UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Uma sequência didática utilizando jogos para introdução do conceito de probabilidade.

por

José Egnaldo Pereira[1]

sob orientação de

Thiago Dias Oliveira Silva

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT DM-UFRPE, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Agosto/2013
Recife – PE

[1] O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Uma sequência didática utilizando jogos para introdução do conceito de probabilidade.

por

José Egnaldo Pereira

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Matemática, defendida e aprovada por unanimidade em 20/08/2013 pela Comissão Examinadora.

Orientador

____

Prof. Thiago Dias Oliveira Silva
PROFMAT, DM-UFRPE

Banca Examinadora

____

Prof. Airton Temístocles Gonçalves de Castro
DMAT-UFPE

____

Prof. Ross Alves do Nascimento
DE-UFRPE

____

Prof. Isis Gabriela de Arruda Quinteiro
PROFMAT, DM-UFRPE

Agosto - 2013

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus familiares, em especial aos meus oito irmãos, que por circunstâncias diversas frequentaram poucos anos à escola. A meu irmão Márcio *in memoriam*.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa Elisângela por sua compreensão pelas minhas ausências frequentes nesses quase dois anos e meio de curso.

À equipe de professores do PROFMAT/UFRPE pela coragem de implementar na Universidade um mestrado profissional semipresencial dedicado a formação de professores da educação básica.

Ao professor Thiago Dias por aceitar a orientação deste trabalho, que possui temática voltada para educação matemática.

E aos colegas de turma, especialmente, àqueles que formaram o chamado grupo do IPSEP, pois sem a ajuda desse grupo possivelmente não teria concluído esse curso.

RESUMO

Esse trabalho é o relato de uma atividade em que se fez uso da aplicação de uma sequência didática utilizando jogos matemáticos (bandinhas de feijão e lançamento de dados), para se introduzir os conceitos de experimento aleatório, probabilidade de ocorrência de um evento e espaço amostral de probabilidade equiprovável e não equiprovável. Os jogos tornaram-se um importante instrumento didático para se trabalhar os conteúdos matemáticos em todos os níveis de ensino além de possibilitar contextualizações que estimulam o processo de compreensão dos estudantes para matemática. As atividades trabalhadas para composição desse trabalho foram experimentadas com um grupo de 29 alunos do ensino médio da Escola João Monteiro de Melo em Belo Jardim - PE, quando necessitavam arremessar um dado não menos que cem vezes e anotar o número da face voltada para cima. Do mesmo modo, deveriam jogar quatro bandinhas de feijão e anotar a configuração representada que saiu dessa ação. As duas tarefas eram registradas por componentes do grupo. Os resultados da atividade demonstraram que os alunos construíram respostas comparando os dois jogos entre si, atribuíram discussões as diferenças entre os resultados que encontravam e fizeram inferências ao construto da atividade, como: “porque nos dados a probabilidade de acontecer um determinado número é menor e com isso é que as chances são bem iguais, com isso saía um determinado número bem mais vezes parecidas. Nos feijões é que as chances são maiores e por isso a chance de acontecer o mesmo número mais vezes e bem maior”.

Palavras-chaves: Jogos, probabilidade, experimento aleatório, espaço amostral, evento.

ABSTRACT

This work is the report of an activity in which he made use of the application of a didactic sequence using mathematical games (parts of beans and launch of dice), to introduce the concepts of random experiment, probability of occurrence of an event and space sample of probability likely and not likely. The games have become an important didactic tool to work the mathematical contents in all levels of the education system in addition enabling contextualization that stimulate the process of understanding students for mathematics. The activities worked for composition of this work were experienced with a group of 29 students of the middle school of Escola João Monteiro de Melo in Belo Jardim - PE, when they needed throw one die not less than one hundred times and annotate the number of face up. In the same way, should play pour parts of beans and annotate the configuration represented that resulted from this action. The two tasks were recorded by components of the group. The results of the activity demonstrated that the students have constructed answers by comparing the two between themselves, attributed discussions the differences between the results that were discovered and they made inferences to construct of the activity, such as: "Because in the dice the probability of happening a certain number is lower and with this is that the chances are so equal, with this happening a certain number s well more time similar. In beans is that the chances are greater and therefore the chance of happening the same number more times is greater."

Keywords: Games, probability, random experiment, sample space, event.

Sumário

Introdução.. 1

Descrição do trabalho... 3

Capítulo 1 – O jogo como ferramenta didática.... 4

1.1 – Tipos de jogos...6

Capítulo 2 – Probabilidade e história..14

Capítulo 3 – A Probabilidade no livro didático..17

Capítulo 4 – Observações conceituais e pedagógicas sobre probabilidade no livro didático...22

Capítulo 5 – Metodologia em relação à sequência didática...27

5.1 – Público e local onde foi aplicada a sequência didática.....................................27

5.2 – Conteúdo matemático explorado na sequência didática...................................28

5.3 – Objetivos..28

5.4 – Tempo previsto...28

5.5 – Material utilizado..28

5.6 – Organização da sala...29

5.7 – Dificuldades esperadas..29

Capítulo 6 – Desenvolvimento da sequência didática...30

6.1 – Jogo com o dado – Etapa1...30

6.2 – Jogos com as bandinhas de feijão – Etapa 2..30

6.3 – Comparação dos resultados obtidos nas etapa 1 e 2..30

6.4 – Definição de conceitos – Etapa 4..32

6.5 – Calcula da probabilidade de um evento – Etapa 5..33

6.6 – Avaliação – Etapa 6...33

Capítulo 7 – A sequência didática aplicada em sala..35

7.1 – Comentários iniciais...35

7.2 – Etapa 1...36

7.3 – Etapa 2...36

7.4 – Etapa 3...37

7.5 – Etapa 4 e 5...37

7.6 – Etapa 6...38

Capítulo 8 – Outras conteúdos possíveis de serem trabalhados....................................41

Capítulo 9 – Considerações finais...44

Referências bibliográficas...46

Anexos...47

Introdução

Entre os anos de 2005 e 2006 fiz uma especialização promovida pela Faculdade de Formação de Professores de Belo Jardim, intitulada “Educação Matemática e suas novas tecnologias”. Na grade curricular desse curso constava uma disciplina de jogos, que muito me chamou atenção, uma vez que, visualizei os jogos como uma boa estratégia para introduzir alguns conceitos matemáticos. Entretanto, algo me decepcionou em seguida. Nas pesquisas bibliográficas a respeito de jogos que fiz, pouco ou quase nada encontrei sobre os chamados jogos de construção. São esses os jogo em que, de modo ativo, e com pouca intervenção do professor o aluno constrói o conceito em estudo. A literatura oferece muitos jogos de treinamento que me despertam pouco interesse como professor, uma vez o aluno já deve possuir o conhecimento matemático para jogá-lo. Na verdade, é um tipo de jogo que consolida o conceito matemático já estudado.

Por outro lado, sabe-se que no Brasil, os professores, de um modo geral, têm como principal apoio em sala de aula, o livro didático e com os professores de matemática não é diferente. Dessa forma, as atividades e estratégias que fazem a mediação entre os objetos matemáticos e o aluno são retiradas desses livros didáticos. Isso ocorre pela carga horária excessiva de trabalho que tira do professor o tempo necessário para elaboração de atividades. Entretanto, as atividades propostas nos livros didáticos me inquietam porque não tratam o aluno de modo ativo. Vejamos como é apresentada a introdução do conceito de probabilidade nas coleções “Matemática (DANTE, 2008)” e” Conexões com a Matemática (BARROSO, 2010)”.

Na primeira coleção observamos quatro pequenos textos com afirmações nas quais há elementos probabilísticos e em seguida um texto adaptado do Livro “História da Matemática”, de Boyer. Adiante o aluno é chamado a resolver duas atividades, onde a primeira consiste em verificar, lançando uma moeda, o momento em que se tem a confirmação de que há 50% de chance para se obter cada face. Essa atividade tem por objetivo desfazer a ideia muito comum, segundo o livro, de que ao lançar uma moeda, cada face deve sair à metade das vezes. Já a segunda atividade, são apresentados cinco poliedros os quais, de acordo com o texto, podem ser usados como dados. Em seguida o aluno é acionado para responder a chance de se obter o número 3, o número 12 e um número maior que 7 lançando cada tipo de dado apresentado. A participação do aluno acaba por aí. Para apresentar o conceito de espaço amostral, evento e probabilidade de ocorrência de um evento o livro apenas discorre sobre cada conceito com exemplos sem chamar o aluno à ativa. Na segunda coleção, o conteúdo de probabilidade é introduzido mostrando que ao iniciar um jogo o juiz da partida segue a regra 8 do futebol, ou seja, é a regra a qual diz que deve-se jogar uma moeda e a equipe que ganhar o sorteio decidirá para qual lado atacará. O livro aproveita essa informação para afirmar que a parte da matemática que investiga a chance de ocorrência de um evento é a teoria das probabilidades e em seguida conclui dizendo onde se aplica essa teoria. Adiante o livro apenas discorre sobre experimento aleatório, espaço amostral, evento, evento simples, evento certo, evento impossível e probabilidade de ocorrência de um evento com exemplos, também sem convidar o aluno à ativa.

No ensino de matemática, o grande desafio, para o professor é fazer a mediação entre os conteúdos a serem estudados, de modo que apresente aos alunos uma matemática compreensiva e prazerosa. A simples oralização dos conceitos matemáticos pode tornar a aprendizagem enfadonha, desinteressante e de difícil compreensão por parte dos estudantes, em especial no ensino básico. É assim que percebo como estão sendo colocados nos livros didáticos os conteúdos de matemática. Além disso, a bibliografia referente a jogos que põe o aluno como construtor do seu conhecimento é escasso. Desse modo, faz-se necessário a busca de estratégias que torne a aprendizagem prazerosa e desafiadora. E foi nessa direção que realizamos as atividades proposta nesse trabalho, o jogo das bandinhas de feijão em contraposição do jogo com o dado, pois acreditamos que essa atividade põe o aluno no centro da aprendizagem, um ser ativo e construtor do seu próprio saber.

Descrição do trabalho

Esse trabalho é composto de nove capítulos sendo que o primeiro se preocupa em defender justificando o porquê dos jogos serem utilizados como ferramenta didática no ensino e, em especial, da matemática. Procuramos apresentar situações e exemplos de diversos tipos de jogos e suas finalidades. Nos dois capítulos subsequentes é tratado da probabilidade em dois aspectos: o primeiro, de sua historicidade, e o segundo como ela é tratada no livro didático, Conexões com a matemática (Barroso, 20010), volume 2, do Programa Nacional do Livro Didático 2012/2014. O capítulo seguinte, o quarto, se atém em fazer uma análise crítica do tratamento pedagógico da probabilidade no livro didático.

O capítulo cinco trata de como a sequência didática foi organizada, o material necessário para realizá-la e uma pequena introdução descrevendo onde e o público que foi objeto da sequência didática, além de fazer uma expectativa em relação às dificuldades que se apresentarão aos alunos no transcorrer da aula. O texto prossegue com o capítulo seis evidenciando toda a metodologia utilizada para desenvolver a sequência didática. Esse capítulo foi dividido em seis etapas sendo que as duas primeiras se referem à realização dos dois jogos, na terceira etapa foi feita a comparação dos resultados obtidos com os jogos. Nas quarta e quinta etapas definiram-se conceitos como espaço amostral e probabilidade de um evento. A última etapa foi utilizada para avaliação da sequência didática.

O capítulo sete foi dedicado a discorrer sobre a sequência didática concretizada, como transcorreu todo processo, etapa por etapa, e os resultados obtidos com a realização dos jogos na sala de aula. O penúltimo capítulo é dedicado a indicar as possíveis atividades subjacentes a sequência didática, pois ao realizar o jogo com as bandinhas de feijão e o dado, há como resíduos, outros conteúdos matemáticos que podem ser inicialmente abordados ou reforçados. O último capítulo ficou reservado para as considerações finais em que é feita uma análise crítica do processo de concretização da sequência didática, apontando erros e sugerindo as correções.

Capítulo 1 - O Jogo Como Ferramenta Didática

Num ato complexo como é o processo de ensino e aprendizagem, não existe a fórmula mágica para envolvermos os estudantes em atividades, fazê-los se concentrar, estar com gosto na escola e prestarem atenção nas explanações, principalmente, na escola pública, onde se junta a isso a diversidade nas habilidades cognitivas. E nesse amálgama de habilidades cognitivas, diversificar o processo pedagógico se impõe. Nesse sentido, o professor deve buscar alternativas, como uso de jogos e atividades mais representativas para o aluno. Essa é uma justificativa para a escolha de uma prática mais eficaz no ensino, abordar o conteúdo de forma contextualizada. A pedagogia dos jogos vai nesse sentido, pois traz para o aluno a observação de uma matemática prática e que pode ser vivenciada na sala de aula.

Macedo, Petty e Passos (2005) discutem que o uso de jogos é uma importante atividade para desenvolver habilidades, para eles:

> A criança desenvolve brincadeiras e aprende jogos. Pode também aprender brincadeiras com seus pares ou cultura e, com isso, desenvolve habilidades, sentimentos ou pensamentos. O mesmo ocorre nos jogos: ao aprendê-los, desenvolve o respeito mútuo (modos de se relacionar entre os iguais) o saber compartilhar uma tarefa ou um desafio em um contexto de regras e objetivos, a reciprocidade, as estratégias para o enfrentamento das situações-problemas, os raciocínios. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, P. 10)

Esses mesmos autores afirmam que uma das formas interessantes de promover a aprendizagem e avaliar é através de situações-problemas. Também afirmam que contextos de projetos ou jogos estão prenhes de situações-problemas. Essa é uma assertiva com a qual concordamos, pois é dessa maneira que enxergamos nossa proposta com o uso de jogos que aplicamos em sala, desse modo, realizaremos uma técnica pedagógica que intrinsecamente vem com outra, a situação-problema. Macedo, Petty e Passos (2005) ainda destacam que suas experiências no Laboratório de Psicopedagogia do Instituto de Psicologia da USP onde utilizam frequentemente jogos têm mostrado que os alunos a tornarem-se proprietários, ao jogar, de atitudes e competências as quais podem desaguar em outros meios. De acordo com esses autores os alunos passam a ter outro posicionamento diante de desafios sejam em situações de jogo ou situação escolar. Porém, alertam que esse deságue não é automático. É de fundamental importância, assim destacam o trabalho de intervenção por parte do profissional que acompanha as partidas. Isso corrobora mais uma vez com a escolha feita nesse trabalho em apresentar uma situação didática através de um jogo e que de fato, *a priori*, nosso jogo só funcionará com a intervenção por parte de quem o estiver aplicando.

Para além da aprendizagem de um conteúdo escolar ou da aquisição de uma habilidade com um jogo, Macedo, Petty e Passos (2005) nos revelam que o trabalho com jogos pode ajudar bastante na conquista de uma relação de reciprocidade, pois ele impõe, segundo os pesquisadores, pelo menos três desafios, a saber: trabalhar sua autodisciplina, reconhecer a autoridade (no mínimo) da regra e comporta-se adequadamente. Esses desafios se efetivam da seguinte forma:

> A regra do jogo regula as ações, o que pode ou não ser feito, com vistas a definir claramente os objetivos e dar condições iguais aos oponentes como ponto de partida. Assim, vence aquele que desenvolve melhores estratégias. É comum observar crianças com dificuldade em aceitar os limites do seu cotidiano, expressando tal comportamento também no contexto de jogos, mesmo que gostem das propostas. A diferença é que, em geral, nas situações de jogos elas querem melhorar, ou sabem com mais clareza que burlar as regras significa exclusão da partida ou invalidez dos resultados. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, P. 33)

E ainda nesse arcabouço de aprendizagens atitudinais, através dos jogos e resolução de situações problemas ou desafios, os autores enfatizam, pois é desta forma que suas pesquisam mostram, a colaboração das crianças com o ambiente da sala de aula, o envolvimento delas ocorre com maior facilidade, concentração e divertimento, aprendendo e pensando. Porém, os autores deixam claro que nem tudo pode ser transformado em jogo, até porque aprender não é o mesmo que jogar, afirmam. Aprender é algo sério, exigente, comprometido, que requer investimento, que quem aprenda seja ativa, que trabalhe com intensidade e com afinco, é uma construção de dentro para fora, sendo que os de fora, nós professores, tenhamos uma importantíssima contribuição que é instigar a curiosidade e acolher sua insegurança, concluem.

Para Macedo, Petty e Passos (2005) o que se segue é por fim o papel do jogo como instrumento pedagógico:

> Mais uma vez, jogar pode ser uma atividade interessante para motivar os alunos a mobilizarem recursos e superarem desafios, numa situação em que agir sem pensar, sem planejar e sem respeitar os limites não servem, não produz bons resultados, os quais ela quer realmente conquistar. Em síntese, a ação de jogar exige comprometimento e intencionalidade, aspectos também fundamentais para sala de aula constituir-se em um ambiente cooperativo, produtivo e disciplinado. (MACEDO; PETTY; PASSOS, 2005, P. 36)

1.1 - Tipos de jogos

Nesse tópico apresentaremos algumas propostas de jogos que são utilizados por profissionais de ensino de matemática. Essa preocupação é no sentido de mostrar ao leitor uma descrição desse tipo de material, como regras, formas de uso, possibilidades e estratégias para aprendizagem.

Os jogos não são da mesma natureza, dependendo do que se queira, Lara (2005) os divide em quatro tipos, a saber:

- Jogos de construção;
- Jogos de treinamento;
- Jogos de aprofundamento;
- Jogos estratégicos.

Ela denomina jogos de construção como aqueles que trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, através de manipulação de materiais ou de perguntas e de respostas, o aluno tenha a necessidade de utilizar uma nova ferramenta ou novo conhecimento para resolver determinadas situações-problemas proposta pelo jogo.

Entendemos o jogo que aplicamos em sala de aula classificado nessa categoria com a observação de que o jogo é de fácil confecção. Lara (2005) nos chama a atenção para esse tipo de jogo, pois, para ela, essa modalidade exige bem mais, tanto para confeccioná-lo como para executá-lo em sala. Isso porque, segundo a autora, cada aluno possui bagagem própria de conhecimento e está subjetivado pelo contexto sociocultural no qual vive e, portanto, continua Lara (2005), o professor precisará saber agir num contexto heterogêneo com múltiplos pensamentos.

Um jogo do tipo construção – Brincando com o material dourado

Objetivos: Que o aluno seja capaz:

- Demonstrar a construção da dezena, da centena e do milhar;
- Reconhecer o valor relativo e absoluto dos algarismos;
- Resolver adição entre números naturais, através de seu valor relativo, utilizando o material dourado;
- Identificar as trocas de 10 unidades para 1 dezena, 10 dezenas para uma centena e, de 10 centenas para um milhar e vice-versa;
- Criar estratégia de resolução;
- Desenvolver sua concentração e despertar sua curiosidade;
- Desenvolver o espírito de competição, consciência de grupo, coleguismo e companheirismo.

Nº de Jogadores: de 2 a 6 jogadores

Materiais:

- 1 caixa de material dourado;

- 1 dado comum;

-1 dado especial contendo as peças do material dourado;

- Lápis, papel e borracha.

Modos de Jogar: Os jogadores revezam-se cada um jogando após o outro conforme ordem pré-determinada. O primeiro jogador lança os dois dados, o dado especial determinará a peça que irá pegar e, o dado comum, quanta dessas peças retirará da caixa para si. Da mesma forma todos os jogadores procederão ao número de vezes estipulados pelo professor. À medida que for formando conjuntos de 10 peças, irá fazendo as trocas. Ao final, cada jogador deverá dizer a quantidade total construída. O vencedor será aquele que conseguir, ao final das rodadas, construir a maior quantidade e apresentar suas peças com as trocas realizadas corretamente. Para não faltar peças sugere-se que os alunos a cada rodada peguem as peças e representem através de desenhos os resultados.

Material utilizado para confecção do jogo:

Se o professor não possuir o material dourado poderá confeccioná-lo em papel cartaz. O dado especial é feito a partir de um cubo confeccionado em papel cartaz ou isopor colando-se nas faces o desenho das peças do material dourado (unidade-cubinho, dezena-barra, centena-placa) repetindo a mesma peça na face oposta.

Modelo do dado especial

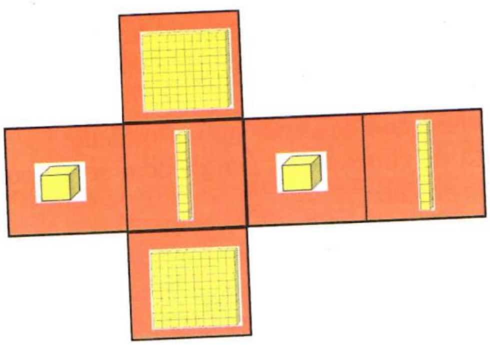


Figura 1

Obs: Esse jogo encontra-se no livro de Lara (2005). A autora não classifica os jogos do livro. A classificação desse jogo como de construção é responsabilidade do autor desse trabalho. Além domais esse jogo será de construção se aplicado em uma série que o aluno desconheça o sistema de numeração decimal.

Não basta apenas construir o conceito. Isso não garante sua manipulação em situações-problemas e até executar, por exemplo, um algoritmo. Nesse sentido afirma Lara (2003) que é necessário o aluno utilizar várias vezes o mesmo tipo de pensamento e conhecimento matemático, não necessariamente para memorizá-lo, mas para abstraí-lo, entendê-lo, ou generalizá-lo, como também, para aumentar sua autoconfiança e sua familiarização com o mesmo. Com base nessa compreensão, apresentaremos um jogo de treinamento, o "avançando com o resto" que se insere nesse tipo de proposta. Ele se encontra no livro "Jogos e Resolução de Problemas: uma estratégia para as aulas de matemática" (Borin, 1998).

Um jogo do tipo treinamento – Avançando com o resto

Material – Um tabuleiro, um dado e duas fichas ou peões de cores diferentes.

Meta – Chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra **FIM.**

Regras:

1 – Duas equipes jogam alternadamente. Cada equipe movimenta a sua ficha colocada, inicialmente, na casa com o número 43.

2 – Cada equipe, na sua vez, joga o dado e constrói uma divisão onde:

- *o dividendo é o número da casa onde sua ficha está,*

- *o divisor é o número de pontos obtidos no dado.*

3 – Em seguida, calcula o resultado da divisão e movimenta sua ficha o número de casas igual ao resto da divisão.

4 – A equipe que, na sua vez, efetuar um cálculo errado perde sua vez de jogar.

5 – Cada equipe deverá obter um resto que a faça chegar exatamente à casa marcada com FIM sem ultrapassá-la, mas se isso não for possível, ela perde a vez de jogar e fica no mesmo lugar.

6 – Vence a equipe que chegar em primeiro lugar ao espaço com a palavra FIM.

Tabuleiro

54	23	17	88	76	35	62	97	49	67	29	94
45											41
81		19	71	44	51	80	96	FIM			73
26		98									58
34		39	86	21	0	75	33	18	95	61	30
59					Tchau!						
83	12	91	11	65	52	77	15	36	24	43	

Figura 2

Os chamados jogos de aprofundamento pressupõem que o aluno construiu o conceito e o manipula pelo menos razoavelmente, pois o objetivo desse tipo de jogo é aprofundar o conhecimento que se aprendeu. Lara (2003) nos sugere que ele é ideal para se oferecer aquele grupo de alunos "adiantados", os que geralmente encerram as atividades mais rápido e que o professor geralmente não sabe o que fazer com eles.

Um jogo do tipo aprofundamento – Conhecendo equação

Objetivos: Que o/a aluno/a seja capaz de:

- reconhecer os coeficientes de uma equação do 2º grau;

- calcular o discriminante de uma equação do 2º grau;

- encontrar as raízes de uma equação do 2º grau;

- reconhecer a soma e o produto das raízes de uma equação do 2º grau;

- escrever uma equação do 2º grau na sua forma fatorada;

- fixar conteúdos matemáticos.

Pré-requisitos:

- Resolução de equações do 2º grau;

- Discriminante e raízes de uma equação do 2º grau;

- Soma e produto;

- Forma fatorada.

Nº de jogadores/as: 4 a 6 aluno/as

Materiais:

- 1 tabela com a equação para cada jogador;

- 36 fichas onde cada 6 correspondem a uma equação;

- material de escrita.

Modos de jogar:

As fichas são embaralhadas, e cada jogador/a recebe uma tabela e seis fichas. Os/as jogadores/as deverão encaixar a ficha que corresponder à equação de sua tabela. A troca das cartas se dá da seguinte forma: cada jogador/a, cada um na ordem estabelecida, retira uma carta do/a jogador/a da sua esquerda (sentido-horário) sem vê-la. O/a primeiro/a que montar sua tabela será o/a vencedor/a.

Obs: Esse jogo encontra-se no livro de Lara. A autora não classifica os jogos do livro como sendo construção, aprofundamento, estratégia ou treinamento. A classificação desse jogo como de aprofundamento é responsabilidade do autor desse trabalho.

Material utilizado para confeccionar o jogo:

As tabelas e as fichas são confeccionadas em papel mais resistentes, tipo papel cartaz, e depois plastificadas. As fichas devem ser confeccionadas no tamanho deixado na tabela, onde será sobreposta.

Modelo da tabela e das fichas

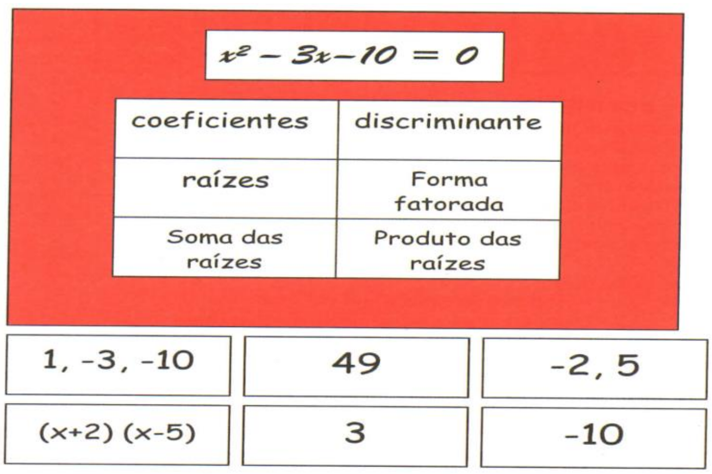


Figura 3

O último tipo de jogo, o estratégico, se caracteriza principalmente por instigar o jogador a desenvolver ou descobrir uma estratégia vencedora. Borin (1998) nos diz que na busca dessa estratégia vencedora fica salientada a necessidade da formulação de hipótese, da argumentação e da experiência para tornar válidas essas hipóteses, até a descoberta de um caminho sempre vitorioso.

Um jogo do tipo estratégico – Jogo da corrente

Material – Um tabuleiro para duas equipes oponentes e lápis para marcar as jogadas.

Meta – Não Marcar o último elo.

Regras:

1 – As equipes jogam alternadamente

2 – Cada equipe, na sua vez, pode colocar sua marca no mínimo em 1 e no máximo em 4 elos da corrente.

3 – Os elos devem ser preenchidos um após outro, do início em direção ao último.

4 – Ganha a equipe que não colocar a sua marca no último elo.

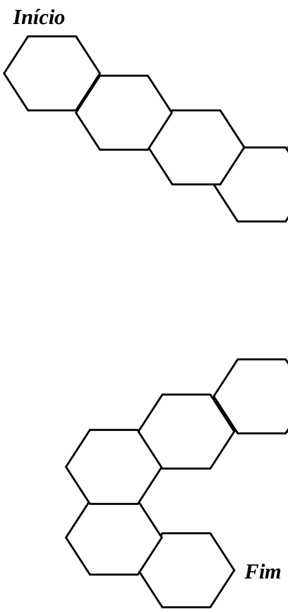


Figura 4

Obs: Esse material é encontrado no livro "Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática", de Júlia Borin. No livro ela alerta que esse jogo é uma adaptação do jogo do Nim, um antigo jogo chinês.

Capítulo 2 - Probabilidade e história

Nesse capítulo faremos um breve histórico da probabilidade relativo às personagens envolvidas, a motivação para o seu surgimento e sua evolução conceitual.

Historicamente, os estudos sobre probabilidade se deram como uma demanda à compreensão dos jogos de azar. Laplace, em seu livro “Ensaio filosófico sobre as probabilidades”, escreveu:

> As combinações em jogos constituíram o objeto das primeiras pesquisas sobre as probabilidades. Na infinita variedade dessas combinações, várias delas se prestam com facilidade ao cálculo, enquanto outras exigem cálculos mais difíceis. E como essas dificuldades crescem à medida que as combinações se tornam mais complicadas, o desejo de superá-la e a curiosidade estimulam os geômetras a aperfeiçoar cada vez mais esse tipo de análise. (2010, p. 85)

Em termos de personagens, a história da probabilidade narra que os atores principais são os matemáticos franceses Blaise Pascal e Pierre de Fermat, pois eles estão na gênese dos estudos sobre as probabilidades. Figueiredo (2000) no seu trabalho nos conta que foram as correspondências entre esses dois matemáticos sobre a resolução de um problema célebre de divisão das partes que cabiam aos jogadores de um determinado jogo de azar. Laplace detalha esse jogo:

> O principal problema que resolveram por vias diferentes consiste, como se viu precedentemente, em dividir equitativamente o investimento entre jogadores cujas habilidades são iguais e que concordam em pôr fim à partida antes que um deles ganhe, sendo a condição do jogo a de que para ganhar a partida é preciso atingir primeiro um dado número de pontos, diferentes para cada um dos jogadores. (2010, p. 213)

Laplace (2010) ratifica o exposto acima sobre os matemáticos pioneiros nos estudos das probabilidades dizendo que ninguém fornecera antes de Pascal e Fermat, princípios e métodos para submeter esse objeto ao cálculo, nem resolvera questões desse gênero um pouco complicadas. Figueiredo ainda alerta, porém, que apesar da origem reconhecida acima citada, foram encontradas algumas considerações sobre probabilidades, feitas pelo matemático italiano Jérome Cardan.

Ainda no seu trabalho, Figueiredo (2000) destaca os trabalhos sobre probabilidade de Jacques Bernoulli, Abraham de Moivre, Thomas Bayes, D'Alembert, Laplace, Poincaré, Émile Borel, Andrei Kolmogorov e Alfred Renyi. O primeiro matemático na sua obra "L'Ars Conjectandi", reforçou a concepção de Pascal da equiprobabilidade de eventos elementares. Já o segundo, escreveu a primeira obra que trata de probabilidade condicional, intitulada "A doutrina das Chaves" em 1738. Do conteúdo dessa obra Figueiredo destacou:

- Definição clássica de probabilidade discreta e finita
- Noção de dependência e independência de eventos e
- Regra de cálculo da probabilidade conjunta.

Por outro lado, Bayes, de acordo com Figueiredo (2000), em sua obra "Tentativa no intuito de resolver um problema da Doutrina das Chances" aprofunda a obra de Moivre além de fazer sete definições, dez proposições e três regras, sendo as definições mais precisas e os teoremas demonstrados de uma maneira mais rigorosa.

A contribuição de D'Alembert se deve a um artigo que escreveu na Enciclopédia intitulado Probabilidade. Figueiredo (2000) destacou desse artigo um exemplo que envolve probabilidade composta.

Já Laplace (2010), por sua vez, tentou esclarecer as possibilidades, os limites e o cálculo das probabilidades no seu domínio, dando uma interpretação causalista à teoria das probabilidades na sua obra "Memória sobre a probabilidade das causas pelos eventos" de 1774. No seu "Ensaio Filosófico sobre as probabilidades" de 1825, juntando as definições e propriedades, enunciou dez princípios que segundo Figueiredo (2002) podem ser considerados uma primeira axiomática do cálculo das probabilidades.

Figueiredo (2000) observa ao analisar um enxerto da obra "Cálculo das Probabilidades" onde Poincaré utiliza uma linguagem muito semelhante à que utilizamos hoje.

Figueiredo (2000) afirma ainda que Borel foi quem deu início de fato ao princípio axiomático e tinha preocupação de juntar em um tratado os resultados essenciais para o cálculo das probabilidades e de sua aplicação. Além disso mostrava preocupação com o formalismo e com o emprego das noções literais evidenciadas na obra “Tratado de Cálculo de Probabilidades e suas Aplicações”. Nessa obra, Borel destaca o axioma geral do princípio da adição das probabilidades, conhecido também pelo princípio das probabilidades totais.

Figueiredo (2000) conclui a parte histórica de seu trabalho escrevendo que só em 1933 com a teoria de Andrei Kolmogorov é que se apresenta uma axiomática para teoria das probabilidades, a qual é colocada no quadro da Teoria dos Conjuntos e que, em 1956, Alfred Renyi demonstra, na sua teoria de espaço de probabilidade condicional, a generalização da axiomática de Kolmagorov.

Capítulo 3 - A probabilidade no livro didático

Depois desse processo histórico que começa, como foi dito precedentemente, com as correspondências ente Pascal e Fermat, veremos, em seguida, como tudo isso se metamorfoseou de objeto matemático para objeto didático nos livros. Esse nosso olhar será mais detidamente do que foi feito na introdução e além do mais analisaremos apenas o capítulo referente a probabilidade.

O livro adotado na Escola João Monteiro de Melo, onde foi aplicada a sequência didática, para o triênio 2012-2014 foi o Conexão com a Matemática (Barroso, 2010), volumes 1, 2 e 3. O volume que trata de probabilidade e o 2 e o capítulo é o de número 11. Foram reservadas para esse conteúdo 26 páginas.

Inicialmente o livro faz uma "Introdução ao estudo da probabilidade" valendo-se da chamada regra 8 do futebol que manda jogar uma moeda ao alto e observar sua face. Quem escolheu a face voltada pra cima escolhe para que lado quer atacar. Explica o texto que a investigação de situações como essa, matematicamente, é chamada teoria das probabilidades e conclui dizendo que a origem disso é no século XVII na tentativa de responder questões ligadas aos jogos de azar. Em seguida define experimento aleatório, espaço amostral e evento. Adiante ele também define o que é evento simples, evento certo e evento impossível. O livro termina essa primeira parte com três exemplos resolvidos, que se juntam aos três feitos anteriormente, e nove exercícios propostos.

A segunda parte do capítulo é dedicada à definição de probabilidade que se dá através de um problema motivador. Esse problema consiste em responder a seguinte questão: qual a chance de um casal que pretende ter dois filhos serem ambos do sexo masculino? Depois de responder a essa pergunta utilizando probabilidade, o livro traz a definição formal de probabilidade de um evento: "e a razão entre o número de elementos do evento, n(E), e o número de elementos do espaço amostral, n(S)." Denotando por P(E) a probabilidade de que um evento E ocorra, o livro traz três consequências desta definição:

- $0 \leq n(E) \leq n(S) \Rightarrow \frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(E)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow 0 \leq P(E) \leq 1$
- Se E é um evento impossível, então P(E) = 0

- Se E é um evento certo, então: P(E) = 1

O livro termina essa parte com quatro exercícios resolvidos, a indicação do livro, “Novas aventuras científicas de Sherlock Holmes, casos de lógica, matemática e probabilidade” com uma resenha e um exercício com 18 problemas.

O livro segue, definindo intersecção de dois eventos, eventos complementares e união de dois eventos. Para a primeira definição ele utiliza como elemento motivador o cálculo da probabilidade de um adolescente que gosta de dois tipos de esportes, a ser escolhido, entre trezentos que participaram de uma pesquisa, na qual 150 disseram gostar de esportes individuais, 200 preferem os coletivos e 50 os dos dois tipos de esportes. No processo de solução, o resultado da pesquisa é representado num diagrama de Venn e, em seguida, a pergunta é respondida usando inicialmente o conceito de probabilidade de um evento, apenas trocando n(S) por n(U) onde U é o conjunto união representado pelo diagrama. Neste momento, é introduzida uma nova nomenclatura: $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$.

Para definir eventos complementares é apresentada uma situação que consiste em retirar uma bola de uma urna que contém cinco bolas coloridas, sendo 3 vermelhas e 2 brancas e anotar sua cor, e depois repô-la na urna. Pelo processo de se calcular a probabilidade de um evento conclui-se que a probabilidade da bola branca sair é P(B) = $^2/_5$ = 0,4 = 60% e a bola vermelha é P(A) = $^3/_5$ = 0,6 = 60%. Adiante o livro mostra que é possível calcular a probabilidade da bola branca sair de outra forma, pois há só duas possibilidades no experimento. É dessa forma que o livro resolve o problema: P(B) + P(A) = 1 ⇒ P(B) = 1 – P(A) ⇒ P(B) = 1 - $\frac{3}{5}$ ⇒ P(B) = $\frac{2}{5}$. Em seguida define evento complementar do evento A como sendo um evento $\bar{A}$ tal que A ∩ $\bar{A}$ = ∅ e a soma de sua probabilidades for igual a 1. Consequentemente, tem-se que P($\bar{A}$) = 1 – P(A).

Para tratar da união de dois eventos, o livro traz um problema motivador que é jogar dois dados e somar os números das faces voltadas para cima. Em seguida deve-se responder qual a probabilidade de se obter soma par ou soma múltiplo de três. É feito o espaço amostral e dele são retirados os dois eventos nomeados de E_1 e E_2. Em seguida, são feitos os cálculos da probabilidade de sair individualmente cada um dos eventos: $\frac{1}{2}$ para E_1 e $\frac{1}{3}$ para E_2. Continuando a explicação o livro diz que quer calcular a probabilidade de ocorrer $E_1 \, ou \, E_2$, ou seja, a probabilidade da união entre os dois eventos que é dada por P($E_1 \cup E_2$) e em seguida escreve um novo evento com a união desses dois anteriores sem contar os elementos repetidos e conclui que P($E_1 \cup E_2$) = $\frac{n((E_1 \cup E_2)}{n(s)}$ = $\frac{24}{36}$ = $\frac{2}{3}$. Para mostrar que no tipo de problema como o anterior, há intersecção de elementos, a pergunta passa a ser como calcular a probabilidade da soma ser par e múltiplo de três. Contado os elementos que atendem as duas propriedades e aplicando a definição de probabilidade chega-se a conclusão que esse número é $\frac{1}{6}$. Com a identidade $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ o livro conclui que P($E_1 \cup E_2$) = P(E_1) + P(E_2) - P($E_1 \cap E_2$). E para concluir essa parte, o livro mostra que a fórmula anterior pode-se generalizar. E para isso pede para se tomar dois eventos $E_1 \, e \, E_2$ de um espaço amostral S finito e não- vazio, de modo que se tenha n($E_1 \cup E_2$) = n(E_1) + n(E_2) - n($E_1 \cap E_2$) e divide toda essa expressão anterior pelo n(S). Daí conclui-se que P($E_1 \cup E_2$) = P(E_1) + P(E_2) - P($E_1 \cap E_2$). Os eventos mutuamente exclusivos são definidos como aqueles cuja intersecção é vazia e desse modo infere-se que a probabilidade de eventos mutuamente exclusivos é P($E_1 \cup E_2$) = P(E_1) + P (E_2) e termina essa parte com um exemplo. Essa parte é concluída com três exercícios resolvidos e uma lista de 21 exercícios.

Na parte reservada à probabilidade condicional, inicia-se com uma situação-problema que consiste em escolher um número de 1 a 6 e em seguida lançar dois dados. Se o número escolhido aparecer, em pelo menos, um dos dados a pessoa vence, caso contrário a pessoa perde. O livro continua dizendo que dois amigos decidiram jogar e um deles escolheu o número três e lançou os dados. Pergunta em seguida: qual a probabilidade de ele ganhar se não obteve o três no primeiro dado? A questão é respondida elencando o evento A, obter o número 3 em pelo menos um dos dados cuja probabilidade é P(A) = $\frac{11}{36}$ e o evento B não obter o 3 no primeiro dado, cuja probabilidade é P(B) = $\frac{30}{36}$.Em seguida é definida a expressão A/B como sendo o evento ocorrência de A, dado que B já tenha ocorrido e define P(A/B) a probabilidade condicional de ocorrer A, dado que B já ocorreu. Voltando a situação acima, diz o livro, P(A/B) é a probabilidade de se obter um três no segundo dado, sendo que não foi obtido no primeiro. Em seguida há uma explicação da mudança que há no evento A provocado pelo evento B, pois este agora é o espaço amostral e responde à pergunta inicial fazendo: **P(A/B)** = $\frac{\boldsymbol{n(A \cap B)}}{\boldsymbol{n(B)}} = \frac{\frac{\boldsymbol{n(A\cap B)}}{\boldsymbol{n(S)}}}{\frac{\boldsymbol{n(B)}}{\boldsymbol{n(S)}}} = \frac{\boldsymbol{P(A\cap B)}}{\boldsymbol{P(B)}} = \frac{\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{36}}}{\frac{\mathbf{30}}{\mathbf{36}}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{30}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} \cong \mathbf{16,67}\%$. Por último, é dito que nessa situação os eventos A e B são eventos dependentes, pois a ocorrência de um depende da prévia ocorrência do outro e termina com a fórmula: P(A/B) = $\frac{n(A \cap B)}{n(B)}$, com P(B) > 0,ou $P(A \cap B) = P(B).P(\frac{A}{B})$. Nessa parte o livro traz dois exercícios resolvidos.

Para definir eventos independentes o livro se vale da seguinte situação-problema: lança-se uma moeda honesta duas vezes e pergunta: qual a probabilidade de sair a face “cara” nos dois lançamentos? Adiante conta os elementos do espaço amostral, n(S) = 4. Evento A sair “cara” no primeiro lançamento, n(A) = 2 e sua probabilidade de ocorrer, $\frac{1}{2}$. Evento B sair “cara” no segundo lançamento, n(B) = 2 e sua probabilidade, $\frac{1}{2}$. E depois disso define: sair “cara” no primeiro lançamento não interfere no resultado do segundo lançamento, por isso esses eventos são chamados de independentes. Mostra que há uma intersecção entre os eventos A e B, um elemento, e responde à pergunta posta anteriormente, como se segue: P(A∩B) = P(B).P(A/B) = P(B).P(A) = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$. E concluindo essa parte de definição, o livro repete a definição de eventos independentes, escreve que P(A/B) = P(A) e P(B/A) = P(B) e termina dizendo que para ocorrência simultânea de dois eventos temos: P(A∩B) = P(A).P(B). Para reforçar a definição há um exemplo, um exercício resolvido e um exercício com 10 problemas que engloba também a probabilidade condicional.

Para concluir o capítulo o livro define o método binomial. Ele utiliza a seguinte situação para iniciar a explanação: “Jaime vai participar de um torneio de tênis de mesa composto de três jogos, sem empates. Em cada jogo, Jaime só pode perder ou ganhar e com essa situação é construída uma árvore das possibilidades para as três partidas jogadas”. Como o livro chamou de “p” a probabilidade de ganhar e de “q” a probabilidade de não ganhar, observando a árvore das possibilidades conclui-se que os resultados das probabilidades é a expansão do trinômio $(p+q)^3$. Adiante, com o título de “A formalização da ideia” o autor retoma a situação anterior e pede para se calcular a probabilidade de Jaime vencer três de cinco jogos. Calcula-se a probabilidade de ele vencer três e perder duas, sabendo-se que a probabilidade de perder ou ganhar é $\frac{1}{2}$, desse modo o resulto é $\left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(\frac{1}{2}\right)^2$, mas como a sequência de três vitórias e duas derrotas podem estar em sequências diferentes o livro diz que preciso calcular a permutação dos cinco elementos com repetição de dois e três elementos. Por isso calcula $P_5{}^{2,3} = \frac{5!}{3!.2!} = \binom{5}{3}$ e chega-se a solução do problema proposto calculando P(E) = $\binom{5}{3} . \left(\frac{1}{2}\right)^3 . \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10.\frac{1}{8}.\frac{1}{4} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 31{,}25\%$. Esse é o método binomial para o cálculo das probabilidades, afirma o autor, e continua dizendo que nela só há duas possibilidades vencer (p) ou não vencer (q) e dá outros exemplos dessa situação: lançamento de uma moeda, sexo de um futuro filho, um teste com verdadeiro ou falso, etc. E essa parte de definições é concluída com a seguinte observação: “se um determinado evento só há duas possibilidades ‘p’ e ‘q’ e que ‘m’ vezes é a probabilidade do resultado procurado em um total de ‘n’ repetições do experimento tem- se P(E) $=\binom{n}{m} . p^m . q^{n-m}$ ". Essa parte é concluída com um exemplo, um exercício resolvido e onze exercícios propostos.

O capítulo é finalizado com um bloco de exercícios complementares sendo que desses há um exercício resolvido e vinte e oito propostos. Há ainda um bloco com três exercícios chamados de desafios, um resumo do capítulo e outro bloco de onze exercícios chamado de auto avaliação. Logo abaixo desse bloco, há uma tabela que aponta os exercícios dessa auto avaliação a que objetivo se refere e a página do livro que se encontra o assunto do objetivo. O título acima dessa tabela é retomando conceitos.

Capítulo 4 - Observações conceituais e pedagógicas sobre probabilidade no livro didático

Elon Lages Lima editou em 2001 um livro chamado “Exames de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio”. Dessa análise crítica, além do editor, participaram Augusto César Morgado, Edson Durão Júdice, Eduardo Wagner, João Bosco Pitombeira de Carvalho, José Paulo Quinhões Carneiro, Maria Laura Magalhães Gomes e Paulo Cézar Pinto Carvalho. Foram analisadas doze coleções, todas segmentadas em três volumes. A coleção cujo capítulo de probabilidade está em análise nesse trabalho não estava entre as analisadas por eles. Com base no resultado da análise crítica desse livro é que, a partir de agora, mudaremos nosso foco. Sairemos da descrição do capítulo de probabilidade para fazermos uma análise crítica desse conteúdo.

Na primeira coleção analisada, especificamente, na parte de probabilidade, os avaliadores, Elon Lages e Eduardo Wagner alertam que os livros que tratem de probabilidade, devem conter problemas em que o leitor possa tomar uma decisão e exemplificam com as seguintes situações:

- O que é melhor para um apostador: comprar dois bilhetes de uma mesma loteria ou comprar um bilhete de cada uma de duas loterias distintas?
- Um casal deseja ter quatro filhos. É mais provável que sejam dois de um sexo e dois de outro ou que sejam três de um sexo e um do outro?

Essa reparação por parte dos analisadores deve ser feita no livro que estamos analisando, pois ao longo do capítulo não há nenhum exercício que contemple esse tipo de situação.

Ao escreverem a crítica da terceira coleção, Paulo Cézar Pinto Carvalho e João Bosco Pitombeira Carvalho fazem a seguinte observação:

> A seguir, são introduzidas as definições de espaço amostral, evento e de probabilidade de um evento. Ocorre aqui, uma impropriedade comum a vários livros para o Ensino Médio, ao se introduzir a noção de “espaço amostral equiprovável”. Ora, equiprobabilidade é um

> atributo de modelo de probabilidade e não do espaço amostral. (LIMA, 2001, P. 97)

O livro adotado na escola pesquisada, também comete essa impropriedade. Na definição de probabilidade, ele cita duas vezes o “espaço amostral equiprovável”. A primeira, após escrever o espaço amostral dos possíveis sexos para os dois filhos que um suposto casal deseja ter e na própria definição de probabilidade.

Outro reparo que o livro “Exame de Textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio” (LIMA, 2001) sugere é em relação à definição de probabilidade condicional. Veja a observação feita pelos analisadores Paulo Cézar Pinto Carvalho e João Bosco Pitombeira Carvalho na análise de uma das coleções:

> A definição de probabilidade condicional apresentada é também um pouco descuidada: a probabilidade de B, dado A, é definida como a probabilidade de B ocorrer “considerando-se que A já ocorreu”. Isso pode levar o aluno a pensar que só pode se falar em probabilidade condicional quando A se refere a uma situação que temporalmente precede à referida por B . Seria mais apropriado se falar, por exemplo, em probabilidade de B, na certeza da ocorrência de A. (LIMA, 2001, P.33).

O livro adotado na escola em que foi realizada a pesquisa traz a seguinte definição de probabilidade condicional: “Denotamos por A/B a ocorrência do evento A, dado que o evento B já tenha ocorrido, e por P(A/B) a probabilidade condicional de ocorrer A, dado que B já ocorreu”. Ou seja, comete a mesma impropriedade citada acima. Esses três pontos criticados foram aqueles coincidentes entre as coleções analisadas que estão no livro Exames de Textos: Análise do livro de Matemática para o Ensino Médio e a coleção adotada pela Escola João Monteiro de Melo. O que se segue, agora, é uma crítica específica à coleção adotada pela escola citada anteriormente. É uma crítica especificamente estrutural ao capítulo e observada pelo autor desse trabalho.

No livro Conexões com a Matemática, tem-se: “A área da matemática que investiga a chance de ocorrência de um evento é denominado **teoria das probabilidades**” (Grifo do autor) (BARROSO, 2010, p. 336). Esse trecho está logo no início do capítulo na introdução ao estudo das probabilidades. Percebe-se que ele antecipa o conceito de evento sem antes tê-lo definido. Esse conceito só é definido um pouco mais adiante.

Na página 344, o livro introduz o conceito de probabilidade da “Intersecção de dois eventos”. Para o entendimento de tal conceito o autor começa com uma situação motivadora. Ao solucionar a situação motivadora ele usa o conceito de probabilidade de um evento e em seguida escreve: “Em geral, se A e B são eventos quaisquer, a probabilidade de intersecção de A e B, representado por P(A∩B) é dado por P(A∩B) = $\frac{n(A\cap B)}{n(U)}$ “. Ora, se o problema pode ser solucionado pela definição de probabilidade de um evento, faz-se desnecessário a introdução de uma nova nomenclatura, até porque ela não foi acionada para resolver qualquer problema. Além do mais, isso é ruim porque pode ficar impressão para o aluno de que ele tem de decorar mais uma fórmula.

Outra reparação na exposição do texto, deveria se dá nas páginas 345 e 346, pois o que poderia ser apresentado de uma só vez e as particularidades em observações com exemplos, o livro divide em três partes. Na primeira parte ele calcula a probabilidade da ocorrência de dois eventos, na segunda ele introduz a probabilidade de dois eventos com a intersecção e, na terceira, eventos mutuamente exclusivos. No entanto, e essa é a minha crítica, o livro poderia responder as perguntas retiradas da situação motivadora, que foram: I) qual a probabilidade de Marcos obter soma par ou múltiplo de três? e, II) qual a probabilidade de Marcos obter soma par ou ímpar?, mostrando que a primeira é respondida somando as probabilidades de cada evento subtraída da probabilidade da intersecção e a segunda da mesma forma, porém com a probabilidade da intersecção igual a zero e dessa particularidade definir eventos mutuamente exclusivos. Da forma como foi estruturada essa parte parece que se tem de pensar de modo compartimentado e na verdade o assunto tratado é uma coisa só.

Para concluir essa parte, penso, também, que a expressão P(E) =$\binom{n}{m}.p^m.q^{n-m}$ do método binomial não ficou totalmente esclarecida, apesar de o livro tentar fazê-lo. O texto inicia essa parte com um exemplo: “vamos calcular a probabilidade de Jaime vencer 3 de 5 partidas” (BARROSO, 2010, p. 353) e avisa que a probabilidade de Jaime vencer é $\frac{1}{2}$ e perder $\frac{1}{2}$. Assim fica claro para o aluno o produto das potências $\left(\frac{1}{2}\right)^3.\left(\frac{1}{2}\right)^2$. E para explicar o coeficiente binomial $\binom{5}{3}$ no cálculo, o texto diz que como Jaime pode vencer qual quer 3 das 5 partidas, devemos contar o total de permutações das 5 partidas, sendo 3 com vitória e 2 com derrota. E conclui explicando que para calcular o total dessas permutações recorre-se a uma ferramenta da Análise Combinatória, chamada permutação com repetição. Desse modo fica claro para o aluno o porquê da conta P(E) = $\binom{5}{3}.\left(\frac{1}{2}\right)^3.\left(\frac{1}{2}\right)^2$. Porém, na hora de generalizar, literalmente diz o texto:

> Se, para determinado evento, há somente duas possibilidade, sucesso ou insucesso, cujas probabilidades são, respectivamente, p e q, temos, para a probabilidade de ocorrer ***m*** vezes o resultado procurado, em um total de ***n*** repetições do experimento, a expressão: $P(E) = \binom{n}{m}.p^m.q^{n-m}$ (BARROSO, 2010, p. 353)

E ao lado disso, como observação, o texto tenta explicar a expressão $\binom{n}{m}$ na fórmula dizendo o seguinte "O evento 'ocorrem ***m*** sucessos nos ***n*** experimentos' é formado por todas as nulas ordenadas em que existem ***m*** sucessos e (***mm***) insucessos." O número dessas nulas é: $p_n^{m,n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \binom{n}{m}$. Penso que o texto teria ficado mais claro se tivesse repetido a mesma estrutura do exemplo acrescido de algumas ilustrações da seguinte forma: $\underbrace{pppp\ldots pp}_{m\,vezes}\underbrace{qqqq\ldots qq}_{n-m\,vezes} = p^m.q^{n-m}$, onde $p\ e\ q$ são as probabilidades de ocorrer sucesso ou insucesso, o que explicaria a primeira parte da fórmula. Em seguida explicar que a sequência acima em que aparecem os pus e os quis podem ser permutadas, ou seja, temos uma permutação de m elementos repetidos de uma natureza com min elementos repetidos de outra natureza o que nos leva a concluir que a quantidade de sequências diferentes é $P_n^{m,n-m} = C_n^{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \binom{n}{m}$. Fazendo referência à árvore das possibilidades que esta no próprio texto e assim chegar à conclusão que $P(E) = \binom{n}{m}.p^m.q^{n-m}$. Essa estrutura didática está no livro Análise Combinatória e Probabilidade de Augusto César Morgado, João Bosco Pitombeira de Carvalho, Paulo Cézar pinto Carvalho e Pedro Fernandez.

Outra referência em análise de livros didáticos é o Guia de livros didático editado pelo Ministério da Educação a cada edição do Programa Nacional do Livro Didático, o PNLD. O Guia de 2012 traz uma resenha em relação ao livro Conexões com a matemática. Como essa resenha é dividida em várias partes escolhemos a ***Em Sala de***

Aula para fazer parte desse trabalho, entendemos que ela sintetiza a análise geral do livro.

> A coleção possibilita um desenvolvimento satisfatório dos conhecimentos matemáticos. No início dos capítulos e unidades, encontram-se textos que abordam situações interessantes de aplicações da matemática no dia a dia. Sugere-se ao professor aproveitá-los bem. Ao lado disso, o docente precisará fazer escolhas, devido ao excesso de conteúdo na obra. Para isso, precisará levar em conta o currículo, o projeto pedagógico da escola e a carga horária da disciplina. Além disso, a análise dos livros revelou que há um número elevado de atividades, em média 1500 por volume. Isso exigirá muito esforço de seleção por parte do professor ou do aluno. Recomenda-se ao professor ficar atento às imprecisões que ocorrem na coleção. (MEC, 2012, P. 59/60).

Ainda, especificamente, sobre a probabilidade o Guia do Livro Didático (MEC, 2012) alerta que a noção de independência probabilística não é devidamente definida além de muitos problemas que são repetitivos e não abordam situações significativas para o aluno.

Capítulo 5 – Metodologia em relação à sequência didática

Descreveremos a seguir as etapas do trabalho metodológico de construção dos dados desse estudo que investigou a aplicação de uma sequência didática utilizando jogos para introdução do conceito de probabilidade.

5.1 - Público e local onde foi aplicada a sequência didática

A sequência foi desenvolvida na Escola João Monteiro de Melo que atende a uma população de um bairro periférico e de parte da zona rural da cidade de Belo Jardim - no Agreste Pernambucano - e pertence à rede pública estadual. Essa escola está num momento de modificação pois, no ano de 2014, passará a ser uma Escola de Referência em Ensino Médio (EREM), com jornada semi-integral. Atualmente, a escola se concentra no Ensino Médio, nos três turnos, com 661 matriculas nessa modalidade e 234 no ensino fundamental, manhã e tarde, com alunos matriculados apenas no 8º e 9º anos, e 75 no projeto de aceleração do Ensino Fundamental, chamado Travessia. Vale salientar que, como se trata de um bairro que fornece grande parte da mão de obra para as indústrias, comércio e serviços em geral do município, a maior parte das matrículas do Ensino Médio são no terceiro turno, começando às 18h 40min até às 22h.

A escola dispõe de boa estrutura física. Tem biblioteca e laboratório de informática, mas não dispõe de funcionários. Esse ano a escola começou a contar com um refeitório com espaço ainda insuficiente. Cada sala conta com dois ventilares, no entanto para uma região árida como o agreste são insuficientes. O quadro de professores ainda conta com um grande número dos chamados professores de minicontratos, sendo que há três desses que dão aula de matemática.

A sequência foi aplicada numa turma do 3º Ano do Ensino Médio, no turno vespertino, entre os dias 18 e 20 de junho de 2013. Essa turma conta com 32 alunos frequentando com idades entre 16 e 20 anos e vale registrar também que 9 desses alunos são oriundos da zona rural.

A sequência, com os objetivos propostos, poderia ser trabalhada em qualquer uma das três séries do Ensino Médio, pois com o currículo em espiral da rede estadual de ensino, a série onde não há o início do estudo de probabilidade, há uma de suas variações, como probabilidade condicional. Contudo, pelo currículo do Ensino Médio da rede estadual de ensino, a probabilidade deve ser estudada no 4º bimestre do primeiro ano e no 3º bimestre do segundo e terceiros anos. Por conta disso, a sequência didática foi trabalhada no 3º ano como revisão.

5.2 – Conteúdo matemático explorado na sequência didática.

Conceito de probabilidade e suas variações.

5.3 – Objetivos.

As atividades utilizando jogos têm como meta introduzir de modo dinâmico os conceitos de:

I) Experimento aleatório;

II) Espaço amostral de probabilidade equiprovável e não equiprovável;

III) Evento;

IV) Probabilidade de ocorrência de um evento;

5.4 - Tempo previsto

Duas aulas de 50 minutos

5.5 – Material utilizado

I) Um dado para cada grupo;

II) Bandinhas de feijão em quantidade que também depende do número de grupos formados, de maneira que cada grupo deve ficar com quatro bandinhas de feijão. As bandinhas utilizadas foram de feijão tipo fava;

III) Fichas onde os alunos colocarão seus nomes e a quantidade de vezes que saiu seu número, no caso do dado, e o número correspondente ao jogo das bandinhas de feijão;

IV) Ficha em que os alunos escreverão suas explicações iniciais sobre os porquês de os números dos dados saírem em quantidades diferentes e os das bandinhas de feijão em números diferentes;

V) Um data show e computador com programa gráfico (Word, por exemplo) para elaboração das representações gráficas;

5.6 - Organização da sala

A atividade foi sugerida para grupos de seis pessoas, preferencialmente, porém pode ser feita com cinco alunos. Como a atividade requer que os alunos lancem dados e bandinhas de feijão, é necessário que isso seja feito em uma superfície lisa e com espaço para tal. Se as cadeiras da sala forem do tipo que tem braços, por exemplo, fica inviável realizar as atividades nelas.

5.7 - Dificuldades esperadas

Apesar de não precisar especificamente de um determinado conhecimento matemático para cumprir os objetivos estabelecidos para a atividade, a não ser de uma pequena noção de contagem, a expectativa é que os alunos tenham dificuldade em formular respostas para os questionamentos que serão colocados. Acredito que isso aconteça por causa da falta de familiaridade por parte dos alunos com uma metodologia que gera desafios, conflitos cognitivos e questionamentos.

Capítulo 6 - Desenvolvimento da sequência didática

6.1 - Jogo com o dado - Etapa 1

Após a sala ser dividida em grupos cada qual com seis alunos e ter-se explicado que a atividade se trata de um jogo com um dado, entrega-se uma ficha para que se coloque o nome de cada membro do grupo e sorteia-se quem ficará com cada número do dado, além daquele que irá fazer o apontamento dos pontos. Explicar que, cada vez que um determinado número do dado sair, deve ser anotado um ponto para quem estiver com esse número. O dado deve ser jogado de modo alternado pelos membros do grupo em uma determinada ordem pré-fixada. Instruir, ainda, que o jogo não deve ser interrompido enquanto o dado não tiver sido lançado, no mínimo, cem vezes. Se não foi possível organizar todos os grupos com seis membros, então algum número do dado não corresponderá a nenhum aluno. Mesmo assim, deve ficar claro para aquele encarregado de anotar a pontuação que toda vez que sair esse número ele deve registrar sua pontuação. Recolher as fichas para serem somadas as pontuações de cada número do dado e desse modo organizar essas informações em um gráfico, de preferência de barras. O vencedor do jogo será aquele que seu número da face do dado tiver saído em maior quantidade.

6.2 - Jogo com as bandinhas de feijão – Etapa 2

Esse jogo é uma reminiscência da minha infância vivida no povoado de Henrique-Dias, que pertence ao município sertanejo de Sertânia, em Pernambuco. O jogo consiste em quatro bandinhas de feijão as quais são sacolejadas em uma ou duas mãos e, ao mesmo tempo, todas são jogadas, de modo suave, sobre uma superfície lisa e plana. Os resultados possíveis são: uma bandinha pra cima e três para baixo, duas bandinhas pra cima e duas pra baixo, três bandinhas pra cima e uma pra baixo, as quatro bandinhas pra baixo e na última possibilidade, as quatro bandinhas pra cima. A essas configurações possíveis são atribuídos valores. À primeira é o 29, à segunda 22, à terceira 27, à quarta 30 preto e à última 30 branco. Ganha quem tirar a maior pontuação, sendo que o trinta preto se sobrepõe ao trinta branco. A origem do jogo é desconhecida. Em conversas com outras pessoas de cidades como Belo Jardim e Caruaru todas elas afirmaram desconhecer esse jogo.

Para alcançar o nosso objetivo essa parte da atividade sofreu uma pequena adaptação em relação à forma tradicional de jogar as bandinhas de feijão que é em dupla. Formaremos grupos de 6 pessoas cada, sentadas de forma circular, marcados como grupo 1, 2, 3, 4, 5, etc. Cada pessoa do grupo ficará com cada uma das configurações possíveis e ele ganha toda vez que alguém jogar e sair sua configuração. O grupo decide quem começará jogando e se o jogo continua no sentido horário ou anti-horário ou em uma ordem que foi entre ele pré-fixada. As jogadas são alternadas entre os participantes. Para marcar a quantidade de vezes que cada configuração saiu uma pessoa do grupo escolhida previamente, em uma ficha, faz uma marcação ao lado do nome do jogador que pode ser um traço ou outra forma de marcar a pontuação. O grupo será orientado a não jogar menos de cem partidas. Esse número de jogadas, em experiências realizadas por mim, é suficiente para evidenciar que espaço amostral desse experimento não é de probabilidade equiprovável, além do mais as pontuações de todos os grupos serão somadas. Se houver algum grupo com seis pessoas, em virtude do jogo do dado, deve ser acordado entre os alunos quem ficará responsável apenas em fazer a marcação dos pontos, já que sobrará um participante. Igualmente ao jogo com o dado, o vencedor será aquele cuja configuração sair o maior número de vezes.

6.3 - Comparação dos resultados obtidos nas etapas 1 e 2 – Etapa 3

O que se espera é que ao realizar todas as partidas e fizer o somatório de cada número do dado tenham-se resultados semelhantes entre eles e em contra partida resultados tão diferentes entre as configurações do jogo das bandinhas de feijão, apresentando valores semelhantes entre 27 /29 e 30branco/30preto. Desse modo, apresentam-se os resultados nos gráficos e pergunta-se qual será a explicação para que os números dos dados saírem em quantidades parecidas e as configurações das bandinhas de feijão saírem com tanta diferença? Esse questionamento, claro, deve ser oral, mas como sabemos que a maioria dos alunos não se expressa oralmente, distribui uma ficha para, inicialmente, responderem nela suas explicações. Assim, todos deixariam, por escrito, suas impressões sobre o fenômeno e o professor ficariam com bom material para, a *posteriori*, fazer uma análise de erro.

Pode ocorrer nessa etapa de algum aluno mostrar uma resposta plausível para o fenômeno tal como sequências de quatro pequenos círculos com as dezesseis configurações possíveis ou, ainda, ser mais técnico e fazer uma árvore das possibilidades ou sofisticar mais ainda sua resposta com combinatória e mostrar, pelo princípio multiplicativo, que há um total dezesseis possibilidades para o total de configurações e com as combinações simples, calcular o total de cada configuração entre as dezesseis calculadas anteriormente. Isto seria o ideal, pois as etapas subsequentes convergiriam para serem apresentadas a partir desse fato. Pois de antemão, além da definição de experimento aleatório, teríamos alguém que construiu um espaço amostral de probabilidades não equiprovável, eventos desse espaço amostral e de modo intuitivo a definição de probabilidade de um evento.

Se as explicações sobre os fenômenos não prosperarem, explica-se aos alunos que adiante se retomará essas explicações, pois essas atividades anteriores é motivação para se iniciar o estudo de um assunto em matemática chamado probabilidade e segue a atividade como descrita em seguida.

6.4 - Definição de conceitos – Etapa 4

As etapas 4 e 5 podem ser desenvolvidas em dois momentos: se algum aluno construiu uma resposta próxima da plausível ou não. Se eles construíram uma resposta deste tipo, os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral, evento de probabilidade equiprovável e não equiprovável e probabilidade de um evento, serão formalizados a partir da resposta do aluno e essas duas etapas convergirão a serem trabalhadas simultaneamente. Caso contrário, essas etapas devem ocorrer conforme estão descritas daqui por diante.

O primeiro conceito definido deve ser experimento aleatório e para isso deve-se perguntar aos alunos se, ao lançar o dado, como foi feito anteriormente por eles, sabe-se de antemão exatamente que número vai sair? A mesma pergunta deve ser lançada em relação às bandinhas de feijão, ou seja, ao lançar as quatro bandinhas de feijão sabe-se *a priori*, exatamente, a configuração que vai sair? Como a resposta certamente será negativa, então, define-se experimento aleatório e incrementa-se a definição perguntando aos alunos se alguém pode citar outros experimentos que se classificam como aleatório. Espera-se que citem outros exemplos como o lançamento de uma moeda, a retirada de um bilhete de uma rifa, o sorteio dos números da mega-sena, etc. Em seguida, explica-se que o resultado do dado, da configuração das bandinhas de feijão, de fato, não se pode determinar exatamente o resultado. Então, pergunta-se se podemos determinar as possibilidades possíveis para os resultados desses experimentos. Como a resposta deverá ser positiva, escrever os resultados possíveis dos experimentos e definir esse conjunto finito como espaço amostral. Descrever o espaço amostral de outros experimentos e, em seguida, definir evento como sendo qualquer subconjunto do espaço amostral.

6.5 - Cálculo da probabilidade de um evento – Etapa 5

Começar essa etapa perguntando se, em relação ao experimento lançar um dado e observar sua face voltada para cima, é mais fácil sair um número maior que quatro ou menor ou igual quatro? Sair um número par ou um número ímpar? Um divisor de 5 ou um divisor de 6? Espera-se que as respostas sejam menor ou igual a quatro, chances iguais para segunda pergunta e um divisor de 6 para terceira. Como essas respostas são intuitivas, mostrar que o que está por trás disso é a observação de que os eventos elementares são igualmente “prováveis” e que eles estão avaliando o seguinte: I) o número de elementos do evento sair um número menor ou igual a 4 é quatro, entre os seis possíveis, e ser maior que 4 é dois, entre os seis possíveis, e concluir essa parte com essas mesmas considerações com as duas perguntas seguintes a essa primeira. Finaliza-se esta etapa com a definição do cálculo da probabilidade de um evento e com a solução de outras situações, inclusive das bandinhas de feijão que servirá, quando a estiver resolvendo, para comparar os espaços amostrais do jogo do dado com o jogo das bandinhas de feijão e, desse modo, definir espaço amostral de probabilidades equiprovável e de espaço amostral de probabilidades não equiprovável.

6.6 Avaliação – Etapa 6

A avaliação é parte constante do nosso cotidiano. E no fazer pedagógico é uma necessidade. Nesse trabalho, a avaliação é utilizada como um instrumento diagnóstico, como um elemento que traz a relevo o raciocínio do aluno para, se necessário, redirecionar o fazer pedagógico. Para isso, utilizaremos a ficha com as perguntas que pede a explicação para o fato de os números do dado saírem em valores parecidos e os das bandinhas de feijão saírem em números tão diferentes, além de um exercício com cinco questões referentes aos conceitos estudados.

Capítulo 7 - A sequência didática aplicada em sala

7.1 - Comentários iniciais

A sequência foi aplicada numa turma de 3º ano do Ensino Médio, mesmo que essa série tenha já, no ano passado, estudado os conceitos iniciais de probabilidade. Isso se justifica pelo fato de que nas escolas do estado, atualmente, há um currículo rígido, monitorado, em espiral, cujo conteúdo da sequência didática só aparece, no 1º ano, na 4ª unidade, e no 2º ano, na 3ª unidade. Porém, no currículo do 3º ano a probabilidade é retomada no 3º bimestre em dois de seus aspectos: probabilidade da união de dois eventos e probabilidade condicional. Sendo assim a sequência didática não seria uma experiência apenas com o propósito de escrever esse trabalho, serviria também como uma revisão que, de qualquer modo, seria feita.

A atividade foi aplicada entre os dias 18 e 20 de junho do corrente, sendo que aula do dia 18 não era dia de aula de matemática, mas aula de história cedida pela professora dessa disciplina para que se aplicasse a sequência, já que dia 19, dia de aula de matemática na sala, fui surpreendido pelo ponto facultativo decretado pelo Governador do Estado.

Nas duas primeiras aulas, esperei que todos estivessem em sala e expliquei do que se tratava, ou seja, de uma aula cuja experiência seria relatada em um trabalho de conclusão de curso em nível de Mestrado. Em seguida, expliquei as atividades que seriam aplicadas, porém, não falei sobre o conteúdo matemático em estudo. Perguntado se eles concordavam em participar da experiência, todos concordaram. A turma foi dividida em cinco grupos, sendo quatro com seis alunos e um com cinco. O que se segue é o relato do que ocorreu ao aplicar a sequência didática.

7.2 - Etapa 1

Inicialmente, fui de grupo em grupo, explicando todo procedimento e sorteando quem ficaria com cada número do dado, assim quando cheguei ao grupo cinco, o grupo um já havia realizado todas as suas jogadas mínimas pedidas, ou seja, cem. O momento com o dado se processou razoavelmente rápido e sem sobressalto. À medida que um grupo terminava suas jogadas pedia-se que contassem o número de vezes que cada número saiu e recolhia-se a ficha.

7.3 - Etapa 2

Procedeu-se igualmente à etapa anterior, ou seja, fui de grupo em grupo explicando como se procederia com o jogo das bandinhas de feijão e sorteando quem ficava com cada configuração. Porém, o processamento desse jogo foi um pouco mais demorado do que o jogo com o dado e realizou-se sem sobressalto, com cada ficha sendo recolhida com o somatório de cada configuração. Pelo tempo elástico que foi utilizado na explicação das duas primeiras etapas percebi que não seria possível realizar a terceira etapa com os gráficos. Assim, foram feitas duas tabela no quadro que a partir delas foi realizada a terceira etapa.

7.4 - Etapa 3

Com o tempo diminuto para construir os gráficos, foram feitas no quadro as duas tabelas seguintes:

Número do dado	Total de vezes que saiu
1	78
2	67
3	104
4	84
5	95
6	78

Configuração	Total de vezes que saiu
22	197
27	90
29	155
30B	32
30P	43

Distribui uma ficha para que nela seja escrito uma resposta para a seguinte questão: “Explique o porquê de os números do dado saírem quantidades parecidas e os das bandinhas de feijão em quantidades diferentes.” Enfatizei a comparação, ao entregar a questão, os valores, no caso das bandinhas de feijão, o 22 e o 30B/30P e 27/29 com 30B/30P valores muito díspares uns dos outros. E em relação ao jogo com o dado, a similaridade entre os resultados. Ao final da entrega das fichas o tempo das duas aulas havia se exaurido e as etapas 4, 5 e 6 ficaram para aula do dia 20/06, por causa de um ponto facultativo do dia seguinte decretado pelo Governador do Estado.

7.5 - Etapas 4 e 5

.

Conforme esperávamos, não houve por parte dos alunos, uma resposta próxima da esperada. Parece-me que isso foi reforçado por uma dificuldade não esperada, surgida durante a aplicação da sequência, ou seja, os alunos, em grande parte, compararam o resultado do jogo do dado com o jogo das bandinhas de feijão, ao invés de comparar os resultados de cada jogo entre seus próprios resultados. Como consequência, houve uma grande dificuldade em se detectar o fenômeno probabilístico e, desse modo, as explicações se esvaíram por caminhos incorretos. Sendo assim,as etapas seguintes se deram conforme proposto no capítulo anterior.

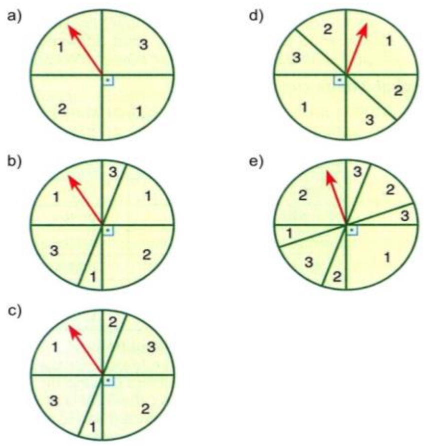
7.6 - Etapa 6

A avaliação se processou com um exercício com cinco questões levando em conta a observação feita no livro "Exames de textos: Análise de livros de matemática para o ensino médio" (LIMA, 2001) o qual reclama que nos livros de matemáticas quase não há exercícios de probabilidades em que o aluno é convidado, com conhecimento desse conteúdo, a tomar uma decisão. Na nossa avaliação, ele foi inquirido a tomar uma decisão em duas questões, a saber: a questão de número 2 e a questão de número 3.

A maioria dos alunos entregou a avaliação parcialmente respondida. Chama à atenção a avaliação de dois alunos, uma em que todos os exercícios foram resolvidos corretamente e outra em que só não tinha solução para a questão 2 e as quatro questões restantes estavam corretas.

Faremos a análise de duas questões da avaliação, a número três e a número cinco. Essa última questão chama atenção pelo fato de a grande maioria dos alunos tê-la respondido. A questão cinco é a que segue:

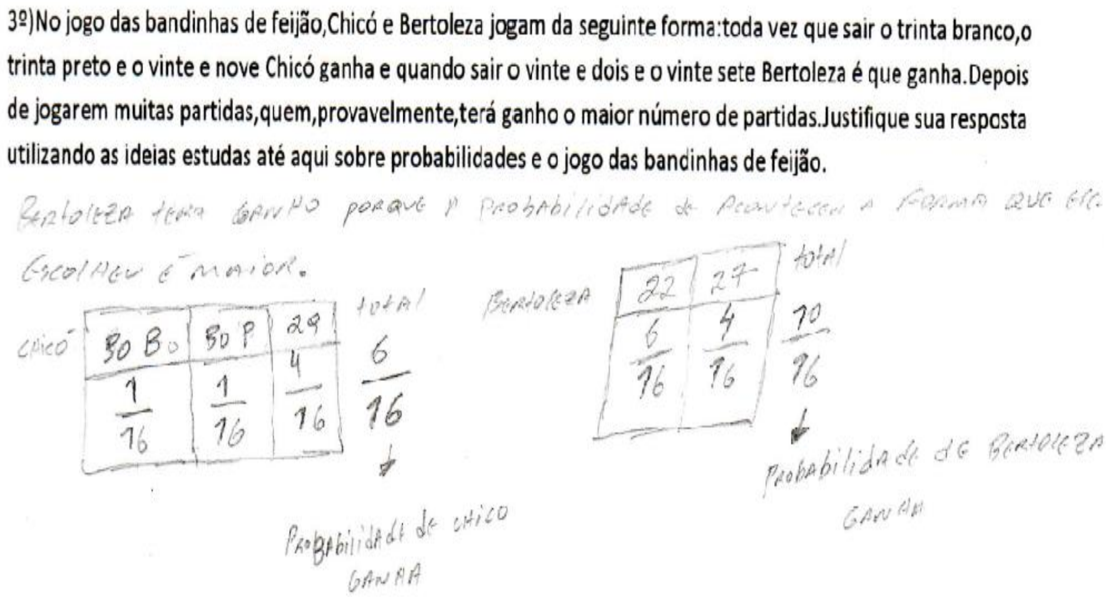
5º) (UFPE) Qual das roletas abaixo oferece a maior chance de acertar o número "3"? Justifique sua resposta



Justifique sua resposta.

Sendo que doze responderam que a reposta correta era a letra C, sete responderam que era a letra E, dois a letra A e um, a letra D, inclusive essa sem justificativa e sete não responderam qualquer exercício. Para aqueles que acertaram, ou seja, marcaram a letra C, verifiquei que as justificativas argumentavam corretamente, que nessa alternativa, o espaço ocupado pelo três era maior do que o ocupado pelos dois e maior do que espaço ocupado pelo um. Vale a pena registrar, também, que desses doze acertos, percebi pelo menos três respostas coincidentes na argumentação, o que nos sugere que as respostas foram copiadas uns dos outros. Já para quem respondeu a letra E, a justificativa argumentava que essa letra era a correta por dois motivos: I) havia mais número três na roleta, portanto ignoraram a área e II) o ponteiro da roleta nessa alternativa está mais próximo do três, visualizando um suposto movimento do ponteiro. Os dois alunos que optaram pela letra A nas suas justificativas, inclusive análogas, argumentam que essa é a resposta "por ter menos repartição, daí a chance fica maior e as outras roletas mesmo com o número 3 repetido seria mais difícil de acertar." O que especulo para se usar esse argumento é que o aluno não soma as áreas em que o três se encontra repartido. De fato, isoladamente, o três das outras roletas tem área menor do que o três da letra A.

Para encerrar essa parte, chamou-me atenção, também, as respostas dadas para a questão número 3 (ver questão escaneada abaixo) por parte de quatro alunos, pois usaram argumentos fortes com ilustrações diferenciadas, além do que forçosamente e sem apresentação formal alguma eles calcularam a probabilidade da soma de dois eventos. Vejamos o que argumentou um dos quatro alunos: “Quem ganha o jogo das bandinhas de feijão é Bertoleza, porque a probabilidade de sair o 22 e o 27 e maior, do que 30 preto, 30 branco, e o vinte nove. Só a probabilidade de sair 22 já ‘enguala’ as chances de Chicó”. De fato, a probabilidade de sair o 22 é $\frac{6}{16}$ e de sair 30 preto, 30 branco ou o 29 é $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{4}{16}= \frac{6}{16}$. Em seguida há uma segunda solução conforme feita na avaliação.



3º)No jogo das bandinhas de feijão,Chicó e Bertoleza jogam da seguinte forma:toda vez que sair o trinta branco,o trinta preto e o vinte e nove Chicó ganha e quando sair o vinte e dois e o vinte sete Bertoleza é que ganha.Depois de jogarem muitas partidas,quem,provavelmente,terá ganho o maior número de partidas.Justifique sua resposta utilizando as ideias estudas até aqui sobre probabilidades e o jogo das bandinhas de feijão.

Bertoleza terá ganho porque a probabilidade de acontecer a forma que ela escolheu é maior.

Chicó

30 Bo	30 P	29	total
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$

Probabilidade de chico ganha

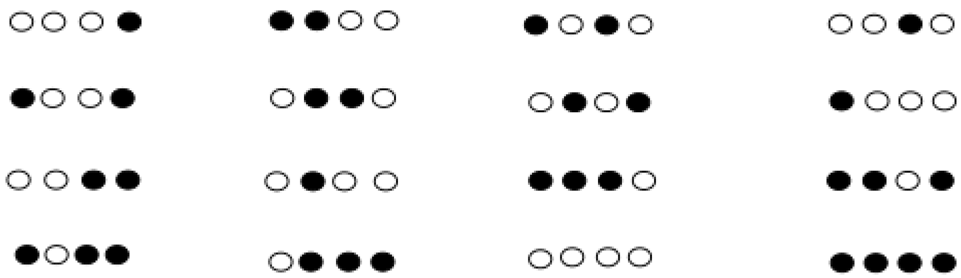
Bertoleza

22	27	total
$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{10}{16}$

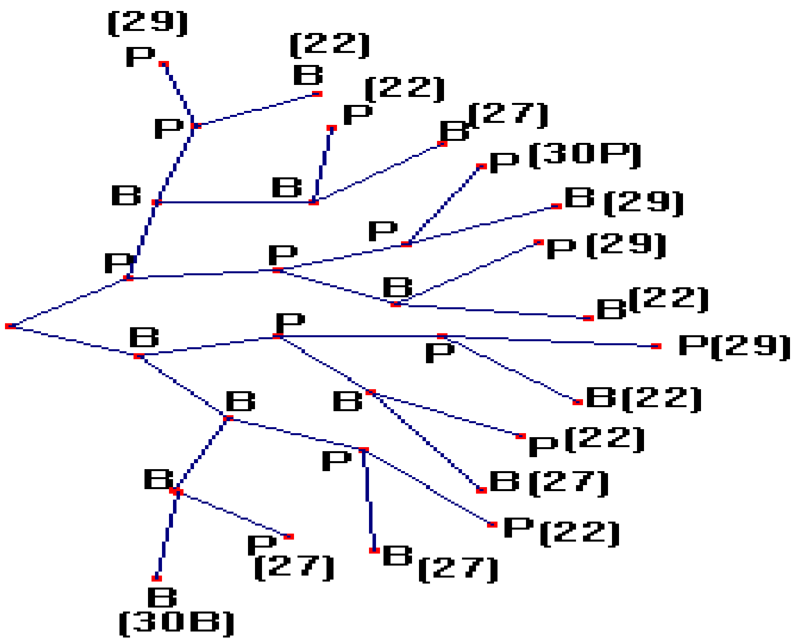
Probabilidade de Bertoleza ganha

Capítulo 8 – Outras conteúdos possíveis de serem trabalhados

Ao se explicar os porquês de os valores do dado serem razoavelmente parecidos e das bandinhas de feijão diferentes, pode-se mostrar isso de três formas distintas, para evidenciar o espaço amostral e seus eventos. Utilizando a ilustração abaixo, fica evidenciado o total de elementos do espaço amostral e seus respectivos eventos e, desse modo, está explícito que os eventos são de probabilidade não equiprovável.



Uma segunda maneira chegar à mesma conclusão, é por meio de uma árvore das possibilidades, como se segue logo abaixo, onde P e o preto e B é o branco:



Percorrendo-se os caminhos possíveis, chega-se às seguintes configurações que evidenciam o espaço amostral e os eventos do experimento: PBPP, PBPB, PBBP, PBBB, PPPP, PPPB, PPBP, PPBB, BPPP, BPPB, BPBP, BPBB, BBPP, BBPB, BBBP, BBBB. Também está evidenciado o espaço amostral e os eventos de probabilidades não equiprováveis

Finalmente poderia se utilizar mais duas técnicas de contagem, o princípio multiplicativo e as combinações simples. Ou seja, se tomarmos uma bandinha de feijão e lançá-la ao chão, só há duas possibilidades para sua configuração. Ou ela é preto ou será branco, desse modo para a primeira bandinha temos duas possibilidades. Duas mais para a segunda bandinha, duas para terceira e duas para a quarta. Assim o total de configurações para quatro bandinhas é 2.2.2.2 = 2^4 = 16. Para calcular o total específico de cada configuração, usa-se a combinação simples, pois para se formar a configuração 22 basta calcular o total de duplas que se pode formar entre as quatro bandinhas de feijão que pode ser feito da seguinte forma: $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$. Já para as configurações 27 e 29 basta calcular o total de trios que se podem formar entre as quatro bandinhas de feijão disponíveis que é $\binom{4}{3} = \binom{4}{1} = \frac{4!}{3!1!} = 4$. Para as duas configurações restantes bastam calcular o número de quarteto entre as quatro bandinhas que é dado por $\binom{4}{4} = \frac{4!}{4!0!} = 1$. Portanto o jogo com as bandinhas de feijão enseja uma boa revisão de problemas de contagem.

Quando lançamos as quatro bandinhas de feijão as configurações possíveis são cinco, porém o total de configurações é 16.Isso significa que há 11 configurações repetidas. Observações como essa motivaram a construção da seguinte tabela:

Número de Bandinhas	Total de configurações	Configurações repetidas	Configurações diferentes
1	2	0	2
2	4	1	3
3	8	4	4
4	16	11	5
5	32	26	6

6	64	57	7
7	128	120	8

Essa tabela, talvez, enseje um bom desafio para ser generalizada e ainda propicia retomar o conceito de função, porque os números das três últimas colunas da direita estão em função do número de bandinhas de feijão, que é a primeira coluna à esquerda. As leis de formação dessas funções são, respectivamente, $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^x - x - 1$ e $h(x) = x + 1$ com $x \in \mathbb{N}$. Além do mais, por curiosidade, isoladamente, a sequência de números da terceira coluna da esquerda para direita, forma uma recorrência cuja lei é $a_1 = 0\ e\ a_n = a_{n-1} + 2^n - 1$ e a segunda coluna das esquerda para direita pode ser vista também como uma progressão geométrica de termo inicial igual a 2 e razão também igual a 2.

Os dois jogos, agora, ensejam estudos na estatística, pois ao jogar o dado várias vezes e desse mesmo modo as bandinhas de feijão se coletou um conjunto de informações sobre a frequência com que os números saíram e, portanto, pode-se trabalhar o conceito de frequência relativa e frequência absoluta e ainda essas informações podem e devem ser representadas em um algum tipo de gráfico fazendo um estudo dos mesmo.

Capítulo 9 - Considerações finais

Quando se planeja alguma atividade, dificilmente, ela ocorre conforme se pensou. Com esse trabalho não foi diferente, por isso o que se segue contém uma análise crítica das etapas da sequência, no desenrolar das atividades.

Em relação às etapas 1, 2 e 3 percebeu-se que os alunos se envolveram com os jogos, exemplo disso é que em determinado momento um dos grupos se excedeu fazendo barulho como se estivessem numa torcida quando saiu uma determinada jogada ou então o comentário de uma aluna que disse “parece que tem ‘macumba’ nessas bandinhas de feijão” ela tinha ficado com o 22. E ainda outra aluna a qual comentou, no momento em que foi entregue a ficha dela na etapa 3, que o momento divertido tinha passado e que agora, com o pedido de explicação para ser escrito na ficha, tinha chegado o momento ruim da aula.

Na análise das respostas dadas de forma escrita sobre o porquê de números parecidos no dado e números díspares nas bandinhas de feijão, percebeu-se que os alunos, na sua grande maioria, construíram uma resposta comparando os dois jogos entre si, atribuindo ainda as diferenças entre os resultados, ao número de possibilidades do dado 1, 2, 3, 4, 5 e 6 serem maior que a do jogo de feijão 22, 27, 29, 30B e 30P ou, então, de o número de bandinhas de feijão ser menor, quatro bandinhas, do que a quantidade de números do dado o e por consequência o número de jogadores de um e de outro jogo ser maior para o dado. Veja um exemplo de uma resposta de um aluno: “No meu ponto de vista é porque os números do dado são maiores e a quantidade de feijão é minoria. A quantidade de jogadores de uma partida para outra no jogo do dado são 6 jogadores e no jogo do feijão são 5 jogadores”. Vejamos outra resposta um pouco mais técnica, porém ainda ligada na comparação ente os dois jogos: “porque nos dados a probabilidade de acontecer um determinado número é menor e com isso é que as chances são bem iguais, com isso saia um determinado número bem mais vezes parecidas. Nos feijões é que as chances são maiores e por isso a chance de acontecer o mesmo número mais vezes e bem maior”. Penso que essa comparação entre os jogos se deve ao fato de a pergunta na ficha ter sido feita numa única questão, parece que é melhor fazê-las de forma separadas, penso também que a representação num gráfico melhoraria a visualização. E para uma próxima aplicação, se fazem necessários os seguintes reparos:

I) dividir a aula em duas partes com quatro aulas, sendo as duas primeiras para as etapas 1, 2 e 3 e as duas seguintes para as demais etapas;

II) explanar ao mesmo tempo para todos os grupos como deve ser jogado cada jogo para que todos comecem ao mesmo tempo e economizar tempo para se construir os gráficos;

III) os questionamentos sobre os resultados dos jogos devem ser feitos observando os gráficos;

IV) os questionamentos na ficha sobre os porquês dos resultados serem parecidos no dado e diferente no jogo das bandinhas de feijão devem ser feitos separadamente;

Em relação às etapas 4, 5 e 6 os alunos não pareciam tão envolvidos em relação às etapas anteriores, mesmo assim elas se desenvolveram conforme está descrito na sequência didática. Uma explicação para o menor envolvimento talvez seja o fato de estarmos nas últimas aulas do semestre, com um recesso se aproximando e que o assunto em estudo não servirá para qualquer tipo de avaliação ou cobrança valendo notas. Desse modo ficam as seguintes observações, as quais devem ser evitadas:

I) aplicar uma experiência como essa em final de semestres e;

II) o conteúdo da sequência didática não ser cobrados em testes e provas;

Referências Bibliográficas:

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010. Vol. 2. 440 p. (Obra coletiva)

BORIN, Júlia. **Jogos e Resoluções de problemas**: uma estratégia para as aulas de Matemática. 3 ed. São Paulo: IME-USP, 1998. 100 p.

BRASIL, MEC. Guia **do livro Didático: PNLD 2012: Matemática**/ Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática.** São Paulo: Ática, 2005. 504 p.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Probabilidade condicional:** um enfoque de seu ensino-aprendizagem. São Paulo, 2000. Dissertação Mestrado em Educação Matemática PUC- SP.

LAPLACE, Pierre-Simon. **Ensaio Filosófico sobre as probabilidades.** Tradução Pedro Leite de Santana. Rio de Janeiro: Contraponto: Ed. PUC-Rio, 2010. 222 p.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais.** Catanduva, SP: Editora Rêspel, 2005. 200 p.

______, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série.** 3 ed. Catanduva, SP: Editora Rêspel, 2005. 176 p.

LIMA, Elon Lages. **Exame de Textos:** Análises de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.467 p.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005. 110 p.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, J. B. P de; CARVALHO, P. C. P; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade.** 9 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 343 p.

Anexos

Anexo 1

A probabilidade na OBMEP – 1ª Fase – Nível 3 e no ENEM

Há no país, atualmente, dois instrumentos avaliativos externos às escolas, em especial as públicas, que mobiliza o país inteiro de forma massificada: o ENEM e a OBMEP. O primeiro se transformou na porta de entrada para Universidade para milhares de jovens e o segundo um descobridor de talentos especificamente em matemática. Por isso as questões que caem nesses dois instrumentos podem ser um balizador em sala de aula para nós, professores de matemática. Por isso o que se segue são exercícios de probabilidade que foram cobrados nesses dois instrumentos avaliativos.

1º) (OBMEP - 2005) Brasil e Argentina participam de um campeonato Internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?
(A) 1/8 **(B)** 1/7 **(C)** 1/6 **(D)** 1/5 **(E)** $\mathbf{1/4}$

2º) (OBMEP- 2006) Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Dela são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?
(A) $\mathbf{1/10}$ **(B)** $\mathbf{1/5}$ **(C)** $\mathbf{3/10}$ **(D)** $\mathbf{2/5}$ **(E)** $\mathbf{1/2}$

3º) (OBMEP – 2008) Em um jogo, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma casa; quando sai coroa, ele avança duas casas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual é a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

(A) 7/8 (B) 5/6 (C) 2/3 (D) 5/8 (E) 3/4

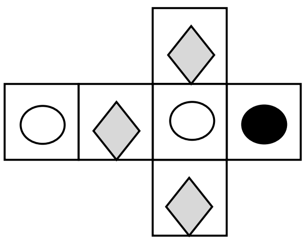
4º) (OBMEP – 2009) Luciana tem três canetas pretas e três vermelhas. Ontem ela pegou, ao acaso, uma dessas canetas e colocou-a na bolsa. Hoje ela colocou uma caneta preta na bolsa. Se ela retirar uma dessas duas canetas da bolsa, sem olhar, qual a probabilidade de essa caneta ser preta?
A) 1/2 B) 2/3 C) 3/5 D) 3/4 (E) 4/7

5º) (OBMEP-2010) Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?
A) 3/5 B) 5/9 C) 1/2 D) 2/3 E) 3/4

6º) (OBMEP - 2011) Três amigas possuem, cada uma, três blusas: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso uma de suas blusas, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?
(A) 1/9 (B) 1/8 (C) 2/9 (D) 3/8 (E) 3/4

7º) (OBMEP – 2012) Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que os das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?
(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 3/8 (D) 5/12 (E) 1/2

(8º) (OBMEP – 2013) Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?
(A) 1/2 (B) 11/18 (C) 2/3 (D) 5/6 (E) 31/36



9º) (ENEM – 2012) Em um jogo há duas urnas com 10 bolas de mesmo tamanho em cada urna. A tabela a seguir indica as quantidades de bolas de cada cor em cada urna.

Cor	**Urna 1**	**Urna 2**
Amarela	**4**	**0**
Azul	**3**	**1**
Branca	**2**	**2**
Verde	**1**	**3**
Vermelha	**0**	**4**

Uma jogada consiste em:

1º) o jogador apresenta um palpite sobre a cor da bola que será retirada por ele da urna 2;

2º) ele retira, aleatoriamente, uma bola da urna 1 e a coloca na urna 2, misturando-a com as que lá estão;

3º) em seguida ele retira, também aleatoriamente, uma bola da urna 2;

4º) se a cor da última bola retirada for a mesma do palpite inicial, ele ganha o jogo.

Qual cor deve ser escolhida pelo jogador para que ele tenha a maior probabilidade de ganhar?

A) Azul B) Amarela C) Branca D) Verde E) Vermelha

10º) (ENEM – 2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

A) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

B) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

C) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

D) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

E) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

11º) (ENEM – 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é:

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

12º) (ENEM – 2010) A figura abaixo mostra um esquema das principais vias que interligam a cidade A com a cidade B. Cada número indicado na figura II representa a probabilidade de se pegar um engarrafamento quando se passa na via indicada. Assim, há uma probabilidade de

30% de se pegar um engarrafamento no deslocamento do ponto C ao ponto B, passando pela estrada E4, e de 50%, quando se passa por E3.Essas probabilidades são independentes umas das outras.

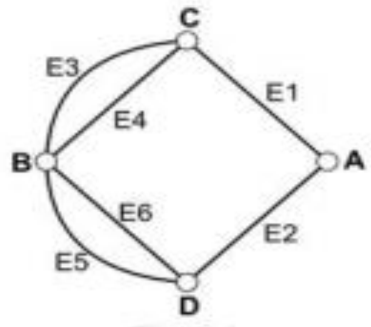


Figura I

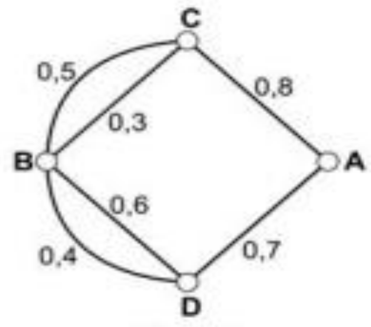


Figura II

Paula deseja se deslocar da cidade A para a cidade B usando exatamente duas das vias indicadas, percorrendo um trajeto com a menor probabilidade de engarrafamento possível. O melhor trajeto para Paula é:

A) (E1E3 B) E1E4 C) E2E4 D) E2E5 E) E2E6

13º) (ENEM – 2009) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

A)$2x(0{,}2\%)^4$ B)$4x(0{,}2\%)^2$ C) $6x(0{,}2\%)^2\ x\ (99{,}8\%)^2$ D)4 $x\ (0{,}2\%)$

E) 6 $x(0{,}2\%)\ x\ (99{,}8\%)$

14º) (ENEM – 2010) O diretor de um colégio leu numa revista que os pés das mulheres estavam aumentando. Há alguns anos, a média do tamanho dos calçados dos calçados das mulheres era 35,5 e, hoje, é 37,0. Embora não fosse uma informação científica, ele ficou curioso e fez uma pesquisa com as funcionárias do seu colégio, obtendo o quadro a seguir:

TAMANHO DOS CALÇADOS	NÚMERO DE FUNCIONÁRIAS
39,0	1
38,0	10
37,0	3
36,0	5
35,0	6

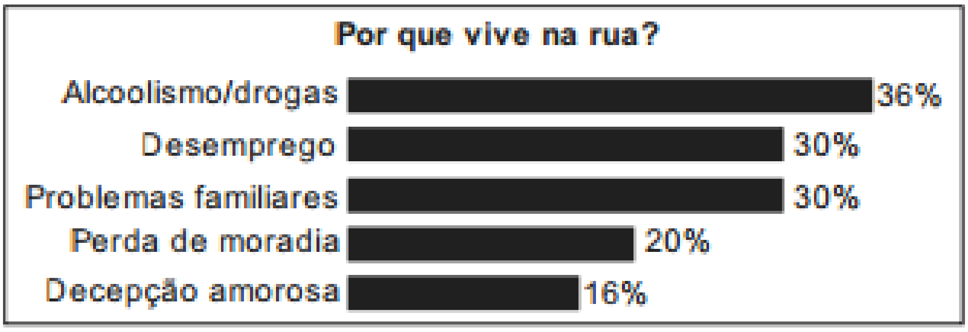
Escolhendo uma funcionária ao acaso e sabendo que ela tem calçado maior que 36,0,a probabilidade de ela calçar 38,0 é;

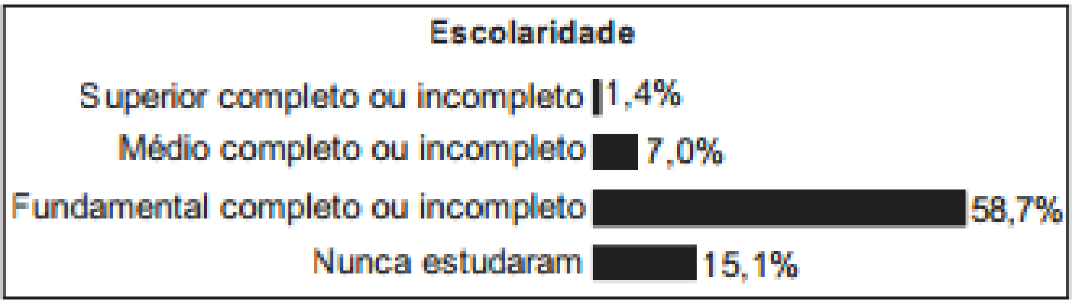
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

15º) (ENEM – 2008)

A vida na rua como ela é

O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31.922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%), que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no ensino superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros abaixo.



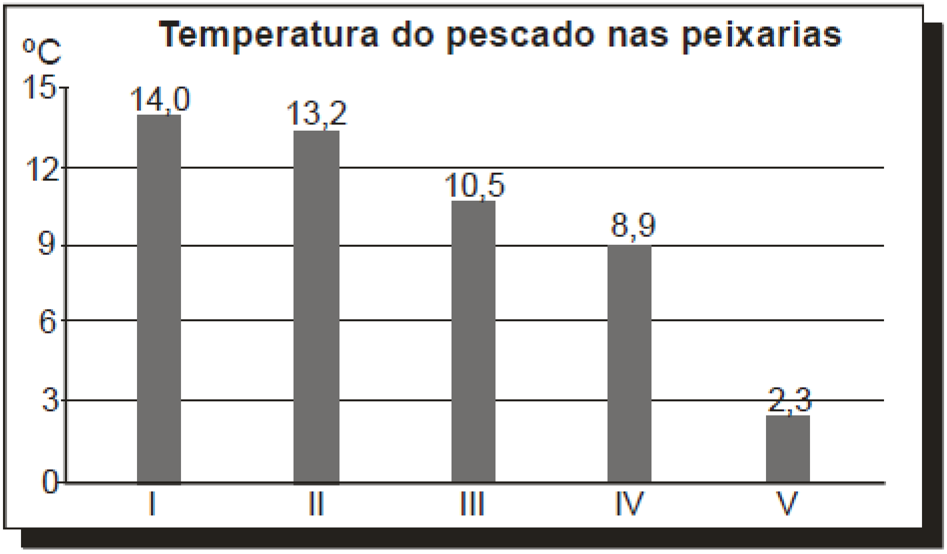


Istoé, 7/5/2008, p. 21 (com adaptações).

No universo pesquisado, considere que P seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo/drogas e Q seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto P ou do conjunto Q, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de P e Q é igual a

A) 12% B) 16% C) 20% D) 36% E) 52%

16º) (ENEM – 2007)



Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (com adaptações).

Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2ºC e 4ºC. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

17º) (ENEM - 2006) A tabela ao lado indica a posição relativa de quatro times de futebol na classificação geral de um torneio, em dois anos consecutivos. O símbolo ● significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2004, a frente do indicado na coluna. O símbolo * significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2005, a frente do indicado na coluna. A probabilidade de que um desses quatro times, escolhido ao acaso, tenha obtido a mesma classificação no torneio, em 2004 e2005, e igual a

	A	B	C	D
A				★
B	●★		●	●★
C	●★	★		★
D	●		●	

A) 0,00   B) 0,25   C) 0,50   D) 0,75   E) 1,00

Gabarito

1º) B 2º) C 3º) D 4º) D 5º) B 6º) C 7º) D 8º) B 9º) E 10º) D

11º) D 12º) D 13º) C 14º) D 15º) A 16º) D 17º) A

Anexo 2

Exercício Avaliativo aplicado após a sequência didática

1º) Chicó tem um dado diferente. Esse dado tem uma face com o número 1,duas faces com o número 2 e três faces com o número 3.Pergunta-se: a) qual o espaço amostral do experimento aleatório lançar o dado de Chicó e observar sua face voltada para cima? b) qual a probabilidade de se obter cada número da face desse dado? c) como você classificaria a probabilidade da ocorrência de cada número da face? Equiprovável ou não equiprovável? Justifique sua resposta.

2º) Com dois dados do exercício anterior, Chicó lhe propõe jogar o seguinte jogo: Lançam-se os dois dados. Se a soma dos números das faces voltadas para cima for 5 ou 6 Chicó ganha e se for 2, 3 ou 4 você ganha. Você aceitaria jogar esse jogo? Justifique sua resposta usando as ideias estudas aqui sobre probabilidade. Dica: forme o espaço amostral desse experimento aleatório.

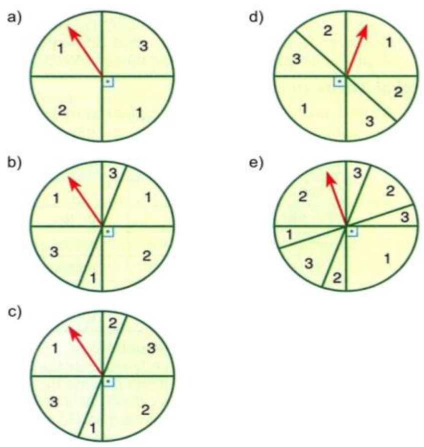
3º) No jogo das bandinhas de feijão, Chicó e Bertoleza jogam da seguinte forma: toda vez que sair o trinta branco ou o trinta preto ou vinte e nove Chicó ganha e quando sair o vinte e dois ou vinte sete Bertoleza é que ganha. Depois de jogarem muitas partidas, quem, provavelmente, terá ganhado o maior número de partidas. Justifique sua resposta utilizando as ideias estudas até aqui sobre probabilidades e o jogo das bandinhas de feijão.

4º) Se nessa sala de aula sortearmos um(a) estudante, o que é mais provável:

a) Sair um aluno ou uma aluna?

b) A pessoa ser da zona rural ou da zona urbana? Justifique suas resposta utilizando a probabilidade.

5º) (UFPE) Qual das roletas abaixo oferece a maior chance de acertar o número "3"?Justifique sua resposta



Justifique sua resposta.

Anexo 3

Ficha para explicar o fenômeno dos jogos

Explique porque os números do dado saem em quantidades parecidas e os das bandinhas de feijão em quantidades diferentes.

Anexo 4

Ficha para marcar a pontuação de cada jogador

Nome do Jogador e número das bandinhas de feijão	Pontuação
22	
27	
29	

30B	
30P	

Nome do Jogador e Número do dado	Pontuação
1	
2	
3	
4	
5	
6	