2022	709	101735	07/05/2022	758	112539
20/03/2022	710	101809	08/05/2022	759	112539
21/03/2022	711	102010	09/05/2022	760	112542
22/03/2022	712	103137	10/05/2022	761	112543
23/03/2022	713	103137	11/05/2022	762	112549
24/03/2022	714	103746	12/05/2022	763	112553
25/03/2022	715	104688	13/05/2022	764	112598
26/03/2022	716	105388	14/05/2022	765	112598
27/03/2022	717	105513	15/05/2022	766	112678
28/03/2022	718	105513	16/05/2022	767	112722
29/03/2022	719	105807	17/05/2022	768	112726
30/03/2022	720	106194	18/05/2022	769	112727
31/03/2022	721	106567	19/05/2022	770	112727
01/04/2022	722	106922	20/05/2022	771	112735
02/04/2022	723	107400	21/05/2022	772	112738
03/04/2022	724	107622	22/05/2022	773	112738
04/04/2022	725	107740	23/05/2022	774	112741
05/04/2022	726	107828	24/05/2022	775	112741
06/04/2022	727	107856	25/05/2022	776	112790
07/04/2022	728	107856	26/05/2022	777	112790

27/05/2022	778	112790	15/07/2022	827	116650
28/05/2022	779	112790	16/07/2022	828	116668
29/05/2022	780	112796	17/07/2022	829	116875
30/05/2022	781	112798	18/07/2022	830	117044
31/05/2022	782	112799	19/07/2022	831	117413
01/06/2022	783	112812	20/07/2022	832	117526
02/06/2022	784	112812	21/07/2022	833	117643
03/06/2022	785	112823	22/07/2022	834	117765
04/06/2022	786	112828	23/07/2022	835	117791
05/06/2022	787	112828	24/07/2022	836	117808
06/06/2022	788	112829	25/07/2022	837	117912
07/06/2022	789	112865	26/07/2022	838	117953
08/06/2022	790	112960	27/07/2022	839	118050
09/06/2022	791	112964	28/07/2022	840	118116
10/06/2022	792	112964	29/07/2022	841	118149
11/06/2022	793	113068	30/07/2022	842	118164
12/06/2022	794	113121	31/07/2022	843	118165
13/06/2022	795	113125	01/08/2022	844	118167
14/06/2022	796	113138	02/08/2022	845	118376
15/06/2022	797	113140	03/08/2022	846	118526
16/06/2022	798	113140	04/08/2022	847	118665
17/06/2022	799	113169	05/08/2022	848	118884
18/06/2022	800	113172	06/08/2022	849	118953
19/06/2022	801	113335	07/08/2022	850	118991
20/06/2022	802	113346	08/08/2022	851	118993
21/06/2022	803	113365	09/08/2022	852	119151
22/06/2022	804	113372	10/08/2022	853	119152
23/06/2022	805	113373	11/08/2022	854	119272
24/06/2022	806	113379	12/08/2022	855	119384
25/06/2022	807	113418	13/08/2022	856	119438
26/06/2022	808	113419	14/08/2022	857	119448
27/06/2022	809	113422	15/08/2022	858	119543
28/06/2022	810	113518	16/08/2022	859	119661
29/06/2022	811	114027	17/08/2022	860	119841
30/06/2022	812	114068	18/08/2022	861	120101
01/07/2022	813	114124	19/08/2022	862	120238
02/07/2022	814	114131	20/08/2022	863	120306
03/07/2022	815	114131	21/08/2022	864	120306
04/07/2022	816	114570	22/08/2022	865	120440
05/07/2022	817	114663	23/08/2022	866	120498
06/07/2022	818	114781	24/08/2022	867	120632
07/07/2022	819	114934	25/08/2022	868	120700
08/07/2022	820	115197	26/08/2022	869	120826
09/07/2022	821	115581	27/08/2022	870	120826
10/07/2022	822	115677	28/08/2022	871	120826
11/07/2022	823	115959	29/08/2022	872	120828
12/07/2022	824	116208	30/08/2022	873	120829
13/07/2022	825	116447	31/08/2022	874	120829
14/07/2022	826	116645	01/09/2022	875	120832



02/09/2022	876	120832	21/10/2022	925	121459
03/09/2022	877	120834	22/10/2022	926	121606
04/09/2022	878	120834	23/10/2022	927	121606
05/09/2022	879	120835	24/10/2022	928	121606
06/09/2022	880	120835	25/10/2022	929	121606
07/09/2022	881	120835	26/10/2022	930	121606
08/09/2022	882	120835	27/10/2022	931	121606
09/09/2022	883	120837	28/10/2022	932	121606
10/09/2022	884	120838	29/10/2022	933	121606
11/09/2022	885	120839	30/10/2022	934	121606
12/09/2022	886	120839	31/10/2022	935	121606
13/09/2022	887	120875	01/11/2022	936	121607
14/09/2022	888	120922	02/11/2022	937	121607
15/09/2022	889	120998	03/11/2022	938	121607
16/09/2022	890	120999	04/11/2022	939	121607
17/09/2022	891	121039	05/11/2022	940	121608
18/09/2022	892	121039	06/11/2022	941	121608
19/09/2022	893	121059	07/11/2022	942	121607
20/09/2022	894	121114	08/11/2022	943	121608
21/09/2022	895	121208	09/11/2022	944	121602
22/09/2022	896	121227	10/11/2022	945	121688
23/09/2022	897	121237	11/11/2022	946	121792
24/09/2022	898	121237	12/11/2022	947	121822
25/09/2022	899	121237	13/11/2022	948	121773
26/09/2022	900	121237	14/11/2022	949	121811
27/09/2022	901	121237	15/11/2022	950	121811
28/09/2022	902	121237	16/11/2022	951	121811
29/09/2022	903	121240	17/11/2022	952	121837
30/09/2022	904	121301	18/11/2022	953	121884
01/10/2022	905	121306	19/11/2022	954	121943
02/10/2022	906	121307	20/11/2022	955	121943
03/10/2022	907	121307	21/11/2022	956	121943
04/10/2022	908	121307	22/11/2022	957	121966
05/10/2022	909	121307	23/11/2022	958	122104
06/10/2022	910	121307	24/11/2022	959	122219
07/10/2022	911	121307	25/11/2022	960	122311
08/10/2022	912	121307	26/11/2022	961	122347
09/10/2022	913	121307	27/11/2022	962	122347
10/10/2022	914	121307	28/11/2022	963	122347
11/10/2022	915	121307	29/11/2022	964	122347
12/10/2022	916	121307	30/11/2022	965	122347
13/10/2022	917	121307	01/12/2022	966	122426
14/10/2022	918	121307	02/12/2022	967	122425
15/10/2022	919	121307	03/12/2022	968	122445
16/10/2022	920	121307	04/12/2022	969	122447
17/10/2022	921	121429	05/12/2022	970	122450
18/10/2022	922	121429	06/12/2022	971	122554
19/10/2022	923	121429	07/12/2022	972	122615
20/10/2022	924	121429	08/12/2022	973	122639

09/12/2022	974	122639	27/01/2023	1023	127275
10/12/2022	975	122641	28/01/2023	1024	127355
11/12/2022	976	122641	29/01/2023	1025	127355
12/12/2022	977	122731	30/01/2023	1026	128284
13/12/2022	978	122820	31/01/2023	1027	128369
14/12/2022	979	123022	01/02/2023	1028	128449
15/12/2022	980	123201	02/02/2023	1029	128474
16/12/2022	981	123340	03/02/2023	1030	128478
17/12/2022	982	123472	04/02/2023	1031	128637
18/12/2022	983	123474	05/02/2023	1032	128637
19/12/2022	984	123557	06/02/2023	1033	128615
20/12/2022	985	123736	07/02/2023	1034	128617
21/12/2022	986	123767	08/02/2023	1035	128617
22/12/2022	987	123865	09/02/2023	1036	128620
23/12/2022	988	123935	10/02/2023	1037	128669
24/12/2022	989	123936	11/02/2023	1038	128696
25/12/2022	990	123945	12/02/2023	1039	128696
26/12/2022	991	123985	13/02/2023	1040	128717
27/12/2022	992	123985	14/02/2023	1041	128745
28/12/2022	993	124242	15/02/2023	1042	128747
29/12/2022	994	124883	16/02/2023	1043	128721
30/12/2022	995	125063	17/02/2023	1044	128761
31/12/2022	996	125178	18/02/2023	1045	128764
01/01/2023	997	125240	19/02/2023	1046	128764
02/01/2023	998	125355	20/02/2023	1047	128764
03/01/2023	999	125365	21/02/2023	1048	128764
04/01/2023	1000	125562	22/02/2023	1049	128764
05/01/2023	1001	125619	23/02/2023	1050	128762
06/01/2023	1002	125691	24/02/2023	1051	128764
07/01/2023	1003	125847	25/02/2023	1052	128768
08/01/2023	1004	125890	26/02/2023	1053	128768
09/01/2023	1005	125927	27/02/2023	1054	128768
10/01/2023	1006	125890	28/02/2023	1055	128768
11/01/2023	1007	126054	01/03/2023	1056	128817
12/01/2023	1008	126335	02/03/2023	1057	128881
13/01/2023	1009	126384	03/03/2023	1058	128884
14/01/2023	1010	126416	04/03/2023	1059	128905
15/01/2023	1011	126415	05/03/2023	1060	128953
16/01/2023	1012	126428	06/03/2023	1061	129057
17/01/2023	1013	126477	07/03/2023	1062	129107
18/01/2023	1014	126594			
19/01/2023	1015	126596			
20/01/2023	1016	126594			
21/01/2023	1017	126623			
22/01/2023	1018	126626			
23/01/2023	1019	126653			
24/01/2023	1020	126659			
25/01/2023	1021	127005			
26/01/2023	1022	127117			