

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Profmat

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Planificações: uma Proposta Didática

Milena Gleice da Silva Farias

Maceió, 21 de junho de 2023



Instituto de Matemática



PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

MILENA GLEICE DA SILVA FARIAS

PLANIFICAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Maceió-AL
Junho de 2023

MILENA GLEICE DA SILVA FARIAS

PLANIFICAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas.

Orientador: Prof. Dr. Hilário Alencar

Maceió-AL

Junho de 2023

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária Responsável: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB-4/ 661

F224p Farias, Milena Gleice da Silva.
Planificações : uma proposta didática / Milena Gleice da Silva Farias. – 2023.
89 f. : il. color.

Orientador: Hilário Alencar.
Dissertação (mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal
de Alagoas. Instituto de Matemática. Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional. Maceió, 2023.

Bibliografia: f. 65-66.
Anexos: f. 67-89.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Geometria. 3. Planificação. 4. Visualização.
5. Ensino Médio. I. Título.

CDU: 514:37.046.14


Folha de Aprovação

MILENA GLEICE DA SILVA FARIAS


PLANIFICAÇÕES: UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Dissertação submetida ao corpo docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas e aprovada em 21 de junho de 2023.


Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 HILARIO ALENCAR DA SILVA
Data: 26/06/2023 19:29:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Hilário Alencar – Ufal (Presidente)

Documento assinado digitalmente
 GREGORIO MANOEL DA SILVA NETO
Data: 26/06/2023 19:42:48-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gregório Silva Neto – Ufal

Documento assinado digitalmente
 CARMEN VIEIRA MATHIAS
Data: 26/06/2023 21:58:30-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dra. Carmen Mathias – UFSM

*Aos meus pais Roseane e Sérgio, por terem me dado a vida
e os primeiros incentivos aos estudos.*

AGRADECIMENTOS

Finalizar este trabalho não seria possível sem o apoio de pessoas especiais, que me acompanharam em parte ou em toda a trajetória deste curso. Agradeço especialmente:

- a minha família, que me apoiou incondicionalmente e esteve presente em cada obstáculo vencido;

- ao meu orientador, Dr. Hilário Alencar, por sua orientação, palavras de sabedoria e encorajamento nos momentos mais decisivos;

- a Prof^ª. Dra. Carmen Mathias, por suas considerações;

- a Sarylohanna Matias, por sua doce companhia e apoio nos momentos mais difíceis;

- aos meus colegas de trabalho da Escola Estadual Dra. Eunice de Lemos Campos, que me fazem acreditar no poder da educação transformadora e me incentivam a não deixar de sorrir, mesmo diante das dificuldades. Em especial, profundos agradecimentos ao prof. Me. Fernando Claudino (Física), prof. Ma. Vanessa Soares (Língua Portuguesa) e prof. Dra. Fabrícia Ferreira (Química), cujas palavras de apoio e experiências mostraram-se fundamentais para a concretização deste sonho;

- aos meus alunos, grandes faróis da minha trajetória e inspiração para as novas ideias;

e todos os que, como folhas de uma árvore, fortalecem e compõem o belo jardim da minha vida.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos uma proposta de atividades que trata das planificações de sólidos geométricos com foco em estratégias para o desenvolvimento da visualização espacial. Com este objetivo, foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre o tema na base de teses e dissertações da Capes, bem como uma reflexão baseada nos documentos orientadores e normativos, a saber: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A metodologia utilizada neste trabalho foi a pesquisa por estudo de caso, sendo a proposta formada por quatro atividades, aplicada em uma escola estadual do município de Maceió-AL. A aplicação foi realizada em uma turma de trita e três alunos da 3ª série do Ensino Médio desta escola. A sequência mostrou-se promissora, visto que as atividades de planificação proporcionaram uma compreensão mais efetiva dos temas tratados nesta etapa de ensino. Além disso, obtivemos elementos que indicam que o uso de atividades de planificação com foco no desenvolvimento da visualização espacial podem contribuir para a recomposição de aprendizagem dos estudantes que ainda não possuem as competências esperadas em matemática para esta etapa.

Palavras-chave: Ensino de geometria; Planificações; BNCC; Visualização.

ABSTRACT

In this work we present a proposal of activities that deals with the unfolding of geometric solids with a focus on strategies for the development of spatial visualization. With this objective in mind, a bibliographical research was carried out on the subject based on Capes theses and dissertations, as well as a reflection based on guiding and normative documents, namely: National Curricular Parameters (PCN) and National Common Curricular Base (BNCC). The methodology used in this work was the research by case study, being the proposal formed by four activities, applied in a state school in the city of Maceió-AL. The application was carried out in a group of thirty three students from the 3rd grade of high school class. The sequence proved to be promising, as the planning activities provided a more effective understanding of the topics covered in this teaching stage. In addition, we obtained elements that indicate that the use of planning activities focused on the development of spatial visualization can contribute to the recomposition of learning for students who still do not have the expected competences in mathematics for this stage.

Keywords: *Geometry teaching; Planning; BNCC; Visualization.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Unidades Figurais	23
Figura 2 – Janela de Visualização 3D do GeoGebra	25
Figura 3 – Um Tetraedro no GeoGebra	26
Figura 4 – Ferramenta <i>Planificação</i> no GeoGebra	26
Figura 5 – Ocultando o Tetraedro da Janela de Visualização 3D	27
Figura 6 – Ocultando malhas, eixos e objetos auxiliares na Janela de Visualização 2D	27
Figura 7 – Alterando a cor pré-definida da planificação	28
Figura 8 – Exportando a planificação do Tetraedro em formato svg	28
Figura 9 – Abrindo a planificação do Tetraedro no Inkscape	29
Figura 10 – Exibindo o contorno de linha no Inkscape	29
Figura 11 – Planificação do Tetraedro Finalizada	30
Figura 12 – Exportando a Planificação do Tetraedro do Inkscape	30
Figura 13 – Construindo um triângulo equilátero no GeoGebra	31
Figura 14 – Triângulo equilátero exportado do GeoGebra	32
Figura 15 – Ferramentas de rotacionar objeto no Inkscape	32
Figura 16 – Uma nova planificação de um Tetraedro	33
Figura 17 – Segunda Planificação do Tetraedro Finalizada	33
Figura 18 – Gráfico de f e primeira base da planificação do cilindro oblíquo	34
Figura 19 – Interseção da primeira base com o gráfico de f	35
Figura 20 – Retas paralelas ao eixo Y passando pelos pontos A e B	35
Figura 21 – Segunda base da planificação do cilindro oblíquo	36
Figura 22 – Figura base da planificação do cilindro oblíquo a ser exportada do GeoGebra	36
Figura 23 – A retirada de caminhos com a ferramenta "Editor de Nós"	37
Figura 24 – Finalização da planificação do cilindro oblíquo no Inkscape	37
Figura 25 – Planificação do cilindro oblíquo no Inkscape	38
Figura 26 – Abas de colagem do cilindro oblíquo	38
Figura 28 – Visualização do <i>site</i> do <i>padlet</i>	41
Figura 29 – Selecionando a mídia na aba do <i>padlet</i>	42
Figura 30 – Selecionando uma fotografia na biblioteca do celular	42
Figura 31 – Inserindo título na Postagem do <i>padlet</i>	43
Figura 32 – Postagem no <i>padlet</i> concluída	43
Figura 33 – Planificação de uma lata de óleo	44
Figura 34 – Uma pirâmide	44
Figura 35 – Passo a) e b) da Atividade 3	46
Figura 36 – Passo c) da Atividade 3	46
Figura 37 – Passo e) da Atividade 3	47
Figura 38 – Passo i) da Atividade 3	48
Figura 39 – Passo a) da Atividade 4	49

Figura 40 – Passos b) e c) da Atividade 4	50
Figura 41 – Passo d) da Atividade 4	50
Figura 42 – Passo e) da Atividade 4	50
Figura 43 – Passo f) da Atividade 4	51
Figura 44 – Imagens de cubos segundo o mural <i>padlet</i> dos estudantes	52
Figura 45 – Imagens de prismas e pirâmides segundo o mural <i>padlet</i> dos estudantes	53
Figura 46 – Imagens de corpos redondos segundo o mural <i>padlet</i> dos estudantes	53
Figura 47 – Respostas da pergunta 2 (Figura 2)	55
Figura 48 – Respostas da pergunta 3 (Atividade 2)	56
Figura 49 – Planificando uma caixa qualquer	56
Figura 50 – Respostas dos alunos A9 e A13	57
Figura 51 – Planificando uma caixa qualquer	57
Figura 52 – Acendendo as linhas de dobra com hidrocor	58
Figura 53 – Aluno construindo o cubo por meio de diferentes planificações	59
Figura 54 – Modelos de planificação do cubo	59
Figura 55 – Alunos com os cubos finalizados na cartolina	59
Figura 56 – Gráfico da Pergunta 1 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)	60
Figura 57 – Gráfico da Pergunta 3 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição Percentual dos Alunos da 3ª/4ª Série do Ensino Médio por Nível de Proficiência	12
Tabela 2 – Dissertações que tratam do tema planificação.	14
Tabela 3 – Comparativo PCN x BNCC	16
Tabela 4 – Atividades e Objetivos de Visualização	40
Tabela 5 – Respostas da Pergunta 1 (Atividade 2)	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	PESQUISA DO CONHECIMENTO	14
2.1	Documentos Orientadores Normativos	15
2.2	Metodologia	17
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
3.1	Visualização	19
3.2	Planificações	21
4	CONSTRUÇÃO DAS PLANIFICAÇÕES	24
4.1	Instalação do GeoGebra e Inkscape	24
4.1.1	Instalação do GeoGebra	24
4.1.2	Instalação do Inkscape	24
4.2	Construindo a Planificação de um Tetraedro	25
4.2.1	Construção por meio da ferramenta <i>Planificação</i>	25
4.2.2	Construção por meio de sobreposição de figuras	31
4.3	Construção da Planificação de um Cilindro Oblíquo	34
5	PROPOSTA DE ATIVIDADES	40
6	RELATO DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES	52
6.1	Atividade 1	52
6.2	Atividade 2	53
6.3	Atividade 3	57
6.4	Atividade 4	58
6.5	Questionário de Satisfação dos Estudantes	59
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
	REFERÊNCIAS	65
8	APÊNDICE	67
8.1	As onze Planificações do Cubo	67
8.2	Planificações do Prisma e Pirâmides	78
8.3	Planificações dos Poliedros Regulares	81
8.4	Planificações de Cilindros e Cone	87

1 INTRODUÇÃO

A prática docente revela, em seus primeiros momentos, que o ensino de matemática é preenchido por muitos percalços. Ainda que bons professores prezem por uma formação pessoal de qualidade e assim o façam, a sala de aula necessita de adequações entre o que é exigido no currículo e esperado para a aprendizagem do estudante e o que é possível de ser realizado em sala de aula. Para isso, os documentos oficiais brasileiros para a educação norteiam, desde as primeiras regulamentações, o que é prioritário e qual seriam as melhores abordagens para alunos em todo o país, no que se refere à aprendizagem.

Por outro lado, o dia a dia da escola apresenta particularidades que podem gerar certos conflitos, alguns deles impossíveis de serem traduzidos em leis e documentos. São situações entre aluno-aluno, aluno-professor ou professor-gestão/coordenação pedagógica, por exemplo. Tais divergências têm o potencial de mostrar que nenhum professor pode trabalhar isolado, muito menos sem considerar as reflexões diárias, frases e relatos de experiências de sua prática.

Este trabalho é apresentado em um período de mudanças e discussões no que se refere ao Ensino Médio Brasileiro, que passa a ser dividido em uma nova composição curricular. Ele está dividido em duas frentes: a Base Comum, norteada pela BNCC, e os Itinerários Formativos, cujo objetivo é apresentar a flexibilização desta etapa baseada em possíveis interesses deste grupo etário (BRASIL, 2018). Para os professores que já atuam em sala de aula ou graduandos atuais, essa grande mudança força-nos a voltar ou intensificar a prática didática, exigindo um olhar diferente sobre as metodologias de ensino utilizadas, especialmente na área de matemática, fortemente marcada por uma abordagem tradicionalista. Aliado a isso, é necessário refletir sobre os limites entre o tradicional e o novo, diante do risco de descaracterizar a Matemática como uma ciência e os aspectos que a definem (OLIVEIRA, 2019).

A escuta dos estudantes, em seus primeiros momentos, revela haver uma série de barreiras e/ou traumas associados à disciplina matemática. Tal situação foi estudada por Santos e Almeida (2022), no contexto do Ensino Superior, e Moura-Silva, Neto e Gonçalves (2020), que apontam que a abordagem da mente ansiosa matematicamente funciona de maneira distinta nos que não sofrem tamanha apreensão. Carmo e Simionato (2012) relatam, a respeito de possíveis causas de traumas na aprendizagem, que

controle coercitivo, metodologias de ensino inadequadas, formação básica e continuada insuficiente dos professores e fatores culturais e familiares concorrem para gerar o quadro chamado de ansiedade em relação à matemática, o qual poderia, resumidamente, ser descrito como padrões de fuga e esquiva diante de situações que envolvem a matemática, acompanhado por reações fisiológicas desagradáveis e reações cognitivas autodepreciativas (regras e autorregras) (Carmo e Simionato, 2012).

Não é difícil encontrar, nesse cotidiano escolar que estamos abordando, alunos aplicados e com bom desempenho em disciplinas associadas às áreas de humanas e linguagens, mas que possuem baixa estima quando se trata de atividades nas áreas de matemática e ciências da natureza. Considerando os

pontos acima, fez-se necessário estudar e elaborar materiais didáticos que se proponham a amenizar tais dificuldades, levando em consideração o cenário atual do Ensino Médio, em intensa modificação.

Atualmente, atuo¹ como professora de matemática na 3ª Série do Ensino Médio em Tempo Integral e na Educação de Jovens e Adultos (EJA), na Escola Estadual Dra. Eunice de Lemos Campos (EEELC), no município de Maceió/AL. A escola possui cerca de seiscentos alunos, e conta com um Laboratório de Ciências e Matemática de dimensões 2 m × 5 m, com capacidade para cerca de quinze alunos por aula.

Os dados do SAEB 2019 apresentaram que a maioria dos estudantes desta escola estão classificados nos níveis 0 e 1 na disciplina de matemática no Ensino Médio, como exibido na Tabela 1:

Tabela 1 – Distribuição Percentual dos Alunos da 3ª/4ª Série do Ensino Médio por Nível de Proficiência

	Nível 0	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Níveis 6 a 10
EEELC	29.11%	21.73%	18.79%	15.98%	12.11%	2.28%	0.00 %
Total Brasil	18.20%	12.61%	15.82%	17.27 %	14.37 %	10.40%	11.33%

Fonte: INEP (adaptado pela autora)

É possível observar que, somados, 50,84% dos alunos avaliados na escola foram classificados nos níveis 0 e 1, ou seja, apresentaram conhecimentos insuficientes para o nível escolar que se encontravam, especialmente em geometria, presente nos níveis superiores da escala de proficiência. Vale ressaltar que a escola não teve o resultado SAEB divulgado em 2021, por não ter atingido o percentual mínimo de alunos respondentes da prova.

As habilidades esperadas para os estudantes do Ensino Médio em matemática envolvem o conceito de visualização, que deve ser desenvolvido formalmente nos primeiros anos do ensino fundamental. Contudo, não é incomum encontrar estudantes com dúvidas para descrever e identificar objetos matemáticos planos e espaciais nos últimos anos da educação básica. A Tabela 1 apresenta o cenário encontrado pela autora, indicando a necessidade de propostas didáticas que atuem na recomposição da aprendizagem dos alunos.

Tendo em vista a realidade de atuação da autora, este trabalho tem como objetivo relatar a aplicação de uma sequência de atividades sobre planificações de sólidos geométricos, com foco em estratégias para o desenvolvimento da visualização espacial. Nossa questão investigativa resume-se a refletir sobre as possibilidades de atividades ao criar-se uma proposta didática que relacione a importância da visualização para o estudo da Geometria Espacial, em particular, com tarefas de

¹ Parte da introdução será escrita na primeira pessoa do singular, por tratar das experiências da autora, que motivaram a presente pesquisa.

planificação de sólidos geométricos. Para auxiliar a nossa busca, dividimos nossa questão de pesquisa para nortear o desenvolvimento do nosso trabalho:

- O que é visualização e o que se espera do estudante relacionado ao tema na disciplina matemática?
- Quais questões didáticas podem ser propostas aos estudantes e como as atividades de planificação podem ser inseridas neste contexto?
- Qual a contribuição do uso dessas atividades na aprendizagem dos estudantes dessa escola?

A organização do texto é feita em seis capítulos. Inicialmente, fizemos uma pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) sobre eventuais trabalhos existentes na temática e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para identificar as habilidades relacionadas a planificações. Em seguida, no capítulo 3, apresentamos uma breve discussão a respeito de visualização e sua importância no ensino de Geometria, sendo esse o aporte teórico deste trabalho, além de um breve resumo conceitual sobre planificações.

A respeito da construção dos modelos de planificações, apresentamos, no Capítulo 4, um breve tutorial para auxiliar o leitor. O Capítulo 5 apresenta a proposta didática organizada em quatro atividades, seguida do Capítulo 6, que traz as conclusões de cada atividade após a sua aplicação na escola em que a autora leciona. O Capítulo 8 é dedicado a apresentar as planificações elaboradas pela autora, iniciando com as onze planificações do cubo, algumas pirâmides, prismas e poliedros regulares, além de cilindros e cone. Identificamos que incluir tal capítulo era necessário, tendo em vista que essas planificações podem ser utilizadas em sala de aula por outros professores. Finalmente, fazemos alguns comentários e reflexões no Capítulo 7.

2 PESQUISA DO CONHECIMENTO

Segundo Marconi e Lakatos (2003, p.44), uma busca sobre o que já foi escrito sobre determinado tema é fundamental para nortear as próximas investigações de um pesquisador. É através dela que determinamos a situação do objeto de pesquisa proposto, bem como as bases já existentes e possíveis caminhos de pesquisa. Com esse fundamento e tendo em vista que o trabalho desenvolver-se-ia na educação básica, realizamos, no período de janeiro de 2023, uma pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizando as seguintes palavras chaves: planificação ou planificações e BNCC. Para o filtro "dissertação e teses", optamos apenas por dissertações. Considerando que a BNCC foi homologada em dezembro de 2017 (BRASIL, 2018), optamos por realizar a mesma pesquisa partir de 2018. Assim, a busca foi feita para trabalhos dos anos de 2018 a 2022. Como área do conhecimento foram utilizados os filtros "ensino de ciências e matemática", "matemática aplicada" e "matemática", sempre que disponível.

Para a palavra-chave planificação foram elencados quatrocentos e vinte e seis resultados. Após colocar o filtro mestrado (dissertações) encontramos trezentos e sete resultados. Foram quarenta e nove trabalhos realizados nos últimos cinco anos, e cinco trabalhos nas áreas de conhecimento: educação, matemática e ensino de ciências e matemática.

A Tabela 2 apresenta uma compilação dos trabalhos encontrados, após aplicar todos os filtros:

Tabela 2 – Dissertações que tratam do tema planificação.

Nº	Autor	Título do Trabalho	PPG/Instituição	Ano
1	Marcos Vinicius Tarquinio	O sujeito individualizado: uma resposta do dispositivo da planificação à estratégia neoliberal de precarização no campo educacional	Educação/ Universidade do Estado de Minas Gerais	2018
2	Jaime Luiz Cardoso da Cruz	Construção e planificação dos prismas regulares através do Superlogo 3.0 e materiais manipuláveis: uma proposta de ensino	Matemática em Rede Nacional/ Universidade Federal do Pará	2020
3	Debora Mares Meireles	Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e anos iniciais no âmbito da planificação de figuras geométricas espaciais	Educação/ Universidade Estadual de Campinas	2021
4	Fernando Nascimento Martins	Uma Proposta de Abordagem da Planificação de Poliedros no Ensino Básico Utilizando o Recurso de Realidade Aumentada do GeoGebra	Matemática em Rede Nacional / Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro	2021

5	Paulo Bento Alves	Planificações de sólidos geométricos no ensino remoto: um estudo da gênese instrumental de estudantes	Educação Matemática e Tecnológica/Universidade Federal de Pernambuco	2022
---	-------------------	---	--	------

Fonte: A autora

Tarquínio (2018) apresenta uma análise sistêmica dos Planos Nacionais de Educação, distanciando dos objetivos do presente trabalho. Cruz (2020) mostra-se positivo ao apresentar a construção digital da planificação de poliedros como um produto de um *software*, sendo a análise das relações com os elementos tridimensionais pouco aprofundada. Além disso, não são oferecidas outras possibilidades de planificação dos sólidos apresentados, sendo resumidas a apenas uma planificação em todos os exemplos da dissertação. Meireles (2021) apresenta uma discussão significativa a respeito do conceito de planificação, com enfoque no saber de futuros professores licenciandos em Pedagogia a respeito desta representação. Martins (2021) explora a visualização tendo como fundamento das atividades propostas o uso da Realidade Aumentada do *software* GeoGebra. Apesar desse trabalho convergir para uma descrição da importância da visualização na aprendizagem dos estudantes, este conceito surge em segundo plano, além da proposta didática exigir o uso de dispositivos móveis, o que é, muitas vezes, inviável para o contexto escolar da presente autora. Além disso, Martins (2021, p.52) apresenta planificações tradicionais para alguns poliedros. Finalmente, Alves (2022) traz o enfoque ao uso do GeoGebra e o relacionamento do simbolismo desse *software* com o estudante, no contexto do ensino remoto.

Os trabalhos analisados não possuem como finalidade uma discussão aprofundada em visualização, apesar de Meireles (2021), Martins (2021) e Alves (2022) apresentarem reflexões significativas sobre a importância do ato de planificar para aprendizagem de propriedades da geometria espacial. O presente trabalho, portanto, se diferencia dos anteriores por sua fundamentação em visualização e a construção das planificações realizadas pela autora, bem como na elaboração de atividades com objetos concretos que relacionem o ato de construir e desconstruir um objeto envolvendo sua planificação.

2.1 Documentos Orientadores Normativos

Retomando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de matemática traz alterações significativas, como sintetizado na Tabela 3, que compara os PCNs e a BNCC:

Tabela 3 – Comparativo PCN x BNCC

CRITÉRIO	PCN	BNCC
Caráter	Orienta, sugere, auxilia	Normativo
Processo de elaboração	Curto, na esfera de especialistas	Longo, participativo e representativo
Foco	No papel do professor que deverá fazer as mudanças do processo educativo	Nas necessidades do estudante e garantias de aprendizagem
Concepção de educação	Não explícita, mas sugere o sociointeracionismo	Competências
Discurso (forma do texto)	Cauteloso, ideias implícitas	Direto, explícito
Perspectiva de trabalho do saber matemático	Teoria da Resolução de Problemas	Letramento Matemático

Fonte: Maestri, 2021

Tendo em vista que a perspectiva de trabalho atual para o ensino de matemática é o letramento matemático, convém refletirmos sobre as estratégias utilizadas na prática atual, ainda marcada pela resolução de problemas de forma expositiva e dotada de excessiva repetição de exercícios. Essa constatação foi feita localmente, mediante a observação e convivência com outros profissionais da escola. Por outro lado, ressaltamos a importância de diferentes formas de avaliação, endossada pela Lei 9.394/96:

V - a verificação do rendimento escolar observará os seguintes critérios: a) avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais; [...] (BRASIL, 1996).

Entendemos que a utilização de meios qualitativos deve ser positiva para o fortalecimento da autoestima do estudante e pode ser um ponto de partida para a diminuição da ansiedade matemática, estudada por Carmo e Simionato (2012).

Meireles (2021) discorre sobre algumas mudanças no currículo compreendidas como responsáveis pelo esquecimento da geometria nos currículos e aulas de matemática no decorrer dos anos. Considera-se a Lei 5.692/71 como um ponto de partida para tal processo:

Art. 4º Os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos.

§ 1º Observar-se-ão as seguintes prescrições na definição dos conteúdos curriculares:
I - O Conselho Federal de Educação fixará para cada grau as matérias relativas ao núcleo comum, definindo-lhes os objetivos e a amplitude.

II - Os Conselhos de Educação relacionarão, para os respectivos sistemas de ensino, as

matérias dentre as quais poderá cada estabelecimento escolher as que devam constituir a parte diversificada.

III - Com aprovação do competente Conselho de Educação, o estabelecimento poderá incluir estudos não decorrentes de materiais relacionadas de acordo com o inciso anterior. (BRASIL, 1971).

Considerando as diversas mudanças ocorridas nas leis que regem o currículo da educação básica brasileira, somos levados a questionar a posição do Novo Ensino Médio e seus benefícios. De maneira mais específica, quais consequências, especialmente as negativas, podem ocorrer com o Novo Ensino Médio, e como o professor, em sua esfera local, poderá agir para minimizar o esvaziamento do currículo em Matemática.

A respeito de planificações, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) apresenta as seguintes habilidades relacionadas ao tema:

(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.

(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Entendemos que o currículo do Ensino Médio, em especial na temática Geometria Espacial, necessita de estudantes com as habilidades EF03MA14, EF05MA16 e EF04MA17 bem desenvolvidas. Contudo, é comum estudantes cheguem ao último ano da educação básica com pouco ou nenhum contato com Geometria Espacial, tendo em vista que há um distanciamento das discussões envolvendo essa temática e as aulas de matemática com o decorrer dos anos escolares. A BNCC, documento central nesse processo, não explora com tanta ênfase habilidades envolvendo propriedades de objetos tridimensionais nos últimos anos do ensino fundamental. Nesse caso, faz-se necessário o desenvolvimento de atividades destinadas à recomposição da aprendizagem do tema planificações no Ensino Médio.

2.2 Metodologia

A fundamentação teórica deste trabalho foi realizada com uma pesquisa bibliográfica a respeito de planificações e visualização, e a aplicação da proposta de atividades é um estudo de caso com abordagem qualitativa. Severino (2017), a respeito da pesquisa por estudo de caso, afirma que este método "se concentra no estudo de um caso particular, considerado representativo de um conjunto de casos análogos, por ele significativamente representativo" (SEVERINO, 2017, p. 92). Compreendemos que a pesquisa por estudo de caso é a mais adequada ao contexto da autora, tendo em vista o período disponível, a quantidade de estudantes e a temática escolhida.

A aplicação da proposta de atividades foi realizada em uma turma da 3ª Série do Ensino Médio em Tempo Integral na Escola Estadual Dra. Eunice de Lemos Campos (EEELC), no município de Maceió/AL. A turma é composta por 33 alunos, cuja faixa etária é compreendida entre os 17 e 19

anos. A autora desse trabalho também é professora da turma escolhida e foi a responsável por aplicar a sequência de atividades, em um total de sete aulas distribuídas no período de duas semanas.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica do que buscamos analisar e está dividido em dois subcapítulos: *Visualização*, que resgata resultados sobre a relação entre aluno e objeto geométrico e dificuldades observadas neste processo e *Planificações*, que apresenta uma reflexão sobre a existência de mais de uma planificação para alguns destes objetos.

3.1 Visualização

Um dos objetivos da matemática para a educação básica refere-se às habilidades dos indivíduos em resolver problemas. Bakó (2003) afirma, sobre a orientação espacial, que "um dos papéis da educação é melhorar a capacidade de resolver problemas da vida real. A orientação espacial, por exemplo, é nosso problema cotidiano."(p.1, tradução nossa).

O ensino de geometria apresenta diversas formas de assimilação dos conceitos geométricos por parte dos estudantes. Isso deve-se, em parte, às experiências vividas por cada indivíduo em sua formação humana. Segundo Bakó (2003) e Sonnad (2017) *apud* Mathias e Simas (2021), "as habilidades de visualização e de representação espacial (ver e desenhar) são afetadas por fatores socioculturais e podem ser desenvolvidas com os estímulos adequados".

Documentos oficiais brasileiros apresentam críticas à ausência de elementos que desenvolvam a capacidade de visualização no currículo matemático, o que é essencial para o prosseguimento dos estudantes em carreiras ligadas à mecânica, arquitetura e às artes (BRASIL, 2014, p. 99). Além disso, nuances referentes às relações de figura geométrica e desenho, algumas vezes não triviais, são tratadas ou admitidas como já conhecidas pelos alunos, limitando o estudo da geometria a uma simples leitura geométrica e afastando outras possibilidades (Laborde, 1997 *apud* Mathias e Simas, 2021).

Gaulin (1985, p. 64 *apud* Bakó, 2003, p. 1), a respeito do ensino de matemática, defende que "o desenvolvimento da intuição espacial dos alunos, incluindo sua capacidade de visualizar e comunicar informações espaciais por vários meios" deveria ser reestabelecido, tendo em vista uma corrente que privilegiou o ensino das estruturas algébricas na década de 1970.

Mathias e Simas (2021, p. 3) apontam que a visualização da representação plana de uma figura espacial não se resume apenas a ver, mas a "identificar a tridimensionalidade do objeto representado e de reconhecer as representações da transparência e paralelismo", por exemplo. Meireles (2021, p. 19) argumentam ainda que "Identificar elementos como faces, arestas, vértices, por exemplo, também requer a apreensão perceptiva".

Nota-se que a percepção espacial é uma habilidade fundamental para o estudo das propriedades de áreas e volumes de sólidos geométricos do Ensino Médio. Desconsiderar essa percepção ao ensinar geometria pode significar uma certa artificialidade nos resultados das avaliações do professor. O estudante pode chegar a reproduzir fórmulas matemáticas e até responder exercícios corretamente, mas ser inapto para estabelecer relações entre as diversas representações de uma figura geométrica e consequências dessas representações.

Com relação às derivações de uma figura geométrica tridimensional, a BNCC apresenta a necessidade de o estudante desenvolver e relacionar transformações geométricas. Meireles, 2021, p. 19) indicam que projeções, cortes, planificações, rotação, decomposição e reconfiguração são possíveis modificações ou transformações de uma figura. Em particular, a planificação é uma importante transformação que reduz as dimensões de uma figura espacial do 3D para o 2D.

A National Research Council e o Geographical Sciences Committee (2005, *apud* Mathias e Simas, 2021) elencam três propriedades relacionadas ao raciocínio espacial:

(1) a consciência do próprio espaço, como distância e dimensões; (2) a representação de informações espaciais (internamente, na mente, e externamente, em gráficos como diagramas e mapas); e (3) o raciocínio envolvido na interpretação e na manipulação da informação espacial para a resolução de problemas e tomada de decisão (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, e GEOGRAPHICAL SCIENCES COMMITTEE, 2005 *apud* MATHIAS, SIMAS, 2021).

Com as propriedades de consciência, representação de informações e tomada de decisão mediante raciocínio espacial bem definidas, podemos perceber a necessidade de atividades direcionadas ao desenvolvimento dessas habilidades no ensino de matemática. Mathias e Simas (2021) apontam que o aprendizado dos estudantes está mais relacionado ao livro didático do que a propostas didáticas provenientes de um estudo direto do currículo e suas intenções, e esses autores indicam que livros didáticos para o ensino médio analisados não possuem como objetivo o desenvolvimento de Habilidades de Visualização Espacial (HVE).

Convém notar que o livro do estudante, apenas, não é suficiente para a devida compreensão de conceitos, independentemente da componente curricular. A experiência do professor é fundamental para proporcionar contexto na experiência de aprendizagem.

Pensando nessa experiência, Cohen e Hegarty (2008, *apud* Mathias e Simas, 2021), indicam pesquisas em que o uso de tecnologias com animação interativa mostraram-se benéficas para o desenvolvimento das HVE. Uma substancial contribuição para o ensino da geometria espacial ocorreu após a inserção das tecnologias digitais na educação que, apesar de recente para muitos professores no Brasil, já era compreendido como relevante na década de 1980 no exterior. Parzysz (1989 *apud* Bakó, 2003), em um contexto onde o uso de um *software* possivelmente exigia custos elevados, ressaltou seus benefícios para a assimilação de transformações espaciais:

Embora as telas sejam bidimensionais e os computadores possam produzir apenas desenhos, se levarmos em consideração o tempo e usarmos imagens que mudam continuamente, isso pode ajudar a dar a impressão de uma visão tridimensional. Por exemplo, com programas CAD, podemos contornar casas planejadas. É caro usar modelos, mas no início da geometria espacial, quando os alunos aprendem os fundamentos, devemos usá-los. Além disso, precisamos retornar aos modelos se os alunos tropeçarem em alguma dificuldade (Parzysz, 1989 *apud* Bakó, 2003, tradução nossa).

Todavia, havia cautela quanto aos limites e contribuições de recursos digitais para o avanço da chamada "percepção visual" e seu relacionamento com recursos mais tradicionais:

Portanto, não basta usar computadores. Se quisermos melhorar a orientação visual dos alunos, eles também precisam usar modelos. Os computadores são úteis, isso é um fato

que os professores modernos não podem negar. No entanto, a melhor solução parece ser uma integração harmoniosa do computador com métodos mais tradicionais, como o uso de modelos (Bakó, 2003, tradução nossa).

Um pensamento recorrente daqueles que trabalham com matemática e seu ensino a respeito da própria aprendizagem do que é esta ciência refere-se à interpretação de relações, propriedades e teoremas. Quanto à geometria, Bakó (2003) reitera que, "de fato, não basta copiar desenhos, os alunos precisam interpretar o que veem".

3.2 Planificações

Cruz (2020), em seu trabalho a respeito do uso do *software* LOGO para o ensino de geometria, já observava a dificuldade dos estudantes em sua prática para relacionar objetos tridimensionais e suas respectivas planificações:

tenho observado uma grande dificuldade por parte dos estudantes no que diz respeito ao entendimento de algumas situações sobre figuras geométricas. Quando se fala em construção e planificação de sólidos geométricos, constata-se que os estudantes não conseguem compreender as relações entre os elementos dos sólidos. (CRUZ, 2020, p. 19)

Cruz (2020) evidencia o uso do *software* com o objetivo de atrair o estudante para o tema, mas não se aprofunda na discussão teórica a respeito das habilidades de visualização espacial de maneira sistemática. Discorre a respeito da ausência de material teórico sobre Desenho Geométrico nos livros que contêm geometria:

O Desenho Geométrico solucionava os problemas teóricos da geometria através de construções representativas dos textos. Podemos assim dizer que o Desenho Geométrico é uma importante ferramenta da Geometria que, desde a antiguidade até os dias atuais, serve para solucionar os problemas de natureza teórica e prática do nosso cotidiano, mas infelizmente os problemas de construções geométricas foram banidos dos nossos livros de geometria. (CRUZ, 2020, p. 23)

A ausência do desenho geométrico nas aulas de matemática é uma consequência da retirada da temática dos livros didáticos, tendo em vista que os professores utilizam os livros como principais roteiros em suas aulas (MATHIAS E SIMAS, 2021).

Kaleff (2007, *apud* Meireles 2021, p. 22) aponta a importância de apresentar aos estudantes diversas representações das figuras espaciais. Uma articulação cognitiva de diferentes registros representacionais são pré-requisitos para a apropriação do conhecimento geométrico (DUVAL, 2005 *apud* Meireles, 2021, p. 22). Além disso,

Tendo em vista que os exemplos prototípicos e/ou representações estereotipadas condicionam a compreensão das figuras, dificultando o processo de elaboração conceitual geométrica (BERNABEU; LLINHARES, 2017; NACARATO; PASSOS, 2003, *apud* MEIRELES, 2021, p. 22 e 23).

Segundo Meireles (2021), não há consenso acerca da conceitualização de planificação, que é tratada como uma maneira de estudar propriedades de objetos espaciais. Além disso, seu trabalho evidencia a importância da qualificação docente para o ensino de geometria, apresentando elementos

que verificam que a aprendizagem dos alunos está diretamente relacionada ao conhecimento do professor. O uso de planificações tem forte aplicação no estudo das propriedades de superfícies espaciais, o que não ocorre com tanta eficácia no desenho em perspectiva e na Geometria Projetiva:

A planificação é o único tipo de representação bidimensional que permite representar todos os elementos que compõem a superfície da figura espacial em um único plano e em sua totalidade. Em outras representações, como o desenho em perspectiva e projeções, ficam alguns elementos "ocultos", os quais só são possíveis explorar por meio de algum *software* de geometria dinâmica. (Meireles, 2021, p. 23)

Kaléf, Viana e Duval (2007, 2015 e 2005) apresentam que a representação de sólidos espaciais por meio de diferentes planificações é uma maneira de superar dificuldades de desconstrução dimensional:

Alguns autores (DUVAL, 2005; SOUZA; MORETTI, 2017) destacam a significância de pesquisas no âmbito da desconstrução dimensional e acreditam que ela deve ser explorada desde os Anos Iniciais, pois "o desenvolvimento da habilidade de desconstrução de dimensões, no decorrer do Ensino Básico, poderá formar alicerces conceituais e promover o conhecimento geométrico" (SOUZA; MORETTI; ALMOULOUD, 2019 p. 344), uma vez que a desconstrução dimensional promove a construção da autonomia intelectual do estudante no que concerne nas capacidades de iniciativa, de exploração e de controle do problema proposto. (DUVAL, p.28, 2016). (Meireles, 2021, p. 24).

Souza e Moretti (2017 *apud* Meireles 2021) concluiu que a visualização geométrica é desenvolvida mediante a desconstrução dimensional das formas:

Considera que "para compreender geometria, os alunos devem aprender a desconstruir dimensionalmente as figuras, e não a construí-las, mesmo que utilizem algum programa computacional?"; ademais a desconstrução dimensional não se desenvolve naturalmente, é uma aprendizagem restrita à escola, um gesto intelectual a ser desenvolvido pela mesma? (SOUZA, MORETTI, 2017, p. 09). (Meireles, 2021, p. 25)

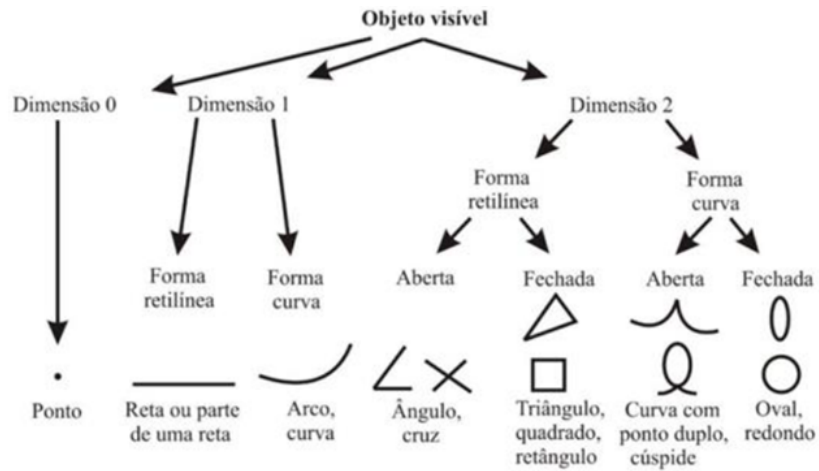
Observamos neste pensamento a relevância do processo de escolarização do indivíduo no que se refere ao saber geométrico. O processo de desconstrução dimensional não é apreendido em outro local diferente da escola. Portanto, omitir essa desconstrução afeta diretamente a aprendizagem do então estudante em qualquer etapa posterior na área de geometria.

A exploração das planificações de objetos tridimensionais é parte essencial desse processo. Meireles (2021), define planificação de um sólido geométrico como

um tipo especial de representação bidimensional, que ocorre por meio de um processo de desconstrução dimensional 3D-2D, em que toda superfície que compõe a figura 3D é representada em um único plano e deve ter disposição necessária para que sua reconfiguração constitua-se na figura de partida (Meireles, 2021, p. 29).

A desconstrução dimensional faz uso das chamadas unidades figurais (DUVAL, 1995 *apud* Meireles, 2021), resumidas na Figura 1:

Figura 1 – Unidades Figurais



Fonte: Duval, 2015 *apud* Meireles, 2021

Entendemos que o saber do professor em relação às unidades figurais é um elemento agregador em sua prática, ainda que atue nos anos finais da Educação Básica.

4 CONSTRUÇÃO DAS PLANIFICAÇÕES

A construção das planificações desse trabalho, utilizadas na proposta de atividades apresentada, foi feita com o auxílio dos *softwares* Inkscape e GeoGebra. Apesar de ser amplamente conhecido por professores de matemática da educação básica, o GeoGebra possui limitações para a elaboração de planificações. O Inkscape é uma ferramenta de desenho vetorial, o que pode ser de grande auxílio para professores. Isto se deve a sua instalação simples, completamente gratuita, e pela qualidade das figuras, que pode ser obtida com suas ferramentas. Neste capítulo, optamos por descrever a construção da planificação de dois objetos: o tetraedro, cujos princípios ali apresentados poderão ser utilizados na construção de outras planificações, e o cilindro oblíquo, cuja construção resultou de uma análise das possibilidades existentes no GeoGebra. Para construção do cilindro oblíquo, foi necessário unir as funcionalidades do GeoGebra e do Inkscape, obtendo o resultado apresentado no apêndice desse trabalho. A seguir, descrevemos os códigos de construção da primeira etapa da planificação no GeoGebra, finalizando a construção das planificações do tetraedro e cilindro no Inkscape.

4.1 Instalação do GeoGebra e Inkscape

Nessa seção, apresentamos as orientações para a instalação dos dois programas que utilizaremos nesse capítulo.

4.1.1 Instalação do GeoGebra

1. Acesse o site <https://www.geogebra.org/download>;
2. Selecione "GeoGebra Classic 5"(versão *desktop*);
3. Ao ser redirecionado para a página do instalador, o download iniciará automaticamente (o pacote de instalação da versão 5.0.785.0 possui tamanho de 65,6 Mb);
4. Após o término do download, execute o instalador e clique em "Próximo";
5. Ao aceitar os termos da licença do GeoGebra 5, clique em "Eu Concordo";
6. Selecione o tipo de instalação de sua preferência e clique em "Instalar";
7. Ao término da instalação, clique em "Concluir". O software estará pronto para uso.

4.1.2 Instalação do Inkscape

1. Acesse o site <https://inkscape.org/pt-br/>;
2. Clique em "Baixar Agora";
3. Ao ser redirecionado para a página do instalador, selecione "*Windows Installer Package*", caso o download do instalador não inicie automaticamente (o pacote de instalação da versão 1.2.2 possui tamanho de 141 Mb);

4. Execute o instalador e clique em "Next";
5. Selecione o diretório para os arquivos do programa e clique em "Next";
6. Clique em "Install";
7. Ao final da instalação, clique em "Finish";
8. Localize o ícone do Inkscape em sua área de trabalho e execute o programa, o que exibirá a tela inicial do *software*.

Ressaltamos que os tutoriais das funcionalidades básicas do Inkscape podem ser localizados na aba Ajuda → Tutoriais. Recomendamos ao leitor que familiarize-se com essas funcionalidades para uma melhor experiência na elaboração das planificações.

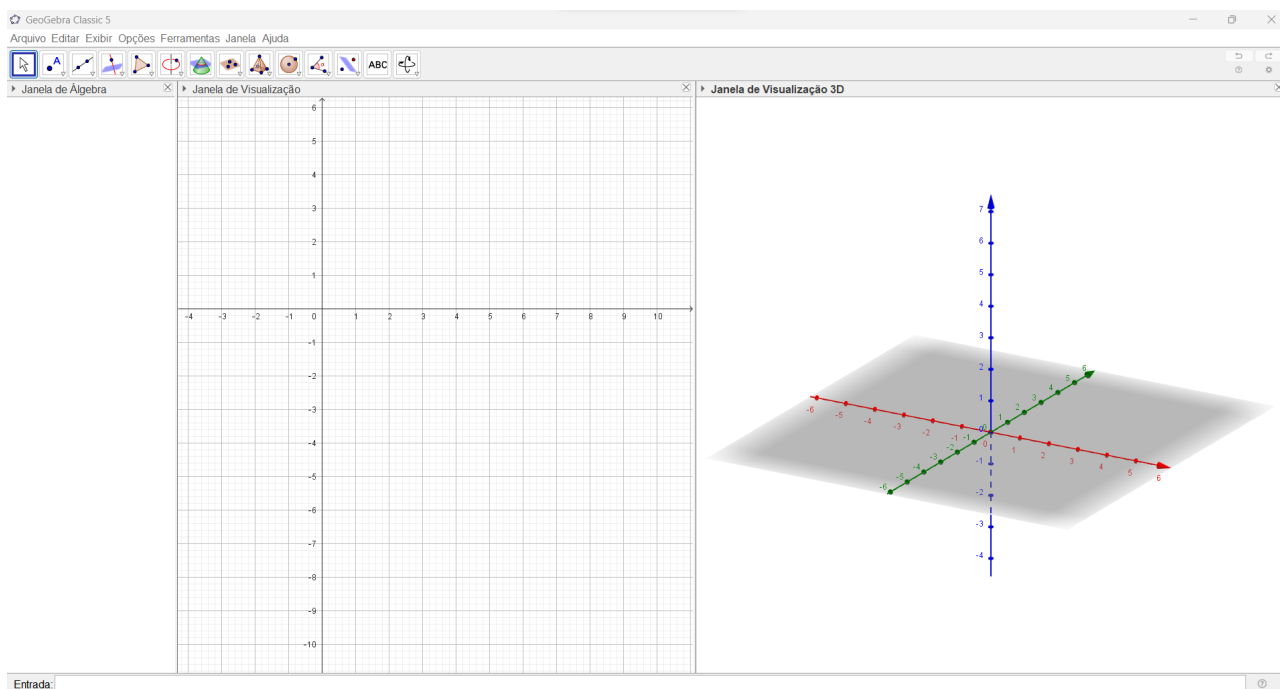
4.2 Construindo a Planificação de um Tetraedro

Apresentamos a seguir duas propostas para a elaboração da planificação de um Tetraedro. O leitor poderá escolher a que for mais conveniente para os seus objetivos.

4.2.1 Construção por meio da ferramenta *Planificação*

1. No GeoGebra, ative a Janela de Visualização 3D na aba Exibir → Janela de Visualização 3D, ilustrado na Figura 2;

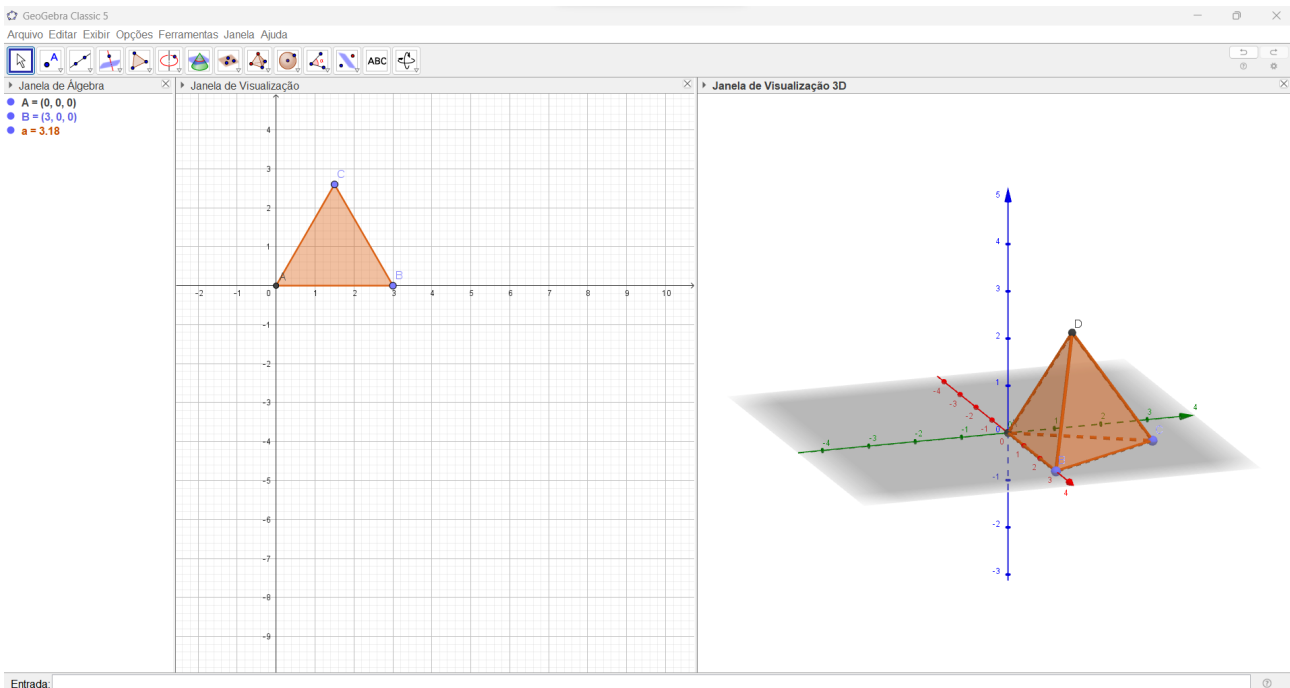
Figura 2 – Janela de Visualização 3D do GeoGebra



Fonte: A autora

2. Com a ferramenta "Pirâmide", selecione a opção "Tetraedro". Em seguida, selecione dois pontos na Janela de Visualização 3D para construir um Tetraedro, o que é ilustrado na Figura 3;

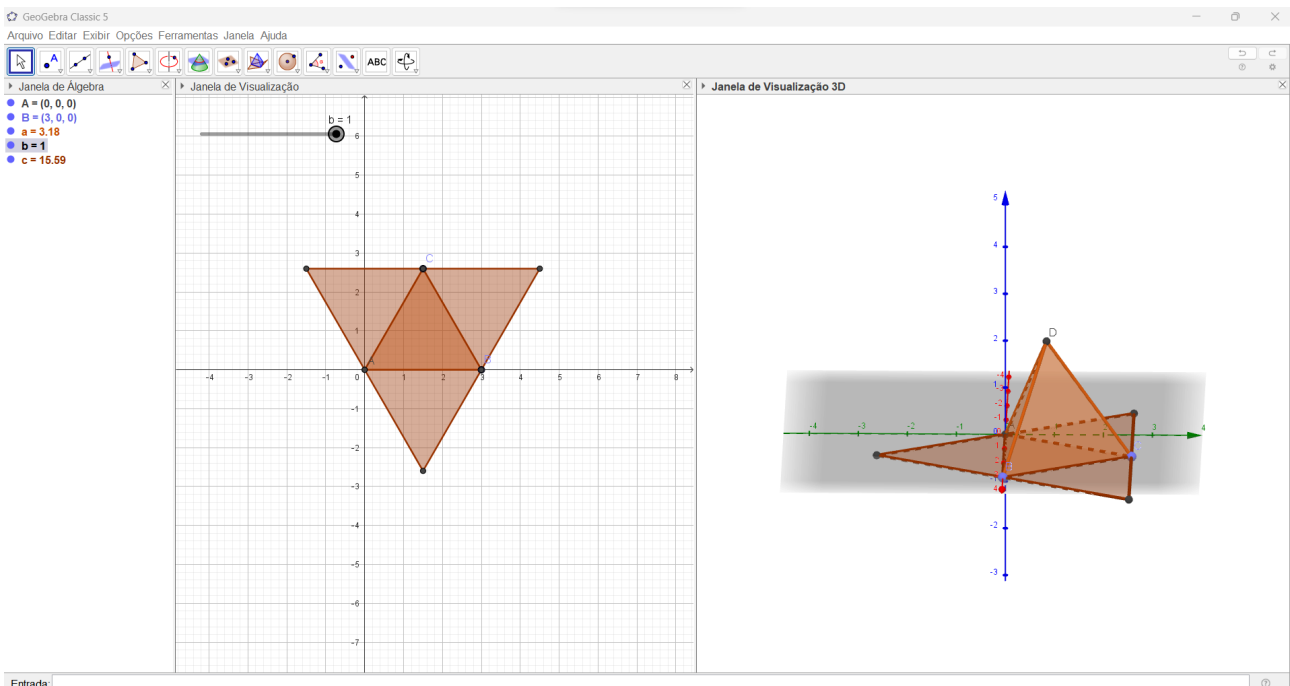
Figura 3 – Um Tetraedro no GeoGebra



Fonte: A autora

3. Clique na ferramenta "Pirâmide" novamente e selecione a opção "Planificação". Na Janela de Visualização 3D, clique no objeto Tetraedro, resultando na planificação exibida na Figura 4;

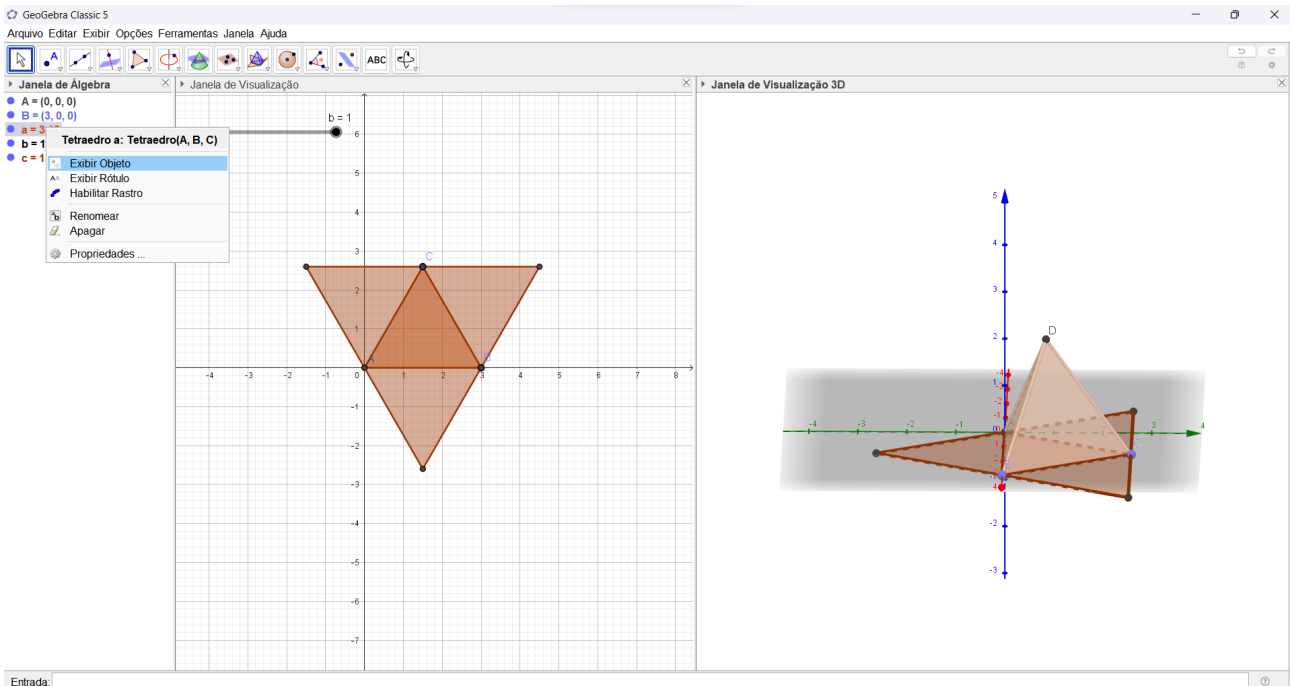
Figura 4 – Ferramenta *Planificação* no GeoGebra



Fonte: A autora

4. Oculte o Tetraedro da Janela de Visualização 3D, como ilustra a Figura 5;

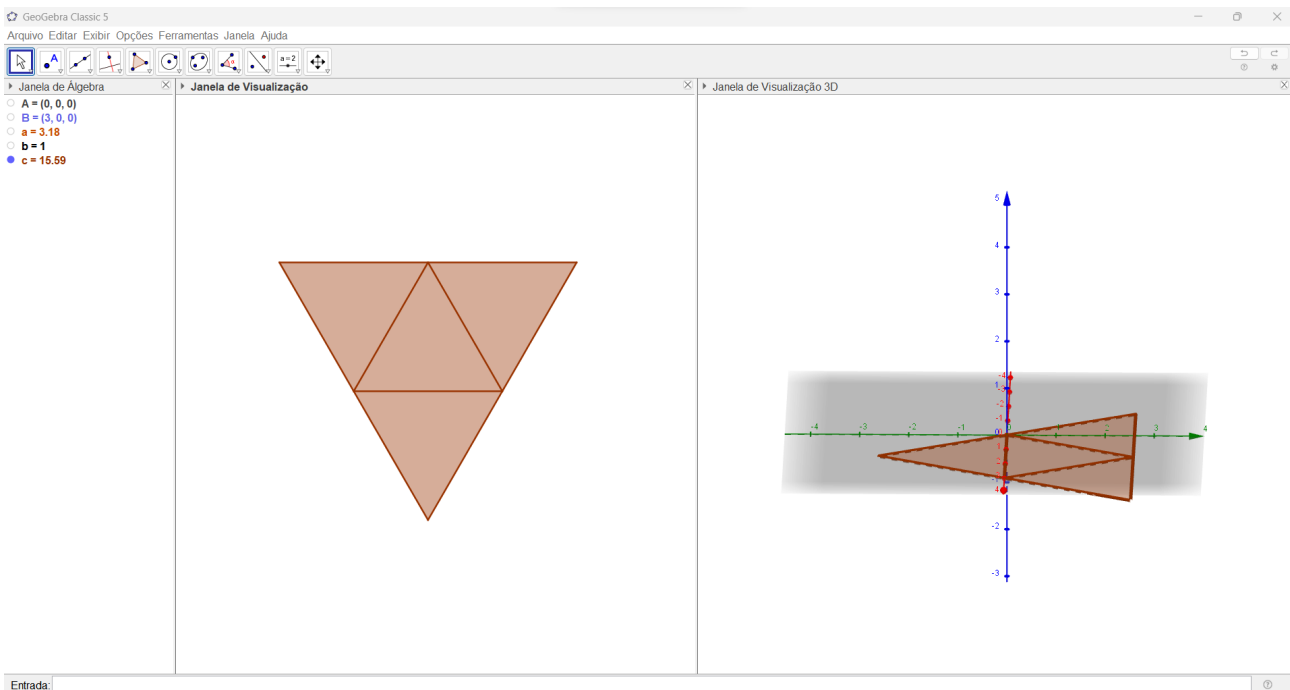
Figura 5 – Ocultando o Tetraedro da Janela de Visualização 3D



Fonte: A autora

5. Oculte os eixos, a malha, o controle deslizante gerado para a planificação e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento ilustrado na Figura 6;

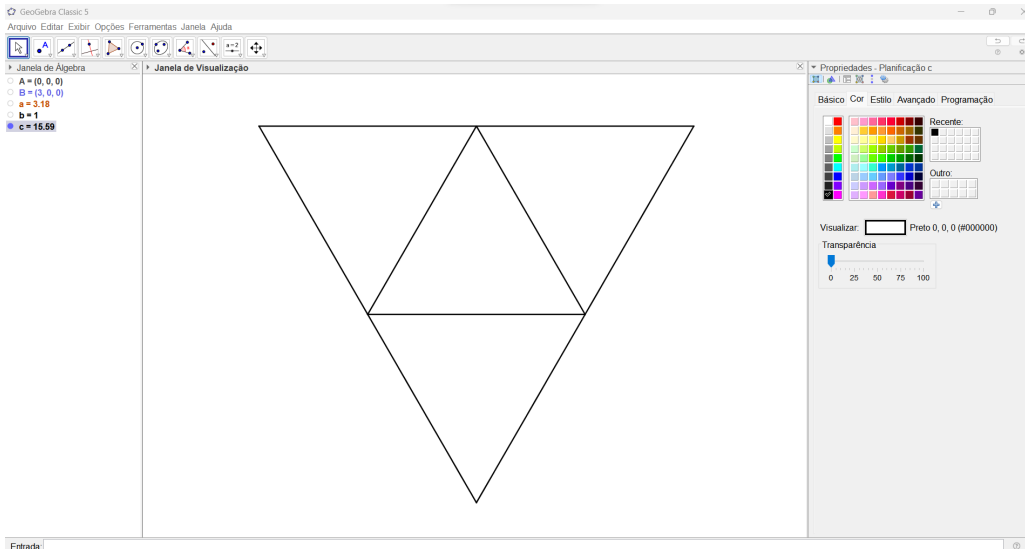
Figura 6 – Ocultando malhas, eixos e objetos auxiliares na Janela de Visualização 2D



Fonte: A autora

6. Feche a Janela de Visualização 3D. Em seguida, aproxime a planificação e centralize-a na Janela de Visualização 2D;
7. Clique com o botão direito na planificação exibida na Janela de Álgebra. Selecione a opção "Propriedades" e altere a coloração pré-definida da planificação para a cor preta. Mova o cursor da Transparência para 0, como ilustra a Figura 7;

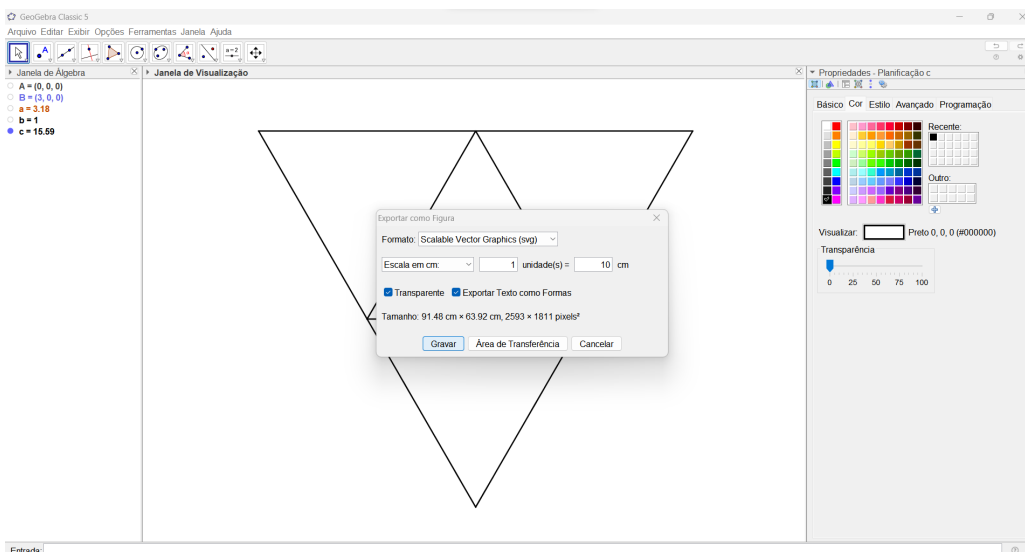
Figura 7 – Alterando a cor pré-definida da planificação



Fonte: A autora

8. Exporte a figura na aba Arquivo → Exportar → Janela de Visualização como Imagem (png, eps). Selecione o formato "Scalable Vector Graphics (svg)", opção editável no Inkscape, e clique em "Gravar", procedimento ilustrado na Figura 8;

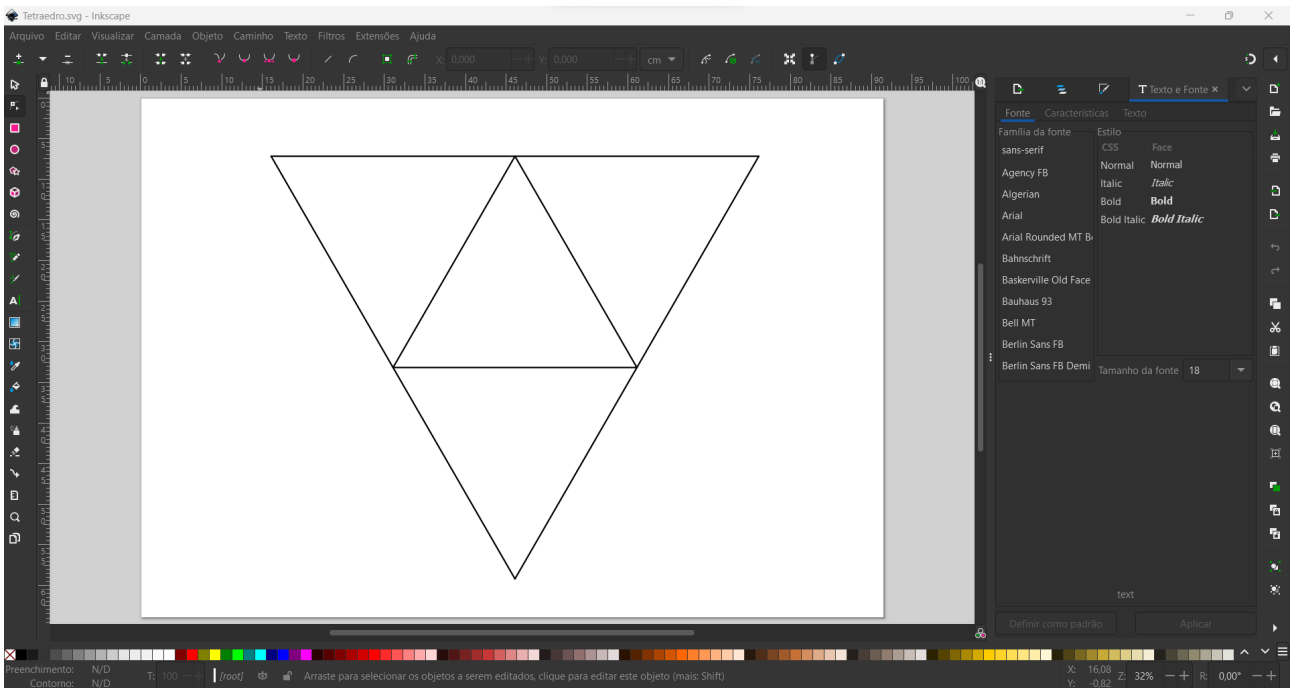
Figura 8 – Exportando a planificação do Tetraedro em formato svg



Fonte: A autora

9. Para inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir", como ilustra a Figura 9;

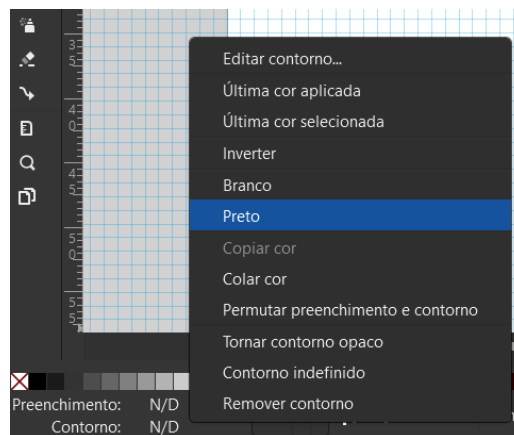
Figura 9 – Abrindo a planificação do Tetraedro no Inkscape



Fonte: A autora

10. Exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";
11. No canto inferior esquerdo da página, clique com o botão direito na palavra "N/D" ao lado do termo "Contorno" e selecione a opção "Preto", como ilustra a Figura 10. Assim, o contorno das abas de colagem ficará visível no editor;

Figura 10 – Exibindo o contorno de linha no Inkscape



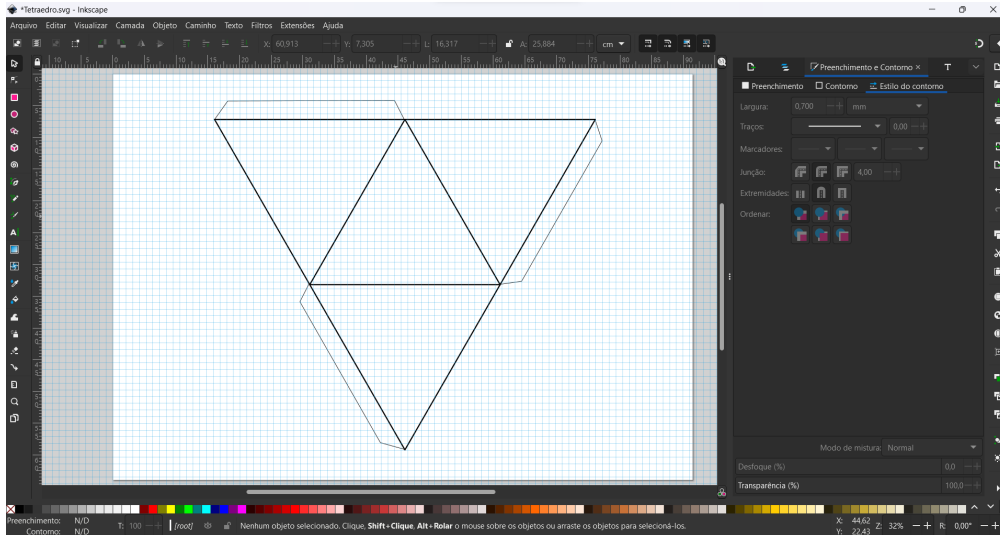
Fonte: A autora

12. Com a ferramenta "Caneta Bézier", desenhe três abas de colagem na planificação, utilizando as linhas de grade como apoio para a construção. Caso o editor preencha o caminho com a cor

preta, clique com o botão direito no canto inferior esquerdo, ao lado do termo "Preenchimento", e selecione a opção "Remover preenchimento"(a espessura da linha pode ser alterada nas propriedades de contorno);

13. A Figura 11 exibe a planificação com as abas de colagem finalizada:

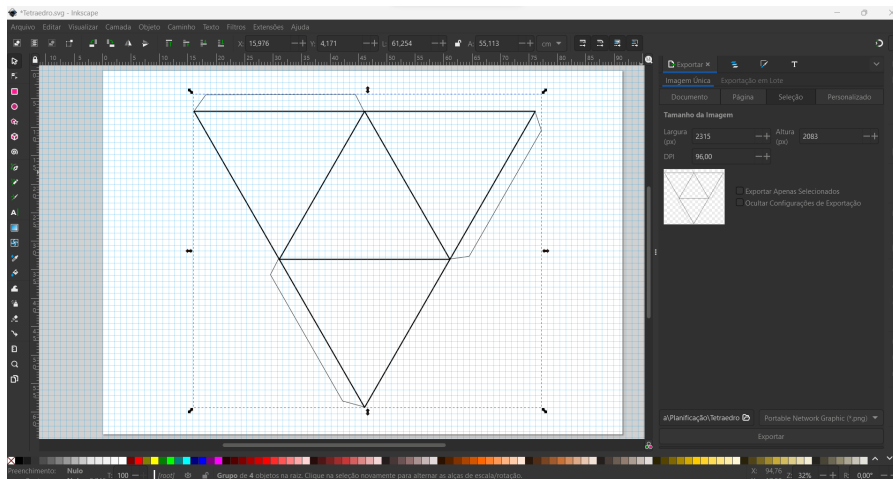
Figura 11 – Planificação do Tetraedro Finalizada



Fonte: A autora

14. Selecione todos os elementos da figura (planificação e abas de colagem) arrastando o cursor do início ao final da folha na tela do software e, com o botão direito do mouse, clique em "Agrupar";
15. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho *Ctrl+P*. O software exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, procedimento ilustrado na Figura 12. Selecione a figura agrupada e exporte no modo "Seleção". Escolha o local onde a figura será salva e o formato de seu interesse (.png, .svg, .jpeg etc.). Clique em "Exportar". Sua planificação estará pronta.

Figura 12 – Exportando a Planificação do Tetraedro do Inkscape



Fonte: A autora

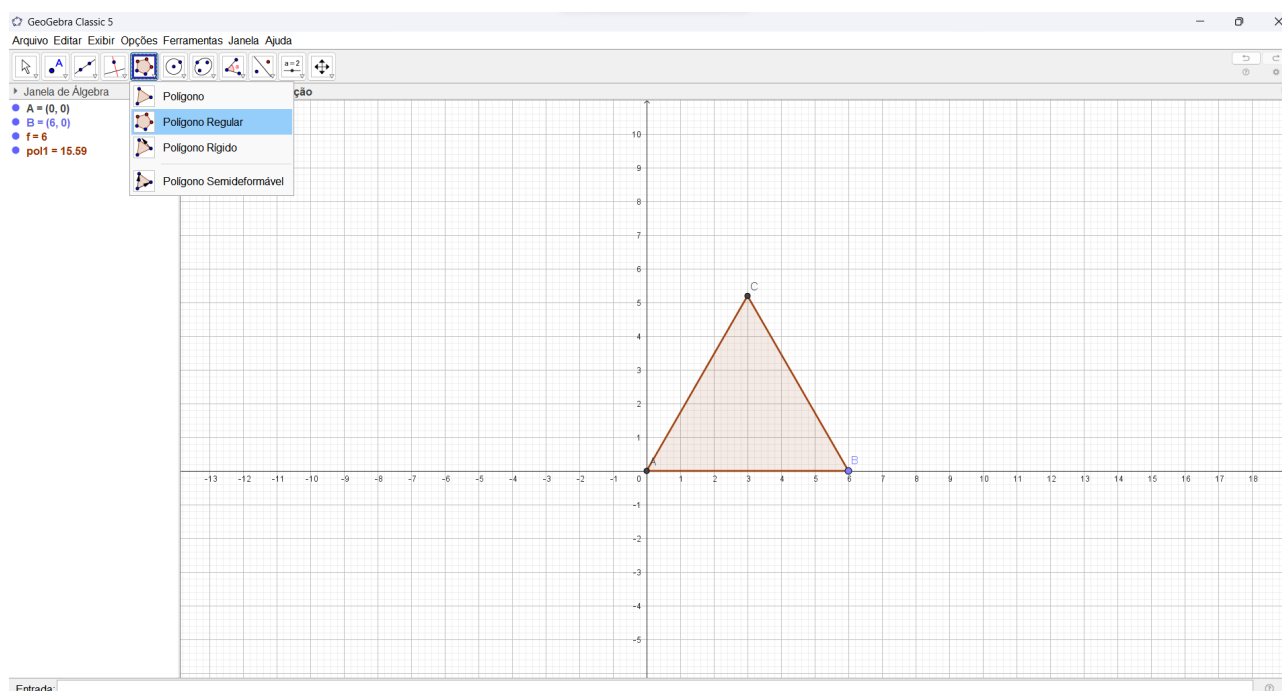
A inserção de cores pode ser feita por meio da ferramenta "Balde de Tinta", com o cuidado de remover o contorno gerado pela coloração das faces do tetraedro. Um resultado mais elegante poderá ser obtido com o uso das camadas das figuras. Para mais opções, acesse a aba "Camada" do programa.

4.2.2 Construção por meio de sobreposição de figuras

A construção a seguir ocorre de modo mais manual, permitindo outra planificação para um Tetraedro.

1. Com uma nova janela do GeoGebra, selecione a ferramenta "Polígono" → "Polígono Regular" e construa um triângulo equilátero selecionando dois pontos do Eixo x na Janela de Visualização 2D, ilustrado na Figura 13;

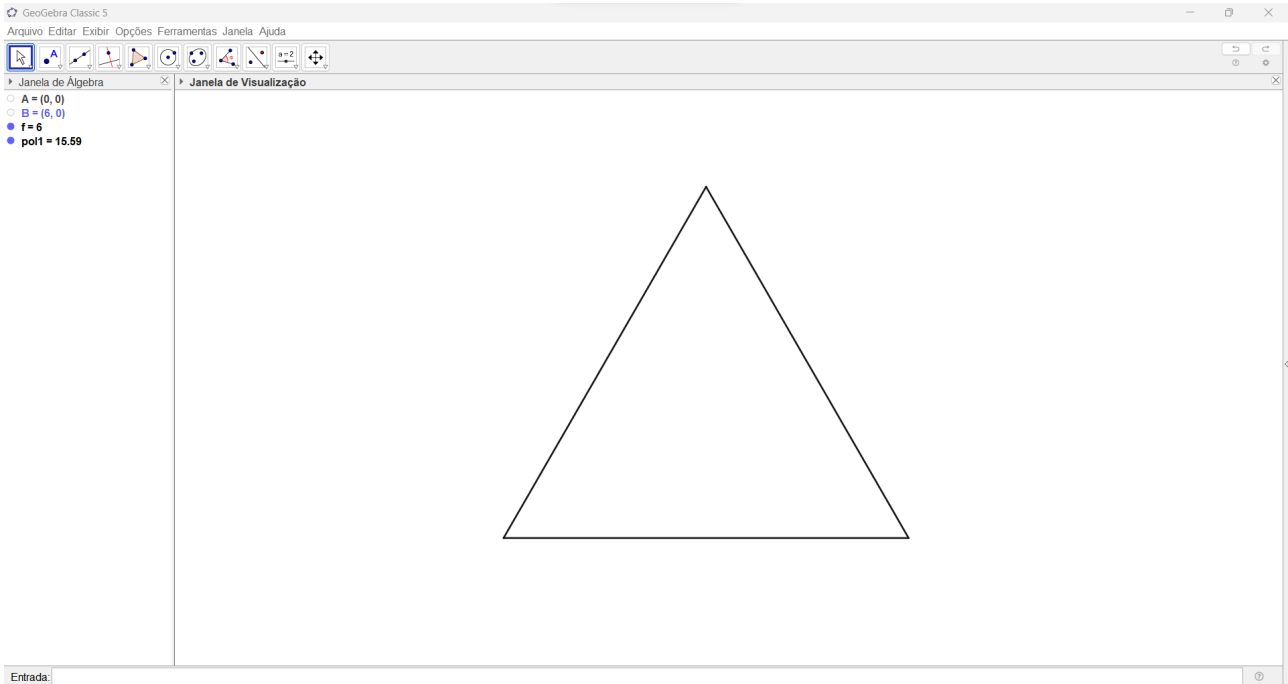
Figura 13 – Construindo um triângulo equilátero no GeoGebra



Fonte: A autora

2. Oculte os eixos, a malha e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento análogo aos passos 5 e 6 da construção 4.2.1;
3. Centralize o triângulo na Janela de Visualização 2D e altere a coloração pré-definida da planificação para a cor preta, movendo o cursor da Transparência para 0, de modo análogo aos passos 6 e 7 da construção 4.2.1. O resultado é ilustrado na Figura 14. Finalize exportando a figura em formato .svg;

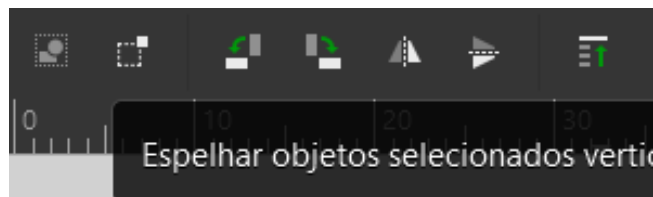
Figura 14 – Triângulo equilátero exportado do GeoGebra



Fonte: A autora

4. Para inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir";
5. Exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";
6. Copie o triângulo equilátero com o atalho "*Ctrl+C*" e rotacione-o com as ferramentas exibidas na Figura 15;

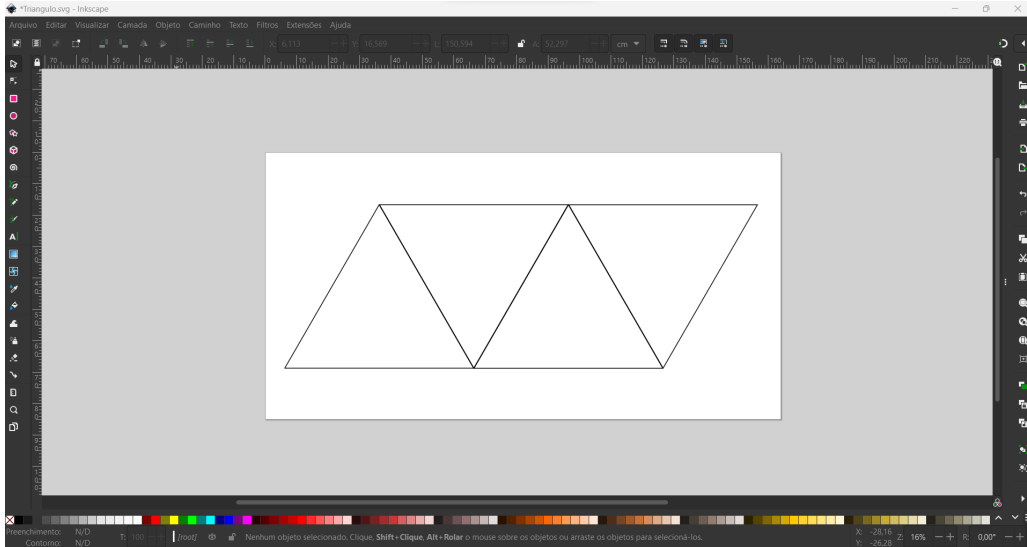
Figura 15 – Ferramentas de rotacionar objeto no Inkscape



Fonte: A autora

7. Posicione um dos lados no novo triângulo sobre o lado do polígono regular inicial. Repita esse procedimento duas vezes, ajustando os triângulos de modo que a sobreposição dos lados fique imperceptível. Para isso, você poderá utilizar as setas do teclado. Em seguida, selecione os quatro triângulos e agrupe-os com o botão direito do mouse, procedimento ilustrado na Figura 16 a seguir:

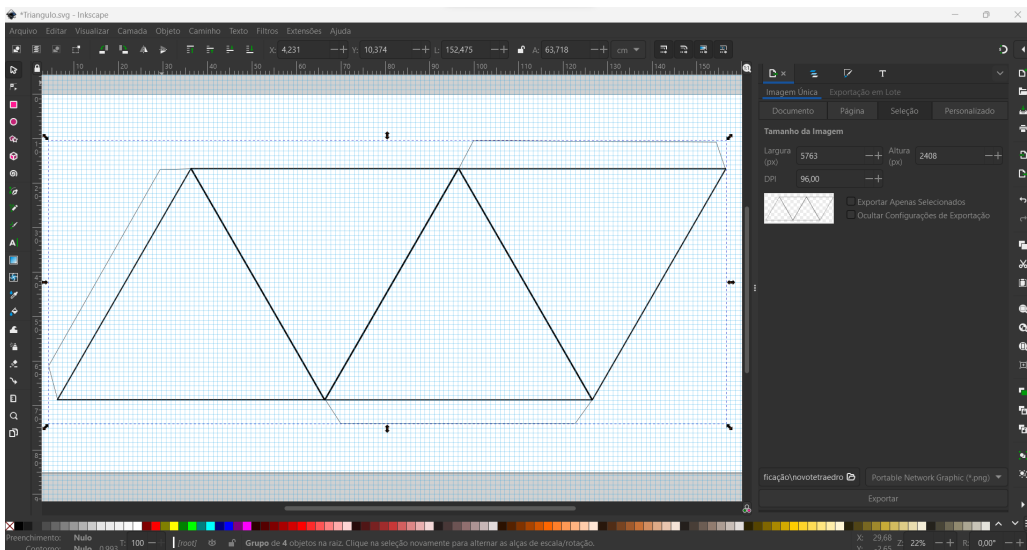
Figura 16 – Uma nova planificação de um Tetraedro



Fonte: A autora

8. No canto inferior esquerdo da página, clique com o botão direito na palavra "N/D" ao lado do termo "Contorno" e selecione a opção "Preto", como ilustra a Figura 10;
9. Com a ferramenta "Caneta Bézier", desenhe três abas de colagem na planificação, utilizando as linhas de grade como apoio para a construção. Caso o editor preencha o caminho com a cor preta, clique com o botão direito no canto inferior esquerdo, ao lado do termo "Preenchimento", e selecione a opção "Remover preenchimento" (a espessura da linha pode ser alterada nas propriedades de contorno);
10. A Figura 17 exibe a planificação com as abas de colagem finalizada:

Figura 17 – Segunda Planificação do Tetraedro Finalizada



Fonte: A autora

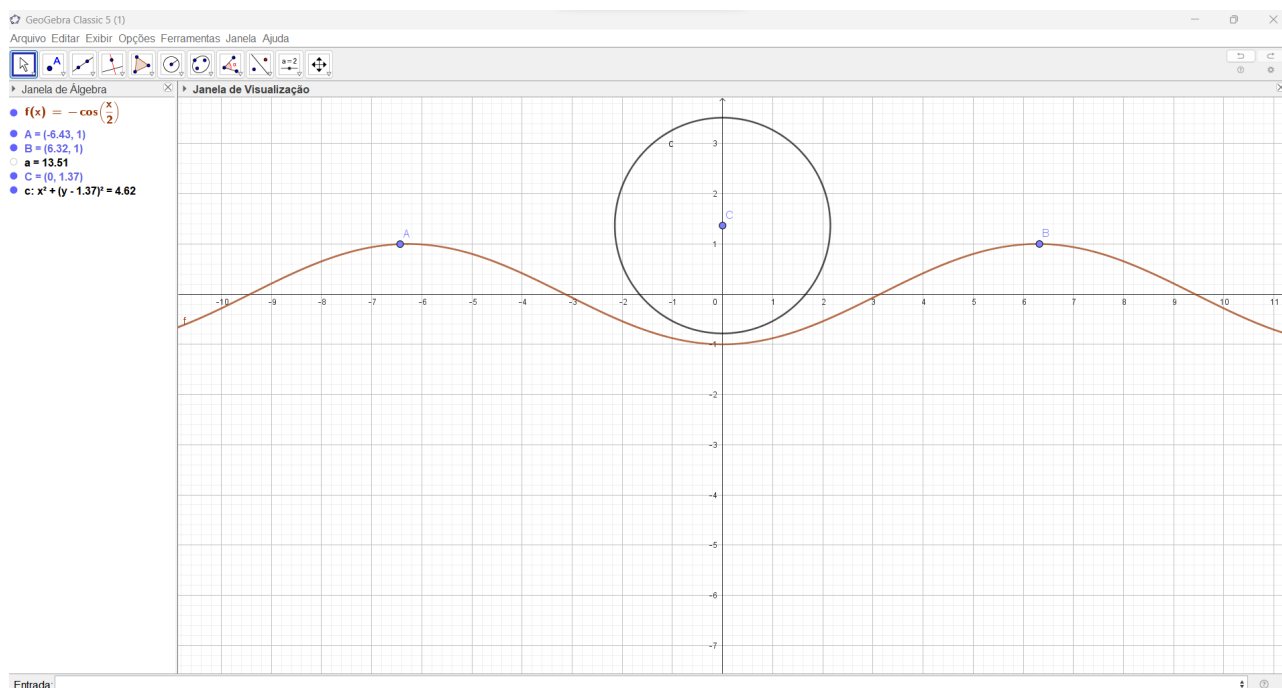
11. Selecione todos os elementos da figura (planificação e abas de colagem) arrastando o cursor do início ao final da folha na tela do software e, com o botão direito do mouse, clique em "Agrupar";
12. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho $Ctrl+P$. O *software* exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, e o leitor poderá seguir os passos do item 15 da construção 4.2.1 para obter a figura exportada.

4.3 Construção da Planificação de um Cilindro Oblíquo

A construção da planificação de um cilindro oblíquo apresentada neste trabalho fez uso de diversas ferramentas o GeoGebra. Foi necessário refletir em uma construção que fosse simples de ser executada no *software* e cujo resultado do corte e colagem fosse satisfatório, tendo em vista que não há uma ferramenta nativa nesse *software* para a planificação de um cilindro. Para a sua execução, faremos uso da função Cosseno de um ângulo e das ferramentas de paralelismo do GeoGebra, finalizando a edição da planificação no Inkscape.

1. No campo "Entrada" do Geogebra, digite $f(x) = -\cos(x/2)$ e aperte Enter;
2. Selecione dois pontos de máximo consecutivos da função f , nomeando-os por A e B. O motivo dessa escolha garante que a planificação feche adequadamente ao ser montada;
3. Digite no campo de Entrada Comprimento(f, A, B) e aperte Enter. Esse comprimento será o mesmo do círculo, base do cilindro oblíquo que estamos construindo;
4. Com a ferramenta "Círculo", selecione a opção "Círculo: Centro & Raio". Marque um ponto C no eixo Y e digite o raio $a/(2\pi)$. A Figura 18 ilustra os passos 1 a 4 dessa construção;

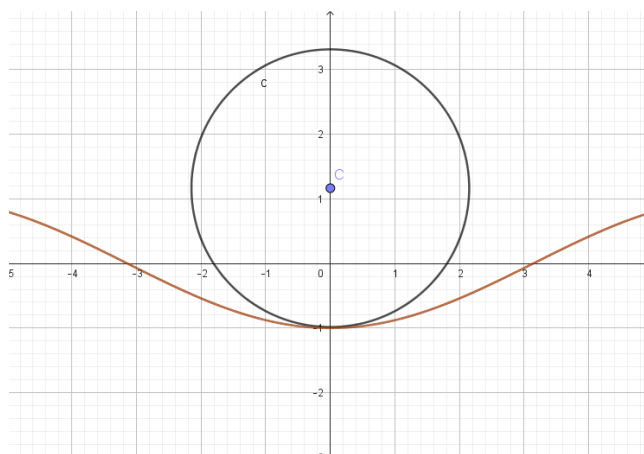
Figura 18 – Gráfico de f e primeira base da planificação do cilindro oblíquo



Fonte: A autora

5. Mova o centro C do círculo construído no passo anterior no eixo Y até que ocorra uma única interseção entre essa curva e a função f , como ilustra a Figura 19;

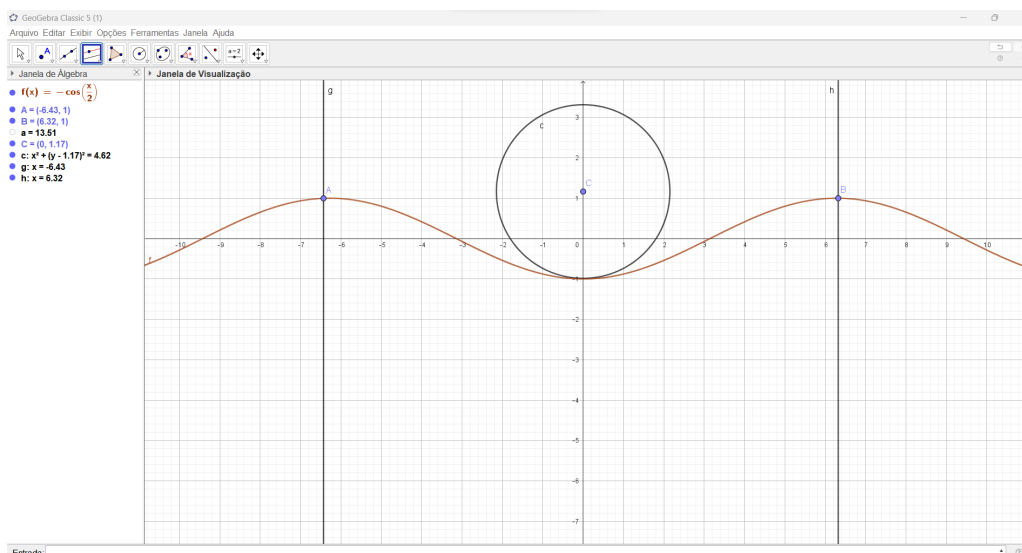
Figura 19 – Interseção da primeira base com o gráfico de f



Fonte: A autora

6. Construa duas retas paralelas ao eixo Y , passando pelos pontos A e B . Para isso, utilize a ferramenta "Reta Paralela", clicando no Ponto A seguido do eixo Y e procedendo do mesmo modo para a reta paralela a esse eixo passando por B . O resultado é ilustrado na Figura 20;

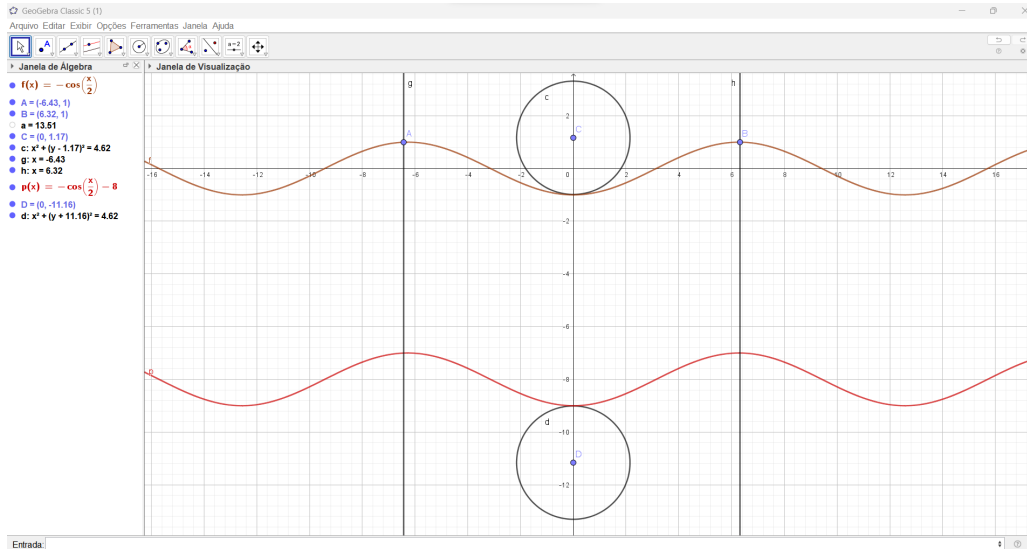
Figura 20 – Retas paralelas ao eixo Y passando pelos pontos A e B



Fonte: A autora

7. No campo "Entrada" do Geogebra, digite $p(x) = -\cos(x/2) - 8$ e aperte Enter;
8. Com a ferramenta "Círculo", selecione a opção "Círculo: Centro & Raio". Marque um novo ponto ponto D no eixo Y e digite o raio $a/(2\pi)$. Em seguida, Mova o centro D do círculo construído pelo eixo Y até que ocorra uma única interseção entre essa curva e a função p . A Figura 21 ilustra os passos 7 e 8 dessa construção;

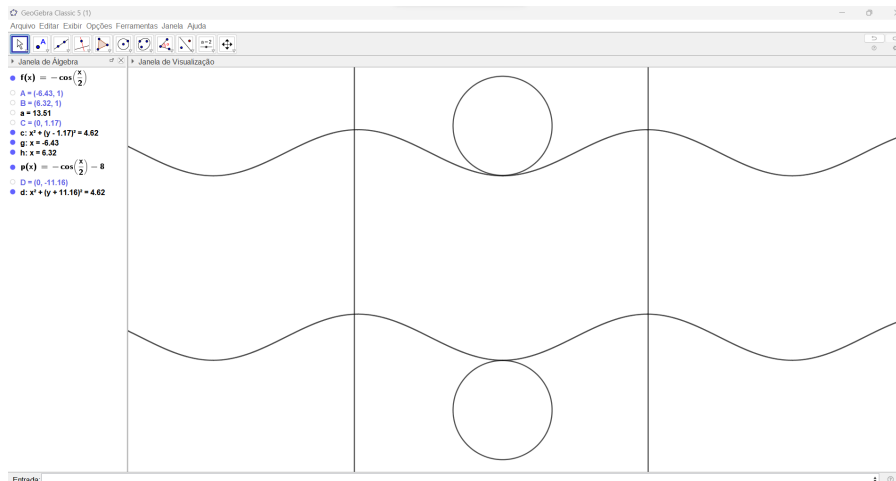
Figura 21 – Segunda base da planificação do cilindro oblíquo



Fonte: A autora

9. Oculte os eixos, rótulos, a malha e todos os pontos da Janela de Visualização 2D do GeoGebra, procedimento análogo aos passos 5 e 6 da construção 4.2.1;
10. altere a coloração pré-definida dos gráficos e das retas para a cor preta, movendo o cursor da Transparência para 0, de modo análogo aos passos 6 e 7 da construção 4.2.1. Centralize os círculos como ilustrado na Figura 22. Finalize exportando a figura em formato .svg;

Figura 22 – Figura base da planificação do cilindro oblíquo a ser exportada do GeoGebra

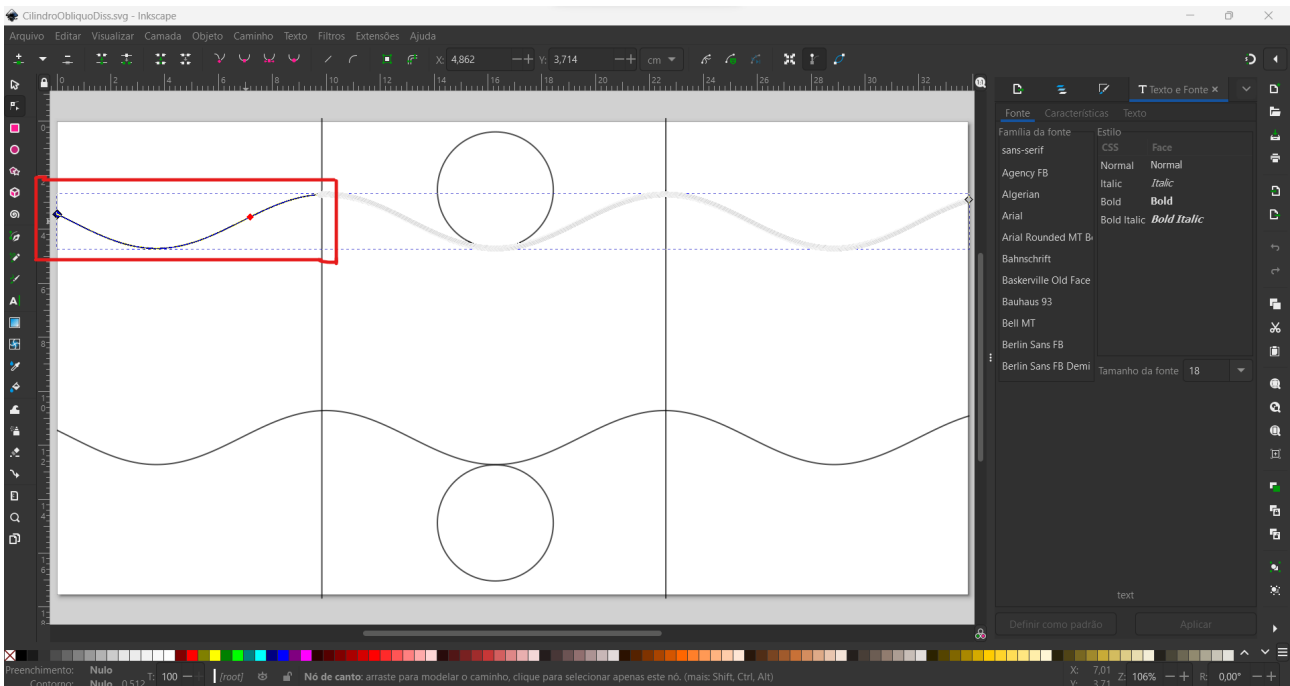


Fonte: A autora

11. Para prosseguir com a edição e inserir as abas de colagem, abra o Inkscape. Localize o arquivo salvo no item anterior na aba "Arquivo" → "Abrir";
12. Se preferir, exiba as linhas de grade na aba "Visualizar" → "Grade da Página";
13. Com a ferramenta "Editor de Nós", clique nas curvas provenientes dos gráficos dos passos 1 e 7 e selecione a parte em excesso da figura, arrastando o mouse sobre os nós exibidos. Clique

no botão "Delete" do teclado para apagar os caminhos que não fazem parte da planificação. A Figura 23 ilustra o procedimento desse item;

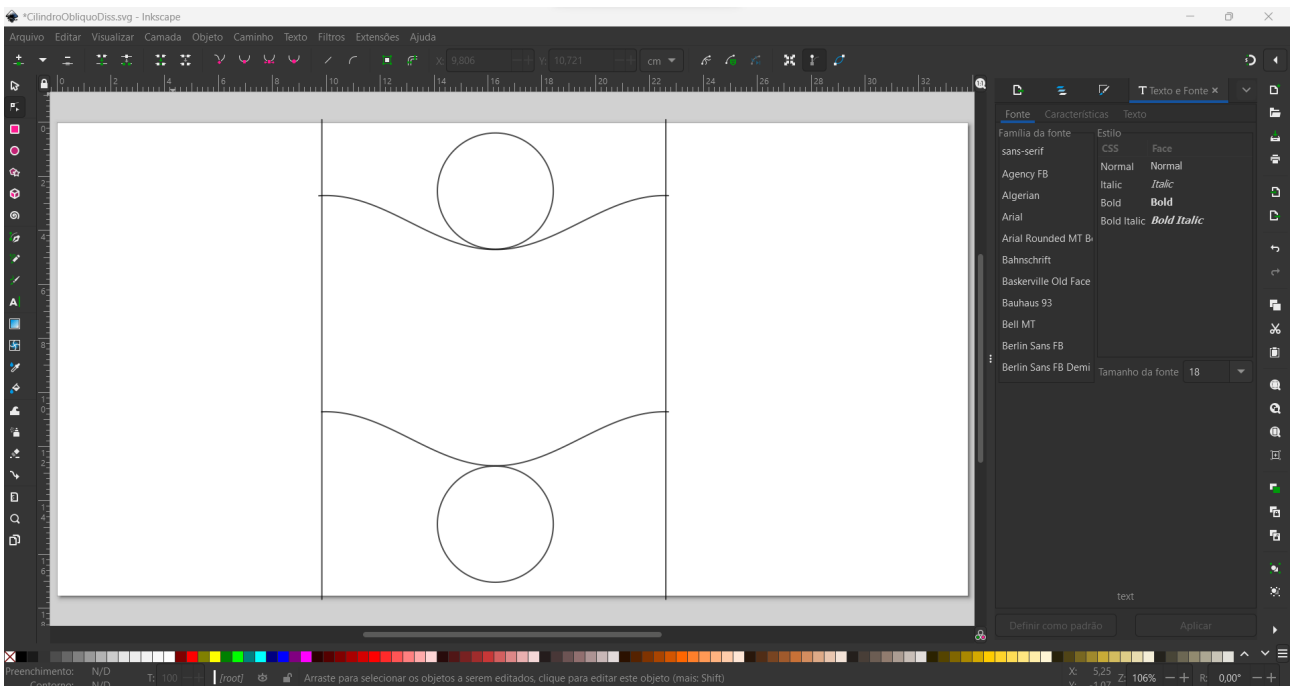
Figura 23 – A retirada de caminhos com a ferramenta "Editor de Nós"



Fonte: A autora

14. Após retirar todas as partes excedentes da figura segundo o passo 13, o resultado será semelhante ao exibido na Figura 24;

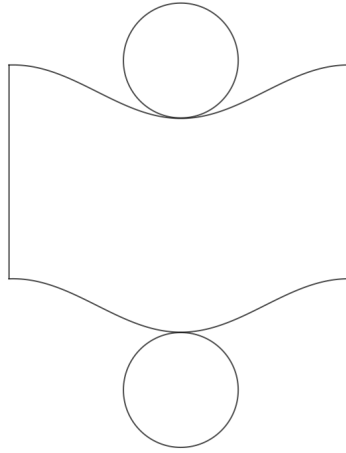
Figura 24 – Finalização da planificação do cilindro oblíquo no Inkscape



Fonte: A autora

15. Com a ferramenta "Editor de Nós", clique em um dos segmentos da figura e, com o botão "*ctrl*" pressionado, mova cada extremo do segmento até coincidir com as curvas editadas no item 14. Proceda de modo análogo com o segundo segmento, finalizando a área lateral da planificação do cilindro oblíquo. A Figura 25 ilustra esse procedimento;

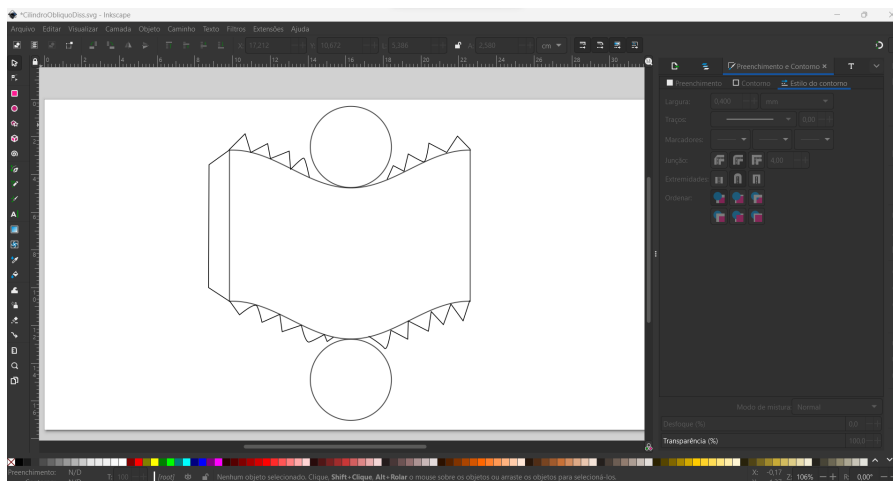
Figura 25 – Planificação do cilindro oblíquo no Inkscape



Fonte: A autora

16. Para finalizar a planificação, adicione as abas de colagem em formato triangular (isso permite que o corte e colagem na construção física do cilindro oblíquo ocorra de modo mais "suave", por se tratar de um corpo redondo). Com a ferramenta "Caneta Bézier", construa as abas como ilustra a Figura 26;

Figura 26 – Abas de colagem do cilindro oblíquo



Fonte: A autora

17. Para exportar a figura finalizada, clique na aba "Arquivo" → "Exportar" ou utilize o atalho *Ctrl+P*. O *software* exibirá uma janela no lado direito da tela com as opções de exportação, e o leitor poderá seguir os passos do item 15 da construção 4.2.1 para obter a figura exportada.

Ressaltamos que a possibilidade de mover os círculos da planificação foi mantido para possibilitar que o leitor altere o comprimento das bases, assim como o argumento da função f e realize os ajustes da planificação, se for necessário. Observe que a função p nada mais é do que uma translação vertical de f , movida oito unidades para baixo. Além disso, o comprimento dos círculos que formam as bases deve ser o mesmo da curva AB, calculado e exibido na janela de visualização 2D do GeoGebra por meio do comando `Comprimento(f, A, B)`. Essa observação permitiu que a construção da planificação fosse simplificada, culminando na construção da Figura 26.

Os princípios aqui descritos foram utilizados para a construção das planificações apresentadas no Apêndice desse trabalho. Esperamos que as ferramentas indicadas nas seções 4.2.1, 4.2.2 e 4.3 colaborem para a melhoria do ensino de Geometria por professores de matemática no Brasil.

5 PROPOSTA DE ATIVIDADES

Por meio dos aspectos teóricos explicitados nos capítulos anteriores, desenvolvemos a proposta didática para o ensino de Geometria Espacial, em particular, na temática Planificações, composta por cinco Atividades que buscam desenvolver a concepção do ato de planificar. Além disso, descrevemos uma possível solução para cada problema.

A primeira Atividade pode ser realizada em uma aula de cinquenta a sessenta minutos e possui o objetivo de identificar conhecimentos prévios dos estudantes a respeito de objetos tridimensionais cotidianos.

O segundo encontro pode ser realizado com a mesma duração da Atividade 1, e consiste em um questionário escrito a respeito do ato de planificar. Nessa Atividade, o aluno é convidado a escrever e desenhar sobre a temática.

O terceiro encontro deverá ser desenvolvido em um período de 100 a 120 minutos, no mínimo. Na Atividade 3, os estudantes deverão utilizar caixas de pasta de dente ou remédios para identificar possíveis planificações desses objetos e tirar algumas conclusões a respeito de suas superfícies.

Finalmente, o último encontro poderá ser feito em uma aula de cinquenta a sessenta minutos, revelando o processo de construir um cubo por meio de diferentes modelos de planificação (os onze modelos poderão ser vistos no Apêndice deste trabalho).

Convém ressaltar que as duas últimas Atividades mostram os dois passos: *objeto* --> *planificação* e *planificação* --> *objeto*. A Tabela 4 resume os objetivos das quatro atividades:

Tabela 4 – Atividades e Objetivos de Visualização

Atividade	Objetivo
1	Identificar objetos tridimensionais no ambiente escolar
2	1) Identificar saberes prévios sobre planificação 2) Desenhar um objeto e sua planificação 3) Desenhar uma pirâmide a partir de sua planificação
3	1) Desconstruir uma caixa e obter sua planificação 2) Calcular a área de sua superfície
4	1) Identificar faces opostas do cubo a partir de suas planificações 2) Construir o cubo partindo de sua planificação

Fonte: A autora

Ressaltamos que o objetivo da proposta didática é introduzir a unidade temática Geometria Espacial, tendo em vista que sua extensão percorre, muitas vezes, meses de planejamento e aplicação. Além disso, pretendemos identificar eventuais dificuldades na visualização de objetos planos e tridi-

mensionais, bem como desenvolver a relação básica entre a superfície de um cubo e sua planificação, por exemplo. A seguir, vamos descrever cada Atividade e uma proposta de resolução.

Atividade 1. Faça uma busca por objetos tridimensionais na escola e registre esses objetos por meio de fotografias. Em seguida, compartilhe as suas fotos em um mural *padlet*¹ disponibilizado pela professora. Acesse o site por meio do QR Code a seguir:

Figura 27 – QR Code para o ambiente *padlet*



Fonte: A autora

Resolução da Atividade 1. O aluno irá percorrer o ambiente da escola e fotografar objetos conforme a Atividade solicitada. Seu próximo passo será acessar o *site* por meio do QR Code exibido acima ou por meio do *link*

<<https://padlet.com/milenafarias1/a1-fotografias-de-objetos-tridimensionais-ppxq2mmvr4ctpmxv>>.

Após o acesso, seu próximo passo será enviar as fotos que registrou no mural *padlet*. Para isso, deverá abrir a câmera do seu celular e mirar no QR Code da Figura 27. Em seguida, deverá clicar na aba + e iniciar o *upload* da imagem (ver Figura 28).

Figura 28 – Visualização do *site* do *padlet*

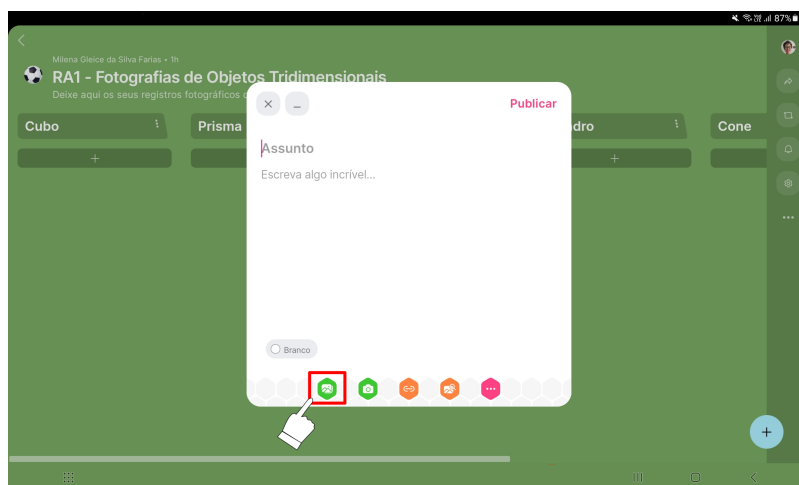


Fonte: Farias, 2023

¹ Site interativo em que é possível criar murais de imagens, *links* e textos compartilhados e com diversos colaboradores instantâneos.

Posteriormente, o aluno será redirecionado para uma aba em que poderá escolher como realizar a sua postagem. Para tal Atividade, o estudante deverá selecionar o ícone de foto (ver Figura 29).

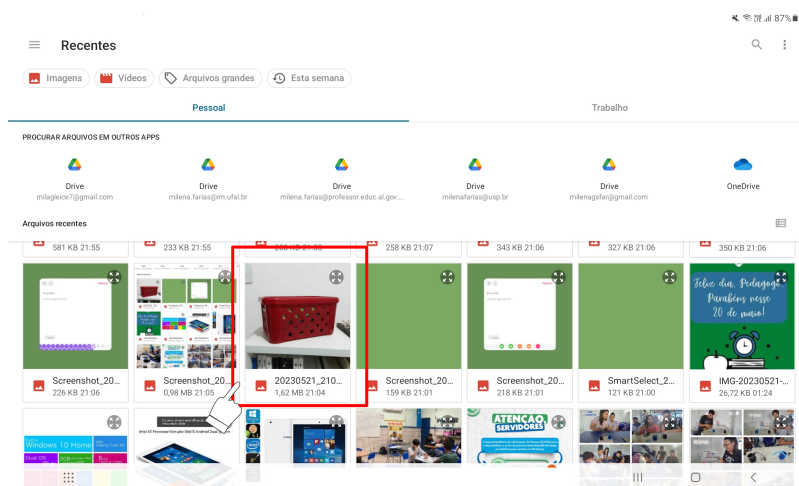
Figura 29 – Selecionando a mídia na aba do *padlet*



Fonte: Farias, 2023

O aluno deverá selecionar a fotografia correspondente à coluna do mural selecionada. Neste caso, vamos enviar a imagem de uma caixa a partir da biblioteca do celular exemplificado (ver Figura 30).

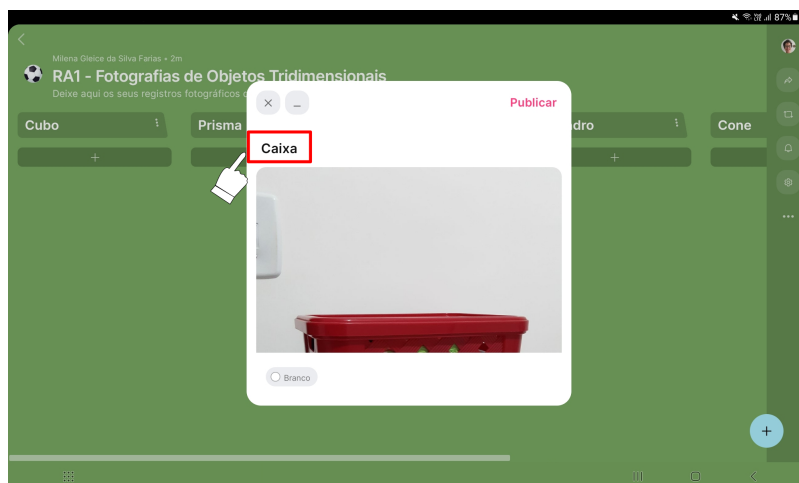
Figura 30 – Selecionando uma fotografia na biblioteca do celular



Fonte: A Autora

Ao selecionar a imagem, o estudante irá observar que a mídia será carregada na aba que está aberta. Após a conclusão do envio, o aluno poderá inserir um título e comentários em sua postagem (ver Figura 31).

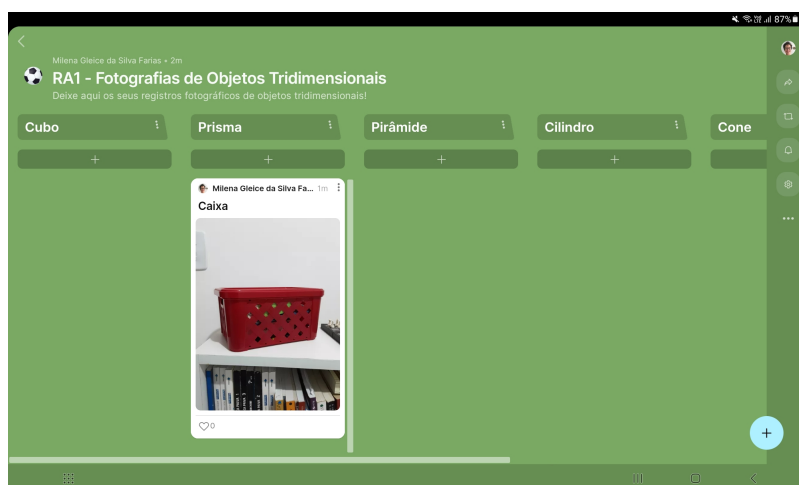
Figura 31 – Inserindo título na Postagem do *padlet*



Fonte: Farias, 2023

A partir daí, o aluno deverá realizar o mesmo procedimento descrito acima para enviar outras fotos tiradas durante a Atividade, selecionando a coluna adequada conforme sua observação. Vale ressaltar que as colunas eram, a saber: Cubo, Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone e Esfera (ver Figura 32)

Figura 32 – Postagem no *padlet* concluída

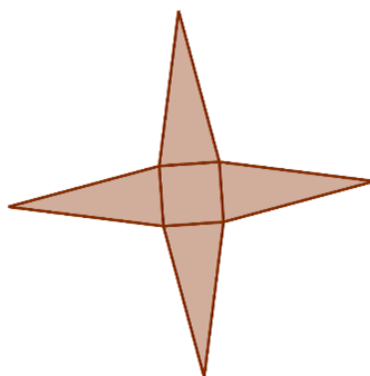


Fonte: Farias, 2023

A Atividade a seguir tem como objetivo identificar o que os estudantes compreendem sobre planificação.

Atividade 2. Responda atentamente os itens a seguir.

- a) Na sua opinião, o que significa planificar um objeto?
- b) Se possível, desenhe um objeto qualquer e dê um exemplo de planificação desse objeto.
- c) Observe a planificação a seguir.

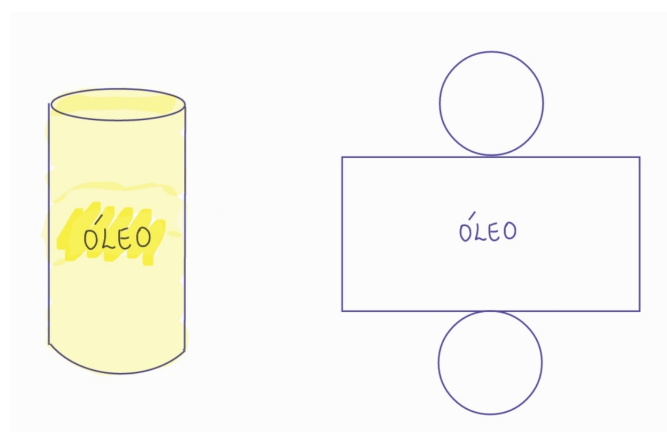


Qual é o objeto tridimensional que podemos montar com ele? Escreva o nome do objeto e desenhe.

Resolução da Atividade 2. As repostas a seguir são de caráter sugestivo.

- Planificar um objeto significa representar todos os elementos de sua superfície e um único plano, formando uma região limitada após esse processo.
- Um possível objeto neste item é uma lata de óleo e sua respectiva planificação:

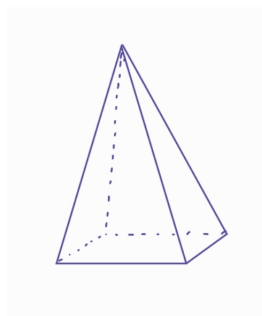
Figura 33 – Planificação de uma lata de óleo



Fonte: A Autora

- Podemos montar uma pirâmide:

Figura 34 – Uma pirâmide



Fonte: A Autora

O objetivo da próxima Atividade é desenvolver habilidades de desconstrução dimensional do estudante, bem como exercitar o cálculo de áreas de figuras planas e de superfícies.

Materiais Necessários para a Atividade 3:

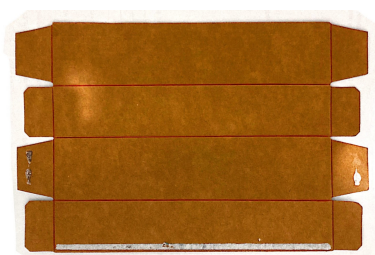
- Caixas de embalagens de produtos em formato de paralelepípedo (pasta de dente, aveia, etc), sendo uma para cada estudante;
- Tesouras;
- Caneta ou hidrocor;
- Régua de 30 cm;
- Esquadro;
- Papel A4.

Recomendamos que o professor também execute os três primeiros itens da Atividade com uma caixa e acompanhe cada etapa para facilitar a execução da tarefa pelo estudante.

Duração da Atividade: 120 minutos

Atividade 3. **Instruções:**

- a) Com o auxílio de uma tesoura, abra a caixa separando as abas coladas.
- b) Corte todas as abas de colagem.
- c) Com uma régua e uma caneta, trace as linhas que indicam as dobras da caixa. Sua caixa ficará assim:



- d) Quais formas geométricas você pode identificar? Quais as medidas de suas dimensões?
- e) Calcule a área de cada uma dessas Figuras. Se for necessário, faça uma aproximação dessa área.
- f) Calcule a área total da planificação.
Observação: o leitor perceberá que há faces a mais na caixa planificada. Essa discussão será evidenciada no item j) desta atividade.
- g) Observe novamente a sua planificação e reflita: existem formas geométricas com mesma área? Se sim, identifique as formas de mesma área com números.

- h) Se possível, calcule a área total da planificação usando o item anterior.
- i) Cole uma das faces no papel A4. Aguarde alguns minutos e, em seguida, feche novamente a planificação. Qual sólido geométrico assemelha-se a esta caixa?
- j) Observe novamente a sua caixa. Existem faces em excesso? Se sim, retire essas faces para obter uma representação mais próxima da planificação da caixa. Após retirar todas as abas em excesso, qual a área total da planificação? Ela é mais próxima do sólido geométrico que você respondeu no item i)?

Resolução da Atividade 3.

- a) e b) Com uma tesoura, o estudante deverá abrir a caixa. Recortam-se as abas de colagem, como exibido na Figura 35 abaixo:

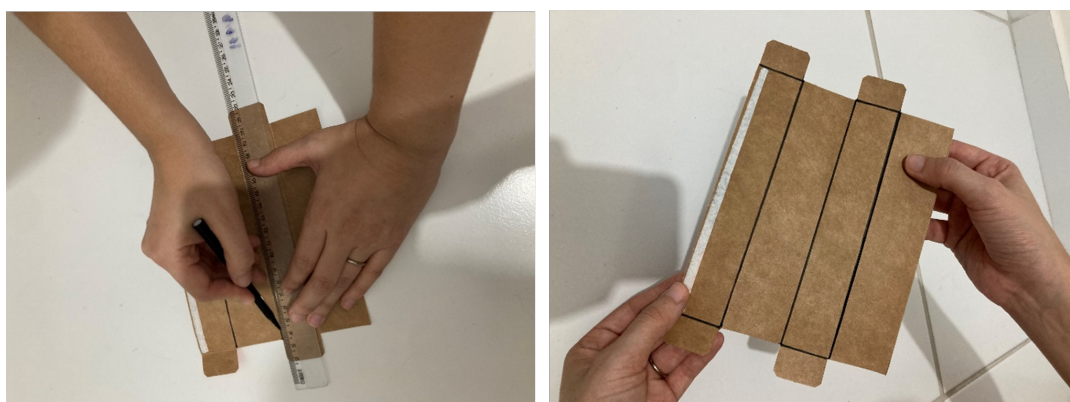
Figura 35 – Passo a) e b) da Atividade 3



Fonte: A Autora

- c) Acendemos as marcações de dobras da embalagem:

Figura 36 – Passo c) da Atividade 3



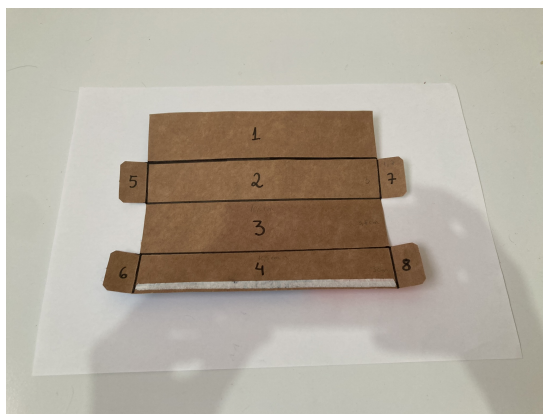
Fonte: A Autora

- d) Na caixa planificada, podemos identificar que os ângulos internos de cada quadrilátero medem 90° , o que nos permite concluir que se tratam de retângulos. Além disso, temos

dois retângulos medidas 16,5 cm x 3 cm, dois retângulos de dimensões 16,8 cm x 3 cm, e quatro Figuras que se assemelham a retângulos (mas com cortes em dois desses "vértices") com medidas 3 cm x 1,7 cm.

e) Vamos numerar cada uma das Figuras da caixa planificada, como exibido na Figura 37:

Figura 37 – Passo e) da Atividade 3



Fonte: A Autora

Passemos a calcular as áreas das oito regiões numeradas:

- Retângulo 1: $A_1 = 16,5 \text{ cm} \times 3,8 \text{ cm} = 62,7 \text{ cm}^2$
- Retângulo 2: $A_2 = 16,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}^2$
- Retângulo 3: $A_3 = 16,5 \text{ cm} \times 3,8 \text{ cm} = 62,7 \text{ cm}^2$
- Retângulo 4: $A_4 = 16,5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 49,5 \text{ cm}^2$
- Regiões 5, 6, 7 e 8: Vamos aproximar a área dessas regiões por um retângulo de dimensões 3 cm x 1,7 cm:

$$A_5 = 3 \text{ cm} \times 1,77 \text{ cm} = 5,1 \text{ cm}^2$$

f) A Área Total (A_t) da planificação é a soma das áreas das regiões 1 a 8. Temos:

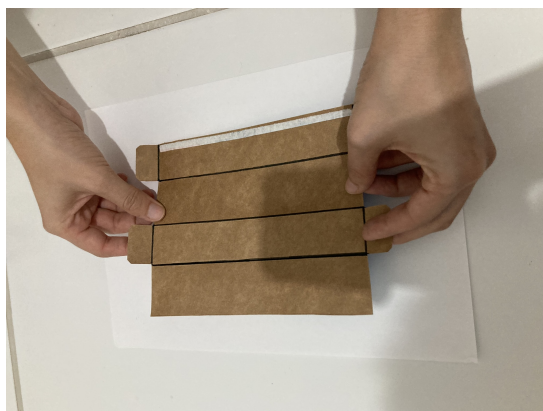
$$\begin{aligned} A_t &= \sum_{n=1}^8 A_n \\ &= A_1 + A_2 + \dots + A_8 \\ &= (62,7 + 49,5 + 62,7 + 49,5 + 5,1 + 5,1 + 5,1 + 5,1) \text{ cm}^2 \\ &= 244,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

- g) Segundo o item d), as regiões 1 e 3, 2 e 4 e as quatro últimas regiões são congruentes, com áreas medindo $62,7 \text{ cm}^2$, $49,5 \text{ cm}^2$ e $5,1 \text{ cm}^2$, respectivamente.
- h) Vamos calcular a área total novamente, agora agrupando as regiões de mesma área. Note que

$$\begin{aligned} A_t &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 4 \cdot A_5 \\ &= 2 \cdot 62,7 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 49,5 \text{ cm}^2 + 4 \cdot 5,1 \text{ cm}^2 \\ &= 244,8 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

- i) Após colar uma das faces no papel e fechar a planificação, o resultado será como o exibido na Figura 38:

Figura 38 – Passo i) da Atividade 3



Fonte: A Autora

Observamos que a caixa assemelha-se a um paralelepípedo.

- a) Ao retirar as figuras 7 e 8, obtemos uma planificação mais fiel ao paralelepípedo. Vamos calcular a nova área total:

$$\begin{aligned} A_t &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_5 \\ &= 2 \cdot 62,7 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 49,5 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 5,1 \text{ cm}^2 \\ &= 234,6 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

A Atividade 4 tem como objetivo planificar o cubo com modelos menos tradicionais, expandindo os conhecimentos a respeito dos diversos tipos de planificações do cubo existentes. O professor poderá executá-la em grupo, se for conveniente. Além disso, podem ser feitas Atividades análogas para planificações de outros poliedros e corpos redondos.

Materiais necessários para a Atividade:

- Planificações do cubo em papel A4 (ver modelos em 8);
- Tesouras;
- Régua;
- Cartolina guache ou carmem em tamanho A4 (o professor poderá dividir uma cartolina em quatro partes com o auxílio de uma régua).

Observação: as cartolinas guache e carmem diferem em suas gramaturas. Recomendamos a cartolina guache por ser mais difícil de amassar; todavia, o resultado com cartolina carmem também atende ao objetivo da atividade.

Duração da Atividade: 120 minutos

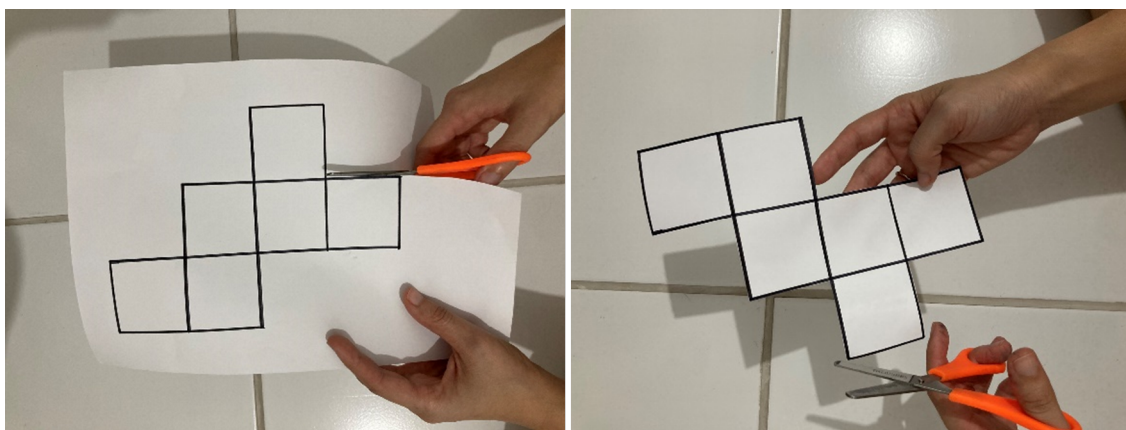
O professor deverá entregar para cada aluno uma planificação em papel cartão, tesoura, fita e uma cartolina em tamanho A4.

- Atividade 4.
- Corte a planificação entregue com uma tesoura.
 - Efetue as dobras de cada segmento, sem colar.
 - Pintar as faces opostas da sua planificação.
 - Feche a planificação, formando um cubo. Ao fechá-lo, as faces opostas têm a mesma cor?
 - Escolha uma das faces e cole-a na cartolina.
 - Observe a sua planificação e a dos seus colegas. O sólido geométrico gerado é o mesmo? O que você pode concluir?
 - Qual figura geométrica de duas dimensões ocorre na planificação? Quantas vezes essa figura aparece?
 - Com uma régua, meça o lado de uma dessas figuras. Qual medida você encontrou?
 - Qual a área desta figura? Registre em seu caderno.
 - Qual a área total da sua planificação? Compare a sua resposta com a dos seus colegas.

Resolução da Atividade 4.

- Com uma tesoura, cortamos a planificação (ver Figura 39).

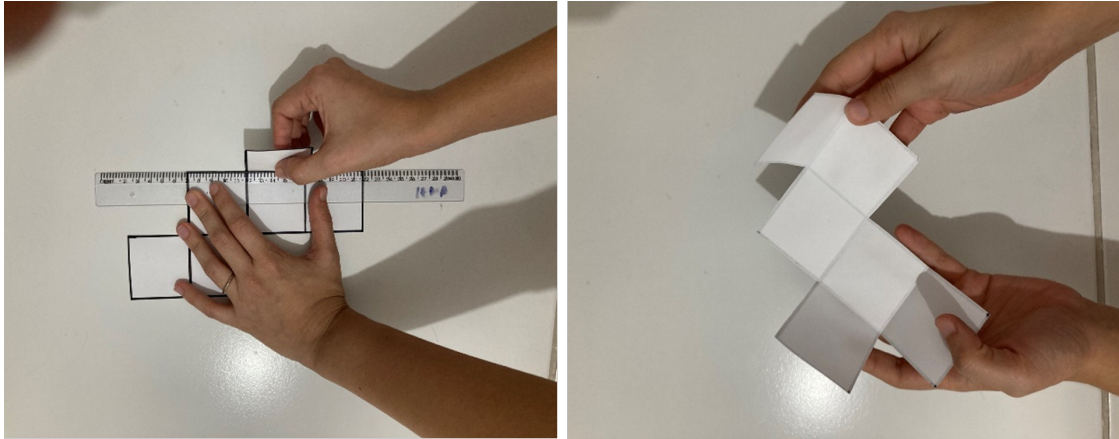
Figura 39 – Passo a) da Atividade 4



Fonte: A Autora

- b) e c) Dobramos cada segmento da planificação e fechamos conforme as dobras, formando um cubo (ver Figura 40).

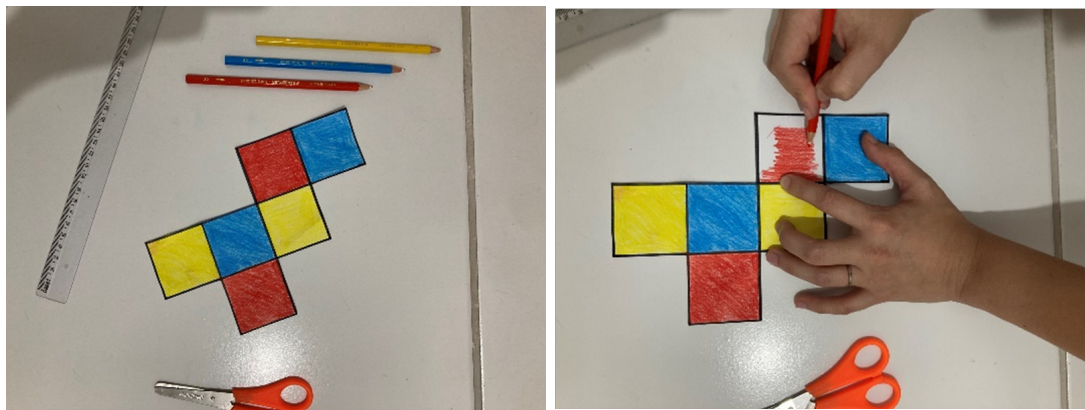
Figura 40 – Passos b) e c) da Atividade 4



Fonte: A Autora

d) Pintamos as faces opostas com o auxílio do item anterior (ver Figura 41).

Figura 41 – Passo d) da Atividade 4



Fonte: A Autora

e) Colamos uma das faces na cartolina, centralizando a planificação o máximo possível (ver Figura 42).

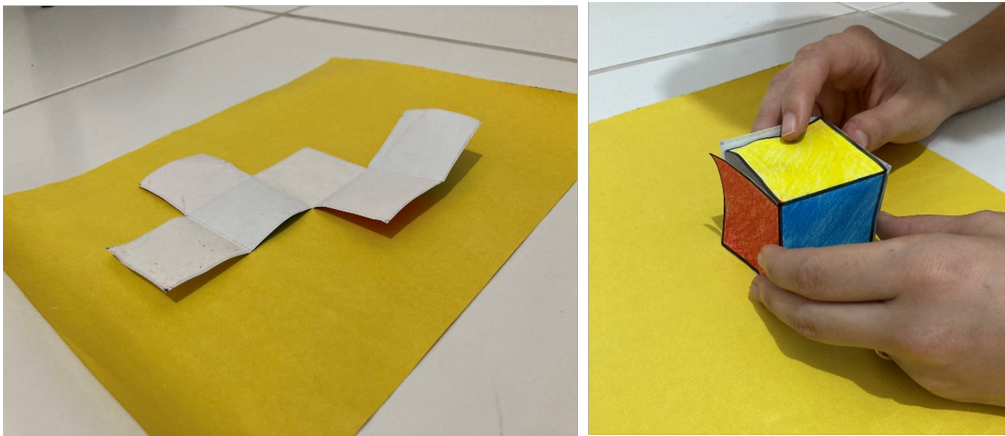
Figura 42 – Passo e) da Atividade 4



Fonte: A Autora

- f) Ao observar o sólido montado, percebemos que todas as planificações resultam no mesmo sólido: o cubo. A Figura 43 exibe a construção final.

Figura 43 – Passo f) da Atividade 4



Fonte: A Autora

- g) A Figura geométrica quadrado aparece seis vezes na planificação.
 h) Um quadrado desta planificação mede 5 cm de lado.
 i) A área do quadrado é dada por meio do quadrado da medida de seu lado. Assim,

$$A_{\text{Quadrado}} = (5\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2.$$

- j) A área total da planificação é obtida multiplicando a área calculada no item i) por seis. Com efeito,

$$A_{\text{Total}} = 6 \times A_{\text{Quadrado}} = 150\text{cm}^2.$$

As Atividades acima são sugestões e não limitam o tema da pesquisa. Podem ser feitas Atividades análogas para o estudo da superfície de cilindros e cones, por exemplo.

6 RELATO DA APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

A proposta didática foi aplicada na Escola Estadual Dra. Eunice de Lemos Campos, em Maceió, no mês de maio do ano de 2023. Participaram da aplicação alunos de uma turma da terceira série do Ensino Médio, identificada por sua composição diversificada no que se refere à aprendizagem dos estudantes. A turma continha alunos com diferentes níveis de compreensão em conceitos geométricos, segundo a observação da autora. Para uso da imagem e das respostas desenvolvidas pelos alunos, foi solicitada Autorização aos pais dos estudantes por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que pode ser encontrado no apêndice deste trabalho.

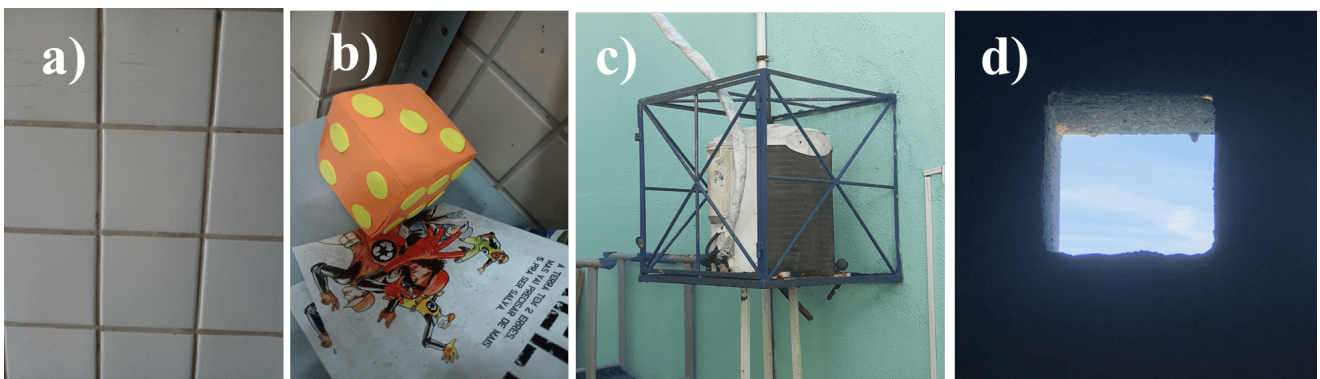
As Atividades foram analisadas por meio das aplicações, das aulas expositivas, dos comentários e dúvidas que surgiram durante o processo. A turma é formada por trinta e três alunos que compareceram em pelo menos uma das Atividades. Para preservar a identidade dos estudantes, identificaremos os respondentes por códigos (A1, A2, A3 etc.).

6.1 Atividade 1

A Atividade 1 buscava retirar o estudante da sala de aula para que ele pudesse localizar objetos tridimensionais no ambiente escolar. Apresentamos a seguir as imagens fixadas no mural *padlet* construído.

A Figura 44 mostra que os estudantes deste grupo apresentaram a habilidade de identificar objetos com o formato de um cubo, apesar de sinalizarem algumas imagens mais próximas a um quadrado.

Figura 44 – Imagens de cubos segundo o mural *padlet* dos estudantes



Fonte: A Autora

A Figura 45 ilustra algumas fotografias em que os alunos identificaram objetos semelhantes a um prisma e a uma pirâmide.

Figura 45 – Imagens de prismas e pirâmides segundo o mural *padlet* dos estudantes



Fonte: A Autora

Assim como no caso do cubo, as imagens b) e c) da Figura 45 apresentam que os estudantes identificaram como tridimensionais objetos mais próximos de itens planos. Finalmente, a Figura 46 ilustra fotografias associadas a corpos redondos.

Figura 46 – Imagens de corpos redondos segundo o mural *padlet* dos estudantes



Fonte: A Autora

Note que o item b) indica um objeto que nos lembra o tronco de um cone e o item d) sinaliza um círculo, que foi associado a uma esfera.

Esta Atividade mostrou-se mais interativa e transcorreu com poucas dificuldades.

6.2 Atividade 2

A Atividade 2 consistia na aplicação de um questionário com algumas perguntas sobre planificação. A tabela 5 mostra os resultados da primeira pergunta do questionário:

Tabela 5 – Respostas da Pergunta 1 (Atividade 2)

Código do Aluno	PI. Na sua opinião, o que significa planificar um objeto?
A1	Base para formar figura geométrica

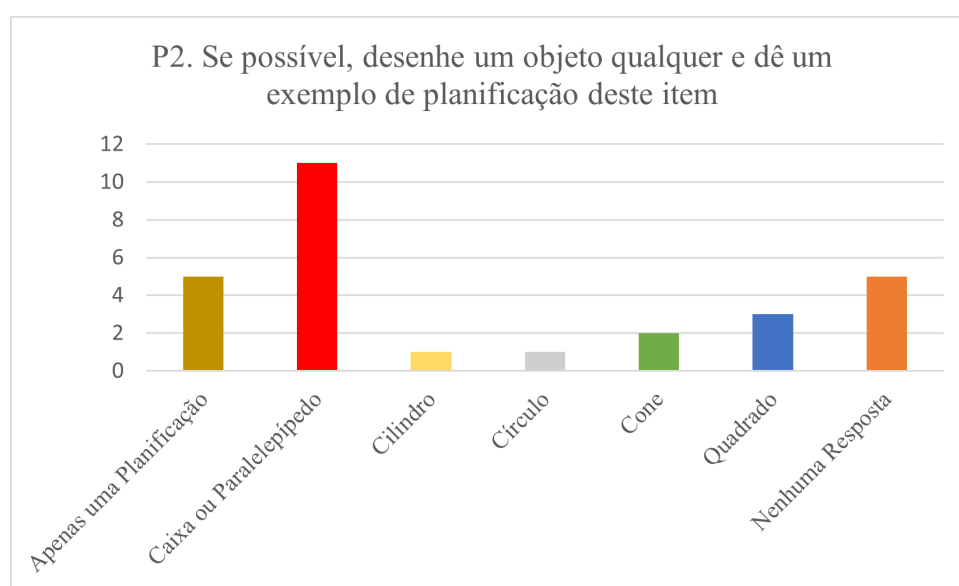
A2	Desmontá-lo e deixá-lo reto sobre a planície
A3	É a forma base para ter as formas geométricas
A4	Cortar de uma forma com que possamos perceber o objeto em partes
A5	Na minha opinião significa ter que abrir uma caixa para poder aproveitar ela para fazer algumas outras coisas, tipo usar ela para criar um objeto ou remodelar
A6	Planificar um objeto é o decompor em uma superfície, ou seja, tornar um objeto tridimensional em bidimensional sem perder sua essência
A7	Planificar é um objeto como cubo, triângulo, quadrado (mas só que ele aberto com todas as marcações de como fechar ele de novo. São objetos abertos.
A8	Planificar um objeto seria como desmontá-lo em várias partes, mas com pelo menos uma parte dele ligado a todos dependendo da forma dele. E olhando o mesmo de cima seria como um recorte de folha, por exemplo.
A9	Transformar um objeto em alguma coisa
A10	Não sei responder essa pergunta
A11	Na minha opinião planificar um objeto é pegar uma caixa de papelão e desmontar ela, tipo colocar em cima de uma mesa e planificar ela, deixar ela toda reta.
A12	Colocar um objeto em uma estrutura plana e abrir como se fosse um objeto de papel
A13	Na minha opinião é objetos sem curva, que forma uma esfera
A14	É quando eu abro um objeto deixando todas as suas partes abertas assim deixando ele plano
A15	É basicamente abrir um objeto de uma forma que ele fique esticado no chão.
A16	Alterar a sua forma, deixando todos os seus lados planos dando para enxergar todos em um ângulo só
A17	A planificação de um sólido geométrico é uma figura geométrica da forma pela superfície de sólido que possa ser uma planificação
A18	Refazer ou desmontar um objeto
A19	Na minha opinião planificar um objeto é deixá-lo reto no formato ou no lugar.
A20	Deixar o objeto sem o espaço vazio dentro dele

Fonte: A autora

A respeito das respostas da pergunta 1, destacamos a resposta do aluno A6, ao afirmar que *Planificar um objeto é o decompor em uma superfície, ou seja, tornar um objeto tridimensional em bidimensional sem perder sua essência.*

A pergunta 2 solicitava que o estudante desenhasse um objeto qualquer e desse um exemplo de planificação desse item. A Figura 47 exibe o quantitativo de respostas relacionadas a cinco figuras e objetos clássicos identificados (paralelepípedo, cilindro, cone, quadrado e círculo) nas respostas apresentadas. Cinco alunos apresentaram apenas uma resposta de planificação (sem o desenho do objeto solicitado) e outros cinco estudantes não responderam esta pergunta.

Figura 47 – Respostas da pergunta 2 (Figura 2)

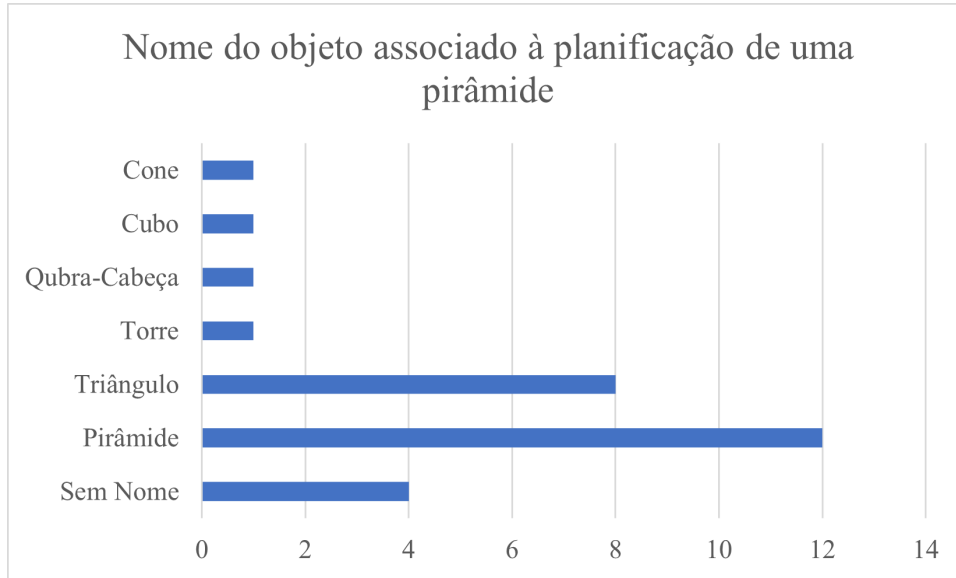


Fonte: A Autora

Ressaltamos que os estudantes respondentes dos termos "círculo" e "quadrado" (figuras planas) não apresentaram um objeto tridimensional em seus registros, tendo estas figuras como a única resposta ao item. Isso indica que as habilidades de visualização espacial desses alunos não estavam bem desenvolvidas a ponto de registrarem de modo satisfatório um objeto tridimensional.

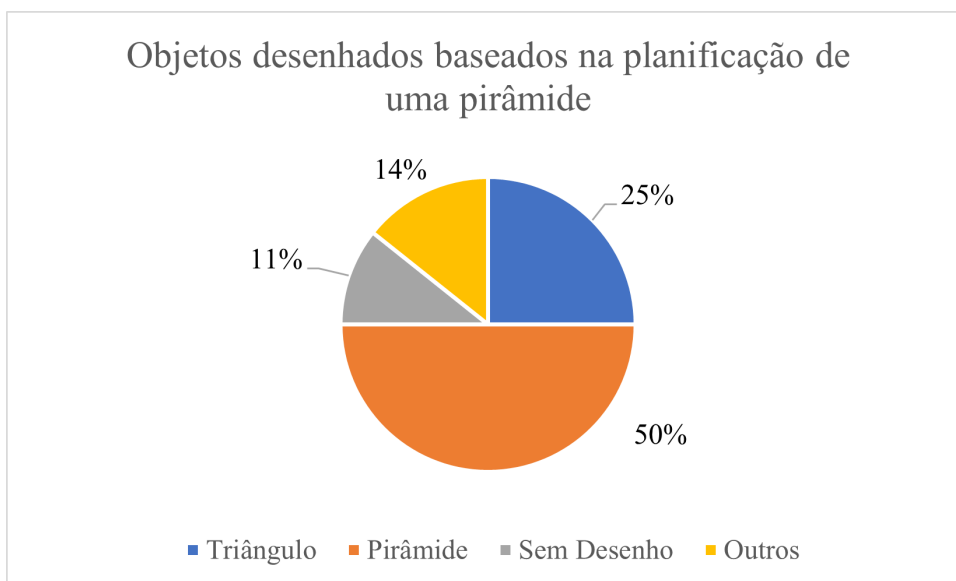
Com relação à última pergunta, observamos que a maioria dos estudantes identificou a planificação como uma pirâmide, mas oito dos trinta respondentes afirmaram se tratar de um triângulo, como exibido na Figura 48. Em termos percentuais, a Figura 49 apresenta os dados obtidos.

Figura 48 – Respostas da pergunta 3 (Atividade 2)



Fonte: A Autora

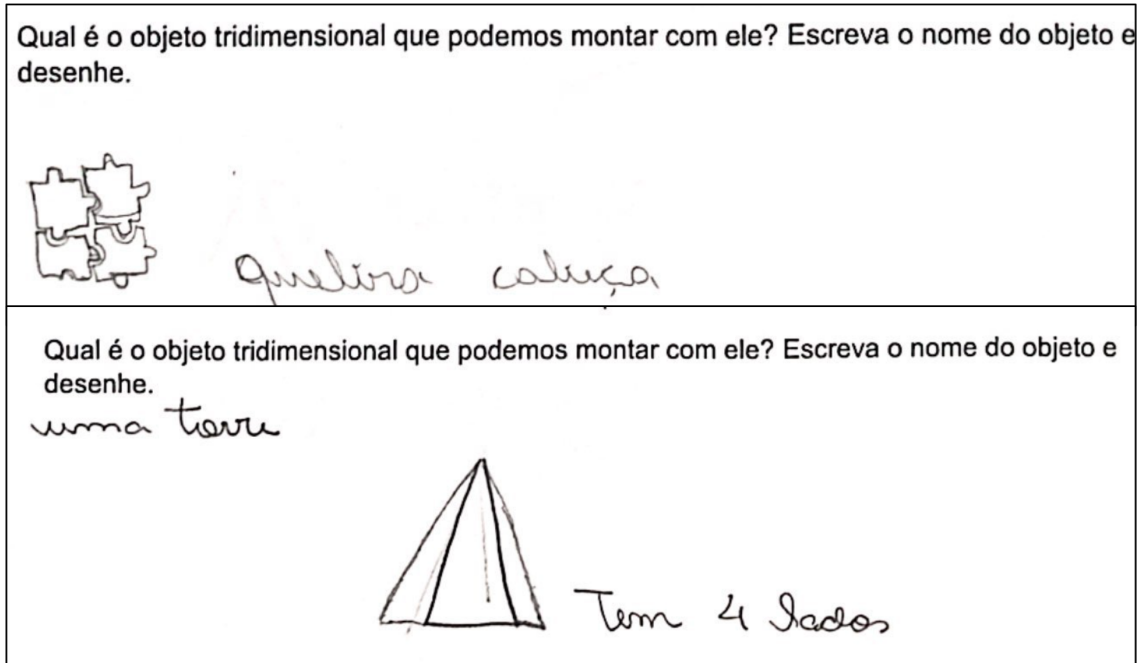
Figura 49 – Planificando uma caixa qualquer



Fonte: A Autora

Observamos que as respostas dos alunos são diversas e apontam diferentes percepções sobre planificar. Destacamos, por exemplo, a resposta do aluno A9, que sinalizou a planificação da pirâmide como uma torre, e a imagem expressa pelo aluno A13, relacionando a planificação com um quebra-cabeça. Identificamos nestas respostas, ilustradas na Figura 50, elementos de um saber geométrico associado a objetos do cotidiano e com pouca formalização geométrica.

Figura 50 – Repostas dos alunos A9 e A13



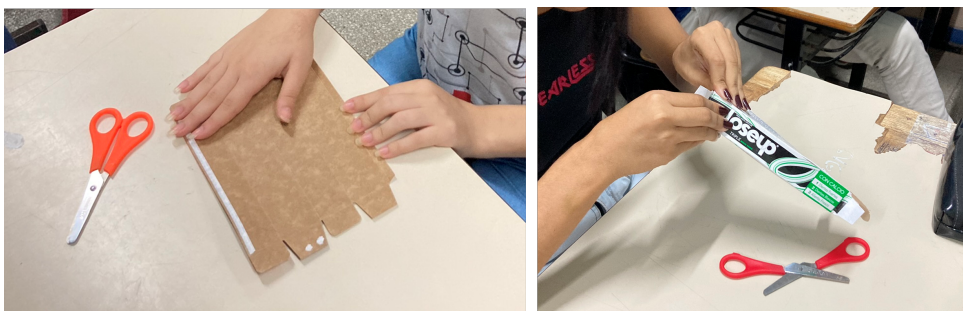
Fonte: A Autora

A conclusão obtida nesta Atividade é que o grupo pesquisado possui conhecimento significativo sobre a definição do ato de planificar, mas comete alguns equívocos na nomenclatura de objetos tridimensionais. Como previsto, existem casos (ver Figura 50) que apresentam a necessidade de Atividades mais elementares e de uma revisão sobre a diferença entre o lado de uma figura plana e a aresta de um poliedro.

6.3 Atividade 3

A Atividade 3 tinha como objetivo identificar uma possível planificação de uma caixa e calcular a área da sua superfície. Esta Atividade apresentou-se mais desafiadora para os estudantes e pudemos observar que alguns alunos não associavam adequadamente a ideia de área, confundindo retângulos com quadrados, na maioria das vezes. A Figura 51 mostra a etapa de abrir a caixa e retirar as abas de colagem.

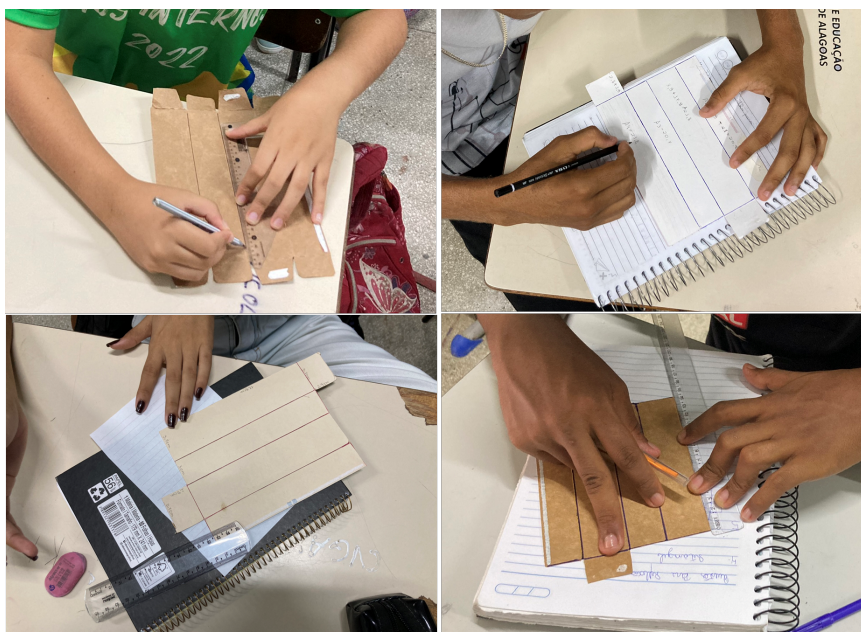
Figura 51 – Planificando uma caixa qualquer



Fonte: A Autora

Observamos que o item da Atividade que solicitava acender as linhas de dobra da caixa foi muito importante para a compreensão das diferentes faces da caixa. Parte desta etapa é exibida na Atividade 52:

Figura 52 – Acendendo as linhas de dobra com hidrocor



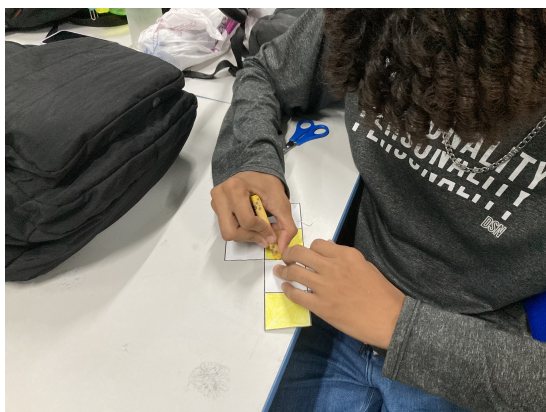
Fonte: A Autora

Identificamos que alguns alunos não conseguiram calcular a área dos elementos da planificação e responderam o último item da Atividade de maneira equivocada, associando o sólido a um retângulo ou quadrado (Cole uma das faces no papel A4. Aguarde alguns minutos e, em seguida, feche novamente a planificação. Qual sólido geométrico assemelha-se a caixa?). Concluimos que uma nova aplicação em outra turma necessita de mais atenção a este item, tendo em vista que o professor deverá explicar com detalhes o significado da frase "feche novamente a planificação".

6.4 Atividade 4

A Atividade tinha como objetivo desenvolver no estudante a capacidade de observar uma planificação e dobrá-la de modo a compreendê-la como superfície de um objeto tridimensional, a saber, o cubo. A Atividade transcorreu sem muitas dificuldades, mas alguns alunos levaram mais tempo para identificar as faces opostas do cubo, indicando o processo de visualização dos estudantes e sinalizando possíveis habilidades envolvendo paralelismo de planos ainda em desenvolvimento. A Figura 53 ilustra alguns passos da construção da Atividade entre os alunos.

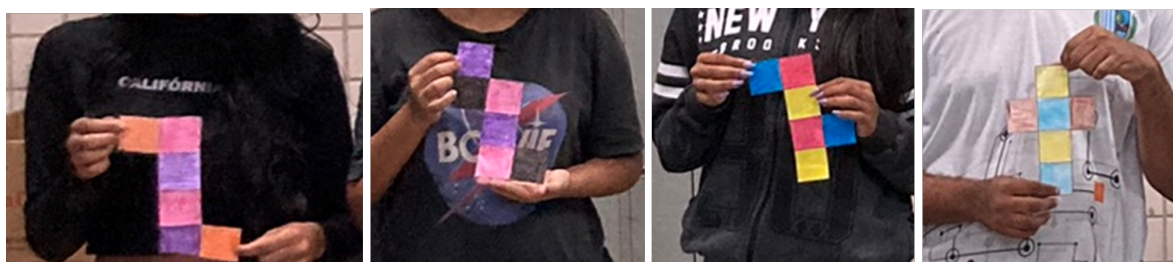
Figura 53 – Aluno construindo o cubo por meio de diferentes planificações



Fonte: A Autora

A Figura 54 ilustra a resposta de alguns estudantes com diferentes modelos de planificação do cubo.

Figura 54 – Modelos de planificação do cubo



Fonte: A Autora

A Figura 55 mostra a peça final de alguns alunos. Convém notar que este processo contou com momentos de muita colaboração entre os estudantes.

Figura 55 – Alunos com os cubos finalizados na cartolina



Fonte: A Autora

Entendemos que esta Atividade foi bem prazerosa para o grupo em sala de aula, especialmente a etapa inicial de construção do modelo tridimensional na cartolina.

6.5 Questionário de Satisfação dos Estudantes

Após a aplicação das Atividades listadas no capítulo 5, solicitamos que os estudantes respondessem a um questionário eletrônico com quatro perguntas. O objetivo era identificar a relevância das

Atividades para a aprendizagem dos alunos na temática escolhida.

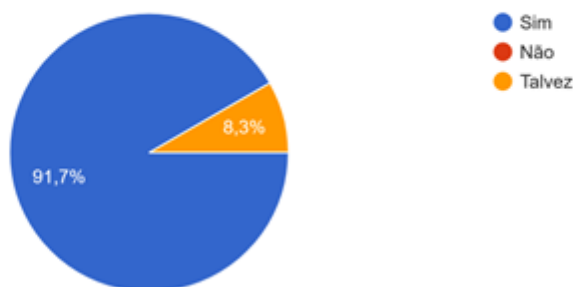
Nas três primeiras perguntas, os estudantes deveriam selecionar uma das alternativas. A última pergunta permitia que o aluno escrevesse algum comentário a respeito da Atividade. A seguir, apresentamos o questionário na íntegra.

1. Você acredita que as Atividades aplicadas contribuíram para a sua aprendizagem sobre planificação de objetos tridimensionais?
 - Sim
 - Não
 - Talvez
2. Na sua opinião, as Atividades aplicadas poderão contribuir para que outros alunos aprendam a identificar a planificação de objetos tridimensionais?
 - Sim
 - Não
 - Talvez
3. Você se sente mais confiante para estudar geometria após as Atividades aplicadas?
 - Sim
 - Não
 - Talvez
4. Gostaria de deixar algum comentário sobre as Atividades? Use o espaço abaixo.

Após a aplicação do questionário, concluímos que a maioria dos estudantes indicou que as Atividades foram relevantes para a própria aprendizagem de geometria, como ilustra a Figura 56:

Figura 56 – Gráfico da Pergunta 1 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)

Você acredita que as atividades aplicadas contribuíram para a sua aprendizagem sobre planificação de objetos tridimensionais?
12 respostas

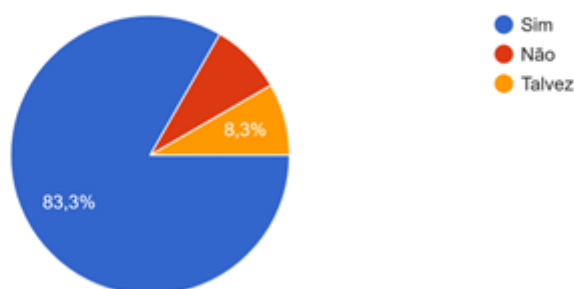


Fonte: Google Forms

A respeito da percepção sobre a contribuição das Atividades para outros estudantes, a totalidade dos respondentes afirmou que as Atividades podem contribuir para a aprendizagem do estudante em geometria. O questionário permitiu-nos concluir que os estudantes veem-se mais confiantes para estudar temas dessa área. Esse resultado é extremamente positivo para o ensino-aprendizagem escolar, como ilustra a Figura 57.

Figura 57 – Gráfico da Pergunta 3 (Questionário de Satisfação dos Estudantes)

Você se sente mais confiante para estudar geometria após as atividades aplicadas?
12 respostas



Fonte: Google Forms

Os comentários dos alunos a respeito da proposta didática são exibidos a seguir, sem identificá-los.

- A1. *Acredito que foi um ótimo trabalho, que me ajudou a me sentir mais segura com a Atividade e acredito que me sinto confiante nessas Atividades de Geometria.*
- A2. *Agora me sinto um pouco mas confiante quando se trata de geometria.*
- A3. *Foi divertido aprender sobre as figuras, me interessei mais pela geometria. Será interessante ter mais aulas assim.*
- A4. *Me senti mais confiante com esse aprendizado sobre geometria, foi como uma revisão do que aprendi no fundamental e tinha até esquecido.*
- A5. *Eu achei uma experiência incrível fazendo essas Atividades.*
- A6. *As Atividades são muitas boas e importante para o nosso aprendizado, porém eu ainda não consegui entender nada.*
- A7. *Eu gostei muito, abriu mais a minha mente sobre o assunto.*
- A8. *E bem divertido, acho que é bem mais fácil prático de aprender.*
- A9. *Atividades criativas que nos ajudou a desenvolver nosso aprendizado sobre a geometria plana.*

- A10. *Atividades como as que foram realizadas em sala ajudam consideravelmente a reforçar e/ou criar uma base que, ao longo do tempo, acabou defasada por circunstâncias desfavoráveis ao desenvolvimento escolar. Portanto, agora não há mais razões para não avançarmos com segurança aos conteúdos que nos aguardam dentro da geometria!*
- A11. *Gostei muito, pois podemos ter noções diferentes daquilo que achávamos sobre os objetos, pq muita gente não tem essa noção, foi algo bem didático e necessário!*
- A12. *Antes das Atividades aplicadas pela professora, eu tinha algumas dúvidas e dificuldades sobre os objetos tridimensionais. após as primeiras explicações já consegui entender algumas coisas, e quando fizemos na prática ficou tudo mais fácil e claro de como eles eram, como eram as planificações, como medir largura, altura e comprimento.*

Como professora da turma, tive imensa satisfação em notar que os estudantes não apenas gostaram das atividades propostas, como aprenderam a identificar diferentes planificações e seus objetos tridimensionais associados. Apesar do relato do aluno A6 apresentar a necessidade de um acompanhamento mais detalhado no dia a dia de sala de aula para alguns estudantes, concluo que as tarefas indicam um caminho promissor para o desenvolvimento de habilidades de visualização espacial.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estudar geometria, para muitos, pode ser uma experiência desconfortável. Além disso, ensinar aspectos da geometria euclidiana plana e espacial torna-se uma tarefa árdua, quando os estudantes não tem acesso a propostas didáticas que exploram os primeiros elementos dessa área da matemática de maneira adequada. Perceber problemas de continuidade na unidade temática geometria não é incomum na prática da sala de aula, e, como professores, necessitamos atuar em tal cenário. Conseqüentemente, há a necessidade de realizar atividades de recomposição da aprendizagem, como o proposto neste trabalho.

Observamos no Capítulo 2 que as dissertações obtidas na pesquisa prévia realizada apontaram que atividades de visualização para estudantes do ensino básico não foram objeto de estudo prioritário no período analisado. Apesar das cinco dissertações envolvendo a temática planificações abordarem esse objeto matemático, existe a necessidade de expandir atividades envolvendo planificação associada ao desenvolvimento da visualização tridimensional de maneira intencional. A BNCC prevê diversas habilidades envolvendo o processo de visualização em contextos variados e faz-se necessário que professores atuem nessa recomposição.

Recordamos que o ato de imaginar objetos, situações e narrativas é inerente ao ser humano. Visualizar é, portanto, ter consciência do próprio espaço, saber medir distâncias e assimilar a noção de dimensão; é ter a habilidade de representar figuras planas e sólidos geométricos mentalmente e saber descrevê-los por meio de registros escritos, culminando na capacidade do indivíduo de usar essas informações para tomar decisões e resolver problemas. Na escola, atuamos no desenvolvimento do saber matemático sistemático e correlacionado com outros campos - as ciências humanas, da natureza e outras linguagens. Fazer essa interação com o máximo de significado para os alunos talvez seja um dos grandes desafios para professores de matemática e perpassa o ensino da geometria. Essa última, por sua vez, não pode ocorrer sem os devidos fundamentos estabelecidos. Atuar sem a convicção de que os estudantes conseguem visualizar estruturas tridimensionais pode tornar o trabalho ainda mais desgastante e improdutivo. Desse modo, o capítulo 3 apresentou argumentos que incentivam a necessidade de atividades com foco em visualização na prática do ensino da matemática, ainda que esta ocorra numa fase distante dos primeiros anos do ensino fundamental.

O capítulo 4 é uma contribuição significativa para a elaboração de modelos concretos das planificações dos sólidos geométricos mais conhecidos por meio de *software* e é um ganho na literatura brasileira relacionado ao ensino de Geometria. Acreditamos que este material é relevante e poderá ser replicado por professores de matemática.

A proposta didática apresentada no capítulo 5 abordou aspectos introdutórios e, em maior parte, é distante de cálculos matemáticos mais complexos. Contudo, abordou diferentes perspectivas da visualização espacial e das planificações de prismas, podendo ser aplicadas em sequência ou individualmente. Acreditamos que tais atividades têm potencial de reduzir dificuldades de visualização e proporcionar a habilidade do estudante em distinguir figuras planas e objetos tridimensionais, bem como atuar no cálculo da área de algumas destas superfícies. As planificações foram inseridas nesse

contexto e colaboraram para a realização dos cálculos solicitados nas atividades. Além disso, notamos a contribuição significativa desse estudo na aprendizagem e autoestima dos estudantes que participaram da aplicação das atividades, como apresentado no questionário aplicado.

Finalmente, o capítulo 6 apresentou as impressões obtidas após a aplicação das atividades propostas neste texto na escola em que a autora atua. Compreendemos que uma boa proposta didática, além de fundamentada, deve ser atrativa e proporcionar aprendizagem. Mediante a sua aplicação, concluímos que esta proposta mostrou-se promissora na aprendizagem dos estudantes.

Segundo Zabala (1998, p.199), "cada aluno chega à escola com uma bagagem determinada e diferente em relação às experiências vividas, conforme o ambiente sociocultural e familiar em que vive, e condicionado por suas características pessoais". Reiteramos, portanto, que o docente possui papel fundamental em identificar tais conhecimentos mediante atividades diversificadas, como ponto de partida para a recomposição das aprendizagens dos estudantes.

Assim, acreditamos que este trabalho seja aderente ao contexto escolar em que atuamos e converge para as recentes mudanças nas normatizações da educação brasileira, que estão em fase de consolidação.

REFERÊNCIAS

- [1] ALVES, P. B. **Planificações de sólidos geométricos no ensino remoto: um estudo da gênese instrumental de estudantes.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. UFPE, Recife, 2022.
- [2] BAKÓ, M. *Different projecting methods in teaching spatial geometry.* In: Proceedings of the Third Conference of the European society for Research in Mathematics Education. 2003. Disponível em <https://bitly.com/V0JcN>. Acesso em: 31 jan 2023.
- [3] BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases de 1971 - Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971. Disponível em <https://presrepublica.jusbrasil.com.br/legislacao/128525/lei-de-diretrizes-e-base-de-1971-lei-5692-71>. Acesso em 14 mai 2023.
- [4] BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. 2018, 600p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 31 jan 2023.
- [5] BRASIL. Guia de livros didáticos: PNLD 2015 : matemática : ensino médio. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014, 108p. Disponível em <https://1nk.dev/aMKGJ> Acesso em: 31 mai 2023.
- [6] BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996. BRASIL. Disponível em https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em 31 mai 2023.
- [7] CRUZ, J. **Construção e planificação dos prismas regulares através do Superlogo 3.0 e materiais manipuláveis: uma proposta de ensino.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. UFPA, Castanhal, 2020.
- [8] CARMO, J. SIMIONATO, A. Reversão de ansiedade à matemática: alguns dados da literatura. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 17, n. 2, p. 317-327, abr./jun. 2012. Disponível em <https://www.scielo.br/j/pe/a/ZwGH7TK7NzdppftKyzW65Xh/?lang=pt> . Acesso em 08 abr 2023.
- [9] FARIAS, M. Mural Padlet - Fotografias de Objetos Tridimensionais. Disponível em <https://padlet.com/milenafarias1/ral-fotografias-de-objetos-tridimensionais-gz2yfriaic74t23m>. Acesso em 31 mai 2023.
- [10] INEP. Resultado SAEB por escola. Disponível em <http://saeb.inep.gov.br/saeb/resultado-final-externo/boletim?anoProjeto=2019&coEscola=27036561>. Acesso em 20 jan 2023.
- [11] MAESTRI, N. B. **O ensino por competências e habilidades na BNCC: algumas orientações aos professores de Matemática dos anos finais.** Dissertação de Mestrado - Profmat. Universidade Federal de Santa Catarina. Blumenau, 2021. Disponível em

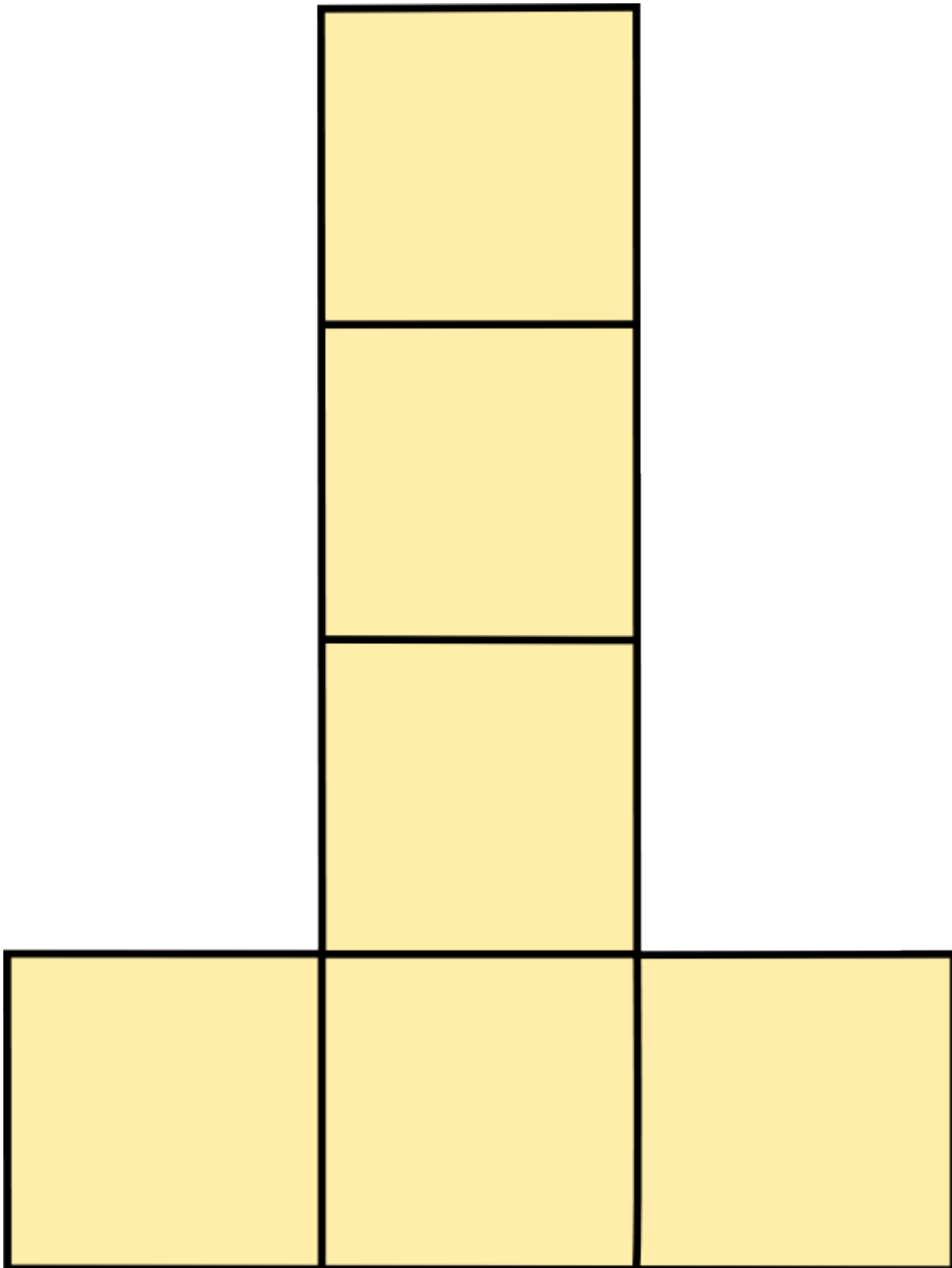
<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/226940#:~:text=Resumo%3A,los%20na%20supera%C3%A7%C3%A3o%20desses%20desafios.>
Acesso em 01 fev 2023.

- [12] MARCONI, M. LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo : Atlas, 2003.
- [13] MARTINS, F. N. . **Uma proposta de abordagem da planificação de poliedros no ensino básico utilizando o recurso de realidade aumentada do GeoGebra**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. UNIRIO, Rio de Janeiro, 2021.
- [14] MATHIAS, C. SIMAS, F. Tarefas de Visualização em Exercícios de Geometria Espacial. **Educação Matemática em Revista - RS**, v. 2, n. 22, 19 set. 2021. Disponível em <https://doi.org/10.37001/EMR-RS.v.2.n.22.2021.p.3-14>. Acesso em 31 jan 2023.
- [15] MEIRELES, D. M. **Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e anos iniciais no âmbito da planificação de figuras geométricas espaciais**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.Campinas,SP: [s.n.], 2021.
- [16] MOURA-SILVA, M. NETO, J. GONÇALVES, T. O. Bases Neurais da Ansiedade Matemática: implicações para o processo de ensino-aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro (SP), v. 34, n. 66, p. 246-267, abr. 2020. Disponível em <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a12>. Acesso em 08 abr 2023.
- [17] OLIVEIRA, M. de S. Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco. **Revista Boem**, Florianópolis, v. 7, n. 14, p. 79-93, 2019. DOI: 10.5965/2357724X07142019079. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816>. Acesso em: 28 mar 2023.
- [18] SANTOS, S. ALMEIDA, I. Medo de Matemática e Trauma na Relação com o Aprender: uma Leitura Psicanalítica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, 6 (74), Sep-Dec 2022. Disponível em <https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a16>. Acesso em 08 abr. 2023.
- [19] SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 24^a. ed. São Paulo: Cortez, 2017.
- [20] TARQUINIO, M. V. MEIRELES, D. M. **O sujeito individualizado: uma resposta do dispositivo da planificação à estratégia neoliberal de precarização no campo educacional**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. UEMG, Belo Horizonte, 2018.
- [21] ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

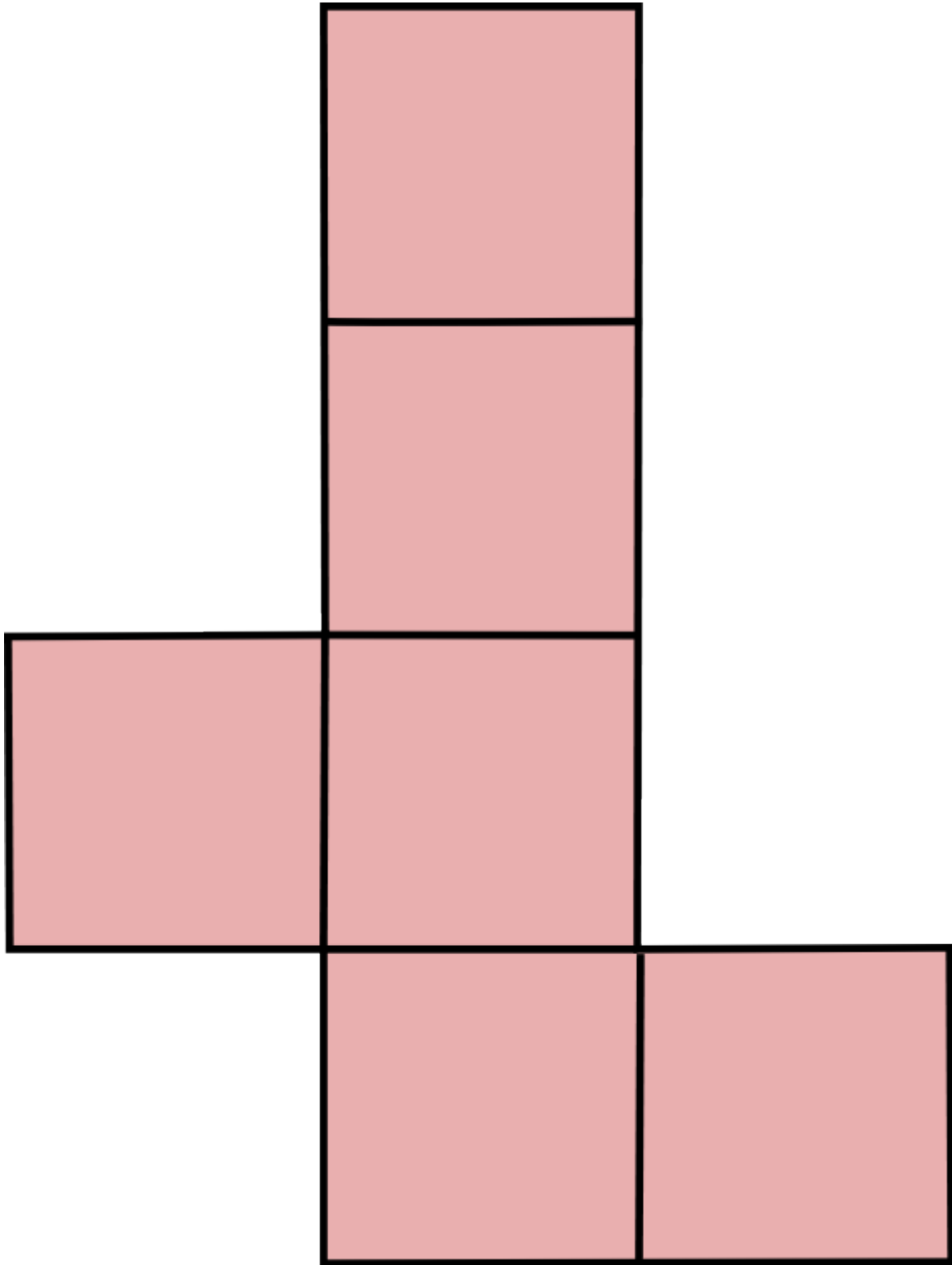
8 APÊNDICE

8.1 As onze Planificações do Cubo

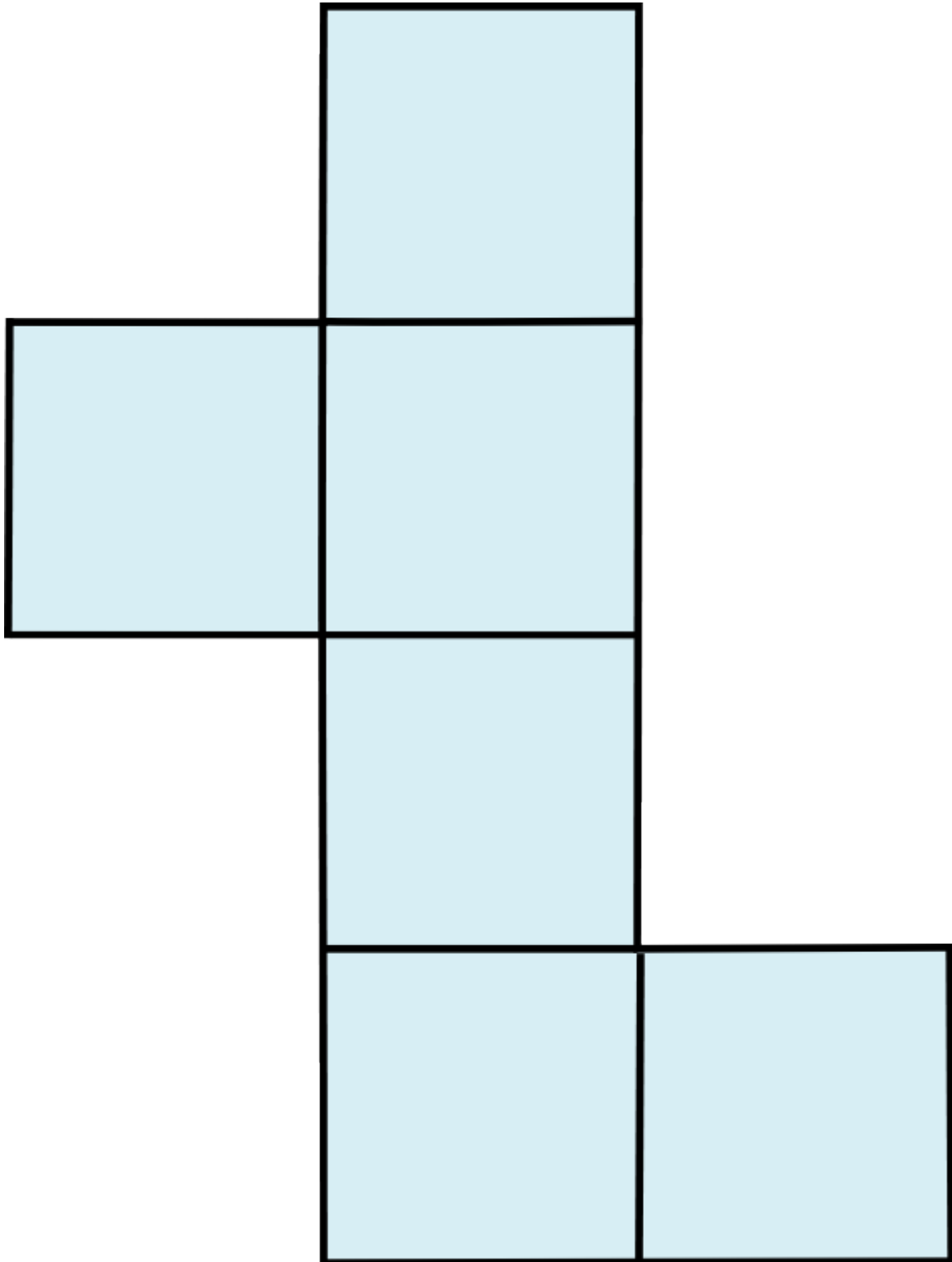
Planificação Homogênea do Cubo - A



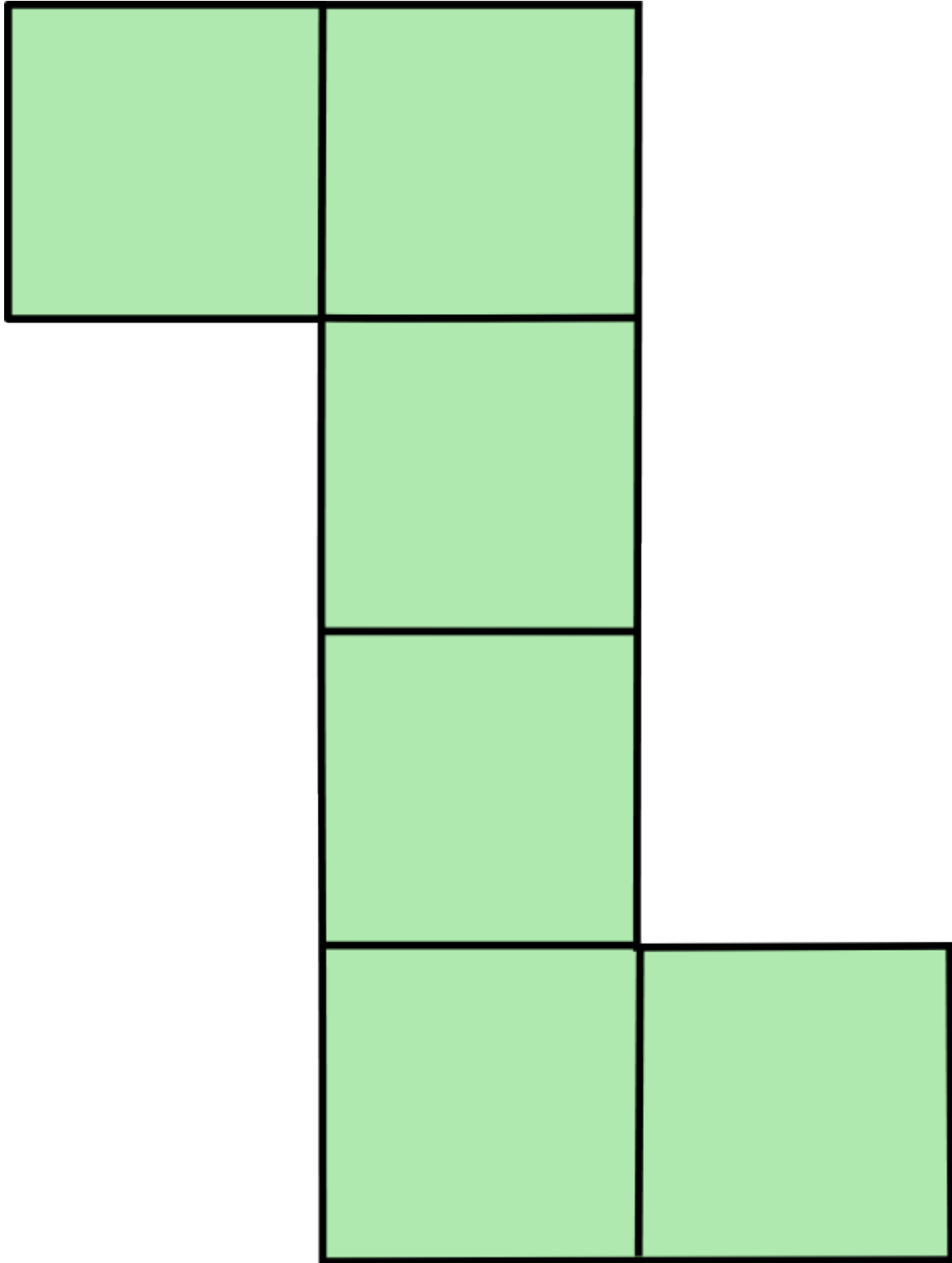
Planificação Homogênea do Cubo - B



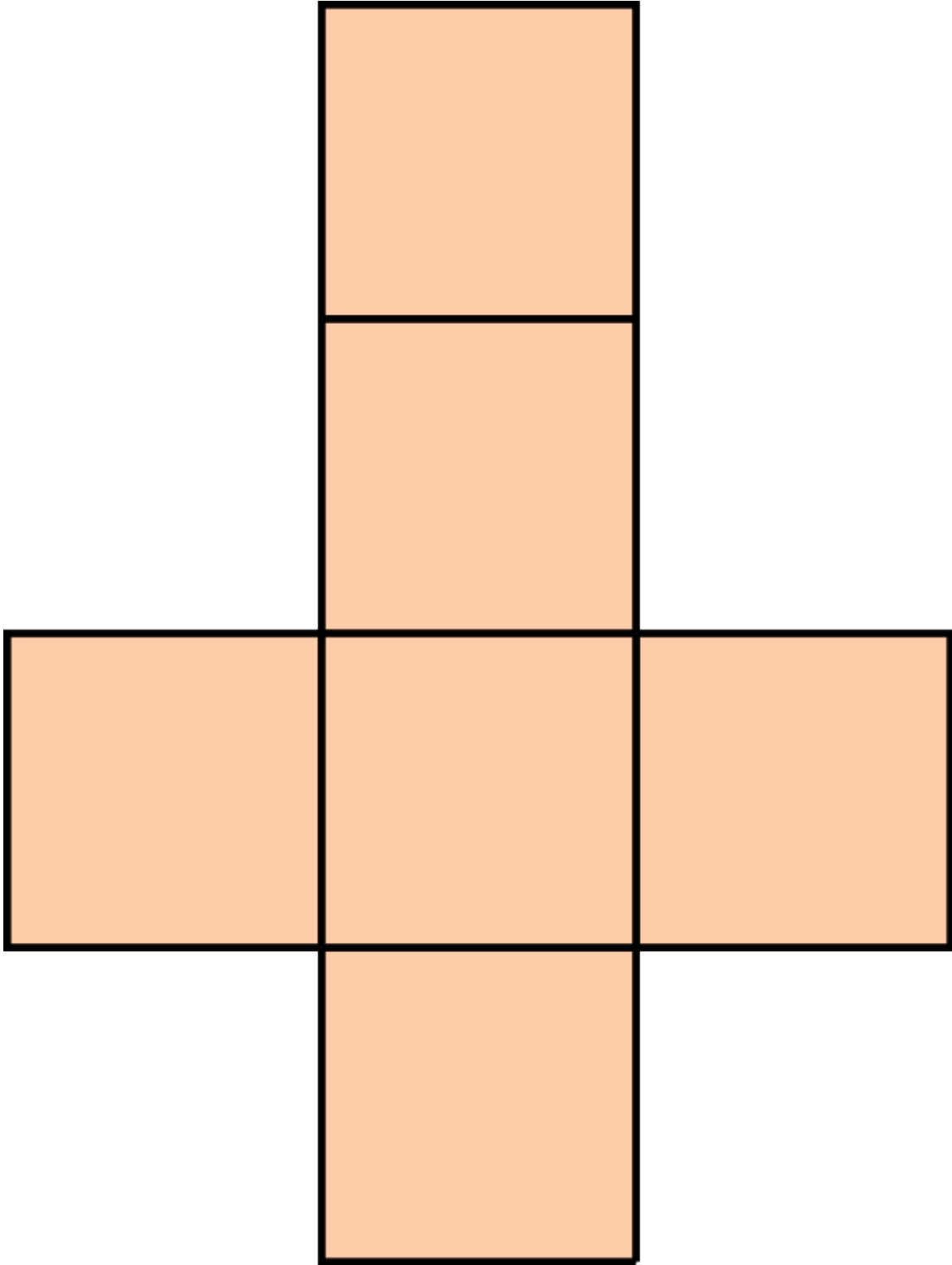
Planificação Homogênea do Cubo - C



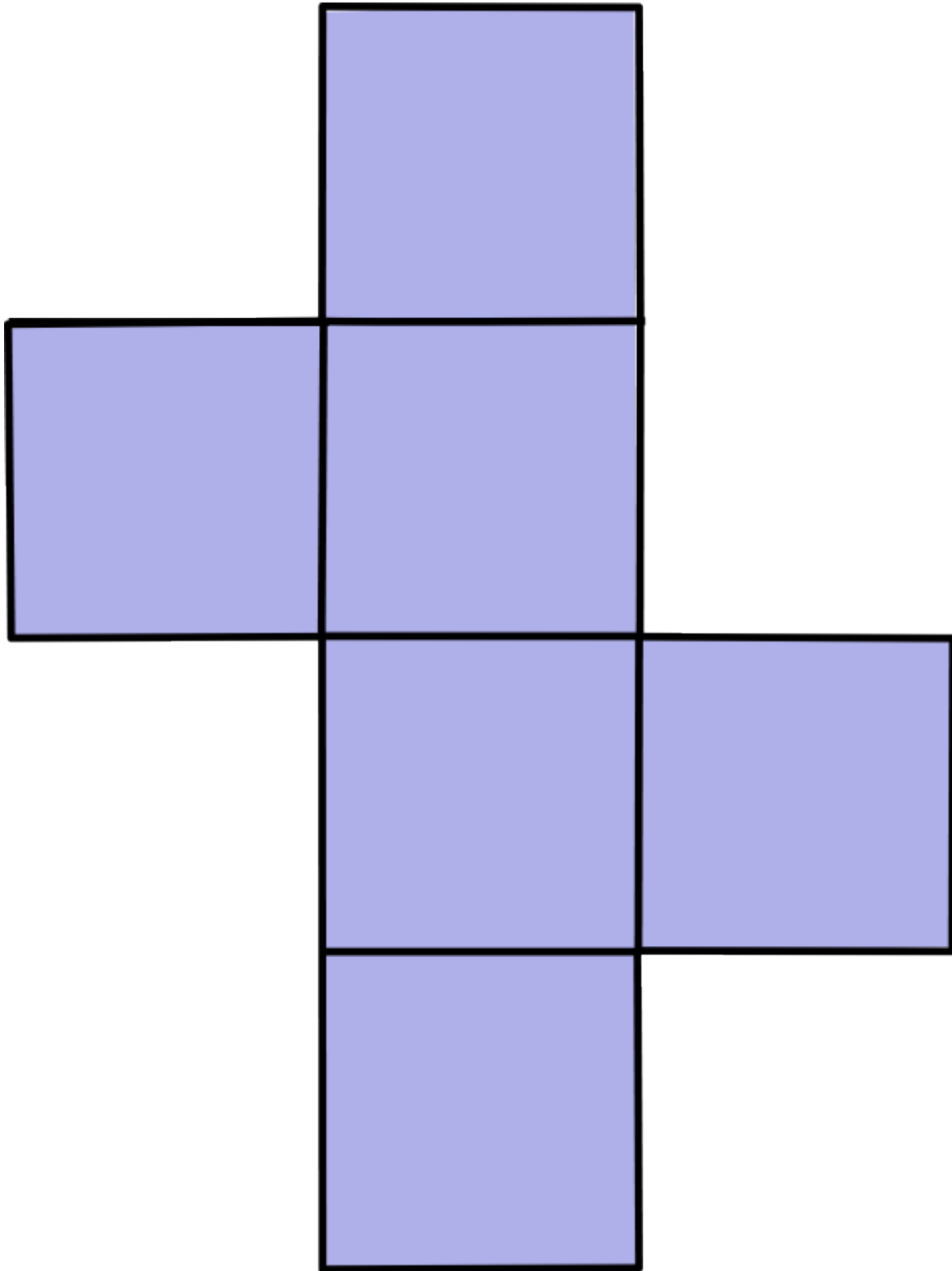
Planificação Homogênea do Cubo - D



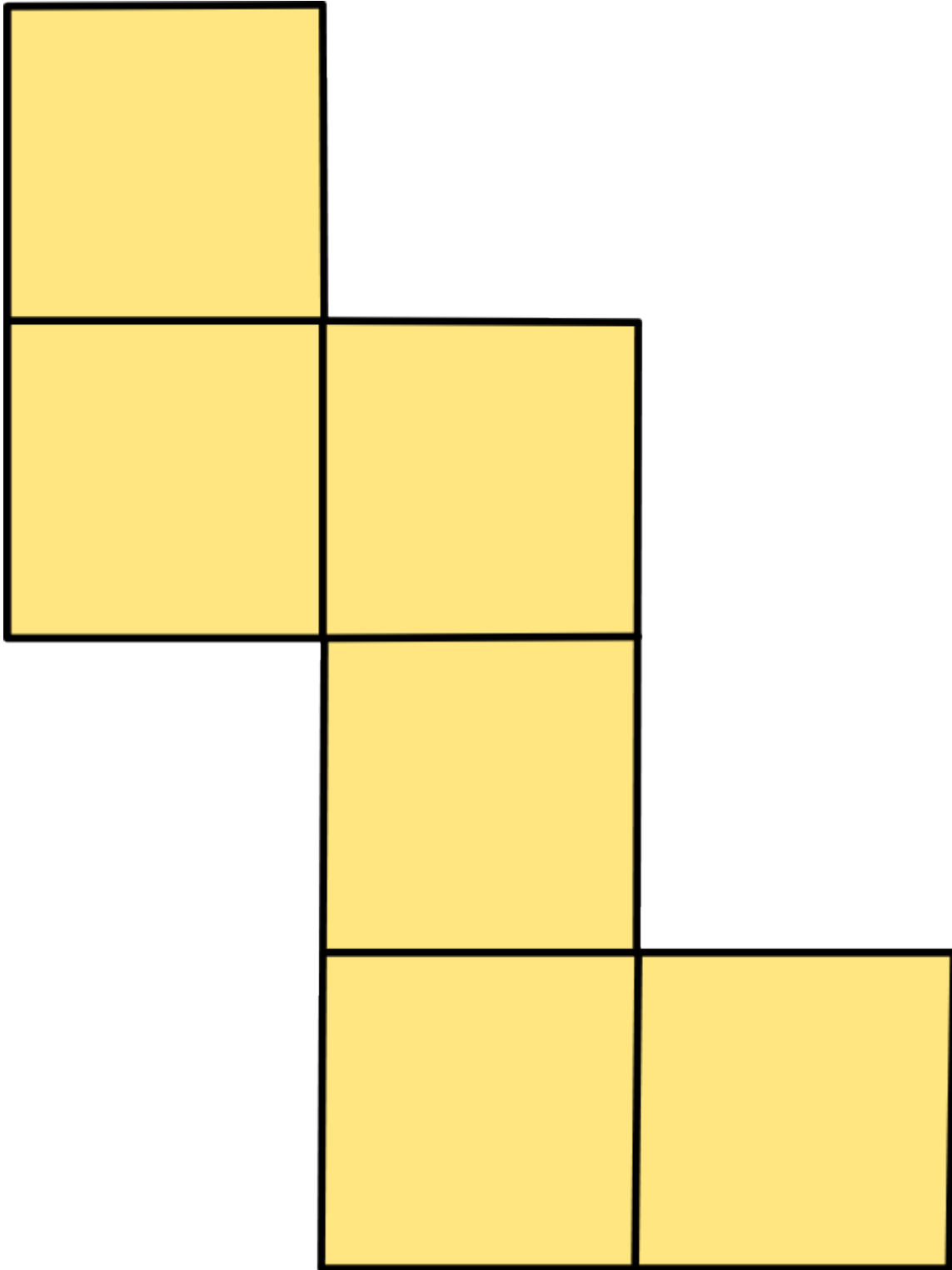
Planificação Homogênea do Cubo - E



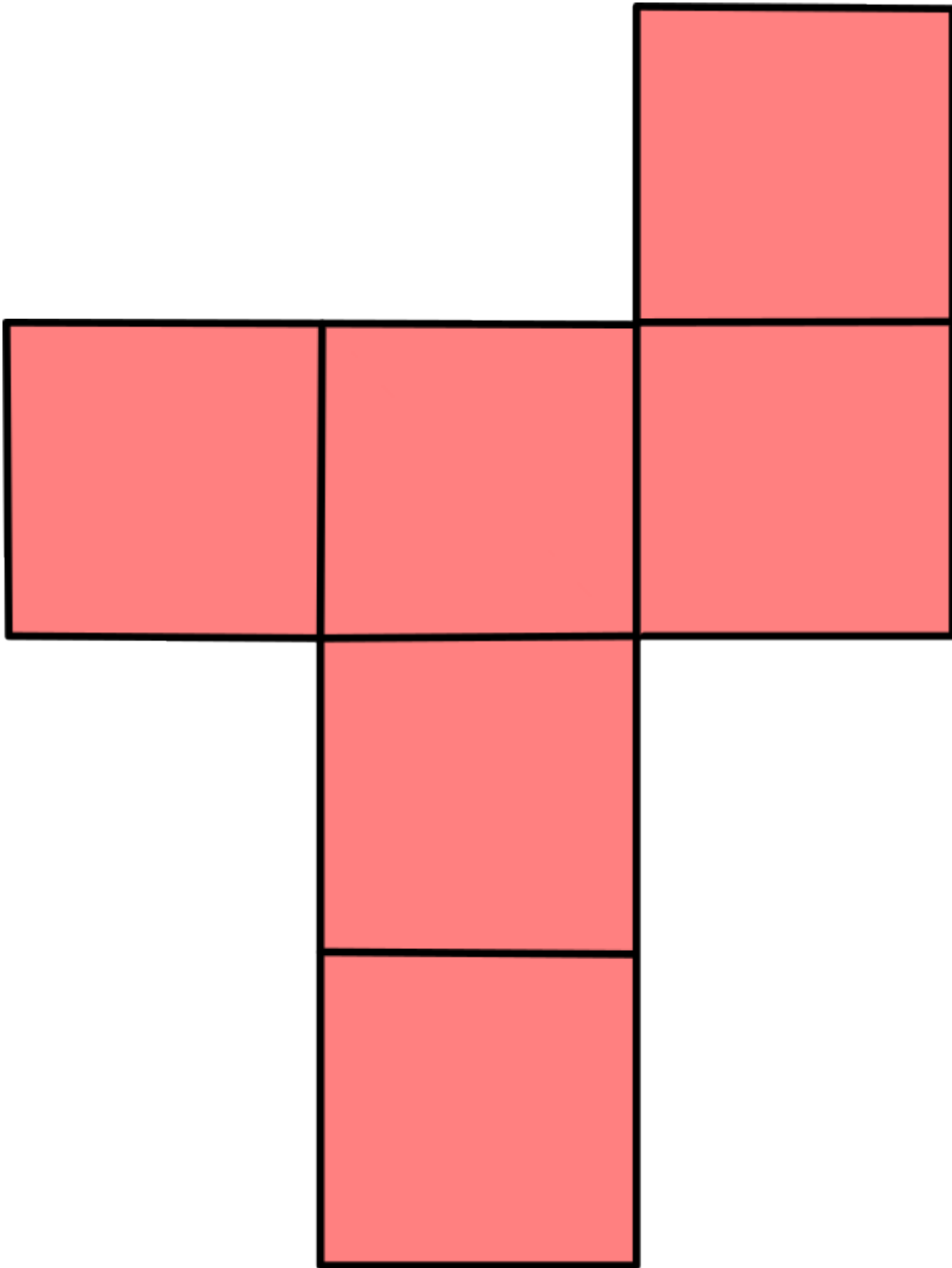
Planificação Homogênea do Cubo - F



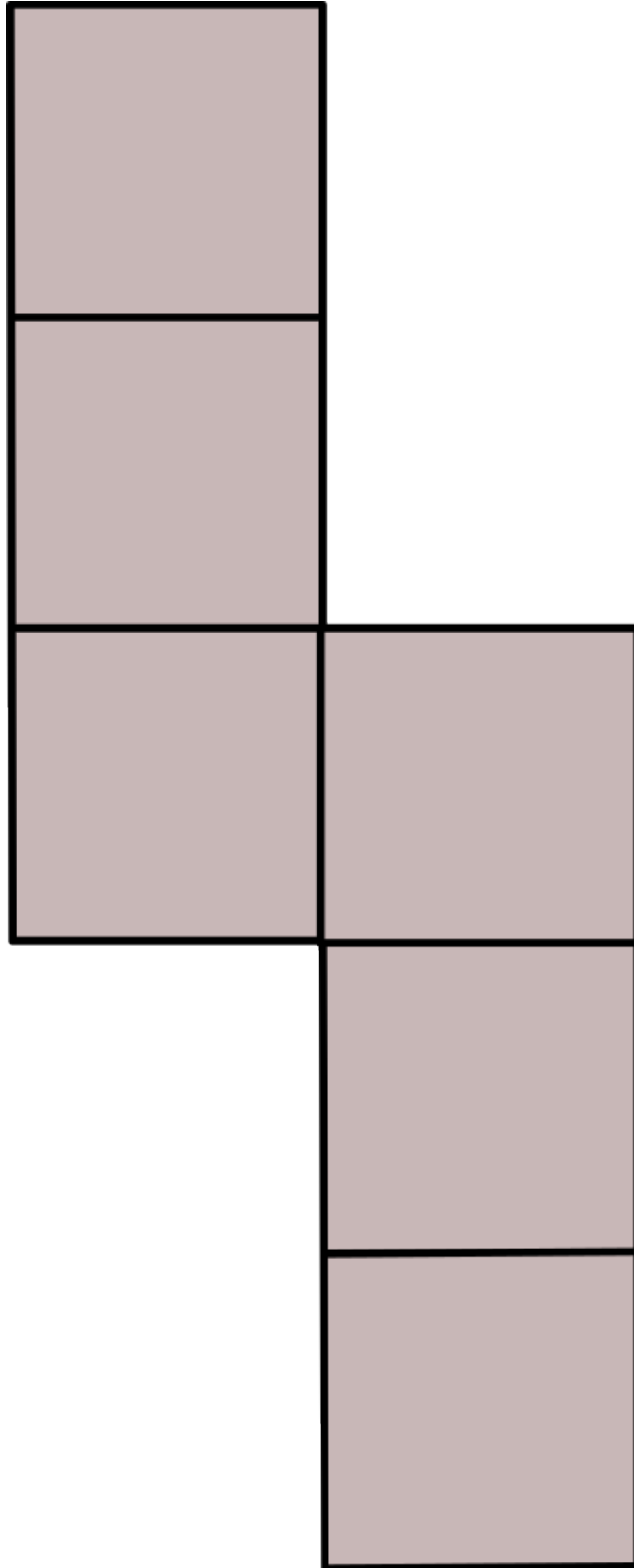
Planificação Homogênea do Cubo - G



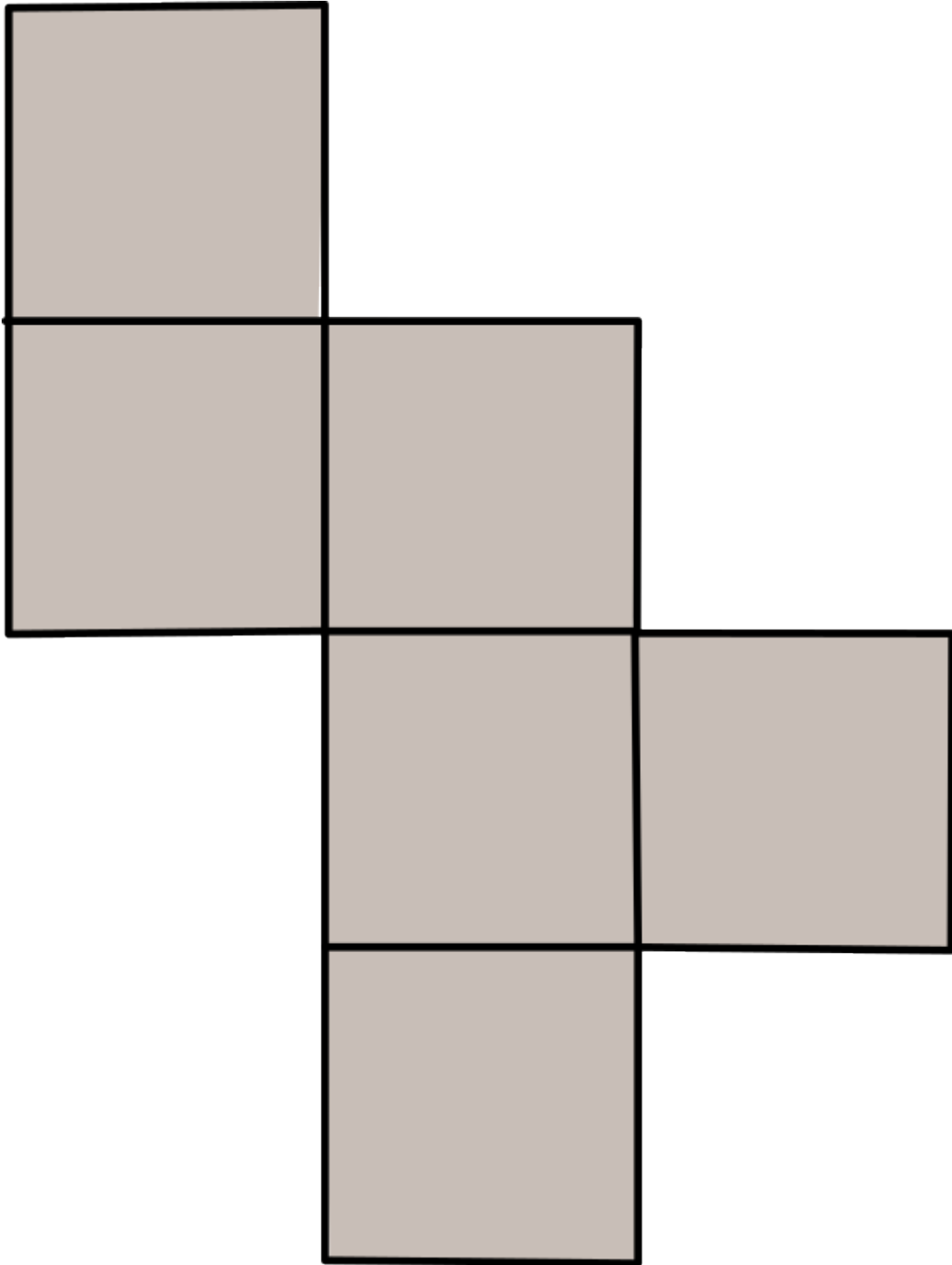
Planificação Homogênea do Cubo - H



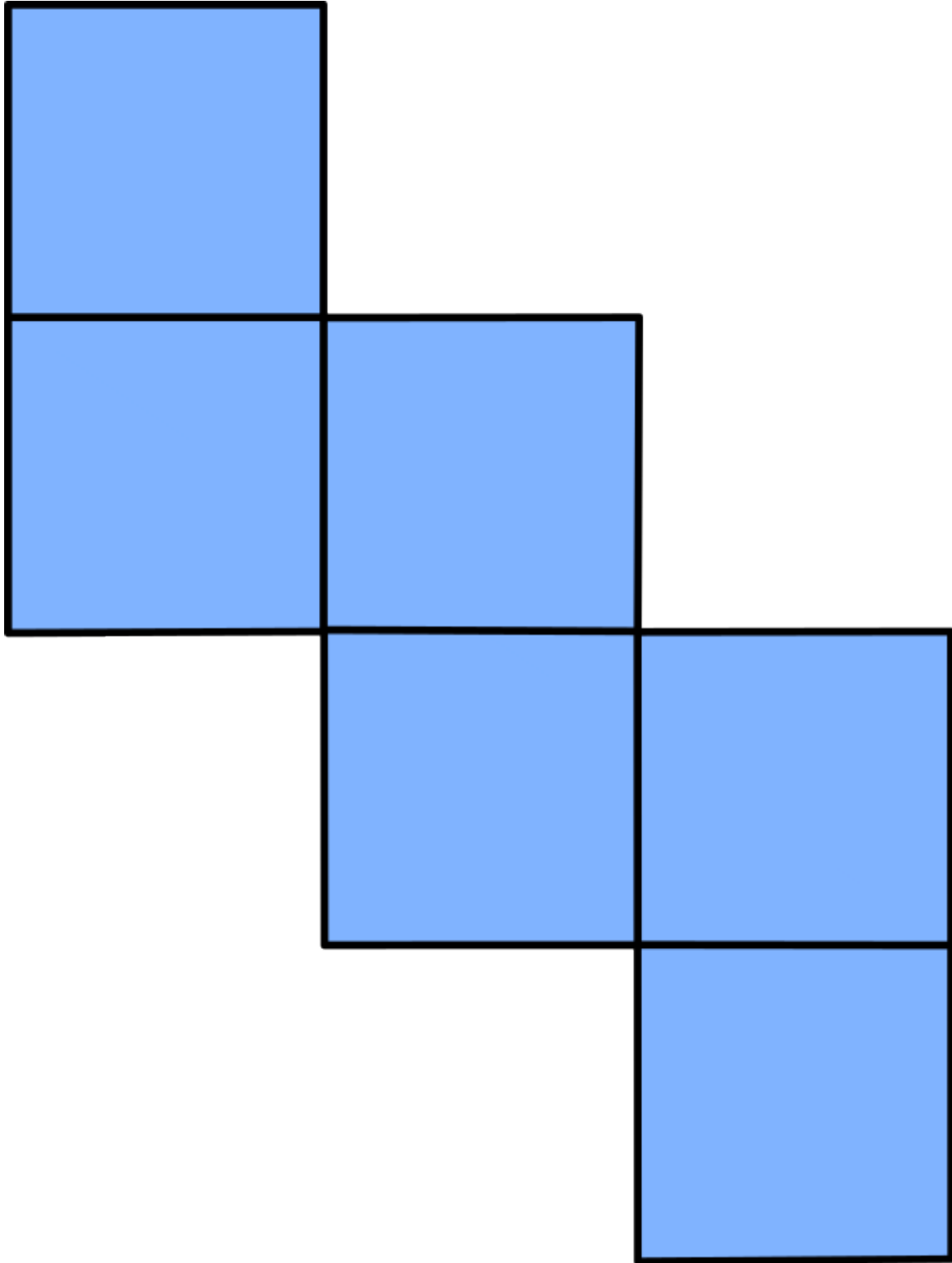
Planificação Homogênea do Cubo - I



Planificação Homogênea do Cubo - J

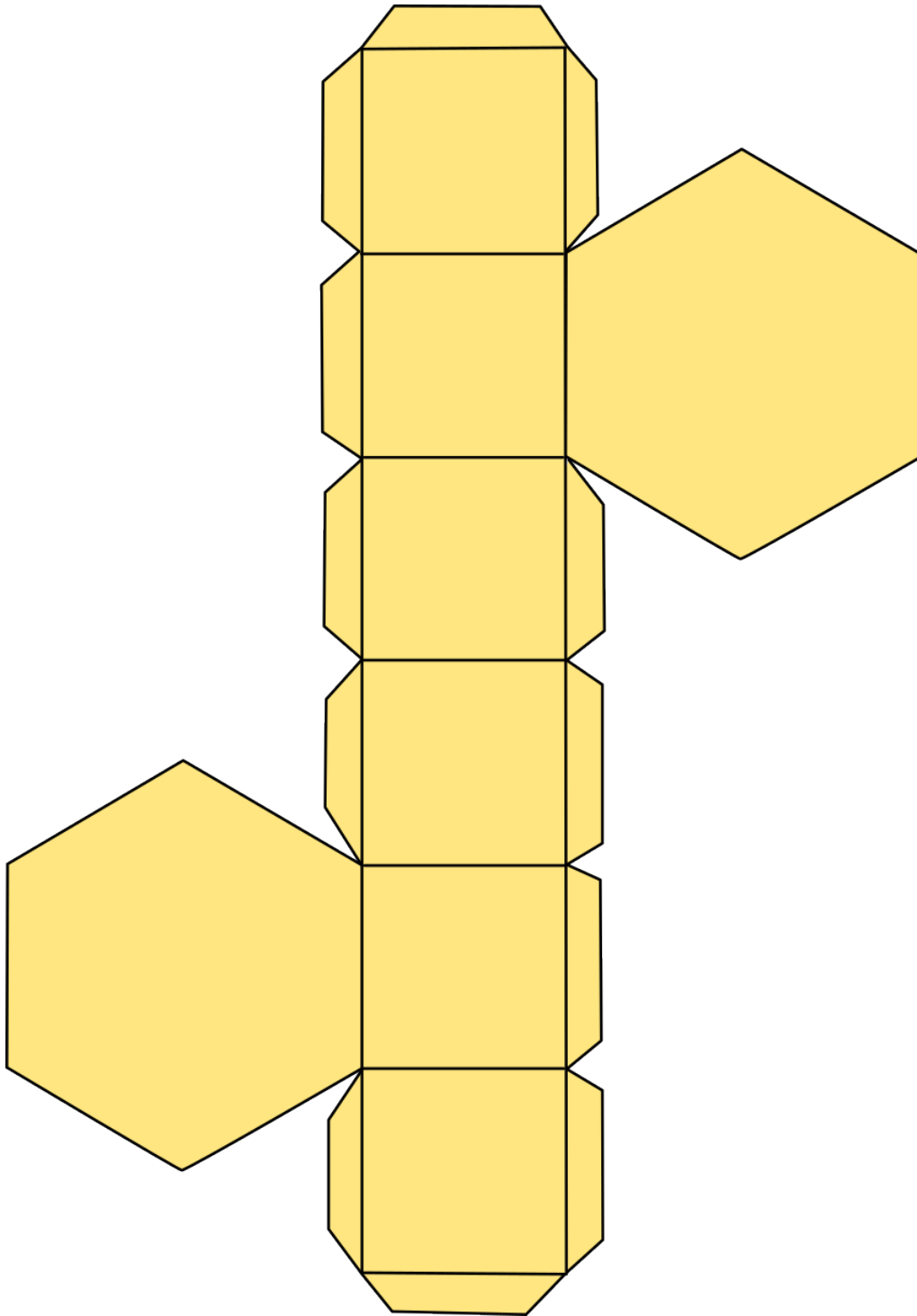


Planificação Homogênea do Cubo - K

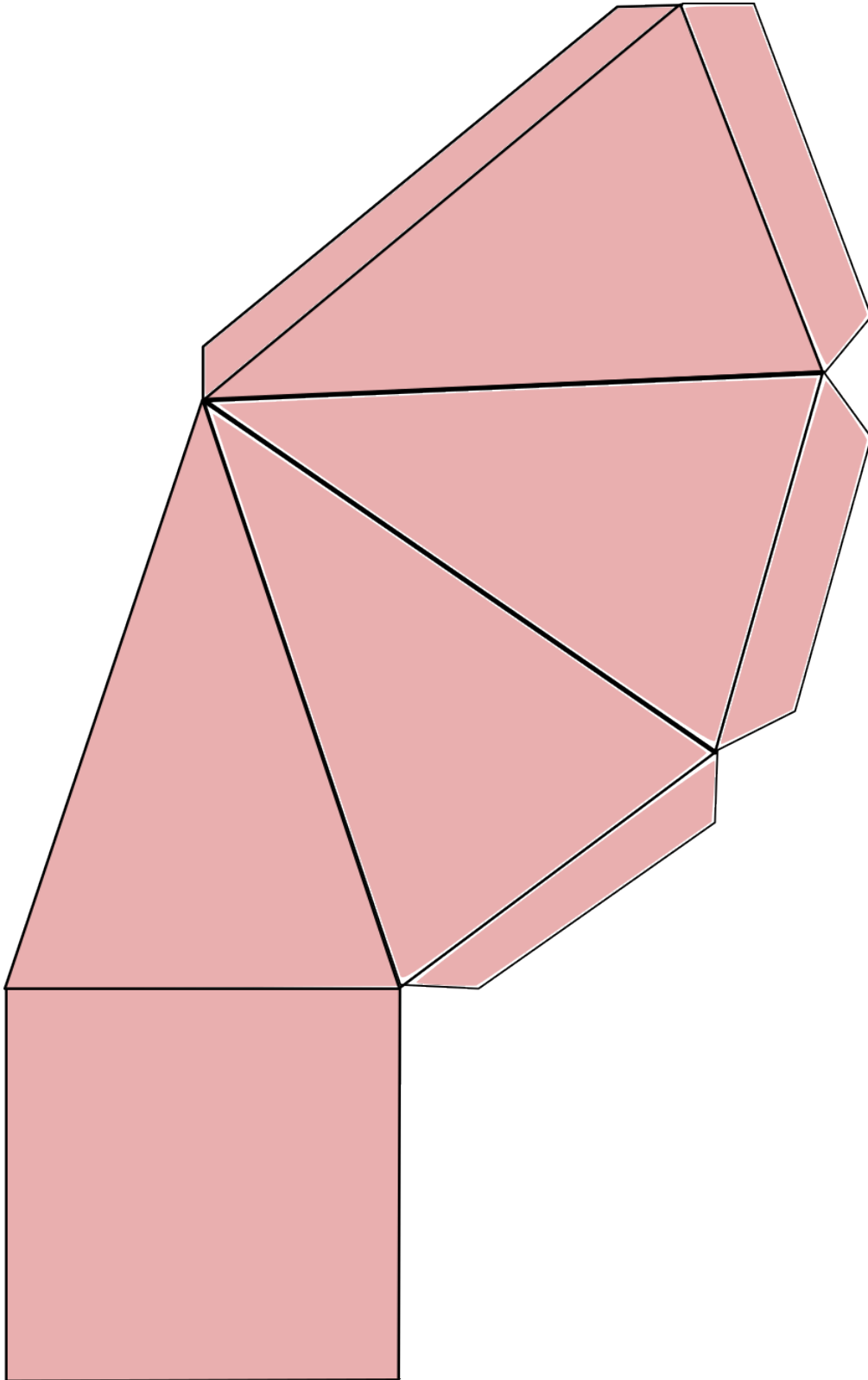


8.2 Planificações do Prisma e Pirâmides

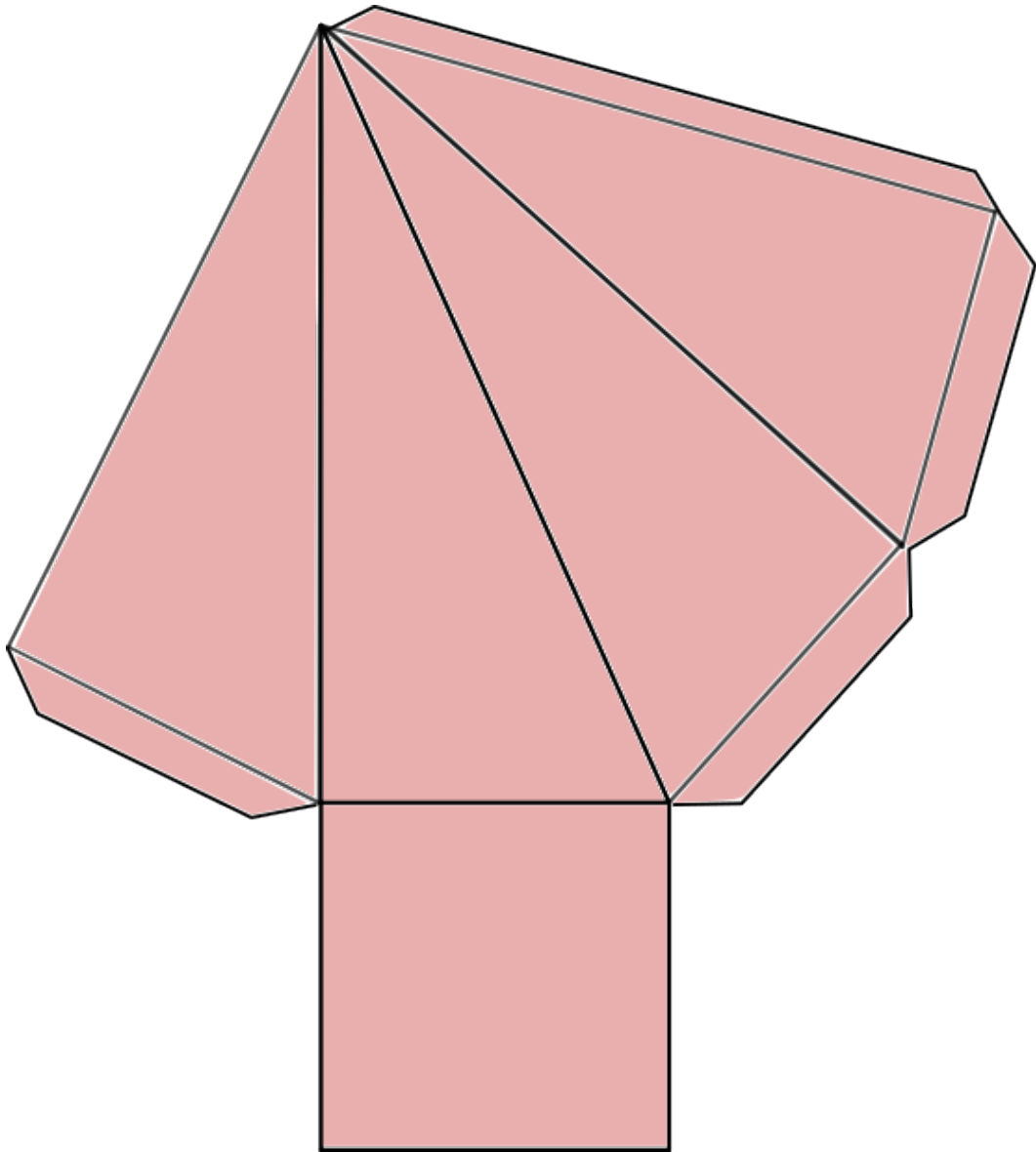
Planificação de um Prisma Regular de Base Hexagonal



Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Regular - A

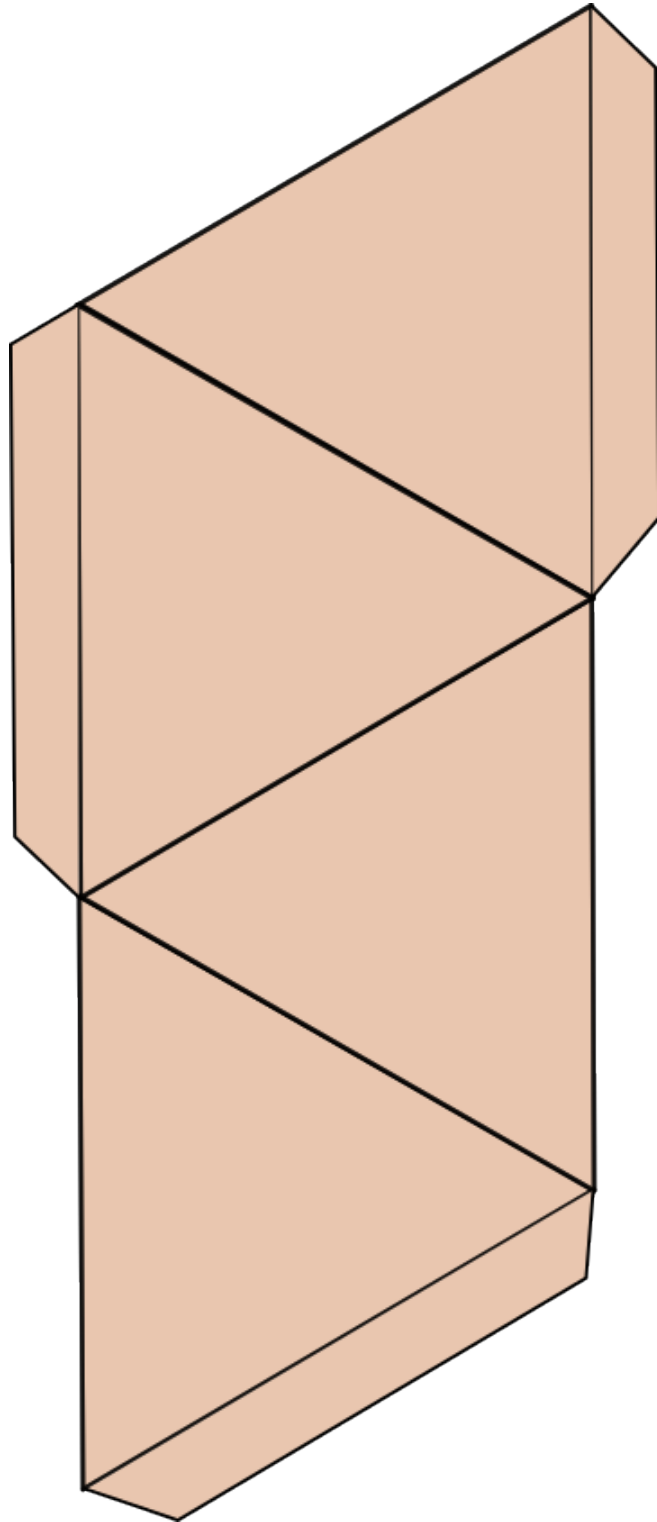


Planificação da Pirâmide de Base Quadrangular Oblíqua

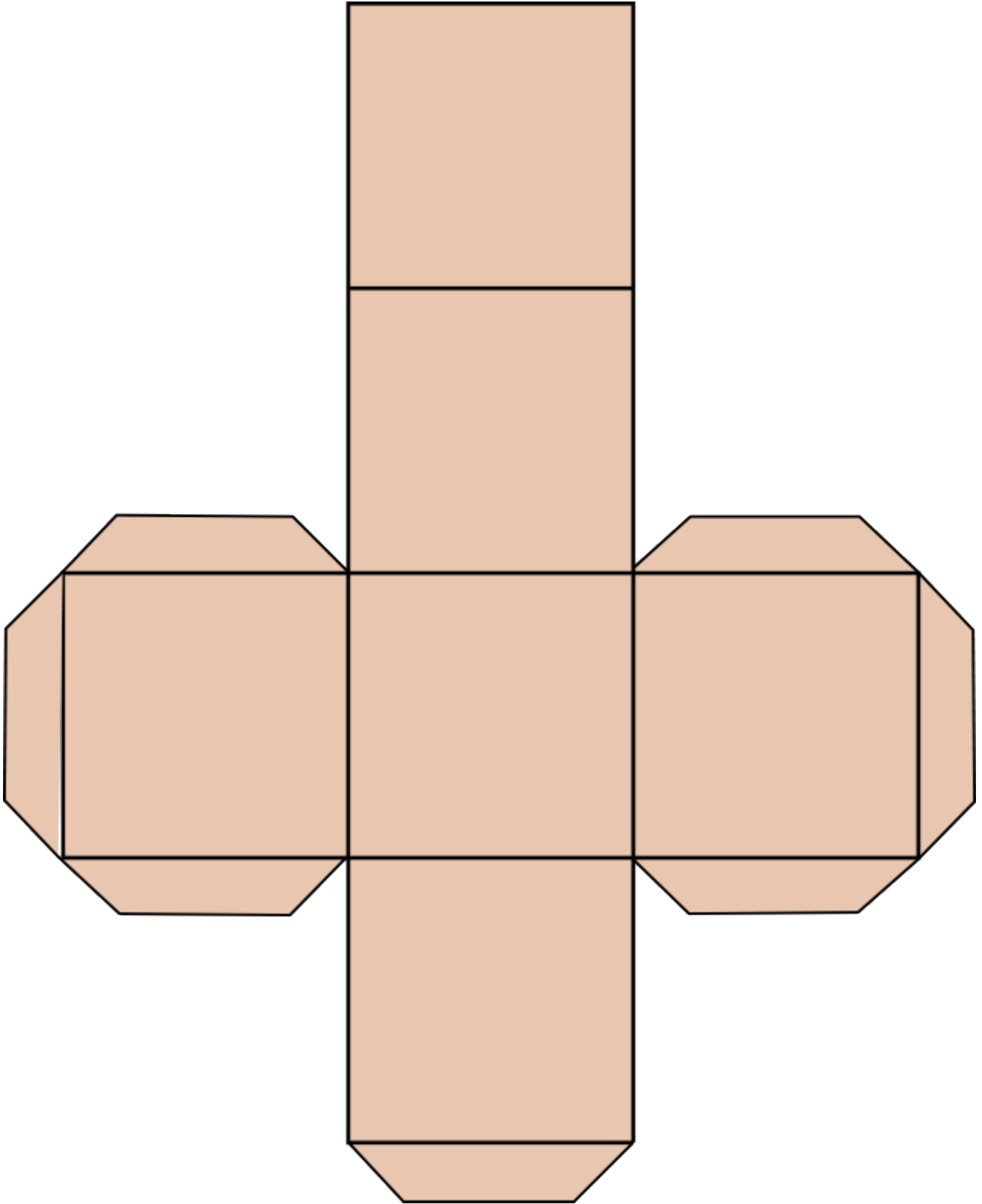


8.3 Planificações dos Poliedros Regulares

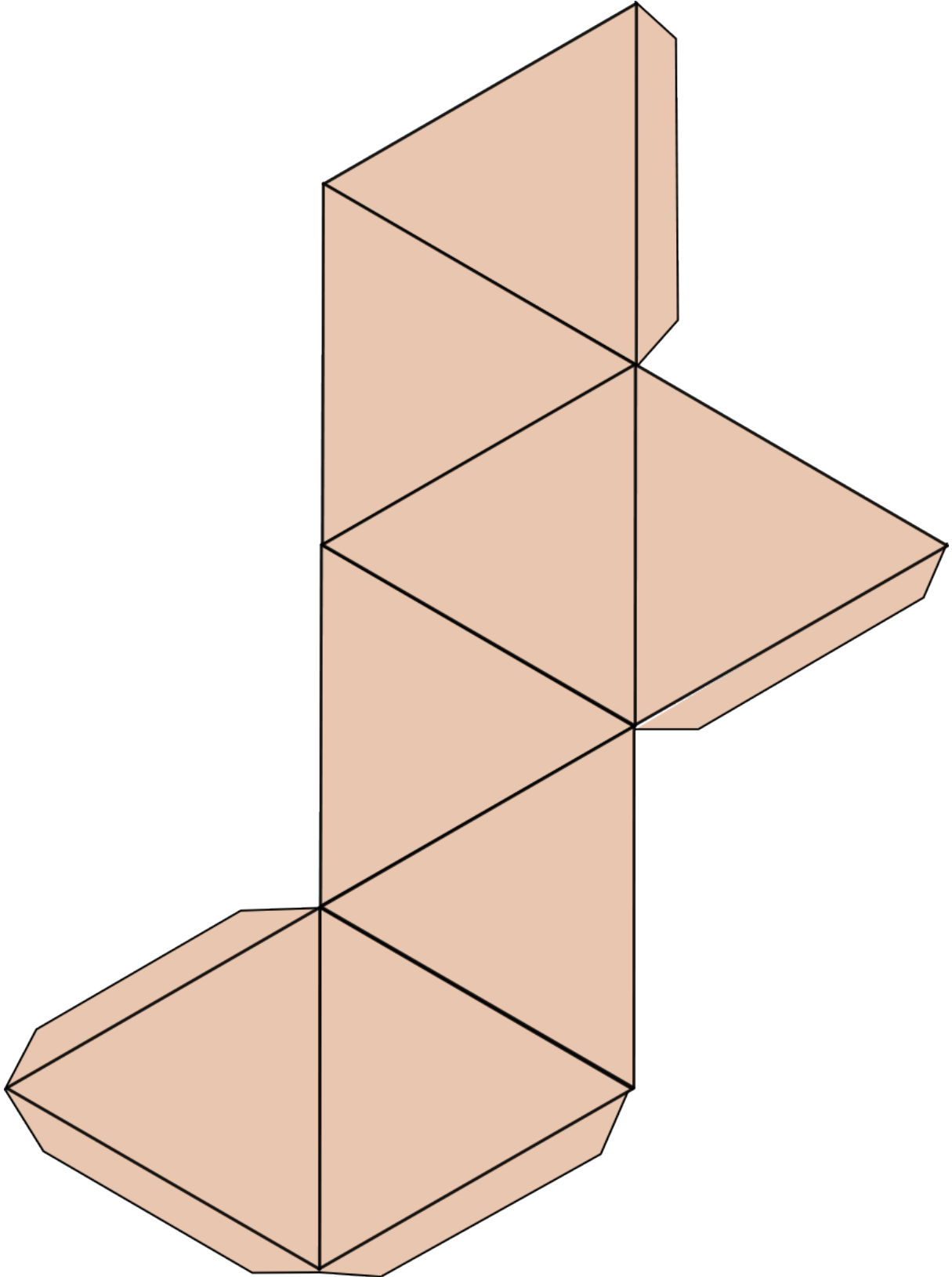
Planificação de um Tetraedro



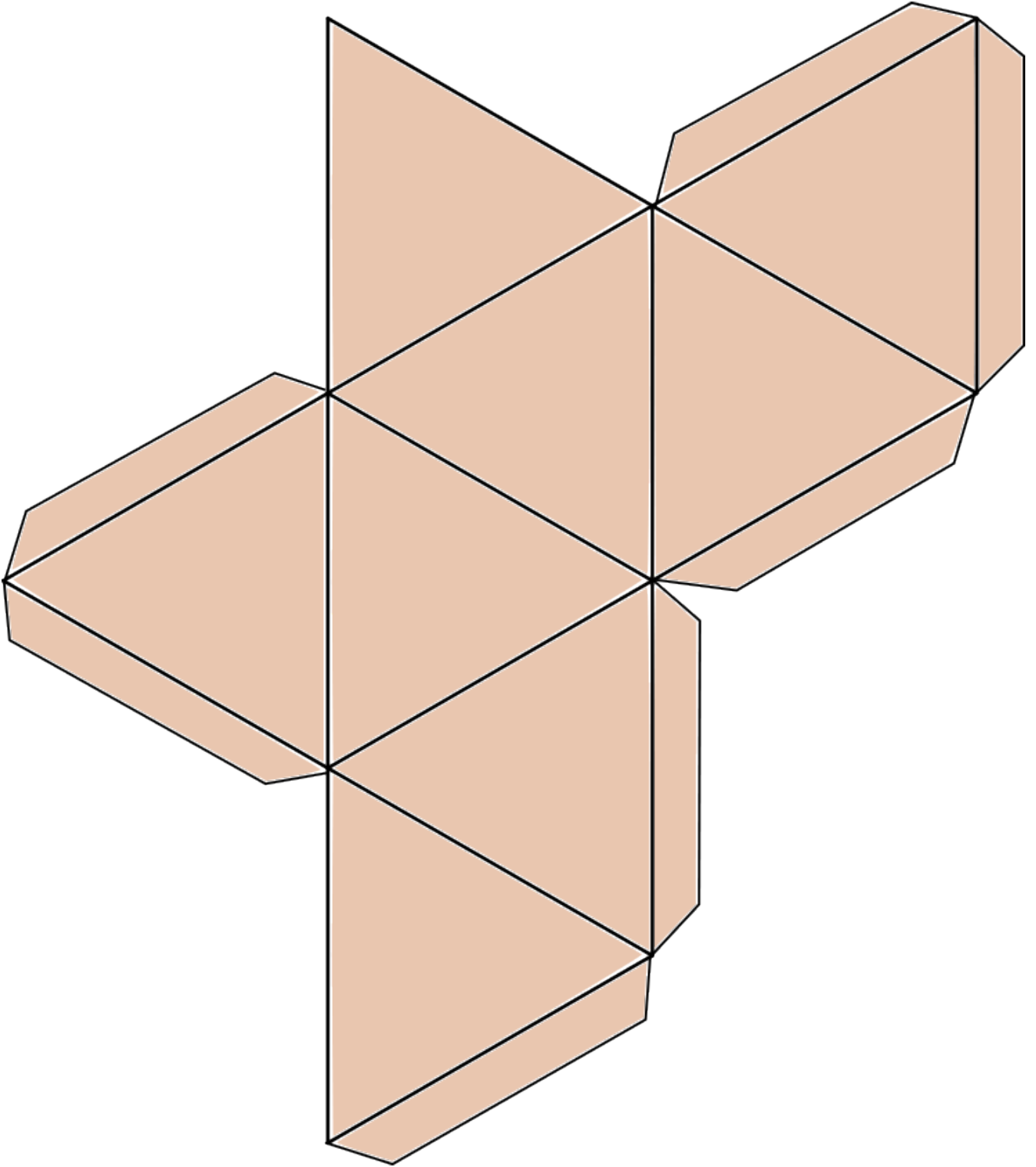
Planificação de um Hexaedro (Cubo)



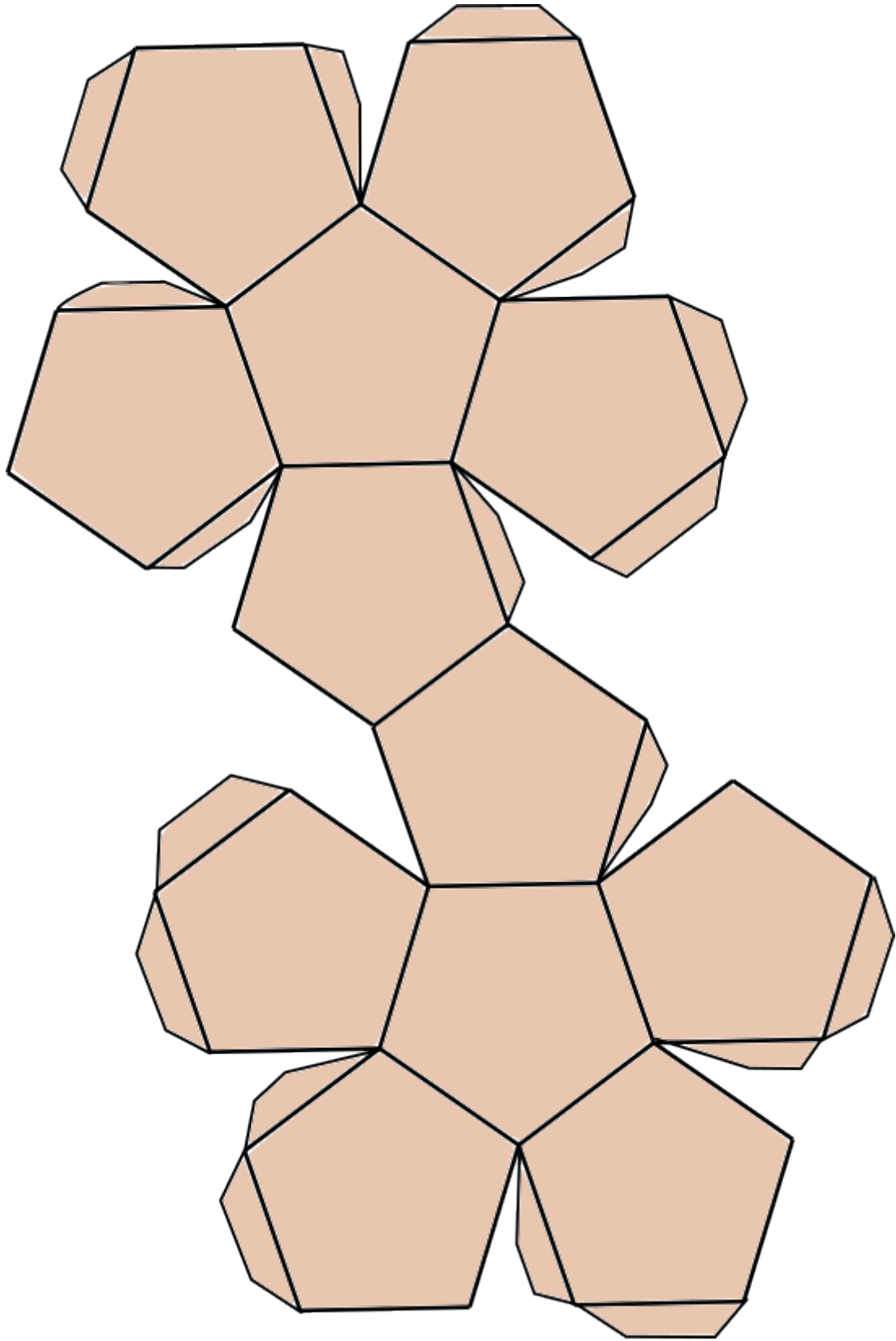
Planificação de um Octaedro - A



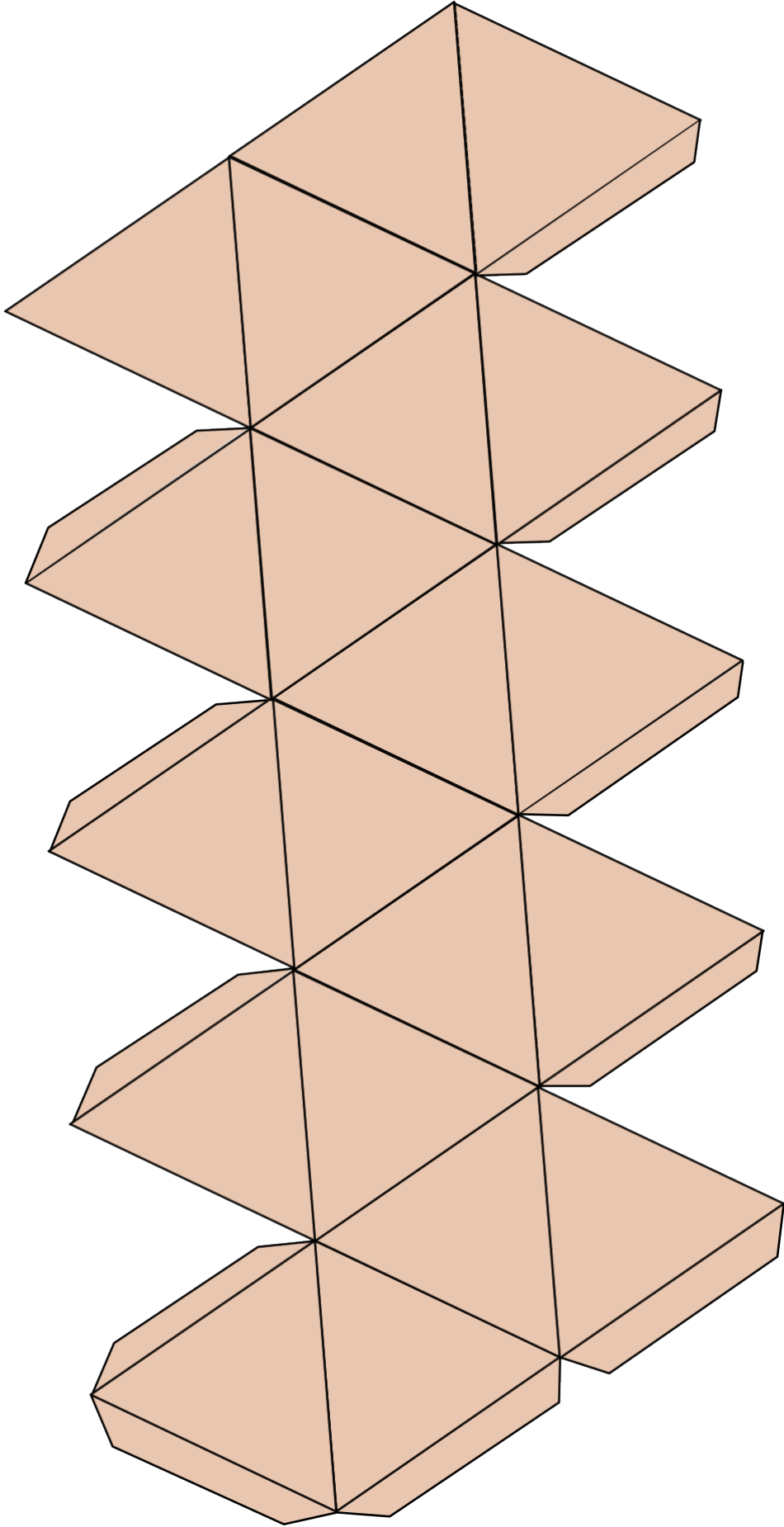
Planificação de um Octaedro - B



Planificação de um Dodecaedro

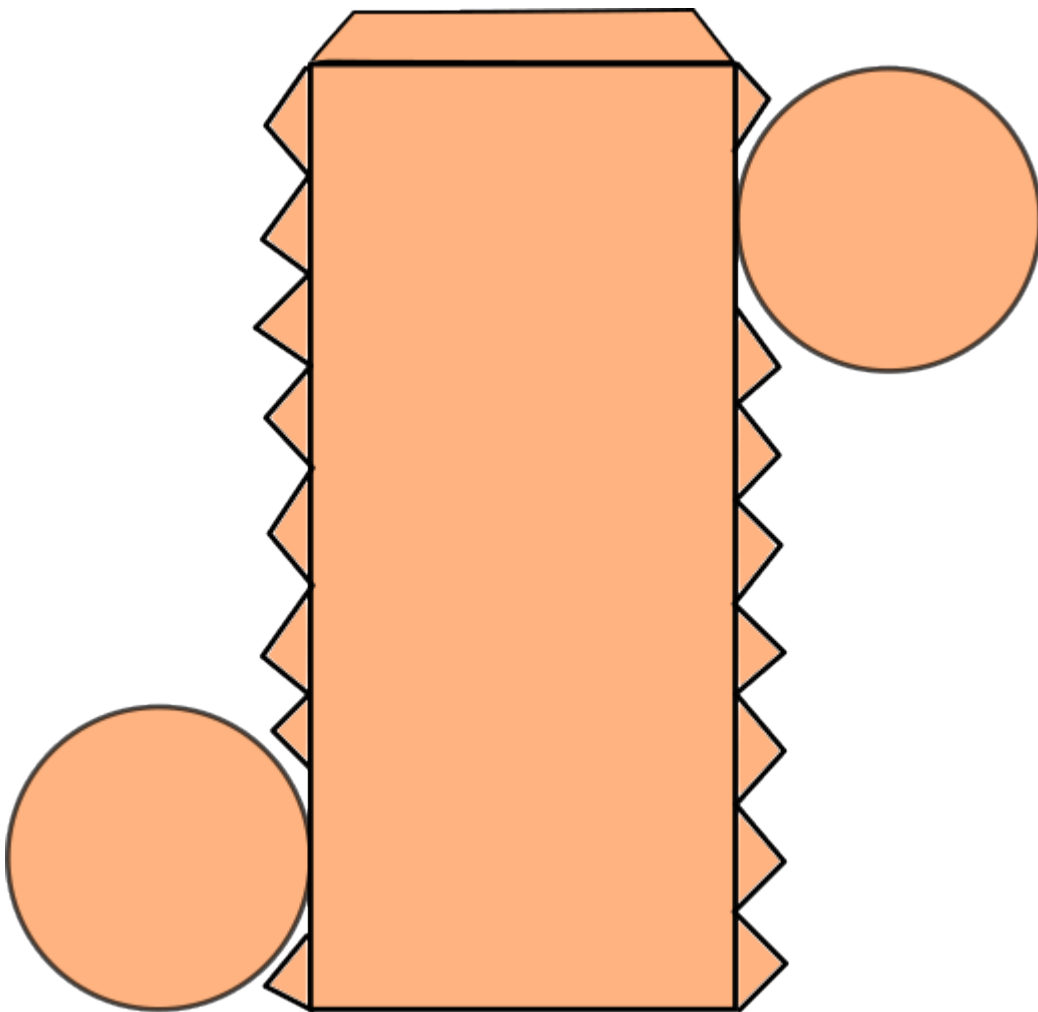


Planificação de um Icosaedro

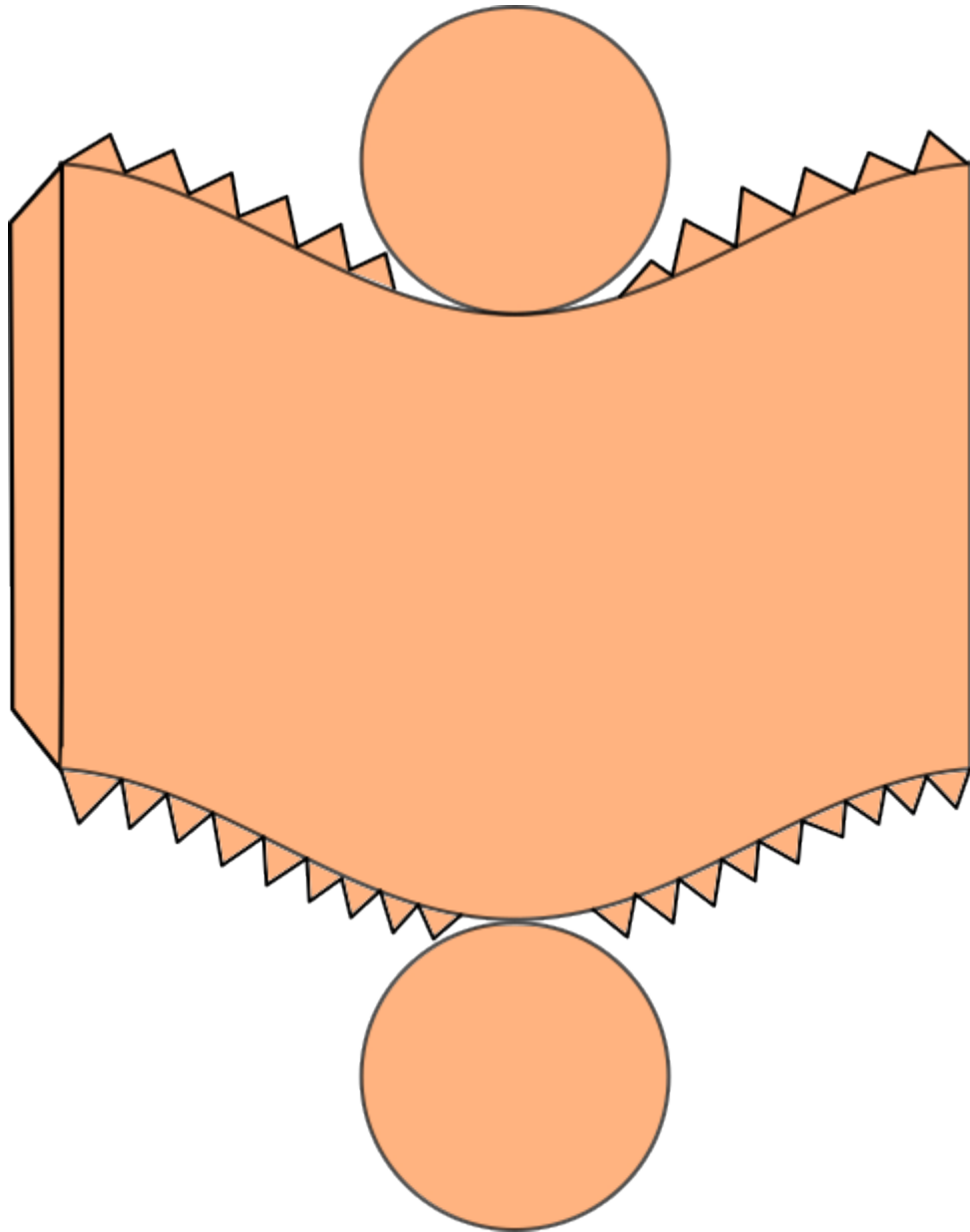


8.4 Planificações de Cilindros e Cone

Planificação de um Cilindro Regular



Planificação de um Cilindro Oblíquo



Planificação de um Cone Regular

