



Universidade Federal do Recôncavo da Bahia-UFRB
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Programa de Pós Graduação em Matemática em Rede
Nacional - PROFMAT

Educação Financeira: Noções Básicas de Matemática Financeira
Para Construção da Auto Previdência Através de Investimentos em
Renda Fixa.

Sidnei Rocha dos Anjos

Cruz das Almas - BA 2023

**Educação Financeira: Noções Básicas de Matemática Financeira
Para Construção da Auto Previdência Através de Investimentos em
Renda Fixa.**

Sidnei Rocha dos Anjos

Dissertação de Mestrado apresentado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e Sociedade Brasileira de Matemática como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Matemática na área de análise matemática, orientação pelo Prof. Dr. Luiz Alberto de Oliveira Silva.

Cruz das Almas - BA 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

A599e

Anjos, Sidnei Rocha dos.

Educação financeira: noções básicas de matemática financeira para construção da auto previdência através de investimentos em renda fixa / Sidnei Rocha dos Anjos._ Cruz das Almas, BA, 2023.

75f.; il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto de Oliveira Silva.

1. Matemática financeira. 2. Ações (Finanças) – Ativos financeiros de renda fixa. 3. Investimentos – Análise. I. Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Centro de Ciências Agrárias, Ambientais e Biológicas. II. Título.

CDD: 513.93


Educação Financeira: Noções Básicas de Matemática Financeira Para Construção da Auto Previdência Através de Investimentos em Renda Fixa.

Sidnei Rocha dos Anjos


Dissertação de Mestrado apresentado ao curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e Sociedade Brasileira de Matemática como requisito parcial para obtenção de título de Mestre em Matemática na área de análise matemática, recomendada para aprovação no em julho de 2023.

Cruz das Almas, 13 de julho de 2023.


Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 LUIZ ALBERTO DE OLIVEIRA SILVA
Data: 20/09/2023 11:39:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Luiz Alberto de Oliveira Silva - UFRB

Documento assinado digitalmente
 ANDERSON REIS DA CRUZ
Data: 20/09/2023 11:44:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Anderson Reis da Cruz - UFRB

Documento assinado digitalmente
 GENILSON RIBEIRO DE MELO
Data: 21/09/2023 09:00:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Genilson Ribeiro de Melo - UFRB

AGRADECIMENTOS

Com imensa gratidão, quero agradecer primeiramente a Jesus Cristo, meu amado Deus, que me deu força nas horas de fraqueza, ânimo nos momentos de desânimo, paciência nos momentos de impaciência e esperança quando acreditava que era impossível chegar ao fim. Durante minha jornada no PROFMAT, experimentei momentos de alegria, medo, frieza e tristeza. Não foi simples alcançar esta finalização em dois anos e meio. Sou extremamente grato às pessoas maravilhosas com quem fiz amizade, especialmente aos meus colegas de classe Paulo, Danilo, Fernando, Antônio, Taise, Zesiglécia, Ricardo e Iuri, que passamos de estranhos a irmãos em dificuldades. Agradeço também aos professores doutores maravilhosos que nos transmitiram seus conhecimentos com paciência e dedicação. Rogelma, Danilo, Andressa, João e Anderson foram ótimos, e lhes deixo meu agradecimento com satisfação. Suas didáticas sensacionais foram fundamentais para o desenvolvimento da minha capacidade de pensar, agir e enxergar novas possibilidades. Cada um de vocês contribuiu significativamente para o meu crescimento profissional ao longo deste mestrado. Este programa profissionalizante foi uma experiência transformadora, que me tornou um profissional mais habilidoso e confiante. Estou verdadeiramente maravilhado com tudo que fizeram por mim ao longo desta jornada acadêmica. Agradeço a dedicação, a sabedoria compartilhada e o apoio contínuo que me proporcionaram. Saibam que o impacto positivo de suas orientações e ensinamentos serão duradouros em minha carreira. Tenho orgulho de ter participado dessa comunidade acadêmica e levo comigo lições valiosas aprendidas. Agradeço imensamente também ao Dr. Luiz Alberto de Oliveira Silva, meu orientador, cuja humildade e paciência foram fundamentais para que eu compreendesse a importância do conhecimento em investimentos financeiros. Sua orientação e incentivo foram essenciais para que eu me aprofundasse nesse tema e desenvolvesse esse artigo. Sou grato pela oportunidade de aprender e crescer sob sua orientação. Agradeço também a todos que me incentivaram com palavras sábias, em especial a minha filha Ivy Isabelle Rocha de Jesus, que me impulsionou a estudar para poder lhe oferecer uma vida digna e repleta de oportunidades, a minha amada esposa Lindinalva de Jesus dos Anjos, que sempre esteve presente com palavras doces e acreditando em minha competência, e a Creuza Diamantino, pessoa maravilhosa que me ajudou em momentos difíceis e que é mais valiosa que ouro e sua filha, Tainá Diamantino, que sempre me ajudou a entender os temas dos quais sou leigo e por fim a minha tia Solange da Conceição Rocha, que sempre me incentivou a estudar. Vocês são tão valiosos quanto os diamantes e tão especiais que residem em meu coração.

RESUMO

Esta dissertação, se inicia com uma revisão geral sobre matemática financeira, com o objetivo de educar e qualificar os leitores sobre transações financeiras. Aqui cada indivíduo será capaz de tomar suas próprias decisões e com base em análises matemáticas e críticas irá decidir o melhor caminho para si próprio, isto é, observando as principais características de uma negociação, será capaz de decidir se de fato é viável fazer uma negociação financeira lucrativa e proveitosa. Posteriormente, tratará da educação financeira nas escolas com base nas normas da BNCC. Após isso, iremos discutir sobre os principais tipos de investimentos financeiros de baixos riscos. O leitor conhecerá todas as características de cada investimento além de suas principais diferenças. Assim, cada pessoa conhecerá qual investimento será mais eficaz com o seu perfil, quanto será a sua rentabilidade e quais os riscos que irão correr ao iniciar o seu investimento. Logo depois, iremos tratar de situações didáticas de investimentos por meio de exemplos do cotidiano com o objetivo de se educar e saber como resolver tal situação por meio de investimentos. Por fim, trataremos de aprender como podemos obter uma carteira e criar sua própria auto previdência, investindo apenas no tesouro direto e na regra dos 4%, que é uma diretriz financeira que sugere que um investidor pode retirar 4% do valor total (rentabilidade) de um portfólio de investimentos a cada ano.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Educação financeira e Investimentos financeiros.

ABSTRACT

This dissertation begins with a general review of financial mathematics, with the aim of educating and qualifying readers about financial transactions. Here, each individual will be able to make their own decisions and, based on mathematical and critical analysis, will decide the best path for themselves, that is, by observing the main characteristics of a negotiation, they will be able to decide whether it is in fact feasible to make a negotiation. financially profitable and fruitful. Subsequently, it will deal with financial education in schools based on BNCC standards. After that, we will discuss about the main types of low-risk financial investments. The reader will know all the characteristics of each investment in addition to their main differences. Thus, each person will know which investment will be more effective with their profile, how profitable it will be and what risks they will run when starting their investment. Soon after, we will deal with didactic situations of investments through everyday examples with the objective of educating and knowing how to solve such a situation through investments. Finally, we will try to learn how we can obtain a portfolio and create our own self-funding, investing only in direct treasury and in the 4% rule, which is a financial guideline that suggests that an investor can withdraw 4% from the value (profitability) of an investment portfolio each year.

Keywords: Financial Mathematics, Financial education and Financial investments.

Sumário

1	Noções Básicas de Matemática Financeira.	11
1.1	Porcentagem.	11
1.2	Variação Percentual.	12
1.3	Aumentos, descontos e aumentos e descontos sucessivos.	12
1.3.1	Aumentos e descontos.	12
1.3.2	Aumentos e descontos sucessivos.	13
1.4	Juros.	15
1.4.1	Juros simples.	16
1.4.2	Juros compostos.	17
1.4.3	Rentabilidade dos juros simples \times Rentabilidade dos juros compostos. . .	18
1.4.4	Atualização financeira.	19
1.5	Taxas de juros.	21
1.5.1	Taxas nominais.	21
1.5.2	Taxas efetivas.	21
1.5.3	Taxas equivalentes.	21
1.6	Descontos compostos.	22
1.6.1	Desconto racional (ou por dentro) composto.	22
1.6.2	Desconto comercial (ou por fora) composto.	23
1.7	Diagrama de fluxo de caixa.	24
1.7.1	Valor atual de um conjunto de capitais.	24
1.7.2	Sequência uniforme de pagamentos.	24
1.8	Equivalência de capitais.	26
2	A educação financeira abordada na educação básica.	28
2.1	A Base Nacional Comum Curricular(BNCC).	28
2.2	A Educação Financeira no âmbito da BNCC.	28
2.3	As competências financeiras no âmbito escolar.	30
2.4	O currículo de investimento financeiro na educação.	31
2.5	Aprendizagem significativas de investimentos que os educandos podem absorver.	33
2.6	Noções básicas de investimentos financeiros na educação.	33
2.6.1	Segurança do investidor.	33
2.6.2	Como descobrir seu perfil de investimento.	35
2.6.3	Como iniciar no mundo dos investimentos.	36
2.6.4	Quando devo começar a investir.	37
2.6.5	Por que eu deveria começar a investir ainda jovem.	38
2.6.6	Por que começar com uma reserva de emergência.	38
2.6.7	Como começar a montar uma carteira de investimentos.	39

3 Investimentos financeiros de baixos riscos.	42
3.1 O FGC.	42
3.2 Sistema Especial de Liquidação e Custódia(A taxa Selic).	43
3.3 Rendimento prefixado e pós-fixado.	44
3.4 Investimentos de Renda Fixa e de Renda Variável.	45
3.5 Caderneta de Poupança.	46
3.6 Certificado de Depósito Bancário (CDB).	48
3.7 Letra de crédito imobiliário (LCI) e Letra de crédito do agronegócio (LCA). . .	52
3.8 Certificado de recebíveis imobiliários (CRI) e Certificado de recebíveis do agro- negócio (CRA).	54
3.9 Debêntures.	55
3.10 Tesouro direto.	57
3.10.1 Tesouro Selic.	58
3.10.2 Tesouro Prefixado.	60
3.10.3 Tesouro <i>IPCA</i> ⁺	61
4 Situações didáticas de investimentos.	64
4.1 Situação didática do senhor Paulo Cesar.	65
4.2 Situação didática do senhor Fernando Araújo.	66
4.3 Situação didática do senhor Ramos.	68
5 Como obter sua auto previdência.	70
5.1 Teto pago pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).	70
5.2 A regra dos 4%.	70
5.3 Planejando sua auto previdência.	71
6 Conclusão.	74

INTRODUÇÃO.

Atualmente, o investimento financeiro tornou-se essencial, pois aquele que possuem recursos financeiros e não os aplicam em investimentos está perdendo oportunidades valiosas de aumentar suas finanças. Ao optar por investir, esses recursos têm um potencial incrível de crescimento. Trata-se de uma abordagem organizada, buscando uma gestão financeira sólida e a concretização de objetivos.

Os rendimentos gerados pelos investimentos são poderosos e podem resolver parte dos problemas financeiros, deixando o patrimônio livre para continuar gerando mais receitas. Os investimentos financeiros desempenham um papel fundamental ao oferecer oportunidades de crescimento do capital, desde que os investidores optem por reinvestir suas rentabilidades. Além disso, eles possibilitam alcançar metas financeiras de curto, médio e longo prazo, o que torna essa abordagem ainda mais atrativa.

É importante reconhecer a confiança dos investimentos financeiros como um meio de criar uma base sólida para o futuro, garantindo a estabilidade financeira e proporcionando uma trajetória segura na direção ao alcance dos objetivos psicológicos e pessoais. Por meio de uma abordagem cuidadosa e bem forte, os investimentos podem se tornar aliados poderosos para o crescimento e o financeiro.

O mercado financeiro vem crescendo de forma exponencial e cada dia torna-se mais dinâmico e complexo, são oferecidas grandes quantidades de produtos e maneiras de investir. Cada investidor deve conhecer cada opção de investimentos e compreender as suas características, os seus princípios, as suas práticas relacionadas, as suas tendências e desafios que serão enfrentados nesse contexto.

O objetivo geral desse trabalho é Conhecer os principais tipos de investimentos financeiros de baixos riscos, compreender suas principais características e desenvolver habilidades para alcançar sua auto previdência.

Neste artigo, vamos estudar a teoria de matemática financeira, pois é fundamental para entender como os investimentos se comportam ao longo do tempo. Nosso objetivo é explorar a possibilidade de ensinar noções de investimentos financeiros nas escolas, alinhando-se com as diretrizes da BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

Vamos analisar em detalhes os diversos tipos de investimentos financeiros disponíveis, compreendendo suas características e peculiaridades. Com base nesse conhecimento, pretendemos apresentar uma estratégia para alcançar a independência financeira e criar uma previdência

própria, de forma segura e autônoma.

Ao combinar os princípios da matemática financeira com a educação financeira, pretendemos oferecer orientações claras para ajudar os leitores a trilhar um caminho rumo à estabilidade econômica e ao sucesso financeiro no futuro.

A grandeza deste trabalho se resume também na necessidade do conhecimento em educação financeira, fornecendo aos estudantes e investidores as estratégias e o conhecimento necessário para tomar decisões sábias para que possam aumentar os seus resultados. Em suma, por meio desta teoria, esperamos ter contribuído para que as pessoas tenham o entendimento dos conceitos básicos de matemática financeira e investimentos financeiros. Espero que este instrumento seja essencial na busca pela segurança financeira e pela realização dos seus objetivos.

Neste contexto, buscaremos oferecer uma visão abrangente sobre o assunto, analisando conceitos fundamentais, estratégias de investimento e as melhores práticas de gestão financeira. Nosso objetivo é apresentar a auto previdência como uma opção de aposentadoria embasada em um caminho bem-sucedido no universo financeiro.

Exploraremos os fundamentos essenciais para o entendimento do tema, abordando de forma clara e detalhada as estratégias de investimento que podem levar à independência financeira no futuro. Além disso, destacaremos a importância de uma gestão financeira prudente e consciente para alcançar os objetivos de longo prazo.

Ao longo do artigo, buscaremos fornecer informações sólidas e embasadas, de modo a permitir que os leitores compreendam a viabilidade e os benefícios da auto previdência como uma alternativa inteligente para a aposentadoria. Nosso objetivo final é capacitar os leitores a tomarem decisões financeiras mais duradouras e seguras, visando garantir um futuro financeiro sólido e bem planejado.

1 Noções Básicas de Matemática Financeira.

Neste capítulo iremos abordar os conceitos básicos de educação financeira. Veremos que a educação financeira é fundamental e extremamente importante para a vida das pessoas. Iremos entender os conceitos básicos que os bancos usam para calcular os juros que incide sobre o valor que está sendo negociado por certo prazo. Posteriormente usaremos esses conceitos para calcular os juros que um investidor ganha fazendo investimentos no tesouro direto e analisar quanto o mesmo deve investir mensalmente a fim de que depois de um longo período este investimento se transforme numa alternativa de auto previdência vantajosa. Para que isso seja possível usaremos as rentabilidades que o tesouro direto garante para os investidores e mostraremos que é possível criar uma auto previdência e que a mesma se torna uma boa alternativa para aqueles que são pacientes. (NETO, 2021; MATIAS; GOMES, 2002; IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013)

1.1 Porcentagem.

Em geral, sempre estamos negociando algum produto. Devido a este fato, sempre procuramos buscar as negociações mais vantajosas e que não tragam prejuízos. Assim, devemos aprender e compreender mais sobre as variações dos preços de um produto e saber lidar com uma situação problemática e decidir a melhor opção a ser negociada. É bem frequente ver as pessoas fazendo negociações de forma equivocada, achando que estão fazendo um bom negócio, mas na realidade estão sendo prejudicada de alguma forma e, além disso, não é trivial enxergar este prejuízo pelo fato de não terem conhecimento suficiente a ponto de enxergar sua falha. Por esse motivo, devemos nos educar nesse ponto, estudar as possibilidades com mais profundidade e adquirir conhecimentos suficientes a fim de tomar a melhor decisão. Para isso, iremos abordar alguns tópicos de matemática financeira que são notáveis, iniciaremos com porcentagem, aprenderemos como calcular as principais variações do preço de um produto que está sendo negociado. Toda razão em que o numerador é um número real não negativo e tem como denominador o número 100 é chamada de porcentagem ou razão centesimal. Existem, praticamente, três formas de representar uma porcentagem, forma percentual, a forma decimal e forma fracionária.

1.2 Variação Percentual.

Certo produto tem seu preço inicial P_i num tempo inicial e por alguma razão (alguma vantagem de negociação) foi necessário que mudasse para P_f num tempo final, podemos observar o comportamento dos preços por meio de uma razão, cujo numerador é a variação entre o preço final e o preço inicial ($P_f - P_i$) e o denominador é o preço inicial P_i , isto é,

$$T_p = \frac{P_f - P_i}{P_i}.$$

Esta razão é chamada de **variação percentual** e é representada por T_p . Por meio desta razão podemos observar se o preço aumentou ou diminuiu. Quando o preço aumenta a mesma é positiva, caso contrário, é negativa.

Exemplo 1. *Um automóvel que custa a vista R\$ 56.000,00 teve um desconto promocional e passou a custar R\$ 42.000,00. Encontre a taxa de variação de preço deste automóvel e informe se esta variação é positiva ou negativa.*

Solução: Veja que $P_i = \text{R\$ } 56.000,00$ e $P_f = \text{R\$ } 42.000,00$, logo $T_p = \frac{P_f - P_i}{P_i} = \frac{42.000 - 56.000}{42.000} = -\frac{1}{3}$. E como $-\frac{1}{3} \cong -33\% < 0$. Portanto, a taxa de variação é negativa.

1.3 Aumentos, descontos e aumentos e descontos sucessivos.

1.3.1 Aumentos e descontos.

Chamamos de **fator de atualização** uma taxa (F_a) dada pela razão entre dois valores que estão em tempo diferentes. O valor novo (v_n) aquele posterior à operação e o valor velho (v_v) aquele anterior à operação. Assim,

$$F_a = \frac{v_n}{v_v}.$$

Em geral, o fator de atualização é bastante eficaz na matemática financeira, pois facilita bastante os cálculos dos exemplos como no exemplo adiante.

Exemplo 2. *Um automóvel que custava R\$ 26.800,00 passou a custar R\$ 32.256,00. Determine a taxa de atualização do preço.*

Solução: Temos $v_v = \text{R\$ } 26.800$ e $v_n = \text{R\$ } 32.256,00$, logo $F_a = \frac{32.256}{26.800} = 1,2 =$

112%. Observe ainda que a taxa de atualização pode ser menor que 1, igual a 1 ou maior que 1. Devido a este fato, temos três novos fatores a considerar:

–**Fator de desconto.**

Ocorre quando a taxa de atualização é menor que 1. Neste caso, o valor novo é menor que o valor velho, logo houve um desconto na mercadoria após a operação financeira.

Exemplo 3. *Uma mercadoria que custava R\$ 250,00 passou a custar R\$ 230,00. Determine o fator de atualização e informe se o mesmo é fator de desconto, fator neutro ou fator de aumento.*

Solução: Observe que $v_v = \text{R\$ } 250,00$ e $v_n = \text{R\$ } 230,00$, logo $F_a = \frac{230}{250} = 0,92 = 92\%$. Como $F_a = 0,92 < 1$, então o fator de atualização é de desconto.

–**Fator neutro.**

Ocorre quando a taxa de atualização é igual 1. Neste caso, o valor novo também é igual ao valor velho. Observe ainda que este caso é irrelevante, uma vez que o valor novo continua sendo igual ao valor velho, logo não houve operação alguma. Por este motivo, esse fator é desprezado.

–**Fator de aumento.**

Ocorre quando a taxa de atualização é maior que 1. Neste caso, o valor novo é maior que o valor velho, neste caso houve um aumento na mercadoria após a operação financeira.

Exemplo 4. *Uma mercadoria que custava R\$ 3.200,00 passou a custar R\$ 4.000,00. Determine o fator de atualização e informe se o mesmo é fator de desconto, fator neutro ou fator de aumento.*

Solução: Observe que $v_n = \text{R\$ } 4.000,00$ e $v_v = \text{R\$ } 3.200,00$, logo $F_a = \frac{4.000}{3.200} = 125\%$. Como $F_a = 1,25 > 1$, então o fator de atualização é de aumento.

1.3.2 Aumentos e descontos sucessivos.

Aumentos sucessivos ocorrem quando uma mercadoria sofre variações de aumento no seu preço de venda. Já o abatimento ou descontos sucessivos, ocorre quando uma mercadoria sofre variações de descontos no seu preço de venda.

Por exemplo, uma mercadoria que custava R\$ 230,00, depois de dois dias passou a custar R\$ 250,00, depois de três dias passou a custar R\$ 290,00 e depois de mais dois dias passou a custar R\$ 310,00. Esta mercadoria sofreu aumentos sucessivos. Já, uma mercadoria que custava R\$ 100,00, depois de um dia passou a custar R\$ 80,00, depois de dois dias passou a custar R\$ 70,00 e depois de mais dois dias passou a custar R\$ 65,00. Esta mercadoria sofreu descontos sucessivos.

Considere uma mercadoria que sofreu n aumentos sucessivos e que queremos obter seu preço após os aumentos. Sendo $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ os fatores de aumentos, V_0 o seu preço inicial, V_n o seu novo preço após n aumentos, podemos observar que, Após o primeiro aumento temos,

$$V_1 = V_0 + V_0 i_1 = V_0 (1 + i_1).$$

Após o segundo aumento, temos

$$V_2 = V_1 + V_1 i_2 = V_1 (1 + i_2) = V_0 (1 + i_1) (1 + i_2).$$

Após o terceiro aumento temos,

$$V_3 = V_2 + V_2 i_3 = V_2 (1 + i_3) = V_0 (1 + i_1) (1 + i_2) (1 + i_3).$$

Após o enésimo aumento temos,

$$V_n = V_{n-1} + V_{n-1} i_n = V_{n-1} (1 + i_n) = V_0 (1 + i_1) (1 + i_2) (1 + i_3) \dots (1 + i_n).$$

Ou seja, o novo preço da mercadoria após os enésimos aumentos será dado por:

$$V_n = V_0 (1 + i_1) (1 + i_2) (1 + i_3) \dots (1 + i_n).$$

De modo análogo, também obtemos uma forma de calcular o novo preço de uma mercadoria após enésimos descontos sucessivos, dada por:

$$V_n = V_0 (1 - i_1) (1 - i_2) (1 - i_3) \dots (1 - i_n).$$

Em particular, se os fatores de aumentos forem comuns, ou seja, $i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n = i$, conclui-se que $V_n = V_0(1+i)^n$ e o mesmo ocorre para os fatores de descontos, ou seja, $V_n = V_0(1-i)^n$.

Provaremos que $V_n = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_n)$, usando indução finita para todo natural tal que $n \geq 1$.

Demonstração. Veja que é verdade para $n = 1$, pois após o primeiro aumento temos $V_1 = V_0 + V_0 i_1 = V_0(1+i_1)$. Suponhamos, por hipótese, que também é verdade para algum $n = k$, em que $k > 1$, i.e., $V_k = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_k)$. Mostraremos que também é verdade para $n = k+1$, veja, $V_{k+1} = V_k + V_k \cdot i_{k+1} = V_k(1+i_{k+1})$, mas por hipótese, $V_k = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_k)$, logo $V_{k+1} = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_k)(1+i_{k+1})$. Portanto, $V_n = V_0(1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)\dots(1+i_n)$ para todo n natural. ■

De modo análogo, é trivial que $V_n = V_0(1-i_1)(1-i_2)(1-i_3)\dots(1-i_n)$.

Exemplo 5. *Certa empresa demite 20% de seus 8000 empregados num determinado mês. No mês seguinte, há uma nova demissão de 10%. Determine o número de empregados restantes e o percentual de demissões.*

Solução: Estamos diante de um problema de descontos sucessivos, pois houve duas demissões, cujas taxas de demissões são $i_1 = 20\% = 0,2$ e $i_2 = 10\% = 0,1$. Note também que $V_0 = 8.000$ e queremos obter os restantes dos empregados (V_2), logo, $V_2 = V_0(1-i_1)(1-i_2) = 8.000 \cdot (1-0,2)(1-0,1) = 8.000 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 5760$ empregados. Já o percentual de demissão será dado por $i_{demissão} = 1 - 0,8 \cdot 0,9 = 1 - 0,72 = 0,28 = 28\%$.

1.4 Juros.

Imagine que certo valor é negociado por certo prazo e este prazo é antecipado ou prolongado, neste caso, é justo que o negociante que modificou o prazo pague uma remuneração para o outro. Por exemplo, se a fatura de João vence no dia 10 e o mesmo resolve pagar no dia 12, neste caso, ele deve pagar um valor a mais devido aos dois dias de atraso para a empresa financiadora do seu cartão. Essa remuneração, no mercado financeiro, é chamada de juro. O juro é aquele valor a mais que você paga quando atrasa um pagamento ou o abatimento que você tem quando antecipa um pagamento. Para nosso estudo chamaremos o valor negociado de capital (C), o valor a ser pago de montante (M) e a remuneração de juro (J).

1.4.1 Juros simples.

Definição. Dizemos que o juro é simples quando o mesmo é incidido sempre sobre o valor negociado, ou seja, o valor negociado é sempre o referencial. (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

Considere que capital (C) aplicado a juros simples, a uma taxa (i) por período e durante (t) períodos de tempo. O juro que deve ser pago no 1º período é Ci e, no 2º período é Ci , e assim por diante, até o t^{o} período que também é Ci , ou seja, os juros é sempre o mesmo em cada período. Desta forma, para determinar o juro total basta multiplicar Ci por t , isto é,

$$J = Cit.$$

É importante salientar que o período de capitalização deve ser o mesmo do tempo. Por exemplo, se a taxa for capitalizada ao ano, o tempo deve estar em anos. Já vimos que os juros sobre um capital (C) aplicado a juros simples, a uma taxa (i), por um período (t) é dado por $J = Cit$. Para obter o montante basta somar o juros com o capital, veja $M = C + J$, mas $J = Cit$, logo $M = C + Cit = C(1 + it)$. Assim obtemos

$$M = C(1 + it).$$

Exemplo 6. Um capital de R\$ 9.000,00 é aplicado a juros simples, à taxa de 1,5% a.m., durante 5 meses. Calcule os juros e o montante da aplicação.

Solução: Os juros será dado pela fórmula $J = Cit$, para $C = 9.000$, $i = 1,5\% = 0,015$ e $t = 5$, ou seja, $J = 9.000 \cdot 0,015 \cdot 5 = 675$, ou melhor, $J = \text{R\$ } 675,00$. Já o montante será dado pela soma do capital com o juro, isso significa que $M = C + J = 9.000 + 675 = 9.675$, isto é, $M = \text{R\$ } 9.675,00$.

Exemplo 7. Determinar o capital que, aplicado a juros simples, à taxa de 1,2% a.m., durante 8 meses, resulta em um montante de R\$ 127.200,00.

Solução: Da expressão $M = C(1 + it)$ decorre que $C = \frac{M}{1 + it}$, logo

$$C = \frac{127.200}{1 + 0,012 \cdot 8} = \frac{127.200}{1,096} \cong 116.058,40, \text{ isto é, } C \cong \text{R\$ } 116.058,40.$$

1.4.2 Juros compostos.

No regime de juros compostos, o rendimento obtido ao final de cada período de aplicação é incorporado ao capital inicial, dando origem ao montante. Calcula-se o juro sempre sobre o resultado da aplicação anterior, isto é, juro sobre juro. Essa modalidade de remuneração é empregada pelas instituições financeiras bancárias.(IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

Considere que certo capital (C) foi negociado a uma taxa de juros (i) por um período de tempo (t). Vamos obter o montante (M) que se obtém ao final da negociação em função do capital, da taxa e do tempo. Note que após cada período o juro incide sobre o capital, e obtemos um novo capital.

Veja que no início da negociação o montante M_0 é igual ao capital inicial C_0 .

Após o primeiro período, teremos $M_1 = C_0 + C_0i = C_0(1 + i)$. Assim o novo capital passa a ser o montante obtido, ou seja $C_1 = M_1 = C_0(1 + i)$.

Já no segundo período, $M_2 = C_1 + C_1i = C_0(1 + i) + C_0(1 + i)i = C_0(1 + i)(1 + i) = C_0(1 + i)^2$. Assim, o novo capital passa a ser o montante obtido, ou seja $C_2 = M_2 = C_0(1 + i)^2$.

Já no terceiro período, temos $M_3 = C_2 + C_2i = C_0(1 + i)^2 + C_0(1 + i)^2 \cdot i = C_0(1 + i)^2(1 + i) = C_0(1 + i)^3$.

Observe que após cada período o índice do montante é igual ao expoente do fator $(1+i)$, logo podemos concluir que após t períodos $M_t = C_0(1 + i)^t$, ou ainda,

$$M = C(1 + i)^t.$$

Mostraremos, por indução finita sobre t , que $M_t = C(1 + i)^t$ para todo t natural.

Demonstração. É verdade para $t = 0$, pois $M_0 = C(1 + i)^0 = C \cdot 1 = C$, i.e. $M_0 = C$. Supondo que é verdade para M_t , i.e., $M_t = C(1 + i)^t$. Vamos provar que também é verdade para M_{t+1} .

De fato, pois $M_{t+1} = M_t + M_t \cdot i = M_t(1 + i)$, mas por hipótese, $M_t = C(1 + i)^t$, logo $M_{t+1} = C(1 + i)^t \cdot (1 + i) = C(1 + i)^{t+1}$. Portanto, $M_t = C(1 + i)^t$ para todo t natural. ■

Exemplo 8. Um capital foi aplicado a juro composto com taxa de 20% a.m., durante 3 meses. Se, ao final desse período, o montante produzido foi de R\$ 864,00, qual foi o capital aplicado?

Solução: Temos que $i = 20\%$ a.m., $t = 3$ meses e $M = \text{R\$ } 864,00$. Desta forma, $M = C(1 + i)^t \Rightarrow 864 = C(1 + 0,2)^3 \Rightarrow 864 = C(1,2)^3 \Rightarrow 864 = 1,728C \Rightarrow C = 500$, ou

ainda, $C = R\$ 500,00$.

Exemplo 9. João é cliente de uma grande instituição financeira. Certa vez, precisando ampliar seu comércio, pediu emprestado a um banco R\$ 15.000,00. O gerente concedeu-lhe o empréstimo com a condição de que fosse pago em 90 dias, com taxa de 8% a.m.. Qual foi o valor pago por João ao final do prazo combinado?

Solução: Observe que $C = 15.000$, $i = 8\% \text{ a.m.}$ e $t = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$ e de $M = C(1+i)^t$ obtemos que $M = R\$ 18.895,68$

1.4.3 Rentabilidade dos juros simples × Rentabilidade dos juros compostos.

Aqueles que desejam entrar no mundo dos investimentos devem se ater ao que é rentabilidade. Para fazer algum tipo de aplicação é necessário ter planejamento e entender qual será o seu retorno e não ter nenhuma surpresa desagradável no percurso. A rentabilidade é exatamente esse retorno a mais daquilo que investiu. A mesma deve ser sua principal aliada na hora de tomar uma decisão e fazer a escolha por determinado tipo de investimento, pois ela é capaz de medir o retorno que um investidor terá. No caso dos juros simples, a rentabilidade é o resultado de todos os juros que foram ganhos em cada unidade de período. No entanto, esses ganhos são constantes e é uma fração do valor investido, esta é a essência dos juros simples. Já no caso dos juros compostos ocorre o mesmo, no entanto os ganhos não são constantes, pois eles são uma fração do montante do período anterior. Observe na tabela seguinte:

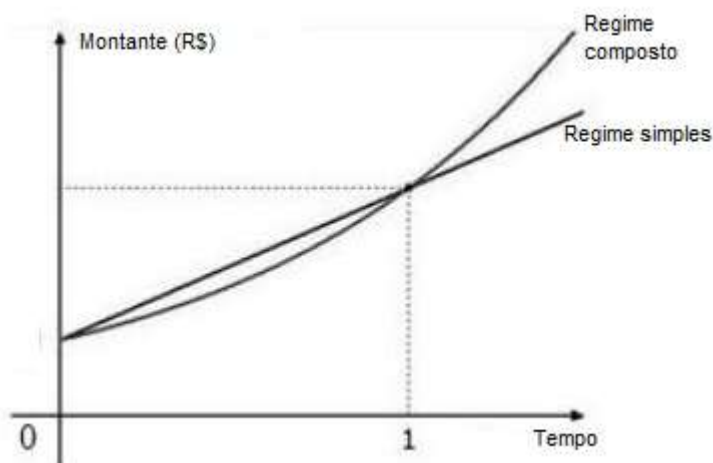
JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS	
JUROS SIMPLES	JUROS COMPOSTOS
Apenas o capital inicial rende juros. O juro é proporcional à taxa e ao tempo.	O juro produzido em um período será acrescentado ao capital seguinte, ou seja, o juro gera novos juros.

(BIGODE, ANTÔNIO, 2012)

Devido a este fato é natural pensar que a rentabilidade dos juros compostos é sempre melhor que a dos juros simples. Porém não é bem assim, pois isso depende muito do período

de tempo que essa rentabilidade foi gerada. Se o período for menor que a unidade de tempo então a rentabilidade dos juros simples é melhor que a de juros compostos. Se o período for exatamente a unidade então a rentabilidade não se difere e se o período for maior que a unidade então a rentabilidade dos juros compostos é melhor. Observe isso no seguinte gráfico:

Figura 1: Montante a juros simples × Juros compostos



1.4.4 Atualização financeira.

Ao projetarmos um valor de uma aplicação ou de uma dívida para o futuro, devemos multiplicar o valor pelo fator $(1 + i)^t$, pois o regime de juros é composto. Vamos observar o que ocorre na situação contrária, isto é, uma dívida cujo valor já está calculado com juro composto embutido, que vence daqui a um tempo, mas seu pagamento é antecipado. Já sabemos que $M = C \cdot (1 + i)^t$, vamos chamar o montante de dívida (D) e o capital de valor atual (V_A), daí teremos que $D = V_A \cdot (1 + i)^t$, logo

$$V_A = \frac{D}{(1 + i)^t}.$$

Exemplo 10. *Uma loja vende um aparelho de som por R\$ 505,62 para pagamento com cheque pré-datado para 60 dias. Se a loja está cobrando juro de 6% a.m. no crediário, qual é o preço à vista do aparelho?*

Solução: Temos que $D = \text{R\$ } 505,62$, $t = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$ e $i = 6\% \text{ a.m.}$, logo $V_A = \frac{D}{(1 + i)^t} = \frac{505,62}{(1 + 0,06)^2} = \frac{5,5,62}{1,06^2} = 450$, ou seja $V_A = \text{R\$ } 450,00$. Portanto, o preço à vista é R\$ 450,00.

Exemplo 11. *Um grande magazine anuncia a venda de uma bicicleta por R\$ 300,00 à vista, ou R\$ 50,00 de entrada, mais 2 pagamentos mensais de R\$ 135,00. Qual é a taxa de mensal de juro no plano a prazo?(IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).*

Solução:

Temos que se a bicicleta custa R\$ 300,00 e se um cliente deve pagar uma entrada de R\$ 50,00, restará uma dívida de R\$ 300,00 – R\$ 50,00 = R\$ 250,00, ou seja $V_A = \text{R\$ } 250,00$.

Como as parcelas mensais são de R\$ 135,00 então devemos obter uma taxa i de modo que ao antecipar a primeira e a segunda parcela o valor à vista seja igual a soma das atualizações destas parcelas.

Para isso vamos trazer os valores das parcelas para o presente, veja que a atualização da primeira parcela é $V_{A_1} = \frac{135}{1+i}$, já a atualização da segunda parcela é $V_{A_2} = \frac{135}{(1+i)^2}$.

Agora basta que:

$$\begin{aligned} V_{A_1} + V_{A_2} &= \frac{135}{1+i} + \frac{135}{(1+i)^2} \\ &= \frac{135(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{135}{(1+i)^2} \\ &= \frac{135(1+i) + 135}{(1+i)^2} = V_A \Rightarrow \\ \frac{135(1+i) + 135}{(1+i)^2} &= 250 \Rightarrow \\ \frac{135(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{135}{(1+i)^2} &= \frac{250(1+i)^2}{(1+i)^2} \Rightarrow \\ 135(1+i) + 135 &= 250(1+i)^2, \end{aligned}$$

tomando $(1+i) = x$, obtém-se:

$$135x + 135 = 250x^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{50x^2 - 27x - 27 = 0.}$$

Daí temos $\Delta = (-27)^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-27) = 729 + 5400 = 6.129$.

Logo, $x = \frac{-(-27) \pm \sqrt{6.129}}{2 \cdot 50} = \frac{27 \pm \sqrt{6.129}}{100} \Rightarrow x_1 = \frac{27 - \sqrt{6.129}}{100}$ (não convém, pois x_1 é negativo) ou

$x_2 = \frac{27 + \sqrt{6.129}}{100}$ (convém, pois x_2 é positivo).

Assim, $1 + i = \frac{27 + \sqrt{6.129}}{100} \Rightarrow 100 + 100 \cdot i = 27 + \sqrt{6.129} \Rightarrow i = \frac{\sqrt{6.129} - 73}{100} \simeq 0,0528$, ou seja, $i \simeq 5,28\%$ *a.m.*.

1.5 Taxas de juros.

Quando é feito um investimento é notório que o valor investido não seja o mesmo com o passar do tempo. Quem investe tem o interesse de obter lucro e esse lucro é chamado de juros. Em geral, o que faz o valor investido variar é o que chamamos de taxa de juros. Esta taxa é uma fração do valor investido que o investidor ganha da corretora pelo fato de ter investido na mesma. Existem alguns tipos de taxas e iremos destacar apenas as mais importantes. (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

1.5.1 Taxas nominais.

Dizemos que uma taxa é nominal quando a unidade de tempo indicada pela taxa não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Por exemplo, uma taxa de 3% *a.a.*, com capitalização semestral é uma taxa nominal. (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

1.5.2 Taxas efetivas.

Dizemos que uma taxa é efetiva quando a unidade de tempo indicada pela taxa coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Por exemplo, uma taxa de 7% *a.b.*, com capitalização bimestral. Para converter uma taxa nominal para taxa efetiva, basta fazer uma regra de três simples. (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

1.5.3 Taxas equivalentes.

Duas taxas são equivalentes, quando aplicadas a capitais iguais, por prazos iguais produzem juros também iguais. Por exemplo, 60% *a.a.* = 5% *a.m.*, no sistema de juros simples. Já 20% *a.m.* = 78,8% *a.t.*, no sistema de juros compostos. Quando o sistema é o de juros simples, basta fazer uma regra de três simples para obter uma taxa equivalente, já no sistema composto usamos a fórmula $1 + I = (1 + i)^t$, sendo a taxa de juros relativamente a t períodos de tempo I . (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013).

Exemplo 12. (*TCDF-Adaptada*) No Brasil as cadernetas de poupança pagam além de correção

monetária, juros compostos à taxa nominal de 6% a.a., com capitalização mensal. Determine a taxa efetiva bimestral.

Solução: Primeiramente devemos obter a taxa efetiva que as cadernetas de poupança pagam, para isso, fazemos uma regra de três simples. Veja,

<i>Taxa (%)</i>	<i>Tempo (meses)</i>	
6 12	$\Rightarrow \frac{6}{i_m} = \frac{12}{1} \Rightarrow i_m = 0,5\% \text{ a.m.}, \text{ com capitalização}$
i_m 1	

mensal. Observe ainda que o sistema de juros é o composto, logo $(1 + i_b) = (1 + i_m)^2 = (1 + 0,005)^2 = 1,005^2 = 1,010025 \Rightarrow i_b = 0,010025$. Portanto, a taxa efetiva bimestral é $i_b = 1,0025\% \text{ a.m.}, \text{ com capitalização bimestral}$.

1.6 Descontos compostos.

Desconto é um abatimento que se dá a uma dívida que, por alguma razão, foi negociada antes do vencimento. O documento que atesta uma dívida é denominado de título de crédito (Notas promissórias, duplicatas, letras de câmbios etc.). O valor negociado, isto é, aquele que deve ser pago no vencimento é o valor nominal (N), já o valor o título passou a ser depois do desconto é o valor atual (A) e o valor descontado é o desconto (D). Temos ainda a taxa da negociação i e o tempo t . Observe ainda que a unidade do período da taxa deve ser a mesma unidade do tempo da negociação.

1.6.1 Desconto racional (ou por dentro) composto.

No desconto racional a referência é o valor atual, isto é, tudo calculado usando o valor atual. Desta forma, temos que $D=N-A$ e como o regime juros é o composto tem-se que $N = A(1 + i)^t$. Note ainda que de $D=N-A$, temos que, $A = N - D$, logo $N = A(1 + i)^t \Rightarrow N = (N - D)(1 + i)^t \Rightarrow N = N(1 + i)^t - D(1 + i)^t \Rightarrow D(1 + i)^t = N(1 + i)^t - N = N[(1 + i)^t - 1]$. Portanto,

$$D = \frac{(1 + i)^t - 1}{(1 + i)^t} N,$$

ou ainda,

$N = D + A$, logo temos $N = A(1 + i)^t \Rightarrow D + A = A(1 + i)^t \Rightarrow D = A(1 + i)^t - A = A[(1 + i)^t - 1]$. Portanto,

$$D = A[(1 + i)^t - 1].$$

Exemplo 13. (CEB/94- Adaptada) Antecipando em dois meses o pagamento de um título, obtive um desconto racional composto, que foi calculado com base na taxa de 20% a.m. . Sendo R\$ 31.104,00 o valor nominal do título, determine quanto paguei por ele.

Solução: Como o desconto é o racional composto, então temos que A é a referência, logo teremos $N = A(1+i)^t \Rightarrow A = \frac{N}{(1+i)^t} \Rightarrow A = \frac{31.104}{(1+0,2)^2} \Rightarrow A = \frac{31.104}{(1,2)^2} \Rightarrow A = \frac{31.104}{1,44} \Rightarrow A = 21.600$, isto é, $A = \text{R\$ } 21.600,00$.

1.6.2 Desconto comercial (ou por fora) composto.

No desconto comercial a referência é o valor nominal, isto é, tudo calculado usando o valor nominal. Desta forma, temos que $D = N - A$ e como o regime juros é o composto tem-se que $A = N(1-i)^t$. Note ainda que de $D = N - A$, temos que, $A = N - D$, logo $A = N(1-i)^t \Rightarrow N - D = N(1-i)^t \Rightarrow D = N - N(1-i)^t$. Portanto

$$A = N [1 - (1 - i)^t],$$

ou ainda, $N = D + A$, daí $A = N(1-i)^t = (D + A)(1-i)^t = D(1-i)^t + A(1-i)^t \Rightarrow D(1-i)^t = A - A(1-i)^t = A[1 - (1-i)^t]$. Portanto,

$$D = \frac{1 - (1 - i)^t}{(1 - i)} A.$$

Exemplo 14. Um título de R\$ 50.000,00 será descontado 2 meses antes do vencimento pelo critério de desconto comercial composto à taxa de 60% a.a., com capitalização mensal. Determine o valor do desconto.

Solução: Primeiramente devemos converter a taxa nominal $i_a = 60\%$ a.a. para taxa efetiva i_m . Assim,

Taxa (%)	Tempo (meses)	
60	12	$\Rightarrow \frac{60}{i_m} = \frac{12}{1} \Rightarrow i_m = 5\%$ a.m. com capitalização mensal.
i_m	1	

Como o desconto é o comercial composto, então N é a referência, logo $D = N [1 - (1 - i)^t] \Rightarrow D = 50.000 [1 - (1 - 0,05)^2] \Rightarrow D = 50.000 [1 - (0,95)^2] \Rightarrow D = 50.000 [1 - 0,9025] \Rightarrow D = 50.000 \cdot 0,0975 \Rightarrow D = 4.875$, isto é, $D = \text{R\$ } 4.875,00$.

1.7 Diagrama de fluxo de caixa.

1.7.1 Valor atual de um conjunto de capitais.

Imagine que uma pessoa tem uma dívida (D) que deve ser paga daqui a t meses e que o banco está pagando na aplicação uma taxa i ao mês. Diante disso, quanto essa pessoa deve ter em mãos hoje, para daqui a t meses essa dívida seja quitada? Esse valor é chamado de valor atual (V_A). Desta forma, dos juros compostos decorre que $D = V_A (1 + i)^t \Rightarrow V_A = \frac{D}{(1 + i)^t}$. Observe ainda que essa pessoa pode ter um conjunto de dívidas, D_1 vencível daqui a um mês, D_2 vencível daqui a dois meses, ..., D_t vencível daqui a t meses, contudo teremos que $V_1 = \frac{D_1}{(1 + i)^1}$, $V_2 = \frac{D_2}{(1 + i)^2}$, ..., $V_t = \frac{D_t}{(1 + i)^t}$.

Diante do exposto conclui-se:

$$\begin{aligned} V_A &= V_1 + V_2 + \dots + V_t \\ &= \frac{D_1}{(1 + i)^1} + \frac{D_2}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{D_t}{(1 + i)^t} \Rightarrow \\ V_A &= \frac{D_1}{(1 + i)^1} + \frac{D_2}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{D_t}{(1 + i)^t}. \end{aligned}$$

Exemplo 15. *Um conjunto de sofás é vendido a prazo em 5 prestações mensais de R\$ 400,00 cada uma, sendo a primeira um mês após a compra. Se o pagamento for à vista, o preço cobrado é R\$ 1.750,00. Determine a melhor alternativa de pagamento de um comprador que consegue aplicar seu dinheiro à taxa de juros compostos igual a 2% a.m..(IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2013)*

Solução: Na opção a prazo, o comprador deverá dispor no ato da compra

$$A = \frac{400}{1,02^1} + \frac{400}{1,02^2} + \frac{400}{1,02^3} + \frac{400}{1,02^4} + \frac{400}{1,02^5} \Rightarrow A = 392,16 + 384,47 + 376,93 + 369,54 + 362,29 = \text{R\$ } 1.885,39. \text{ Como } \text{R\$ } 1.885,39 > \text{R\$ } 1.750,00, \text{ logo a melhor alternativa é a compra a vista.}$$

1.7.2 Sequência uniforme de pagamentos.

Considere que uma pessoa negocie um financiamento em um banco, considere ainda que esta pessoa financie um valor V , pagando n parcelas iguais e mensais, a uma taxa mensal

i. Observe que é muito complicado calcular o valor desta parcela depois que incluir os juros quando n é muito grande. Devido a este fato, vamos determinar uma fórmula fechada em função de i , V e n para esta parcela. Veja que,

$$\begin{aligned} V &= \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n} \\ &= P \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right) \end{aligned}$$

Tomando $x = 1 + i$, temos:

$$V = P \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n} \right)$$

Além disso, observe que $S = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n}$ é a soma de uma P.G., cujo primeiro termo é $a_1 = \frac{1}{x}$ e a razão é $q = \frac{1}{x}$. Sabemos que $s = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, segue-se que:

$$S = \frac{\frac{1}{x} \left[\left(\frac{1}{x} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{x} - 1} = \frac{\frac{1}{x} \left[\left(\frac{1}{x} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{x} (1 - x)} = \frac{\left(\frac{1}{x} \right)^n - 1}{1 - x}$$

Contudo obtemos:

$$\begin{aligned} V &= P \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^n} \right) \\ &= P \frac{\left(\frac{1}{x} \right)^n - 1}{1 - x}. \end{aligned}$$

Mas $x = 1 + i$. Fazendo a substituição temos:

$$\begin{aligned} V &= P \frac{\left(\frac{1}{1+i} \right)^n - 1}{1 - (1+i)} \\ &= P \frac{\frac{1}{(1+i)^n} - 1}{-i} \\ &= P \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \\ &= P \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \end{aligned}$$

Daí conclui-se que:

$$V = P \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \Leftrightarrow P = \frac{V(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

Exemplo 16. Um banco concede um empréstimo de R\$ 20.000,00 a uma pessoa, para ser pago em 8 prestações mensais iguais, sem entrada. Determine o valor de cada prestação, sabendo que a taxa de juros compostos cobrada for de 2,8% a.m..

Solução: Da expressão $P = \frac{V(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$, tem-se $P = \frac{20.000(1 + 0,028)^8 \cdot 0,028}{(1 + 0,028)^8 - 1} \cong 2.825,45$. Portanto, o valor de cada prestação será R\$ 2.825,45.

1.8 Equivalência de capitais.

Dados dois ou mais capitais, vencíveis em datas diferentes a uma mesma taxa i de regime de juros (simples ou composto). Dizemos que esses capitais são equivalentes numa data focal d se nesta data eles forem iguais. Por exemplo, um capital de R\$ 2.300,00, vencível em 5 meses, é equivalente a um capital de R\$ 2.480,00, vencível em 8 meses, na data focal zero, no regime de juros simples a uma taxa de 3% ; a.m., pois $M = C(1 + it) \Rightarrow C = \frac{M}{1 + it}$, logo teremos que $C_1 = \frac{M_1}{1 + it} = \frac{2.300}{1 + 0,03 \cdot 5} = \frac{2.300}{1,15} = 2.000$ na data focal zero e que $C_2 = \frac{M_2}{1 + it} = \frac{2.480}{1 + 0,03 \cdot 8} = \frac{2.480}{1,24} = 2.000$. Como $C_1 = C_2 = 2.000$, na data focal zero, então esses capitais são equivalentes nesta data. Além disso, quando atualizamos um capital para uma data focal antes do seu vencimento dizemos que estamos “descapitalizando o capital” e quando atualizamos um capital para uma data focal depois do seu vencimento dizemos que estamos “capitalizando o capital”. Quando estamos capitalizando usamos $M = C(1 + it)$, para o regime de juros simples ou $M = C(1 + i)^t$, para o regime de juros compostos. Quando estamos descapitalizado usamos $C = \frac{M}{1 + it}$, para o regime de juros simples ou $C = \frac{M}{(1 + i)^t}$, para o regime de juros composto.

Exemplo 17. Um título no valor nominal de \$ 8.500,00, com vencimento para 5 meses, é trocado por outro de \$ 7934,84, com vencimento para 3 meses. Sabendo-se que a taxa de juros corrente de mercado é de 3,5% a.m.. A substituição foi vantajosa? (MATIAS; GOMES, 2002)

Solução: Como o sistema é o corrente de mercado então trata-se de juros composto. Capitalizando \$ 8.500,00 para data focal 3 teremos que $C = \frac{8.500}{(1 + 0,035)^2} = \frac{8.500}{1,035^2} = \frac{8.500}{1,071225} = 7.934,84$. Observe que os títulos são equivalentes na data focal 3, logo não houve vantagem alguma.

Exemplo 18. Determine a que taxa de juros compostos anual tal que \$ 2.000,00 a 1 ano equivalente a \$ 2.300,00 a 2 anos.

Solução: Devemos obter i de modo que $2.000(1+i)^1 = 2.300 \Leftrightarrow 2.000(1+i) = 2.300 \Rightarrow 1+i = 1,15 \Rightarrow i = 15\% \text{ a.a.}$

Exemplo 19. *Uma dona de casa, prevendo suas despesas com as festas de fim de ano, resolve depositar \$ 4.000,00 em 30/03/2006 e \$ 5.000,00 em 30/07/2006, em um banco que paga 8% ao quadrimestre. Quanto possuirá a depositante em 30/11/2006?(MATIAS; GOMES, 2002)*

Solução: Para determinar esse montante (M) basta capitalizar os dois capitais para o mês 30/11/2006, ou seja $M = M_1 + M_2 = 4.000(1+0,08)^2 + 5.000(1+0,08)^1 = 4.000 \cdot 1,08^2 + 5.000 \cdot 1,08 = \$ 10.065,60$.

2 A educação financeira abordada na educação básica.

2.1 A Base Nacional Comum Curricular(BNCC).

A Base Nacional Comum Curricular, mais conhecida pela sigla BNCC, é um documento de orientações elaboradas pelo Ministério da Educação (MEC) que tem normas cujo objetivo é oferecer uma educação padrão e de qualidade em todas as escolas brasileiras. A BNCC é um documento que estabelece os direitos e objetivos de aprendizagem que todos os alunos devem alcançar ao longo da Educação Básica no Brasil. É notório que algumas localidades são mais afastadas dos centros das cidades e isso faz com que problemas sejam resolvidos com mais dificuldades. Essas normas servem para afastar as dificuldades destas ocorrências em tais localidades. Para que uma educação de qualidade ocorra é preciso que haja ações públicas e essas normas são impostas pela BNCC. Essas normas servem como um referencial pedagógico que orienta a construção dos currículos das redes de ensino em todo o país, definindo quais são as competências e habilidades essenciais que os estudantes devem desenvolver em cada etapa da educação básica. Esse documento foi homologado em 2018 e passou a atuar como um guia para que as instituições de ensino fundamental e médio saibam quais as principais competências e habilidades que devem ser trabalhadas com os estudantes no currículo escolar. O objetivo é preparar os jovens para se tornarem cidadãos mais conscientes e autônomos. (BASE... , 2017).

2.2 A Educação Financeira no âmbito da BNCC.

A BNCC aborda a importância da educação financeira como uma das competências gerais que os alunos devem desenvolver. A compreensão de conceitos financeiros básicos, como poupança, orçamento, crédito, investimentos, riscos e tomada de decisões financeiras responsáveis. Embora a BNCC não se refira diretamente a investimentos financeiros, é possível estabelecer conexões entre alguns dos seus temas e a importância de adquirir conhecimentos relacionados a finanças e investimentos. Dentro da BNCC, a Educação Financeira está contemplada em diferentes áreas do conhecimento e é abordada de forma transversal ao longo dos anos escolares. Alguns aspectos relacionados à Educação Financeira presentes na BNCC são:

As competências Gerais, que estabelece o que os alunos devem desenvolver. Utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) inclui a Educação Financeira como uma dimensão importante. Isso implica que os estudantes devem ser capazes de utilizar recursos

digitais para acessar informações financeiras, fazer planejamentos financeiros e tomar decisões conscientes.

A Matemática desempenha um papel fundamental na Educação Financeira. Os alunos são incentivados a aprender sobre conceitos matemáticos aplicados às finanças, como noções de orçamento, cálculos de juros simples e compostos, porcentagens, taxas de retorno, análise de dados financeiros e estatísticos. Essas habilidades matemáticas são essenciais para a compreensão e gestão das finanças pessoais.

As Ciências Econômicas, que tem importância para o conhecimento e a compreensão dos fenômenos econômicos e sociais. Os alunos são encorajados a desenvolver uma compreensão dos conceitos econômicos básicos, como oferta e demanda, inflação, política monetária, política fiscal, investimentos e empreendedorismo. Esses conhecimentos permitem que os estudantes compreendam o contexto econômico em que estão inseridos e tomem decisões financeiras informadas.

As Ciências Humanas e Sociais, que enfatiza a importância de abordar temas relacionados à cidadania, ética, consumo consciente e sustentabilidade. Esses temas são relevantes para a Educação Financeira, pois incentivam os alunos a refletir sobre suas escolhas financeiras, considerando não apenas seus interesses individuais, mas também o impacto social e ambiental de suas decisões.

As habilidades socioemocionais desenvolve as habilidades como o autocontrole, a resiliência, a empatia e a tomada de decisões responsáveis. Essas habilidades são importantes para a Educação Financeira, pois ajudam os estudantes a lidar com desafios financeiros, a tomar decisões conscientes e a desenvolver uma relação saudável com o dinheiro.

Enfim, a Educação Financeira na BNCC busca promover o desenvolvimento de competências financeiras nos alunos, preparando-os para lidar de forma consciente e responsável com suas finanças pessoais, planejar seu futuro financeiro e contribuir para uma sociedade mais sustentável economicamente.

A BNCC do Brasil é um documento extenso que define as diretrizes para a educação básica no país. No caso da educação financeira, é possível concentrar em diversas áreas que são relevantes para desenvolver habilidades e competências nesse domínio. A matemática na BNCC é rica em conceitos relacionados à educação financeira, como operações matemáticas, porcentagens, juros, estatísticas, entre outros.

2.3 As competências financeiras no âmbito escolar.

As competências financeiras são um conjunto de conhecimentos, habilidades e atitudes necessárias para gerenciar efetivamente as finanças pessoais e tomar decisões financeiras informadas. Essas competências são essenciais para uma vida financeira saudável e bem-sucedida. As competências financeiras começam com o conhecimento básico sobre conceitos financeiros, como orçamento pessoal, poupança, investimentos, juros, inflação, empréstimos e seguros. É importante entender esses conceitos e como eles se aplicam às situações financeiras do dia a dia. Saber planejar as finanças é fundamental. Estabelecer metas financeiras realistas e criar um plano para alcançá-las. Um bom planejamento financeiro envolve a elaboração de um orçamento, o controle das despesas, o estabelecimento de prioridades e a alocação adequada de recursos para atingir os objetivos financeiros. As competências financeiras envolvem a capacidade de tomar decisões informadas e responsáveis sobre questões financeiras. Avaliar as opções disponíveis, analisar riscos e benefícios, comparar custos, entender os termos e condições de produtos financeiros e tomar decisões que estejam alinhadas com os objetivos financeiros individuais. É importante saber como gerenciar dívidas de forma responsável. Isso envolve entender os diferentes tipos de empréstimos, suas taxas de juros, prazos e condições. Além disso, é fundamental desenvolver habilidades de planejamento para pagar dívidas de maneira eficiente e evitar o endividamento excessivo. Ter conhecimentos básicos sobre investimentos é uma competência financeira valiosa. Entender os diferentes tipos de investimentos (ações, títulos, fundos mútuos, imóveis etc.), avaliar o risco e o retorno esperado, diversificar a carteira de investimentos e monitorar o desempenho dos investimentos ao longo do tempo. As competências financeiras envolvem o desenvolvimento do pensamento crítico em relação a questões financeiras. Questionar informações financeiras, analisar diferentes fontes, compreender as implicações financeiras de decisões e identificar possíveis armadilhas financeiras. Compreender e gerenciar riscos financeiros são indispensáveis. Isso envolve a avaliação dos riscos associados a diferentes opções financeiras, como investimentos de alto risco, proteção contra perda de emprego, seguro de saúde e outros imprevistos que possam afetar as finanças pessoais. As competências financeiras também incluem o desenvolvimento de atitudes e comportamentos responsáveis em relação ao dinheiro. Isso envolve o estabelecimento de hábitos financeiros saudáveis, a prática da poupança regular, a manutenção de um nível adequado de endividamento, a evitar gastos impulsivos e o cumprimento de obrigações financeiras.

Em resumo, as competências financeiras são cruciais para uma vida financeira bem-

sucedida. Elas envolvem conhecimentos, habilidades e atitudes que permitem gerenciar efetivamente as finanças pessoais, tomar decisões informadas, planejar o futuro financeiro e alcançar objetivos financeiros de longo prazo. O desenvolvimento dessas competências é fundamental para a autonomia financeira e para construir uma base sólida para a estabilidade e o bem-estar financeiro.

É de extrema importância que seja incluso competências financeiras no currículo escolar, pois prepara os alunos para lidar com as complexidades do mundo financeiro e tomar decisões informadas sobre suas finanças pessoais. Ao desenvolver competências financeiras nas escolas, os estudantes adquirem habilidades que serão fundamentais ao longo de suas vidas. As escolas podem oferecer aulas de educação financeira que abrangem conceitos fundamentais, como orçamento pessoal, poupança, investimentos, empréstimos, juros e impostos. Os alunos aprenderão a entender esses conceitos e como aplicá-los em sua vida cotidiana.

2.4 O currículo de investimento financeiro na educação.

O currículo de investimento financeiro pode incluir uma variedade de tópicos relacionados ao conhecimento e às habilidades necessárias para investir de forma eficaz. Embora os currículos possam variar dependendo do nível educacional e dos objetivos específicos, segue-se alguns temas que podem ser abordados neste contexto:

1. Conceitos Básicos de Investimentos → Trata-se dos conceitos fundamentais, como retorno sobre investimento, risco e diversificação, alocação de ativos, horizonte de investimento e estratégias de investimento.
2. Tipos de Investimentos → Explora os diferentes tipos de investimentos disponíveis no mercado, incluindo ações, títulos, ETFs, imóveis, etc. Cada tipo de investimento são analisados e escolhidos em termos de riscos, retornos potenciais e características únicas.
3. Análise Financeira → São ferramentas e técnicas de análises financeiras utilizadas para avaliar empresas e oportunidades de investimento a fim de escolher o melhor investimento possível para cada perfil de investidores. Isso pode incluir a análise de demonstrações financeiras, avaliação de empresas, análise de mercado e análise técnica.
4. Estratégias de Investimento → É a exploração de estratégias de investimento comumente utilizadas, como investimento de valor, investimento em crescimento, investimento de

longo prazo, investimento em dividendos e investimento em índices. Os alunos podem aprender a selecionar e programar estratégias adequadas aos seus objetivos e tolerância ao risco.

5. Gerenciamento de Riscos → A discussão sobre a importância de gerenciar riscos em investimentos e técnicas para reduzir a exposição a riscos financeiros são fundamentais. Isso pode incluir a diversificação da carteira, a compreensão dos riscos específicos de cada investimento e a gestão das emoções associadas ao investimento.
6. Ética nos Investimentos → É a exploração dos princípios éticos e responsabilidade social nos investimentos financeiros. Os alunos podem discutir questões relacionadas a investimentos sustentáveis, investimentos socialmente responsáveis, práticas de governança corporativa e investimento com impacto social.
7. Planejamento Financeiro Pessoal → A discussão sobre a importância do planejamento financeiro pessoal e da construção de um portfólio de investimentos alinhado aos objetivos individuais. Os alunos podem aprender a definir metas financeiras, criar um orçamento, economizar para a aposentadoria e gerenciar as finanças pessoais de forma geral.
8. Educação Financeira e Literacia Financeira → A Exploração dos conceitos de educação financeira e literacia financeira, incluindo a importância do conhecimento financeiro para tomar decisões informadas e responsáveis devem ser abordadas, inclusive pelos professores. Os alunos podem aprender a interpretar informações financeiras, analisar opções financeiras e desenvolver uma mentalidade financeira saudável.

É conveniente adaptar o currículo de investimento financeiro às necessidades e níveis de conhecimento dos alunos, incentivando a participação ativa, a pesquisa, a discussão e a prática de simulações de investimento. Além disso, incorporar exemplos e estudos de caso do mundo real pode tornar o currículo mais relevante e envolvente.

A dificuldade que os estudantes enfrentam ao aprender os conceitos fundamentais de matemática financeira é um desafio significativo. Já vivenciei situações em sala de aula em que os alunos não tinham familiaridade com conceitos básicos, como percentagens e juros. Infelizmente, essa realidade persiste em diversas escolas do Brasil, necessitamos reverter essa situação preocupante. Lidar com conteúdo de matemática financeira em um contexto em que os alunos não possuem um domínio sequer das operações fundamentais, torna a tarefa extremamente complexa.

2.5 Aprendizagem significativas de investimentos que os educandos podem absorver.

A aprendizagem significativa é dada à construção ativa do conhecimento, relacionando os novos conceitos com suas experiências prévias e aplicando-os em situações reais e do seu cotidiano. A aprendizagem significativa envolve a compreensão profunda e duradoura dos conteúdos. Os educandos podem aprender a ler e interpretar informações financeiras, como relatórios de empresas, demonstrações financeiras e índices de mercado. Eles devem ser capazes de avaliar a saúde financeira de uma empresa e identificar oportunidades de investimento. Devem também ser capazes de aplicar os conhecimentos adquiridos para tomada de decisões de investimento oportunistas. Isso envolve avaliar os riscos e benefícios de diferentes opções de investimento, considerando o horizonte de tempo, objetivos financeiros e tolerância ao risco. A aprendizagem de investimentos também pode incluir a compreensão de como os investimentos se encaixam em um plano financeiro pessoal mais amplo. A aprendizagem significativa de investimentos também pode abranger questões éticas e responsabilidade social. Os alunos podem ser incentivados a considerar fatores como sustentabilidade ambiental, responsabilidade social corporativa e impacto social ao fazer escolhas de investimento.

2.6 Noções básicas de investimentos financeiros na educação.

A introdução de noções básicas de investimentos financeiros nas escolas pode ser realizada de forma gradual e adaptada à faixa etária dos estudantes. Inicialmente é conveniente apresentar os conceitos básicos, como o que é um investimento, risco e retorno, diversificação, juros compostos, inflação, entre outros. Explique esses conceitos de forma clara e utilizando exemplos práticos para torná-los mais compreensíveis e interessantes. Após isso pode abrir discussões sobre cada tema seguinte.

2.6.1 Segurança do investidor.

É comum que muitas pessoas não se sintam confortáveis em lidar com investimentos financeiros, devido ao receio de cair em golpes e perder dinheiro. Esse medo faz com que optem por não arriscar e evitem qualquer tipo de investimento. No entanto, é importante considerar que o dinheiro precisa ser guardado em algum lugar, o que também não exclui a possibilidade de golpes.

Um golpe ocorre quando alguém perde dinheiro de alguma forma, mesmo sem saber exatamente o que aconteceu. Algumas pessoas acreditam que ter o dinheiro em uma conta bancária significa que ele está seguro e que não há risco de perdê-lo, mas infelizmente isso nem sempre é verdade. Já houve casos em que pessoas perderam dinheiro de suas contas e nem mesmo o gerente do banco sabia o que aconteceu. Esses tipos de golpes são conhecidos como golpes bancários e envolvem ações fraudulentas para obter informações pessoais e financeiras de indivíduos ou empresas. Qualquer tentativa não autorizada de acessar sua conta pode configurar um golpe.

Os golpistas se aproveitam, principalmente, da distração das vítimas para colocar seus planos em prática. Eles são tão convincentes e bem elaborados que só podem ser desmascarados por meio do conhecimento prévio sobre o perfil desses golpes. É importante destacar que esses crimes geralmente não envolvem violência, mas são aplicados por meio de enganação e persuasão, visando obter informações bancárias e de segurança das vítimas para roubar dinheiro em seu nome. Esses golpes podem ocorrer tanto de forma virtual quanto presencial.

Um exemplo conhecido é o golpe da Falsa central de atendimento. O fraudador se passa por um falso funcionário da instituição financeira da vítima e relata problemas em sua conta, como invasão ou clonagem. Em seguida, ele solicita os dados pessoais da vítima, como número da conta, informações do cartão e senha. Eles criam toda uma encenação de atendimento bancário, inclusive transferindo a ligação para uma falsa central do banco e pedindo para a vítima ligar para o número no verso do cartão, permanecendo na linha como se fosse o banco. Se você receber esse tipo de ligação, é importante desconfiar imediatamente, desligar o telefone e entrar em contato imediatamente com sua instituição financeira, usando apenas os canais oficiais. Através dos aplicativos oficiais do banco em seu celular, você pode verificar se algo está errado com sua conta. Lembre-se de que o banco nunca ligará para você solicitando informações pessoais e de segurança, como senha ou número do cartão, e nunca pedirá que você faça transações bancárias de qualquer natureza.

Outro golpe é conhecido como Golpe de troca de cartão. Os golpistas atuam como vendedores e obtêm sua senha quando você a digita em uma máquina de pagamento. Em seguida, eles trocam rapidamente seu cartão por outro, de forma imperceptível, na hora de devolvê-lo. Também existem situações em que desconhecidos oferecem ajuda no caixa eletrônico, descobrem sua senha e, sem que você perceba, trocam seu cartão rapidamente. Ao fazer compras, é recomendado passar o cartão na máquina de pagamento por conta própria, sem entregá-lo

a ninguém, e permanecer atento para evitar a troca por outro cartão. Além disso, é possível utilizar o pagamento por aproximação. Nos caixas eletrônicos, procure a ajuda de atendentes identificados das instituições financeiras e nunca confie em estranhos.

É essencial estar ciente desses golpes financeiros e adotar medidas de precaução para proteger seu dinheiro e informações pessoais. Manter-se informado, desconfiar de solicitações suspeitas e utilizar os canais oficiais de comunicação com sua instituição financeira são passos importantes para evitar cair em golpes financeiros. (MASTER, 2023)

Sendo assim, já que o risco vai acontecer de todo jeito, então é melhor correr risco ganhando dinheiro. É notório que quanto maior for esse risco, maior será a sua rentabilidade. A maioria dos investimentos funciona assim. Mas deve conhecer os principais tipos de investimentos financeiros e suas características. É preciso saber como é o funcionamento de cada investimento financeiro e entender todos os riscos que um investidor irar correr. Isso tudo antes de iniciar sua carteira de investimento.

Cada estudante deve ter esse discernimento e entender que existe essa possibilidade de ganhar dinheiro. Na maioria das escolas brasileiras não se trata deste tema, o que é um erro. É importante que cada estudante saia do ensino médio conhecendo que existe essa possibilidade de investir as suas economias, no entanto não é o que de fato ocorre usualmente.

2.6.2 Como descobrir seu perfil de investimento.

Algumas considerações importantes sobre investimentos e a relação entre tempo, rentabilidade e risco devem ser considerada antes de iniciar um investimento. É verdade que cada investidor deve ter seus próprios objetivos e tolerância ao risco ao tomar decisões de investimento. Vou expandir um pouco mais sobre este fato. É essencial que os investidores definam seus objetivos financeiros antes de iniciar qualquer investimento. Isso pode incluir objetivos de curto prazo, como acumular uma reserva de emergência, ou objetivos de longo prazo, como aposentadoria ou educação dos filhos. Estabelecer metas claras ajudará a determinar o prazo de investimento necessário. Geralmente, quanto menor o prazo de investimento, menor a rentabilidade esperada. Isso ocorre porque os investimentos de curto prazo tendem a ser mais conservadores e oferecem menor potencial de retorno. Por outro lado, investimentos de longo prazo têm a capacidade de lidar com a volatilidade do mercado e buscar retornos mais significativos. Quanto ao risco, é verdade que investimentos de alto retorno geralmente estão associados a níveis mais elevados de risco. Investimentos mais arriscados, como ações de em-

presas emergentes, podem oferecer retornos mais altos em um curto período de tempo, mas também apresentam maior volatilidade e a possibilidade de perdas significativas. Por outro lado, investimentos de baixo risco, como títulos do governo, tendem a ter retornos mais modestos, porém mais previsíveis. A abordagem de começar devagar, optando em investimentos mais conservadores, é uma estratégia sensata para iniciantes no mundo dos investimentos. Isso permite que você se familiarize com os conceitos básicos, aprenda sobre diferentes tipos de investimentos e adquira experiência antes de se aventurar em investimentos mais arriscados. É importante entender que o conhecimento e a compreensão do mercado financeiro são essenciais para tomar decisões informadas e gerenciar os riscos. Em resumo, é importante definir metas financeiras claras, considerar o prazo de investimento necessário e avaliar a tolerância ao risco ao escolher opções de investimento. Começar com investimentos conservadores e adquirir conhecimento gradualmente podem ser uma estratégia prudente para investidores iniciantes. Lembre-se sempre de que cada pessoa tem circunstâncias financeiras e objetivos únicos, então é recomendável buscar orientação de um profissional qualificado antes de tomar decisões de investimento.

2.6.3 Como iniciar no mundo dos investimentos.

Sim, é altamente recomendável que os investidores iniciantes comecem aos poucos e comecem devagar ao entrar no mundo dos investimentos. Isso se deve a várias razões importantes. Primeiro, ao começar com investimentos mais simples e de menor risco, os investidores têm a oportunidade de entender os produtos financeiros e ganhar experiência prática antes de se aventurarem em investimentos mais sofisticados. Isso ajuda a desenvolver uma base sólida de conhecimento e compreensão dos princípios básicos do investimento. Além disso, ao iniciar com capitais menores, os investidores têm a chance de aprender com seus erros sem sofrer grandes consequências financeiras. O investimento gradual permite que eles avaliem seu apetite por risco e descubram o que funciona melhor para suas metas e circunstâncias pessoais. A situação financeira do investidor também é um fator crucial a ser considerado. Se alguém estiver negativado, é fundamental que priorize o pagamento de suas despesas antes de iniciar qualquer investimento. Lidar com dívidas pendentes é uma medida inteligente para evitar que a situação financeira se agrave ainda mais. É importante ter uma reserva de emergência para cobrir imprevistos e despesas inesperadas antes de investir. Nunca se sabe quando uma pessoa negativada precisará de dinheiro para resolver sua situação financeira ou lidar com emergências.

Quanto à questão de resgatar o dinheiro investido antes do prazo de carência, é importante estar ciente das consequências. Alguns produtos financeiros possuem períodos de carência durante os quais não é possível resgatar o valor investido sem penalidades ou perda de benefícios. É fundamental entender essas condições antes de fazer qualquer investimento e considerar cuidadosamente a necessidade de liquidez no curto prazo. Em resumo, começar aos poucos, entender os produtos financeiros, pagar as despesas pendentes e construir uma reserva de emergência são medidas sábias antes de se aventurar em investimentos mais complexos. Cada investidor deve considerar sua situação financeira e objetivos pessoais ao tomar decisões de investimento e buscar orientação adequada, se necessário.

2.6.4 Quando devo começar a investir.

É verdade que investir o dinheiro pode ser uma forma eficaz de fazer com que ele cresça ao longo do tempo. No entanto, a decisão de investir não é algo que deva ser tomado de forma precipitada. É importante considerar cuidadosamente os seus objetivos financeiros, a tolerância ao risco e o conhecimento sobre investimentos antes de iniciar. Encontrar uma corretora adequada ao seu perfil é uma etapa importante, mas também é fundamental pesquisar e entender os diferentes tipos de investimentos disponíveis. Existem opções como ações, títulos, fundos mútuos, fundos imobiliários e muitos outros. Cada um deles possui características distintas, riscos e potencial de retorno. Além disso, é importante ter uma reserva de emergência antes de começar a investir. Essa reserva deve ser suficiente para cobrir gastos inesperados ou emergências, evitando a necessidade de vender investimentos em momentos desfavoráveis. Outro aspecto relevante é diversificar seus investimentos. Colocar todo o seu dinheiro em um único tipo de ativo pode ser arriscado. A diversificação ajuda a reduzir os riscos e a aproveitar oportunidades de diferentes segmentos do mercado. Por fim, lembre-se de que investimentos estão sujeitos a flutuações e riscos. O desempenho passado não garante retornos futuros. Portanto, é importante ter uma abordagem de longo prazo e não esperar resultados imediatos. Educar-se sobre o assunto e buscar orientação de profissionais qualificados também pode ser de grande ajuda. Em suma, investir pode ser uma maneira inteligente de fazer o seu dinheiro crescer, mas requer planejamento, conhecimento e análise cuidadosa das opções disponíveis. Não hesite em buscar aconselhamento financeiro profissional para ajudá-lo a tomar decisões informadas sobre seus investimentos. (GABRIELA SCHOR, 2020)

2.6.5 Por que eu deveria começar a investir ainda jovem.

Investir desde jovem é uma estratégia recomendada pelos especialistas financeiros devido aos benefícios do poder do tempo e do interesse composto. Quanto mais cedo você começar a investir, maior será o potencial de crescimento do seu dinheiro ao longo do tempo. Isso ocorre porque, com mais tempo disponível, você pode aproveitar os retornos dos investimentos, reinvestir os ganhos e permitir que seu dinheiro cresça de forma exponencial. O interesse composto é um conceito fundamental nos investimentos. Basicamente, significa que seus ganhos são reinvestidos, gerando mais ganhos. Quanto mais tempo você tiver para reinvestir, maior será o efeito multiplicador do interesse composto. Além disso, começar a investir na juventude oferece a oportunidade de aprender sobre o mercado financeiro, adquirir experiência e desenvolver habilidades de investimento ao longo do tempo. À medida que você ganha mais conhecimento e experiência, pode tomar decisões financeiras mais informadas e aumentar suas chances de sucesso nos investimentos.

Quanto à idade mínima para investir, isso pode variar de acordo com a legislação de cada país. Em alguns lugares, existem restrições quanto à idade mínima para abrir uma conta de investimento ou assinar contratos financeiros. Em muitos casos, os menores de idade podem investir, desde que tenham um representante legal, como um pai ou responsável, para realizar as transações em seu nome. No entanto, é importante destacar que, ao investir em idades mais jovens, é fundamental buscar orientação adequada. É recomendável consultar um consultor financeiro ou especialista em investimentos para entender melhor as opções disponíveis, considerar os objetivos financeiros individuais e tomar decisões de investimento informadas.

Resumindo, começar a investir desde jovem oferece a vantagem de aproveitar o poder do tempo e do interesse composto para acumular riqueza ao longo do tempo. Embora seja possível investir em idades mais jovens, é fundamental contar com a orientação de um representante legal e buscar conhecimento adequado para tomar decisões financeiras sólidas.

2.6.6 Por que começar com uma reserva de emergência.

A importância de ter uma reserva de emergência é uma prática financeira sensata e fundamental para lidar com imprevistos e crises financeiras inesperadas. Ter uma reserva de emergência significa ter um montante de dinheiro disponível para cobrir despesas urgentes e imprevistas, como desemprego, despesas médicas ou reparos inesperados. A caderneta de poupança é frequentemente mencionada como uma opção de investimento para a reserva de

emergência devido à sua alta liquidez. Na maioria dos países, é possível sacar o dinheiro da poupança a qualquer momento, sem restrições. No entanto, é importante notar que a caderneta de poupança pode não ser a melhor opção em termos de retorno financeiro, uma vez que geralmente tem baixas taxas de juros. Além da poupança, existem outras opções de investimento que também podem ser consideradas para a reserva de emergência, como fundos de renda fixa de baixo risco, CDBs ou títulos do governo. Essas alternativas podem oferecer um retorno maior do que a poupança, mantendo a liquidez necessária para enfrentar situações de emergência. Quanto ao valor a ser investido na reserva de emergência, não existe uma fórmula única. A quantidade ideal pode variar de acordo com a situação financeira individual, o estilo de vida e as responsabilidades pessoais. Uma recomendação comum é ter de três a seis meses de despesas básicas cobertas pela reserva de emergência. No entanto, algumas pessoas podem preferir ter uma reserva maior para se sentir mais seguras. É importante destacar que a reserva de emergência não deve ser confundida com investimentos de longo prazo, como aposentadoria ou metas de longo prazo. Esses investimentos devem ser tratados separadamente e com estratégias adequadas.

Ter uma reserva de emergência é essencial para enfrentar imprevistos financeiros. A caderneta de poupança pode ser uma opção, mas outras alternativas também podem ser consideradas. A quantidade a ser investida depende da situação individual e é recomendado ter de três a seis meses de despesas básicas como referência. Cabe a cada pessoa avaliar suas necessidades e tomar decisões financeiras prudentes.

2.6.7 Como começar a montar uma carteira de investimentos.

Inicialmente você deve perguntar a si mesmo se realmente é isso mesmo que quer fazer. Segue algumas perguntas que pode ajudar a tomar sua decisão.

- Por que eu quero começar a investir?
- Para quê?
- Por quanto tempo?
- Por que eu quero começar a investir?
- Quanto posso poupar por mês?
- Qual tamanho do risco que eu topo correr?
- Que objetivo eu quero alcançar?
- Quanto eu posso investir de início?

Investir dinheiro requer planejamento e paciência. Aqui estão algumas etapas que você pode seguir para começar a investir:

1. Defina seus objetivos financeiros:

Antes de investir, é importante ter clareza sobre o que você deseja alcançar. Defina metas financeiras de curto, médio e longo prazo. Isso ajudará a orientar suas decisões de investimento.

2. Avalie seu perfil de investidor:

Cada pessoa tem uma tolerância ao risco e uma capacidade financeira diferente. Determine seu perfil de investidor, considerando fatores como sua idade, situação financeira, conhecimento sobre investimentos e disposição para correr riscos.

3. Reserve uma quantia inicial:

Separe uma quantia de dinheiro que você está disposto a investir. Essa deve ser uma quantia que você não precisará acessar no curto prazo e que esteja de acordo com seu perfil de investidor.

4. Pesquise corretoras financeiras:

Procure corretoras que ofereçam os serviços adequados às suas necessidades e perfil de investidor. Verifique a reputação, as taxas cobradas, as opções de investimento disponíveis e a facilidade de uso das plataformas.

5. Abra uma conta na corretora:

Siga o processo de abertura de conta na corretora escolhida. Isso geralmente envolve fornecer informações pessoais, comprovar identidade e assinar os documentos necessários.

6. Diversifique seus investimentos:

Evite colocar todo o seu dinheiro em uma única modalidade de investimento. Distribua seus investimentos em diferentes classes de ativos, como ações, títulos, fundos mútuos, entre outros. Diversificar ajuda a reduzir os riscos e aumentar as chances de obter retornos consistentes.

7. Esteja preparado para o longo prazo:

Investimentos geralmente levam tempo para crescer e gerar retornos significativos. Esteja preparado para manter seus investimentos por um período mais longo, permitindo que eles se beneficiem dos ciclos econômicos e do poder dos juros compostos.

8. Monitore e ajuste seus investimentos:

Acompanhe regularmente o desempenho dos seus investimentos. Faça ajustes conforme necessário, levando em consideração as mudanças nas condições do mercado, seus objetivos financeiros e seu perfil de investidor.

Lembre-se de que investir envolve riscos e é importante buscar conhecimento, estar bem informado e, se necessário, buscar orientação de um profissional financeiro antes de tomar decisões de investimento.

3 Investimentos financeiros de baixos riscos.

Um bom investidor deve conhecer todas as características que cada investimento oferece. Neste capítulo iremos analisar alguns tipos de investimentos de baixos riscos e suas principais características.

Existem diversas opções de investimentos que podem oferecer melhores rendimentos do que a caderneta de poupança, especialmente em períodos de juros baixos como os que estamos vivenciando. Duas alternativas a serem consideradas são:

1. Títulos Públicos → Investir em títulos públicos, como os do Tesouro Direto, pode ser uma opção interessante. Existem diferentes tipos de títulos disponíveis, com prazos e ganhos recebidos. Alguns exemplos são os títulos Tesouro Selic, Tesouro IPCA+ e Tesouro Prefixado.
2. Fundos de Investimento → Existem fundos de investimento com diferentes estratégias, como fundos de renda fixa, fundos multimercado e fundos de ações. Esses fundos são gerenciados por profissionais especializados e podem oferecer rendimentos superiores à poupança. É importante avaliar o perfil de risco e a taxa de administração do fundo antes de investir.

3.1 O FGC.

O Fundo Garantidor de Créditos (FGC) é uma entidade privada, sem fins lucrativos, criada no Brasil, cuja função é proteger os depositantes e investidores em caso de liquidação ou falência de uma instituição financeira. Mas já sabemos que a caderneta de poupança é de baixo risco e é assegurada pelo FGC, mas ainda não sabemos nada sobre o FGC e muito menos o que de fato é assegurado. O FGC é o fundo que reúne instituições financeiras e tem o intuito de garantir depósitos e investimentos aos clientes em caso de falência do banco. Esta modalidade de funcionamento garante estabilidade ao sistema financeiro. No caso de quebra de um banco, o limite de cobertura do FGC é estabelecido pelo Conselho Monetário Nacional e atualmente é de até 250 mil por CPF ou CNPJ por instituição financeira, em uma garantia global de 1 milhão de reais a cada quatro anos. Isto é, se você utilizou 750 mil reais em garantia nos últimos 3 anos, por exemplo, por conta da quebra de três bancos, você só terá disponível mais 250 mil reais em um prazo de 4 anos.

Mesmo que boa parte das pessoas que têm o hábito de fazer investimento já tenha ouvido falar em FGC, muita gente ainda tem dúvidas em relação ao que o FGC protege. Por isso, listarei a seguir o que o FGC protege de verdade para que você possa ter maiores informações sobre o que está ou não protegido pelo fundo, em relação à composição da sua carteira de investimentos e para que invista com mais segurança. Os depósitos em caderneta de poupança são protegidos pelo FGC, em um limite de até 250 mil reais por CPF. Isso significa que, se o banco no qual você tem aportes na poupança quebrar, você será ressarcido em até 250 mil reais, respeitando sempre o limite global de 1 milhão de reais. Após este prazo, a garantia global é recomposta, e o consumidor volta a ter garantia de 250 mil reais por CPF ou por instituição, limitada a 1 milhão de reais no total. O Certificado de Depósito Bancário (CDB) e o Recibo de Depósito Bancário (RDB) também são protegidos pelo FGC, tanto aqueles emitidos por bancos maiores quanto os CDBs e RDBs emitidos por bancos menores, também até o limite de 250 mil reais por CPF por instituição. O FGC Protege os investidores contra intervenção ou liquidação dos bancos, garante à estabilidade do sistema financeiro e à crise bancárias sistêmicas.(BONA, 2019)

3.2 Sistema Especial de Liquidação e Custódia(A taxa Selic).

A taxa Selic é a taxa de juros mais básica da economia brasileira, ela é usada no financiamento de operações diárias que tem lastro em títulos públicos federais. Diariamente, as instituições financeiras fazem as análises de suas negociações e com os investidores e desta forma é de se esperar que no final o seu caixa esteja com saldo positivo, no entanto, nem sempre isso acontece e por esse motivo estas instituições necessitam pegar empréstimos diários para tornar o seu saldo positivo e em contra partida os bancos que liberam estes empréstimos tem um ganho que é calculado com base na taxa Selic.

A taxa de juros Selic é obtida a partir da média ponderada dos juros praticados nessas operações de empréstimos entre bancos que são lastreadas em títulos públicos e têm um dia útil de prazo. É calculada e divulgada diariamente pelo Sistema Especial de Liquidação e Custódia.

O Selic é um sistema desenvolvido e operado pelo Banco Central do Brasil (BCB) que tem como objetivo realizar a liquidação de operações financeiras e a custódia de títulos públicos federais. O SELIC é responsável por registrar e liquidar as operações com títulos públicos federais, bem como outras operações financeiras, como as realizadas no mercado interbancário de reservas bancárias e no mercado secundário de títulos públicos.

No que diz respeito aos títulos públicos federais, o SELIC mantém um registro eletrônico dos títulos emitidos pelo governo brasileiro. Ele registra a propriedade dos títulos e abrange todas as operações realizadas com esses ativos, como compra, venda, transferências, pagamentos de juros e resgates. Além disso, o SELIC é responsável pela custódia dos títulos públicos federais, ou seja, pelo armazenamento seguro dos títulos em nome de seus proprietários. Isso significa que os investidores não precisam se preocupar com a guarda física dos títulos, pois o sistema garante a segurança e a integridade dos ativos.

O SELIC desempenha um papel fundamental no funcionamento dos mercados financeiros brasileiros, proporcionando maior segurança, eficiência e transparência nas operações com títulos públicos e outras transações financeiras. Ele contribui para a estabilidade do sistema financeiro e para o desenvolvimento do mercado de capitais no Brasil.(EXPERT, 2023).

3.3 Rendimento prefixado e pós-fixado.

- **Rendimento prefixado** → São aqueles em que a taxa de rentabilidade é definida no ato da aplicação. Este investimento é ideal para aqueles que querem saber qual será a sua rentabilidade no final da aplicação. Aqui o investidor sabe quanto irá ganhar a mais que o valor investido no ato da aplicação. Por exemplo, um investimento de R\$ 2.000,00, em um banco que paga 0,06% *a.m.* tem uma rentabilidade de R\$ 1,20, no final de um mês. Analisando inicialmente, é natural pensar que não será viável fazer um investimento deste tipo, porém não é bem assim que devemos pensar, pois os bancos trabalham com juros compostos e sua rentabilidade depende da taxa que o banco paga e do valor investido.
- **Rendimento pós-fixados** → São aqueles que o investidor não saberá qual será sua rentabilidade pois a mesma depende dos indexadores. Estes indexadores são vários e depende muito dos bancos ou entidades (corretoras) de investimentos. A taxa de depósito interbancário é um destes indexadores. Resumindo, o valor final do rendimento será definido na data de vencimento da aplicação de acordo com o desempenho do indexador. Ainda vale lembrar que este rendimento pode ser negativo, ou seja, o investidor pode ter um prejuízo ao final da aplicação e isso depende muito dos indexadores.

3.4 Investimentos de Renda Fixa e de Renda Variável.

São duas categorias de investimentos que se distinguem principalmente pelo nível de risco e pela forma como geram retornos para os investidores.

1. Investimentos de Renda Fixa:

São aqueles em que o investidor empresta seu dinheiro a uma entidade, seja ela um governo, banco ou empresa, e recebe em troca uma remuneração predefinida. Os rendimentos são geralmente conhecidos no momento do investimento, proporcionando maior previsibilidade.

Alguns exemplos de investimentos em renda fixa são:

- Títulos públicos → São emitidos pelo governo, como os títulos do Tesouro Direto.
- CDB (Certificado de Depósito Bancário) → Emitidos por bancos como forma de captação de recursos.
- LCIs e LCAs (Letras de Crédito Imobiliário e do Agronegócio) → Investimentos com lastro no setor imobiliário ou agronegócio.
- Debêntures → São títulos de dívida emitidos por empresas.

Os investimentos em renda fixa tendem a ter menor volatilidade e risco quando comparados à renda variável, mas geralmente oferecem retornos mais moderados.

2. Investimentos de Renda Variável:

São aqueles em que não é possível prever com certeza o retorno, pois estão sujeitos a variações de mercado. Nesse caso, o investidor adquire ativos que representam participação em empresas, como ações, ou investe em outros instrumentos cujo retorno depende da oscilação de preço.

Alguns exemplos de investimentos em variáveis de renda são:

- Ações → Representam uma parcela do capital de uma empresa e seu retorno está atrelado ao desempenho dessa empresa no mercado.
- Fundos de Investimento em Ações → São fundos que investem em uma carteira diferenciada de ações.
- Derivativos → São instrumentos financeiros cujo valor deriva de um ativo subjacente, como opções e contratos futuros.

Os investimentos em renda variável possuem maior volatilidade e risco, mas também podem fornecer retornos mais elevados.

Os títulos de renda fixa têm um ponto fundamental nas aplicações, pois o rendimento, dependendo das regras de remuneração, pode ser prefixado, quando o rendimento é dado por uma taxa de juros fixa e definida no momento de alocação dos recursos, pós-fixado, quando o retorno acompanha as variações de um dos índices de mercado ou híbrido, quando os ganhos são compostos por uma parte prefixada e por outra parte pós-fixada.

No caso dos investimentos de renda fixa pós-fixados, os indicadores mais usados são a taxa Selic e o Certificado de Depósitos Interbancários (CDI). Nos investimentos híbridos de renda fixa, a inflação dada pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) costuma compor o retorno. Porém, infelizmente é incidido o imposto de renda sobre o valor investido. (GUIDE, 2023).

3.5 Caderneta de Poupança.

A caderneta de poupança é um tipo de investimento de renda fixa e acessível para a maioria das pessoas. Continua sendo usada por muitos brasileiros pelo fato de oferecer baixos riscos e é assegurado pelo Fundo Garantidor de Créditos (FGC). É comum que os investidores sejam pessoas menores, desde que sejam representado pelo seu responsável. Muitas pessoas investem e nem sabem como é o seu funcionamento. É oferecido por bancos e sua rentabilidade é feita na data de aniversário do primeiro depósito ou no dia útil posterior. Outro fato importante é a facilidade de contratação, pois basta comparecer as agências bancárias com os devidos documentos e o valor (pelo menos o valor mínimo exigido por cada agência bancária) que o investidor deseja investir. A taxa de rentabilidade é sempre a mesma em todos os bancos, ou seja, a rentabilidade é sempre a mesma e independe do banco que escolher investir. É proibido que os bancos cobrassem taxas de abertura, de manutenção, de administração e de desempenho. Não sofre incidência do imposto de renda para pessoa física, isto é, o investidor não paga imposto de renda sobre os seus rendimentos e isso faz com que seja mais atraente. Em contra partida é necessário que os investidores declarem os seus ganhos anuais para a receita federal. A caderneta de poupança tem liquidez diária. Isso significa que o investidor tem o poder de resgatar sua rentabilidade quando quiser e sem nenhum prejuízo. Uma vantagem deste tipo de investimento é a questão de poder usar como situação de emergência, pois o resgate pode ser feito em qualquer momento. Por exemplo, digamos que uma pessoa precisou

pagar os custos de cirurgia que surgiu em momento inesperado. Neste caso, é possível transferir o dinheiro investido e suas rentabilidades a qualquer hora do dia, inclusive nos finais de semana. Como já citamos, sua rentabilidade é diária, porém é creditada em conta mensalmente na data de aniversário do primeiro depósito. Uma aplicação realizada no dia 16 de um determinado mês só fará jus à remuneração exatamente no dia 16 do mês seguinte. Se resgatar o dinheiro no dia antes desta data, por exemplo, dia 12, perde-se toda a rentabilidade do período. Um ponto importante que é legal, é que 65% dos valores investidos nesta modalidade são destinados ao mercado imobiliário. Isso significa que a maior parte do dinheiro que você guarda na poupança só pode ser usado pelos bancos para conceder financiamentos a quem quer comprar um imóvel próprio. Inicialmente, no século XIX, o imperador Don João VI, fixou a taxa de rendimento de 6% *a.a.*. Mas, a taxa referencial foi criada na década de 1990 e ainda é utilizada como referência para alguns investimentos e financiamentos. E o seu funcionamento depende muito da taxa Selic.

Veja como funciona na prática:

- Se a Selic estiver acima de 8,5% ao ano, o rendimento da poupança será de 0,5% ao mês mais a variação da TR;
- Se a Selic estiver igual a ou abaixo de 8,5% ao ano, o rendimento da poupança será equivalente a 70% da Selic mais a variação da TR. No nosso caso atual que a taxa Selic está de 13,75% ao ano, teríamos $0,7 \cdot 13,75\% = 9,63\% \text{ a.a.} \cong 0,7691\% \text{ a.m.}$ mais a variação da TR.

Essa regra vale para os depósitos feitos a partir do dia 4 de maio de 2012, quando as novas regras passaram a valer. Quem mantém poupanças anteriores a essa data continua recebendo rendimentos como antigamente: 0,5% ao mês mais a variação da TR. A Selic alcançou 8,5% ao ano pela primeira vez em maio de 2012 e permaneceu abaixo desse patamar até agosto de 2013, quando os juros voltaram a subir. A partir de setembro de 2017 a barreira dos 8,5% ao ano foi novamente rompida, fazendo o rendimento de a poupança despencar. Hoje em 05/04/2023 a taxa Selic está em 13,75% ao ano. Ela foi decidida no dia 22 de março de 2023 pelo Copom, que decidiu manter assim.

A poupança está rendendo menos a cada ano. Isso é um problema para os investidores que mantêm todos os recursos aplicados na caderneta. E não é apenas uma questão de ganhar menos do que já se ganhou no passado. A redução da rentabilidade da poupança pode acabar

levando a uma perda real de poder de compra. Vamos entender as razões. Os preços dos produtos e serviços na economia oscilam com o tempo – e o resultado disso é a inflação, que corrói o valor do dinheiro. Proteger as economias da inflação, aliás, é uma das razões para as pessoas investirem no mercado financeiro. O problema é que investimentos como a poupança estão oferecendo rendimentos tão baixos que estão cada vez mais próximos da inflação. Por exemplo, no ano de 2018 a taxa de rendimento estava de 4,62% *a.a.* e a inflação (IPCA) de 4,20% *a.a.*, isto é não há problema algum, pois a taxa de rendimento é maior que a de inflação. Já em 2015 a taxa de rendimento estava de 8,07% *a.a.* e a inflação (IPCA) de 11,54% *a.a.*, e neste caso há prejuízo para o investidor, pois a rentabilidade na verdade é aparente. Ou seja, o investidor está ganhando menos que o esperado. Quando isso acontece, dizemos que o rendimento real da poupança, ou seja, o retorno descontada a inflação está baixo ou até negativo, em alguns casos. Se essa situação se prolonga por muito tempo, o investidor tende a perder poder de compra, ou seja, não conseguirá manter o mesmo padrão de consumo no futuro, porque seu dinheiro valerá amanhã menos do que vale hoje. Este é um ponto importante que os investidores saibam bem. **Simulação hipotética.** Suponha que pessoa investiu R\$ 3.000,00, na caderneta de poupança hoje, cuja taxa Selic está de 13,75% *a.a.* e o percentual da rentabilidade está de 0,5% *a.m.* (Atualização em 30 de junho de 2022), durante dois anos e se comprometeu investir R\$ 300,00, mensalmente durante os dois anos.

Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência.

- (a) Um valor investido de R\$ 10.200,00.
- (b) Um montante de R\$ 11.742,26.
- (c) Uma rentabilidade de R\$ 811,07.

(NUINVEST, 2023)

3.6 Certificado de Depósito Bancário (CDB).

Os CDB são aplicações (títulos) muito conhecidas pelos investidores maduros e é indicado para aqueles que têm suas economias e desejam aumentá-las ainda mais. São emitidos pelos bancos que por sua vez tem o objetivo de financiar suas atividades. Ou seja, o investidor pode disponibilizar dinheiro para que as instituições financeiras realizem empréstimos, financiamentos e outros procedimentos que geram lucro. Em contra partida, as instituições pagam uma

percentual para o investidor devido ao tempo que sou o seu dinheiro. Apesar de serem emitidos por bancos, não significa que você precise investir diretamente neles para ter acesso ao CDB. As corretoras de valores também reúnem CDBs em diversas instituições. Assim, disponibiliza para o investidor uma grande diversidade de alternativas de Certificado de Depósito Bancário.

Investir no CDB é uma boa estratégia de investimento. O CDB é muito usado para aqueles que estão começando a investir e não entende muito sobre o mercado investidor, pois o CDB é de baixo risco e é mais seguro que outros investimentos, também de baixos riscos. É um investimento protegido e garantido pelo FGC, que é uma entidade privada que protege investimentos. O CDB é uma opção interessante para quem está pensando em investir, pois é um tipo de aplicação de renda fixa. Funciona como um modelo de empréstimos para as instituições financeiras cadastradas e em compensação rende juros. Quando o banco empresta dinheiro para um cliente, o mesmo devolve não só o valor emprestado mais também as correções de juros destinadas pelo banco. O CDB é basicamente isso, porém o investidor é quem empresta o dinheiro para o banco e em consequência disso recebe os juros do banco e é isso que torna o CDB acessível. Outro fato, é que os bancos precisam estar sempre com o saldo positivo ao final do expediente e o CDB é um recurso usado para manter este saldo positivo. Para investir é bem simples, basta o interessado buscar uma instituição financeira que ofereça esta modalidade de investimento, efetuar o cadastro e comprar os CDB desejados e aguardar a carência. Em geral, os bancos que arrecadam estes recursos, usam o mesmo para fechar caixa no azul, fazer empréstimos, etc. (GUIDE, 2023) Por ser um tipo de renda fixa, o investidor sabe qual será a sua rentabilidade logo no início do investimento. As instituições maiores são mais acessíveis e seguras, logo na hora de escolher procure as maiores, pois as menores costumam oferecerem mais riscos.

Os CDBs podem ser de três tipos:

- Prefixada → O rendimento é conhecido desde o início da aplicação e não muda com o tempo de carência. Logo, é possível saber qual será a sua rentabilidade.
- Pós-fixada → A rentabilidade depende do indicador econômico. É uma taxa muito próxima da taxa Selic que é gerada pelos bancos. É essa taxa que serve como parâmetro para muitos CDBs pós-fixados encontrados no mercado.
- Híbrida → É oferecida tanto uma taxa fixa quanto um valor que depende de um indicador econômico.

Os CDBs tem liquidação diária. Neste caso, os investidores podem fazer retiradas antes do prazo de carência e não perde a rentabilidade conquistada, neste caso, perde somente a que iria conquistar. Isso é muito bom, pois investimentos que tem liquidez diária podem ser usados em situação de emergência para investidor. Existem também outros tipos de investimentos que não é possível fazer essas retiradas urgentes, falaremos adiante. Vale destacar que não são todos os CDBs disponíveis que apresentam a vantagem da liquidez diária. Geralmente, aqueles que têm tal característica oferecem prazos mais curtos e rentabilidades menores. É notório que existem CDBs que têm liquidez somente após o prazo de carência, mas oferecem maiores rentabilidades. Cabe aos investidores analisarem qual será a sua melhor escolha para começar a investir.

Uma vantagem dos CDBs é que os investidores não precisam de muito recurso para começar a investir, existem possibilidades bastante acessíveis e mesmo com pouco dinheiro ainda é possível. Outra vantagem é a questão da segurança que se dá pelo fato de ser um investimento de renda fixa e, além disso, tem estabilidade nos rendimentos. Tem ainda a cobertura da FGC que dar bastante tranquilidade para os investidores, principalmente para os que são conservadores e não querem ser prejudicados de forma alguma. A facilidade para começar a investir é bastante simples, basta escolher a corretora de valores, fazer O cadastro (abrir a conta), transferir o dinheiro que deseja investir e comprar os títulos desejados. Além das vantagens, já citadas, tem ainda a questão da diversidade de variações de títulos, taxas de juros e prazos de liquidez. É muito difícil não encontrar uma opção que se aproxime do seu perfil.

Uma desvantagem é que os investidores tem que pagar imposto de renda sobre as suas devidas rentabilidades. Infelizmente os CDBs não são isentas ao imposto de renda. Mas, os CDBs em sua maioria, ainda é mais vantajosa do que a caderneta de poupança, mesmo pagando imposto de renda. A taxa que o investidor deve pagar depende do tempo de carência do investimento. Funciona assim, se o tempo de carência for até 180 dias a alíquota é de 22,5%, de 181 dias até 360 dias a alíquota é de 20%, de 361 dias até 720 dias a alíquota é de 17,5% e acima de 720 dias a alíquota é de 15%.

Veja as seguintes simulações feitas em 06 de abril de 2023, cuja taxa Selic está de 13,75% *a.a...*

Simulação hipotética em CDB prefixada. Suponha que uma pessoa investiu R\$ 5.000,00, em títulos de CDBs, durante dois anos . Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência, neste caso ele vai pagar 17,5% de imposto sobre sua rentabilidade. Veja:

- (a) O percentual da rentabilidade está de 127% do CDI que por sua vez está de 13,65% *a.a.*. Logo o percentual é de $1,27 \times 13,65 = 17,34\%$ *a.a.*
- (b) Um valor investido de R\$ 5.000,00.
- (c) Um montante bruto de R\$ 6.884,34.
- (d) Uma rentabilidade com imposto de R\$ 1.884,34.
- (e) Um imposto a pagar de R\$ 329,76.
- (f) Uma rentabilidade sem imposto de R\$ 1.554,58.
- (g) Um montante de sem imposto de R\$ 6.554,58.

Simulação hipotética na caderneta de poupança.

Suponha que uma pessoa investiu R\$ 5.000,00, na caderneta de poupança durante dois anos. Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência, neste caso ele não paga imposto sobre sua rentabilidade. Veja:

- (a) O percentual de rentabilidade está de 0,5% *a.m.* e foi atualizada em 30 de junho de 2022.
- (b) Um valor investido de R\$ 5.000,00.
- (c) Um montante de R\$ 5.635,80.
- (d) Uma rentabilidade R\$ 635,80.

Comparando estas simulações é mais vantajoso investir nos CDBs, no entanto, não podemos garantir que será sempre assim, pois cada momento tem seus resultados e de alguma forma a caderneta de poupança pode tornar-se mais vantajosa, afinal não sabemos prever o que acontecer no futuro.

Muitas pessoas acham que o Certificado de Depósito Bancário (CDB) e o Certificado de Depósito Interbancário (CDI) são duas modalidades de investimentos muito parecidas e que se diferem em poucas características, mas na verdade somente a CDB é uma modalidade de investimento de renda fixa, enquanto o Certificado de Depósito interbancário (CDI) é um índice que corresponde a taxa de empréstimos entre bancos, é a referência da rentabilidade para diferentes aplicações financeiras entre bancos no Brasil. Inclusive vale relatar que a taxa de rentabilidade dos CDBs está indexada ao CDI, hoje, 06 de abril de 2023, a taxa de rentabilidade

das CBDs está em 127% do CDI, que por sua vez está em 13,65% *a.a.*, isto é, a taxa de rentabilidade dos CDBs é 17,35% *a.a.* atualmente. (GUIDE, 2023)

3.7 Letra de crédito imobiliário (LCI) e Letra de crédito do agromercado (LCA).

É uma modalidade de investimento de renda fixa lastrado no setor de imóveis. As instituições financeiras ligadas a esta modalidade são os bancos e os títulos são distribuídos por corretoras. O objetivo é a obtenção de recursos para financiar projetos e iniciativas imobiliárias. Por exemplo, recurso para construir imóveis que serão financiados por pessoas físicas. No entanto, é preciso que estejam garantidos por alienação fiduciária ou hipoteca. Ou seja, é necessário que haja algum bem patrimonial para ser deixado como garantia, caso ocorra alguma coisa inesperada, de modo que haja impedimento da devolução do valor financiado. Pode utilizar bens diversos como carro, joias e até o salário, a hipoteca está restrita para operações que utilizam o imóvel como garantia.

Já o LCA também é um investimento de renda fixa e com lastro no mercado de agromercado e é ligado a linha de crédito neste segmento. Tem as mesmas características que o LCI e se difere apenas no seu lastro e o fato de que cada título diz respeito a um mercado.

Como já vimos o LCI e o LCA se difere apenas no seu lastro. São semelhantes em suas funcionalidades para os investidores. Na prática, quem investe em LCI ou LCA empresta dinheiro ao banco e o mesmo direciona a outros agentes que pode ser pessoas jurídicas ou pessoas físicas que estão precisando de recurso.

Tanto o LCI como o LCA são isentos de impostos de renda para pessoas físicas, isto é, a pessoa física que investe nestas modalidades de investimentos não precisam se preocupar com pagamentos de impostos. Já as pessoas jurídicas, pagam impostos de renda sobre as suas rentabilidades. Nesse caso, há uma cobrança de imposto segundo a tabela regressiva. A alíquota máxima é de 22,5% (para aplicações até 180 dias) e a mínima é de 15% (para aplicações a partir de 720 dias).

Investir nesta modalidade tem algumas vantagens, a primeira dela já citamos, a questão da isenção do IR para pessoas físicas. Isso faz com que as rentabilidades sejam mais vantajosas. Outro ponto é a proteção da FGC que é garantida. Funciona assim, caso a instituição financeira não consiga cumprir com os pagamentos, o órgão devolve o valor corrigido. Porém, há um limite de 250 mil por instituição e CPF ou CNPJ, além de um teto global de 1 milhão renovável a cada

4 anos. Outro ponto é as variações de títulos que são oferecidos no mercado com características distintas. Assim, eles podem servir bem a pessoas de perfis e objetivos variados.

Ao investir em LCI ou LCA se faz necessário ter alguns cuidados, pois existem riscos que devem ser observados, apesar de serem investimentos de baixos riscos ainda assim é possível que haja um grande prejuízo com estes tipos de investimentos e o primeiro deles é o risco de crédito, que ocorre quando a instituição não consegue cumprir seus acordos com os investidores e isso ocorre quando a instituição vai a falência. Outro risco ocorre quando o investidor investe acima do TETO que é protegido pela seguradora FGC, neste caso as aplicações maiores não tem proteção completa. Há ainda o risco de mercado. Ele ocorre devido às mudanças que podem acontecer a qualquer momento. Por exemplo, a queda da taxa Selic afeta a taxa do CDI e isso diminui a rentabilidade. Tem também o risco de liquidez, nestes tipos de investimentos é necessário esperar os prazos de carência para que não haja prejuízo, pois se forem feitas retiradas antecipadas pode acontecer de o investidor não retirar nem o valor investido ou retirar apenas uma parte da sua rentabilidade que teria no final da carência. Além disso, o vencimento da maior parte dos títulos costuma ser de médio ou longo prazo. Para obter a rentabilidade contratada, é preciso levar o investimento até a data definida. Portanto, é indicado ter disponibilidade para deixar o dinheiro aplicado pelo período. Para investir em LCI ou LCA é de extrema importância que os investidores não irão precisar destes recursos antes do período de carência.

Um ponto que deve ser levado em consideração para verificar se realmente é viável investir em LCI ou LCA é se os valores a serem investidos estão dentro do teto de proteção da FGC, neste caso não há no que se preocupar, pois seus investimentos estão protegidos. Como não é necessário pagar impostos de rendas os títulos podem ser uma alternativa interessante e isso aumentar a rentabilidade. Ao mesmo tempo, é preciso avaliar as condições de mercado para saber se o investimento na renda fixa está alinhado com os seus objetivos para a carteira. O seu perfil, também deve ser considerado e analisado de que cada investidor consiga definir se realmente os objetivos serão alcançados. É preciso pensar na sua estratégia lembre-se que quanto maior for o prazo e menor for a liquidez, mais ampla deve ser a sua tolerância ao risco. (GUIDE, 2023)

Para investir é muito simples, basta escolher uma corretora, abrir uma conta, transferir o recurso, escolher os títulos, compra-los e aguardar o prazo de carência.

Simulação hipotética no LCI. Suponha que uma pessoa investiu R\$ 5.000,00, em

títulos de LCIs durante dois anos . Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência, neste caso ele não paga imposto sobre sua rentabilidade. Veja:

(a) O percentual de rentabilidade está de 13,38% *a.a.*.

(b) Um valor investido de R\$ 5.000,00.

(c) Um montante de R\$ 6.369,91.

(d) Uma rentabilidade R\$ 1.369,91.

(NUINVEST, 2023)

3.8 Certificado de recebíveis imobiliários (CRI) e Certificado de recebíveis do agronegócio (CRA).

O CRI é um investimento de renda fixa que está com lastro no financiamento de projetos no setor de imóveis. Ele funciona com base na securitização de dívidas, as quais são transformadas em títulos de crédito. Já o CRA é um investimento de renda fixa que está com lastro no setor de financiamento de projetos no setor agrícolas. Ambos têm as mesmas características e se diferenciam apenas quanto aos lastros. A rentabilidade é calculada de várias formas neste tipo de investimento e a mais comum se atem a inflação (IPCA). Os juros são pagos semestralmente ou anualmente, porém o valor investido deve ser resgatado no final da carência. Infelizmente não é garantido pela FGC e devido a este fato os investidores devem avaliar o risco que irá correr depois que estiver investido os seu dinheiro e sua liquidez é reduzida, isto é, só é recomendável resgatar o dinheiro investido apenas na data do vencimento. Mas não se desanime por conta destas questões, pois existem pontos positivos que são atraentes. O primeiro é a isenção de imposto de renda para pessoas físicas. O segundo é que os investidores tem uma participação nos ganhos dos ativos. E ainda tem a questão do regime fiduciário que é garantido a segregação do risco do emissor. Isso quer dizer que caso a securitizada tenha dificuldades financeiras o fluxo de pagamento para os investidores não será afetado, uma vez que os recebíveis estão separados do patrimônio da companhia emissora. Aplicações mínimas, em geral, as aplicações mínimas partem de 1.000 reais. Para começar a investir o interessado deve pesquisar uma corretora, o prazo e a taxa que deseja obter no período de aplicação das emissões. Desta forma, poderá considerar qual se adéqua mais ao seu perfil e começar a faturar.

3.9 Debêntures.

Debênture são títulos emitidos por empresas de capital aberto ou não, cujo objetivo é financiar os seus próprios projetos. Da mesma forma que os governos emitem títulos públicos para financiar as suas dívidas, certas empresas oferecem debênture para adquirir recursos e financiar os seus projetos, como por exemplo, investir em tecnologias e expandir as suas opções de vendas. Quando um investidor compra debênture de uma empresa, na verdade está emprestando o seu dinheiro para ela e tornando-se um credor. Contudo, suas aplicações são incluídas como investimentos de renda fixa. Como já vimos, as debêntures tem o objetivo de captar recursos para as negociações de certa empresa. Elas são semelhantes com às ações negociadas na bolsa de valores que por sua vez também tem o mesmo objetivo. No entanto, com as ações o investidor adquire parte de capital social da empresa tornando-se sócio, enquanto que as debêntures, o investidor está apenas emprestando dinheiro. Como as debêntures são de renda fixa, os investidores receberão, no final, com os juros combinados no início do investimento. Ainda vale citar, que esta rentabilidade pode ser convertida em ações.

Existem vários tipos de debêntures no mercado dos investimentos e citaremos 4 delas:

- As debêntures do tipo simples é aquela em que os investidores recebem o capital investido corrigido em dinheiro ao final do vencimento do título, ou seja, o montante final é dado em espécie direto na sua conta. As debêntures simples não podem ser convertidas em ações da empresa e por este motivo também são conhecidas como debêntures não conversíveis.
- As debêntures conversíveis é aquela que os investidores podem optar em receber o capital investido e corrigido em ações da empresa ao final do vencimento do título ou em ocasiões estabelecidas pelas partes. Casos haja um acordo, o investidor pode resgatar o seu investimento corrigido a qualquer momento, desde que as partes estejam em acordo.
- As debêntures permutáveis, funcionam como as debêntures conversíveis, mas há a diferença de que o investidor pode realizar permuta para ações de outras empresas, e não apenas da companhia que emitiu o título. Nesse caso, é necessário verificar as regras da transação na escritura de emissão da Debênture.
- As debêntures incentivadas, são semelhantes às debêntures simples, mas apresentam uma particularidade. A principal diferença das Debêntures incentivadas para os demais tipos é que elas são isentas de imposto de renda. Isso ocorre porque esse tipo de debênture é

emitida quando uma empresa está envolvida diretamente em algum projeto de infraestrutura. Assim, o governo incentiva a emissão desses títulos e a captação de recursos. Ele faz isso isentando o investidor do pagamento de IR sobre os rendimentos.

Como já vimos, existe cobrança de imposto de renda sobre estes investimentos, com exceção das debêntures incentivadas que possui isenção de imposto de renda. Assim, é de extrema importância que os investidores estejam atentos aos juros que irão pagar de imposto de renda ao iniciar um investimento em debêntures. Esse imposto tem cobranças regressivas, ou seja, a alíquota fica menor ao longo do tempo, variando de 22,5% a 15%. No caso, se o investidor permanecer com o título na sua carteira por mais de dois anos, pagará o imposto mais baixo sobre o rendimento.

Investir em debênture trás algumas vantagens, como a diversificação que permite que o investidor tenha acesso a diversos produtos de emissores diferentes e tudo isso de forma simples, pois há uma diversidade de todo o trabalho em andamento na organização, relacionado com o alcance dos investimentos mais vantajosos, de forma que os investidores tenham uma boa rentabilidade. Além disso, há uma grande variedade de prazos de investimentos. Contudo, é fácil encontrar títulos alinhados de acordo com o perfil de cada investidor. Outra vantagem, é que a rentabilidade atrelada a inflação em um título híbrido, pode ser de dois tipos, prefixada que já tem sua taxa fixa definida pela empresa e aqui o investidor já fica sabendo qual será o seu valor de resgate logo no início do investimento e a pós-fixada que estão atreladas a algum indicador financeiro, como a taxa Selic ou o CDI. Neste caso, o valor de resgate vai depender da variação do índice apresentado ao longo do tempo. E ainda é possível fazer uma mistura das duas modalidades, a fim de obter um rendimento híbrido, isto significa que parte da rentabilidade vai ser fixa, contratada já no momento da aplicação e a outra parte acompanhará um índice da economia, que no caso, é o indicador financeiro. A FGV também oferece segurança as debêntures e isto dar mais seguranças para os investidores. No caso, se uma empresa sofrer um calote ou falência os investidores não será prejudicado integralmente.

Assim como todo tipo de investimento as debêntures oferecem alguns riscos. Como essa modalidade oferece um retorno melhor que outros investimentos, o investidor estará mais exposto. Existem investimentos de renda fixa que oferece uma menor rentabilidade e é mais seguro que as debêntures. O principal risco de investir nesses títulos é que o emissor pode não honrar com o pagamento dos empréstimos feitos. Isso pode acontecer por diversos motivos, como quando a empresa vai à falência ou tem problemas no seu fluxo de caixa. Também

existem riscos para os investidores que não podem deixar o dinheiro aplicado até a data de vencimento do investimento. Afinal, nem sempre é fácil vender seu título para ter liquidez no resgate do valor. Em caso de venda antecipada, pode haver perdas da rentabilidade.

Devemos fazer uma investigação acerca das debêntures antes de começar a investir, pois existem pontos que os investidores devem estar atentos, como a solidez da empresa. Emprestar dinheiro para uma empresa que esta com saldo baixo ou negativo é um perigo muito grande e por isto o investidor pode ser prejudicado de alguma forma, logo é viável fazer uma investigação da empresa que deseja investir. Existem companhias que dão garantias aos seus investidores colocando algum tipo de patrimônio a disposição como garantia. Os prazos de resgate das debêntures são mais longos, esse é um dos motivos que faz a sua rentabilidade ser mais vantajosa que outros tipos de investimentos, e o investidor deve se planejar e ser paciente até que chegue o momento de resgate, caso contrário, o mesmo pode receber um valor menor do que o investido, pois as debêntures permitem resgates antes do vencimento, porém sob os preços praticados no mercado. Outro ponto que também deve ser observado é que as debêntures permitem isenção de imposto de renda para pessoas físicas e estrangeiras, isso permite um aumento na rentabilidade, no entanto se o investimento for resgatado antes do vencimento a isenção pode ser considerada. (GUIDE, 2023)

Para começar a investir em debêntures basta procurar uma corretora, abrir uma conta, transferir o valor que irá investir e comprar os títulos da empresa disponíveis no mercado que a corretora oferece. O investidor recebe o valor com juros, normalmente pagos no vencimento, mensal, semestral ou anual antes mesmo da data. Veja que é notório observar que investimentos de maiores riscos oferecem maiores rentabilidades, mas vale a pena se arriscar para ganhar mais? Essa pergunta é relativa a cada investidor, ou seja, depende muito dos seus objetivos e necessidades.

3.10 Tesouro direto.

O tesouro direto é um programa do governo federal que serve como porta de saída para aqueles que desejam aumentar o patrimônio que possui investindo em títulos públicos. Este programa apresenta uma plataforma que é possível comprar e vender diversos títulos públicos. Em geral, esse nome é dado a plataforma de investimentos do tesouro nacional. O tesouro direto na verdade é um programa que permite a venda e a compra de títulos públicos federais por meio de uma plataforma online. Estes títulos que são comprados e vendidos

é que são considerados como investimentos. Comprando estes títulos públicos o investido está, basicamente, emprestando o seu dinheiro para o governo e por conta disso, recebe uma remuneração, em contra partida o governo financia suas atividades com estes recursos, por exemplo, o financiamento dos gastos com educação e saúde.

O tesouro direto é uma plataforma que funciona de forma totalmente online e pode ser encontrada no site do tesouro, nos aplicativos e nas corretoras. Através das corretoras os investidores abrem uma conta e já pode começar a fazer os seus investimentos. Depois disso, é possível conferir os títulos disponíveis e escolher como investir. Cada título tem características particulares. Por exemplo, em relação ao prazo, taxa de juros, investimento mínimo etc.

O tesouro direto é uma parceria do governo federal com a bolsa de valores (B3) e a bolsa é responsável pela liquidação e custódia dos títulos. Assim, há uma taxa de 0,20% ao ano. Em 2020, a taxa foi zerada para investimentos de até 10 mil reais por CPF no Tesouro Selic. Nos demais casos, ela continua sendo cobrada. O valor é debitado do seu saldo na corretora de valores e o investidor costuma receber um aviso lembrando o pagamento. Vale a pena falar, ainda, da tributação.

Todos os títulos do Tesouro Direto envolvem cobrança de Imposto de Renda. A alíquota segue a tabela regressiva de imposto. Ou seja, depende do tempo que o dinheiro permanece investido. Os percentuais são os seguintes:

- Se o tempo de carência for de até 180 dias a alíquota é de 22,5%.
- Se o tempo de carência for de 181 dias até 360 dias a alíquota é de 20%.
- Se o tempo de carência for de 361 dias até 720 dias a alíquota é de 17,5%.
- Se o tempo de carência for acima de 720 dias a alíquota é de 15%.

Quando queremos investir em tesouro direto, primeiramente devemos conhecer os tipos de títulos que estão disponíveis no mercado e assim podemos ter discernimento do investimento que estamos fazendo. É muito importante destacar que existem vários tipos de aplicações em títulos com características distintas. Conhecer os principais tipos de títulos é indispensável.

3.10.1 Tesouro Selic.

O **Tesouro Selic** é uma aplicação em tesouro direto muito popular, pois é muito parecido com a caderneta de poupança e é considerado como o substituto desta aplicação e também é um

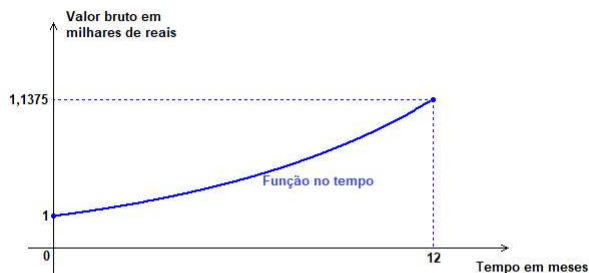
investimento popular em alguns países. Por outro lado, o tesouro Selic é mais interessante e mais procurado pelo fato de ter uma rentabilidade maior que o da caderneta de poupança em todos os senários, pois ele rende 100% da taxa Selic. Tem como característica uma alta liquidez, sendo de extrema importância para aqueles que não conseguem deixar dinheiro parado por muito tempo. Na verdade, todos os títulos públicos apresentam tal vantagem, pois o Governo sempre garante a recompra dos títulos quando o investidor quiser realizar o resgate antes do prazo. Já os outros tipos de investimentos apresentam riscos, pois se for resgatado antes do seu vencimento, o valor investido pode ser prejudicado e isso ocorre por conta da marcação a mercado, que normalmente gera variação nos preços ao longo do tempo. Isso faz com que a taxa de juros contratada não seja garantida antes do seu vencimento e se houver saques antes do vencimento então a cotação é exposta no dia. Em relação ao Tesouro Selic, há uma exposição menor às variações. Logo, ele apresenta maior tranquilidade em relação à liquidez e acaba sendo um tipo de reserva de emergência por ter essa característica.

Este investimento não é garantido pelo FGC, pois é um título público emitido pelo Tesouro Nacional, ou seja, é um título de dívida do governo federal brasileiro.

Simulação hipotética. Suponha que um investidor investiu R\$ 1.000,00, hoje em que a taxa Selic está de 13,75% *a.a.*, em **Tesouro Selic** durante um período de 1 ano. Daí temos que ao final da carência, o investidor terá uma rentabilidade de R\$ 137,50, no entanto, deve pagar 20% dessa rentabilidade de imposto de renda, caso ele faça a retirada do valor bruto, obtendo no final da carência uma rentabilidade de R\$ 110,00 e um total bruto de R\$ 1.110,00.

Vamos visualizar esta situação hipotética graficamente,

Gráfico simulativo do investimento em "Tesouro Selic"



Observações do investimento:

- (1) Valor da taxa selic = 13,75% a.a.
- (2) Valor do investimento = R\$ 1.000,00
- (3) Rentabilidade = R\$ 137,50
- (4) Valor bruto = R\$ 1.137,50
- (5) IR retido = R\$ 27,50
- (6) Valor bruto com IR pago = R\$ 1.110,00
- (7) Lucro obtido = R\$ 110,00
- (8) Valor bruto com IR pago = R\$ 1.110,00

3.10.2 Tesouro Prefixado.

O **Tesouro Prefixado** é outro tipo de tesouro direto que tem a taxa definida previamente, ou seja, o investidor tem a possibilidade de saber quanto será o seu rendimento logo no início do investimento. Ao aplicar em Tesouro Prefixado você já tem sua rentabilidade anual acordada na hora. Para resgates feitos no vencimento, será viável saber exatamente quanto receberá. Mas lembre-se de que saques antecipados estão expostos à marcação a mercado. A plataforma oferece diversas opções de prefixados, com taxas de juros e prazos diferenciados.

Além disso, existem dois tipos principais de Tesouro Prefixado, o tradicional e o com cupons de juros semestrais. No primeiro caso, a rentabilidade é recebida no momento de resgate do valor. No segundo, o investidor recebe o pagamento dos juros semestralmente.

Tem disponibilidade pela secretaria do tesouro nacional e muito simples investir, pelo fato de que não é necessário ter um valor alto para iniciar um investimento. Funciona como uma forma de emprestar dinheiro ao governo federal e por conta disso o governo paga a rentabilidade ao investidor. Como é um investimento feito diretamente com o governo federal é considerado como investimento de baixo risco. Outro fato é que a rentabilidade é nominal e não é real, logo não é descontada a inflação quando contratado e isso o investidor deve estar atento ao iniciar o seu investimento. O tesouro prefixado muda de ano em ano e existem várias opções de títulos disponíveis nas plataformas. A rentabilidade é paga no momento do resgate e se for feita retirada antes do resgate o investidor pode ser prejudicado, pois está revendendo no mercado secundário.

Além do IR, também é cobrado IOF em caso de resgates abaixo de 30 dias. A tabela possui alíquotas regressivas, começando em 96% no primeiro dia e chegando a 0% no 30º dia de investimento, e a partir de então não há mais a cobrança do imposto. Existem duas taxas cobradas para investimentos nos Títulos do Tesouro: uma delas é a Taxa de Administração que é cobrada pela corretora de valores ou banco. Ela pode variar e também pode ser zerada em alguns casos. A outra é a taxa de custódia, cobrada pela própria B3 pela guarda do título enquanto ele estiver aplicado. Ela é de 0,20% ao ano. Lembrando que o valor é cobrado até o saldo de 1,5 milhão de reais. O IOF (Imposto de Operações Financeiras) é um imposto federal que é cobrado em aplicações e produtos financeiros. Há basicamente dois tipos de riscos ao investir no Tesouro Prefixado. O primeiro é o governo dar um calote na dívida interna do país, só que isso nunca aconteceu no Brasil. O outro risco é o valor da inflação ser superior à rentabilidade do título entre a data do investimento e o prazo de resgate. Nesse caso, ao resgatar

o valor, o montante terá menos poder de compra do que tinha no dia do seu investimento e ocorrendo esse caso, o investidor perde o seu poder de compra.

Há dois títulos de tesouro prefixado pago pelo governo federal.

- Tesouro Prefixado (LTN) → A LTN é conhecida como Letra do Tesouro Nacional, tem 100% da sua rentabilidade prefixada e é determinada no momento do investimento.

Simulação hipotética. Suponha que pessoa investiu R\$ 2.000,00, no tesouro prefixado durante dois anos e se comprometeu investir R\$ 300,00, mensalmente durante os dois anos. Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência. Em 30/06/2022 foi estabelecido que a taxa do tesouro prefixado é de 13,08% *a.a.*.

Teremos ao final da carência:

- (a) Um valor investido de R\$ 9.200,00.
- (b) Um montante, já com os impostos descontados, de R\$ 10.490,41.
- (c) Uma rentabilidade de R\$ 1.290,41.

(NUINVEST, 2023)

- Tesouro Prefixado com Juros Semestrais (NTN-F) → O NTN-F é a antiga Nota do Tesouro Nacional Série F. A sua rentabilidade também é determinada no ato do investimento. Diferencia-se pelo fato de que a cada seis meses o investidor recebe o pagamento de juros. Além disso, o prazo de resgate é mais longo que o LTN.

3.10.3 Tesouro *IPCA*⁺.

O **Tesouro *IPCA*⁺** é um outro tipo de investimento em tesouro direto, neste caso a rentabilidade é combinada de forma que uma parte pós-fixada e a outra prefixada. No caso da Pós-fixada, a taxa que vai variar por todo o período, podendo aumentar ou diminuir de acordo com a situação econômica. Neste caso, a taxa é o *IPCA*⁺ (O *IPCA*⁺ é um índice que mede a variação de preços de mercado para o consumidor final. Estabelecido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) mensalmente, ele representa o índice oficial da inflação no Brasil. É um bom termômetro para avaliar perdas no poder de compra). É adequado para os investidores que quer se arriscar mais apostando na alta da inflação. Assim, se o índice subir, seus rendimentos serão maiores. Mas, também pode acontecer o contrário e os lucros diminuirão com a queda da taxa. No caso da Pré-fixada, você adquire um desses títulos,

consegue ver imediatamente uma taxa de rendimento que será fixa durante todo o período em que o dinheiro estiver aplicado, isso permite que você se planeje melhor e possa fazer planos concretos com aquele dinheiro. Em outras palavras, o rendimento estará sempre acima da inflação. Isso é muito bom, pois o dinheiro investido não perde o seu poder de compra ao longo do tempo. Existem outros investimentos que é preciso se preocupar com a inflação e é preciso que o investidor compare a sua rentabilidade real e não foque na rentabilidade aparente, pois sabemos que a inflação é variável. Já o tesouro *IPCA*⁺, o investidor não necessita desta preocupação pois sua rentabilidade acompanha a inflação. Nesse caso, seus ganhos reais serão atrelados à taxa prefixada oferecida. Assim como o Tesouro Prefixado, não há apenas um título de *IPCA*⁺ disponível. Existem alternativas com prazos e taxas diferentes para o investidor escolher. Também há dois tipos de Tesouro *IPCA*⁺, com ou sem juros semestrais. Se você opta por um título sem o cupom, a rentabilidade contratada será paga no resgate. Se a escolha for por receber juros, a cada seis meses o rendimento será creditado na sua conta.

Simulação hipotética. Suponha que pessoa investiu R\$ 5.000,00, no tesouro *IPCA*⁺ durante cinco anos e se comprometeu investir R\$ 500,00, mensalmente durante os cinco anos. Vamos analisar como ficará a sua situação ao final da carência.

Teremos ao final da carência:

- (a) Um valor investido de R\$ 35.000,00.
- (b) Um montante, já com os impostos descontados, de R\$ 49.654,46.
- (c) Uma rentabilidade de R\$ 14.654,46.

(NUINVEST, 2023)

A rentabilidade de quem investe no tesouro direto é uma das principais dúvidas de quem está começando a investir. Se perguntar o quanto ele rende? Agora, você já sabe que não há uma resposta direta para essa pergunta, pois o tesouro direto não é propriamente uma aplicação para apresentar rendimentos. O certo seria perguntar como funciona a rentabilidade de cada título do tesouro. Eles apresentam diversas formas de rendimentos e depende muito da opção escolhida. No site do Tesouro Direto, você pode realizar uma simulação com as taxas de cada título na própria calculadora do tesouro.

Uma das principais vantagens de investir em tesouro direto é a questão da segurança, pelo fato dos títulos serem públicos, pois são emitidos pelos governos federais. Além disso, a

sua liquidez é alta e isso faz com que o dinheiro fique acessível rapidamente, pois os governos garantem a sua recompra, porém a atenção em relação aos resgates antecipados deve ser considerada para que não haja perda do valor investido. Já a estabilidade nos rendimentos é outra vantagem. Afinal, para resgates feitos na data de vencimento, a taxa de juros prometida será paga. Logo, a possibilidade de perda é apenas em casos de saques feitos antes da data de resgate. Os custos com a bolsa de valores, entretanto, podem ser considerados desvantajosos para alguns investidores. Assim, é importante que você conheça cada tipo de tesouro direto e escolha o mais coerente e eficaz, de modo que seja adequado para alcançar os seus objetivos.

O tesouro direto é um tipo de investimento de renda fixa adequado para investidores conservadores que são aqueles que querem ter muita segurança com os seus investimentos, ou seja, investidores que preferem investir em investimentos que oferecem baixo risco. Isso acaba influenciando seus objetivos, que normalmente estão focados em não perder nada e, assim, preservar seu patrimônio. Outros investidores que gostam de investir em tesouro direto são os investidores arrojados, que são aqueles mais tolerantes aos riscos e que estão mais abertos para investir na Bolsa de Valores, são pessoas mais maduras para entender as dinâmicas do mercado financeiro. (GUIDE, 2023)

Para escolher em qual das opções de títulos que deve investir, serão citados dois pontos importantes:

- Sua estratégia de decisões deve ser considerada. Na hora de investir, deve avaliar suas opções e seus objetivos que deseja alcançar.
- Cada título tem o seu funcionamento e cada investidor deve conhecer os mesmos muito bem e analisar se o escolhido alcança os seus objetivos.

Para investir em títulos públicos é muito simples, basta escolher uma corretora de valores, acessar a plataforma, abrir uma conta, transferir o recurso que deseja aplicar, escolher o tipo de título e começar a investir.

Uma vez que o seu dinheiro já estiver em sua conta, basta que o investidor acesse o título correspondente e digite o valor desejado para o investimento. Depois disso, é só aguardar o tempo de carência e assim obter o seu rendimento, fazendo com que o seu patrimônio cresça mais e mais.

4 Situações didáticas de investimentos.

Um contexto de ensino e planejado, de modo que os professores e alunos interagem para alcançar objetivos de aprendizagem específicos estratégia pedagógica que visa criar um ambiente de ensino e aprendizagem significativo, onde os alunos possam adquirir conhecimentos, habilidades e competências de forma ativa e participativa é uma estratégia conhecida como uma situação didática, geralmente inclui alguns objetivos.

Três atividades destinadas ao ensino médio, que funcionam como situações didáticas voltadas para a compreensão dos conceitos fundamentais relacionados aos investimentos financeiros. O objetivo principal dessas atividades é capacitar os alunos a:

- Compreender os princípios essenciais em investimentos, incluindo conceitos como juros, capital, risco, retorno e diversificação.
- Analisar as características específicas de diversas classes de ativos, como ações, títulos, imóveis e criptomoedas, a fim de avaliar suas vantagens e propriedades.
- Avaliar de maneira crítica o risco e o retorno associados a diferentes opções de investimento e estratégias de alocação de recursos.

Iremos analisar três cenários de investimento ao longo de três períodos diferentes: três meses, seis meses e um ano. Os investimentos em questão são o CDB, que implica o pagamento de imposto de renda sobre seus rendimentos, e o LCI, que oferece isenção de Para conduzir nossa análise, investiremos no CDB por meio da plataforma do Mercado Pago, uma corretora afiliada ao Mercado Livre, e aplicaremos o LCI em um banco convencional.

É importante destacar que esta análise foi realizada em 13 de abril de 2023, quando a Taxa Selic foi inserida em 13,75% ao ano, e a taxa do CDI era de 13,64% ao ano.

É bastante comum que as pessoas guardem uma quantia de dinheiro para atingir algum objetivo futuro, seja em alguns meses ou anos. No entanto, muitas vezes, elas simplesmente deixam esse dinheiro parado em suas contas correntes, sem perceber que poderia aplicá-lo e obter rendimentos nesse período. Além disso, em alguns casos, mesmo quando decidem investir, falta conhecimento para escolher a opção mais adequada que gere maior rentabilidade e ajude a aumentar o patrimônio. É importante destacar que, ao investir com sabedoria, até mesmo um valor significativo pode fornecer rendimentos que contribuirão para alcançar outros objetivos adicionais. Contudo, é recomendável buscar informações sobre diferentes tipos de investimentos disponíveis, compreender seus riscos e retornos, e tomar decisões financeiras mais conscientes para aproveitar melhor o potencial do dinheiro investido.

4.1 Situação didática do senhor Paulo Cesar.

O senhor Paulo Cesar irá comemorar o aniversário de sua filha Beatriz no dia 20 de julho de 2023 e está com a intenção de contratar uma empresa de comemoração de eventos que cobra um valor de R\$ 5.000,00 para realizar este tipo de comemoração. No entanto, Cesar percebeu que possui exatamente esse valor em sua conta bancária e que os seus outros ganhos, durante este período, já estão comprometidos para outros objetivos. O seu único problema é que se ele contratar a empresa não terá recurso para comprar o presente da filha que irá custar R\$ 140,00. Sem saber o que fazer procurou uma sugestão de sua esposa Daniele que o sugeriu fazer um investimento do valor que dispõe e comprar o presente da filha com a rentabilidade. Com base na situação exposta mostre que:

- (a) Se ele investisse no CDB pela corretora do Mercado Pago que está pagando uma rentabilidade de 107% do CDI, isto é, $1,07 \cdot 13,64\% \text{ a.a.} = 14,6\% \text{ a.a.}$ irá pagar imposto de renda sobre a rentabilidade e não será possível comprar o presente de sua filha.

- (b) Se ele investisse no LCI, que é isento de imposto de renda para pessoas físicas, pelo Banco que está pagando 86% do CDI, isto é, $0,86 \cdot 13,64\% \text{ a.a.} = 11,73\% \text{ a.a.}$ será possível comprar o presente de sua filha.

4.2 Situação didática do senhor Fernando Araújo.

Fernando Araújo é funcionário público e comprou um apartamento financiado em 60 parcelas de R\$ 3.000,00 cada, há alguns anos, mas ainda restam pagar 12 parcelas. Fernando não esperava, mas recebeu no dia 31 de março de 2023, R\$ 18.000,00 do estado que trabalha. Este dinheiro é devido ao precatório (é um reconhecimento de uma dívida do poder público que surge de uma ação definitiva e irreversível) que o estado deveria ter pagado no passado e não pagou. Como Fernando é uma pessoa muito sábia, resolveu usar esta grana para liquidar seis parcelas das 12 que ainda restam do seu financiamento e pagar as demais depois de seis meses. Fernando, muito alegre, resolveu comentar o motivo da sua alegria com sua filha Maria Fernanda, que para sua surpresa sugeriu outra proposta. Sugeriu que ele aplicasse esse dinheiro durante seis meses e continuasse pagando as parcelas normalmente, sem usar esse dinheiro, e depois desse período efetuasse o pagamento das seis últimas parcelas, eliminando assim, todo o seu financiamento. No entanto, ela disse que a rentabilidade seria dela, pois estava com o objetivo de fazer um curso que custa R\$ 1.000,00 e não tinha o dinheiro para pagar e que também não queria atrapalhar o pagamento do seu financiamento. Então Fernando observou que a proposta dela era mais interessante que a dele, afinal os dois iria ganhar com

esse dinheiro. Imediatamente Fernando aceitou a proposta de sua filha com a condição de que iria a deixar fazer o investimento do dinheiro por conta própria, pois estava sem tempo de fazer o investimento. Assim sendo, mostre que:

- (a) se Fernanda investir esse dinheiro em CDB pela Corretora do Mercado Pago que está pagando uma rentabilidade de 107% do CDI, isto é, 14,6% *a.a.* irá poder pagar o seu curso, mesmo considerando o imposto de renda devido sobre sua rentabilidade ao final dos seis meses.

- (b) Se ela investisse no LCI, pelo Banco que está pagando 86% do CDI, isto é, 11,73% *a.a.*, também ira poder pagar o seu curso ao final de seis meses e neste caso, haverá uma diferença de um pouco mais de R\$ 11,00 a mais em relação ao investimento anterior.

4.3 Situação didática do senhor Ramos.

Ramos aproveitou a oportunidade de vender sua quitinete que não estava conseguindo alugar e vendeu acima do preço que a mesma estava avaliada. Sua quitinete estava avaliada em R\$ 20.000,00 e o mesmo não estava com o intuito de vendê-la. Mas, apareceu um comprador que ofereceu R\$ 26.000,00, logo Ramos não resistiu e resolveu vender. Como não estava com o intuito de negociar o imóvel, recebeu o dinheiro e ficou sem saber o que fazer. Sua esposa que é uma mulher muito sábia propôs que ele investisse o dinheiro durante um ano no mercado financeiro e durante este período ele pensaria o que iria fazer com o seu dinheiro. Assim, Ramos observou que poderia investir em CDB pela corretora Mercado Pago ou em LCI pelo Banco. Porém, o objetivo dele era obter o melhor lucro possível.

Mostre que se Ramos investir o valor em CDB, que não tem isenção de imposto de renda para pessoas físicas, será melhor que investir em LCI, que tem isenção de imposto de renda para pessoas físicas. Considere que o CDB pela corretora do Mercado Pago paga uma rentabilidade de 107% do CDI e que o Banco está pagando 86% do CDI.

5 Como obter sua auto previdência.

5.1 Teto pago pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS).

Todos nós devemos se preocupar com o nosso futuro e procurar meios para quando chegar a nossa velhice não tenhamos que ficar quebrado financeiramente. Atualmente as pessoas não se atentam quanto a isto e a sua aposentadoria corre o risco de ser baixa em relação ao seu salário atual. Aqueles que têm salário acima de R\$ 7.507,49, são os mais afetados e muitos deles nem sabem que existe esse teto. Este valor é exatamente o teto que o INSS paga as pessoas que se aposentam hoje, ou seja, o máximo que você poderá receber se for se aposentar ainda em 2023, é o valor do teto previdenciário, é o valor máximo que um beneficiário do INSS pode receber em 2023 após se aposentar. Este valor é corrigido todo ano pelo governo federal. O teto do INSS sofre alterações com base no INPC (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) do ano anterior, mensurado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Essa estatística ajuda a manter o poder de compra do beneficiário, corrigindo o valor do salário de acordo com a inflação dos produtos e serviços, tornando o salário proporcional ao mercado. Em janeiro de 2022 o teto era de R\$ 7.087,22, e em janeiro de 2023 foi reajustado em 10,18% passado a ser R\$ 7.507,49. Por esse motivo que devemos nos atentar e planejar uma auto previdência. Não seria nada razoável uma pessoa que recebe mais de R\$ 10.000,00 por mês, como salário, se aposentar e receber R\$ 7.507,49, por mês, será uma situação muito desagradável.

5.2 A regra dos 4%.

A **Regra dos 4%** é uma abordagem comum para o planejamento de aposentadoria e gestão de investimentos, amplamente discutida na área de finanças pessoais. Essa regra sugere um método para calcular o valor seguro para se retirar da carteira de investimentos durante a aposentadoria, mantendo a probabilidade de não esgotar os fundos ao longo do tempo. A ideia principal é que um indivíduo possa fazer retiradas anuais de 4% do valor total da carteira de investimentos no primeiro ano de aposentadoria. Nos anos seguintes, os saques serão ajustados pela inflação para manter o poder de compra. Essa abordagem assume um período de aposentadoria de 30 anos. A Regra dos 4% foi popularizada por William Bengen, um consultor financeiro americano, em um estudo publicado na revista *Journal of Financial Planning* em 1994. Ele conduziu várias simulações históricas considerando diferentes períodos econômicos, taxas de retorno e inflação, chegando à conclusão de que uma taxa de retirada inicial de 4%

é razoavelmente segura. Embora a Regra dos 4% tenha sido uma diretriz útil para muitas pessoas, é importante reconhecer que cada situação financeira é única. A eficácia da regra pode depender de fatores como a alocação de ativos, a expectativa de vida, as despesas individuais, a inflação futura e o desempenho dos investimentos. Para garantir uma aposentadoria tranquila, é recomendável buscar o auxílio de um planejador financeiro ou consultor especializado, que pode levar em consideração todos os aspectos pessoais e financeiros e auxiliar na elaboração de um plano adequado para a aposentadoria.

5.3 Planejando sua auto previdência.

Diante do exposto, uma alternativa das muitas outras, para obter sua auto previdência. Esse conceito foi sugerido por William Bengen e divulgado em 1994 no *Journal of Financial Planning*. Este método é uma boa alternativa para o momento atual (FIBRA, 2023).

A Auto previdência será entendida aqui como o ato ou a prática de alguém se planejar e se preparar para o futuro por conta própria, sem depender exclusivamente de sistemas previdenciários governamentais ou de terceiros. A auto previdência é importante porque, embora existam sistemas previdenciários governamentais em muitos países, esses sistemas podem não ser suficientes para garantir conforto financeiro na aposentadoria. Assim, assumir a responsabilidade pessoal pela própria segurança financeira no futuro é uma atitude prudente, essencial e sensata. A finalidade de uma auto previdência é que o investidor poderá juntar um patrimônio para poder ser investido na regra dos 4% que permite fazer retiradas anualmente.

Agora construiremos uma auto previdência investindo no tesouro selic que irá fornecer um montante para ser aplicando na regra dos 4%,.

Imagine que uma pessoa tenha um salário mensal de R\$ 10.000,00 e queira se aposentar com este mesmo salário. É notório que pelo INSS só ira obter R\$ 7.507,49, por mês, pois trata-se do seu teto. Veja que ainda restam R\$ 2.492,51, vamos arredondar para R\$ 2.500,00, para complementar o seu salário. Para obter essa complementação iremos fazer uma auto previdência e sem depender de nenhum tipo de burocracia, pois isso é possível e bastante simples de ser feito, no entanto, a pessoa dever ser muito paciente e deve deixar o seu dinheiro investido até o dia da sua aposentadoria. Se ela quer um salário, pela auto previdência, de R\$ 2.500,00 por mês então, na verdade a pessoa quer R\$ 30.000,00, por ano. Esse valor anual deve corresponder aos seus 4% *a.a.* do montante obtido durante todo esses anos. Mas para obter esse montante é muito simples, basta aplicar uma regra de três simples, veja:

<i>Taxa (%)</i>	<i>Dinheiro (R\$)</i>				
4 30.000	⇒	$\frac{4}{100} = \frac{30.000}{M}$	⇒	$M = 750.000$, ou
100 M				

seja, o montante será de R\$ 750.000,00.

É normal imaginar que esse montante será impossível de obter, pelo fato de ser um valor muito alto, porém não é bem assim, pois o investidor terá muito tempo para juntar esta renda. Lembre-se ainda que nem citamos as rentabilidades que o mesmo irá obter durante todo esse período. Para fazer os devidos cálculos iremos considerar o regime de juros compostos e assumir a taxa selic seja constante até o final da aplicação. Lembre-se que essa é a pior das hipóteses que pode acontecer, logo teremos uma renda superior da que iremos obter com este cálculo.

Considerando o regime de juros compostos já estudado no capítulo 1, temos que

$$M = C(1 + i)^t$$

De modo que M é o montante, C o capital, i a taxa e t o tempo de um investimento. Daí decorre que:

Considerando que o investidor irá depositar o mesmo valor todo mês, então em trinta anos, que equivale a 360 meses, teremos $M_0 + M_1 + M_2 + \dots + M_{359} = 750.000$.

Logo, $C_0(1 + i)^0 + C_1(1 + i)^1 + C_2(1 + i)^2 + \dots + C_{359}(1 + i)^{359} = 750.000$, como a taxa é a selic, que está valendo 13,75% *a.a.*, que por sua vez é equivalente a 1,17% *a.m.*, então $C_0(1,0117)^0 + C_1(1,0117)^1 + C_2(1,0117)^2 + \dots + C_{359}(1,0117)^{359} = 750.000$, admitindo que $C_0 = C_1 = C_2 = \dots = C_{359} = p$, obtemos

$p[(1,0117)^0 + (1,0117)^1 + (1,0117)^2 + \dots + (1,0117)^{359}] = 750.000$, observe que $(1,0117)^0 + (1,0117)^1 + (1,0117)^2 + \dots + (1,0117)^{359}$ é a soma dos 360 termos de uma *PG* de razão 1,0117, logo

$$\begin{aligned} (1,0117)^0 + (1,0117)^1 + (1,0117)^2 + \dots + (1,0117)^{359} &= \frac{(1,0117)[(1,0117)^{360} - 1]}{1,0117 - 1} \\ &= \frac{(1,0117)^{361} - 1,0117}{0,0117} \\ &\cong 5.608,56. \end{aligned}$$

Com isso tem-se que $5.608,56p = 750.000$, logo $p \cong 133,73$. Ou seja, o investidor deve depositar R\$ 133,73 mensalmente durante 30 anos para obter uma renda de R\$ 750.000,00 e assim aplicar na regra dos 4%. Contudo o investidor irá obter sua auto previdência que renderá

R\$ 30.000,00 por ano, quando for aplicado na regra dos 4% e assim lhe permitira fazer retiradas de R\$ 2.500,00 mensalmente. Desta forma, o investidor se aposentará com um salário de R\$ 10.000,00, sendo R\$ 7.507,49, pelo INSS e R\$ 2.500,00, pela sua auto previdência, conforme o planejado inicialmente.

6 Conclusão.

Ao longo deste trabalho, foi possível compreender a importância dos investimentos financeiros como uma estratégia fundamental para buscar novas oportunidades de recursos que por sua vez tornaram-se oportunidades de resolver situações do cotidiano. A análise das diferentes modalidades de investimentos de baixos riscos, como títulos, permite identificar que a diversificação é uma prática essencial para a construção de uma carteira de investimentos sólidos e interessante. Essa diversificação dos investimentos é uma possibilidade que faz os investidores reduzir os riscos e maximizar o potencial de retorno, adaptando-se às condições do mercado e aos seus objetivos financeiros que é aumentar o seu capital. Essa pesquisa também destacou a importância de uma abordagem sentida e embasada na tomada de decisões de investimento. O conhecimento dos princípios básicos, a compreensão das métricas de desempenho e a análise criteriosa dos fundamentos das empresas são fatores determinantes para a obtenção de resultados consistentes ao longo do tempo.

Diante do exposto, podemos concluir que os investimentos financeiros desempenham um papel fundamental na busca pela oportunidade econômica e na conquista de objetivos. Outro ponto relevante destacado é a necessidade de estabelecer metas financeiras claras para perfil do investidor. A definição de um plano estratégico e o acompanhamento periódico dos investimentos são medidas indispensáveis para alcançar o sucesso financeiro em longo prazo.

Outro fato que é fundamental é que ao iniciar um investimento o investidor se expõe aos riscos inerentes ao mercado financeiro, e a instrução de retornos expressivos pode não ser atendida. Portanto, é necessário que o investidor esteja disposto perder ou ganhar. Antes de tudo, ter paciência para enfrentar as flutuações do mercado é essencial.

Por fim, O estudo dos investimentos financeiros desenvolvido neste trabalho revelou uma ferramenta valiosa para quem busca ampliar seus conhecimentos sobre o mundo das finanças e tomar decisões mais conscientes em relação ao seu patrimônio. Ao aplicar os princípios e estratégias conduzidas aqui, é possível criar uma base sólida para a construção de sua própria auto previdência. Mostramos existem alternativas para complementar a aposentaria oferecida pelo INSS. O investimento financeiro, com suas constantes evoluções, oferece uma gama de opções de investimentos, cada uma com suas características e riscos específicos, mas mesmo assim faz com que as pessoas não sejam vítimas das decisões tomadas pelas autoridades governamentais.

Referências

- BASE Nacional Comum Curricular. 2017. Brasília: Ministério da Educação. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_%E2%80%9C_EI_%E2%80%9C_110518_%E2%80%9C_versaofinal_%E2%80%9C_site.pdf.
- BIGODE, ANTÔNIO. *Matemática nas finanças*. 2012. Disponível em: <https://objetoseducaionais2.mec.gov.br/handle/mec/12534> . Acesso em: 21 de janeiro 2023.
- BONA, A. *O que o FGC protege de verdade? Descubra!* 2019. Disponível em: <https://andrebona.com.br/o-que-o-fgc-protege-de-verdade-descubra/> . Acesso em: 18 de Janeiro 2023.
- EXPERT. *EXPERT*. 2023. Disponível em: <https://expert.xpi.com.br/>. Acesso em: 13 de fevereiro de 2023.
- FIBRA. *fibra previdência complementar*. 2023. Disponível em: <https://pedemeia.fundacaoitaipu.com.br/>. Acesso em: 27 de abril de 2023.
- GUIDE. *GUIDE Investimentos*. 2023. Disponível em: <https://www.guide.com.br/>. Acesso em: 15 de janeiro 2023.
- IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. *Fundamentos de matemática elementar, Vol. 11*. [S.l.]: Atual, 2013.
- MASTER. *golpes bancários*. 2023. Disponível em: <https://www.bancomaster.com.br/>. Acesso em: 07 de maio de 2023.
- MATIAS, W. F.; GOMES, J. M. *Matemática financeira. São Paulo, 2002*.
- NETO, A. B. N. Contribuições da matemática financeira e da educação financeira para jovens que vão entrar no mercado de trabalho. Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB, 2021.
- NUINVEST. *NUinvest*. 2023. Disponível em: <https://www.nuinvest.com.br/>. Acesso em: 01 de abril de 2023.