INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS- GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E PROPORCIONALIDADE: UMA EXPERIÊNCIA COM USO DE MAQUETES NO ENSINO FUNDAMENTAL

GILMAR ANTONIO RIBEIRO DE MACEDO

Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

FLORIANO
2023

GILMAR ANTONIO RIBEIRO DE MACEDO

MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E PROPORCIONALIDADE: UMA EXPERIÊNCIA COM USO DE MAQUETES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves.

FLORIANO
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Macedo, Gilmar Antonio Ribeiro de

M141m Mobilização de conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade : uma experiência com uso de maquetes no ensino fundamental / Gilmar Antonio Ribeiro de Macedo. - 2023.
77 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2023.
Orientador : Prof Dr. Ezequias Matos Esteves.

1. Práticas educativas. 2. Razão. 3. Proporcionalidade. 4. Maquetes. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Aurilene Araujo da Costa CRB 3/1272

GILMAR ANTONIO RIBEIRO DE MACÊDO

MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTO SOBRE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS E PROPORCIONALIDADE: UMA EXPERIÊNCIA COM USO DE MAQUETES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 15/06/2023

BANCA EXAMINADORA

Ezequias Matos Esteves:72631961315
Assinado de forma digital por Ezequias Matos Esteves:72631961315
Dados: 2023.06.15 10:38:12 -03'00'

___

Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IFPI
Orientador

EGNILSON MIRANDA DE MOURA:43340610363
Assinado de forma digital por EGNILSON MIRANDA DE MOURA:43340610363
DN: cn=EGNILSON MIRANDA DE MOURA:43340610363, ou=UFPI - Universidade Federal do Piaui, o=ICPEdu, c=BR
Dados: 2023.06.15 14:17:28 -03'00'

___

Prof. Dr. Egnilson Miranda de Sousa
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Avaliador Interno

KELTON SILVA BEZERRA:00725878304
Assinado de forma digital por KELTON SILVA BEZERRA:00725878304
Dados: 2023.06.15 11:43:54 -03'00'

___

Prof. Dr. Kelton Silva Bezerra
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Avaliador Externo

Dedico este trabalho a meus pais, Antonio João de Macêdo e Maria das Graças Ribeiro de Macêdo, a minha amada esposa, Fabiana Patrícia Rocha de Macêdo, a meus filhos queridos, Olavo Antonio Rocha de Macêdo e Maria Helena Rocha de Macêdo e aos meus docentes do curso, pelos ensinamentos e aprendizados.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pois sem ele nada seria possível.

Agradeço a minha amada esposa, Fabiana Patrícia, pelo companheirismo e por sempre me apoiar, encorajando-me a vencer todos os obstáculos que surgiram ao longo dessa jornada.

Agradeço a meus filhos, Olavo Antonio Rocha de Macêdo e Maria Helena Rocha de Macêdo, pelo amor, carinho e por tornar todos os momentos de minha vida mais prazerosos.

A minha família, pelo apoio incondicional, que tem me ajudado a concluir este curso.

A meu orientador, professor Dr. Ezequias Matos Esteves, pela paciência, orientação e por estar sempre pronto em todos os momentos em que precisei.

Aos meus alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Hindemburgo Dobal, em Teresina-PI, a quem ensino e com quem também aprendo.

Aos amigos do curso PROFMAT, de modo especial, aos amigos, Eduardo Conrado, Felipe Morais, Cleomar Cosme, Netanias de Oliveira, Darlan Ramos (em memória), Raimundo Nonato e Eduardo Moura, os quais foram imprescindíveis para a trajetória delineada e que serviram de amparo nos momentos difíceis.

Agradeço aos professores do Instituto Federal do Piauí, de modo especial, aos que participam desta banca, contribuindo para a melhoria do meu trabalho.

A todos que, direta ou indiretamente, participaram da construção deste trabalho.

A matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade, mas também suprema beleza - uma beleza fria e austera, como a da escultura.

(BERTRAND RUSSEL, 1919, p. 60)

RESUMO

MACEDO, G. A. R de. **Mobilização de conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade:** Uma experiência com uso de maquetes no Ensino Fundamental. 2023. (número de folhas) f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2023.

Esta pesquisa tem como objetivo geral identificar e analisar as contribuições da prática educativa envolvendo processo de construção de maquetes para apropriação dos conhecimentos de razão, proporção e área de figuras planas e o desenvolvimento do pensamento matemático do ponto de vista teórico e geométrico com alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Teresina. É uma pesquisa de natureza básica, que se caracteriza quanto aos objetivos como descritiva e explicativa e com uma abordagem predominantemente qualitativa, mas também quantitativa. No princípio da pesquisa foi feito levantamento do nível de conhecimentos dos alunos nos tópicos matemáticos abordados e confrontados com o desenvolvimento dos alunos durante as atividades experimentais e com o resultado obtido em um teste final. Os dados foram analisados e comparados para que fosse verificado se os conceitos relacionados às áreas de figuras planas são observáveis pelos aluno(as) na prática, possibilitando, então, a construção de próprio conceito por parte do discente, a partir de algo concreto e que tenha significado para sua vida. Os resultados revelaram que após a construção das maquetes, os alunos melhoraram seus desempenhos na resolução de problemas envolvendo os conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade, como em cálculos matemáticos como operações básicas de multiplicação e raciocínio lógico, evidenciados pelas comparações de suas notas nos testes inicial e final.

Palavras-chave: Práticas educativas. Razão. Proporcionalidade. Maquetes.

ABSTRACT

MACEDO, G. A. R. **Mobilization of knowledge about areas of flat figures and proportionality:** an experience with the use of models in Elementary School. 2023. (number of sheets) f. Dissertation (Masters) – Federal Institute of Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2023.

This research has the general objective of identifying and analyzing the contributions of educational practice involving the process of building models for the appropriation of knowledge of ratio, proportion and area of plane figures and the development of mathematical thinking from a theoretical and geometric point of view with students of elementary school in a public school in the city of Teresina. It is a research of a basic nature, which is characterized in terms of objectives as descriptive and explanatory and with a predominantly qualitative approach, but also quantitative. At the beginning of the research, a survey was carried out of the students' level of knowledge in the mathematical topics addressed and confronted with the students' development during the experimental activities and with the result obtained in a final test. The data were analyzed and compared to verify whether the concepts related to the areas of flat figures are observable by the students in practice, thus enabling the construction of their own concept by the student, based on something concrete and that have meaning in your life. The results revealed that after building the models, the students improved their performance in solving problems involving knowledge about areas of flat figures and proportionality, as well as in mathematical calculations such as basic operations of multiplication and logical reasoning, evidenced by the comparisons of their grades in the initial and final tests.

Keywords: Educational practices. Reason. Proportionality. Models.

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Saviani (2012) destaca os desafios da atividade docente, que levam muitos professores a se questionarem sobre qual seria o melhor modo de se ensinar, inclusive, sobre como poderia resgatar os conhecimentos do próprio aluno, em atividades práticas, e aliá-los ao conhecimento teórico da escola. No Ensino Fundamental, o professor se depara com situações nas quais sente necessidade em incentivar seus alunos a desenvolverem o pensamento teórico aliado à prática, o que pode contribuir de forma significativa para seu desenvolvimento na disciplina de matemática, considerada para a maioria, de grande dificuldade. Desse modo, Kusman (2015) enfatiza que o professor passa por questionamentos inerentes à própria atividade docente, levando-o a repensar as práticas educativas desenvolvidas em sala de aula, especialmente em conteúdos que podem ser trabalhados de modo mais prático a partir de uma relação com a vida cotidiana do aluno.

Assim, traz-se a proposta do ensino de conteúdos de razão e proporcionalidade, inclusive com cálculo de áreas das principais figuras geométricas planas, a partir da experiência na construção de uma maquete que visa oportunizar ao aluno o contato direto com as principais figuras planas, estimulando-o a desenvolver os conceitos matemáticos a partir de experiência prática na escola, buscando soluções para os problemas encontrados.

Nesse sentido, este estudo visa discutir como a construção de maquetes da escola Municipal Hindemburgo Dobal, onde os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental estudam, contribui para a mobilização e apropriação dos conhecimentos sobre razão, proporcionalidade e cálculo de áreas de figuras planas como: o quadrado, o retângulo, o triângulo, o losango e o trapézio.

Ao final do estudo, buscou-se responder se a construção de maquetes pelos alunos facilitou a compreensão do conceito de proporcionalidade e de áreas, bem como o cálculo das áreas das principais figuras planas. Considerando os pontos destacados, fez-se o seguinte questionamento: Como a construção de maquetes pode contribuir para a exploração de conceitos de áreas de figuras planas e proporcionalidade?

No Ensino médio, nota-se a dificuldade de aprendizagem de conteúdos como volumes de sólidos de revolução e de figuras irregulares que necessitam da compreensão básica sobre volumes de figuras geométricas planas, tais como: retângulo, triângulo, losango, trapézio, círculo, dentre outras, tornando o ensino de matemática ainda mais difícil para os alunos. Outra questão que não é muito entendida pelos alunos e pouco explorada pelos professores no ensino fundamental é o conceito de proporcionalidade, que pode ser um grande aliado para o entendimento de muitos outros conceitos matemáticos.

Dessa forma, este estudo se justifica pela própria necessidade do docente em buscar recursos que facilitam o ensino de alguns conteúdos de matemática, uma disciplina considerada por muitos de difícil entendimento, mas que poderá ter a apropriação de alguns conceitos facilitados, considerando que a prática aliada à teoria pode possibilitar maior compreensão da matéria. Ademais, apesar de já se ter avançado com pesquisas que envolvam teoria e prática, ainda são limitados os estudos envolvendo maquetes, o que poderá contribuir com outras pesquisas com a mesma temática.

A hipótese básica de investigação é que atividades práticas, como a construção de maquetes pelos alunos com orientação do professor, consiste em uma estratégia efetiva que ajuda o discente a produzir seus próprios conceitos e internalizá-los, facilitando a compreensão de conteúdos como razão, proporcionalidade e cálculo de área de figuras geométricas planas, melhorando, assim, o ensino de matemática.

Como objetivos específicos, buscou-se: identificar os conhecimentos dos alunos acerca de escala (razão e proporção) e áreas de figuras planas; relacionar as contribuições no aprendizado teórico de áreas de figuras planas e proporcionalidade no processo de construção de maquetes; entender e avaliar o nível de compreensão dos tópicos estudados a partir da argumentação matemática desenvolvida pelos alunos e; verificar as competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo os conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade, após a construção das maquetes.

Para tanto, realizou-se pesquisa de abordagem qualitativo-quantitativa e quantos aos objetivos é descritiva e explicativa. O *corpus* constituído para esta investigação foi formado por discentes de turma do 8º ano do Ensino Fundamental composta por 24 (vinte e quatro) alunos, da Escola Municipal Hindemburgo Dobal, localizada à Rua Dentista Acelino Leite, nº 4685, bairro Angelim, em Teresina-PI. A referida escola foi selecionada por ser uma unidade de ensino da educação básica na qual o idealizador deste estudo trabalha, facilitando, assim, a coleta de dados.

O embasamento teórico deste estudo foi constituído por diversos autores, dentre os quais destacam-se: Bassanezi (2010), o qual esclarece sobre a modelagem matemática como uma forma de atrair a atenção do discente visando tornar o ensino de matemática mais prático e agradável, servindo para aliar a realidade do aluno e a teoria, possibilitando-o compreender e analisar a melhor forma de resolver determinada situação-problema; Moreira (2012) que propõe uma aprendizagem significativa com uso de várias metodologias que possibilitem aos discentes uma visão mais aprimorada sobre o sentido para o processo de ensino e aprendizagem e, desse modo, um conhecimento significativo, isto é, que faça sentido para ele em sua vida, atraindo seu interesse pela disciplina, tornando-a mais interessante e; Lorenzato (2006) que destaca a conceituação de objetos como algo complexo e que atividades práticas contribuem para que os discentes explorem situações vivenciadas, servindo de gatilho para o fortalecimento de sua autonomia, quando os alunos passam a atuar como sujeitos ativos e construtores de sua própria realidade.

Além disso, o presente trabalho tem como referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) que é o documento que norteia os professores e os orienta em sua atuação, propondo uma ressignificação das aprendizagens do Ensino Fundamental, retomando-as a partir de contextos diferenciados, objetivando o aprofundamento do repertório do aluno no ambiente escolar, além de sugerir o fortalecimento da autonomia desses indivíduos em formação, em que se ofereça condições de acesso à interação crítica e pensamento reflexivo.

Além deste primeiro capítulo de introdução, este estudo encontra-se dividido em mais quatro capítulos visando melhor explanação do conteúdo. O segundo trata da revisão de literatura que traz o embasamento teórico que este estudo requer, a partir da visão de vários autores acerca do tema em discussão, explanando, inclusive, sobre a construção de maquetes como estratégia de ensino e aprendizagem em matemática.

O terceiro capítulo destaca a metodologia usada para a realização desta pesquisa, discorrendo sobre materiais e métodos utilizados para efetivação do estudo; caracterização da pesquisa, local de aplicação e participantes; técnicas e instrumentos de coletas de dados que serviram para coletar o material objeto de análise, além da descrição dos momentos referentes aos encontros com os(as) alunos(as).

O quarto capítulo apresenta os resultados e discussões do estudo, discorrendo sobre o teste inicial, as atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa, bem como o teste final e uma comparação dos resultados entre o teste inicial e o teste final, mostrando os detalhes dos encontros e dos momentos com os discentes até a construção das maquetes e realização dos cálculos pelos alunos, dentre outras informações.

O quinto e último capítulo se refere às considerações finais, no qual são apresentadas as principais conclusões acerca do estudo, especialmente, aquelas relacionadas às habilidades e competências desenvolvidas pelos alunos, a partir da construção de maquetes.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo destaca o embasamento teórico que sustenta este estudo, a partir do olhar de vários autores que tratam do tema em discussão, propondo a efetiva participação do aluno no processo de ensino e aprendizagem, como ser autônomo e ativo. Dessa forma, este capítulo vem dividido em dois subtópicos: o primeiro trata da prática como instrumento de aprendizagem significativa e o segundo destaca a construção de maquetes como estratégia de ensino e aprendizagem em matemática.

2.1 A PRÁTICA COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Na visão de Moreira (2012), uma aprendizagem significativa propõe o alinhamento de variadas metodologias que possibilitem aos discentes uma visão mais aprimorada acerca do sentido para o processo de ensino e aprendizagem e, assim, um conhecimento significativo, ou seja, que passe a fazer sentido em sua vida. Ademais, ao envolver os alunos em atividades de uso real, amplia-se o interesse por parte da disciplina e, por consequência, o conhecimento se efetiva de modo mais interessante.

Ainda na visão deste autor, quando o professor aciona o aluno a participar de atividades práticas, além do conhecimento teórico que ele adquire a partir destas atividades, a compreensão do assunto se realiza sob várias perspectivas, devido ao interesse e a motivação que este sente quando percebe que aquela prática não é algo abstrato, pelo contrário, de fato faz parte de suas ações no mundo.

Nesse contexto, Lorenzato (2006, p. 19) enfatiza que os alunos passam a agir como reais exploradores das situações vivenciadas, o que contribui para fortalecer a autonomia destes, visto que passam "a atuar como sujeitos ativos e construtores de sua própria realidade, considerando o processo de ensino e aprendizagem, pois aprendem com a interação com os demais", o que acaba por motivá-lo a realização de outras práticas.

Rogoff (1998) esclarece que o envolvimento dos alunos na participação de atividades práticas é notório, levando-o a um resultado prático e significativo. Isto porque no ambiente de sala de aula, nem sempre as atividades teóricas alcançam todo o alunado, condicionando-os, muitas vezes, a atuarem como sujeitos passivos, o que ocorre de modo distinto nas atividades práticas, em que se alia de modo quase automático os fatores cognitivos, estimulando o aluno a realizar descobertas por si só, na interação com o professor, que é um mediador e com seus colegas de classe.

Esta autora entende estas práticas considerando o conceito de apropriação participatória, o qual sugere que os discentes mudam sua visão sobre a disciplina por conta do envolvimento pessoal na realização de atividades, já que além de ser uma atividade educativa, estas práticas consistem em atividades socioculturais, haja vista que busca o comprometimento do aluno em determinada atividade, "controlando suas ações que são orientadas pela própria participação na atividade" (ROGOFF, 1998, p. 126).

Sobre isso, a BNCC esclarece que, principalmente, nas séries finais do Ensino Fundamental são apresentados aos discentes desafios mais complexos, frente à necessidade de apropriação por parte destes de distintas lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às diversas áreas. Por conta disso, torna-se fundamental ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental, retomando-as a partir de contextos diferenciados, com o intuito de que o aluno se aprofunde e amplie seu repertório no ambiente escolar. Do mesmo modo, é necessário e importante fortalecer a autonomia desses indivíduos em formação, ofertando-lhes condições e ferramentas para acesso e interação crítica, com distintos conhecimentos e fontes de informação (BNCC, 2018, p. 60).

Assim, a partir da BNCC, orientada aos anos finais do Ensino Fundamental esclarecem que o docente deve priorizar o raciocínio no conteúdo de proporcionalidade, envolvendo a exploração de situações de aprendizagem às quais conduzam o discente a: "observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade" (BNCC, 2018, p. 63).

Nesse contexto, ao colocarmos os alunos em situações práticas para medições em metros e posteriores conversões para outras medidas, além de lhes possibilitar verificar a proporcionalidade entre grandes áreas e, por exemplo, uma maquete, que permite uma visualização menor de um espaço, poderemos estar propiciando ao aluno este contato direto com a realidade que a matemática viabiliza, uma vez que a montagem de uma maquete envolve, necessariamente, conceitos matemáticos.

É a partir de propostas como está descrita anteriormente, baseada na intervenção sugerida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que os alunos podem perceber como questões conceituais se efetivam em âmbito prático e real, como por exemplo, a transformação de grandezas de comprimento.

Outrossim, é importante destacar que a montagem de maquetes traz todo um contato com as escalas, provocando o envolvimento dos alunos e um aprendizado mais significativo mencionado anteriormente por Rogoff (1998) e Moreira(2012). Isto é, o professor deve fornecer condições ao aluno de buscar soluções para problemas com envolvimento do discente em situações naturais articuladas ao conceito matemático.

Esse contato direto do problema matemático com a realidade que circunda o aluno possibilita a intervenção direta do professor quando do surgimento de dúvidas, facilitando o esclarecimento destas logo que surjam, facilitando, então, o processo de ensino e aprendizagem, já que a intervenção é realizada quase que instantaneamente pela figura do docente (HALISKI; SILVA, 2013).

Além disso, D'Ambrósio (1997) enfatiza que o aluno passa por meio da atividade prática, a construir seus próprios conceitos em conformidade com o qual este se apresenta para ele como verdadeiro, visto que a abordagem educativa partiu da atividade concreta para, posteriormente, se realizar a aplicação do conceito teórico, uma vez que é muito mais fácil o indivíduo proceder à caracterização de um dado objeto, por exemplo, depois de seu primeiro contato com ele, premissa esta, inclusive, defendida pelo autor.

Lorenzato (2006, p. 22) explica que conceituar objetos é um processo envolto por uma gama de complexidade, principalmente se não houver o contato com os elementos visuais que facilitam a compreensão e, por conseguinte, o processo de conceituação, o que pode ser facilitado no caso de construção de uma maquete, no que se refere ao entendimento de conceitos de razão e proporcionalidade.

Moreira (2012) enfatiza que quando o professor propõe uma atividade prática antes de o aluno ter contato com o conceito, induz o aluno a questionar-se e a investigar, o que o auxilia tanto na apreensão do conteúdo, quanto no interesse na realização da própria atividade, estimulando, assim, o processo de ensino e aprendizagem. Este autor continua explicando que situações práticas podem possibilitar aplicação do conceito, o que pode ser um indicativo para superação do fato de os alunos considerarem, especialmente os do Ensino Fundamental, que podem decorar algumas regras, aplicando-as quando necessário em situações no ambiente de sala, dissociando-a assim, de sua vida prática, o que acaba por prejudicá-lo no sentido de ver a disciplina de matemática como algo difícil (MOREIRA, 2012).

2.2 A CONSTRUÇÃO DE MAQUETES COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

Almeida e Passini (2002) enfatizam que o professor de matemática que ensina utilizando maquete está se propondo a um novo viés de ensino, a partir de um processo significativo de construção de conhecimento juntamente com os alunos, pois a maquete proporciona uma representação com aproximação, por meio de escalas, de um determinado espaço que faz parte da realidade do aluno, tornando o ensino mais próximo de sua realidade.

Dessa forma, a BNCC (2018) ressalta que "construir maquetes e descrever o que nelas está sendo representado é também uma atividade muito importante, especialmente no sentido de dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos" (BNCC, 2018, p. 120).

Além disso, outra habilidade proposta pela BNCC (2018, p. 123) é a descrição e representação de esboços de trajetos, croquis e maquetes de pessoas ou de objetos no espaço, "incluindo direção e sentido com base em vários pontos de referência, atividades que perpassam pela matemática". Nesse sentido, a BNCC, ao se referir ao material de aprendizagem, esclarece que este é potencialmente significativo, cuja atribuição de significado cabe ao sujeito e não à aula, estratégia ou livro significativo. Contudo, o material significativo propõe diálogo de modo apropriado e relevante com o conhecimento prévio do estudante (ANDUJAR; FONSECA, 2009).

No âmbito da geometria, que enfoca o espaço e a forma, o ensino com maquetes possibilita que as aproximações e transformações de medidas a partir de escalas dão significado ao que ensinam e para quem ensinam, sem que haja aquela desconexão da realidade própria do ensino tradicional, integrando-a a outros eixos da disciplina, devendo, portanto, ser estimulada na atividade docente, principalmente, na educação básica, quando ainda se percebem deficiências em relação a áreas de figuras planas (OLIVEIRA; VELASCO, 2007).

3 METODOLOGIA

Esta seção apresenta de modo detalhado os procedimentos adotados e que direcionaram a realização deste estudo científico, estando subdividido em cinco subtópicos, a saber: o primeiro, que trata do materiais e métodos utilizados; o segundo, que dispõe sobre a caracterização da pesquisa; o terceiro subtópico, que trata do local de aplicação da pesquisa e dos participantes; o quarto, que enfatiza as técnicas e instrumento de coleta de dados e; o quinto e último subtópico deste capítulo, que traz a descrição dos momentos de encontro com os alunos.

3.1 MATERIAIS E MÉTODOS

Este estudo se centra na efetivação de práticas matemáticas para a construção de maquetes, o que pode acionar no aluno elementos de seu cotidiano e também no espaço-temporal, ou seja, o lugar onde estes estão inseridos, sendo, portanto, viável para este tipo método.

Segundo Meu Dicionário.org (2023, p. 6), o termo maquete vem do italiano *macchietta*, que significa pequena mancha; o vocábulo também é representado por maqueta pelo francês *maquette* e são:

> Esboços em escala reduzida, ou miniatura de obra de arte plástica, geralmente modelado em barro, gesso ou cera, podendo ainda ser conceituada como a reprodução em tamanho reduzido de um projeto arquitetônico ou de engenharia; réplica em miniatura de uma construção.

Sendo assim, esta pesquisa seguiu algumas etapas, a saber:

1) Explicar aos alunos sobre o conceito de maquete e como esta pode servir como representação de um espaço, apresentando uma como exemplo;

2) Propor aos alunos a fazerem a maquete da escola onde estudam, a partir de um desenho inicial em planta baixa, com medidas proporcionais às medidas das reais existentes naquele ambiente, para posterior confecção da maquete em isopor;

~~3)~~ Realizar oficina com a turma do 8º ano do Ensino Fundamental para construção das maquetes, introduzindo, ao mesmo tempo do desenvolvimento da prática, os tópicos de razão entre medidas de segmentos e cálculo de áreas das principais figuras planas relacionadas à estrutura da escola, com auxílio de instrumentos de medidas e registro das medidas coletadas;

4) Solicitar dos alunos que buscassem relembrar as principais figuras planas que conhecem e associá-las à maquete;
5) Observar o envolvimento e o desenvolvimento dos alunos nas atividades práticas da apresentação dos tópicos estudados e da aquisição e transformação das medidas para a construção da maquete.

A proposição aos alunos para fazerem a maquete da escola onde estudam propunha tornar o estudo do conceito de área, bem como o cálculo das áreas das principais figuras planas bastante prazeroso e eficiente, pois em uma edificação podemos facilmente visualizar as principais figuras planas, tais como as que desejamos estudar com a prática desse estudo.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Quanto à natureza, o método de pesquisa utilizado foi a pesquisa básica, que objetiva, especialmente, contribuir com teorias científicas, sendo, por isso, também denominada de pura ou pesquisa fundamental, o que, no entanto, não a afasta do diálogo entre teoria e prática (DEMO, 2011). Na visão de D'Ambrósio (1986), o diálogo entre teoria e prática possibilita que "valor da teoria será revelado quando de sua transformação em prática" (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 43). Através desse contato com a realidade, no ensino de matemática, o aluno verificará que os conceitos relacionados às áreas de figuras planas são observáveis por ele mesmo na prática, possibilitando-o construir seu próprio conceito a partir de algo concreto e que tenha significado para sua vida, visto que fatos podem ser aprendidos por meio das experiências vividas e presenciadas.

Quanto aos objetivos, esta pesquisa é de natureza descritiva e explicativa, visto que, segundo Demo (2011), as pesquisas descritivas visam descrever características de populações ou fenômenos, bem como apresentar correlação entre variáveis, por isso, são adequadas a levantamentos; enquanto as pesquisas de natureza explicativa possuem uso mais restrito, haja vista que apresentam complexidade no fenômeno estudado, contribuindo na identificação de atributos ou fatores que determinam a ocorrência de fenômenos.

Alia-se a esta pesquisa a modelagem matemática que, segundo Bassanezi (2010), consiste em atrair a atenção do discente visando tornar o ensino mais prático e agradável. A modelagem matemática serve como um elo entre a realidade do aluno e a teoria permitindo que este possa compreender, bem como analisar a melhor forma de resolver determinada situação-problema (BASSANEZI, 2010).

Com auxílio da modelagem matemática para o desenvolvimento do estudo, a pesquisa se caracterizou quanto aos procedimentos técnicos como experimental, pois foram selecionadas algumas variáveis que puderam influenciar no objeto de estudo, e ainda o pesquisador foi agente ativo na pesquisa na posição de mediador das atividades desenvolvidas pelos alunos pesquisados.

Quanto à abordagem, ela é qualitativa e quantitativa. Na visão de Gil (2010), esse tipo de abordagem permite um conhecimento amplo do fenômeno estudado, uma vez que, conforme Minayo e Sanches (1993, p. 26) "a relação entre quantitativo e qualitativo (...) não pode ser pensada como oposição contraditória (...), pois esta abordagem permite análise de aspectos mais 'concretos' e aprofundados em seus significados mais essenciais". É qualitativa ao passo que o pesquisador manteve um contato direto com os investigados no desenvolvimento da pesquisa, observando o nível de apropriação dos conhecimentos estudados, visto que procurou compreender o melhor caminho que os alunos se apropriavam dos conhecimentos desenvolvidos nas atividades práticas, considerando os resultados apresentados no teste inicial e, posteriormente, comparando-os com os resultados obtidos no teste final e quantitativa porque os resultados obtidos a partir da aplicação dos testes inicial e final foram apresentados através de representações estatísticas para subsidiar na análise dos objetivos propostos no trabalho.

3.3 LOCAL DE APLICAÇÂO DA PESQUISA E PARTICIPANTES

O universo desta pesquisa foi a Escola Municipal Hindemburgo Dobal, localizada na Rua Dentista Acelino Leite, nº 4685, bairro Angelim, Teresina-PI. A referida escola foi selecionada por ser uma unidade de ensino da educação básica na qual o idealizador deste estudo trabalha, facilitando, assim, a coleta de dados.

A pesquisa foi realizada com 24 (vinte e quatro) alunos entre 12 e 13 anos da escola supracitada em Teresina- PI. Os alunos foram escolhidos de forma aleatória entre duas turmas do turno manhã, 8° ano A e 8° ano B, sendo 12 (doze) alunos de cada turma.

3.4 TÉCNICAS / INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para a efetivação deste estudo, foram utilizadas, inicialmente, duas técnicas: a de observação e aplicação de testes inicial e final que dispunham de questões para avaliação do nível de conhecimento dos alunos sobre razão, proporcionalidade e área, antes e depois da aplicação do projeto.

O teste inicial foi composto por 10 (dez) questões objetivas que contemplaram conhecimentos de razão, proporção e cálculo de áreas de algumas figuras planas, a saber, o retângulo, triângulo, losango e do trapézio, sendo 4 (quatro) questões de razão e proporção e; 6 (seis) questões envolvendo o cálculo de áreas para avaliar o nível de compreensão dos alunos em relação aos conteúdos abordados na construção das maquetes (razão, proporcionalidade e área).

Por outro lado, o teste final, composto por 10 questões objetivas, contemplando os conteúdos abordados ao longo do projeto, sendo, 4 (quatro) questões sobre razão e proporção e; 6 (seis) questões envolvendo áreas, objetivando entender se houve melhora do(as) aluno(as) no que diz respeito aos conteúdos abordados na pesquisa.

Utilizou-se ainda, como instrumento de pesquisa, a construção de maquetes de dois blocos de salas e réplicas de paredes, a partir de materiais como: trena de 5m, régua de 50cm, isopor, cartolina, cola e tesoura.

A efetivação da construção da maquete se deu a partir de sete encontros, que serão descritos na próxima seção e no capítulo que trata da apresentação dos resultados do estudo a partir dos dados coletados nos quais foram considerados a descrição dos momentos de realização da pesquisa, a aplicação do teste inicial e teste final e também produção de réplicas em escala reduzida de alguns elementos que compõem a edificação da Escola Municipal Hindemburgo Dobal.

3.5 DESCRIÇÃO DOS MOMENTOS

Esta seção descreve os sete encontros de realização da pesquisa, sendo que a partir do quarto encontro, estes foram subdivididos em momentos. O primeiro encontro se refere à apresentação da proposta da pesquisa à escola. No segundo encontro se deu a aplicação do teste inicial com os alunos. No terceiro encontro, os alunos foram divididos em três grupos sendo apresentadas as tarefas para estes. O quarto encontro foi dividido em três momentos, foi proposta a construção da réplica de uma parede da sala com uso de isopor e cartolina. O quinto encontro foi dividido em dois momentos, nos quais propôs-se aos alunos construírem a réplica do piso da sala em cartolina. O sexto encontro teve quatro momentos, nos quais se objetivava fazer os alunos perceberem as fórmulas para determinar as áreas do triângulo e do paralelogramo. Finalmente, no sétimo e último encontro, houve a recapitulação de todas as atividades desenvolvidas, reforçando os conceitos aprendidos e aplicado o teste final.

No primeiro encontro foi feita uma reunião com o diretor e pedagogo da escola e foi apresentada a proposta de aplicação da pesquisa, detalhando o número de alunos e o tempo necessário para tal aplicação. A diretora e o pedagogo foram unânimes em concordar com a aplicação do projeto, deixando bem claro que todos os esforços para melhorar o ensino-aprendizado dos alunos sempre seriam bem vindos naquela instituição de ensino. Após o aceite da direção, foi feita uma outra reunião, agora com os alunos participantes do projeto, momento em que foi deixado claro para os alunos sobre o que iríamos estudar e construir e o tempo necessário para tal feito. Foi entregue também uma declaração para que os responsáveis pelos alunos assinassem, dando permissão para a sua participação.

No segundo encontro foi aplicado com os 24 alunos presentes o teste inicial composto de 10 questões objetivas que contemplaram conhecimentos de razão, proporção e o cálculo de áreas de algumas figuras planas, a saber: retângulo, triângulo, losango e trapézio, sendo 2 questões de razão e proporção e 8 questões envolvendo o cálculo de áreas. O objetivo do teste inicial foi avaliar o nível de compreensão dos alunos em relação aos conteúdos a serem abordados na construção das maquetes (razão, proporcionalidade e área de figuras planas).

A partir do terceiro encontro no desenvolvimento do projeto, os alunos foram divididos em grupos. Dependendo da atividade, os alunos foram divididos em dois ou três grupos.

No terceiro encontro, a turma foi dividida em três grupos, A, B e C, de 8 alunos cada. Foi apresentada a tarefa a ser executada com o auxílio de uma trena de 5m e uma régua de 50 cm, sendo que o grupo A representou a medida do comprimento, o grupo B representou da largura e o grupo C representou da altura da sala de aula utilizada no desenvolvimento do projeto, todas reduzidas em 50 vezes e registradas em um caderno de cada grupo. Após a execução desta tarefa, com auxílio dos mesmos instrumentos de medidas e com o uso de cola, cartolina e tesoura, foi sugerido que fizessem a representação do comprimento de uma caneta aumentada em 5 vezes, comprimento do caderno aumentado em 5 vezes e o comprimento de uma lapiseira aumentado em 5 vezes. O objetivo da execução destas tarefas foi procurar internalizar nos alunos a ideia de dividir quando queremos representar a distância real através de um desenho ou multiplicar quando queremos saber a distância real de posse de um desenho, quando as dimensões do desenho é menor que do objeto real, ou vice-versa, quando as dimensões do desenho é maior que do objeto real. E, assim, provocar que o aluno construa a definição de escala como uma relação entre as dimensões de algum objeto ou região do desenho e do real.

Após as atividades serem executadas e registradas, o professor pesquisador fez uma discussão com os alunos dos três grupos sobre as atividades desenvolvidas e foi registrada a definição de escala. A Figura 1 ilustra o momento de um dos grupos medindo o comprimento da sala de aula.

Figura 1: Alunos medindo o comprimento da parede de uma sala

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No quarto encontro, mantendo os mesmos grupos estabelecidos no terceiro encontro, foi sugerida a construção da réplica em isopor e cartolina de uma parede da sala de aula que contém uma porta e duas janelas, conforme Figura 2. O objetivo das atividades desenvolvidas neste encontro foi reforçar o conceito de proporcionalidade e de semelhança de figuras planas.

Figura 2: Parede de sala que serviu para construção de réplica

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Este encontro foi dividido em três momentos. No primeiro momento foi sugerido que o primeiro grupo fizesse a réplica de uma parede, que o segundo fizesse uma réplica das janelas desta parede e que o terceiro fizesse a réplica da porta, também da mesma parede, todos com escalas distintas. O grupo A utilizou a escala 1:10, o grupo B de 1:30 e; o grupo C de 1:20.

No segundo momento, após as réplicas da parede, porta e janelas terem sido confeccionadas e apresentadas pelos alunos, foi pedido que os grupos se unissem para fazer a montagem da parede usando as réplicas da porta e janelas. Após a montagem das réplicas, foi feito o questionamento se a parede da réplica ficou de acordo com a parede real.

No terceiro momento, agora usando uma mesma escala, foi sugerido aos três grupos que fizessem suas réplicas usando a escala 1:20 e que logo após montassem a réplica da parede usando suas peças confeccionadas. Após a montagem, foi feito o mesmo questionamento anterior, objetivando os alunos perceberem a necessidade de todas as dimensões de uma réplica terem as mesmas proporções com as dimensões correspondentes da estrutura real.

O quinto encontro foi dividido em dois momentos, onde, no primeiro momento foi solicitado aos três grupos, os mesmos utilizados nos encontros anteriores, que construíssem a réplica em cartolina do piso da sala de aula em escala 1:50 e que, usando régua e caneta, traçassem linhas verticais e horizontais em suas réplicas com espaçamento de 2 cm entre as linhas, produzindo uma malha quadriculada. Na sequência, foi feito o questionamento sobre o número de quadradinhos utilizados para cobrir toda a superfície da réplica. Também foi proposto aos alunos que usassem o verso de suas réplicas e fizessem o mesmo procedimento anterior, agora utilizando linhas horizontais e verticais com espaçamento de 1cm entre as linhas.

O objetivo do desenvolvimento desta última tarefa e dos questionamentos anteriormente mencionados foi conduzir o aluno a perceber que usamos "quadradinhos" como unidade de medida para mensurar a área de uma região, neste caso, uma região retangular, bem como identificar a multiplicação como operação usada para saber o total de "quadradinhos" que cobre toda a região de quadriláteros retos (quadrado e retângulo). Além disso, foi fazer os alunos perceberem que para o cálculo da área de uma região retangular basta multiplicar o comprimento pela largura e também para internalizarem que a unidade de área aparece ao quadrado, neste caso, através da unidade cm^2 em substituição a unidade quadradinhos.

O segundo momento, do quinto encontro, teve como objetivo fazer os alunos perceberem que é possível calcular a área real de uma estrutura plana através da área de sua réplica e vice-versa. Para tanto, foi solicitado aos alunos que calculassem as razões entre os lados da réplica e seus lados correspondentes da sala de aula e a razão entre as medidas da área da réplica e da área da sala de aula, todos na escala de 1:50.

Após os alunos concluírem os cálculos das razões, foi feito o questionamento se eles percebiam alguma relação entre as razões dos comprimentos e larguras, e entre estas e a razão entre as áreas.

O Sexto encontro teve como objetivo fazer os alunos perceberem as fórmulas para determinar a área do triângulo e do paralelogramo através da decomposição de figuras planas.

Para o desenvolvimento das atividades propostas para este encontro, o mesmo foi dividido em quatro momentos.

No primeiro momento, foi proposto ao grupo A que fizesse a réplica da janela da sala de aula, mostrada na Figura 3, em escala reduzida de 1:4.

Figura 3: Janela de sala de aula que serviu para construção de réplica pelos alunos

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Já para os grupos B e C, foi solicitado que fizessem as réplicas de uma parede da escola que tem forma PENTAGONAL, conforme ilustrada na Figura 4, em escala reduzida de 1:20.

Figura 4: Parede da escola que serviu para construção de réplica pelos alunos

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

No segundo momento, após os alunos terem finalizado os desenhos de suas réplicas, foi solicitado ao grupo A e acompanhado pelos outros dois grupos, que calculasse a área do desenho de sua réplica em cm² e, logo depois, traçasse a diagonal de sua réplica. Com auxílio de um estilete, foi solicitado que cortasse a figura seguindo o traço da diagonal, produzindo, assim, dois triângulos iguais. Em seguida, foi feito o questionamento de como eles poderiam fazer o cálculo da área dos triângulos resultantes.

Além do que já havia sido feito pelo grupo A, também foi solicitado para o grupo que calculasse a área real da janela utilizando as razões entre os comprimentos dos lados correspondentes da réplica e da janela real e o valor da área da réplica. Também foi solicitado que calculasse a área da janela diretamente pelas medidas reais da janela para comprovar se o resultado estava correto. A atividade foi desenvolvida satisfatoriamente pelo grupo.

No terceiro momento, foi solicitado ao grupo B, e acompanhado pelos outros dois grupos, que, com auxílio de um estilete, separasse a réplica da parede pentagonal em duas figuras: um retângulo e um triângulo. Na sequência, foi solicitado que construíssem uma réplica igual ao triângulo obtido e que unissem esses dois triângulos iguais, tendo como lado comum o maior lado do triângulo. Foi questionado ao grupo se a figura gerada era conhecida e se era possível encontrar o valor de sua área.

No quarto momento, agora desenvolvido pelo grupo C, foi solicitado ao grupo, com o auxílio de um estilete, com um corte pelo vértice oposto a base da réplica e perpendicular a esta base, que separasse a réplica da parede pentagonal em dois trapézios iguais. O objetivo da atividade foi fazer os alunos perceberem as características do trapézio e descobrissem uma maneira de calcular sua área. Na oportunidade, foram reforçadas as características que não foram destacadas pelos alunos do grupo. De forma indutiva, através de questionamento sobre possibilidade de composição de figuras, os alunos desenvolveram uma estratégia para achar uma expressão para o cálculo da área do trapézio através do conhecimento da área do retângulo.

De modo similar, como foi feito pelo grupo A, também foi solicitado ao grupo C que calculasse a área real da parede pentagonal usando a razão entre um dos lados da réplica e seu correspondente lado real e a razão entre suas áreas.

O sétimo e último encontro foi o momento de recapitular todas as atividades desenvolvidas e reforçar os conceitos aprendidos de razão, proporção, escala, mudança de unidades e cálculo de área das principais figuras planas durante a jornada dos seis primeiros encontros.

Com toda a bagagem adquirida nos encontros, foi solicitado que a turma se dividisse em dois grupos de 12 (doze) alunos cada, para construírem, em isopor e cartolina, duas salas de aula, inserindo, inclusive, o teto.

Ao primeiro grupo foi proposto usar a escala 1:20 e, ao segundo grupo, escala 1:40. Dos encontros anteriores, os alunos já tinham as medidas reais da sala de aula. Os alunos fizeram as representações usando as escalas propostas de maneira bem rápida e correta.

No último momento deste último encontro foi aplicado o teste final composto por 10 (dez) questões objetivas contemplando os conteúdos abordados ao longo do projeto, sendo, 4 (quatro) questões sobre razão e proporção e 6 (seis) questões envolvendo áreas.

No próximo capítulo, são apresentados os resultados e discussões, cujos dados foram coletados a partir dos testes inicial e final e da construção de réplicas da escola universo da investigação.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados a seguir apresentados foram gerados a partir da aplicação do teste inicial diagnóstico, das atividades nas quais foram trabalhados os conceitos de razão, proporção e área de figuras planas básicas, através da construções de réplicas em escala reduzida de alguns elementos que compõem a edificação da Escola Municipal Hindemburgo Dobal e do teste final.

4.1 SOBRE O TESTE INICIAL

O teste inicial foi composto por dez questões objetivas, sendo duas questões sobre razão e proporção e oito sobre o cálculo de área. Para apresentação dos resultados das notas dos alunos participantes da pesquisa e visando a preservação de suas identidades, os nomes dos alunos foram substituídos pela letra A_i, com o índice i variando de 1 até 24.

A Tabela 1, a seguir, apresenta as notas obtidas pelos 24 alunos, onde os mesmos foram ordenados seguindo a ordem decrescente de notas.

Tabela 1: Nota dos Alunos do Teste Inicial

Alunos	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
Notas	6,0	5,0	5,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,0	3,0	3,0	3,0
Alunos	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}	A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}
Notas	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Para uma melhor visualização e interpretação dos resultados obtidos pelos alunos pesquisados, a Tabela 2 apresenta a frequência absoluta e relativa de cada nota obtida pelos alunos no teste inicial.

Tabela 2: Frequência de Notas do Teste Inicial

NOTA	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
2,0	7	29,2%
3,0	9	37,5%
4,0	5	20,8%
5,0	2	8,3%
6,0	1	4,2%
TOTAL	24	100%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

De acordo com a Tabela 2, 29,2% dos alunos tiraram nota dois; 37,5% tiraram nota três; 20,8% tiraram nota quatro; 8,4% tiraram nota cinco; e apenas 4,2% dos discentes conseguiram tirar a nota seis, que é a média de aprovação da escola destes alunos.

De acordo com os dados apresentados pelo Saeb 2021, apenas 16% dos alunos brasileiros são considerados proficientes em matemática ao concluírem o 9º ano do Ensino Fundamental no Brasil. Apesar de ser um percentual muito baixo, somente 4,2% dos alunos avaliados no teste inicial da pesquisa conseguiram o nível de proficiência no teste inicial, considerando que seis é a nota mínima exigida pelo sistema de ensino municipal de Teresina para um aluno ser considerado proficiente. Uma possível causa para o baixo índice de aprovação pode estar relacionada à falta de interesse do aluno e, consequentemente, a não compreensão dos conteúdos em estudo, devido à falta de aulas atrativas que visem, em primeiro lugar, despertar uma vontade no discente em participar do processo de construção do conhecimento promovido pelo professor. Sobre isso, Moreira (2012) esclarece que o interesse do aluno pelas aulas de matemática pode ser despertado quando o professor propõe atividades práticas e participativas, que tenham significado para a vida do discente. Para este autor, as aulas passam a ser mais atrativas porque têm sentido para a vida do aluno.

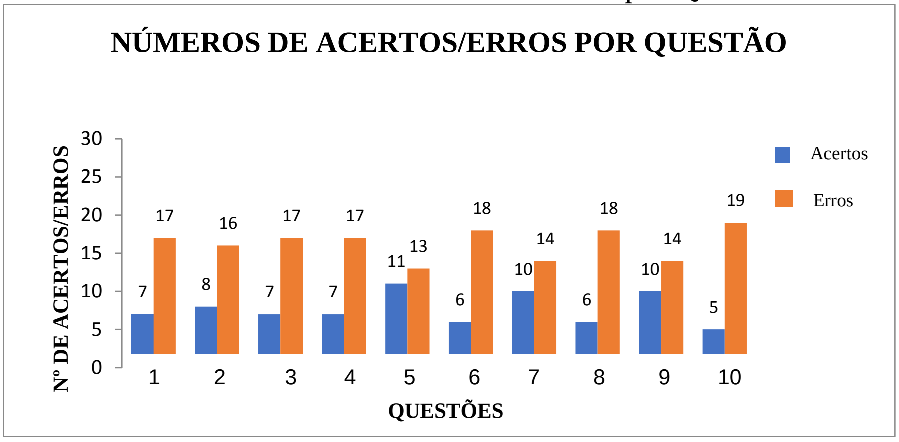
Para uma melhor análise dos resultados do teste inicial, foi feita a apresentação dos valores absolutos e relativos do número de alunos que obtiveram acertos e erros em cada questão do teste. A Tabela 3 apresenta os dados em percentuais e o Gráfico 1 em valores absolutos.

Tabela 3: Número de Acertos e Erros por Questão

QUESTÃO	PERCENTUAL DE ACERTOS	PERCENTUAL DE ERROS
1	29,2%	70,8%
2	33,3%	66,7%
3	29,2%	70,8%
4	29,2%	70,8%
5	45,8%	54,2%
6	25,0%	75,0%
7	41,7%	58,3%
8	25,0%	75,0%
9	41,7%	58,3%
10	20,8%	79,2%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Gráfico 1: Número de Acertos e Erros por Questão



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

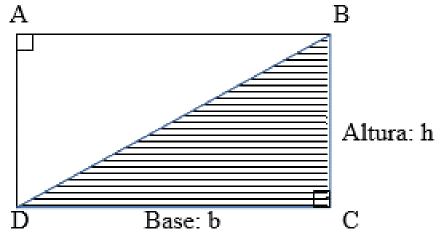
De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 1 e na Tabela 3, as questões 5, 7 e 9 foram as que tiveram o maior número de acertos, enquanto as questões 6, 8 e 10 foram as que tiveram o maior número de erros.

Quais as peculiaridades das questões destacadas que apresentaram maior índice de acerto e maior índice de erro? É justificável esta quantidade de acertos e erros de acordo com as questões apresentadas? Para responder a esses questionamentos, foi feita a análise das questões destacadas.

A questão 5, apresentada na Figura 5, teve um índice de acerto de 45,8% e pede que o aluno identifique uma fórmula para o cálculo da área de um triângulo retângulo obtido pela divisão de um retângulo de comprimento b e altura h através da inserção de uma das diagonais desse retângulo. Apesar das medidas dos lados do retângulo terem sido representadas por letras, o conhecimento da fórmula da área de um retângulo favoreceu que quase 50% dos alunos conseguissem identificar que a área do triângulo retângulo era expressa pela metade da área do retângulo, isto é, que a área do triângulo era dada pela expressão $\frac{b \times h}{2}$, apresentada na alternativa (d). Para Lorenzato (2006), a matemática apresentada através de atividades práticas faz com que os discentes acionem o conhecimento da fórmula ensinada pelo professor ao conhecimento absorvido na prática, aliando-os, de modo a engatilhá-los na realização de atividades de forma mais dinâmica, a partir do reconhecimento das figuras de uma dada questão, contribuindo para a resolução do problema matemático.

Figura 5: Enunciado da Questão 5

05) Unindo dois vértices de uma região retangular, conseguimos fazer duas regiões triangulares iguais, como mostra a ilustração abaixo. Concluímos, então, que um modo para se calcular a área de um triângulo, é:



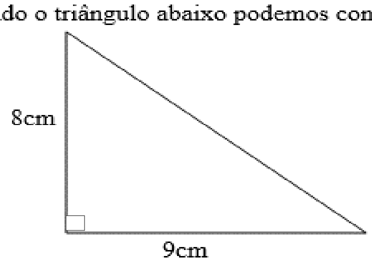
a) $b \times h$ b) $b + h$ c) $\frac{b + h}{2}$ d) $\frac{b \times h}{2}$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

No entanto, para a questão 6, que solicitou o valor da área de um triângulo retângulo onde foi dado o comprimento da base e a altura deste triângulo, conforme pode ser observado na Figura 6, o índice de erro foi de 75%, isto é, apenas 25% dos alunos conseguiram acertar a questão. Isso mostra que um número significativo de alunos não compreendeu e nem internalizou o processo para achar a área de um triângulo retângulo a partir da área de um retângulo, como mostrado na questão 5. Isso pode ter acontecido porque, segundo Bassanezi (2010), quanto mais informações um enunciado de questões matemáticas trouxer, mais contribuirá para a resolução da questão por parte do aluno, o que é comprovado quando comparamos as Figuras 5 e 6, tendo em vista que na primeira, a figura é apresentada a partir do retângulo e do triângulo, enquanto que na questão 6, apenas o triângulo a constitui.

Figura 6: Enunciado da Questão 6

06) Observando o triângulo abaixo podemos concluir que sua ÁREA, em cm^2, é:



a) $36cm^2$ b) $17 cm^2$ c) $80 cm^2$ d) $72 cm^2$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

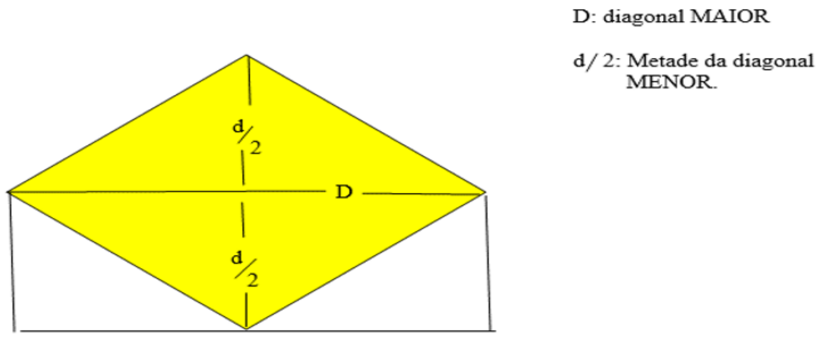
É possível observar que o mesmo procedimento utilizado para achar a área de um triângulo retângulo como a metade da área de um retângulo poderia ser utilizado para achar a área de um triângulo qualquer, uma vez que a área de todo triângulo é sempre igual à metade da área de um paralelogramo gerado a partir do triângulo considerado. E ainda, a área de um paralelogramo qualquer é sempre igual a área de um retângulo de mesma base e mesma altura, o que justifica, por simplicidade, ter utilizado uma questão que solicitou a área de um triângulo retângulo e utilizado o retângulo como referência.

De modo muito análogo ao que foi solicitado nas questões 5 e 6 do teste inicial, nas questões 7 e 8 foi solicitado o cálculo da área de um losango destacado de amarelo onde foi fornecido o comprimento das duas diagonais de forma simbólica pelas letras *d* e *D*. A questão, conforme apresentada na Figura 7, define o que é um losango e identifica essa figura plana na bandeira do Brasil. Além disso, faz uma ilustração do losango de modo a sugerir uma nova composição da figura em um retângulo de comprimento igual a diagonal maior *D* e altura igual a metade da diagonal menor *d*. Para a recomposição da figura, o losango pode ser dividido em quatro triângulos retângulos iguais onde, encaixando os dois triângulos que ficam acima da diagonal maior *D* no espaço abaixo dessa mesma diagonal que não está ocupado pela cor amarela, monta-se um retângulo desejado.

Apesar de todo processo indutivo sugerido pela questão, apenas 41% dos alunos conseguiram marcar acertadamente a alternativa correta.

Figura 7: Enunciado da Questão 7

07) LOSANGO é um quadrilátero plano com os quatro lados iguais. Um exemplo bem conhecido de losango está na Bandeira do Brasil representada pela figura em AMARELO. Unindo os vértices opostos do losango temos as suas duas diagonais. Observando o LOSANGO em destaque no esquema abaixo, concluímos que uma forma para o cálculo de sua área é:

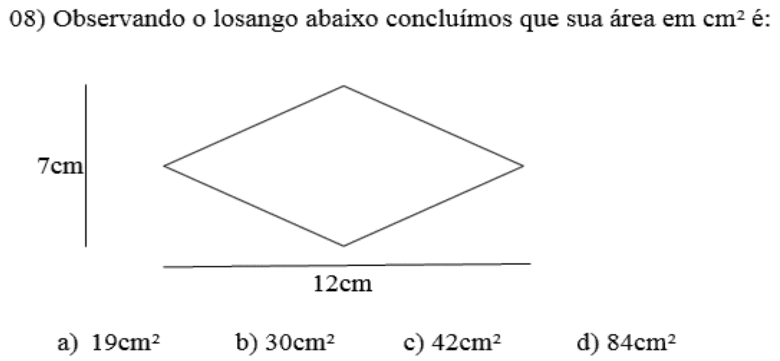


a) $D + d$ b) $D \times d$ c) $\frac{D + d}{2}$ d) $\frac{D \times d}{2}$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

Apesar de que para responder à questão 8, conforme apresentada na Figura 8, seria apenas aplicar de forma direta a fórmula deduzida na questão 7, o número de acertos desta última questão caiu para 25%, mostrando que muitos que acertaram a questão anterior não conseguiram obter êxito numa questão similar. Isso mostra que mesmo alguns alunos que acertaram a questão 7, apresentada de forma mais ilustrativa, não conseguiram responder o problema 8 que exigia o mesmo conhecimento. Para Rogoff (1998), o conhecimento da linguagem matemática ainda consiste na maior dificuldade dos alunos na resolução de problemas matemáticos, pois há um distanciamento com a prática, o que incide na resolução desses problemas. Esse distanciamento pode se dar pela pouca ocorrência de questões que tenham significado para a vida do aluno ou que façam parte de sua realidade.

Figura 8: Enunciado da Questão 8

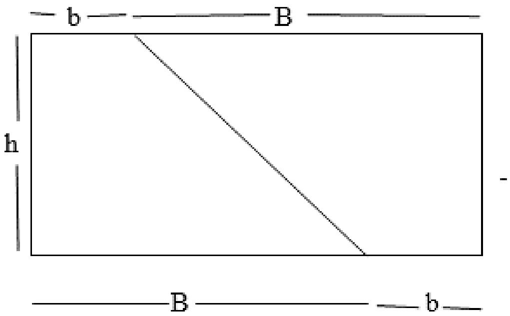


Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

Objetivando-se avaliar o nível de conhecimento dos alunos sobre o cálculo de áreas do trapézio, também foi apresentada uma questão que sugere o processo para obtenção da fórmula para o cálculo da área de um trapézio onde é admitido o conhecimento para o cálculo da área de um retângulo sendo conhecidos o seu comprimento e sua altura. No enunciado da questão 9 é apresentada a definição de trapézio e o desenho de um retângulo decomposto em dois trapézios congruentes, conforme pode ser visualizado na Figura 9. De acordo com os resultados obtidos no teste inicial para esta questão, apenas 41,7% dos alunos conseguiram acertar a questão.

Figura 9: Enunciado da Questão 9

O9) TRAPÉZIO é uma figura geométrica plana de QUATRO lados com pelo menos um par de lados paralelos. Observando o RETÂNGULO abaixo, é fácil notar DOIS TRAPÉZIOS IGUAIS. Podemos então concluir que uma forma para se calcular a ÁREA de um TRAPÉZIO, É:



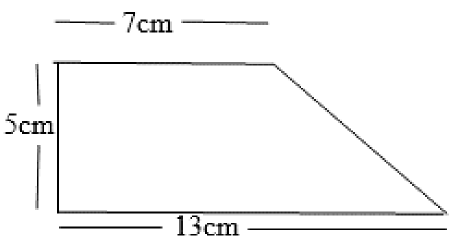
a) $B + h$ b) $B \times h$ c) $\frac{B \times h}{2}$ d) $\frac{(B + b) \times h}{2}$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

A princípio, tendo o aluno respondido corretamente à questão 9, era esperado que o mesmo respondesse sem muita dificuldade a questão 10, pois a mesma era uma aplicação direta da questão anterior onde foram fornecidas as medidas dos comprimentos da base menor e da base maior e da altura do trapézio. No entanto, como aconteceu nos quatro problemas anteriores, o percentual de acerto diminuiu e somente 20,8% dos alunos conseguiram responder corretamente à questão, índice de acerto bem menor que a questão correlacionada anterior que envolvia o mesmo conhecimento, que foi de 41,7% de acerto.

Figura 10: Enunciado da Questão 10

10) Observando o trapézio abaixo concluímos que sua área em cm^2, é:



a) $20\ cm^2$ b) $25cm^2$ c) $50\ cm^2$ d) $80\ cm^2$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2023).

Com respeito às seis questões destacadas do teste inicial, observe que as questões 5, 7 e 9 foram elaboradas de tal modo a conceituar a figura apresentada e a possibilitar que os alunos fossem capazes de deduzir as expressões apenas observando o esquema ilustrativo. Para tanto, era também exigido que os mesmos soubessem que o cálculo da área de um retângulo é dado pelo produto do seu comprimento pela sua altura. Era esperado, que mesmo não tendo um conhecimento aprofundado sobre o cálculo de área das principais figuras planas, que os alunos conseguissem obter um percentual expressivo de acerto nestas três questões. De fato, os maiores percentuais de acertos do teste foram obtidos nestas três questões, mas um percentual aquém do esperado, considerando a metodologia apresentada pelas questões.

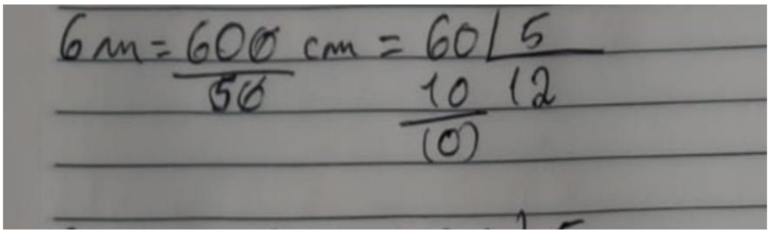
Por outro lado, as questões 6, 8 e 10 foram elaboradas no sentido de possibilitar tão somente o uso da expressão já encontrada nas questões 5, 7 e 9, respectivamente. No entanto, curiosamente, foram as questões do teste inicial com o maior número de erros.

As atividades práticas elaboradas para serem desenvolvidas com os alunos na parte prática da pesquisa objetivaram o estudo do conteúdo de razão, proporção e cálculo de área das principais figuras planas aplicadas à construção de maquetes da escola dos alunos envolvidos no projeto de pesquisa. Para tanto, foram utilizadas as ideias apresentadas nas questões do teste inicial para o desenvolvimento do estudo do cálculo de área do retângulo, triângulo, losango e trapézio.

4.2 SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

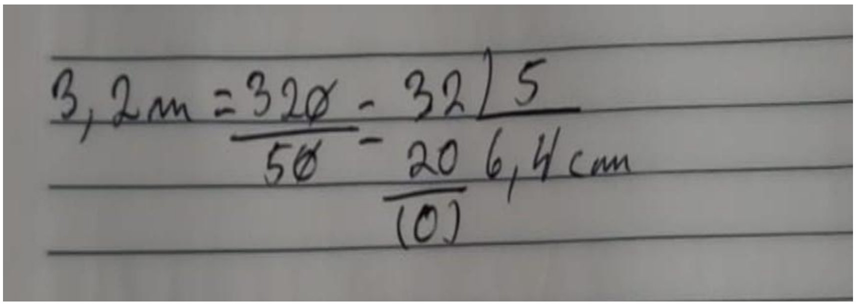
A partir do terceiro encontro, as atividades práticas foram propriamente desenvolvidas. Conforme descrito na seção sobre os encontros com os alunos, no terceiro encontro a turma foi dividida em três grupos A, B e C, onde o grupo A fez a medida do comprimento, o grupo B fez da largura e o grupo C fez da altura da sala de aula utilizada no desenvolvimento do projeto, todas reduzidas em 50 vezes e registradas no caderno de anotações dos grupos. Os grupos A, B e C obtiveram as medidas da sala, respectivamente, o comprimento de 7 metros, largura de 6 metros e altura de 3,2 metros. Após discussão com os grupos sobre o que seria obter essas medidas reduzidas em cinquenta vezes e sobre transformações de unidade de medidas, os cálculos obtidos pelos grupos seguem registrados nas Figuras 11, 12 e 13.

Figura 11: Comprimento da sala reduzido 50x obtido pelo grupo A



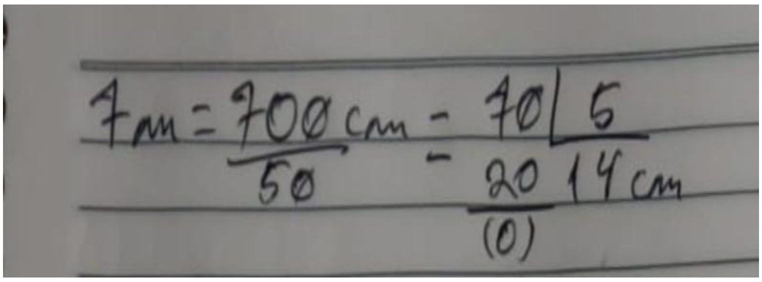
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Figura 12: Largura da sala reduzida 50x obtido pelo grupo B



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Figura 13: Altura da sala reduzida 50x obtido pelo grupo C



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

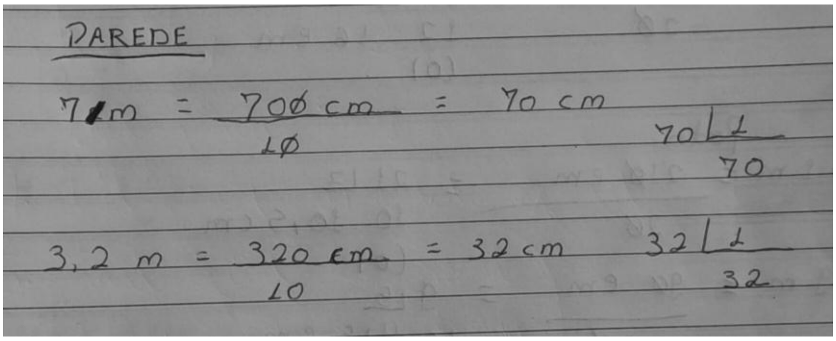
Observe que a forma de registro das operações para obtenção das medidas do comprimento, largura e altura da sala com redução em 50x não está correta. No entanto, os procedimentos operacionais estão corretos e as medidas obtidas pelos três grupos para a réplica da sala foram 14 cm de comprimento, 12 cm de largura e 6,4 cm de altura. Esse erro de escrita matemática ocorreu em outros momentos de registros feitos pelos alunos e não será mais comentado.

Além do exercício de redução de medidas das dimensões da sala de aula, os três grupos também apresentaram os comprimentos de uma caneta, de um caderno e de uma lapiseira, aumentados em cinco vezes. O objetivo das duas atividades era ilustrar situações de redução e ampliação de medidas de objetos reais para o desenho e dar subsídios para os alunos entenderem o conceito de proporção e, consequentemente, entenderem o conceito de escala. De fato, os alunos compreenderam muito bem estes conceitos. Segundo Haliski; Silva (2013), este tipo de atividade contribui para que o aluno formule seus conceitos e abstraia de situações reais o cálculo de áreas, levando-o a desenvolver de forma mais prática operações básicas de multiplicação e divisão, além do raciocínio lógico, que ajudam na construção destes conceitos.

No quarto encontro foi utilizada a técnica de o aluno desenvolver uma atividade que, à priori, o professor já sabia que o resultado não daria certo, mas era necessário que o aluno vivenciasse a situação para chegar a essa conclusão. Foi solicitado que fizesse a réplica de uma parede composta de uma porta e de duas janelas, mas que aplicassem escalas diferentes para a construção da parede, da porta e das janelas. E, em seguida, fizesse a montagem da réplica com as três partes.

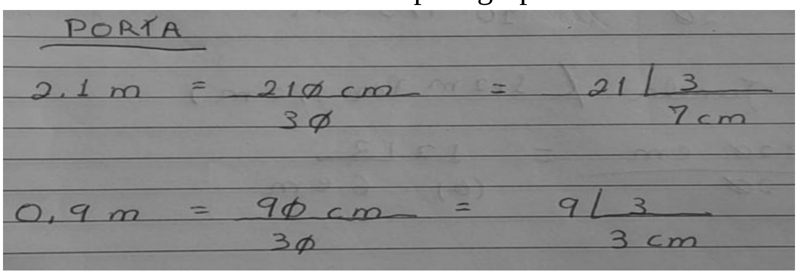
Cada grupo ficou responsável pela construção de uma das três réplicas nas escalas estabelecidas. Com as medidas reais encontradas por cada grupo, as Figuras 14, 15 e 16 mostram os cálculos desenvolvidos por cada grupo para a obtenção das três dimensões das réplicas:

Figura 14: Cálculo do comprimento e largura da réplica da parede da sala de aula na escala 1:10 feita pelo grupo A



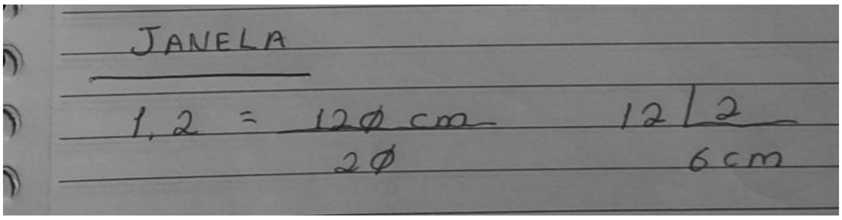
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Figura 15: Cálculo do comprimento e largura da réplica da porta da sala de aula na escala 1:30 feita pelo grupo B



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

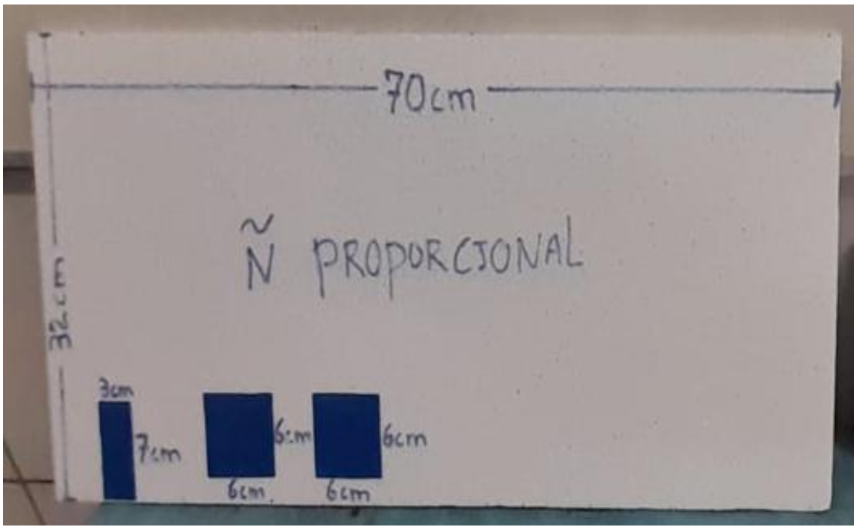
Figura 16: Cálculo do comprimento e largura da réplica da janela quadrada da sala de aula na escala 1:20 feita pelo grupo C



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Após os cálculos das medidas, confecção e montagem das réplicas, o resultado obtido está registrado na Figura 17.

Figura 17: Resultado do cálculo efetuado pelos alunos

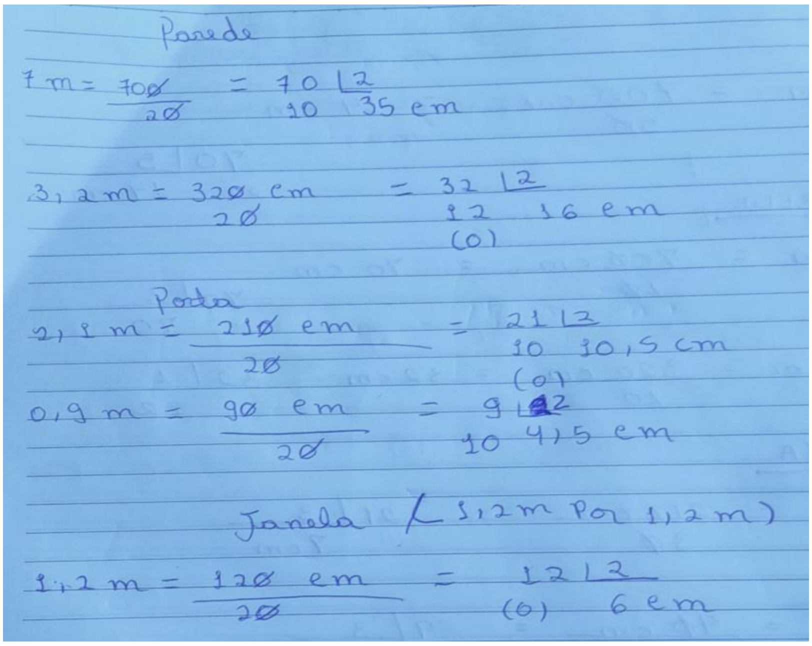


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Considerando o envolvimento dos grupos, os questionamentos do professor e a feição dos alunos na composição da réplica da parede com a porta e as duas janelas, os alunos já responderam de imediato que a réplica não tinha ficado de acordo com a parede real porque cada parte da parede tinha sido feita em escalas diferentes. Neste momento, o professor pesquisador retomou a pergunta e acrescentou que, para a réplica da parede ficar proporcional à parede real, qualquer modificação em uma das dimensões (comprimento, largura ou altura) de uma das partes da estrutura, as outras devem seguir o mesmo padrão de modificação, ou seja, mesma proporcionalidade.

Na atividade seguinte, em que foi proposta a mesma atividade, mas todos os grupos aplicando a mesma escala de 1:20, o cálculo das dimensões das réplicas dos três grupos coincidiu e estão apresentados na Figura 18.

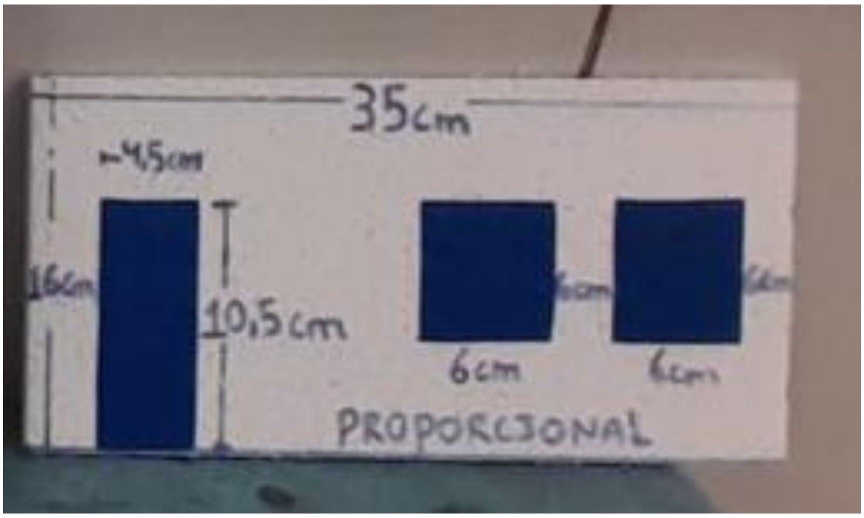
Figura 18: Cálculo da parede realizado pelos alunos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

O resultado obtido com a montagem da réplica da sala de aula com a porta e as duas janelas ficaram proporcional à imagem real, conforme demonstrado na Figura 19.

Figura 19: Resultado da montagem da réplica da sala de aula



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

O quinto encontro teve como objetivo desenvolver o conceito de área e mostrar que também existe uma relação entre área da região real e de sua réplica desenvolvida em uma determinada escala.

No primeiro momento deste encontro, utilizando as medidas de 7 m de comprimento por 6 m de largura da sala de aula retangular e utilizando uma escala de 1:50, os alunos dos três grupos obtiveram uma réplica retangular do piso da sala de aula com 14 cm de comprimento por 12 cm de largura. Os cálculos desenvolvidos para obtenção das medidas das réplicas foram facilmente executados pelos alunos dos três grupos. Além disso, os grupos fizeram linhas na horizontal e na vertical nas réplicas, espaçadas de 2 cm, conforme mostrada na Figura 20.

Figura 20: Linhas horizontais e verticais construídas pelos alunos

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

No momento seguinte da construção das linhas na horizontal e vertical na réplica, o professor pesquisador questionou aos alunos sobre o número de quadradinhos utilizado para cobrir toda a superfície da réplica. Todos responderam corretamente que eram 42 quadradinhos. Muitos disseram que para saber o total de quadradinhos, bastava contar um a um. Então, foi solicitado que verificassem a quantidade de quadradinhos que havia em cada linha horizontal e a quantidade de linhas utilizadas para cobrir toda a região da réplica. Todos responderam corretamente que em cada linha havia sete quadradinhos e que tinha um total de seis linhas. Feito esses questionamentos, foi feito o seguinte comentário, seguido de outro questionamento: “Vocês estão vendo em suas malhas que há 6 linhas com 7 quadradinhos em cada linha, então, não há outra maneira de saber o total de quadradinhos que cobre toda a réplica sem a necessidade de contar um a um? Desse modo, houve aluno que disse: “tem o sete seis vezes”. Logo perceberam que para saber o total de quadradinhos que cobre toda a superfície da réplica era só multiplicar a quantidade de “quadradinhos” da horizontal pela quantidade de “quadradinhos” da vertical.

Também foi proposto aos alunos que usassem o verso de suas réplicas e fizesse o mesmo procedimento anterior, agora utilizando linhas horizontais e verticais com espaçamento de 1cm entre as linhas. Após a execução da tarefa, conforme ilustrado na Figura 21, abaixo, foi feito o seguinte comentário, seguido de questionamento: “Vocês estão vendo em suas réplicas que ela foi coberta de “quadradinhos” com 1cm de lado, logo cada quadradinho desse é 1cm quadrado que equivale a escrever 1cm² e essa é nossa unidade para região ou área. Agora, sem contar um a um, qual o total de “quadradinhos” ou área que cobre toda a réplica? De forma bem rápida, muitos disseram: “professor, basta multiplicar a quantidade de quadradinhos de um lado pela quantidade de quadradinhos do outro lado”. Depois de os alunos deduzirem esse fato, apenas foi sistematizada a ideia que, de fato, para encontrar a área da região retangular bastou multiplicar as medidas do comprimento pela largura do retângulo. No caso destacado, a área total da região retangular foi igual a 14 x 12 quadradinhos que corresponde a uma área igual a 168 cm^2.

Figura 21: Linhas horizontais e verticais construídas pelos alunos

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

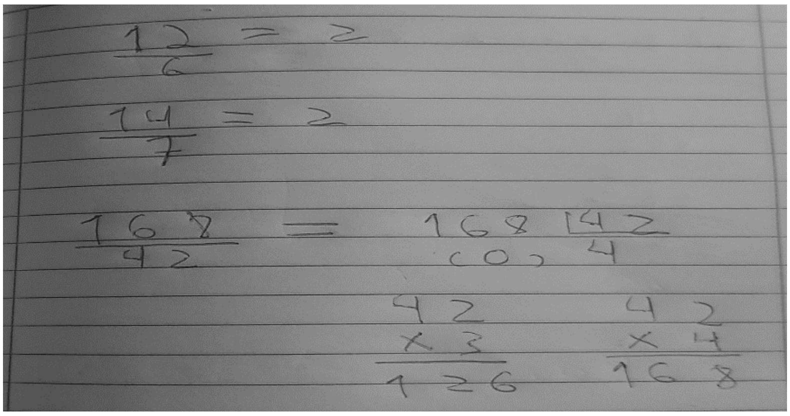
Os alunos perceberam muito bem a ideia de tomar quadrados de lados unitários para medir a área de um retângulo de medidas representadas por números naturais e que a unidade de área é a unidade do lado ao quadrado. No caso específico, centímetros quadrados. Como não era objetivo explorar situações mais gerais envolvendo medidas dos lados dos retângulos para o cálculo de área, não foram exploradas regiões com medidas dos lados com números racionais e/ou números irracionais.

Como registrado na descrição dos momentos, no segundo momento do quinto encontro, os grupos foram buscar a existência de relação entre as razões de proporcionalidade das medidas dos lados na réplica e dos lados na estrutura real correspondentes, na escala 1:50. Primeiro, foi solicitado que os alunos fizessem o cálculo da razão entre os lados da réplica e seus lados correspondentes no real e depois da razão entre as áreas das réplicas e da área real.

Considerando que os alunos já tinham as medidas do comprimento, largura e área do chão da sala de aula das réplicas e reais, as correspondências entre as medidas foram de 12 cm de comprimento do lado na réplica para 6 m do comprimento do lado real; 14 cm de largura na réplica para 7 m da largura real; e 168 cm² de área na réplica para 42 m² da área real do chão da sala.

Sem muita dificuldade, os alunos obtiveram as seguintes razões, conforme ilustrado nas Figuras 22 e 23.

Figura 22: Cálculos das razões realizados pelos alunos



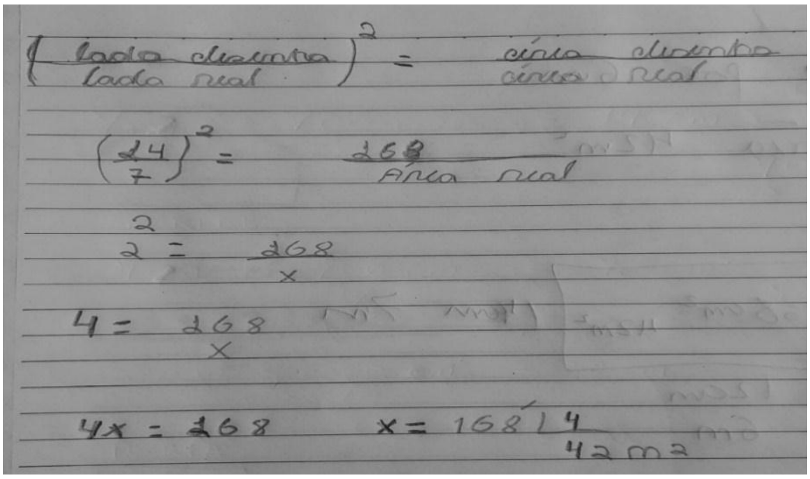
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Observa-se que os alunos fizeram as razões em unidades diferentes. Isso não gerou um problema porque as três razões foram feitas da mesma maneira.

Após os alunos concluírem os cálculos das razões, foi feito o questionamento se os mesmos percebiam alguma relação entre essas razões. Textualmente, os alunos responderam: “professor, se multiplicarmos os resultados do lado dá justamente o da área”. Os alunos compreenderam, mas da forma como foi expresso por eles, não deixa muito claro para quem não estava no contexto da atividade. Em síntese, como as razões entre as medidas dos comprimentos da réplica e real e também das razões entre as larguras foram as mesmas, chamando x a medida dessas razões, o que os alunos disseram foi que “multiplicar os resultados dos lados” corresponde a tomar o valor x vezes x, isto é, x^2. Com raciocínio similar, interpretamos na fala do aluno “dá o resultado da área” como a razão entre a área da réplica e da área real. Chamando de y essa razão entre as áreas, podemos interpretar matematicamente a fala do aluno como $x^2 = y$, onde o valor encontrado de x foi igual a 2 e o valor encontrado de y foi igual a 4.

De posse dos conhecimentos adquiridos, foi solicitado aos grupos que calculassem a área real do piso da sala de aula a partir das informações das medidas dos lados das réplicas. Os cálculos desenvolvidos pelos alunos estão representados na Figura 23.

Figura 23: Cálculos das razões realizados pelos alunos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

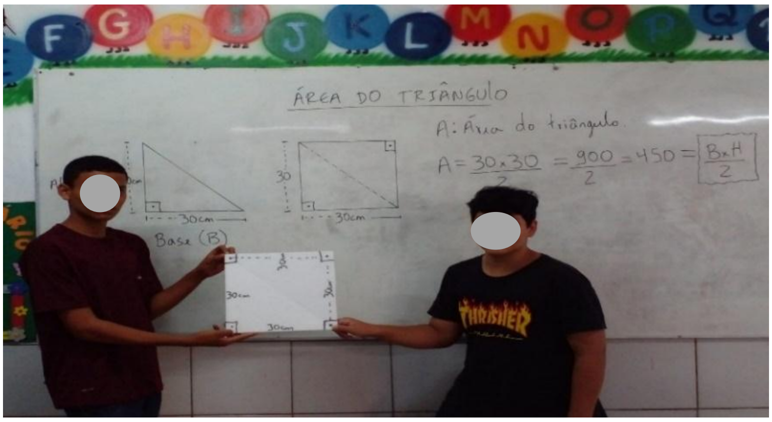
Portanto, de acordo com os cálculos dos grupos, a medida da área real do piso da sala de aula foi 42 m^2, conforme já havia sido verificado anteriormente, fazendo diretamente os cálculos com as medidas reais.

Além dos aprimoramentos dos cálculos de conversões entre os tamanhos de medidas reais para medidas usadas nas réplicas, de acordo com as escalas estabelecidas para as atividades do sexto encontro, também podemos destacar o envolvimento e o bom desempenho dos grupos nas atividades de demonstração das fórmulas para o cálculo de área do triângulo, losango e trapézio, a partir do cálculo da área do retângulo, conforme desenvolvido nas atividades do sexto encontro.

As medidas reais da janela encontradas pelo grupo A foram 1,2 m de comprimento por 1,2 m de largura e as medidas da parede pentagonal, encontrada pelo grupo B e C, foi de 10,0 m de comprimento, 3,4 m de altura lateral e 4,6 m de altura central. Com essas medidas encontradas e utilizando as escalas estabelecidas, foram feitas pelos grupos as réplicas da janela e da parede pentagonal em isopor e cartolina.

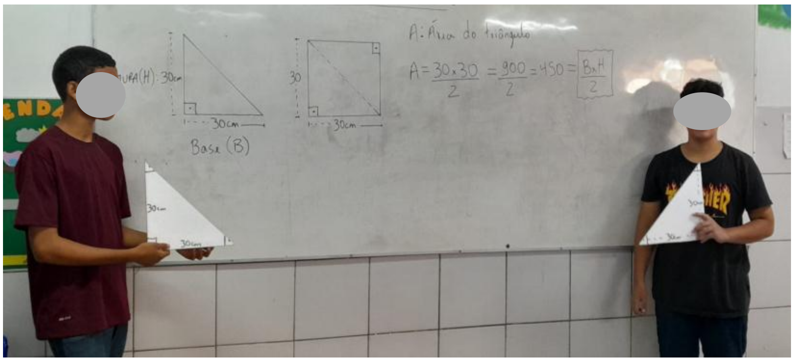
Com o cálculo da área da réplica retangular da janela e com a separação da réplica em dois triângulos, obtidos por um corte na diagonal, o professor pesquisador fez o seguinte questionamento: como podemos fazer para calcular a área dos triângulos resultantes? Rapidamente, os alunos disseram: “Professor, a área desse triângulo é justamente a metade da área total do desenho da réplica". Foi, então, que foi pedido que fizessem o processo inverso, ou seja, como os dois triângulos retos iguais formam um quadrilátero reto, e os alunos já sabiam calcular a área de um retângulo, primeiramente, calculamos a área do quadrilátero formado pela junção de dois triângulos retos iguais e, por fim, divide-se a área do retângulo por 2. O procedimento está demonstrado nas Figuras 24 e 25.

Figura 24: Alunos no cálculo da área da réplica construída



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

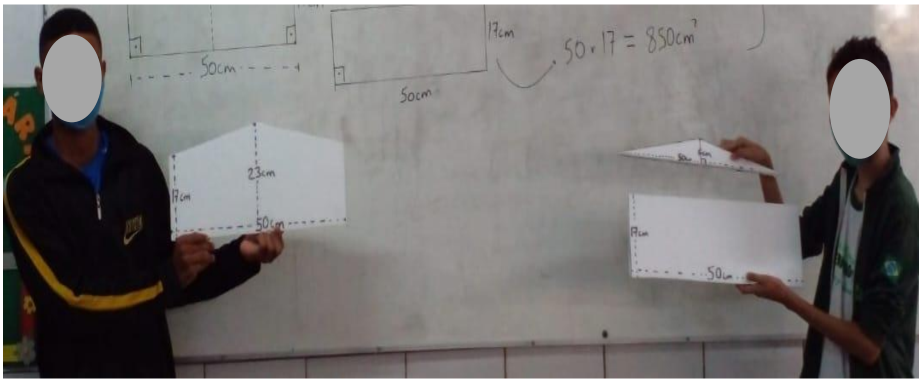
Figura 25: Alunos no cálculo da área da réplica construída



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Com a atividade desenvolvida no terceiro momento, a turma B separou a réplica da parede pentagonal em um retângulo e um triângulo isósceles, conforme mostrada na Figura 26.

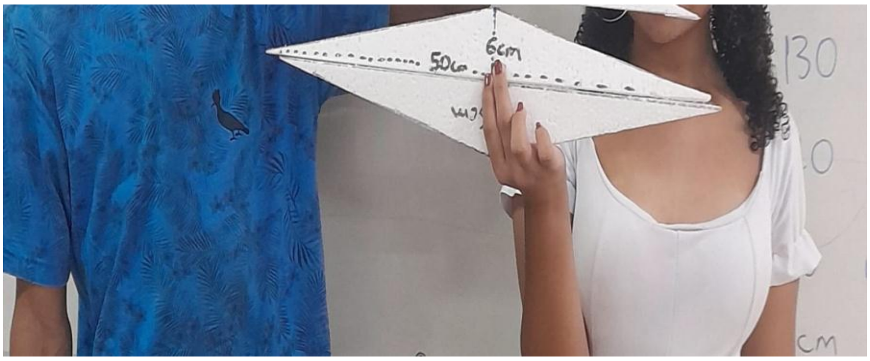
Figura 26: Alunos no cálculo da área da réplica construída



Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Na sequência, o grupo construiu um triângulo congruente ao triângulo gerado do corte da figura pentagonal e montaram uma nova figura, conforme mostrado na Figura 27.

Figura 27: Alunos no cálculo da área da réplica construída

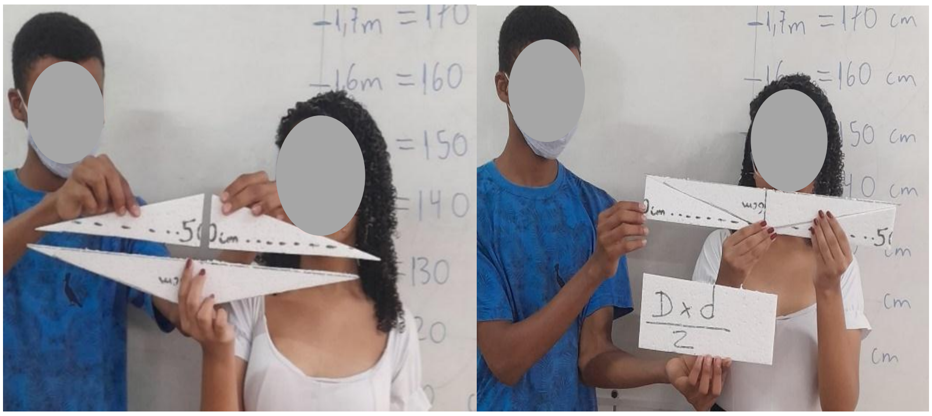


Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Quando questionados pelo professor pesquisador quanto a que figura tinha resultado da junção dos dois triângulos, alguns alunos acertadamente disseram se tratar de um losango. Na sequência, foi feito um breve comentário sobre essa figura plana e de como obtê-la a partir de um quadrado. Foi aproveitado para lembrar aos alunos que essa figura está presente na Bandeira do Brasil, representada pela figura em amarelo.

Nomeando as duas diagonais do losango por *D* e *d*, o objetivo da atividade foi fazer os alunos perceberem que era possível, com um corte em um dos triângulos e uma reorganização da figura, mostrar que a fórmula da área do losango é o produto da diagonal maior *D* pela diagonal menor *d* dividida por 2, conforme demonstrado na Figura 28.

Figura 28: Alunos no cálculo da área da réplica construída

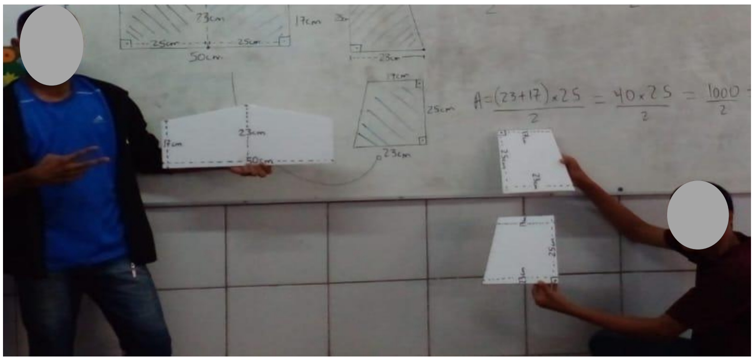


Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Usando os conhecimentos adquiridos com a execução da atividade, os alunos mostraram que a área do losango formado pela união dos dois triângulos foi igual a $50 \times \frac{12}{2} = 300\ cm^2$.

Usando um procedimento análogo ao que foi feito pelo grupo B, o grupo C, através de um corte pelo vértice oposto a base da réplica pentagonal e perpendicular a esta base, separou a réplica da parede pentagonal em dois trapézios iguais, como pode ser verificado na Figura 29.

Figura 29: Alunos no cálculo da área da réplica construída



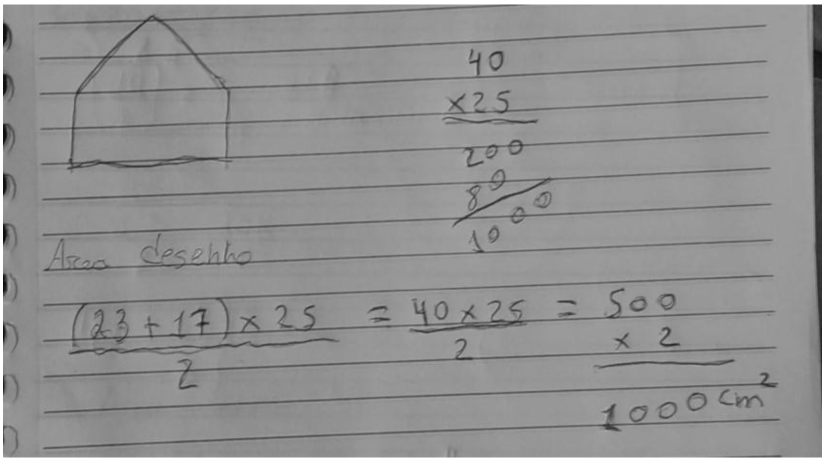
Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Foi feita uma breve discussão com todos os alunos dos grupos sobre as características das figuras resultantes do corte. Os alunos perceberam que o trapézio é um quadrilátero que tem pelo menos dois lados paralelos, os quais são denominados de base. Logo após as discussões, os alunos do grupo C, responsável pela execução desta atividade, foram questionados sobre como poderiam utilizar a atividade para descobrir uma fórmula para o cálculo da área do trapézio.

Com os dois trapézios resultantes em mãos, os alunos tentavam uma maneira para responder o questionamento. Passado algum tempo, foi sugerido ao grupo que tentasse usar os dois trapézios resultantes para montar um retângulo. Após alguns instantes, os alunos conseguiram montar o retângulo e de forma instantânea disseram: “Professor, a área de um trapézio desses é justamente a metade desse retângulo”. Foi, então, comentado que, para saber a área do trapézio, bastava saber a área do retângulo formado pelos dois trapézios iguais e dividi-lo por 2. Na sequência, perceberam que na montagem do retângulo, o mesmo tinha como lado exatamente a soma das duas bases e a mesma altura do trapézio. Assim, concluíram que a área do trapézio era obtida pelo resultado da multiplicação da altura pela soma das bases e tudo isso dividido por dois.

Para o cálculo da área da réplica obtido pelo grupo C, que ficou equivalente à área do retângulo de altura igual à metade da base da réplica e comprimento igual a soma das bases dos trapézios, os alunos obtiveram o resultado para área da réplica, conforme verificado na Figura 30.

Figura 30: Resultado para a área da réplica feito pelos alunos

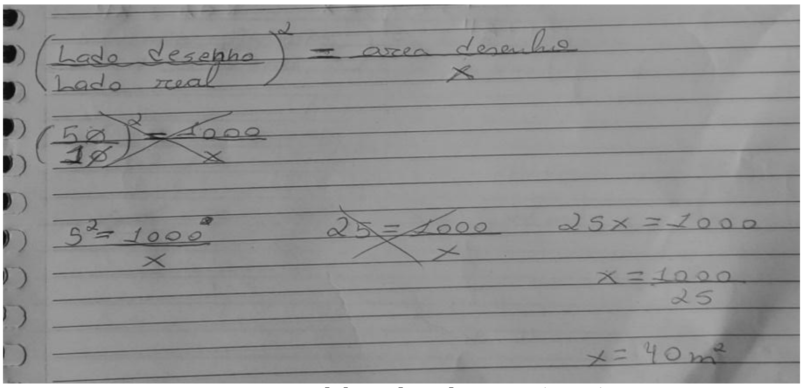


Fonte: Elaborada pelo autor (2023)

Note que o grupo multiplicou por 2 devido ao fato de que o cálculo só contemplou a área do trapézio correspondente à metade da área da figura pentagonal.

Usando procedimentos análogos aos cálculos executados pelo grupo B, o grupo C obteve a área da parede pentagonal utilizando a relação entre as razões dos lados correspondentes da réplica e da parede real e a razão entre as áreas da réplica e a área da parede real. Nos cálculos realizados, o grupo obteve o seguinte resultado para a área real da parede pentagonal.

Figura 31: Resultado para a área real da parede pentagonal


$$\left(\frac{\text{Lado desenho}}{\text{Lado real}}\right)^2 = \frac{\text{área desenho}}{x}$$

$$\left(\frac{5\cancel{0}}{1\cancel{0}}\right)^2 = \frac{1000}{x}$$

$$5^2 = \frac{1000}{x} \qquad 25 = \frac{1000}{x} \qquad 25x = 1000$$

$$x = \frac{1000}{25}$$

$$x = 40\,m^2$$

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Na finalização das atividades práticas, foi feito um breve comentário acerca do trabalho desenvolvido ao longo do projeto. Foram recapitulados os conteúdos de razão, em particular, sobre escala, proporcionalidade e sobre as áreas das figuras planas desenvolvidas ao longo dos encontros. Foi percebido pelos alunos o quanto eles tinham aprendido os tópicos estudados através das atividades práticas desenvolvidas.

Como resultado do último encontro e de posse de todas as medidas reais da sala de aula e das demais estruturas da escola, os alunos construíram duas maquetes da escola utilizando isopor e papel de cartolina, um grupo utilizando a escala de 1:20 e um segundo grupo na escala de 1:40. O resultado das construções está apresentado nas Figuras 32 e 33.

Figura 32: Resultado das construções das maquetes

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Figura 33: Resultado das construções das maquetes

Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Cabe enfatizar que após a conclusão do projeto, os alunos apresentaram o resultado do projeto para outras turmas da escola.

4.3 SOBRE O TESTE FINAL

O teste final foi composto por 10 (dez) questões objetivas, sendo 4 (quatro) questões sobre razão e proporção e; 6 (seis) questões sobre o cálculo de áreas. Para apresentação dos resultados das notas dos alunos participantes da pesquisa e visando a preservação de suas identidades, os nomes dos alunos foram substituídos pela letra A_i, com o índice *i* variando de 1 até 24.

A Tabela 4, a seguir, apresenta as notas obtidas pelos 24 (vinte e quatro) alunos.

Tabela 4: Notas do Teste Final

Alunos	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
Notas	9,0	8,0	8,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	6,0	6,0	6,0
Alunos	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}	A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}
Notas	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	4,0	4,0

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Para uma melhor visualização e interpretação dos resultados obtidos pelos alunos pesquisados, a Tabela 5 apresenta a frequência absoluta e relativa de cada nota obtida pelos alunos no teste final, ao passo que a Tabela 6 mostra a frequência de notas/média de aprovação da escola.

Tabela 5: Frequência de Notas do Teste Final

NOTA	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
4,0	2	8,3%
5,0	5	20,8%
6,0	8	33,4%
7,0	6	25,0%
8,0	2	8,3%
9,0	1	4,2%
TOTAL	24	100%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023)

Tabela 6: Frequência de Notas/Média de Aprovação da Escola

NOTAS	FREQUÊNCIA ABSOLUTA	FREQUÊNCIA RELATIVA
1,0 a 5,0	7	29,2%
6,0 a 10,0	17	70,8%
TOTAL	24	100%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

De acordo com a Tabela 6, observe que 8,3% dos alunos tiraram nota quatro, 20,8% dos alunos tiraram nota cinco, 33,4% tiraram nota seis, 25,0% tiraram nota sete, 8,3% dos alunos tiraram nota oito e 4,2% dos alunos tiraram nota nove. Observando a Tabela 6, fica claro que 17 discentes, ou seja, 70,8% dos alunos que participaram da pesquisa, os quais realizaram o teste final, seriam aprovados, visto que seis é a nota de aprovação da escola.

De acordo com os dados apresentados pelo Saeb 2021, apenas 16% dos alunos brasileiros são considerados proficientes em matemática ao final do 9° ano do Ensino Fundamental. A Tabela 7 mostra que 70,8% dos alunos avaliados no teste final da pesquisa conseguiram o nível de proficiência, considerando que seis é a nota mínima exigida pelo sistema de ensino municipal de Teresina para um aluno ser considerado proficiente. Com a aplicação do projeto, no qual se teve aulas que possibilitaram ao aluno ser autor do conhecimento, visto que, os alunos usaram ferramentas concretas em situações de medir, no caso das dimensões da sala de aula, e também construir, no caso das réplicas para chegarem às expressões que fornecem a área de figuras geométricas planas e, assim, internalizar tais conhecimentos, sem decorar fórmulas prontas e sim chegando eles mesmos às expressões que fornecem tais resultados, apropriando-se, enfim, dos elementos necessários que lhes possibilitaram, de maneira satisfatória, progredir em suas notas.

Rogoff (1998) expõe que o aluno é induzido a participar da conceituação quando internaliza conhecimentos por meio da prática. Isso só poderá acontecer se o discente for incentivado a participar da construção de seu conhecimento como sujeito ativo, que internaliza e repensa suas ações, conceitua e reconceitua, em um ato de reconstrução de conceitos e ressignificação da realidade matemática por meio da prática.

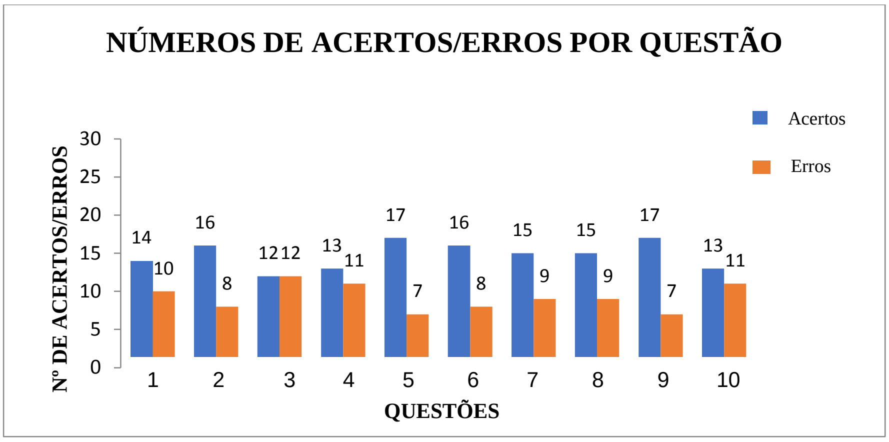
Para melhor análise dos resultados do teste final, foi feita a apresentação dos valores absoluto e relativo do número de alunos que obtiveram acertos e erros em cada questão do teste final. A Tabela 7 apresenta os dados em percentuais e o Gráfico 2 em valores absolutos.

Tabela 7: Número de Acertos e Erros por Questão

QUESTÃO	FREQUÊNCIA RELATIVA DE ACERTOS	FREQUÊNCIA RELATIVA DE ERROS
1	58,3%	41,6%
2	66,6%	33,3%
3	50,0%	50,0%
4	54,2%	45,8%
5	70,8%	29,2%
6	66,6%	33,3%
7	62,5%	37,5%
8	62,5%	37,5%
9	70,8%	29,2%
10	54,2%	45,8%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023)

Gráfico 2: Número de Acertos e Erros por Questão

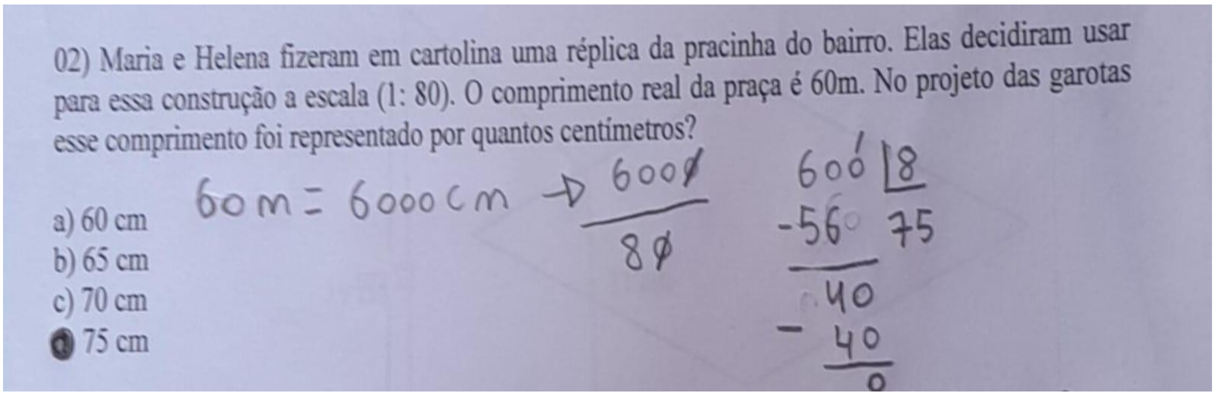


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023)

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 2 e na Tabela 7, nota-se que em todas as questões do teste final, houve uma frequência relativa de acertos igual ou superior a 50%. O que explica o índice de acertos tão satisfatório no teste final? O que levou a uma melhora tão significativa das notas? Para responder a esses questionamentos, foi apresentada a análise das questões 2, 5, 7, 9 e 10, visto que as outras questões são semelhantes e tiveram índices de acertos próximos.

A questão 2, apresentada abaixo na Figura 34, teve um índice de acerto de 66,6% e pede para que o aluno faça a representação de uma medida real em escala reduzida de (1:80). Na aplicação do projeto, foi pedido ao aluno que fizesse a redução das dimensões da sala de aula na busca de internalizarem a divisão, observando a escala em questão, como o processo simples a ser executado para essa representação proporcional. De fato, a maioria dos alunos alcançou essa habilidade, como mostra o cálculo feito pelo discente apresentado na Figura 34.

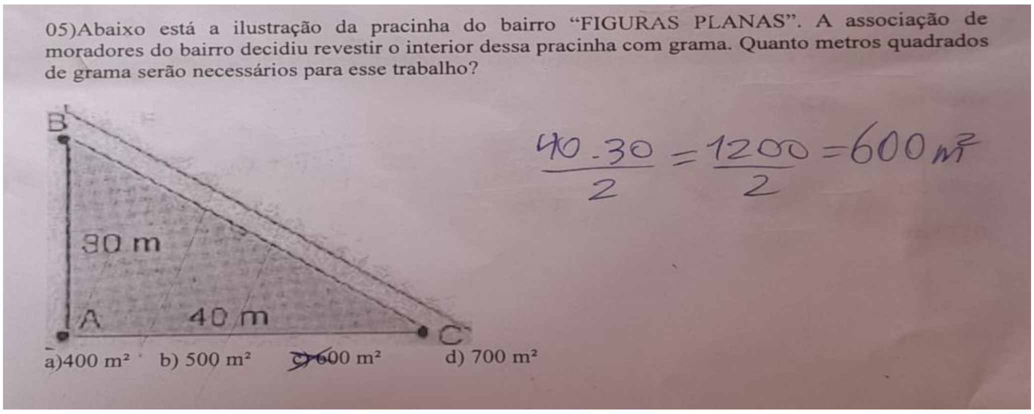
Figura 34: Enunciado da Questão 2



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A questão 5, apresentada abaixo na Figura 35, teve um índice de acerto de 70,8%. Nessa questão é pedido ao aluno que calcule a área de uma pracinha com formato de triângulo retângulo, sendo conhecida sua base e sua altura. Na aplicação do projeto, os alunos construíram a réplica de uma janela retangular da sala de aula e, com essa réplica, os alunos perceberam que a janela poderia ser repartida em dois triângulos retângulos iguais, logo, a área de cada um desses triângulo foi justamente a metade da área da janela, então, sem decorar inicialmente a fórmula, os discentes internalizaram a maneira correta para o cálculo da área de um triângulo, ou seja, internalizaram a fórmula sem a necessidade de decorá-la, como mostra a resposta de um dos alunos na Figura 35.

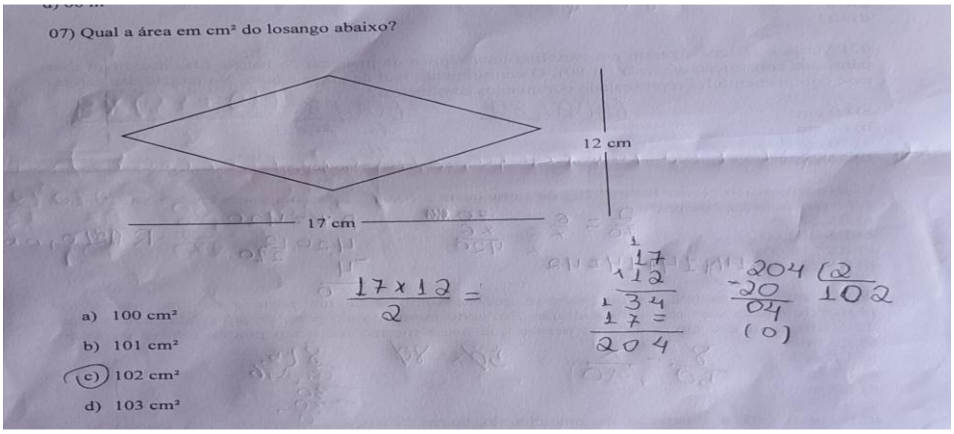
Figura 35: Enunciado da Questão 5



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A questão 7, apresentada abaixo na Figura 36, teve um índice de acerto de 62,5%. Essa questão pede ao aluno que calcule a área de um losango sendo conhecidas suas diagonais. Na aplicação do projeto, os alunos construíram em escala reduzida uma parede da escola com forma pentagonal a qual foi separada em duas figuras, um retângulo e um triângulo isósceles. Duplicaram o triângulo gerado e foram inclinados a construírem um paralelogramo a partir da justaposição das bases desses triângulos, resultando num losango, do qual fazendo ajustes, resultou em um retângulo. Observando a base e a altura do retângulo, perceberam que se tratava justamente da maior diagonal do losango e da metade da menor diagonal do losango, respectivamente e, assim, como no caso da expressão envolvendo a área de um triângulo, os alunos acabaram por si só, internalizando uma maneira para o cálculo da área de um losango de posse de suas diagonais, novamente, apropriando-se da fórmula, sem a necessidade de decorá-la, como mostra a resposta de um dos alunos na Figura 36.

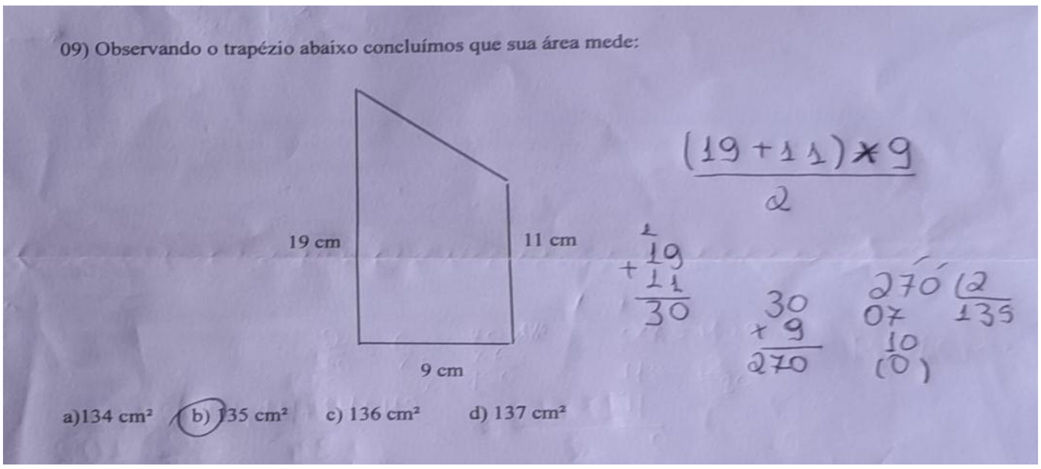
Figura 36: Enunciado da Questão 7



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A questão 9, apresentada abaixo na Figura 37, teve índice de acerto de 70,8%. Nessa questão, foi pedido que o aluno calculasse a área de um trapézio de posse das duas bases e de sua altura. Na aplicação do projeto, os alunos construíram a réplica de uma parede pentagonal da escola, a qual foi repartida em dois trapézios iguais e novamente já inclinados para o cálculo da área de cada trapézio, eles teriam que, de alguma forma, montar um retângulo; foi percebido de maneira muito fácil pelos alunos que os dois trapézios se encaixavam, dando origem ao retângulo. Ao analisarem o retângulo formado, perceberam que a base do retângulo era justamente a soma das bases maior e menor do trapézio e que a altura do retângulo era justamente a altura do trapézio, internalizando novamente uma expressão sem a necessidade de decorar fórmula pronta, acabaram, assim, se apropriando dessa habilidade, como mostra a resposta de um dos alunos na Figura 37.

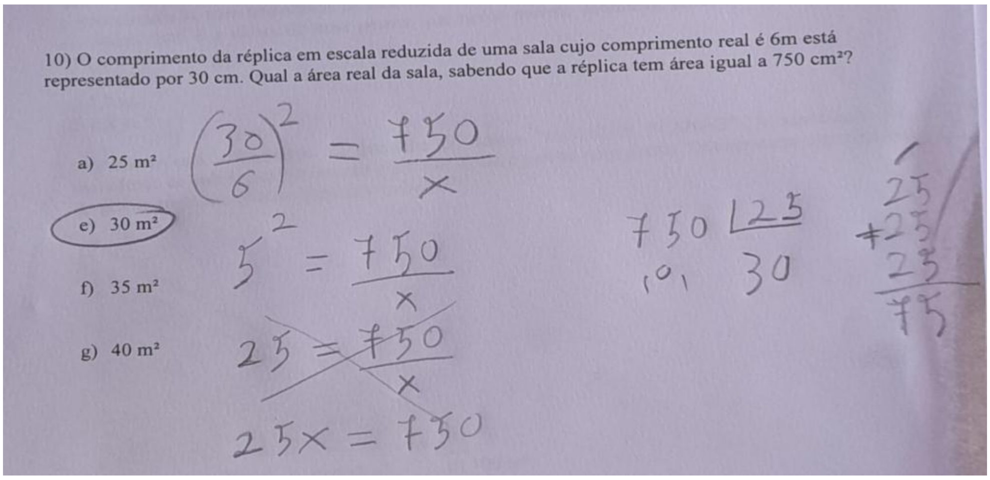
Figura 37: Enunciado da Questão 9



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

A questão 10, apresentada abaixo na Figura 38, teve índice de acerto de 54,2%. Nessa questão, foi pedido ao aluno que calculasse a área real de uma sala, sendo dado o comprimento real da sala igual a 6m com sua representação em uma réplica igual a 30cm e sendo fornecida também a área dessa réplica igual a 750cm². Essa questão foi elaborada de forma que o autor do projeto verificasse, principalmente, a internalização da relação entre a razão de uma dimensão real e sua representação na réplica com a razão entre suas áreas, visto que, a razão: dimensão da réplica / dimensão real é igual a 30 / 6, isto é, igual a 5, que elevado ao quadrado produz 25. Logo após, o aluno executa uma simples regra das proporções, meios pelos extremos, o famoso, cruz credo, para chegar ao resultado. Note que a questão não visa cálculos que gerassem dificuldades, mas tão somente, a aplicação da relação trabalhada no projeto. Na aplicação do projeto, essa habilidade foi executada em dois momentos, no caso da construção da réplica da janela e no caso da construção da parede pentagonal. Essa habilidade foi internalizada por mais da metade dos alunos, como demonstrado na Figura 38, com a resolução correta da questão realizada por um aluno participante da atividade.

Figura 38: Enunciado da Questão 10



Fonte: Elaborada pelo autor (2023).

Ao se fazer uma análise do teste final, fica claro que algumas habilidades, conforme descritas na BNCC, foram contempladas com o desenvolvimento do projeto: as habilidades (EF07MA17) de resolver e elaborar problemas que envolvam a variação de proporcionalidade direta, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas, (EF07MA31) de estabelecer expressões de cálculo de áreas de triângulos e de quadriláteros, (EF07MA32) de resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de áreas de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas, foram contempladas.

De acordo com a BNCC, no Ensino Fundamental – anos finais, o ensino de geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisem e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Assim, a geometria não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de áreas e de volumes nem a aplicações numéricas imediatas de teorema sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixe de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada a milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”).

4.4 COMPARANDO OS RESULTADOS: TESTE INICIAL x TESTE FINAL

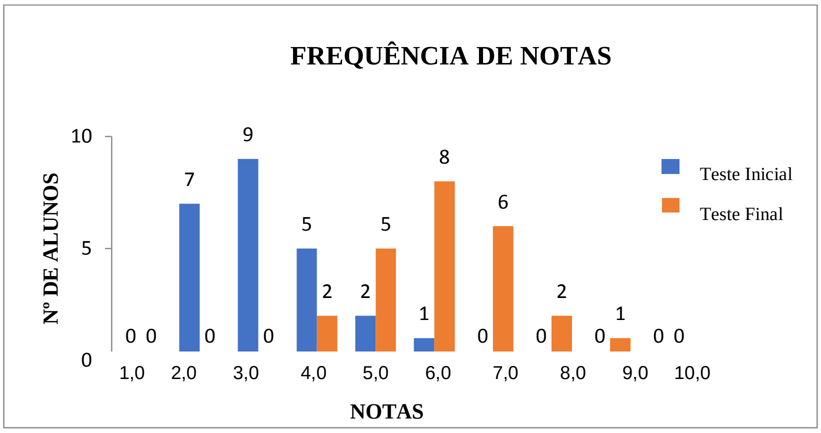
A Tabela 8 e o Gráfico 3, a seguir, informam as notas obtidas no teste inicial e teste final referentes a cada um dos 24 (vinte e quatro) alunos que participaram da pesquisa.

Tabela 8: Notas Teste Inicial x Teste Final

Alunos	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
Notas Teste Inicial	6,0	5,0	5,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	3,0	3,0	3,0	3,0
Notas Teste Final	9,0	8,0	8,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	7,0	6,0	6,0	6,0
Alunos	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}	A_{17}	A_{18}	A_{19}	A_{20}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{24}
Notas Teste Inicial	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Notas Teste Final	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	4,0	4,0

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

Gráfico 3: Frequência de Notas – Teste Inicial x Teste Final

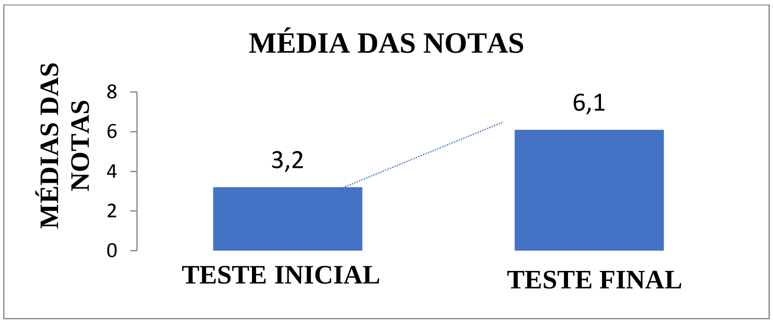


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

De acordo com a Tabela 8 e Gráfico 3 acima, a média aritmética das notas do teste inicial foi 3,2 e a média das notas do teste final foi 6,1.

Observando-se as médias do teste inicial e final, chegamos à conclusão que houve um ganho significativo, saindo de 3,2 para 6,1. Essa diferença está representada no Gráfico 4.

Gráfico 4: Média Inicial x Média Final



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2023).

De forma geral, ao se analisar as Tabelas e Gráficos anteriormente apresentados, concluímos que durante e após a aplicação do projeto, houve um ganho expressivo não só em relação às notas, mas também na participação e envolvimento dos alunos, visto que dos 24 (vinte e quatro) participantes, todos melhoraram suas notas com 100% de participação.

Desse modo, ficou claro que ao alinhar teoria e prática, o aluno só tem a ganhar, visto que o aluno se torna o próprio construtor do conhecimento, observando, fazendo, internalizando conceitos e expressões sem que estes sejam o objetivo principal, mas sim, a pura e simples participação, corroborando com os ensinamentos de Lorenzato (2006), que esclarece quando o professor alia teoria e prática, o conhecimento aprendido pelo aluno, além de ficar mais interessante, traz resultados mais significativos, pois atividades práticas possibilitam ao aluno vivenciar os próprios conceitos.

Nessa ótica, a seguir, são apresentadas as considerações finais da pesquisa, mostrando como o uso de maquetes na escola pode propiciar um aprendizado significativo para o aluno, a partir da reflexão do discente, o que o leva a aquisição de conhecimento de forma experienciada.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível verificar que o uso de maquetes no ambiente escolar contribui de forma significativa para a melhoria do ensino de matemática, especialmente, no que se refere à aquisição de conteúdos como razão, proporcionalidade e cálculo de áreas de figuras planas, a partir da realidade apresentada nas atividades desenvolvidas pelos discentes da Escola Municipal Hindemburgo Dobal.

Considerando-se os testes inicial e final que serviram para aferir alguns conhecimentos dos(as) alunos(as) sobre os temas anteriormente explicitados, antes e depois da construção das maquetes, percebeu-se que os(as) discentes tiveram melhorias em suas médias, o que revelou que a utilização de atividades práticas como esta estimula o interesse dos discentes, uma vez que se percebeu como eles se comportavam diante do que era proposto.

Dessa forma, esta pesquisa se mostrou eficaz, visto que foi desenvolvido o trabalho sobre razão, proporcionalidade e cálculo de áreas de figuras planas como: o quadrado, retângulo, triângulo, losango e o trapézio, por parte dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Hindemburgo Dobal, revelando-se dados positivos, respondendo de forma satisfatória à problemática de investigação, visto que a construção de maquetes contribuiu para a exploração de conceitos de áreas de figuras planas e proporcionalidade, pois induziu o(as) discentes a internalizar conceitos a partir da prática, que o permitiu visualizar o quanto teoria e prática se complementam e tornam o ensino mais atrativo, confirmando, assim, a hipótese básica deste estudo.

Nesse sentido, o objetivo geral de investigação foi atingido, visto que ficaram evidenciadas várias práticas educativas desenvolvidas na escola com os três grupos com a intervenção do professor, envolvendo razão, proporcionalidade e áreas de figuras geométricas planas, como aconteceu em relação às linhas horizontais e verticais, permitindo aos discentes fazerem multiplicações como operação básica, sem o uso da contagem individual, o que colaborou para aquisição de conceito e cálculo de áreas destas figuras, através da multiplicação do comprimento pela largura, o que pode interferir na formação do pensamento teórico e geométrico destes, como aconteceu com a construção de maquetes.

Outras intervenções do docente, tais como orientações e indagações sobre o losango, como podemos obtê-la a partir de quadrados, bastando, para isso, “deformá-lo”, o que produzirá duas diagonais de comprimentos diferentes, a saber: diagonal maior (D) e diagonal menor (d), mantendo os lados iguais, propiciou aos discentes entenderem como figuras geométricas planas são constituídas.

A identificação dos conhecimentos de alunos(as) acerca de escala e figuras planas foi ocorrendo ao longo de cada atividade, principalmente com o teste inicial, os quais mostraram conhecimentos limitados e que foram crescendo ao longo das exposições e solicitações das atividades práticas por parte do professor, como aconteceu quando, com o auxílio de um estilete, houve a separação de um dos triângulos em dois triângulos iguais e com o outro triângulo, foi montado um retângulo, que viabilizou a percepção da montagem de um losango, a partir do qual produziram um retângulo, cuja base é justamente a diagonal maior (D) do losango e a altura é exatamente a metade da diagonal menor (d) do losango, mostrando que sua área é a metade do resultado da multiplicação desses dois valores.

O professor foi fazendo questionamentos que permitiram a introdução de termos e conceitos iniciais que, paulatinamente, foram levando os discentes a construírem seus próprios conceitos. As intervenções se deram, por meio do professor, quando da substituição de termos como proporção ao invés de “de acordo”, por exemplo, o que permitiu contribuições no aprendizado teórico de áreas de figuras planas e proporcionalidade no processo de construção de maquetes, como: representações usando as escalas propostas de maneira bem rápida; uso correto de expressões matemáticas; percepção do conceito de multiplicação para o cálculo de área, dentre outros, revelando que o nível de compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática desenvolvidas pelos alunos sobre a temática estudada fora ampliado ao longo do estudo.

Em relação às competências e habilidades desenvolvidas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo os conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade, após a construção das maquetes, estes apresentaram melhoria em cálculos matemáticos como operações básicas de multiplicação e raciocínio lógico.

Este estudo poderá servir de embasamento teórico para outros de mesma temática, especialmente, aqueles que tratem de pesquisas com maquetes e sua aplicabilidade para o ensino, ratificando as contribuições da modelagem matemática com abordagens que englobem a realidade do aluno, como foi o caso desta investigação que utilizou a construção de maquetes para instigar o conhecimento teórico e prático de conteúdos como razão e proporcionalidade em figuras geométricas planas.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, recomenda-se que a construção de maquetes no ensino de matemática possa se dar desde a ensino fundamental menor, para incentivar a produção de conceitos e significados o mais cedo possível, a partir da realidade apreendida, considerando as trocas de experiências entre discentes e professor.

REFERÊNCIAS

ANDUJAR, P. V.; FONSECA, Ricardo Lopes. **A utilização de maquetes como instrumento metodológico nas aulas de Geografia.** In: I Simpósio Nacional de Recursos Tecnológicos Aplicados à Cartografia e XVIII Semana de Geografia, 21 a 25 de set. 2009. Maringá, p. 390-395.

ALMEIDA, R. D. de; PASSINI, E. Y. **O espaço geográfico:** Ensino e representação. 12. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a base. Disponível em: http://www.basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 28 de fevereiro de 2022.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo, Editora Contexto, 2010.

D'AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinaridade**. 1.ed. São Paulo: Palas Athena, 1997.

_______. **Da Realidade à Ação:** Reflexões sobre a Educação e Matemática. 6 ed. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção de conhecimento**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2011.

GIL, A. C. **Técnicas de pesquisa científica.** São Paulo: Atlas, 2010.

HALISKI, A. M.; SILVA, S. de C. R. Utilização da modelagem para explorar conceitos matemáticos por meio de construção de maquete. **Revista eletrônica FAFIT/FACIC**, v. 1, n. 4, p. 43-56. 2013.

KUSMAN, R. A. **Utilização de maquetes como ensino em educação ambiental nos anos 6º anos.** XII Congresso Nacional de Educação. PUCPR, 2015.

LEAL, D. T. B. e JÚNIOR, E. B. C. **O uso da Aula Expositiva no Ensino da Contabilidade:** estudo empírico com os dados do Exame Nacional de Cursos (provão). Contab. Vista & Rev., v.17, n.3, p. 91-113, jul.-set. 2006. [Consult. Mai.2023]. Disponível na Internet: http://web.face.ufmg.br/face/revista/index.php/contabilidadevistaerevista/article/view/307/300.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MEU DICIONÁRIO.ORG. Uso de maquetes no processo de ensino e aprendizagem. **Meudicionário.org**.2023. Disponível em: https://www.meudicionario.org/. Acesso em: 02 de janeiro de 2023.

MINAYO, M. C. de S.; SANCHES, O. **Quantitativo-Qualitativo**: Oposição ou Complementariedade?In Caderno de Saúde Pública da Escola Nacional de Saúde Pública da Fiocruz. Rio de Janeiro: Fiocruz, jul/set 1993.

OLIVEIRA, L.; VELASCO, A. D. **O ensino da geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá**. Curitiba: Paraná, 2007. Disponível em: http://lourivalgomes.com.br/Geometria_Artigo_4.pdf.

MOREIRA, M. A. O que é afinal aprendizagem significativa? **Revista cultural La Laguna Espanha**, 2012. Disponível em: http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf. Acesso em: 01 de fevereiro de 2023.

ROGOFF, B. Observando a atividade sociocultural em três planos: apropriação participatória, participação guiada e aprendizado. IN.: WERTSCH, James V.; ALVAREZ, Amelia; DEL RÍO, Pablo. **Estudos socioculturais da mente**. Porto Alegre: ARTMED, 1998.

RUSSEL, B. A. W. ***Introduction to Mathematical Philosophy***. London: George Allen & Unwin, 1919, p. 60. Tradução de Jorge Zahar.

SAVIANI, D. **Pedagogia Histórico-Crítica**: primeiras aproximações. São Paulo: Autores Associados, 2012.

APÊNDICE 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

LEIA COM BASTANTE ATENÇÃO

Estimadas famílias,

Eu, Gilmar Antonio Ribeiro de Macedo, CPF N° 960.902.783-00, sou professor de matemática na escola Municipal H. Dobal, manhã. Curso atualmente, Mestrado profissional em matemática- PROFMAT no IFPI campus Floriano sob a orientação do professor. Dr. Ezequias Matos Esteves.

No mestrado, desenvolvo a pesquisa intitulada MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS SOBRE ÁREA DE FIGURAS PLANAS E PROPORCIONALIDADE: UMA EXPERIÊNCIA COM USO DE MAQUETES NO ENSINO FUNDAMENTAL.

OBJETIVO GERAL:

Identificar e analisar as contribuições de práticas educativas desenvolvidas na escola envolvendo razão, proporcionalidade e áreas de figuras geométricas planas para a formação do pensamento teórico e geométrico dos alunos do ensino fundamental, a partir da construção de maquetes.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

INFORMAÇÕES:

Gilmar Antonio Ribeiro de Macedo

Escola Municipal H. Dobal

E-mail: g13macedo@hotmail.com

Telefone para contato: (86) 99515-9425

1-Nome do(a) aluno(a):

____

Eu, Pai, Mãe ou responsável pelo aluno(a) indicado acima, AUTORIZO a participação na pesquisa (PRÁTICAS EDUCATIVAS ENVOLVENDO ESCALA E PROPORCIONALIDADE: CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO E GEOMÉTRICO A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE MAQUETES) coordenada pelo professor Gilmar Antonio Ribeiro de Macedo. Para isso, informo meus dados pessoais logo a seguir.

2-NOME COMPLETO da Mãe, Pai ou responsável. (SEM ABREVIAÇÕES)

____

3- CPF

4-TELEFONE PARA CONTATO:

APÊNDICE 2 – TESTE INICIAL

TESTE INICIAL

NOME:______________________________________**IDADE**____________ **SÉRIE**_______

01)Antonio tem 7 anos e seu pai João tem 21anos. Qual a razão entre as idades de Antonio e seu pai João, nessa ordem:

a)1/2
b)1/3
c)1/4
d)1/5

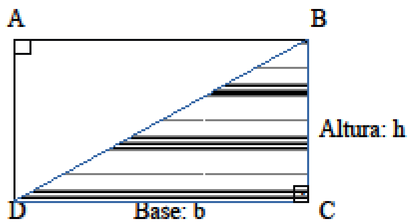
02) Ana resolveu fazer a maquete de sua casa, cuja altura é de 4 m. A RAZÃO ESCALA escolhida por Ana foi 1/10. Qual deve ser a altura da casa de Ana na maquete:

a) 4 cm
b) 40 cm
c) 400 cm
d) 4000 cm

03)Uma padaria vende 5 "salgadinhos por R$ 2,00. Quanto uma pessoa pagará na compra de 30 desses "salgadinhos"?
a) R$ 8,00
b) R$ 10,00
c) R$ 11,00
d) R$ 12,00

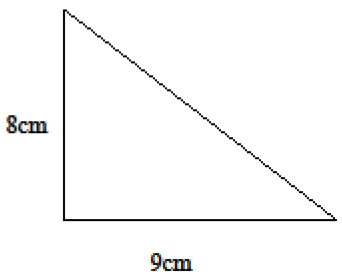
04)Teresa fez o desenho da parede frontal (parede da frente) de sua casa. Nessa parede há uma porta de altura igual a 2m que equivale a 200cm e uma janela de altura igual 1,2m que equivale a 120cm. Sabendo que o desenho é PROPORCIONAL a parede real, qual deve ser a altura da janela no desenho se a porta ficou com 5 cm?
a) 1cm
b) 2cm
c) 3cm
d) 4cm

05) Unindo dois vértices de uma região retangular, conseguimos fazer duas regiões triangulares iguais, como mostra a ilustração abaixo. Concluímos, então, que um modo para se calcular a área de um triângulo é:



a) b x h b) b + h c) $\frac{b + h}{2}$ d) $\frac{b \times h}{2}$

06) Observando o triângulo abaixo podemos concluir que sua ÁREA, em cm², É:

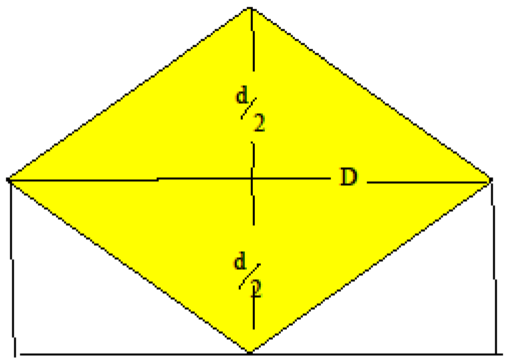


a) 36cm² b) 17 cm² c) 80 cm² d) 72 cm²

07) LOSANGO é um quadrilátero plano com os quatro lados iguais. Um exemplo bem conhecido de losango está na Bandeira do Brasil representada pela figura em AMARELO. Unindo os vértices opostos do losango temos as suas duas diagonais. Observando o LOSANGO em destaque no esquema abaixo, concluímos que uma forma para o cálculo de sua área é:

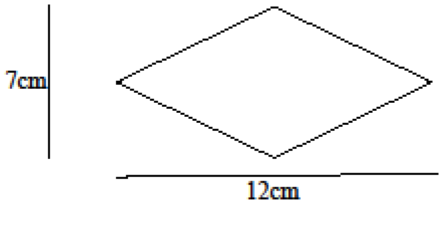
D: diagonal MAIOR

$d/2$: Metade da diagonal MENOR.



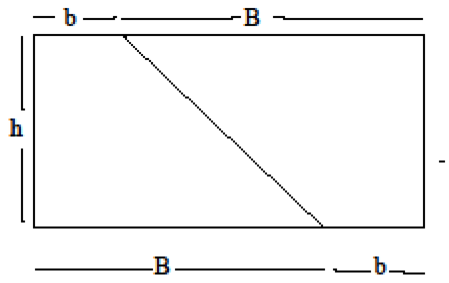
a) $D + d$ b) $D \times d$ c) $\frac{D + d}{2}$ d) $\frac{D \times d}{2}$

08)observando o losango abaixo concluímos que sua área em cm² é:



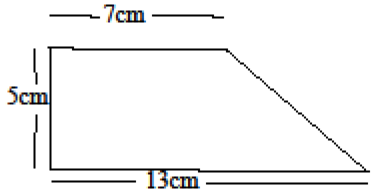
a) 19cm² b) 30cm² c) 42cm² d) 84cm²

O9) TRAPÉZIO é uma figura geométrica plana de QUATRO lados com pelo menos um par de lados paralelos. Observando o RETÂNGULO abaixo, é fácil notar DOIS TRAPÉZIOS IGUAIS. Podemos então concluir que uma forma para se calcular a ÁREA de um TRAPÉZIO, É:



a) $B + h$ b) $B \times h$ c) $\frac{B \times h}{2}$ d) $\frac{(B + b) \times h}{2}$

10)Observando o trapézio abaixo concluímos que sua área em cm² é:



a) 20cm
b) 25cm
c) 50cm²
d) 80cm

APÊNDICE 3 – TESTE FINAL

TESTE FINAL

NOME:____________________________________IDADE___________ SÉRIE______

01)Pedro tem 20 figurinhas e Marcos tem 36. Qual a razão entre o número de figurinhas de Pedro e Marcos, nessa ordem:

a)4/7
b)5/9
c)7/8
d)9/11

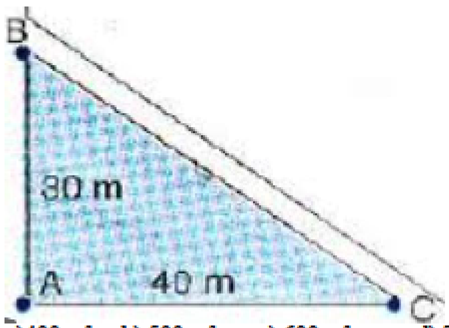
02) Maria e Helena fizeram em cartolina uma réplica da pracinha do bairro. Elas decidiram usar para essa construção a escala (1: 80). O comprimento real da praça é 60m. No projeto das garotas esse comprimento foi representado por quantos centímetros?

a) 60 cm
b) 65 cm
c) 70 cm
d) 75 cm

03)No frigorifico "carne barata" 2kg de carne custa $ 70,00". João comprou 6 kg de carne. Quanto João pagou nessa compra?
a) R$ 170,00
b) R$ 200,00
c) R$ 210,00
d) R$ 220,00

04)No mesmo instante do dia, sabe-se que as sombras de um poste e de uma pessoa são proporcionais às suas respectivas alturas. Em certo momento um poste de 8m produz uma sombra de 50cm, qual é a altura de uma pessoa que nesse mesmo momento produz sombra de 10cm.
a) 1,5 m
b) 1,6 m
c) 1,7 m
d) 1,8 m

05)Abaixo está a ilustração da pracinha do bairro "FIGURAS PLANAS". A associação de moradores do bairro decidiu revestir o interior dessa pracinha com grama. Quanto metros quadrados de grama serão necessários para esse trabalho?

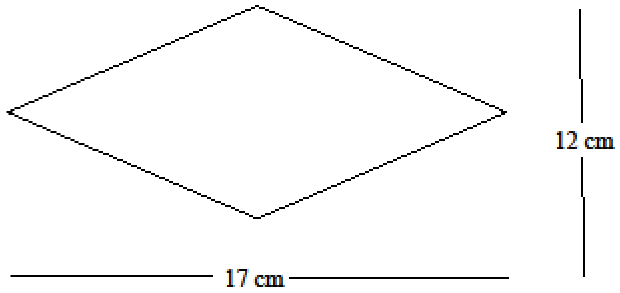


a)400 m² b) 500 m² c) 600 m² d) 700 m²

06) Um terreno tem a forma de um triângulo retângulo de base igual a 14m e altura igual a 9m. Qual a medida da área desse terreno em m²?

a) 63 m²
b) 64 m²
c) 65 m²
d) 66 m²

07) Qual a área em cm² do losango abaixo?



a) 100 cm²

b) 101 cm²

c) 102 cm²

d) 103 cm²

08) Quanto mede a área em cm² de um losango cujas diagonais medem 18 cm e 21 cm?

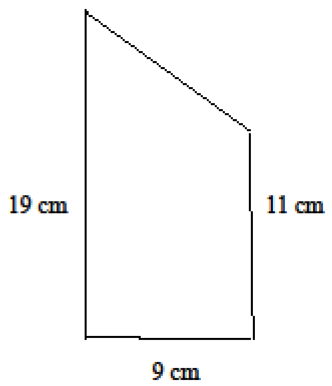
a)186 cm²

b)187 cm²

c)188 cm²

d)189 cm²

09) Observando o trapézio abaixo concluímos que sua área mede:



a)134 cm² b) 135 cm² c) 136 cm² d) 137 cm²

10) O comprimento da réplica em escala reduzida de uma sala cujo comprimento real é 6m está representado por 30 cm. Qual a área real da sala, sabendo que a réplica tem área igual a 750 cm²?

a) 25 m²

e)30 m²

f)35 m²

g)40 m²

ANEXO 1 – CARTA DE ANUÊNCIA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA PIAUÍ

PROFMAT

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ – CAMPUS FLORIANO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

CARTA DE ANUÊNCIA PARA AUTORIZAÇÃO DE PESQUISA

Solicitamos autorização institucional para realização da pesquisa intitulada "Mobilização de conhecimentos sobre áreas de figuras planas e proporcionalidade: Uma experiência com uso de maquetes no ensino fundamental" , com os alunos da Escola Municipal H. DOBAL – Teresina/PI", a ser realizada pelo aluno de pós-graduação **Gilmar Antonio Ribeiro de Macedo**, sob orientação do Professor **Dr. Ezequias Matos Esteves**, com o objetivo de aplicar questionários e sequência didática com os alunos do oitavo ano da escola H. Dobal. Ao mesmo tempo, pedimos autorização para que o nome desta instuição conste no relatório final, bem como em futuras publicações em eventos e periódicos científicos. Salientamos, ainda, que tais dados serão utilizados somente para a realização deste estudo, ou serão mantidos permanentemente em um banco de dados desta pesquisa, com acesso restrito, para utilização em pesquisas futuras. Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho desta Diretoria, agradecemos antecipadamente a atenção, ficando à disposição para quaisquer esclarecimentos que se fizerem necessários.

Floriano, 09 de fevereiro de 2023.

Gilmar Antonio Ribeiro de Macêdo

Gilmar Antonio Ribeiro de Macêdo

(x) Concordamos com a solicitação

(   ) Não concordamos com a solicitação

Maria Bernadete de C. Bezerra

Maria Bernadete de Carvalho Bezerra

Maria Bernadete de Carvalho Bezerra
Diretora - ATP/SEMEC Nº 1127/2022
Esc. Mun. Hindemburgo Dobal