UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

A geometria no ensino fundamental II: a aprendizagem a partir de construções com régua e compasso.

Sula Regina Borsato Perusso

Dissertação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

ICMC USP SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura:______________________

Sula Regina Borsato Perusso

A Geometria no Ensino Fundamental II: a aprendizagem a partir de construções com régua e compasso.

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Regilene Delazari dos Santos Oliveira

USP – São Carlos
Agosto de 2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

P471g Perusso, Sula Regina Borsato
A geometria no ensino fundamental II: a aprendizagem a partir de construções com régua e compasso. / Sula Regina Borsato Perusso; orientador Regilene Delazari dos Santos Oliveira. -- São Carlos, 2023.
140 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2023.

1. Geometria no Ensino Fundamental II. 2. Construções com régua e compasso. 3. Ensino da Geometria Plana. I. Oliveira, Regilene Delazari dos Santos , orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Sula Regina Borsato Perusso

Geometry in the middle school: learning geometry through constructions with ruler and compass

Master dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC- USP, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Mathematics Professional Master's Program. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Profa. Dra. Regilene Delazari dos Santos Oliveira

USP – São Carlos
August/ 2023

Dedicatória

Aos meus filhos Felipe e Theo. É tudo por eles!

Agradecimentos

São muitos agradecimentos a serem feitos, mas nenhum é mais importante ou urgente do que agradecer à minha mãe, a dona Neuza, que nunca pode estudar, mas sempre nos ensinou que só poderíamos ser pessoas melhores, se estudássemos sempre. Ela, meus braços e pernas, é a pessoa a quem eu dedico toda minha gratidão e carinho.

Ao Fabricio, meu amado marido, aquele que sempre apoiou e acreditou nos meus sonhos, e deu força ao meu desejo de tornar-me mestre.

Aos meus colegas de turma do PROFMAT-2019: Adriana, Antônio Carlos, Bárbara, Bianca, Breno, Francisco, Gevair, Jean, Leandro, Luciana e Pedro. Essa turma toda, virou uma grande família e sem dúvida, nenhum de nós teria chegado onde chegamos, sem o apoio um do outro. A todos vocês, meu eterno respeito, carinho e gratidão.

Meu muito obrigada a todos os professores do ICMC-USP, dos quais tive prazer de ser aluna: Prof. Dr. Hermano de Souza Ribeiro, Prof. Dr. Luiz Augusto da Costa Ladeira, Prof. Dr. Miguel Vinicius Santini Frasson, Prof. Dr. Paulo Leandro Dattori da Silva, Prof. Dr. Wagner Vieira Leite Nunes e Prof. Sérgio Luís Zani, meu sincero agradecimento por todo conhecimento, cuidado e respeito que tiveram comigo.

Em especial, um agradecimento para as duas professoras que me trouxeram uma grande ressignificação do ambiente acadêmico nos cursos de exatas. A Profª Dra. Ires Dias, uma querida, que esteve conosco e desde o primeiro dia, acreditou em mim e me amparou por todo o processo até aqui. Não poderia deixar de citar, minha querida orientadora, a Profª Dra. Regilene Delazari dos Santos Oliveira que gentilmente aceitou me orientar nos caminhos da dissertação e esteve sempre pronta a responder minhas dúvidas e entendia, com carinho sempre, as dificuldades pelas quais passei nesse período. Enfim, a elas, meu sincero obrigada, por me mostrar que nós podemos.

Poder realizar um sonho de infância, que era estar na Universidade Pública é infinitamente emocionante. Não havia muitas oportunidades para quem vem de família simples, sem estudos e da periferia. Fui a primeira pessoa da família a ter curso superior – no qual fui bolsista PROUNI – e serei a primeira da família a ser Mestre, e espero que essa realidade mude e alcance todos aqueles que sonham, como eu.

Não há mais a agradecer, somente as oportunidades e a Deus que me carrega em seus braços e me trouxe até aqui.

As abelhas...em virtude de uma certa intuição geométrica...sabem que o hexágono é maior que o quadrado e o triângulo, e conterá mais mel com o mesmo gasto de material.

Papus de Alexandria.

RESUMO

PERUSSO, S. R. B. A Geometria no Ensino Fundamental II: a aprendizagem a partir de construções com régua e compasso. 2023.140p. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2023.

Esta dissertação fez uma análise histórica do ensino da geometria no país, desde questões ligadas à legislação até o conhecimento ou formação recebida pelos docentes que a ministram nos dias atuais. O objetivo principal foi entender como o ensino das construções geométricas está inserido ou não nas práticas de sala de aula, em especial na região de Porto Ferreira (Estado de São Paulo) e se esta competência está sendo ou não explorada no campo geométrico-matemático.

Palavras-chave: Geometria no Ensino Fundamental II; Construções com régua e compasso; Ensino da Geometria Plana.

ABSTRACT

PERUSSO, S. R. B. Geometry in the middle school: learning geometry through constructions with ruler and compass. 2023.140p. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2023.

This dissertation conducted a historical analysis of geometry education in the country, covering topics ranging from legislation to the knowledge and training received by teachers who currently teach it. The main objective was to understand how the teaching of geometric constructions is incorporated, or not, into classroom practices, particularly in the region of Porto Ferreira (São Paulo State), and whether this competence is being explored or not in the field of geometry and mathematics.

Keywords: Geometry in the middle school; Construction with ruler and compass; Geometry's learning.

Sumário

Introdução

O presente trabalho se inicia fazendo uma análise temporal do ensino das construções geométricas ao longo das últimas décadas até os dias atuais. Analisando a linha do tempo, pudemos perceber que as construções geométricas foram perdendo espaços nas salas-aula de Matemática, sendo substituídas por outras metodologias e outros conteúdos dependendo do contexto histórico pelo qual o mundo e o país passava.

Esta dissertação tem por objetivo investigar os motivos que levaram a geometria no ensino fundamental a ocupar um segundo plano, inclusive nos livros didáticos: tais conteúdos e habilidades, são costumeiramente deixados para o final do ano, e se não houver tempo para serem trabalhados, são classificados como “menos importante” perante as outras áreas da Matemática. Assim como, analisar se, caso os docentes utilizassem a geometria e as construções geométricas como ponto de partida para o alcance das competências e habilidades, essas seriam consolidadas de maneira mais significativa para o aluno.

A partir de hipóteses levantadas, traçamos os objetivos deste trabalho de pesquisa. O estudo foi realizado em etapas. Numa primeira etapa, realizamos o estudo formal do conteúdo matemático relacionado ao tema “Geometria Plana”. Neste estudo, apresentamos todo o saber matemático necessário para atingir as competências desejadas de um docente ministrante de geometria plana no Ensino Fundamental II. Paralelamente, apresentamos um questionário aos docentes de Matemática da rede de ensino de Porto Ferreira. Para este fim obtivemos a prévia autorização do CONEP (Comissão Nacional da Ética em Pesquisa) e todos os professores que nos auxiliaram nesta investigação assinaram o Termo de Livre Consentimento exigido.

Numa segunda etapa desta investigação, a análise quantitativa e qualitativa dos questionários foi realizada e, por meio desta, alcançamos algumas respostas para a hipótese central deste trabalho, que é a aprendizagem significativa da Matemática a partir das construções com régua e compasso. Nesta etapa fez necessária a busca por informações sobre a formação dos atuais docentes em Matemática. Para isso investigamos os currículos e entrevistamos coordenadores de curso da licenciatura em Matemática das principais universidades públicas da região.

Numa terceira e última etapa, apresentamos uma proposta curricular para o ensino da geometria plana no ensino fundamental. Esta proposta foi baseada no referencial nacional curricular em vigência e tem por objetivo oferecer respaldo aos docentes na organização do ensino de geometria por meio das construções geométricas bem como, oferecer sugestões bibliográficas que amparem o conhecimento matemático necessário.

Capítulo 1 – Perspectivas históricas sobre a geometria euclidiana: contextualização histórica e progressiva das construções geométricas nas escolas brasileiras

Iniciaremos este trabalho com uma análise temporal do ensino das construções geométricas ao longo das últimas décadas até os dias atuais. Analisando essa linha do tempo, poderemos identificar quais foram as motivações que levaram a geometria e as construções geométricas a estarem em análise neste trabalho de pesquisa.

Ainda neste estudo pretendemos, a partir de análise de questionários respondidos pelos docentes de Matemática da rede de ensino de Porto Ferreira, entender como o ensino das construções geométricas está inserido nas práticas diárias e são, ou não, utilizados como base para o desenvolvimento de competências do campo geométrico matemático.

Ao longo do texto fica evidenciado que as construções geométricas foram perdendo espaços nas aulas de Matemática, sendo substituídas por outras metodologias e outros conteúdos dependendo do contexto histórico pelo qual o mundo e o país passava.

Zuin (2001), ressalta, e aqui se faz importante definirmos, que Desenho Geométrico refere-se às construções, com régua e compasso, dos objetos da Geometria Euclidiana Plana, os quais são tema de estudo deste trabalho.

O ensino da geometria de maneira geral, remete suas origens ao memorável “Os Elementos”, trabalho de Euclides que fundamenta o estudo da geometria plana até os dias atuais. Revisando esse trabalho, é possível perceber que não se encontram teorias desacompanhadas das construções geométricas, estas, serviram como apoio para as demonstrações, facilitando a visualização e o entendimento das proposições.

Após 1960, iniciou-se, a nível mundial, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que trouxe alterações nas formas de ensinar Matemática e a geometria euclidiana nesse contexto, saiu bastante afetada.

No cenário brasileiro, após o MMM nota-se também o desprestígio do ensino de geometria, com o corte de conteúdos geométricos das matrizes curriculares e propostas de ensino, assim como o abandono do desenho geométrico, que foi retirado da grade curricular, principalmente das escolas públicas.

Em 1996 com o lançamento da nova Lei de Diretrizes e Bases – LDBEN 9394/96, o contexto da importância das construções geométricas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos volta a ter papel importante nos documentos norteadores da educação brasileira.

A partir de 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) passamos a encontrar muitos estudos que preconizam a importância das construções geométricas para o desenvolvimento de habilidades da geometria como espaço, forma e medidas. O PCN de Matemática enfatiza sua importância quando diz que, espera-se que o discente:

> *"...explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações..." (p.49)*

As construções geométricas voltaram a ser sugeridas como importantes pelos documentos norteadores, porém não existe atualmente uma legislação que garanta a efetividade das construções geométricas nos currículos oficiais. Portanto, mesmo inseridas nos livros didáticos mais modernos as construções podem ser ou não trabalhadas pelos professores.

Ainda segundo Zuin (2001), o que causa as divergências entre propostas, nos sistemas de ensino e escolas sobre a efetividade das construções geométricas é que cabe exclusivamente à escola e ao docente adotar essa metodologia ou simplesmente descartá-la.

Neste trabalho, considerando o contexto histórico, a proposta é de resgate das construções geométricas no dia a dia escolar, evidenciando suas vantagens para o ensino significativo da Matemática.

1.1 – A construção geométrica nas escolas: uma perspectiva histórica

Para iniciar a fala sobre as construções, devemos primeiramente nos remeter aos anos de 1931 a 1971 onde a disciplina chamada de Desenho Geométrico foi trabalhada nas escolas à época de maneira obrigatória. Era uma disciplina constante no currículo de todas as escolas, mesmo a despeito da Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB/1961 que colocou a disciplina como uma opção do currículo.

Consultando Búrigo (1990), na década de 1960 aconteceu o Movimento da Matemática Moderna (MMM), como já foi citado neste trabalho, influenciado por mudanças no ensino da Matemática nos Estados Unidos e Europa. O grande foco, passou a ser oferecer uma Matemática ligada as necessidades sociais. Por influência desse movimento, foi criado o GEEM – Grupo de Estudos em Ensino de Matemática, o qual tinha o intuito de capacitar professores para o trabalho com a Matemática moderna.

Para Zaidan (1997), por conta das ideias que trouxe o MMM, não só as construções foram afetadas, mas a geometria euclidiana também sofreu um grande corte nas ementas e tópicos no Brasil. Os livros didáticos agora traziam figuras e desenhos mais coloridos, mas muitos conteúdos foram reduzidos a fórmulas deduzidas, sem demonstrações. Essa mudança nos livros didáticos impactou diretamente os professores, que quase que unicamente, se baseavam nos livros como instrumento principal de trabalho.

Com a promulgação da Lei de 1971, nº 5692, que veio substituir a LDB/1961, preconizou-se a separação das disciplinas em blocos. As disciplinas obrigatórias e as optativas que seriam as integrantes da parte diversificada do currículo. Deste marco em diante, o ensino do Desenho Geométrico passava a constituir apenas a parte diversificada do currículo escolar, deixando historicamente de ser uma disciplina obrigatória. Além de também, não ser mais cobrada na maioria dos vestibulares de acesso a cursos superiores. Outro fator que merece citação sobre a LDB/1971 é o fato da disciplina de Educação Artística ser instituída como parte obrigatória dos currículos, tanto para os 1º e 2º graus do ensino básico.

Zuin (2001), em suas pesquisas, verifica que ainda que discretamente, algumas escolas mantiveram a disciplina, mesmo a despeito da queda drástica de matérias e livros editados sobre construções. Ainda é notório e merecedor de atenção, que durante esse período em que as construções ficaram fora dos currículos obrigatórios, elas de alguma maneira, eram encontradas sutilmente nas aulas de Educação Artística, chegando a ser publicados livros desta disciplina com programas voltados às construções.

Costa (1981) considerava que:

> *"...a falta da geometria repercute seriamente em todo o estudo das ciências exatas, da arte e da tecnologia. Mas o desenho geométrico foi afetado na sua própria razão de ser, já que em si é uma forma gráfica de estudo de geometria e de suas aplicações. Muito antes de desaparecer, como matéria obrigatória no ensino do 1° grau, o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso." (Costa, 1981, p.89-90).*

O desprestígio não só das construções, mas também da geometria euclidiana, pode ser verificado na análise dos livros de Matemática da época, que traziam as poucas construções, e as que constavam eram descontextualizadas da geometria, o que vem de encontro novamente com a colocação feita por Costa (1981,p.89-90), que afirmava que, repito, "*...o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas...".*

Pavanello (1989), considera que a partir do momento em que após a LDB/1971 a escola passa a ser responsável por orientar e decidir quanto a oferta da disciplina de Desenho Geométrico, e com o MMM em curso, o desprestígio da geometria passa a ser mais notado nas escolas públicas, já que as nas escolas particulares e academias militares, isto é, nas escolas dirigidas para a elite, o ensino de geometria e construções continuou intacto.

A mesma autora ainda afirma que a continuidade desses estudos leva o indivíduo a desenvolver capacidades intelectuais, já que a geometria caminha para "*à enfatização dos processos dedutivos, através dos quais se pretende conseguir o desenvolvimento do raciocínio lógico.*" (Pavanello, 1989, p.87).

Young (1982), afirma que os grupos das escolas de elite, e o autor os denomina "*os selecionados da sociedade*", mesmo com as diversas modificações legais, tinha acesso a um determinado tipo de conhecimentos. Isso se relaciona com o que houve com as construções e geometria euclidiana.

Zuin (2001), também relaciona aspectos parecidos, quanto a questão social do ensino de geometria:

> *"...quando a Educação Artística é proposta estabelece-se uma associação com os trabalhos manuais, nos quais o Desenho Geométrico não se enquadra. A segmentação entre o trabalho manual e intelectual é legitimada determinando-se uma divisão social. Hierarquicamente dividida, cada classe social tem acesso a um determinado tipo de conhecimento já estratificado.* [...] *as teorias críticas do currículo mostram que existe uma distribuição desigual do conhecimento escolar." (Zuin, 2001a, p.164).*

Estudando os processos educacionais, e as escolas pedagógicas predominantes dos anos 70, nos deparamos com o tecnicismo, que era uma corrente que se preocupava em preparar na escola, um futuro trabalhador. E aqui mais uma vez a dualidade do sistema escolar no Brasil era afirmado: uma escola para a elite e outra diferente para a classe trabalhadora. (Zuin,2001).

Para Pavanello (1989), "*As escolas para as camadas inferiores são orientadas a preparar os estudantes para o trabalho, por isso a ênfase nas aplicações práticas dos princípios das ciências...*" (p.87), sendo que "*...a questão da geometria deve ser vista como um ato político e não somente pedagógico, pois está relacionada com a* *possibilidade de proporcionar, ou não, iguais oportunidades – e condições – de acesso a esse ramo do conhecimento.*” (p.98)

Pavanello (1989) ainda ao encontro da dualidade de propostas de ensino em voga no Brasil, propõem:

> *“... a grande massa não tem acesso a ela (geometria) a não ser no que ela tem de prático, de útil, no que se refere diretamente às profissões – e até mesmo isso lhe é negado, à medida que se 'ampliam' as oportunidades educacionais das classes inferiores da sociedade, e se reduz o caráter diretamente profissional da educação.” (Pavanello, 1989, p.100).*

Avançando na perspectiva histórica, em 1981 acontece em Florianópolis – Santa Catarina, o II Congresso Nacional de Desenho. Entre muitos estudos, propuseram inclusive o retorno obrigatório do Desenho Geométrico a parte obrigatória do currículo do ensino básico. Houve críticas ao trabalho com construções dentro da disciplina de Educação Artística e ainda foi evidenciado nesse evento uma crítica ao MMM, considerado "*...uma tentativa de substituir a abordagem preponderantemente euclidiana clássica da geometria por uma mais atualizada e rigorosa fracassa e, como consequência, o seu ensino – quando não abandonado – passa a assumir uma abordagem eclética*." (Miorim, Miguel & Fiorentini,1993, p.21).

Apesar de não haver mudança de legislação, após esse evento o impacto foi grande. As críticas ao modo de ensinar Matemática levaram alguns livros didáticos das principais editoras brasileiras passarem por reformulações. Os novos livros editados começaram a ser trabalhados em algumas escolas em que o ensino havia sido interrompido e continuaram a ser utilizados nas escolas particulares e militares.

Não é possível se precisar ao certo as escolas que retornaram as construções geométricas aos currículos, porém é fato que algumas, principalmente ainda as públicas, continuaram não abordando, se pautando na não alteração da LDB 5692/1971. Nesse contexto uma nova indagação era lançada e Zuin, (2001) acredita que “*...de forma inconsciente ou não, haveria interesse de que as construções geométricas fosse um saber escolar para todos?*”.

No ano de 1988, a NCSM – *The National Council of Supervisors of Mathematics* publicou um documento resultado de um encontro anual, onde detalhava habilidades básicas em Matemática que seriam necessárias aos estudantes do então próximo século, XXI. Dentre elas a geometria compunha uma das doze áreas que os alunos deveriam ter domínio para tornarem-se “*adultos de atuação responsável*”. Este documento trouxe ainda mais a tona as discussões já iniciadas em 1981 e teve grande influência na elaboração do novo documento que traria as diretrizes para a educação básica que viria a ser publicado em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's).

Muitos estudiosos da área passaram a publicar trabalhos que consideravam a importância do ensino das construções geométricas. O autor José Carlos Putnoki, autor de livros didáticos em entrevista a Zuin (2001), ressalta que:

> "*... não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me parece inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de "concretização". Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem "experimentar". Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas.* (...) *Em todas as interfaces que a Matemática faz com a linguagem gráfica, o conhecimento de Desenho entra como ferramenta enriquecedora. Por exemplo, o estudo da Geometria Analítica fica bastante facilitado para alunos que estudaram Desenho.*"

Em 1997, publicado oficialmente os Parâmetros Curriculares Nacionais, o livro dedicado a Matemática vem carregado com inúmeras citações sobre o trabalho a partir das construções geométricas. O documento voltado aos 3º e 4º ciclos do Ensino fundamental retomam o ensino das construções geométricas com régua e compasso, associado aos conteúdos das aulas de Matemática.

Dessa forma, temos de certa maneira o que Stenhouse (1991), chama de "...*a academia como propulsora do um retorno de um saber escolar, que esteve desvalorizado por quase 30 anos*..."

É necessário registrar que embora os PCN's fossem um documento oficial, eles não foram publicados com um caráter engessado a ser seguido. Ele era um norteador, considerado um documento com os objetivos a serem alcançados, todavia, não trazia uma receita pronta a ser aplicada. Cada rede de ensino, mais uma vez, tinha a liberdade de utilizar as metodologias que achassem mais válidas e viáveis para alcançar os objetivos propostos.

Embora, a liberdade de metodologias podia ser posta a jogo, o que aconteceu na maior parte dos sistemas, foi que os Parâmetros Curriculares Nacionais, foram usados como uma cartilha a ser seguida, o que fez com que as editoras reformulassem novamente as publicações aproximando-as do proposto pelo documento norteador, e no caso das construções, podemos notar que começavam a aparecer novamente capítulos inteiros voltados às construções geométricas com régua e compasso, nos principais livros das principais editoras.

Para Zuin (2001), também é digno de nota, que nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Arte, o papel da disciplina fica bem definido no currículo escolar, não deixando qualquer margem que possa abrir espaço para o trabalho de construções com régua e compasso nessa disciplina, como aconteceu com a LDB/1971.

Mais recentemente, temos a publicação de um novo documento que traz diretrizes. A BNCC – Base Nacional Comum Curricular foi publicada em 2017, vinte anos após a introdução dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Mesmo sendo um documento novo, não há mudanças relevantes no contexto das construções geométricas. A BNCC continua seguindo na mesma linha, do que já propunham os PCN's, considerando a construção geométrica como parte indissociável e importante do conhecimento geométrico matemático.

Chegamos agora a um ponto crucial do trabalho, já que pelo resgate histórico até aqui, vimos o ensino das construções geométricas ressurgir depois de um imenso espaço de tempo fora do contexto escolar.

As causas e motivos para esse retorno foram justificadas tanto na academia, quanto legalmente, mas, o que acontece então para que efetivamente o ensino de geometria e principalmente das construções como ponto de partida, sejam deixados de lado nas práticas docentes? Quais são as questões e/os dificuldades que impedem que esse trabalho seja efetivo? Existe uma preocupação com a democratização desse conhecimento? Até que ponto os professores inserem as construções geométricas em suas aulas?

Com este trabalho desejamos responder, mas não de maneira conclusiva, as perguntas colocadas acima.

Capítulo 2 – Fundamentos Matemáticos: saberes necessários à geometria plana

2.1 – Axiomas, proposições e teoremas da geometria plana

A geometria pode ser reconhecida em muitos espaços do nosso cotidiano, ao passo que podemos notar conceitos geométricos em muitos elementos do dia a dia como placas de trânsito, embalagens de produtos, instrumentos musicais, entre outros, que nos fazem entender a ideia de forma geométrica. Porém, para formalização do estudo de geometria não basta o mero reconhecimento de formas, é necessária uma sistematização de definições e propriedades que embasam a formalização do estudo geométrico.

Num espaço pedagógico significativo, o uso da geometria relacionada ao contexto diário dos alunos, trazendo os elementos conhecidos do cotidiano como ponto de partida seria o mais indicado para conectar os conhecimentos prévios e os conhecimentos geométricos que devem ser introduzidos de maneira mais produtiva.

A Geometria plana parte do estudo dos pontos e retas. Faz-se necessário aceitar algumas regras básicas que dizem respeito as relações entre estes elementos. Estas regras são chamadas de axiomas. Então a introdução de axiomas, marca o início da construção do estudo geométrico organizado. Esses axiomas tem como referência magna a obra "Os Elementos" de Euclides de Alexandria, obra datada de 888 d.C. Nela, Euclides organiza os axiomas e a construção das teorias geométricas a partir desses pressupostos. Propriedades, chamadas Teoremas ou Proposições, devem ser deduzidas somente através do raciocínio lógico a partir dos axiomas fixados ou a partir de outras propriedades já estabelecidas e necessárias para determinar as propriedades das figuras planas. Os axiomas podem ser organizados em cinco grupos, que neste trabalho serão tratados logo abaixo seguindo como referência principal o autor João Lucas Marques Barbosa em seu livro Geometria Euclidiana Plana, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) em 1995.

1-Axiomas de Incidência

2-Axiomas de Ordem

3- Axiomas de Medição de Segmentos

4- Axiomas de Medição de Ângulos

5- Axiomas de Congruência

Os axiomas da geometria, principalmente os axiomas de incidência e ordem, são fundamentais para o desenvolvimento dos conceitos geométricos que se seguem. Vale ressaltar que, habitualmente, são parte de uma etapa em sala de aula, que pode apresentar certa dificuldade. Por esta razão, esta etapa deve ser alvo de atenção pelos docentes. Sugere-se metodologias mais ativas e participativas nesta fase para que os conceitos fundamentais sejam compreendidos pelos alunos

2.1.1 Axiomas de Incidência

Euclides introduziu a Geometria de Incidência. Esta existe quando um conjunto de pontos satisfazem os seguintes axiomas:

Axioma I_1 – Qualquer que seja a reta existem pontos que pertencem à reta e pontos que não pertencem à reta.

Axioma I_2 – Dados dois pontos distintos existe uma única reta que contém esses pontos.

Quando duas retas tem um ponto em comum, dizemos que elas se *interceptam*.

O seguinte resultado, que chamamos de proposição tem sua verificação (prova) como consequência dos axiomas de incidência acima.

Proposição 1: Duas retas distintas ou não se interceptam ou se interceptam em um único ponto.

Prova: Sejam *r* e *s* duas retas distintas, por I_2 sabemos que elas podem possuir no máximo um ponto em comum, caso contrário seriam retas coincidentes. Logo, podemos afirmar que ou a intercessão de *r* e *s* é vazia ou é apenas um ponto.

2.1.2 Axiomas de Ordem

Os axiomas de ordem se organizam de forma a esclarecer o posicionamento e a localização relativa entre pontos e retas. São axiomas de ordem:

Axioma O_1 – Dados três pontos de uma reta, um e apenas um deles localiza-se entre os outros dois.

Axioma O_2 – Dados dois pontos A e B numa reta *m*, sempre existe um ponto C entre A e B e um ponto D tal que B está entre A e D.

Axioma O_3 – Uma reta *m* determina exatamente dois semiplanos distintos cuja intercessão é a reta m.

Façamos algumas considerações a respeito dos axiomas acima e suas consequências.

Por O_1, sabemos que, dados três pontos colineares, um e somente um, pode estar entre outros dois.

Por O_2, podemos concluir que entre quaisquer dois pontos de uma reta, existe uma infinidade de pontos. De fato, supondo que uma reta tenha um número finito de pontos e que podemos enumerá-los:

$$P_1, P_2, P_3, ..., P_n,$$

onde P_1 é o primeiro e P_n é o último ponto. Pelo axioma O_2, temos que existe um ponto P_{n+1} entre P_0 e P_n. Isso monstra que se assumimos que uma reta tem finitos pontos, por exemplo, n pontos, sempre podemos construir novos pontos pelo axioma O_2, demonstrando que tal finitude é impossível.

Como consequência do axioma O_3, alcançamos a seguinte definição.

Definição: Sejam *m* uma reta e A um ponto que não pertence a *m*. O conjunto constituído pelos pontos de *m* e por todos os pontos B tais que A e B estão em um mesmo lado da reta *m* é chamado de semiplano determinado por *m*, contendo A.

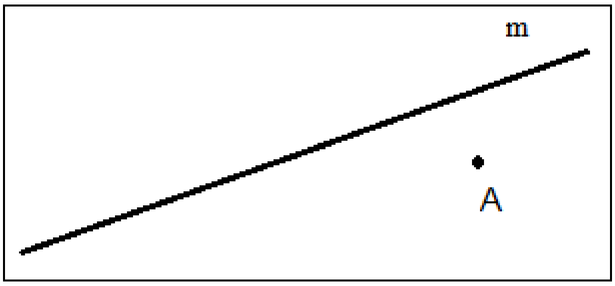


Fig. 1 – Semi plano determinado pela reta m contendo o ponto A.

2.1.3 Axiomas de Medição de Segmentos

Quando o professor em sala de aula introduz os axiomas de medição, torna-se mais real a proposta de um trabalho de fato concreto, com o uso de materiais como régua, transferidor e compasso. Talvez seja esse o início do uso destes materiais pelos alunos, sendo sugerido, um momento anterior onde os alunos explorem esses materiais, os conheçam e somente então, iniciem as atividades propostas.

Não se pode começar a falar sobre os axiomas de medição de segmentos sem apresentar o instrumento essencial a ele: a régua graduada. Esse material é muito conhecido e utilizado por todos desde muito cedo, e sua principal funcionalidade é a de medir segmentos. O compasso é outro instrumento que chama a atenção dos alunos. Embora simples, seu manuseio e uso pode causar curiosidade nos alunos e há também aqueles alunos que acham este instrumento de uso difícil.

Os axiomas de medição de segmentos são enunciados a seguir.

Axioma MS_1 – A todo par de pontos no plano corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se, e somente se, os pontos são coincidentes.

Axioma MS_2 – Os pontos de uma reta podem sempre ser colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre esses números coincida com a distância entre os pontos correspondentes.

É importante dizer que denotamos por $\overline{AB}$ o tamanho do segmento de origem em A e extremidade em B. A partir daqui sempre utilizaremos a mesma notação.

O número que se refere o axioma MS_1 é o que chamamos de distância entre pontos A e B ou comprimento do segmento *AB*. Neste caso adotamos uma unidade de medida conveniente. De acordo com o axioma MS_2, o comprimento de AB é sempre um número maior que zero, A e B são extremidades de um segmento, o seu comprimento será a diferença entre a e b (em qualquer ordem) onde *a* é o número real associado ao ponto A e *b* é o número real associado ao ponto B. Ou seja,

$$\overline{AB} = |b - a|, \text{ onde } |\ | \text{ denota o valor absoluto de } b - a.$$

Ou ainda, por MS_2 temos a relação entre a régua e a reta real, a correspondência biunívoca entre os pontos e os números reais. É importante também citar que o número real que corresponde a um ponto da reta é denominado coordenada daquele ponto.

Axioma MS_3 – Se um ponto C encontra-se entre A e B então temos que:

$$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

2.1.4 Axiomas de Medição de Ângulos

Iniciamos com o conceito de ângulo.

Definição: Chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas com a mesma origem.

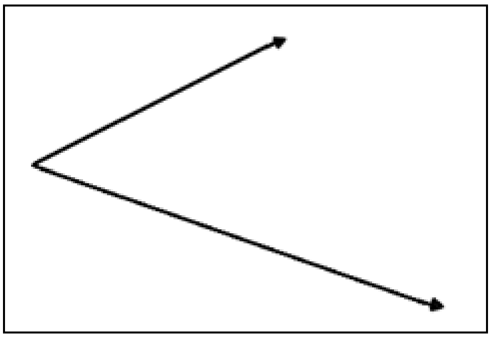


Fig. 2 – Ângulo.

Ângulos são medidos em graus, e para isso, é utilizado o instrumento de medida que chamamos de transferidor. De maneira análoga à medição de segmentos, a medição de ângulos também é organizada em forma de axiomas.

Axioma MA_1 – Todo ângulo tem uma medida maior ou igual a zero. A medida do ângulo é zero se, e somente se, ele é construído por duas semirretas coincidentes.

Definição: Uma semirreta divide um semiplano se ela estiver contida nele e sua origem for um ponto da reta que o determina.

Axioma MA_2 – É possível colocar, em correspondência biunívoca, os números reais entre 0 e 180 e as semirretas de mesma origem que dividem um dado semiplano, de modo que a diferença entre este número seja a medida do ângulo formado pelas semirretas correspondentes.

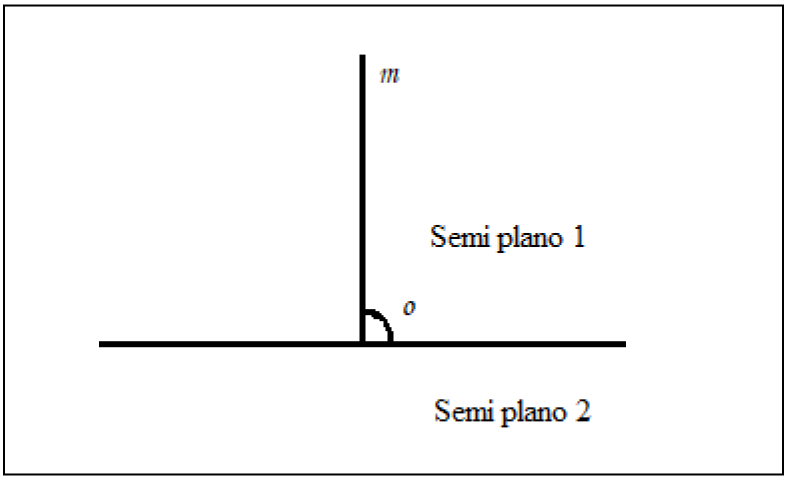


Fig. 3 – Semi plano determinado pela reta m contendo o ponto A.

Faz-se necessário dizer que denotamos por AÔB o ângulo formado por duas semirretas de mesma origem *O*. Desta maneira, a partir daqui, utilizamos sempre a mesma notação.

Axioma MA_3 – Se uma semirreta de origem *O* divide um ângulo AÔB então:

$$A\hat{O}B = A\hat{O}C + C\hat{O}B$$

O axioma MA_3 introduz a noção de divisão de ângulos. Se as semirretas OA, OB e OC tem mesma origem e o segmento AB intercepta OC, dizemos que OC divide o ângulo AÔB.

Do axioma MA_3 seguem importantes conceitos e resultados da Geometria Plana.

Definição: Dois ângulos são ditos suplementares se a soma de suas medidas é 180º.

Como consequência dos conceitos acima introduzidos temos o seguinte resultado:

Quando duas retas distintas se interceptam elas formam quatro ângulos: os ângulos AÔB e DÔC e os ângulos AÔD e BÔC. Os ângulos AÔB e DÔC e os ângulos AÔD e BÔC são ditos opostos pelo vértice.

Proposição 2: Ângulos opostos pelo vértice têm mesma medida.

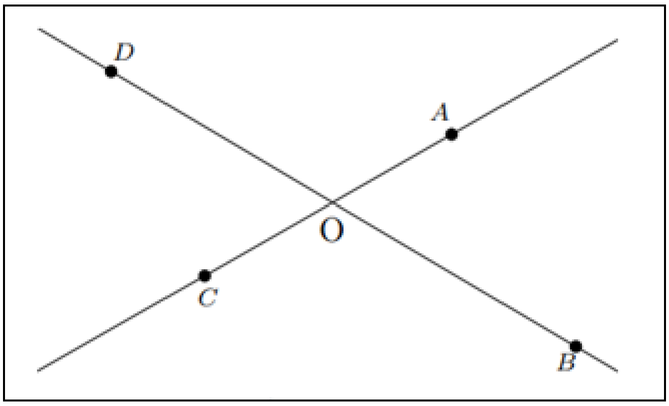


Fig. 4 – Ângulos opostos pelo vértice.

Prova: Na Figura 4, os ângulos AÔB e DÔC são opostos pelo vértice *O*. Além disso, do conceito de ângulos suplementares temos que:

$$A\hat{O}B + A\hat{O}D = 180°,$$

$$D\hat{O}C + A\hat{O}D = 180°.$$

Segue então que $A\hat{O}B = 180° - A\hat{O}D = D\hat{O}C$.

Definição: Um ângulo cuja medida é 90º é chamado ângulo reto.

Todo ângulo suplementar de um ângulo reto é também um ângulo reto. Na intersecção de duas retas, se um dos ângulos é 90°, todos os outros também serão. Nessa situação as retas são ditas perpendiculares.

Teorema 1: Por qualquer ponto de uma reta passa uma, e somente uma, reta perpendicular a esta.

Prova: Trace uma reta *m* e um ponto *A* sobre ela. As duas semirretas determinadas pelo ponto *A*, formam ângulo de 180°. Trace, uma semirreta *t* com origem em *A* que tem coordenada 90°. Esta, semirreta *t*, forma com as outras duas semirretas determinadas por *A*, ângulos retos, portanto é perpendicular a reta *m*.

Suponha ainda, que traçássemos duas semirretas *t* e *t'* partindo do ponto *A* de modo que ambas sejam perpendiculares a reta *m*. Nesta situação, existe um ângulo α formado pelas retas *t* e *t*' e, como mostra a Figura 5, temos que $\beta + \alpha + \gamma = 180°$. Como as retas *t* e *t'* são ambas perpendiculares a reta *m*, segue que $\beta = \gamma = 90°$ e assim $\alpha = 0$ e $t = t'$.

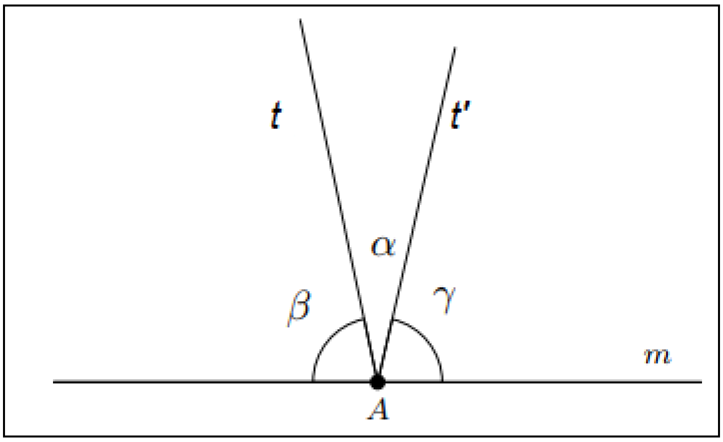


Fig. 5 – Existe uma única reta *t* perpendicular a reta *m*.

2.1.5 Axiomas de Congruência

O termo congruência vem do latim, *congruentĭa.* Em nosso idioma, pode-se encontrar a palavra em qualquer dicionário com a possível definição:

"Coincidência ou correspondência de caráter ou qualidades; conformidade, concordância, harmonia."

No campo matemático utiliza-se a palavra congruência apropriando-se de seu sentido quando se adotam as seguintes definições:

Definições:

- Dois segmentos AB *e* CD são congruentes quando $\overline{AB} = \overline{CD}$, ou seja, ambos segmentos tem mesmo comprimento

- Dois ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são congruentes se eles têm a mesma medida.

Como consequência das definições acima, tem-se que:

- Um segmento é sempre congruente a ele mesmo.
- Dois segmentos, congruentes a um terceiro, são congruentes entre si.

Ao falarmos de congruência, antes é necessário definirmos:

Definição: Triângulos são figuras geométricas formadas por três lados e três ângulos internos. Na Figura 6, temos exemplos de triângulos.

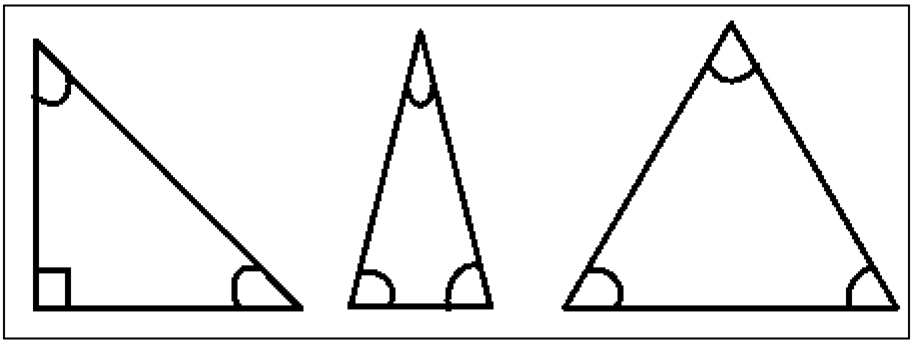


Fig. 6 – Exemplos de triângulos.

O início do estudo sobre triângulos é um momento interessante em sala de aula, por que em geral, os alunos reconhecem essa forma geométrica tão comum a maioria deles desde muito cedo. Aproveitando essa proximidade, pode-se partir dos conhecimentos já adquiridos, sobre lados e classificações para ser o início desses novos conhecimentos que serão iniciados a partir daqui.

Na Geometria, também muito se fala em congruência de triângulos.

Definição: Se, entre dois triângulos, for possível estabelecer uma relação biunívoca entre os seus vértices de modo que os lados e os ângulos correspondentes sejam congruentes, dizemos que os dois triângulos, são congruentes.

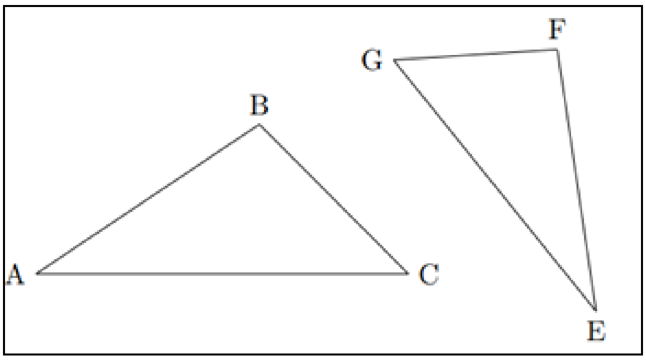


Fig. 7 – Triângulos congruentes.

Se, nos triângulos da Figura 7, temos uma correspondência biunívoca entre seus ângulos $A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$, e $C \leftrightarrow G$ então valem as seguintes igualdades, que garantem a congruência entre eles:

$$\overline{AB} = \overline{EF}, \overline{BC} = \overline{FG}, \overline{AC} = \overline{EG}$$

$$\hat{A} = \hat{E}, \hat{B} = \hat{F}, \hat{C} = \hat{G}$$

Escrevemos então que $ABC \equiv EFG$ para significar que os triângulos são congruentes.

Nem sempre se faz necessário verificar todas as seis igualdades acima para garantir a congruência de triângulos, bastando em alguns casos, verificar apenas três delas. As condições mínimas exigidas para a congruência de dois triângulos são denominadas casos ou critérios de congruência.

O primeiro caso de congruência de triângulo, conhecido como caso LAL (lado, ângulo, lado), vamos assumir como verdadeiro (um axioma de congruência) e os demais casos serão verificados a partir deste. Vale observar que este resultado é bastante intuitivo, como os demais axiomas enunciados anteriormente.

Dados dois triângulos *ABC e A'B'C'*. Se $\overline{AB} = \overline{A'B'}$, $\hat{A} = \hat{A}'$ e $\overline{AC} = \overline{A'C'}$. Então *ABC* ≡ *A'B'C'*.

O caso LAL nos diz que ao verificar as três igualdades abaixo, como na Figura 8, temos as outras três igualdades exigidas para a congruência imediatamente satisfeitas, ou seja:

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{A'B'} \\ \hat{A} = \hat{A}' \\ \overline{AC} = \overline{A'C'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \widehat{B'} \\ \overline{BC} = \overline{B'C'} \\ \hat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$$

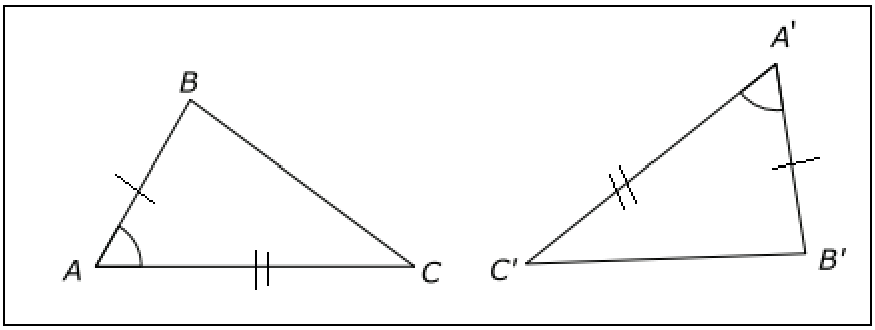


Fig. 8 – Primeiro caso de congruência.

Os demais casos de congruência podem ser verificados por meio dos axiomas estabelecidos. As provas destes casos podem ser encontradas no livro Geometria Euclidiana Plana de João Lucas Marques Barbosa.

O segundo caso de congruência de triângulos, é o caso ALA (ângulo, lado, ângulo). Dados dois triângulos *ABC e A'B'C'*. Se $\overline{BC} = \overline{B'C'}, A\hat{B}C = A'\hat{B}'C'$ e $B\hat{C}A = B'\hat{C}'A'$. Então *ABC* ≡ *A'B'C'*

Neste caso, precisamos verificar as três igualdades indicadas na Figura 9 para garantir as outras três igualdades.

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' \\ \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \\ \hat{C} = \widehat{C}' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \hat{A} = \widehat{A}' \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \end{cases}$$

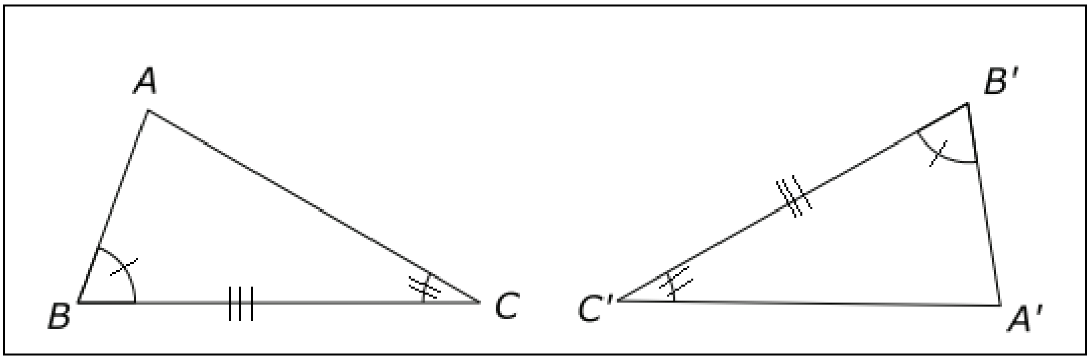


Fig. 9 – Segundo caso de congruência.

O terceiro caso de congruência de triângulos, é o caso LLL (lado, lado, lado) que afirma que, se triângulos *ABC e A'B'C'* têm três lados correspondentes congruentes então os triângulos são congruentes, ou seja, *ABC* ≡ *A'B'C'*, como na Figura 10.

$$\begin{cases} \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \\ \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \widehat{A}' \\ \hat{B} = \widehat{B}' \\ \hat{C} = \widehat{C}' \end{cases}$$

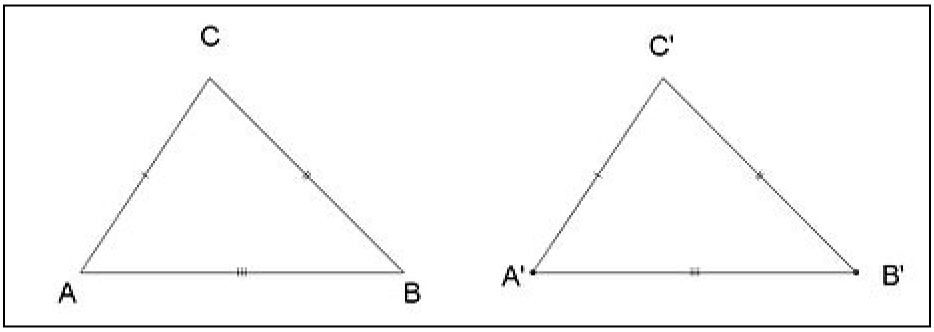


Fig. 10 – Terceiro caso de congruência.

O quarto caso de congruência de triângulos é o caso LAA_o (lado, ângulo e ângulo oposto), que afirma que dados dois triângulos *ABC e A'B'C'* se $AB = A'B'$, $\hat{A} = \widehat{A'}$e $\hat{B} = \widehat{B'}$. Então $ABC \equiv A'B'C'$, como na Figura 11.

$$\begin{cases} \overline{BC} \equiv \overline{B'C'} \\ \hat{B} = \widehat{B'} \\ \hat{A} = \widehat{A'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = \widehat{C'} \\ \overline{AB} \equiv \overline{A'B'} \\ \overline{AC} \equiv \overline{A'C'} \end{cases}$$

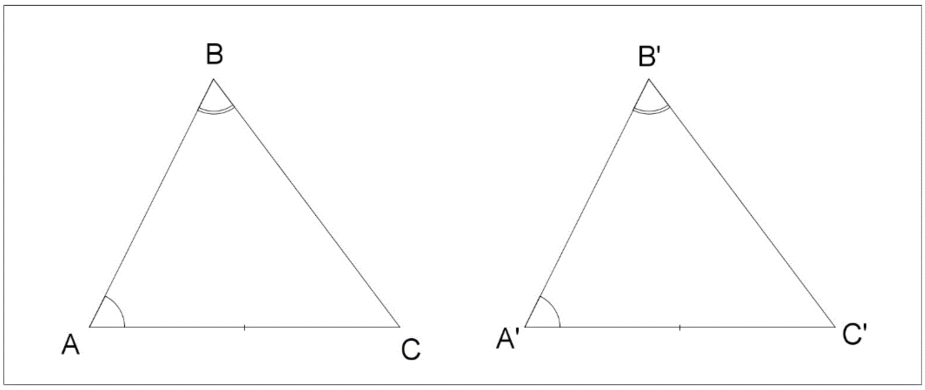


Fig. 11 – Quarto caso de congruência.

Destes quatro casos acima outros casos seguem como consequência, por exemplo, no caso de dois triângulos retângulos, basta que exista um cateto e a hipotenusa de mesma medida para que os triângulos sejam congruentes, isso é uma consequência imediata do caso LLA_o como representado na Figura 12.

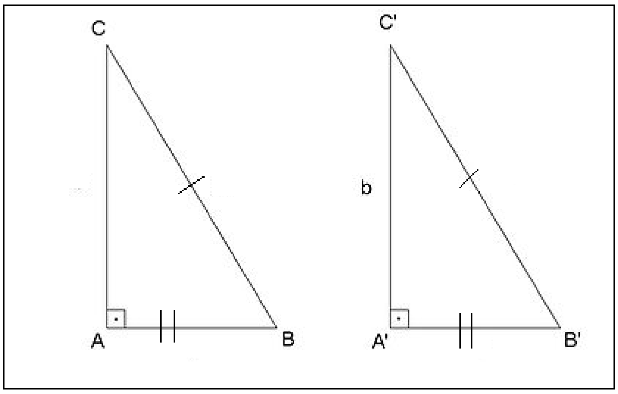


Fig. 12 – Congruência de triângulos retângulos.

A partir dos casos de congruências que introduzimos acima, podemos apresentar definições e resultados importantes pertencentes a geometria plana. Alguns destes, já são conhecidos dos alunos desde muito cedo, porém sem nenhuma abordagem formal, é o caso da classificação de triângulos quanto aos lados. À altura do ensino fundamental II, já é possível introduzir tais conceitos de maneira mais formalizada para que os alunos possam se apropriar de conceitos e definições matemáticas mais completas, aprofundadas e contextualizadas.

Definição: Um triângulo é chamado isósceles se tem dois lados congruentes. Estes lados são chamados laterais, e o terceiro é chamado de base.

Proposição 3: Em um triângulo isósceles os ângulos da base são congruentes.

Prova: Dado um triângulo ABC em que $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$, deve-se provar que $\hat{B} = \hat{C}$. Para isso, devemos supor que o triângulo ABC faça a correspondência de vértices com ele mesmo, de forma que: $A \leftrightarrow\ A$, $B \leftrightarrow C$, e $C \leftrightarrow B$.

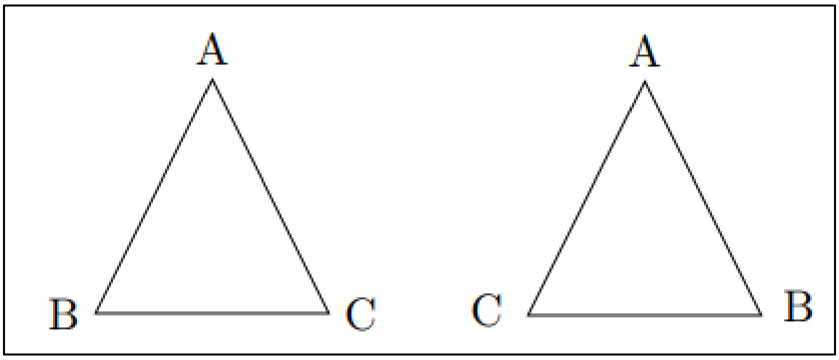


Fig. 13 – Triângulos isósceles.

Tem-se por hipótese que $\overline{AB}$=$\overline{AC}$, isto é que ambos triângulos tem suas laterais congruentes. Sendo Â vértice comum a ambos, segue do primeiro axioma de congruência, isto é, *LAL*, que todos os ângulos de ambos os triângulos são congruentes, ou seja, $\hat{B} = \hat{C}$.

Proposição 4: Se dois ângulos em um triângulo ABC são congruentes, então esse triângulo é isósceles.

Prova: Dado um triângulo ABC, vamos comparar esse triângulo a ele próprio fazendo a mesma correspondência $A \leftrightarrow\ A$, $B \leftrightarrow C$, e $C \leftrightarrow B$, deve-se mostrar que $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$.

Por hipótese, na Figura 13, temos que $\overline{BC}$ = $\overline{CB}$ e B = C então temos pelo segundo caso de congruência que $\overline{AB}$ = $\overline{AC}$.

Definições: Seja ABC um triângulo e seja D um ponto na reta por B e C.

- O segmento *AD* chama-se mediana do triângulo relativa ao lado $\overline{\text{BC}}$, se D for o ponto médio do segmento $\overline{\text{BC}}$.

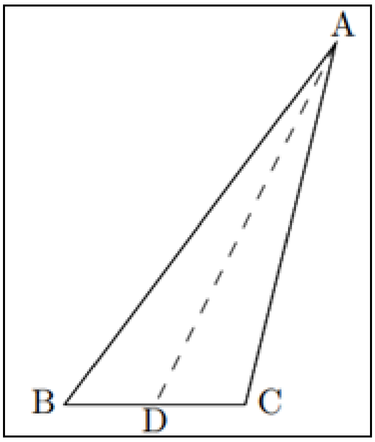


Fig.14 – Mediana do triângulo ABC relativo ao lado BC.

- O segmento AD chama-se bissetriz do ângulo Â se AD divide o ângulo CÂB em dois ângulos iguais, CÂD = DÂB.

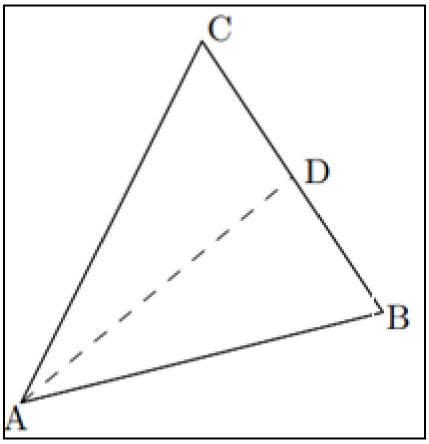


Fig. 15 – Bissetriz do triângulo ABC relativa ao ângulo A.

- O segmento AD chama-se altura do triângulo relativa ao lado BC se AD é perpendicular a reta por B e C.

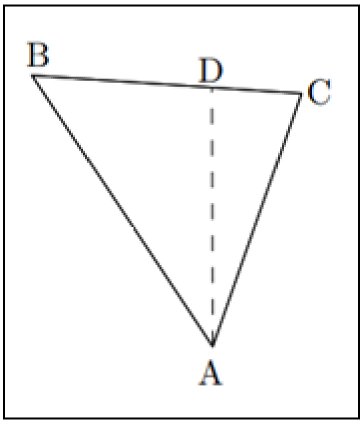


Fig. 16 – Altura do triângulo ABC relativa ao lado BC.

Proposição 5: Em um triângulo isósceles a mediana relativa à base é também altura e bissetriz.

Prova: Seja ABC um triângulo isósceles, como na Figura 17, de base AB. Seja CD sua mediana relativa à base, queremos provar que $A\hat{C}D = B\hat{C}D$ e que $A\widehat{D}C$ é reto.

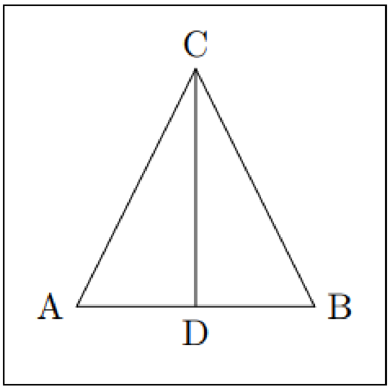


Fig. 17 – Em triângulos isósceles a mediana relativa a base coincide com a altura e a bissetriz relativa a este lado.

Considere também na Figura 17, os triângulos ADC e BDC e neles temos:

- CD é mediana por hipótese, então $\overline{AD}=\overline{BD}$
- ABC é isósceles por hipótese, então $\overline{AC}$ = $\overline{BC}$ e $\hat{A} = \hat{B}$

Segue do terceiro caso de congruência de triângulos que os triângulos ADC e BDC são congruentes. Portanto, como consequência temos que $A\hat{C}D = B\hat{C}D$. Ou seja, CD é bissetriz do ângulo $A\hat{C}$B. Considere ainda na Figura 17.

- $A\widehat{D}B$ é um ângulo que mede 180°.
- $C\widehat{D}A + B\widehat{D}C$ = 180°

Como já sabemos $C\widehat{D}A = B\widehat{D}C$ são congruentes, portanto, cada um deles mede 90°. Em outras palavras, CD é perpendicular a AB.

2.2 - O Teorema do ângulo externo: algumas implicações para a geometria plana

O conceito de ângulo inicia-se de forma mais discreta ainda, no primeiro ciclo do ensino fundamental. No ciclo seguinte é necessário retomar os conhecimentos prévios para introduzir os novos conceitos. Podemos encontrar em diferentes fontes, sugestões de atividades criativas, com construções e dobraduras com o objetivo tornar o aprendizado mais participativo e significativo.

Antes de enunciarmos as definições importantes a cerca deste título, faz-se necessário definirmos o que são ângulos externos de um triângulo e retomar a definição de suplemento e ângulos suplementares.

Definição: Um triângulo ABC possui três ângulos que são chamados de ângulos internos ou simplesmente ângulos. Tem-se como definição de ângulo externo os suplementos dos ângulos internos de um triângulo.

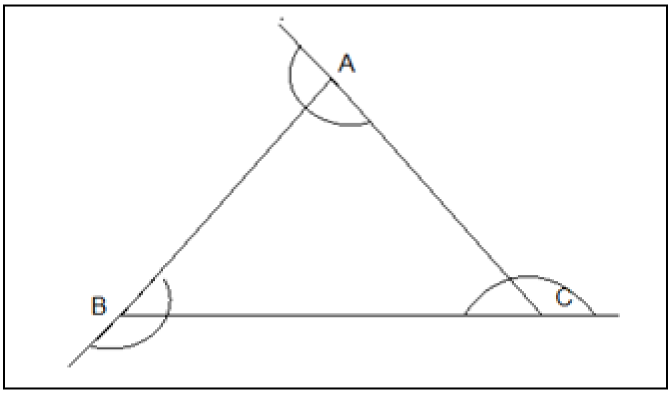


Fig. 18 – Ângulos externos ao triângulo ABC.

Teorema 2: A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Em um triângulo ABC, trace pelo vértice C uma reta paralela ao lado AB, como na Figura 19.

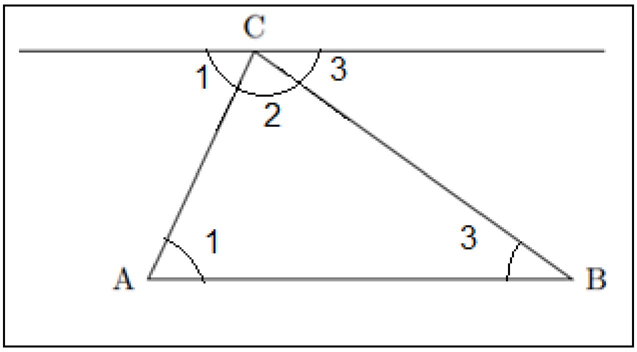


Fig. 19 – A soma dos ângulos internos 1, 2 e 3 de um triângulo é igual a 180°.

Sabemos que a soma dos ângulos numerados em 1,2 e 3 com lados na reta que passa pelo ponto C é 180° já que formam um ângulo raso. As retas que passam pelos lados A e C e pelos lados B e C do triângulo são retas transversais as retas passando por A e B e a reta *t*, portanto temos que$3 = \hat{B}$ e $1 = \hat{A}$, que são os ângulos alternos internos neste caso.

$$\hat{A} + \hat{B} + A\hat{C}B = \hat{1} + \hat{3} + \hat{2} = 180°.$$

Deste teorema podemos relacionar alguns corolários que se seguem:

- Cada ângulo de um triângulo equilátero mede 60°.
- A soma das medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo é 90°.

Tem-se como regularidade que todo ângulo externo atende ao seguinte teorema:

2.2.1 - Teorema do Angulo Externo

Teorema do Ângulo Externo: Todo ângulo externo tem medida maior que os ângulos internos não adjacentes a ele

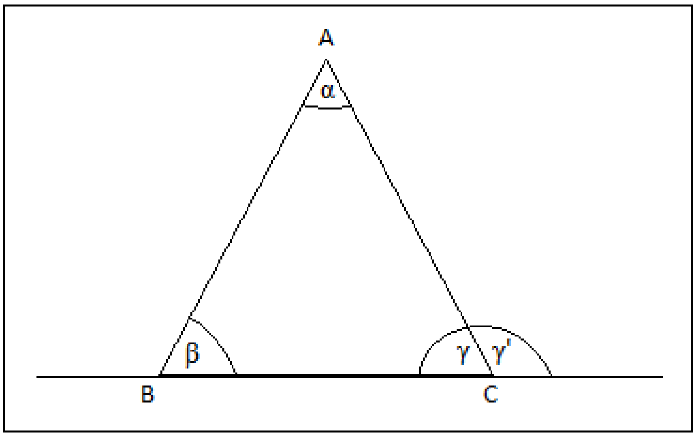


Fig. 20 – A medida do ângulo externo não adjacente γ’ é sempre maior que os ângulos α e β, internos ao triângulo ABC..

Demonstração: Na Figura 20, temos o triângulo ABC, com ângulos internos α, β, γ. O suplemento do ângulo γ é o ângulo externo que chamamos de γ’. Já é conhecido que em qualquer triângulo temos:

$\gamma' = 180° - \gamma$, assim como:

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Isolando γ na equação acima temos:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

Substituindo em $\gamma' = 180° - \gamma$, temos:

$\gamma' = 180° - (180° - \alpha - \beta) \Rightarrow \gamma' = \alpha + \beta$

Dessa maneira demonstramos que γ’> α e que $\gamma' > \beta$, provando o Teorema do ângulo externo.

Proposição 6: A soma das medidas de quaisquer dois dos três ângulos internos de um triângulo é menor que 180°.

Prova: Seja ABC um triângulo, devemos provar que $\hat{B} + \hat{C} < 180°$. Considere γ o ângulo externo deste triângulo com vértice em $\hat{C}$. Sabemos pelo Teorema do ângulo externo que $\gamma > \hat{B}$ e também que γ e $\hat{C}$ são suplementares. Daí, temos:

$$\hat{B} + \hat{C} < \gamma + \hat{C} = 180°.$$

Antes de enunciar algumas consequências importantes dos resultados apresentados até aqui, devemos introduzir a classificação de ângulos.

Definição: Todo ângulo com medida menor que 90º é dito ângulo agudo. Todo ângulo de 90° é dito ângulo reto. Todo ângulo com medida maior que 90° é dito ângulo obtuso. Todo ângulo de 180° é dito ângulo raso.

Corolário: Um triângulo possui pelo menos dois ângulos internos agudos.

Prova: De fato, caso haja um triângulo com dois ângulos maiores ou iguais a 90 graus então a soma dos ângulos internos deste triângulo será maior do que 180 graus, contradizendo o Teorema 2.

Existem diferentes geometrias dependendo do conjunto de axiomas que por ela são satisfeitos. Os axiomas até agora tratados neste trabalho pertencem à Geometria Euclidiana, e também são válidos para a Geometria não Euclidiana. Nesta Geometria, existe um aparte axiomático, que nasce exatamente a partir do conjunto de proposições sobre as retas paralelas, que serão tratados a partir daqui.

Neste trabalho, apenas a título de curiosidade, vale mencionar que, a Geometria não Euclidiana surgiu a partir da tentativa de prova do quinto postulado de Euclides. A Geometria não Euclidiana, não adota esse axioma, o que dá origem a resultados bastante distintos. Carl Friedrich Gauss e Bernhard Riemann foram responsáveis, entre outros, pelos avanços mais conhecidos desta Geometria.

Voltando a geometria Euclidiana, enunciamos o quinto postulado de Euclides.

Quinto Postulado de Euclides: Se uma reta corta duas outras retas formando ângulos cuja soma é menor do que dois retos, então as duas retas, se continuadas infinitamente, encontram-se no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois retos.

Corolário 1: Se duas retas distintas m e n são perpendiculares a reta t, então m e n não se interceptam.

Prova: Na Figura 21, temos as duas retas m e n paralelas a uma terceira reta. Caso as retas m e n se interceptassem teríamos um triângulo com dois ângulos retos, contradizendo o corolário anterior.

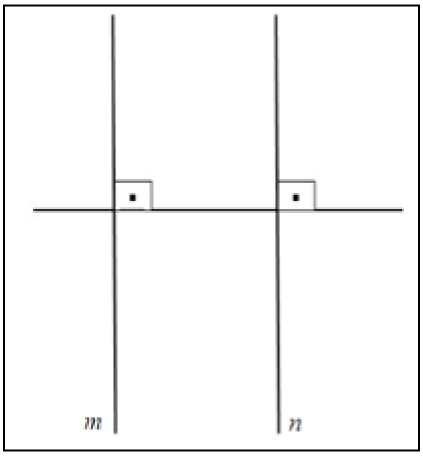


Fig. 21 – Retas paralelas *m* e *n* cortadas por uma reta transversal formando ângulos retos com ambas.

Proposição 7: Por um ponto fora de uma reta passa uma, e somente uma, reta perpendicular a reta dada.

Prova: Denote por m a reta e por A o ponto fora da reta m. Suponha que existam duas retas r e t distintas, passando pelo ponto A e perpendiculares a reta m. Denote por B e C os pontos de intersecção de r com m e de t com m, respectivamente. O triângulo *ABC* teria neste caso dois ângulos retos em *B* e *C*, contradizendo o corolário acima, garantindo assim a unicidade da reta *r*, perpendicular a *m* pelo ponto *A*.

Proposição 8: Se dois lados de um triângulo não são congruentes então seus ângulos opostos não são iguais e o maior ângulo é oposto ao lado maior.

Prova: Provamos que um triângulo tem dois lados congruentes se, e somente se, tem dois ângulos opostos congruentes. Portanto, segue pela negativa da Proposição 8 que em um triângulo não isósceles seus ângulos opostos não são congruentes. Resta mostrar que o maior ângulo é oposto ao maior lado.

Considere na Figura 22, o triângulo *ABC* onde $\overline{BC} < \overline{AC}$. Queremos provar que $C\hat{A}B < C\hat{B}A$. Para isso, sob o lado AC marcamos um ponto D, tal que o triângulo BCD seja isósceles e o segmento BD divida o ângulo $C\hat{B}A$.

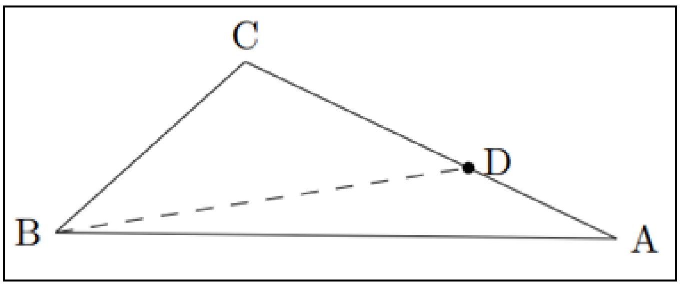


Fig. 22 – O triângulo *BCD* é isósceles e no triângulo *ABC* temos que a seguinte relação se verifica a respeito de dois de seus lados: $\overline{CA} > \overline{BC}$.

Dessa forma temos que $C\hat{B}A > C\hat{B}D$. Por outro lado, se CDB é isósceles e $C\hat{D}B$ é ângulo externo do triângulo BDA. Pelo Teorema do Ângulo Externo segue que $C\hat{D}B >$ $C\hat{A}B$ e portanto podemos escrever que $C\hat{A}B < C\hat{D}B = C\hat{B}D < C\hat{B}A$, como queríamos demonstrar.

Proposição 9: Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes então os lados que se opõem a estes ângulos tem medidas distintas e o maior lado opõem-se ao maior ângulo.

Prova: Mais uma vez a primeira parte dessa proposição segue do Teorema 8. Para a prova da segunda parte, considere o mesmo triângulo, da Figura 22, onde $C\hat{A}B < C\hat{B}A$ e devemos mostrar que $\overline{BC} < \overline{AC}$. Por exclusão, temos três possibilidades a serem consideradas $\overline{BC} < \overline{AC}, \overline{BC} > \overline{AC}$ e $\overline{BC} = \overline{AC}$. Caso $\overline{BC} > \overline{AC}$, teríamos na proposição anterior $C\hat{A}B > C\hat{B}A$, o que por hipótese não acontece. Da mesma forma se $\overline{BC} = \overline{AC}$, então o triângulo seria isósceles e $C\hat{A}B = C\hat{B}A$ o que também é falso por hipótese. Logo temos que $\overline{BC} < \overline{AC}$, como queríamos demonstrar.

Teorema 3: Em todo triângulo *ABC* temos que a soma de dois de seus lados, $\overline{AB}$+$\overline{BC}$, é maior que a medida do terceiro lado, $\overline{AC}$.

Prova: Em um triângulo *ABC*, como o da Figura 23, devemos mostrar que $\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$. Na semirreta *AB*, marque o ponto *D*, onde $\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC}$. Dessa forma, *BCD* é um triângulo isósceles, já que, $\overline{BD} = \overline{CB}$, com base *CD*. Por construção sabemos que $B\hat{C}D < A\hat{C}D$. Pela proposição 9, segue que $\overline{AC} < \overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BC}$, de onde segue o resultado desejado.

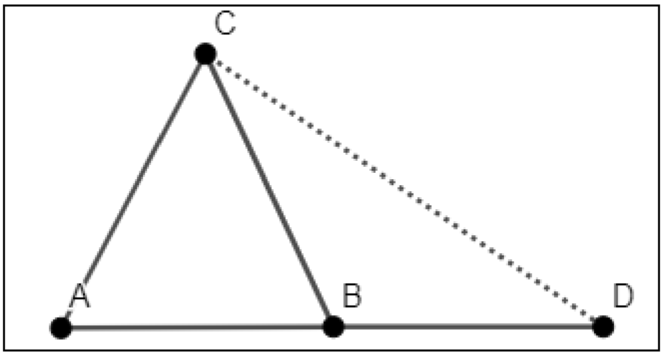


Fig. 23 – Desigualdade triangular.

2.2.2 - Teorema da desigualdade triangular: Dados três pontos no plano, A, B e C, temos que $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$. Igualdade ocorre se, e somente se, A, B e C pertencem a mesma reta.

Prova: A prova deste resultado é formada por três partes. Considere os três pontos *A*, *B* e *C* com coordenadas a, b e c respectivamente. Caso *A*, *B* e *C* sejam vértices de um triângulo, segue do Teorema 3 que $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$. Se os pontos são colineares, ou seja, se estão sob uma mesma reta, e se *B* estiver entre *A* e *C* temos a igualdade satisfeita, do contrário a desigualdade ainda se verifica. Finalmente, se assumimos que a igualdade se verifica, ou seja, $|\,a - c| = |\,a - b| + |b - c|$, os pontos não podem definir um triângulo, pois isso contradiz o Teorema 3, donde concluímos que os pontos são colineares.

A desigualdade triangular é uma restrição para a construção de triângulos.

Proposição 10: Sejam a, b, c números positivos tal que b ≤ c. Se c < a + b então podemos construir um triângulo cujos lados tem comprimentos a, b e c.

Definição: Um triângulo que possui um ângulo reto é chamado triângulo retângulo. O lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa e os outros dois lados são chamados de catetos.

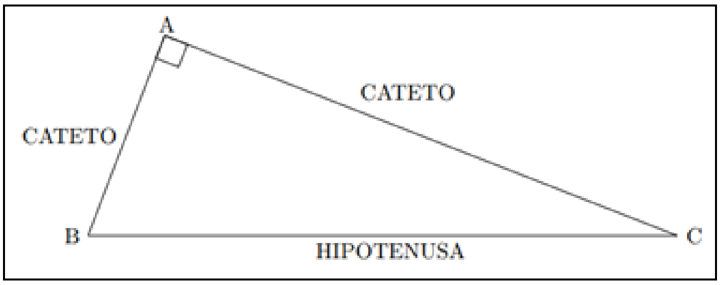


Fig. 24 – Triângulo retângulo.

Como consequência do estudo apresentado até aqui podemos afirmar que “Em todo triângulo retângulo os ângulos opostos aos catetos são agudos e o comprimento da hipotenusa é sempre maior que qualquer um dos catetos.”

2.3 – Semelhança de Triângulos

A semelhança de triângulos é tema que pode gerar dúvidas aos estudantes quando apresentamos algumas figuras, já que visualmente, apenas ao olhar os triângulos, pode não ficar tão evidente a semelhança que se pretende notar. Ao abordar o tema, devemos ter cuidado com as atividades, buscando utilizar materiais e estratégias que aproximem a questão de reconhecimento de imagens e os conceitos de semelhança.

De maneira simples dizemos que dois triângulos distintos são semelhantes, quando existir uma proporcionalidade entre seus lados e seus ângulos correspondentes forem congruentes.

Como na Figura 25, considere os triângulos ABC e EFG. Podemos relacionar de maneira biunívoca seus vértices $A \to E, B \to F \; e \; C \to G$. Diremos que os dois triângulos são semelhantes se, $\hat{A} = \hat{E}$, $\hat{B} = \hat{F} \; e \; \hat{C} = \hat{G}$ e o quociente entre as medidas de segmentos de retas correspondentes obedecem a seguinte razão de proporcionalidade:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{GE}}$$

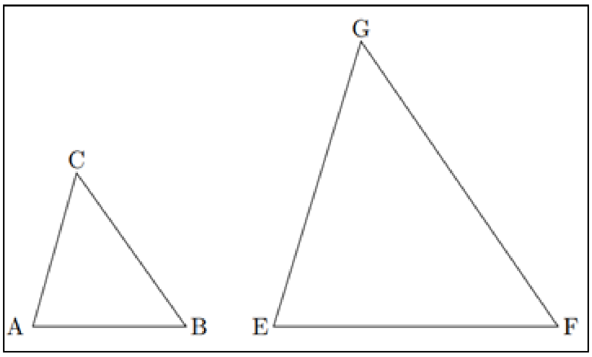


Fig. 25 – Dois triângulos são ditos semelhantes quando tem ângulos congruentes e lados proporcionais.

Feita as colocações acima, serão enunciados agora os três critérios dos casos de semelhança de triângulos. Como no caso da congruência de triângulos não são necessárias as seis igualdades para verificar a semelhança entre dois triângulos.

2.3.1 – Primeiro caso - critério AA (ângulo, ângulo)

Teorema 4: Sejam os triângulos ABC e EFG. Se $\hat{A} = \hat{E} \; e \; \hat{B} = \hat{F}$, então os triângulos são semelhantes.

Prova: Dados dois triângulos ABC e EFG com dois ângulos congruentes, por exemplo, $\hat{A} = \hat{E} \; e \; \hat{B} = \hat{F}$, concluímos que:

$$\hat{C} = 180° - \hat{A} - \hat{B} = 180 - \hat{E} - \hat{F} = \hat{G}.$$

Desta forma, resta provar que os lados correspondentes são proporcionais. Na Figura 26, considere os dois triângulos *ABC* e *EFG*. No segmento EF marquemos o ponto H de maneira que $\overline{AB} = \overline{EH}$. Trace pelo ponto H um segmento paralelo a FG, que ao encontrar EG, determine o ponto *J*, formando o triangulo *EHJ*, que é congruente a *ABC* pelo critério ângulo, lado e ângulo. Logo:

$$\frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{EJ}}{\overline{EG}} \,.$$

Como por construção $\overline{EH} = \overline{AB}$ e $\overline{EJ} = \overline{AC}$, obtemos $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$. Sendo assim $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$ $= \frac{\overline{CB}}{\overline{GF}}$, garantindo a semelhança dos triângulos *ABC* e *EFG*.

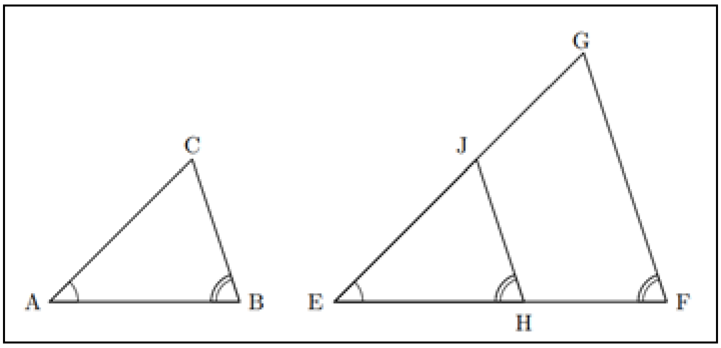


Fig. 26 – Primeiro caso de semelhança de triângulos.

2.3.2 – Segundo caso – critério LAL (lado, ângulo, lado)

Teorema 5: Dados dois triângulos *ABC e EFG*, assuma que $\hat{A} = \hat{E}$ e $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}$ = $\frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$. Então os triângulos *ABC e EFG* são semelhantes.

Prova: Considere os triângulos *ABC* e *EFG* da Figura 27. Construa um triângulo *HIJ* que tenha $\overline{HI} = \overline{EF}$ e os ângulos $\widehat{H} = \hat{A}$ e $\hat{I}$ = $\hat{B}$. Pelo primeiro caso de semelhança, segue que *ABC* é semelhante a *HIJ* atendendo então à razão de semelhança:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{HJ}}$$

Por construção, $\overline{HI} = \overline{EF}$, logo:

$$\frac{\overline{AB}}{EF} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EG}}$$

Portanto $\overline{HJ} = \overline{EG}$. Pelo primeiro caso de congruência segue que os triângulos *EFG* e *HIJ* são congruentes. Como sabemos que *ABC* é semelhante a *HIJ*, segue por transitividade que *ABC* e *EFG* são semelhantes.

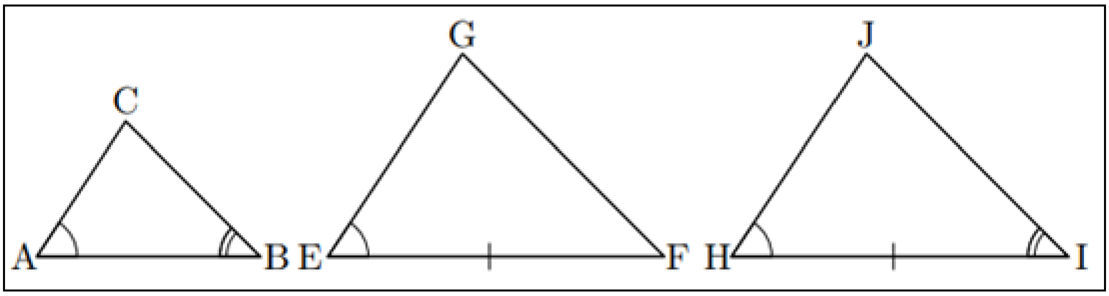


Fig. 27 - Segundo caso de semelhança de triângulos.

2.3.3 – Terceiro caso – critério LLL (lado, lado, lado)

Teorema 6: Se em dois triângulos ABC e EFG temos $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{GE}}$. Então os triângulos são semelhantes.

Prova: Construímos um triângulo HIJ que tenha $\hat{H} = \hat{A}$, $\overline{HI} = \overline{EF}$ e $\overline{HJ} = \overline{EG}$. Temos então pela hipótese que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{HJ}}.$$

Então, de acordo com o primeiro caso de semelhança, os triângulos ABC e HIJ são semelhantes. Desse fato e da igualdade anterior, temos também que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{HI}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{IJ}}$$

Pela hipótese e a igualdade acima concluímos que, $\overline{IJ} = \overline{FG}$. Já tínhamos que $\overline{HI} = \overline{EF}$ e pela construção $\overline{HJ} = \overline{EG}$, então pelo terceiro caso de congruência de triângulos, HIJ e EFG são congruentes. Como HIJ e ABC são semelhantes, podemos concluir que os triângulos ABC e EFG são semelhantes, como queríamos demonstrar.

2.4 – Sobre retas paralelas

A noção de reta é introduzida, no ensino fundamental I. No fundamental II, os alunos já possuem alguma familiaridade com temas correlatos que são resgatados para a ampliação do estudo. Aqui mais uma vez, há a possibilidade e sugestões de atividades de construção com régua e compasso para a familiarização e apropriação de novos conceitos.

Iniciamos com o conceito de retas paralelas.

Definição: Duas retas são ditas retas paralelas quando, num mesmo plano, elas não possuem nenhum ponto em comum, ou seja, têm intersecção vazia.

Como uma das consequências do Teorema do Ângulo Externo, tem-se que se duas retas distintas *m* e *n* são ambas perpendiculares a uma terceira reta, então *m* e *n* são paralelas pois não se interceptam. Um conhecido axioma é dado a seguir:

Axioma das paralelas: Por um ponto fora de uma reta *m* pode-se traçar uma, e somente uma, reta paralela a reta *m*.

Algumas consequências imediatas deste axioma:

Proposição 11: Se uma reta *m* é paralela às retas *r* e *s*, então *r* e *s* são paralelas ou coincidentes.

De fato, se *r* e *s* fossem retas distintas e não paralelas entre si, teriam um ponto de intersecção. Então *r* e *s* seriam distintas, paralelas à *m* e passariam pelo ponto de intersecção o que pelo axioma acima é absurdo.

Proposição 12: Se uma reta *m* intercepta uma de duas paralelas, então também intercepta a outra.

Prova: Sejam *r* e *s* retas paralelas. Se uma reta *m* intercepta *r* e não intercepta *s*, teríamos *m* e *s* paralelas e então também paralela a *r*. Como *m* e *r* não são paralelas entre si e também não coincidem, temos uma contradição à proposição acima.

Definir retas paralelas, parece simples: são retas que não se cruzam. Mas como podemos garantir que não exista um ponto que não acompanhamos, já que retas são infinitas, onde elas não vão realmente se interceptar? Como podemos ter essa “garantia” e explicar aos alunos que isso realmente não acontecerá?

A maneira mais simples, e talvez, mais concreta seja a comparação dos ângulos correspondentes formados pela intersecção de duas retas paralelas com uma reta transversal a ambas.

Podemos observar que quando duas retas são cortadas por uma transversal formam-se oito ângulos como indicado na Figura 28. Quatro deles são correspondentes aos outros quatro da seguinte maneira $\hat{1} \leftrightarrow \hat{2}$, $\hat{3} \leftrightarrow \hat{4}$, $\hat{5} \leftrightarrow \hat{6}$, $\hat{7} \leftrightarrow \hat{8}$.

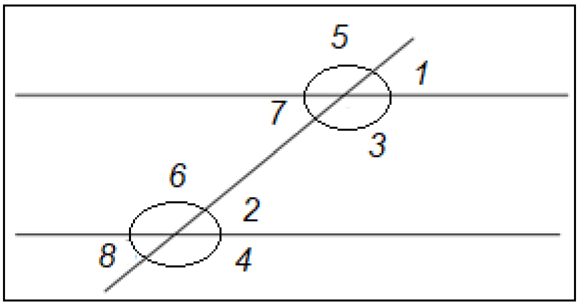


Fig. 28 – Retas cortadas por uma transversal.

Sejam as retas *m* e *n* e os ângulos $\hat{1}$ e $\hat{2}$ como na Figura 29. Se $\hat{1}$ = $\hat{2}$ segue que *m* e *n* são paralelas. De fato, $\hat{3} + \hat{1}$ =180°, logo se houvesse P ∈ *m* ∩ *n*, *ABP* seria um triângulo cuja soma dos ângulos internos seria maior do que 180° o que é absurdo.

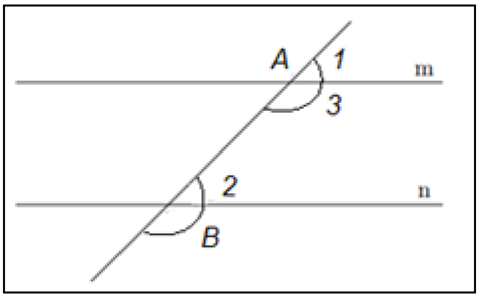


Fig. 29 – Ângulos correspondentes e suplementares.

2.5 – O círculo: suas definições e implicações na geometria plana

A noção de círculo, assim como de triângulos, desde muito cedo fazem parte do senso comum dos estudantes. Mesmo antes de entrar formalmente na escola, essas formas geométricas são atribuídas as formas do cotidiano, em casa e nos passeios. Quando começam a frequentar o ambiente escolar, desde a educação infantil, o círculo está lá. Sempre acompanhando a evolução escolar, idade e conhecimentos do aluno, esta figura geométrica está presente.

Uma vez no Ensino Fundamental I, assim como já citamos, há uma introdução sobre as características do círculo. Mas é apenas no Ensino Fundamental II que, mais uma vez a formalização deste conceito matemático se faz.

O início do estudo sobre o círculo, deve se fazer a partir da definição dada à essa forma geométrica.

Definição: Tomamos *A* um ponto do plano e *r* um número real positivo. Chamamos de círculo de centro em *A* e raio *r*, o conjunto constituído pelos pontos *B* do plano, tais que $d(A,B) = \overline{AB} = r$.

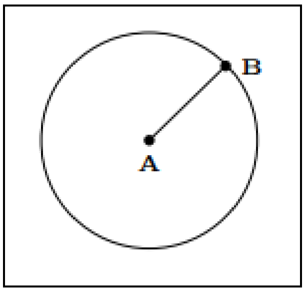


Fig. 30 – Círculo de centro no ponto *A* e raio igual a $\overline{AB}$.

Colocada essa definição, e mediados pelas consequências dos axiomas de medição de segmentos já tratados nesse trabalho, fica claro que podemos traçar um círculo a partir de um centro e qualquer raio.

Tome o círculo de centro *O* e, raio = $\overline{OC}$ e, pontos *A*, *B* e *C*, e as proposições dos axiomas de medição de segmentos, podemos tecer considerações importantes sobre círculo, raio e pontos:

- Qualquer ponto *C* que satisfaça a desigualdade $\overline{OC} < r$ pertence ao interior do círculo.
- Qualquer ponto *C* que satisfaça a desigualdade $\overline{OC} > r$ pertence ao exterior do círculo.
- O segmento de reta que une um ponto do interior do círculo a um ponto do exterior do círculo, intercepta um ponto do círculo.

O segmento de reta que une o centro do círculo a um ponto qualquer dele é chamado de raio. A partir da Figura 31, introduzimos outras definições importantes.

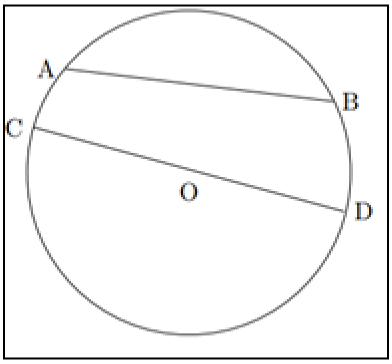


Fig. 31 – Corda, diâmetro e raio.

Definições:

- O segmento que une dois pontos quaisquer de um círculo é chamado de corda.
- Toda corda que passa pelo centro do círculo é chamada de diâmetro.

- Todo diâmetro tem a medida igual a duas vezes a medida do raio.

Na figura acima então podemos chamar $\overline{AB}$ de corda, $\overline{CD}$ de diâmetro e $\overline{OC}$ e $\overline{OD}$ de raio. Considerando ainda as definições feitas podemos escrever que $\overline{CD} = \overline{OC} + \overline{OD}$, isto é, $\overline{CD} = 2r$.

Como consequência dos conceitos introduzidos temos alguns importantes resultados que serão a partir de agora enunciados em forma de proposições e corolários.

Proposição 13: Um raio é perpendicular a uma corda se, e somente se, a divide em dois segmentos congruentes.

Prova: Na Figura 32, considere que O é centro do círculo, $\overline{OC}$ é seu raio, e este é, perpendicular a corda AB. Chame H a intersecção da corda com o segmento OC.

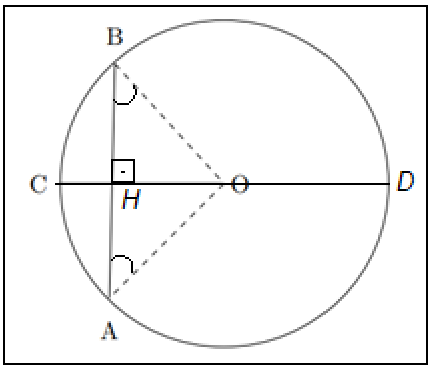


Fig. 32 – Corda perpendicular ao raio.

Podemos observar na construção, que os segmentos OA e OB são raios e, portanto, $\overline{OA} = \overline{OB}$. Nessas condições temos um triângulo OAB isósceles de base AB. Sabemos que em um triângulo isósceles os ângulos da base são congruentes, então temos $\hat{A} = \hat{B}$. Por consequência temos $A\hat{O}H = B\hat{O}H$, então pelo caso LAL de congruência segue que os triângulos $AOH = BOH$. Temos ainda que $A\hat{H}O + B\hat{H}O = 180°$, concluímos, portanto, que os ângulos $O\hat{H}A = O\hat{H}B = 90°$. Portanto a corda é perpendicular ao raio.

Definição: Quando uma reta e um círculo têm apenas um ponto em comum, dizemos que a reta tangencia o círculo e chamamos esta reta de reta tangente ao círculo. Definimos também que o ponto em comum entre reta e círculo é o ponto de tangência.

Proposição 14: Se uma reta é tangente a um círculo então ela é perpendicular ao raio que une o centro ao ponto de tangência.

Prova: Consideremos um círculo de centro *O*, como o da Figura 33, e a reta tangente ao círculo pelo ponto *T*. Seja *P* o ponto que denota o pé da perpendicular em relação ao ponto

O e reta *m*. Devemos então, concluir que *P* e *T* sejam coincidentes. Supomos inicialmente, que *P* e *T* sejam pontos distintos. Nessa situação *OT* é a hipotenusa do triangulo retângulo *OPT*. Temos definido então que $\overline{OP} < \overline{OT}$. Como *OT* é também um raio, então *P* é um ponto que se encontra dentro do círculo. Consideremos também, um ponto *T'* sobre a reta *m*, tal que *PT* = *PT'*, com *T'*≠ *T*. Pela congruência de triângulos, sabemos que *OPT* = *OPT'*. Temos então que *OT* = *OT'*. Temos então *T'* como outro ponto da reta *m* que também pertence ao círculo. Logo a reta *m* não pode ser tangente ao círculo, como propôs-se. Assim *P* e *T* coincidem e a proposição fica demonstrada.

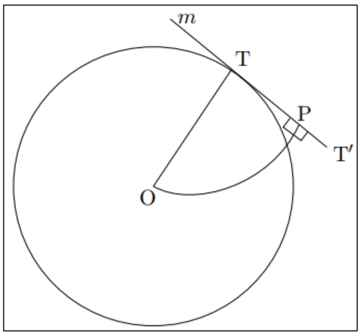


Fig. 33 – A reta *TP* é tangente ao círculo de centro em *O* e raio $\overline{OT}$.

Proposição 15: Se uma reta *m* é perpendicular a um raio do círculo, então a reta é tangente ao círculo.

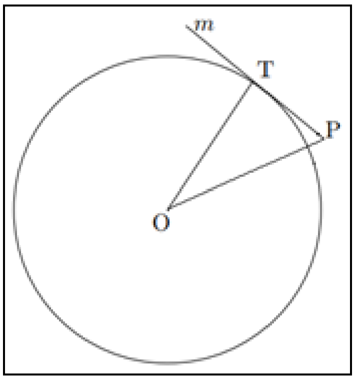


Fig. 34 – Reta perpendicular ao círculo.

Prova: Dado um círculo de centro *O*, assuma que a reta *m* seja perpendicular ao segmento *OT*, cuja medida é igual ao raio do círculo. Devemos provar que *T* é o único ponto de intersecção entre a reta e o círculo. Seja *P* outro ponto na reta *m*. O triângulo *OTP* é retângulo e assim $\overline{OT^2}+\overline{TP^2} = \overline{OP^2}$. Mantida a relação Pitagórica, está *P* fora do círculo já que $\overline{OP} > \overline{OT}$. Provamos então que *T* é o único ponto comum à reta e ao círculo, como queríamos demonstrar.

Antes de enunciar as próximas proposições, vejamos algumas definições.

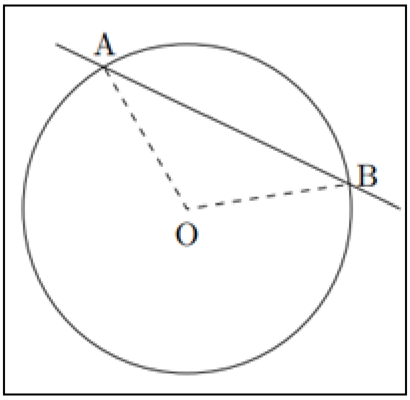


Fig. 35 – Círculo de centro *O* e pontos *A* e *B*.

Sejam A e B dois pontos de um círculo de centro O, trace a reta que passa pelos pontos A e B. Tal reta separa o círculo em dois semiplanos. Considere a Figura 35 nas próximas considerações.

As partes do círculo em cada semiplano, formadas pelos semicírculos chamamos de arcos determinados por A e B. Quando A e B forem extremidades de um diâmetro, os arcos são chamados semicírculos.

Quando a corda AB não é um diâmetro, identificamos os dois arcos definidos por A e B da seguinte maneira:

- O arco que contém o mesmo semiplano que o centro do círculo é chamado de arco maior.
- O arco que não contém o mesmo semiplano diferente do centro do círculo é chamado de arco menor.

Note que os raios que ligam o centro do círculo aos pontos do arco maior não cortam a semirreta *AB*, já aqueles que ligam o centro aos pontos do arco menor, todos interceptam a semirreta *AB*.

Sendo *O* o centro do círculo então $A\hat{O}B$ é chamado ângulo central. Podemos também definir as medidas em graus dos arcos maiores e menores da maneira que segue:

- A medida do arco menor determinado pelos pontos A e B é definido pela medida do ângulo central $A\hat{O}B$.
- A medida do arco maior é definida por 360° - α°. Onde α° é a medida em graus do menor arco.
- Caso AB seja diâmetro a medida de ambos os arcos é 180°.

Proposição 16: Em um mesmo círculo, ou em círculos de mesmo raio, cordas congruentes determinam ângulos centrais congruentes e, reciprocamente, ângulos centrais congruentes determinam cordas congruentes.

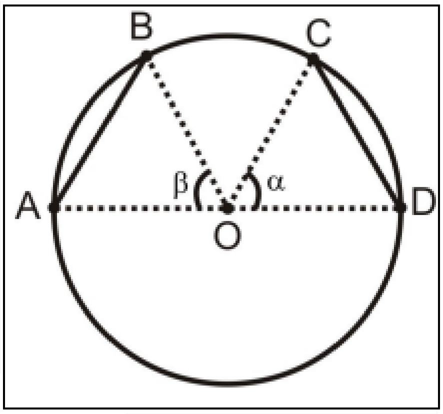


Fig. 36 – Ângulos centrais congruentes.

Prova: Note que as medidas dos segmentos *OA* e *OB* do triângulo *AOB* são iguais ao raio do círculo, logo, *AOB* é triângulo isósceles de base *AB* e os ângulos da base são iguais. O mesmo se verifica para o triângulo *COD*. Como os triângulos AOB e COD tem lados iguais e um ângulo congruente (por hipótese), concluímos que os triângulos são congruentes, portanto, as cordas CD e AB são congruentes.

Mais uma definição necessita ser introduzida a partir daqui. Um ângulo é dito inscrito em um círculo, se seu vértice *A* é um ponto do círculo e seus lados A*B* e A*C* são cordas do círculo. Nesse caso os pontos *B* e *C* determinam dois arcos. Aquele arco que não contem o ponto *A* chamamos de arco correspondente ao ângulo inscrito.

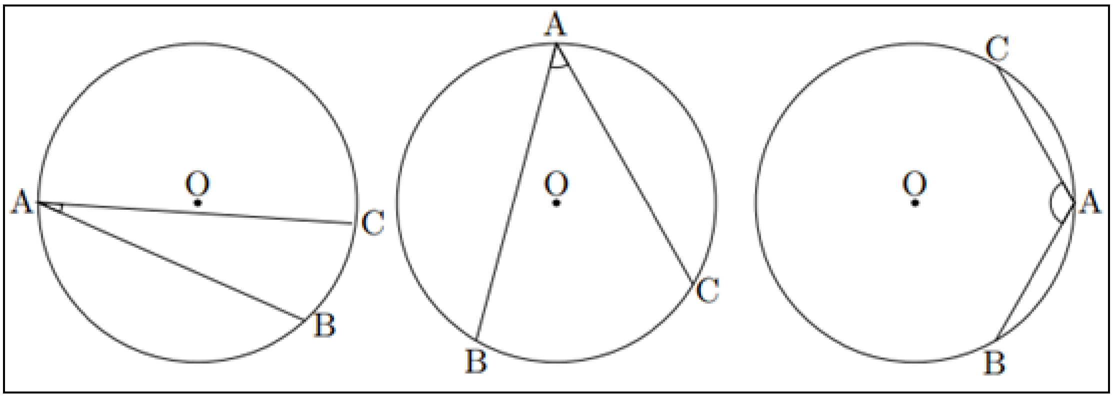


Fig. 37 – Ângulos inscritos em um círculo.

Proposição 17: Todo ângulo inscrito em um círculo tem a metade da medida do arco correspondente.

Prova: A prova dessa proposição se divide em três casos. Nas figuras que se seguem, consideramos sempre que *A* é o vértice do ângulo inscrito e, *B* e *C* são os pontos que determinam os lados *AB* e *AC* do ângulo em um círculo de centro *O*.

Caso 1 - Um dos lados do ângulo inscrito é o diâmetro do círculo. Nesse caso denote por *O,* o centro do círculo e por *AC* a corda. Assim a medida do segmento AC coincide com o diâmetro do círculo. Temos que a medida do arco correspondente ao ângulo inscrito é a medida do ângulo *BÔC*. Porém $\overline{BO} = \overline{AO}$ por serem raios, então o triângulo *AOB* é isósceles e $O\hat{A}B = O\hat{B}A$. Sendo assim $B\hat{O}C = O\hat{A}B + O\hat{B}A = 2C\hat{A}B$, como queríamos demonstrar.

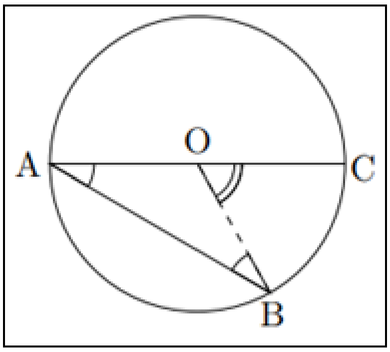


Fig. 38 – Caso 1.

Caso 2 - Ambos os lados do ângulo inscrito não são diâmetro do círculo, e o diâmetro $\overline{AD}$ está no interior do arco BC. Seja AD o segmento cuja medida coincide com o diâmetro do círculo. Utilizando o Caso 1 temos que $B\hat{O}D = 2B\hat{A}D$ e $D\hat{O}C = 2D\hat{A}C$. Temos ainda que $B\hat{A}D + D\hat{A}C = B\hat{A}C$, portanto

$$B\hat{O}D + D\hat{O}C = 2\left(\mathrm{B\hat{A}D} + \mathrm{D\hat{A}C}\right) = 2\mathrm{B\hat{A}C}.$$

Como $B\hat{O}D + D\hat{O}C$ é a medida do arco correspondente ao ângulo $B\hat{A}C$ segue o resultado neste caso.

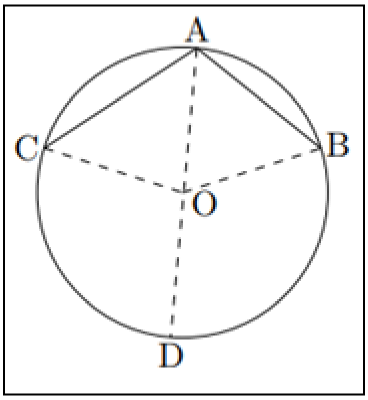


Fig. 39 – Caso 2.

Caso 3 - Os lados do ângulo inscrito não são diâmetros, e o diâmetro $\overline{AD}$ não está no interior do arco BC. Neste caso ainda é prudente citarmos que podem ocorrer duas situações distintas em que a prova é essencialmente a mesma, e neste trabalho faremos a primeira das situações.

i) Na Figura 40, o segmento AC divide o ângulo $B\hat{A}D$.

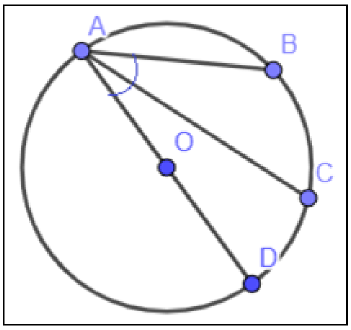


Fig. 40 – Caso 3i.

ii) Na Figura 41, o segmento AB divide o ângulo $C\hat{A}D$.

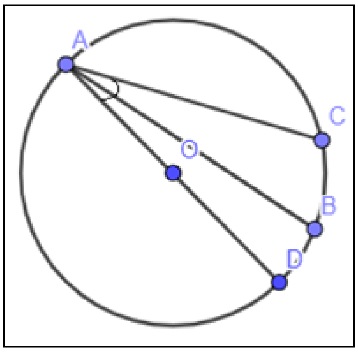


Fig. 41 – Caso 3ii.

Caso i - Sabemos que $B\hat{A}C = B\hat{A}D - C\hat{A}D$, utilizando as igualdades já obtidas e temos $B\hat{O}D - C\hat{O}D = 2(B\hat{A}D - C\hat{A}D) = 2B\hat{A}C$. Podemos observar ainda que $B\hat{O}D - C\widehat{D}O$ é exatamente a mesma medida do arco correspondente ao ângulo $B\hat{A}C$, como queríamos demonstrar.

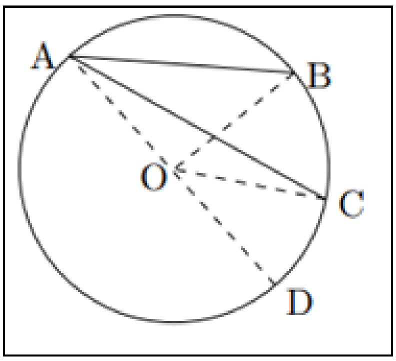


Fig. 42 – Caso i.

Corolário: Todos os ângulos inscritos que correspondem a um mesmo arco têm a mesma medida. Em particular, todos os ângulos que correspondem a um semicírculo são retos.

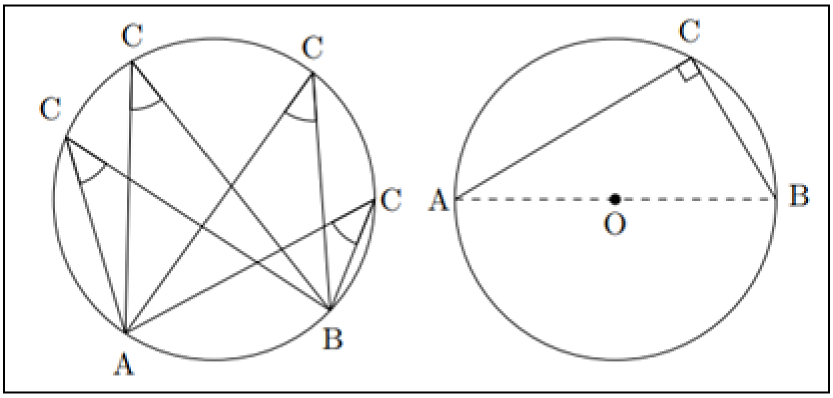


Fig. 43 – Ângulos inscritos que correspondem ao mesmo arco.

Proposição 18: Sejam AB e CD cordas distintas de um mesmo círculo que se interceptam no ponto *P*. Então vale a seguinte igualdade:

$$\overline{AP}.\overline{PB} = \overline{CP}.\overline{PD}.$$

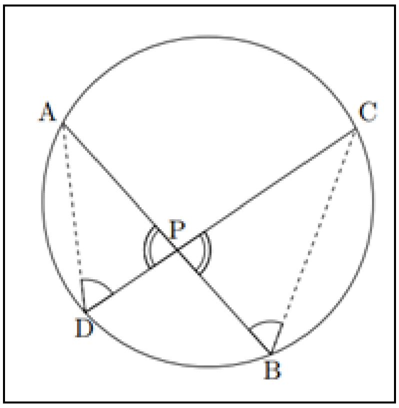


Fig. 44 – Cordas que se interceptam no ponto *P*.

Prova: Nos triângulos *CPB e DAP* temos que $C\hat{P}B$ e $A\hat{P}D$ são iguais por serem opostos pelo vértice e $C\hat{B}A$ e $A\hat{D}P$ por serem ângulos inscritos que correspondem o mesmo arco. Assim, temos os dois triângulos semelhantes de forma que $\frac{\overline{CP}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PD}}$. Provando a proposição, já que $\overline{AP}.\overline{PB} = \overline{CP}.\overline{PD}$.

Proposição 19: Se os dois lados de um ângulo de vértice *P* são tangentes a um círculo nos pontos *A* e *B*, então:

I) A medida do ângulo $\hat{P}$ é igual a 180° menos a medida do arco menor determinado por *A* e *B*;

II) $\overline{PA} = \overline{PB}$.

Prova: Na Figura 45, temos um círculo de centro *O*. Como já provado, PA e PB são segmentos tangentes ao círculo, logo são perpendiculares aos raios $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$. Observando os triângulos *PAO* e *PBO* concluímos que $\hat{P} + \hat{O} = 180°$ e $\overline{PA} = \overline{PB}$ pelo congruência de triângulos. Como a medida do ângulo $\hat{O}$ é exatamente a medida do ângulo menor determinado por $\overline{AB}$. Temos $180° - \hat{O} = \hat{P}$, como queríamos demonstrar.

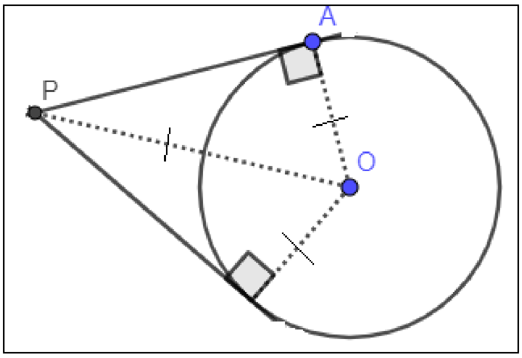


Fig. 45 – Lados dos ângulos tangentes ao círculo.

Um triângulo é dito triângulo inscrito se tem seus vértices num círculo.

Proposição 20: Todo triângulo é inscrito em um círculo, em outras palavras três pontos não colineares determinam um círculo.

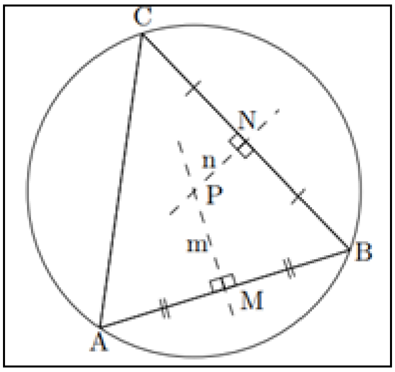


Fig. 46 – Triângulo inscrito em um círculo.

Amparados pela Figura 46, considere o triângulo *ABC*. Para provar que é inscrito numa circunferência, devemos procurar um ponto que seja equidistante dos vértices do triângulo. Tracemos retas *m* e *n* perpendiculares aos lados *AB* e BC passando pelos pontos médios *M* e *N*, seja *P* o ponto de intersecção das retas *m* e *n*. Vale observar que qualquer ponto da reta *m* é equidistante de *A* e *B* e que todo ponto da reta *n* é equidistante de *B* e *C*, então *P* é ponto equidistante de *A*, *B* e *C* e centro do círculo de raio *AP* passando pelos pontos *A*, *B* e *C*.

Corolário: As mediatrizes dos lados de um triângulo interceptam-se em um mesmo ponto chamado circuncentro.

Chamamos de mediatriz de um segmento a uma reta perpendicular ao segmento passando pelo seu ponto médio. À luz desta definição temos o seguinte resultado:

Proposição 21: Todo triângulo possui em círculo inscrito.

Prova: Em um triângulo *ABC*, traçamos as bissetrizes referente aos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$. Denote por P o ponto de intersecção das bissetrizes. A partir de P, trace as perpendiculares aos lados AB, BC e CA por P. Denote por E, F e G a intersecção das retas perpendiculares *AB*, *BC* e *CA* por P respectivamente. Devemos provar que $\overline{PE} = \overline{PF} = \overline{PG}$. Note que assim temos o centro de um círculo que passa pelos pontos E, F e G e os lados AB, BC e CA são perpendiculares aos segmentos PE, PF e PG, cujas medidas definem raios do círculo, ou seja, provamos que o círculo está inscrito no triângulo.

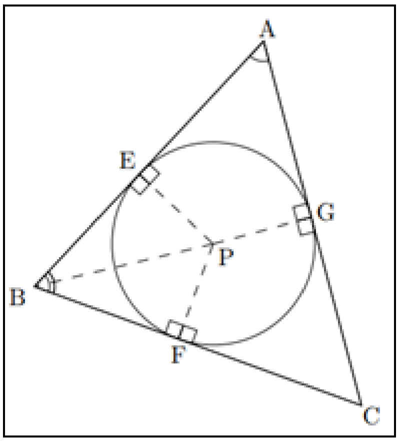


Fig. 47 – Triângulo com círculo inscrito.

Para provar que $\overline{PE} = \overline{PF} = \overline{PG}$, compare os triângulos *PGA* e *PEA* e *PEB* e *PFB* que são retângulos. Em *PGA* e *PEA* teremos $P\hat{A}G = P\hat{A}E$, já que *PA* é bissetriz e *PA* é comum (Caso LAL_O). Já em *PEB* e *PFB*, $P\hat{B}E = P\hat{B}F$, onde BP é bissetriz e lado comum aos dois triângulos. Concluímos então que os dois pares de triângulos são congruentes. Consequentemente $\overline{PG} = \overline{PE}$ e $\overline{PE} = \overline{PF}$, então $\overline{PG} = \overline{PE} = \overline{PF}$ como queríamos provar.

Corolário: As bissetrizes de um triângulo encontram-se em um mesmo ponto.

Definição: O incentro é o ponto de intersecção das bissetrizes internas de um triângulo, ou seja, é o ponto determinado pelo encontro dessas semirretas.

Como as bissetrizes são internas, o incentro pertence ao interior do triângulo.

Antes de finalizar essa etapa do trabalho, vale reforçar que ainda existem muitos outros axiomas, proposições e teoremas da geometria conhecida como geometria plana.

Capítulo 3 – As construções geométricas no ensino de geometria: a perspectiva das práticas docentes

Na busca pelas respostas dos questionamentos colocados na parte inicial deste trabalho, fez-se a elaboração de um instrumento de coleta de dados, que se efetivou por meio de um questionário entregue aos professores de Matemática das diversas redes: estadual, municipal e particular da cidade de Porto Ferreira/SP.

Constavam no referido questionário, perguntas objetivas e dissertativas relacionadas com as práticas e preferências do docente em relação ao tema principal desta pesquisa, as construções geométricas. O objetivo deste questionário foi alcançar possíveis respostas às hipóteses levantadas neste trabalho.

O instrumento foi composto a princípio por vinte e duas questões, objetivas e dissertativas que buscam fazer um levantamento inicial dos professores participantes da pesquisa, analisando o perfil docente, sua formação e suas principais atividades no contexto escolar, assim como levantar informações sobre o quanto o professor de Matemática sente-se motivado para o ensino de Geometria.

A partir do questionário também foram levantadas informações sobre o interesse e conhecimento do docente sobre o tema da pesquisa bem como suas metodologias para o trabalho com as construções geométricas.

Como o questionário é composto por perguntas objetivas e dissertativas, no momento da análise os dados, serão estes tratados de forma quantitativa nas questões objetivas, fazendo a análise estatística e/ou percentual dos resultados. Já nas questões abertas, as respostas serão analisadas de maneira global ou individual, amparadas nesse caso pelo referencial teórico adotado para a análise do conteúdo e inferências que atendam à proposta do projeto.

Participaram desta pesquisa docentes de três escolas municipais, duas escolas estaduais e três escolas privadas da cidade de Porto Ferreira, SP, que representam quase a totalidade das escolas do município. Apenas uma escola estadual do município não participou, já que não se efetivou a colaboração entre o gestor escolar e a outra parte da pesquisa, o que impossibilitou o acesso às respostas de cinco professores na coleta de dados.

Antes do início das análises é importante mencionar ainda, que em algumas das escolas onde os questionários foram entregues à gestão da escola, o repasse destes aos professores não obteve total sucesso. Ao final do prazo não obtivemos resposta de todos os docentes, apesar da cobrança efetuada pelos gestores.

Uma primeira análise pode ser feita a partir dessa questão. As duas escolas em que devolveram de forma integral os questionários foram duas escolas privadas do município, onde existem um número menor de professores de Matemática (um em uma unidade e dois em outra) o que também pode ter facilitado o processo de entrega dos questionários respondidos.

De um total 29 professores atuantes em Matemática das escolas que receberam o questionário, 18 questionários foram devolvidos à pesquisadora. Assim a amostra atingiu pouco mais de 62% do público alvo, índice considerado satisfatório para as análises que se pretende realizar a partir deste momento da pesquisa.

3.1 – Analise quantitativa do perfil do professor em sala de aula

Iniciamos a análise dos dados obtidos pelo perfil dos professores. Os dados são apresentados de maneira gráfica e quantitativa, já que apresentam dados sobre perfil, formação, tempo de atuação e número de aulas semanais a que o professor está sujeito.

A pergunta inicial, trazia a identificação de gênero do professor. Cada um poderia assinalar a questão dependendo do gênero ao que mais se identifica.

Gráfico 1: Participantes por gênero.

Podemos observar graficamente que dos 18 participantes, dez se identificaram como sendo do gênero masculino e oito se identificam como sendo do gênero feminino, em porcentagem trabalhamos com uma amostra de 55% masculina e 44% feminino.

A segunda pergunta presente no instrumento entregue, questionava o professor sobre a sua idade, o que deveria ser respondido de maneira direta, e por isso utilizaremos um gráfico para exibir as respostas.

Gráfico 2: Idade.

Ao analisar o gráfico podemos perceber que a maior parte dos pesquisados estão na faixa de 40 a 49 anos, seguidos dos que estão na faixa dos 30 a 39 anos. As faixas de 20 a 29, 50 a 59 e 60 a 69 contaram apenas com um professor em cada uma delas. Podemos inferir a partir desses dados que estamos falando de um público docente em sua maior parte, relativamente jovem, com idade entre 30 e 49 anos.

O terceiro questionamento era sobre a formação universitária do professor. Qual curso o docente que está em sala de aula, tem como principal bagagem para trabalhar como professor de Matemática nas escolas em que atuam. Abaixo vemos as respostas em forma de gráfico.

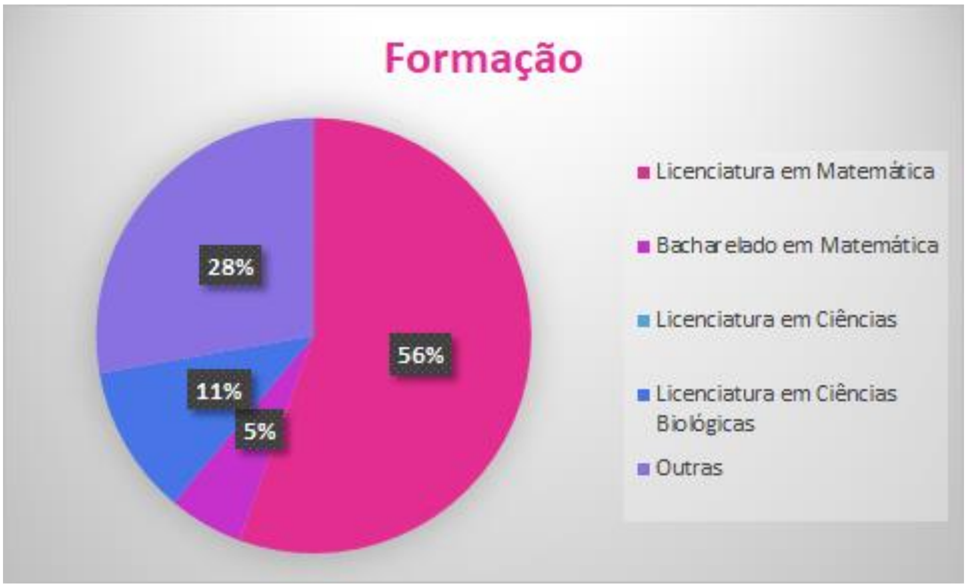


Gráfico 3: Formação.

Observando a estrutura gráfica, podemos perceber que dez professores, 56%, então ampla maioria, são formados em cursos de licenciatura em Matemática, que seria o curso destinado aos universitários que tem o perfil e o interesse de lecionar Matemática depois de formados. Isto é, num mundo ideal, os professores de Matemática buscariam como formação básica para lecionar, o curso de Licenciatura em Matemática. Apenas um dos professores, 5% dos entrevistados, formou-se num curso de Bacharelado em Matemática. Dois deles, 11% formaram-se em ciências biológicas, que em algumas universidades e/ou faculdades possibilitam a habilitação para o ensino de Matemática nos anos finais do ensino fundamental II. Formando 28% dos entrevistados, aparecem aqueles que assinalaram a opção "Outras" e dessa maneira, serão agora citados como diferenciais. Dentre os 5 professores dessa categoria, 2 deles especificaram que são formados em Licenciatura em Ciências Exatas, um deles tem Licenciatura em Química, outro docente possui Licenciatura em Física e um deles também citou que tem como formação principal um curso de Gestão da Produção Industrial.

A questão da formação pode ser um diferencial bem importante quando colocamos nossa questão principal das construções geométricas em voga. A literatura como veremos mais a frente, vem colocando a formação do professor de Matemática como central para o desprestígio das construções. Como nos trouxe as respostas aos questionários, entre os professores responsáveis por ensinar Matemática encontram-se professores que não tem formação em Matemática, são formados em licenciaturas afins (licenciaturas em física/química/biologia) ou ainda em cursos distintos como gestão de produção, por exemplo.

Na quarta pergunta os professores eram interrogados sobre sua instituição de formação. Havia as opções de Universidade e Faculdades públicas (federais, estaduais e municipais) e privadas, assim como um local em que os professores poderiam especificar em caso de não se enquadrarem nas alternativas colocadas. O gráfico abaixo representa as respostas obtidas.

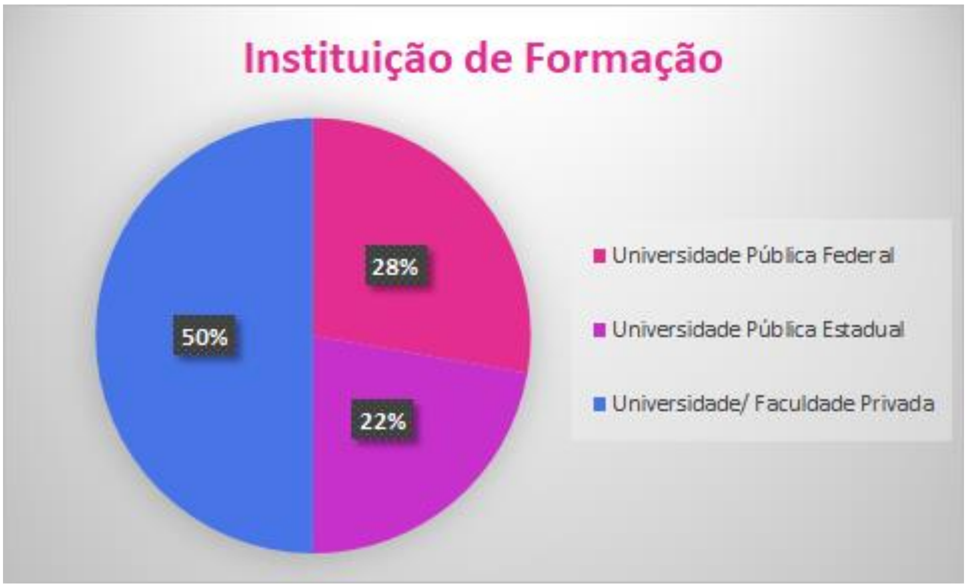


Gráfico 4: Instituição de formação.

Exatamente a metade da nossa amostra, 50%, isto é, 9 professores, tiveram sua formação em Universidades e/ou Faculdades Privadas, logo em seguida, com 28%, cinco docentes apontaram que sua formação foi realizada em Universidades Federais e ainda, 4 docentes responderam que são formados em Universidades Estaduais.

Analisando a amostra, podemos perceber que o público docente está equilibrado quando consideramos a instituição de formação. Exatamente nove professores são formados em Universidades Públicas e outros nove em Universidades Privadas.

Na quinta questão os docentes eram convidados a responder sobre uma possível especialização feita, seja a nível lato sensu ou stricto sensu. Na forma gráfica temos o seguinte resultado.

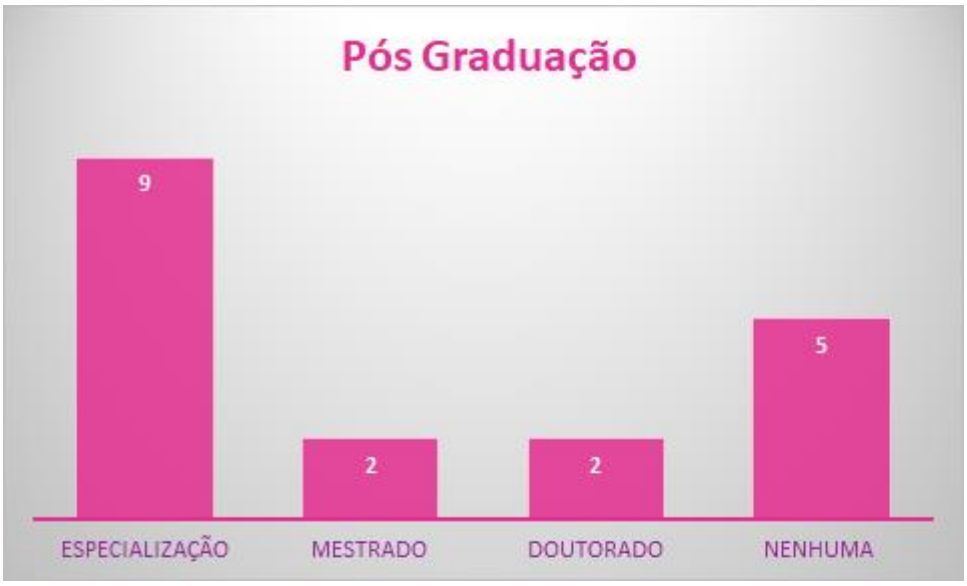


Gráfico 5: Pós graduação.

Podemos observar que grande parte dos professores possui algum tipo de qualificação feita após a graduação perfazendo 72% do total dos entrevistados, enquanto apenas cinco deles não possui outro tipo de formação contínua após a graduação.

Ainda analisando os questionários podemos observar que dos docentes com alguma pós graduação eles se dividem. A maior parte deles possui alguma especialização a nível de lato sensu, dentre as mais citadas, estavam as que versam sobre temas como didática, ensino e metodologias em Matemática, de maneira que podemos inferir que esses professores buscaram alternativas para ensinar Matemática de maneiras diversificadas, com o objetivo, talvez, de trazer práticas mais eficazes para a sala de aula.

Quatro professores possuíam especializações stricto sensu, dois a nível de mestrado e dois a nível de doutorado. Os que assinalaram mestrado, especificaram que um deles possuía formação pelo PROFMAT e outro mestrado em educação. Já os professores com doutorado tinham formação em ensino de Matemática e outro em engenharia de materiais. Podemos inferir que existe a preocupação pela maior parte dos professores que estão na ativa de buscar mais atualizações que garantam práticas efetivas em sala de aula assim como, aperfeiçoamentos que ampliem o conhecimento matemático do professor.

A quanto tempo o professor está formado, era a sexta pergunta da lista. Observando o gráfico abaixo podemos reforçar a ideia que estamos trabalhando com professores em sua maioria jovens, já que a maior parte deles se enquadra nos parâmetros dos que se formaram a menos de 20 anos.

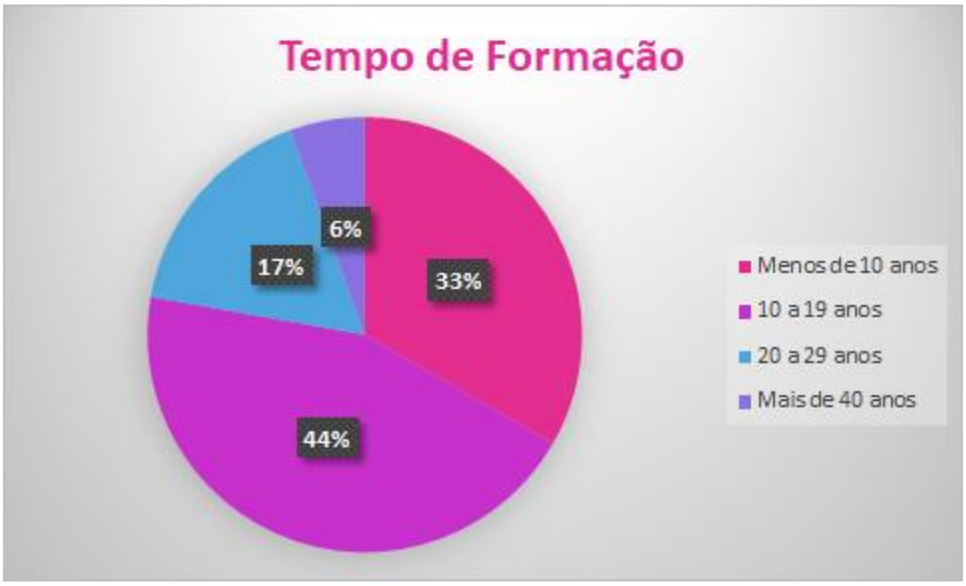


Gráfico 6: Tempo de formação.

Outra questão que vem para confirmar a inferência sobre os professores em sala serem jovens é a pergunta sobre o tempo de atuação no ensino fundamental ou médio, o professor participante teria que assinalar a quantos anos está em sala de aula na sétima questão.

Gráfico 7: Tempo de atuação em sala de aula.

Novamente observamos que a maior parte dos docentes tem como experiência em sala o período entre 3 a 20 anos.

O número de aulas semanais ministrada pelo professor foi alvo do rol de perguntas e na oitava questão os docentes eram indagados sobre esse tema. Graficamente podemos observar que o maior percentual concentra os professores que tem até 29 aulas semanais, entre eles destacamos que o professor que tem menos aulas, leciona com 18 aulas semanais e a maior parte desse grupo tem 24 aulas por semana.

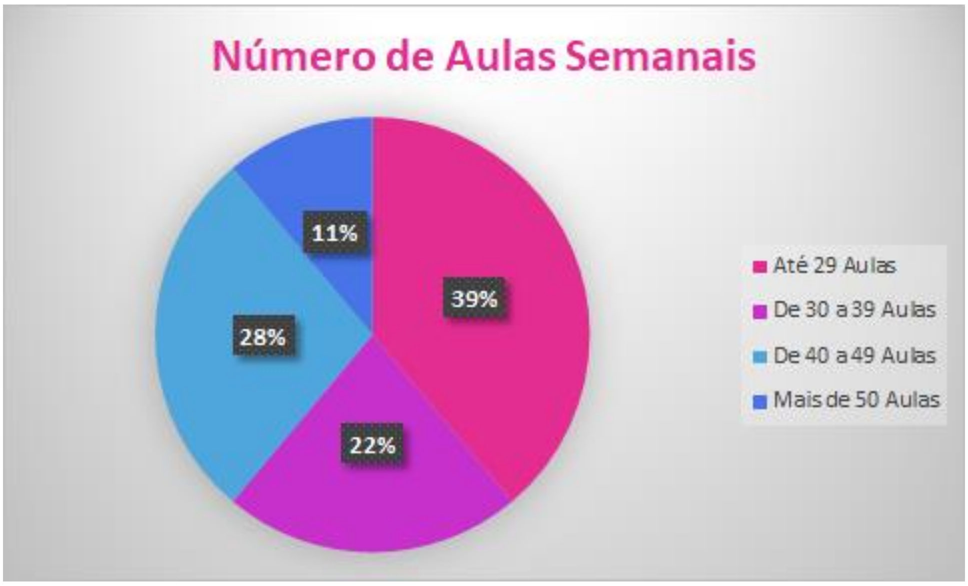


Gráfico 8: Número de aulas semanais.

Entre os professores que possuem a faixa das 30 aulas semanais incluem-se 4 docentes e outros cinco professores atuam semanalmente com uma faixa de 40 a 49 aulas semanais. Ainda sobre esta questão temos dois professores que assumem mais de 50 aulas por semana.

A nona questão trazia um espaço mais livre para que os docentes da pesquisa pudessem descrever em quais anos/séries do ensino fundamental ou médio eles atuavam. Como esperado pela formação dos docentes, todos atuam ou no ensino fundamental, séries finais (6º ao 9º ano) ou no ensino médio (1ª a 3ªs séries). Há professores, que lecionam nos dois segmentos e ainda professores que citaram trabalhar ainda com escolas técnicas e ensino superior.

Já a décima questão enfocava a rede em que o professor está inserido: estadual, municipal ou privada.

Finalizando as análises quantitativa, a décima primeira e a décima segunda questões trazem um enfoque de frentes matemáticas em que algumas escolas e/ou redes propõem para o trabalho em sala de aula e a opção de escolha do docente, caso possa optar, por assumir uma ou outra frente para trabalhar. Podemos perceber pelas respostas e nesse momento fazer a análise pela rede em que o docente está inserido. Os docentes da Rede Estadual, não possuem qualquer divisão em frentes, eles assumem apenas aulas de “Matemática” em blocos de seis aulas no ensino fundamental e quatro no ensino médio. Já os docentes das Redes Privadas, citaram que as aulas são divididas em frentes: álgebra e geometria apenas no Ensino Médio. Finalizando temos as colocações dos professores da Rede Municipal que citam que há a divisão entre Matemática com seis aulas e Desenho Geométrico com 2 aulas nos oitavos anos e 1 aula no nono ano o que não ocorre no Ensino Médio, onde há apenas aulas de Matemática.

Sobre as opções de escolha das frentes podemos perceber que na rede particular o professor já é contratado para uma frente em específico, não podendo escolher qual seria de sua preferência. Já na rede municipal, os professores em sua maioria, relatam escolher primeiro as aulas de Matemática, pois formam um grupo maior possibilitando a constituição de jornada trabalho com menos salas. Relatam ainda que escolhem as aulas de Desenho Geométrico apenas para suplementar a jornada, num segundo momento de escolha.

Seguem excertos dos questionários respondidos que ratificam as considerações anteriores.

10.) Em quais redes atua: Ensino Superior
( ) Rede Municipal – Porto Ferreira
(X) Rede Estadual
(X) Rede Particular

11.) Na rede que atua, há a separação entre conteúdos de matemática?
Exemplo: Álgebra/Geometria.
(X)Sim. Especifique: Somente na rede privada, no E.M.
( )Não

12.) Caso haja a separação. Na distribuição de aulas, qual sua primeira opção ao escolher os blocos? Justifique.
A escolha não é feita por mim. Quando assumi as aulas, fiquei com a frente de Álgebra que já era do professor anterior.

10.) Em quais redes atua:
(X) Rede Municipal – Porto Ferreira
( ) Rede Estadual
( ) Rede Particular

11.) Na rede que atua, há a separação entre conteúdos de matemática?
Exemplo: Álgebra/Geometria.
(X)Sim. Especifique: Há uma disciplina chamada desenho geométrico ofertada 2 aulas semanais 8º anos; 1 aula semanal para 9º ano.
( )Não

12.) Caso haja a separação. Na distribuição de aulas, qual sua primeira opção ao escolher os blocos? Justifique.
Prefiro pegar jornada com as aulas de matemática (álgebra) pois equivalem um número maior de aulas por turmas, ficando as aulas de desenho geométrico para compor e chegar a jornada máxima 27 aulas.

10.) Em quais redes atua:
(X) Rede Municipal – Porto Ferreira
( ) Rede Estadual
( ) Rede Particular

11.) Na rede que atua, há a separação entre conteúdos de matemática?
Exemplo: Álgebra/Geometria.
(X)Sim. Especifique: matemática/Desenho Geométrico
( )Não

12.) Caso haja a separação. Na distribuição de aulas, qual sua primeira opção ao escolher os blocos? Justifique.
1º opção Matemática, como são mais aulas é mais fácil de formar minha jornada, mas para completar minhas aulas assumo algumas aulas de Desenho Geométrico.

10.) Em quais redes atua:
( ) Rede Municipal – Porto Ferreira
(X) Rede Estadual
( ) Rede Particular

11.) Na rede que atua, há a separação entre conteúdos de matemática?
Exemplo: Álgebra/Geometria.
( )Sim. Especifique:
(X)Não

12.) Caso haja a separação. Na distribuição de aulas, qual sua primeira opção ao escolher os blocos? Justifique.
Não há separação

3.2 – Analise qualitativa das práticas do professor em sala de aula

Seguindo com as análises das respostas obtidas a partir do instrumento de coleta de dados, passa-se agora para um outro tipo de inferência sobre as devolutivas que a partir daqui se fazem de forma dissertativa por parte dos docentes envolvidos nesse processo.

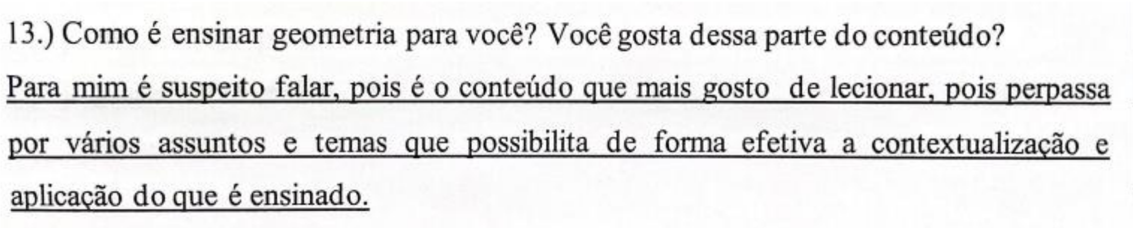
As respostas, nesse momento, serão analisadas de maneira global ou individual, amparadas nesse caso pelo referencial teórico adotado para a análise do conteúdo e inferências que atendam à proposta do projeto e tragam possíveis respostas às hipóteses colocadas no trabalho.

A partir da décima terceira questão serão tratados temas onde são levantadas informações sobre o interesse e conhecimento do docente sobre o tema da pesquisa, bem como, suas metodologias para o trabalho com as construções geométricas e possivelmente empecilhos ou impedimentos ao trabalho que existam e possam ser evidenciados pelos participantes.

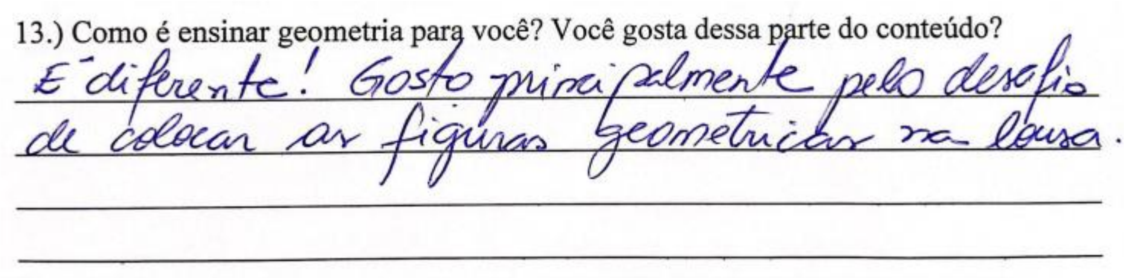
Essa segunda fase do questionário começava com a pergunta "*Como é ensinar geometria para você? Você gosta dessa parte do conteúdo?*".

A grande maioria dos professores disseram que gostam de ensinar geometria, apenas três docentes relataram ter preferência por outras áreas como a álgebra. Algumas contribuições interessantes podem ser retiradas ainda dessa questão. Alguns professores relacionaram o gosto pela geometria por poder relacioná-la a prática e ao ensino mais concreto, visual e contextualizado. Alguns excertos são interessantes para nossa análise:

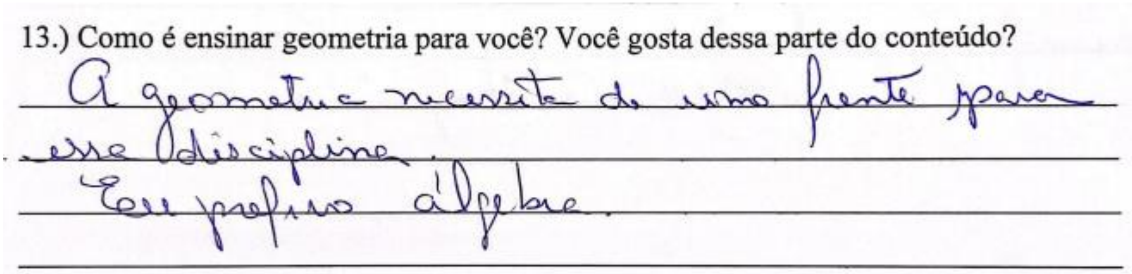
Excerto 1


13.) Como é ensinar geometria para você? Você gosta dessa parte do conteúdo?
Para mim é suspeito falar, pois é o conteúdo que mais gosto de lecionar, pois perpassa por vários assuntos e temas que possibilita de forma efetiva a contextualização e aplicação do que é ensinado.

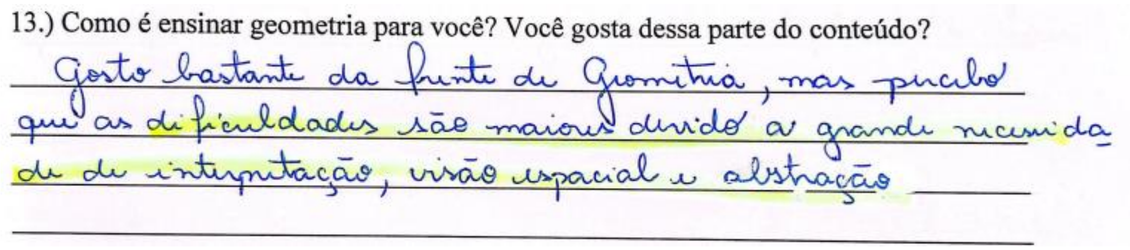
Excerto 2


13.) Como é ensinar geometria para você? Você gosta dessa parte do conteúdo?
É diferente! Gosto principalmente pelo desafio de colocar as figuras geométricas na lousa.

Excerto 3


13.) Como é ensinar geometria para você? Você gosta dessa parte do conteúdo?
A geometria necessita de uma frente para essa disciplina.
Eu prefiro álgebra.

Excerto 4


13.) Como é ensinar geometria para você? Você gosta dessa parte do conteúdo?
Gosto bastante da parte de Geometria, mas percebo que as dificuldades são maiores devido a grande necessidade de de interpretação, visão espacial e abstração

Como podemos ver, os excertos trazem que a maior parte dos professores relatam gostar de trabalhar com a geometria, porém há algumas preferências como a álgebra, por exemplo.

Também é interessante observarmos que eles trazem algumas contribuições, como no excerto 1 “*...tema que possibilita de forma efetiva a contextualização e aplicação do que é ensinado...*”.

Pavanello (1997), considera que a geometria, assim como citado pelo professor, é uma disciplina que oferece muitas situações em que os alunos podem explorar diversos materiais e objetos, trazendo então uma versão contextualizada ao processo, o que também podemos relacionar ao que o docente do excerto 2 nos traz na sua contribuição "*...gosto principalmente pelo desafio de colocar as figuras geométricas na lousa...*". A Geometria pode tornar-se desafiadora e contextualizada não apenas ao aluno, mas também aos docentes por desafiá-los a novas intervenções.

Algumas dificuldades também são citadas nos excertos 3 e 4. Ao relatarem pouco tempo nos currículos para essa parte do conteúdo e também muitas dificuldades ao trabalhar conceitos que demandam a interpretação e abstração do aluno.

Zuin (2001), afirma que a partir dos anos 60 não foram apenas as construções geométricas as desprivilegiadas, mas também a geometria como um todo foi perdendo espaço no contexto e no currículo escolar, o que pode justificar a preocupação no excerto 3 sobre o pouco tempo em ensinar geometria, assim como no excerto 4 as dificuldades enfrentadas pelos docentes quanto ao despreparo dos alunos.

Na décima quarta questão, os docentes alvo da pesquisa, respondiam quais os recursos e/ou estratégias utilizam para ensinar geometria aos alunos. Para evidenciar as respostas sobre os recursos utilizados, apresentamos inicialmente uma representação gráfica. Vale lembrar, que como era uma questão aberta, alguns professores optaram por responder parte dela (citaram apenas recursos e/ou estratégias) fazendo com que as respostas evidenciadas em gráficos não corresponda exatamente ao número de docentes participantes da pesquisa.

Gráfico 9: Recursos e materiais.

Sobre as estratégias foram citadas algumas intervenções como: a problematização, demonstração de algoritmos, uso de imagens, desenhos e figuras, a observação de objetos de situações cotidianas e por fim a utilização de grupos para desenvolver as atividades.

Saddo & Mello (2000) afirmam nesse sentido que "... *favorecem o fraco desempenho dos alunos no que diz respeito às habilidades geométricas, à prática e as escolhas didáticas dos professores quando ensinam a geometria...".* Apesar de apenas dois professores citarem, sabemos que o livro didático é o que efetivamente se faz presente na prática diária do professor.

Pacheco (1996), considera sobre os materiais disponíveis ao ensino de construções geométricas, que o livro didático se torna em sala de aula um mediador entre a prática e o currículo, dessa forma, o livro é mais importante que o próprio documento norteador, já que é o instrumento em que o professor tem maior e mais acesso cotidianamente.

Molina (1987), também pensa nesse sentido sobre o livro didático, delegando a ele um papel fundamental na escola:

> *" Sem tempo para ler, pesquisar e se atualizar, com um número muito grande de aulas por dia, sem muito parâmetro para analisar os conteúdos de ensino, com muitas turmas para atender, sem motivação ou entusiasmo para sair da rotina, com as editoras lhe facilitando as coisas, ao professor resta, apenas, seguir mecanicamente as lições inscritas nos livros didáticos." (Molina,1987, p.10)*

Mesmo sabendo que os livros trazem capítulos dedicados às construções geométricas, após as indicações nos Parâmetros Curriculares Nacionais, segundo Vitti (1996), ainda há uma crítica a se fazer *"... os capítulos de geometria sempre colocados após a metade do livro ... "* (p.84). O que ainda nos mostra, que embora situações que abordem as construções estejam inseridas nos livros, isso não garante que esses conteúdos sejam efetivamente abordados pelos professores, pois como já vimos, na legislação não há a obrigatoriedade destes conteúdos nos currículos atuais.

Quem decide trabalhar ou não com as construções, quando esta não se constitui uma disciplina a parte, é o professor. Cabe a ele a tomada de decisão em apoio ou em abandono das construções geométricas. Como afirma Zuin (2001):

> *" Entendemos, entretanto, que as recomendações dos PCN e os novos tópicos dedicados aos traçados geométricos nos textos didáticos, não são suficientes para mudar os conteúdos abordados em sala de aula, locus comandado pelo professor. Este é quem determina tópicos, atividades e metodologias a serem seguida." (Zuin, 2001, p.14)*

A questão de número quinze era "*Na sua visão, o que seria o ensino de construção geométricas? Com qual objetivo ele deveria acontecer?*".

Considerando as hipóteses do trabalho, essa era uma das perguntas mais importantes lançadas aos professores. Qual o entendimento que os professores tem sobre construção geométrica é ponto decisivo para conseguir trabalhar as habilidades necessárias ao aluno ou apenas introduzir conteúdos geométricos sem conexão com a construção em si.

Tomemos alguns excertos de participantes para podermos abordar algumas hipóteses deste trabalho.

Excerto 1

15.) Na sua visão, o que seria o ensino de construções geométricas? Com qual objetivo ele deveria acontecer?

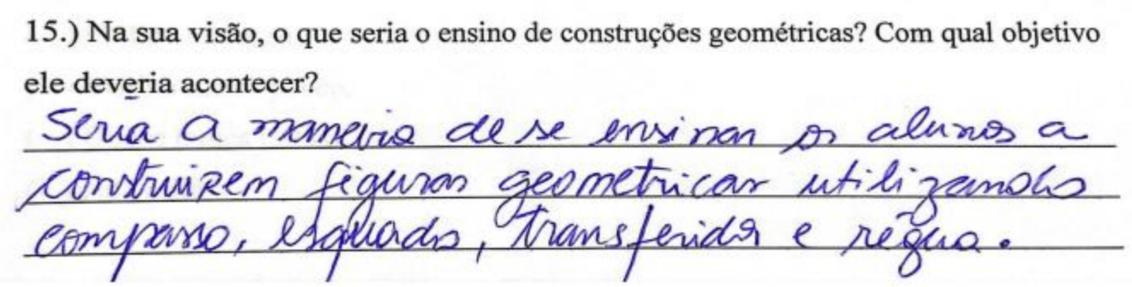
O ensino de construções geométricas é ensinar o princípio da geometria, antes da formalização de notações e cálculos, é ensinar a manusear os instrumentos principalmente régua e compasso e deveria acontecer com o objetivo de ampliar a visão geométrica do estudante, facilitando a interpretação de situações problemas e também do lugar geométrico.

Excerto 2

15.) Na sua visão, o que seria o ensino de construções geométricas? Com qual objetivo ele deveria acontecer?

O ensino de construções geométricas é uma das formas de demonstrar os conceitos aos alunos, fazendo-os obterem na prática através da compreensão do uso de cada instrumento de medida, os algoritmos que muitas vezes já são inseridos nos materiais sem que haja uma justificativa que explique sua origem.

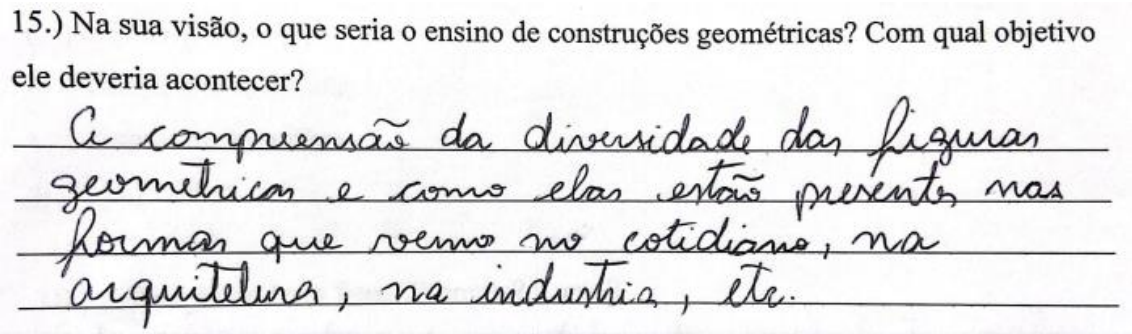
Excerto 3



15.) Na sua visão, o que seria o ensino de construções geométricas? Com qual objetivo ele deveria acontecer?

Seria a maneira de se ensinar os alunos a construirem figuras geometricas utilizando compasso, esquadro, transferidor e régua.

Excerto 4



15.) Na sua visão, o que seria o ensino de construções geométricas? Com qual objetivo ele deveria acontecer?

A compreensão da diversidade das figuras geometricas e como elas estão presentes nas formas que vemos no cotidiano, na arquitetura, na industria, etc.

A definição de construções geométricas já foi detalhada neste trabalho, porém é interessante analisar novamente a compreensão que temos desse conceito. Neste estudo, consideramos que as construções geométricas, também chamadas de Desenho Geométrico, referem-se ao estudo da geometria Euclidiana plana com régua e compasso.

> *O Desenho estabelece um canal de comunicação universal para a transmissão da linguagem gráfica. É disciplina que permite ao estudante tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade. Interliga as demais disciplinas ajudando a compreensão de desenhos em geral e a resolução de questões de natureza prática do cotidiano. O Desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo o ensino desta importante matéria. (...) Percebe-se uma tendência mundial no sentido de restaurar o ensino do Desenho."(Marmo & Marmo, 1995, v.2, p.6)*

Isto posto, analisando as respostas dos professores, podemos perceber que nos excertos 1 e 2, as repostas se apropriam de conceitos bem conectados com a definição que nosso trabalho propõe. Ao falarem sobre: o uso de instrumentos de construção com o objetivo de ampliar a visão do aluno sobre conceitos geométricos, lugares geométricos e o uso das construções para um trabalho mais prático, aproxima muito os docentes de um trabalho qualitativo com as construções.

Em seguida, quando analisamos os excertos 3 e 4, podemos perceber um distanciamento dos conceitos descritos pelos professores no questionário, em relação ao ensino de construções. No excerto 3, o docente reduz as construções apenas à construção de figuras geométricas, ao encontro do excerto 4 que caminha no mesmo sentido, ao propor o reconhecimento de formas geométricas e suas explorações.

É importante ressaltarmos, que não temos a intenção de colocar o que é certo e o que é errado, mas devemos esclarecer que o ensino das construções perfaz um espectro de possibilidades muito maior do que apenas a exploração e construção das figuras geométricas, e ainda, que os docentes não incorrem em erro. Talvez seja apenas necessária uma formação continuada mais específica que os auxiliem no aperfeiçoamento de sua prática.

Em contrapartida, temos que considerar que as formações nesse sentido não são tão constantes como sinaliza Putnoki (1988) "*...deve-se dizer que uma bibliografia para a formação do professor na disciplina discutida é praticamente nula a nível nacional...*". Mais uma vez, chegamos ao ponto que o professor se torna o principal "autor" da decisão de buscar formação continuada nesta área por conta própria.

A décima sexta questão também trouxe uma importante informação para este trabalho. Nela pediu-se que o professor aponte a relação entre o ensino de geometria e o ensino das construções e a sua justificativa. "*Na sua opinião, para ensinar geometria, você precisa fazer uso das construções geométricas? Justifique.*" Algumas respostas são inseridas abaixo para análise.

Excerto 1

16.) Na sua opinião, para ensinar geometria, você precisa fazer uso das construções geométricas? Justifique.

Sim, fazer uso das construções no ensino de geometria facilita a compreensão e a resolução de problemas por parte dos alunos, pois amplia o conhecimento de propriedades de um ente geo-métrico.

Excerto 2

16.) Na sua opinião, para ensinar geometria, você precisa fazer uso das construções geométricas? Justifique.

Sim, pois promove o interesse pelo Desenho Geométrico (construções) e a compreensão de que a construção é um instrumento eficaz para o entendimento da própria geometria e para a resolução de problemas práticos

Excerto 3

16.) Na sua opinião, para ensinar geometria, você precisa fazer uso das construções geométricas? Justifique.

NÃO. ACREDITO QUE POSSO ENSINAR OS CONCEITOS BÁSICOS, ENTRETANTO, PARA APROFUNDAR OS CONCEITOS AS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS TORNAM-SE UMA FERRAMENTA IMPORTANTE.

Excerto 4

16.) Na sua opinião, para ensinar geometria, você precisa fazer uso das construções geométricas? Justifique.

Acredito que é possível ensinar geometria sem as construções geométricas, sendo a construção um recurso que pode ser utilizado nas aulas.

Sobre a necessidade ou não da utilização das construções em geometria, encontramos opiniões diversas no nosso rol de pesquisa. Os excertos 1 e 2 se complementam de forma que consideram as construções como ideia inicial para trabalhar geometria, facilitando a compreensão, resolução e o interesse do aluno nos conteúdos abordados. No excerto 4, o docente relata que, em sua opinião, as construções se configuram um recurso, que pode ou não ser utilizado em determinados momentos a critério e escolha do docente. Já o professor do excerto 3 não considera necessário o uso das construções para o ensino do que ele chama de “conceitos básicos”, mas para aprofundá-los as construções seriam necessárias.

Quanto à necessidade das construções com régua e compasso para a geometria, Putnoki (1988) esclarece que:

> A rigor, ensinar Geometria sem esses instrumentos é como dar a uma criança um triciclo sem uma das rodas traseiras. Ela até consegue se locomover, mas muito mal. Estamos é mutilando a Geometria quando a ensinamos como o fazemos hoje, além de abrir mão de ferramentas cujo alcance didático é inesgotável. (PUTNOKI, 1988, p.1)

As próximas duas questões eram complementares. Na questão dezessete os professores responderam de maneira objetiva como quantificavam suas práticas de construções. As respostas são evidenciadas em um gráfico para melhor visualização. Na questão seguinte, foi lançado uma proposta para que o docente pensasse se a sua prática em relação às construções poderiam ser mais efetivas. Desta vez, os excertos serão necessários para abordarmos respostas que podem nos trazer importantes considerações.

Questão 17: Como você atribui as suas práticas relacionando o quanto você utiliza as construções para atingir conceitos necessários da geometria.

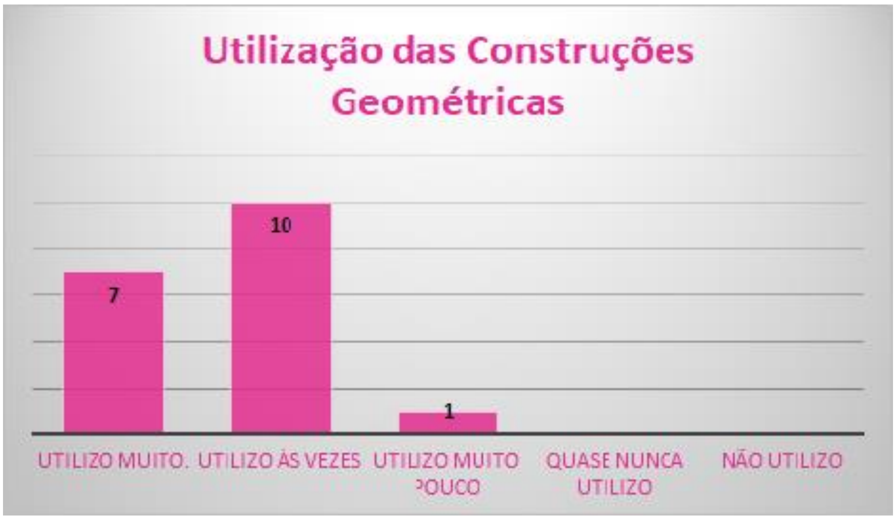


Gráfico 10: Utilização das construções geométricas.

É ainda digno de nota, que a maior parte dos docentes registra como resposta que faz a utilização das construções geométricas o que caracteriza como “às vezes”, seguido do registro do “utilizo muito”, então podemos considerar que as práticas dos docentes participantes da pesquisa mesmo que em momentos reduzidos, apresentam as construções aos alunos, seguindo o proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais quando ao explicitar os objetivos para o terceiro ciclo do ensino fundamental, hoje o que chamamos de sextos e sétimos anos, propõem:

> *"...aspecto que merece atenção neste ciclo é o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e o uso de outros instrumentos, como esquadro, transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que neles estão presentes." (*PCN-MATEMÁTICA, p. 68-69)

Questão 18: Acha que poderia fazer diferente? Como?

Excerto 1

18.) Acha que poderia fazer diferente? Como?

ATUALMENTE NÃO! O MEU PÚBLICO PRECI-
SA MELHORAR CONCEITOS BÁSICOS; A PANDEMIA
FOI UM FATOR NEGATIVO PARA OS MEUS ESTUDAN-
TES.

Excerto 2

18.) Acha que poderia fazer diferente? Como?

Sim, mas muitos fatores influenciam: demanda
de tempo maior, ter materiais disponíveis a todos os
alunos, interesse pelos alunos.

Excerto 3

18.) Acha que poderia fazer diferente? Como?

Sim, acredito que por falta de estrutura
deixo de utilizar softwares geométricos, como
o geogebra por exemplo, o que seria muito
importante no atual mundo digital.

Excerto 4

18.) Acha que poderia fazer diferente? Como?

Poderia utilizar muito mais aulas destinadas às construções geométricas. No entanto com há muitos conteúdos, em matemática, a serem desenvolvidos durante o ano letivo, torna-se difícil em alguns momentos, um maior aprofundamento.

Essa pergunta, fez com que os participantes expusessem algumas situações impostas no contexto escolar como a dificuldade apresentada pelos alunos pós pandemia, a falta de recursos materiais de construção como régua, compasso, etc. Assim como aparece a falta de estrutura tecnológica das escolas que impede por exemplo, como cita a professor do excerto 3, o trabalho com o software Geogebra, contextualizando a construção geométrica num mundo digital. O pouco tempo para a Geometria no currículo aparece novamente como um problema, nos excertos 2 e 3 os professores expressam que seria necessário mais tempo para um maior aprofundamento. Pelo relato do excerto 4, podemos concordar com o que Putnoki (1988) escreve, quanto ao demérito da Geometria e construções sobre os outros conhecimentos como a Álgebra, por exemplo.

> *"Já faz um bom tempo que o Desenho Geométrico foi banido das nossas escolas de 1.° e 2.° graus. "Coincidentemente", de lá para cá, a Geometria, cada vez mais, vem se tornando o grande terror da Matemática, tanto para alunos quanto para professores. Com certeza, não se trata apenas de uma coincidência, mas sim, em parte, de uma consequência. É evidente que, desde os tempos em que a régua e o compasso frequentaram os bancos escolares, até os dias de hoje, inúmeros são os fatores que incidiram negativamente no ensino."* (PUTNOKI, 1988, p.1)

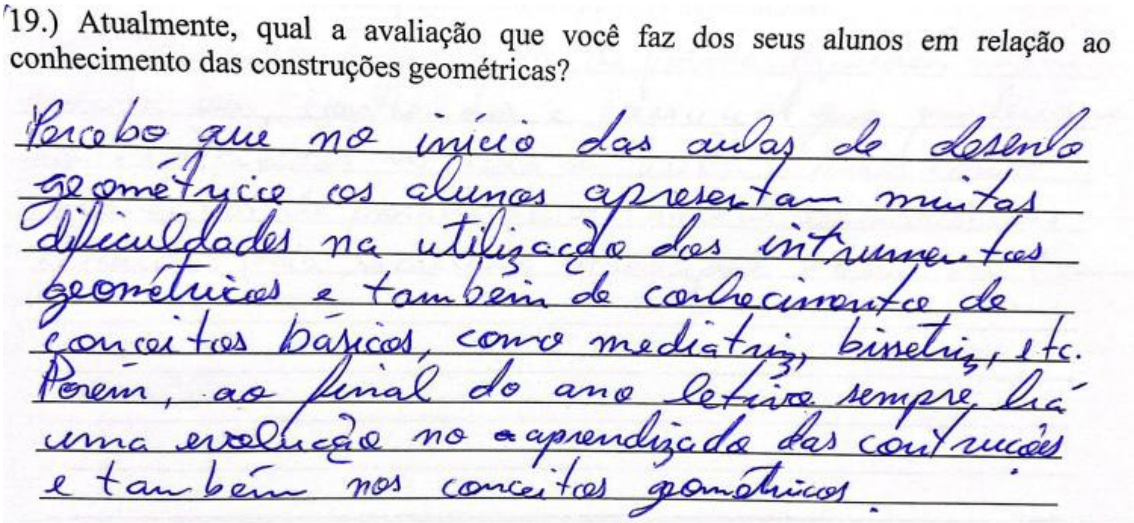
Na próxima indagação, os professores eram estimulados a pensar sobre o conhecimento dos alunos quando se fala em construções geométricas. Qual é a avaliação dos professores sobre o conhecimento dos alunos a respeito desse tema. Dois excertos serão necessários para resumir as considerações dos docentes.

Excerto 1

19.) Atualmente, qual a avaliação que você faz dos seus alunos em relação ao conhecimento das construções geométricas?

Abaixo do nível básico se considerarmos o domínio das técnicas e da utilização dos instrumentos.

Excerto 2



19.) Atualmente, qual a avaliação que você faz dos seus alunos em relação ao conhecimento das construções geométricas?

Percebo que no início das aulas de desenho
geométrico os alunos apresentam muitas
dificuldades na utilização dos intrumentos
geométricos e também de conhecimento de
conceitos básicos, como mediatriz, bissetriz, etc.
Porém, ao final do ano letivo sempre há
uma evolução no aprendizado das contruções
e também nos conceitos geométricos.

Podemos inferir no excerto 1 que o docente considera que seus alunos não dominam as construções e tampouco a utilização dos instrumentos que são inerentes ao trabalho com desenho geométrico: compasso, régua, esquadros, etc. Porém ao fazermos uma relação com a contribuição do professor do excerto 2, vemos que ele relaciona a prática das construções ao próprio desenvolvimento das habilidades de utilização dos instrumentos e habilidades dos alunos nos conceitos geométricos.

Isso nos faz concordar com o que Pavanello (1997) defende ao propor o estudo de geometria como uma oferta aos alunos de criar maneiras e situações que ampliam a sua criatividade, já que ele tem a oportunidade de manipular instrumentos e objetos para construir situações.

É o que os autores Carlos e Nicolau Marmo também explicitam sobre a importância do ensino de desenho geométrico nas escolas.

> *"O Desenho estabelece um canal de comunicação universal para a transmissão da linguagem gráfica. É disciplina que permite ao estudante tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade...O Desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo o ensino desta importante matéria."* (Marmo & Marmo, 1995, v.2, p.6)

A partir do que foi exposto até aqui, podemos inferir então, que é a própria prática de ensino baseada nas construções que virá a ampliar o conhecimento que os alunos tem dessa questão de utilização de instrumentos e seu uso no contexto da Geometria.

A vigésima questão versava sobre dificuldades e impedimentos que os docentes enfrentam para tornar as construções mais presentes nas aulas e ainda fazia uma ligação com a próxima questão, a vigésima primeira, que pedia que os professores indicassem quais as mudanças necessárias para modificar o ensino das construções geométricas neste contexto.

Questão 20: Existem dificuldades e/ou impedimentos para o trabalho com as construções geométricas como ponto de partida para o ensino de geometria? Se sim, a que você as atribui?

Excerto 1

20.) Existem dificuldades e/ou impedimentos para o trabalho com as construções geométricas como ponto de partida para ensino de geometria? Se sim, a que você as atribui?

Sim, existe. Pouca formação na área/cursos de extensão, poucos materiais a serem utilizados, inclusive tecnológico, pouco tempo de aula/quantidade de aulas, muito conteúdo a ser trabalhado em cada ano

Excerto 2

20.) Existem dificuldades e/ou impedimentos para o trabalho com as construções geométricas como ponto de partida para ensino de geometria? Se sim, a que você as atribui?

Sim, muitos professores deixam de pegar aulas de desenho geométrico porque o município não oferece um currículo a ser seguido. Fica a cargo do professor decidir o que será ensinado, prejudicando a exploração das construções propriamente ditas, privilegiando a parte algébrica da geometria.

Ao fazer a análise do excerto 1, podemos retomar alguns pontos que já foram explorados em outros momentos pelos professores. Impeditivos ou dificuldades que fazem o trabalho com as construções não se tornar tão efetivo dentro das salas de aulas: falta de materiais, pouco acesso à tecnologia, menor tempo dentro dos currículos de Matemática e excesso de conteúdo. Ainda uma colocação deste docente me chamou atenção. Escreveu "*Pouca formação na área/cursos de extensão*".

Em outro momento deste trabalho será discutida a formação deste professor, porém as falas anteriores nos relembram exatamente uma das hipóteses deste estudo: será que o professor está preparado para ensinar as construções? Uma concepção importante sobre a formação de professores é proposta ainda com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

> *"uma meta educacional para a qual devem convergir as ações políticas do Ministério da Educação e do Desporto, tais como os projetos ligados à sua competência na formação inicial e continuada de professores, à análise e compra de livros e outros materiais didáticos e à avaliação nacional. Têm como função subsidiar a elaboração ou a revisão curricular dos Estados e Municípios, dialogando com as propostas e experiências já existentes, incentivando a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores."* (PCN, v. 1, p.36)

Sabemos que um professor bem preparado deve ter habilidades necessárias ao trabalho em sala de aula, orientado pelas propostas curriculares adotadas pela instituição de ensino. Todavia, o excerto 2 nos traz claramente que nas palavras do docente " *...o município não oferece um currículo (de desenho geométrico) a ser seguido*." Isso, na opinião do participante, é um impeditivo e prejudica o desenvolvimento das aulas, já que quando o que deve ser ensinado, fica a cargo do próprio professor, sem uma orientação específica, cada professor responsável pode escolher fazer do seu próprio modo, o que ainda nas palavras do professor que nos responde "*prejudica a exploração das construções propriamente ditas, privilegiando a parte algébrica da geometria*."

Muito relevante para o estudo a contribuição anterilor, uma vez que este enfoca justamente a importância das construções geométricas serem utilizadas com o objetivo de introduzir e complementar um contexto mais amplo da geometria, o que envolve a parte algébrica.

O professor que responde deixa claro que se trata da rede municipal, onde já especificamos, existe a disciplina de Desenho Geométrico nos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental II. A falta de um documento norteador dessa disciplina, pode ser um problema a ser enfrentado para o efetivo trabalho com as construções, uma vez que cada docente responsável pela disciplina pode "escolher" por vontade própria o que oferecer aos alunos. Neste caso o trabalho unificado fica quase impossível de acontecer.

Podemos ainda observar que a falta dessa unificação, faz com que professores, deixem de preferir essas aulas, já que além de lecioná-las teriam mais um obstáculo a resolver, buscar caminhos próprios para entender o que é, e o que deve ser ensinado nessa disciplina nessas séries do Ensino Fundamental II.

Relembro aqui a pergunta já citada de Putnoki (1988), e fazendo uma adaptação, pode ser uma hipótese sobre o que está acontecendo no caso destes docentes, o Desenho Geométrico "*...vem se tornando o grande terror da Matemática ?*"

Questão 21: Na sua opinião, o que seria necessário acontecer para mudarmos o quadro do ensino das construções geométricas dentro da disciplina de Matemática?

Excerto 1

21.) Na sua opinião, o que seria necessário acontecer para mudarmos o quadro ensino das construções geométricas dentro da disciplina da matemática?

MAIS INVESTIMENTOS EM CAPACITAÇÃO AOS PROFESSO-
RES, COMPRA DE EQUIPAMENTOS E MATERIAIS PARA
O ENSINO. AUMENTAR A CARGA DE AULAS COM
PROFESSORES ESPECIALISTAS NO ASSUNTO.

Excerto 2

21.) Na sua opinião, o que seria necessário acontecer para mudarmos o quadro ensino das construções geométricas dentro da disciplina da matemática?

Um currículo organizado de forma gradual com
orientações, conteúdos e exercícios que poderiam
ser explorados na sala de aula. Assim como
momentos de formação e troca de experiências
oferecidos pela Secretaria municipal sobre esse tema

Excerto 3

21.) Na sua opinião, o que seria necessário acontecer para mudarmos o quadro ensino das construções geométricas dentro da disciplina da matemática?

Acredito que o maior desafio seja o
de elaborar atividades atrativas que
possuam conexão com a realidade,
favorecendo a compreensão de mundo
pela ótica da matemática.

Excerto 4

21.) Na sua opinião, o que seria necessário acontecer para mudarmos o quadro ensino das construções geométricas dentro da disciplina da matemática?

Uma melhor formalização da construção geométrica dentro do currículo, para que os conteúdos sejam trabalhados em anos/séries determinados, pois dessa forma as turmas começaram a ter os pré-requisitos com o passar dos anos, não sendo necessário sempre introduzir o assunto e também a definição de claros objetivos a serem alcansados com esse ensino, inclusive dos orgãos avaliadores.

Neste momento do questionário, podemos observar algumas indicações feitas pelos professores que podem contribuir na melhora do quadro para o trabalho com construções. Aparecem como sugestões:

- Formação de professores;
- Professores capacitados para lecionar as construções;
- Carga horária ampliada;
- Troca de experiência entre professores;
- Currículo formal organizado;
- Atividades contextualizadas;
- Definição de construção geométrica no currículo e objetivos claros.

Observamos que as indicações feitas, seguem naturalmente dos pontos que eles veem como dificuldades no dia-a-dia. Senão todos, muitos dos pontos anteriores foram discutidos como problemas a serem enfrentados. Vimos que a constituição do currículo estruturado e claro, e que perpassa pela fala recorrente dos docentes, é ponto que merece necessária e devida atenção, já que se marca como base para um trabalho docente organizado, como coloca Forquin (1996):

> *"...o currículo designa geralmente o conjunto daquilo que se ensina e daquilo que se apreende, de acordo com uma ordem de progressão determinada, no quadro de um dado ciclo de estudos. Um currículo é um programa de estudos ou um programa de formação, mas considerado em sua globalidade, em sua coerência didática e em sua continuidade temporal, isto é, de acordo com a organização sequencial das*

situações e das atividades de aprendizagem às quais ele dá lugar." (Forquin, 1996, p.188)

Finalizando o questionário, havia um espaço destinado a considerações que o professor entendesse pertinente acrescentar ao que já havia colocado. Algumas colocações se fazem pertinentes, diante de tudo o que já foi relacionado, vindo ao encontro dos problemas identificados pelos docentes.

Excerto 1

22.) Outras considerações que julgue pertinentes.

Na questão 11:
A rede municipal de ensino possui a disciplina de desenho geométrico separada da matemática, já atuei nessa disciplina, porém não atualmente. Apesar de ser uma disciplina não possui um currículo formalizado, nem uma sequência didática, nem professores efetivos para esse cargo, o que dificulta ainda mais o seu ensino.

Excerto 2

22.) Outras considerações que julgue pertinentes.

A disciplina de Desenho Geometrico não possui ementa.

Excerto 3

22.) Outras considerações que julgue pertinentes.

A contextualização da geometria já acontece, mas infelizmente ela é aplicada por profissionais não especialistas.

Excerto 4

22.) Outras considerações que julgue pertinentes.
Considero importante esta discussão dentro da academia e tais falas deveriam chegar ao chão das escolas, pois nós professores muitas vezes sentimos que não somos ouvidos e quando percebemos esta proximidade nos sentimos respaldados em nosso trabalho.

Ficou novamente claro nos excertos 1 e 2 que a falta de estrutura curricular para as aulas de Desenho Geométrico oferecidas pela Rede Municipal é um empecilho realmente que afeta os professores desse contexto. No excerto 3, o docente chama a atenção para a ministração de aulas por docentes não especialistas, o que também se torna um grande problema. De certa maneira, não só o professor não especialista, mas o professor que não teve formação em construções, também pode se configurar como um problema a ser enfrentado.

Por fim o excerto 4 vem para nos trazer a preocupação dos docentes quanto ao estudo deste tema pela academia. O docente relata que é necessário que tais estudos cheguem ao professor para que este possam respaldar-se neles para aperfeiçoar seu trabalho em sala de aula. O que é um dos maiores objetivos deste estudo, poder contribuir com a prática do professor.

3.3 – A construção geométrica nas escolas: a perspectiva da formação de professores

Um importante fator, quando se coloca a prática do professor em questionamento, é a formação do docente. Dessa formação, espera-se que ele traga todas as habilidades necessárias para o desenvolvimento das competências propostas para os alunos. Foi evidenciado como um impeditivo ao trabalho com as construções, nos questionários discutidos acima, justamente a formação do docente.

Já discorremos anteriormente, como as habilidades com as construções geométricas trazem ganhos para os alunos, assim como vimos, que apesar de a academia e a legislação trazerem essa importância de volta ao jogo educacional matemático nas últimas décadas, ainda constatamos que efetivamente isso se realiza pouco ou não se realiza no trabalho com os alunos.

Fez-se digno de nota novamente, que alguns pesquisadores da área, consideram a formação de professores como um importante fator nesse contexto. Para Saddo e Mello (2000) "*...um dos problemas que favorecem o fraco desempenho de alguns alunos* *no que diz respeito aos conceitos e habilidades geométricas, é devido à prática e às escolhas didáticas dos professores quando ensinam a geometria...".*

A prática do professor está intimamente relacionada com a sua formação. As experiências e aulas universitárias as quais os então alunos tem acesso, são a base que terão para no futuro utilizar em suas atividades no trabalho.

Pavanello (1989) considera em um de seus trabalhos algumas causas para o abandono da Geometria no Brasil. Ela afirma que esse tema é preocupação em todo o mundo, por educadores matemáticos e ainda acrescenta que muitos desses pesquisadores procuram determinar ainda "o que" e "como fazer" para ensinar geometria.

Muitas pesquisas acadêmicas foram direcionadas nesse sentido, e ainda segundo a mesma autora, a academia se dedica à importância da formação de professores e numa capacitação docente que lhes permita realizar um trabalho geométrico de qualidade.

Pensando na importância da formação do professor nesse contexto da formação e práticas das construções geométricas, fez-se necessário observar como atualmente os docentes que estão atuando nas redes foram e estão sendo formados. Há nas universidades um olhar atento sobre a importância de ensinar práticas de construções na Geometria?

Colocada essa nova questão, e analisando a parte de legislação que rege os cursos de licenciatura atualmente, temos em vigor o PARECER CNE/CES 1.302/2001, que sofreu pequenas alterações nos anos de 2015 e 2019, que normatiza as Diretrizes Curriculares para os cursos de Licenciatura em Matemática, e tem como objetivos:

- *servir como orientação para melhorias e transformações na formação do Bacharel e do Licenciado em Matemática;*
- *assegurar que os egressos dos cursos credenciados de Bacharelado e Licenciatura em Matemática tenham sido adequadamente preparados para uma carreira na qual a Matemática seja utilizada de modo essencial, assim como para um processo contínuo de aprendizagem.*

E ainda direciona que:

Os conteúdos descritos a seguir, comuns a todos os cursos de Licenciatura, podem ser distribuídos ao longo do curso de acordo com o currículo proposto pela IES:

- *Cálculo Diferencial e Integral*
- *Álgebra Linear*

- *Fundamentos de Análise*
- *Fundamentos de Álgebra*
- *Fundamentos de Geometria*
- *Geometria Analítica*

A parte comum deve ainda incluir:

a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise;

b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias;

c) conteúdos da Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática.

Observando esse excerto da legislação em vigor, podemos observar que nenhuma citação direta faz referência ao ensino das construções geométricas propriamente dito, talvez por estar intimamente relacionado ao ensino de geometria. Porém, ao analisarmos as considerações sobre a "*parte comum*" observa-se uma preocupação em registrar-se que esta deva incluir "*conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise*", sendo esse um gancho para que a Instituições de Ensino Superior privilegiem a construção geométrica, já que ela está presente em redes de ensino não só dentro da geometria, mas ainda, é uma disciplina em vários sistemas privados e em algumas redes públicas.

Buscando analisar com maior cuidado, a prática das Instituições de Ensino Superior, consultamos coordenadores de cursos de Licenciatura em Matemática em algumas instituições de ensino públicas da nossa região. O objetivo desse contato era entender e/ou confirmar se, frente às questões de organização de cada instituição que oferece disciplinas para o curso de Licenciatura em Matemática, as questões acerca dos conhecimentos sobre construções geométricas estavam pautadas nas estruturas da grade curricular destes cursos de formação de professores.

O contato inicial ocorreu por meio de e-mail para seis coordenadores de Licenciaturas em Matemática na nossa região. Três deles prontamente responderam ao contato e concordaram em conversar utilizando a plataforma do Google Meet. Antes do encontro, enviei a esses coordenadores algumas questões para que se apropriassem do tema e pudessem recolher informações sobre o assunto. As questões eram:

- A grade do curso de Licenciatura em Matemática hoje, contempla as questões ligadas as construções geométricas como indicado pelo PARECER CNE/CES 1.302/2001 ?
- Num passado recente, já houve alguma mudança na grade que desprivilegiasse esses conteúdos ligados as construções? Isto é, já houve uma disciplina que hoje não é mais oferecida dentro da parte obrigatória?
- Você acredita que o enfoque algébrico na geometria é mais evidenciado na grade atual?
- O curso de licenciatura da sua instituição oferece disciplinas voltadas à prática docente de geometria e/ou construções geométricas?

As conversas foram sendo agendadas e a primeira professora com quem foi feito contato foi da UNESP - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, do campus de Rio Claro.

Antes de qualquer consideração, observa-se uma parte da grade vigente da Licenciatura em Matemática do IGCE - UNESP, que contempla os dois primeiros anos do curso, esta que contém as informações relevantes ao nosso tema. Sobre a qual tivemos a riquíssima contribuição da professora para a análise voltada para nosso objeto de pesquisa.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

ANEXO
PORTARIA da Diretoria Nº 156, de 08 de Dezembro de 2021

Sequência aconselhada da estrutura curricular do Curso de Graduação em Matemática

I - LICENCIATURA E BACHARELADO - Períodos e disciplinas comuns às modalidades

Disciplinas		**Créditos**		**Co / Pré-requisito(s)**
		1º S	**2º S**	
1º Ano				
MAT0001	Cálculo Diferencial e Integral I	06	-----	
MAT0002	Geometria Analítica Plana	04	-----	
MAT0003	Funções Elementares	04	-----	
MAT0004	Matemática Elementar	04	-----	
MAT0005	Cálculo Diferencial e Integral II	-----	06	
MAT0006	Geometria Analítica Espacial	-----	04	
MAT0007	Educação Financeira numa Perspectiva Crítica	-----	04	
MAT0008	Geometria Euclidiana Plana	-----	04	
EMA9645	Introdução à Ciência da Computação	-----	04	
FSI2241	Física Geral I	-----	04	
	Total	**18**	**26**	

II - LICENCIATURA - Períodos e disciplinas

Disciplinas		**Créditos**		**Co / Pré-requisito(s)**
		1º S	**2º S**	
2º Ano				
MAT0009	Filosofia da Educação: Questões da Educação Matemática	04	-----	
MAT0010	Álgebra Linear I	04	-----	
MAT0011	Geometria Euclidiana Espacial	04	-----	
FSI2242	Física Geral II	04	-----	**Correquisito:** Cálculo Diferencial e Integral I
MAT0012	Cálculo Diferencial e Integral III	04	-----	**Pré-requisito:** Cálculo Diferencial e Integral I
MAT0013	Estruturas Algébricas I	04	-----	
MAT0014	Equações de Diferenças	04	-----	**Correquisito:** Cálculo Diferencial e Integral I
EDO1936	Política Educacional Brasileira	-----	04	
MAT0015	Desenho Geométrico e Geometria Descritiva	-----	04	**Pré-requisito:** Geometria Euclidiana Plana
EMA9651	Cálculo Numérico	-----	04	
FSI2243	Física Geral III	-----	04	**Correquisito:** Cálculo Diferencial e Integral IV
MAT0016	Cálculo Diferencial e Integral IV	-----	04	**Pré-requisitos:** Cálculo Diferencial e Integral I Cálculo Diferencial e Integral II
MAT0017	Estruturas Algébricas II	-----	04	
	Total	**28**	**24**	

Avenida 24-A, 1515 - CEP: 13506900 - Rio Claro/SP
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
1/6

Em conversa, a docente nos informou que as disciplinas que envolvem conhecimentos geométricos são: Geometria Analítica Plana, Geometria Analítica Espacial, estas que em grades anteriores constituíam uma só disciplina e numa reestruturação optaram pela separação o que fez com que de 90h os alunos agora tivessem acesso a 120h, além dessas estão presentes Geometria Euclidiana Plana, Geometria

Euclidiana Espacial e Desenho Geométrico e Geometria Descritiva. A professora ainda fez digno de nota que no passado, em grades anteriores a esta em vigência, havia uma disciplina chamada Geometria Elementar, que tinha como objetivo trabalhar a construção de uma forma mais intuitiva, mas foi retirada da grade. Ainda sobre o curso em si, a docente explica que nessa instituição o aluno até o segundo ano segue uma grade única para licenciatura ou bacharelado, postergando a escolha entre elas para o terceiro ano de estudo, onde o aluno passa a cursar apenas uma das duas modalidades.

Questionada sobre a possível tendência das universidades a deixarem de contemplar disciplinas como Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, disciplinas que priorizam em sua ementa questões sobre construções propriamente ditas, a professora pontuou que na grade da instituição que representa, ainda que passassem por reestruturações essa disciplina foi mantida, com uma ementa que prioriza o ensino e a aprendizagem a partir de construções geométricas.

Ao observar a ementa, em especial a parte dos objetivos propostos pelo docente que leciona essa disciplina encontramos questões sobre como resolver problemas utilizando as construções, fazer representações, conhecer recursos e materiais para o ensino de desenho e relacionar a prática das construções em unidades escolares, que são alguns dos objetivos que estão intimamente relacionados com uma prática de ensino de construções.

Ainda na ementa, nos deparamos com o conteúdo programático que perpassa pelas principais construções elementares, abordando questões sobre polígonos, circunferências, segmentos, ângulos, retas, projeções, planos, paralelismo, simetria e grandezas. Definições importantes para o estudo da Geometria Euclidiana. Temas que aqui foram citados, também se encontram na fundamentação teórica deste trabalho, sem os quais um trabalho com construções com régua e compasso e outros conceitos geométricos ficam prejudicados.

Na metodologia proposta pelo docente, responsável pela disciplina, menciona-se que são propostas "*Conversas com professores da educação básica sobre a situação do ensino de desenho geométrico e geometria descritiva neste nível de ensino. A partir dessas entrevistas, identificar os principais problemas e discutir possíveis formas de abordá-los.*" O que talvez busque, a partir do diálogo, estabelecer situações didáticas que visem soluções para problemas que surjam da prática das construções na sala de aula.

Quando indagada sobre a formação dos professores, sobre a questão da literatura produzir publicações que afirmam que os professores não estão preparados para lecionar essa disciplina, a professora ainda complementa sua opinião, colocando que de fato, na hora da prática, o professor que não teve essa formação vai ter que se reinventar e procurar por si só caminhos que os leve a suprir essa necessidade.

Ainda sobre a grade, a docente aponta que ela contempla as Práticas de Estágio, que na instituição são inteiramente inseridas na grade curricular e são momentos em que os alunos realmente estão em contato com as escolas e podem perceber a realidade, aplicar atividades de diversas áreas da Matemática, inclusive sobre geometria e construções, com momentos de troca entre licenciandos e professores que objetivam melhorar e moldar as práticas da escola pública ou privada alvo desses estágios.

Ressalta a docente ainda, que mesmo o aluno que opta por bacharelado, nesse momento de opção, já teve acesso a todas as disciplinas que envolvem a geometria, portanto, com todas as geometrias comuns.

Concluindo, ao ser questionada sobre a formação do aluno na instituição, a professora coordenadora, acredita que o aluno que cursa a UNESP - Instituto de Geociências e Ciências Exatas do campus de Rio Claro, tenha sim uma boa base para atuar no ensino tanto das questões geométricas como das construções.

PROGRAMA DE ENSINO DE DISCIPLINA

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
UNESP - Câmpus de Rio Claro

CURSO:	Matemática (Licenciatura e Bacharelado)
DEPARTAMENTO RESPONSÁVEL:	Educação Matemática

IDENTIFICAÇÃO

CODIGO	DISCIPLINA	SERIAÇÃO IDEAL	ANUAL/SEM
EDM0010	**Desenho Geométrico e Geometria Descritiva**	**2º. ano**	**2º. semestre**

OBRIGATÓRIA/ OPTATIVA	PRÉ E CO-REQUISITO	CRÉDITOS	CARGA HORÁRIA TOTAL
Obrigatória	**Pré-requisito: Geometria Euclidiana Plana**	**4**	**60**

NÚMERO MÁXIMO DE ALUNOS POR TURMA:

DISTRIBUIÇÃO DA CARGA HORÁRIA

AULAS TEÓRICAS	AULAS PRÁTICAS	AULAS TEÓRICO-PRÁTICAS	PCC
30			**30**

OBJETIVOS
(ao término da disciplina o aluno deverá ser capaz de)

1. Resolver problemas através de construções geométricas, com rigor matemático.
2. Fazer representação plana de formas espaciais.
3. Estabelecer relações entre os conteúdos do desenho geométrico e geometria descritiva com o ensino na educação básica.
4. Conhecer recursos computacionais e materiais manipuláveis que favoreçam o ensino de desenho e geometria descritiva para estudantes com necessidades educacionais especiais.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO
(título e discriminação das unidades)

1. Construções geométricas elementares: mediatrizes, perpendiculares, paralelas, ângulos, bissetrizes. Construção de triângulos e quadriláteros, polígonos e circunferências. Lugares geométricos.
2. Construções com polígonos e circunferências: Problemas de tangência. Arco capaz. Divisão da circunferência em partes iguais. Construção de polígonos inscritos e circunscritos
3. Segmentos construtíveis: segmentos proporcionais, expressões algébricas e segmento áureo.

4. Processos aproximados em desenho geométrico: retificação da circunferência e de arcos de circunferência. Divisões aproximadas de circunferências e ângulos. Processos particulares para a construção de alguns polígonos regulares.
5. Tópicos de geometria descritiva: sistemas de projeção, método Mongeano de Projeção, Alfabeto do ponto, da reta, e do plano.
6. Determinação dos traços de retas quaisquer com os planos de projeção. Traços de uma reta de perfil.
7. Planos contendo retas, Interseção de planos determinados pelos traços, Interseção de planos determinados pelos traços, com planos determinados por retas concorrentes ou por retas paralelas.
8. Paralelismo, simetria.
9. Perpendicularidade: entre retas, entre retas e planos, perpendicular comum a duas retas reversas e distância de um ponto à reta de perfil.
10. Verdadeira Grandeza, rebatimento e alçamento.
11. Utilização de software de Geometria Dinâmica com comparação entre as construções com régua e com compasso real e virtual, validando os processos construtivos.

Prática como componente curricular:

1. Softwares e materiais manipuláveis para o estudo de desenho e geometria descritiva por estudantes com necessidades educacionais especiais.
2. Análise e discussão de propostas de ensino de desenho geométrico e geometria descritiva para a educação básica.

METODOLOGIA DE ENSINO

Os conteúdos serão estudados através de aulas expositivas, resoluções de problemas e discussões em grupo. Serão utilizados o laboratório de ensino para o uso de materiais manipuláveis, e o de informática para a exploração de softwares.

Prática como componente curricular:

- Análise de como o conteúdo de desenho geométrico e geometria descritiva é abordado na proposta curricular e em livros didáticos utilizados na educação básica.
- Elaboração de roteiros para construções geométricas com régua e compasso (real ou virtual).
- Construção de modelos físicos de geometria descritiva.
- Conversas com professores da educação básica sobre a situação do ensino de desenho geométrico e geometria descritiva neste nível de ensino. A partir dessas entrevistas, identificar os principais problemas e discutir possíveis formas de abordá-los.
- Serão investigados recursos computacionais e materiais manipuláveis para utilização no ensino de desenho e geometria descritiva para estudantes com necessidades educacionais especiais.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

O aluno será avaliado de diferentes formas, tais como:
- provas escritas;
- apresentação oral;

- atividades utilizando software e outros recursos materiais explorados na disciplina;
- trabalho em equipe;
- assiduidade;
- participação nas atividades propostas em sala de aula ou extraclasse.

RECUPERAÇÃO (Resolução UNESP 75/2016)

Artigo 12 *- Ao aluno matriculado regularmente em disciplina semestral ou anual deverá ser concedida a oportunidade de recuperação durante o desenvolvimento da disciplina, inserida no processo de ensino e de avaliação.*
Parágrafo único *- O professor responsável pela disciplina deverá propor os diferentes procedimentos e instrumentos que incluem a recuperação no processo de ensino e de avaliação, os quais devem ser descritos nos Planos de Ensino e aprovados pelos Conselhos de Curso e pelos Conselhos Departamentais, onde houver.*

(descrição do processo de recuperação)

Visando sanar eventuais dúvidas e/ou promover nova oportunidade de aprendizagem a alunos que apresentarem baixo desempenho durante o desenvolvimento da disciplina, o docente poderá: disponibilizar novos materiais envolvendo os conteúdos abordados na disciplina e, sobre eles, propor sínteses por escrito e seminários, realizar correções dialogadas das avaliações aplicadas, propor atividades em grupo, resolver exercícios e problemas extras, ou outras atividades semelhantes.
A avaliação da aprendizagem do aluno considerará seu desempenho nas atividades propostas acima e/ou em nova atividade escrita e individual.
Será considerado aprovado, com direito aos créditos da disciplina, o aluno que, além da exigência de frequência mínima de 70%, obtiver nota igual ou superior a 5 (cinco) na avaliação acima.

Para o aluno que tenha a frequência exigida e não tenha alcançado a nota 5 (cinco) durante o desenvolvimento da disciplina, é obrigatório o oferecimento de um exame final, conforme o artigo 81 do Regimento Geral.
A nota final do aluno após a aplicação do exame será a média aritmética simples entre a nota obtida antes do exame e a nota do exame final. Assim, o aluno será considerado aprovado caso obtenha nota final igual ou superior a 5 (cinco).

EMENTA
(tópicos que caracterizam as unidades dos programas de ensino)

Morfologia geométrica. Métodos de resolução de problemas. Lugares geométricos. Construção de polígonos. Circunferência e curvas cônicas. Sistemas de projeções. Visualização e interpretação espacial de objetos. Representação de ponto, reta e plano. Intersecções. Desenho Geométrico e Geometria Descritiva na educação básica. Ensino de desenho e geometria descritiva para estudantes com necessidades educacionais especiais.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. CARVALHO, B. Desenho Geométrico. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1974.
2. COSTA, M.D.; COSTA, A.V.; COSTA, I.V. Geometria Gráfica Bidimensional. Recife: editora Universitária UFPE, 2009.
3. COSTA, M.D.; COSTA, A.V.; COSTA, I.V. Geometria Gráfica Tridimensional. Recife: editora Universitária UFPE, 1988.
4. MARMO, C. – Curso de Desenho, vol. I, II, III. Editora Moderna Ltda, 1964.
5. PUTNOKI, J.C. - Elementos de Geometria: Desenho Geométrico, vol.I, II, III. Editora Scipione, 1989.
6. KUTUSOV, B.V. - Studies in Mathematics. Vol.IV - Geometry, S.M.S.G.,1960.
7. MACHADO, A. - Geometria Descritiva. Editora McGraw Hill do Brasil Ltda. 1974.

8. NÓBRIGA, J. C. C. ; ARAUJO, L. C. L. *Aprendendo matemática com o GeoGebra. 1.ed.* Brasília: Editora Exato, 2010. v. 1. 226p.
9. PETERSEN, J. - Construções Geométricas. Editora Nobel, 1967.

Prática como Componente Curricular:

1. LIRIO, S. B. *A tecnologia informática como auxílio no ensino da geometria para deficientes visuais*. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE, UNESP, Rio Claro, 2006.
2. MARCELLY, L. *As histórias em quadrinhos adaptadas como recurso para ensinar matemática para alunos cegos e videntes*. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, IGCE, UNESP, Rio Claro, 2010.
3. SILVA, C.I.D.N. Proposta de aprendizagem sobre a importância do desenho geométrico e geometria descritiva. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.
4. KOPKE, Regina Coeli Moraes. Ensino de geometria descritiva: inovando na metodologia. **Rem: Rev. Esc. Minas**, Ouro Preto , v. 54, n. 1, Mar. 2001 . Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672001000100008&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 18 Jan. 2015. http://dx.doi.org/10.1590/S0370-44672001000100008.

Dando segmentos às conversas com as coordenadoras dos cursos de licenciatura em Matemática, a próxima com quem tive contato foi a professora coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da USP – Instituto de Ciências, Matemática e Computação de São Carlos.

De pronto, ao responder nosso pedido de ajuda e marcar uma vídeo conversa, a docente esclarece que nesse instituto existem dois cursos distintos de Licenciatura em Matemática: a Licenciatura em Matemática sob responsabilidade do ICMC (Instituto de Ciências, Matemática e Computação), e o curso de Licenciatura em Ciências Exatas – Habilitação em Matemática que é um curso compartilhado pelos Instituto de Física de São Carlos, Instituto de Ciências, Matemática e Computação e Instituto de Química de São Carlos.

A universidade, seguindo essas duas propostas, traz grades diversificadas para cada um dos cursos, onde observa-se disciplinas comuns e outras específicas a cada licenciatura.

A seguir anexamos a grade de Licenciatura em Ciências Exatas – Matemática e também a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática.

Se faz importante ainda explicar que no caso da Licenciatura em Ciências Exatas, o aluno cursa um núcleo geral de disciplinas comum a todos os ingressantes e após determinado momento opta por uma das três habilitações: Matemática, Física ou Química. Após a opção o aluno, fica sob responsabilidade do curso como um todo, mas cursa uma grade especifica definida pelo curso, e atende a da grade específica que se relaciona intimamente a sua habilitação pretendida. No caso do optante por habilitação em Matemática, que é nosso alvo nesse estudo, cursa as disciplinas específicas para sua habilitação.

Observa-se inicialmente a grade do núcleo comum do curso de Licenciatura em Ciências Exatas onde podemos notar uma grande variação pelas três áreas envolvidas no curso. Em seguida, a grade do optante pela Habilitação em Matemática. Assim como, também vemos a grade do curso específico em Licenciatura em Matemática e a partir da observação e das considerações da coordenação, podemos fazer mais análises sobre essa dualidade de opções na instituição.

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Grade Curricular

Curso: 90011 - Licenciatura em Ciências Exatas
Complemento: 104 - Licenciatura em Ciências Exatas - Núcleo Geral
Currículo: 900110104221 (Ativo)

		Créditos							Per.
Disciplina		**Aula**	**Trab.**	**Tot.**	**CH**	**CE**	**CP**	**ATPA**	**Ideal**
Disciplinas Obrigatórias									
SLC0601(2)	Matemática I	4	0	4	60	0	0	0	1
SLC0605(5)	Introdução aos Estudos da Educação I	2	2	4	90	0	30	0	1
SLC0620(3)	Biologia I	4	2	6	120	0	30	0	1
SLC0624(3)	Fundamentos de Mecânica	4	0	4	60	0	0	0	1
SLC0627(4)	Metodologia da Pesquisa e Redação Científica para Licenciatura	2	2	4	90	0	30	0	1
SLC0660(1)	Química Geral I (Introdução à Química)	4	0	4	60	0	0	0	1
	Subtotal:	**20**	**6**	**26**	**480**	**0**	**90**	**0**	
SLC0602(2)	Geometria Analítica	4	0	4	60	0	0	0	2
SLC0606(5)	Introdução aos Estudos da Educação II	2	2	4	90	0	30	0	2
SLC0621(3)	Biologia II	4	2	6	120	0	30	0	2
(f)	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
SLC0625(2)	Mecânica	2	0	2	30	0	0	0	2
(f)	Requisito - SLC0624(3) Fundamentos de Mecânica								
SLC0626(1)	Laboratório de Mecânica	2	1	3	60	0	0	0	2
SLC0661(1)	Química Geral II	2	0	2	30	0	0	0	2
(f)	Requisito - SLC0660(1) Química Geral I (Introdução à Química)								
SLC0662(1)	Laboratório de Química Geral para Licenciatura	2	1	3	60	0	0	0	2
(f)	Requisito - SLC0660(1) Química Geral I (Introdução à Química)								
	Subtotal:	**18**	**6**	**24**	**450**	**0**	**60**	**0**	
SLC0607(1)	Cálculo I	4	0	4	60	0	0	0	3
	Requisito - SLC0601(2) Matemática I								
SLC0622(4)	Biologia III	4	2	6	120	0	30	0	3
(f)	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
SLC0628(1)	Fluídos e Termodinâmica	2	0	2	30	0	0	0	3
(f)	Requisito - SLC0625(2) Mecânica								
SLC0629(2)	Laboratório de Fluídos e Termodinâmica	2	1	3	60	0	0	0	3
	Indicaçao de Conjunto - SLC0628(1) Fluídos e Termodinâmica								
SLC0630(4)	Psicologia da Educação I	4	2	6	120	0	30	0	3
SLC0663(2)	Ciências do Ambiente	4	1	5	90	0	0	0	3
	Subtotal:	**20**	**6**	**26**	**480**	**0**	**60**	**0**	
9010001(2)	Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento (ATPA) - I	0	0	0	0	0	0	0	4
SLC0608(1)	Cálculo II	4	0	4	60	0	0	0	4
(f)	Requisito - SLC0607(1) Cálculo I								
SLC0623(3)	Biologia IV	4	2	6	120	0	0	0	4
	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
SLC0631(4)	Psicologia da Educação II	2	1	3	60	0	30	0	4

Legenda: CE=Carga horária de Estágio; CP=Carga horária de Práticas como Componentes Curriculares; ATPA=Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento; (f)=Requisito fraco.

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Grade Curricular

Curso: 90011 - Licenciatura em Ciências Exatas

Complemento: 104 - Licenciatura em Ciências Exatas - Núcleo Geral

Currículo: 900110104221 (Ativo)

Disciplina		Créditos Aula	Créditos Trab.	Créditos Tot.	CH	CE	CP	ATPA	Per. Ideal
Disciplinas Obrigatórias									
SLC0632(1)	Oscilações e Ondas	2	0	2	30	0	0	0	4
(f)	Requisito - SLC0625(2) Mecânica								
SLC0633(2)	Laboratório de Oscilações e Ondas	2	1	3	60	0	0	0	4
(f)	Requisito - SLC0626(1) Laboratório de Mecânica								
SLC0634(4)	Diretrizes Curriculares para o Ensino de Ciências e Matemática	2	2	4	90	0	30	0	4
SLC0664(1)	Físico-Química	2	0	2	30	0	0	0	4
(f)	Requisito - SLC0661(1) Química Geral II								
SLC0665(1)	Laboratório de Físico-Química para Licenciatura	2	1	3	60	0	0	0	4
(f)	Requisito - SLC0661(1) Química Geral II								
(f)	Requisito - SLC0662(1) Laboratório de Química Geral para Licenciatura								
	Subtotal:	**20**	**7**	**27**	**510**	**0**	**60**	**0**	
SLC0614(4)	Didática	4	2	6	120	0	30	0	5
	Requisito - SLC0630(4) Psicologia da Educação I								
	Requisito - SLC0631(4) Psicologia da Educação II								
SLC0639(3)	Instrumentação para o Ensino I	2	1	3	60	0	30	0	5
	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
	Requisito - SLC0621(3) Biologia II								
	Requisito - SLC0632(1) Oscilações e Ondas								
	Requisito - SLC0633(2) Laboratório de Oscilações e Ondas								
	Requisito - SLC0664(1) Físico-Química								
	Requisito - SLC0665(1) Laboratório de Físico-Química para Licenciatura								
	Indicaçao de Conjunto - SLC0614(4) Didática								
SLC0643(5)	Estágio Supervisionado em Ensino de Ciências I	2	1	3	60	100	0	0	5
	Requisito - SLC0606(5) Introdução aos Estudos da Educação II								
	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
	Requisito - SLC0621(3) Biologia II								
	Requisito - SLC0632(1) Oscilações e Ondas								
	Requisito - SLC0661(1) Química Geral II								
	Indicaçao de Conjunto - SLC0614(4) Didática								
	Subtotal:	**8**	**4**	**12**	**240**	**100**	**60**	**0**	
9010002(2)	Atividades Teórico-práticas de Aprofundamento (ATPA) II	0	0	0	0	0	0	0	6
SLC0610(7)	Computação e Tecnologias Aplicadas na Educação	2	2	4	90	0	30	0	6
SLC0615(4)	Estrutura e Funcionamento do Ensino Fundamental e Médio	2	2	4	90	0	30	0	6
	Requisito - SLC0606(5) Introdução aos Estudos da Educação II								
SLC0640(3)	Instrumentação para o Ensino II	2	1	3	60	0	30	0	6
	Requisito - SLC0639(3) Instrumentação para o Ensino I								

Legenda: CE=Carga horária de Estágio; CP=Carga horária de Práticas como Componentes Curriculares; ATPA=Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento; (f)=Requisito fraco.

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Grade Curricular

Curso: 90011 - Licenciatura em Ciências Exatas
Complemento: 104 - Licenciatura em Ciências Exatas - Núcleo Geral
Currículo: 900110104221 (Ativo)

		Créditos							Per.
Disciplina		**Aula**	**Trab.**	**Tot.**	**CH**	**CE**	**CP**	**ATPA**	**Ideal**
Disciplinas Obrigatórias									
SLC0644(5)	Estágio Supervisionado em Ensino de Ciências II	2	1	3	60	100	0	0	6
	Requisito - SLC0643(5) Estágio Supervisionado em Ensino de Ciências I								
SLC0654(1)	Astronomia	2	0	2	30	0	0	0	6
	Requisito - SLC0625(2) Mecânica								
	Requisito - SLC0628(1) Fluídos e Termodinâmica								
	Requisito - SLC0632(1) Oscilações e Ondas								
	Subtotal:	**10**	**6**	**16**	**330**	**100**	**90**	**0**	
SLC0645(3)	Panorama das Pesquisas na Área de Ensino de Ciências	2	2	4	90	0	30	0	7
SLC0646(3)	História da Ciência I	2	1	3	60	0	30	0	7
	Requisito - SLC0620(3) Biologia I								
	Requisito - SLC0627(4) Metodologia da Pesquisa e Redação Científica para Licenciatura								
	Requisito - SLC0628(1) Fluídos e Termodinâmica								
	Requisito - SLC0632(1) Oscilações e Ondas								
	Requisito - SLC0634(4) Diretrizes Curriculares para o Ensino de Ciências e Matemática								
	Requisito - SLC0664(1) Físico-Química								
	Subtotal:	**4**	**3**	**7**	**150**	**0**	**60**	**0**	
9010003(2)	Atividades Teórico-práticas de Aprofundamento (ATPA) - III	0	0	0	0	0	0	0	8
SLC0647(3)	História da Ciência II	2	1	3	60	0	30	0	8
	Requisito - SLC0646(3) História da Ciência I								
SLC0680(2)	Língua Brasileira de Sinais para Licenciatura	2	1	3	60	0	0	0	8
	Subtotal:	**4**	**2**	**6**	**120**	**0**	**30**	**0**	
	Total Obrigatórias:	**104**	**40**	**144**	**2760**	**200**	**510**	**0**	

Legenda: CE=Carga horária de Estágio; CP=Carga horária de Práticas como Componentes Curriculares; ATPA=Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento; (f)=Requisito fraco.

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Grade Curricular

Curso: 90011 - Licenciatura em Ciências Exatas
Complemento: 404 - Habilitação em Matemática
Currículo: 900110404191 (Ativo)

Disciplina		Créditos Aula	Créditos Trab.	Créditos Tot.	CH	CE	CP	ATPA	Per. Ideal
Disciplinas Obrigatórias									
SLC0609(1)	Álgebra Linear e Equações Diferenciais	4	0	4	60	0	0	0	5
	Requisito - SLC0607(1) Cálculo I								
	Subtotal:	**4**	**0**	**4**	**60**	**0**	**0**	**0**	
SLC0603(2)	Elementos de Matemática	4	0	4	60	0	0	0	6
	Subtotal:	**4**	**0**	**4**	**60**	**0**	**0**	**0**	
SLC0531(3)	Geometria	4	0	4	60	0	0	0	7
SLC0611(2)	Tópicos de Probabilidade, Estatística e Matemática Financeira	4	0	4	60	0	0	0	7
SLC0612(5)	Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I	4	1	5	90	100	0	0	7
	Requisito - SLC0606(5) Introdução aos Estudos da Educação II								
	Requisito - SLC0608(1) Cálculo II								
	Requisito - SLC0614(4) Didática								
	Subtotal:	**12**	**1**	**13**	**210**	**100**	**0**	**0**	
SLC0532(4)	Estruturas Algébricas	4	1	5	90	0	30	0	8
	Requisito - SLC0603(2) Elementos de Matemática								
SLC0534(4)	Desenho Geométrico e Geometria Descritiva	4	2	6	120	0	0	0	8
	Requisito - SLC0531(3) Geometria								
SLC0613(5)	Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II	4	1	5	90	100	0	0	8
	Requisito - SLC0612(5) Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I								
	Subtotal:	**12**	**4**	**16**	**300**	**100**	**30**	**0**	
	Total Obrigatórias:	**32**	**5**	**37**	**630**	**200**	**30**	**0**	

Legenda: CE=Carga horária de Estágio; CP=Carga horária de Práticas como Componentes Curriculares; ATPA=Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento; (f)=Requisito fraco.

CURRÍCULO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA 2022

Disciplinas obrigatórias (sequência aconselhada)

1º Período Letivo	**Créd aula**	**Créd trab**	**Requisitos**
SMA-300 – Geometria Analítica	4	0	-
SMA-301 – Cálculo I	6	0	-
SMA-334 – Fundamentos de Matemática para o Ensino Superior	4	0	-
SME-230 – Introdução à Programação de Computadores	6	2	-
SMA-377– Direcionamento Acadêmico	2	0	-
	22	**2**	
2º Período Letivo			
SMA-332 – Cálculo II	6	0	SMA-301(F)
SMA-340 – Introdução aos Estudos da Educação	4	2	-
SMA-341 – Elementos de Matemática	4	0	-
SMA-375 – Álgebra Linear	6	0	-
SMA-376 – Introdução à Metodologia Científica	2	1	-
	22	**3**	
3º Período Letivo			
7600005 – Física I	5	0	-
SMA-305 – Álgebra I	4	0	SMA-341(F)
SME-205- Métodos do Cálculo Numérico I	4	0	SME-230(F) SMA-375(F)
SMA-337 – Análise Crítica de Livros Didáticos	4	2	SMA-334 (F)
	17	**2**	
4º Período Letivo			
7600006 – Física II	5	0	7600005
SMA-356 – Cálculo IV	4	0	SMA-301(F)
SME-240 – Equações Diferenciais Ordinárias	4	0	SMA-301(F) SMA-375(F)
PRG0002 – Tópicos de Pesquisa nas Ciências Contemporâneas	1	2	-
SMA-368 – História da Educação e das Orientações Curriculares de Matemática Brasileiras	4	2	-
	18	**4**	
5º Período Letivo			
SMA-347– Análise para Licenciatura	4	2	SMA-356(F)
SLC-614– Didática	4	2	SLC-630 (c)
SLC-630 – Psicologia da Educação	4	2	-
SLC0531– Geometria	4	0	-
	16	**6**	
6º Período Letivo			
SME-245 – Funções de Variável Complexa	4	0	SMA-332(F) SMA-356(F)
SLC-615 – Estrutura e Funcionamento da Educação Básica	2	2	SMA-340(F)
SMA-367 – Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico	2	4	SLC-614(F)
SME-220 - Introdução à Teoria das Probabilidades	4	0	SMA-301(F)
Optativa 1	4	0	-
	16	**6**	
7º Período Letivo			
SLC-611– Tópicos de Probabilidade, Estatística e Matemática Financeira	4	0	-
SMA-365 – Metodologia de Ensino de Matemática I	4	0	SLC-614(F) SMA-370(c)
SMA-370 – Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I	0	5	SLC-614(F) SMA-365(c)
Optativa 2	4	0	-
Optativa 3	4	0	-
SMA-351 – Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento I	0	0	-

	16	**5**	
8º Período Letivo			
SLC0610 - Introdução à Computação e suas Aplicações na Educação	2	2	SLC-630(F)
SMA-366 – Metodologia de Ensino de Matemática II	4	0	SLC-614(F) SMA-371(c)
SMA0371– Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II	0	5	SLC-614(F) SMA-366(c)
SLC-680 – Língua Brasileira de Sinais para Licenciatura	2	1	-
Optativa 4	4	0	-
Optativa 5	4	0	-
SMA-352 – Atividades Teórico-Práticas de Aprofundamento II	0	0	-
	16	**8**	

(F) = requisito forte
(c) = Disciplina conjunto

- **Número de créditos exigidos para conclusão do curso**

Disciplinas Obrigatórias 159

Disciplinas Optativas.......................... 20

Total.............................. 179

Disciplinas Optativas Eletivas **recomendadas para o curso de Licenciatura em Matemática**

O aluno deverá cursar obrigatoriamente a disciplina do Grupo 1, no máximo ***8*** *créditos do Grupo 3 e os demais créditos do Grupo 2. Os créditos excedentes no grupo 3 serão considerados como créditos em optativas livre, que não contará créditos*

Grupo 1 – Optativa	**Créd aula**	**Créd trab**	**Requisitos**
SMA-350 Ensino de Matemática para Alunos com Necessidades Especiais (optativa obrigatória)	4	0	SLC-630(F)
Grupo 2 - Optativas			
SMA-326 Filosofia da Matemática	4	0	SMA-341(F)
SMA-327 Filosofia da Educação Matemática	4	0	SMA-340(F)
SMA-329 História da Matemática	3	1	SMA-305(F), SMA-332(F)
SMA-345 Elementos Históricos e Didáticos da Educação Matemática	4	0	SLC-630
SMA-346 Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática	4	0	SLC-614(F)
SMA-348 História da Matemática no Ensino	3	1	-
SMA0383 - Abordagens e Tendências Educacionais	2	2	SMA-340 (F)
SMA0384– Saberes Docentes e Formação do Professor	2	2	SMA-340 (F)
SLC0627 - Metodologia da Pesquisa e Redação Científica para Licenciatura	2	2	-
Grupo 3 – Optativas			
SMA-508 Matemática Discreta	2	0	-
SME-211 Otimização Linear	4	0	SMA-375
SCC223 – Estrutura de Dados I	4	2	-
SCC224 – Estrutura de Dados II	4	2	SCC-223
SCC-230 Inteligência Artificial	4	1	SME-230, SMA-180(c)
SMA-136 Teoria Qualitativa de Equações Diferenciais Ordinárias	4	0	SME-240(F)
SMA-139 Teoria Elementar dos Números	4	0	SMA-341(F)
SMA-173 Álgebra III	4	0	SMA-375(F), SMA-306(F)
SMA-180 Matemática Discreta I	4	0	-
SMA-306 Álgebra II	4	0	SMA-305(F)
SMA-380 Análise	6	0	SMA-356
SMA-308 Análise II	4	0	SMA-332(F),

			SMA-356(F)
SMA-310 Geometria e Desenho Geométrico	4	0	-
SMA-326 Filosofia da Matemática	4	0	SMA-341(F)
SMA-343 Espaços Métricos	4	0	SMA-332(F), SMA-356(F)
SMA-112 Matemática Aplicada	4	0	SMA-356(F), SME-240(F)
SMA-169 Equações Diferenciais Parciais	4	0	SMA-356(F), SMA-380 (F) SME-240(F)
SMA-171 Topologia	4	1	SMA-343(F)
SMA-175 Geometria Diferencial	4	0	SMA-300(F), SMA-332(F), SMA-375 (F)
SMA-181 Matemática Discreta II	4	0	-
SMA-193 Introdução aos Grupos de Lie	4	0	SMA-305(F), SMA-375(F)
SME-206 - Métodos do Cálculo Numérico II	4	0	SME-230(F), SME-240(F)
SMA-120 Introdução à Análise Funcional	4	1	SMA-375 (F), SMA-343 (F)
SMA-125 Introdução ao Estudo das Singularidades de Aplicações Diferenciáveis	4	0	SMA-306(F), SMA-308(F)
SMA-142 Curvas Algébricas Planas	4	0	-
SMA-143 Introdução à Teoria da Medida	4	0	SMA-308(F)
SMA-145 Aplicações da Topologia à Análise	4	0	SMA-380(F), SMA-343(F)
SMA- 192 Introdução à Topologia Diferencial	4	1	SMA-308(F), SMA-375(F)
SMA-344 Introdução aos Sistemas Dinâmicos	4	0	SMA-171(F), SMA-380(F)
SMA-357 Aplicações de Teorias dos Conjuntos	4	0	SMA-380(F)
SMA-358 Álgebra Avançada	4	0	SMA-306(F)
SMA-359 Topologia Avançada	4	0	SMA-343(F)
SMA-360 Medida e Integração	4	0	SMA-308(F)
5500002- Seminários de Gestão Organizacional	1	1	-

A docente começa relatando as especificidades do curso que coordena que é o de Licenciatura em Matemática e coloca que os alunos tem no primeiro período a disciplina Geometria Analítica e no quinto a disciplina de Geometria que em sua ementa não trabalha com as contruções geométricas, mas sim com a geometria euclidiana plana e espacial do ensino fundamental e médio.

No terceiro período, o aluno da licenciatura tem contato com a disciplina do núcleo pedagógico que é a Análise Crítica de Livros Didáticos, que é um momento que, na opinião da docente, também cabe uma exploração no nosso tema de pesquisa, já que como estuda correntes e influências de ensino encontradas nos livros didáticos, sempre a geometria é colocada em pauta a nível de análise de como os conteúdos estão aparecendo nos livros didáticos. Ainda coloca que no núcleo pedagógico há outras disciplinas que não são específicas de estudo da geometria, mas enfocam momentos de análise e estudo da Matemática como um todo, englobando a análise de livros, documentos e norteadores da educação como a Base Nacional Curricular – BNCC que inevitavelmente perpassam sobre momentos de enfoque do ensino da geometria e construções.

Continuando sua explanação sobre a grade, a professora expõe que no sexto período letivo, os alunos cursam uma disciplina chamada Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico que em específico trabalha algumas questões no contexto de construções, pois é uma disciplina que possui parte teórica de acompanhamento na universidade e ao mesmo tempo a supervisão de estágio em que o aluno vai para a escola. O foco dessa disciplina é em geometria e desenho geométrico, e assim, nessa disciplina o aluno terá uma visão geral dos conteúdos dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio de geometria e desenho geométrico. Analisando dentro do currículo da educação básica as dificuldades e como trabalhar essas aulas, desenvolvendo materiais e planos de ensino, e outras atividades, com esse foco, podendo utilizar para isso, inclusive recursos tecnológicos.

Em seu relato, a professora ainda coloca que na prática, quando o aluno vai para a escola, nem sempre ele encontra essas aulas de geometria e desenho geométrico separadamente, ou ainda, o professor da sala pode não estar trabalhando com geometria. Então, a ideia que era produzir atividades de acordo com os temas trabalhados com o professor, se coloca nesse contexto um desafio, já que o aluno deve seguir um plano voltado à geometria e desenho. Assim, o aluno deve negociar da melhor maneira possível para que as práticas do professor da sala e do aluno estagiário se complementem nesse sentido.

Visando a questão de tecnologias que podem servir como um fator propulsor da discussão sobre geometria, os alunos, segundo a docente, tem acesso no oitavo período a disciplina Introdução a Computação e suas Aplicações na Educação, que explora também o trabalho com softwares como o Geogebra, que pode ser utilizado, mostrando que é possível a construção com régua e compasso, mas que atualmente é possível explorar os mesmos caminhos por meios tecnológicos de maneira construtiva.

Adicionalmente, a coordenadora conta que, para além dos momentos das disciplinas obrigatórias, os alunos da Licenciatura em Matemática têm acesso às disciplinas optativas que estão divididas em três grupos. Os grupos um e dois são do núcleo pedagógico e o grupo três é do núcleo de Matemática, onde encontramos uma disciplina Geometria e Desenho Geométrico, porém, oferecida de maneira optativa. A ementa desta disciplina sim, contempla as questões de construções com régua e compasso amplamente. A docente ainda acrescenta que esta não tem sido oferecida constantemente, mas que há uma outra discipina que pode ser uma opção, que sempre está disponível que faz parte da grade obrigatória de Licenciatura em Ciências Exatas que é Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, que pode ser cursada e acrescentada como optativas no currículo do Licenciado em Matemática.

Como informação complementar, a docente informou que os professores responsáveis pela disciplina acima costumam utilizar um material bem construtivo, que exploram passo a passo as construções com régua e compasso, disponibilizado pelo ICMC e que, inclusive, os docentes que ministram a disciplina de Estágio em Desenho costumam citar como referencia aos alunos para utilização nas práticas de estágio.

A docente que responde pela coordenação, ainda elucida que há essa disciplina mais especifica na Licenciatura em Ciências Exatas pois esse curso não tem outros momentos como a disciplina Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico da Licenciatura em Matemática, o que indica que mesmo que as grades de cada curso possuam diferenças, ambos contemplam o assunto com enfoque nas construções.

Na opinião da docente a formação dos alunos se estrutura bem enquanto estudos de geometria, pois passa pelo estudo das bases geométricas com as geometrias plana, espacial e analítica e as enfoca ainda na prática com as disciplinas de estágio e do núcleo pedagógico, bem como a parte tecnológica na disciplina Introdução a Computação e suas Aplicações na Educação, assim como é oferecido de maneira optativa mais oportunidades de estruturar o desenho geométrico propriamente dito.

Observando as ementas das disciplinas de Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico e Desenho Geométrico e Geometria Descritiva podemos, numa breve análise, perceber que na segunda ementa citada, as questões das construções básicas, estão muito mais presentes, enquanto na disciplina de estágio, há a referência dessas construções porém existe, inegavelmente, mais ênfase na questão prática e de metodologias de sala de aula.

Diante desta dualidade de propostas, podemos considerar que o aluno da Licenciatura em Matemática que cursar a disciplina Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, como optativa, terá uma formação dentro do contexto de construções, um tanto mais elaborada em contraponto ao discente que optar por não realizá-la.

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Matemática

Disciplina: SMA0367 - Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico
Supervised Preservice in Geometry and Geometrical Design' Teaching

Créditos Aula:	2		
Créditos Trabalho:	4		
Carga Horária Total:	150 h (Estágio: 120 h)		
Tipo:	Semestral		
Ativação:	01/01/2020	**Desativação:**	

Objetivos
Desenvolver atividades de estágio nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, supervisionado pelo docente responsável, que propiciem à formação do licenciando uma visão geral dos conteúdos de geometria e desenho geométrico para estes níveis de ensino, o contato com experiências, práticas e conhecimentos de natureza profissional, como a elaboração, o planejamento e a execução de atividades de ensino de matemática, sua análise e reestruturação.

Develop internship activities in the final years of elementary school and in high school, supervised by the teacher responsible, conducive to the formation of licensing an overview of the contents of geometry and geometric design for these levels of education, contact with experience, practice and knowledge professional nature, such as design, planning and implementation of educational math activities, analysis and restructuring.

Docente(s) Responsável(eis)
5520490 - Ma To Fu

Programa Resumido
A geometria e o desenho geométrico nos níveis de Ensino Fundamental e Médio. Estágio supervisionado. Projetos integrados.

The geometry and geometric design in the levels of Elementary and Secondary Education. Supervised. Integrated projects.

Programa
Estágio supervisionado, compreendendo: análise dos conceitos e propriedades da Geometria Euclidiana e sua utilização nas construções geométricas, dentro do currículo de Matemática do Ensino Básico; análise das dificuldades básicas, materiais didáticos convencionais e alternativos; uso das Tecnologias de Comunicação e Informação – TIC para ensinar Geometria e Desenho Geométrico nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Preparação de aulas e demais atividades relativas à sala de aula. Projetos Integrados envolvendo: i) (total de 60 horas) regência de classes do Ensino Fundamental e Médio, de forma planejada e supervisionada pelo docente responsável; participação dos diferentes aspectos do cotidiano de sala de aula tais como: preparação de aulas e demais atividades, pesquisas sobre temas geométricos abordados de diferentes formas no processo de ensino aprendizagem, análise de desafios e dilemas do cotidiano escolar, pesquisa e desenvolvimento de ferramentas da Tecnologia de Comunicação e Informação TIC no ensino dos mesmos; ii) 60 horas dedicadas às atividades de gestão do ensino, nos anos finais do ensino fundamental e/ou ensino médio, nelas incluídas o trabalho pedagógico coletivo, conselho da escola, reunião de pais e mestres, reforço e recuperação escolar, etc.

Concepts and properties of Euclidean geometry and their use in geometric constructions. The curriculum Geometry and Geometric Design in the final years of elementary school and Middle school. Analysis of issues in the teaching of Geometry and Geometric Design such as: basic difficulties, conventional and alternative instructional materials, use of Information and Communication Technologies - ICT to teach Geometry and Geometric Design in the final years of elementary school and Middle school. Preparing lessons and other activities related to the classroom. Supervised. Integrated Projects.

Avaliação
Método
Uso de diferentes linguagens por meio das tecnologias de comunicação e informação no ambiente educativo visando a produção de conhecimento que compõem a leitura e a redação de textos relativos à disciplina. Estágio supervisionado na escola

Júpiter - Sistema de Gestão Acadêmica da Pró-Reitoria de Graduação

Licenciatura em Ciências Exatas - São Carlos

Licenciatura em Ciências Exatas

Disciplina: SLC0534 - Desenho Geométrico e Geometria Descritiva
Geometric Drawing and Descriptive Geometry

Créditos Aula:	4
Créditos Trabalho:	2
Carga Horária Total:	120 h
Tipo:	Semestral
Ativação:	01/01/2016 **Desativação:**

Objetivos
Introduzir o aluno ao estudo da geometria descritiva e do desenho geométrico.

Programa Resumido
Construções fundamentais. Métodos do desenho geométrico. Estudo gráfico das cônicas. Noções de perspectiva cônica.

Programa
Construções fundamentais: traçado de perpendiculares, paralelas, divisão de segmentos. Métodos do desenho geométrico. Aplicações a problemas da geometria plana. Figuras homotéticas, e equivalentes.
Estudo gráfico das cônicas: Sistema cilíndrico de projeção. Representação da reta e do plano. Posições relativas de retas e planos. Verdadeira grandeza de segmentos e ângulos. Mudança dos planos de projeção. Rebatimento e rotação. Noções de perspectiva cônica.

Avaliação

Método

Aulas teórico-práticas
Atividades Discentes:
Provas, exercícios e trabalhos práticos que visem o uso dos conhecimentos adquiridos na melhoria do ensino da Matemática.

Critério

Provas, relatórios e outros trabalhos a critério do docente. No início da disciplina, o aluno será informado dos critérios adotados para aprovação na disciplina.

Norma de Recuperação

02 (duas) provas escritas;
Critério de aprovação: média aritmética igual ou superior a 5,0;
Época de realização: até uma semana antes da data máxima para entrega das notas dos alunos que realizaram as provas de recuperação, prevista no calendário escolar USP.

Bibliografia
GIONGO, A. R. Curso de desenho geométrico. São Paulo: Livraria Nobel, 1984.
PRINCIPE, A. Noções de geometria descritiva. São Paulo: Nobel, 1970.

Em complemento ao exposto pela docente coordenadora do curso, pude ter contato, ainda nesta instituição, com o docente responsável pela disciplina da Ciências Exatas, Desenho Geométrico e Geometria Descritiva.

O docente gentilmente aceitou meu convite para uma conversa, com a intenção dele, como professor, poder me passar as suas impressões sobre o ensino de construções geométricas na graduação e eventualmente o interesse dos graduandos nessas aulas, isto é, se eventualmente tem sido uma disciplina procurada como optativa pelos alunos da Licenciatura em Matemática, e além disso, o que ele percebe nos futuros professores, que realizam essa disciplina, sobre a importância que esse conteúdo pode vir a ter na prática de sala de aula.

Iniciando a conversa com o professor, ele considerou algumas impressões que traz sobre a geometria em si. Ele diz que tem avaliado a algum tempo que poucas pessoas, alunos e professores, trabalham com problemas de geometria, independente se estes utilizam a régua e o compasso, isto é, ele tem para si que os conceitos de geometria são evitados até onde podem ser, por alunos e professores, e que infelizmente isso vem se apresentando como um problema, já que o docente também fez referência as alterações de currículo que no passado propunham as construções, houve um momento em que elas saíram de contexto e após novas concepções curriculares, voltaram a permear os objetivos dos cursos escolares.

Interrogado sobre a grade de disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática e Ciências Exatas, mais especificamente sobre a disciplina Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, de pronto o docente apontou que acreditava ser necessário acontecer o contrário nas grades, essa disciplina ser obrigatória na Matemática e optativa nas Ciências Exatas.

Sobre sua prática na condução desta disciplina por várias vezes como professor responsável, ele aponta que utiliza um material baseado num livro do Eduardo Wagner, que realiza inúmeras construções de maneira bem esmiuçada e resolve muitos exercícios baseados nestas construções.

Questionado sobre as impressões que tem sobre os alunos, o docente explica que está neste momento como responsável pela disciplina, e ainda, que essas aulas são oferecidas no período noturno e neste período ele tem em sala seis alunos, todos eles das Ciências Exatas. Ainda coloca que não se lembra de haver procura por nenhum aluno da Licenciatura em Matemática em cursá-la como optativa. Acrescenta ainda que se fosse classificar o interesse dos alunos por essa disciplina, diria que é de mais ou menos pra mal, isso é, não é uma disciplina bem recebida pelos alunos.

O professor ainda considera que alguns docentes que estão em sala, podem não ter tido essa disciplina ou, se tiveram, não deram a devida atenção à ela enquanto discentes. Ainda, como suas impressões, o professor coloca que não consegue compreender o desinteresse, já que acredita ser uma disciplina com um conteúdo bonito e bem delicado, uma disciplina com menos exercícios e mais detalhes, trabalhosos já que não oferecem uma receita pronta de “bolo”, e aí faz uma comparação com o cálculo, por exemplo, e talvez seja por isso que eles colocam de lado e “fogem” das construções. Ele considera isso triste, pois é um assunto visto desde crianças por todos e não tão explorado. Considera que é um tema que deve ser contextualizado, já que oferece condições para exploração de instrumentos como o compasso, tão conhecido e pouco trabalhado. Neste momento ele nos informa que dos seis alunos deste período, ele acredita que metade deles ainda não tinham conhecimentos e habilidades com esse instrumento tão importante para as construções.

Considerando suas memórias pessoais, o docente nos conta que no seu estudo primário ainda, teve contato com a geometria descritiva e os professores tinham essa formação. Isso foi se perdendo até os dias atuais e considera que para que isso se recupere, os professores devem ter uma formação específica, ou seja, tem que “*formar de novo*” e compartilha uma preocupação, já que considera que a grade da licenciatura deveria propiciar mais momentos de estudo sobre o desenho e as construções para a formação dos licenciandos, considerando que precisamos de professores bons e bem formados nas redes públicas e particulares. Acrescenta ainda que o instituto tem um material humano excelente para que isso se intensifique.

O professor fez questão de expor sua opinião pessoal sobre o descrédito do ensino de geometria e construção que coloco agora com as palavras literais “ *A deficiência que os alunos tem de não ter essa formação, vem dos professores do ensino básico e médio que em geral também não tem essa formação e chegou no ensino superior, ou seja, muitos dos professores aqui dentro, não tem essa formação*.”

Ainda comenta, que a disciplina já foi, a um tempo atrás, oferecida como obrigatória na Licenciatura. Foi saindo, passou para o noturno e acredita que não fique muito tempo ainda, em suas palavras “*vai morrendo, morrendo, daqui a pouco, morre*!”

Finalizando nossa conversa, o professor colocou-se a disposição para qualquer outra colaboração que se fizesse necessária.

A última conversa, foi com a vice coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR. Ela começa explicitando que na grade de 2004 havia uma disciplina no quarto período que se chamava Desenho Geométrico. Nessa disciplina, a professora continua sua explanação, enfatizavam uma oportunidade para o aluno que não soubesse, de aprender as contruções geométricas. Complementa ainda que além dessa disciplina de Desenho Geométrico, havia ainda nessa grade curricular, mais duas disciplinas de Geometria Euclidiana e a Geometria Espacial e Descritiva, estas que também podiam abarcar questões sobre a construção em si.

Continuando a conversa, fazendo um avanço temporal, ela explica que a grade foi alterada e que a partir de 2019 esta nova seleção de conteúdos, contempla quatro disciplinas de Geometria: Geometria Euclidiana e seu Ensino, Geometria Euclidiana Espacial, Conteúdos e Práticas de Medidas e Geometria e Tópicos de Geometria Elementar, mas a disciplina de Desenho Geométrico não existe mais. Analisando então as ementas das geometrias disponibilizadas, a coordenadora conclui que não existe nelas as questões relacionadas às contruções com régua e compasso.

Nas palavras da professora " U*ma disciplina que eu julgo importante não existe mais, por conta da reformulação do curso, que segue orientações do MEC*."

Ainda a docente coloca uma preocupação, pensando em como o futuro professor vai ensinar algo que ele não aprendeu? Enfatiza, que na instituição ele não terá acesso a tais conhecimentos e não verá no contexto do curso. Ainda, ela faz menção a uma disciplina que é a mais nova a ser incluida na grade que se chama Conteúdos e Práticas de Medidas e Geometria, que tem um foco grande para o ensino de geometria e complementa que ainda sim, ela não abrange as práticas de construções geométricas.

A professora vice coordenadora aponta que a universidade não extinguiria uma disciplina da grade se ela estivesse nos documentos nacionais curriculares.

Rememorando suas experiências pessoais, a professora cita que em seu Ensino Fundamental, teve a disciplina Desenho Geométrico e também na sua graduação, teve disciplinas obrigatórias que versavam sobre o tema fortemente. E avalia que os alunos que agora estão na universidade podem não ter tido nada nesse sentido enquanto alunos do ensino fundamental. Assim, vão para a graduação, não vão aprender e depois vão para os colégios onde talvez tenham que ensinar uma coisa que eles não aprenderam a fazer.

Considera ainda sobre a nova grade da instituição em contraponto à antiga, que mesmo tendo aumentado a quantidade de disciplinas que versam sobre geometria, passando de três para quatro, as ementas não contemplam as construções, então de fato não há menção sobre isso no currículo da instituição.

Finalizando, a professora que se manteve fiel às perguntas propostas no roteiro fez questão de respondê-las de maneira literal para que ficasse registrado, além de mais uma vez apontar sua tristeza em não encontrar tema tão importante no currículo da instituição.

1) A grade de licenciatura hoje, contempla dentro do colocado pelo PARECER CNE/CES 1.302/2001, as questões ligadas às construções geométricas?

Não.

2) Num passado recente, já houve alguma mudança de grade que desprivilegiasse esses conteúdos ligados às construções? Isto é, já houve uma disciplina que hoje não é mais oferecida dentro da parte obrigatória?

Sim.

3) O enfoque algébrico na geometria talvez seja mais evidenciado na grade atual?

Sim.

4) O curso de licenciatura da instituição, oferece disciplinas voltadas à pratica docente de geometria e/ou construções geométricas?

Sim para geometria e não para as construções.

Analisando as grades, primeiro acompanhamos a grade antiga do instituto de 2004 onde, como disse a docente coordenadora, havia no quarto período a disciplina de Desenho Geométrico obrigatória. Assim como, abaixo da grade, podemos constatar que sua ementa prioriza as construções básicas como essenciais para o trabalho na disciplina.

Após, segue-se a análise da grade de 2019, assim como as ementas das geometrias oferecidas. Nestas aparece discretamente na disciplina Geometria Euclidiana e seu Ensino uma pequena referência às construções com régua e compasso bem no final da ementa de forma notavelemte reduzida.

1º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	REQUISITOS	DEPTO. RESP.
02.547-0	Computação Básica	04	--	DC
08.020-9	Introdução à Teoria dos Números	04	--	DM
08.151-5	Vetores e Geometria Analítica	04	--	DM
08.490-5	Fundamentos de Matemática 1	04	--	DM
17.054-2	Educação e Sociedade	04	--	DEd
29.064-5	*Práticas Esportivas Masculina*	*02*	--	*DEFMH*
29.066-1	*Práticas Esportivas Feminina*	*02*	--	*DEFMH*
	TOTAL	22		

OBS: os estudantes do período noturno são dispensados de cursar Práticas Esportivas.

2º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO. RESP.
02.548-8	Programação e Algoritmos	04	02.547-0	DC
08.261-9	Cálculo Diferencial e Integral A	04	--	DM
08.420-4	Instrumentação para o Ensino de Matemática A	04	--	DM
08.491-3	Fundamentos de Matemática 2	04	--	DM
19.090-0	Didática Geral	04	--	DME
	TOTAL	20		

3º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.053-5	Álgebra Linear A	04	--	DM
08.163-9	Geometria Euclidiana	04	--	DM
08.262-7	Cálculo Diferencial e Integral B	04	--	DM
08.421-2	**Instrumentação para o Ensino de Matemática B**	**04**	**--**	**DM**
20.008-5	**Psicologia: Desenvolvimento**	**04**	--	**DP**
	TOTAL	20		

OBS: as disciplinas assinaladas em negrito são as que não pertencem ao núcleo comum da Licenciatura e do Bacharelado.

4º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.001-2	Estruturas Algébricas 1	04	--	DM
08.112-4	Desenho Geométrico	04	--	DM
08.263-5	Cálculo Diferencial e Integral C	04	08.261-9	DM
19.181-7	**Pesquisa em Educação Matemática**	**04**	--	**DME**
20.001-8	**Psicologia da Educação 1: Aprendizagem**	**04**	--	**DP**
	TOTAL	20		

5º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	REQUISITOS	DEPTO RESP.
08.264-3	Cálculo Diferencial e Integral D	04	08.262-7	DM
08.342-9	Cálculo Numérico A	04	--	DM
09.021-2	Física Geral 1	04	--	DF
19.182-5	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 1**	**04**	**Pré-req 19.090-0 Co-req: 19.183-3**	**DME**
19.183-3	**Metodologia do Ensino de Matemática na Educação Básica**	**04**	**Pré-req. 19.090-0 co-req: 19.182-5**	**DME**
	TOTAL	20		

6º PERÍODO (diurno e noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.415-8	**O Ensino da Matemática Através de Problemas**	**04**	--	**DM**
09.022-0	Física Geral 2	04	--	DF
15.302-8	Introdução à Estatística e Probabilidade	04	--	DEs
19.184-1	**Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica**	**04**	**19.183-3**	**DME**
19.185-0	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 2**	**04**	**19.182-5**	**DME**
	TOTAL	20		

7º PERÍODO (diurno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.120-5	Geometria Espacial e Descritiva	04	--	DM
08.376-3	Trabalho de Conclusão de Curso A	08	84 créditos	DM
17.101-8	**Política, Organização e Gestão da/na Educação Básica**	**04**	--	**DEd**
19.186-8	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 3**	**12**	**19.185-0**	**DME**
	TOTAL	28		

8º PERÍODO (diurno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.235-0	**Introdução à Análise para Licenciandos**	**04**	**08.261-9**	**DM**
08.377-1	Trabalho de Conclusão de Curso B	08	08.376-3	DM
08.402-6	História da Matemática	04	84 créditos	DM
08.600-2	**Informática Aplicada ao Ensino**	**04**	--	**DM**
19.187-6	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 4**	**08**	**19.186-8**	**DME**
20.100-6	**Introdução à Língua Brasileira de Sinais – Libras I**	**02**	--	**DPsi**
	TOTAL	28		

7º PERÍODO (noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.120-5	Geometria Espacial e Descritiva	04	--	DM
17.101-8	**Política, Organização e Gestão da/na Educação Básica**	**04**	--	**DEd**
19.186-8	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 3**	**12**	**19.185-0**	**DME**
	TOTAL	20		

8º PERÍODO (noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.235-0	**Introdução à Análise para Licenciandos**	**04**	**08.261-9**	**DM**
08.402-6	História da Matemática	04	84 créditos	DM
08.600-2	**Informática Aplicada ao Ensino**	**04**	--	**DM**
19.187-6	**Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 4**	**08**	**19.186-8**	**DME**
	TOTAL	20		

9º PERÍODO (noturno)

CÓDIGO	DISCIPLINA	Nº CRÉD.	PRÉ-REQ.	DEPTO RESP.
08.375-5	**Trabalho de Conclusão de Curso**	**16**	**84 créditos**	**DM**
20.100-6	**Introdução à Língua Brasileira de Sinais – Libras I**	**02**	--	**DPsi**
	TOTAL	16		

OBS: Os estudantes do curso noturno poderão se inscrever, no 7º e no 8º períodos, nas disciplinas de Trabalho de Conclusão de Curso A e B e Libras I, respectivamente, se tiverem disponibilidade para cursá-las. Assim terão a possibilidade de integralizarem os créditos em 4 anos, o que é permitido pela legislação. Confira o Anexo 5.

08.112-4 Desenho Geométrico
Número de Créditos : 04
Período: 4º
Pré-requisitos: não tem
Objetivos: Estudar os conceitos e técnicas de desenho geométrico, isto é, de construções geométricas com régua e compasso, para resolver problemas de geometria euclidiana plana. Analisar os resultados fundamentais da geometria plana elementar sob o ponto de vista das construções com régua e compasso. Resolver problemas de geometria plana por meio do desenho geométrico, obtendo soluções com grau de precisão satisfatório. Estudar programas computacionais adequados ao desenvolvimento do desenho geométrico. Analisar a adaptação desses conhecimentos a diferentes contextos, particularmente às necessidades da escola básica.
Conteúdo programático: Construção com régua e compasso dos objetos básicos da geometria plana e dedução de propriedades (triângulos e quadriláteros, polígonos regulares, circunferência e outras cônicas). Estudo da homotetia de figuras planas. Estudo das áreas de figuras planas. Conceito de lugar geométrico e suas aplicações. Analisar e aprender a utilizar recursos de informática em desenho geométrico.

15. MATRIZ CURRICULAR

1º ANO

1º Semestre						
Código	Atividade Curricular	Créditos				Carga Horária
		T.	P.	PCC.	Total	
17.054-2	Educação e Sociedade	4			4	60
100.123-2	Matemática Discreta	2		2	4	60
100.123-3	Números e Funções Reais	4		2	6	90
100.123-4	Vetores e Geometria Analítica	6			6	90
	Total:				**20**	**300**

2º Semestre						
Código	Atividade Curricular	Créditos				Carga Horária
		T.	P.	PCC.	Total	
100.123-5	Cálculo A	6			6	90
19.090-0	Didática Geral	4			4	60
15.302-8	Introdução à Estatística e Probabilidade	2	2		4	60
08.020-9	Introdução à Teoria dos Números	4			4	60
100.108-9	Programação e Algoritmos 1	1	3		4	60
	Total:				**22**	**330**

2º ANO

3º Semestre							
Código	Atividade Curricular	Créditos				Carga Horária
		T.	P.	PCC.	Total	
100.123-6	Álgebra Linear 1	6			6	90
100.123-7	Cálculo B	4			4	60
19.181-7	Pesquisa em Educação Matemática	2		2	4	60
100.123-8	Probabilidade e Introdução à Inferência	2	2		4	60
20.008-5	Psicologia do Desenvolvimento	4			4	60
	Total:				**22**	**330**

4º Semestre						
Código	Atividade Curricular	Créditos				Carga Horária
		T.	P.	PCC.	Total	
100.124-0	Cálculo C	6			6	90
100.124-1	Fundamentos de Álgebra	4			4	60
100.124-2	Geometria Euclidiana e seu Ensino	4		2	6	90
20.001-8	Psicologia da Educação 1: Aprendizagem	4			4	60
08.415-8	Resolução de Problemas para o Ensino de Matemática	2		2	4	60
100.125-1	Teoria e Prática em Informática na Educação	1		3	4	60
	Total:				**28**	**420**

3º ANO

5º Semestre							
Código	Atividade Curricular	Créditos					Carga Horária
		T.	P.	PCC.	E.	Total	
100.125-2	Conteúdos e Práticas de Aritmética e Álgebra	2		2		4	60
19.182-5	Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 1				4	4	60
09.021-2	Física Geral 1	4				4	60
100.125-0	Geometria Euclidiana Espacial	4				4	60
19.183-3	Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica 1	2		2		4	60
100.124-4	Teoria de Anéis	4				4	60
	Total:					**24**	**360**

6º Semestre							
Código	Atividade Curricular	Créditos					Carga Horária
		T.	P.	PCC.	E.	Total	
100.124-6	Cálculo Numérico	4	2			6	90
100.125-3	Conteúdos e Práticas de Medidas e Geometria	2		2		4	60
Novo Código	Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 2				8	8	120
09.022-0	Física Geral 2	4				4	60
19.184-5	Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica 2	2		2		4	60
	Total:					**26**	**390**

4º ANO

7º Semestre

Código	Atividade Curricular	Créditos					Carga Horária
		T.	P.	PCC.	E.	Total	
08.235-0	Análise Matemática para o Ensino			4		4	60
Novo Código	Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 3				8	8	120
08.402-6	História da Matemática	4				4	60
17.101-8	Política, Organização e Gestão da/na Educação Básica	4				4	60
100.124-8	Trabalho de Conclusão de Curso 1	6				6	90
	Optativa 1					4	60
	Total:					**30**	**450**

8º Semestre

Código	Atividade Curricular	Créditos					Carga Horária
		T.	P.	PCC.	E.	Total	
19.187-6	Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica 4				8	8	120
20.100-6	Introdução à Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS I	2				2	30
100.125-4	Modelagem Matemática no Ensino	2		2		4	60
100.125-5	Tópicos de Geometria Elementar	4				4	60
100.124-9	Trabalho de Conclusão de Curso 2 (ou)	8				8	120
100.125-6	Trabalho de Conclusão de Curso 2 C/Prática	4		4		8	120
	Optativa 2					4	60
	Total:					**30**	**450**

100.124-2 Geometria Euclidiana e seu Ensino

Pré-Requisitos: Não tem. **Créditos:** 6
2 PCC. 4 T.

Objetivos: Refletir sobre a origem psicológica e antropológica da Geometria, considerando sua presença na sociedade, assim como sua presença na natureza. Retomar conteúdos e conceitos de geometria euclidiana dos Ensinos Fundamental e Médio. Identificar diferentes situações pedagógicas em instâncias de ensino-aprendizagem de Geometria como Geometria sintética e intuitiva, interações Geometria-Álgebra e raciocínio dedutivo. Introduzir a Geometria Euclidiana Plana através de um sistema axiomático simples, vivenciando os conceitos de axioma, teorema e demonstração. Conhecer abordagens metodológicas distintas como Desenho Geométrico, visualização espacial e materiais concreto como dobraduras e material lúdico. Resolver problemas de geometria plana por meio de estratégias diversificadas. Proporcionar ao estudante a construção abstrata mais ampla e precisa dos objetos geométricos, o estudo e investigação de propriedades e sua habilitação em técnicas de demonstração em um nível próprio da Matemática Superior (dedução formal). Esse estudo deve incluir oportunidades de aplicação do método de resolução de problemas, exploração de regularidades, fazer conjecturas e generalizações, pensar de maneira lógica, enfim, desenvolver atividades matemáticas através da Arte de Investigar e proporcionar a construção da autonomia do estudante. Habilitar o estudante no uso de recursos computacionais como softwares de geometria dinâmica.

Ementa: 1. A Geometria como estudo da forma e seu uso na sociedade (Arquitetura, Mecânica, Artes, Ciências Naturais, Navegação, etc.). Gênese psicológica da Geometria. 2. Percepção de objetos geométricos sólidos e recursos de representação para o estudo de suas propriedades. Construção abstrata de objetos planos. Uso de instrumentos de medida e de régua, compasso e transferidor. Classificação de objetos geométricos. 3. Explicação geral sobre um sistema axiomático e a razão de seu uso na Matemática. O que são axiomas, definições, teoremas e demonstrações. Axiomas e resultados sobre conceito e posição de entes geométricos. Ponto, reta, plano, segmentos, semirretas, axiomas de medida de comprimento e relações recíprocas. Axiomas de separação. Ângulos, medidas e propriedades. 4. Congruências de triângulos, casos de congruências e aplicações. Desigualdades geométricas. Quadriláteros. Paralelismo no plano. O axioma das paralelas e aplicações. Paralelogramos e aplicações. Semelhanças de triângulos e aplicações. 5. Polígonos quaisquer e polígonos regulares. Área de polígonos. 6. Circunferência e suas propriedades. Estudo do comprimento da circunferência e sua área. 7. Justificativas das construções elementares com régua e compasso: perpendiculares, paralelas, ângulos, triângulos, quadriláteros e outros polígonos.

100.125-0 Geometria Euclidiana Espacial

Pré-Requisitos: 100.124-2 Geometria Euclidiana e seu Ensino **Créditos:** 4
4 T.

Objetivos Gerais: Iniciar o estudo da Geometria Euclidiana Espacial de Posição, através de um sistema axiomático simples, vivenciando os conceitos de axioma, teorema e demonstração. Reconhecer as propriedades dos objetos geométricos espaciais. Resolver problemas de geometria espacial usando tanto a deducção formal como a exploração de propriedades, regularidades e relações.

Ementa: Noções básicas de Geometria Espacial de Posição. Noções fundamentais de perpendicularismo e paralelismo de retas e planos no espaço. Propriedades dos diedros e sua medida. Estudo de projeções sobre um plano e conceito de simetria em relação a um plano. Estudo de objetos geométricos sólidos, como prismas, pirâmides e corpos redondos. Área de superfícies de sólidos. Sólidos de revolução. Princípio de Cavalieri e volume de sólidos. Poliedros: propriedades gerais e classificação de poliedros especiais. Fórmula de Euler.

100.125-3 Conteúdos e Práticas de Medidas e Geometria

Pré-Requisitos:	100.124-2 Geometria Euclidiana o Ensino 100.123-4 Vetores e Geometria Analítica	**Créditos:** 4 2 PCC. 2T

Objetivos Gerais: Analisar a prática por meio da produção de sequências didáticas, planos de aula e materiais para o ensino, com foco no conteúdo especifico dos Ensinos Fundamental e Médio. Compreender os conteúdos selecionados do Ensino Básico do ponto de vista dos Fundamentos da Matemática em um sentido amplo, interdisciplinar e de resolução de problemas, por meio de estudos teórico-práticos. Compreender e elaborar itens de matemática com foco na validade e fidedignidade. Ensinar a produzir sequências didáticas, planos de aula e diferentes materiais para o ensino de diferentes categorias (textos didáticos, materiais concretos, softwares educacionais, vídeos, dentre outros).
Ementa: A temática das aulas abrangerá os campos das geometrias plana, espacial, métrica e analítica dos Ensinos Fundamental e Médio. Estudo e produção de textos didáticos. Estudo e produção de sequências didáticas. Elaboração e análise de itens de matemática. Projeto, desenvolvimento e exposição de materiais para o ensino.

100.125-5 Tópicos de Geometria Elementar

Pré-Requisitos:	100.123-4 Vetores e Geometria Analítica	**Créditos:** 4 4 T.

Objetivos Gerais: Complementar a formação em Geometria.Incentivar estudante o aprendizado . autônomo, a investigação criatividade na resolução de problemas em geometria plana e/ou espacial. Introduzir noções de geometria não euclidiana.
Ementa: 1. Isometrias no plano. Tipos de isometrias, propriedades e aplicações. Isometrias e congruências de triângulos. Grupos de simetria de polígonos regulares. 2. Conexões da Geometria Analítica e da Geometria Euclidiana. Geometria em coordenadas. Estudos de propriedades geométricas através de vetores. 3. Geometria da superfície esférica. Geodésicas e triângulos. Soma dos ângulos internos de um triângulo. Figuras na esfera. 4. Noções de Geometria Hiperbólica Plana. Axiomas e diferenças da Geometria Euclidiana. Propriedades de triângulos. Modelos euclidianos da Geometria Hiperbólica. 5. Grafos planares. Propriedades elementares. 6. Ladrilhamentos. Classificação. Frisos e mosaicos: simetrias e classificação.

Após as entrevistas com os professores que gentilmente concordaram em colaborar com a pesquisa, concluímos que nas três instituições que tivemos acesso, existem três tipos de intervenções didáticas inseridas nas grades curriculares.

A primeira delas, podemos citar a UNESP - Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, que de forma obrigatória mantém a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva no curso de Licenciatura em Matemática, com uma ementa que privilegia as construções com régua e compasso de maneira integral.

Em segundo, citamos a USP – Instituto de Ciências, Matemática e Computação de São Carlos, que oferece duas vertentes para a Licenciatura em Matemática com grades que podem se complementar, e abordam as questões de construção com disciplinas obrigatórias distintas. Na Licenciatura em Matemática há a disciplina obrigatória de Estágio Supervisionado em Ensino de Geometria e Desenho Geométrico que na ementa cita as construções, porém as aborda de maneira mais prática em situações de sala de aula em que o aluno vivencia o estágio nas escolas de Ensino Fundamental e Médio. Sendo que na Licenciatura em Ciências Exatas, Habilitação em Matemática, há a disciplina Desenho Geométrico e Geometria Descritiva de maneira obrigatória, que em sua ementa também contempla as questões de construções amplamente. Pensando na formação do professor de Matemática, esta disciplina seria interessante nas duas vertentes de cursos oferecidos na intituição, e não apenas de forma optativa como se apresenta para a Licenciatura em Matemática.

Em terceiro ponto, o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR, que oferecia a disciplina de Desenho Geométrico e após reformulações, ocorridas em 2019, deixou de oferecê-la e hoje não oferece disciplina relacionada as construções geométricas.

3.4 – Considerações sobre o contexto histórico, legislações, práticas e formação dos professores

Com as informações obtidas até aqui neste trabalho, perpassa até por diversas vertentes importantes até que chegássemos à sala de aula e ao efetivo trabalho docente com as construções geométricas: a história da geometria, as leis que regem a educação no país, a formação dos professores em cursos de licenciatura e finalmente a prática dos docentes.

Algumas situações devem ser elencadas para que sejam evidenciadas, pensando nas hipóteses que tínhamos no início deste estudo.

Com respeito à questão legal e histórica, verificamos que, apesar de um importante movimento para reforçar a importância das construções geométricas dentro da academia, refletindo no documento legal dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN’s, oficialmente a disciplina de Desenho Geométrico, permanece como disciplina opcional para os sistemas escolares, e o trabalho com as construções fica a cargo dos professores, dentro da disciplina de Matemática.

Considerando os materiais que os docentes tem acesso, foi evidenciado o livro didático como principal deles, que como vimos, vem sendo reformulados e contém capítulos dedicados às construções, porém ainda podem ficar negligenciados perante outros conteúdos como a álgebra.

A falta de tempo para o desenvolvimento da geometria como um todo também foi alvo de apontamentos. Os docentes relatam que devem dedicar muitas aulas para os outros campos da Matemática ficando a geometria com um espaço muito apertado na grade, diante dos importantes e extensos conteúdos a serem trabalhados. E resumo, a geometria e principalmente o trabalho com as construções que demanda tempo, fica preterido no contexto das aulas de Matemática.

Outra importante questão que veio a pauta, foi a existência da disciplina de Desenho Geométrico na Rede Municipal, nos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental II, que seria o espaço ideal para o trabalho com as construções geométricas. Porém, a partir dos relatos dos docentes, pudemos perceber que mesmo com a existência da disciplina, a rede da região pesquisada não oferece aos professores um currículo ou ementa que oriente os planejamentos dos docentes ministrantes dessas aulas, o que as torna um obstáculo aos professores, que as deixam como última opção para constituição de jornada, e por conseguinte, ao efetivo contexto do trabalho com as construções.

Por último, a formação dos professores entrou no contexto deste trabalho, a partir de colocações feitas nos questionários o que deu origem a perguntas sobre as grades de formação dos cursos de Licenciaturas, que como vimos é bem diverso, passando por universidades que tem as construções obrigatoriamente na grade até as universidades que não tem opção para o aluno que comtemple tais conteúdos e habilidades.

Para finalizar, versamos sobre as opções em formação continuada de docentes que já constatamos que são bem escassas, ficando a cargo do docente, ter que buscar por conta própria e autodidata seu aperfeiçoamento.

Em resumo, recai sobre o docente o “peso” de introduzir, por conta própria em várias situações, o trabalho com as construções, o que pode ser a razão para o demérito dessas habilidades no contexto das aulas oferecidas aos alunos nos dias de hoje.

Capítulo 4 – Construções geométricas: uma proposta de sequência de conteúdos

Neste momento, depois de ouvir os docentes responsáveis pelos cursos de formação dos licenciados em Matemática da região e os docentes ministrantes da disciplina de Matemática nas escolas e Ensino Fundamental e Médio, concluímos que muitas dificuldades descritas por eles vem de encontro às hipóteses colocadas inicialmente por esse trabalho, ou seja, que o trabalho efetivo com as construções por muitas vezes é colocado em segundo plano por inúmeros motivos: pela falta de tempo do professor, falta de estrutura e materiais nas escolas, formação inadequada dos docentes e ainda, falta de organização didática para estruturar um currículo passível de trabalho.

Esses problemas elencados percorreram os questionários de muitos dos docentes participantes da pesquisa. Até mesmo na Rede Municipal de Porto Ferreira, onde, apesar de efetivar o Desenho Geométrico como uma disciplina, ainda apresenta como ponto a ser revisto, a construção de uma estrutura curricular de trabalho organizada e unificada, que possa orientar os professores dessa disciplina durante suas aulas.

Considerando as dificuldades descritas pelos docentes em sala de aula e, as aproximando do objetivo desta pesquisa, este momento será dedicado à formulação de uma proposta de trabalho, com uma estrutura de conteúdos e atividades sugeridas que possam nortear o trabalho com as construções geométricas, considerando a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, as habilidades necessárias ao saber matemático, organizadas de maneira linear e progressiva considerando as etapas e anos escolares.

Inicialmente, cabe ressaltar que a Base Nacional Comum Curricular – BNCC está organizada em cinco eixos matemáticos distintos: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Neste trabalho com as construções, vamos explorar o eixo geometria e suas habilidades, além de objetos de conhecimentos organizados neste, para estruturar o material que se pretende.

Ainda sobre a organização da BNCC, ela orienta os eixos e as habilidades por ano escolar, isto é, no Ensino Fundamental I – primeiros, segundos, terceiros, quartos e quintos anos, e no Ensino Fundamental II, nosso campo de pesquisa, sextos, sétimos, oitavos e nonos anos.

A organização nacional da base curricular, seguindo a legislação atual, não separa a disciplina Matemática da disciplina Desenho Geométrico, esta última, ainda configura como disciplina optativa, apesar de vários movimentos acadêmicos, colocando a necessidade de trabalhar-se as habilidades de construção.

Muitas publicações acadêmicas sobre o tema, tanto nas diretrizes nacionais quanto nos materiais didáticos atuais, se notam, o que diferente dos mais antigos, vem explorando as construções geométricas em diversos momentos do eixo geométrico.

Buscando a BNCC como parâmetro, observemos as habilidades e objetos do conhecimento propostos para o eixo geometria, nos diferentes anos do Ensino Fundamental II, com atenção para as habilidades de construção que permeiam o trabalho com esse bloco.

6º ano do Ensino Fundamental II	
Objeto do Conhecimento	**Habilidade**
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
	(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a

	inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

7º ano do Ensino Fundamental II	
Objeto do Conhecimento	**Habilidade**
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

A circunferência como lugar geométrico	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
	(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
	(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente

	vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

8º ano do Ensino Fundamental II	
Objeto do Conhecimento	**Habilidade**
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

9º ano do Ensino Fundamental II	
Objeto do Conhecimento	**Habilidade**
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
	(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
Distância entre pontos no plano cartesiano	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e

	utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Observando atentamente, podemos elencar algumas habilidades principais que remetem diretamente ao trabalho com as construções, que num contexto de redes que não fazem a separação da Matemática em frentes, deveriam permear as aulas destinadas a Matemática.

Em especial, pensando na organização da grade curricular da Rede Municipal de Porto Ferreira, as habilidades em destaque deveriam orientar um currículo específico da disciplina de Desenho Geométrico nos anos em que há essa separação, oitavos e nonos anos, e nos sextos e sétimos anos, é necessário que sejam essas habilidades, trabalhadas como parte estruturante do trabalho com as construções, dentro do contexto das aulas de Matemática regulares.

Desta forma, começaremos as elencar as habilidades desde o 6º ano até o 9º ano considerando a especificidade da rede, a flexibilidade de trabalho nos sextos e sétimos anos e o foco com as construções destinadas as aulas de Desenho Geométrico nos oitavos e nonos anos.

4.1 – As habilidades e objetos do conhecimento por anos escolares: foco nas construções geométricas como parte do currículo de Matemática

No Ensino Fundamental II, o aluno já se depara com uma grande diferença de organização: as disciplinas passam a ser separadas por áreas e existe grande diversidades de professores que até então não faziam parte da realidade dos alunos. Assim um dos primeiros desafios, quando se trata desse ano escolar, é a adaptação à nova organização.

O sexto ano, especificamente na Rede Municipal de Porto Ferreira, conta com seis aulas semanais da disciplina de Matemática. Nas habilidades do campo geométrico descritas acima, foram elencadas oito, como essenciais ao ano/série, que devem ser exploradas durante o ano.

Dentro dessas oito habilidades, encontramos três que preconizam o trabalho com construções: EF06MA21, F06MA22 e F06MA23. Essas habilidades tratam da construção de figuras semelhantes, retas paralelas e perpendiculares, propõe para esse momento a utilização de instrumentos como a malha quadriculada, a régua e os esquadros.

Para o aluno, tudo no contexto de construções é novo, inclusive, o jogo de esquadros e as malhas quadriculadas.

Portanto, antes de qualquer uso, é interessante que os alunos possam explorar os materiais, observar as regularidades e especificidades dos instrumentos de desenho como réguas, esquadros, transferidores e compasso, mesmo que todos eles não venham a ser empregados nas atividades nesse momento. O professor deve contextualizar o aluno sobre as principais funções e características dos materiais, orientando sobre o uso adequado, quando empregados em atividades de construção.

Sugerimos que se inicie o trabalho com esses instrumentos explorando contextos conhecidos como a ampliação e redução de figuras com graus de dificuldade lineares, explorando a questão das figuras planas já conhecidas e estudadas, como triângulos e quadriláteros (quadrados e retângulos), por exemplo.

Como habilidade, sugerimos a construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando os esquadros e régua. Para este momento, é possível estabelecer relações com as definições Matemática s de retas, ponto e plano, ideias iniciais da geometria, retomar e consolidar conceitos já conhecidos e introduzir novos como paralelismo e perpendicularismo.

Outra questão que pode ser explorada nesse momento é a questão dos ângulos, partindo da ideia do perpendicularismo, trabalhar o ângulo de 90º, e também os ângulos notáveis e suas classificações (ângulos agudos, retos, obtusos e rasos), aproveitando para introduzir um novo instrumento que é o transferidor para as construções básicas de ângulos notáveis, sempre utilizando também a régua.

Mais um recurso citado que pode ser interessante neste contexto, é o uso e o trabalho com dobraduras. O trabalho com esse recurso pode chamar a atenção do aluno para as questões geométricas que aparecem durante o trabalho de construção da dobradura proposta, como a construção das dobraduras que formam "retas concorrentes", podendo ser exploradas nesse momento, questões de definições, conceitos e medição de ângulos.

Para os sétimos anos, também são propostas na Rede Municipal de Porto Ferreira, seis aulas de Matemática semanais, onde devem ser propostas dentro desses momentos, espaços dedicados às construções que estão intimamente ligadas com as habilidades do eixo geometria para essa etapa escolar.

Retomando a Base Curricular Nacional, das nove habilidades propostas para o campo geométrico, evidenciamos cinco delas onde se pode explorar as atividades de construção: EF07MA21, EF07MA22, EF07MA24, EF07MA26 e EF07MA28. Considerando que, os alunos tiveram um progressivo conhecimento das figuras geométricas planas, retas concorrentes e paralelismo no ano anterior, nesse momento sugerimos que as habilidades propostas explorem simetria, relação entre ângulos, triângulos, polígonos regulares e circunferências.

Para o trabalho com simetria, além de continuar sendo exploradas as construções na malha quadriculada, incluem-se as simetrias de rotação e translação, as quais podem ser exploradas com instrumentos como o transferidor, momentos em que podem ser retomados os conceitos de ângulos notáveis e suas classificações e construção, além de orientações sobre deslocamentos nos sentidos horários e anti-horários.

É importante que se observe a estreita relação que se pode explorar utilizando elementos da natureza e edificações usando-os conectados com a simetria. A interdisciplinaridade com a disciplina de arte é evidenciada.

Os triângulos ganham um grande espaço nas habilidades do sétimo ano. Essa figura tão conhecida pelos alunos desde cedo, até mesmo antes da trajetória escolar, propicia inúmeras situações de aprendizagens relacionadas às construções. As condições de existência, construção de triângulos dados os lados e a soma dos ângulos internos e pontos notáveis de um triângulo, são objetivos que devem ser explorados utilizando a construção geométrica como ponto de partida, visando assim uma aprendizagem mais significativa.

Outras figuras conhecidas dos alunos são o quadrado e o triângulo equilátero, polígonos regulares, que também são foco das habilidades de construção. Observa-se neste momento, as diversas características geométricas de regularidade dessas figuras que podem ser exploradas e retomadas, além da própria construção, que deve ser proposta de diversas maneiras utilizando os instrumentos de desenho.

As circunferências também permeiam as habilidades desta série escolar, incialmente propostas como construção e exploração do instrumento compasso, assim como seu reconhecimento como ente geométrico importante e referência para atividades que utilizem equidistância. Características gerais e regularidades podem ser retomadas e trabalhadas neste momento. Aqui também se colocam como pertinentes a exploração artística das circunferências como a construção de mosaicos e composições.

Para o ano escolar seguinte, temos a separação das aulas de Matemática e desenho geométrico. Então, dada essa especificidade, devemos entender que a partir desse momento, as habilidades de construções propostas para o oitavo ano, devem ser exploradas nas aulas de desenho geométrico. È claro que de maneira a auxiliar as aulas regulares de Matemática, que também devem explorar a geometria, porém com um enfoque mais algébrico em relação as atividades e habilidades.

Elencamos as habilidades EF08MA15, EF08MA16, EF08MA17 e EF08MA18 para o trabalho efetivo com as construções. Nestas são retomados conceitos de figuras planas já conhecidas como as regulares: quadrados e triângulos, iniciando o estudo sobre os hexágonos regulares, assim como sua construção utilizando os instrumentos apropriados.

O estudo dos ângulos notáveis é retomado e ampliado, assim como a construção destes. O conceito de ângulo central é introduzido como referência de construção e proposto como ponto de partida para a construção de polígonos como o hexágono, por exemplo. O estudo das medidas de ângulos, classificações e conceitos como ângulos complementares e suplementares também pode ser explorado neste contexto.

Mediatriz e bissetriz configuram importantes aquisições geométricas e estão propostas neste ano escolar. A definição e contextualização desses lugares geométricos devem ser trabalhadas em estreita ligação com os instrumentos de desenho para que sejam consolidados pelos alunos. A exploração destes em figuras regulares, já trabalhadas, pode ser ampliada, assim como a contextualização desses entes geométricos no contexto dos triângulos e seus pontos notáveis, onde ganham inúmeras aplicações.

Também voltam ao foco das habilidades as questões das transformações geométricas, em especial as simetrias de composições (rotação, translação e reflexão).

Este é outro ponto em que novamente podemos explorar, além das construções, análises de ângulos, ampliação e redução, a questão de composição artísticas para análise desses fenômenos.

O último ano do Ensino Fundamental II, na Rede Municipal de Porto Ferreira, contempla além das seis aulas regulares de Matemática semanais, uma aula de desenho geométrico que continua no mesmo contexto das aulas propostas no ano anterior.

Para o nono ano são colocadas três habilidades da BNCC, que mantem estreito vínculo com a construção geométrica: EF09MA11, EF09MA15 e EF09MA16.

A primeira delas faz menção ao conceito e definição de circunferência, nesse momento explorando suas características e conceitos como arcos, raios e diâmetro, por exemplo. Ângulos centrais e inscritos podem ser explorados com os instrumentos de construção para observar mais atentamente suas relações.

Os polígonos regulares voltam a ser explorados, agora a partir de sua construção dada a medida do lado. Triângulos, quadrados, pentágonos e outros podem ser revistos e ampliadas as situações envolvidas em suas construções.

O plano cartesiano, conceitos como ponto médio e distância entre pontos, aparecem como referência. O conceito de construção de ponto médio em figuras pode ser explorado a partir dos objetos de construção, assim como suas relações com as figuras geométricas, em especial o triângulo, quando construímos as medianas e o baricentro de um triângulo, por exemplo.

Elencadas as habilidades e considerações sobre elas, podemos propor um roteiro de conteúdos a serem explorados nos anos do Ensino Fundamental II, no contexto das construções geométricas e seguindo as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular.

4.2 – As habilidades e objetos do conhecimento por anos escolares: um roteiro definido por anos escolares com base na BNCC

6º ano do Ensino Fundamental II	
Habilidade	**O que trabalhar?**
(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas	• Exploração de materiais de desenho: funções e características;

<table>
<tr><td>quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.</td><td rowspan="3">Ampliação e redução de figuras: uso de malha quadriculada;
Polígonos: definição e construção de quadriláteros e triângulos usando réguas.
Retas paralelas e perpendiculares: construção com esquadros e réguas;
Uso de dobraduras para análise de retas concorrentes.
Ângulos: classificações (agudo, reto e obtuso) e medição – uso do transferidor.</td></tr>
<tr><td>(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.</td></tr>
<tr><td>(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">7º ano do Ensino Fundamental II</th></tr>
<tr><th>Habilidade</th><th>O que trabalhar?</th></tr>
<tr><td>(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.</td><td rowspan="3">Malha quadriculada: simetria de translação, rotação e reflexão.
Circunferências: exploração do compasso e seus usos, definições, composições e mosaicos.
Ângulos notáveis: definições e construção.
Triângulos: definições, construção dado um lado, soma dos ângulos internos.
Construção de um triângulo qualquer conhecido os três lados.
Polígonos regulares: construção de quadrados e triângulos a partir da medida do lado.</td></tr>
<tr><td>(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.</td></tr>
<tr><td>(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo</td></tr>
</table>

quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.	• Pontos notáveis do triângulo: altura e ortocentro, mediana e baricentro.
(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.	
(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.	

8º ano do Ensino Fundamental II	
Habilidade	**O que trabalhar?**
(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	• Ângulos: construção e definições de ângulos notáveis. • Pontos notáveis do triângulo: bissetriz e incentro, mediatriz e circuncentro. • Polígonos regulares: construção de hexágonos a partir da medida do ângulo central. • Lugares geométricos no triângulo: altura, mediana, mediatriz e bissetriz. • Simetria e transformações geométricas.
(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.	
(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.	
(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de	

instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.	

9º ano do Ensino Fundamental II	
Habilidade	**O que trabalhar?**
(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	• Circunferências: arcos, ângulos centrais e inscritos. • Polígonos regulares diversos a partir da medida do lado. • Ponto médio de um segmento. • Distância entre dois pontos: uso de coordenadas. • Plano cartesiano: perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.	
(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.	

4.3 – As habilidades e objetos do conhecimento por anos escolares: sugestões de referenciais bibliográficos aos docentes

A busca dos professores por materiais didáticos que ofereçam referenciais tanto teóricos quando práticos, com exemplos de atividades diferenciadas enfocando as construções geométricas, aparece como uma dificuldade imposta mediante os tempos escassos para estudos e formação em serviço.

Neste ponto do trabalho, serão sugeridas referências que podem servir de apoio ao professor para os momentos de planejamento de aulas e atividades.

Primeiramente serão indicadas duas coleções de livros de Matemática do Ensino Fundamental II, que contemplam as habilidades elencadas para as construções. São coleções contempladas pelo PNLD – Programa Nacional do Livro e do Material Didático, disponibilizados pelo MEC – Ministério da Educação, portanto de fácil acesso às escolas públicas e privadas.

- A Conquista da Matemática. José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci – Editora FTD. 4º Edição – São Paulo, 2018 (Quatro volumes).
- Teláris – Matemática Luiz Roberto Dante – Editora Ática.3° Edição – São Paulo, 2018 (Quatro volumes).

Existem também coleções que compartilham as habilidades de construções em publicações específicas voltadas para o Desenho Geométrico, que podem ser fontes de muitas ideias adaptáveis à sala de aula. Serão sugeridas três opções.

- Coleção Régua & Compasso: geometria e desenho geométrico. José Carlos Putnoki – Quatro Volumes. Editora Scipione.
- Coleção Desenho Geométrico. Cecília Fujiki Kanegae Yamada – Quatro Volumes. Editora Scipione.
- Coleção Desenho Geométrico. Isaías Marchesi Júnior – Quatro Volumes. Editora Ática.

Por fim, também serão compartilhados também sugestões de livros para a formação Matemática do professor, para que possa buscar conhecimentos e aprimorar sua prática. São quatro títulos.

- Práticas de Ensino: Construções Geométricas. Jorge Luís Costa. Visão Editora.
- Geometria Euclidiana Plana. João Lucas Marques Barbosa. Coleção do Professor de Matemática – SBM.
- Geometria Plana e Construções Geométricas. Angelo Papa Neto. IFCE – Instituto Federal do Ceará.
- Construções Geométricas. Eduardo Wagner. João Paulo Q. Carneiro. Coleção do Professor de Matemática – SBM.

A internet atualmente, também é um recurso inesgotável de exemplos e sugestões de atividades diversificadas sobre o tema, podendo ser utilizada como fonte para busca e ideias de atividades com foco nas construções geométricas.

Considerações Finais

Mediante o exposto neste trabalho, foi feita uma breve perspectiva histórica sobre a trajetória da Geometria Euclidiana e as influências dessas transformações nas escolas e maneira de ensinar geometria no Brasil. Notou-se como fato, que a disciplina Desenho Geométrica, após um grande período sendo trabalhada nas escolas, foi reduzida a disciplina optativa e assim permanece até os dias atuais.

Essa modificação no status de Desenho geométrico, trouxe implicações inclusive para o ensino da geometria Euclidiana no âmbito das unidades escolares, o que veio confirmar a hipótese inicial deste trabalho que pressupunha que os conceitos geométricos eram colocados de lado em contraponto as outras áreas da Matemática. Tal marco legal, de certa forma, deu início a toda essa situação que colocou as construções geométricas como práticas não tão frequentes nas salas de aulas.

Analisando as contribuições dos docentes participantes da pesquisa, foi possível também, relacionar alguns dificultadores para a prática eficaz do ensino das construções geométricas. Ao longo deste estudo, encontramos indicações de que a falta de tempo para planejamento dos professores, a escassez de materiais pedagógicos, a ausência de organização didática de um currículo em construções geométricas, alunos com déficit de conhecimentos básicos em geometria e ainda, a formação de professores inadequada, impedem de certa maneira, que o professor consiga exercer de maneira satisfatória uma prática pedagógica que foque nas construções geométricas como base para o ensino de geometria.

A formação dos professores nos cursos de Licenciatura em Matemática também teve um grande destaque nesta pesquisa. Ao fazer a análise de ementas universitárias e conversar com coordenadores dos cursos de licenciatura da região, constatou-se que mesmo nas grades curriculares do ensino superior, as questões ligadas às construções geométricas, vem perdendo espaço gradualmente quando se compara as grades atuais com as grades anteriores dos cursos citados.

A orientação de um currículo formal, que explore as construções geométricas é indispensável para que o professor não seja, como configura-se hoje, o único responsável por decidir se as construções geométricas devem ou não integrar a formação básica do aluno. Fato é, que nem todas as redes de ensino possuem essa organização, preocupação relatada inclusive pelos docentes participantes da pesquisa. Dada essa informação, este trabalho buscou organizar uma rotina didática que oriente os professores neste percurso formativo com as construções geométricas.

Tal rotina, foi orientada seguindo os pressupostos explicitados no documento norteador nacional a BNCC – Base Nacional Comum Curricular, que apresenta as habilidades necessárias aos estudos das construções geométricas dentro de um de seus eixos, a geometria.

Após estudo e análise deste documento, foi proposta por esse trabalho uma sugestão de rotina didática, pensada no contexto da organização curricular da Rede Municipal de Porto Ferreira, onde há a disciplina Desenho Geométrico nos oitavos e nonos anos do Ensino Fundamental, o que não é impeditivo para os sextos e sétimos anos, também se apropriarem desta organização curricular, e utilizá-la na prática, para as aulas regulares de Matemática.

Ainda, concluindo as contribuições aos docentes, foram sugeridas algumas bibliografias que podem ajudar no processo de preparação das aulas com atividades de construções geométricas, e ainda, sugestões para o professor, quando são indicadas neste trabalho, obras que podem agregar conhecimento e embasamento matemático sobre as construções geométricas.

Podemos concluir que os objetivos e hipóteses colocadas neste trabalho foram alcançados já que foi possível analisar as questões que impedem o efetivo trabalho com as construções geométricas, buscar o início desse processo historicamente e ainda, fazer a análise dos dias atuais sobre a formação e práticas dos docentes.

Além disso, realizou-se a estruturação das rotinas didáticas baseadas nos documentos norteadores brasileiros e ainda, sugestões de bibliografias com a intenção de orientar e contribuir para as práticas docentes.

Por fim, as construções geométricas ainda permanecem como um tema que pode e deve ser muito mais exploradas, visando a sua efetivação nas práticas escolares, assim como, o estudo sobre a formação dos professores pode ser tema de buscas pela academia com o objetivo de sempre aperfeiçoar a formação de professores no nosso país.

Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, Saddo Ag & MELLO, Elizabeth Gervazoni S. **Iniciação à demonstração: apreendendo conceitos geométricos**. Reunião Anual Da ANPED, 23, Caxambu, 2000. Anais. (CD-Rom), 2000.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática: São Paulo, 1995.

BRASIL. Lei nº 4024, de 20 de dezembro de 1961. **Lei de diretrizes e Bases da Educação**. Diário Oficial da União, Brasília, DF.

BRASIL. Lei nº 5692, de 11 de agosto de 1971. **Lei de diretrizes e Bases da Educação**. Diário Oficial da União, Brasília, DF.

BRASIL. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de diretrizes e Bases da Educação**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 28p.

BRASIL. Parecer 1302. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** 2001**.**

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1997. v.1.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. **Matemática moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60**. Teoria da Educação, v.2., p. 256-265, 1990.

CASTRUCCI, Benedicto. GIOVANNI. José Ruy Júnior. **A Conquista da Matemática**. São Paulo : Editora FTD. 4º Edição. 2018.

COSTA, Jorge Luís. **Práticas de Ensino: Construções Geométricas**. Cabo Frio: Visão Editora.2016.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, v.2., Florianópolis, 1981.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris: Matemática**. São Paulo: Editora Ática.3° Edição. 2018.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FORQUIN, Jean-Claude. **As abordagens sociológicas do currículo: orientações teóricas e perspectivas de pesquisa**. Educação & Realidade, 21 v.1, p.187-196, jan./jun./1996.

MARCHESI, Isaías Júnior. **Coleção Desenho Geométrico.** Quatro Volumes. Editora Ática.

MARMO, Carlos. MARMO, Nicolau. **Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1995.v. 2.

MIGUEL, Antonio. FIORENTINI, Dario & MIORIM, Maria Ângela. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro**. In: Zetetiké, n.1, p. 19-49, 1993.

MOLINA, Olga. **Quem engana quem?: professor x livro didático**. Campinas: Papirus, 1987.

PACHECO, José Augusto. **Currículo: teoria e práxis**. Porto: Porto Editora, 1996.

PAPA, Ângelo Neto. **Geometria Plana e Construções Geométricas**. IFCE – Instituto Federal do Ceará.2017.

PAVANELLO, Regina M. **De Matemática e educação: o caso da Geometria**. In: Encontro Lusobrasileiro De História Da Matemática E Seminário Nacional De História Da Matemática, v.2, 1997. Águas de São Pedro. Anais. Rio Claro: Cruzeiro/ Comitê Brasileiro de História da Matemática, 1997. p.327-332.

PAVANELLO, Regina M. **O abandono do ensino de geometria: uma abordagem histórica**. 1989. 195p. Dissertação - Mestrado em Educação – UNICAMP, Campinas. 1989.

PUTNOKI, José Carlos. **Coleção Régua & Compasso: geometria e desenho geométrico**. Quatro Volumes. Editora Scipione.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolvam a Euclides a régua e compasso**. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática São Paulo: Associação Palas Athena do Brasil, 13, p.13-17, 2º sem./1988.

STENHOUSE, Lawrence. **Investigación y desarrollo del curriculum**. 3. ed. Madrid: Morata, 1991.

VITTI, Maria Catarina. **Matemática com prazer**. Piracicaba: Ed Unimep, 1996.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas.** Coleção do Professor de Matemática – Sociedade Brasileira de Matemática São Paulo.2007.

YAMADA, Cecília Fujiki Kanegae. **Coleção Desenho Geométrico**. Quatro Volumes. Editora Scipione.

YOUNG, Michael F. D. **Uma abordagem do estudo dos programas enquanto fenômenos do conhecimento socialmente organizado**. In: Gracio, Sérgio & STOER, Stephen (Orgs.) Sociologia da educação - II: antologia, a construção social das práticas educativas. Portugal: Livros Horizonte, 1982.

ZAIDAN, Samira. **A educação Matemática em movimento.** In: Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v.3., p.65-73, jul./ago. 1997.

ZUIN, Elenice de S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. 210p. Dissertação – Mestrado em Educação – Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, Belo Horizonte, 2001.