UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

USO DO PBL NO ENSINO DE GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL

RAIMUNDO JORGE DA COSTA JÚNIOR

Maceió, abril de 2021

Instituto de Matemática

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT

USO DO PBL NO ENSINO DE GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL

RAIMUNDO JORGE DA COSTA JÚNIOR

Maceió-AL, 16 de abril de 2021.

RAIMUNDO JORGE DA COSTA JÚNIOR

USO DO PBL NO ENSINO DE GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, do Instituto de Matemática da Universidade de Alagoas, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa

Maceió

2021

Catalogação na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico
Bibliotecário: Marcelino de Carvalho Freitas Neto – CRB-4 – 1767

C837u Costa Júnior, Raimundo Jorge da.
Uso do PBL no ensino de geometria do ensino fundamental / Raimundo Jorge da Costa Júnior. - 2021.
68 f. : il.

Orientador: Isnaldo Isaac Barbosa.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Instituto de Matemática. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2021.

Bibliografia: f. 67-68.

1. Aprendizagem baseada em problemas. 2. Metodologias ativas. 3. Geometria - Estudo e ensino. 4. Ensino fundamental. 5. Educação de jovens e adultos. I. Título.

CDU: 372.851.4

Folha de Aprovação

RAIMUNDO JORGE DA COSTA JUNIOR

Uso do PBL no Ensino de Geometria no Ensino Fundamental II

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 16 de abril de 2021.

Isnaldo Isaac Barbosa

Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa - UFAL (Orientador)

Isnaldo Isaac Barbosa
MAT. / SIAPE Nº 2647637
Diretor do IM

Documento assinado digitalmente
Isnaldo Isaac Barbosa
Data: 14/06/2021 22:45:35-0300
CPF: 058.861.214-63
Verifique em https://verificador.iti.br

Banca Examinadora:

Vanio Fragoso de Melo

Prof. Dr. Vanio Fragoso de Melo – UFAL (Examinador Interno)

Ailton Campos do Nascimento

Prof. Dr. Ailton Campos do Nascimento - UFC (Examinador Externo)

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço a Deus, força maior que me deu os talentos e a força necessária para estudar, desenvolver-me e a partir do conhecimento adquirido contribuir para a sociedade como um todo, sempre com o objetivo principal de colaborar com a vida de meus semelhantes

Agradeço especialmente à toda minha família, meus filhos: Arthur e Alissa, que são a mola propulsora para que eu procure ser um ser humano melhor a cada dia; minha mãe, o maior exemplo de mulher guerreira e de ser humano que poderia ter em minha vida; meu pai (in memorian), que juntos formaram a base principal da minha educação e me mostraram todos os valores que tenho hoje, a vocês, minha eterna gratidão. Meus irmãos: Sophia, Lucas e Karen, por todo o apoio que sempre me deram em todos os projetos que abracei em minha vida, e, principalmente, a Lucas, pois além de tudo ainda tem sido meu grande amigo e conselheiro. Enfim, a todos vocês, a quem amo muito e tenho muito a agradecer.

A uma pessoa, que infelizmente teve que partir ainda muito jovem, mas que, se assim não fosse, teria me ajudado muito e estaria muito feliz com minha vitória, minha prima/irmã Luana, que mesmo não estando em corpo, sua presença e espírito sempre estiveram comigo, ajudaram-me e fortaleceram-me em cada etapa da minha vida.

A todos os professores que passaram por minha vida, a quem devoto meu respeito e admiração e a todos os que me ajudaram nessa etapa tão importante que foi o PROFMAT. Em especial ao professor Dr. Isnaldo Isaque, que foi muito mais que um professor, foi um amigo e um grande incentivador. Agradeço toda a sua dedicação, desde o primeiro período, passando pelo processo de preparação para o ENQ e culminando com a brilhante orientação em minha dissertação, que certamente ainda seria uma ideia se não fosse por você. Não sei quantificar toda a admiração e o respeito, muito menos a importância que o senhor tem nesse novo grau que agora alcanço. MUITO OBRIGADO, PROFESSOR!

Aos meus colegas de curso, sempre tão dedicados e companheiros nesses dois anos, aqueles que chegam à nova titulação e aqueles que por algum motivo não atingiram dessa vez, mas certamente logo chegarão. Em especial, a vocês: Flávio, Allany, Rafael, Lindbergh e Adelson, que sempre foram companheiros e solidários durante essa jornada. Novos amigos que a UFAL me presenteou.

A todos os meus amigos e amigas, seria uma lista muito longa, então citarei apenas: Maria Clara, Taize da Conceição e Roberta Beatriz, que aguentaram minhas

reclamações, incentivaram-me e vibraram com cada sucesso nessa caminhada. Sou muito grato a cada uma de vocês, pois são parte desse momento.

Sem a Matemática, seríamos apenas mais um elemento no vasto universo. Ela nos revela os nano segmentos que mantém o delicado equilíbrio em tudo o que nos cerca, ao passo que também nos permite enxergar toda a magnitude da divina criação.

(*Raimundo Costa Jr.)*

RESUMO

A presente pesquisa apresenta um estudo sobre o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas na disciplina de Matemática e, mais especificamente, em aulas de Geometria entre alunos do Ensino Fundamental, tanto na modalidade regular quanto na Educação de Jovens e Adultos, a partir da observação da pequena identificação dos alunos com a disciplina de Matemática nessa etapa de sua formação. Para tanto, foi realizada uma fundamentação histórica e filosófica acerca da Aprendizagem Baseada em Problemas que sustentam seu uso em diversas áreas profissionais, e acerca de sua aplicação na área da Matemática. Para alicerçar a formatação de uma proposta pedagógica para cada uma das modalidades de ensino citadas, foi realizada uma análise e avaliação dos documentos que regem a educação brasileira, dos livros didáticos atualmente adotados e das ementas das disciplinas relacionadas em cursos de licenciatura em matemática, bem como uma comparação entre eles. O trabalho culmina com a apresentação das sequências pedagógicas, sendo apresentadas em três etapas: na primeira, explica-se a utilização da metodologia e nas duas etapas seguintes são demonstradas propostas concretas, específicas e detalhadas da metodologia; uma para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, modalidade regular e a outra para alunos da Educação de Jovens e Adultos, no primeiro ciclo.

Palavras chave: Aprendizagem Baseada em Problemas. ABP. PBL. Metodologias ativas. Ensino de Geometria. Ensino Fundamental. Educação de Jovens e Adultos.

ABSTRACT

The research presents a study about the use of the Problem Based Learning in Maths subject and more specifically, in Geometry classes between elementary students, both regular study and education of young people and adults, from the observation of little interest in maths subject by the students during such levels. For this purpose a historic and philosophic foundation was done, upholding its use in many maths areas.To underpin the layout of a pedagogical proposition for each teaching method mentioned, there was an analysis and evaluation of the documents that rule the Brazilian education, in textbooks adopted currently including the menus of the subjects related in maths degree courses, as an comparison between them. The work culminates with the presentation of the pedagogic sequences, presented in three parts, first in an explanatory way of the use of the methodology in general way, and in the next two steps with concrete propositions, specific and detailed, one for the seventh grade elementary school, regular study, and the other one for young people and adults education in primary cycle.

Keywords: Problem Based Learning. ABP. PBL. Active Methodologies. Teaching of Geometry. Elementary School. Young People and Adults Education.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

Em todo o tempo em que leciono Matemática, verifiquei diversas dificuldades para despertar o interesse do aluno quanto ao conteúdo lecionado, principalmente pela sensação de abstração que eles sentiam quanto ao que lhes era apresentado. Embora essa falta de interesse seja perceptível em todos os campos da Matemática, na geometria ela é ainda mais perceptível, mesmo sendo essa uma das áreas mais concretas e palpáveis da disciplina. Ao ingressar no curso de mestrado, essa área já me surgia como uma possibilidade de estudo, tendo em vista a necessidade de apresentar algum tipo de contribuição que pudesse facilitar a vida de professores e alunos e promover um processo de aprendizagem mais natural, dinâmico e eficaz.

É perceptível que durante a educação infantil e até nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos se aproximam da Matemática de forma geral e seu ensino é algo mais natural e inclusive interessante. O distanciamento da disciplina é mais perceptível a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, provavelmente pelo fato de a tratarmos como algo mais abstrato e diametralmente oposto ao que era ensinado nas etapas iniciais, nas quais o conhecimento era obtido de forma prática e a partir de atividades lúdicas, jogos e projetos que partiam de uma situação concreta até a obtenção da aprendizagem das técnicas e procedimentos propriamente ditos. Podemos citar como exemplo o estudo das frações, no qual a criança tem contato com a divisão de pizzas, frutas e objetos que fazem parte do seu dia a dia, para que só então lhes seja apresentado o conceito matemático de fração. Outro exemplo seria o processo de aprendizagem das operações com a noção intuitiva de somar quantidades iguais ou dividir em quantidades iguais objetos que eles possuem e têm ao alcance dos olhos e das mãos.

Ao chegar aos anos finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio, o estudo de Matemática ganha contornos muito abstratos, tendo como foco principal utilizar métodos e fórmulas para solucionar problemas e fazer uso em situações e áreas distantes da realidade prática, social e por vezes geográfica do aluno, fazendo com que ele perca a ligação, a identificação com a Matemática como a ciência viva e transformadora que de fato ela é. Esse corte abrupto leva ao afastamento, ao desinteresse e posteriormente a uma antipatia em relação à disciplina, criando a tão fadada ideia da dificuldade e de aprender Matemática.

A partir dessa problemática, percebi a importância da retomada desse tipo de aprendizagem em etapas posteriores a essas modalidades de ensino, a fim de não interromper essa relação já existente. Necessidade de buscar metodologias que facilitassem o aprendizado e que, principalmente, pudessem manter a identificação e a proximidade entre alunos, professores e a Matemática.

1.2 Descrição do Trabalho

Ao pesquisar sobre as diversas metodologias, utilizadas ou não em sala de aula, pude conhecer o PBL (Problem Based Learning) ou Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) em sua tradução. A compreensão da metodologia, de suas bases e de sua aplicação em diversos outros cursos, despertou o questionamento sobre sua utilização e sua eficácia no âmbito da Matemática, mais especificamente da geometria.

A pesquisa decorrida em função deste questionamento deu suporte para a elaboração de um estudo acerca do panorama atual da educação brasileira em Matemática, seus documentos norteadores e a formação do professor; e culminou com a criação de um projeto de sequência pedagógica a ser utilizada em sala de aula.

Na parte inicial deste artigo, foi feita uma pesquisa histórica sobre o embasamento científico, filosófico e didático quanto à proposição do uso do PBL e sua aprovação, desde os primórdios da filosofia, chegando aos grandes pilares que sustentam seu uso em sala de aula, Dewey e Bruner, grandes pensadores do século XX. O levantamento histórico passa ainda pelas primeiras faculdades e primeiros cursos que fizeram uso da metodologia, nas quais ela foi e é mais largamente utilizada; e pela constatação de seu pouco uso na área da Matemática.

Nessa pesquisa também foram levadas em consideração outras metodologias que tivessem alguma similaridade com o PBL, como a sala de aula invertida e a etnomatemática, sendo destacadas além das semelhanças, suas diferenças e como elas são utilizadas em sala de aula; o que pode simbolizar um possível sucesso do uso do PBL. Ainda como efeito de comparação, destacamos o livro de George Pollya, *A arte de resolver problemas*, cujos pilares e técnicas têm muito a ver com as utilizados no método que queremos estudar.

Concluída a parte de pesquisas históricas, que dão sustentação ao seu uso em sala de aula, o próximo passo foi fazer uma análise e traçar um panorama do modelo de ensino nos cursos de licenciatura em Matemática, dos livros didáticos utilizados em sala de aula, dos documentos norteadores da educação brasileira (PCN´s e BNCC) e fazer um comparativo em relação às metodologias e orientações observadas em cada um destes, observando-se uma clara discrepância quanto às orientações e principais objetivos em cada um deles, fato esse que acaba sendo um grande problema para professores recém-formados e um grande entrave no desenvolvimento do processo de aprendizagem de forma geral.

Enquanto os cursos de licenciatura apresentam uma preocupação maior com o conhecimento teórico, científico, muitas vezes abstrato e com suas aplicações em outros campos; os documentos norteadores apresentam uma clara indicação do aproveitamento do conhecimento não acadêmico e sua construção para obtenção deste, ou seja, colocam o aluno como protagonista na construção de seu saber. Nesse artigo tomei ainda o direito que propor algumas alterações na grade curricular e nas ementas dos cursos de licenciatura.

Na parte final deste artigo apresentamos o produto de todo o estudo, inicialmente uma proposta de sequência metodológica genérica acerca do uso da PBL em salas de aula de forma geral, independentemente da modalidade de ensino e do nível em que o aluno se encontra, apresentando o passo a passo da metodologia, como utilizar, os objetivos de cada etapa e as principais recomendações e precauções que o professor deve ter ao utilizá-la, inclusive as possíveis dificuldades que ele pode enfrentar durante a execução.

A PBL parte da premissa de que o aluno tem muito mais facilidade e principalmente interesse em aprender algo que lhe seja concreto e que ele possa utilizar em sua vida cotidiana. Assim sendo, nossa a proposta é apresentar problemas simples e concretos que podem ser resolvidos com relativa facilidade, porém que utilizam conceitos que eles ainda não estudaram, para que a partir desse desafio, esses alunos separados em grupos, possam discutir estratégias para solucionar tais problemas, conseguindo alcançar uma resposta satisfatória ou não para a situação proposta no início. É importante salientar que nem sempre as estratégias serão capazes de solucionar o problema e que mesmo assim isso representa um aprendizado, pois ocorreu construção do conhecimento de forma independente. É necessário ainda que estas soluções sejam avaliadas pelo professor em um último estágio, no qual ele apresentará a solução mais prática e traçará paralelos entre o que os alunos apresentaram, a forma de resolver e o conhecimento teórico e axiomático.

Como essa dissertação tem foco no Ensino Fundamental em seus anos finais, tanto no ensino regular quanto na educação de jovens e adultos, foram elaboradas duas sequências específicas, uma para cada uma das modalidade, escolhendo os conteúdos dentro do programado para essas modalidades.

Apresentarei quatro propostas de projetos elaborados para o ensino regular, na modalidade de ensino regular anos finais e o respectivo ciclo do EJA. No primeiro projeto o foco foram os alunos do sexto ao nono ano. No primeiro projeto voltado aos alunos do sexto ano, selecionamos um problema que envolve o perímetro de figuras planas, no qual iremos propor a grupos de 5 alunos a necessidade de cercar um terreno para o cultivo de uma horta.

No segundo projeto, teremos como foco alunos do sétimo ano e o conteúdo escolhido foi o cálculo da área das principais figuras planas. O problema proposto foi a necessidade de pintar um muro que faça parte do próprio prédio da escola, em que grupos de 5 alunos deverão medir as dimensões do muro, determinar sua área a partir apenas do conhecimento sobre metro quadrado em função de um quadrado de lado 1 m e determinar a quantidade de tinta e o valor que deverá ser investido para sua realização.

Para o projeto dos alunos do oitavo ano, também divididos em grupos de 5 alunos, o problema sugerido foi o da construção de uma cisterna em um terreno localizado dentro da própria escola com uma profundidade determinada e com algumas especificações quanto à distância entre suas bordas e as construções no entorno. Aqui o aluno deverá calcular o volume de água que será armazenado a partir do conceito de metro cúbico em função do volume de um cubo de 1 m de aresta e da relação entre 1 decímetro cúbico e 1 m.

No último projeto, voltado para alunos do 9º ano, o conteúdo escolhido foi o de escalas, no qual grupos de 5 alunos deverão fazer a planta baixa de um dos pátios da escola, mantendo a proporcionalidade entre as dimensões dos espaços reais e uma relação fixa entre esses espaços reais e seus respectivos desenhos.

Por fim, apresentarei uma situação simulada, quanto a realização do projeto 2, numa escola hipotética, por um professor fictício com alunos igualmente fictícios. Porém abordando situações reais e prováveis que esses deverão se deparar durante a realização da atividade. É válido ressaltar que a referida simulação é uma tentativa de suprir a realização das atividades de forma concreta, uma vez que estas ficaram impossibilitadas de serem realizadas em função do quadro de pandemia apresentado em nosso país durante a elaboração dessa dissertação.

2. APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS – PROBLEM BASED LEARNING (PBL)

2.1. História Geral e no Brasil

A Aprendizagem Baseada em Problemas é uma técnica que pode ajudar a solucionar alguns dos principais problemas encontrados pelos professores de Matemática, principalmente no que se refere à falta de interesse por parte dos alunos, em especial a interpretação abstrata dada à Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e inclusive nos cursos de graduação. Esta técnica é bastante antiga, no século V a. C., Confúcio já fazia uso com seus discípulos de Filosofia, como citado por (NOGUEIRA, 2017, p. 12), em *Os Anacletos de Confúcio*: “ele só ajudava seus discípulos, depois que eles pensavam em determinado tema ou pergunta, tentavam resolver e não conseguiam encontrar as respostas”.

O PBL baseia-se exatamente nessa premissa de estimular aos alunos a discutir, formular e encontrar respostas para um problema cotidiano proposto pelo professor. Após esse processo é que o professor irá avaliar as respostas, intervir e a partir daí expor o fundamento matemático utilizado na resolução do referido problema anteriormente proposto. Esse método, portanto, atende a diversas proposições de ensino abordados atualmente como a Etnomatemática, aula invertida, entre outros que abordaremos mais à frente. Entretanto, podemos verificar que técnicas de ensino nesse sentido eram propostos já no século XVII, como por Comenius, que escreveu “Os professores devem se preocupar em ensinar menos, e os alunos em aprender mais” (NOGUEIRA, 2017, p.13).

Tais afirmações partem da premissa de que o ser humano de forma geral traz consigo conhecimentos práticos que surgem anteriormente ao conhecimento acadêmico, ou seja, pela observação do mundo à sua volta é possível adquirir fundamentos práticos cujo aproveitamento é de fundamental importância para o sucesso no processo de ensino aprendizagem da Matemática.

A primeira universidade a utilizar o PBL foi a de Harvard, logo após a Segunda Guerra Mundial, por James Conant em suas aulas de química e, por volta de 1870, a Escola de Direito de Harvard (MENEZES, 2009). Entretanto, foi na Medicina que encontrou seu maior espaço. A primeira a utilizar foi a Universidade MCMaster no Canadá no ano de 1969, neste mesmo ano, a faculdade Maastricht, na Holanda, o implementou. A partir desse ano, diversas universidades de Medicina ao redor do mundo passaram a utilizar tal ferramenta em seus planos pedagógicos. Sua disseminação na área de Medicina não se deu por acaso, era muito mais fácil fazer os graduandos entenderem as técnicas de diagnóstico a partir de quadros observados em pacientes ou em situações problemas determinadas pelos professores.

No Brasil, a primeira faculdade a utilizar a técnica foi a Faculdade de Medicina de Marília (FAMEMA), na década de 90, como pode ser lido em *Concepções sobre a aprendizagem baseada em problemas: um estudo de caso na Famema* de Magali Aparecida Alves de Moraes e Eduardo José Manzini. Atualmente, dezenas de faculdades e universidades de Medicina fazem uso do PBL em seus cursos, entre elas a Faculdade de Medicina da Universidade Federal de Alagoas (UFAL), no campus Arapiraca. Entretanto, sua aplicação nos cursos de licenciatura em Matemática ainda é muito pouco explorada, restringindo-se principalmente a disciplinas de estágio e projetos integradores. Voltaremos a explorar esse tema de forma mais aprofundada em uma outra seção.

Os pilares da aprendizagem baseada em problemas estão alicerçados nas ideias e concepções do psicólogo Jerome Bruner (1915-2016) conhecido como o pai da psicologia cognitiva e do filósofo John Dewey (1859-1952). Ambos já preconizavam a eficiência da aprendizagem obtida a partir da observação de situações reais, conforme Schmidt (1993).

As raízes da aprendizagem baseada em problemas podem ser encontradas em Dewey (1929), num apelo à promoção da aprendizagem independente em crianças. E na noção de Bruner (1959-1971) da motivação intrínseca como força interna que leva as pessoas a saber mais sobre seu mundo (SCHMIDT, 1993, p. 243).

Diversos pensamentos podem ser observados na abordagem dos autores citados, talvez o mais importante é que a aprendizagem se dá mais eficientemente quando os alunos são estimulados a partir da provocação, da curiosidade e da percepção desta a partir de uma situação concreta em sua vida, ou seja, da construção do próprio conhecimento, sentindo-se parte do processo e mais que isso, sendo o protagonista do próprio conhecimento.

É válido lembrar, ainda, que selecionamos aquilo que desejamos aprender através de uma escala de importância e de interesse, em ambos os casos o uso da PBL é de suma importância, pois é comum darmos mais importância a informações que estejam mais práticas; de uma forma mais popular, aquela informação que julgamos ser útil para alguma coisa em nossas vidas.

Quanto ao despertar do interesse, é muito mais fácil percebê-lo quando não recebemos tudo pronto, quando nos sentimos desafiados a construir ou apresentar um plano de solução a partir de nossas próprias capacidades e não por um instrumento, passo a passo ou receita previamente apresentada, desconexa do mundo. O simples fato de repetir passos é monótono e não desperta a curiosidade, que é essencial para criatividade e consequentemente para a formação crítica e para o desenvolvimento do pensamento lógico.

2.2. Livro Polya

A Aprendizagem Baseada em Problemas também encontra sustentação em outros autores como no húngaro George Polya, que defende em seu trabalho, especialmente no livro *A Arte de Resolver Problemas*, uma relação essencial entre o aprendizado e a natureza do ser humano em solucionar problemas práticos, de modo a despertar uma vontade de aprender para uma aplicação prática e útil em sua vida.

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1995, p. 5).

Para Polya, deve existir dois objetivos que o professor deve ter em vista se deseja despertar- nos alunos a capacidade de resolver problemas: inicialmente uma sugestão ou uma indagação que os faça sentirem-se capazes de resolver o problema, e, posteriormente, incutir neles a ideia de que são capazes de solucionar outros problemas que surjam futuramente, sem a necessidade de que lhes seja apresentada a sugestão ou indagação propostas inicialmente.

> O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporciona-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar (Polya, 1995, p.3).

Ainda em seu livro*, A Arte de Resolver Problemas*, George Polya divide as etapas para a solução de um problema de modo bem parecido com a estruturação observada na Aprendizagem Baseada em Problemas, como veremos na secção 4.1 dessa dissertação. Polya estrutura as etapas de resolução de problemas da seguinte maneira:

1 – Compreender o problema;
2 – Estabelecer um plano;
3 – Executar o plano;
4 – Retrospecto do plano.

Compreenderemos melhor cada etapa da metodologia de Polya para a solução de um problema a partir da tabela a seguir.

Tabela 1 - Passos de polya para a solução de problemas

Passos	Descrição
Compreender o problema	Antes de começarmos a resolver um problema, precisamos compreendê-lo. Para isso, é importante lê-lo atentamente e responder a questões como: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? Elas são suficientes para determinar a incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias? Ou seja, para que exista uma boa compreensão do problema são necessários: • Entendimento do enunciado do problema, ou seja, o estudante deve entender tudo o que foi escrito ou dito e conseguir

	reescrever com suas próprias palavras; • Conseguir identificar os dados do problema; • Observar se as informações são suficientes; • Encontrar objetivos, ou melhor, saber onde chegar;
Estabelecer um plano	Nesta etapa deve-se encontrar: • A conexão entre os dados e a incógnita; • Considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata; • E por fim, estabelecer um plano de resolução a partir das condições do problema. Temos um plano quando conhecemos, pelo menos de modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. A melhor coisa que um professor pode fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa.

Executar o plano	A Execução de um Plano, a ideia da resolução, não é fácil. Para conseguir é preciso conhecimentos sobre o assunto, paciência e concentração no objetivo. Seguem alguns requisitos que ajudarão nessa tarefa: • Examinar os detalhes e dados do problema; • Utilizar diferentes estratégias, realizando detalhadamente as operações algébricas e geométricas; • Conceder o tempo suficiente; • Recomeçar sempre que preciso; • Verificar se todo processo está correto.
Retrospecto do plano	O Retrospecto deve acontecer de forma a consolidar e aperfeiçoar a resolução dos problemas. O estudante precisa aprender que todo problema poderá contribuir com sua aprendizagem e que toda resolução poderá ser melhorada. Seguem alguns requisitos: • Verificar se o problema está realmente correto considerando refazer todas as operações já executadas; • Analisar outros possíveis caminhos para as soluções;

	Relações com outros problemas; • Melhorar as soluções dos problemas sempre que possível.

Fonte: adaptado de Polya. 1995

Na seção 4.1, perceberemos que os passos sugeridos por Polya são muito semelhantes à sequência utilizada na PBL para a solução de problemas

2.3. Exercícios x Problemas

Outra discussão bastante pertinente quando nos referimos ao ensino de Matemática e mais precisamente quando tratamos do uso de problemas no processo de aprendizagem é a diferenciação entre exercício e problema, pois nem todo problema serve aos propósitos que buscamos no uso da PBL ou em qualquer outra metodologia ativa que tenha como finalidade desenvolver a aprendizagem do próprio aluno a partir destes desafios.

Dois artigos abordam este tema de forma bastante pertinente, no primeiro: *Metodologia da Resolução de problemas,* de Maria Tereza Carneiro Soares e Neuza Bertoni Pinto, estabelecem-se as diferenças básicas entre os dois, deixando claro que exercício é um problema que serve para consolidar práticas já estudadas, ou seja, promover a repetição destes passos de forma a automatizar o processo e consolidar um conhecimento previamente estabelecido pelo professor em sala de aula, este tipo de processo, em nada contribui para que o aluno possa desempenhar um papel de investigador, de formulador de estratégias, de protagonista de seu conhecimento, uma vez que ele não teve a necessidade de desenvolver as técnicas utilizadas, apenas fazer uma tradução da linguagem literária para a linguagem matemática, substituir números em fórmulas já mostradas e aplicar algoritmos previamente conhecidos.

Em um outro artigo *O Ensino de Matemática e a Resolução de Problemas Contextualizados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental,* de Flávia Cristine

Fernandes Souto e Ettiene Cordeiro Guérios, essa diferenciação pode ser feita de forma mais conceitual, segundo a tabela a seguir.

Tabela 2: Diferenças entre Problema matemático e Exercício matemático

Diferenças entre Problema matemático e Exercício matemático				
	Definição	Objetivo	Encaminhamentos Metodológicos	Avaliação
Exercício Matemático	Situação em que o aluno se depara e já sabe como resolver, pois já conhece o modelo de resolução.	Aplicar o conceito aprendido e/ou treinar um determinado procedimento.	Atividade de fixação, proposta após a explanação do conteúdo.	Ênfase no resultado final, ou seja, na resposta dada ao problema.
Problema Matemático	Situação nova para o aluno e para a qual não possui uma resposta imediata.	Propiciar ao aluno momentos para conjecturar, elaborar estratégias e testar hipóteses na busca da solução de um dado problema.	Ponto de partida para trabalhar novos conceitos, estabelecendo relações com os conhecimentos anteriores do aluno.	Valorização do processo da resolução de problemas.

Fonte: Guérios e Souto (2017)

Um outro aspecto importante abordado nesse último artigo são as etapas utilizadas para o uso dos problemas como ferramenta de formação do conhecimento por parte do aluno. De forma genérica, as etapas utilizadas por Polya e pela PBL são muito parecidas

Ainda segundo ele é de suma importância que as situações apresentadas atendam a um tripé de importância significativa para despertar o interesse e o sentimento de desafio por parte do aluno, são eles: contextualização, realidade e cotidiano. Não adianta propor ao aluno problemas que não apresentem contextualização mais simples nesse primeiro momento, pois ele deverá ser resolvido, diferentemente dos exercícios, a partir de conteúdos que o aluno não tenham estudado, ou seja, eles deverão formular técnicas e estratégias alicerçados em conhecimentos que eles já possuem, adicionados a outros que ele deverá desenvolver; portanto problemas de alta complexidade podem criar um ciclo vicioso de tentativas e fracassos que levam a um desestímulo de sua parte.

O problema deverá ser real, não adianta criar problemas abstratos com situações que sequer se repetem ou podem ser observadas na realidade. É comum a criação de situações hipotéticas com o único objetivo de conjecturar uma situação problema em que o aluno possa aplicar técnicas ou até desenvolvê-las, mas sem uma aplicação real em situações que podem de fato ocorrer na vida do ser humano.

Por fim, o problema deverá ser cotidiano, pode-se criar um problema contextualizado, real. Muitas vezes o problema pode ser muito importante para quem vive em outro país, estado ou possui profissões específicas, mas não ter nenhum significado para aquele grupo específico de alunos. Assim, é de extrema importância que o problema seja concreto e de ocorrência corriqueira dentro da realidade do aluno, da comunidade em que ele se encontra inserido, que faça parte do cotidiano, do dia a dia do aluno.

Esses cuidados acima relacionados são de extrema importância para o sucesso da aplicação desta metodologia como ferramenta de ensino, que de forma alguma deverá ser única ou substituir as demais, tampouco tirar a importância do uso de exercícios durante o processo de aprendizagem, mas que é uma ferramenta de grande relevância para solucionar o problema do desinteresse do aluno.

2.4 Aplicações nos cursos de Graduação em Matemática

O uso da PBL na Matemática ainda é bem restrito. Em escolas de educação básica, ainda inexiste no Brasil. Um dos prováveis motivos para isso seria o tempo necessário para a execução das propostas de sequência didáticas, uma vez que demanda um tempo maior em suas primeiras utilizações. Essa problemática será abordada na seção 4.1, na qual trataremos especificamente desse tema.

Nos cursos de licenciatura em Matemática ainda não existe nenhuma disciplina, oficialmente, que trate exclusivamente do uso da PBL como instrumento didático, nem na graduação e nem como instrumento de prática pedagógica na atividade futura dos professores em sala de aula.

Entretanto, em diversos curso de licenciatura em Matemática de Institutos Federais, por exemplo o do Rio Grande do Norte e o de Brasília, a técnica é tratada no plano pedagógico de algumas disciplinas, como em disciplinas voltadas para projetos integradores e disciplinas de estágio supervisionado, especialmente a partir do Estágio Supervisionado II, ou seja, já existe uma iniciativa, mesmo que tímida, no que tange ao seu uso nas futuras práticas didáticas dos professores durante seu processo de formação.

A percepção dessa adesão, ainda que em pequena escala, é encorajadora, sua disseminação em institutos federais e universidades federais é de suma importância, por dois motivos: o primeiro, mais direto, seria que os professores ali formados já sairiam com conhecimento, propriedade e capacidade para trabalhar com a técnica em sala de aula, uma vez que para sua aplicação o professor precisa conhecer o processo, algo que nem sempre acontece pela falta de tempo do professor em pesquisar novas metodologias ou pelo desinteresse e resistência ao novo, que no caso do PBL, não é tão novo, mas é uma novidade dentro do ensino de Matemática; e também pela resistência das escolas em utilizar um método diferente do praticado e sem muitas certezas de sua eficácia.

Exatamente aí reside o segundo motivo da importância da implantação do PBL nos cursos de PPC dos IF´s e UF´s, não apenas como disciplinas de estágio e de projetos integradores, mas da implementação de disciplinas que tratem diretamente do método e até mesmo de uma possível adoção no PPC geral do curso, como um norteador do processo de aprendizagem de todo o curso. Isso daria uma consistência legal e de credibilidade de forma geral para que gradativamente o método fosse implementado desde a Educação Infantil até os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Já existem alguns materiais produzidos sobre o uso do PBL, no ensino da Matemática, entre eles duas dissertações, do próprio PFOFMAT: Matemática, aprendizagem baseada em problemas: metodologia inovadora no 9o ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, de Geovani Henrique Ribeiro e A Aprendizagem baseada na resolução de problemas no ensino de lançamento oblíquo, de Fábio Roberto de Carvalho.

Citamos apenas os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, pois se fizermos uma observação mais fina no método de ensino da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental, essa técnica, mesmo que desconhecida pela grande maioria dos professores, já é utilizada nessas etapas. Basta observarmos que o ensino de forma mais lúdica, mais prática, através de jogos, construções de figuras, fragmentação do todo para representar frações, entre outros, já faz uso do conhecimento prévio da criança e de sua observação do mundo à sua volta em favor de seu desenvolvimento acadêmico, ou seja, um protagonismo do próprio conhecimento. É bem verdade que esse protagonismo é menos perceptível na Matemática que em outras áreas, provavelmente pelo pouco conhecimento dos professores em Matemática, fator que limita sua aplicação; mais um fator que mostra a importância da implementação do PBL, inclusive em cursos de Pedagogia.

Por outro lado, em curso de licenciatura em Pedagogia, a Aprendizagem Baseada em Problemas é utilizada não apenas em disciplinas de extensão como projetos integradores, a exemplo da UNIVESP (Universidade Virtual do Estado de São Paulo), como também em disciplinas do próprio curso, como na disciplina de Instrumentação para o ensino, ministrada no 3º período no Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Vila Velha, que defende desde sua ementa a utilização do PBL; e nas disciplinas de Ensino de Matemática I e II, que apresentam entre os objetivos específicos da disciplina a utilização de problemas para a construção dos conceitos e habilidades que são os objetivos das disciplinas.

Dessa forma, verificamos uma interrupção brusca nesse processo de protagonismo por parte do estudante ao deixar os anos iniciais do Ensino Fundamental e adentrar nos anos finais desse mesmo ensino. Esse mesmo cenário pode ser observado no Ensino Médio e até mesmo na graduação, isso é algo incompreensível, uma vez que o papel de construtor de seu próprio conhecimento se mostra eficaz no momento em que a criança tinha menos conhecimento e no momento que ela já possui uma bagagem acadêmica, um poder de observação, curiosidade e criatividade mais aguçados, esse papel lhe é negado. Esse então pode ser um dos motivos do afastamento, nessa época de sua vida escolar, da Matemática e de todas as áreas afins dela, como física e química.

2.5. Recomendações da SBEM

No relato *O uso da aprendizagem baseada em problemas com licenciandos em Matemática*, de Marta de Oliveira Gonçalves, publicado em São Paulo, no ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), a SBEM defende o uso da aprendizagem baseada em problemas com licenciados em Matemática. Esse artigo relata a experiência de alunos do segundo e terceiro semestres do Instituto Singularidades no curso de licenciatura em Matemática.

Esse relato nasceu da experiência com uma professora e seus alunos do 9º ano em uma escola da Zona Leste de São Paulo, nela a professora entregou a seus alunos uma atividade envolvendo números primos, um conteúdo abordado no sexto ano e, portanto, de conhecimento prévio dos alunos, partindo da premissa de que seria de fácil resolução para eles. Entretanto, o resultado observado não foi esse, pois os alunos apresentaram dificuldade de resolver a atividade. Então, os estudantes de Matemática se propuseram um jogo com a finalidade de intervir no processo de aprendizagem e avaliarem o processo como um todo.

Depois da realização das atividades, os alunos do 2º e 3º semestres do curso, avaliaram a experiência como de profunda importância para sua formação como futuros educadores, o que nos remete às proposições citadas no item 2.3, no que tange à importância da adoção da PBL como norteadora do PPC nos cursos de graduação.

Nesse mesmo artigo, a própria SBEM reconhece que a discussão sobre a formação de professores nos mais diversos cursos de licenciatura no Brasil, tem um papel imprescindível para uma melhoria de nossa educação como um todo e em especial na aprendizagem da Matemática, apontando, inclusive, o uso da Aprendizagem Baseada em Problemas no curso de graduação como uma possível saída para esse problema.

Para alicerçar suas afirmações, a SBEM baseia-se de forma prática no uso em larga escala do método em muitas universidades e áreas ao redor do mundo, principalmente na área da Medicina, e em universidades da América do Norte, com alto índice de sucesso em todas. Ainda na defesa prática, cita-se o sucesso do uso no curso de Licenciatura em Ciências da Universidade de São Paulo (USP) e no Programa de Iniciação Científica promovido pela Universidade de Campinas (UNICAMP). Teoricamente, a SBEM recorre a diversos educadores para fundamentar a defesa do uso da PBL nos cursos de graduação, entre eles Barrows (1984), que afirma que é um método que faz de problemas diversos, o ponto inicial da aprendizagem; Klein (2013, p. 295), que esclarece que “o uso da PBL pode ocorrer de diversas maneiras, e inclusive já existem alguns currículos que se organizam somente através delas”.

3. ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA NO BRASIL

Existem muitas discussões sobre o ensino de matemática de forma geral e no Brasil não é diferente. Na área da Geometria, essa discussão é ainda mais urgente, pois na grande maioria das vezes ela é inclusive negligenciada no ensino básico, ou seja, existe uma priorização dessa modalidade para o ensino da Aritmética e da Álgebra, ficando assim a Geometria numa posição em que será estudada se houver tempo para cobrir todo o conteúdo programático e mesmo assim, quando é feito, esse estudo se dá de forma muito superficial, com apresentações de conteúdos, fórmulas e suas aplicações.

Essa abstração, contribui bastante para a falta de interesse e familiarização do estudante com o universo da geometria básica, euclidiana e analítica e de suas aplicações e importância em sua vida. De maneira geral, esse ensino é feito de forma teórica, principalmente pela memorização de axiomas, teoremas, leis e fórmulas, que são vistas desconexas e soltas, sem muita afinidade dos conteúdos entre si e com as situações cotidianas.

Para exemplificar melhor essa questão, serão apresentadas duas metodologias que já são utilizadas com relativa frequência em escolas brasileiras, nas quais o foco deixa de ser a apresentação da teoria e de formulários para a solução de problemas e passa a ser o aproveitamento dos conhecimentos já obtidos através das observações e da experimentação de situações cotidianas para chegar à assimilação de toda a teoria matemática que lhe servirá como ferramenta indispensável para ascender a níveis superiores e mais complexos de aprendizagem.

Além disso, desse ponto e até o final do capítulo, faremos observações, comparações e avaliações de como o ensino da Geometria é proposto pelos principais documentos que norteiam a educação brasileira, de como ele é apresentado em alguns livros didáticos utilizados, e de como a disciplina é lecionada em cursos de licenciatura em Matemática em universidades de renome que têm o papel de preparar o professor para um ensino de qualidade.

3.1. Etnomatemática e a Geometria Básica

Nessa secção, abordaremos a etnomatemática e a ideia de que o conhecimento acadêmico não é único na aprendizagem da Geometria e da

Matemática como um todo, embora se reconheça que ele é imprescindível para a obtenção de um conhecimento de forte sustentação e em níveis mais avançados e aprofundados, também é inegável perceber que para níveis mais básicos, o conhecimento pode ser obtido pela observação e pela vivência do cotidiano e dos problemas e necessidades inerentes à sociedade e no contexto em que o indivíduo encontra-se inserido.

A etnomatemática parte do conceito de etnociência que segundo D'Ambrósio (1977): devota o estudo dos fenômenos científicos e, por extensão, tecnológicos numa relação direta com a formação social, econômica e cultural, partindo do pressuposto de que todo povo, oriundo de qualquer que seja a cultura ou localização, possui sua própria ciência, suas próprias técnicas, descobertas e aprimoradas com o tempo, para entender fenômenos à sua volta e resolver problemas que possam advir deles, fazendo isso de forma a melhorar sua qualidade de vida e facilitar a realização de tarefas diárias.

A etnomatemática, então, é uma especificidade da etnociência aplicada à Matemática, que ganhou força a partir dos anos 70, quando matemáticos perceberam o fracasso da aplicação da Matemática Moderna em salas de aula de forma geral. Um dos fatores que levaram a tal insucesso foi a apresentação de conceitos estabelecidos como um conhecimento único, absoluto e obrigatório a todas as pessoas, sem levar em consideração conhecimentos já adquiridos na sociedade a que cada indivíduo pertencia.

Dessa forma, o uso da etnomatemática tornou-se uma alternativa muito importante, pois ela se baseia em aproveitar esses conhecimentos e aliar as técnicas e conhecimentos acadêmicos da Matemática. Tomemos por exemplo um pedreiro que jamais entrou em uma sala de aula, nunca viu sequer falar em razões trigonométricas, mas é capaz de construir uma rampa que não dificulte o acesso a cadeirantes e portadores de deficiência física, ou até mesmo lajear uma casa com a inclinação necessária para o não acúmulo de águas da chuva e sem colocar em risco a estrutura da casa como um todo; ou ainda, o caso de um carpinteiro ou de um serralheiro que sequer sabe o que são polígonos, mas entende que deve utilizar vários triângulos para aumentar a capacidade de sustentação de uma estrutura; ou até mesmo um jogador de baralho, capaz de avaliar as melhores possibilidades de vencer um jogo a partir das observações das cartas que já saíram e das que ele tem em mãos, mesmo sem conhecimento acadêmico em estatística e probabilidades.

De modo geral, a etnomatemática se baseia na utilização desses conhecimentos matemáticos já assimilados, mesmo que de forma informal e sem os chamados conhecimentos matemáticos ensinados em sala de aula e os aproveita na construção do conhecimento acadêmico, na aplicação dos conteúdos e técnicas matemáticas desenvolvidas ao longo de séculos por estudiosos e matemáticos, para otimizar assim a assimilação por parte dos estudantes em sala de aula. Mais uma vez percebe-se que o reconhecimento do seu próprio eu, nas atividades desenvolvidas, faz com que estudantes sintam-se mais representados na formação acadêmica e na utilização das técnicas e ferramentas matemáticas empregadas na solução de cada problema, esse interesse é fundamental para um maior esforço do aluno em aprender e isso facilita muito o processo de forma geral.

Percebemos a semelhança com a PBL no que se refere à utilização da observação do que o estudante tem ao seu redor, em sua comunidade, no espaço físico no entorno dele e na construção da melhor estratégia para a solução de problemas recorrentes em seu dia a dia. No caso da PBL, os conhecimentos não são apenas os construídos através dos tempos e em função da atividade exercida, mas de conhecimentos que os alunos assimilaram em séries e conhecimentos anteriores, ou seja, na PBL essa construção se dá de forma mais acadêmica e formal, embora o aluno seja o construtor desse conhecimento, também de forma ativa.

3.2. Sala de Aula invertida

Embora a Aprendizagem Baseada em Problemas seja muito pouco utilizada atualmente em sala de aula, outras metodologias que se assemelham a ela já são bastante utilizadas em diversas disciplinas e em especial no ensino da Matemática. Entre elas podemos citar a sala de aula invertida e a etnomatemática. A seguir iremos discorrer sobre cada uma delas e enfatizar suas semelhanças com o PBL.

Para falarmos da sala de aula invertida é necessário que façamos uma análise do processo de ensino aprendizagem tradicional que temos hoje, no qual o professor utiliza seu tempo em sala de aula para apresentar a seus alunos o conteúdo, seja através de uma aula expositiva, de slides, de discussões ou até mesmo com vídeos. Após a apresentação do conteúdo, o professor mais precisamente das disciplinas de exatas, faz alguns exercícios que servirão como base para que o aluno realize atividades de avaliação da aprendizagem em sua casa, ou seja, o professor apresenta as ferramentas e as técnicas para que a partir daí o aluno seja capaz de solucionar alguns problemas ou situações cotidianas. De certa forma, o método funciona como um passo a passo, memorizado mecanicamente e exercitado a exaustão até que o aluno seja capaz de reproduzir as técnicas observadas em sala de aula. Podemos observar que, entre outras coisas, a passividade do aluno sendo um mero receptor e reprodutor de informações leva ao desinteresse e ao distanciamento do conhecimento trazido em sala de aula.

No processo da sala de aula invertida, segundo o artigo publicado pela Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, em 2018, por Luís Antônio Schneiders, temos as etapas sendo realizadas de forma contrária, ou seja, o professor estabelece antes de sua aula os conhecimentos a serem estudados e abordados nela, os alunos, então, têm a tarefa de estudar, assimilar ao máximo, dependendo das possibilidades, socializar e discutir em grupos os conceitos e técnicas que irão utilizar. Ao chegarem à sala de aula, já de posse do que foi estudado e assimilado, o professor apresenta aquilo que seriam as tarefas de casa, ou seja, enfatizando a matemática, trabalha problemas que podem ser solucionados com o uso dessas ferramentas.

Uma das principais vantagens dessa metodologia é transformar o aluno em sujeito ativo, ou seja, fazer dele protagonista na construção do seu próprio conhecimento, para que em vez de observar um problema a ser resolvido com técnicas mecânicas, enxergue o conhecimento pela ótica de uma ferramenta capaz de solucionar problemas que irão aparecer em sua vida de diferentes maneiras. Isso faz com que o interesse do aluno seja muito maior e de certa forma o aproxima do conhecimento científico, criando uma empatia com a disciplina estudada, pois ela passa a ser algo necessário à sua vida e não um processo criado para resolver problemas que só possuem vida no livro didático, num papel frio e sem sentido.

Podemos claramente observar uma grande semelhança com a PBL, principalmente no que tange à necessidade do estudante de obter um conhecimento prévio, de ser capaz de alicerçar suas ideias, de selecionar a melhor ferramenta para a solução de um problema e também de averiguar se sua escolha foi acertada e a melhor possível. Com tantas semelhanças, podemos até nos fazer a seguinte pergunta: se a sala de aula invertida é tão parecida com a PBL, por qual motivo necessitamos dela? A resposta é até de certa forma natural: na PBL existe uma sensível diferença, pois os questionamentos e problemas surgem de observações do que nos rodeia, nosso espaço físico enquanto escola e comunidade, o que de certa forma se torna bem mais plausível e concreto. Até mesmo quando essa observação não for física, na PBL ela deverá ser de um problema real, vivido e sentido pelo aluno, inserido em sociedade, ou seja, uma situação que carece de uma solução para melhorar a qualidade de vida dele.

3.3. Livros didáticos

Nessa análise dos livros didáticos utilizados no Ensino Fundamental, anos finais, analisei dois títulos que são amplamente utilizados no ensino regular, ambos da Editora Moderna, porém de autores diferentes. Entretanto, é notável a similaridade entre as metodologias adotadas, principalmente na introdução de cada conteúdo.

A primeira coleção observada foi: *Matemática: compreensão e prática* do autor Ênio da Silveira, Editora Moderna, que inclusive é um dos livros mais adotados atualmente. Nesse título observa-se a apresentação do tema a ser estudado através de um problema que poderá ser melhor resolvido após um estudo mais aprofundado. Embora essa seja uma forma de abordagem defendida pela PBL, esse problema nem sempre é algo prático, comum à vida do estudante, ou mesmo de fácil concepção. Após essa inserção, o conhecimento teórico é introduzido de forma bastante sucinta e direta, sem muito espaço para discussões, desenvolvimento de estratégias e/ou avaliações dessas estratégias. Os exercícios aparecem intercalando trechos pequenos de explicação, entretanto julgo suficiente comparado ao que foi estudado anteriormente.

A outra coleção observada foi: *Matemática Bianchini* do autor Edwaldo Bianchini, também da Editora Moderna. Nesse livro a abordagem de início de cada capítulo parte mais de questionamentos sobre situações que serão abordadas no conteúdo que se segue, do que de um problema propriamente dito, o que pode despertar o interesse do aluno, mas são situações muito mais abstratas e distantes da realidade que do as que verificamos na coleção anterior. Já na explicação do conteúdo, existe uma riqueza maior de explicações, contextualização histórica, aplicabilidades do conteúdo, e uma quantidade de exercícios bem extensa. Entretanto, a explanação de um volume maior de conteúdo, leva a uma quantidade muito grande de repetição e uma clara tendência de que o aluno deve assimilar o que foi estudado por repetições às vezes exaustivas.

Avaliando de forma geral os livros em questão, percebemos que há um consenso de que a melhor forma de despertar o interesse do aluno acerca do que será estudado parte dos questionamentos e do estímulo a resolver problemas, o que de certa forma reafirma o princípio norteador da PBL. Entretanto, vemos problemas muitas vezes desconexos da realidade do aluno, questionamentos distantes não só da realidade prática, como também distantes da realidade geográfica e social do aluno, de forma que despertam pouco ou nenhum interesse.

Quanto à metodologia de explanação dos conteúdos, ela é bastante sucinta, direta, preocupando-se muito mais com a aplicabilidade dos conhecimentos do que com a obtenção dele propriamente dita, ou seja, impele o professor a uma aula meramente expositiva, na qual ele apresenta conteúdos, técnicas, faz exemplos e confirmações da funcionalidade deles e em seguida pede aos seus alunos que as repitam.

Essas repetições, inclusive, encarregam-se da verificação da aprendizagem, de forma que se o aluno depois da explicação e da carga de repetições, for capaz de reproduzir o que o professor realizou no quadro, ele aprendeu, em caso contrário, deverá praticar ainda mais para conseguir fazê-lo. Perceba que aqui existe um processo praticamente mecânico e serial de reprodução de técnicas passo a passo, o que não reflete e nem comprova aprendizagem, mas sim uma capacidade de replicação de algum método que na grande maioria das vezes ele não compreende como foi concebido, o porquê de cada etapa e sequer qual o valor do aprendizado.

Numa avaliação mais direta, é perceptível que a grande maioria dos livros didáticos de matemática têm uma preocupação maior com o uso de técnicas para que o aluno galgue sucesso em provas, concursos e vestibulares, como forma de entrada em outros níveis de ensino e mercado de trabalho que com um aprendizado real da matemática como ciência presente na vida dele, indivíduo e da sociedade como um todo. Não à toa, as áreas de exatas não estão entre as primeiras escolhas dos alunos, quando questionados sobre a carreira profissional que desejam seguir, inclusive é desejável entre os mesmos que o curso que desejam seguir, tenham nada ou um mínimo de matemática e de disciplinas que dependam dela ou a usem em seus processos e técnicas. Logo, não se verifica uma metodologia ativa, participativa que convide o estudante a ser o ator principal do seu processo de ensino.

3.4. Análise das propostas da BNCC e dos PCN´s para o ensino de Geometria e dos PPC´s dos cursos de licenciatura em Matemática

3.4.1. PPC´s dos cursos de licenciatura em Matemática.

Uma reclamação constante entre professores recém-formados em Matemática é a falta de preparo para assumir uma turma, no que diz respeito à didática de ensino. As dificuldades são muitas, desde a relação professor aluno, até a pouca didática de ensino com objetivo de tornar a aula atrativa e assim manter a atenção e o foco do aluno. No que diz respeito ao conhecimento acadêmico necessário para lecionar os conteúdos, não existem reclamações, na verdade, nesse aspecto, os professores saem com uma bagagem excelente, até mesmo bem acima do que aquilo que lhe será requisitado no exercício de suas funções.

Sendo assim, uma apreciação dos PPC´s dos cursos de licenciatura, com relação à Geometria, o objeto de estudo desta dissertação, torna-se uma necessidade essencial, especialmente em centros de formação de renome como as universidades federais e mais especificamente na Universidade Federal de Alagoas, haja vista que é desta universidade que se originam a maioria dos profissionais em sala de aula de nosso estado. Veremos a seguir que realmente existe uma preocupação excessiva em demonstrar aos graduandos os conhecimentos acadêmicos, a familiarização com os axiomas e teoremas em detrimento da didática e da forma como ele deverá ensinar os conteúdos de modo a aproximá-los da vida e da necessidade do aluno.

Analisando o PPC da UFAL do ano de 2012 para o curso de licenciatura em matemática, na modalidade EAD, observamos que o ensino da Geometria está dividido em: Geometria Plana, Geometria Analítica, Geometria Espacial e Desenho Geométrico. Em todas essas disciplinas, em suas ementas, nota-se uma preocupação muito grande com a apresentação dos axiomas, teoremas, construções geométricas e toda a teoria fundamental necessárias à solução de problemas relacionados à Geometria, Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Integral e suas aplicações em áreas como Computação Gráfica e Física, entre outras. Compreensão de conteúdos como matriz, equações lineares, determinantes e vetores, conforme veremos a seguir:

> A Geometria Euclidiana como modelo de sistematização da Matemática: origem e história. Axiomática da Geometria Euclidiana Plana e introdução à formalização de demonstrações

> matemáticas. Medição de segmentos e ângulos: grandezas comensuráveis, congruências, distâncias, triângulos especiais. Perpendicularismo e Paralelismo. O Axioma das paralelas: a geometria neutra e as consequências do axioma das paralelas. Semelhanças. Círculos, inscrição e circunscrição de polígonos. Polígonos, polígonos regulares. Utilização de recursos de informática na geometria plana
> (Ementa da disciplina de Geometria Plana no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)
>
> Vetores no plano e no espaço: segmentos orientados no plano e no espaço, vetores no plano e no espaço. Produtos de vetores: escalar, vetorial e misto. Retas e planos. Distâncias: distância entre dois pontos, distância de um ponto a uma reta, distância entre duas retas, distância de um ponto a um plano, distância de uma reta a um plano e distância entre planos. Cônicas: elipses, hipérboles e parábolas. Quádricas: esferas, elipsóides, parabolóides hiperbólicos, parabolóides elípticos, cilindros sobre cônicas.
> (Ementa da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)
>
> Noções básicas de Geometria Espacial de Posição. Noções fundamentais de diedros, prismas e pirâmides. Volumes de sólidos: Princípios de Cavalieri. Poliedros regulares, fórmula de Euler. Representação de poliedros.
> (Ementa da disciplina de Geometria Espacial no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)
>
> Construção e transporte de ângulos, classificação e operações com ângulos, traçado de paralelas e perpendiculares, construção de poligonais e polígonos regulares, lugares geométricos. Utilização de recursos de informática em desenho geométrico.
> (Ementa da disciplina de desenho Geométrico no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)

Ainda analisando o PPC da UFAL, observamos que a Geometria é abordada em disciplinas como Projetos Integradores II, III e VI e História da Matemática. No que se refere às disciplinas de Projetos Integradores, são propostas apenas análises de questões referentes à Geometria Plana, Geometria Espacial ou a situações que remetem à Astronomia Grega, Geometria Esférica, Geometria e Cartografia e Geometria e Astronomia, mas sem se aprofundar em métodos ou didáticas que devam ser utilizadas na abordagem desses temas. Por outro lado, a disciplina de História da Matemática trata da evolução da ciência de forma geral e, portanto, da Geometria Euclidiana e Espacial, o que de certa forma nos afasta ainda mais do que queremos trazer para o ensino desta disciplina atualmente, pois observamos nos livros de História da Matemática mais recentes que a evolução e descobertas referentes à disciplina se deram mais de forma algébrica e aritmética do que geometricamente.

> Analisar questões relativas ao ensino da geometria plana nos ensinos fundamental e médio. A linguagem da geometria nas escolas. Estudo da construção do conceito de áreas de figuras planas. Homotetias e semelhanças: aplicações na elaboração e utilização de mapas. Diferentes abordagens do teorema de Pitágoras e do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo. Desenho geométrico: relações entre álgebra e geometria.
> (Ementa da disciplina de Projetos Integradores 2 no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)

> Análise de questões relativas ao ensino da Geometria Espacial e da Geometria analítica nos ensinos fundamental e médio, estudando os paralelepípedos, prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas por meio de material manipulativo: diferentes abordagens nos ensinos fundamental e médio. A fórmula de Euler. Geometria analítica e o GPS.
> (Ementa da disciplina de Projetos Integradores 3 no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)

> Aplicações da geometria na astronomia grega: Eratóstenes e Aristarco. Noções da geometria esférica. Geometria e astronomia. Geometria e cartografia.
> (Ementa da disciplina de Projetos Integradores 6 no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)

> A evolução da Matemática da antiguidade até a época contemporânea. Alguns temas sob ponto de vista histórico: sistemas de numeração, cortes de Dedekind e os números reais, geometrias euclidiana e não euclidiana, trigonometria, cálculo aritmético e logarítmico, equações algébricas, combinatória, geometria analítica, cálculo infinitesimal e numérico, o conhecimento espontâneo e o científico, a concepção grega de ciência, a física aristotélica, a astronomia aristotélica, a Matemática no Egito e na Babilônia, a Matemática e a astronomia helenística, a emergência da consciência racional, a ciência na Idade Média, o nascimento da ciência moderna (Galileu), as ciências exatas no século XVII, o método científico.
> (Ementa da disciplina de História da Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da UFAL)

Um outro PPC analisado foi o da Universidade Federal de Pernambuco - Campus do Agreste, também do ano de 2012, no qual as descrições são bastantes superficiais, apenas abordando as disciplinas e as respectivas cargas horárias, mas sem apontar metodologia, objetivos ou até mesmo uma Ementa mais detalhada.

De modo geral, podemos perceber através da observação da abordagem dos documentos que regem os cursos de licenciatura em Matemática uma prioridade na oferta de conteúdos teóricos e mais voltados para a produção de conhecimento acadêmico, formulações e com foco no embasamento técnico, teórico e axiomático da disciplina, o que é muito necessário, pois se entende que nenhum professor pode lecionar aquilo que não tem total compreensão, domínio e conhecimento. Entretanto, as didáticas e metodologias de ensino são de certa forma negligenciadas, o que em partes corrobora para a reclamação dos professores recém-formados no que tange à dificuldade de despertar interesse no aluno quanto ao ensino de matemática de modo geral e mais particularmente de Geometria.

3.4.2. Propostas da BNCC e dos PCN´s para o ensino de Geometria

Um outro fator importante em nosso estudo é a avaliação do que determinam os documentos oficiais que alicerçam a educação brasileira no que diz respeito ao ensino de matemática, a partir deste ponto, faremos uma análise do que recomendam, respectivamente os PCN´s de matemática e a BNCC.

Nos PCN´s de Matemática do Ensino Fundamental, nosso principal foco de atuação, mais precisamente no que se refere à Geometria, fala-se claramente que há um incentivo à resolução de problemas de forma dedutiva, em detrimento de exercícios de memorização. Ou seja, já aqui observamos a indicação da importância da dedução de um raciocínio lógico a partir das necessidades do aluno, do seu conhecimento prévio, observacional e dos problemas apresentados a ele, de forma a incentivar a construção do conhecimento acadêmico e não o contrário como é feito hoje. No texto, ainda observamos que fica clara a não obrigatoriedade de um estudo fundamentado apenas em conhecimentos exclusivamente formais e axiomáticos.

Em outros pontos do documento, estimula-se a construção de procedimentos que levem à solução de um determinado problema geométrico: no desenvolvimento de conteúdos referentes à geometria e medidas, os alunos terão também oportunidades de identificar regularidades, fazer generalizações, aperfeiçoar a linguagem algébrica e obter fórmulas, como para os cálculos das áreas. O aluno também poderá ser estimulado a construir procedimentos que levam à obtenção das fórmulas para calcular o número de diagonais ou determinar a soma dos ângulos internos de um polígono. As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses levantadas. Para delinear esse caminho não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios citados anteriormente: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. O estudo de temas geométricos possibilita ainda a exploração de interessantes aspectos históricos. Como sabemos, a Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática, que se desenvolveu em função de necessidades humanas. As civilizações da época pré-histórica utilizavam regras para medir comprimentos, superfícies e volumes. Seus desenhos continham figuras geométricas em que a simetria era uma das características predominantes. A Geometria nasceu claramente da necessidade de solucionar problemas propostos e não o contrário.

A origem essencialmente prática da Geometria Egípcia mostra-se nitidamente pela maneira com que os escribas do Médio Império propunham e resolviam os problemas. É interessante discutir com os alunos que essa forma, apesar de engenhosa e criativa, não facilitava em nada a transferência dos conhecimentos obtidos para novas situações. O estudo de alguns dos problemas resolvidos pelos egípcios poderá mostrar a importância da generalização das relações espaciais e suas representações para resolver situações mais diversificadas e complexas. Nesse estudo, os alunos poderão constatar, por exemplo, que para os egípcios e babilônios a Aritmética constituía algumas regras de cálculo que permitiam resolver problemas práticos, como as medições das diferentes grandezas geométricas e astronômicas (agricultura, construções, observações do espaço), enquanto os gregos teorizaram a Geometria separadamente da Aritmética e consideravam que as medidas podiam estabelecer articulações entre esses dois campos.

Por fim, fugindo um pouco da parte metodológica que buscamos abordar nesta seção, mas não menos importante, o documento apresenta o que foi destacado no início dessa dissertação, no que se refere à pouca importância da Geometria frente às outras áreas da Matemática, mesmo sendo ela bastante propícia ao despertar o interesse do aluno sobre a Matemática e sua importância para a o dia a dia das pessoas. No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorecem o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações.

Avaliando o outro documento oficial que regulamenta a educação brasileira em cada uma das disciplinas no Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que inclusive apresenta as competências e habilidades para cada uma delas e em cada modalidade de ensino, vemos já em sua primeira competência específica para a matemática: “Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho”, ou seja, um reconhecimento inicial que este é um campo da ciência cuja construção se dá através das necessidades e dos problemas que se apresentaram à humanidade em sua história, sua formulação veio da carência em solucionar problemas.

Ainda nas competências, vemos na segunda: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” e na terceira “Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes”; essas duas competências deixam bem claro que devemos incutir em nossos jovens o instinto de observação, interpretação e compreensão dos fatos e fenômenos que ocorrem à nossa volta, sendo esses de natureza física ou social. Na quinta competência: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”, na sétima competência “Desenvolver e/ou discutir projetos que abordam, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza”, e na oitava competência “Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com ele” podemos compreender a função da matemática como ciência e objeto de estudo, de modo a apresentar soluções para essas situações físicas ou sociais que carecem de um entendimento, discussão, modelagem e socialização.

Com base nos estudos destes dois documentos, podemos, enfim, fundamentados legalmente, afirmar que antes de mais nada, a Matemática e suas áreas, incluindo a Geometria, é uma ciência transformadora. Antes de mais nada, sua compreensão só fará algum sentido se ela se prestar à sua finalidade social, cujos pilares essenciais são: a observação, a compreensão, a discussão e a socialização de modelagem e soluções para as mais diversas necessidades da sociedade como um todo e principalmente do indivíduo envolvido no processo, no caso de nosso estudo, o aluno.

3.4.3. Formação de professores versus ensino de Geometria segundo PCN´s e BNCC

Estando agora de posse das avaliações feitas das normativas que regem a formação de professores de matemática e dos documentos que regulamentam o ensino de matemática no ensino fundamental em nosso país, tanto na modalidade regular quanto na EJA, percebemos uma diferenciação nos modelos e prioridades abordadas por cada um deles.

Nos cursos de formação de professores percebemos como norte a obtenção de conhecimento acadêmico e científico como ferramenta para solucionar problemas, em sua grande parte proposta em livros e situações hipotéticas, o que de fato tende a diminuir o interesse dos discentes em relação à matemática como ciência viva e aplicável, fato que pode ser inclusive verificado durante o próprio curso de graduação, em uma escala bem menor do que o que ocorre no Ensino Fundamental.

Essa linha de pensamento faz com que a disciplina seja vista como algo distante, que faz parte da história, do desenvolvimento científico das civilizações anteriores ao nosso tempo ou como algo inatingível, com um nível de compreensão acima do que a maioria das pessoas comuns são capazes de atingir. Essa sensação provoca nos alunos mais jovens um falso entendimento que não há mais nada a se fazer, descobrir ou realizar na matemática, que todo o conhecimento já foi obtido. Não é raro ouvir esses jovens e adultos falarem que estudam matemática com o único objetivo de passar em testes e concursos nos quais a matemática é uma das disciplinas a serem avaliadas.

Por outro lado, nos documentos oficiais que norteiam a educação brasileira, percebe-se a preocupação de tomar um caminho oposto, ou seja, fazer da matemática uma ciência viva, contemporânea. Eles prezam por incutir neles a percepção de que existe fundamento, necessidade e prazer em estudar matemática, que ela é um instrumento bastante útil, que pode facilitar muito sua vida, não apenas acadêmica, mas como ser humano e cidadão transformador da sociedade na qual está inserido, ainda mais, que se note que ainda há muito a se descobrir, muitos problemas a serem resolvidos e que sua aplicabilidade se dá em inúmeras áreas à sua volta.

Sendo assim, mesmo não sendo o tema principal deste documento, fica a sugestão de que existe uma clara e urgente necessidade de uma discussão, tanto da grade curricular, quanto das ementas e objetivos em cada uma disciplina nos cursos de licenciatura de Matemática de uma forma geral.

Restringindo-se à Geometria, algumas dessas opções, seriam: A criação de uma disciplina de introdução à Geometria ou história da Geometria, em que o objetivo principal seria mostrar a real natureza desta área, como ciência que parte fundamentalmente das observações e discussões para solucionar problemas e situações e que só a partir daí se formularam teoremas, axiomas e formulações de um modo geral e não o oposto. Outra sugestão seria uma mudança nas ementas das disciplinas de projetos integradores, com objetivos mais específicos, enfatizando a necessidade de explorar a natureza investigativa da Matemática e da Geometria.

4. PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

4.1. Metodologia

Antes de construirmos a sequência pedagógica para cada uma das propostas sugeridas, é necessário explicar a metodologia utilizada na aprendizagem baseada em problemas em cada uma de suas etapas, o que iremos descrever a partir do próximo parágrafo. A PBL é dividida em quatro etapas, sendo elas: apresentação do problema, discussão acerca da resolução dos problemas, socialização das soluções e avaliação das soluções.

Na primeira etapa os alunos são apresentados aos problemas que eles devem resolver. Esse problema deve ser algo a que o alunos ainda não tenham sido apresentados e do qual não conheçam as respostas ou ferramentas lhes deem a resolução de forma imediata, podendo ele ainda ser de natureza abstrata ou real, ou seja, um problema criado pelo professor ou algum outro que ele pode perceber à sua volta, dentro da própria escola ou no ambiente no qual está inserido.

Em nossas propostas, optamos por problemas práticos, encontrados dentro da própria escola, a partir dos quais será possível verificar, efetuar medições e avaliar de forma mais prática as prováveis estratégias de solução. Essa opção faz com que eles tenham uma proximidade, familiarização e que tenham mais propriedade sobre eles. Essa etapa não deverá ser tão longa, pois aqui o professor deverá apenas mostrar a situação e explicar exatamente aquilo que ele quer realizar.

A segunda etapa certamente será a mais longa e trabalhosa para os alunos, pois eles deverão discutir entre si quais informações, instrumentos e estratégias eles dispõem ou irão utilizar para resolver o problema. De certa forma é esperado que aqui ocorram erros de estratégia e/ou até de execução, uma vez que os alunos ainda não têm acesso às informações e estudos teóricos já realizados sobre o tema ou situação proposta. É esperado ainda nessa etapa que se verifiquem o despertar dos instintos de investigação, curiosidade e afinidade com a geometria e o conteúdo, pois aqui os alunos serão instigados a desenvolverem suas estratégias para solucionar uma necessidade real. Nessa etapa, é interessante que o professor faça a mediação de discussões em sala de aula e auxilie com um suporte de informações práticas, mas sem interferir no desenvolvimento das ideias e nem apresentar conhecimentos técnicos que levem a uma resolução direta do problema. Espera-se ainda que as estratégias apresentadas sejam de cunho prático, ou seja, não axiomático ou embasado em estudos mais técnicos ou científicos. O professor, inclusive, deverá sempre levar seus alunos a experimentarem desse conhecimento experimental e prático.

Na terceira etapa, os alunos deverão formular suas respostas e encontrar uma solução para a pergunta inicial, fundamentados em suas discussões sobre o problema, nas pesquisas e nas conclusões. Nessa etapa é esperado que nem todas as soluções satisfaçam a solução da situação proposta, erros de interpretação, estratégias equivocadas e até mesmo conclusões erradas são normais, perfeitamente aceitáveis e fazem parte do processo como um todo, inclusive sendo desejável que uma ou mais respostas não seja correta, pois isso potencializa ainda mais o processo de aprendizagem e será importante nas próximas etapas.

Ainda na socialização, os alunos deverão apresentar os resultados encontrados. Nesse ponto devem fazer uma exposição acerca das estratégias escolhidas, mostrando os motivos que os levaram a tomar aquele caminho, explicando o raciocínio empregado em cada uma das etapas até chegar à resposta. É imprescindível que cada uma das respostas seja fundamentada.

Dois pontos são extremamente importantes nesse passo: o desenvolvimento da capacidade dos alunos de se expressar em público, de apresentar e defender suas ideias e a observação do professor acerca dos fundamentos e conhecimentos que levaram o aluno a chegar a essa resposta. Na socialização o professor deverá tomar os cuidados de interferir nas explanações fazendo questionamentos e promovendo a discussão entre todos os alunos, levando em consideração e valorizando cada um deles, mesmo quando errados e também de evitar que qualquer ideia seja ridicularizada, depreciada ou mesmo desprezada, salientando a importância de cada uma delas no processo de construção do conhecimento.

Na última das etapas, o professor fará uma avaliação de todas as respostas obtidas, informando erros e acertos, mostrando o que induziu ao erro em cada uma das etapas e qual deveria ter sido o caminho correto naquele ponto. Se possível, deverá ainda mostrar se o resto do seu desenvolvimento estaria certo caso não tivesse cometido o erro naquele ponto. É apenas nessa etapa que o professor apresentará as formas e as fórmulas conhecidas para a solução do problema. É muito importante que ele faça uma comparação com aquilo que os alunos fizeram, mostrando as semelhanças no raciocínio quando estiverem certos e as diferenças em cada estratégia que não esteja correta. Espera-se neste estágio que em uma ou mais respostas a fórmula, teorema ou axioma utilizado na resposta tenha sido observada ou desenvolvida a partir de seus conhecimentos práticos e da observação do problema, mas caso isso não aconteça, não haverá prejuízo para o resultado do processo, uma vez que ele conseguiu atingir o mais importante que era o desenvolvimento do raciocínio para chegar a resposta para a situação apresentada.

É perceptível que nem sempre o PBL poderá ser utilizado no ensino da matemática, por dois fatores: primeiro, porque em alguns casos é muito difícil que o aluno consiga elaborar uma estratégia para solucionar a questão apresentada; e segundo, porque a sequência didática é um pouco longa e sua utilização em todos os conteúdos inviabilizaria o tempo hábil para cumprir toda sequência programática dentro da quantidade de aulas oferecidas. Entretanto, é possível que se a aplicação da PBL se iniciar já nos anos iniciais do ensino fundamental, a familiaridade com as situações apresentadas, com o raciocínio empregado e com o desenvolvimento da metodologia possam diminuir significativamente o tempo necessário em cada uma das etapas.

Nos tópicos 4.2 a 4.5, adaptamos cada uma das fases apresentadas às situações-problemas propostas em cada um dos níveis e modalidades de ensino, detalhando a ação do professor em cada uma delas, bem como quantificamos o número de aulas necessárias para a realização de cada uma das etapas e como otimizar a realização de cada uma delas.

4.2. Proposta 1 – 6º Ano

Como citado no item anterior, é preferível que sejam utilizadas situações mais concretas nas quais o aluno tenha um contato direto com o problema que irá resolver, especialmente no espaço físico que o cerca. Para facilitar a situação, a melhor opção é usar a própria estrutura da escola. Nessa primeira proposta, o público alvo serão alunos do 6º Ano e o conteúdo escolhido foi o perímetro de figuras planas.

No primeiro momento, o professor deverá solicitar aos alunos, previamente divididos em grupos, que levem para a aula seguinte trenas ou outros instrumentos de medição de comprimento, tais como fitas métricas e outros. O professor deverá levar os alunos ao espaço da escola disponível para a atividade e irá informá-los que ali se deseja produzir uma horta e que o terreno deverá ser cercado com estacas e quatro fios de arames lisos, visando uma maior proteção das culturas, e que para isso ele precisa saber quantos metros de arame liso ele deverá comprar.

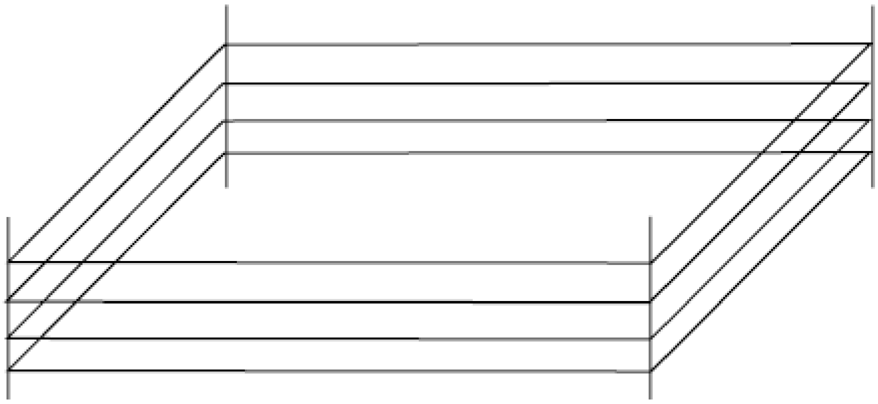
Figura 1 - Terreno onde a horta será produzida

Fonte: o autor (2021)

Após a explicação da situação-problema, ele deverá solicitar que cada grupo faça a medição de cada lado do terreno e anote em um papel. É esperado que as medições possam apresentar pequenas diferenças para cada grupo, o que é uma situação desejável, inclusive, desde que essas diferenças não sejam tão gritantes.

Em seguida, o professor levará seus alunos de volta à sala de aula e pedirá que discutam entre si, em cada grupo, sobre as estratégias para solucionar o problema. Como este é de solução relativamente fácil, mesmo para esta fase de ensino, é provável que uma ou mais esquipes encontrem a solução ainda neste momento. Caso isso não ocorra em sua totalidade, o professor deverá solicitar aos alunos que continuem a discussão em casa, e se for necessário, deverá reservar suas duas próximas aulas para a conclusão da discussão e da segunda etapa. Nessa etapa das discussões, o professor deverá ouvir as estratégias e, se necessário, intervir, questionando quanto aos motivos da escolha, e ainda poderá fazer a relação de perímetro de objetos menores, como tampos de carteiras e outros objetos, para que os alunos possam estabelecer essas correlações.

Figura 2 - Como deverá ficar o terreno cercado



Fonte: o autor (2021)

No terceiro momento os alunos irão explanar para seus colegas como traçaram as estratégias e as colocaram em prática para chegar à solução dos problemas, principalmente explicando as razões para ter escolhido cada um dos artifícios e estratégias utilizadas. Nesse momento, outros alunos e o próprio professor poderão questionar sobre a metodologia de resolução do problema proposto, a fim de despertar o instinto de diálogo e argumentação deles. Todavia, é necessário um relativo cuidado quanto à exposição dos alunos a situações constrangedoras, evitando assim um desinteresse e uma frustração quanto a situação. Para essa a execução dessa etapa, sugerimos reservar 2 aulas.

Na última etapa, em mais duas aulas (sugestão), o professor deverá avaliar cada um dos grupos, comentando cada erro, inclusive fazendo correlações e mostrando por quais motivos eles foram induzidos a tal erro e que isto é normal em um processo de aprendizagem. Quanto aos acertos, além de demonstrar cada um, é necessário que se faça uma relação destes com os processos prático utilizados na resolução de problemas desta natureza e inclusive com fórmulas desenvolvidas por matemáticos ao longo da história. Por fim, resta ao professor apresentar a formulação utilizada atualmente para o cálculo do perímetro das principais figuras planas e posteriormente empregar a resolução de exercícios para a fixação destes.

Convém lembrar que a quantidade de aulas em cada etapa, poderá ser maior quando trabalharmos com o EJA, em virtude de suas atividades extraclasse, além de alguns outros cuidados que deixarei mais explícitos no projeto 3, haja vista que aquele apresenta uma caracterização mais voltada para alunos desta modalidade e principalmente para a modalidade do EJA com finalidades profissionalizantes.

Tabela 3: Sequência pedagógica para o sexto ano

Etapa	Procedimentos	Número de Aulas
Apresentação do Problema	• Divisão dos grupos; • Informação sobre o material a ser utilizado; • Apresentação do problema (observação, explicação oral e escrita); • Informações prévias (determinação da soma dos comprimentos dos lados em objetos menores).	02 aulas
Discussões	• Discussões em casa; • Discussões em sala de aula; • Questionamentos do professor;	02 aulas (com a possibilidade desta etapa ser realizada junto com a primeira)
Socialização	• Apresentação das soluções; • Questionamentos do professor e dos alunos acerca das estratégias utilizadas;	02 aulas
Avaliação	• Avaliação de erros e acertos de cada grupo; • Analogias dos acertos com o conhecimento formal; • Avaliação dos erros; • Apresentação do processo direto de resolução do	02 aulas

	problema.	

Fonte: o autor (2021)

4.3. Proposta 2 – 7º Ano

Nesta segunda proposta, o público alvo serão alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental ao fazer a introdução do estudo de área das figuras planas, mais precisamente sobre a pintura de um dos muros que cercam a escola.

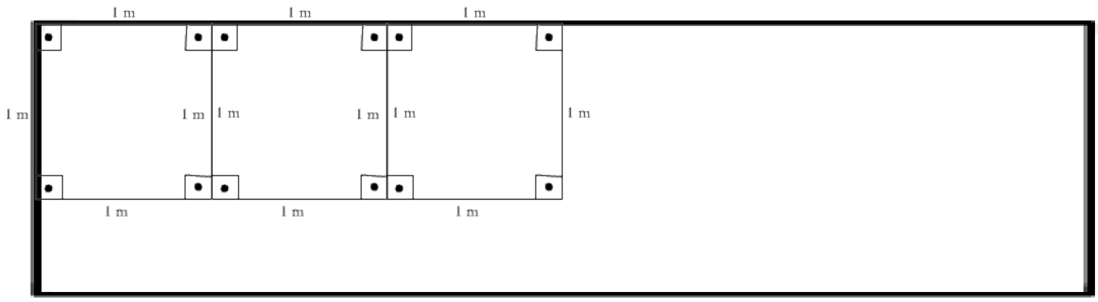
Figura 3 - Muro a ser pintado

Fonte: o autor (2021)

Para fazer a apresentação dos estudantes ao problema a ser estudado e resolvido, o professor dividirá a turma previamente em grupos de 5 alunos, é importante que os grupos não ultrapassem cinco componentes. No dia da aula, o professor levará sua turma para conhecer a estrutura que deverá ser pintada e explicará de forma oral e escrita que a escola necessita realizar a pintura do referido muro, mas que para isso precisa saber o quanto gastará de tinta e o valor a ser investido em reais para realizar a tarefa. Para tanto, o professor deverá pedir previamente a seus alunos que levem trena ou algum outro instrumento de medida de comprimento, um por grupo, se possível. Caso os alunos não tenham os instrumentos, o professor ou a escola deverão disponibilizá-los. Após indicar o muro a ser pintado, o professor deverá pedir que cada grupo efetue as medições dele, verificando o comprimento e a altura. É importante que após as medições o professor compare os resultados obtidos, não para que todos sejam iguais, mas para que não aconteçam erros grosseiros, causando diferenças muito grandes entre elas. Como o professor já conhece as medidas, não será difícil evitar tais distorções significativas, lembrando que não é necessário e tão pouco desejável que todas as medidas sejam iguais; diferenças de poucos centímetros nas medições não precisam ser corrigidas, isso inclusive favorece o processo de heterogeneidade nas respostas desenvolvidas.

Nessa primeira etapa da sequência, estimamos um número de duas aulas para sua realização, entre levar os alunos, apresentar o problema, efetuar as medições, conferi-las e retornar com a turma para a sala de aula, permitindo uma prévia discussão. Aqui é interessante que o professor mostre aos seus alunos a importância de pesquisar a quantidade de tinta necessária para pintar 1 metro quadrado, e mostrar que um metro quadrado corresponde a área de um quadrado com 1 metro de lado. Por fim, o professor deverá pedir a cada um dos grupos que comece as discussões sobre a solução da situação em casa.

Figura 4 - Preenchimento do muro com quadrados de 1 m de lado



Fonte: o autor (2021)

Na aula seguinte, o professor deverá intermediar as discussões e se inteirar das estratégias utilizadas por seus alunos para a solução do problema. Espera-se aqui que os alunos tenham percebido a ideia de que podem determinar a área total do muro, dividindo-o em quadrados de lado 1 m, sendo o total da área em metros quadrados. Provavelmente, os alunos terão dificuldades de determinar a área das sobras de cada dimensão do muro, onde o quadrado de 1 metro não pode ser acomodado em sua totalidade. Nesse ponto, o professor poderá fazer analogia da área do quadrado de 1 metro com a área de um quadrado de 1 cm ou 10 cm, a depender da necessidade em sala de aula. Essa informação deverá ser o bastante para que cada aluno compreenda que poderá completar os espaços que sobraram com esses quadrados menores e que pode fazer sua conversão a partir do que ele já estudou no 6º ano, quando viu o sistema métrico decimal e as regras de conversão de cada unidade de medida. Importante aqui perceber que alguns alunos podem optar pela conversão da unidade de comprimento de centímetros para metros e calcular a área diretamente em metros quadrados ou calcular a área em centímetros quadrados e em seguida realizar a conversão para metros quadrados.

Durante as discussões entre as equipes, o professor deverá ser um mero espectador, um questionador das estratégias utilizadas e, em alguns momentos, um facilitador, quando, por exemplo, perceber que o grupo tem o raciocínio certo, mas não consegue colocar em prática o mesmo. Esse segundo momento pode variar de 2 aulas a 4 aulas, a depender da realização ou não das discussões do grupo antes da aula. No entanto, aconselhamos que independentemente desse fator, o professor dedique 4 aulas para a realização das discussões em sala de aula.

Na socialização, cada grupo deverá apresentar suas propostas de solução. Como o problema é relativamente simples, o professor deverá estipular um tempo máximo de 10 ou 15 minutos para a explanação de cada grupo, reservando um tempo para que ele próprio questione os porquês de cada escolha feita para se chegar ao resultado final e também para que outros alunos possam realizar perguntas. É muito importante que o professor deixe claro antes das apresentações que todos estão construindo conhecimento, que erros irão ocorrer e que eles são bem-vindos no debate, pois se transformarão em conhecimento mais adiante. Isso deverá encorajar os alunos a defender suas propostas e inibir que outros alunos façam qualquer tipo de bullying com seus colegas durante as apresentações. Essa etapa pode ser cumprida em 02 ou 04 aulas, a depender da quantidade de grupos formados.

Por fim, o professor deverá fazer a avaliação das estratégias e desenvolvimento de cada equipe, mostrando os acertos e suas semelhanças com as fórmulas de área de figuras planas. Deverá avaliar os erros e, nesse ponto, conforme abordado no item 4.2, deverá explicar o provável motivo do erro, qual ou quais fatores contribuíram para que o grupo fosse induzido ao erro, enfatizando que isso é normal, que outras pessoas e até matemáticos podem e devem ter tido o mesmo raciocínio anteriormente. Outro fator importante é dedicar um tempo para o “se”, que seria trabalhar a hipótese de que se aquele raciocínio errado estivesse certo, o restante do desenvolvimento poderia ou não estar correto também. Entendemos que se existirem muitos erros consecutivos, o professor deverá não optar por esse caminho para evitar frustração do grupo e desinteresse.

Após a avaliação de todas as respostas, o professor poderá apresentar a forma de resolução direta, apresentando as fórmulas das áreas das principais figuras planas, e fazer um paralelo com tudo aquilo que eles construíram, mostrando inclusive que eles utilizaram aquelas fórmulas, mesmo que de maneira indireta, sem a consciência e o conhecimento delas. Deverá mostrar que eles foram capazes de construir o próprio conhecimento e que fizeram o mesmo caminho que outros matemáticos. A partir desse ponto, o professor poderá e deverá fazer uso dos problemas propostos no livro didático. Para a realização dessa última etapa, o professor necessitará de 02 aulas, entretanto, após a finalização dessa sequência, o professor estará livre para utilizar a quantidade de aulas que ele julgar conveniente para explorar os problemas propostos pelo livro.

Tabela 4: Sequência pedagógica para o sétimo ano

Etapa	Procedimentos	Número de Aulas
Apresentação do Problema	• Divisão dos grupos; • Informação sobre o material a ser utilizado; • Apresentação do problema (observação, explicação oral e escrita); • Informações prévias (rendimento da tinta, definição de metro quadrado).	02 aulas
Discussões	• Discussões em casa; • Discussões em sala de aula; • Questionamentos do professor; • Introdução da analogia do metro quadrado com a área de quadrados de lados menores e de medida	04 aulas

	unitária;	
Socialização	● Apresentação das soluções; ● Questionamentos do professor e dos alunos acerca das estratégias utilizadas;	04 aulas
Avaliação	● Avaliação de erros e acertos de cada grupo; ● Analogias dos acertos com o conhecimento formal; ● Avaliação dos erros; ● Apresentação do processo direto de resolução do problema.	02 aulas

Fonte: o autor (2021)

4.4. Proposta 3 – Oitavo ano

A proposta do oitavo ano será voltada para o conteúdo de volume e também será usado o espaço da escola. Nessa proposta, o professor sugere à sua turma que a escola precisará construir uma cisterna para armazenar água, leva seus alunos para um terreno onde não exista nada construído e apresenta a proposta de que a área construída deve ser a máxima possível, porém obedecendo uma distância de 1 metro entre suas bordas e a próxima construção existente a sua volta e que outro parâmetro é que ela apresente uma profundidade de 2,20 m. Em seguida, o professor deverá perguntar quantos litros de água ela poderá acomodar quando totalmente cheia.

Figura 5 - Área onde a cisterna será construída

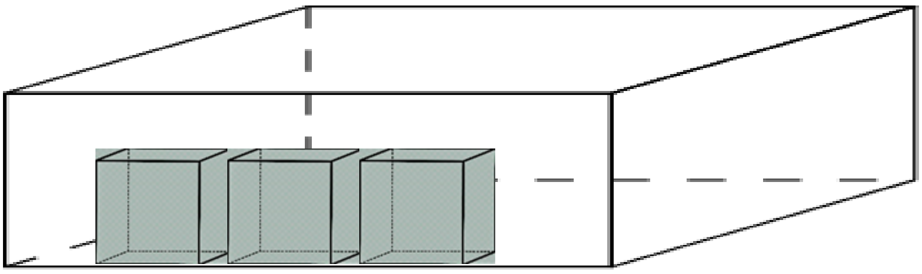
Fonte: o autor (2021)

Na etapa de apresentação teremos os mesmos passos descritos para a proposta dos anos anteriores, com divisões de equipes de 5 alunos, solicitação de trenas e apresentação do local e do problema de forma oral e escrita. A principal diferença é que no retorno à sala, o professor deverá informar a definição de 1 metro cúbico como sendo o volume de um cubo de 1 m de aresta e ainda sobre a equivalência de 1 decímetro cúbico e 1 litro. Partindo da premissa de que nesta modalidade de ensino os alunos podem ter atividade profissional, a solicitação das discussões em casa é opcional. Esse primeiro momento terá também duração de 02 aulas.

Durante as discussões das estratégias, o professor deverá proceder analogamente ao previsto na proposta do sétimo ano, inclusive fazendo a analogia do cubo de 1 metro cúbico com outros de volume menor e aresta unitária.

É possível que quando trabalharmos com alunos do EJA, em virtude de a clientela já trabalhar e em alguns casos em atividades que utilizem técnicas de cálculo de volume sem o uso da fórmula, apareçam estratégias relacionadas às técnicas de “cubação”, muito utilizadas por pessoas que exercem atividades relacionadas à extração e venda de pedras, madeiras, carvão e outros. Nesse ponto, o professor deve incentivar seu uso e inclusive poderá fazer alguma analogia com a determinação do volume do cubo de aresta 1 metro. Para essa modalidade de ensino, é bem possível que 04 aulas sejam o bastante, entretanto, pode ser necessário o uso de mais 02 aulas, a depender do nível de aprendizagem e da faixa etária da turma.

Figura 6 - Preenchimento da cisterna com cubos de 1 m de lado



Fonte: o autor (2021)

As etapas seguintes seguirão de forma bem análoga ao que foi proposto na sequência didática para o sétimo ano, porém é possível que algumas dificuldades surjam na etapa de socialização quando trabalharmos com alunos do EJA, em função do público atendido, pois é perceptível uma maior dificuldade em se expressar até em diálogos com professor e colega, o que provavelmente se agravará quando essa explanação tiver que ser feita para toda a turma.

O professor tem a função de encorajar os alunos, mostrando que não há motivos para não fazer, que o erro faz parte do processo, mas também deverá ter cuidado para não cruzar os limites do incentivo e querer forçar uma situação de constrangimento e bloqueio. Mesmo sendo a etapa da socialização muito importante na sequência, o mais desejado no processo como o todo é que o aluno participe mais ativamente durante as discussões, com questionamentos, proposições e compreensão das decisões tomadas. Ainda durante a socialização, pode-se flexibilizar mais o tempo de exposição, sem estipular período mínimo e máximo, pois a diferença de interpretação, capacidade de expressão e desenvoltura é bem mais aguda nessa modalidade de ensino. Ainda assim, é bem provável que 04 aulas sejam o bastante.

Outro cuidado importante, dessa vez durante a avaliação, é ter uma sutileza maior na correção dos erros, além de procurar explicar com mais detalhes cada um dos posicionamentos e a apresentação do conteúdo formal necessário à resolução da situação proposta. Nosso maior objetivo nessa modalidade de ensino é manter o aluno na escola, disposto a aprender e até mesmo a continuar em etapas seguintes da educação de jovens e adultos, isso passa essencialmente pela manutenção da autoestima e da confiança que o aluno tem em si mesmo de que é capaz de aprender, superar os obstáculos; além de manter a certeza de que a educação formal lhe proporciona ferramentas para o exercício de sua cidadania, tanto no contexto social, quanto na inserção no mercado de trabalho ou, quando já inserido, que estas ferramentas são importantes para sua ascensão profissional. A quantidade de aulas necessárias para a execução desta última etapa, será igual à da proposta do ensino regular: 02 aulas.

Tabela 5: Sequência pedagógica para o oitavo ano

Etapa	Procedimentos	Número de Aulas
Apresentação do Problema	• Divisão dos grupos; • Informação sobre o material a ser utilizado; • Apresentação do problema (observação, explicação oral e escrita); • Informações prévias (definição de metro cúbico e relação entre decímetro cúbico e litro).	02 aulas
Discussões	• Discussões em casa; • Discussões em sala de aula; • Questionamentos do professor; • Introdução da analogia do metro cúbico com o volume de cubos de lados menores e de medida unitária.	04 ou 06 aulas
Socialização	• Apresentação das soluções; • Questionamentos do professor e dos alunos acerca das estratégias	04 aulas

	utilizadas;	
Avaliação	● Avaliação de erros e acertos de cada grupo; ● Analogias dos acertos com o conhecimento formal; ● Avaliação dos erros; ● Apresentação do processo direto de resolução do problema.	02 aulas

Fonte: o autor (2021)

4.5. Proposta 4 – Nono ano

A última proposta é voltada para alunos do 9º ano. Para iniciar o assunto de escalas, conforme já vimos nas três propostas anteriores, deve-se seguir o mesmo passo a passo para a preparação da atividade, também dividindo a turma em grupos de 5 alunos e solicitando materiais de medidas de comprimento. A turma será levada ao espaço da escola que se deve fazer a planta baixa, lá o professor deverá apresenta-la aos alunos e explicar que uma planta baixa é a representação deste espaço em um desenho com dimensões reduzidas e cujas dimensões reais podem ser interpretadas por qualquer pessoa que tenha acesso a ela, e que para isso deverá existir uma relação entre as dimensões contidas no desenho e as dimensões reais. Em seguida, deverá solicitar que os grupos efetuem as medidas do espaço. Mais uma vez, vale lembrar que pequenas diferenças devem aparecer e devem ser aproveitadas e são desejáveis pelos motivos já citados. Em seguida, no retorno à sala de aula, alguns pontos devem ser abordados pelo professor, por exemplo: as proporções entre os lados das figuras, já estudados em semelhança de polígonos, e que este deve ser um pré-requisito para a semelhança de figuras. Ainda assim, é válido lembrar sobre proporcionalidade como uma outra necessidade para que a figura seja fiel ao espaço representado. Novamente a sugestão será de 02 aulas para a realização desta etapa.

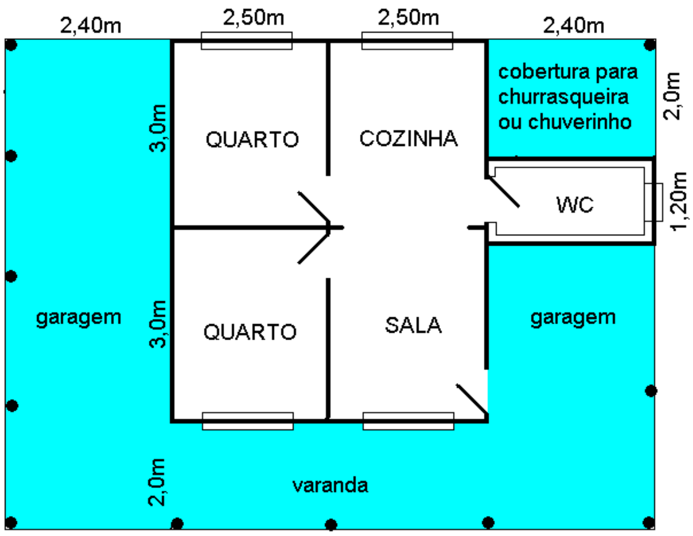
Figura 7 - Imagem da área que se deseja obter a planta

Fonte: o autor (2021)

Da mesma forma que foi feito nos projetos anteriores, deve-se solicitar que as discussões continuem em casa e reservar mais 02 aulas, como sugestão, para a conclusão das discussões em sala de aula.

Para este projeto, considerando a base já adquirida em assuntos anteriores, é esperado que não existam muitas dúvidas ou erros para a escolha e execução das estratégias, então o professor deve se abster ainda mais no que se refere à interferência dessas escolhas, sendo exatamente um observador.

Figura 8 - Planta baixa em escala 1:100



Fonte: o autor (2021)

A terceira e quarta etapas seguem os mesmos passos já descritos nos projetos anteriores, sem maiores alterações, nas quais o professor e os alunos devem questionar durante as apresentações, e o professor deve fazer as incursões necessárias na etapa de avaliação e exposição a respeito da forma mais prática de solucionar o problema. Em cada uma das etapas, sugerimos a reserva de 02 aulas, uma vez que, conforme citado anteriormente, este problema deverá ser de fácil resolução por parte dos alunos em função de sua simplicidade e dos fundamentos já estabelecidos.

Tabela 6: Sequência pedagógica para o nono ano

Etapa	Procedimentos	Número de Aulas
Apresentação do Problema	• Divisão dos grupos; • Informação sobre o material a ser utilizado; • Apresentação do problema (observação, explicação oral e escrita); • Informações prévias (proporcionalidades entre os lados de uma figura plana e entre as medidas do desenho e do espaço real). • Informar sobre a necessidade de explicitar a relação (proporção) entre desenho e espaço real para facilitar a leitura de outras pessoas que examinarem a planta.	02 aulas
Discussões	• Discussões em casa;	04 ou 06 aulas

	● Discussões em sala de aula; ● Questionamentos do professor;	
Socialização	● Apresentação das soluções; ● Questionamentos do professor e dos alunos acerca das estratégias utilizadas;	02 aulas
Avaliação	● Avaliação de erros e acertos de cada grupo; ● Analogias dos acertos com o conhecimento formal; ● Avaliação dos erros; ● Apresentação do processo direto de resolução do problema.	02 aulas

Fonte: o autor (2021)

5. SITUAÇÃO SIMULADA

Devido ao cenário atual de pandemia, tornou-se impossível a implementação das propostas em situações concretas em sala de aula, o que reconhecidamente dificulta a avaliação da eficiência dos resultado. Entretanto, com o intuito de minimizar essa falta, procurei desenvolver uma situação simulada, na qual uma situação hipotética de execução da proposta 2 em uma escola fictícia e com alunos fictícios, busca ilustrar possíveis situações e dificuldades que podem surgir durante a execução dela.

Laura Maria, professora do 7º Ano A, da Escola Estadual José dos Santos Silva, resolveu implementar em suas aulas de Geometria a proposta 2, dessa dissertação. Depois de solicitar previamente que cada grupo levasse uma trena e dividir a sala em 6 grupos de 5, levou seus alunos ao muro que deseja pintar. Após explicar minuciosamente os detalhes do problema, solicitou a cada equipe que efetuasse as medições. Após alguns minutos, Vinícius informou a ela que a medida que sua equipe encontrou para o comprimento era menor em 5 cm do que a medida que o grupo de Pedro encontrou e então pediu para que ela verificasse qual das medidas estava correta. Laura então explicou que isso não era importante pois a diferença podia ser desprezada, que tal diferença se deu pela posição da trena no momento da medição, ou pelo fato de não estar formando um ângulo reto em alguma das situações ou por não estar totalmente esticada, mas que já era previsto que houvesse essas diferenças.

Ao retornar à sala, ela então explicou o conceito de metro quadrado, relacionando a figura de um quadrado de 1 m de lado. Não demorou para que a equipe de Luana percebesse que poderia preencher o retângulo correspondente ao muro e suas dimensões com quadrados de 1 m de lado, mas fizeram o seguinte questionamento: “professora, sobram alguns espaços no retângulo, onde não cabem quadrados de 1 m de lado, como faço agora?” Laura então pediu que eles levassem a indagação para discutir dentro de seus grupos, em reuniões em casa, para que na próxima aula eles trouxessem a resposta.

Na aula seguinte, Laura perguntou à Luana se haviam conseguido resolver a questão, ela falou que tentaram dividir os quadrados em partes menores, mas que no fim se confundiram sobre as áreas. Laura então perguntou se algum outro grupo havia conseguido resolver a situação. Nesse momento, Arthur falou que seu grupo havia pensado na possibilidade de usar quadrados de 1 cm de lado, mas que não tinha a certeza que isso resultaria em uma área de 1 cm^2, a professora Laura confirmou que sim, mostrando a relação e dizendo que essa poderia ser uma alternativa interessante. Ao final da aula de debates, ela pediu aos alunos que verificassem o rendimento e o preço da tinta que ela indicou e informou que na próxima aula as equipes iriam socializar as respostas encontradas, um grupo por vez, e que nesse momento seriam permitidos questionamentos dos demais alunos que estavam assistindo.

Durante a primeira apresentação, a equipe de Juliana mostrou que o retângulo de 4,5 m de comprimento por 2,5 metros de altura foi completado inicialmente com 8 quadrados de 1 m de lado, correspondente a 8 m^2 de área e que sobraram 0,5 m no comprimento e 0,5 m na altura, então mostraram que eles foram completados com 32500 quadrados de 1 cm de lado, que cada quadrado tem 0,0001 m^2 de área, perfazendo um total nos quadrados menores de 3,25 m^2 de área, de modo que ao somar toda a área, encontraram um total de 11,25 m^2 de área, que dessa forma usariam em média 18 litros de tinta e gastariam um total de 180 reais. Durante a explicação, Pedro perguntou por qual motivo encontraram a área do quadrado de 1 cm em metros quadrados, já que eles acharam mais fácil determinar a área total desses quadrados em centímetros quadrados e só depois transformaram para metros quadrados, Márcia, que era uma membra da equipe, disse que achou mais prático, pois depois era só multiplicar o total de quadrados pela área que já estava na unidade que pretendiam.

Uma das equipes, a de Luana, resolveu a situação de uma maneira interessante, eles acharam as mesmas medidas que a equipe de Juliana (4,5 m x 2,5 m), entretanto, eles não completaram a figura com quadrados de 1 cm, em lugar disso, eles utilizaram quadrados de 50 cm de lado e disseram que como o lado era a metade do lado do quadrado original, bastaria juntar dois desses quadrados que fariam um quadrado de 1 m^2 de lado, dessa forma, o espaço restante poderia ser completado com 13 quadrados de 50 cm de lado, perfazendo uma área de 6,5 m^2, que somados aos 8 quadrados de 1 m^2 de área dariam uma área total de 14,5 m^2 e que portanto gastaria cerca de 23,2 litros de tinta e um total de 232 reais. Vinícius logo percebeu que estava errado o problema, mas não sabia explicar o motivo do erro, a professora Laura pediu que pensassem um pouco, mas, devido ao pouco tempo, os alunos não conseguiram perceber, No dia da avaliação, a professora Laura rasgou elogios à turma e disse que estava muito satisfeita com todas as socializações, que eles utilizaram estratégias muito semelhantes à teoria e às fórmulas para o cálculo da área de figuras planas, fazendo analogias com a ideia de completar o muro com quadrados menores e somar as áreas de todos. Não demorou para ser questionada por Vinícius sobre a diferença na resolução empregada pela equipe de Luana. A professora primeiramente parabenizou a equipe e disse que ficou impressionada com o fato de eles buscarem uma estratégia diferente das demais, que ela foi em suma válida e inteligente, porém foram induzidos ao erro de pensar que um quadrado com o lado que mede a metade do comprimento de outro apresenta a metade da área. Para explicar isso, desenhou no quadro um quadrado e disse que seu lado media 1 m, depois disso desenhou a partir do vértice superior esquerdo um outro quadrado com a metade do lado do maior, ou seja, 50cm de lado, em seguida questionou a todos, se o quadrado maior ficaria completo com mais um quadrado de 50 cm de lado, então a turma falou que não, inclusive Luana percebeu que seriam necessários 4 quadrados menores e não dois. Logo perceberam que os 13 quadrados deveriam ser divididos por 4, que daria uma área de 3,25 m^2, ou seja, a mesma área encontrada pela equipe de Juliana.

Por fim, Laura mostrou a fórmula da área do quadrado e do retângulo e que isso era exatamente o que eles tinham feito para solucionar o problema, aproveitou e mostrou as fórmulas para o cálculo das demais área das figuras planas e solicitou que eles agora resolvessem os exercícios propostos no livro.

6. CONCLUSÃO

Após toda a coleta de informações acerca do tema discorrido na dissertação, alguns aspectos merecem uma atenção especial por parte de todos que fazem a educação em nosso país, pelo fato da urgência em fazer com que o aluno sinta-se familiarizado ao estudo da Matemática. Isso só pode ser feito quando ela for percebida como uma ferramenta concreta e útil em sua vida, o que é na grande maioria das vezes o caminho oposto adotado por nossos educadores nos anos finais do Ensino Fundamental.

Frente a essas necessidades, metodologias ativas, como a sala de aula invertida, têm demonstrado bons resultados em todas as áreas do ensino, outras, como a etnomatemática apontam uma aproximação maior entre alunos e a Matemática como ciência. Dessa forma, acredito ser a PBL um excelente instrumento muito pouco utilizado na área das disciplinas de exatas, embora tenham apresentado resultados satisfatórios em diversas áreas, especialmente na Medicina.

Um dos fatores que fazem com que a PBL seja pouco explorada em Matemática é o fato de que em sua formação, a grande maioria dos nossos professores não têm um direcionamento mais claro sobre como ensinar a matemática como uma ciência viva, útil e transformadora em todos os aspectos e situações. Existe um direcionamento mais perceptível no caminho de conhecer técnicas de solução de problemas e sua utilização em outras áreas, ou seja, a preocupação maior nesses cursos é com a formação de matemáticos, com grande bagagem de conhecimento e até mesmo de entender o que fazer com ele, mas não há essa clara preocupação com a formação do professor, de como ele pode introduzir esses conteúdos em sala de aula, despertando em seus alunos o interesse pelas diversas áreas da matemática.

Apesar disso, a própria SBEM, durante a realização do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), apresentou um documento no qual defende o uso do PBL em cursos de licenciatura de Matemática, como uma ferramenta que poderá melhorar a preparação de nossos professores.

Essa visão predominante nos cursos de licenciatura é, inclusive, refutada em documentos como os PCN´s e a BNCC, nos quais fica clara a vertente de despertar os instintos de investigação e curiosidade em nossos alunos, para que sejam cada vez mais capazes de produzir seu próprio conhecimento e passar ao papel de protagonista do processo no qual o professor deve ser um facilitador, ser capaz de colaborar quando necessário e direcionar em algumas situações.

Elencados todos esses princípios e elementos, vejo na PBL um instrumento poderoso, por meio do qual o aluno tem a oportunidade de, a partir de problemas concretos, cotidianos e contextualizados, conseguir produzir soluções para problemas mais simples que lhe fornecerão uma base para níveis mais complexos de problemas.

É fato que a aprendizagem é muito mais significativa quando é formulada pelo próprio discente, sem que ele receba algo pronto e seja capaz de reproduzir os fatos. Resolver um exercício ajuda a fixar técnicas, que podem ou não ser assimiladas pelo aluno, principalmente pelo seu julgamento face a importância que ele dá para o que está estudando, entretanto, solucionar um problema faz com que ocorra uma apropriação do conhecimento, nesse caso o aluno aprende algo que ele dificilmente vai esquecer, inclusive pelo fato de que ele foi o responsável pelo desenvolvimento.

Acredito, então, que o uso do PBL deve ser ao menos discutido por todas as instâncias que formam a educação brasileira em Matemática, como uma possível ferramenta que pode auxiliar bastante na solução do maior problema enfrentado por nossos professores em sala de aula atualmente: a indiferença de nossos alunos com relação à Matemática.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática - Binachini.** 2018. 9ª Edição. São Paulo: Moderna, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em 10 de março de 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: MatemáticA. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília : MEC / SEF, 1998.

CARNEIRO, Maria Tereza Soares; PINTO, Neuza Bertoni. **Metodologia da resolução de problemas**.

DE CARVALHO, Fábio Roberto. **A Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas no Ensino de Lançamento Oblíquo**. Orientador: Prof. Dr. Renato José de Moura. 2017. 94 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS, São Carlos, 2017.

FERNANDES SOUTO, Flavia Cristine *et al*. **O ensino de matemática e a resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2017. 9 p. Artigo (Graduação em matemática) - Universidade Federal do Paraná, Cascavel, 2017

HENRIQUE RIBEIRO, Geovane. **Matemática, aprendizagem baseada em problemas**: metodologia inovadora no 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública. Orientador: Prof. Dr. Fernando da Costa Barbosa. 2019. 121 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2019.

PINHEIRO ANDRADE, Júlia. **Educação e democracia um ensaio sobre o conceito de experiência em john dewey**. 2007. 28 p. Revista Educação e Filosofia., Uberlândia, v. 21, n. 4, p. 15-42. - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

POLYA, George: tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.**1995. 2ª reimpressão. Rio de janeiro: interciência, 1995.
SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática.** 2018. 5ª Edição. São Paulo: Moderna, 2018.

SOARES, Maria Teresa Carneiro; PINTO, Neuza Bertoni. **Metodologia da resolução de problemas**. 2012. 9 p. Artigo UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro, 2012.

SOUTO, Flávia Cristiane Fernandes; Guérios, Ettiène Cordeiro. **O ensino de matemática e a resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2017. 9 p. Artigo UNIOESTE DE CASCAVEL, Cascavel, 2017

UFAL. **Projeto Político Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática, modalidade online, 2012.** Disponível em: https://ufal.br/estudante/graduacao/projetos-pedagogicos/campus-maceio/matematica-licenciatura-ead Acesso em 06 de março de 2021.

UFPE. **Projeto Político Pedagógico do curso de licenciatura em Matemática**. Centro Acadêmico do Agreste, Caruaru, 2017. Disponível em: https://www.ufpe.br/documents/39114/0/PPC+Matem%C3%A1tica.pdf/8d7c46a3-9ee3-46ba-b043-a1b221d2a039 Acesso em 10 de marco de 2021.