**Universidade Estadual do Piauí**
**Pró-Reitoria de Pesquisa e**
**Pós-Graduação - PROP**
**Programa de Mestrado Profissional em**
**Matemática em Rede Nacional**

PROFMAT

JACKSON DE OLIVEIRA

# RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): PROPOSTA DE DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO A ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

**TERESINA**

**2023**

**JACKSON DE OLIVEIRA**

# RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): PROPOSTA DE DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO A ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UESPI como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico
Orientador(a): Prof. Dr. Afonso Norberto da Silva

**TERESINA**

**2023**

O48r Oliveira, Jackson de.
Resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP): proposta de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a alunos do 8º ano do ensino fundamental / Jackson de Oliveira. - 2023.
94 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Piauí - UESPI, Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, *Campus* Poeta Torquato Neto, Teresina - PI, 2023.
"Orientador: Prof. Dr. Afonso Norberto da Silva."

1. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). 2. Resolução de Problemas. 3. Ensino de Matemática. I. Título.

CDD: 510.07

Ficha Catalográfica elaborada pelo Serviço de Catalogação da Universidade Estadual do Piauí - UESPI
Ana Angélica Pereira Teixeira (Bibliotecária) CRB 3ª/1217

JACKSON DE OLIVEIRA

**RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): PROPOSTA DE DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICO A ALUNOS DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Mestrado em Matemática do PROFMAT/UESPI, como requisito obrigatório para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Área de concentração: Matemática do Ensino Básico

Aprovado por:

Afonso Norberto da Silva

Prof. Dr. Afonso Norberto da Silva – Presidente e Examinador

Universidade Federal do Piauí – UFPI

gov.br Documento assinado digitalmente
ARNALDO SILVA BRITO
Data: 27/07/2023 11:24:52-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Arnaldo Silva Brito – Examinador (interno)

Universidade Estadual do Piauí – UESPI

gov.br Documento assinado digitalmente
VALMARIA ROCHA DA SILVA FERRAZ
Data: 27/07/2023 17:48:48-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dra. Valmária Rocha da Silva Ferraz – Examinadora (externa)

Universidade Federal do Piauí – UFPI

TERESINA

Julho/2023

**Jackson de Oliveira** graduou-se em Matemática pelo Instituto Federal do Piauí (IFPI). No curso de Mestrado PROFMAT/UESPI foi bolsista pela CAPES. Atualmente é professor efetivo da Prefeitura Municipal de Timon - MA, e da Prefeitura Municipal de Teresina - PI.

Dedico este trabalho a Deus, à minha família, meus alunos e aos meus amigos

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter-me guiado, abençoado e iluminado com esta conquista, e em cada momento da minha vida, sendo o meu principal amigo e guia.

À minha mamãe Maria do Rosario de Fátima Oliveira e meu papai Joaquim Nonato de Oliveira, que sempre serão meus pilares, e estarão sempre comigo, e sendo as minhas maiores inspirações.

Aos meus irmãos Padre Jailson (in memoriam), João, Antonio Marcos, Joaquim Filho, Jerffeson e minha irmã Joana, e família como um todo pelo companheirismo, apoio, carinho, inspiração, compreensão e torcida.

Aos meus alunos que são uma fonte de força, que me mostram como eu posso em minhas ações auxiliar eles.

Aos meus colegas de turma, que são espetaculares, que me mostraram ainda mais como a Matemática e o ato de ensinar são lindos.

A todos os meus amigos, em especial ao meu brother Lício, que sempre me apoiou, me motivou e me inspirou, um irmão que ganhei quando me mudei para Teresina, com quem me divirto muito falando de Matemática, futebol e One Piece.

A todos os professores que passaram pela minha vida, aos quais agradeço a contribuição em minha formação profissional, e em especial ao meu professor Valtercio, o qual é uma grande inspiração.

Ao meu professor e orientador Dr. Afonso Norberto da Silva, pela dedicação e conselhos.

Aos professores do PROFMAT-UESPI, a minha gratidão.

À CAPES, pelo suporte financeiro.

À UESPI, pela oportunidade concedida.

"Todo problema que resolvi acabou se tornando uma regra que serviu posteriormente para resolver outros problemas." (RENÉ DESCARTES).

## RESUMO

Este trabalho tem como objeto de estudo o ensino de matemática através da resolução de problemas, com destaque nas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) nível 02. Assim, buscamos responder à seguinte pergunta: Como a resolução de questões da OBMEP, enquanto proposta didática, pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental? Nessa perspectiva, o trabalho desenvolveu-se com o objetivo geral de analisar como a resolução de questões da OBMEP enquanto proposta didática pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Desta forma, ao se considerar tal objetivo e a questão problema, este estudo se caracteriza como pesquisa de campo e de abordagem qualitativa. Para tanto, teve como sujeitos investigados alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal, localizada na da cidade de Teresina-PI. Para a produção dos dados e com o intuito de fazermos um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos investigados, acerca das questões da OBMEP, aplicamos um pré-teste contemplando questões da mesma, no nível 2 da primeira fase. Em seguida, apresentamos estratégias de resolução de problemas matemáticos, através de oficinas divididas em quatro áreas: Aritmética, Contagem, Álgebra e Geometria, e essas oficinas foram baseados no método de George Polya. Logo após aplicamos um pós-teste também com questões da OBMEP e finalizamos com um questionário focado na visão dos participantes acerca das questões. Assim, a análise dos dados obtidos mostrou que há um uso limitado das questões da OBMEP enquanto proposta de ensino. Com efeito, percebemos que isso decorre do pouco uso de resolução de problemas da OBMEP em sala de aula. Neste estudo, também foi possível perceber que há uma possibilidade para melhorar tal uso limitado dessas questões, que seria de separarmos e trabalharmos as questões da OBMEP conforme as aplicações das estratégias metodológicas defendidas por George Polya.

**Palavras-chave**: OBMEP; Resolução de Problemas; Ensino; Matemática.

**ABSTRACT**

This work has as object of study the teaching of mathematics through problem solving, with emphasis on the issues of the Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools (BMOPS) level 02. Thus, we seek to answer the following question: How can the resolution of BMOPS questions, as a didactic proposal, contribute to the development of mathematical logical reasoning of students in the 8th grade of elementary school? In this perspective, the work was developed with the general objective of analyzing how the resolution of BMOPS questions as a didactic proposal can contribute to the development of mathematical logical reasoning of students of the 8th grade of elementary school. Thus, when considering this objective and the problem issue, this study is characterized as field research and qualitative approach. To this end, the subjects investigated were students of the 8th grade of Elementary School of a municipal public school, located in the city of Teresina-PI. For the production of the data and in order to make a diagnosis of the previous knowledge of the students investigated, about the questions of the BMOPS, we applied a pre-test contemplating questions of the same, in level 2 of the first phase. Next, we present mathematical problem-solving strategies, through workshops divided into four areas: Arithmetic, Counting, Algebra and Geometry, and these workshops were based on the method of George Polya. Soon after we applied a post-test also with questions from the BMOPS and ended with a questionnaire focused on the vision of the participants about the questions. Thus, the analysis of the data obtained showed that there is a limited use of the BMOPS questions as a teaching proposal. In fact, we realize that this stems from the little use of BMOPS problem-solving in the classroom. In this study, it was also possible to perceive that there is a possibility to improve such limited use of these questions, which would be to separate and work the issues of the BMOPS according to the applications of the methodological strategies defended by George Polya.

**Keywords**: BMOPS; Problem Solving; Teaching; Mathematics.

**LISTA DE QUADROS, GRÁFICOS E TABELAS**

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

IMO - Olimpíada Internacional de Matemática (International Mathematical Olympiad)

IMPA - Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

MCTI - Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações

MEC - Ministério da Educação

OBM - Olimpíada Brasileira de Matemática

OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PIC - Programa de Iniciação Científica Jr.

PICME - Programa de Iniciação Científica e Mestrado

PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

POTI - Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo

RPM - Revista do Professor de Matemática

SBM - Sociedade Brasileira de Matemática

URSS - União das Repúblicas Socialistas Soviéticas

# SUMÁRIO

# 1 INTRODUÇÃO

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP é uma realização da Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), promovida majoritariamente com recursos oriundos do contrato de gestão firmado pelo IMPA com o Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI) e com o Ministério da Educação (MEC).

Tal competição é dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio, de escolas públicas municipais, estaduais e federais, e escolas privadas, bem como aos respectivos professores, escolas e secretarias de educação, todos localizados no território brasileiro. No ano de 2022, a OBMEP teve a participação de 18.159.636 inscritos, 54.488 escolas, contemplando 99,78% dos municípios brasileiros.

Segundo Maranhão (2011), além de ser uma olimpíada de conhecimentos em Matemática, a OBMEP também é uma avaliação de larga escala e uma política pública, mundialmente reconhecida. E dentro dos seus objetivos busca melhorar o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática, como podemos ver em um pequeno trecho do estudo sobre avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas

> [...] uma das maiores iniciativas governamentais voltadas ao processo de ensino aprendizagem em Matemática, visando melhorar a motivação, o interesse e o desempenho dos alunos das escolas públicas brasileiras com cobertura em quase todo território nacional. (MARANHÃO, 2011, p. 13)

Percebemos assim que a OBMEP não busca apenas por medalhas, mas principalmente procura despertar o gosto pela Matemática em toda a escola, que não se limite apenas ao medalhista, pois toda a escola faz parte daquele processo.

De acordo com o diretor adjunto do IMPA e coordenador-geral da OBMEP Claudio Landim (2014): “A prova da olimpíada é concebida de forma que se possa responder às perguntas sem conhecimento formal. É exigido raciocínio lógico e criatividade”, detalha, apontando esses requisitos como importantes para um bom desempenho também em outras avaliações.

Assim, este trabalho se justifica com base nessas colocações e a partir da visão crítica enquanto aluno da Educação Básica, assim como ministrante de preparatórios para as Olímpiadas Cientificas de Matemática e professor da Educação Básica, da qual foi possível observar um uso restrito do instrumento pesquisado.

Enquanto aluno da Educação Básica participamos de sete edições da OBMEP, sem obter nenhuma premiação, mas mesmo sem premiação, a OBMEP foi fundamental em nossa escolha de curso superior na área de Matemática, pois sempre achamos as questões dessa olimpíada incríveis, desafiadoras e criativas, diferente do que era cobrada nos livros didáticos da época. E desde o ano de 2013 até os dias atuais, participamos de treinamento em turmas olímpicas, e foi possível perceber como o contato com as questões de olimpíadas, auxiliaram os alunos no desenvolvimento do seu raciocínio lógico matemático.

Pensando nessa direção buscamos no nosso caminho metodológico analisar nas questões das provas da OBMEP Nível 02 as possibilidades de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, investigando quais aspectos dessas questões, podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

E vale aqui destacar que na seção de “perguntas frequentes” do site da OBMEP, onde há a pergunta: **Qual o objetivo da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)?** e a resposta é que: o objetivo principal da OBMEP é **estimular o estudo da Matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudantes**. Então nessa direção nossa pesquisa foi voltada em mostrar como a resolução de questões da OBMEP, enquanto proposta de ensino, pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.

E quando falamos de resolução de problemas é importante ressaltar que nem sempre é algo que atraí os alunos, pois pode ser visto como um desafio para o educando, bem como para o professor, pois este precisará elaborar estratégias que por sua vez possibilitem que os alunos procurem pelas informações do problema, organizem os dados encontrados, descubram como irão utilizá-los. É necessário levá-los a confiar na sua capacidade de resolvê-los, ensinando-os a ter paciência com os erros que possam surgir, e persistir em achar o melhor caminho para a solução.

Nesse sentindo é fundamental que o problema seja escolhido da melhor forma possível, de acordo com Polya,

> O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo. Se lhe faltar compreensão e interesse, isto nem sempre será culpa sua. O problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante (POLYA, 2006, p.5).

E as questões da OBMEP em sua construção vão de encontro com o pensamento de Polya (como poderemos ver na seção I do Capítulo 04 deste trabalho, onde é feita uma análise detalhada sobre algumas questões da OBMEP), mas é necessário que o professor saiba como trabalhar com esse tipo de questão, já que ele é o mediador do processo de resolução, considerando no percurso em busca da resposta as mais diversas interpretações de sua solução, nesse sentido Polya diz que:

> O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável de trabalho (POLYA, 2006, p. 1).

Assim, percebemos que a resolução de problemas é um método bem interessante, mas o mesmo só terá algum efeito, se o professor estiver acompanhando o passo a passo da melhor forma possível.

É importante ressaltar que uma das competências gerais da educação básica, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é,

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BNCC, 2018, p.9).

Como visto, fica evidenciado que a resolução de problemas é algo essencial na construção do conhecimento dos estudantes. Desse modo foi fundamental em nosso trabalho buscar metodologias que fossem de encontro com o nosso objeto de estudo.

Dessa forma, em nosso caminho metodológico para o desenvolvimento da pesquisa, utilizamos da pesquisa de campo explicativa, com abordagem qualitativa, buscando encontrar a melhor forma de explicar algo que observamos durante nossas experiências.

E com vista a atingir os objetivos da pesquisa, usamos como técnicas e instrumentos de produção de dados: análise das questões da OBMEP, listas de questões produzidas a partir da análise inicial divididas nas seguintes áreas: contagem, geometria, álgebra e aritmética, e questionários com perguntas referentes à resolução de problemas, com foco na OBMEP, onde tais instrumentos foram aplicados com alunos (as) do 8º ano, de uma escola da rede municipal de Teresina, fazendo uso de uma observação participante, onde tivemos um contato direto com o objeto e sujeitos da pesquisa.

No que diz respeito sobre a análise dos dados obtidos durante toda a pesquisa, sabemos que essa parte é uma das mais importantes, e para isso foi feita uma sistematização baseada nos objetivos e em nosso referencial teórico, pois eles foram o norte de toda a análise de dados.

Tendo em visto o que já foi apresentado, no decorrer da pesquisa buscamos responder a seguinte questão problema: como a resolução de questões da OBMEP enquanto proposta didática pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental? E responder essa pergunta através da análise dos estudos feitos durante a construção e desenvolvimento da pesquisa, e coleta de dados, é nosso objetivo principal, e para tentar alcançar tal objetivo foi necessário inicialmente trilhar por um caminho que necessitava que fossem alcançados os seguintes objetivos específicos: selecionar questões de provas da OBMEP – Nível 02 a partir da descrição de elementos de raciocínio lógico matemático; apresentar proposta didática de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a partir da resolução de questões da OBMEP a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e reconhecer na ótica dos alunos as significações sobre proposta didática de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a partir da resolução de questões da OBMEP.

Nessa perspectiva nosso trabalho é estruturado da seguinte forma:

**CAPÍTULO 01: INTRODUÇÃO**, aqui já apresentada, na qual buscamos mostrar a visão inicial da nossa pesquisa, levando o leitor a familiarizar-se com o que será apresentado nos capítulos subsequentes.

**CAPÍTULO 02: OBMEP: UMA FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA**, o qual está dividido em duas seções, sendo a primeira focada no contexto histórico das Olimpíadas Cientificas de Matemática e nos impactos da OBMEP na Educação Básica, e na segunda apresentamos a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem matemática, e como essa metodologia a partir dos passos apresentados por George Polya pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem.

**CAPÍTULO 03: METODOLOGIA**, dividida em cinco seções, onde apresentamos a caracterização, campo empírico, participantes, técnicas, instrumentos e procedimentos de análise dos dados da pesquisa, respectivamente.

**CAPÍTULO 04: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS**, dividida em duas seções, em que a primeira é concentrada na análise de questões da OBMEP, onde fazemos comentários e observações à cerca das questões que foram propostas durante as oficinas, e na segunda apresentamos algumas concepções acerca da resolução de problemas da OBMEP, ressaltando as observações obtidas antes, durante e após aplicação da pesquisa.

**CAPÍTULO 05: CONSIDERAÇÕES FINAIS**, no qual apresentamos as considerações a respeito da pesquisa como um todo, e os seus possíveis desdobramentos.

# 2 OBMEP: UMA FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Nos tópicos que se seguem, iremos apresentar respectivamente: os impactos da OBMEP na Educação Básica e a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem matemática. Onde apresentamos na primeira seção um histórico das Olimpíadas de Matemática e como a OBMEP teve um papel importante ao longo de seus quase 20 anos, na educação básica, e na segunda seção fazemos um levantamento a respeito da resolução de problemas enquanto metodologia de ensino-aprendizagem, e como as questões da OBMEP, podem ser usadas nesse tipo de metodologia a partir dos passos apresentados por de George Polya, e da visão de outros autores em que o pensamento apresentado vai de encontro com a metodologia de ensino de resolução de problemas.

## 2.1 Impactos da OBMEP na Educação Básica

Antes de falarmos sobre os impactos da OBMEP na Educação Básica, acreditamos que seja importante apresentarmos um pequeno histórico sobre as olimpíadas cientificas, para podermos assim, compreender como a OBMEP surgiu.

De acordo com o site da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), a realização de Olimpíadas de Matemática no mundo data do século XIX, quando em 1894 foram organizadas competições na Hungria. E com o passar dos anos, em 1934, foi organizada aquela que pode ser considerada como a primeira Olimpíada de Matemática “moderna” na cidade de Leningrado na União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS).

Em 1959 tivemos na cidade de Brasov, Romênia a organização da 1ª Olimpíada Internacional de Matemática (*International Mathematical Olympiad* – IMO), com sete países participantes, tendo a participação de 52 pessoas, tal Olimpíada é realizada todos os anos em um país sede diferente. Esse evento é um dos mais importantes realizados na área de Matemática. E ao longo dos anos, esse acontecimento expandiu-se para mais de 90 países, nos cinco continentes, e cujos representantes são formados por equipes de até seis participantes do Ensino Médio, ou que não tenha ingressado na Universidade, ou equivalente na data da celebração do evento (CALDAS; VIANA, 2013).

Em 1979 a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organizou a 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). Ao longo dos anos, a OBM passou por diversas mudanças em seu formato, a seguir apresentamos um quadro mostrando algumas dessas mudanças.

**Quadro 01:** Evolução da Olimpíada Brasileira Matemática

| ANO | ACONTECIMENTO |
|---|---|
| 1979 | Realização da 1ª OBM |
| 1991 | **Dois níveis:**<br>**Junior:** para alunos completando no máximo 15 anos em 1991<br>**Sênior:** para alunos cursando o ensino médio |
| 1992 | **Duas fases:**<br>**1ª fase:** prova com 25 questões de múltipla escolha<br>**2ª fase:** dois dias com 3 problemas em cada dia<br>O nível Júnior passa a ser para alunos cursando até a 8ª série. |
| 1993 | A 2ª fase do nível júnior volta a ser realizada em um dia, com 5 problemas. |
| 1995 | O nível Júnior volta a ser para estudantes de até 15 anos. |
| 1998 | **Três níveis:**<br>I: 5ª e 6ª séries<br>II: 7ª e 8ª séries<br>III: Ensino Médio<br>**Três fases:**<br>1ª fase: múltipla escolha com 20 ou 25 questões<br>2ª fase: prova aberta com 6 questões<br>3ª fase: 5 questões (níveis I e II) e 6 questões no nível III (em dois dias)<br>Prova das 2 primeiras fases nas Escolas cadastradas. |
| 1999 | As provas do nível 2 passam a ser realizadas em dois dias na fase final. |
| 2001 | É criado o nível universitário, com duas fases. |
| 2017 | A OBM se integra à OBMEP realizando apenas a fase única para os níveis 1, 2 e 3. Mantendo o nível universitário realizado em duas fases. |
| 2020 | Assim como nos níveis 1, 2 e 3, o nível universitário passa a ser realizado em fase única. A competição Elon Lages Lima, criada em 2020, classifica estudantes para a fase única da OBM nesse nível. |

**Fonte:** OBM, **Histórico.** Disponível em: https://www.obm.org.br/quem-somos/historico/ Acesso em: 26 jan. 2023

Mesmo com todas essas mudanças, a OBM manteve a ideia central que é de estimular o estudo da Matemática nos alunos, desenvolver e aperfeiçoar a capacidade dos professores, influenciar na melhoria do ensino, além de descobrir jovens talentos. (OBM, 2022).

Assim, fica evidenciado como a OBM, não busca apenas ser uma olimpíada que premia os melhores, mas uma ferramenta que possibilite uma melhoria no ensino, e é possível observar no quadro 01, que ela também não se limita somente à Educação Básica, e vale lembrar que ela também é uma das portas de entrada para as Olimpíadas Internacionais.

Em 2005 foi realizada a primeira edição da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), realizada pelo IMPA com apoio da SBM e promoção do Ministério da Ciência e Tecnologia e Inovação (MCTI) e do Ministério da Educação (MEC). Nesse sentido, vale aqui ressaltar que o formato da OBMEP foi construído com base em:

> [...] um projeto que inclui como objetivo o desenvolvimento de estratégias que possibilitem melhorar a qualidade do Ensino de Matemática na Educação Básica. Trata-se do Projeto NUMERATIZAR: "Descobrir, divulgar e aprimorar os talentos de nossa juventude é a forma mais efetiva e rápida de inclusão social" [...] (COSTA, 2015 **apud** SCHIRLO E MEZA, 2013).

Desse modo, podemos perceber que mesmo que seja uma olimpíada, a OBMEP foi pensada em ser muito mais do que isso, em ser um instrumento que possibilitasse um crescimento na qualidade do ensino, baseando-se no projeto NUMERATIZAR, e com o passar dos anos é notável que ela está conseguindo.

No início a OBMEP era uma proposta de inscrição que contemplava somente as escolas públicas de Educação Básica, ela teve em sua primeira edição, uma participação de 10 520 831 de alunos, de 31 031 escolas, a seguir no quadro 02 apresentamos o número de inscrições das últimas edições da OBMEP.

**Quadro 02:** Números de inscrições na OBMEP na primeira e segunda fase e premiados por ano.

| Ano | Primeira Fase | | Segunda Fase | | Premiados |
|---|---|---|---|---|---|
| 2005 | 10.520.831 | | 457.725 | | 31.109 |
| 2006 | 14.181.705 | | 630.864 | | 34.743 |
| 2007 | 17.341.732 | | 780.333 | | 33.003 |
| 2008 | 18.326.029 | | 789.998 | | 33.017 |
| 2009 | 19.198.710 | | 841.139 | | 33.011 |
| 2010 | 19.665.928 | | 863.000 | | 33.256 |
| 2011 | 18.720.068 | | 818.566 | | 33.201 |
| 2012 | 19.166.371 | | 823.871 | | 45.433 |
| 2013 | 18.762.859 | | 954.926 | | 44.834 |
| 2014 | 18.192.526 | | 907.446 | | 48.545 |
| 2015 | 17.972.333 | | 889.018 | | 48.784 |
| 2016 | 17.839.424 | | 913.889 | | 48.983 |
| | Escolas Públicas | Escolas Privadas | Escolas Públicas | Escolas Privadas | |
| 2017 | 17.899.672 | 340.825 | 904.911 | 36.719 | 51.877 |
| 2018 | 17.832.236 | 405.760 | 907.777 | 45.078 | 54.121 |
| 2019 | 17.693.660 | 465.115 | 899.414 | 49.826 | 55.671 |
| 2021 | 17.357.381 | 417.555 | 536.249 | 30.036 | 57.057 |
| 2022 | 17.621.489 | 538.147 | 789.964 | 44.778 | 55.983 |

**Fonte:** OBMEP, **em números.** Disponível em: http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm. Acesso em: 28 jan. 2023

Analisando o quadro fica evidenciado que a OBMEP em números se tornou algo com uma participação impressionante, onde em suas dezessetes edições apenas nas duas primeiras ela ficou abaixo de 15 milhões de participantes, vale também ressaltar que a partir do ano de 2017, ela passou a ser uma olimpíada destinada também a alunos das escolas privadas, conseguindo assim atingir ainda mais escolas e alunos, dando uma visibilidade maior para tal competição.

A seguir apresentamos os principais objetivos da OBMEP, objetivos esses que podem ser encontrados no site oficial da OBMEP.

**Quadro 03:** Objetivos da OBMEP

| |
|---|
| • Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil; |
| • Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; |
| • Promover a difusão da cultura matemática; |
| • Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas; |
| • Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas e privadas, contribuindo com a sua valorização profissional; |
| • Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; e |
| • Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. |

**Fonte:** OBMEP, **Regulamento.** Disponível em: http://www.obmep.org.br/regulamento.htm. Acesso em: 11 jan. 2023

Podemos assim, notar como existe um cuidado muito grande no que diz respeito a melhoria da Educação Básica, pois tais objetivos vão de encontro a uma ideia de crescimento e valorização da Matemática, não apenas como uma disciplina de sala de aula, mas como algo presente no dia a dia da sociedade, e que pode impactar positivamente na vida de um estudante.

Atualmente da OBMEP participam alunos das escolas públicas municipais, estaduais e federais e alunos de escolas privadas divididos em 3 níveis:

• **Nível 1:** 6º e 7º anos do Ensino Fundamental

• **Nível 2:** 8º e 9º anos do Ensino Fundamental

• **Nível 3:** Ensino Médio

As provas da OBMEP são aplicadas em duas fases:

**1ª FASE:** Prova objetiva de 20 questões, aplicada em cada escola inscrita. A correção é feita pelos professores das escolas, a partir de instruções e gabaritos elaborados pela OBMEP.

**2ª FASE:** Prova discursiva com 6 questões, aplicada em centros escolhidos pela OBMEP. Participam dessa fase apenas os alunos classificados na 1ª Fase pelas escolas, segundo os critérios descritos no regulamento desta competição, tais alunos concorrem a prêmios de acordo com a sua classificação nas provas. Professores, escolas e secretarias municipais de educação também concorrem a prêmios. (IMPA, 2020)

Vale aqui ressaltar que além da medalha em si, a olimpíada possui os seguintes programas e ferramentas, apresentados no quadro a seguir:

**Quadro 04:** Programas e ferramentas da OBMEP

| |
|---|
| • **Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC),** destinado aos alunos medalhistas da OBMEP, o PIC é realizado por meio de uma rede nacional de professores em polos espalhados pelo país e também no fórum virtual. Tem como objetivo despertar nos alunos o gosto pela Matemática e pela ciência em geral, e motivá-los na escolha profissional de carreiras científicas e tecnológicas;<br>• **Portal da Matemática,** oferece aplicativos e videoaulas que cobrem todo o currículo da Matemática, do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio;<br>• **Banco de questões e provas antigas,** a OBMEP disponibiliza, em seus arquivos com uma seleção de problemas similares aos problemas das provas, divididos por níveis e assuntos. As provas de todas as edições da OBMEP estão disponíveis com suas soluções. As provas mais recentes apresentam soluções em vídeo;<br>• **Portal clubes de matemática,** projeto concebido para oferecer ambientes interativos nos quais é possível desenvolver, pesquisar e criar atividades matemáticas de forma ampla e divertida. Nesses espaços para estudar matemática, alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio podem participar de atividades como gincanas regionais e nacionais, discussão de filmes, resolução de problemas, jogos, além de filmagens e atividades que utilizam programas de geometria dinâmica;<br>• **Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI),** o programa é destinado aos interessados em se preparar para as provas da OBMEP e da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), que estejam matriculados no 8º ou no 9º ano do Ensino Fundamental ou em qualquer série do Ensino Médio;<br>• **Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME)** que é um programa que oferece aos estudantes universitários que se destacaram nas Olimpíadas de Matemática (medalhistas da OBMEP ou da OBM) a oportunidade de fazer estudos avançados em Matemática ao mesmo tempo em que cursam a graduação. Os participantes recebem as bolsas por meio de uma parceria com o CNPq (Iniciação Científica) e com a Capes (Mestrado);<br>• **Programa OBMEP na escola,** voltado para professores de Matemática de escolas públicas e alunos de licenciatura em Matemática, o programa pretende estimular atividades extraclasse usando materiais da OBMEP, como provas e Bancos de Questões. |

**Fonte:** IMPA, **Histórias Inspiradoras da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Rio de Janeiro: IMPA, 2020.

Assim, podemos perceber que a OBMEP está indo muito além de uma simples prova, ela ajudou na criação de projetos que contribuem para o desenvolvimento da educação, e mesmo que tenha apenas 17 anos, através de seus programas e ferramentas ela tenta proporcionar à comunidade novas perspectivas.

Até aqui apresentamos um pouco do histórico das olimpíadas de Matemática, como a OBMEP é estruturada, e os programas e ferramentas que surgiram a partir dela, a seguir, apresentaremos alguns dos impactos da OBMEP em relação à educação, em um cenário nacional.

Ao olharmos para uma olimpíada de matemática, podemos facilmente achar que ela é apenas uma competição, mas quando falamos em OBMEP, ela ultrapassa esse conceito, pois de acordo com Barbosa (2011), em um estudo sobre o impacto dessa olimpíada nas escolas públicas

> [...] a principal razão para a existência da OBMEP são os alunos das escolas públicas, seus desempenhos, interesse e motivação pela matemática. Este grupo de atores individuais e o foco principal dessa política porque está no cerne de problemas existentes e inter-relacionados: o baixo desempenho dos alunos em matemática, a importância da matemática para o desenvolvimento tecnológico do país, a baixa adesão dos profissionais a esta carreira, a necessidade de profissionais para a formação de novos alunos (BARBOSA, 2011, p.35).

Assim, fica claro que mesmo que seja uma competição que visa premiar os alunos com o melhor desempenho, não podemos limitar as medalhas como o único prêmio, pois essa olimpíada tem um objetivo muito maior do que apenas premiar os melhores alunos.

A OBMEP, no ano de 2022, realizou sua 17ª edição, ao longo desses anos vem tornando-se uma importante ferramenta de mudança em perspectivas educacionais, pois quando temos uma olimpíada que em sua última edição contou com uma participação de 18 159 636 alunos, e 99,78% dos municípios, fica claro que ela já conseguiu atingir uma marca impressionante de participação, mas seu impacto vai muito além desses números.

Em um relatório de 2014, que pode ser encontrado no site oficial da OBMEP, sobre o impacto da olimpíada brasileira de escolas públicas (OBMEP) no desempenho em matemática na Prova Brasil, ENEM e PISA, realizado por Camila M. Machado Soares e Elisabette Leo, com supervisão de José Francisco Soares, indicou que alunos de escolas com boas trajetórias na OBMEP apresentam desempenho superior na Prova Brasil: a média alcançada por tais escolas é 26,10 pontos superior à encontrada em escolas com uma trajetória ruim de envolvimento com a OBMEP (SOARES *et.al*, 2014).

O mesmo relatório aponta as estimativas do pertencimento a uma boa trajetória de envolvimento com a OBMEP na nota dos alunos em Matemática no ENEM em 16,80 em 2010, 16,94 em 2011 e 15,01 em 2012. Vale também ressaltar que no PISA, o relatório, indica como as escolas com boas trajetórias apresentam desempenho superior: a média alcançada por tais escolas é 34,11 pontos, valor superior ao encontrado em escolas com uma trajetória ruim de envolvimento com a OBMEP.

Podemos perceber aqui, como a OBMEP impactou de forma significativa nos resultados de três avaliações externas bem importantes. Mas vale destacar que esse impacto não se resume apenas a números e provas externas, esse impacto vai muito além, a seguir apresentamos alguns comentários de alunos premiados na OBMEP, alunos estes que tiveram suas histórias apresentadas no livro: ***Histórias Inspiradoras da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.***

**Quadro 05:** Falas de alunos (as) premiados (as) na OBMEP

| |
|---|
| “Ter ganhado uma medalha na 6ª série mudou completamente a minha perspectiva de vida. Passei a enxergar um mundo através do estudo.” (IMPA, 2020, pag.13)<br><br>“A medalha foi uma luz no meu caminho, um sinal, me ajudou a escolher Matemática na hora de fazer faculdade. Eu não me via fazendo aquilo, achava que só gênios podiam estudar Matemática. Aprendi que era possível” (IMPA, 2020, pag.27)<br><br>“A olimpíada me fez refletir. Entendi que não se trata de fazer contas, mas de pensar e resolver problemas de forma intuitiva. Sempre fui boa aluna, mas descobri como é legal estudar além da sala de aula.” (IMPA, 2020, pag.33)<br><br>“A conquista da primeira medalha foi muito gratificante. Tinha 12 anos. O colégio é pequeno, e só eu fui premiada na minha região. Houve muita festa! Fizeram uma faixa em minha homenagem em frente ao colégio. Isso despertou mais ainda o meu interesse pela Matemática” (IMPA, 2020, pag.40)<br><br>“A importância da Obmep na minha trajetória é muito grande. As Olimpíadas revelaram um potencial que até mesmo eu desconhecia. Mas não é só isso. Elas me proporcionaram explorar esse potencial da melhor maneira possível, com o Picme.” (IMPA, 2020, pag.45)<br><br>“a Obmep abre novos horizontes para estudantes, mesmo de áreas não relacionadas diretamente à Matemática.” (IMPA, 2020, pag.58)<br><br>“Não sei dizer quanto tempo levou até o dia que mudou a minha vida. No caminho para a sala de aula no colégio, muitos alunos me olhavam. Quando entrei, tinha um cartaz com meu nome. Eu tinha ganhado a medalha de prata da Obmep! Nunca esperava por aquilo. Vi aquela lista no site tantas vezes até acreditar. Tudo mudou.” (IMPA, 2020, pag.112) |

**Fonte:** IMPA, **Histórias Inspiradoras da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Rio de Janeiro: IMPA, 2020.

Como visto, fica evidenciado que a OBMEP vai muito além de números, o seu impacto transforma a visão em relação à Matemática, e a vida dos alunos, além disso, ela consegue através de seus programas auxiliar de forma significativa na vida acadêmica dos estudantes, como podemos perceber na fala a seguir presente no livro: ***Histórias Inspiradoras da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas,*** de um dos alunos premiados.

> O PICME foi fundamental; mantive a bolsa até o fim do mestrado, e minha dissertação foi na área de sistemas dinâmicos, que tem importância direta na minha área de formação. Sou um engenheiro muito melhor do que seria se não tivesse estudado tanto matemática. O programa formou uma geração que soube aplicar Matemática especialmente nos problemas de engenharia (IMPA, 2020).

Nesse sentido, podemos notar que o impacto da OBMEP vai muito além de uma simples medalha, ela consegue ultrapassar barreiras, como visto, ela pode afetar de forma positiva na formação acadêmica e profissional dos alunos.

A seguir apresentaremos como a resolução de problemas enquanto proposta de ensino-aprendizagem é vista e apresentada por alguns autores.

## 2.2 Resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem matemática.

Na matemática sempre nos deparamos com vários tipos de problemas, mas o que caracteriza um problema, segundo Azevedo (2002, p.97) “Problema, para nós, é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer.” Assim, é importante que consigamos entender a essência de um problema, o que torna um enunciado de matemática um problema.

Nessa perspectiva, antes de falarmos sobre a resolução de problemas, iremos inicialmente entender o que vem a ser um problema.

> O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 2006, p.V).

Assim, podemos notar que de acordo com Polya (2006), um problema não precisa ser algo complexo, mas sim algo que leve o aluno a pensar e usar seus conhecimentos para tentar chegar no resultado, e assim ser um gatilho para algo que pode ser muto significativo no decorrer de sua vida.

Ainda nessa perspectiva sobre o que é um problema, vale aqui ressaltar, o que Dante apresenta em seu livro: Formulação e resolução de problemas de Matemática, teoria e prática, onde ele diz que:

> Intuitivamente, todos nós temos uma ideia do que seja um problema. De maneira genérica, pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo. (DANTE, 2011, p.9)

Podemos assim observar, que mesmo intuitivamente todos temos uma ideia do que vem a ser um problema, seja ele algo prático ou teórico.

Agora que apresentamos a ideia do que vem a ser um problema, vamos ver como a resolução de problemas é vista enquanto proposta de ensino-aprendizagem.

> A proposta da resolução de problemas como metodologia de ensino é propor ao aluno situações problemas caracterizada por investigação e exploração de novos conceitos, visando à construção de conceitos matemáticos através de situações que estimule sua curiosidade matemática. Através de suas

> experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicar dentro de sua concepção da matemática envolvida. Nesse processo o aluno envolve-se com o "fazer" matemático criando hipótese e conjecturas para investigá-los a partir de situações problemas propostos. (SILVA, 2012, p.50)

De acordo com Silva (2012), podemos perceber que a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino, não busca apenas resolver um problema, mas sim, a partir desse problema envolver o aluno de uma forma a ele ter uma participação mais efetiva na construção de conceitos matemáticos.

Mas, mesmo que consigamos entender a importância de trabalhar com resolução de problemas, isso não é uma tarefa fácil, como é observado por Silva (2012)

> "Não é fácil ensinar matemática através da resolução de problemas. As atividades devem ser planejadas a cada dia e o professor deve considerar a compreensão do aluno e a necessidade do currículo. (SILVA, 2012, p.51)

Assim, não devemos pensar que a resolução de problemas deve ser feita de qualquer forma, pois para que ela seja efetiva, é necessário um planejamento cauteloso, e lembrando sempre de adaptar-se à realidade dos alunos e os objetivos da aula.

Aqui também, vale apontar que a resolução de problemas na Matemática, vai muito além de apenas colocar o aluno para responder questões, ela ajuda o educando a ampliar seu pensamento lógico-matemático, como aponta Coelho (2014):

> A resolução de problemas tem grande foco no ensino da matemática por ampliar a forma de pensar do educando, potencializando o pensamento lógico-matemático e evoluir a criatividade, provocando a independência do aluno a compreender que a matemática pode auxiliá-lo em diversas situações da vida (COELHO, 2014, p.11).

Sendo assim, a resolução de problemas, é um caminho muito viável para a construção e/ou fortalecimento do pensamento lógico matemático. Carvalho (2010, p.16) salienta que:

> A resolução de problemas é a razão principal de se aprender e ensinar Matemática. É por meio dessa prática que se inicia o aluno no exercício de pensar matematicamente e nas aplicações da Matemática. Resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os a uma nova situação, atendendo a um objetivo (CARVALHO, 2010 p.16).

Desse modo, podemos observar que a resolução de problemas pode levar o aluno por um caminho onde a matemática aparece de forma mais significativa, pois através dessa metodologia, o aluno pode reorganizar conceitos e habilidades.

Vimos até aqui, o que é um problema e como a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino é vista de acordo com alguns autores, mas como podemos trabalhar essa metodologia em sala de aula? É isso que veremos a seguir, baseando-se na obra de George Polya (2006): **A arte de resolver problemas**.

No quadro a seguir apresentamos um resumo do método de Polya de como resolver um problema.

**Quadro 06:** Como resolver um Problema

<table>
<tr><td colspan="2">COMPREENSÃO DO PROBLEMA</td></tr>
<tr><td>Primeiro<br><br>É preciso compreender o problema</td><td>Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?<br><br>É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?<br><br>Trace uma figura. Adote uma notação adequada.<br><br>Separa as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?</td></tr>
<tr><td colspan="2">ESTABELECIMENTO DE UM PLANO</td></tr>
<tr><td>Segundo<br><br>Encontra a conexão entre os dados e a incógnita.<br><br>É possível que sejas obrigado a considerar problemas auxiliares se não poderes encontrar uma conexão imediata.<br><br>É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.</td><td>Já viste este problema antes? Ou já viste o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente?<br><br>Conhece um problema correlato?<br><br>Conhece um problema que lhe poderia ser útil?<br><br>Considere a incógnita! Procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.<br><br>Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método?</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?<br><br>É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volta às definições.<br><br>Se não puderes resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Ou um que seja mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixa a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?<br><br>Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante?<br><br>Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema? |
| **EXECUÇÃO DO PLANO** | |
| **Terceiro**<br><br>*Executa o seu plano.* | Ao executares o teu plano de resolução, verifica cada passo.<br><br>É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto? |
| **RETROSPECTO** | |
| **Quarto**<br><br>*Examine a solução obtida.* | É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento?<br><br>É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance?<br><br>É possível utilizar o resultado, ou o método, para outro problema? |

**Fonte:** Polya (2006, p. XIX – XX)

Foram esses passos de como resolver um problema, apresentado por Polya (2006) que serviram de base para a realização das oficinas, que serão discutidas no capítulo de análise dos resultados deste trabalho.

Vale destacar aqui, que Polya (2006) em sua obra ressalta a importância das indagações do professor, enquanto mediador do processo de resolução de problemas, pois são essas indagações que irão construir uma "ponte" para resolução de problemas futuros, que sejam semelhantes aos que já foram trabalhados, como podemos ver a seguir

> O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar. [...] quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Graças a esta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer. (POLYA, 2006, p.4)

Assim, resolver um problema em sala de aula, não é copiar sua resolução no quadro, e esperar os alunos reproduzirem em seus cadernos, vai muito além disso, resolver um problema já começa na leitura dele, pois nessa leitura o professor deve através de suas indagações levar o aluno a pensar nos caminhos que levem a resolução do problema, e assim resolvê-lo.

Vale ressaltar, que de acordo com Valerio (2017) "o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas propõe ensinar Matemática e não apenas ensinar a resolver problemas." Desse modo, é preciso que consigamos entender que a resolução de problemas é uma ferramenta para auxiliar no ensino da Matemática, e não apenas algo a ser usado para fixar conteúdo ou exercita-se.

Mendes (2009) destaca que ao trabalharmos com resolução de problemas enquanto metodologia, os alunos podem ser capazes de:

> - Usar uma abordagem de resolução de problemas para investigar e compreender o conteúdo matemático;
> - Formular problemas a partir de situações matemáticas do dia a dia;
> - Desenvolver e aplicar estratégias para resolver uma grande variedade de problemas;
> - Verificar e interpretar resultados comparando-os com o problema original;
> - Adquirir confiança para usar a Matemática de forma significante;
> - Generalizar soluções e estratégias para novas situações problemáticas. (MENDES, 2009, p.73)

Podemos assim perceber, que a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem, pode proporcionar aos alunos uma capacidade que vai muito além de apenas resolver questões de Matemática, pode dar aos alunos uma capacidade de protagonismo, e tornar a Matemática mais significativa para eles.

Como visto, fica evidenciado que a resolução de problemas é um instrumento fundamental na sala de aula, e de acordo com Carvalho (2005): “professores e alunos devem estar envolvidos em sua construção, e cabe ao professor não apenas propor o problema, mas, além disso, direcionar o aluno para que este perceba a necessidade da ação para solucioná-lo e se proponha a agir diante desse problema, e a metodologia da resolução de problemas requer do professor um conhecimento matemático abrangente, do aluno, curiosidade e vivacidade. Além disso, é preciso que certo tópico matemático esteja por trás dos problemas abordados.

A seguir, apresentaremos como a metodologia da pesquisa, foi direcionada.

# 3 METODOLOGIA

"Entendemos por metodologia o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade." (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2009, p. 14).

Nesse sentindo em nosso caminho metodológico para o desenvolvimento da pesquisa, buscamos utilizar de uma pesquisa de campo explicativa, com abordagem qualitativa, e a seguir apresentaremos como essa pesquisa se desenvolveu através da sua caracterização, seu campo empírico, seus participantes, as técnicas/instrumentos de produção de dados e os procedimentos de análise de dados.

## 3.1 Caracterização da Pesquisa

Antes de falarmos da caracterização da pesquisa, é fundamental que tenhamos em mente o que é o ato de pesquisar, que pode ser compreendido como:

> a atividade básica da Ciência na sua indagação e construção da realidade. É a pesquisa que alimenta a atividade de ensino e a atualiza frente à realidade do mundo. Portanto, embora seja uma prática teórica, a pesquisa vincula o pensamento e ação (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2009, p. 16).

Diante disso, podemos perceber que a pesquisa não ocorre de qualquer forma, pois é a partir dela que iremos construir uma ponte entre pensamento e ação. E em nosso trabalho utilizamos da pesquisa de campo explicativa, que tem como objetivo:

> apontar as causas e as consequências dos fenômenos observados e explicar os mecanismos e os processos envolvidos em todos os pormenores. Deseja-se, com isso, estabelecer elementos de prova científica que liguem as variáveis em observação (VIEIRA, 2010, p.49).

Nesse sentido, buscamos através de alguns métodos científicos, encontrarmos a melhor forma de explicar algo que observamos durante nossas experiências, com vista a atingir os objetivos deste trabalho. Além de utilizarmos da pesquisa de campo explicativa, tivemos em nossa construção metodológica uma abordagem qualitativa, e para tal abordagem é preciso:

> delimitar espaço e tempo ou, mais precisamente, faz-se necessário o corte epistemológico para realização do estudo segundo um corte temporal-espacial (período, data e lugar). A análise descritiva é recomendável desde a definição

> do objeto de estudo, passando pela delimitação do lugar, tempo, revisão de literatura e coleta de dados (OLIVEIRA, 2007, p. 39).

Assim, buscamos atingir os objetivos deste trabalho, analisando todo um contexto que vai desde as experiências já vividas, passando pela observação participante e com análise de dados. A seguir apresentamos o campo empírico do nosso trabalho.

## 3.2 Campo Empírico da Pesquisa

Visando atingir os objetivos propostos, o local onde a pesquisa ocorreu foi em uma escola pública municipal localizada na zona norte da cidade de Teresina, ela conta com turmas do 6º ao 9º do Ensino Fundamental, funcionando em formato integral, onde no ano de 2022, ela contava com mais de 600 alunos matriculadas, escola está escolhida, devido sua localização e, porque ela apresentava condições suficientes para que a pesquisa ocorresse. No que se segue iremos apresentar os participantes da pesquisa.

## 3.3 Participantes da Pesquisa

Propondo-se a atingir de forma prioritária à alunos do 8º ano, como já foi apresentado nos objetivos deste trabalho, os participantes da pesquisa, foram alunos (as) do referido ano de ensino, totalizando um total de 33 alunos.

Esse grupo de alunos do 8º ano foi escolhido a partir da análise de que os mesmos, não fizeram a prova da OBMEP no ano de 2020, devido a pandemia, e no ano de 2021, a prova da primeira fase ocorreu de forma online, e muitos alunos não conseguiram participar, desse modo, alguns desses alunos farão o primeiro contato com tal Olimpíada, e já participando como alunos do nível 02, e considerando que o foco principal deste trabalho foi analisar a resolução de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), como uma proposta de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a alunos do 8º ano do ensino fundamental.

## 3.4 Técnicas e Instrumentos de Produção de Dados

Para podermos tentar atingir os objetivos propostos, foram necessários como técnicas e instrumentos de produção de dados: análise das questões da OBMEP, listas de questões produzidas a partir da análise inicial e questionários com perguntas referentes à resolução de problemas, com foco na OBMEP, e uma observação participante, pois tivemos um contato direto com o objetivo e participantes da pesquisa.

Nesse sentido, consideramos que cada detalhe é uma pista para a investigação e necessita de ser observada, Correia (2009) apresenta como a observação participante deve ser realizada:

> A Observação Participante é realizada em contacto directo, frequente e prolongado do investigador, com os actores sociais, nos seus contextos culturais, sendo o próprio investigador instrumento de pesquisa. Requer a necessidade de eliminar deformações subjectivas para que possa haver a compreensão de factos e de interacções entre sujeitos em observação, no seu contexto. É por isso desejável que o investigador possa ter adquirido treino nas suas habilidades e capacidades para utilizar a técnica (CORREIA, 2009, p. 31).

Assim, foi possível através dessas técnicas ter uma compreensão mais ampla do objetivo da pesquisa, bem como de um contexto, que vai muito além da teoria, e de conceitos pré-concebidos, pois através da observação participante, conseguindo alinhar pontos que antes pareciam direcionados a uma simples suposição.

No quadro a seguir, apresentamos um esboço dos encontros/aulas e suas ações, datas e carga horária da pesquisa de campo.

**Quadro 07:** Esboço dos encontros/aulas e suas ações, datas e carga horária da pesquisa de campo.

| Encontros/ Aulas | Datas | Carga horária | Ações |
|---|---|---|---|
| 1º | 10/11/2022 | 2 horas | Aplicação do teste 01 |
| 2º | 17/11/2022 | 2 horas | Aplicação da Oficina 01 – Contagem |
| 3º | 01/12/2022 | 2 horas | Aplicação da Oficina 02 – Aritmética |
| 4º | 08/12/2022 | 2 horas | Aplicação da Oficina 03 – Álgebra |
| 5º | 15/12/2022 | 2 horas | Aplicação da Oficina 04 – Geometria |
| 6º | 16/12/2022 | 2 horas | Aplicação do teste 02 |
| 7º | 20/12/2022 | 1 hora | Aplicação do questionário |

**Fonte**: O próprio autor (2023)

Durante a pesquisa, buscamos focar sempre em uma observação participante, desde à aplicação do teste 01, até à aplicação do questionário, pois a experiência em cada um desses momentos foi fundamental na construção dos dados. A seguir apresentamos os procedimentos utilizados na análise de dados.

## 3.5 Procedimentos de Análise de Dados

O passo inicial para a análise de dados foi uma sistematização baseada nos objetivos e no referencial teórico, pois eles foram o norte de toda a análise de dados, feita essa sistematização passamos para a análise de dados, que foi dividida em duas etapas, na primeira analisamos as questões da OBMEP, que foram aplicadas na oficina, e na segunda foi feito uma análise dos questionários da aplicados durante as oficinas. No que se segue apresentaremos a análise e discussão dos dados.

# 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

> Devemos mostrar ao aluno a necessidade de resolver problemas na vida diária, o valor de enfrentar desafios que exigem grande esforço e dedicação, mesmo que não os solucione corretamente, pois o ato de tentar resolvê-los com empenho já é um grande aprendizado. (DANTE, 2007, p.60)

Resolver um problema, não é apenas encontrar sua resposta correta, mas sim entender como chegamos àquela resposta.

Quando propomos um problema aos nossos alunos, podemos ficar muito apegados a resposta correta, e esquecer tudo que levou àquela solução, os erros, o pensamento, as tentativas, o esforço, e tudo isso é muito mais valioso do que apenas a "resposta correta". Nessa direção, neste capítulo apresentamos a análise e discussão de dados dividido em duas seções, sendo a primeira uma análise de questões da OBMEP, baseada nos passos de Polya (2006), e a segunda uma investigação acerca das oficinas e questionários aplicados durante a pesquisa.

## 4.1 Análise de questões da OBMEP

As questões da OBMEP apresentam em sua construção uma busca pelo raciocínio lógico, ou seja, nem sempre precisamos ter muito conhecimento acadêmico matemático, para resolver uma de suas questões, às vezes precisamos simplesmente pensar de forma lógica.

É muito comum ao olharmos uma prova da OBMEP ver a mesma questão presente nos três níveis, desse modo, o aluno do 6º ano do Ensino Fundamental faz a mesma questão que um aluno da 3ª série do Ensino Médio, em termos de conteúdo de uma forma geral, é evidente que o aluno da 3ª série viu muito mais, só que em termos de raciocino lógico, não dá para avaliar. Em resumo, muitas questões da OBMEP para serem resolvidas, não necessitam de um extenso conhecimento matemático, mas sim de conhecimentos lógicos.

Veremos a seguir uma análise de algumas questões da OBMEP do Nível 02, divididas em quatro áreas: Contagem, Aritmética, Álgebra e Geometria, respectivamente, onde serão apresentadas propostas de solução, comentários e dicas para execução baseadas no método de Polya (2006), lembrando que a divisão das áreas aqui apresentadas seguiu a ordem das oficinas práticas. E em relação ao método de Polya, fizemos uma pequena alteração em seus passos, invés de quatro, utilizamos três, tendo em vista que o quarto passo (Retrospecto) se tornaria muito repetitivo na analise como um todo, pois em todas as questões foi feita a verificação, e concluída que todos os três passos anteriores estavam corretos.

### 4.1.1 Contagem

> Problemas de contagem são, muitas vezes, considerados difíceis entre alunos e professores, apesar de as técnicas matemáticas necessárias serem bastante elementares: essencialmente, o conhecimento das operações aritméticas de soma, subtração, multiplicação e divisão. (CARVALHO, 2015, p.01)

Podemos perceber que de acordo com Carvalho (2015) mesmo que as questões de contagem não envolvam conteúdos avançados da Matemática, elas são vistas como difíceis tanto por alunos como por professores. Essas questões apresentam uma simplicidade em seus enunciados, que nos leva a olhar para o simples com uma atenção bem maior.

A seguir faremos uma análise de cinco questões da OBMEP sobre Contagem, apresentando seu conteúdo específico e sua resolução comentada fazendo relação entre ela e os passos de como resolver um problema de acordo com Polya (2006).

***PROBLEMA 01 -*** *(OBMEP 2022) As vagas de um estacionamento estão numeradas de 1 a 99. Todas as vagas com número ímpar estão ocupadas, e as demais estão vazias. Quantas vagas estão ocupadas?*

*A) 48*

*B) 49*

*C) 50*

*D) 51*

*E) 98*

*Assunto abordado: paridade dos números*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que as vagas do estacionamento estão numeradas de 1 a 99, onde as vagas com número ímpar estão ocupadas e as demais vazias, e estamos procurando o número de vagas ocupadas.*

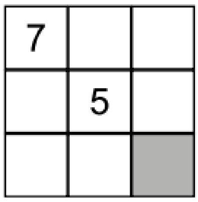
***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Nessa questão é essencial que o aluno saiba diferenciar número ímpar de número par, após isso, poderíamos citar exemplos de sequências pequenas, como de 1 a 10 temos quantos* *ímpares e pares? Para direcionar o aluno a visualizar que nessa sequência há 05 pares e 05 ímpares, para assim levá-lo a imaginar sequências maiores, e desse modo chegar na sequência de 1 a 100.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Chegando na sequência de 1 a 100, tendo em vista o exemplo da sequência de 1 a 10, podemos perceber que metade são ímpares e metade são pares, logo de 1 a 100, teríamos 50 ímpares e 50 pares, mas como no enunciado do problema temos uma sequência de 1 a 99, retirando o 100 que é par, ficaríamos como 50 ímpares e 49 pares, o que nos leva a encontrar um total de 50 vagas ocupadas.*

***PROBLEMA 02 -*** *(OBMEP 2022) Júlia escreveu os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 em um tabuleiro 3 x 3, sem repetições, e observou que a soma dos números em cada dos seus quatro subtabuleiros 2 x 2 era igual a 20. Os números 7 e 5 foram escritos como na figura abaixo. Qual é o número que foi escrito na casa destacada na cor cinza?*




*A) 1*

*B) 3*

*C) 4*

*D) 8*

*E) 9*

*Assunto abordado: tabuleiros*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

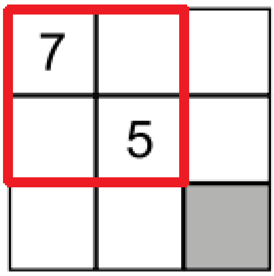
*A questão apresenta um tabuleiro 3 x 3, onde das nove casas, duas já estão preenchidas, em que a regra fundamental de montagem do mesmo, é que usando os números de 1 a 9, preenchamos o tabuleiro de tal que forma que a soma dos números em cada um dos seus quatro subtabuleiros 2 x 2 seja igual a 20, temos que a partir disso chegar no número que deve ser escrito na casa cinza.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

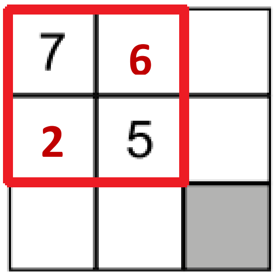
*Vamos usar as possibilidades de preencher cada um dos subtabuleiros, utilizando-se da regra de preenchimento.*

***Passo 03: Execução do plano***

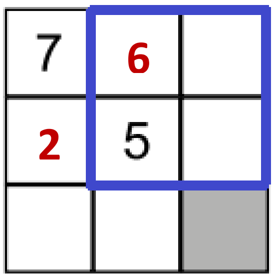
*De acordo com esquema abaixo, começando inicialmente pelo subtabuleiro a seguir (destacado em vermelho), temos:*




*Para completar esse subtabuleiro, precisamos de dois números cuja soma seja 8, visto que já temos 7 + 5 = 12, podemos usar: (1, 7), (3, 5) e (2, 6), mas como nos pares (1, 7) e (3, 5), já existe algum número que foi utilizado, ficaremos com o par (2, 6), onde o mesmo pode ser usado como mostrado abaixo:*




*Continuando com preenchimento, agora usando o subtabuleiro a seguir (destacado em azul), temos:*




*Para completar esse subtabuleiro, precisamos de dois números cuja soma seja 9, visto que a soma 6 + 5 = 11, podemos usar: (1, 8), (3, 6), (2, 7) e (4, 5), mas como nos pares (3, 6), (2, 7)* *e (4, 5), já existe algum número que foi utilizado, ficaremos com o par (1, 8), onde o mesmo pode ser usado como mostrado abaixo:*

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 6 | 1 |
| 2 | 5 | 8 |
| | | |

*Continuando com preenchimento, agora usando o subtabuleiro a seguir (destacado em verde), temos:*

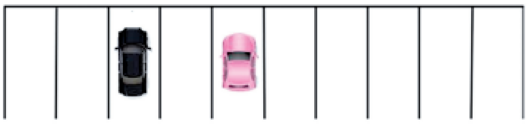
| | | |
|---|---|---|
| 7 | 6 | 1 |
| 2 | 5 | 8 |
| | | |

*Para completar esse subtabuleiro, precisamos de dois números cuja soma seja 13, visto que a soma 2 + 5 = 7, podemos usar: (4, 9), (5, 8), e (6, 7), mas como nos pares (5, 8) e (6, 7), já existe algum número que foi utilizado, ficaremos com o par (4, 9), onde o mesmo pode ser usado como mostrado abaixo:*

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 6 | 1 |
| 2 | 5 | 8 |
| 9 | 4 | |

*Desse modo já temos o tabuleiro preenchido, sobrando assim apenas o 3 para ser usado na casa cinza, e isso iria acontecer independente da forma que agrupássemos os números em suas casas, cuja soma seria 20, pois podemos perceber que de todos os usados até aqui, apenas o 3 não foi utilizado.*

***PROBLEMA 03 -*** *(OBMEP 2018) Um estacionamento tem 10 vagas, uma ao lado da outra, inicialmente todas livres. Um carro preto e um carro rosa chegam a esse estacionamento. De quantas maneiras diferentes esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles?*



*A) 56*

*B) 70*

*C) 71*

*D) 72*

*E) 80*

*Assunto abordado: Princípio Multiplicativo*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que o estacionamento possui 10 vagas, uma do lado da outra, todas inicialmente livres, e queremos encontrar o total de possibilidades diferentes que dois carros um preto e outro rosa podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Podemos iniciar a resolução desse problema com a seguinte observação: em um problema de contagem quase sempre para encontrarmos "o que queremos", basta do total de possibilidades retirarmos "o que não queremos". Colocaremos agora essa observação em prática nesse problema (lembrando sempre que as indagações que fazemos a nossos alunos são muito importantes), assim, vamos dividir nosso problema da seguinte forma:*

- ✓ *Total de possibilidades: agrupar dois carros em 10 vagas.*
- ✓ *O que não queremos: o total de maneiras que os carros podem ocupar duas vagas de forma que não haja vagas livres entre eles.*

*Feito isso basta do total de possibilidade, retirarmos o que não queremos, e ficaremos com o que queremos.*

*Obs.: Vale lembrar que essa é uma técnica muito importante em problemas de contagem, pois em muitas situações é mais fácil encontrar "o que não queremos", do que "o que queremos".*

***Passo 03: Execução do plano***

*Com o plano já formulado, vamos colocá-lo em ação, através do princípio multiplicativo.*

- ✓ *Total de possibilidades: agrupar dois carros em 10 vagas.*

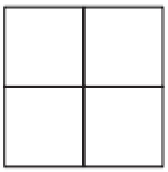
  *O primeiro carro tem 10 possiblidades de escolha para sua vaga, e o segundo carro tem 9 (pois uma vaga já está ocupada), desse modo usando o princípio multiplicativo, temos: $10 \times 9 = 90$.*

- ✓ *O que não queremos: o total de maneiras que os carros podem ocupar duas vagas de forma que não haja vagas livres entre eles.*

  *Agora iremos ver em quantas eles ficam um do lado do outro, sem vagas entre eles, chamando o carro preto de P e o rosa de R, podemos ter PR (nessa ordem) nas seguintes vagas: (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8), (8,9), (9,10), totalizando assim 9 possibilidades, mas como podemos também ter RP (nessa ordem) que seriam possibilidades diferentes, visto que há uma especificação de veículos, teríamos assim $9 \times 2 = 18$.*

*Fazendo o total menos "o que não queremos", temos $90 – 18 = 72$, que é o número de maneiras diferentes que esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles.*

**PROBLEMA 04 -** *(OBMEP 2018) João tem lápis nas cores verde, amarela e preta e quer colorir o tabuleiro da figura, de modo que:*



- *cada quadradinho deve ser colorido com uma única cor;*
- *quaisquer dois quadradinhos com um lado comum devem ser coloridos com cores diferentes.*

*De quantas maneiras diferentes ele pode colorir esse tabuleiro?*

*A) 12*

*B) 18*

*C) 24*

*D) 54*

*E) 81*

*Assunto abordado: Princípio Multiplicativo*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Queremos encontrar o total de maneiras de colorir o tabuleiro apresentado, de tal forma que as duas regras principais sejam obedecidas:*

- *cada quadradinho deve ser colorido com uma única cor;*
- *quaisquer dois quadradinhos com um lado comum devem ser coloridos com cores diferentes.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente, vamos nomear cada quadrinho do tabuleiro, para assim, facilitar na organização da resolução.*

| | |
|---|---|
| **I** | **II** |
| **III** | **IV** |

*Feito isso vamos dividir nosso plano de resolução em dois casos:*

- *Caso a) I e IV com a mesma cor:*
- *Caso b) I e IV com cores diferentes:*

*Ao finalizar iremos somar os dois resultados, obtendo assim o que estamos procurando.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Com o plano já formulado, vamos colocá-lo em ação, através do princípio multiplicativo.*

- *Caso a) I e IV com a mesma cor:*

| | |
|---|---|
| **I** | **II** |
| **III** | **IV** |

***3 possibilidades para I****, pois podemos usar qualquer uma das três cores**, 1 possibilidade para IV**, pois ele terá a mesma cor da I, **2 possibilidades para II**, pois das três cores só não podemos usar a cor que foi usada na I e IV e **2 possibilidades para III**, pois das três cores só não podemos usar a cor que foi usada na I e IV, fazendo: $3 \times 1 \times 2 \times 2$, encontraremos 12 modos diferentes.*

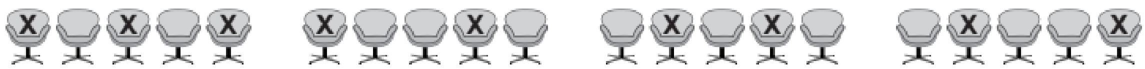
- *Caso b) I e IV com cores diferentes:*

| | |
|---|---|
| **I** | **II** |
| **III** | **IV** |

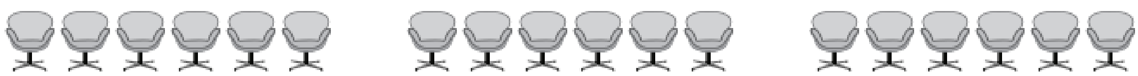
**3 possibilidades para I**, *pois podemos usar qualquer uma das três cores,* ***2 possibilidades para IV****, pois ele terá a cor diferente da I,* ***1 possibilidade para II****, pois das três cores não podemos usar as cores que foram usadas na I e IV,* ***1 possibilidade para III****, pois das três cores não podemos usar as cores que foram usadas na I e IV, fazendo:* $3 \times 2 \times 1 \times 1$*, encontraremos 6 modos diferentes.*

*Somando os resultados dos dois casos, temos 18 maneiras diferentes de colorir o tabuleiro.*

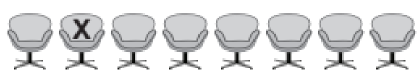
***PROBLEMA 05 -*** *(OBMEP 2019) Dizemos que uma fila de cadeiras de cinema está ocupada de forma quase-cheia quando não há duas cadeiras consecutivas ocupadas, mas a próxima pessoa a chegar será obrigada a sentar-se ao lado de uma cadeira já ocupada. Uma fila de 5 cadeiras tem exatamente quatro ocupações quase-cheias, mostradas abaixo. As cadeiras marcadas com* ***X*** *indicam que elas estão ocupadas.*



*a) Uma fila de 6 cadeiras possui cinco ocupações quase-cheias. Marque com* ***X*** *as cadeiras dessas ocupações.*



*b) Quantas são as ocupações quase-cheias em uma fila de 8 cadeiras em que a segunda cadeira já está ocupada?*



*c) A tabela abaixo apresenta o número de ocupações quase-cheias para algumas filas de cadeiras. Calcule o total de ocupações quase-cheias em uma fila com 19 cadeiras. Justifique.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número de cadeiras da fila** | 5 | 6 | ... | 16 | 17 | 18 | 19 |
| **Número de ocupações quase-cheias** | 4 | 5 | ... | 86 | 114 | 151 | |

A questão apresentada é uma questão da segunda fase, onde a mesma acontece de forma subjetiva, onde o aluno além de responder à questão precisa justificar suas respostas, aqui vamos usar os três passos para cada um dos itens, e do mesmo modo faremos nas questões das próximas subseções que sejam da segunda fase.

*Assunto abordado: Contagem*

***Resolução comentada:***

***Item A***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Através de uma representação devemos mostrar as cinco ocupações quase-cheias de uma fila de seis cadeiras.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Utilizando do que já foi apresentado no enunciado, sobre as regras de uma ocupação quase-cheia, iremos marcar as cadeiras em cada fila com X.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Um possível preenchimento é apresentado abaixo, seguindo as regras do enunciado:*

## *Item B*

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Nesse item, queremos descobrir quantas são as ocupações quase-cheias em uma fila de 8 cadeiras em que a segunda cadeira já está ocupada.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Com as regras já apresentadas no enunciado e utilizando da figura apresentado no item, e tendo em vista que como a segunda cadeira já está ocupada, a primeira e terceira cadeiras necessariamente devem ficar livres, podemos através de uma linha entre a 3ª e 4ª cadeira, ter uma nova disposição que irá facilitar na resolução.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Observando o que foi apresentado no passo 02, e traçando a linha entre a 3ª e 4ª cadeira, temos:*


*Desse modo, os demais a chegar devem ocupar, de modo quase cheio, as 5 cadeiras restantes. Como visto no enunciado, há 4 possibilidades para a ocupação dessas cadeiras.*

## *Item C*

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Através de uma tabela apresentada no item, em que ela mostra o número de ocupações quase-cheias para algumas filas de cadeiras, queremos encontrar o total de ocupações quase-cheias em uma fila com 19 cadeiras.*

| Número de cadeiras da fila | 5 | 6 | ... | 16 | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de ocupações quase-cheias | 4 | 5 | ... | 86 | 114 | 151 | |

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Com as regras já enunciadas e utilizando da tabela apresentada no item, e partindo de um raciocínio semelhante ao do item B, vamos enumerar as cadeiras em ordem crescente e* *podemos observar que em uma ocupação quase cheia de 19 cadeiras, exatamente uma das duas primeiras cadeiras deve estar ocupada, dividindo em duas situações, uma com a primeira cadeira ocupada, e outra com a segunda cadeira ocupada, vamos através de uma linha encontrar uma nova disposição que irá facilitar na resolução.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Observando o que foi apresentado no passo 02, e dividindo em dois casos, temos:*

- *Caso 01: com a primeira cadeira ocupada (e, em consequência, a segunda livre), as demais pessoas devem ocupar, de modo quase cheio, as outras 17 cadeiras. De acordo com a tabela, há 114 possibilidades para essa ocupação.*
- *Caso 02: com a segunda cadeira ocupada (e, em consequência, a $1^a$ e $3^a$ cadeira livres), as demais pessoas devem ocupar, de modo quase cheio, as outras 16 cadeiras. De acordo com a tabela, há 86 possibilidades para essa ocupação.*

*Portanto, há um total de 114 + 86 = 200 ocupações quase cheias para 19 cadeiras.*

Aqui apresentamos cinco problemas de Contagem da OBMEP, sendo os quatro primeiros da primeira fase e o quinto da segunda fase, queremos enfatizar aqui o problema 05, que como visto não necessitou, assim como os outros, de muito cálculo, apenas de raciocino lógico, e de desenhos, métodos que muitas vezes nos esquecemos que podem ser usados na resolução de problemas, e que não estão distantes de nossos alunos.

À medida que resolvemos mais problemas, conseguimos nos conectar a mais métodos de resolução. A seguir, apresentaremos cinco problemas de Aritmética, com seus conteúdos específicos e sua resolução comentada.

### 4.1.2 Aritmética

> Perceber que Matemática não é apenas um emaranhado de operações confusas pode contribuir para a motivação do estudante e para que ele se torne mais autônomo diante de novos desafios que lhe são impostos. (FONSECA, 2019, p.20)

Conhecer as operações não é simplesmente fazer contas, mas principalmente saber que operação usar em determinada situação, é conseguir olhar para um problema e imaginar meios aritméticos que possibilitem alcançar o resultado procurado, é saber que nem todo problema tem solução, é usar dos conceitos numéricos para tornar algo que seria algebricamente cansativo, para algo simples e eficaz. Conhecer verdadeiramente as operações é abrir caminhos para a essência da Matemática.

Nesse sentindo, apresentaremos a seguir alguns problemas de Aritmética, que possuem em sua essência o uso das operações.

***PROBLEMA 01 -*** *(OBMEP 2022) Em cada partida de um jogo disputado por dois jogadores, há sempre um vencedor, ou seja, não há empates. Cada jogador começa o jogo com 100 pontos. Quem vence uma partida soma 5 a seus pontos, e quem perde uma partida subtrai 2 de seus pontos. O jogo termina quando a soma dos pontos dos dois jogadores passar de 300. Após o encerramento do jogo, quantas partidas foram realizadas?*

*A) 20*

*B) 32*

*C) 33*

*D) 34*

*E) 50*

*Assunto abordado: Operações com números naturais*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que em cada partida de um jogo disputado por dois jogadores, há sempre um vencedor, ou seja, não há empates e que cada jogador começa o jogo com 100 pontos e à medida que quem vence uma partida soma 5 a seus pontos, e quem perde uma partida subtrai 2 de seus pontos, para ser finalizado o jogo é necessário que a soma dos pontos dos dois* *jogadores passe de 300. E queremos saber quantas partidas foram realizadas, após o encerramento do jogo.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente vamos fazer alguns testes, com uma, duas, três, quatro partidas, não focando em quem vence ou perde, mas sim no que acontece em relação ao total de pontos, visto que se conseguirmos descobrir um padrão de aumento depois de cada partida, fica fácil verificar após quantas partidas iremos passar dos 300.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, temos:*

- *Partida Nº 1: alguém ganhou 5 pontos, enquanto outro perdeu 2 pontos, total de pontos será 100 + 100 + 5 – 2 = 203.*
- *Partida Nº 2: alguém ganhou 5 pontos, enquanto outro perdeu 2 pontos, total de pontos será 203 + 5 – 2 = 206.*
- *Partida Nº 3: alguém ganhou 5 pontos, enquanto outro perdeu 2 pontos, total de pontos será 206 + 5 – 2 = 209.*
- *Partida Nº 4: alguém ganhou 5 pontos, enquanto outro perdeu 2 pontos, total de pontos será 209 + 5 – 2 = 212.*

*Podemos perceber que após cada partida há um aumento de três pontos na soma total, e como os dois juntos inicialmente já possuem 200 pontos, e queremos chegar em 300 pontos de soma, basta que eles joguem 34 partidas, que aí teremos 34 x 3 = 102 pontos a mais, somados com 200, passaríamos de 300 pontos.*

***PROBLEMA 02 -*** *(OBMEP 2022) Morgana escolheu seis números inteiros positivos e diferentes entre si, cuja soma é 2020. Qual é o maior número que pode aparecer dentre os números escolhidos?*

*(A) 1999*

*(B) 2005*

*(C) 2010*

*(D) 2014*

*(E) 2019*

*Assunto abordado: Operações com números naturais*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que Morgana escolheu seis números inteiros positivos e diferentes entre si, cuja soma é 2020, e queremos determinar qual é o maior número que pode aparecer dentre os números escolhidos.*

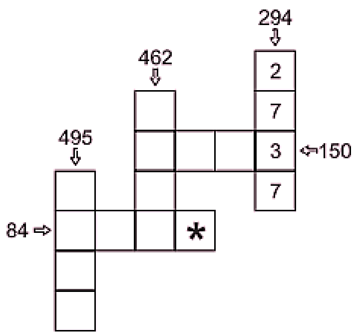
***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente precisamos entender que para obter o maior número possível dentre os números de uma soma é necessário que as outras parcelas sejam as menores possíveis, então vamos utilizar os cinco menores números inteiros positivos diferentes entre si, e o sexto será o maior possível para chagar em um resultado igual a 2020.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, temos que a soma dos cinco menores números inteiros e positivos é 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15, desse modo, o maior número que pode aparecer dentre os escolhidos é 2020 – 15 = 2005.*

***PROBLEMA 03** - (OBMEP 2019) As casas da figura abaixo devem ser preenchidas com números primos. Em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta. A coluna indicada por 294 já está preenchida. Qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com *?*




*A) 2*

*B) 3*

*C) 5*

*D) 7*

*E) 11*

*Assunto abordado: decomposição em fatores primos*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que as casas da figura devem ser preenchidas com números primos, e que em cada linha ou coluna, o produto dos números deve ser igual ao número indicado pela seta, e já temos a coluna indicada por 294 preenchida, e queremos encontrar qual é o número que deve ser escrito na casa marcada com *.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente podemos perceber que como os números das casas devem ser primos, isso nos leva que o número indicado pela seta deve ser decomposto em fatores primos, desse modo esse será o nosso primeiro passo, feito isso vamos preencher as casas focando nas interseções.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, inicialmente vamos decompor cada número que falta em seus fatores primos:*

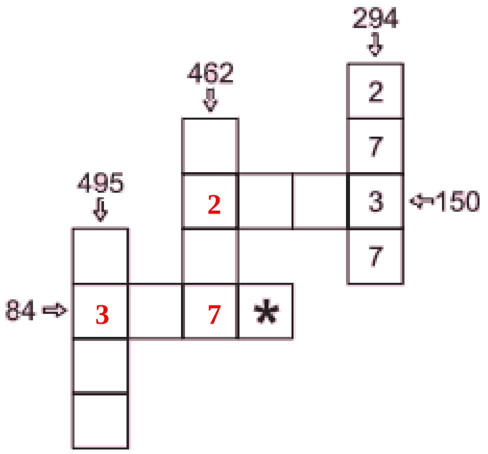
*$462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$*

*$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$*

*$495 = 3 \times 3 \times 5 \times 11$*

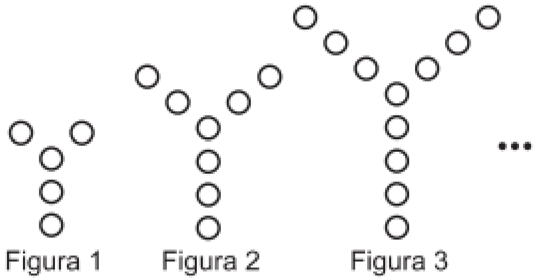
*$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$*

*Agora preenchendo as casas, focando nas interseções:*




*Podemos assim perceber que como já usamos o 3 e 7, dos fatores do 84, resta apenas o 2, desse modo, chegaremos que o número que deve ser escrito na casa marcada com * é o 2.*

***PROBLEMA 04** - (OBMEP 2019) Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra Y. Seguindo este padrão, quantas bolinhas terá a 15ª figura?*




*A) 35*

*B) 47*

*C) 50*

*D) 52*

*E) 60*

*Assunto abordado: sequências.*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

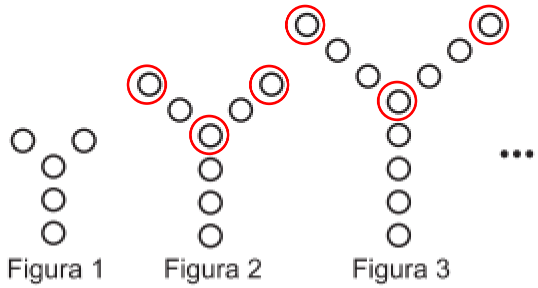
*Temos uma sequência de figuras, onde todas elas têm a forma da letra Y, seguindo um padrão, queremos determinar quantas bolinhas terá a 15ª figura.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Primeiramente precisamos encontrar o padrão da sequência, isso pode ser feito analisando o que acontece de uma sequência para outra, após isso basta seguir o padrão e assim determinar quantas bolinhas haverá na 15ª figura.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, é possível perceber que de uma figura para outra aumenta três em cada, como pode ser observado abaixo:*




*Sendo assim podemos encontrar o número de bolinhas da 15ª figura, de acordo com a sequência abaixo:*

*Figura 01 = 5 bolinhas*

*Figura 02 = 5 + 3 bolinhas*

*Figura 03 = 5 + 3 x 2 bolinhas*

*Figura 04 = 5 + 3 x 3 bolinhas*

⋮

*Figura 15 = 5 + 3 x 14 = 47 bolinhas*

***PROBLEMA 05** – (OBMEP 2017) Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.*


*a) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?*

*b) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?*

*c) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.*

*Assunto abordado: Operações fundamentais com números inteiros, potências e divisibilidade.*

***Resolução comentada:***

***Item A***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Através do que foi enunciado queremos encontrar o resultado do cálculo de Júlia com o número 3.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Utilizando do que já foi apresentado no enunciado, iremos aplicar a regra que é escolher um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Seguindo o plano do passo 02, aplicando a regra temos que* $3^3 - 3 = 24$.

***Item B***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Nesse item, queremos descobrir qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Com as regras já apresentadas no enunciado e chamando de N o número procurado, podemos montar a seguinte expressão* $N^3 - N = 1320$*, a partir dela podemos chegar na expressão* $N^3 = 1320 + N$ *que é equivalente, agora a partir dessa sequência vamos procurar os cubos maiores que 1320.*

***Passo 03: Execução do plano***

*A partir do plano elaborado no passo 02, podemos testar alguns cubos, começando pelo 11, visto que* $10^3 = 1000$*, fazendo* $11^3$ *encontramos 1331, e podemos observar que 1331 é igual a 1320 + 11, sendo assim o número que deve ser escolhido por Júlia é o 11.*

**_Item C_**

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Queremos explicar por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Com a expressão encontrada no item B, vamos fatorar tal expressão, e utilizar dos critérios de divisibilidade para explicar por que sempre qualquer número que Júlia escolher, o resultado que é equivalente a expressão encontrada no item B, sempre será um múltiplo de 6.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Utilizando o plano do passo 02, vamos usar a expressão obtida no item B, temos assim:* $N^3 - N$*, colocando N em evidência, temos:* $N \cdot (N^2 - 1)$*, observe ainda que* $N^2 - 1$ *é a diferença de dois quadrados, podendo ser reescrita como:* $(N + 1) \cdot (N - 1)$*, desse modo, a expressão* $N^3 - N$ *é equivalente a* $(N - 1) \cdot N \cdot (N+1)$*, que é o produto de três números consecutivos, e como entre três números consecutivos sempre há um par e um múltiplo de três, isso garante que qualquer número que Júlia escolher sempre será um múltiplo de 6.*

Foram vistos aqui cinco problemas de Aritmética da OBMEP, sendo os quatro primeiros da primeira fase e o quinto da segunda fase, queremos salientar que a maioria dos problemas utilizou das operações básicas, e de alguns conteúdos que exploram as propriedades dos números, e todas exigiam uma interpretação bem detalhista, visto que alguns pormenores não estavam diretamente explícitos, mas acreditamos que com as perguntas certas durante a discussão das questões, é possível observar tais detalhes.

Resolver problemas de aritmética, pode nos mostrar caminhos que as vezes não notamos, por isso é importante buscarmos mais de uma solução para um problema, muitos dos conteúdos aqui apresentados até agora, um aluno de 8º ano já tem visto, mas questões com a abordagem aqui apresentada nem sempre são comuns em sala, então é essencial que façamos uso de mais problemas, que visem não apenas a conta, mas o raciocínio.

A seguir, apresentaremos cinco problemas de Álgebra, com seus conteúdos específicos e sua resolução comentada.

### 4.1.3 Álgebra

> Devemos motivar as crianças a reverem o seu raciocínio, descrevendo-o, a pensarem como poderiam ter resolvido de outra maneira o problema, a testarem a solução encontrada, a generalizarem os resultados e a criarem novos problemas a partir daquele resolvido. (DANTE, 2007, p.60)

Resolver um problema, vai muito além de encontrar sua resposta certa, em muitos casos precisamos generalizar um resultado, mas antes de chegar nessa generalização, vamos trilhar por um caminho que ultrapassa a ideia de simplesmente encontrar a resposta certa. E aqui entra a Álgebra, uma das áreas mais incríveis da matemática, pois através dela, podemos utilizar de artifícios que tornam a solução mais confiável e geral, e possibilita chegarmos em sua forma generalizada.

À vista disso, apresentaremos a seguir alguns problemas de Álgebra, que possuem em sua essência a generalização de problemas.

***PROBLEMA 01 -*** *(OBMEP 2022) Em seu espetáculo um mágico diz para Fernanda:*

*Pense em um número, multiplique por 3, adicione 1, multiplique por 8, subtraia 2 e dividida por 6. Agora me diga o número que você encontrou, que eu lhe direi o número em que você pensou.*

*Que operações matemáticas o mágico pode fazer com o número dito por Fernanda para descobrir o número em que ela pensou?*

*A) Subtrair 1, e em seguida dividir por 4.*

*B) Dividir por 4.*

*C) Subtrair 2 e, em seguida, dividir por 6.*

*D) Dividir por 4 e, em seguida subtrair 1.*

*E) Subtrair 4.*

*Assunto abordado: simplificação de expressões algébricas*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*A partir do que o mágico disse para a Fernanda que é: "pense em um número, multiplique por 3, adicione 1, multiplique por 8, subtraia 2 e dívida por 6, agora me diga o número que você encontrou, que eu lhe direi o número em que você pensou", queremos descobrir quais operações matemáticas o mágico pode fazer com o número dito por Fernanda para descobrir o número em que ela pensou*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente a partir da fala do mágico podemos montar uma expressão, após montarmos tal expressão poderemos simplificá-la, e assim basta fazermos as operações inversas para descobrir o número que a Fernanda pensou.*

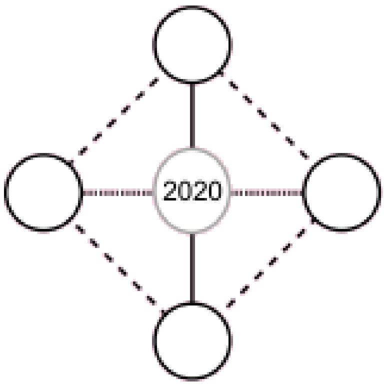
***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, sendo x o número que Fernanda pensou e a partir da fala do mágico, podemos montar a expressão, que ficaria da seguinte forma:*

$$\frac{8 \cdot (3x + 1) - 2}{6} = \frac{24x + 8 - 2}{6} = \frac{24x + 6}{6} = 4x + 1$$

*Agora como queremos encontrar o número pensado por Fernanda, basta fazermos as operações inversas, que seria subtrair 1, e em seguida dividir por 4.*

**PROBLEMA 02 -** *(OBMEP 2022) Priscila escreveu um número em cada um dos círculos vazios da figura, de modo que a soma dos quatro números escritos ficou igual à soma dos três números ligados pela linha vertical e igual à soma dos três números ligados na linha horizontal. Qual é a soma dos quatro números que Priscila escreveu?*



*A) 2020*

*B) 3030*

*C) 4040*

*D) 5050*

*E) 6060*

*Assunto abordado: expressões algébricas*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

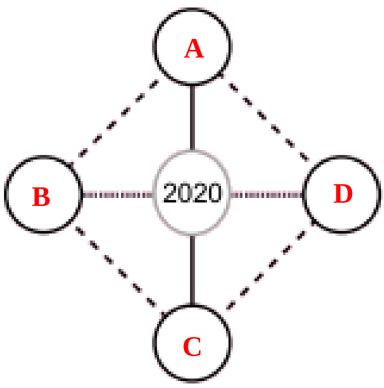
*Sabemos que Priscila escreveu um número em cada um dos círculos vazios da figura, de modo que a soma dos quatro números escritos ficou igual à soma dos três números ligados pela linha vertical e igual à soma dos três números ligados na linha horizontal, e queremos descobrir qual é a soma dos quatro números que Priscila escreveu.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente vamos nomear os quatros números escritos por Priscila, de A, B, C, D, logo após, com as regras enunciadas vamos montar algumas expressões algébricas, e fazendo uso de algumas equivalências encontrar o valor de A + B + C + D.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, e nomeando os quatro números, temos:*




*De acordo com as regras do enunciado, temos:*

*A + B + C + D = A + C + 2020, que é equivalente a: B + D = 2020. E como,*

*A + B + C + D = B + D + 2020, que é equivalente a: A + C = 2020, sendo assim*

*A + B + C + D = 2040.*

***PROBLEMA 03 -*** *(OBMEP 2018) Qual é o valor da expressão* $\frac{242424^2-121212^2}{242424\times 121212}$*?*

*A) 1/2*

*B) 3/4*

*C) 1*

*D) 3/2*

*E) 7/4*

*Assunto abordado: produtos notáveis*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Queremos saber qual o valor da expressão* $\frac{242424^2-121212^2}{242424\times 121212}$.

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente podemos pensar em resolver as potências e efetuar as demais operações, mas isso seria muito mais trabalhoso, então vamos utilizar dos produtos notáveis, para simplificar nossa expressão.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Usando o plano estabelecido no passo 02, vamos reescrever a expressão utilizando a diferença de dois quadrados no numerador:*

$$\frac{242424^2 - 121212^2}{242424 \times 121212} = \frac{(242424 + 121212) \times (242424 - 121212)}{242424 \times 121212} = \frac{363636 \times 121212}{242424 \times 121212}$$

*Feito isso, e simplificando a expressão, temos:*

$$\frac{3 \times (121212)}{2 \times (121212)} = \frac{3}{2}$$

*Concluindo assim que o valor da expressão* $\frac{242424^2-121212^2}{242424\times 121212}$*, é* $\frac{3}{2}$.

***PROBLEMA 04** - (OBMEP 2018) Maria escolheu um número inteiro. Ela somou a esse número os três números ímpares imediatamente inferiores e os dois números pares imediatamente superiores a ele e obteve 1414 como resultado. Qual é a soma dos algarismos do número que Maria escolheu?*

*A) 12*

*B) 13*

*C) 14*

*D) 15*

*E) 16*

*Assunto abordado: paridade e equações.*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que Maria escolheu um número inteiro e somou a esse número os três números ímpares imediatamente inferiores e os dois números pares imediatamente superiores a ele e obteve 1414 como resultado e queremos saber qual é a soma dos algarismos do número que Maria escolheu.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente precisamos descobrir qual será a paridade do número escolhido por Maria, que aqui chamaremos de N, para assim sabermos como iremos montar nossa expressão, feito isso, poderemos relacionar os números que Maria somou, em função de N, logo após, através de algumas manipulações encontraremos o valor do N, e depois basta somar os algarismos desse número.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, inicialmente vamos descobrir a paridade N. Sabemos que ela somou a N três ímpares e dois pares, e obteve como resultado 1414, mas sabemos que a soma de três ímpares com dois pares é ímpar, e como 1414 é par, necessariamente precisaremos que N seja de paridade ímpar, pois ímpar mais ímpar será par, desse modo podemos montar a seguinte expressão:*

$(N - 6) + (N - 4) + (N - 2) + N + (N + 1) + (N + 3) = 1414$

$6N - 8 = 1414$

*6N = 1422*

*N = 237.*

*Somando os algarismos 2 + 3 + 7 encontraremos o resultado 12.*

***PROBLEMA 05** - (OBMEP 2019) A calculadora de Dario tem uma tecla especial. Se um número n diferente de 2 está no visor e ele aperta a tecla especial, aparece o número* $\frac{2 \times n}{n-2}$*.* *Por exemplo, se o número 3 está no visor, ao apertar a tecla especial, aparece o número 6, pois* $\frac{2 \times 3}{3-2} = 6$*.*

*a) Se o número 6 está no visor, qual é o número que aparecerá se a tecla especial for apertada?*

*b) Explique por que, ao apertar duas vezes a tecla especial, Dario sempre obtém o número que estava inicialmente no visor.*

*c) Para quais valores no visor Dario obtém o mesmo número ao apertar a tecla especial uma única vez?*

*d) Qual é o número que nunca será obtido ao apertar a tecla especial?*

*Assunto abordado: valor numérico e equações.*

***Resolução comentada:***

| ***Item A*** |
|---|

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que a calculadora de Dario tem uma tecla especial, se um número n diferente de 2 está no visor e ele aperta a tecla especial, aparece o número* $\frac{2 \times n}{n-2}$*, através do que foi enunciado queremos saber qual número irá aparecer, quando a tecla especial for apertada, sabendo que o número 6 está no visor.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Utilizando do que já foi apresentado no enunciado, iremos substituir o 6 no lugar de n na expressão* $\frac{2\times n}{n-2}$.

***Passo 03: Execução do plano***

*Seguindo o plano do passo 02, basta substituir n por 6 na expressão dada, e teremos* $\frac{2\times 6}{6-2}$*=3*

| **Item B** |
|---|

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Nesse item, explicar por que, ao apertar duas vezes a tecla especial, Dario sempre obtém o número que estava inicialmente no visor.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Utilizando a tecla especial, e apertando duas vezes, iremos construir uma equação e a partir de sua manipulação, chegaremos na explicação do porquê sempre que, ao apertar duas vezes a tecla especial, Dario sempre obtém o número que estava inicialmente no visor.*

***Passo 03: Execução do plano***

*A partir do plano elaborado no passo 02, e como sabemos que incialmente o número no visor é n (sendo ele diferente de 2), como a tecla especial será apertada duas vezes teremos o seguinte procedimento:*

- *Primeira vez:* $\frac{2\times n}{n-2}$
- *Segunda vez, agora o número no visor é* $\frac{2\times n}{n-2}$*, substituindo n por esse número, temos:* $\frac{2\times\left(\frac{2n}{n-2}\right)}{\frac{2n}{n-2}-2}=\frac{\frac{4\times n}{n-2}}{\frac{2\times n-2\times n+4}{n-2}}=\frac{\frac{4\times n}{n-2}}{\frac{4}{n-2}}=\frac{4\times n}{4}=n$

*Como podemos observar voltamos para o valor inicial do visor, n.*

**Item C**

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Queremos saber para quais valores no visor Dario obtém o mesmo número ao apertar a tecla especial uma única vez.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Vamos igualar n que é o número inicial, ao número que aparece ao apertar a tecla uma única vez que é* $\frac{2 \times n}{n-2}$*, feito isso encontraremos uma equação, após resolvê-la poderemos encontrar os valores que Dario irá obter.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Utilizando do plano do passo 02, igualar n a* $\frac{2 \times n}{n-2}$*:*

$$n = \frac{2 \times n}{n-2} \Rightarrow n \times (n-2) = 2 \times n \Rightarrow n^2 - 2n = 2n \Rightarrow n^2 - 4n = 0$$

*Colocando n em evidência, temos:* $n(n-4) = 0$

*Onde n é 0 ou 4, desse modo esses são os valores no visor, para os quais Dario obtém o mesmo número ao apertar a tecla especial uma única vez.*

**Item D**

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Queremos saber qual é o número que nunca será obtido ao apertar a tecla especial.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*A partir dos itens b e c, poderemos perceber qual será o número que nunca irá será obtido ao apertar a tecla especial.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Utilizando do plano do passo 02, sabemos que pelo item b que podemos obter qualquer número diferente de 2, visto que ao apertamos duas vezes sempre voltamos para n, e n pode ser qualquer número diferente de 2, e caso n seja 2, teremos:*

$2 = \frac{2 \times n}{n-2} \Rightarrow 2n - 4 = 2n \ \Rightarrow 0 = 4$, *mas isso é impossível. Portanto, o número 2 nunca será obtido.*

Foram aqui apresentados cinco problemas de Álgebra da OBMEP, sendo os quatro primeiros da primeira fase e o quinto da segunda fase, é importante destacar que por mais que esses problemas pareçam mais complicados do que os outros apresentados neste trabalho, vale ressaltar que uma das funções da Álgebra é fornecer meios para generalizar resoluções, e assim, após muita prática, facilitar na resolução de problemas futuros.

A seguir, apresentaremos cinco problemas de Geometria, com seus conteúdos específicos e sua resolução comentada.

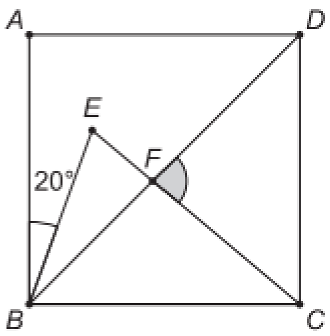
### 4.1.4 Geometria

> Vemos na Geometria um ramo da matemática que permite uma educação que contemple pertinência, relevância e equitância. Exemplos como construções, agricultura, esportes, meio ambiente e resolução de problemas, que envolvem cálculos e medidas, são formas de mostrar ao aluno que ele próprio possui um certo conhecimento imediato do conteúdo na relação dele com o espaço e o professor pode e deve inserir essa realidade em sua prática pedagógica e assim conduzir seu público à construção gradativa do saber geométrico, despertando a curiosidade dos alunos tornando seu ensino mais atrativo (VIEIRA, 2020, p.26).

A Geometria possui uma larga aplicação no dia a dia dos alunos, e eles conseguem observar muitos exemplos em seu cotidiano, mas é essencial que eles consigam ir além de apenas observar alguns exemplos, é importante que eles visualizem como a geometria funciona, como já disse Johannes Kepler "A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la." E acreditamos que todos esses elementos nossos alunos já possuem, mas é necessária uma orientação para colocá-los em prática.

Nesse sentindo, apresentaremos a seguir alguns problemas de Geometria, que possuem em sua essência a prática da observação.

***PROBLEMA 01 -** (OBMEP 2019) Na figura, ABCD é um quadrado, a medida do ângulo ABE é 20° e EC = BC. Qual é a medida do ângulo DFC?*




*A) 80°*

*B) 85°*

*C) 90°*

*D) 95°*

*E) 100°*

*Assunto abordado: ângulos*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

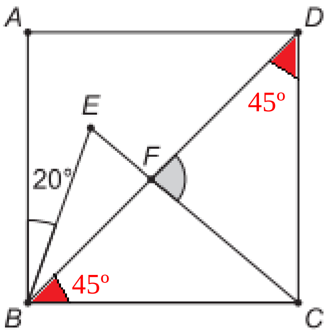
*A partir da figura do quadrado ABCD apresentada, e sabendo que a medida do ângulo ABE é 20° e que o segmento EC = BC, queremos determinar qual é a medida do ângulo DFC*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

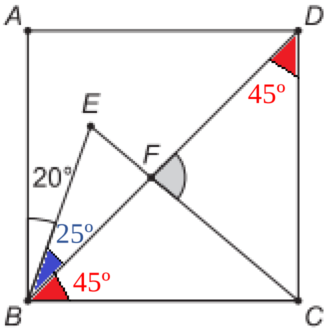
*Inicialmente podemos a partir de conhecimentos sobre ângulos estabelecer algumas observações e encontrar alguns valores que irão auxiliar a achar o que procuramos, e vamos fazer alguns desenhos auxiliares para facilitar a visualização do que procuramos.*

***Passo 03: Execução do plano***

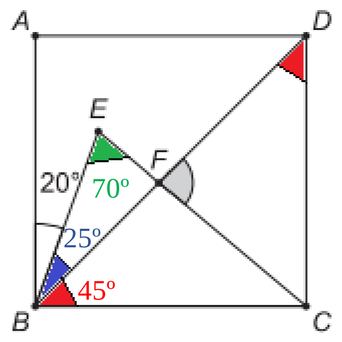
*Executando o plano elaborado no passo 02, inicialmente podemos perceber que o segmento BD é uma diagonal, sendo assim os ângulos CBD = CDB = 45º (destacado em vermelho), como mostra a figura abaixo:*




*E como o ângulo ABE é 20º, e o ângulo ABC é 90º, podemos concluir que o ângulo FBE é 25º (destacado em azul) como mostrado abaixo:*

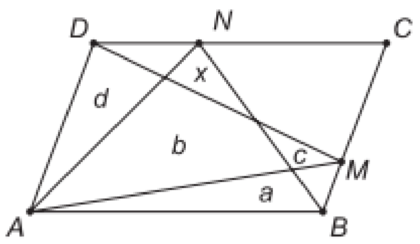



*Temos assim que o ângulo CBE é 70º, e como EC = BC, logo CEB também é 70º (destacado em verde), como mostrado abaixo:*




*Agora analisando o triângulo BEF, temos os ângulos FBE = 25º e BEF = 70º, portanto o ângulo BFE é 85º, pois a soma desses três ângulos é 180º, e como ele é oposto pelo vértice com o ângulo DFC, logo o ângulo DFC = 85º.*

***PROBLEMA 02 -** (OBMEP 2019) No paralelogramo ABCD da figura, os pontos M e N são pontos dos lados BC e CD, respectivamente. As áreas a, b, c e d são conhecidas. Qual é o valor da área x?*




*A) c + d - a*

*B) a + c + d - b*

*C) a + c + d - 2b*

*D) a + d - b*

*E) a + c - d*

*Assunto abordado: área de figuras planas.*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

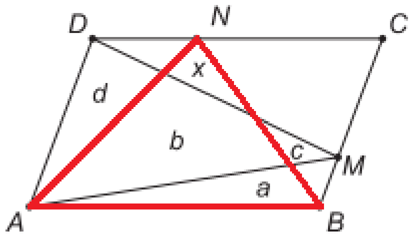
*A partir da figura apresentada do paralelogramo ABCD, em que os pontos M e N são pontos dos lados BC e CD, respectivamente, e sabemos que as áreas a, b, c e d são conhecidas, queremos descobrir qual é o valor da área x.*

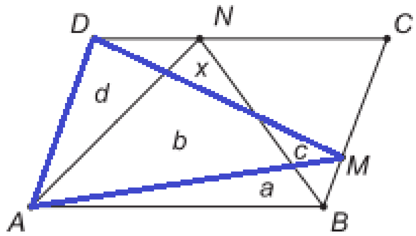
***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente vamos focar nos triângulos ABN e ADM, pois em ambos conhecemos as áreas, e partir disso e das propriedades das áreas iremos relacionar esses triângulos com o paralelogramo ABCD, e com a área que procuramos.*

***Passo 03: Execução do plano***

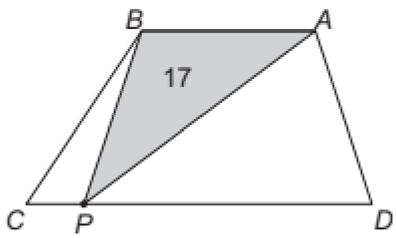
*Executando o plano elaborado no passo 02, inicialmente vamos observar os triângulos ABN (destacado em vermelho) e ADM (destacado em azul), pois em ambos conhecemos as áreas, como podemos observar nas figuras abaixo:*




*Podemos afirmar que essas áreas são iguais, pois ambas as áreas são metade da área do paralelogramo, desse modo como a área de ABN = a + b + x, e a área de ADM = b + c + d, logo a + b + x = b + c + d, portanto, o valor da área x = c + d – a.*

**PROBLEMA 03 -** *(OBMEP 2018) No trapézio ABCD da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB. O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio ABCD?*




*A) 32*

*B) 34*

*C) 45*

*D) 51*

*E) 68*

*Assunto abordado: área de figuras planas.*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*A partir da figura apresentada do trapézio ABCD, sabemos que os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB, e o ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17, e queremos encontrar qual é a área do trapézio ABCD.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Inicialmente podemos relacionar a área do triângulo já conhecida, com a área do trapézio, e após algumas manipulações, chegarmos no resultado procurado.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Executando o plano elaborado no passo 02, sabemos que a área do trapézio pode ser calculada da seguinte forma:*

$$Área\ do\ Trapézio = \frac{(Base\ maior + Base\ menor) \times Altura}{2}$$

*De acordo com a figura, sabemos que a base maior é igual a CD, a base menor é igual a BA, substituindo, temos:*

$$Área\ do\ Trapézio = \frac{(CD + AB) \times Altura}{2}$$

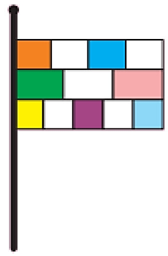
*Ainda de acordo com o enunciado, temos que CD é igual ao dobro de AB, portanto,*

$$Área\ do\ Trapézio = \frac{(2AB + AB) \times Altura}{2}$$

$$Área\ do\ Trapézio = \frac{3AB \times Altura}{2}$$

*Mas sabemos ainda que* $\frac{AB \times Altura}{2}$ *é igual a área do triângulo ABP que é igual 17, desse modo a área do trapézio será 3 × 17 = 51.*

***PROBLEMA 04 -*** *(OBMEP 2016) As três faixas horizontais da bandeira ao lado têm mesmo comprimento, mesma altura e cada faixa é dividida em partes iguais. A área total da bandeira é 900 cm$^2$. Qual é a soma das áreas dos retângulos brancos?*



*A) 300 cm$^2$*

*B) 370 cm$^2$*

*C) 375 cm$^2$*

*D) 450 cm$^2$*

*E) 600 cm$^2$*

*Assunto abordado: área de figuras planas.*

***Resolução comentada:***

***Passo 01: Compreensão do problema***

*Sabemos que as três faixas horizontais da bandeira têm mesmo comprimento, mesma altura e cada faixa é dividida em partes iguais, e que a área total da bandeira é 900 cm$^2$, e queremos determinar a soma das áreas dos retângulos brancos.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Como já sabemos que as três faixas horizontais da bandeira têm mesmo comprimento e mesma altura, logo terão a mesma área, e assim podemos determinar a valor da área de cada faixa, logo após basta fazermos as divisões de cada faixa como é apresentado no enunciado.*

***Passo 03: Execução do plano***

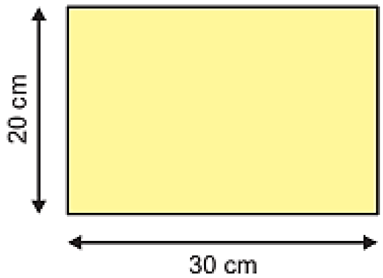
*Executando o plano elaborado no passo 02, como cada uma das três faixas horizontais tem mesmo comprimento e mesma altura, podemos afirmar que possuem a mesma área, que seria $900 \div 3 = 300$ cm$^2$. E como cada faixa é dividida em partes iguais, basta dividir 300 pelo total de partes de cada uma das três faixas, sendo assim:*

- *Faixa 01: $300 \div 4 = 75$ cm$^2$, como temos dois retângulos brancos, a soma da área dos dois é 150 cm$^2$;*

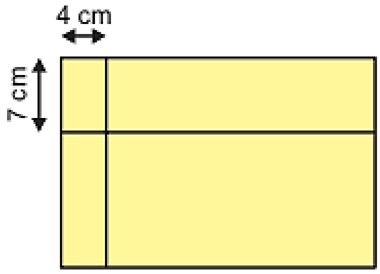
- *Faixa 02: $300 \div 3 = 100$ cm$^2$, como temos apenas um retângulo branco, a área é 100 cm$^2$;*
- *Faixa 03: $300 \div 5 = 60$ cm$^2$, como temos dois retângulos brancos, a soma da área dos dois é 120 cm$^2$:*

*Logo, a soma das áreas dos retângulos brancos, será $150 + 100 + 120 = 370$ cm$^2$.*

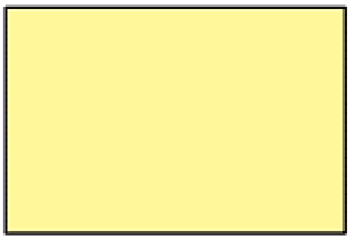
**PROBLEMA 05 -** *(OBMEP 2015) Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.*



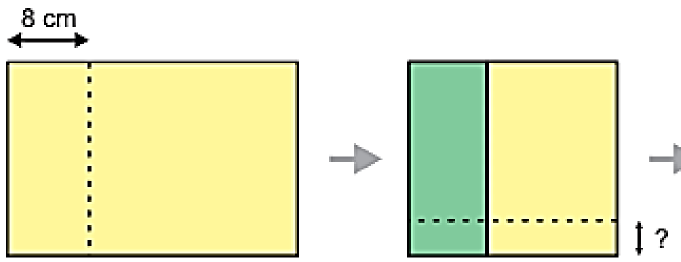

*a) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos têm a maior área. Qual é o valor dessa área?*




*b) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.*



*c) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?*




*Assunto abordado: áreas de figuras planas*

***Resolução comentada:***

***Item A***

***Passo 01: Compreensão do problema***

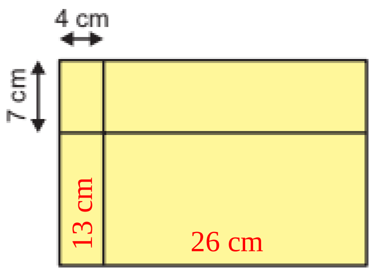
*Sabemos que Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm, e na primeira folha ela fez dois traços, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos, como mostrado na figura, e um desses retângulos têm a maior área, e queremos saber qual é o valor dessa área.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

*Utilizando o desenho apresentado como base, podemos descobrir as medidas dos lados da figura e assim utilizar da área de um retângulo, para determinar a maior área.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Seguindo o plano do passo 02, o retângulo de maior área será aquele com maior base e maior altura, que podemos observar na figura abaixo:*




*Logo a área será 26 x 13 = 338 cm$^2$*

**_Item B_**

**_Passo 01: Compreensão do problema_**

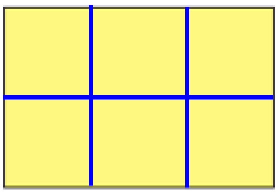
*Nesse item temos que ajudar Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.*

**_Passo 02: Estabelecimento de um plano_**

*Para conseguirmos obter quadrados com a maior área possível, temos que dividir comprimento e largura no mesmo tamanho, e sendo o maior tamanho possível, mas essa ideia de dividir algo em tamanhos iguais e sendo o maior possível, nos remete ao uso do máximo divisor comum, e com uso dele podemos determinar o lado que terá cada quadrado.*

**_Passo 03: Execução do plano_**

*A partir do plano elaborado no passo 02, vamos calcular o máximo divisor comum de 20 e 30, que é igual a 10, desse modo, temos que dividir o retângulo de tal forma, que cada um dos lados dos quadrados terá 10 cm de lado, com um traço horizontal e dois verticais geramos os quadrados de maior área possível, como mostrado abaixo:*



**_Item C_**

**_Passo 01: Compreensão do problema_**

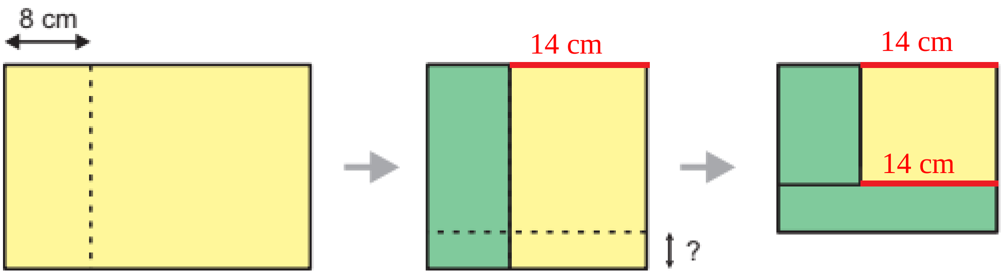
*Sabemos que Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm, e queremos descobrir qual é a distância da segunda dobra à margem inferior.*

***Passo 02: Estabelecimento de um plano***

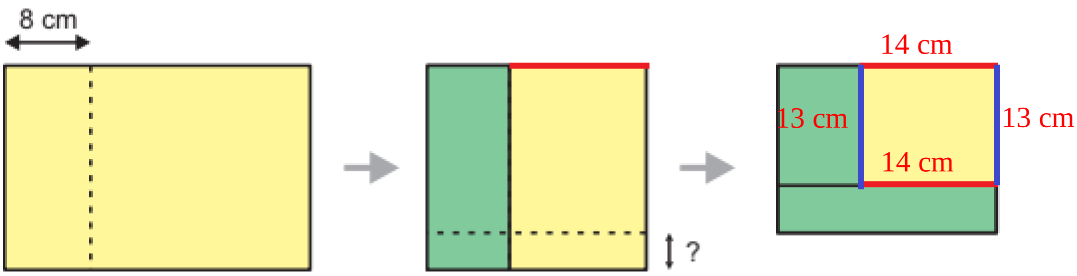
*Usando da figura apresentada no item como suporte, podemos observar o que acontece após cada dobra, e a partir das informações apresentadas e de algumas prolongações, observar de forma mais clara o que procuramos.*

***Passo 03: Execução do plano***

*Utilizando do plano do passo 02, e observando o que acontece após cada dobra, podemos perceber que foi feita uma dobra de 8 cm, e se sobrepôs sobre uma medida de 8 cm, ou seja, o pedaço amarelo das dobras dois e três (destacado de vermelho) mede 30 – 8 – 8 = 14 cm, como mostrado abaixo:*




*Como o perímetro do retângulo amarelo da dobra três é de 54 cm, logo os outros lados (destacado em azul) medem* $\frac{54-14-14}{2} = \frac{26}{2}$ *= 13cm, como mostrado abaixo:*




*Sendo assim a distância da segunda dobra à margem inferior é* $\frac{20-13}{2} = \frac{7}{2}$ *= 3,5 cm, lembrando que dividimos por dois, porque ela se sobrepôs sobre uma medida de mesmo tamanho.*

Foram aqui apresentados cinco problemas de Geometria da OBMEP, sendo os quatro primeiros da primeira fase e o quinto da segunda fase, vale observar que em todas as questões não nos limitamos apenas ao cálculo, pois elas necessitavam que fizéssemos mais do que uma simples conta, o pensamento usado para fazer um desenho, um esquema, ou uma relação entre as figuras, foram fundamentais para construção da solução.

Iniciamos este capítulo falando que: “resolver um problema, não é apenas encontrar sua resposta correta, mas sim entender como chegamos àquela resposta”, é interessante observar, que nem sempre nossos alunos vão encontrar a resposta correta, mas uma das belezas da OBMEP, principalmente na segunda fase, é que em suas correções, o mais importante é o caminho traçado pelo aluno, mesmo que no final ele não encontre a resposta correta, mas só de ter pensado no caminho certo, isso já é levado em consideração.

Um esquema, um desenho, e claro os erros, tudo isso pode ajudar o aluno na construção do seu conhecimento, é fundamental que olhemos mais para o pensamento de nossos alunos, do que apenas para sua resposta final. Escrever o passo a passo de uma solução, isso ajuda muito a ver coisas que passam desapercebidas.

E aqui gostaríamos de salientar a importância das indagações feitas pelo professor, enquanto mediador da resolução de problemas, pois são essas perguntas, que irão direcionar o aluno, e assim levá-lo a construção do pensamento matemático, pensamento este que ele poderá levar para vida, pois uma das funções da Matemática é resolver problemas.

A seguir apresentamos como o uso das questões da OBMEP, como ferramenta, auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.

## 4.2 O uso das questões da OBMEP, como ferramenta de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático

As questões da OBMEP, sempre foram vistas em nossa experiência, como uma ferramenta, que servia para desafiar nossos alunos, sempre que possível levávamos uma ou duas questões dela para aqueles alunos que tinha um melhor desempenho na disciplina de Matemática. Além disso, também usávamos muito essas questões em treinamentos olímpicos, com vista a desenvolver a prática na resolução de questões olímpicas.

Entretanto, com o passar do tempo, ao fazermos mais e mais questões, assim adquirindo mais experiencia e nos aprofundando nos estudos a respeito da OBMEP, começamos a perceber que as questões não eram apenas para alunos denominados "bons em Matemática", ela poderia ir muito além, percebemos um uso restrito dela, e é sobre isso que iremos focar nessa seção.

Em linhas gerais, esse capítulo do trabalho está focado em três pontos:

I. Análise e apresentação das questões (aqui vista na seção anterior);
II. Aplicação e análise dos testes diagnósticos (como veremos nos gráficos mais adiante);
III. Aplicação e análise dos questionários e das oficinas.

E como já foi discorrida a análise das questões, vamos direcionar os comentários para os pontos II e III.

Mas antes, acreditamos que seja importante ressaltar que as três partes estão diretamente relacionadas, pois assim que o trabalho foi pensado e o projeto de pesquisa estava pronto, partimos para a seleção das questões, onde elas foram escolhidas levando em consideração o nível de dificuldade, e os conteúdos cobrados, onde nosso foco era selecionar questões que visassem o uso mais assertivo do raciocínio logico.

Feita a seleção das questões, seguimos para análise delas, baseando-se nos passos de Polya, como já foi apresentado na seção anterior. Após isso foram montadas quatro listas, com cinco questões em cada. Feita esta preparação, partimos para as oficinas, as quais iremos discorrer adiante.

As oficinas tiveram em sua composição 5 etapas:

1. Apresentação do trabalho a comunidade escolar;
2. Aplicação do teste 1;
3. Execução das oficinas práticas;
4. Aplicação do teste 2;
5. Aplicação dos questionários.

A seguir apresentaremos como aconteceram essas etapas.

**Apresentação do trabalho a comunidade escolar**

Antes de iniciarmos as oficinas, apresentamos como elas iriam funcionar. Foi realizada uma conversa com a turma, direção e professores de Matemática da turma, onde cada aluno recebeu o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Feito isso, partimos para a aplicação do teste 1, que iremos comentar mais adiante.

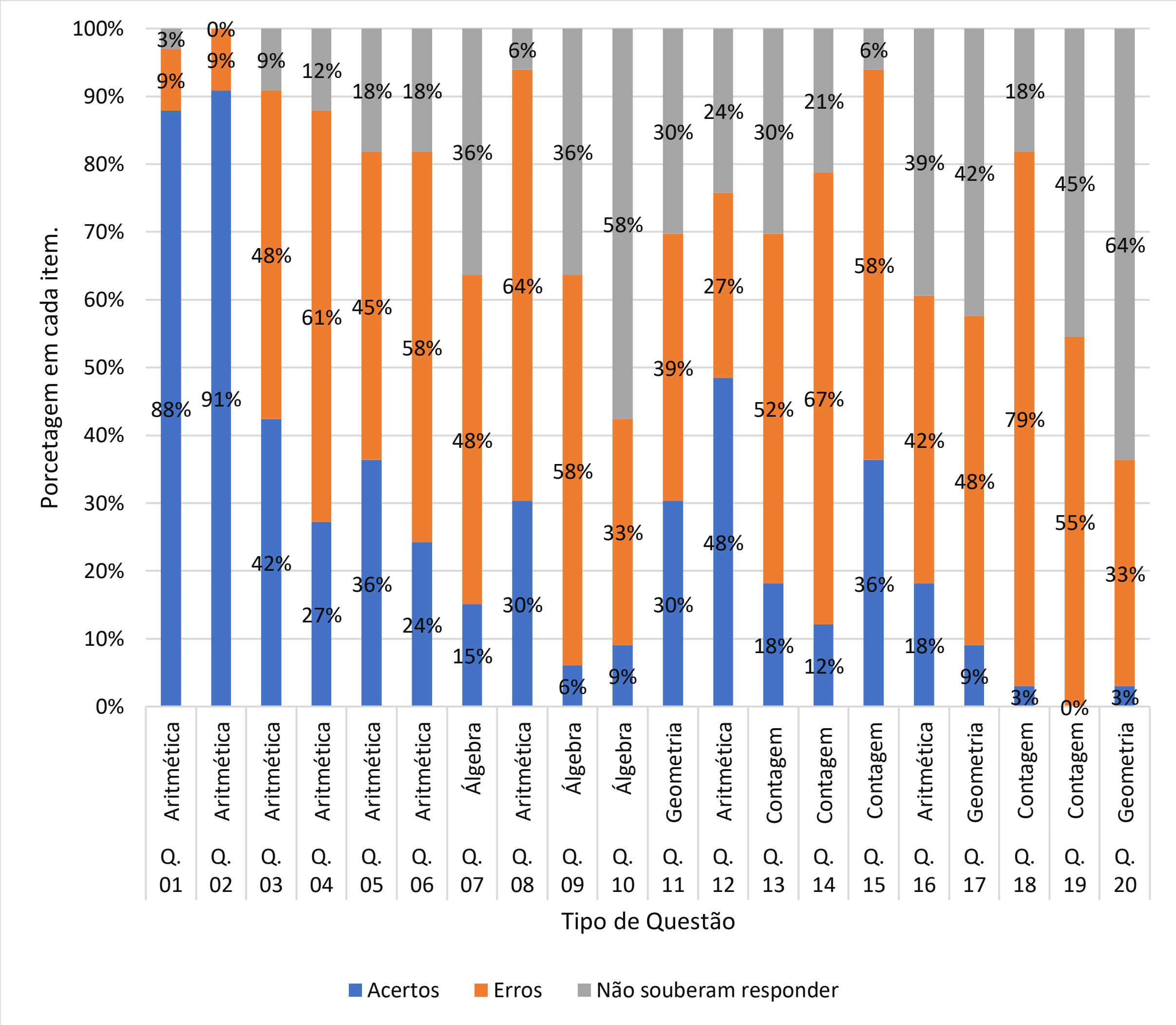
**Aplicação do Teste 1**

Feita a apresentação do trabalho a comunidade, e contando com a participação da comunidade, fizemos a aplicação do teste 1, que contou a participação de 33 alunos, com o objetivo de apresentar uma prova anterior da OBMEP, aos alunos, a prova realizada foi de 2018, do nível 02, tendo em vista que os alunos participantes da pesquisa, eram alunos do 8º ano.

Durante e após a aplicação escutamos alguns comentários de estranheza em relação as questões apresentadas, muitos diziam que não entendiam, e que não tinha costume com essas questões, e após a correção, percebemos que muitas questões ficaram em branco.

Abaixo apresentamos um gráfico com a análise dos resultados desse primeiro teste, onde ele é dividido em tipo de questão: Geometria, Álgebra, Aritmética e Contagem, e em porcentagem de acertos, erros e questões que eles não souberam responder.

**Gráfico 01:** Resultado do Teste 1




**Fonte:** O próprio autor. 2022.

Podemos perceber que na prova em questão existe uma maioria de itens de Aritmética, sendo que dos vinte, nove são dessa área, pois é nela que encontramos um maior número de questões que fazem o uso do raciocínio lógico, e que apresenta assuntos que os alunos têm mais contato em sala de aula, como por exemplo as operações básicas.

Antes de comentarmos a respeito dos acertos, erros e questões não respondidas, vale ressaltar que as porcentagens no gráfico são apresentadas de forma aproximada, tendo em vista, que contamos com uma participação de 33 alunos.

No que segue, observa-se ainda, que somente nos dois primeiros itens, o número de acertos foi superior a 50% e que em 05 itens o número de acertos foi inferior a 10%. Também vale ressaltar que o menor número de acertos foi anotado nos três últimos itens, sendo que no item 19, não houve acertos, e isso se deve ao nível de dificuldade, tendo em vista que alguns alunos relataram que as últimas questões eram as mais complexas.

Gostaríamos de destacar aqui, o número de itens em que os alunos relataram que não conseguiram responder, onde podemos notar que em 11 dos 20 itens, esse número foi superior a 20%, ou seja, conseguimos perceber que muitas questões ainda fogem da realidade dos alunos, tendo em vista que uma das reclamações foi justamente em relação a prática com essas questões, pois muitos não as veem com frequência em sala de aula, e isso fica mais evidente quando olhamos para o número de erros, onde em 18 dos 20 itens, esse número foi maior que 20%.

Em relação aos erros, acreditamos que o ato de errar, já é um começo, pois houve a tentativa, diferente de um item em branco, que na maioria dos casos, se apresenta devido, ao não conhecimento do conteúdo apresentado.

A seguir iremos comentar sobre as oficinas práticas, como elas ocorreram, e o que conseguimos observar durante sua execução.

**Execução das oficinas práticas.**

Com o teste 1 realizado, partimos para as oficinas, no começo encontramos um pouco de dificuldade em executá-las, principalmente na formulação dos horários de aplicação, tendo em vista que elas foram realizadas no horário de aulas dos alunos, então após conversas com os professores de Matemática, consigamos formular os horários de aplicação, onde tiramos duas horas para cada oficina.

Com os horários prontos, seguimos para as oficinas, e durante elas alguns obstáculos surgiram novamente, como por exemplo: conseguir a concentração dos alunos, pois eles têm aula em tempo integral, e no horário da tarde, e perceptível que eles estão bastante cansados, e como as oficinas eram nesse horário, sentimos dificuldade nesse ponto, mas em contrapartida, após eles se concentrarem percebemos que elas fluíram bem.

Outra dificuldade foi em relação a prática das oficinas, onde optamos por uma estratégia de resolução baseada nos métodos de Polya, dando um destaque aos questionamentos, pois foram essas indagações, que nos auxiliaram a construir uma ponte entre as questões e os conhecimentos dos alunos, e a dificuldade apresentada foi em relação a construção da resolução, pois em todas focamos que eles escrevessem mais, e ficou nítido que muitos não tinha costume dessa abordagem.

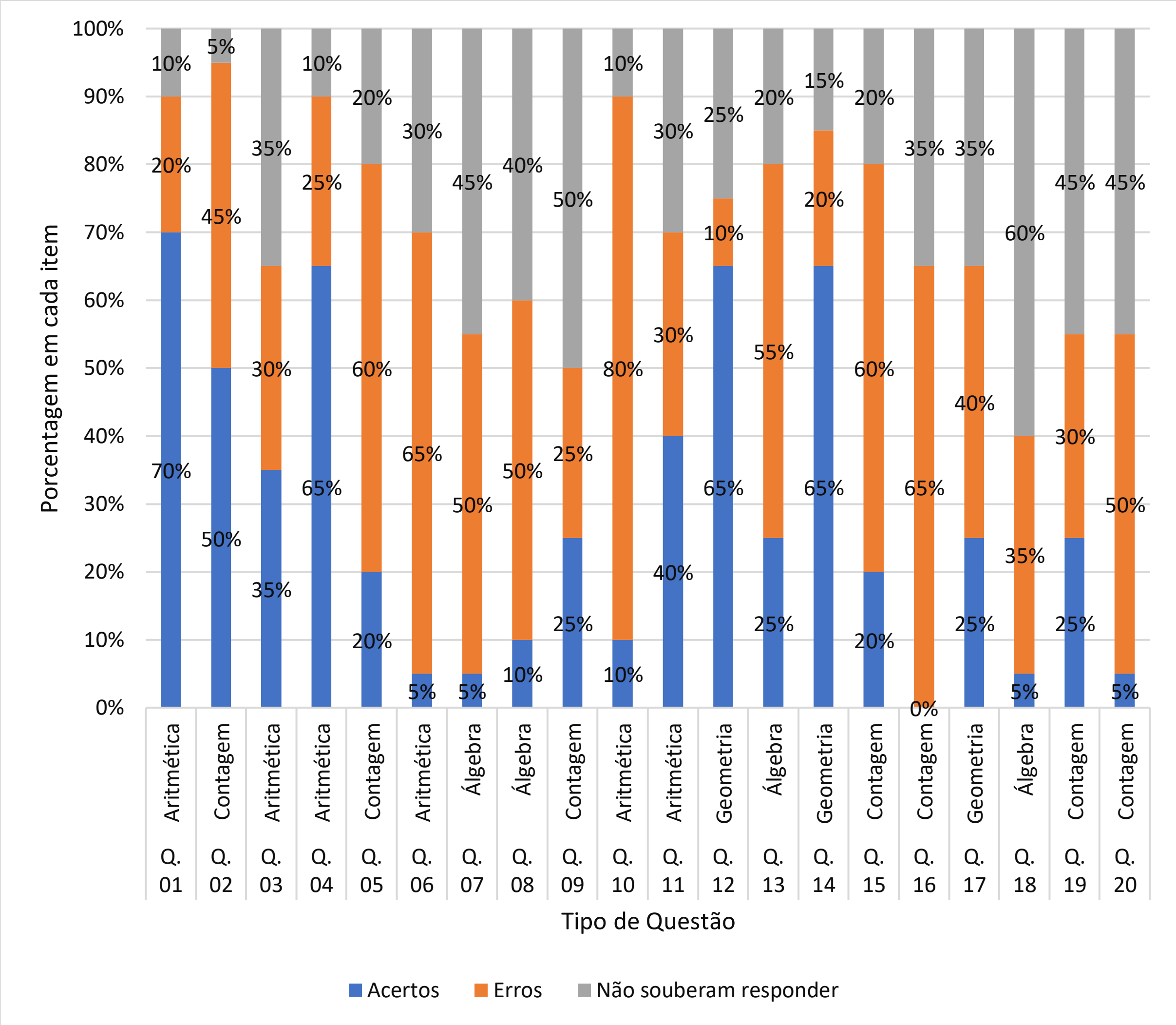
Mesmo com essas dificuldades, acreditamos que o objetivo principal das oficinas foi atingindo, que era de apresentar as questões da OBMEP utilizando os passos de Polya. Mais na frente iremos apresentar na perspectiva dos alunos, como elas viram as oficinas, tomando como base os questionários aplicados ao final desse processo. Adiante apresentaremos os comentários sobre o teste 2.

**Aplicação do Teste 2**

Finalizada as oficinas, fizemos a aplicação do teste 2, com o objetivo de apresentar uma prova anterior da OBMEP, aos alunos, a prova realizada foi de 2019, do nível 02, onde direcionamos nossa atenção principalmente para os erros e acertos, e verificar a correspondência entre os dois testes.

Vale destacar, que por alguns motivos, 07 alunos não estavam presentes nesta etapa, ou seja, diferente do teste 01, aqui contamos que 26 participantes, a seguir apresentamos um gráfico com a análise dos resultados desse segundo teste, onde ele é dividido em tipo de questão: Geometria, Álgebra, Aritmética e Contagem, e em porcentagem de acertos, erros e questões que eles não souberam responder.

**Gráfico 02:** Resultado do Teste 2




**Fonte:** O próprio autor. 2022.

Podemos perceber que nessa prova a maioria dos itens é de Contagem, sendo que dos vinte, sete são dessa área, que assim como Aritmética podemos encontrar um número significativo de questões que fazem uso do raciocínio lógico.

Observa-se ainda, que diferente do primeiro teste, tivemos não apenas dois itens com um número igual ou superior a 50%, mas sim cinco, claro que não podemos inferir esse aumento totalmente as oficinas, pois sabemos que em uma prova objetiva, existem outros fatores, que corroboram para o número de acertos. Temos ainda que da mesma forma do teste 1, em 05 itens o número de acertos foi inferior a 10%.

Vale ressaltar, que mesmo com quatro oficinas entre os dois testes, não temos informações suficientes que comprovem o impacto direto dessas oficinas, tendo em vista que o tempo de trabalho foi curto, e entre testes e oficinas, os alunos ainda tiveram suas avaliações internas, fazendo com que sua atenção ficasse dividida, como foi observado no questionário, que iremos comentar adianta.

Dessa forma, mesmo que não tenhamos uma mudança significativa no número de acertos nos dois testes, vale lembrar que o objetivo principal desse trabalho não é melhorar o número de acertos nos testes, ou nas provas da OBMEP, mas sim, apresentar através dessas questões, a resolução de problemas na perspectiva de Polya, objetivo esse que foi atingindo.

Adiante veremos os comentários a respeito dos questionários, e fazendo uso deles iremos apresentar a perspectiva dos alunos a respeito da resolução de problemas aqui apresentada.

**Aplicação dos questionários.**

Acreditamos fortemente que, a visão dos alunos deve sempre ser levado em consideração, pois eles são e sempre serão o foco de processo de ensino, partindo dessa ideia, focamos que os questionários fossem voltados para perguntas simples, mas diretas, de fácil entendimento, voltando nossa atenção principalmente para a resolução de problemas. No quadro a seguir apresentamos os questionamentos feitos durante esse processo.

**Quadro 08:** Questionamentos pós-oficinas.

1. Você já participou de alguma das edições da OBMEP? Quantas, e o que lhe motivou a participar?
2. Qual sua opinião acerca das questões propostas durante as oficinas de resolução de problemas da OBMEP?
3. Você acha que as oficinas ajudaram você a entender melhor as questões propostas da OBMEP?
4. Você considera que esse estilo de questões da OBMEP pode influenciar em sua aprendizagem na Matemática e em seu raciocínio? Se sim, como?
5. Em seus estudos atuais, você ver muitas questões da OBMEP ou parecidas com elas? Se não, gostaria de ver?
6. Como você vê a OBMEP na realidade da sua escola, considerando que ela foi criada para incentivar na aprendizagem da Matemática? Ela tem cumprido o seu papel?

**Fonte:** O próprio autor. 2022.

Em relação ao primeiro questionamento: **“Você já participou de alguma das edições da OBMEP? Quantas, e o que lhe motivou a participar?”** tivemos 46% que já tinha participado e 54% que não, ou seja, podemos perceber que mais da metade ainda não conhecia aquele tipo de questão, então era algo totalmente novo, e dentre os que já tinha participado, citaram como principal motivação o aumento do conhecimento. Sobre isso, gostaríamos de destacar um dos objetivos da OBMEP, que é: “Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade.” (OBMEP, 2023).

Mesmo que ainda não tenham um conhecimento amplo a respeito da OBMEP, e da educação como um todo, é notável que mesmo intuitivamente, os alunos têm ideia do que pode ou não ajudar no desenvolvimento de seus conhecimentos.

No que diz respeito a segunda pergunta: **“Qual sua opinião acerca das questões propostas durante as oficinas de resolução de problemas da OBMEP?”** a maioria achou difícil, relataram que exigiam muito raciocínio, ainda tivemos um aluno que comentou, que achou mais fácil as questões da 2ª fase, também houve uma reclamação, devido algumas oficinas ocorrerem na semana de provas, e tivemos muitos alunos reforçando que essas questões ajudam em seu desenvolvimento.

Gostaríamos de destacar aqui a fala de um aluno a respeito das questões das oficinas, que diz o seguinte: “achei elas bem elaboradas, muitas exigem bastante atenção e raciocínio, o que nos faz pensar melhor”. Assim, podemos perceber que mesmo que a maioria dos alunos tenha achado as questões difíceis, eles conseguem perceber que elas ajudam a reforçar o raciocínio, e o desenvolvimento de seus conhecimentos.

A respeito da terceira pergunta: **“Você acha que as oficinas ajudaram você a entender melhor as questões propostas da OBMEP?”** tivemos 77% que responderam que sim, 15% que não, 8% não souberam responder. Assim, podemos notar que mesmo de forma sutil, as oficinas tiveram um impacto direto na visão dos alunos a respeito das questões da OBMEP.

Acerca do quarto questionamento: **“Você considera que esse estilo de questões da OBMEP pode influenciar em sua aprendizagem na Matemática e em seu raciocínio? Se sim, como?”** observamos que 81% responderam que sim, 8% que não e 11% não souberam responder. Dentro os que disseram que sim, gostaríamos de destacar as seguintes falas:

“sim, pois vou saber lidar com as questões.”

“sim, pois depende de muito raciocínio logico.”

“sim, porque ajuda a ensinar novas coisas”

Podemos notar, que mesmo de forma bem simples, os alunos conseguem sentir algo diferente nas questões da OBMEP, eles as consideram difíceis e desafiadoras, mas ao mesmo tempo diferentes e com potencial para ensinar novos caminhos dentro da Matemática.

Em referência a quinta pergunta: **“Em seus estudos atuais, você ver muitas questões da OBMEP ou parecidas com elas?” Se não, gostaria de ver?** 19% responderam que já viram, 69% responderam que não e 12% não souberam responder. Neste ponto gostaríamos de destacar como boa parte dos alunos não têm costume com questões da OBMEP ou semelhantes, o que pode justificar, o porquê, de muitos alunos considerarem essas questões difíceis, pois não possuem muita prática com elas.

E ainda sobre a pergunta cinco, vamos destacar aqui, que dentre os que responderam que não viam muitas dessas questões em seus estudos atuais, 11% deles disseram que não gostaria de ver, 39% não opinaram e 50% que gostariam, e dentre esses, vamos destacar a seguinte fala: “Seria bom ver mais questões como essa em atividades do cotidiano nas escolas, nas aulas de Matemática.” Nota-se que mesmo não sendo todos, mas muitos alunos gostariam de trabalhar mais com questões no estilo da OBMEP.

E finalizando com a pergunta seis que diz: **“Como você vê a OBMEP na realidade da sua escola, considerando que ela foi criada para incentivar na aprendizagem da Matemática? Ela tem cumprido o seu papel?”** Destacamos aqui que 8% dos alunos responderam que ela não está cumprindo o seu papel, 27% não souberam responder, e 65% responderam que ela tem cumprido o seu papel, e a respeito disso destacamos no quadro a seguir, algumas respostas dos participantes.

**Quadro 09:** Comentários dos alunos a respeito da OBMEP

| |
|---|
| “Ela tem ajudado a raciocinar melhor.”<br>“Uma olimpíada que motiva os alunos a estudarem.”<br>“Acho que deveria ter mais questões com os assuntos dela.”<br>“Muitos alunos ganham muitas premiações e isso os leva para um ótimo futuro.”<br>“Ela faz a pessoa pensar mais.”<br>“Está ajudando muitos alunos a terem um futuro melhor.”<br>“Ela dá muitas oportunidades para os alunos expandirem seus conhecimentos sobre Matemática.” |

**Fonte:** O próprio autor. 2022.

É perceptível que os alunos conseguem ver a importância da OBMEP, mesmo que ainda bem novos, pois são alunos do Ensino Fundamental, essa olimpíada não é totalmente desconhecida deles, e eles sabem que através dos seus programas e projetos, ela pode influenciar bastante no vida futura de cada um.

Finalizamos aqui as cinco partes nas quais as oficinas se dividiram, e em linhas gerais, acreditamos que os objetivos principais delas foram atingidos, que eram de selecionar questões de provas da OBMEP – Nível 02 a partir da descrição de elementos de raciocínio lógico matemático, apresentar proposta didática de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a partir da resolução de questões da OBMEP a alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e reconhecer na ótica dos alunos as significações sobre proposta didática de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático a partir da resolução de questões da OBMEP.

Dessa forma, como resultado, mesmo com algumas dificuldades, tivemos um saldo positivo, tendo em vista que muitos alunos conseguiram observar maneiras diferentes de resolver problemas, e ainda ter um contato direto com a OBMEP.

Para finalizar esse capítulo, deixamos uma fala de um aluno premiado na OBMEP, publicada recentemente no site desta olimpíada, que resumo bem nossa visão a respeito dessa competição, que é muito mais do que uma simples competição.

> A OBMEP me ensinou muitas coisas que não são ensinadas na escola. A matemática foi como uma porta que se abriu e melhorou muito a minha vida. Acredito que ela é a forma de representar o mundo, é a rainha de todas as ciências e é imbatível. É a coisa mais importante que já vi. Sou muito grato a tudo que a OBMEP me proporcionou" (ASSIS, 2023).

A OBMEP pode e deve ir além da medalha, ela proporciona aos alunos premiados ou não, uma nova perspectiva que dá significados aos problemas, e principalmente desperta o gosto, e por que não, o amor pela Matemática.

A seguir apresentamos nossas considerações finais a respeito deste trabalho como um todo.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em 2006, quando estávamos participando pela primeira vez da OBMEP, e tendo contato com questões totalmente diferentes do que tínhamos visto antes, não imaginávamos que aquele mesmo tipo de questão poderia ter um impacto tão significativo em nossa vida, pois são essas questões que inspiram nossas listas e nossas aulas.

Sabemos que não é fácil utilizar questões olímpicas no dia a dia de sala de aula, pois existem vários fatores, principalmente o nível de dificuldade para os alunos, mas mesmo tendo isso mente, o que pretendemos em nossas aulas, e o que propomos com este trabalho é inserir essas questões na nossa sala de aula.

Acreditamos que a OBMEP, não pode ser vista apenas como uma olimpíada, pois percebemos no decorrer de nossa vida como aluno e professor, e durante este trabalho, que as questões da OBMEP, possuem algo muito especial, elas mostram a essência da Matemática, que é utilizar de conhecimentos práticos e lógicos na resolução de problemas.

Dessa forma, com este trabalho utilizamos da resolução de problemas de questões da OBMEP, para direcionar um uso mais contínuo dessas questões, para serem vistas não apenas no dia da realização da olimpíada, nos preparatórios, na forma de desafios, ou ainda em apenas alguns capítulos do livro didáticos, pois acreditamos que esse é uso muito restrito para questões tão ricas no uso do raciocínio lógico matemático.

Lembrando que, nosso objetivo não era preparar os alunos para a OBMEP, mas sim, fazer uso das questões dessa prova e apresentar uma perspectiva diferente sobre tal competição, que como vimos é muito mais que uma simples olimpíada, e como alguns alunos puderam relatar, ela traz oportunidades para expandir os conhecimentos sobre Matemática.

Quanto à questão norteadora desta pesquisa, que é: **“como a resolução de questões da OBMEP enquanto proposta didática pode contribuir no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?”**. Sobre os aspectos abordados, percebemos algumas dificuldades durante esse processo, pois como foi relatado pelos alunos, essas questões são difíceis, pois exigem muita atenção, e um olhar diferente do que eles estão habituados, mas sabemos bem, que mesmo que utilizem de muito raciocínio logico, isso não as torna fáceis.

Concluímos que, com prática e tornando essas questões parte da rotina dos alunos a partir do uso do método de Polya, essas questões se tornam mais significativas, e assim, contribuem de forma mais completa para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático de nossos alunos.

A partir dessas considerações, percebe-se a relevância desse estudo e de sua continuidade, no sentido de ampliar o público, tendo em vista, que focamos em alunos de uma turma de 8º ano, mas acreditamos que podemos expandir para todas as turmas de 6º ao 9º ano. Além disso, consideramos ser importante fazer com que os professores de Matemática de forma geral, tenham um contato direto com esse tipo de metodologia, propondo assim, formações continuadas, visando treinamentos para o ensino mais dinâmico e adequado, voltado para essas questões.

Desse modo, este estudo não finaliza aqui, pois o que temos é uma amostra do que pode ser muito mais do que aplicação em uma turma isolada, pois de certa forma, objetiva-se contribuir para a formação de alunos e professores em larga escala.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA BRASIL. **Olimpíada melhora desempenho de estudantes de matemática.** Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/en/node/928219. Acesso em: 20 jul. 2022.

AZEVEDO, E. Q de. **Ensino-aprendizagem das Equações Algébricas através da Resolução de Problemas**. Rio Claro, SP: Dissertação de Mestrado, 2002.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** Lisboa: edições. 70º ed. 1979.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CALDAS, Carlas Ciane Silva; VIANA, Cléber Soares. **As olimpíadas brasileiras de matemática das escolas públicas na formação de professores e alunos.** Revista Margens Interdisciplinar, Abaetetuba, v. 7, n. 8, p. 325-339, abr. 2013. DOI: http://dx.doi.org/10.18542/rmi.v7i8.2766. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/12766. Acesso em: 19 jul. 2022.

CARVALHO, Ana Márcia Tucci; Pires, Magna Natália Marin; GOMES, Marilda Trecenti. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático.** Fundação Biblioteca Nacional. 2010

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Métodos de contagem e probabilidade.** Rio de Janeiro: OBMEP, 2009.

COELHO, Maria Solange Lopes. **Explorando metodologias de resolução de problemas em sala de aula para 6º ano.** Paraná: 2014.

CORREIA, Maria da Conceição Batista. **A observação participante enquanto técnica de investigação.** Pensar enfermagem, v. 13, n. 2, p. 30-36, 2009. Disponível em: https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/23968/1/2009_13_2_30-36.pdf. Acesso em: 14 de Out. 2021.

COSTA, Regiane Quezia Gomes da. **Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsídio para orientar a prática docente.** 2015.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N 2. Brasília, 1989. p. 15-19.

DA SILVA, Daniele André. **Contribuições da resolução de problemas na superação das dificuldades dos alunos com a matemática.**

DAMACENO, D. S.; ALVES, V.; SANTOS, T. S. **A resolução de problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de matemática.** In: Encontro de Produção Científica e Tecnológica, 2011.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 2007

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática.** São Paulo: Ática, 2011

DE SOUZA MINAYO, Maria Cecília; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Editora Vozes, 2009.

FONSECA, Mateus Gianni. **Operações aritméticas, observar, conjecturar, demonstrar.** Revista do Professor de Matemática (RPM). Rio de Janeiro. Nº.99. p.18-20. 2º quadrimestre. 2019.

IMPA. **Histórias Inspiradoras da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Rio de Janeiro: IMPA, 2020.

MARANHÃO, T. de P. A. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas**. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2011.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** In:. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

OBM. **Histórico.** Disponível em: https://www.obm.org.br/quem-somos/historico/. Acesso em: 20 jul. 2022

OBMEP. **2022.** Disponível em: https://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 19 jul. 2022.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa.** Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2007.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SILVA, L. A. **Ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas no ensino fundamental II**. Revista Rios Eletrônica – Revista Científica da FASETE. Ano 6, n. 6, dezembro de 2012, p. 49-55.

SOARES, José Francisco; SOARES, Camila M. Machado; LEO, Elisabette. **Impacto da Olimpíada Brasileira de Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho em Matemática na Prova Brasil, ENEM e Pisa.** Disponível em: http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/420951.o. Acesso em: 19 jul. 2022.

VALERIO, Wiviane. ***Resolução de problemas, uma abordagem com questões da OBMEP em sala de aula*.** Diss. Universidade de São Paulo, 2017.

VIEIRA, Ívia Neves. **Aplicando ideias de Polya na resolução de Problemas de geometria da OBMEP para o Ensino Fundamental.** 2020.

VIEIRA, José Guilherme Silva. **Metodologia de pesquisa científica na prática.** Curitiba: Editora Fael, 2010.

**APÊNDICE A** – Questionário aplicado com os alunos no final das oficinas.

**QUESTÕES**

1) Você já participou de alguma das edições da OBMEP? Quantas, e o que lhe motivou a participar?

2) Qual sua opinião acerca das questões propostas durante as oficinas de resolução de problemas da OBMEP?

3) Você acha que as oficinas ajudaram você a entender melhor as questões propostas da OBMEP?

4) Você considera que esse estilo de questões da OBMEP pode influenciar em sua aprendizagem na Matemática e em seu raciocínio? Se sim, como?

5) Em seus estudos atuais, você ver muitas questões da OBMEP ou parecidas com elas? Se não, gostaria de ver?

6) Como você vê a OBMEP na realidade da sua escola, considerando que ela foi criada para incentivar na aprendizagem da Matemática? Ela tem cumprido o seu papel?