UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

LUCIANO BRUM VIEIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETES COM MATERIAIS MANIPULATIVOS E SUAS IMPLICAÇÕES

Caçapava do Sul
2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

LUCIANO BRUM VIEIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETES COM MATERIAIS MANIPULATIVOS E SUAS IMPLICAÇÕES[1]

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Pampa - Campus Caçapava Do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Igor Antônio Cancela Melnik.

Caçapava do Sul
2023

[1] Trabalho parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

V658m Vieira, Luciano Brum
Modelagem matemática no lançamento de foguetes com materiais manipulativos e suas implicações / Luciano Brum Vieira.
158 p.

Dissertação(Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa, MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL, 2023.
"Orientação: Igor Antônio Cancela Melnik".

1. Função Polinomial de Grau 2. 2. Foguete. 3. Matemática. 4. Física. 5. Gamificação. I. Título.

LUCIANO BRUM VIEIRA

MODELAGEM MATEMÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETES COM MATERIAIS MANIPULATIVOS E SUAS IMPLICAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Pampa - Campus Caçapava do Sul, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Ensino Básico de Matemática.

Dissertação defendida e aprovada em: 27 de março de 2023.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Igor Antônio Cancela Melnik

Orientador

Unipampa

Prof. Dr. Leugim Corteze Romio

Unipampa

Prof. Dr. João Batista Garcia Canalle

UERJ

Assinado eletronicamente por **IGOR ANTONIO CANCELA MELNIK, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 21/06/2023, às 15:53, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **LEUGIM CORTEZE ROMIO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 21/06/2023, às 16:33, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1162919** e o código CRC **288841DB**.

À minha esposa Nildiane
Aos meus filhos Victor e Gabriel
À minha Mãe Vera
Ao meu Pai José
Aos meus irmãos
Aos meus familiares
Aos meus amigos
Que trouxeram amor, carinho, incentivo, tranquilidade, inspiração, vontade de vencer e tornaram possível o acontecimento de mais esta conquista.

AGRADECIMENTOS

Em especial à minha esposa Nildiane, pelo seu apoio e incentivo.

Aos meus pais que sempre me incentivaram e me deram a oportunidade de mostrar que a educação é transformadora.

Aos professores Dr. Igor Antônio Cancela Melnik e Vinícius de Abreu de Oliveira que foram decisivos para a concepção e elaboração deste trabalho.

Ao professor Dr. Vitalino Cesca Filho, que durante toda minha caminhada de curso, deu dicas, conselhos e apoio.

Aos professores, Dr. Moises Razeira, Dr. Osmar Francisco Giuliani, Dr(a). Aline Lopes Balladares, Dr(a). Maria Arlita da Silveira Soares e Dr(a) Daniela Tolffo (in memoriam) que, com sua dedicação, sabedoria e apoio, contribuíram de forma direta, com a transmissão de seus conhecimentos, para este trabalho e que souberam formar professores/mestres competentes e comprometidos.

Ao professor Dr. Leugim Corteze Romio, que no meu último ano de curso, assumiu a coordenação e demonstrou atenção e comprometimento. Sempre esclarecendo todas as dúvidas e anseios quanto à conclusão do curso.

Aos colegas de trabalho que compartilharam incertezas e dúvidas.

Aos meus familiares, que souberam entender os momentos de ausência.

Aos familiares residentes em Caçapava do Sul, que sempre me acolheram.

A minha avó Juraci Pinto Vieira que não se encontra mais entre nós.

Aos diretores, professores e funcionários da Escola Estadual de Ensino Médio José Gomes de Vasconcelos Jardim.

Aos diretores, professores e funcionários do Colégio Espírito Santo, que se mostraram sempre prontos a colaborar e contribuir na aplicação deste trabalho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo financiamento parcial deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pelo interesse e disponibilidade.

A todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

"Eu prefiro ter perguntas que não podem ser respondidas a ter respostas que não podem ser questionadas"

(Richard Feynman)

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta metodológica que pode ser usada para introduzir o educando a conceitos matemáticos, a partir de elementos concretos (materiais manipulativos). Em particular, propomos que a construção de um foguete possa servir de cenário para, entre outras coisas, introduzir o educando ao estudo da função polinomial de grau 2. Esta atividade busca complementar a teoria abordada através da descrição matemática da dinâmica manifestada pelo objeto em questão. É notório, que existe uma dificuldade intrínseca originada pela maneira de abordagem deste tópico neste nível de ensino. Uma das possíveis razões dessa dificuldade é o fato de normalmente as aulas se limitarem a um simples exercício de formalismo matemático. Omitindo-se, então, toda a beleza da instrumentalização, que pode ser justamente o elemento chave para que os estudantes tenham o mesmo fascínio e noção de aplicabilidade encontrada entre os cientistas de diversas áreas. Na busca do despertar desse fascínio é que se desenvolveu esta atividade experimental que visa uma melhor adequação à realidade educacional, ou seja, fazendo-se uso de materiais de baixo custo. Optou-se pela confecção de foguetes de garrafa PET, que foram lançados através da reação química que foi gerada no projétil estudado. A trajetória deste movimento foi captada e registrada com recursos tecnológicos, sendo a fonte de estudo do trabalho. Cabe destacar que coletar dados é uma atividade complexa, pois, além dos dados a serem coletados, tem-se a questão, de como será dado o processamento dessa informação, podendo este ser feito de várias formas diferentes. Ressalta-se que essa parte, na pesquisa, foi pouco explorada, limitando-se a realizar medidas de alcance, tempo de voo e altura máxima atingida. Esta atividade experimental irá gerar mais do que um nível de análises, nesse sentido, podemos apontar direções futuras. A proposta deste estudo está inserida em meio à divulgação, para alunos e professores, das competições ofertadas anualmente em âmbito nacional, competições estas, denominadas olimpíadas brasileiras de conhecimento. Aparentemente os alunos se interessam mais em aprender se estiverem dentro de um contexto de jogo, sendo nos dias de hoje, este cenário intitulado como a gamificação do ensino. Na educação, por exemplo, temos a recompensa de uma criança por ter sua atividade, tarefa ou trabalho, sendo reconhecidos por desenhos, adesivos, carimbos e geralmente no formato de estrelinhas, tal procedimento, já pode se caracterizar como uma gamificação. No contexto da pesquisa, temos a disputa propriamente dita por atingir um melhor alcance e por consequência, atingir índices para futuras competições. Através desta dinâmica de ensino, espera-se incentivar os alunos a participarem efetivamente do processo de aprendizado não apenas deste tema proposto, mas de todos, ao longo de sua vida acadêmica. Mostrando que aprender e aulas, não são uma simples ordenação de conteúdos pré-determinada pelos livros didáticos, mas uma forma interativa potencialmente mais atraente e próxima do dia a dia do aluno. Além de trazer para si o questionamento, a discussão do modo mais aprimorado das divergências de tais resultados com relação ao modelo teórico estudado em sala de aula.

Palavras-chave: Função Polinomial de Grau 2. Foguete. Matemática. Física. Gamificação.

ABSTRACT

The present work presents a methodological proposal that can be used to introduce the student to mathematical concepts, from concrete elements (manipulating materials). In particular, we propose that the construction of a rocket can serve as a scenario to, among other things, introduce the student to the study of the polynomial function of degree 2. This activity seeks to complement the theory approached through the mathematical description of the dynamics manifested by the object in question. It is clear that there is an intrinsic difficulty caused by the approach to this topic at this level of education. One of the possible reasons for this difficulty is the fact that classes are usually limited to a simple mathematical formalism exercise. Omitting, then, all the beauty of instrumentalization, which may be precisely the key element for students to have the same fascination and notion of applicability found among scientists from different areas. In pursuit of awakening this fascination, this experimental activity was developed, which aims to better adapt to the educational reality, that is, making use of low-cost materials. It was decided to manufacture PET bottle rockets, which were launched through the chemical reaction that was generated in the studied projectile. The trajectory of this movement was captured and registered with technological resources, being the source of study of the work. It should be noted that collecting data is a complex activity, because, in addition to the data to be collected, there is the question of how this information will be processed, which can be done in several different ways. It is noteworthy that this part, in the research, was little explored, being limited to carrying out measurements of range, flight time and maximum height reached. This experimental activity will generate more than one level of analysis, in this sense, we can point out future directions. The purpose of this study is inserted in the midst of the dissemination, for students and teachers, of the competitions offered annually at the national level, these competitions, called Brazilian Olympiads of knowledge. Apparently students are more interested in learning if they are within a game context, and nowadays this scenario is titled as the gamification of teaching. In education, for example, we have the reward of a child for having their activity, task or work, being recognized by drawings, stickers, stamps and generally in the shape of little stars, such a procedure can already be characterized as a gamification. In the context of the research, we have the dispute itself to reach a better reach and, consequently, to reach indexes for future competitions. Through this teaching dynamic, it is expected to encourage students to participate effectively in the learning process, not only in this proposed theme, but in all of them, throughout their academic life. Showing that learning and classes are not a simple ordering of content predetermined by textbooks, but an interactive form that is potentially more attractive and closer to the student's daily life. In addition to bringing to itself the questioning, the discussion of the most improved way of the divergences of such results in relation to the theoretical model studied in the classroom.

Keywords: Polynomial Functionof Degree 2. Rocket. Math. Physics. Gamification.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Para o ensino e aprendizagem de Matemática é de essencial importância visar o concreto e a materialização, levando em conta que a matemática historicamente se desenvolveu a partir da solução de problemas concretos. De fato, a instrumentalização com materiais manipulativos como tentativa de tornar o processo ensino/aprendizagem mais significativo para o estudante é muito bem-vinda. As experimentações são modelos que podem aproximar os educandos de diversas situações-problema, seja do seu cotidiano, ou então de situações não tão próximas, inserindo assim o discente numa esfera de linguagens cognitivas através das representações.

Cabe destacar o exemplo da matemática euclidiana, que descreve a geometria a partir de processos experimentais realizados utilizando régua não graduada e compasso. Nesse caso, esses instrumentos definem o hardware[2] que são usados para especificar um modelo computacional a partir de operações elementares. As primitivas computacionais desse modelo em questão são as primitivas euclidianas que especificam a maneira de manipular os instrumentos a fim de resolver problemas geométricos específicos. As construções necessárias para tal, satisfazem todos os requerimentos de um algoritmo: Não possuem ambiguidades, são corretas e definem um número finito de operações. No entanto, nem todos os problemas geométricos podem ser resolvidos a partir desse modelo, e a história da matemática contempla casos em que algumas primitivas foram incorporadas e/ou relaxadas para que determinados problemas se tornem solucionáveis. O caso da utilização de uma espiral para trissectar um ângulo e para encontrar a área de um círculo proposto por Arquimedes elucidam esse tipo de situação, bem como as construções neusianas, que fazem uso de uma régua graduada.

Com o passar do tempo o modelo computacional foi sendo alterado com o intuito de resolver problemas que até então não apresentavam solução, a partir do antigo. Por vezes essas máquinas podem ser realizadas fisicamente, como é o caso do Tomahawk que é uma ferramenta desenhada especificamente para trissectar um ângulo. Esses distintos modelos definem o que hoje em dia se nomeia de "modelo computacional". Maiores detalhes e aprofundamentos sobre esta visão

[2] Dispositivos e equipamentos utilizados no processamento de informações.

computacional da geometria podem ser encontrados na obra de Franco Preparata e Michael Shamos, “Computacional Geometry” (1985).

Aproximando-se da realidade dos estudantes em questão, ou seja, que estes estão no ensino médio, onde utilizam o formalismo matemático deste nível de ensino, podemos utilizar dos princípios da teoria de Mohr:

> Em 1672, Georg Mohr mostrou que qualquer construção executável com régua e compasso pode ser realizada apenas com compasso, na medida em que os objetos necessários são especificados por pontos. (Assim, embora uma linha reta não possa ser desenhada apenas com compasso, dois pontos na linha podem ser especificados pela interseção de dois arcos circulares.) O que é notável sobre a teoria de Mohr, prova é que se trata de uma simulação, na qual ele demonstra que qualquer operação em qual a régua participa pode ser substituída por um número finito de operações com compassos. Alguém poderia pedir uma conexão mais próxima com a teoria dos autômatos? (PREPARATA; SHAMOS, 1985, p.3, tradução nossa)

Acaba-se mencionando esta teoria, pois, por muitas vezes, para chegarmos a uma discussão palpável para este nível de ensino (educação básica/ensino médio), por muitas vezes devemos usar o compasso (formalismo matemático dos alunos) a fim de chegarmos aos pontos, mesmo não tendo a régua (formalismo e conceitos ainda não identificados/trabalhados).

Citando Lemoine (1902), o número total de tais operações realizadas durante uma construção, foi denominado de simplicidade, embora reconhecesse que o termo medida de complicação pode ser mais apropriado. Todas essas relações são complexas e acabam sendo estabelecidas a partir de um processo de desenvolvimento de linguagens. Segundo Mikhail Bakhtin (2006) a linguagem é vista, ou como fruto da expressão individual livre, ou como materialização do sistema abstrato da língua.

O trabalho de forma indireta faz isso em algum nível, utiliza objetos concretos como isca para atrair o interesse dos estudantes. Essa isca está dentro desse contexto atual, em que se observa surgir com mais força o conceito de gamificação[3] do ensino. O termo “gamificação” se origina da expressão, *gamification* do inglês. Segundo Luciane Maria Fadel, Vania Ribas Ulbricht, Claudia Batista e Tarciso Vazim, organizadores do livro “Gamificação na Educação” (2014), o termo significa aplicação de elementos de jogos em atividades, mesmo estas, não sendo atreladas formalmente como um jogo. A estratégia propõe o uso destes elementos

---

[3] Estratégia de aprimorar sistemas, serviços, organizações e atividades, criando experiências semelhantes às experimentadas ao jogar jogos, a fim de motivar e engajar os usuários.

podendo ser através de progresso, pontuação, desafios, rankings, entre outros, todos estes em contextos escolares e não necessariamente realizados através do uso da tecnologia. Apesar de a palavra gamificação ter sido utilizada pela primeira vez em 2010, esta já tem sua aplicação há muito tempo.

Tem-se a gamificação, não somente por parte dos estudantes para atingirem índices e obterem a recompensa, mas também por parte dos professores buscando ter a atenção e o interesse dos alunos para os ensinamentos. Uma verdadeira luta contra a máquina, pois os professores estão competindo com vídeos de *TikTok*[4] pela atenção dos alunos, uma realidade que se enquadra numa gamificação que se aproxima do entretenimento.

Para pensar em tal situação, podemos refletir acerca da fala de Ma (2018), quando o fundador do Grupo Alibaba[5] proferiu uma das falas mais inspiradoras e lúcidas do Fórum Econômico Mundial, em Davos, na Suíça. Ele defendeu que não podemos ensinar nossas crianças a competir com as máquinas. Temos de ensiná-las algo único, algo que nenhuma máquina poderia alcançar. (Informação verbal)[6]. Não há melhor maneira de aprender sobre trabalho em equipe, do que jogar um esporte coletivo. Não existe melhor meio de entender o que é empatia do que se colocar no lugar do próximo. Portanto, se existe um meio de vencer as máquinas é aprender sobre algo que elas jamais serão capazes de fazer**.** Apresente a uma criança, ao estudante ou ao seu filho, Beethoven, Dostoievsky, Pelé e Picasso, seres humanos abalizados, cuja arte se tornou mais do que exponencial, se tornou eterna.

Segundo o filósofo e linguista norte americano Noam Chomsky, as atividades teóricas e experimentais, devem fazer parte de uma linguagem única, sua teoria, leva ao universalismo, onde a capacidade para desenvolver a linguagem é algo que está inserido na percepção e na habilidade humana. Segundo Lyons (1979), Chomsky argumenta que todos os seres humanos compartilham da mesma estrutura linguística, independente de suas classes sociais e diferenças culturais.

---

[4] É um aplicativo de compartilhamento de vídeos, no qual os usuários podem criar e postar vídeos curtos, estes durando em média de 15 segundos a três minutos. Estes com conteúdos de música, dança, dublagem e muito mais.

[5] Fundado em 1999, na China, por Jack Ma, foi criada para facilitar a atuação de pequenas e médias empresas na internet, a companhia oferece infraestrutura para o comércio online e tecnologia de dados.

[6] Manifestação do fundador do Grupo Alibaba no Fórum Econômico Mundial em Davos, na Suíça, em 2018.

Seus estudos centralizam-se na linha psíquica da linguagem, consequentemente, na racionalidade, ou seja, no domínio da razão. Sendo assim, a reflexão de Chomsky traz para a linguística, toda uma contribuição relacionada às áreas da matemática e da lógica.

Conforme Santaella (2003):

> Cumpre notar que a ilusória exclusividade da língua, como forma de linguagem e meio de comunicação privilegiados, é muito intensamente devida a um condicionamento histórico que nos levou à crença de que as únicas formas de conhecimento, de saber e de interpretação do mundo são aquelas veiculadas pela língua, na sua manifestação como linguagem verbal oral ou escrita. O saber analítico, que essa linguagem permite, conduziu à legitimação consensual e institucional de que esse é o saber de primeira ordem, em detrimento e relegando para uma segunda ordem todos os outros saberes, mais sensíveis, que as outras linguagens, as não-verbais, possibilitam. (SANTAELLA, 2003, p.2).

Cabe destacar que conforme Jesus e Fini (2005):

> Os recursos ou materiais de manipulação de todo tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem e fazem com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos. (JESUS; FINI, 2005, p.144).

Nos dias de hoje não abordar e utilizar os meios tecnológicos seria algo totalmente fora da vivência da grande maioria da geração dos estudantes. Refiro-me à maioria, pois se tem conhecimento da necessidade e também a precariedade que muitos estados e municípios no Brasil a fora sofrem. Então como estimular e incentivar em meio a estes avanços tecnológicos? É neste contexto que insisto em trabalhar com o concreto, através da utilização de materiais que para muitos podem ser considerados cafonas e ultrapassados, os denominados materiais manipulativos. Através da utilização destes, percebemos uma grande interação e até mesmo euforia por parte dos alunos para demonstrar a sua produção, digo isto, pois venho utilizando a confecção de matérias em função do tópico trabalhado em sala de aula. Destaco a experiência do estudo de pirâmides como exemplo, onde confeccionamos pirâmides com o auxílio de palitos de madeira, palitos estes utilizados no "churrasquinho", termo utilizado no Rio Grande do Sul. Estes servem para representar as arestas, também utilizamos o garrote, popularmente chamado de "sorinho", para os vértices destas. Neste mesmo tópico, também confeccionamos um tetraedro com o auxílio de canudos e barbantes a fim de demonstrar de modo prático o centro do tetraedro.

Cabe destacar que de alguma forma, existe uma pressão para que os educadores tragam mais “novidades”, ou seja, tenham a atenção dos alunos com materiais para as aulas e/ou na forma de entretenimento.

Com a confecção e a utilização dos materiais manipulativos e com o auxílio dos recursos tecnológicos, um dos fatores que não podemos deixar de associar é a modelagem como instrumento para confrontarmos a teoria com a prática.

Vejamos a interação na construção destes como fator preponderante para atingirmos um maior estímulo e interesse dos alunos para o tópico abordado. Sabemos que não é algo fácil, pois exige planejamento e organização. O ideal seria a aplicação destes para cada conteúdo ou tópico abordado.

Para unir a ideia da confecção e utilização dos materiais manipulativos, juntamente com a interdisciplinaridade e a competitividade, criamos o projeto denominado “Mostra do Colégio Espírito Santo de Foguetes” (MOCESFOG).

O foco em questão refere-se à característica da prática docente, ou seja, se refere à utilização de materiais manipulativos e recursos tecnológicos visando auxiliar no estudo de função polinomial de grau 2 em turmas do Ensino Médio. A atividade desenvolvida, pela proposta deste trabalho, foi o lançamento de foguetes confeccionados pelos próprios alunos e apresentados na mostra escolar MOCESFOG, em Canoas, RS. Mostra esta, que foi inspirada e serve como incentivo à participação efetiva da Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG). Podendo ser considerada a MOCESFOG como a regional da MOBFOG, pois desta competição interna, seleciona-se a equipe que atingir o melhor alcance, sendo este dentro do índice pré-determinado e estabelecido para a Jornada de Foguetes, competição a nível nacional que ocorre no estado do Rio de Janeiro. Desta forma, esta atividade atuou como um vetor que incentivou as relações entre os integrantes da comunidade escolar, proporcionou aos participantes uma competitividade saudável em nível intelectual, uma aproximação e troca de experiências por parte dos docentes envolvidos, fortificando assim, a comunicação destes no processo de ensino e a interdisciplinaridade de áreas afins do conhecimento. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 2001), a interdisciplinaridade e a contextualização se destacam como os dois princípios pedagógicos essenciais para o trabalho do professor na construção de competências.

Apesar de o trabalho ter um foco norteador, este desenvolveu no decorrer do percurso uma gama de informações, gerando assim diferentes meios de estudos e pesquisas, criando-se um terreno fértil para possíveis e futuros desdobramentos.

No decorrer deste trabalho será apresentada a proposta de atividade que envolveu a utilização de materiais manipulativos e recursos digitais para a conferência dos modelos desenvolvidos em sala de aula. Sendo assim, pretende-se trazer a discussão de modo mais aprimorado das divergências de tais resultados comparativos entre teoria e prática. Este estudo vem sendo desenvolvido em uma escola da iniciativa privada no município de Canoas/RS, o Colégio Espírito Santo. As práticas iniciaram em 2019 com a orientação e a supervisão dos professores de Matemática, Física e Química do Ensino Médio no referido colégio.

A cada novo ano letivo, a experiência didática é aprimorada e aperfeiçoada, visto ser possível observar um despertar no interesse dos alunos. Como resultado inicial, nota-se uma melhora de rendimento escolar, indicando uma aprendizagem significativa por parte do aluno dos temas abordados. O que se tinha como perspectiva para esta proposta era, em primeiro lugar, a valorização da utilização de materiais manipulativos juntamente com os recursos tecnológicos a fim de comparações teoria/prática, pois para muitos estudantes, tem-se a situação ideal, ou o modelo ideal, como verdadeiro e único. Através desta premissa e de resultados e constatações adversas, foram listadas eventuais variações, permitindo assim a exploração de conceitos até então não trabalhados em situações ideais dos livros didáticos. Em segundo lugar, proporcionar que os alunos vivenciassem uma troca de experiência, interação coletiva, desenvolvimento de sua motricidade, crescimento pessoal e intelectual, juntamente como o encorajamento para a utilização da instrumentalização, criando um ambiente de colaboração e partilha, evidenciando uma melhora no sentido de linguagem, comunicação e pertencimento.

A redação da dissertação aqui apresentada tem a organização dividida em 6 seções. Na seção 1, consta a justificativa para a elaboração desta proposta.

A seção 2 aborda a apresentação da proposta metodológica, fundamentação teórica acerca dos recursos utilizados e trabalhados. Também serão discutidos aspectos históricos das olimpíadas científicas e suas relevâncias para incentivar a elaboração de novas propostas, aduzindo e mostrando que durante a caminhada escolar existem inúmeras olimpíadas de diversas componentes curriculares e através destas, conseguimos aplicar um projeto na qual tem a inserção na

MOBFOG, tendo o envolvimento da comunidade escolar, a interdisciplinaridade de modo ativo.

Na seção 3, faz-se uma breve literatura sobre foguetes e sua dinâmica, dando ênfase para os foguetes de garrafas PET[7] e sua base, que é o protagonista da proposta deste trabalho, detalhando os materiais que foram utilizados em suas construções.

A seção 4 aborda a modelagem matemática e a busca da contextualização e seus objetivos, mostrando como se pode facilitar o processo de aprendizagem no ensino de matemática. Introduz-se uma linguagem matemática para a descrição do experimento realizado, faz-se ainda uma análise que pode ser realizada em diferentes níveis de complexidade, destinada a diferentes públicos. Níveis estes de complexidade, que serão estabelecidos pelas hipóteses adotadas para modelar o sistema. Em primeiro caso, introduzimos a noção de função quadrática para o caso mais simples de todos, na busca por uma descrição matemática do fenômeno observado. Posteriormente, para um segundo nível de complexidade, o movimento do foguete com as possíveis combinações das hipóteses listadas, análises que ficarão como possibilidades futuras.

Na seção 5, traz-se o delineamento do projeto MOCESFOG, juntamente com os seus resultados, para com os recursos tecnológicos, fazer as comparações entre os resultados teóricos e experimentais, então através destes, possibilita-se a discussão e destacam-se possíveis fatores de interferência para então refinarmos o modelo proposto.

A sexta e última seção dedicam-se às considerações finais deste trabalho.

1.1 JUSTIFICATIVA

Este trabalho se deve ao fato de uma vivência, cujo início foi no ano de 1996, na Escola Estadual de Ensino Médio José Gomes de Vasconcelos Jardim[8], localizada na Cidade de Canoas, no bairro Estância Velha, no Estado do Rio Grande do Sul, quando passei a desenvolver atividades na área de Matemática e Física. Atualmente, tenho como formação a licenciatura plena em Matemática pela

[7] Polímero Polietileno Tereftalato, conhecido mundialmente pela sigla PET, é um polímero da família dos poliésteres que se tornou muito popular ao ser usado para fabricar as garrafas de refrigerantes (bebidas carbonatadas).

[8] Escola na qual exerço a função até hoje (2023).

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e a licenciatura plena em Física, pela Universidade La Salle (Unilasalle), e ao longo de toda minha longa jornada docente, venho buscando e aplicando atividades e propostas que os estudantes vinculem a Matemática com a Física e vice-versa.

Existe uma ligação direta entre a experimentação e a disciplina de Física na maioria das escolas, porém a experimentação está presente nas mais diversas componentes escolares. Na tentativa de me aprofundar um pouco mais no papel de professor de Matemática e associar a utilização de materiais manipulativos para a área da Matemática, área que pretendo continuar me dedicando, foram buscadas referências teóricas que pudessem oferecer suporte e auxílio para o trabalho de docente.

Assim como outros colegas professores, minha experiência está repleta de fatos e acontecimentos, e cada professor tem uma visão sobre a importância da prática experimental no ensino. Estas diferentes concepções em relação ao papel da experimentação, associado às diversas maneiras de execução, pode gerar de uma simples atividade ou proposta, tratamento que vai além das possibilidades iniciais desejadas para o processo de aprendizagem.

É comum ouvir falar que uma das causas das dificuldades de aprendizagem dos alunos na disciplina de Matemática é a falta de atividades experimentais e manipulação de materiais concretos, porém o problema nem sempre está no uso de materiais manipulativos, mas no significado, ao utilizá-los deve-se lembrar que eles estão ali para auxiliar na compreensão de conceitos que são abstratos e o material manipulativo é uma forma de representá-los. Por outro lado, parece que quando esse tipo de abordagem metodológica existe, é tratada muito mais como se ela mesma fosse o objeto de ensino com um fim em si, do que um meio para a apropriação dos conceitos em questão. Em suas conclusões, Selva (2003) afirma que:

> [...] o uso de manipulativos tem sido proposto em sala de aula como se fosse um fim em si mesmo, sem uma preocupação maior sobre como trabalhar com o material, que princípios se pode trabalhar com ele, quais não se podem, que situações ele abarca, que situações ele não abarca. Ou seja, é necessária uma análise maior sobre a transparência do material [...] não é a simples manipulação de objetos que pode garantir aprendizagem, mas a representação concreta pode facilitar a reflexão e compreensão das crianças sobre alguns aspectos importantes para o conhecimento que se quer trabalhar. (SELVA, 2003, p.57).

Ao salientar a complexidade da questão da “descoberta” e do uso de materiais concretos nas atividades experimentais como ativação da ação mental, Piaget (1991) ressalta que:

> [...] não significa que o uso, por si só, desse material, leve à aprendizagem. O importante é a reflexão advinda das situações nas quais o material é empregado, e, consequentemente, a maneira como o professor integra o trabalho prático na sua argumentação. (PIAGET, 1991, p.81).

Lorenzato (2006) também destaca a utilização destes. O autor enfatiza que os materiais concretos acrescentam muito à aula, uma vez que apenas as palavras como bem observaram “[...] não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”. (LORENZATO, 2006, p.17). Foi neste contexto que se buscou utilizar os recursos tecnológicos e concretos para trabalhar a Matemática em sala de aula.

Nas próximas seções, serão abordadas algumas curiosidades sobre as olimpíadas científicas, foguetes e o lançamento destes que são o foco deste trabalho.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA E O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS E MANIPULATIVOS

Neste trabalho, será apresentada uma proposta experimental para abordar o estudo de função polinomial do 2º grau, ou função quadrática, com o auxílio de materiais manipulativos juntamente com recursos tecnológicos. Para demonstrar tal tópico de ensino, não necessariamente há a exigência de muitos recursos, podemos observar que, um simples arremesso de uma pedra, gera um movimento parabólico, ou seja, descreve em sua trajetória uma parábola. A situação a ser desenvolvida na proposta e no trabalho próspero está até mais distante de ser uma parábola, pois antes de tudo, o foguete é um sistema de massa variada e devido a sua forma e estrutura, há o surgimento de forças aerodinâmicas, forças que surgem devido ao escoamento do fluxo de ar em volta da estrutura do veículo (ROSKAN, 2001 apud MAHLER, 2014, p.44). Estas forças dependem de vários parâmetros, como velocidade do corpo, ângulos de ataque e derrapagem, geometria do veículo, temperatura, entre outros. É conveniente usar coeficientes aerodinâmicos adimensionais[9] para representar os efeitos destes parâmetros (CORNELISSE; SCHÖYER; WAKKER, 1979 apud MAHLER, 2014, p.44). Segundo Souza (2007) o foguete de garrafa PET aborda uma grande quantidade de fenômenos físicos, e assim destacamos que o professor nunca deve desprezar a simplicidade e a importância de um experimento.

Propor a utilização de materiais manipulativos, como alternativa pedagógica, tem sido foco de vários estudos dentro da Educação Matemática. Moyer (2001) destaca o trabalho de Dienes (1969), que convenceu os pesquisadores de que o uso de várias representações de um conceito ou incorporações múltiplas era necessário para apoiar a compreensão dos estudantes. Já Piaget (1952) sugeriu que as crianças não têm maturidade mental para aprender conceitos matemáticos abstratos apresentados somente por meio de palavras ou símbolos e precisam de muitas experiências com materiais concretos e desenhos para que a aprendizagem ocorra. As teorias Skemp (1987) sustentam a crença de que as experiências e interações dos estudantes com objetos físicos formavam a base para a aprendizagem posterior no nível abstrato.

[9] Utilizados para quantificar a sustentação, arrasto e momento. São utilizados durante o projeto da aeronave e para efeito comparativo.

Existem pesquisas indicando que diferentes pessoas têm diferentes formas de aprendizagem, portanto, podemos destacar como uma forma de aprendizado, conforme disse Dediwalage (1992), citado por Villani e Carvalho (1993), “Escuto = Esqueço; Vejo = Posso Lembrar; Faço = Posso Entender”. (VILLANI; CARVALHO, 1993, p.75). A proposta desta investigação trata a importância da utilização do concreto e da utilização de modelos como essenciais para o desenvolvimento intelectual e social do aluno.

2.1 A MATEMÁTICA E A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

Como fonte norteadora curricular para as propostas pedagógicas no âmbito nacional, temos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a corroboração, a ampliação e a investigação minuciosa das aprendizagens do Ensino Básico. A Base agrega-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integradora, juntamente para a composição de uma sociedade inclusiva, democrática e justa. Seu principal objetivo é ser a balizadora da qualidade da educação no País por meio do estabelecimento de um patamar de aprendizagem e desenvolvimento a que todos os alunos têm direito.

A Base deverá nortear a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares de todo o Brasil, indicando as competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade. Seu documento foi estruturado em:

- **Textos Introdutórios** (geral, por etapa e por área);
- **Competências Gerais** que os alunos devem desenvolver ao longo de todas as etapas da Educação Básica;
- **Competências específicas** de cada área do conhecimento e dos componentes curriculares;
- **Direitos de Aprendizagem ou Habilidades** relativas a diversos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica, ou seja, da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Vejamos as seguintes **competências específicas** de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio definidas pela BNCC (Brasil, 2018).

Competência 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

Competência 2: Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Competência 3: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Competência 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc...), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Competência 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Ao definir essas competências, a BNCC reconhece que a educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e, também, voltada para a preservação da natureza.

A cada competência, são indicadas, habilidades a serem alcançadas nessas etapas conforme os Anexos A, B, C e D.

A Base possui um sequenciamento das aprendizagens expresso por um código. Temos como exemplo o código EM13MAT302, indica que se refere a uma habilidade da etapa do Ensino Médio para o 1º ao 3º ano, da área de Matemática e está relacionada à competência 3 e é a 2ª habilidade.

Fazendo uma análise da proposta e BNCC, foram identificadas habilidades necessárias, portanto consideradas demonstradas e/ou desenvolvidas pelos estudantes. Sendo estas: EM13MAT302, EM13MAT315, EM13MAT501 e EM13MAT502.

2.2 EPISTEMOLOGIA DE BUNGE

Para esta proposta, teremos como metodologia referencial as teorias de aprendizagens de Bunge, fundamentação esta, deixa transparecer que, além de tornar possível essa contextualização, pode despertar o interesse dos alunos.

Mario Augusto Bunge nasceu em 21 de setembro de 1919, Buenos Aires - Argentina. Em 1952 obteve seu título de PhD em Ciências Físico – Matemáticas, na Universidade Nacional de La Plata. Foi Professor de Física Teórica na Universidade de Buenos Aires de 1957 a 1963. Depois de 1966, foi professor de Filosofia Ciência na Universidade de Mc'Gill no Canadá, onde em 25 de fevereiro de 2020, aos 100 anos, faleceu em Montreal – Canadá.

Marco Antônio Moreira (2011) destaca que segundo Bunge (1974), para o homem aprender a realidade, deve começar com idealizações e simplificações, onde ele define como modelo conceitual ou objeto – modelo. Tendo como aspecto em sua epistemologia que nem toda a investigação científica está em busca de conhecimento objetivo.

Esta objetividade divide a ciência em formal (ideal) e fática (material).

- Ciência Formal: trata de entes abstratos, ou seja, não dá informações sobre a realidade, a ciência formal demonstra ou prova hipóteses, necessita de uma lógica formal. Tendo uma demonstração completa e final.

- Ciência Fática: formula hipóteses a respeito de fatos e/ou objetos materiais, verifica hipóteses provisórias, necessitam de algo mais, no caso a experiência e a observação. A verificação é incompleta e temporária. Os traços principais da ciência da natureza e da sociedade são a racionalidade e objetividade.

➢ Racionalidade: tudo o que é constituído por conceitos, juízos, raciocínios, imagens, modelos, etc.;

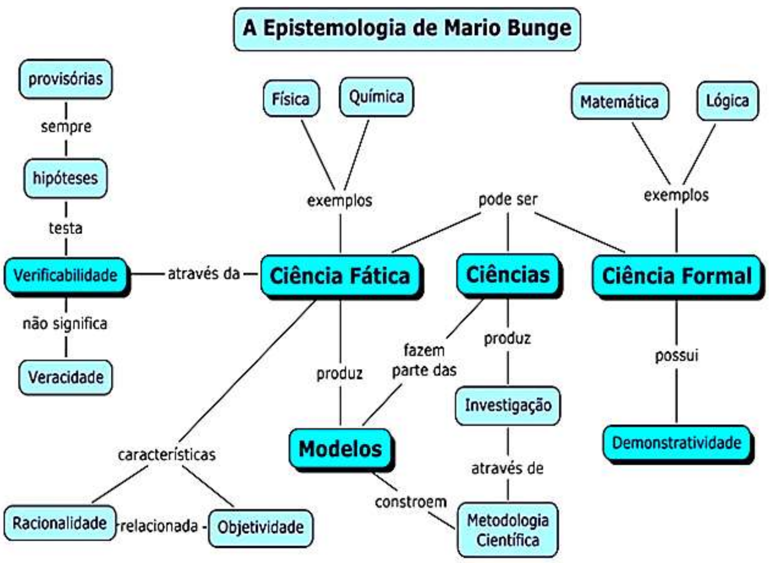
➢ Objetividade: o conhecimento científico concorda aproximadamente com o objeto de estudo.

Segundo Moreira e Massoni (2011), ao se referirem a método científico, a verificação ou verificabilidade têm a ver com o modo, ou seja, o método através do qual se apresentam problemas científicos e se colocam à prova as soluções propostas. As implicações de Bunge para o ensino estão relacionadas aos modelos, os modelos são a essência do próprio trabalho científico e também podem ser tomados como a essência para o ensino de ciências. Porém o modelo envolvido não pode ser confundido com analogias. “[...] nem diagramas, nem análogos materiais podem representar o objeto de uma maneira tão precisa e completa como o faz um conjunto de enunciados”. (BUNGE, 1974, p.27 apud MOREIRA; MASSONI, 2011, p.49).

Construindo modelos o aluno exercita sua capacidade criativa e reflexiva tornando-se cidadão mais crítico. Bunge (1974) defende a objetividade científica e a experiência dentro de uma aproximação, onde a verificabilidade caracteriza o conhecimento científico, sendo este falível, experiência não garante veracidade.

A seguir, um mapa conceitual da epistemologia de Mario Bunge, desenvolvido em conjunto pelo autor, em 2007 numa disciplina ministrada pelo professor Dr. Marco Antônio Moreira.

Figura 1 – Mapa conceitual da Epistemologia de Mario Bunge



Fonte: Elaborado pelo autor, 2007.

2.3 RECURSOS TECNOLÓGICOS E MANIPULATIVOS

Foram utilizados, na abordagem da proposta, o software Microsoft Excel[10] e a linguagem de programação Python[11]. O Excel é uma planilha eletrônica, um programa da empresa Microsoft, parte do Pacote Office. Com este programa é possível desenvolver planilhas para análise de dados, gráficos, entre outras funções disponíveis pelo próprio programa, existindo ainda a possibilidade de se fazer a própria formatação, ou seja, a formulação desejada. Já Python é uma linguagem de programação, que permite o desenvolvimento e criação de diversos programas, é conhecido por ser amplamente documentada.

De fato, este instrumento é gratuito, e por isso, tem sido muito utilizado para o ensino e aprendizagem da Matemática. Surgiu na década de 1990 e foi criado pelo programador holandês Guido van Rossum. O nome é em homenagem ao grupo de comédia britânico chamado Monty Python, sendo esta, uma das linguagens de programação mais utilizadas no Brasil e no mundo.

A documentação básica do Python é considerada boa para uma linguagem de programação livre. Existem diversas razões para isso, sendo a mais importante, o compromisso inicial do criador em fornecer documentação sobre a linguagem e suas bibliotecas, e o envolvimento contínuo da comunidade de usuários em fornecer assistência para criar e manter a documentação. O envolvimento citado vai desde a criação de relatórios de possíveis "*bugs*"[12] até uma simples reclamação.

Em particular, podemos destacar o Vpython[13], que é uma biblioteca para facilitar o desenvolvimento de animações. Nesse ambiente existem as primitivas[14] "*sphere*", por exemplo, que permitem a criação de uma esfera com facilidade.

Cabe destacar que modelos são objetos facilmente construídos para representar e facilitar a análise de determinado fenômeno. Modelos estes podendo ser físicos, matemáticos, computacionais, moleculares e etc. Se tratando de modelos computacionais, estes podem ser classificados conforme a utilização de suas

---

[10] Editor de planilhas produzido pela Microsoft para computadores que utilizam o sistema operacional Microsoft Windows, além de computadores Macintosh da Apple Inc. e dispositivos móveis como o Windows Phone, Android ou o iOS.

[11] Disponível em https://www.python.org (acesso em 06.11.2021).

[12] Bug de software é um erro ou falha que ocorre num sistema ou programa de computador, resultando num comportamento incorreto, inesperado ou fora do que tenha sido pretendido pelo desenvolvedor (https://www.hostinger.com.br/tutoriais/o-que-e-bug - acesso em 06.11.2021).

[13] Conjunto de recursos (biblioteca) desenvolvido na linguagem de programação Python.

[14] Que serve de base para a formação de outros.

primitivas, podendo estas serem básicas (cubo) ou mais elaboradas (cones). E no contexto da proposta o uso de softwares (e seus recursos) define as primitivas do modelo computacional para o tratamento de dados (Excel) para fazer simulações (Vpython).

Com a utilização das novas tecnologias, vem-se reforçando a reestruturação do método tradicional de ensino, denominado por Freire (1987, p.33) de "concepção bancária da educação". Nessa concepção, o professor é a figura central do aprendizado, cabendo ao aluno assimilar, de forma passiva e sem considerar o seu ritmo de aprendizagem, todo o conteúdo exposto no quadro-negro. Não dá para deixar de evidenciar que a construção de uma animação, pode servir de isca no ensino de matemática, dinâmica esta que pode ser tão boa quanto a prática do lançamento de um foguete.

Para Gravina (1996) e Arcavie Hadas (2000), a geometria dinâmica proporciona uma nova abordagem ao aprendizado geométrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Deste modo, podemos introduzir o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa de geometria dinâmica, surgindo naturalmente daí o processo de argumentação e dedução.

A partir das aulas, orientações e instruções dadas pelos professores, juntamente com roteiros elaborados e indicados, o aluno vivenciou situações que possibilitaram desenvolver a coordenação motora. Foram utilizados outros recursos além dos digitais, como materiais concretos. Materiais estes, necessários para a construção dos foguetes que foram confeccionados com garrafas PETs, os foguetes necessitam de uma base de lançamento e para estas, indicou-se a utilização de canos de PVC.

É importante destacar que, neste trabalho, será usado o termo “material manipulativo”, considerando a utilização de materiais que assumem um caráter pedagógico por terem sido explorados com fins didáticos. Estes materiais possibilitam que o aluno reflita sobre suas ações, gerando a construção de significados e enfatizando a contextualização abordada de forma conceitual, sendo assim, fazendo uma reelaboração crítica do conhecimento, através da experimentação e manipulação, visando à compreensão dos recursos disponíveis, ou seja, os recursos locais.

Ao se restringirem a uma abordagem estritamente formal, os professores na maioria das vezes, acabam não contemplando as várias possibilidades que existem para tornar o ensino mais palpável para o aluno. Tem-se então como aspecto primordial e de alta necessidade, a possibilidade de que as construções dos recursos didáticos e concretos, ou seja, os materiais manipulativos possam ser elaborados com materiais simples e fáceis de adquirir.

2.4 A BUSCA DO CONHECIMENTO ATRAVÉS DAS OLIMPÍADAS CIENTÍFICAS

Segundo o Conselho Nacional de Desenvolvimento e Científico e Tecnológico (BRASIL, 2020) há relatos das primeiras olimpíadas científicas conhecidas no mundo surgirem em meados do século XIX, estas aconteceram na Hungria, tendo como foco a Matemática. Em 1959 na União Soviética, surgiu oficialmente a Olimpíada Internacional de Matemática (IMO). Desde então, muitos outros países começaram a incentivar esse tipo de disputa entre seus estudantes. No Brasil, a primeira olimpíada científica oficial aconteceu em 1979, a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), começou a se propagar no país apenas em 1996, com o ressurgimento da Olimpíada Brasileira de Química (OBQ) criada em 1986. Porém, apenas no ano de 2002 que o poder público passou a apoiar oficialmente essas iniciativas com a criação e suporte do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), apoiado pelo Ministério da Educação (MEC) e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC).

Atualmente existem diversas competições sob forma de olimpíadas educacionais, também denominadas olimpíadas científicas. As competições são focadas nos estudantes, tanto em equipes quanto individualmente. Ao participarem destas competições, sejam internas ou em âmbito nacional, os estudantes estão despertando e incentivando à prática de diversos valores, como por exemplo, o respeito, honestidade, disciplina, espírito de cooperação, responsabilidade, respeito ao próximo, entre outras práticas inerentes ao desenvolvimento das atividades.

2.5 OLIMPÍADAS CIENTÍFICAS

As olimpíadas científicas abrangem temáticas específicas de diferentes áreas do conhecimento (Matemática, Física, Química, Robótica, História, etc...), todas estas com o intuito de incentivar a resolução de problemas tanto práticos como teóricos e a discussão destes, aprimorando assim a qualidade do estudo científico na educação básica de nosso país, contribuindo com sua a popularização. As olimpíadas estimulam, identificam e despertam o surgimento de novos talentos nas diversas áreas do conhecimento, seja da rede pública ou privada de ensino.

No Brasil dispomos de diversas olimpíadas nacionais em vigor. De acordo com programa de inclusão educacional brasileiro, Educa Mais Brasil, o país conta oficialmente e efetivamente com 22 olimpíadas de conhecimento, sendo estas destacadas na tabela 1.

Tabela 1 – Olimpíadas brasileiras de conhecimento

Competição Brasileira de Robótica	Olimpíada Brasileira de Matemática
Desafio Nacional Acadêmico	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
Olimpíada Brasileira de Agropecuária	Olimpíada Brasileira de Química
Olimpíada Brasileira de Astronomia	Olimpíada Brasileira de Química Júnior
Olimpíada Brasileira de Biologia	Olimpíada Brasileira de Robótica
Olimpíada Brasileira de Economia	Olimpíada Brasileira de Saúde e Meio Ambiente
Olimpíada Brasileira de Física	Olimpíada Internacional de Ciências Brasil
Olimpíada Brasileira de Física na Escola Pública	Olimpíada Nacional de Ciências
Olimpíada Brasileira de Geografia	Olimpíada Nacional em História do Brasil
Olimpíada Brasileira de Informática	Torneio Brasileiro de Jovens Físicos
Olimpíada Brasileira de Linguística	Torneio Juvenil de Robótica (TJR)

Fonte: Educa Mais Brasil (2022)

Algumas instituições de ensino no país oferecem vagas para estudantes com bom rendimento em olimpíadas do conhecimento como forma de ingresso. São as chamadas “vagas olímpicas”. Os candidatos são convocados por ordem decrescente da pontuação obtida na olimpíada ou competição de conhecimento, pelo curso em primeira opção. Confira as instituições que oferecem vagas olímpicas no Brasil:

- Universidade de São Paulo (USP);
- Universidade Estadual de Campinas (Unicamp);
- Universidade Estadual Paulista (Unesp);
- Universidade Federal de Itajubá (Unifei);
- Universidade Federal de Lavras (UFLA), entre outras.

Para divulgar e reforçar a participação de alunos das instituições de ensino nas principais olimpíadas tem-se um excelente exemplo que vêm do estado da Paraíba, uma plataforma apoiada pelo governo do estado. Este projeto foi criado pelo pesquisador Mozart Edson Lopes Guimarães e intitulado Projeto de Apoio e Incentivo à Participação em Olimpíadas do Conhecimento (PAIPOC). Nesta plataforma, alunos e professores da rede estadual, recebem informações sobre as principais olimpíadas do calendário.

De acordo com Mozart (2019), as olimpíadas proporcionam oportunidades para alunos despertarem seus verdadeiros potenciais intelectuais. Ao falarmos em educação estamos englobando uma série de sujeitos, ambientes e eventos que ultrapassam a escola, professores e alunos, existindo também o envolvimento das políticas públicas de apoio à formação de cidadãos, cientistas, pesquisadores e talvez o principal, a formação de futuros professores. É nesse contexto que nos deparamos com a promoção de olimpíadas de conhecimento/científicas a nível local, estadual, regional, nacional e, em uma abrangência maior, internacional, as quais proporcionam oportunidades para alunos mostrarem seus verdadeiros potenciais intelectuais.

Podemos listar uma infinidade de vantagens que as olimpíadas científicas proporcionam Ivan Tadeu Filho (2016), um dos fundadores do projeto “olimpíadas científicas” (site que reúne e divulga informações sobre diversas olimpíadas científicas), destaca algumas destas vantagens: são desafiadoras, oportunizam outra perspectiva para o aprofundamento de um componente curricular de seu interesse, ofertam bolsas de estudos, abrem portas, possibilitam dar continuidade aos estudos em faculdades no exterior, potencializam o seu currículo, criam-se novas amizades, reforçam os estudos para eventuais concursos vestibulares e por fim, melhoram o rendimento escolar. Estas seriam algumas de muitas das contribuições.

Como forma de contribuir para a interdisciplinaridade e apoio a participação dos estudantes nas diversas olimpíadas ofertadas, foi buscada à divulgação, incentivo e esclarecimentos destas para que houvesse a participação dos discentes nestas competições, tornando-se assim, eventos corriqueiros na instituição e aguardados pelos alunos.

No Colégio Espírito Santo/Canoas – RS, instituição suporte para a proposta desta dissertação, o autor foi um dos professores responsáveis pela participação dos alunos na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas

(OBMEP), Copa Brasil Mangahigh e MOBFOG, mostra que está associada à Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA). O Mangahigh[15] é uma plataforma de jogos matemáticos, que ofertava até o ano de 2020 a Copa Brasil Mangahigh, competição esta que o colégio se sagrou tetra campeão. Mas foi através da participação da MOBFOG de 2019, e dá visibilidade e do sucesso atingido nesta edição, que no ano de 2021, após um retorno gradativo às atividades presenciais em função da pandemia de COVID19[16], que os alunos do ensino médio foram incentivados a participarem da mostra interna de foguetes da instituição, denominada, Mostra do Colégio Espírito Santo de Foguetes (MOCESFOG), evento este que seguiu os padrões e regras da MOBFOG e serviu como forma de aprimoramento e treinamento para a edição da MOBFOG de 2022. Visando à preparação dos alunos para participar da Jornada de Lançamentos de Foguetes, evento este, que se pode considerar como uma 2ª fase (Etapa nacional) da edição da MOBFOG. Nas edições da MOBFOG e MOCESFOG foram coletados dados e informações para a realização da presente pesquisa. A realização do evento de 2019 foi no estacionamento do Parque Eduardo Gomes/Canoas – RS, já as edições de 2021 e 2022, estas foram realizados nas dependências da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA/Canoas – RS).

2.6 A MOSTRA BRASILEIRA DE FOGUETES

A MOBFOG é uma olimpíada inteiramente experimental, mostra ligada a OBA. Evento que em 2022 realizou a 25ª edição da OBA e a 16ª edição da MOBFOG.

---

[15] https://www.mangahigh.com/pt-br/.

[16] Infecção respiratória aguda causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, ocasionando uma pandemia mundial no ano de 2020.

Figura 2 – Cartaz divulgação da 16º MOBFOG

Fonte: www.oba.org.br (2022).

A MOBFOG é um evento aberto à participação de escolas públicas ou privado, não exigindo um número mínimo ou máximo de alunos. A mostra consiste na construção e no lançamento de foguetes. Os lançamentos ocorrem a partir de uma base de lançamento, tendo como intuito, fazer o foguete atingir o maior alcance. A construção do foguete e da base deve ser realizada pelos alunos individualmente ou em equipes de até três componentes, podendo ocorrer a participação de diversos níveis de ensino. Cada aluno ou equipe se enquadrará em um dos níveis da competição de acordo com sua escolaridade e/ou o tipo de lançamento. A MOBFOG é constituída de cinco níveis, definidos e regimentados no regulamento institucional[17]. Neste regulamento, o Professor Dr. João Batista Garcia Canalle, coordenador da OBA e MOBFOG, destaca em um vídeo[18] instrucional, a importância da segurança no processo de lançamento de foguetes, vídeo este intitulado "Segurança em Primeiro Lugar".

A MOBFOG ocorre em uma única fase totalmente dentro da própria escola no mesmo ano letivo da inscrição. Os níveis 4 e 5 destinados exclusivamente a alunos do ensino médio. Ao final, todos os alunos, professores e diretores, recebem certificado de participação e os alunos com melhores alcances nos diferentes níveis recebem medalhas. Alunos e/ou equipe do nível 4 que conseguirem o alcance do lançamento de 90 metros ou mais, serão convidados a participarem da Jornada de Foguetes que é realizada no Rio de Janeiro na cidade Barra do Piraí.

[17] http://www.oba.org.br/sisglob/sisglob_arquivos/REGULAMENTO.
[18] https://www.youtube.com/watch?v=Bp6O71fHFIg.

Na seção 3, serão detalhados os procedimentos de montagens, ou seja, a construção como um todo.

2.7 CHOMSKY X SKINNER

Difícil não associar as olimpíadas científicas ao processo de gamificação, como um condicionamento de acordo com o pensamento comportamentalista, ou seja, behaviorismo[19]·. Embora o behaviorismo tenha raízes nos trabalhos pioneiros de John B. Watson (1878-1958) e nos de Ivan Petrovich Pavlov (1849-1936), os princípios e teorias foram responsabilidade do psicólogo Burrhus Frederic Skinner (1904-1990), que se tornou o mais importante representante do corrente comportamentalismo. Skinner lançou o conceito de "condicionamento operante" a partir de experiências com ratos em laboratório. Utilizou um equipamento que ficou conhecido como Caixa de Skinner (1953). Através deste conceito, explicou que quando um comportamento é seguido da apresentação reforço positivo (recompensa) ou negativo (supressão de algo desagradável, não confundir com punição), a frequência deste comportamento aumenta ou diminui, a depender de como foi programada a experiência.

Aprendizagem é resultado de condicionamento operante, considerando que um comportamento é premiado, reforçado, até que ele seja condicionado de tal forma que ao retirar o reforço, o comportamento continue a acontecer. "Ensinar é simplesmente o arranjo de contingências de reforçamento." (SKINNER, 1968, p.5).

O *Verbal Behavior* (Skinner, 1957) é uma obra considerada como das mais importantes de Skinner, senão a mais importante, desde a sua publicação em 1957, citada e utilizada como referência. Porém, vem sendo criticada por psicólogos e filósofos da área, ou seja, da linguagem.

Segundo McGilvrav (2014), ao se adotar a posição de Chomsky de que todos os seres humanos compartilham da mesma estrutura linguística subjacente, independentemente das diferenças socioculturais, rejeita-se a psicologia behaviorista radical de Skinner, que vê o comportamento, sejam estes até mesmo como o falar e o pensar, um produto completamente captado das interações entre organismos e seus ambientes. Para Chomsky, a linguagem é um desenvolvimento

---

[19] O aluno é visto como passivo, já que suas atividades mentais são ignoradas, e a aprendizagem é definida como aquisição/ modificação de comportamentos. Sendo os comportamentos obtidos e condicionados por meio de reforço - estimulo da conduta desejada.

evolutivo único da espécie humana e difere dos modos de comunicação usados por qualquer outra espécie animal. Cabe ressaltar, que a Matemática é uma linguagem. Uma linguagem criada ou descoberta pelos humanos que é capaz de descrever fenômenos físicos.

De acordo com a forma que a escrita do *Verbal Behavior* foi apresentada, ela foi considerada uma obra com um grau elevado de complexidade, em consequência, mau entendimento ao seu conteúdo foram cometidos. Muitos leitores sem a familiarização com o Behaviorismo Radical, entenderam que as análises contidas eram uma tentativa de enquadrar o fenômeno da linguagem em um modelo do tipo Estímulo Resposta (SR)[20].

O Behaviorismo Radical é uma corrente psicológica que tem como objeto de estudo o condicionamento operante (comportamento).Carvalho e Matos (2015) destacam que para Skinner todo comportamento é resultado das contingências de reforço, sendo determinado diretamente ou indiretamente pelas consequências reforçadoras que podem ser positivas ou negativas.

Conforme Bandini (2010) e Rose (2010) há outros textos que relatam a discussão da crítica chomskyanos perante a proposta skinneriana, estes podem ser encontrados em Andresen (1990; 1992), Carrara (2005), Justi e Araújo (2004), Palmer (2006), Richelle (2003), Shahan e Chase (2002), Virués-Ortega (2006) e Zuriff (1985). Textos estes que indicam divergências nos argumentos de Chomsky frente ao Behaviorismo no panorama da ciência na atualidade. Entretanto, apenas no texto de Shahan e Chase (2002) a problemática colocada por Chomsky quanto à filosofia skinneriana é tratado com mais vigor. Contudo, os autores dão ênfase para a identificação de uma resposta a crítica de Chomsky e não supostamente apresentam de forma detalhada os seus argumentos.

Para Chomsky, tem-se como uma das críticas mais relevantes o argumento substancial de que Skinner não conseguiu tratar da gerativiidade verbal. Crítica e argumento que para muitos seria o indício do fim da abordagem behaviorista do comportamento verbal. No entanto, estudos e trabalhos atuais, vêm evidenciando e tratando da existência de uma proposta skinneriana. Esta da generatividade verbal,

[20] A teoria S-R (estimulo e resposta) significa que só quando se começa a relacionar os aspectos comportamentais (respostas) com os do meio (estímulos) é que há a possibilidade de existir uma psicologia científica. Sendo assim, determinada resposta será dada por causa de um estímulo.

contrariando as críticas e os argumentos chomskyanos. Trabalhos conceituais como os de Bandini e Rose (2006) e Ferreira (2010), por exemplo.

Segundo Bandini e Rose (2006), o que pode ser verificado é que os pontos de vista de Skinner e Chomsky são fundamentalmente diferentes e o trabalho de verificação das críticas feitas ao trabalho de Skinner pode ajudar na empreitada de validar (ou não) as afirmações do autor, contribuindo assim para o avanço das pesquisas na área.

3 FOGUETES

Uma forma de se definir um foguete, talvez a mais simples e direta, seria uma máquina que se desloca expelindo um fluxo de gás a alta velocidade no sentido oposto ao do deslocamento pretendido. As partes comuns a todos os foguetes são sua estrutura, seu motor de propulsão por reação e uma carga útil. A estrutura tem como principal função manter os tanques de combustível e oxidante (comburente), além, é claro, da carga útil. É possível denominar como foguete, apenas o motor de propulsão, sendo um termo mais popular para motores que proporcionam velocidades muito elevadas.

Existem várias maneiras de forçar os gases de escape para fora do foguete com energia suficiente para conseguir propulsioná-lo à frente, ou seja, existem vários tipos diferentes de motor de foguete. O tipo mais comum, que inclui todos os foguetes espaciais atuais, são os chamados foguetes químicos, cujo funcionamento se dá pela liberação da energia química contida no seu combustível através de processo de combustão. Desta forma, tais modelos necessitam transportar um comburente para fazer reagir com o combustível. A mistura de combustível e comburente, então, cria gases superaquecidos que se expandem na saída divergente do motor. Esta saída é denominada Tubeira de Laval, ou ainda, Tubo de Bell, que tem a finalidade de direcionar o gás em expansão para trás, e assim conseguir propulsionar o foguete para frente.

Para foguetes de baixo desempenho, como por exemplo, os construídos com garrafa PET**,** Silveira (2018) destaca que se pode utilizar simplesmente um fluido pressurizado (no caso água e ar à alta pressão) que ao escapar rapidamente para o exterior produz o empuxo[21].

3.1 UM POUCO DO HISTÓRICO DOS FOGUETES

A exploração espacial e o sonho de conhecer o céu é algo muito antigo, tanto quanto a imaginação e a observação da imensidão denominada espaço. Narrativas antigas de diversas culturas relatam histórias de heróis tentando voar

[21] Força que atua sobre objetos que são parcialmente ou completamente imersos em fluidos, como o ar e água.

como Ícaro[22]. Porém, para alcançar tal feito de poder voar e alcançar o sonho do voo espacial, o homem desenvolveu tecnologia de modo a proporcionar uma possível exploração espacial. Para isto, se desenvolveu um mecanismo denominado foguete e quanto a sua real invenção, não se têm a certeza concreta, acredita-se que tenham sido os orientais os primeiros a desenvolver, mas existem relatos da existência de registros de dispositivos com características de um foguete utilizadas em períodos passados. Em 300 a.C., o matemático grego Arquitas, criou um foguete intitulado modelo de pombo, este feito de madeira e arames, voava impulsionado por vapor, princípio responsável pela movimentação dos foguetes. Há relatos de no século XIII ter existido a utilização de foguetes como recursos militares, estes dispositivos denominados "flechas de fogo voadoras", serviam como arma de defesa do Império Chinês, contra os mongóis, que cercavam a cidade de Kai-feng-fu. O conhecimento de foguetes foi se espalhando através da Ásia, no final do século XIII, na Europa, os foguetes foram introduzidos logo após a guerra dos cem anos. Nos séculos XV e XVI, estes foram utilizados como arma incendiária e conforme foi havendo o aprimoramento da artilharia, os foguetes foram perdendo espaço, mas no século XIX, estes voltaram a ser utilizados nas Guerras Napoleônicas.

No final do século XIX e início do século XX, que cientistas viram a possibilidade de os foguetes servirem como um mecanismo capaz de propulsionar veículos espaciais com tripulação.

Um foguete espacial é um meio de transporte equipado com um motor a jato capaz de fazer o transporte tanto de equipamentos como também pessoas, o destino destes se dá para fora do Planeta Terra, ou seja, para uma região que se encontra após a atmosfera terrestre. Pelo fato de o espaço não ter oxigênio, os foguetes não utilizam motores convencionais, e sim utilizam de combustíveis que suprimem o oxigênio, caso contrário, não teria como ocorrer à combustão. Para os foguetes atingirem o seu objetivo inicial, que é conseguir "vencer" o campo gravitacional, eles utilizam, no sentido de consumir, uma grande quantidade de energia.

[22] Na mitologia grega, era o filho de Dédalo e é comumente conhecido pela sua tentativa de deixar Creta voando.

Konstantin Eduardovich Tsiolkovsky[23] (1857 – 1935) foi o primeiro a calcular a velocidade de escape de um veículo da Terra. Seu trabalho é considerado o primeiro estudo acadêmico sobre tecnologia de foguetes (CANRIGHT, 2012 apud MAHLER 2014, p.4).

O termo velocidade de escape equivale ao valor da velocidade mínima que um objeto deverá ter para que este venha se afastar indeterminadamente do corpo massivo[24] que o atrai, este podendo ser um planeta, estrela, satélite,... . Sendo a força gravitacional a única força exercida sobre o objeto.

O valor da velocidade de escape de um objeto depende da distância que este se encontra do centro do corpo massivo, no caso o planeta Terra, e da massa do corpo massivo (supondo o corpo massivo com massa distribuída esfericamente).

De acordo com Resnick e Halliday (1983, p.60), a quantidade de trabalho necessária para mover um corpo da superfície terrestre até uma distância infinita é $\frac{GMm}{R}$.

Com G sendo a constante gravitacional, a massa da Terra, m a massa do corpo, R o raio da Terra.

Logo, $\frac{GMm}{R}$ equivale a cerca de 6 x 10^7 joules. Se um projétil puder adquirir uma energia maior que esta na superfície da Terra, então, desprezando a resistência da atmosfera, ele escaparia de nosso planeta para não mais retornar.

Para um objeto que venha ser arremessado da superfície terrestre, o valor da velocidade de escape é de 11,2 km/s. Já para objetos que são lançados com propulsão, temos:

> No caso concreto de objetos (naves espaciais, foguetes, sondas,…) lançados para fora da Terra o valor velocidade de escape (ou maior) é atingido fora da atmosfera, embora em um local ainda próximo do planeta (próximo significa em um local afastado da Terra por uma distância um pouco maior do que o raio terrestre). Até que esta velocidade venha a ser atingida existem, além da força gravitacional, outras forças exercidas sobre o objeto que está sendo lançado: a força propulsiva gerada pelos motores do foguete e as forças que a atmosfera lhe exerce. A mecânica envolvida nesse processo de propulsão até atingir a velocidade desejada envolve, portanto diversos fatores e não apenas o arrasto atmosférico. (SILVEIRA, 2021).

---

[23] Foi um cientista de foguetes russo e soviético e pioneiro na teoria astronáutica. Junto do francês Robert Esnault-Pelterie, o alemão Hermann Oberth e o americano Robert H. Goddard, ele é considerado como sendo um dos pais fundadores do foguetismo e astronáutica moderna.

[24] Corpo caracterizado pelo atributo de massa.

Uma maneira de boa aparência para derivar a fórmula para a velocidade de escape é utilizando o princípio da conservação da energia e ignorando a resistência do ar temos:

$$(K+U)_{inicial} = (K+U)_{final}$$

Com K a energia cinética do objeto, U a energia potencial gravitacional e ainda teremos v_e sendo a velocidade de escape, G a constante gravitacional, M a massa da Terra, r a distância entre o centro do corpo e o ponto no qual a velocidade de escape está sendo calculada e m a massa do corpo ou projétil que escapou.

Pode-se dizer que $K_{final} = 0$, pois é arbitrariamente pequena e a $U_{final} = 0$, pois a distância final é infinita. Com isso teremos:

$$\frac{1}{2}m{v_e}^2 + \frac{-GMm}{r} = 0 + 0$$

onde,

$$\frac{1}{2}m{v_e}^2 = \frac{GMm}{r}$$

que equivale,

$${v_e}^2 = \frac{2GM}{r}$$

então,

$$\sqrt{{v_e}^2} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

resultando em:

$$v_e = \sqrt{\frac{2G}{r}} \quad .$$

Já usando o Cálculo, temos:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}.$$

O trabalho necessário para mover o corpo por uma pequena distância dr contra essa força é, portanto, dado por:

$$W = \int_{r_0}^{\infty} G\frac{Mm}{r^2}dr = G\frac{Mm}{r_0} = mgr_0.$$

A fim de fazer este trabalho para alcançar o infinito, a energia cinética mínima do corpo na partida deve corresponder a este trabalho, de modo que a velocidade de escape v_0 satisfaça.

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{GMm}{r_0}$$

O que resulta em:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2G}{r_0}} = \sqrt{2gr_0}.$$

Ainda sobre os acontecimentos históricos, temos que Tsiolkovsky realizou mais de quinhentas publicações ao longo de sua vida relacionadas a assuntos espaciais, pontuando-se entre suas obras: esquemas para foguetes com múltiplos estágios, estações espaciais e sistemas biológicos para fornecer comida e oxigênio a colônias no espaço (CANRIGHT, 2012 apud MAHLER, 2014, p.4).

Hermann Oberth (1894 – 1989) foi o primeiro a imaginar o chamado “foguete de recuo”, baseado em um impulso gerado pela expulsão de gases de escape por um bocal. Oberth tornou-se mentor de Wernher Von Braun e, juntos, trabalharam na pesquisa de foguetes para a Alemanha e para os Estados Unidos (CANRIGHT, 2010 apud MAHLER, 2014, p.4).

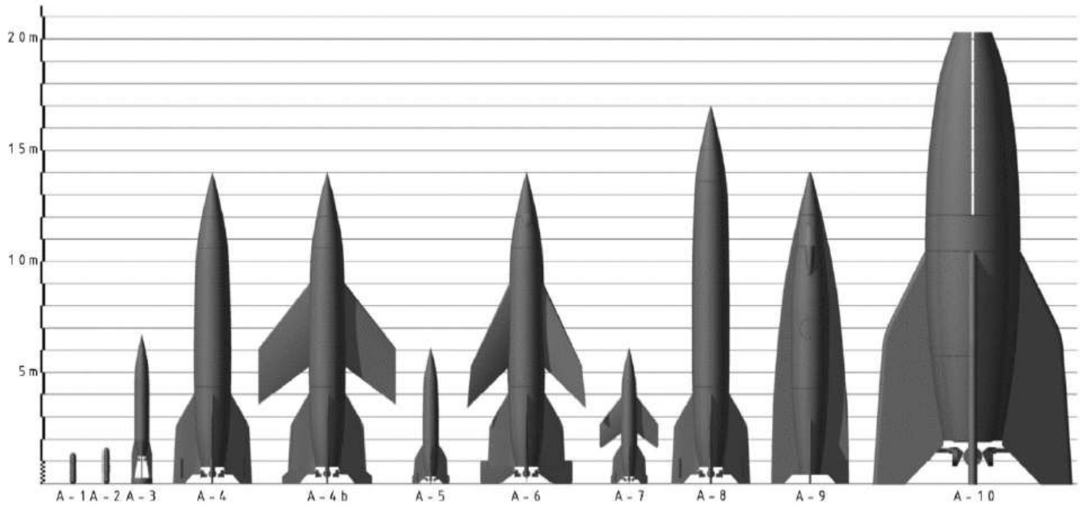
Já na modernidade, perto da era da corrida pelo poderio do espaço temos os foguetes construídos por Goddard e lançado em 1926, um foguete pequeno, porém com os princípios de um foguete moderno, este com orientação de giroscópio e seria o primeiro voo de foguete propelido a combustível líquido, gasolina e oxigênio, fato este que ocorreu em Massachusetts nos Estados Unidos.

Figura 3 – Foguete construido por Robert Hutchings Goddard em 1926.

Fonte: https://fisicaessencial.blogspot.com/ (2021).

Ao final do ano de 1933, surgiu o projeto Aggregat, na Alemanha, sob o comando da Wehrmacht, cujo objetivo era projetar e desenvolver vários tipos de foguetes (LEY; CLARKE, 1969 apud MAHLER, 2014, p.4). O primeiro foguete da série Aggregat foi o A-1 projetado pelo engenheiro Wernher Von Braun em Kummersdorf sob o comando de Walter Dornberger. Este míssil tinha finalidades militares e foi o primeiro a ter um sistema de arrefecimento utilizando o próprio combustível embarcado (LEY; CLARKE, 1969 apud MAHLER, 2014, p.4).

Figura 4 – Modelos de mísseis projetados pelo programa espacial alemão.

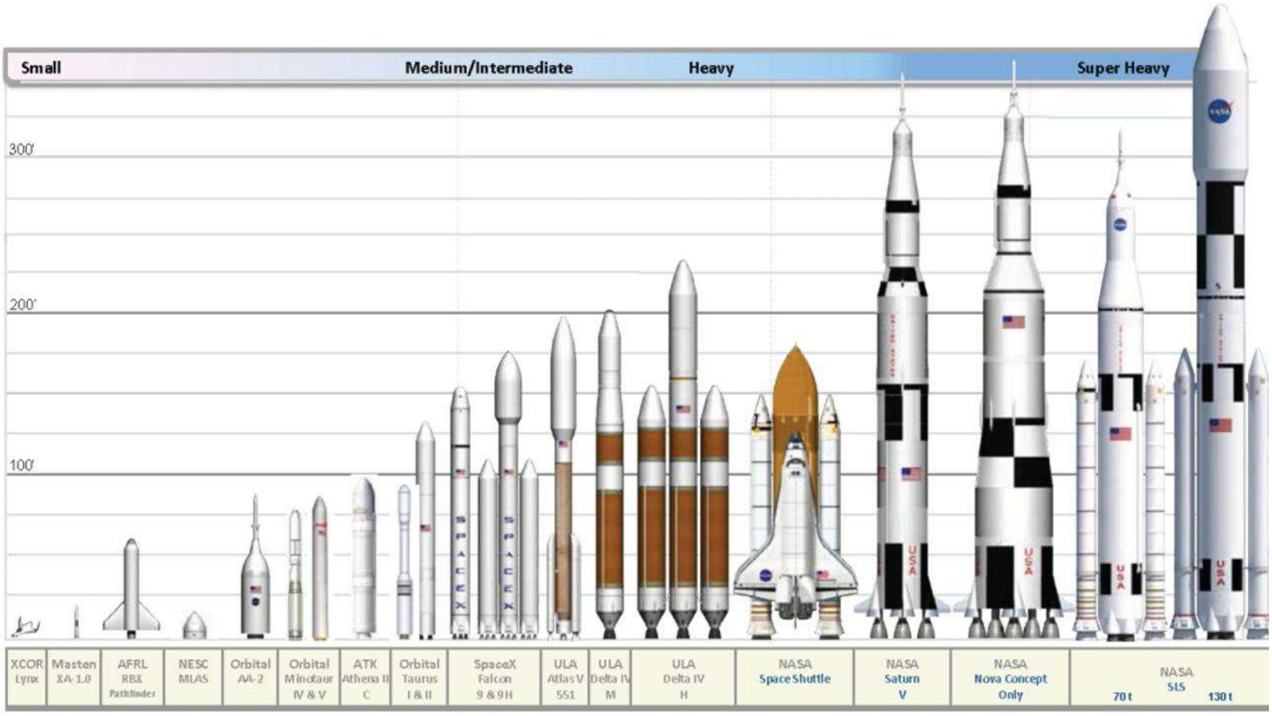


Fonte: (SPIKE, 2007 apud MAHLER, 2014, p.5).

Na Alemanha, Wernher von Braun, liderou a equipe que desenvolveu durante a Segunda Guerra Mundial, os foguetes V-1 e V-2, foguetes estes que foram a base para pesquisas sobre foguetes nos Estados Unidos e na antiga União Soviética após a guerra.

Pelo lado dos Estados Unidos, destacam-se os foguetes, Astrobee, Vanguard, Redstone, Atlas, Agena, Thor-Agena, Atlas-Centaur, série Delta, Titan e o Saturno, entre os quais o Saturno V, o maior foguete de todos os tempos que tornou possível o programa Apollo. A seguir a comparação, em comprimento, dos foguetes criados pelos norte-americanos.

Figura 5 – Comparação de tamanho do Saturno V com os demais lançadores.



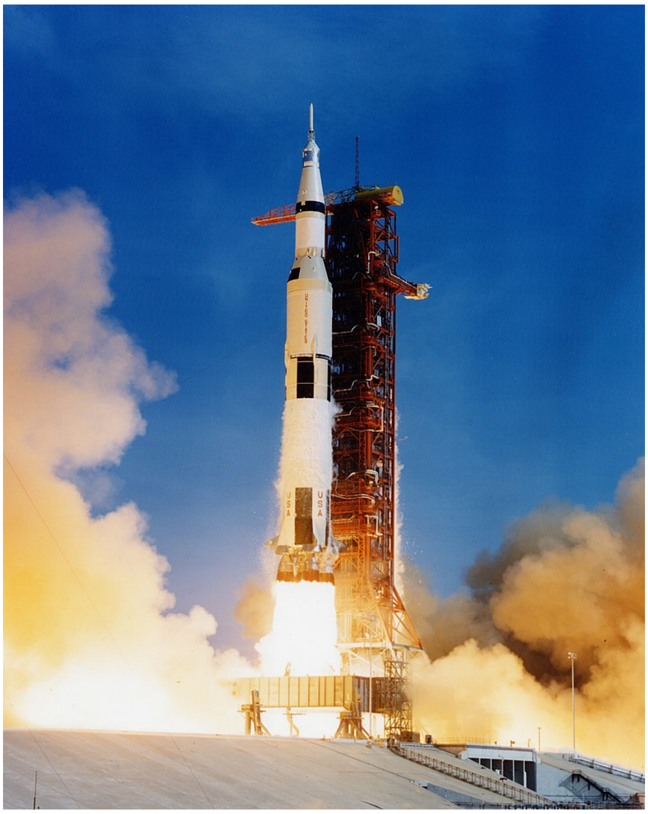
Fonte: (THE UNWANTED BLOG, 2012).

A seguir, imagens dos foguetes Bumper 2 e Saturno V partindo de suas bases de lançamentos.

Figura 6 – Bumper 2 pelos Estados Unidos em julho de 1950.

Fonte: National Geographic Brasil (2022).

Figura 7 – Foguete Saturno V sendo lançado.



Fonte: www.guiadoestudante.abril.com.br (2022)

Pelo lado Soviético, têm-se os foguetes designados pelas letras A, B, C, D e G, denominados *Próton*. Temos outros países que também construíram foguetes sem um programa espacial próprio, são estes a França, Reino Unido que abandonou o programa, China, Japão, Índia, Brasil, assim como o consórcio europeu que constituiu a Agência Espacial Européia que construiu e lançou o foguete *Ariane*.

3.2 TIPOS DE FOGUETES

Podemos destacar a existência de três tipos de foguetes, o de combustível líquido, em que o propelente[25] e o oxidante estão armazenados em tanques fora da câmara de combustão e são bombeados e misturados na câmara onde entram em combustão. Temos ainda foguete de combustível sólido, em que ambos, propelente e oxidante, estão já misturados na câmara de combustão em estado sólido e para finalizar, o foguete de combustível híbrido, em que propelente e oxidante estão em câmaras separadas e em estados diferentes: líquido/sólido ou gasoso/sólido.

[25] Substância capaz de efetuar a propulsão de um corpo sólido (foguete, projétil). Constitui-se de uma mistura de materiais combustíveis e de agentes oxidantes.

Têm-se ainda os foguetes propelidos por fontes de energia ainda não dominadas e, portanto, ainda não praticáveis dados os estágios da tecnologia atual, seriam estes o foguete de antimatéria e o foguete de fusão.

Os foguetes também se caracterizam conforme os estágios de sua "queima", ou seja, a maneira com que esta é efetivada, de acordo o número de estágios. Um foguete pode ser de um estágio, neste caso, o foguete é monolítico. Há ainda os foguetes de múltiplos estágios, estes possuem estágios que vão queimando em sequência e sendo descartados conforme o combustível acaba, permitindo assim, aumentar a capacidade de carga do foguete.

3.3 DINÂMICAS DOS FOGUETES

Para compreendermos a dinâmica dos foguetes, ou seja, o seu movimento deve-se compreender determinadas hipóteses além de compreender que seu movimento é baseado na segunda lei de Newton, onde a força que atua sobre um sistema é dada pelo produto da massa e a aceleração deste. A resultante das forças que atuam no foguete é determinada pela diferença entre o empuxo e o peso do foguete. Para que este suba, o empuxo gerado pelos motores deverá ser maior do que a força peso que atue sobre ele.

Cabe ressaltar que um objeto ao se movimentar num líquido viscoso sofre a ação de uma força a qual se opõe ao movimento. Essa força tem por característica, a dependência da velocidade da partícula, no nosso caso, a do foguete. Quanto maior a velocidade do foguete, maior será a intensidade da força exercida pelo fluido viscoso

No caso de uma esfera de raio $r\ [m]$, Stokes[26] demonstrou que dentro de uma boa aproximação podemos escrever:

$$F = -6\pi\eta r v$$

Onde "η" é o coeficiente de viscosidade do líquido $[Pa.s = N.s/m^2]$ e v é a velocidade da partícula $[m/s]$. Para uma análise de outras formas geométricas a expressão não é tão simples quanto à da esfera, porém, dentro de uma boa aproximação podemos representar:

$$\boldsymbol{F} = b.\boldsymbol{v}$$

[26] George Gabriel Stokes (1819 - 1903) foi um matemático e físico irlandês que se distinguiu por suas contribuições na dinâmica de fluidos.

Sendo "b" $[kg/s]$ dependente da geometria do objeto, da área em contato e do coeficiente de viscosidade do fluido. Neste contexto, o formato do "bico" do foguete tem uma boa influência em seu lançamento. Interferência esta que tende a minimizar possíveis torques[27]. Sejam estes do foguete com o ar, ou então do líquido (combustível) contido na cápsula do foguete quando em movimento.

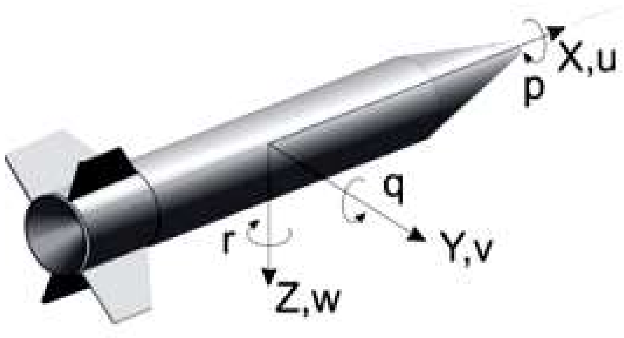
Fazer a modelagem matemática para lançamento de foguetes tem um elevado nível de complexidade, pois deve-se conhecer diversos conceitos que "fogem" da Educação Básica, sejam estes: pressão dinâmica, arrasto aerodinâmico, estabilidade dinâmica ou giroscópica, arfagem, guinada, rolamento, aceleração de Coriolis, dentre outros. Por isso, devemos nos utilizar de diversas hipóteses, sejam estas, atribuídas a não ter a influência de diversos conceitos na qual teriam tal interferência.

Em nível de Educação Básica, o torque foi um conceito que entrou em discussão e foi indicado pelos estudantes como um dos fatores determinantes de influenciar na trajetória do lançamento. Seja o torque que foi gerado pela influência do ar, ou então o torque gerado pela mistura interna ao foguete.

Temos, na figura a seguir (Figura 8), uma indicação de influências que serão desconsideradas, por hipóteses, na modelagem desenvolvida na proposta.

O eixo x é o de rolamento, em torno do qual o foguete executa o rolamento p, o eixo y é o de arfagem, em torno do qual o foguete executa a arfagem q e o eixo z é o de guinada, em torno do qual o foguete executa a guinada r.

Figura 8 – Indicações das influências rolamento, arfagem e guinada.



Fonte: PALMERIO (2017, p.50)

[27] Um tipo de força que causa a rotação de um objeto em torno de um eixo, ou seja, é a tendência que uma força tem de rotacionar um corpo sobre o qual ela é aplicada.

3.4 FOGUETES DE GARRAFA PET

Nesta proposta, o foguete foi construído e constituído de material de fácil aquisição, a garrafa PET. Para o lançamento, utilizamos uma base e propelente que se enquadra no nível 4 da MOBFOG, onde este propelente é constituído por vinagre de concentração 4% (ácido acético), o mesmo usado na cozinha e ainda bicarbonato de sódio.

Figura 9 – Equipe fazendo o preparo para a mistura

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Os foguetes foram construídos pelos alunos de acordo com as orientações dos professores e vídeos dos procedimentos de montagens disponibilizados pela organização da MOBFOG. As cápsulas dos foguetes foram constituídas de duas ou mais garrafas PETs, preferencialmente de um volume de 2 litros, mas podendo ser de garrafas de outras capacidades. O foguete fica preso a uma base de lançamento, sendo este e a base, seguindo os padrões para a participação da MOBFOG, o regulamento juntamente com os vídeos de orientações para a construção e também as normas de segurança adotadas para os lançamentos, estão disponíveis no site da MOBFOG[28].

[28] http://www.oba.org.br/site/?p=conteudo&pag=conteudo&idconteudo=586&idcat=29&subcat.

Figura 10 – Lançamento de foguete de garrafa PET.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

A construção do foguete poderia ter sido feita com mais de um estágio, porém independente do formato do foguete e da quantidade de estágios, a reação deveria ocorrer principalmente dentro do foguete, não sendo esta na base de lançamento. O vinagre e bicarbonato (mistura) só poderão entrar em contato após o foguete estar completamente preso à sua base. A base foi confeccionada com canos de PVC[29].

3.4.1 Materiais utilizados nas construções dos foguetes

O material utilizado foi indicado pelos professores de Matemática, Física e Química, porém foi observado que conforme a necessidade de cada equipe, alguns foguetes foram adaptados, no entanto, somente seriam indicados para a Jornada de Foguetes, os que seguissem os padrões da MOBFOG. Preferencialmente, foram indicados para a construção do foguete os seguintes materiais:

- 2 garrafas PETs de 2 litros (de preferência);
- Fita isolante;
- 1 pasta de plástico - pasta de poliondas (de preferência não mais utilizável) para a confecção das aletas;
- 2 balões;
- Estilete;

[29] Sigla inglesa de "*Polyvinylchloride*" que em português significa Policloreto de polivinila (ou policloreto de vinil), um plástico também conhecido como vinil.

- Tesoura;
- Palito de madeira (espetinho).

Figura 11 – Equipes confeccionando os foguetes em sala de aula

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Obs.: Como a mistura irá ocorrer com conjunto todo ainda em suas mãos, então todo cuidado é de extrema importância. Se deve ter muito cuidado, pois se coloca dentro do cano de lançamento da base espeto de churrasquinho, uma ou duas varetas pontiagudas, responsáveis por furar o balão para que ocorra a reação.

No foguete de garrafa PET o convergente é o próprio formato da garrafa, antes da “rosca”, próxima da tampa. O pescoço do foguete é a região onde fica a rosca da garrafa. Já a parte externa ou divergente neste protótipo não existe, a não ser que seja acoplado.

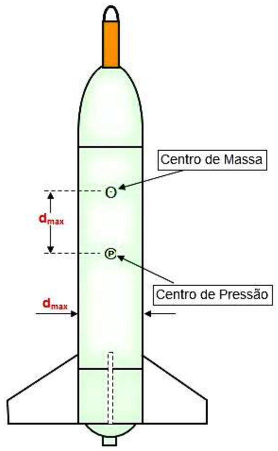
Notamos que o foguete tem que ser visto como um corpo extenso para detalharmos a sua dinâmica e fazer a análise de sua trajetória. E para o foguete manter a sua trajetória, ou seja, ter uma estabilidade, devemos destacar pontos fundamentais para tal capacidade. A saber, o centro de massa do protótipo e centro de gravidade e o seu centro de pressão.

O centro de massa de um corpo é o ponto que consideramos onde toda a massa se concentra, ou ainda, faz-se analogia ao ponto de equilíbrio do corpo, podendo este de acordo com o seu formato, estar fora do corpo. Já o centro de gravidade é o ponto onde consideramos o peso total do corpo, o centro de gravidade coincide com o centro de massa, sempre que a gravidade não varie ao longo do corpo.

O centro de pressão é definido como o ponto onde atuam todas as forças aerodinâmicas, ou seja, o ponto da resultante das forças na qual o foguete está sujeito. Para a determinação deste ponto, dependemos do comprimento do foguete, do comprimento de seu “bico” ou de sua ponta e do formato de dimensões de suas aletas, este ponto ficará localizado próximo a maior concentração de área do foguete.

As aletas laterais auxiliam no controle e estabilidade do foguete modificando a resistência do ar, fazendo com que o mesmo siga a trajetória projetada, ou em linha reta ou girando, onde o agente dinâmico responsável pelas rotações (fazer girar) é o torque. O torque está para os movimentos de rotações, assim como a força está para o movimento de translação.

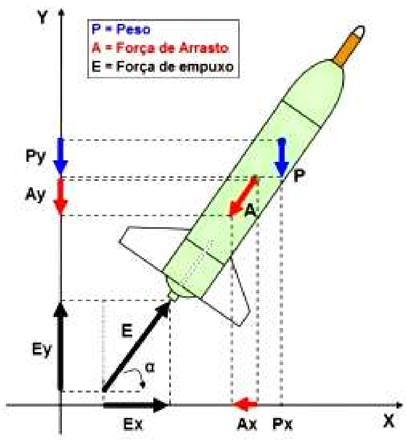
Figura 12 – Centro de massa e pressão no foguete



Fonte: YAMAMOTO (2014)

Ou seja, o desempenho de um foguete se caracteriza basicamente pelos efeitos de forças que atuam sobre este, estas forças seriam o peso, o empuxo (força que impulsiona) e o arrasto.

Figura 13 – Ação das forças.



Fonte: YAMAMOTO (2014)

A estabilidade de um foguete é dada se o centro de pressão estiver abaixo do centro de massa. O centro de massa deve estar localizado próximo a ponta do foguete, por isto a necessidade do contra peso no bico do foguete. Tem-se ainda que a distância máxima entre o centro de massa e o centro de pressão deve ser a medida do diâmetro da cápsula do foguete. Nessas condições, mesmo o foguete sofrendo turbulências que gerem forças laterais, terá sua trajetória estabilizada.

A seguir, a tabela 2 mostra a relação entre o centro de massa e o centro de pressão, dependendo do tamanho das aletas quando comparadas ao diâmetro do foguete e por consequência, seus efeitos perante o voo.

Tabela 2 – Algumas relações, dependências, consequências e efeitos sobre voo.

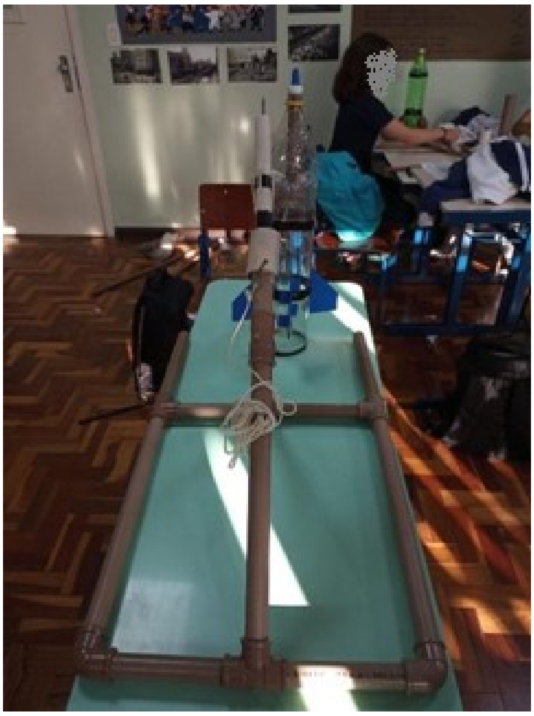
Comportamento	**Tamanho da aleta comparada ao diâmetro do foguete**	**Relação entre o CM e o CP**	**Consequências sobre o voo**
Instável	Inexistente ou muito pequena	CM abaixo do CP	O foguete possui trajetória imprevisível, uma vez que qualquer força de empuxo irá alterar seu momento angular
Indiferente	Muito pequena	CM e o CP coexistem no mesmo ponto	O foguete é veloz, porém não mantém sua trajetória original, sendo facilmente impelido na direção do vento
Estável	Aletas do mesmo tamanho do diâmetro do foguete	CM está a cerca da medida do diâmetro da garrafa acima do CP	O foguete manterá a trajetória do lançamento
Super estável	Muito grande	CM está muito acima do CP	Devido à má distribuição de massa, o foguete não chega a grandes altitudes, de modo que ele é mais lento e se desvia de sua trajetória original, passando a voar contra o vento

Fonte: Adaptado de OLIVEIRA, 2019; MAHLER; DOS SANTOS, 2014; MATHIAS; RIBEIRO; GRECO JUNIOR, 2012.

3.5 BASES DE LANÇAMENTO

A base de lançamento do foguete pode conter temporariamente, somente o ácido acético que será transferido para o foguete. A base não pode conter mais ácido acético do que será transferido para o foguete.

Figura 14 – Base de lançamento do foguete de garrafa Pet



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

A base de lançamento consiste basicamente em duas partes, as “pernas” e o módulo responsável pela entrada de ar, pressurização da garrafa e o gatilho, dispositivo que libera o foguete pressurizado. Este módulo tem uma grande importância, o sucesso do lançamento passa pela confecção deste.

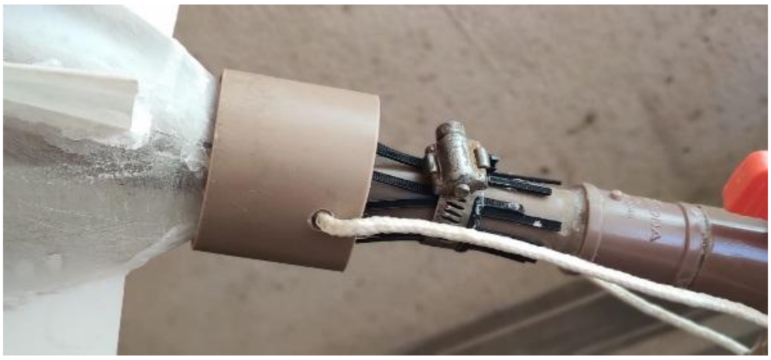
Figura 15 – Equipes confeccionando as pernas da base de lançamento

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 16 – Confecção do módulo da base de lançamento

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 17 – Gatilho da trava do foguete na base de lançamento



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

3.5.1 Materiais utilizados nas construções das bases

Os materiais utilizados para a confecção da base foram indicados pelos professores, sendo que algumas equipes adaptaram a base conforme a necessidade da utilização ou não de registros e/ou manômetro, desde que as mudanças seguissem os padrões da MOBFOG. As medidas que foram utilizadas referentes aos canos são de diferentes e diversos diâmetros, estes externos e internos, onde estas medidas são expressas em polegadas, temos como medidas para tubos de PVC disponíveis 1/4″, 3/8″, 1/2″, 3/4″, 1″, 1 1/4″, 1 1/2″, 2, 2 1/2″, 3″, 3 1/2″ e 4″.

Foram indicados para a construção da base os seguintes materiais:

- Fita veda rosca;
- Abraçadeiras de nylon (flexíveis);
- Quatro T's de ¾";
- Uma luva para cano de ¾";
- Um registro para cano de ¾";
- Uma barra de cano de ¾ para ser cortada em pedaços;
- Quatro joelhos de cano ¾";
- Uma válvula de pneu (opcional);
- Cola de cano;
- Barômetro (opcional);
- Braçadeira de aço para cano de ¾";
- Um pedaço de cano de 40 mm para o gatilho;
- Serrinha para cano;
- Régua;
- Lixa;
- Um redutor de cano de ¾" para ½";
- Pedaço de aproximadamente 30 cm de cano de ½".

Com todo o material disponível em mãos, o grupo separa para a confecção da base.

Figura 18 – Equipe separando o material para a montagem

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática é uma metodologia de ensino, na qual relacionamos situações problemas a conteúdos matemáticos. Situações estas que podem pertencer ao cotidiano do estudante. Tem-se como ideia abordar fenômenos de diferentes áreas para que se possa educar matematicamente, transformando assim um modelo comum de ensino. A modelagem matemática aproxima a realidade ao educando através de modelos que simulam esta realidade, ou seja, faz-se a utilização de modelos matemáticos de maneira dinâmica. A utilização desta em forma de projetos e em grupos é aconselhada através das orientações curriculares do Ensino Médio (2006) do Ministério da Educação:

> [...] "ideia de modelagem matemática tem-se a alternativa de trabalho com projetos. Um projeto pode favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares, ao integrar os diferentes saberes disciplinares. Ele pode iniciar a partir de um problema bem particular ou de algo mais geral, de uma temática ou de um conjunto de questões inter-relacionadas. Mas, antes de tudo, deve ter como prioridade o estudo de um tema que seja de interesse dos alunos, de forma que se promova a interação social e a reflexão sobre problemas que fazem parte da sua realidade." (BRASIL, 2006, p.85).

Esta estratégia de ensino passou a se intensificar no Brasil no final dos anos 60, através dos estudos e pesquisas dos professores Aristides Camargo Barreto, Rodney Carlos Bassanezi e Ubiratan D'Ambrósio. Na modelagem matemática, o problema é apresentado antes para a turma, e a partir desta situação, os educandos programam os conteúdos matemáticos que precisam ser utilizados para disponibilizar soluções para o mundo real. A modelagem faz com que o estudante avalie e reflita sobre estes, buscando assim uma solução para o problema.

> [...] "A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno como seu ambiente natural."(BASSANEZZI, 2002, p.38).

Modelos matemáticos são de grande importância para a sociedade moderna como um todo, com um destaque relevante para a área da ciência e engenharia, sobretudo a partir do momento que o computador tornou possível a automação das operações matemáticas, se tornou possível realizar zilhões[30] de operações por segundo, que são impraticáveis sem a utilização destes. Podendo destacar também os possíveis erros humanos, erros estes, que limitam os cálculos feitos à mão. Mesmo o computador erra, porém existe todo um tratamento para o controle destes.

Os modelos matemáticos representam uma idealização de determinada situação real, ou seja, uma representação conceitual. A pesquisa para a obtenção dos modelos a serem analisados do trabalho, será fenomenológica (embasada na utilização de princípios fundamentais da mecânica newtoniana) e empírica (embasada em resultados experimentais).

4.1 MODELAGEM NA DINÂMICA DE UM FOGUETE

A descrição matemática do movimento de um foguete é um assunto que pode ser tratado em níveis distintos de complexidade. Em particular, busca-se um modelo que seja capaz de descrever a trajetória percorrida pelo foguete. Um objeto lançado sob ação de uma força gravitacional constante descreve uma trajetória parabólica se a seguinte lista de hipóteses[31] for satisfeita:

Hipótese 1 (H1): As dimensões do objeto podem ser ignoradas, isto é, o objeto é puntual;

Hipótese 2 (H2): Não existe nenhuma força dissipativa atuando sobre o objeto;

Hipótese 3 (H3): A massa do objeto é constante;

Hipótese 4 (H4): O movimento do projétil ocorre em um plano;

Somente com as hipóteses citadas, poderíamos ter diversas possibilidades para uma análise mais refinada de uma situação envolvida.

Suponha a utilização somente destas hipóteses, sendo estas, violadas ou não.

H1- sim ou não;
H2- sim ou não;
H3 - sim ou não;
H4 - sim ou não.

---

[30] Número fictício usado para descrever uma quantidade grande e indeterminada de alguma coisa

[31] Suposição do que é possível (para do fato se tirar uma conclusão);Teoria não demonstrada, mas provável.

Utilizando a técnica do princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo, temos:

$\underline{\text{H1(Sim ou Não)}}$. $\underline{\text{H2(Sim ou Não)}}$. $\underline{\text{H3(Sim ou Não)}}$. $\underline{\text{H4(Sim ou Não)}}$

$\underline{2}$. $\underline{2}$. $\underline{2}$. $\underline{2}$ = 2^4 = 16 cenários diferentes.

Estes 16 cenários podem ser obtidos, quando levando em consideração a utilização de quatro hipóteses. Poderíamos mencionar a existência de diversos desdobramentos sejam estes, por exemplo, explorando possíveis dependências entre a força de atrito e a velocidade do objeto, considerando que o corpo extenso seja flexível, levando em conta o formato do corpo extenso entre outras possibilidades.

Fazendo a análise do sistema de propulsão que baseia a construção de um foguete, nota-se que esta, viola a hipótese três (H3). Observe ainda que pela hipótese um (H1), os torques que atuam sobre o objeto podem ser desprezados.

Em um cenário onde todas as hipóteses são verdadeiras, define-se um sistema de apenas dois graus de liberdade. O sistema fica completamente definido ao serem estabelecidas as coordenadas da posição do objeto como função do tempo. Essas funções definem uma curva parabólica no plano, que é o objeto de estudo da sessão que segue.

4.2 EQUAÇÕES CARTESIANAS

Os conceitos aqui apresentados estão apoiados nas ideias e definições de Winterle (2014) e Frensel e Delgado (2017).

As equações cartesianas canônicas das parábolas caracterizam-se por apresentar uma das variáveis no primeiro grau, permitindo assim expressar a variável em questão, como dependente da variável do segundo grau. No entanto, conhecendo ou não a trajetória, a posição de uma partícula pode ser definida com relação a um referencial, através de um vetor de posição. Como a posição de uma partícula varia com o tempo, o seu vetor posição será uma função do tempo. Como consequência x, y e z serão também funções do tempo. Logo, conhecendo a equação do vetor de posição em função do tempo, será possível determinar a equação da trajetória da partícula. As equações que traduzem a variação das coordenadas de posição, com o tempo, designam-se por equações paramétricas do movimento. Por eliminação do tempo, t, no sistema constituído por estas equações obtém-se a equação da trajetória.

4.2.1 Parábola

Considere em um plano, uma reta d e um ponto F não pertencente a d. Podemos definir uma parábola, como o conjunto de pontos do plano que são equidistantes de F e d.

Vamos indicar as seguintes notações:

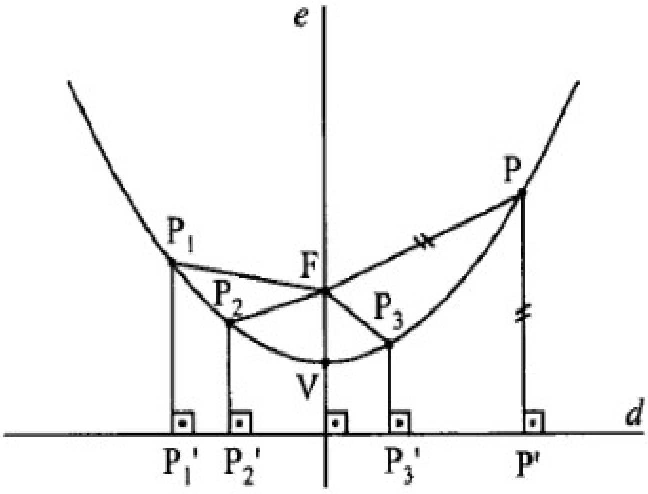
F: foco;

d: diretriz;

e: reta que passa por F e é perpendicular a d;

V: vértice.

Figura 19 – Parábola



Fonte: WINTERLE (2014, p.170).

Então um ponto P qualquer pertencerá à parábola, se e somente se:

$$d(P,F) = d(P,d),$$

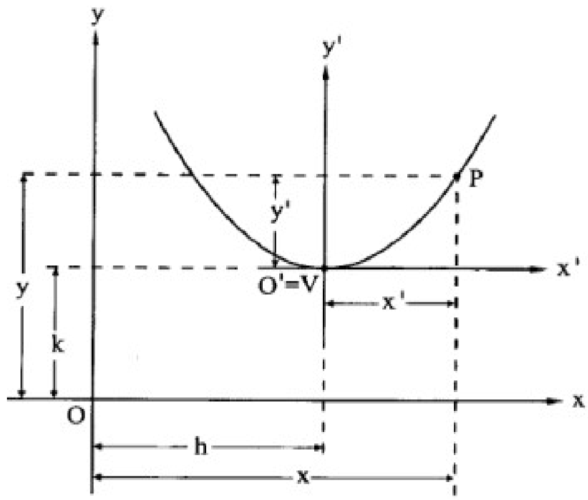
ou de maneira equivalente, se $d(P,F) = d(P,P')$. Ou seja, na figura 19 estão assinalados cinco pontos $(P_1, P_2, V, P_3\ e\ P)$ que são equidistantes do ponto F e da reta d.

4.2.1.1 Equação da Parábola

Seguindo a ideia da possibilidade de translação de eixos, vejamos a possibilidade de uma parábola de vértice $V(h,k) \neq (0,0)$. Logo, teremos dois casos:

- **Caso 1**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo y.

Figura 20 – Parábola com seu eixo paralelo ao eixo y



Fonte: WINTERLE (2014, p.175).

Com origem no ponto V e baseado no plano $x'y', V = O'$.

Ou seja, o vértice V é a origem do plano $x'y'$. Assim, $x'^2 = 2py'$. Mas da translação de eixos, temos: $(x-h)^2 = 2p(y-k)$.

Que é a equação da parábola para o vértice diferente da origem.

- **Caso 2:** O eixo da parábola é paralelo ao eixo x

De modo análogo ao caso 1, temos $(y-k)^2 = 2p(x-h)$.

4.2.1.2 Equação Geral da Parábola

- **Caso 1**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo y.

$$x^2 + 2hx + h^2 - 2py + 2pk = 0$$

ou

$$ax^2 + cx + dy + f = 0, \text{ com } a \neq 0.$$

- **Caso 2**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo x.

$$bx^2 + cx + dy + f = 0, \text{ com } b \neq 0.$$

4.2.1.3 Equação Explícita da Parábola

- **Caso 1**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo y.

$$y = ax^2 + bx + c.$$

- **Caso 2**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo x.

$$x = ay^2 + by + c.$$

4.2.1.4 Equação Reduzida da Parábola

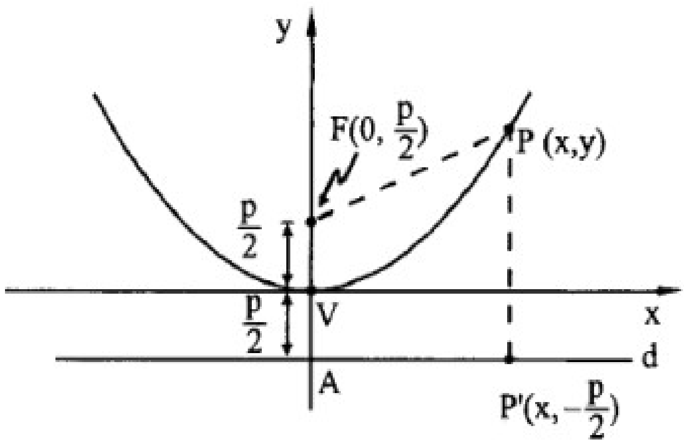
Seja a parábola de vértice $V(0,0)$. Teremos dois casos:

- **Caso 1:** Eixo da parábola é o eixo y.

$P(x, y)$ é um ponto da parábola, $F\left(0, \frac{P}{2}\right)$ o foco e diretriz de equação

$$y = -\frac{p}{2}.$$

Figura 21 – Parábola com seu eixo coincidindo com o eixo $\boldsymbol{y}$



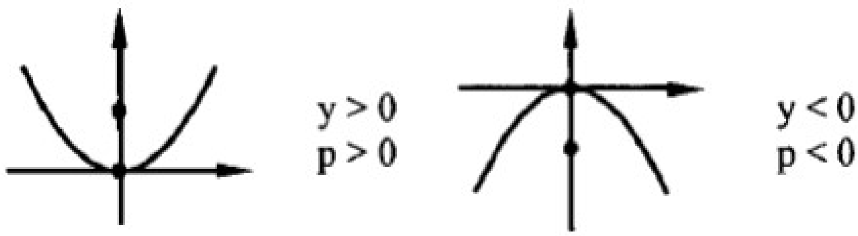
Fonte: WINTERLE (2014, p.171).

Da definição de parábola temos,

$$\sqrt{(x-0)^2 + \left(y - \frac{p}{2}\right)^2} = \sqrt{(x-x)^2 + \left(y + \frac{p}{2}\right)^2}$$

ou seja, $x^2 = 2py$, que é a equação reduzida da parábola para este caso. Sendo, $py \geq 0$, então:

Figura 22 – Parábola simétrica em relação ao eixo $\boldsymbol{y}$



Fonte: WINTERLE (2014, p.171).

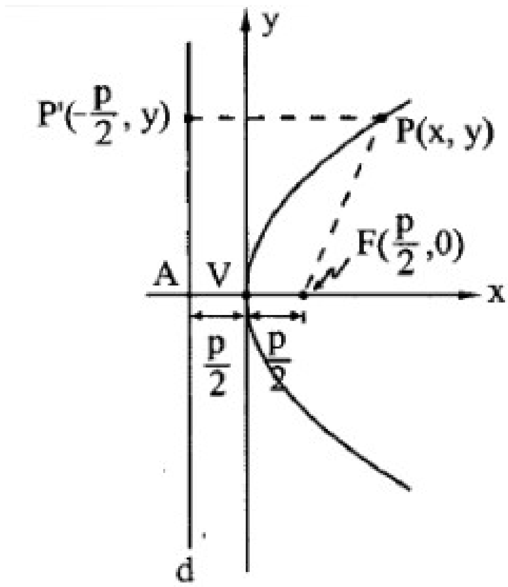
O gráfico dessa equação reduzida é simétrico em relação ao eixo y. Logo se (x, y) pertence ao gráfico, $(-x, y)$ também pertence ao gráfico. Agora vejamos o segundo caso para a parábola de vértice $V(0,0)$.

- **Caso 2**: Eixo da parábola é o eixo x

$P(x, y)$ é um ponto da parábola, $F\left(\frac{P}{2}, 0\right)$ o foco e diretriz de equação

$$x = -\frac{p}{2}.$$

Figura 23 – Parábola com seu eixo coincidindo com o eixo x



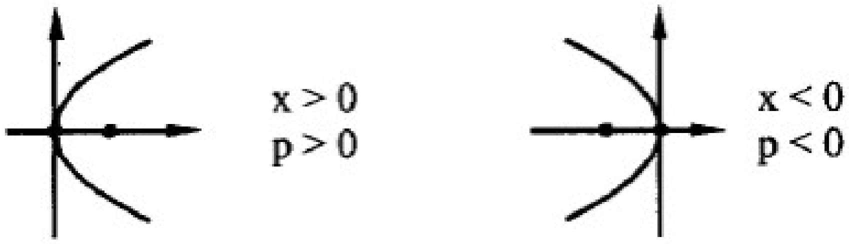
Fonte: WINTERLE (2014, p.172)

Da mesma forma que verificamos no caso 1, obtemos a equação reduzida,

$$y^2 = 2px.$$

Sendo, $px \geq 0$, então:

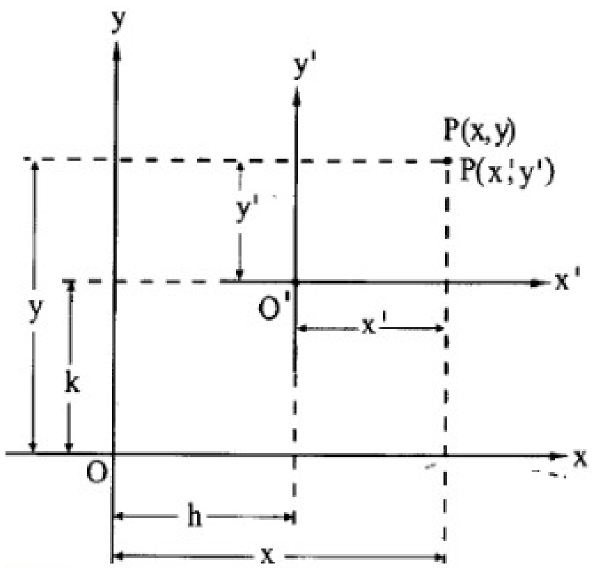
Figura 24 – Parábola simétrica em relação ao eixo x



Fonte: WINTERLE (2014, p.172)

Podemos ainda, considerar um novo sistema xy, onde os novos eixos x' e y' tenham a mesma direção e sentido dos eixos x e y, a isto, denominamos translação de eixos.

Figura 25 – Plano cartesiano e uma translação de eixos



Fonte: WINTERLE (2014, p.175)

Observe que $O'(h, k)$.

$$\begin{cases} x' = x - h \\ y' = y - k \end{cases}$$

4.2.1.5 Equação Paramétrica da Parábola

- **Caso 1**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo y.

Observe que x pode assumir qualquer valor real, se fizermos $x = t$, teremos:

$$y = \left(\frac{1}{2p}\right)t^2.$$

Daí tem as equações paramétricas da parábola:

$$\begin{cases} x = t \\ y = \left(\frac{1}{2p}\right)t^2 \end{cases}, \text{ com } t \in R$$

- **Caso 2**: O eixo da parábola é paralelo ao eixo x.

Analogamente temos as equações paramétricas da parábola:

$$\begin{cases} y = t \\ x = \left(\frac{1}{2p}\right)t^2 \end{cases}, \text{ com } t \in R.$$

4.3 FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU

Uma função é dita polinomial de grau 2 ou função polinomial do 2º grau, podendo ainda ser denominada, função quadrática, quando em sua lei de formação há um polinômio de grau dois.

4.3.1 Definição

De acordo com Elon Lages Lima (2013, p.104), uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando são dados números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

4.3.2 Forma Canônica

Vimos que uma função quadrática é determinada pela expressão

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Com a utilização de alguns artifícios matemáticos, vamos reescrever esta função na forma denominada canônica.

Consideremos o trinômio $ax^2 + bx + c$, a partir deste, vamos colocar o coeficiente a em evidência.

$$a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right]$$

Em seguida, utilizamos a técnica de "completar os quadrados", técnica esta que converte um polinômio quadrático, como sendo um trinômio quadrado perfeito.

Exemplo:

$$(m+n)^2 = m^2+2mn+n^2$$

Quadrado da soma de dois termos ⇒ Trinômio Quadrado Perfeito.

Observa-se que temos um polinômio no colchete $\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right]$, onde as duas primeiras parcelas coincidem com as mesmas do desenvolvimento do quadrado da soma $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$, com o desenvolvimento representado a seguir:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = x^2+2.x.\frac{b}{2a}+\frac{b^2}{4a^2},$$

onde,

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2},$$

ou seja,

$$a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right] = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right],$$

assim,

$$a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right] = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right],$$

logo,

$$ax^2+bx+c = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right],$$

então,

$$f(x) = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right] \Rightarrow Forma\ canônica$$

Desta forma, podemos determinar às raízes ou zeros da função quadrática.

$$f(x)=0,$$

ou,

$$ax^2+bx+c=0, \text{ com } a\neq 0,$$

sendo,

$$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]=0$$

Para que a igualdade seja satisfeita e $a \neq 0$, então:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}=0,$$

onde,

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{4ac-b^2}{4a^2},$$

ou seja,

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2},$$

assim,

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\ ,$$

logo,

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ ,$$

então,

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ ,$$

ou ainda,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

O radicando desta expressão, recebe uma nomenclatura e uma representação específica. Chamamos de discriminante e representamos pela letra grega Δ (delta).

$$\Delta=b^2-4ac$$

Então:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Como o discriminante pode assumir um valor positivo, nulo, ou negativo, então este, determina o número de soluções reais da equação do segundo grau.

Discriminante positivo $(\Delta > 0)$ indica que a equação do segundo grau tem duas soluções reais e diferentes;

Discriminante igual a zero $(\Delta = 0)$, indica que a equação do segundo grau tem duas soluções reais iguais;

Discriminante negativo $(\Delta < 0)$ indica que a equação do segundo grau não terá nenhuma solução real.

Resultados estes, que impactam diretamente no comportamento gráfico da função quadrática.

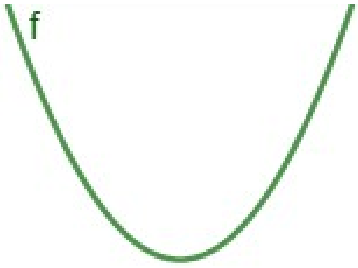
4.3.3 Gráficos

Conforme Elon Lages Lima, (2013, p.112), o gráfico de uma função quadrática é uma parábola.

A partir dos coeficientes $a,$ b e c da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, juntamente com as raízes reais desta (quando existirem) e o ponto de máximo ou de mínimo, ponto este denominado de vértice, podemos esboçar o gráfico da função quadrática. Destaca-se o que cada coeficiente caracteriza na função quadrática.

- Coeficiente a indica o comportamento da "**concavidade**" da parábola.
  - $a > 0 \Rightarrow$ concavidade voltada para cima.

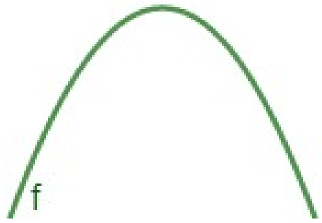
Figura 26 – Parábola com $a > 0$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

  - $a < 0 \Rightarrow$ concavidade voltada para baixo.

Figura 27 – Parábola com $a < 0$

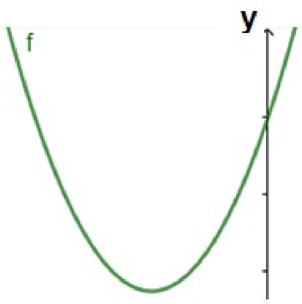


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

➢ Coeficiente b indica "**como**" o gráfico da função intercepta o eixo y. (Suponha para esta análise, coeficiente $a > 0$).

- $b > 0 \Rightarrow$ a função intercepta o eixo y de maneira crescente.

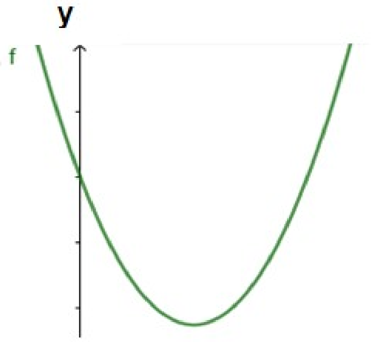
Figura 28 – Parábola com $a > 0$ e $b > 0$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- $b < 0 \Rightarrow$ a função intercepta o eixo y de maneira decrescente.

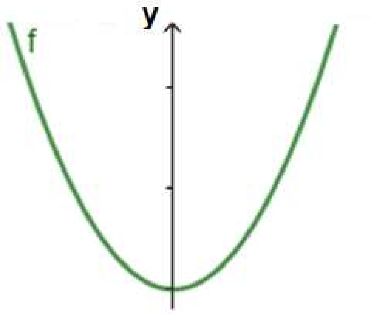
Figura 29 – Parábola com $a > 0$ e $b < 0$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- $b = 0 \Rightarrow$ a função intercepta o eixo y no seu valor mínimo ou máximo, neste caso, como atribuímos $a > 0$, esta irá interceptar no valor mínimo da função.

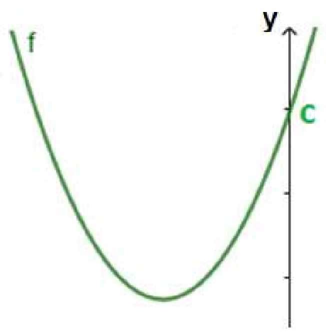
Figura 30 – Parábola com $a > 0$ e $b = 0$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

➢ Coeficiente c indica “onde” o gráfico da função intercepta o eixo y. (Suponha para esta análise, coeficiente $a > 0$).

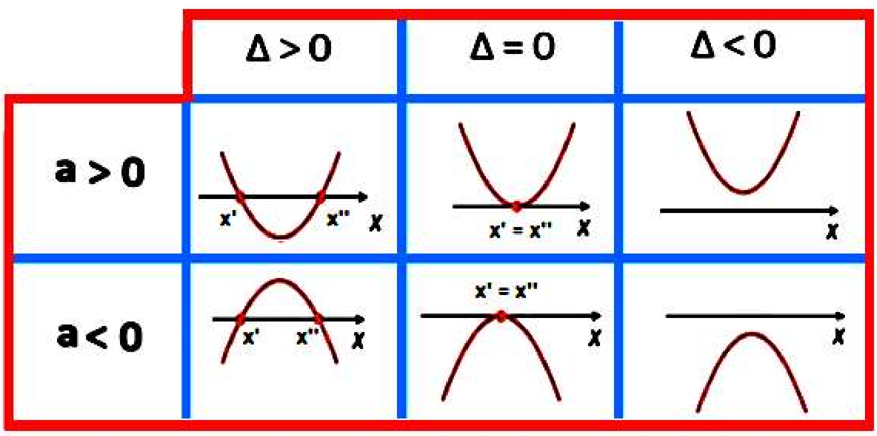
Figura 31 – Parábola com a indicação do ponto $(0, c)$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Fazendo a análise gráfica em função do discriminante temos:
(Considere para esta análise, x' e x'' como sendo as raízes ou zeros da função $f(x) = ax^2 + bx + c$).

Figura 32 – Relação do coeficiente a com o discriminante Δ



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

As indicações x' e x'' representam as raízes ou zeros da função.

Como já destacado, temos como pontos de grande importância no estudo do gráfico de uma função quadrática o(s) ponto(s) que intercepta(m) o eixo x (raiz(es) da função), o ponto que intercepta o eixo y (coeficiente c) e o ponto mínimo ou máximo desta função, o vértice da função.

$$Vértice \Rightarrow V(x_v, y_v)$$

Onde x_v e y_v são as coordenadas do vértice e as determinamos da seguinte maneira:

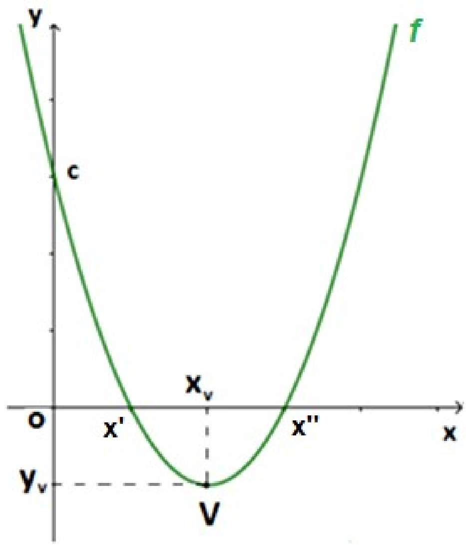
$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

e,

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

De maneira geral, destacamos gráfico da função na figura 33.

Figura 33 – Gráfico da função quadrática



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

O gráfico da figura 33 representa a curva definida pela função

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com os coeficientes a, b e c pertencendo aos reais e o coeficiente a não nulo. As coordenadas do vértice desta função são representadas por V, ou seja, $V(x_v, y_v)$ e x' e x'', representam as raízes desta função.

Fazendo uma análise quanto ao esboço deste gráfico, temos:

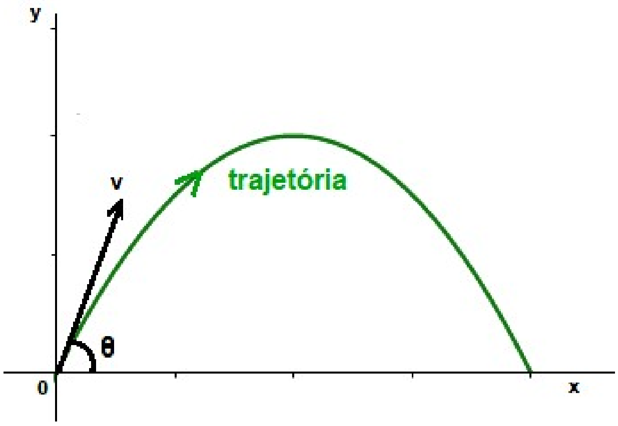
- $a > 0$ (concavidade da parábola voltada para cima);
- $b < 0$ (a função intercepta o eixo y de modo "decrescente");
- $c > 0$ (onde função intercepta o eixo y, neste caso em um valor positivo);
- $\Delta > 0$ (duas raízes reais e diferentes).

4.4 FUNÇÃO QUADRÁTICA NO LANÇAMENTO DE FOGUETES

Para uma análise quantitativa no lançamento de foguetes com garrafas PETs, professores e alunos tiveram que ter uma conexão interdisciplinar entre os componentes curriculares, Matemática e Física. A interdisciplinaridade iniciou com o elo entre o formalismo adotado por um componente curricular e o utilizado no outro. Por mais distintas que venham a ser as notações utilizadas por uma determinada grandeza na componente curricular de Física, estudo este atribuído a um movimento bidimensional, o educando deverá saber interpretar e fazer a analogia com o que foi adotado em matemática ao estudar funções de grau 2.

Na figura 34, tem-se a representação de um movimento oblíquo adotando-se no sistema de coordenadas como referencial "positivo" o sentido vertical "para cima" e horizontal para "direita" com relação à origem das posições, consequentemente, o que vir a se opor a estas referências, atribui-se um referencial negativo.

Figura 34 – Movimento oblíquo para uma situação idealizada



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

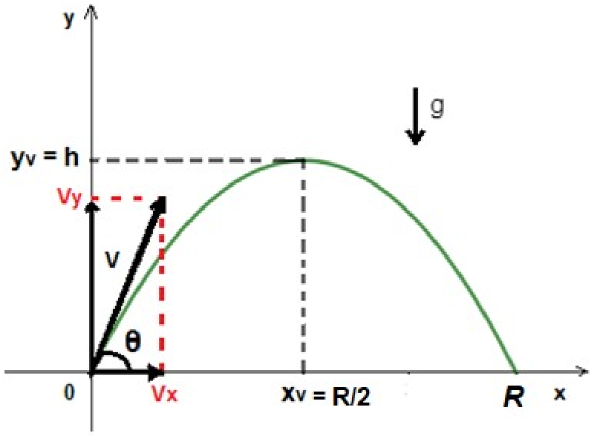
No componente curricular de Física, foi feito um estudo detalhado para o tópico lançamento oblíquo, sendo este no plano bidimensional, utilizando expressões que destacamos a seguir.

Para a análise do movimento na direção do eixo x, este é uniforme, pois avelocidade é constante (v_x). Podemos observar as componentes de v na figura 35, onde R é o alcance horizontal atingido no instante t.

Logo a função dependente do tempo (função horária) utilizada foi:

$$x = v_x . t$$

Figura 35 – Componentes do vértice e da velocidade



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Já a análise do movimento na direção do eixo y, este é uniformemente variado, onde utilizamos o formalismo do movimento queda livre (MQL), com v_y sendo a componente y da velocidade v e v_h sendo a velocidade quando a altura atingida for a máxima, para um determinado tempo $\frac{t}{2}$, ou seja, neste instante, $v_h = 0$, temos:

$$v_h = v_y - g\frac{t}{2},$$

onde,

$$0 = v.\operatorname{sen}\theta - \frac{gt}{2},$$

ou seja,

$$v.\operatorname{sen}\theta = \frac{gt}{2},$$

então,

$$t = \frac{2.v.sen(\theta)}{g}.$$

Substituindo t na função $x = v_x . t$, com $v_x = v.\cos(\theta)$, temos:

$$x = v.\cos(\theta).t,$$

onde,

$$x = v.\cos(\theta).\frac{2.v.sen(\theta)}{g},$$

ou seja,

$$x = \frac{v^2.2\cos(\theta).sen(\theta)}{g},$$

consequentemente,

$$x = \frac{v^2.sen(2\theta)}{g}.$$

Com isto, determinamos a distância atingida em função de v, t e θ ou ainda em função de $v,\ g$ e θ. Note que uma medida x do alcance, não define o movimento. Existem duas trajetórias possíveis com o mesmo alcance, pois:

$$sen(2\theta) = 2.\cos(\theta).sen(\theta).$$

E para a situação problema do lançamento de foguetes, temos a:

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \text{ e } sen\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right).$$

Então teoricamente numa situação ideal, teremos o mesmo alcance para lançamentos com θ = 0° e 90°, 1° e 89°, 2° e 88°, 3° e 87°,..., 45° e 45°.

Figura 36 – Lançamento oblíquo para ângulos complementares

Fonte: Elaborado pelo autor (via Phyton), 2022.

A distância atingida na circunstância da atividade experimental, não foi considerada um problema de obtenção, tendo em vista os instrumentos dispostos e utilizados (instrumentos estes detalhados e delineados na seção 5). O ângulo de lançamento e o tempo de voo, também foram informações pré-estabelecidas e coletadas. Então as expressões na qual deduzimos, nos trouxeram a velocidade de lançamento em condições ideais.

Sendo assim, a análise da altura máxima atingida foi dada pela função (Torricelli):

$$v_h{}^2 = v_y{}^2. -2. g. h,$$

onde,

$$0^2 = (v. sen(\theta))^2. -2. g. h,$$

sendo assim,

$$0 = v^2. sen^2\theta - 2. g. h,$$

logo,

$$2gh = v^2. sen^2\theta,$$

então,

$$h = \frac{v^2. sen^2\theta}{2g}.$$

A expressão para h está em função de $v,\ g$ e θ, como estas dependências foram obtidas e pré-estabelecidas, confrontamos a altura atingida com os recursos digitais e um recurso mecânico e visual que foi confeccionado por cada grupo, o astrolábio/sextante (instrumento detalhado na seção 5.2.1).

Porém ao confrontarmos os resultados “teóricos” com os dados experimentais, vamos observar algumas divergências, diferenças estas por muitas vezes consideráveis. E o que o educando pensa em primeiro momento quanto a estas diferenças? Os erros de medidas e erros visuais são os mais apontados, certamente estes são de levar em conta, mas uma discussão que os livros didáticos ainda estão “longe” de abordar e poderia ser feita mesmo de modo conceitual, seria diversificar hipóteses, ou seja, este modelo de lançamento na qual é proposto no ensino médio e nesta seção (função quadrática no lançamento de foguetes) que iniciamos é basicamente um modelo ideal, modelo este desconsiderando o atrito com o meio (ar), neste caso o formato do bico seria irrelevante, um movimento bidimensional, sem aceleração, com dimensões do objeto sendo ignoradas, isto é, o objeto é puntual.

4.5 SISTEMAS COM FORÇAS DE RETARDAMENTO

Para esta análise, vamos adotar uma nova hipótese, forças de retardamentos, ou seja, força que se opõe ao movimento (força de atrito). E para isto, os conceitos aqui apresentados estão apoiados nas idéias e definições do Projeto AIUTA – Mecânica Clássica – UNINFRA (2014).

Na maioria das vezes, quase que na totalidade, na Educação Básica, se adota um sistema sem as forças dissipativas, porém devemos enfatizar que a força $\boldsymbol{F}$ da equação

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v}) = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt},$$

não é necessariamente constante, e de fato, ela pode consistir de várias partes distintas. Por exemplo, se uma partícula cai num campo gravitacional constante, a força gravitacional é $\boldsymbol{F_g} = m\boldsymbol{g}$, onde g é a aceleração da gravidade. Se conjuntamente, existe uma força de retardamento $\boldsymbol{F}_r$ que é uma função da velocidade instantânea, então a força total é:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_g + \boldsymbol{F}_r$$

com

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F_r}(v).$$

Geralmente é suficiente considerar que $\boldsymbol{F}_r(v)$ é simplesmente proporcional a alguma potência da velocidade. Em geral, as forças de retardamento reais são mais complicadas, mas a aproximação pela lei das potências[32] é útil em muitas ocasiões na qual a velocidade não tem grandes variações.

Neste caso, se $\boldsymbol{F}_r \propto v^n$, então a equação de movimento pode geralmente ser integrada diretamente ao passo que, se a real dependência da velocidade for usada, provavelmente seria necessária uma integração numérica. Com a aproximação da lei da potência, podemos escrever:

---

[32] Uma lei é dita lei de potência se entre dois escalares xe y ela é tal que a relação pode ser escrita na forma: $y = ax^k$, onde a (uma constante de proporcionalidade) e k (o expoente) são constantes.

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g} - mkv^n \frac{\boldsymbol{V}}{v}$$

Onde k é uma constante positiva que especifica o poder da força de retardamento e $\frac{\boldsymbol{V}}{v}$ é um vetor unitário na direção de v.

O movimento de uma partícula num meio, na qual há uma força resistente proporcional a velocidade ou com o quadrado da velocidade (ou uma combinação linear das duas) foi estudado por Newton em seu Principia (1687). Experimentalmente, encontramos que, para um objeto relativamente pequeno movendo-se no ar, $n \cong 1$ para velocidades menores que aproximadamente 24 m/s ($\sim 80 ft/s$). Para altas velocidades, mas com valores abaixo da velocidade do som ($\sim$330 $m/$s ou 1.100 ft/s), a força de retardamento é aproximadamente proporcional ao quadrado da velocidade. Para simplificar, a dependência de v^2 quase sempre é usada para velocidades acima da velocidade do som. A resistência do ar é chamada de força de arraste[33] ou arrasto $\boldsymbol{W}$ e é oposta a velocidade do projétil. A velocidade não é normalmente paralela ao eixo de simetria do projétil. O componente da força atuando perpendicularmente a força de arraste é conhecido, como força de ascensão $\boldsymbol{L}_a$. Deve haver também outras forças devido à rotação e oscilação do projétil, e um cálculo da trajetória balística do projeto é extremamente complexo. A expressão de Prandtl[34] para resistência do ar é:

$$W = \frac{1}{2} cw\rho A v^2.$$

Com cw o coeficiente de arraste adimensional, ρ é a densidade do ar, v é a velocidade e A é a área da secção reta do objeto (projétil) medida perpendicularmente com a velocidade. A resistência do ar aumenta drasticamente próximo à velocidade do som (número de Mach M, que equivale à razão da velocidade do objeto pela velocidade do som). Abaixo das velocidades de aproximadamente 400 m/s são evidentes que uma equação de pelo menos segundo

[33] É a resistência que os fluídos, tal como água ou ar, oferecem aos corpos que lhes atravessam. O arraste é proporcional à densidade do fluido e ao quadrado da velocidade.

[34] Ludwig Prandtl (1875 – 1953) foi um dos pioneiros da aerodinâmica, tendo desenvolvido a base matemática para os princípios fundamentais da aerodinâmica subsônica na década de 1920.

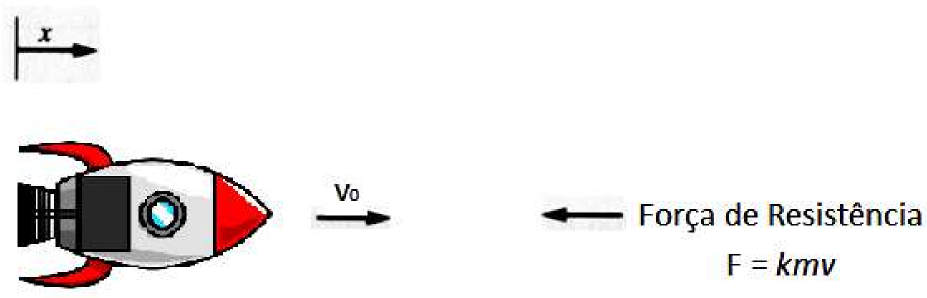
grau é necessária para descrever a força de resistência. Para altas velocidades, o retardamento da força varia aproximadamente linearmente com a velocidade.

E através de um exemplo simples de movimento resistivo de uma partícula, encontra-se o movimento e a velocidade do movimento horizontal em um meio em que a força de retardamento é proporcional a velocidade.

A equação Newtoniana $F = ma$, fornece-nos equação de movimento: (direção x).

$$ma = m\frac{dv}{dt} = -kmv$$

Figura 37 – Movimento resistivo de uma partícula



Fonte: Adaptado do Projeto AIUTA – Mecânica Clássica I (UNIFRA 2004, p.58)

Onde kmv é a magnitude da força de resistência (k = constante). Portanto:

$$\int \frac{dv}{v} = -k \int dt,$$

então,

$$\ln v = -kt + C_1 \ .$$

A integração constante desta equação pode ser avaliada se definirmos a condição inicial $v(t = 0) \equiv v_0$. Logo $C_1 = ln\, v_0$, e $v = v_0 e^{-\,kt}$.

Podemos integrar esta equação para obter o deslocamento como função do tempo.

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\,kt}$$

logo,

$$x = v_0 \int e^{-kt} dt = -\frac{v_0}{k} e^{-kt} + C_2.$$

A condição inicial $x(t = 0) \equiv 0$, implica $C_2 = \frac{v_0}{k}$. Então:

$$x = \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt}).$$

Este resultado mostra que x aproxima-se do valor $\frac{v_0}{k}$ conforme $t \to \infty$. Podemos também obter a velocidade como função do deslocamento escrevendo:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{dv}{dt} . \frac{1}{v},$$

portanto,

$$v\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dt} = -kx.$$

então,

$$\frac{dv}{dx} = -k.$$

Para a qual encontramos, usando as mesmas condições iniciais:

$$v = v_0 - kx.$$

Portanto, a velocidade decresce linearmente com o deslocamento. Já para encontrarmos o deslocamento e a velocidade de uma partícula que se encontra em movimento vertical em um meio que tem uma força de retardamento proporcional à velocidade, vamos considerar uma partícula caindo com velocidade v_0 de uma altura h e campo gravitacional constante. A equação de movimento é (direção z).

$$F = m\frac{dv}{dt} = -mg - kmv.$$

Onde $-kmv$ representa a força positiva para cima desde y onde $v = \dot{z}$ (no decorrer do texto teremos a notação de letra pontuada[35]) no sentido positivo para cima, assim como o movimento para baixo, isto é, $v < 0$, assim $-kmv > 0$. A partir da equação $F = m\frac{dv}{dt} = -mg - kmv$, temos:

$$\frac{dv}{kv+g} = -dt.$$

[35] Quando Isaac Newton inventou seu Cálculo através do *método das fluxões* ele utilizava uma notação de ponto sobre uma letra para representar a fluxão (derivada) que se pretendia encontrar, que chamou de *notação de letra pontuada*.

Logo, integrando a equação anterior e considerando $v(t=0) \equiv v_0$, temos (notando que $v_0 < 0$):

$$\frac{1}{k} ln(kv_0 + g) = -t + c,$$

logo,

$$kv + g = e^{-kt+kc},$$

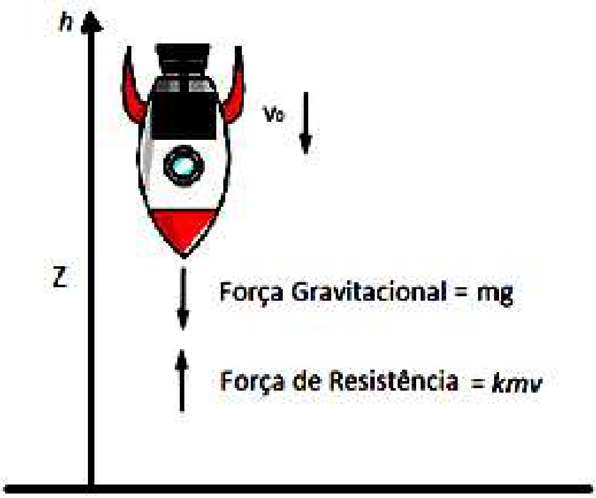
sendo assim,

$$v = \frac{dz}{dt} = -\frac{g}{k} + \frac{kv_0+g}{k} e^{-kt}.$$

Integrando mais uma vez e calculando a constante no sentido $z(t=0) \equiv h$, temos:

$$z = h - \frac{gt}{k} + \frac{kv_0+g}{k^2}(1 - e^{-kt}).$$

Figura 38 – Partícula em movimento vertical em meio a força de retardamento

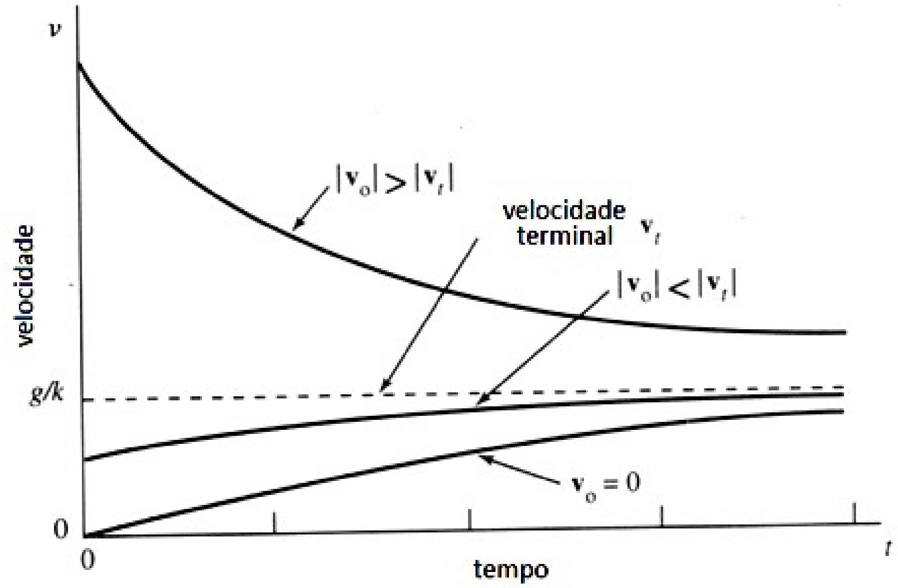


Fonte: Adaptado do Projeto AIUTA – Mecânica Clássica I (UNIFRA 2004, p.59)

A equação $v = \frac{dz}{dt} = -\frac{g}{k} + \frac{kv_0+g}{k} e^{-kt}$ mostra que enquanto o tempo se torna muito longo, a velocidade se aproxima do valor limite $-\frac{g}{k}$; esta é chamada velocidade terminal, v_t.

A Equação $F = m\frac{dv}{dt} = -mg - kmv$, terá o mesmo resultado, porque a força desaparecerá e daqui nenhuma aceleração mais adicional ocorrerá quando v for igual $-\frac{g}{k}$. Se a velocidade inicial exceder a velocidade terminal em magnitude, então o corpo começa imediatamente a retardar para baixo e v aproxima-se da velocidade terminal na direção oposta. A figura 39 ilustra estes resultados para velocidades descendentes (valores positivos).

Figura 39 – Velocidades aproximando-se da velocidade terminal



Fonte: Projeto AIUTA – Mecânica Clássica I (UNIFRA 2004, p.60).

Agora vamos tratar do lançamento do projétil em duas dimensões, ângulo de elevação θ e velocidade de lançamento do projétil ser v_0, como detalhado na seção 4.4 e tradicionalmente abordado nas salas de aula no ensino de física na educação básica, porém vamos considerar a resistência do ar, ou seja, adicionar os efeitos da resistência do ar no movimento do projétil e assim determinar a equação do decrescimento do alcance deste. Supondo que a força causada pela resistência do ar seja diretamente proporcional à velocidade do projétil.

Vamos utilizar as seguintes condições inicias:

$$x(t = 0) = 0 = y(t = 0)$$

$$\dot{x}(t = 0) = v_0 cos\theta \equiv U$$

$$\dot{y}(t = 0) = v_0 sen\theta \equiv V$$

Entretanto, as equações do movimento utilizando a segunda lei de Newton tornam-se:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v}) = m\frac{dv}{dt} = m\ddot{x},$$

com,

$$m\ddot{x} = -km\dot{x},$$

então,

$$m\ddot{y} = -km\dot{y} - mg$$

A equação $m\ddot{x} = -km\dot{x}$ é exatamente a mesma usada na situação, movimento resistivo de uma partícula na horizontal no início da seção, onde a solução era $x = \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$, porém com as condições iniciais atribuídas temos:

$$x = \frac{U}{k}(1 - e^{-kt}).$$

De modo similar, a equação $m\ddot{y} = -km\dot{y} - mg$, a mesma usada na situação, movimento resistivo de uma partícula na vertical, onde a solução era $y = h - \frac{gt}{k} + \frac{kv_0+g}{k^2}(1 - e^{-kt})$, porém com as condições iniciais atribuída temos:

$$y = -\frac{gt}{k} + \frac{kV+g}{k^2}(1 - e^{-kt}).$$

O alcance R', o qual é o alcance incluindo a resistência do ar, pode ser encontrado previamente pelo cálculo do tempo T requerido pela trajetória inteira e então, substituindo este valor na equação $x = \frac{U}{k}(1 - e^{-kt})$ por x. Este tempo T é encontrado previamente pela descoberta que $t = T$ quando $y = 0$. Da equação:

$$y = -\frac{gt}{k} + \frac{kV+g}{k^2}(1 - e^{-kt}),$$

encontramos,

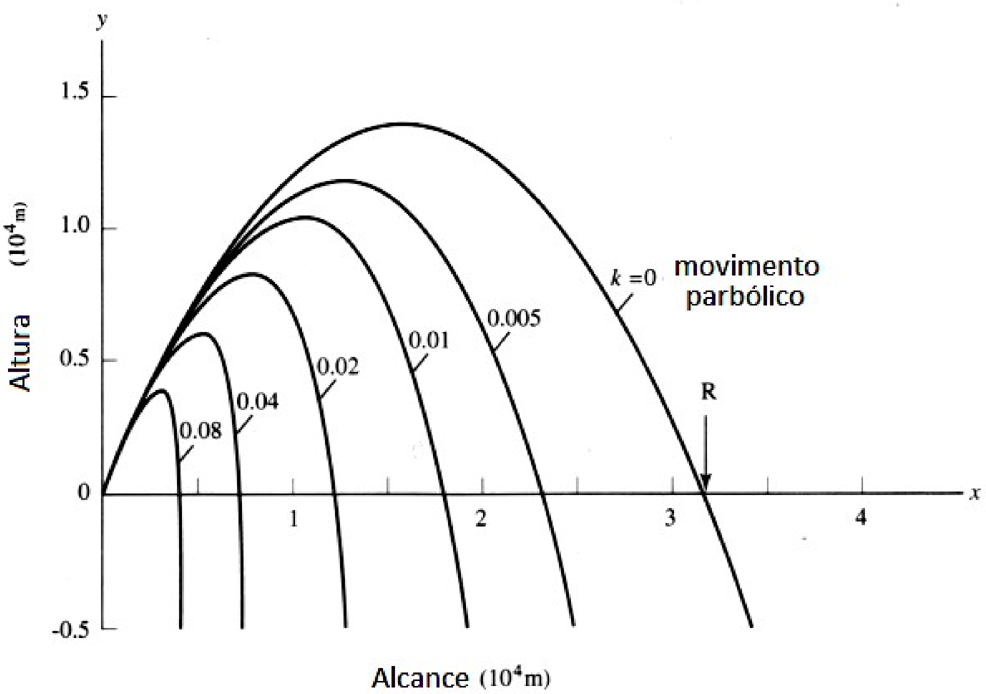
$$T = \frac{kV+g}{gk}(1 - e^{-kT}).$$

Esta é uma equação transcendental[36], e, portanto, não podemos obter uma expressão analítica para T. Apesar de existirem métodos "poderosos" para solucionar tais problemas. Podemos destacar o método de perturbação para encontrar uma solução aproximada, e o método numérico. Métodos estes delineados no capítulo 2 do Projeto AIUTA – Mecânica Clássica – UNINFRA (2014).

A seguir (Figura 40), temos trajetória com vários valores do retardamento da força com diferentes valores para k que é dado pelo vôo do projétil.

[36] Uma equação transcendental de uma ou mais variáveis é uma igualdade que não pode ser reduzida a uma equação algébrica.

Figura 40 – Trajetórias de vôo com diferentes forças de retardamento



Fonte: Projeto AIUTA – Mecânica Clássica I (UNIFRA 2004, p.63)

As trajetórias apresentadas na figura 40, são referentes a partícula na resistência do ar ($F_r = -kmv$) para vários valores de k (nas unidades s^{-1}), estas para valores de θ = 60º e v_0 = 600m/s.

4.6 O SISTEMA DE MASSA VARIADA E SUA MODELAGEM MATEMÁTICA

Os estudantes, quase que na totalidade, consideram a trajetória descrita pelos foguetes ao serem lançados, como um movimento parabólico, ou seja, efetuam um movimento segundo uma função quadrática, tratando o sistema como ideal. Logo, há um equívoco, pois há diversos fatores e evidências que contrariam esta trajetória.

Uma das colocações apontadas por parte do público que realizaram os lançamentos dos foguetes, foi da massa do sistema não permanecer constante (outra hipótese a ser destacada). Este processo pode ser determinado com base no princípio da conservação da quantidade de movimento.

O foguete sofre uma força contínua, em função da descarga dos gases produzidos durante a reação, gases estes responsáveis pelo aumento de pressão interna do foguete, no caso a garrafa PET. Esta continuidade na qual destacamos, fica implícita para o caso de um foguete de um estágio, pois se supõem que durante a propulsão exista um parâmetro que quantifica a taxa de perda de massa do sistema (medido em kg/s, por exemplo). Podemos pensar ainda no caso de num foguete de múltiplos estágios, onde a massa muda abruptamente (descontinuamente) durante o desacoplamento. Percebemos então que nesse sentido de desacoplamento há uma "descontinuidade de uma função". Situação que pode ser desenvolvida e aperfeiçoada em estudos futuros.

Porém, independente da existência ou não de estágios do foguete, a reação química ocorrida no processo de lançamento, pode ser representada pela equação:

$$CH_3COOH + NaHCO_3 \rightarrow CH_3COONa + CO_2 + H_2O$$

O professor de Química, participante do projeto, enfatizou que a reação química que ocorre no interior do foguete se dá pela mistura da solução aquosa de ácido etanóico, também conhecido como ácido acético ou “vinagre” com o bicarbonato de sódio, gerando assim, etanoato de sódio aquoso, água e dióxido de carbono gasoso.

Ao iniciar o movimento, a parte da massa do sistema começa sofrer variação, pois a mistura equivalente ao “combustível” do foguete é ejetada gradativamente durante os primeiros instantes de sua trajetória, caracterizando o sistema estudado/analisado como de massa variada.

Para uma massa não variada, a equação newtoniana $\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ pode ser expressa de forma alternativa como:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v}) = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = m\ddot{r}$$

Se adotarmos que a massa m não varia com o tempo. Esta é uma equação diferencial de segunda ordem que pode ser integrada para encontrar $\boldsymbol{r} = r(t)$, se a função $\boldsymbol{F}$ é conhecida. Especificando os valores iniciais de $\boldsymbol{r}$ e $\dot{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{v}$, obtemos as duas constantes arbitrárias da integração. Então determinamos o movimento da partícula pela função da força F e os valores iniciais para a posição $\boldsymbol{r}$ e a velocidade $\boldsymbol{v}$.

Agora suponha um foguete com velocidade $\vec{v}$ em relação a um referencial estático e o seu combustível sendo queimado a uma razão $R = dm/dt$, então a sua massa em um determinado instante pode ser dada por:

$$m(t) = m_0 - Rt,$$

com m_0 sendo massa inicial do sistema (foguete e combustível).

A quantidade de movimento do sistema, no instante *t*:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Conforme vai ocorrendo o movimento, a mistura vai sendo expelida, então em certo instante $t + dt$, representamos esta quantidade expelida como Rdt.

Determinamos $\overrightarrow{v_e}$ a velocidade de escape do jato expelido em relação ao foguete e $\vec{v} - \overrightarrow{v_e}$ em relação ao solo. Então o foguete terá sua massa determinada por $m - Rdt$ e a velocidade $\vec{v} + d\vec{v}$. Logo a quantidade de movimento será:

$$\vec{p}_f = (m - Rdt)(\vec{v} + d\vec{v}) + Rdt(\vec{v} - \overrightarrow{v_e})$$

Fazendo algumas “manipulações” na equação, e desprezando os termos $dtd\vec{v}$ pelo fato de serem muito pequenos, teremos:

$$\overrightarrow{p_f} = m\vec{v} + md\vec{v} - R\overrightarrow{v_e}d$$

isto é,

$$d\,\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = md\vec{v} - R\overrightarrow{v_e}dt$$

logo:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} - R\overrightarrow{v_e}$$

Então a equação do movimento que se obtém para um sistema de massa variável através da 2ª Lei de Newton é:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = R\overrightarrow{v_e} - \vec{F}_{ext}$$

Sendo $\vec{F}_{ext}$ a força resultante das forças externas, podendo ainda fazer a equivalência com a variação da quantidade de movimento.

Em se tratando de foguetes, onde a única força aplicada é a força da gravidade, podemos então modificar a equação em:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = R\overrightarrow{v_e} - mg$$

Integrando os dois lados da equação em ordem ao tempo, iremos obter:

$$\vec{v} = -\vec{v}ln\left(\frac{m_o - Rt}{m_o}\right) - \vec{g}t.$$

Sabendo que o tempo de queima é dado por:

$$t_q = \frac{m_o - m_f}{R}.$$

Com m_f a massa final do foguete, então:

$$m_f = m_o - Rt_q.$$

Fazendo as substituições, vamos obter:

$$\overrightarrow{v_f} = -\vec{v}_e ln\left(\frac{m_f}{m_o}\right) - \vec{g}t_q.$$

Podemos concluir que um foguete de massa inicial m_o e massa final sendo considerada após todo o combustível do sistema consumido m_f, atinge uma velocidade $\overrightarrow{v_f}$ no instante t_q, se considerarmos $t_0 = 0$, ou seja, atingirá a velocidade determinada após um intervalo de tempo t_q. Equação esta denominada clássica do foguete ou equação do foguete ideal. Expressão matemática que descreve o movimento de objetos que seguem o princípio básico de um foguete. Esta equação é creditada a Tsiolkovsky que derivou independentemente e publicou em 1903, embora tenha sido derivado e publicado independentemente pelo matemático britânico William Moore em 1810, e posteriormente publicado em um livro separado em 1813. O americano Robert Goddard também o desenvolveu independentemente em 1912, e o alemão Hermann Oberth o derivou independentemente por volta de 1920.

Ao trilharmos o processo de modelagem, fica evidente a análise sendo descrita com um grau de complexidade conforme apresentado desde a Educação Básica.

Foi determinada inicialmente a parábola e a partir desta o estudo da função quadrática relacionada a um movimento oblíquo na qual o estudante trabalha em matemática no tópico função quadrática e em física no tópico de cinemática, até então um sistema de massa puntual. Para um estudante da Educação Básica, fica implícito de forma conceitual e até mesmo experimental que para o caso onde o atrito é levado em consideração, à trajetória deixa de ser simétrica. Isso ocorre porque no início da trajetória a velocidade é maior, e, portanto o efeito do atrito é mais intenso no início. Posteriormente foi atribuído o atrito, logo o conceito de corpo extenso é levado em consideração e por último, o sistema de massa variada. Logo, fica como possível análise e futuros desdobramentos, a combinação de ambos os cenários.

5 MOCESFOG

A Mostra do Colégio Espírito Santo de Foguetes (MOCESFOG), surgiu após a participação na MOBFOG de 2019. No ano de 2020, não foi realizada em virtude do isolamento (aulas remotas) em função da pandemia. A edição da MOCESFOG de 2021 surgiu como uma antecipação das práticas do Novo Ensino Médio a qual começou a vigorar em 2022 nas escolas de todo o Brasil e como aprimoramento para a 16ª edição MOBFOG.

Figura 41– Cartaz divulgação da MOCESFOG

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

5.1 APRESENTAÇÃO

A MOCESFOG tem por objetivo, difundir o conhecimento básico de uma forma lúdica e cooperativa, foi através da MOBFOG. No ano de 2019 iniciamos a prática, incentivando assim desde então os discentes a participarem da competição. Foi através desta dinâmica que a área das disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia, área que constitui um dos itinerários oferecidos pela instituição de ensino, antecipando as atividades integradoras do Novo Ensino Médio.

Cada edição da mostra interna (MOCESFOG) visa coletar informações dos lançamentos de foguetes, para “confrontarmos” os dados coletados experimentalmente com os que serão obtidos através do formalismo matemático desenvolvido em sala de aula. Apesar da grande quantidade de medidas que podem ser obtidas para esta atividade, ficamos restritos à obtenção do alcance e da altura máxima atingida. Afinal de contas a atividade tem um caráter competitivo, onde a equipe vencedora é a que obtiver o maior alcance.

Sendo assim, destaca-se que com 3 pontos (distintos e não colineares) pode-se definir uma parábola, e que, basta conhecer a posição inicial $(0{,}0)$, a altura máxima $(R/2, h)$ e o alcance $(R, 0)$ para definir completamente a trajetória (assumindo que ela de fato é parabólica). Confrontando assim a modelagem (modelo desenvolvido) com os dados experimentais.

A edição de 2019 foi o início do projeto que a cada ano vem atraindo cada vez mais adeptos da prática. Nesta edição, tivemos 9 grupos com 3 participantes por equipe, onde o maior alcance atingido foi de 86m, medida esta, não sendo suficiente para participar da Jornada de Lançamentos na qual os participantes a consideram como a "segunda fase" da MOBFOG.

A participação na MOBFOG de 2019 foi destaque no jornal da cidade "Diário de Canoas".

Figura 42 – Matéria do jornal Diário de Canoas

OBSERVATÓRIO

FOGUETES EM AÇÃO

MARCOS MERKER / DIVULGAÇÃO

O estacionamento do Parque Esportivo Eduardo Gomes, no bairro Fátima, foi o local escolhido como base de lançamento da primeira edição da Mostra de Foguetes do Colégio Espírito Santo. Ao todo, participaram ontem nove grupos das três séries do Ensino Médio. Os foguetes, que atingiram o mínimo de 100 metros de distância, poderão ser inscritos na Mostra da Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica.

Fonte: Diário de Canoas (2019).

No ano de 2020 em função da pandemia de Covid19, a edição da MOBFOG foi online e o colégio não teve a sua participação. No ano de 2021, com o retorno gradativo das atividades presenciais, sendo estas, quase no final do ano letivo do ano corrente, deu-se início ao projeto MOCESFOG, que seria a mostra interna do colégio que serviria como preparação para a MOBFOG do ano seguinte.

Com uma repercussão favorável à participação de 2019, conseguimos o apoio da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA/Canoas-RS), que cedeu o espaço em suas dependências para os lançamentos.

Figura 43 – Foguetes dispostos na chegada do evento (MOCESFOG 2021)

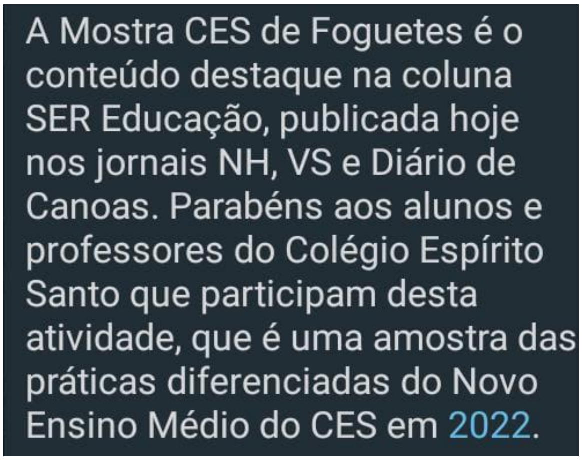
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021

Figura 44 – Conferência dos foguetes e equipes (MOCESFOG 2021)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021

A edição de 2021 foi realizada em novembro com um número expressivo de lançamentos, estes realizados entre os 25 grupos que participaram. Assim como a edição de 2019, a de 2021 foi um grande sucesso, e destacando-se no projeto “SER Educação”, iniciativa do Grupo Sinos desde 2020, trazendo discussões a respeito de melhorias na educação. Esta iniciativa contempla 51 cidades das seguintes regiões: Vale dos Sinos, Paranhama, Caí, Serra Gaúcha, Litoral Norte e a capital gaúcha, Porto Alegre.

Figura 45 – Chamada da matéria publicada nos Jornais da região



A Mostra CES de Foguetes é o conteúdo destaque na coluna SER Educação, publicada hoje nos jornais NH, VS e Diário de Canoas. Parabéns aos alunos e professores do Colégio Espírito Santo que participam desta atividade, que é uma amostra das práticas diferenciadas do Novo Ensino Médio do CES em 2022.

Fonte; Diário de Canoas (2021)

A divulgação à edição em vigor ocorre em todos os veículos e nas redes sociais da empresa, reportagens e entrevistas promovendo debates com especialistas e parceiros.

Figura 46 – Mostra de foguetes visando o Novo Ensino Médio

SER EDUCAÇÃO
SEGUNDA EDIÇÃO

Conteúdo especial
Desenvolvido pelo Colégio Espírito Santo

Mostra de foguetes antecipa práticas do Novo Ensino Médio do CES

MARCOS MERKER/CES

O Colégio Espírito Santo inspira seus alunos a ampliarem o conhecimento, colocando tudo o que aprenderam em prática, na construção de experiências que os levem mais longe. E esta também é a proposta da Mostra CES de Foguetes (MOCESFOG), atividade interdisciplinar que já serve como amostra das práticas diferenciadas que o itinerário formativo Matemática e Ciências da Natureza vai oferecer no Novo Ensino Médio em 2022.

Em sua segunda edição, este ano a competição foi realizada no dia 4 de novembro, no campus Canoas da Universidade Luterana do Brasil. Ao todo, 25 grupos elaboraram foguetes em garrafa pet para tentar alcançar a maior distância possível na hora do lançamento. "A Mostra CES de Foguetes tem por finalidade difundir o conhecimento básico de uma forma lúdica e cooperativa. Nosso objetivo principal é atingir índice para participar da Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG)", destaca o professor de matemática Luciano Brum. Em 2019, a atividade aconteceu no Parque Esportivo Eduardo Gomes.

Para que os foguetes voem alto é preciso combinar os aprendizados de matemática, física e química, já que cada uma dessas disciplinas representa uma parcela importante para o resultado positivo na hora do lançamento. "Dependendo do ângulo utilizado para lançar o foguete, o alcance pode ser maior ou menor. É claro que tem outros fatores que influenciam, como o atrito com o ar e a forma como montaram o protótipo e a base de lançamento", diz o professor de física Luciano Alécio.

Mas um dos principais segredos está na mistura de componentes usados para gerar a propulsão. "É preciso calcular a proporção correta entre o vinagre, mais especificamente o ácido acético, e o bicarbonato de sódio para que a reação química ocorra produzindo a maior pressão possível a partir do máximo potencial de cada reagente", explica o professor de química Rogério Santejano.

Com 87 metros de distância percorridos, o foguete dos alunos Arthur Zandavalli, Isadora Leote e Rafaela Tavares foi o campeão desta edição da MOCESFOG. Nos testes anteriores à competição, o protótipo deles atingiu 118 metros de distância. "Aprimoramos o gatilho da base de lançamento e a aerodinâmica do foguete, como bico e aletas. Também avaliamos qual garrafa era melhor, se a de 1,5 litros ou se as de 2 ou 3 litros", conta Arthur.

E a produção dos estudantes não se restringiu à construção do foguete e da base de lançamento. Eles também redigiram relatórios sobre todo o processo de participação na MOCESFOG dentro da disciplina de Produção Textual.

Fonte: Jornal SER educação, 2ª edição (2021)

O evento de 2022 contou com a participação de 49 equipes, sendo algumas destas equipes, já tendo participado da edição anterior. Nesta tivemos um envolvimento da comunidade escolar em grande número. Quatro equipes atingiram o índice (alcance superior a 90m) determinado para participar da Jornada de Lançamentos, evento que ocorreu no último semestre de 2022 na cidade de Barra do Piraí, RJ.

Figura 47 – Lançamento do foguete campeão da edição 2022

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

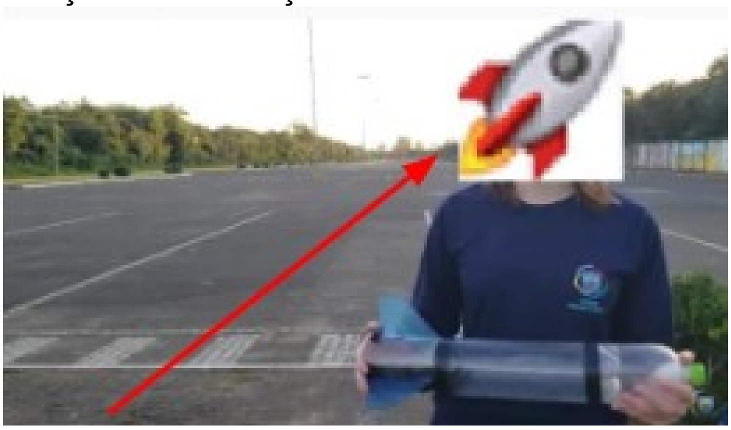
Figura 48 – Lançamento do foguete campeão da edição 2022

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

5.2 DADOS COLETADOS

Com a utilização de uma trena foi demarcado antes do evento, de forma linear à base de lançamento, medida com intervalos de 10m. Os registros dos lançamentos foram captados por imagens de vídeos, visando coletar o tempo de voo de cada lançamento. O alcance em nível de competição é dado onde o foguete fica estático, ou seja, onde ele "para" após sair da base e não o momento de contato ao solo, por isto a importância do local para o lançamento não ter obstáculos, seja por questão de segurança ou por não interferir na trajetória do lançamento.

Figura 49 – Local de lançamento da edição 2019



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Figura 50 – Local de lançamento das edições de 2021 e 2022

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

A primeira participação em 2019 ocorreu nas dependências do parque Eduardo Gomes – Canoas/RS, onde a base de lançamento ficou em uma superfície onde se tinha a possibilidade de ser fixada com grampos.

Figura 51– MOBFOG 2019 – Parque Eduardo Gomes, Canoas/RS

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

No segundo e terceiro eventos, estes já intitulados MOCESFOG e MOBFOG, ocorreram na dependência da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) – Canoa/RS, a base ficou sobre uma superfície rígida, tendo que cada equipe improvisar o que iria fazer com que a base ficasse fixa. Para isto, foi colocado um “peso” nas bases para que ocorressem os lançamentos.

Figura 52 – Base sobre uma superfície rígida nas edições de 2021 e 2022

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Para medir cada alcance, foi utilizada a referência das demarcações de 10 metros em 10 metros, porém a trajetória, na maioria dos lançamentos não obedecia ao “corredor” das demarcações pré estabelecidas antes do evento, com esta variação no lançamento, os estudantes juntamente com os professores, utilizaram a relação métrica do triângulo retângulo trabalhado e estudado em sala de aula, onde estes captam a medida da projeção perpendicular à reta referencial de demarcações, para utilizar a relação denominada Teorema de Pitágoras, calculando assim a “hipotenusa” do triângulo determinado. Foi medido somente o cateto oposto ao lançamento, pois o cateto adjacente a este, já foi pré-demarcado.

$$alcance^2 = b^2 + c^2,$$

então,

$$alcance = \sqrt{b^2 + c^2}.$$

Figura 53 – Coleta das medidas para obter o alcance

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

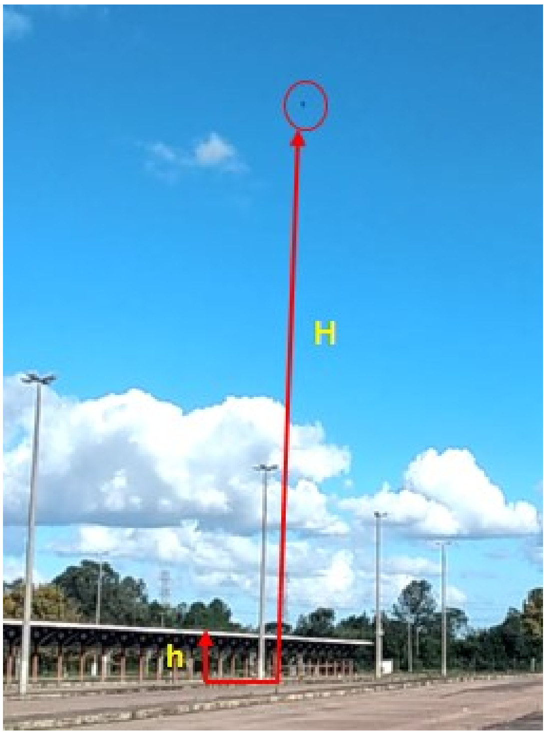
Para a altura atingida no lançamento, a dificuldade para ser obter tal informação foi evidente, logo, foi feito uma estimativa com o auxílio de um equipamento confeccionado pelo grupo, o astrolábio, porém, a possibilidade de erro na utilização deste instrumento é alta, em virtude da elevada velocidade de lançamento do foguete e do tempo de voo, em alguns casos, ser muito pequeno.

Também se estimou a altura máxima atingida em alguns lançamentos através do registro via filmagem, onde um grupo propôs utilizar o conceito de razão, conceito este, abordado e estudado no ensino fundamental, pois através das imagens, capta-se o ponto mais elevado da trajetória para realizar uma razão de semelhança.

Temos como razão de semelhança, o resultado da divisão entre as medidas de um lado da imagem obtida e o lado correspondente a ela na situação real, ou seja, faz-se uma escala, relativizando a medida de modo escalar.

Para realizar a estimativa da altura atingida pelo foguete, através da razão de semelhança, foi utilizada a medida (esta quando possível se observar) vertical máxima atingida pelo foguete quando ele se encontra no ponto mais elevado da filmagem (suposto vértice da parábola), medida esta, denominada H, ou a medida da projeção do foguete no ponto que se encontra até a metade da distância do lançamento (desconsiderando a arraste), utilizando como referencial para a projeção ortogonal a sombra, quando possível observar, e o poste de luz como alinhamento paralelo, ou seja, a reta suporte da altura. A outra medida para a realização da razão foi a altura da parada de ônibus (poderia ser utilizada outra medida paralela a H como referência) onde denominamos como h.

Figura 54 – Imagem de um dos lançamentos MOBFOG 2022



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

H = altura do foguete na imagem

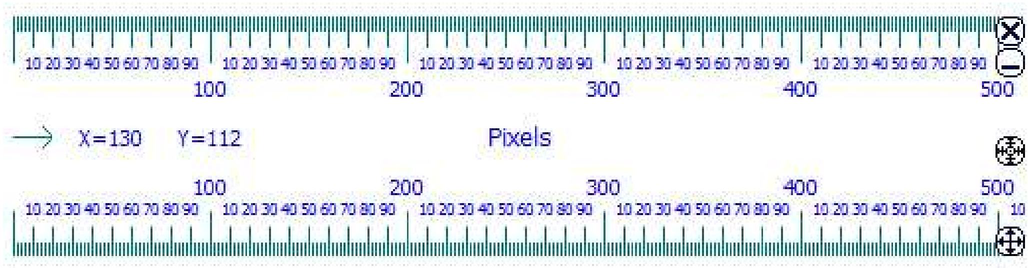
h = altura da parada na imagem

H' = estimativa da altura real do foguete no lançamento

h'= altura real da parada

Para as medidas H e h da imagem, foi utilizada uma régua de tela, uma espécie de régua digital[37] que permite determinar uma medida através da medida dos pixels[38] na tela.

Figura 55 – Régua digital – Régua pixel utilizada para as medidas



Fonte: http://www.mediafire.com/file/4in76fsenj4hs5q/REGUA.zip (2022).

A medida vertical H', medida como referência de um ponto da parada de ônibus, foi medida com uma trena no dia da mostra de foguetes.

Logo a altura foi estimada segundo a razão:

$$\frac{H'}{H} = \frac{h'}{h}$$

5.2.1 Astrolábio e Sextante

O astrolábio foi um instrumento naval antigo muito utilizado por grandes navegadores para medir a altura dos astros acima do horizonte. Este foi, por muito tempo, utilizado como instrumento de navegação marítima com base na determinação da posição de um astro no céu. Com o passar do tempo, o astrolábio foi simplificado e substituído pelo sextante, instrumento astronômico usado para determinar a latitude. O astrolábio também era utilizado para resolver problemas geométricos, como por exemplo, determinar a altura de um edifícioa partir

[37] Régua disponível em http://www.mediafire.com/file/4in76fsenj4hs5q/REGUA.zip (acesso em 14.05.2022).

[38] Unidade de medida padrão para imagens digitais

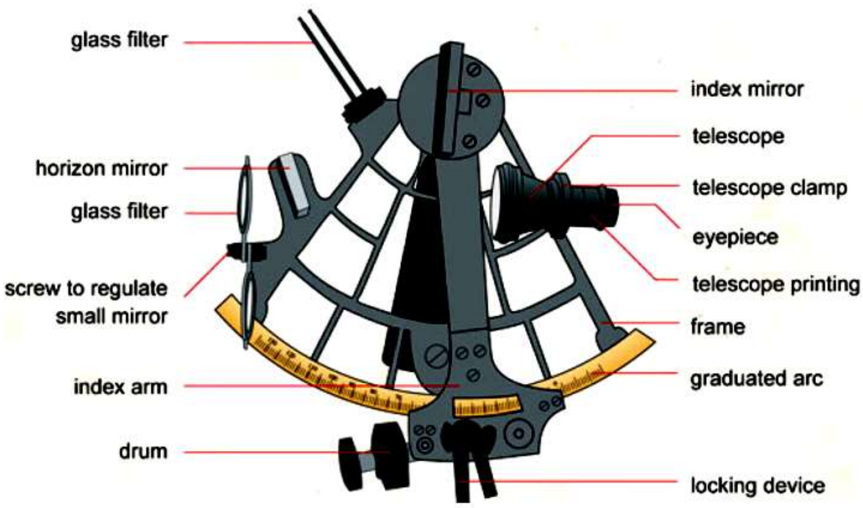
do cálculo do ângulo formado por sua sombra ou ainda para determinar uma profundidade.

Ele era formado por um disco graduado na sua borda, um anel de suspensão e um ponteiro. O astrolábio náutico era uma versão simplificada do tradicional e tinha a possibilidade apenas de medir a altura dos astros visando ajudar na localização das navegações em alto mar.

Figura 56 – Astrolábio persa do século XVIII

Fonte: Science Tech News (2021).

Figura 57 – Sextante náutico

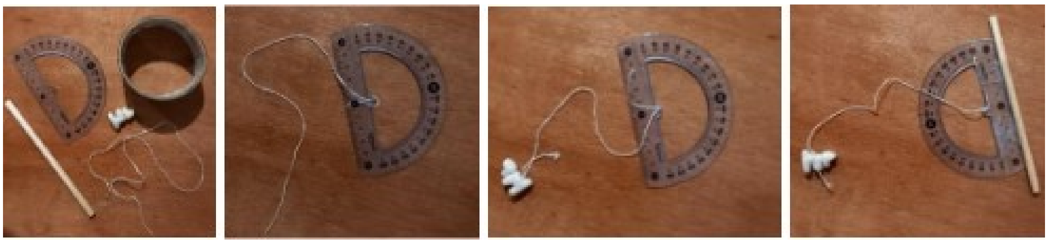


Fonte: https://infovisual.info/storage/app/media/05/img_en/076%20Sextant.jpg (2022).

Com o intuito de se estimar a altura máxima atingida pelo foguete no lançamento, na edição da MOCESFOG de 2020, cada grupo com a utilização de materiais manipulativos, construiu o seu próprio astrolábio. O astrolábio é formado por uma base em formato de disco chamada de madre (*mater*), sobre esta são acopladas as demais partes do instrumento. Neste disco principal estão inscritas no seu redor, escalas numéricas com as indicações de ângulos. Mesmo tendo uma aparência bem simples os astrolábios confeccionados pelos grupos, tem a função desejada de indicar o ângulo de visualização com relação à horizontal a partir de uma distância horizontal pré estabelecida por onde ocorreu a passagem do foguete.

A confecção dos astrolábios se deu de forma simples e rápida, cada grupo fez um semicírculo de papelão com as marcações dos ângulos de 0º a 180º em sua borda, colocaram uma caneta sobre a base (semicírculo) ou até mesmo sobre um transferidor, servindo como uma mira (referência visual) para apontar ao foguete na sua trajetória. Foi feito um furo no centro do semicírculo ou no transferidor e por este passou-se um barbante ou o fio de nylon dando um nó na ponta deste. Amarrar-se o objeto escolhido como peso ao fio, de modo que este fique esticado passando a demarcar a graduação do transferidor.

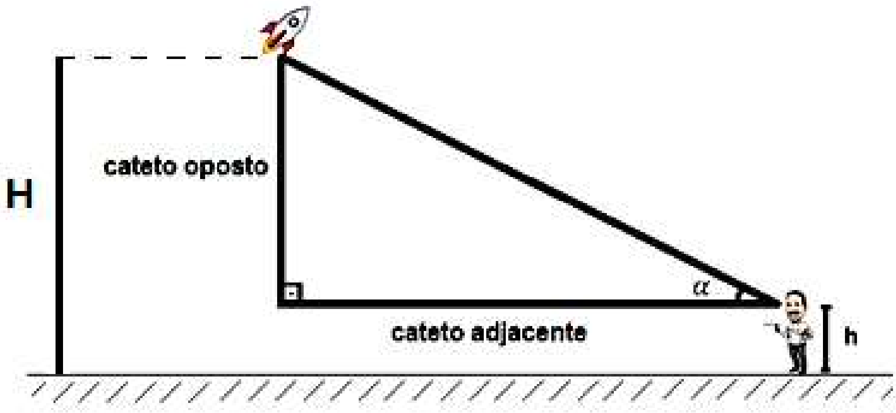
Figura 58 – Astrolábio



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Para a utilização deste equipamento, devemos certificar que o tubo (caneta) do astrolábio, quando paralelo ao chão, o fio suspenso deverá marcar um ângulo de zero grau. Com o astrolábio em mão, posiciona-se em um determinado local com este à altura dos olhos, olhando com a referência da caneta como sendo uma mira o lançamento do foguete, observasse a altura máxima atingida pelo foguete e o ângulo indicado no astrolábio, com isso, medindo a distância que se encontra o astrolábio, até a projeção ortogonal da altura máxima (ponto médio do segmento formado entre a partida do foguete a sua a aterrissagem), obtemos o cateto adjacente que juntamente ao ângulo obtido, utilizamos a razão trigonométrica (tangente de α) para estimarmos a altura máxima H atingida pelo foguete, medida esta, sendo a soma de h (altura do astrolábio ao chão) com o cateto adjacente calculado.

Figura 59: Esquema (observador – foguete) utilizado para estimar a altura



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

5.2.1.1 Materiais utilizados

- Transferidor;
- Caneta;
- Barbante ou fio de nylon;
- Peso (utilizar algum para esta função);
- Cartolina ou papelão (opcional);
- Fita durex ou cola.

5.3 ALCANCE

A fonte norteadora desta pesquisa se dá acerca dos alcances obtidos nas edições na qual participamos da MOBFOG e nas desenvolvidas pelo proponente deste trabalho, MOCESFOG.

Cada participante lançou mais de uma vez o seu foguete, de acordo com o estado do foguete após cada lançamento e o tempo estimado para o evento, pois de acordo com o número de grupos, a quantidade de lançamentos por equipe se restringiu para que todos tivessem as mesmas oportunidades.

Os alcances obtidos em cada edição nas tabelas a seguir.

Na edição de 2019, cada grupo lançou até 3 vezes, pois neste evento tínhamos 9 grupos.

Tabela 3 – Alcances obtidos – MOBFOG/MOCESFOG (2019)

	Lançamento 1	Lançamento 2	Lançamento 3
Grupo 1	12m	23m	43m
Grupo 2	*	34m	10m
Grupo 3	56m	*	18m
Grupo 4	**86m**	70m	*
Grupo 5	*	*	33m
Grupo 6	35m	28m	16m
Grupo 7	56m	18m	20m
Grupo 8	14m	9m	3m
Grupo 9	*	*	*

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

Na edição de 2021 tivemos 25 grupos, onde muitos dos grupos optaram por tentar o segundo lançamento.

Tabela 4 – Alcances obtidos – MOBFOG/MOCESFOG (2021)

	Lançamento 1	Lançamento 2
Grupo 1	24m	23m
Grupo 2	*	12m
Grupo 3	53m	*
Grupo 4	40m	32m
Grupo 5	*	*
Grupo 6	*	*
Grupo 7	66m	7m
Grupo 8	9m	29m
Grupo 9	56m	*
Grupo 10	*	*
Grupo 11	74m	*
Grupo 12	**87m**	*
Grupo 13	34m	17m
Grupo 14	2m	*
Grupo 15	65m	12m
Grupo 16	13m	*
Grupo 17	57m	41m
Grupo 18	75m	
Grupo 19	50m	43m
Grupo 20	*	37m
Grupo 21	22m	28m
Grupo 22	43m	61m
Grupo 23	9m	*
Grupo 24	33m	12m
Grupo 25	46m	12m

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

A edição de 2022 teve um expressivo número de grupos, nesta participaram 49 grupos, onde o evento se dividiu em dois dias, primeiro dia grupos de alunos do 1º ano do ensino médio (grupos 1 ao 24) e no segundo dia, alunos dos 2ºs e 3ºs anos do ensino médio (grupos 25 ao 49). Cada grupo teve a oportunidade de lançar duas vezes, porém o registro da tabela de cada grupo é referente ao lançamento de maior alcance.

Tabela 5 – Alcances obtidos – MOBFOG/MOCESFOG (2022)

	Alcance		Alcance
Grupo 1	*	**Grupo 26**	60m
Grupo 2	38m	**Grupo 27**	10m
Grupo 3	38m	**Grupo 28**	21m
Grupo 4	*	**Grupo 29**	40m
Grupo 5	*	**Grupo 30**	**126m**
Grupo 6	**106m**	**Grupo 31**	15m
Grupo 7	*	**Grupo 32**	70m
Grupo 8	13m	**Grupo 33**	**186m**
Grupo 9	*	**Grupo 34**	*
Grupo 10	*	**Grupo 35**	15m
Grupo 11	3m	**Grupo 36**	34m
Grupo 12	23m	**Grupo 37**	72m
Grupo 13	*	**Grupo 38**	8m
Grupo 14	*	**Grupo 39**	*
Grupo 15	40m	**Grupo 40**	62m
Grupo 16	1m	**Grupo 41**	60m
Grupo 17	50m	**Grupo 42**	70m
Grupo 18	33m	**Grupo 43**	38m
Grupo 19	4m	**Grupo 44**	17m
Grupo 20	*	**Grupo 45**	53m
Grupo 21	72m	**Grupo 46**	40m
Grupo 22	10m	**Grupo 47**	30m
Grupo 23	*	**Grupo 48**	51m
Grupo 24	72m	**Grupo 49**	**106m**
Grupo 25	*	-	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

A indicação * na tabela, se refere que o foguete não saiu da base de lançamento.

5.4 RECURSOS TECNOLÓGICOS

A inserção de recursos tecnológicos na educação vem aprimorando o desenvolvimento e a qualidade nas escolas. Nota-se que os educandos cada vez mais vêm demonstrando maior interesse em aprender, pois, conforme os dias vão passando, os jovens tendem a ficar cada vez mais conectados. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2001), os estudantes devem utilizar de forma adequada os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação, utilizando de forma adequada as calculadoras e os computadores.

Deste modo, fizemos uso do Excel para estimarmos os valores de alcance e altura atingidos pelo foguete para um modelo ideal. Já para as possíveis variações de parâmetros quanto a atrito e massa do foguete, fizemos uso do Python.

5.4.1 Excel

Após a coleta de dados nos lançamentos, informações experimentais, tempo de voo, alcance e o ângulo de lançamento, confrontamos os resultados obtidos com os modelos desenvolvidos no Excel, modelos que foram feitos após uma breve familiarização do programa com os educandos. Com o auxílio da formalização da componente curricular física, criamos uma um modelo para lançamentos oblíquos considerando que com estes não haja variação de massa, aceleração e ocorra em duas dimensões, ou seja, um modelo ideal para a utilização na disciplina de física para o estudo de cinemática. As comparações quanto a resultados obtidos e os modelos teóricos serviram como estímulo para nossas discussões. Cada grupo, com o auxílio do Excel, determinou o gráfico referente ao seu lançamento para uma possível situação idealizada, onde a trajetória é parabólica.

Neste modelo, podem-se determinar (alterar) diferentes parâmetros, sejam estes:

- Ângulo de lançamento do projétil;
- Velocidade inicial;
- Aceleração da gravidade.

Sendo o retorno obtido pela tabela do Excel:

- ➢ Ângulo em radiano;
- ➢ Componentes x e y da velocidade;
- ➢ Altura máxima
- ➢ Tempo de vôo;
- ➢ Alcance horizontal;
- ➢ Posição x e y para um determinado instante.

Figura 60 – Interface do modelo utilizado

PROFMAT - Unipampa (Caçapava do Sul/RS)
Mestrando - Luciano Brum
Recursos Computacionais - Professor Vinicius

Instante	Y	Posição Y	X	Posição X
0,0	0	0	0	0
0,1	11,76864	11,76864	2,083778	2,083778
0,2	23,43919	23,43919	4,167556	4,167556
0,3	35,01163	35,01163	6,251334	6,251334
0,4	46,48597	46,48597	8,335113	8,335113
0,5	57,86222	57,86222	10,41889	10,41889
0,6	69,14036	69,14036	12,50267	12,50267
0,7	80,3204	80,3204	14,58645	14,58645
0,8	91,40234	91,40234	16,67023	16,67023
0,9	102,3862	102,3862	18,754	18,754
1,0	113,2719	113,2719	20,83778	20,83778
1,1	124,0596	124,0596	22,92156	22,92156
1,2	134,7491	134,7491	25,00534	25,00534
1,3	145,3406	145,3406	27,08912	27,08912
1,4	155,8339	155,8339	29,17289	29,17289
1,5	166,2291	166,2291	31,25667	31,25667
1,6	176,5263	176,5263	33,34045	33,34045
1,7	186,7253	186,7253	35,42423	35,42423

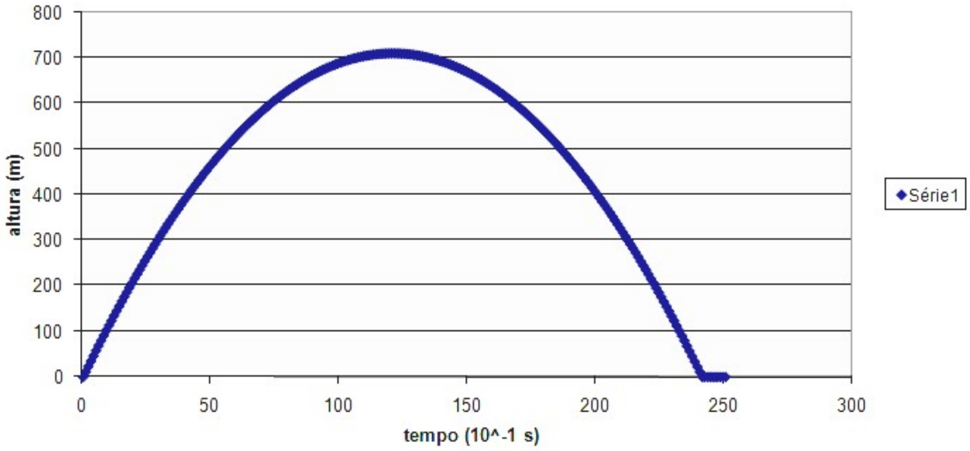
Ângulo de Lançamento do projétil

Graus	80	
Radianos	1,39626	
Velocidade inicial	120	m/s
	80	
Vy	118,1769	m/s
Vx	20,83778	m/s
Aceler.Gravidade	9,81	m/s^2
H máx	711,8138	m
Tempo de vôo	24,09316	s
Alcance Horizontal	502,0479	m

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

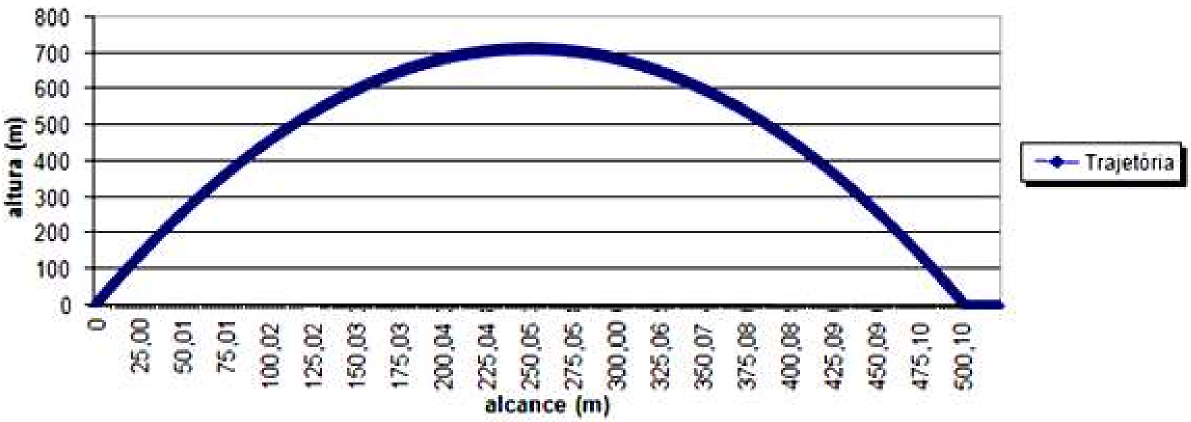
O modelo desenvolvido traça a curva da altura (projeção vertical) do projétil em função do instante em que se encontra e também a altura (projeção vertical) em função de sua projeção horizontal.

Figura 61 – Gráfico da altura X tempo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 62 – Gráfico da trajetória



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

5.4.2 Python

Na proposta do trabalho apresentado, a linguagem Python pode ser considerada um recurso potencializador. Esta ferramenta foi inserida como forma de simular os lançamentos de projéteis em um ambiente sem atrito. Podendo a situação vir a ser analisada e comparada como um modelo ideal ou não, para este trabalho a finalidade é a utilização Python e não a programação.

Com os dados experimentais, confrontamos com um programa de lançamento oblíquo de projéteis feito e elaborado sob a orientação do professor Igor Cancela, na disciplina de Geometria Analítica do curso PROFMAT. Com a utilização deste recurso após a mostra de foguetes, ficou evidente a curiosidade por parte dos alunos para a mudança de parâmetros que foram estabelecidos na programação e o interesse quanto ao conhecimento e aperfeiçoamento da linguagem de Python.

Com a programação determinada para a visualização das simulações e a análise de cada lançamento com os seus referidos dados, pôde-se iniciar uma discussão quanto às possíveis influências que ocasionaram a diferença teórica da experimentação.

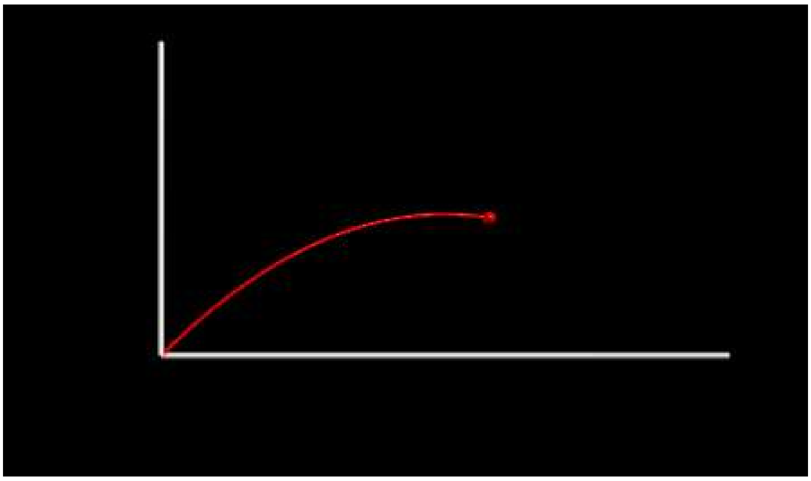
Figura 63 – Programação do modelo utilizando Vpython

Run this program **Share or export this program** **Download**

```
Web VPython 3.2
scene = display(title='Programação',x=0, y=0, width=800, height=500,center=vector(0,0,0), background=vector(0,0,0))
#cylinder(pos=vector(0,0,0),axis=vector(1,0,0),radius=0.01,color=vector(1,1,1))
cylinder(pos=vector(0,0,0),axis=vector(0,1,0),radius=0.01,color=vector(1,1,1))
bola=sphere(pos=vector(0,0,0),radius=0.02,color=color.red,make_trail=True)
vx=0.3
vy=0.3
g=0.1
R=(2*vx*vy)/g
print (R)
cylinder(pos=vector(0,0,0),axis=vector(R,0,0),radius=0.01,color=vector(1,1,1))
x=0
t=0
tf=2.0E0*(vy/g)
dt=0.01
while (t<=tf):
    rate(60)
    bola.pos.x=vx*t
    bola.pos.y=vy*t-0.5*g*t*t
    t=t+dt
```

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 64 – Execução da programação



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Foi analisada a simulação para diferentes formas de idealização do mesmo experimento:

1º) Não contendo atrito;

2º) Incorporando o atrito;

3º) Aceleração do foguete;

4º) Com gravidade;

5º) Com gravidade e com atrito.

Programações estas, que não foram desenvolvidas em sala de aula com os alunos e sim pelo proponente da dissertação no período da pesquisa durante as aulas da disciplina de Geometria Analítica e Trabalho de Conclusão de Curso do PROFMAT.

5.5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Cada grupo, semanas antes da mostra de foguetes, recebeu a tarefa de responder a um questionário como forma de pré-teste para ser feita uma análise quanto à percepção que cada equipe teve antes do lançamento e durante o processo de construção (apêndice A).

Após o evento, e antes de apresentarmos a análise de resultados, foi disponibilizado o pós-questionário (apêndice B).

Fazendo a análise das diferentes respostas dos questionários enviadas pelos grupos, seja do pré ou dos pós-questionários, observa-se uma forte tendência de pensamento. No primeiro questionário (pré-lançamento), temos para uma situação idealizada quando tratamos de experimentação, os modelos teóricos apresentados quanto à movimentação de um projétil no estudo do lançamento oblíquo e a curva determinada no estudo de uma função quadrática, levaram estes a responderem, quase na totalidade, que os foguetes descrevem uma trajetória parabólica. Já no segundo questionário (pós-lançamento) algumas divergências visuais, fizeram a ter um questionamento do por que do acontecimento.

Foi a partir das simulações computacionais, com as possíveis alterações de parâmetros das idealizações, que a discussão teve um leque de possibilidades normalmente não enfatizadas na Educação Básica. A discussão se deu em um nível teórico e de linguagem do nível escolar, no qual o aluno se encontra, o formalismo matemático também ficou dentro do que o ensino médio propõe.

Destaco os questionários de alguns grupos como respostas geraisà pesquisa, teremos para o pós-questionário, um relato (respostas) de um grupo que o foguete não saiu da base de lançamento e outro de lançamento na qual foi considerado como esperado pelo grupo.

✓ **Respostas do questionário (pré-lançamento)** do grupo 3 da edição de 2022 (apêndice C).

✓ **Respostas do questionário (pós-lançamento)** do grupo 2 da edição de 2022 (apêndice D).

✓ **Respostas do questionário (pós-lançamento)** do grupo 34 da edição de 2022, grupo este que foi o que atingiu o maior alcance da edição de 2021 (apêndice E).

A partir do maior alcance, a análise e discussão se deram início. Um dos grupos utilizou a planilha do Excel e através da tentativa e erro, determinou os seguintes parâmetros:

Graus	**45**	
Radianos	0,78540	
Velocidade inicial	**43**	**m/s**
Vy	30,40559	**m/s**
Vx	30,40559	**m/s**
Aceleração da Gravidade	**10**	**m/s^2**
H máx	46,225	**m**
Tempo de vôo	6,081118	**s**
Alcance Horizontal	184,9	**m**

Fazendo a comparação com os resultados experimentais quanto à altitude do foguete, tivemos muitas divergências: (alguns dos resultados indicados pelos grupos)

Grupo 12: Razão de semelhança 32m e Sextante 26m;

Grupo 15: Razão de semelhança, não visualizou e Sextante 55m;

Grupo 30: Razão de semelhança 25m e Sextante, não visualizou;

Grupo 37: Razão de semelhança 40m e Sextante 31m.

A intenção era a discussão referente às divergências tomar uma grande proporção para que estes tentassem refinar o modelo, e listar de maneira conceitual, possíveis causas da experimentação não coincidir com o modelo teórico, foi o que aconteceu por parte de alguns grupos, logo veio a indicação de que o alcance se deu após o arraste do foguete e não na sua colisão com o solo. Outro forte indicador listado pelos grupos foi à questão do erro visual quanto ao manuseio do sextante. Até chegarmos à uma gama de possibilidades listadas pelos estudantes:

- Fixação da base:
- Influência do gatilho ao puxar o barbante;
- Vazamentos (perda de pressão);
- Aletas não simétricas;
- Contrapeso/bico fora do padrão;
- Excesso de mistura;
- Torques;
- Resistência do ar;
- Aceleração do sistema;
- Aerodinâmica do bico.

Estes foram os indícios de possíveis erros listados com maior frequência, mesmo que muitos destes não apresentados e trabalhados em sala de aula. E para a discussão ficar mais aprimorada, assistimos alguns vídeos dos lançamentos e a partir destes foram indicados detalhes dos instantes iniciais da partida do foguete da base.

Figura 65 – Instantes iniciais da decolagem do foguete

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Observamos o efeito de despressurização gerada pela reação ocorrida e a pressão sendo responsável pela decolagem do foguete, porém pequena parte da reação ocorre na base, parte que fica no interior da garrafa, ou seja, após o gatilho. Esta reação depende do comprimento do compartimento da base, do volume da garrafa e consequentemente do volume da reação na qual foi utilizado para o lançamento, este gera um esguicho que pode ocorrer da base para a garrafa, fazendo com que a garrafa ao iniciar o seu movimento, ainda ocorrendo à reação no seu interior, não acompanhe a inclinação esperada ou desejada. A discussão quanto à trajetória, ainda destacou que a simetria, o material e o formato das aletas, influenciam na trajetória de lançamento.

Durante a discussão, alguns grupos fizeram a observação quanto ao esguicho gerado pela reação que está ocorrendo no sentido da garrafa (foguete) para a base.

Figura 66 – Foguete feito com garrafa de 2000 ml (2 litros) saindo da base.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Enquanto que em determinadas situações, foi observado que o esguicho gerado pela reação estava ocorrendo no sentido da base para a garrafa (foguete).

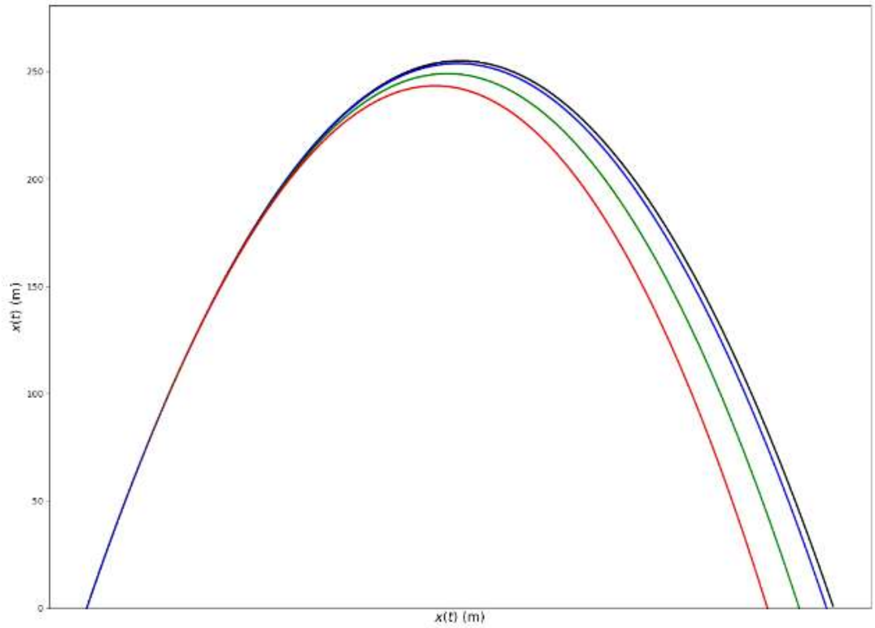
Figura 67 – Foguete feito com garrafa de 600 ml saindo da base.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Observa-se na primeira situação (Figura 66) que o movimento ao iniciar aproxima-se de uma trajetória parabólica, já na segunda situação (Figura 67), é de fácil percepção a mudança de inclinação do foguete e logo após voltando aparentemente para a inclinação inicial. Efeito este determinado pelo torque gerado no lançamento e após um torque regenerativo do sistema.

Após a visualização das imagens e discussão gerada mediante as perturbações observadas, utilizamos um modelo desenvolvido sob a orientação do professor e orientador desta dissertação, na disciplina do PROFMAT, modelo este desenvolvido em Python, capaz de alterarmos os parâmetros de resistência do ar e assim verificar que não obtemos uma trajetória simétrica e sim trajetórias com vários valores do retardamento da força.

Figura 68 – Execução da programação Python

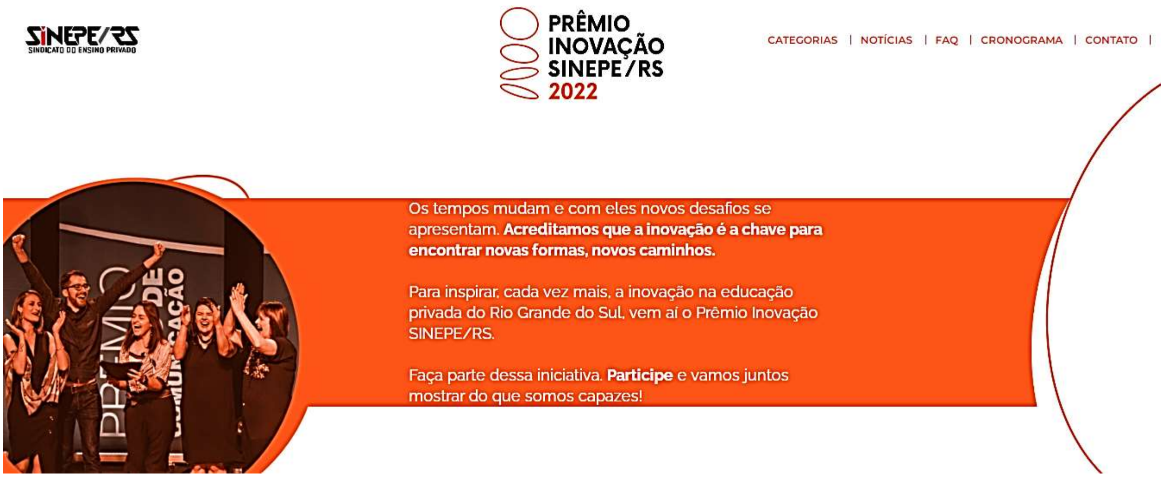


Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

5.6 A COMPETIÇÃO DA COMPETIÇÃO

O projeto MOCESFOG é caracterizado como uma competição entre os educandos, competição esta, que foi indicada pelo Colégio Espírito Santo ao Prêmio Inovação SINEPE/RS 2022 – Sindicato do Ensino Privado, prêmio que busca reconhecer projetos desenvolvidos pelas instituições de ensino tendo como foco a melhoria dos processos institucionais. O projeto MOCESFOG teve a sua inscrição feita pelo Colégio, onde concorreu na categoria “Estudante Protagonista”, nesta, competem projetos desenvolvidos na própria instituição com objetivo de estimular o protagonismo estudantil, seja em seu processo de aprendizagem e/ou o seu envolvimento em projetos desenvolvidos pelos professores e pela instituição.

Figura 69 – Prêmio inovação SINEPE/RS 2022



Fonte: https://premios.sinepe-rs.org.br/ (2022).

Tanto a MOCESFOG e ou a MOBFOG são competições que trouxeram um grande “ar” de competitividade e organização. Estudantes buscando através de uma competição, chegar à outra competição, a Jornada de Lançamentos.

5.7 PREPARATIVOS PARA A JORNADA DE LANÇAMENTOS

A Jornada de Lançamentos, evento que ocorreu de 17 a 20 de outubro de 2022 na cidade de Piraí, no Rio de Janeiro, foi convidada por consequência a participação da MOBFOG, equipes que atingiram, no mínimo, a marca de 90m nos lançamentos até 20 de maio. Tivemos quatro equipes convidadas, porém a que atingiu o maior alcance, obteve patrocínio parcial da instituição a qual representou, sendo assim, esta equipe foi a única representante do colégio no evento.

Desde a participação da MOBFOG, em maio de 2022, a equipe foi aprimorando o foguete e a sua base com diferentes materiais com o intuito de atingir um maior alcance. O grupo periodicamente se reunia e efetuava novos lançamentos fazendo assim a correção do contrapeso, das aletas, da concentração da mistura e ajustes de pressão necessários para poder disparar o gatilho. Neste período de treinamento, o grupo atingiu uma impressionante marca de 240,09 m.

Figura 70 – Aparato maciço feito com cola Epóxi para exercer a força peso

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 71 – Aletas e ponteira refeita para os novos testes

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 72 – Maior alcance antes da viagem para a Jornada de Lançamentos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Para a jornada de lançamentos, somente um professor por equipe pôde acompanhar o grupo nas acomodações disponibilizadas pela coordenação do evento/competição. Sendo assim, o professor Luciano Federle, professor de Física do colégio, acompanhou o grupo.

Figura 73 – Chegada da equipe ao Rio de Janeiro

Fonte: Professor Luciano Alécio que acompanhou a equipe (2022).

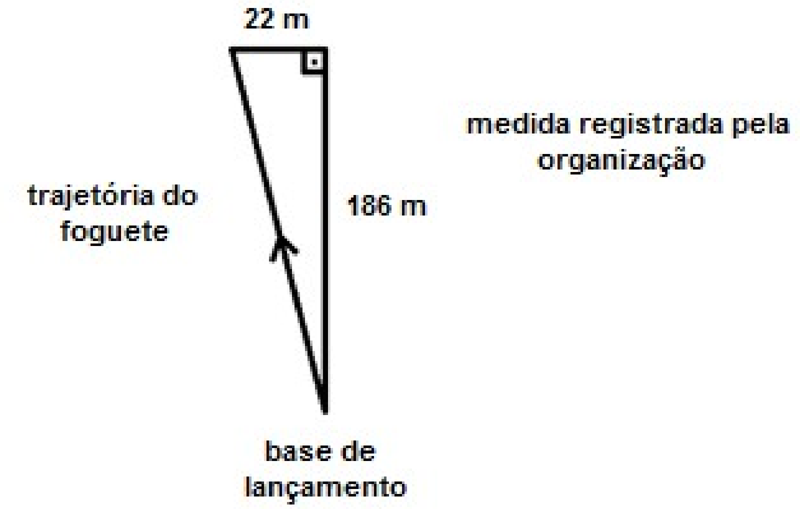
Cada grupo, além dos lançamentos que são o propósito do evento, teve treinamento e palestras no período em que esteve participando. Os mesmos participaram da Jornada de Lançamentos, prepararam uma apresentação conforme o evento determina, contendo nesta, nome do protótipo, ora batizado de Royal Rocket, participantes, materiais utilizados na construção e evolução dos alcances no período de competição classificatória e preparação para a jornada.

Figura 74 – Equipe na apresentação do grupo

Fonte: Professor Luciano Alécio que acompanhou a equipe (2022).

No primeiro dia, a equipe recebeu as instruções e suas acomodações, já no segundo dia, ocorreu o primeiro lançamento por equipe, e esta atingiu 186 m, medida observada pela equipe, como sendo a medida perpendicular à base de lançamento, ou seja, não foi à medida da projeção linear no solo da trajetória do foguete, e sim, um “cateto” do triângulo retângulo formado conforme esquema a seguir.

Figura 75 – Ilustração da visão superior do lançamento do foguete



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Ao se calcular o ângulo de abertura do foguete com relação a reta ortogonal a base de lançamento,obtemos:

$$medida\ da\ trajetória^2 = 22^2 + 186^2$$

$$medida\ da\ trajetória^2 = 484 + 34596$$

$$medida\ da\ trajetória^2 = 35080$$

$$medida\ da\ trajetória = 187{,}29\ m$$

Uma pequena diferença, esta não chegando a 1%, com relação ao valor registrado pela comissão organizadora. Neste lançamento, observamos um vazamento da mistura (reação) antes de se acionar o gatilho (pressão interna da garrafa estimada para se acionar 190 psi registrado no manômetro), porém o grupo disse que o gatilho foi acionado com o manômetro registrando 160 psi. Mesmo com toda esta negativa, obteve um ótimo alcance.

No terceiro dia de evento, foi feito o segundo lançamento com a marca de 105 m. Neste lançamento, tivemos um acionamento de gatilho considerado perfeito, pois se chegou à pressão esperada, porém não se houve a estabilidade no voo, motivo este indicado pela equipe de que as aletas não fizeram o seu papel, pois não estava tão fixa e então a simetria não ficou como esperada. A organização do evento efetua a premiação com 3 diferentes níveis, campeão, vice-campeão e menção honrosa. Sendo nesta edição, equipes detentoras dos troféus de equipes campeãs, as que atingiram os 10 melhores alcances entre 34 equipes participantes.

Figura 76 – Premiação da Jornada de Lançamentos

Fonte: Alécio, L.(2022)

Representando Canoas, o grupo de alunos do Colégio Espírito Santo formado por Klaus Gorski Delazari, Felipe Dias de Menezes e Kelvin Tonatto Giordani, comemoraram a conquista do troféu de campeão na XVI Mostra Brasileira de Foguete após a divulgação oficial dos resultados em 20 de outubro. Mesmo com uma marca inferior a que obteve no período de treinamento, a equipe atingiu o 8º melhor alcance, trazendo assim o troféu de campeão.

No jornal de circulação da cidade, foi matéria de destaque do dia 24.10.2022, a participação e a premiação da equipe na jornada de lançamentos.

Figura 77 – Premiação da jornada de foguetes 2022


DC | 24 Outubro 2022

Mobfog. Alunos do Espírito Santo de olho no espaço

DIVULGAÇÃO

Um grupo de alunos do Colégio Espírito Santo, formado por Klaus Gorski Delazari, Felipe Dias de Menezes e Kelvin Tonatto Giordani comemorou a conquista do troféu de campeão na XVI Mostra Brasileira de Foguetes (Mobfog).

Batizado de Royal Rocket, o protótipo deles registrou alcance de 186 metros de distância durante a Jornada de Foguetes, realizada em Barra do Piraí/RJ, repetindo a mesma marca que classificou o grupo na Mostra de Foguetes CES, em maio, no campus da Ulbra Canoas.

Ao todo, 34 equipes de diferentes Estados levaram seus foguetes para compartilhar informações sobre o processo de construção e para testar o alcance máximo nos lançamentos. Os estudantes canoenses foram acompanhados pelo professor de física do CES Luciano Alécio.

Fonte: Jornal Diário de Canoas (2022).

No retorno a Canoas a equipe foi recebida com um belo discurso, banner e uma matéria feita pelo colégio.

Figura 78 – Capa da matéria e banner de recepção a equipe

Fonte: Colégio Espírito Santo (2022).

Em entrevista ao setor de comunicação e marketing da instituição os componentes da equipe relataram:

“Estamos muito felizes com esse grande resultado e de levar o troféu para a escola. Foi uma das maiores experiências que eu já participei. Obtivemos muitos conhecimentos técnicos e aprimoramos o trabalho em equipe, reforçando nosso espírito coletivo para um bom desempenho na competição”, afirma Kelvin.

“Foi uma experiência muito interessante. Não é apenas uma competição. A gente conseguiu aprender tudo na prática e trocou ideias com os outros grupos. Todos estão em busca do mesmo objetivo, mas todo mundo se ajuda”, diz Felipe.

“A jornada de foguetes foi uma experiência incrementadora, com muitos conhecimentos de física e da dinâmica de foguetes nas oficinas, além da convivência com pessoas de outras regiões do País. A sensação é de dever cumprido, porque somos uma das melhores equipes do Brasil”, complementa Klaus.

“Os instrutores nos ensinaram a construir foguetes de papel com lançamento por ar comprimido e com garrafas PETs pequenas. Em outras oficinas, mostraram como elaborar um combustível de propelente sólido, a partir de açúcar confeiteiro e fertilizante, e como fazer um motor acionado à distância por fósforo eletrônico”, conta o professor Luciano Alécio.

O setor de publicidade do Colégio Espírito Santo, concentra todo o material relacionado às edições da MOCESFOG, estando estes disponíveis no canal do colégio no youtube[39].

E como forma de reconhecimento ao trabalho realizado, a prefeitura municipal de Canoas emitiu no dia 25.10.2022, um ofício referente ao requerimento dos votos de louvor da sessão plenária ocorrida no dia anterior. Conforme está descrito nos Anexos F e G.

[39] https://www.youtube.com/@JornalCES

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos dias de hoje, observa-se que ainda há professores que têm o receio de realizar atividades com recursos digitais e materiais manipulativos em sala de aula, pois, para muitos, são atividades que exigem tempo e trabalho. Na construção de minha caminhada e história no processo de ensino, como mediador do processo de aprendizagem dos alunos, tenho a preocupação em desenvolver um trabalho embasado no diálogo e na caracterização do concreto, por compreender que, por meio da troca de informações e a abordagem instrumental, é possível auxiliar na construção da aprendizagem.

A ideia da proposta adotada foi incentivar o aluno na compreensão do estudo da função polinomial de grau 2, em suma, integrar a interdisciplinaridade juntamente fazendo com que o educando instigue o questionamento da situação ideal atribuída no ensino teórico de sala de aula, com os resultados obtidos e modelados através dos recurso digitais utilizados. Além disso, para que ele não se reduzisse a um simples espectador, fazendo uso da concretização dos conceitos, a partir do uso de materiais manipulativos de simples aquisição e recursos digitais, tentado sempre aprimorar e incentivar o aluno quanto à utilização destes. Em se tratando de modelagem matemática, o projeto utilizou elementos que proporcionaram gerar um conjunto de dados e informações obtidos de maneira experimental, que foram confrontados com modelos teóricos estudados através de recursos computacionais. Foi evidente que a modelagem trouxe discussão, partilha, reflexão e por fim, facilitou o entendimento do estudo da função polinomial do 2º grau. Buscou-se, e ainda buscam-se, soluções através de diálogos e discussões que foram rotineiras ao longo da aplicação do projeto, e mesmo após a aplicação deste, a discussão segue fora da sala de aula por componentes de equipes que se aventuram ainda em fazer seus protótipos e os lançando, trazendo assim relatos dos lançamentos e discussões informais mediante aos resultados obtidos.

Por trás das componentes curriculares envolvidas, o projeto possibilitou uma vivência fora das quatro paredes da uma sala de aula, trocas de experiências com culturas diferentes, ou seja, um ensinamento além das páginas de um livro didático.

A proposta tinha como propósito também, divulgar as olimpíadas científicas e fazer com que estas viessem a se tornar eventos corriqueiros e desejados, mostrando que estas, os trarão uma bagagem de conhecimento e quem sabe, possibilidade de conhecer novas cidades, estados e quem sabe, outros países. O resultado alcançado pela equipe, trazendo o troféu de campeão da jornada de lançamentos, certamente incentivará futuros alunos a buscar tal feito e fará professores a desenvolver novos projetos, assim como participar de competições e olimpíadas que visam e buscam aprimorar o ensino através de uma disputa sadia e prazerosa.

Para uma próxima pesquisa, penso que poderia ser inicialmente desenvolvida uma oficina de utilização de outros recursos computacionais, no caso o Tracker e ainda um curso de iniciação ao Python, permitindo assim que os próprios alunos desenvolvam animações. E cabe destacar que conforme foram sendo introduzidos os recursos tecnológicos no ensino de Matemática, os materiais manipulativos foram aos poucos ficando em segundo plano, porém, devemos lembrar que o processo para produzir animação a partir de uma linguagem de programação, compartilha a mesma ideia e estrutura de aprendizado envolvida no uso de materiais manipulativos. Têm-se os comandos, as operações elementares que se faz com estes comandos e o algoritmo que é escrito em cima disso que visa simular o movimento.

E pensando no caso do lançamento de foguetes, futuramente escrever um trabalho específico sobre a dinâmica de um sistema de massa variável, que foi um dos fatores abordados na discussão quanto às divergências de resultados. Também, acredito que seria interessante expandir a utilização dos materiais manipulativos e digitais para o ensino como um todo, fazendo um elo quanto à utilização destes, em especial na componente curricular matemática. Sendo assim, ao término do ciclo da educação básica, tem-se a criação de diversos materiais distribuídos por diferentes conceitos, formando “kits” com os materiais utilizados nas propostas, acarretando em um produto educacional, que pode servir como auxílio para professores da Educação Básica.

REFERÊNCIAS

APARECIDO, Fabio. A matemática e a interdisciplinaridade no lançamento de foguetes de garrafas pet. Geeekie. Disponível em: <https://www.geekie.com.br/blog/foguetes>. Acesso em: 3 de abr. de 2022.

ARCAVI, Abraham; HADAS, Nurit. Computer mediated learning: an example of an approach.**International Journal of Computersor Mathematical Learning**, v. 5, n. 1, p. 25–45, 2000.

BANDINI, Carmen Silvia Motta; ROSE, Júlio César Coelho de. Chomsky e Skinner e a polêmica sobre a geratividade da linguagem. **Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva**. São Paulo, v. 12, n. 1-2, p. 20-42, jun. 2010.

BANDINI, Carmen Silvia Motta; ROSE, Júlio César Coelho de. **A abordagem behaviorista do comportamento novo.** Santo André: ESETec, 2006.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BASSANEZZI, Rodney Carlos; BERTONI, Ana Maria; JAFELICE, Rosana Suelli. **Modelagem Matemática**. Uberlândia, MG: UFU, 187 p., 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos; FERREIRA JR., Wilson Castro. **Equações diferenciais com aplicações**, São Paulo, Editora HARBRA, 1988.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologias e Inovações. **Olimpíadas Científicas**. Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Brasília: MCTI, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/cnpq/pt-br/assuntos/popularizacao-da-ciencia/olimpiadas-cientificas>. Acesso em: 19 de jul. de 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ >. Acesso em: 2 de mai. de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática – Ensino Médio. Brasília: MEC, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 20 de mai. de 2021.

BUNGE, Mario. **Teoria e Realidade**. São Paulo: Editora Perspectiva, 1974.

CANALLE, João Batista Garcia. Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica**.** 2019. Disponível em: <http://www.oba.org.br>. Acesso em: 3 de fev. de 2019.

CARVALHO, Maria Vilani Cosme de; MATOS, Kelma Socorro Lopes de (Org.). **Psicologia da Educação**. Fortaleza: Ed.Uece, 2015.

CEPA - Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada. A Força sobre Objetos num Fluido. e-Física: Mecânica Universitária, São Paulo, [sd]. Disponível em: <http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/mecanica/universitario/cap09/cap09_39.htm> Acesso em: 20 de out. de 2022.

CHOMSKY, Noam. **A Ciência da Linguagem**: conversas com James Mcgilvray. 1ed. Editora Unesp, 2014.

CÓDIGO autoral V658m. **Cutter's Online**, Campinas, SP, abr. 2023. Disponível em: <https://cuttersonline.com.br/registro/1edd1965-6e5e-6400-9970-f665d5aadc3e>. Acesso em: 2 de abr. de 2023.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à Ação: Reflexões sobre Educação Matemática**, Campinas, Sammus Edit., 1986.

FADEL, Luciane Maria; ULBRICHT, Vânia Ribas; BATISTA, Claudia Regina; VAZIN, Tarcísio (org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimentel Cultura, 2014.

FAZ EDUCAÇÃO & TECNOLOGIA. **Gamificação na educação: o que é e como pode ser aplicada**. São José dos Campos – SP. (ed.), 2021. Disponível em: <https://www.fazeducacao.com.br/gamificacao-na-educacao>. Acesso em: 16 de set. de 2022.

FERREIRA, Paulo Roberto dos Santos. **Regra e criatividade no comportamentalismo radical de B. F. Skinner.** 2010. Tese (Doutorado em Filosofia). - Programa de Pós Graduação em Filosofia, 2010. UFSCar, São Carlos, 2010.

FONSECA, Rochele Paz; PACHECO, Janaína Thaís Barbosa. Análise funcional do comportamento na avaliação e terapia com crianças. **Rev. bras. ter. comport. cogn.**, São Paulo , v. 12, n. 1-2, p. 1-19, jun. 2010 . Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-55452010000100001&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 21 de fev. de 2020.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987. V. 21.

GOVERNO DA PARAÍBA. Projeto apoiado pelo Governo incentiva participação de alunos em olimpíadas de conhecimento. Disponível em: <https://paraiba.pb.gov.br/noticias/projeto-apoiado-pelo-governo-incentiva-participacao-de-alunos-em-olimpiadas-de-conhecimento> . Acesso em: 23 de abr. de 2020.

GPTW. Como vencer máquinas. GPTW, São Paulo, [sd]. Disponível em: <https://gptw.com.br/conteudo/artigos/como-vencer-maquinas/>. Acesso em: 12 de fev. de 2022.

GRAVINA, M. A. Geometria dinamica - uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In **Anais** do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, pp. 1–13. Belo Horizonte/MG. 1996. Disponível em:

<https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice_geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf>. Acesso em : 10 de nov. de 2019.

GRAVITAÇÃO: velocidade de escape. 2021. Respondido por: Prof. Fernando Lang da Silveira - www.if.ufrgs.br/~lang/. Disponível em: <https://cref.if.ufrgs.br/?contact-pergunta=gravitacao-velocidade-de-escape>. Acesso em: 30 de jul. de 2022.

GUIA DO ESTUDANTE. Chegada do homem à Lua: 6 fatos sobre a Apollo 11. **Grupo Abril**. 2021. Disponível em: <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/chegada-do-homem-a-lua-6-fatos-sobre-a-apollo-11>. Acesso em: 20 de nov. de 2022.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. **Física**. Rio de Janeiro: Editora LTC, v.2., 6. ed., 1983.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. Rio de Janeiro: Editora LTC, v.1., 4. ed., 2006.

HANNESCH, Paulo; VIDOLIN, Almir. Competição pelo conhecimento. 2018. Educação e Mídia. Disponível em: <https://www.gazetadopovo.com.br/vozes/educacao-e-midia/competicao-pelo-conhecimento/>. Acesso em: 25 de jul. de 2022.

HELERBROCK, Rafael. **Como funciona o lançamento de um foguete**. Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/fisica/como-funciona-o-lancamento-de-um-foguete.htm>. Acesso em: 26 de jan. de 2023.

JESUS, Marcos Antônio S. de; FINI, Lucila Diehl T. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: BRITO, Márcia Regina F. de. (org). **Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa**. Florianópolis: Insular, 280p., 2005.

LEIN SERVICOS EM TECNOLOGIA DA INFORMACAO LTDA. **Cutter's Online**, c2023. Serviço gratuito de registro automático de código autoral para sistemas de informação: transparência, agilidade e confiabilidade no processo de obtenção do código Cutter. Disponível em: <https://cuttersonline.com.br/registrador-gratuito> Acesso em: 21 de fev. de 2023.

LEMOINE, E. **Géometrographie ou artdesconstructionsgéométriques**. Physico-mathématique: n. 18, Scientia, 1902.

LIMA, Elon Lages. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores associados, 2006 (Coleção Formação de Professores).

LYONS, John. **Introdução à Linguística Teórica**. São Paulo: Nacional, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1979.

MAHLER, Wagner Frederico Cesar. **PROJETO DE FOGUETE PARA LANÇAMENTO DE NANO SATÉLITES**. 2014. 119 f. TCC (Graduação) - Curso de Instituto Tecnológico da Aeronáutica (Ita), Iniciação Científica do Programa de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic), Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014. Disponível em: <http://mtc-m21c.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m21c/2020/07.07.18.02/doc/Wagner%20Frederico%20Cesar%20Mahler.pdf?metadatarepository=sid.inpe.br/mtc-m21c/2020/07.07.18.02.55&mirror=urlib.net/www/2017/11.22.19.04.03>. Acesso em: 12 de jul. de 2022.

MENTALIDADES MATEMÁTICAS. A matemática nos lançamentos de foguetes. [SI], 2021. Disponível em:<https://mentalidadesmatematicas.org.br/a-matematica-nos-lancamentos-de-foguetes/>. Acesso em: 4 de set. de 2022.

MORE: Mecanismo online para referências, versão 2.0. Florianópolis: UFSC. Rexlab, 2013. Disponível em: <http://www.more.ufsc.br/>. Acesso em: 21 de fev. de 2023.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Epu, 1999.

MOREIRA, Marco Antônio; MASSONI, Neusa Teresinha; **Epistemologias do Século XX**, EPU, São Paulo, 2011.

MOYER, Patrícia. **Já estamos nos divertindo? Como os professores usam manipulativos para ensinar matemática.** Estudos Educacionais em Matemática, 47(2), 175-197, 2001.

NOAM CHOMSKY. *In*: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Wikimedia, 2021. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Noam_Chomsky#Linguistic_theory>. Acesso em: 21 de abr. de 2021.

NUNES, Carlos Eduardo. **Equações Lineares e Quadráticas:** resolução com o auxílio de material concreto**.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

OLIMPÍADAS do conhecimento: conheça as principais competições do Brasil. 2022. Educa + Brasil. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/educacao/dicas/olimpiadas-do-conhecimento-conheca-as-principais-competicoes-do-brasil>. Acesso em: 25 de out. de 2022.

OLIVEIRA, Fernando Sousa de. **Lançamento de Foguetes como uma Ferramenta Pedagógica para o Ensino de Física**. 2019. 175 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Física, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Universidade Federal de Mato Grosso, Barra do Garças, 2019. Disponível em: <https://ri.ufmt.br/bitstream/1/3160/1/DISS_2019_Fernando%20Sousa%20de%20Oliveira.pdf>. Acesso em: 10 de fev. de 2020.

OLIVEIRA, Ivânia de. **Conservação de momento linear de sistemas de massa variável**. 2019. Produto educacional do MNPEF - Polo UFABC. Disponível em:

<https://propg.ufabc.edu.br/mnpef-sites/leis-de-conservacao/conservacao-de-momento-linear-de-sistemas-de-massa-variavel/>. Acesso em: 20 de ago. de 2022.

OLIVEIRA, Marco Antonio Sodré. **Os Aspectos Físicos e Matemáticos do Lançamento do Foguete de Garrafa PET**. 2008. 29 f. TCC (Graduação) - Curso de Física, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2008. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/pibidfisica/files/2013/03/OS-ASPECTOS-F%C3%8DSICOS-E-MATEM%C3%81TICOS-DO-LAN%C3%87AMENTO-DO-FOGUETE-DE-GARRAFA-PET.pdf>. Acesso em: 16 de mai. de 2021.

PALMERIO, Ariovaldo Felix. **Introdução a Tecnologia de Foguetes.** 2. ed. São José dos Campos -São Paulo: Sindct, 2017. Disponível em: <http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/bibliografia/Palmerio-IAE-livro_2017.pdf>. Acesso em: 20 de jul. de 2022.

PIAGET, Jean. **Psicologia e epistemologia**. São Paulo: Dom Quixote, 1991.

PIAGET, Jean. **Seis Estudos de Psicologia** RJ, Forense-Universitária, 1999.

PONTES, M. .**História dos foguetes**. 2018. Disponível em: <http://www.astropontes.org.br/wp/programas/projetos.oap/campeonatode-foguetes-a-agua/historia-dos-foguetes> Acesso em: 18 de nov. de 2020.

PRAVALER (ed.). **Olimpíadas Científicas: o que são e como funcionam as principais do Brasil**. 2021. Disponível em: <https://www.pravaler.com.br/olimpiadas-cientificas-o-que-sao-e-como-funcionam-as-principais-do-brasil/#>. Acesso em: 25 de jul. de 2022.

PREPARATA, Franco P.; SHAMOS, Michael Ian. **ComputationalGeometry**: anintroduction. Usa: Springer-Verlag, 1985. 411 p. Disponível em: <http://www.cs.kent.edu/~dragan/CG/CG-Book.pdf>. Acesso em: 11 de abr. de 2022.

PROJETO AIUTA (Santa Maria). Unifra (ed.). **Mecânica Clássica I**. In: MECANICA NEWTONIANA: PARTÍCULA UNICA. Santa Maria: Projeto Aiuta, 2004. Cap. 2. p. 47-97. Disponível em: <http://jararaca.ufsm.br/websites/petfisica/download/Arquivos/Capitulo%202.pdf>. Acesso em: 16 de mai. de 2022.

ROBERTO DEZORZI. Foguetes espaciais e a sua relação com o curso de Matemática. 2021. **Voomp**. Disponível em: <https://blog.voomp.com.br/graduacao/matematica/foguetes-espaciais-e-a-sua-relacao-com-o-curso-de-matematica>. Acesso em: 16 de out. de 2022.

RODRIGUES, Fredy Coelho. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de Matemática: da ação experimental à reflexão.** Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012

SANTANA, Ana Lúcia. Behaviorismo. InfoEscola, [s.d.]. Disponível em: <**https://www.infoescola.com/psicologia/behaviorismo/**>. Acesso em: 20 de mai. de 2022.

SANTAELLA, L. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2003.

SELVA, Ana Coelho Vieira. **Gráficos de barras e materiais manipulativos: analisando dificuldades e contribuições de diferentes representações no desenvolvimento da conceitualização matemática em crianças de seis a oito anos**. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva), UFPE. Recife, 2003.

SKINER, Burrhus Frederic. **Ciência e Comportamento Humano**. SP, Martins Fontes, 1994.

SKINNER, Burrhus Frederic.**Tecnologia do Ensino**. Pennsylvania: 1968.

SOUZA, James Alves de. **UM FOGUETE DE GARRAFA PET.** São Carlos, SP: SBF, **Revista Física na Escola -** v. 8, n. 2, 2007. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol8/Num2/v08n02a02.pdf>. Acesso em: 14 de jan. de 2019.

SOUSA, Joilson Sena de. **O Problema de Neusis e os Elementos de Euclides: Uma proposta de investigação para o ensino da geometria.** 2021. 54 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém-Pará, 2021.

SOUZA, Marcelo Maraschin de. **Geometria Analítica**: cônicas. Santa Catarina, 2020. 42 slides, color. Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. Disponível em: <https://docente.ifsc.edu.br/marcelo.maraschin/Material/Engenharia%20Mec%C3%A2nica/Geometria%20Anal%C3%ADtica%2020161/C%C3%B4nicas.pdf>. Acesso em: 24 de set. de 2022.

THE UNWANTED BLOG. Space Launch System, 2012. Disponivel em: <https://up-ship.com/blog/?p=13741>. Acesso em: 22 de ago. de 2021.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros**. Rio de Janeiro: Editora LTC, v. 1. 6. ed. 2008.

VIEIRA, Francisco Ruan Costa et al.. Gamificação na educação como recurso potencializador do ensino-aprendizagem em uma abordagem behaviorista radical. **Anais** VI CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/60629>. Acesso em: 20 de mai. de 2022.

VIGOTSKY, Lev. **Teoria e método em psicologia**. SP, Martins Fontes, 2004.

VILLANI, Alberto; CARVALHO, Orquiza de. Representações mentais e experimentos qualitativos. **Revista Brasileira de Ensino de Fisica**, v. 15, p. 74-89, 1993. Acesso em: 19 de fev. de 2020.

WINTERLE, Paulo. **Vetores e Geometria**. 2. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil Ltda, 258 p., 2014.

YAMAMOTO, Carlos K.; YAMAMOTO, Thiago K.. Foguete de Garrafa PET. 2014. Maquetes-Dicas. Disponível em: <http://maquetesdicas.blogspot.com/2014/07/foguete-de-garrafa-pet.html>. Acesso em: 25 de fev. de 2019.

APÊNDICE A – PRÉ-LANÇAMENTO.

Questionário (pré-lançamento)

MOCESFOG/MOBFOG

Data: ___/___/____

Nome: ______________________________________ Turma:__________

Nome: ______________________________________ Turma:__________

Nome: ______________________________________ Turma:__________

1. Como foi meu desempenho na montagem da base de lançamento e do foguete?
2. O grupo conseguiu realizar a montagem sozinha ou precisaram de ajuda de um adulto?
3. Qual foi o material utilizado?
4. Qual o ângulo de inclinação que utilizará na base para o lançamento?
5. Porque a escolha deste ângulo?
6. Pra você, qual a trajetória que o foguete fará?
7. Como poderei medir a altura máxima atingida?
8. Como poderei medir o alcance deste?
9. Que tipo de reação ocorrerá para que o foguete seja lançado?
10. Caso o seu foguete não descreva o movimento e o alcance esperado, o que você citaria como fator (es) determinante(s)?
11. Quais conceitos podem identificar para este lançamento de foguetes? (matemática, física e química)
12. Descreva como foi seu processo de construção e o que você espera da MOCESFOG (Mostra CES de foguetes) /MOBFOG (Mostra brasileira de foguetes) e consequentemente a possibilidade de se qualificar para a Jornada de Lançamentos que poderíamos considerar como a próxima fase da MOBFOG?
13. Anexar imagens do foguete e da base de lançamento. (caso tenha imagens do processo de construção, favor anexar)

Observação: No dia do lançamento, cada grupo deverá registrar a alcance de cada lançamento e o seu tempo de voo (utilizar um cronômetro para auxiliar).

APÊNDICE B – PÓS-LANÇAMENTO

Questionário (pós-lançamento)

MOCESFOG/MOBFOG

Data: ___/___/____

Nome: ______________________________________ Turma:__________
Nome: ______________________________________ Turma:__________
Nome: ______________________________________ Turma:__________

1. Quantos lançamentos o grupo realizou?
2. Informe o alcance de cada lançamento.
3. Caso o foguete não tenha saído da base, informe as possíveis causas que o grupo observou.
4. Informe a proporção utilizada na mistura de ácido acético e bicarbonato de sódio.
5. No experimento do grupo, descreva de que forma ocorreu a mistura?
6. Inserir imagens do foguete e sua base do dia na qual foi lançado.
7. Qual foi o procedimento adotado para medir o alcance?
8. Aponte de maneira resumida, ou seja, a conclusão do grupo quanto à mostra desenvolvida.

APÊNDICE C – GRUPO 3 (EDIÇÃO DE 2022).

Questionário (pré-lançamento)

MOCESFOG/MOBFOG

1) Como foi meu desempenho na montagem da base de lançamento e do foguete?

O desempenho do grupo foi muito bom, todos colaboraram e a base ficou do jeito que a gente queria.

2) Conseguiu fazer sozinho ou precisou de ajuda de um adulto?

Fizemos quase tudo sozinhos, algumas pequenas coisas perguntamos/pedimos aos nossos pais e/ou professores.

3) Qual o material utilizado?

Canos de aproximadamente 25 mm de diâmetro, conexões para os canos, cola, 2 garrafas pet, fita isolante, um manômetro, canos de 20 mm, uma pasta de plástico, registros, uma abraçadeira, fita hellerman, vinagre e bicarbonato de sódio.

4) Qual o ângulo de inclinação que utilizará na base para o lançamento?

45° graus de inclinação.

5) Por que a escolha deste ângulo?

O máximo alcance de algo, em função de sua velocidade inicial e da aceleração da gravidade, é determinado quando o valor atribuído a sen2θ é o maior possível. O máximo valor de seno é 1 e corresponde ao ângulo de 90°. Sendo assim, quando o ângulo de lançamento é 45°, o valor do seno contabilizado é o seno de 90° (sen 2.45º = sen90º = 1), e o alcance é o máximo possível.

6) Pra você, qual a trajetória que o foguete fará?

Uma trajetória parabólica.

7) Como poderei medir a altura máxima atingida?

A altura máxima pode ser determinada a partir da equação de Torricelli, equação do movimento uniformemente variado independente do tempo.

8) Como poderei medir o alcance deste?

A partir da equação do alcance $x = v_{0x}.t = v_0.\cos\theta.t$, podemos determinar o

alcance a partir do valor da velocidade de lançamento e do ângulo. Sabemos que o tempo de subida (t_s) é igual ao tempo de queda (t_q), logo o tempo total desde o lançamento até a queda é o tempo total (t_t), onde $t_t = 2.t_s$.

9) Que tipo de reação ocorrerá para que o foguete seja lançado?

Quando o bicarbonato de sódio entra em contato com o vinagre, o ácido acético reage com o bicarbonato de sódio. Um dos produtos da reação é um gás muito conhecido, chamado dióxido de carbono, o CO_2.

10) Caso o seu foguete não descreva o movimento e o alcance esperado,o que você citaria como fator(es) determinante(s)?

O peso, a pressão em que foi liberada, a aerodinâmica dele... etc.

11) Quais conceitos podemos identificar para este lançamento de foguetes? (matemática, física e química)

Matemática nós calculamos o melhor ângulo de lançamento, para obtermos a melhor distância possível. Na física, nós usamos o conceito de expelir gases para gerar movimento no sentido oposto. Na química, nós usamos elementos para gerar uma reação química, que é de onde vem esse gás.

12) Descreva como foi seu processo de construção e o que você esperada MOCESFOG (Mostra CES de foguetes) e consequentemente a possibilidade de se qualificar para a segunda fase da MOBFOG (Mostra brasileira de foguetes).

O processo de construção foi simples, nosso modelo não era complicado e nós tínhamos a maioria dos materiais, foi um processo divertido. Nossa equipe pretende mudar de modelo depois e nós esperamos resultados bons na MOCESFOG. Nós acreditamos na possibilidade de nos qualificarmos para a MOBFOG, mas mesmo se isso não acontecer, ficaremos satisfeitos com resultados acima da média na MOCESFOG.

APÊNDICE D – GRUPO 2 (EDIÇÃO DE 2022).

Questionário **(pós-lançamento)**

MOCESFOG/MOBFOG

1) Quantos lançamentos o grupo realizou?

2 lançamentos.

2) Informe o alcance de cada lançamento.

1º - 38m;

2º - Não houve medição.

3) Caso o foguete não tenha saído da base, informe as possíveis causas que o grupo observou.

Nosso foguete saiu da base.

4) Informe a proporção utilizada na mistura de ácido acético e bicarbonato de sódio.

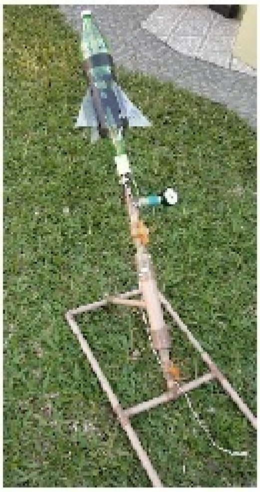
No primeiro lançamento foi de 600 ml de ácido acético, e 24 gramas de bicarbonato de sódio; E no segundo foi 450 ml de ácido acético e 18 gramas de bicarbonato de sódio.

5) No experimento do grupo, descreva de que forma ocorreu a mistura?

Primeiro colocamos o vinagre (ácido acético) no compartimento da base, e o bicarbonato de sódio no foguete, depois liberamos o vinagre e o deixamos entrar no foguete, e então esperamos a reação acontecer e soltamos o foguete

6) Inserir imagens do foguete e sua base do dia na qual foi lançado.



7) Qual foi o procedimento adotado para medir o alcance?

As medidas já estavam no chão de 10 em 10 metros, então fomos até o foguete e vimos em que marcação ele se encaixava.

8) Aponte de maneira resumida, ou seja, a conclusão do grupo quanto à amostra desenvolvida.

Concluímos que, apesar de ser nosso primeiro lançamento e de eventuais problemas terem ocorrido, conseguimos ter uma boa experiência na MOCESFOG/MOBFOG, para assim conseguir uma distância superior futuramente.

APÊNDICE E – GRUPO 34 (EDIÇÃO DE 2021).

Questionário (pós-lançamento)

MOCESFOG/MOBFOG

1) Quantos lançamentos o grupo realizou?

Somente um.

2) Informe o alcance de cada lançamento.

3) Caso o foguete não tenha saído da base, informe as possíveis causas que o grupo observou.

O gatilho estava mal ajustado e os anéis de vedação não estavam posicionados corretamente, provocando o desajuste com a garrafa e o vazamento de parte da mistura.

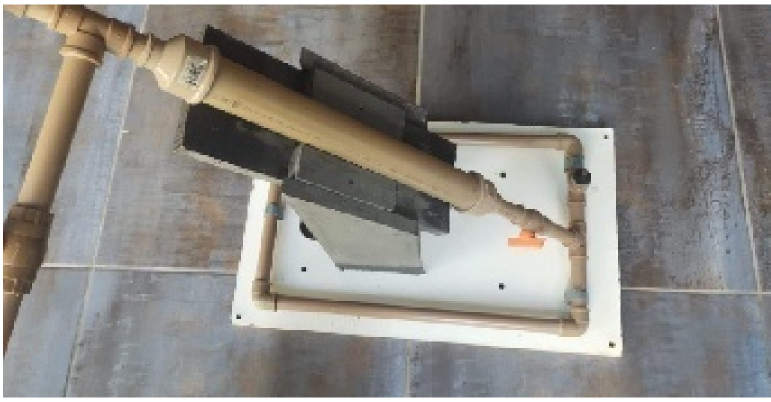
4) Informe a proporção utilizada na mistura de ácido acético e bicarbonato de sódio.

700ml de ácido acético para 48g de bicarbonato de sódio.

5) No experimento do grupo, descreva de que forma ocorreu a mistura?

O vinagre foi posto no reservatório do foguete através de um registro, enquantoo bicarbonato de sódio estava dentro da garrafa, virando a base e abrindo oregistro o vinagre chegava à garrafa, ocorrendo a reação.

6) Inserir imagens do foguete e sua base do dia na qual foi lançado.



7) Qual foi o procedimento adotado para medir o alcance?

Não adotamos nenhum procedimento devido à falha do projeto.

8) Aponte de maneira resumida, ou seja, a conclusão do grupo quanto à amostra desenvolvida.

Concluímos que faltaram ajustes simples na base e na vedação, para um lançamento efetivo e que tivesse um bom desempenho.

ANEXO A – HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 1

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc...).

Fonte: http://basenacionalcomum.mec.gov.br (2022)

ANEXO B – HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 2

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: http://basenacionalcomum.mec.gov.br (2022)

ANEXO C – HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 3

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.
(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Fonte: http://basenacionalcomum.mec.gov.br (2022)

ANEXO D – HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 4

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

Fonte: http://basenacionalcomum.mec.gov.br (2022)

ANEXO E – HABILIDADES DA COMPETÊNCIA 5

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.
(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: http://basenacionalcomum.mec.gov.br (2022)

ANEXO F – OFÍCIO

CÂMARA MUNICIPAL DE CANOAS

Canoas, 25 de outubro de 2022

Ofício CM/1251/2022

Ao Senhor Luciano Brum,

Prezado Senhor,

A Câmara Municipal de Canoas, em atendimento ao requerimento aprovado em sessão plenária, protocolado sob o nº 2022/24140, firmado pelo Vereador Juares Carlos Hoy, dá ciência a Vossa Senhoria da proposição anexa.

Atenciosamente,

(Assinado Digitalmente)
Marcio Cristiano Prado de Freitas
Presidente em exercício

ANEXO G – VOTOS DE LOUVOR

CÂMARA MUNICIPAL DE CANOAS

A Sua Excelência o Senhor Vereador
ERACILDO GUILHERME LINCK
Presidente da Câmara Municipal de Canoas

Senhor Presidente,

O Vereador **JUARES CARLOS HOY** Vice-líder da Bancada do Partido **PTB**, apresenta, na forma regimental, o seguinte:

REQUERIMENTO

Votos de Louvor ao Colégio Espírito Santo, através da Diretora Irmã Maria Sônia Muller, bem como aos alunos Klaus Gorski Delazari, Felipe Dias de Menezese Kelvin Tonatto Giordani que, representando a Cidade de Canoas, foram campeões na XVI Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), e aos professores Luciano Alécio, Rogério Santejano, Luciano Brum.

JUSTIFICATIVA

Para os três alunos do Colégio Espírito Santo, assim como para todo colégio,o dia 20 de outubro foi motivo de comemoração. Após a divulgação oficial dos resultados da XVI Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), foi comemorada a conquista do troféu de campeão. Batizado de Royal Rocket, o protótipo deles registrou alcance de 186 metros de distância durante a Jornada de Foguetes, realizada em Barra do Piraí/RJ, repetindo a mesma marca que classificou o grupo na Mostra de Foguetes CES, em maio, no campus da Ulbra Canoas.

Ao todo, 34 equipes de diferentes Estados levaram seus foguetes para compartilhar informações sobre o processo de construção e para testar o alcance máximo nos lançamentos. O Signatário requer a aprovação e o reconhecimento desta Casa Legislativa, bem como ciência individual deste ato aos alunos que representaram nossa cidade, Klaus Gorski Delazari, Felipe Dias de Menezes e Kelvin Tonatto Giordani e à Diretora do Colégio Espírito Santo Irmã Maria Sônia Muller e aos professores Luciano Alécio, Rogério Santejano, Luciano Brum.

Atenciosamente,
Canoas, 24 de Outubro de 2022
Vereador JUARES CARLOS HOY

Rua Ipiranga, 123 Centro Canoas RS CEP 92010-290
Telefone (51) 3462.4800 www.camaracanoas.rs.gov.br