

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS - DCEX
COLEGIADO DO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

DA CONTA DE LUZ À GESTÃO FINANCEIRA: INTEGRANDO
EDUCAÇÃO FINANCEIRA AO CONSUMO DE ENERGIA.

Ilhéus-BA
2023

VINICIUS ANUNCIÇÃO BARBOSA

DA CONTA DE LUZ À GESTÃO FINANCEIRA: INTEGRANDO
EDUCAÇÃO FINANCEIRA AO CONSUMO DE ENERGIA.

*Dissertação submetida ao Colegiado do PROFMAT da
Universidade Estadual de Santa Cruz, com objetivo de
obter título de mestre.*

Orientadora: Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello

*Ilhéus-Bahia
2023*

B238

Barbosa, Vinicius Anunciação.

Da conta de luz á gestão financeira: integrando educação financeira ao consumo de energia / Vinicius Anunciação Barbosa. – Ilhéus, BA: UESC, 2023.
78 f. : il. ; anexos.

Orientadora: Mirela Vanina de Mello.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Inclui referências e apêndices.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática financeira. 3. Educação financeira. 4. Energia elétrica – Consumo. I. Título.

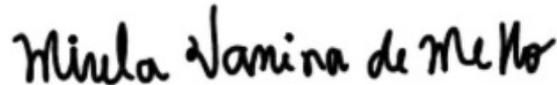
CDD 510.7

VINICIUS ANUNCIÇÃO BARBOSA

DA CONTA DE LUZ À GESTÃO FINANCEIRA: INTEGRANDO
EDUCAÇÃO FINANCEIRA AO CONSUMO DE ENERGIA

Dissertação apresentada ao Departamento de
Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade
Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de
Título de Mestre em Matemática, através do
PROFMAT - Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional.

Trabalho Aprovado. Ilhéus, 12 de Setembro de 2023:



Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello - orientadora - UESC



Prof. Dr. Cleber Fernando Colle - UERJ



Prof. Dr. Vinicius Augusto Takahashi Arakawa - UESC

Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.
(Lobachevsky)

Agradecimentos

Inicialmente, agradeço a Deus pelo o dom da vida, por sempre me dar paciência nos momentos de incertezas, pela sua proteção em cada viagem realizada, enfim, por toda força que me impulsionou a alcançar essa vitória.

À minha esposa Jhennifa B. de Araújo Anunciação e meus filhos, Enzzo, Giovanna e Henrique, pelo amor, carinho, compreensão e todo incentivo nos momentos difíceis.

Aos meus pais, Salvador S. Anunciação e Maria Helena C. dos Santos Anunciação, por todas as orações, incentivo e por me ensinarem a lutar pelos meus sonhos com dignidade.

Ao meu irmão Ivan Anunciação (In memoriam), pelo companheirismo, escuta e prontidão nas ocasiões em que precisei.

Ao Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira, em especial à direção pedagógica e aos alunos que participaram diretamente deste trabalho.

Aos meus colegas de turma no PROFMAT, Marivaldo, Reinado, Silvana e Diego, pela troca de experiências e por toda disposição em ajudar.

A toda equipe de professores e coordenação do PROFMAT, que não mediram esforços para transmitirem seus conhecimentos agregando novas experiências em minha prática docente e que sempre me incentivaram exaltando o meu potencial.

A minha orientadora, Profa. Dra. Mirela Vanina de Mello, pela atenção, disposição, ensinamentos e principalmente pela paciência que sempre teve comigo.

A CAPES e UESC por disponibilizar uma estrutura que contribuiu muito para os meus estudos.

Por fim, a todos àqueles não citados aqui, que desprenderam de algum tempo e me ajudaram direta ou indiretamente nesta conquista.

Resumo

A humanidade como um todo passa por contantes mudanças que afetam direta ou indiretamente a qualidade de vida, grande parte dessas mudanças estão atreladas a dinâmica do setor financeiro. Portanto, a proposta deste trabalho é apresentar um estudo contextualizado dos principais conceitos de Matemática financeira, para que de fato, os estudantes, em especial do ensino médio, possam aplicar tais conhecimentos às situações cotidianas. Desta forma, utilizamos algumas orientações e diretrizes contidas na BNCC em torno da Educação Financeira, que se configura como um conjunto de conhecimentos que elevam a capacidade do aluno em realizar planejamentos e fazer escolhas de forma racional diante de uma transação financeira. Nesta perspectiva, optamos por um sequência didática que abordasse os principais conceitos de Matemática Financeira contextualizados com a economia no consumo de energia elétrica. Partindo do conhecimento prévio dos alunos, desenvolvemos várias atividades desde análise e cálculo dos encargos de uma conta de luz até a criação de simuladores de financiamentos. Esperamos que este trabalho contribua com o docente que queira trabalhar com a Educação financeira dentro deste viés, bem como, com os alunos e seus familiares que precisam lidar de forma assertiva na gestão dos seus recursos financeiros.

Palavras-chave: Matemática financeira, Educação financeira, sequência didática, economia, consumo de energia.

Abstract

Humanity as a whole undergoes constant changes that directly or indirectly affect the quality of life, most of these changes are linked to the dynamics of the financial sector. Therefore, the purpose of this work is to present a contextualized study of the main concepts of financial mathematics, so that, in fact, students, especially high school students, can apply such knowledge to everyday situations. In this way, we use some orientations and guidelines contained in the BNCC around Financial Education, which is configured as a set of knowledge that increases the student's ability to plan and make rational choices in the face of a financial transaction. In this perspective, we opted for a didactic sequence that approached the main concepts of Financial Mathematics contextualized with the economy in the consumption of electric energy. Based on the students' prior knowledge, we developed several activities from analysis and calculation of charges on an electricity bill to the creation of financing simulators. We hope that this work will contribute to the teacher who wants to work with financial education within this bias, as well as with students and their families who need to deal assertively in the management of their financial resources.

Keywords: Financial mathematics, financial Education, didactic sequence, economics, energy consumption.

Sumário

Introdução	10
1 Revisão Bibliográfica	14
1.1 A Matemática Financeira no ambiente escolar	14
1.2 A Educação Financeira na Educação básica	15
1.3 A sequência didática na promoção de uma aprendizagem significativa	17
2 Matemática financeira	19
2.1 Razão e proporção	19
2.2 Porcentagem	20
2.3 Acréscimos e descontos	20
2.4 Juros	22
2.4.1 Juros simples e Juros compostos	23
2.4.2 Juros e funções	25
2.5 Sistemas de Amortização	28
3 Proposta de sequência didática	31
3.1 Sequência Didática: A Educação Financeira no consumo de energia elétrica.	32
4 Análise da evolução de aprendizagem	44
4.1 A importância do pré-teste e pós-teste na sequência didática	44
4.2 Análise dos dados (Formulário de sondagem)	45
4.3 Análise dos dados (Teste final e autoavaliação)	50
Considerações Finais	58
Referências Bibliográficas	60
Apêndice A Avaliações.	62
A.1 Teste de sondagem	62
A.2 Teste final	65
Apêndice B Listas de exercícios	68
B.1 Como se compõe o valor a pagar por um talão de energia elétrica?	68
B.2 Calculando o custo de energia elétrica de um aparelho eletrônico.	70

Apêndice C Tutoriais para manipulação das planilhas eletrônicas	72
C.1 Tutorial para o cálculo do custo benefício do uso da energia solar fotovoltaica	72
C.2 Tutorial para criação de um simulador de financiamento	76

Introdução

Ao longo do tempo, a constante investigação, experimentação, generalização e formulação de leis, que explicam os diversos fenômenos que nos cercam, vêm garantindo a evolução da sociedade como um todo. Em qualquer área de estudo, o conhecimento só se torna significativo para a sociedade quando pode ser compartilhado e usado para a melhoria das condições de vida de seus indivíduos.

No mundo atual, o professor desempenha um papel de extrema importância, o de levar o aluno por meio do processo de ensino aprendizagem a uma condição em que possa construir conhecimento e atuar como um agente transformador do meio em que vive. Neste sentido, a prática docente tem se tornado cada vez mais desafiadora. Constantemente nos deparamos na sala de aula com alunos desmotivados e com baixo rendimento nas mais diversas áreas do conhecimento. Nas disciplinas que dependem da apropriação de alguns objetos matemáticos para seu desenvolvimento e compreensão, a situação se torna ainda mais crítica. A elaboração deste trabalho parte desta inquietação.

Por muito tempo, trabalhei nos anos finais do Ensino Fundamental II em algumas escolas municipais e particulares no Município de Teixeira de Freitas no extremo Sul da Bahia. Nesta experiência, percebia sempre uma boa receptividade por parte dos alunos aos métodos e atividades propostas na disciplina de matemática. Mas, no início de 2019, quando comecei a trabalhar no ensino médio da rede estadual, percebi uma realidade bem diferente, caracterizada por uma acentuada falta de interesse nas aulas de matemática. Com a suspensão das aulas presenciais em março de 2020 devido à pandemia de COVID-19, e retorno em meados de 2021 no formato remoto, a situação só se agravou.

Este momento coincidiu com o início do meu trabalho no Colégio da Polícia Militar Anísio Teixeira, onde leciono atualmente. Em 2019, esta unidade foi escolhida como escola piloto no município de Teixeira de Freitas – BA na implementação de alguns Itinerários formativos. Dentre as novas orientações propostas pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular) à educação brasileira, a oferta dos itinerários se caracteriza como principal mudança no NEM (Novo Ensino Médio).

De acordo com BRASIL (2019) a carga horária no NEM será dividida entre a parte comum constituída das disciplinas obrigatórias com 1800 horas e mais 1200 horas para a parte diversificada do currículo atribuída aos itinerários formativos que se caracterizam como conjuntos de unidades curriculares, que tem por objetivos aprofundar e ampliar aprendizagens, consolidando a formação integral do aluno.

O componente curricular *Matemática Aplicada às Ciências Humanas* é uma disciplina eletiva dentro do itinerário de matemática e suas tecnologias na escola. Ao assumir esta disciplina já em 2021, fui em busca de material e experiências que pudesse utilizar em minha prática. Analisando as possibilidades de conteúdos a serem explorados, escolhi o conteúdo de

Matemática Financeira para a elaboração de um trabalho específico, afinal, este é um tema diretamente ligado às Ciências Humanas e Sociais, pois o conhecimento financeiro e gestão dos recursos impactam na qualidade de vida e, conseqüentemente, nas relações pessoais nas quais o indivíduo está inserido.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio apontam, que:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 2000 apud CERQUEIRA, 2020)

Nesta perspectiva, entende-se que o trabalho com este tema se justifica, pois a promoção do estudo em torno do conhecimento financeiro estimula uma postura mais ativa e autônoma do aluno perante os desafios cotidianos, levando-os a refletir sobre a gestão dos recursos, hábitos de consumos e, quando inseridos no mercado de trabalho, em seu projeto de vida.

Após a escolha do conteúdo a ser abordado, optamos por trabalhá-lo numa sequência didática de forma contextualizada. Escolhemos como tema norteador desta sequência: *A Educação Financeira no consumo de energia elétrica*.

É indiscutível que a maioria das coisas ao nosso redor existem ou funcionam por conta da energia elétrica. O uso deste recurso sem desperdícios é importante tanto nos aspectos econômicos como nos aspectos ambientais, uma vez que o uso racional da energia elétrica promove uma redução no valor da fatura mensal, além de contribuir com a manutenção dos recursos naturais.

Essa proposta apresentada objetiva criar um material que possa auxiliar os professores de Matemática e disciplinas afins, a ministrarem aulas de forma mais significativa e dinâmica, fortalecendo por meio das tarefas propostas o diálogo entre as áreas de “Ciências Humanas e Sociais Aplicadas” e de “Matemática e suas Tecnologias”, explorando processos como: pesquisa e investigação, análises críticas, argumentação, pensamento computacional entre outros.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. No primeiro capítulo, encontra-se a nossa revisão bibliográfica, onde trazemos algumas reflexões sobre o desenvolvimento da Matemática Financeira ao longo dos tempos, bem como sua contribuição no contexto escolar. Neste capítulo abordaremos também a Educação Financeira na Educação básica que tanto favorece a formação crítica do aluno no ensino médio. Por fim, falaremos da sequência didática que se configura como um instrumento metodológico pelo qual a aprendizagem dos conteúdos toma um novo significado ao se conectar com as vivências dos alunos.

No segundo capítulo, apresentamos alguns conteúdos de Matemática Financeira que serão contemplados nas tarefas desenvolvidas dentro da sequência didática. Para uma melhor assimilação da proposta, trabalhamos com exemplos contextualizados em conexão com o tema norteador da sequência didática: *A Educação Financeira no consumo de energia elétrica*.

No terceiro capítulo, discorreremos sobre a motivação em se trabalhar com sequência didática nesta modalidade de ensino. Em seguida, apresentamos um relato de experiências vivenciadas ao longo da sequência didática organizada em oito etapas. No final de cada uma

dessas etapas trazemos um breve relato dos pontos relevantes vivenciados durante aplicação da mesma.

No quarto e último capítulo, falamos inicialmente sobre a importância do pré e pós teste na sequência didática. Em seguida, apresentamos a evolução da aprendizagem dos alunos durante todo o trabalho por meio da análise e discussão dos resultados que os alunos obtiveram no teste de sondagem e na avaliação final. Para isso utilizamos alguns gráficos e tabelas que facilitassem a visualização desses resultados. No final do capítulo apresentamos ainda alguns trechos de falas dos alunos colhidos durante um momento de autoavaliação.

Por fim, tecemos nossas considerações finais em torno da experiência em se trabalhar com a sequência didática, desde o momento da elaboração até a exposição e análise dos resultados.

Capítulo 1

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, discorreremos inicialmente sobre o surgimento da Matemática Financeira e sua importância no contexto escolar para o desenvolvimento da humanidade como um todo. Na sequência, abordaremos como a Educação Financeira se consolidou na Educação básica brasileira, e também sua importância na formação crítica do aluno, que durante o ensino básico precisa desenvolver habilidades e competências relacionadas a gestão financeira e consumo consciente. Por fim, discutiremos o conceito de Sequência Didática (SD), bem como, sua importância como recurso metodológico na Educação básica, em especial nas aulas de Matemática.

1.1 A Matemática Financeira no ambiente escolar

Ao longo do tempo o ser humano sempre teve a preocupação de mensurar sua riqueza. Vários escritos apontam que na pré-história ele já utilizava técnicas e instrumentos para tal. A necessidade de consumo aliada a obsessão por acúmulo de riquezas levaram às primeiras negociações comerciais. Com o desenvolvimento de práticas artesanais e culturais nas primeiras civilizações, diferentes grupos de habitantes começaram a trocar suas mercadorias por outras também necessárias, este processo como forma de comércio, sem uso de uma moeda, chama-se escambo e perdurou por muito tempo entre povos de várias civilizações (IFRAH, 2005).

A partir de então, a criação e uso de uma moeda que inicialmente era equivalente a uma soma de ouro ou prata que certa civilização possuía, facilitou o desenvolvimento das relações comerciais, tornando possível estabelecer a equivalência entre riquezas e mercadorias de diferentes povos. Dessas primeiras atividades comerciais até os dias atuais, a Matemática tem auxiliado a humanidade a compreender as principais características dos regimes econômicos ao longo do tempo. O ramo da Matemática que estuda o valor do dinheiro no decorrer do tempo é a Matemática Financeira. Como define Guedes,

[...] a Matemática Financeira é um campo da Matemática assim como álgebra, aritmética, geometria para estudar o valor do dinheiro ao longo do tempo. Ela fornece ferramentas para a compreensão e aplicação deste estudo. Seria um conjunto de técnicas e formulações, com o objetivo de resolver problemas matemáticos relacionados a finanças em geral. (GUEDES, 2020, p. 32)

Portanto, como aponta Guedes, o estudo da Matemática financeira permite que o sujeito tenha maiores condições de compreender as relações econômicas e financeiras no meio em que vive. Em se tratando do ambiente escolar, este tema assume um papel fundamental na formação do aluno no Ensino Básico. Na medida que os conceitos fundamentais estudados na Matemática Financeira são sistematizados e vinculados a situações reais cotidianas, o aluno assume uma postura questionadora, passando a refletir e agir com prudência no uso do dinheiro.

É imprescindível que ao final do Ensino básico o estudante seja capaz de agir de forma consciente ao fazer uso das operações financeiras básicas aprendidas ao longo de sua vida escolar, de fato, a falta de habilidades para aplicar tais conhecimentos pode culminar em grandes prejuízos financeiros, que conseqüentemente comprometerão de forma negativa a qualidade de vida deste aluno no futuro.

Nesta linha, os Parâmetros Curriculares Nacionais já apontavam que a Matemática deveria ser trabalhada de tal forma que promovesse uma formação que auxiliasse o aluno na tomada de decisões conscientes no tocante a gestão de seus recursos, como é orientado no tema transversal *Trabalho e consumo*. Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular, esta temática é retomada, ela vem ganhando espaço nas escolas brasileiras em todas as anos do Ensino Fundamental e Ensino Médio por meio de projetos voltados à Educação Financeira. A própria BNCC atribui uma enorme importância para este tema, como podemos observar no seguinte trecho.

Há hoje mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual. (BRASIL, 2019, p. 568)

A partir dessa orientação, fica evidente que o estudo dos principais conceitos de Matemática financeira ganha novo sentido quando aplicado em situações reais vivenciadas pelos estudantes, o que permite que os mesmos façam escolhas conscientes levando em consideração o bem-estar financeiro e, conseqüentemente, a qualidade de vida. Isto justifica a inserção do componente Educação Financeira nos currículos das escolas brasileiras, componente esse que será discutido na seção seguinte.

1.2 A Educação Financeira na Educação básica

No Brasil, a discussão em torno de Educação Financeira ganhou status de política de estado à partir da criação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), instituída pelo Decreto Federal 7.397/2010 e renovada pelo Decreto Federal nº 10.393, de 9 de junho de 2020. A ENEF pode ser entendida como uma mobilização em torno da promoção de ações de educação financeira, securitária, previdenciária e fiscal no Brasil. Conforme a Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), a Educação Financeira é definida como

[...] o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que,

com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro. (OCDE, 2005, p. 4)

Nesta perspectiva, o estudo da Educação Financeira permite que o aluno, em especial do ensino médio que está prestes a entrar no mercado de trabalho, desenvolva competências e habilidades para agir de maneira prudente na gestão de suas finanças, evitando um endividamento excessivo. Em complemento a esta ideia, o Banco Central do Brasil (BACEN) afirma que

A educação financeira pode trazer diversos benefícios, entre os quais, possibilitar o equilíbrio das finanças pessoais, preparar para o enfrentamento de imprevistos financeiros e para a aposentadoria, qualificar para o bom uso do sistema financeiro, reduzir a possibilidade de o indivíduo cair em fraudes, preparar o caminho para a realização de sonhos, enfim, tornar a vida melhor. (BACEN, 2013, p. 12)

De acordo com essa ideia, a Educação Financeira deve ir além da teoria de seu funcionamento e, de fato, ser utilizada na prática, auxiliando nas tomadas de decisões. Assim, por meio dela, o aluno é orientado a usar de forma crítica e consciente o dinheiro, agindo de maneira racional e prudente com suas finanças pessoais, contribuindo com o desenvolvimento econômico e social de seu país. Dessa forma, participa mesmo que indiretamente da melhoria da qualidade de vida de cada cidadão.

Numa sociedade onde os padrões inconscientes de consumo afetam de forma geral o bem-estar na vida dos indivíduos, se faz necessário o aprimoramento da compreensão acerca da gestão consciente do dinheiro, bem como uma reflexão sobre os hábitos de consumo.

Diferente da Matemática Financeira que se restringe ao uso de conceitos e fórmulas aplicadas para calcular por exemplo juros embutido em um financiamento ou saber o valor de uma dívida ao longo do tempo, a Educação Financeira está relacionada também a hábitos, emoções e atitudes. O professor é peça chave na implementação do programa de educação financeira na escola, inicialmente a proposta deve fazer sentido pra ele, e posteriormente é necessário que tenha ciência que a Educação Financeira

[...] constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem. (SILVA; POWELL, 2013, p. 13)

Portanto, é importante que o docente que pretende trabalhar com essa temática em suas aulas, tenha uma formação adequada, para que possa desenvolver este estudo de forma estruturada, com metodologia e, principalmente, para que utilize tais conhecimentos nas suas vivências diárias. só assim terá propriedade para repassar aos estudantes.

Outro aspecto importante da educação financeira nas escolas é que não só os alunos mas também seus familiares participam indiretamente do processo de ensino aprendizagem. Na medida que aprende, o aluno se sente motivado a partilhar suas experiências em casa. Esta dinâmica permite que seus pais e os que estão a sua volta também aprendam com base nas propostas e reflexões desenvolvidas na sala de aula, desfazendo um retrocesso cultural que limita as discussões sobre o uso do dinheiro nas conversas cotidianas.

1.3 A sequência didática na promoção de uma aprendizagem significativa

O processo de ensino-aprendizagem da matemática requer do estudante um conjunto de ações que vão além da decoração de f ormulas, conceitos e da repetição de exercícios. Nesta disciplina, os conteúdos estão interligados. Portanto, assuntos vistos em anos anteriores devem ser retomados com maior complexidade em anos subsequentes. Nesta dinâmica, cabe ao professor a adoção de uma postura mediadora, averiguando o conhecimento que o aluno det m sobre o conteúdo proposto. Dessa forma, se faz necessária a diversificação das metodologias para que o aluno que não obteve êxito no estudo de um determinado conteúdo possa revê-lo dentro de uma nova proposta, que possibilite a criação de novos significados e, conseqüentemente, a consolidação da aprendizagem do mesmo.

Quais ferramentas dispomos pra que essa dinâmica seja mais significativa e promova uma participação ativa dos alunos nas aulas de Matemática? O docente resolver  essa questão com êxito quando o seu planejamento conectar os conteúdos ministrados com as reais necessidades dos estudantes. Uma estratégia que pode ser eficaz para resolver esta situação, é o trabalho com a sequência didática.

De acordo com Zabala (1998), uma sequência didática pode ser entendida como um conjunto de tarefas ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de objetivos educacionais específicos, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos aluno.

Oliveira (2013) define uma sequência didática como

[...] um procedimento para sistematização do processo ensino aprendizagem, sendo de fundamental importância a efetiva participação dos alunos. Essa participação vai desde o planejamento inicial informando aos alunos o real objetivo da realização da sequência didática no contexto da sala de aula, até o final da sequência para avaliar e informar os resultados". (OLIVEIRA, 2013, p.39)

Portanto, o primeiro passo que adotamos ao se trabalhar com a sequência didática foi realizar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, organizar um conjunto de atividades contextualizadas com problemas desafiadores. Na medida que avançamos nas etapas da sequência, foi importante aumentar o grau de dificuldade das tarefas e orientações, promovendo assim uma melhor compreensão da temática proposta.

Neste sentido,   imprescindível que o professor defina uma situação-problema que faz parte do cotidiano do aluno, para nortear as ações durante a aplicação da sequência didática. Nesta perspectiva, Giordan, Guimarães e Massi (2011) definem a sequência didática como

”[...] conjunto de atividades articuladas e organizadas de forma sistemática em torno de uma problematização central”. Portanto, é preciso problematizar no sentido de

trazer o conhecimento para o contexto do alunado, buscar indagações que imprimam sentido ao conhecer. Dessa forma, podem-se construir relações entre o conhecimento científico e a realidade (cultural, social e mesmo histórica) do alunado. A problematização é o agente de interlocução entre os conhecimentos científicos e de outras culturas provenientes das realidades sociais nas quais a comunidade escolar se encontra inserida. (GIORDAN; GUIMARÃES; MASSI, 2011)

Por isso, é necessário que o docente tenha em vista o que se pretende alcançar com seu grupo de aluno, questionando-se quais seriam os temas mais relevantes para determinada faixa etária, ou se faz sentido a discussão deste tema no contexto da escola que trabalha, ou até mesmo quais materiais, espaços e tempos seriam necessários. Essas e outras questões devem ser levadas em conta ao se estruturar uma sequência didática.

Vale mencionar que de acordo com a Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic) realizada pela Agência Brasil (2023), em Abril de 2023, o percentual de famílias com dívidas (em atraso ou não) no Brasil era de 78,3%, e o percentual de famílias com dívidas em atraso era de 29,1% neste mesmo período. Levando em consideração este cenário, o trabalho com a temática *Economia no consumo de energia elétrica* no Ensino Médio por meio de uma sequência didática se justifica como uma alternativa para que os alunos se apropriem de novos hábitos de consumo voltados a economia no uso de produtos e serviços no seu cotidiano. Como aponta Diuana (2022),

Entre 2018 e 2022, tanto a tarifa de energia elétrica média, quanto o preço do gás residencial tiveram um aumento superior a 40%, o que foi penoso para muitas famílias no Brasil. A energia é um bem fundamental para garantir uma boa condição de vida para as pessoas, e seu uso está relacionado a benefícios na saúde, educação e até na renda das famílias. (DIUANA, 2022)

Esta situação deve ser trabalhada com bastante atenção, pois sabemos que o acesso e consumo de energia elétrica são essenciais para a realização de atividades cotidianas. Portanto, a sequência didática proposta se consolida como um importante instrumento metodológico no ensino da Matemática Financeira através de uma estrutura interativa e dinâmica, visando estimular uma participação mais ativa dos alunos nas aulas de Matemática e utilizar os conhecimentos vistos no ambiente escolar nas suas vivências diárias.

No próximo capítulo, discorreremos sobre os principais conceitos de Matemática Financeira, apresentando ao final de cada seção alguns exemplos contextualizados com consumo de energia elétrica.

Capítulo 2

Matemática financeira

O estudo da Matemática financeira é de grande importância para o estudante em qualquer lugar do mundo, mas num país em desenvolvimento como o Brasil, que sofre tanto com as mudanças repentinas do setor financeiro, este conhecimento se torna vital, pois impacta diretamente a nossa qualidade de vida. Por isso, é muito importante ter uma postura consciente e ativa no que diz respeito às transações financeiras vivenciadas no cotidiano. Ao longo deste capítulo, serão apresentados os principais conceitos desta temática, conceitos esses que darão suporte ao trabalho que será desenvolvido em toda sequência didática. Para isso, utilizaremos como referência nesta seção o livro *Matemática Comercial, Matemática Financeira, estatística descritiva*, volume 11, da coleção Fundamentos da Matemática Elementar, dos autores Iezzi, Hazzan, Degenszajn (2013), o livro didático *Grandezas, sequências e Matemática Financeira*, da coleção Matemática Interligada (2020), o livro *Estatística e Matemática Financeira*, da coleção Matemática em contextos, dos autores Dante e Viana (2020) e também a dissertação *Uma proposta de abordagem da Matemática Financeira e Educação Financeira no Ensino Médio*, Cerqueira (2020).

2.1 Razão e proporção

Definição 2.1 *Sejam dois números inteiros a e b , com $b \neq 0$, chamamos de **razão** entre a e b , nessa ordem, ao quociente indicado por $\frac{a}{b}$.*

Definição 2.2 *Dadas as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, à sentença de igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chamamos de **proporção**. Os valores a e d são denominados **extremos**, e b e c são chamados de **meios**.*

Consideremos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com b e d diferentes de zero. Vale a seguinte propriedade: Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então $ad = bc$; isto é, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Essa propriedade é conhecida como **propriedade fundamental das proporções**.

Exemplo 2.1 *Uma família tem renda mensal de R\$3185,00. Num mês com indicativo de bandeira tarifária vermelha, a família gastou $\frac{2}{13}$ de sua renda mensal com energia elétrica.*

Quanto essa família gastou com energia elétrica neste mês considerado?

Resolução: Seja x o valor pago pelo talão de energia no mês considerado. Pela propriedade fundamental das proporções, temos:

$$\begin{aligned}\frac{x}{3185} &= \frac{2}{13} \\ x \cdot 13 &= 3185 \cdot 2 \\ 13x &= 6370 \\ x &= 490.\end{aligned}$$

Portanto, a família gastou R\$490,00 com energia elétrica no mês considerado.

2.2 Porcentagem

As razões de denominador 100 são chamadas de razões centesimais, taxas percentuais ou simplesmente de **porcentagens**. As porcentagens costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (lê-se “por cento”).

As porcentagens também costumam ser expressas sob a forma decimal, obtida dividindo-se o numerador por 100. Essa é a maneira habitual quando se utiliza uma calculadora. Por exemplo:

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03 \quad \text{e} \quad 27,5\% = \frac{27,5}{100} = 0,275.$$

Exemplo 2.2 Suponhamos que o valor pago pela energia consumida numa residência num determinado mês foi R\$ 230,00. Sabendo que no mês seguinte os moradores conseguiram reduzir em 8% este valor, determine a quantos reais corresponde esta redução.

Resolução: O valor de 8% sobre os R\$230,00, corresponde à divisão do preço por 100, tomando 8 partes, isto é:

$$8\% \text{ de } 230 \Leftrightarrow 8 \cdot \frac{230}{100} = \frac{8}{100} \cdot 230 = 18,4.$$

Portanto, a família conseguiu reduzir a conta em R\$18,40.

De modo geral, calcular $a\%$ de x corresponde a multiplicar $\frac{a}{100}$ por x .

2.3 Acréscimos e descontos

Quando é preciso atualizar o valor pago a um bem ou serviço, a fim de se obter um lucro desejado, utilizamos o cálculo do acréscimo, que pode ser realizado com os valores escritos na forma absoluta ou relativa. Da mesma forma, quando optamos em comprar um produto à vista, ou formalizar um acordo no pagamento de uma dívida, quase sempre temos uma abatimento no valor original do produto ou serviço. Este abatimento é o que chamamos de desconto.

A seguir, formalizaremos tais conceitos, além de apresentar e resolver algumas situações envolvendo acréscimos e descontos.

Definição 2.3 *Seja i a taxa de acréscimo (ou taxa de desconto) na forma decimal e P_0 o valor inicial. Definimos o acréscimo (ou desconto) por ΔP , onde*

$$\Delta P = P_0 \cdot i. \quad (2.1)$$

Proposição 2.1 *Seja i a taxa de acréscimo e P_0 o valor inicial. Determinaremos o valor final P após o acréscimo por meio da expressão:*

$$P = P_0(1 + i). \quad (2.2)$$

Demonstração: O valor final P corresponde à soma do valor inicial ao acréscimo, isto é:

$$\begin{aligned} P &= P_0 + \Delta P \\ P &= P_0 + P_0 \cdot i \\ P &= P_0(1 + i). \end{aligned}$$

Proposição 2.2 *Seja i a taxa de desconto e P_0 o valor inicial. Determinaremos o valor final P após o desconto por meio da expressão:*

$$P = P_0(1 - i). \quad (2.3)$$

A demonstração da expressão acima é análoga a demonstração da expressão (2.2).

Proposição 2.3 *Sendo P_0 o valor inicial e $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de acréscimos sucessivos. Os valores obtidos após cada acréscimo, denominados $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por meio da expressão:*

$$P_n = P_0(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3)\dots(1 + i_n) \quad (2.4)$$

Demonstração: O valor final P corresponde à soma do valor inicial ao acréscimo, isto é:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0(1 + i_1) \\ P_2 &= P_1(1 + i_2) \\ P_3 &= P_2(1 + i_3) \\ &\vdots \\ P_n &= P_{n-1}(1 + i_n) \Rightarrow P_n = P_0(1 + i_1)(1 + i_2)(1 + i_3)\dots(1 + i_n). \end{aligned}$$

Proposição 2.4 *Sendo P_0 o valor inicial e $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de descontos sucessivos. Os valores obtidos após cada desconto, denominados $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, podem ser calculados por meio da expressão:*

$$P_n = P_0(1 - i_1)(1 - i_2)(1 - i_3)\dots(1 - i_n) \quad (2.5)$$

A demonstração da expressão acima, é análoga a demonstração da expressão do cálculo de acréscimos sucessivos.

Exemplo 2.3 *Lúcia pagou R\$ 375,00 por seu talão energia referente ao consumo do mês de Dezembro de 2022. Como todos de sua família entraram de férias, este valor se elevou em 18% no mês seguinte. Com base nestas informações, qual foi o valor pago pelo talão de energia correspondente ao consumo do mês de Janeiro de 2023?*

Resolução: Dados, $P_0 = 375$ e $i = 18\%$, temos:

$$\begin{aligned} P &= P_0(1 + i) \\ &= 375(1 + 0,18) \\ &= 442,50. \end{aligned}$$

Dessa forma, concluímos que o valor pago pelo talão de energia do referido mês foi R\$442,50.

Exemplo 2.4 *Num certo mês, a família de Luís ficou surpreendida com o valor de R\$ 420,00 pago por um talão de energia elétrica em sua residência. Logo então, se reuniram e discutiram sobre o que poderiam fazer para reduzirem o consumo de energia. Por conta das medidas adotadas, após dois meses o valor a pagar pelo talão de energia foi de R\$303,45. Determine a taxa de desconto aplicada, supondo que esta se manteve constante nestes dois meses.*

Resolução: Dados $P = 303,45$ e $P_0 = 420,00$, temos:

$$\begin{aligned} P &= P_0(1 - i).(1 - i) \\ 303,45 &= 420(1 - i)^2 \\ \frac{303,45}{420} &= (1 - i)^2 \\ 0,7225 &= (1 - i)^2 \\ 0,7225^{\frac{1}{2}} &= 1 - i \\ 0,85 &= 1 - i \\ i &= 1 - 0,85 \\ i &= 0,15. \end{aligned}$$

Portanto, a taxa de desconto foi de 15% em cada mês.

2.4 Juros

No cotidiano, é comum as pessoas lidarem com cheque especial, cartão de crédito, empréstimos e financiamentos entre outras modalidades de dívidas existentes no mercado financeiro. Nessas situações é de extrema importância saber qual a taxa de juros que está sendo cobrada pelo empréstimo do dinheiro ou crédito. Mas afinal, o que são Juros?

Vamos supor que uma pessoa aplique certa quantia de **capital** em uma caderneta de poupança por determinado período de **tempo**. A aplicação é semelhante a um empréstimo feito ao banco. Então, no fim desse período, essa pessoa recebe uma quantia chamada **Juros** como compensação. O valor dessa quantia é estabelecido por uma porcentagem. Ao final da aplicação, a pessoa terá em sua conta a quantia correspondente ao **capital** (C) mais os

juros (J), que é conhecida como **montante** (M), ou seja, $M = C + J$. A razão $\frac{J}{C}$ é a taxa de crescimento do capital, também conhecida como **taxa de juros** (i), e será sempre associada ao período da operação.

2.4.1 Juros simples e Juros compostos

Nesta seção mostraremos como são realizados os cálculos dos juros no sistema de capitalização simples e no sistema de capitalização composta.

Consideremos um capital C aplicado no **sistema de capitalização simples**, a uma taxa i por período e durante n períodos de tempo. Os juros no 1º período são iguais a $C.i$, como em todos os períodos. Assim, os juros simples da aplicação serão iguais à soma de n parcelas iguais a $C.i$, ou seja:

$$J = C.i + C.i + C.i + \dots + C.i$$

e portanto

$$J = C.i.n. \quad (2.6)$$

Os juros simples são resultados do produto do capital pela taxa e pelo prazo da aplicação. Observemos que nessa fórmula o prazo n deve estar expresso na mesma unidade de i , isto é, se a taxa i for definida em meses, o prazo n virá também em meses. Desta forma, o montante será dado por

$$M = C + J = C + C.i.n = C.(1 + i.n). \quad (2.7)$$

Além disso, embora a fórmula tenha sido deduzida para n inteiro, ela é estendida também para qualquer prazo fracionário, por exemplo, $\frac{1}{2}$ ano, ou $\frac{5}{12}$ de ano.

De maneira diferente do sistema de juros simples, nos juros compostos a cada período os juros são incorporados ao montante e o cálculo do juros é feito sempre sobre o montante imediatamente anterior ao momento da capitalização.

Portanto, o **sistema de capitalização composta** é o regime que considera que os juros gerados a cada período são acrescidos ao capital, formando o montante do período. Este montante, por sua vez, passará a render juros no período seguinte formando um novo montante (constituído do capital inicial, dos juros acumulados e dos juros sobre juros formados em períodos anteriores).

Desta forma, conseguimos estabelecer uma equação que nos forneça o montante M , produzido por um capital inicial C , no qual incide uma taxa de juros i ao período, no decorrer de n períodos.

Após o primeiro período de tempo, encontramos o montante $M_1 = C + C.i = C.(1 + i)$. Seguindo este raciocínio, o montante correspondente ao segundo período M_2 será calculado a partir do montante M_1 , correspondente ao primeiro período. Acompanhe a sequência:

$$M_1 = C + C.i \Rightarrow M_1 = C.(1 + i).$$

$$M_2 = M_1 + M_1.i = C.(1 + i) + C.(1 + i).i = C.(1 + i).(1 + i) \Rightarrow M_2 = C.(1 + i)^2.$$

$$M_3 = M_2 + M_2.i = C.(1 + i)^2 + C.(1 + i)^2.i = C.(1 + i)^2.(1 + i) \Rightarrow M_3 = C.(1 + i)^3.$$

Assim, o capital inicial C é multiplicado por $(1 + i)$ ao final de cada período de tempo. Podemos mostrar por Indução que, ao final de n períodos, o capital inicial será multiplicado n vezes pelo fator $(1 + i)$, ou seja, será multiplicado por $(1 + i)^n$. Portanto, no sistema de juros compostos de taxa i , um capital C vai gerar, após n períodos de tempo, um montante M , dado por

$$M = C.(1 + i)^n. \quad (2.8)$$

Exemplo 2.5 *A pandemia da COVID-19 provocou instabilidade e crise financeira em todas as partes do mundo. Mesmo após o fim das restrições impostas ao comércio neste período, a proprietária de uma sorveteria deixou de honrar alguns compromissos financeiros devido a redução de vendas no seu estabelecimento. Sobre ameaça de ter a energia elétrica interrompida, se viu obrigada a solicitar da companhia de distribuição de energia elétrica de sua cidade um acordo para quitar uma dívida de R\$25000,00. A companhia propôs a ela que, após seis meses de carência, pagasse o valor devido acrescido de juros compostos a uma taxa de 5% a.m. Sendo assim, responda:*

(a) *Qual o montante que a proprietária da sorveteria deveria pagar ao final dos seis meses, considerando as condições propostas pela companhia?*

(b) *Se a proprietária da sorveteria aceitasse todas as condições do acordo, solicitando apenas a mudança do regime de juros compostos para o juros simples, qual o novo montante que deveria pagar?*

Resolução

(a) *Seja $C = R\$25000,00$; $i = 5\%$ a.m e $n = 6$ meses. Utilizando a fórmula (2.8), temos:*

$$\begin{aligned} M &= C.(1 + i)^n \\ M &= 25000.(1 + 0,05)^6 \\ M &= 25000.(1,05)^6 \\ M &\approx 33502,39. \end{aligned}$$

Assim, a proprietária teria que pagar aproximadamente R\$33502,39 para quitar sua dívida.

(b) *Seja $C = R\$25000,00$; $i = 5\%$ a.m e $n = 6$ meses. Utilizando a fórmula (2.7), temos,:*

$$\begin{aligned} M &= C.(1 + i.n) \\ M &= 25000.(1 + 0,05.6) \\ M &= 25000.(1,3) \\ M &= 32500. \end{aligned}$$

Concluimos assim que no regime de capitalização de simples, para quitar a sua dívida a proprietária da sorveteria deveria pagar R\$32500,00.

Através deste exemplo percebe-se como a escolha do regime de capitalização influencia no valor do montante de uma dívida ao longo de um período. Nesta situação, se a companhia acolhesse a contra proposta da proprietária da sorveteria, com alteração do regime de capitalização composta para o regime de capitalização simples, em apenas seis meses ela economizaria aproximadamente R\$1002,39.

2.4.2 Juros e funções

Nas transações comerciais de médio e longo prazo, a evolução dos juros pode trazer um resultado não desejado. Por isso, é importante analisar e compreender como se dá essa evolução, seja numa aplicação financeira ou no pagamento de uma dívida.

Vamos utilizar os dados do Exemplo 2.5 da seção anterior para compreender como podemos utilizar as funções e suas representações gráficas para analisar melhor o crescimento dos juros e montante de uma dívida ao longo de um período t nos dois regimes de capitalização estudados na última seção. Para isso, usemos um exemplo adaptado de Dante e Viana (2020). Consideremos que a dívida de R\$ 25000,00 fosse paga com juros de 40% ao ano.

No sistema de juros simples, os juros são obtidos em função do tempo de aplicação, por meio da equação:

$$j = 25000 \cdot 0,4t \quad \text{ou} \quad j = 10000t.$$

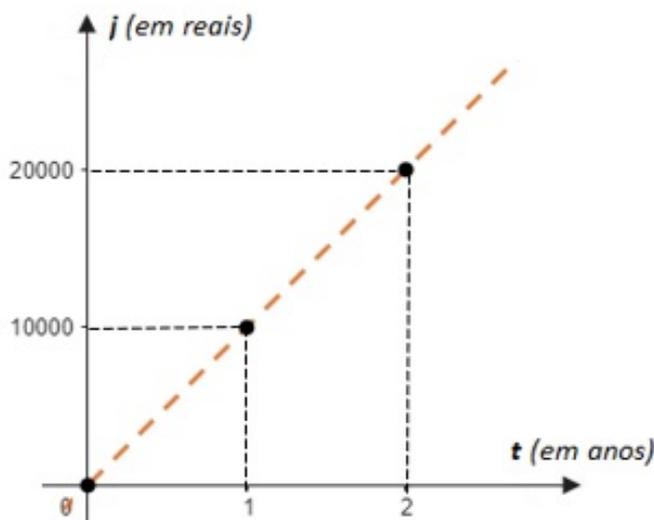
Sabemos que este tipo de equação representa uma função afim, e que o gráfico de tal função deve ser representado com uma reta. Para construir o gráfico desta função, inicialmente vamos atribuir a t dois valores distintos e calcular os valores correspondentes de j .

t	$j = f(t) = 10000t$
1	10000
2	20000

Tabela 2.1: Cálculo dos juros para $t=1$ e $t=2$.

Utilizando os valores encontrados na Tabela 2.1, podemos construir o seguinte gráfico:

Figura 2.1: Gráfico dos juros em função do tempo na capitalização simples.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Note que o gráfico é uma reta que passa pela origem.

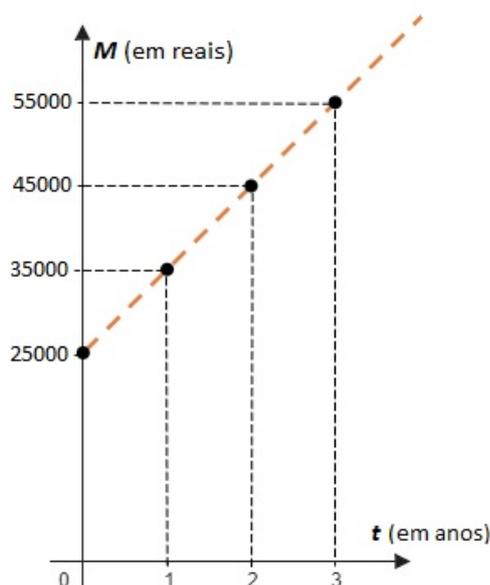
Ainda no sistema de **juros simples**, o montante é obtido em função do tempo, e a equação dessa função é $M = 25000 + 10000t$ ou $M = 10000t + 25000$, a função $M = f(t) = 10000t + 25000$ é do tipo da função afim $f(x) = ax + b$, cujo gráfico é uma reta que passa pelo ponto $(0, 25000)$. Vamos atribuir a t alguns valores e calcular os valores correspondentes de M , para posteriormente também compararmos com o sistema de juros compostos.

t	$M = f(t) = 10000t + 25000$
0	25000
1	35000
2	45000
3	55000

Tabela 2.2: Cálculo do Montante para alguns valores de t .

Com os valores encontrados, podemos construir o seguinte gráfico:

Figura 2.2: Gráfico do montante em função do tempo na capitalização simples.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

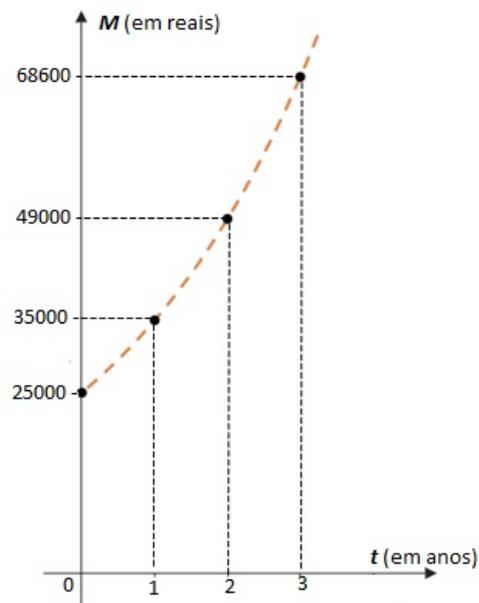
Já no sistema de **juros compostos**, o montante é obtido em função do tempo por meio da equação $M = 25000 \cdot (1,4)^t$. Neste caso a variação ocorrida foi do tipo exponencial $f(x) = ab^x$. Vamos calcular o montante para alguns valores de t por meio da função $M = h(t) = 25000 \cdot (1,4)^t$.

t	$M = h(t) = 25000 \cdot (1,4)^t$
0	25000
1	35000
2	49000
3	68600

Tabela 2.3: Cálculo do montante para alguns valores de t na capitalização composta.

Com esses valores encontrados, vamos esboçar o gráfico desta função.

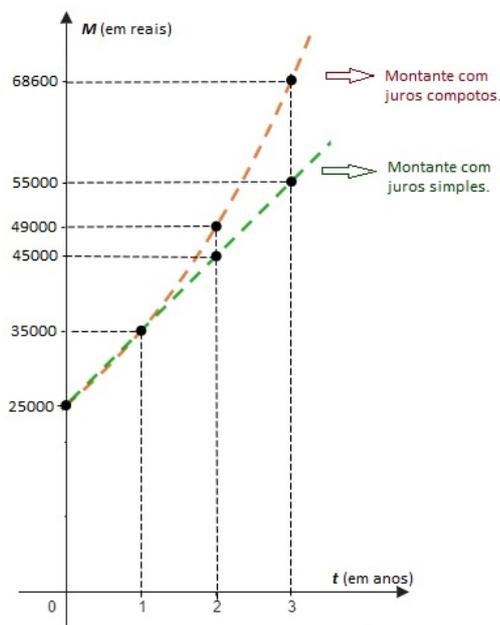
Figura 2.3: Gráfico do montante em função do tempo na capitalização composta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Agora, vamos comparar os gráficos apresentados nas Figuras 2.2 e 2.3, colocando-os em um mesmo sistema de eixos:

Figura 2.4: Gráfico comparativo dos montantes na capitalização simples e capitalização composta.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Observe que as intersecções dos gráficos ocorrem nos pontos $(0, 25000)$ e $(1, 35000)$. Isso significa que após o período, nesse caso 1 ano, os montantes a juros simples e a juros compostos coincidem. A partir desse ponto, o gráfico do montante a juros compostos está sempre acima do gráfico do montante a juros simples, ou seja, para qualquer valor de t (em anos), $t > 1$, o montante da dívida a juros compostos é maior do que o montante a juros simples.

2.5 Sistemas de Amortização

Na medida que quitamos as parcelas ou prestações em um financiamento, estamos amortizando a dívida, sendo assim, amortizar pode ser entendido como pagar uma parte ou o valor total de uma dívida. No Brasil os sistemas de amortização mais utilizados são: O **Sistema Price** (ou Francês) e o **Sistema de Amortização Constante** (SAC), nos dois sistemas a capitalização do saldo devedor ocorre de forma composta.

Conforme aponta o livro Matemática Interligada (2020), o sistema Price de forma geral é o mais usado nos financiamentos de bens e consumo. Neste sistema, as prestações são iguais, sendo que nas primeiras ocorrem menor amortização da dívida e maior pagamento dos juros em comparação com as últimas prestações, em que esta dinâmica se inverte.

Já no sistema SAC, que é mais comum nos financiamentos imobiliários, as amortizações são todas iguais, e a parte da prestação dependente dos juros vai diminuindo, pois eles incidem sobre um saldo devedor cada vez menor.

Para exemplificar, vamos comparar essas duas modalidades considerando a seguinte situação adaptada do livro Matemática Interligada (2020) para a nossa contextualização.

Com intuito de reduzir os gastos com energia elétrica, Sr. Júlio decidiu contratar um financiamento junto a uma instituição bancária para a compra e instalação de um kit de painéis fotovoltaicos para a conversão de energia solar em energia elétrica no valor de R\$ 18000,00. Suponha que essa dívida seja paga em cinco prestações mensais à taxa de juros de 5% a.m.

No **Sistema de Amortização PRICE**, o valor de cada prestação é dado pela fórmula:

$$P = \frac{C \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}, \quad (2.9)$$

em que P é o valor da prestação, C é o valor do empréstimo ou do bem ($C = R\$18000$), i a taxa de juros ($i = 0,05$) e n é a quantidade de prestações ($n = 5$). Segue que

$$P = \frac{18000 \cdot 0,05}{1 - (1 + 0,05)^{-5}}$$

$$P \simeq 4157,55.$$

Portanto, o valor de cada prestação é aproximadamente R\$ 4157,55. Agora, vamos representar os valores em cada período de tempo, por meio do seguinte quadro.

Figura 2.5: Amortização da dívida no sistema PRICE.

n	Valor da prestação (Pagamento é igual a juros mais Amortização)			Saldo devedor em (R\$)
	Juros (R\$)	Amortização do saldo devedor (R\$)	Pagamento (R\$)	
0	-	-	-	18000,00
1	$\underbrace{18000,00 \cdot 0,05}_{5\% \text{ de } 18000,00} = 900,00$	$\underbrace{3257,55}_{4157,55 - 900,00}$	4157,55	$\underbrace{14742,45}_{18000,00 - 3257,55}$
2	$\underbrace{14742,45 \cdot 0,05}_{5\% \text{ de } 14742,45} \cong 737,13$	$\underbrace{3420,43}_{4157,55 - 737,12}$	4157,55	$\underbrace{11322,02}_{14742,45 - 3420,43}$
3	566,10	3591,45	4157,55	7730,57
4	386,54	3771,02	4157,55	3959,55
5	197,98	3959,55	4157,55	0
Total (R\$)	2787,75	18000,00	20787,75	-

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Analisando os valores da tabela apresentada na Figura 2.5, concluímos que no sistema PRICE, seriam pagas 5 prestações de R\$ 4157,55, que totalizam R\$ 20787,75 ou seja, R\$ 2787,75 de juro.

Diferente do sistema de amortização PRICE, no **Sistema de Amortização Constante (SAC)**, o valor da amortização é dado pela divisão do valor do empréstimo ou do bem (R\$ 18000,00) pela quantidade de prestações ($n = 5$). Como $\frac{18000}{5} = 3600$, o valor de cada amortização é R\$3600,00.

Analisemos o seguinte quadro com este valor para cada amortização,

Figura 2.6: Amortização da dívida no sistema SAC

n	Valor da prestação (Pagamento é igual a juros mais Amortização)			Saldo devedor em (R\$)
	Juros (R\$)	Amortização do saldo devedor (R\$)	Pagamento (R\$)	
0	-	-	-	18000,00
1	$\underbrace{18000,00 \cdot 0,05}_{5\% \text{ de } 18000,00} = 900,00$	3600,00	$\underbrace{4500,00}_{3600,00 + 900,00}$	$\underbrace{14400,00}_{18000,00 - 3600,00}$
2	$\underbrace{14400,00 \cdot 0,05}_{5\% \text{ de } 14400,00} \cong 720,00$	3600,00	$\underbrace{4320,00}_{3600,00 + 720,00}$	$\underbrace{10800,00}_{14400,00 - 3600,00}$
3	540,00	3600,00	4140,00	7200,00
4	360,00	3600,00	3960,00	3600
5	180,00	3600,00	3780,00	0
Total (R\$)	2700,00	18000,00	20700,00	-

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Dessa forma, de acordo com os valores encontrados na tabela da Figura 2.6, no sistema SAC, seriam pagas 5 prestações, cujos valores seriam: R\$ 4500,00, R\$ 4320,00, R\$ 4140,00, R\$ 3960,00 e R\$ 3780,00, nessa ordem, totalizando R\$ 20700,00, ou seja, R\$ 2700,00 de juros.

De acordo com o livro Matemática Interligada (2020), entendemos que apesar das condições serem as mesmas, (valor do empréstimo; taxa de juro; quantidade de prestações), como nestas situações de financiamento analisadas, no sistema de amortização PRICE, os juros devidos são maiores. Isto fica mais notório quando o valor do empréstimo ou do bem e a quantidade de prestações aumentam, como ocorre nos financiamentos imobiliários. Esse fato ocorre devido os juros serem aplicados em valores mais baixos, como podemos comparar na segunda coluna das tabelas apresentadas nas Figuras (2.5) e (2.6). Vale salientar que os exemplos apresentados não são suficientes para afirmarmos qual o sistema de amortização é mais vantajoso, a escolha pelo sistema de pagamento vai depender muito da situação e das condições de pagamento propostas ao devedor, dentre outras variáveis que alguns bancos utilizam nos contratos.

No próximo capítulo, trazemos a uma proposta de sequência didática que contextualiza todos os conceitos vistos neste capítulo com o consumo de energia elétrica, junto a proposta trazemos também um breve relato da nossa experiência ao final de cada etapa da sequência.

Capítulo 3

Proposta de sequência didática

No mundo contemporâneo, com o avanço tecnológico, crescem as possibilidades de acesso a informação, porém a quantidade e velocidade que essas informações se propagam exige das instituições de ensino e dos seus agentes elaboração e aplicação de propostas que conectem os conteúdos estudados no ambiente escolar com os fenômenos naturais, sociais e tecnológicos. Nesta perspectiva, entende-se que as práticas docentes devem possibilitar atividades em que os alunos possam desenvolver habilidades e competências de forma contextualizada e não isolada do seu mundo real.

Entende-se que o trabalho com sequência didática se justifica, pois trata-se de uma ferramenta metodológica que promove a valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, colabora esclarecendo suas dúvidas e demandas, relacionando os conteúdos estudados com situações cotidianas de forma interativa e dinâmica.

A sequência didática que apresentaremos a seguir foi aplicada nas aulas da disciplina Matemática Aplicada às Ciências Humanas, componente do itinerário formativo *Matemática e suas tecnologias* do Ensino Médio. Com duração total de treze aulas de 45 minutos cada, teve como público alvo alunos do 3º ano do ensino médio do Colégio da Polícia Militar na cidade de Teixeira de Freitas no extremo Sul da Bahia, onde leciono desde agosto de 2020.

Tendo como tema norteador *A Educação Financeira no consumo de energia elétrica*, a sequência foi elaborada para que o aluno entenda melhor o mundo em que vive, refletindo sobre o custo-benefício de um produto ou serviço que consome, tenha uma postura crítica ao analisar uma oferta, comparar orçamentos, compreender os encargos que compõe uma fatura e, quando inserido no mercado de trabalho, seja mais ativo e consciente na tomada de decisões de natureza sócio-econômicas que impactam direta ou indiretamente sua qualidade de vida.

Os conteúdos trabalhados foram definidos com base nas Competências e Habilidades propostas pela BNCC, que dialogam com o componente Matemática Aplicada a Ciências Humanas. É imprescindível que o aluno compreenda o caráter utilitário da Matemática em suas relações sociais. Como se afirma na primeira competência específica de matemática e suas tecnologias para o ensino médio, é importante que este seja capaz de

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulga-

dos por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BRASIL, 2019, p. 524)

Deste modo, se configura num enorme desafio para o aluno a concepção que o ensino da Matemática vai além de fórmulas, técnicas e conceitos decorados, mas fez e faz parte das nossas vivências ao longo do tempo em diferentes contextos.

No intuito de valorizar e mensurar o conhecimento prévio que os alunos tinham com relação aos conceitos básicos de Matemática Financeira, propomos como primeira atividade da sequência um formulário de sondagem. Após a análise dos resultados obtidos pelos alunos nesta atividade, conseguimos identificar quais eram os assuntos que os alunos apresentavam mais dificuldades, e conduzir melhor nossas ações ao longo do trabalho.

A aproximação dos conteúdos trabalhados com as experiências diárias dos alunos impulsionam uma aprendizagem mais significativa, garantindo que o conhecimento não seja facilmente esquecido. Assim, a contextualização da Matemática Financeira através do consumo consciente de energia elétrica permite que o aluno possa aplicar o que aprende, desenvolvendo atitudes que promovam a preservação dos recursos naturais e conseqüentemente uma redução dos custos referentes ao uso de energia elétrica.

Por se tratar de um tema bastante denso, decidimos trabalhar a sequência didática em sete etapas, num total de 13 aulas de 45 minutos cada. Os conteúdos trabalhados durante as etapas da sequência didática foram: Cálculo de porcentagem, acréscimos e descontos, juros simples e compostos, representação gráfica de funções do 1º grau e exponenciais e por fim, sistemas de amortização SAC e PRICE.

Na próxima seção apresentaremos com detalhes todas as etapas que compõem a sequência didática em discussão. Ela se caracteriza como sugestão para o professor que pretende trabalhar com essa temática nas aulas de Matemática no ensino médio. Destacaremos também alguns aspectos relevantes vivenciados em cada etapa que constitui essa sequência.

3.1 Sequência Didática: A Educação Financeira no consumo de energia elétrica.

Na primeira etapa da sequência construída, sugerimos a aplicação de um questionário com a intenção de investigar o conhecimento prévio dos alunos em torno dos conteúdos básicos de Matemática financeira que serão vistos ao longo deste trabalho. A seguir, apresentaremos com detalhes a organização desta etapa.

1ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar individualmente.

Tempo estimado: 1 aula (45 minutos).

Local: Laboratório de informática.

Conteúdo: Porcentagem, acréscimos e descontos, juros simples e compostos.

Habilidade da BNCC: EM13MAT303.

Material necessário: Pincel atômico, quadro branco e computadores.

Objetivos: Identificar a familiaridade que os discentes de forma geral têm com os conceitos matemáticos básicos necessários para a compreensão e tomada de decisões em situações cotidianas ligadas à Matemática Financeira.

- Inicie a aula explicando o objetivo da aplicação do questionário.
- Envie o formulário contido no Apêndice A, para o e-mail de cada aluno. Se algum dos alunos não tiver ou não conseguir acessar o seu email, aplique para este o teste de sondagem de forma impressa.
- Estipule um tempo máximo de 30 minutos para que os alunos respondam o questionário.
- Atenda as possíveis demandas com relação ao uso do computador.
- Finalize a aula, explicando que nos próximos encontros serão apresentados os resultados obtidos.

A aplicação do formulário ocorreu de forma bem tranquila, os alunos compreenderam a proposta de cada questão sem questionamentos com relação aos enunciados.

O instrumento Google Forms foi de extrema importância nesta primeira etapa, pois ao final da aplicação do questionário, tive acesso aos resultados que os alunos obtiveram em cada questão de forma organizada por meio gráficos. Com os dados em mãos, pudemos planejar quais conteúdos deveriam ser trabalhados com uma atenção especial.

Figura 3.1: Imagem da primeira etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Na segunda etapa desta sequência, recomendamos um breve debate em torno das atitudes que provocam o desperdício de energia em nossas residências. Em seguida, apresentar um talão de energia e discutir como cada encargo que compõe o valor a pagar por ele é determinado.

O intuito das atividades propostas nesta etapa é despertar nos estudantes o interesse em conhecer os tributos que são cobrados nos serviços e produtos que consomem, bem como refletir sobre a adoção de novos hábitos que promovam uma economia financeira e uso consciente dos recursos naturais. A seguir, apresentamos com detalhes a organização desta etapa.

2ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar em dupla.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Sala de aula.

Conteúdo: Porcentagem.

Habilidade da BNCC: EM13MAT301.

Material necessário: Pincel atômico, quadro branco, notebook e aparelho televisor ou projetor.

Objetivos: Refletir sobre os hábitos no consumo de energia elétrica diretamente ligados ao desperdício dos recursos naturais, e ao aumento no valor pago pela futura mensal de energia. Identificar e entender como é definido cada encargo que compõe o valor total discriminado num talão de energia.

- Inicialmente, direcione os seguintes questionamentos aos alunos:
 1. *Você ou sua família costuma acompanhar e comparar os valores mensais dos talões de energia de sua casa?*
 2. *Ao comprar um novo aparelho eletrônico você geralmente pesquisa sua potência e conseqüentemente o custo que ele pode acrescentar a sua conta?*
 3. *Você adota diariamente algumas atitudes pensando na redução de consumo de energia elétrica em sua casa? Em caso positivo, quais atitudes?*
 4. *Você conhece os elementos que fazem variar o valor mensal em seu talão de energia? E como estes elementos são calculados?*
- Ouça, estimule e faça a mediação das colocações dos alunos.
- Exponha no aparelho televisor ou projetor um talão de energia.
- Use o cálculo de porcentagens para determinar o valor de alguns encargos do talão de energia.
- Peça que os alunos criem a lei de formação da função que relaciona à quantidade de KWh consumidos no mês com o valor total a pagar, bem como, a representação gráfica de tal função.

- Peça que os alunos realizem em dupla a atividade presente no Apêndice B.
- No final do encontro, realize um sorteio com os nomes dos aparelhos eletrônicos mais comuns nas residências. Peça que cada aluno pesquise e traga para o próximo encontro o valor médio da potência do aparelho sorteado por ele e um talão de energia atual de onde mora.

Analisando os comentários tecidos pelos alunos e os resultados das atividades propostas, nota-se que os alunos conseguiram compreender como os encargos que compõem o valor total pago pelo talão de energia são estabelecidos e calculados. Nesta etapa, os alunos apresentaram uma acentuada dificuldade na Tarefa 2 da atividade proposta, que propunha a construção gráfica de uma função de várias sentenças. Neste momento se fez necessária uma breve revisão deste conteúdo.

Na terceira etapa desta sequência, sugere-se a apresentação do cálculo que determina o custo gerado pelo consumo de energia elétrica de alguns aparelhos elétricos utilizados em nossas residências e conseqüentemente a análise do quanto o uso de cada aparelho impacta no valor mensal do talão de energia. Propomos também a apreciação de um vídeo produzido pela ANEEL (2021), que explica como são definidas as bandeiras tarifárias no nosso país.

Espera-se que nesta etapa o aluno possa refletir sobre o tempo de uso e a potência de cada aparelho de sua residência, que são fatores que interferem diretamente no valor correspondente ao consumo de energia elétrica em suas casas. A seguir, apresentamos com detalhes a organização desta etapa.

3ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar em dupla.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Sala de aula.

Conteúdo: Porcentagem, acréscimos e descontos, juros simples e compostos.

Habilidade da BNCC: EM13MAT303.

Material necessário: Quadro branco, piloto, aparelho televisor ou projetor, notebook, vídeo, planilha eletrônica, papel, lápis e borracha.

Objetivos: Estimar o quanto um aparelho eletrônico acrescenta no valor final discriminado no talão de energia. Compreender como são definidas as diferentes bandeiras tarifárias que sinalizam aos consumidores, mês a mês, os custos reais de geração de energia elétrica no Brasil. Resolver problemas envolvendo acréscimos e descontos sucessivos.

- Inicialmente organize uma planilha com os dados pesquisados pelos alunos, solicitados no encontro anterior.
- Selecione junto com os alunos dois dos aparelhos pesquisados e mostre como é determinado o consumo e custo de energia dos mesmos.
- Peça aos alunos que individualmente determinem o consumo e custo de cada aparelho de sua planilha, levando em consideração o tempo estimado de utilização dos mesmos em suas residências, como apresentado no Apêndice B.2.

- Pergunte aos alunos se eles sabem o que são e como são definidas as bandeiras tarifárias que aparecem no talão de energia.
- Proponha a apreciação do vídeo “Como são definidas as bandeiras tarifárias?” da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2021). Na sequência, recomendamos o uso de slides para sintetizar as principais informações do vídeo.
- Na lousa, apresente o cálculo do valor a pagar na conta de energia apresentada na segunda aula considerando os diferentes cenários de bandeiras tarifárias.
- Explique e deduza as fórmulas para o cálculo de descontos e acréscimos sucessivos.
- Ao final desta aula, distribua a atividade presente no Apêndice B.2 aos alunos e peça que individualmente registrem as respostas no caderno.

As atividades desenvolvidas nesta etapa tiveram um retorno bastante positivo por parte dos alunos. Ficaram surpresos com os valores correspondentes ao custo de energia gerado pelo uso de cada aparelho pesquisado. De forma espontânea, começaram a tecer comentários sobre quais atitudes poderiam tomar para reduzir o gasto com alguns desses aparelhos.

Figura 3.2: Imagem da terceira etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Na quarta etapa desta sequência didática, propomos um reflexão em torno do custo de compra e instalação de um kit de painéis fotovoltaicos que são usados para converter a energia solar em energia elétrica.

Sugere-se também o uso de planilhas eletrônicas para estimar uma possível economia obtida a longo prazo no caso de compra de um desses kits.

O intuito de se trabalhar com esta temática é fomentar no aluno a capacidade de pensar e realizar planejamentos a longo prazo. Sabemos que as decisões e escolhas que fazemos hoje interferem drasticamente na construção do nosso futuro. A seguir, apresentaremos com detalhes a organização desta etapa.

4ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar em trio.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Laboratório de Informática.

Conteúdo: Porcentagem, acréscimos e descontos, juros simples e compostos.

Habilidade da BNCC: EM13MAT303.

Material necessário: Pincel atômico, quadro branco e computadores.

Objetivos: Conhecer as principais características da energia solar fotovoltaica, bem como, as vantagens e desvantagens de seu uso na geração de energia elétrica. Criar e utilizar planilhas eletrônicas para estimar uma possível economia na instalação de um kit de energia fotovoltaica. Analisar e interpretar os cálculos e comandos utilizados na construção da planilha eletrônica.

- Para essa etapa, realize previamente um orçamento do custo de compra e instalação de um kit de energia solar fotovoltaica junto a três empresas da cidade.
- No início da aula, pergunte aos alunos o que eles conhecem sobre a conversão de energia solar em energia elétrica por meio de painéis fotovoltaicos.
- Proponha a apreciação do vídeo da TV Brasil (2021), que apresenta as principais características dos sistemas de energia fotovoltaicos, bem como, algumas experiências positivas no uso dos painéis de energia fotovoltaicos em diferentes localidades do Brasil.
- Apresente aos alunos os orçamentos emitidos pelas empresas consultadas.
- Peça que os alunos utilizem as orientações contidas no Apêndice C.1 para criar um simulador numa planilha eletrônica.
- Entregue um orçamento para cada trio e peça que utilizem o simulador criado para estimar a possível economia obtida a longo prazo na compra do kit de energia solar fotovoltaica orçado.
- Acompanhe e explique quando necessário os resultados gerados na planilha.
- Comente que os resultados encontrados não contemplam as regras de taxação cobrada na geração de energia por meio de painéis fotovoltaicos propostas pela lei 14300, (BRASIL, 2022).
- No final desta aula, cada grupo deve eleger um representante para falar sobre as dificuldades e aspectos que mais chamaram atenção durante a realização da tarefa.

Nesta etapa, foi possível observar o quanto o uso do laboratório de informática e todos seus recursos propiciam uma participação mais ativa dos alunos na realização das tarefas propostas. A leitura, compreensão e manipulação dos comandos utilizados na criação da planilha eletrônica contribuíram para que os estudantes adotassem uma postura de investigação, análise e lucidez na tomada de decisões.

Figura 3.3: Imagem da quarta etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Na quinta etapa desta sequência didática, propomos um trabalho que torna evidente a diferença entre o sistema de capitalização simples e o sistema de capitalização composta. Indicamos o uso de exemplos que conecte o conteúdo Regimes de Capitalização com o tema A Educação Financeira no Consumo de Energia Elétrica. Nas operações bancárias e comerciais, o regime utilizado para a capitalização de valores é sempre o de juros compostos.

Acredita-se que o conhecimento discutido nesta etapa possibilite uma maior capacidade de reflexão e análise em torno das taxas de juros cobradas em financiamentos, no parcelamento da fatura de um cartão de crédito, nos empréstimos, no uso do cheque especial entre outras linhas de crédito. Vale ressaltar, que os juros podem trabalhar a nosso favor, para isso, também se faz necessário o conhecimento e precaução ao escolher investimento seguro

e com boa rentabilidade. A seguir, apresentaremos com detalhes a organização desta etapa.

5ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar grupo.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Sala de aula e biblioteca

Conteúdo: juros simples e juros compostos.

Habilidade da BNCC: EM13MAT302.

Material necessário: Pincel atômico e quadro branco.

Objetivos: Interpretar situações cotidianas por meio dos conceitos de juros simples e juros compostos. Comparar situações que envolvem juros simples com situações que envolvem juros compostos, por meio de análise de tabelas e de interpretação gráfica.

- Use alguns exemplos para explicar a diferença entre o sistema de juros simples e o sistema de juros compostos.
- Realize na lousa a dedução da fórmula dos juros compostos.
- Faça com os alunos a representação gráfica da evolução de uma dívida ao longo de um certo período em cada sistema de juros. Se necessário, revise neste momento a construção gráfica de funções afins e exponenciais.
- No fim desta aula, proponha um conjunto de exercícios para fixar os assuntos abordados.

O entendimento de como os juros afetam a rentabilidade de um investimento ou o aumento de uma dívida foi muito importante nesta etapa. Por meio do cálculo e análise das taxas de juros, é possível elaborar um bom planejamento, realizar estimativas, tomar decisões de forma mais racional e que, a curto, médio ou longo prazo, podem afetar nossa qualidade de vida.

Foram utilizados exemplos e atividades que simulavam algumas situações financeiras que os alunos já realizam ou realizarão futuramente como: uso do cartão de crédito, uso do cheque especial, contratação de um empréstimo ou financiamento, aplicação financeira, entre outros. Desta forma, puderam refletir sobre a importância de avaliar cautelosamente as taxas de juros embutidas nas transações financeiras.

Nesta etapa, os alunos conseguiram desenvolver as atividades propostas sem muitas dificuldades. Participaram ativamente das discussões citando situações vívidas por seus familiares dentro do contexto financeiro que afetaram e ainda afetam a qualidade de vida dessas pessoas. Outro fato que chamou bastante atenção, foram alguns comentários em torno das possibilidades de investimento que já ouviram falar, como: tesouro direto, bolsa de valores, fundos imobiliários entre outros citados.

Figura 3.4: Imagem da quinta etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Na sexta etapa desta sequência, sugerimos a manipulação de uma planilha eletrônica para criação e uso de um simulador de financiamentos com intenção de comparar a evolução dos juros e a dinâmica de amortização do saldo devedor nos sistemas SAC e PRICE.

O uso de recursos tecnológicos nas aulas permite melhor visualização e compreensão de um conhecimento abstrato, além de fomentar a produtividade e criatividade do aluno. Neste sentido, acreditamos que o trabalho realizado nesta etapa oportuniza o uso da tecnologia pra ressignificar o processo de ensino e aprendizagem no contexto escolar. A seguir, apresentaremos com detalhes a organização desta etapa.

6ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar em trio.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Laboratório de Informática.

Conteúdo: Sistemas de amortização PRICE e SAC.

Habilidade da BNCC: EM13MAT301.

Material necessário: Pincel atômico, quadro branco, computadores.

Objetivos: Analisar e interpretar o cálculo envolvido em diferentes sistemas de amortização de financiamento para avaliar qual deles é o mais vantajoso. Criar e utilizar planilhas eletrônicas para determinar o valor das parcelas de um financiamento, a fim de tomar decisões.

- Inicie comentando sobre as modalidades de empréstimos e financiamentos mais praticados no Brasil, bem como suas principais características.
- Explique como se dá amortização de um dívida nos sistemas SAC e PRICE.
- Distribua o tutorial contido no Apêndice C.2 para os alunos. Em seguida, peça que se organizem em grupos mantendo os trios formados na 4ª Etapa e utilizem uma planilha eletrônica do Excel para criar um simulador de financiamento para cada tipo de sistema de amortização.
- Peça a cada grupo que utilize o simulador criado para calcular todas as prestações de um financiamento nos dois sistemas de amortização.

Uma prática muito comum em nosso país para se obter um bem de maior valor como um terreno, um carro, uma casa dentre outros, é o financiamento. Nesta etapa, foram discutidas as formas mais utilizadas para o pagamento de tais financiamentos. A utilização das planilhas eletrônicas para a criação de simuladores permitiu que os alunos determinassem as parcelas pagas ao longo de um financiamento e também visualizassem como se dá a amortização do saldo devedor nos sistemas SAC e PRICE nas situações estudadas.

Esta foi a etapa que os alunos ficaram mais entusiasmados não só por conta do uso do laboratório, mas também pela proposta de simularem o financiamento do valor contido no orçamento do kit de energia fotovoltaico apresentado na quarta etapa dessa sequência. Eles conseguiram seguir os comandos contidos no tutorial disponibilizado, construíram e utilizaram os simuladores e, por fim, realizaram análises e comparações sem maiores dificuldades.

Figura 3.5: Imagem da sexta etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Na sétima e última etapa desta sequência, propomos uma avaliação dividida em dois momentos. No primeiro, sugere-se a aplicação de um questionário avaliativo com finalidade de mensurar o nível de aprendizagem dos conteúdos trabalhados durante toda a sequência didática. E no segundo momento, recomenda-se a realização de uma auto-avaliação, com intuito de estimular no aluno a capacidade de refletir sobre seus erros, limitações, avanços, cooperação com o grupo entre outros aspectos.

7ª Etapa

Organização da turma: Os alunos devem sentar individualmente.

Tempo estimado: 2 aulas (90 minutos).

Local: Sala de aula.

Conteúdo: Porcentagem, acréscimos e descontos, juros simples e compostos.

Habilidade da BNCC: EM13MAT303.

Material necessário: Pincel atômico, quadro branco e gravador de áudio.

Objetivos: Avaliar a evolução da aprendizagem dos conteúdos vistos ao longo da sequência.

- Organize os alunos para que se sentem de forma individual. Em seguida, aplique a avaliação final presente no Apêndice A que contempla os conteúdos trabalhados na sequência didática.
- Peça que cada aluno exponha oralmente os aspectos positivos e negativos de cada etapa da sequência, bem como sua autoavaliação.
- Realize a gravação deste momento para fins de uma avaliação mais significativa de toda sequência.

No decorrer das etapas desta sequência didática, os alunos tiveram oportunidade de expor suas dificuldades, dúvidas, limitações, avanços, enfim, tudo que pudesse colaborar para um acompanhamento, inferência e avaliação durante o trabalho. Mas, além da avaliação diagnóstica e da avaliação contínua, se fez necessária a realização desta avaliação final na forma oral e escrita.

Ao comparar os resultados obtidos na atividade diagnóstica com o rendimento que os estudantes conseguiram na avaliação final, percebemos que de fato o trabalho teve um retorno positivo. Todas as tarefas propostas, o estudo dos conteúdos e a manipulação dos recursos tecnológicos contribuíram para uma aprendizagem mais significativa e validação de todo esse trabalho. No capítulo seguinte, abordaremos de forma mais detalhada os resultados destas avaliações escritas e apresentaremos o registro de alguns trechos da avaliação oral.

Figura 3.6: Imagem da sétima etapa.



Fonte: Registro do autor (2023).

Capítulo 4

Análise da evolução de aprendizagem

Neste capítulo, faremos uma análise detalhada dos resultados obtidos pelos alunos no teste de sondagem e na avaliação escrita aplicada no final da sequência didática apresentado no capítulo anterior. Para tanto, se fez necessário o uso de gráficos e tabelas que proporcionam uma melhor visualização e compreensão de tais resultados. Traremos também no final deste capítulo alguns trechos de falas dos alunos expostas na avaliação oral gravada no último encontro da sequência didática.

Antes de apresentarmos todos esses resultados, discorreremos brevemente na seção seguinte sobre a importância dos instrumentos avaliativos: pré-teste e pós-teste para análise e validação do trabalho desenvolvido durante a aplicação da sequência didática em discussão.

4.1 A importância do pré-teste e pós-teste na sequência didática

A avaliação dentro do processo de ensino e aprendizagem oferece ao aluno a oportunidade de refletir e reconhecer seus avanços e limitações em torno dos conteúdos, procedimento e métodos que lhes são apresentados, promovendo assim o seu desenvolvimento pessoal e acadêmico.

No intuito de oferecer aos alunos novas aprendizagens por meio da aplicação da sequência didática proposta, inicialmente é importante traçar o perfil dos estudantes, saber quais são suas maiores dificuldades, conhecê-los não só por meio da bagagem de conteúdos que construíram ao longo dos anos no ambiente escolar, mas também em suas relações cotidianas. Por isso, se faz necessária a realização de uma avaliação diagnóstica, que de acordo com Gil

[...] constitui-se num levantamento das capacidades dos estudantes em relação aos conteúdos a serem abordados, buscando identificar as aptidões iniciais, necessidades, interesses dos estudantes com vistas a determinar os conteúdos e as estratégias de ensino mais adequadas. (GIL, 2006, p. 247)

Nesta perspectiva, a primeira atividade da sequência didática trabalhada foi a aplicação de um pré-teste na forma de um formulário no Google Forms, apresentado no Apêndice A, seção A.1, composto por dez questões, que teve como principal objetivo identificar a familiaridade dos discentes com os conceitos matemáticos básicos necessários para a compreensão

e tomada de decisões em situações cotidianas ligadas Matemática Financeira, bem como nortear as atividades e estratégias utilizadas ao longo da sequência didática.

Reconhecendo a importância de constatar o progresso das aprendizagens e consequentemente apontar ao docente caminhos para sanar as dificuldades apresentadas no processo de ensino aprendizagem dos conteúdos trabalhado, achamos conveniente a aplicação de um pós-teste na forma impressa (veja Apêndice A, seção A.2), composto por quinze questões de múltipla escolha que versam sobre os conteúdos matemáticos trabalhados no pré-teste e alguns outros ligados à economia no consumo de energia elétrica trabalhados durante a sequência didática aplicada.

Outro instrumento avaliativo que reconhecemos como importante é a auto-avaliação. Acredita-se que essa é uma oportunidade que o aluno tem de compreender e refletir sobre seu próprio desempenho nos aspectos atitudinais e conceituais. Esse procedimento fornece subsídios para possíveis intervenções por parte do professor, além de permitir um conhecimento melhor dos seus alunos. Por isso, sugerimos como última atividade da sequência didática construída o desenvolvimento e gravação de uma auto-avaliação dos estudantes.

Ao final do trabalho, é importante que os alunos façam também uma autoavaliação oral de sua participação nas atividades propostas durante toda a sequência didática.

4.2 Análise dos dados (Formulário de sondagem)

O teste de sondagem foi aplicado para 13 alunos de uma turma de 3º Ano do Ensino Médio do Colégio da Polícia Militar, na cidade de Teixeira de Freitas, dos alunos da turma dois não realizaram essa avaliação pois faltaram no dia de aplicação. Após a aplicação do formulário, organização dos dados e apreciação dos resultados, identificou-se quais conteúdos deveriam ser trabalhados com uma atenção especial. A seguir, serão apresentados junto às questões selecionadas os gráficos com a quantidade de acertos que os alunos obtiveram e comentários sobre esses resultados.

Começamos analisando o rendimento que os alunos obtiveram na terceira questão do formulário de sondagem. Vejamos:

Questão 03 - Para calcular o valor de um produto após um acréscimo de $p\%$ devemos multiplicar o valor original por:

(a) $110p$.

(b) $\frac{(1+p)}{100}$.

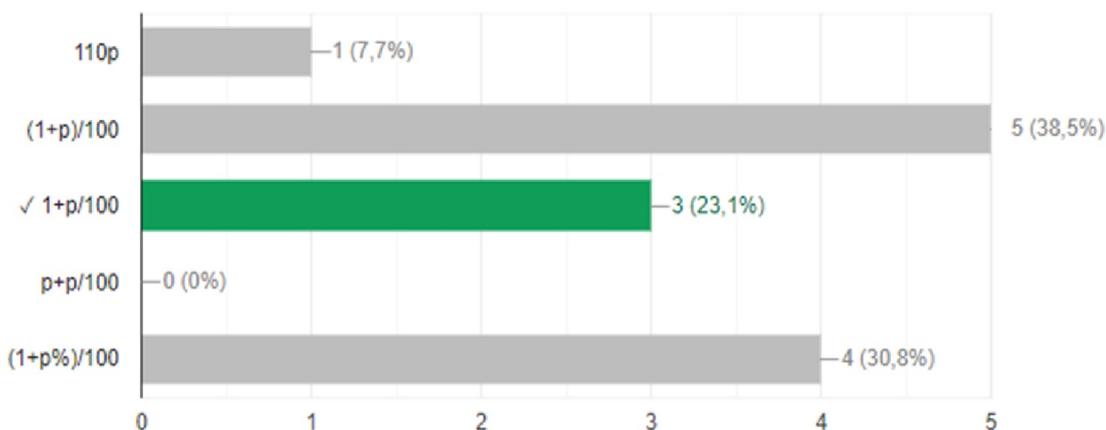
(c) $1 + \frac{p}{100}$.

(d) $p + \frac{p}{100}$.

(e) $\frac{(1+p\%)}{100}$.

Nesta questão, é requerida a dedução do valor de um produto após sofrer um acréscimo de $p\%$. Espera-se que o aluno realize uma manipulação algébrica simples que o leve a encontrar a expressão desejada.

Figura 4.1: Gráfico do percentual de acertos (Questão 03 do teste de sondagem).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

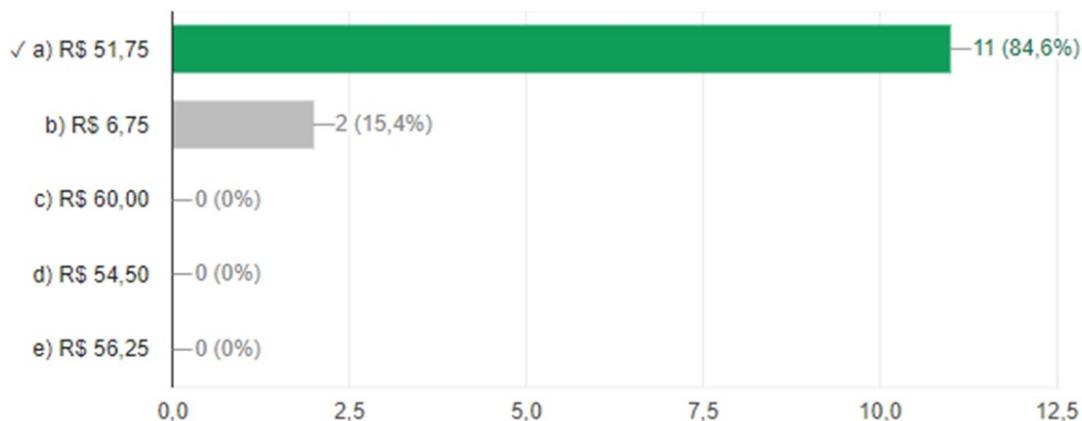
Analisando os resultados expostos na Figura 4.1, percebemos que somente 3 alunos da turma acertaram esta questão. Acreditamos que este baixo rendimento se deu por conta da dificuldade de realizarem a manipulação algébrica para chegarem na expressão correta. Isso fica evidente se analisarmos a questão 4 deste mesmo formulário.

Questão 04 - Lucas almoça em uma lanchonete e o custo de sua refeição é de R\$45,00. Pelo serviço, ele quer deixar uma gorjeta de 15%. Quanto ele pagará no total, incluindo a gorjeta?

- (a) R\$51,75.
- (b) R\$6,75.
- (c) R\$60,00.
- (d) R\$54,50.
- (e) R\$56,25.

Nesta questão, é solicitado que o aluno encontre também o valor de um serviço após sofrer um acréscimo. Observamos que neste caso, o valor inicial do serviço e a taxa percentual de acréscimo são fornecidos, diferente da questão 3 como podemos observar anteriormente.

Figura 4.2: Gráfico do percentual de acertos (Questão 04 do teste de sondagem).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Por meio do gráfico apresentado na Figura 4.2 notamos um ótimo rendimento por parte dos alunos nesta questão, o que evidencia mais ainda que a dificuldade que os alunos encontraram na questão 3 apresentada anteriormente não estava relacionada com o cálculo de acréscimo mas sim com a manipulação algébrica.

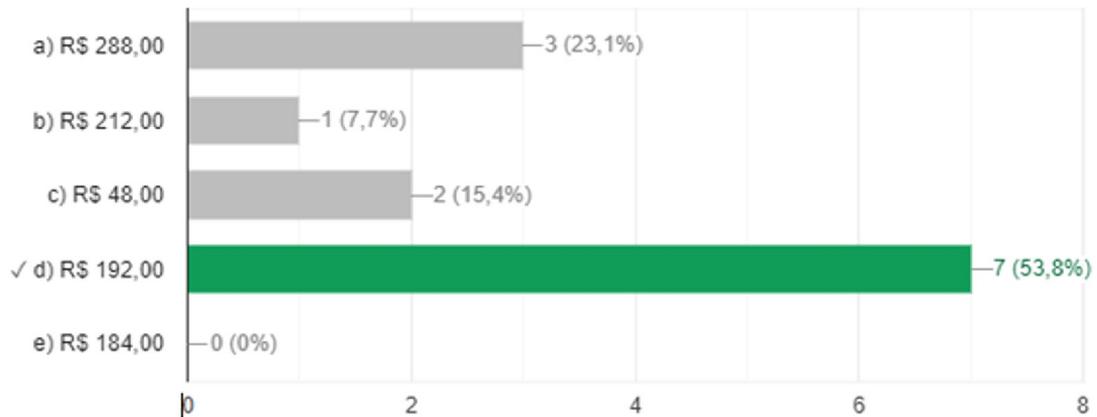
Na sequência, analisaremos o rendimento que os alunos obtiveram na nona questão do formulário de sondagem.

Questão 09 - Qual é o preço de custo de um produto vendido por R\$240,00, sabendo que, na transação o comerciante obteve um lucro de 20%?

- (a) R\$288,00.
- (b) R\$212,00.
- (c) R\$48,00.
- (d) R\$192,00.
- (e) R\$184,00.

Esta questão explora a determinação do valor de custo de um produto a partir do seu valor de venda e da margem de lucro. Essa é uma situação que pode ser resolvida facilmente aplicando-se o conceito de proporção ou por meio de uma equação partindo da fórmula do cálculo de acréscimo de um valor.

Figura 4.3: Gráfico do percentual de acertos (Questão 09 do teste de sondagem).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Mesmo apresentando um enunciado bem simples, quase metade dos alunos não chegaram ao resultado correto nesta questão, como podemos observar na Figura 4.3. Analisando as respostas dadas, percebe-se uma falta de compreensão dos termos: “Preço de custo” e “Lucro”, pois, se compreendessem tais termos, por estimativa, a alternativa (a) seria eliminada de imediato pelos alunos. É imprescindível que os alunos compreendam e utilizem de forma correta esses e outros termos constantemente utilizados nas transações financeiras.

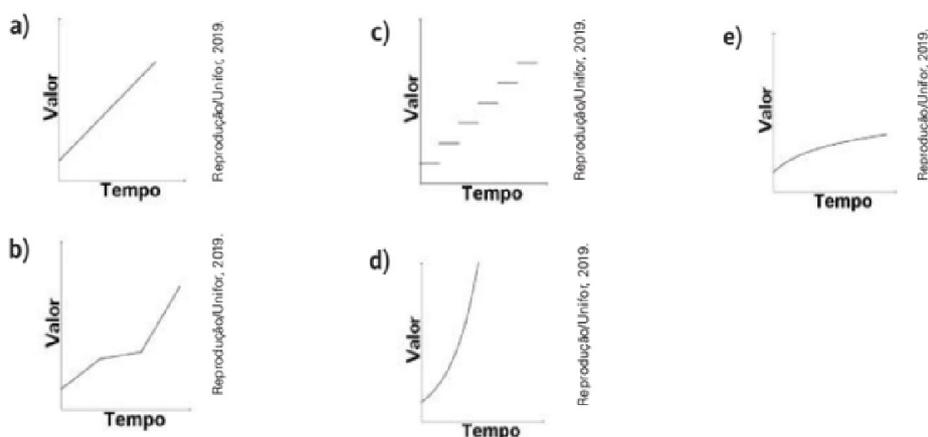
Apresentaremos agora a análise da décima e última questão do formulário de sondagem. Vejamos essa questão adaptada de Dante e Viana (2020).

Questão 10 - (Unifor-CE) Depois de ganhar um prêmio na loteria, João resolveu aplicar parte do dinheiro que ganhou em um fundo de investimentos. João pretende deixar esse dinheiro investido por trinta anos para que, ao se aposentar, tenha uma boa quantidade de recursos financeiros. Se o valor aplicado dobra a cada x anos, qual dos seguintes gráficos melhores representa a quantia total de dinheiro de João, ao longo dos trinta anos, aplicado no fundo?

- (a) Gráfico (a).
- (b) Gráfico (b).
- (c) Gráfico (c).
- (d) Gráfico (d).
- (e) Gráfico (e).

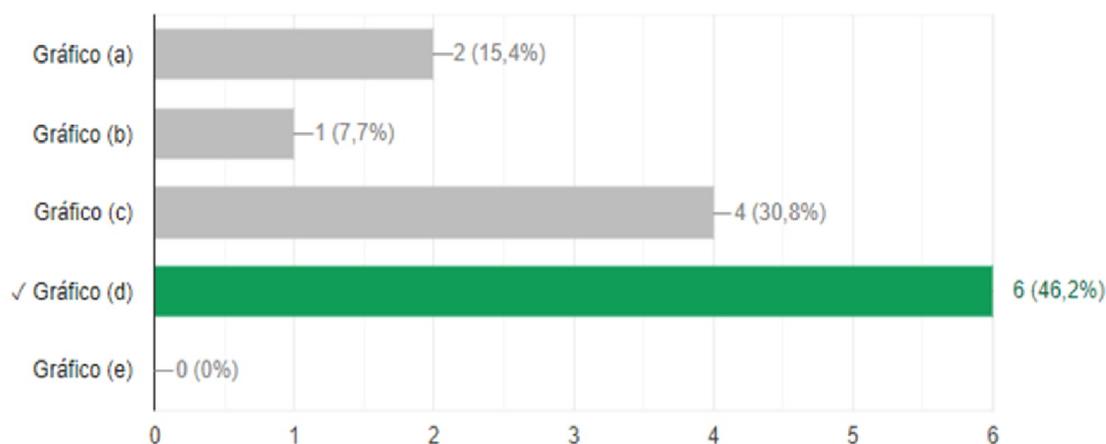
Essa questão explora a capitalização de um valor no regime de juros compostos, bem como a representação gráfica do valor capitalizado ao longo de um período. Espera-se então, que o aluno consiga identificar que na capitalização composta o crescimento de um valor ocorre de forma exponencial. Portanto, é imprescindível que o aluno também compreenda como se dá representação gráfica de uma função exponencial.

Figura 4.4: Evolução do valor de resgate em função do tempo numa aplicação financeira.



Fonte: (DANTE; VIANA, 2020).

Figura 4.5: Gráfico do percentual de acertos (Questão 10 do teste de sondagem).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Analisando o gráfico da Figura 4.5, percebe-se que menos da metade dos alunos, aproximadamente 46%, acertaram esta questão. Acreditamos que os alunos sentiram dificuldade de determinar a lei de formação da função que relaciona o valor aplicado com o tempo no qual este valor permanece aplicado, o que culminou consequentemente na dificuldade de reconhecer qual o gráfico melhor representava a situação proposta no enunciado.

As situações estudadas ao longo do ensino básico que envolvem cálculo de juros, sejam ao longo de um empréstimo, financiamento ou aplicação, são interpretadas por meio de um modelo linear ou exponencial. Desta forma, é importante que o aluno não só conheça

cada modelo, mas também, saiba justificar sua escolha na resolução de problemas como este apresentado.

As dificuldades identificadas no questionário de sondagem foram discutidas e trabalhadas concomitante às tarefas propostas nas etapas da sequência didática. Para tanto, foram utilizadas como principais fontes as seguintes obras: o livro “Matemática em contexto: estatística e matemática financeira”, Dante e Viana (2020) e o livro “Matemática interligada: Grandezas, sequências e Matemática financeira”, (2020).

Os conteúdos de Porcentagem, Acréscimos e descontos sucessivos, Juros simples e compostos, Juros e funções e Sistemas de amortização, trabalhados ao longo da sequência didática, mantiveram constante diálogo com o tema central: A Educação Financeira no consumo de energia elétrica. Através da investigação, os discentes foram estimulados a interpretar e manipular dados, como exemplo, a exploração dos itens que compõem o valor pago no talão de energia.

Todas as tarefas e discussões propostas ao longo da sequência didática, foram pensadas com base nas dificuldades identificadas na análise dos resultados que os alunos obtiveram no formulário. Todos esses instrumentos contribuíram de forma significativa para que os alunos conseguissem avançar na compreensão dos conteúdos contemplados no formulário de sondagem e em outros assuntos trabalhados durante toda a sequência.

4.3 Análise dos dados (Teste final e autoavaliação)

O processo de avaliação foi contínuo se levarmos em conta todas as discussões e observações ao final de cada etapa proposta da sequência didática. No intuito de mensurar qualitativa e quantitativamente o conhecimento adquirido ao longo dessas etapas, oportunizamos um momento de avaliação final dividido em duas partes.

Na primeira parte, aplicamos um teste contendo quinze questões, onde os alunos tiveram quarenta e cinco minutos para responder (Apêndice A, seção A.2). O principal objetivo ao se usar este instrumento era investigar se as dificuldades apresentadas pelos estudantes no teste inicial que haviam sido sanadas e quais ainda persistiam. Na segunda parte, os alunos foram dispostos em forma de U e individualmente fizeram uma autoavaliação, onde puderam expor todas as dificuldades, avanços, os pontos que mais gostaram e os que não gostaram durante todo o trabalho. Todos os comentários foram gravados. No final deste seção, traremos alguns trechos destas colocações.

Começamos a análise dos resultados obtidos pelos alunos nesta avaliação final pela décima questão.

Questão 10 - Para calcular o valor de um produto após um acréscimo de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por:

(a) $110p$.

(b) $\frac{(1+p)}{100}$.

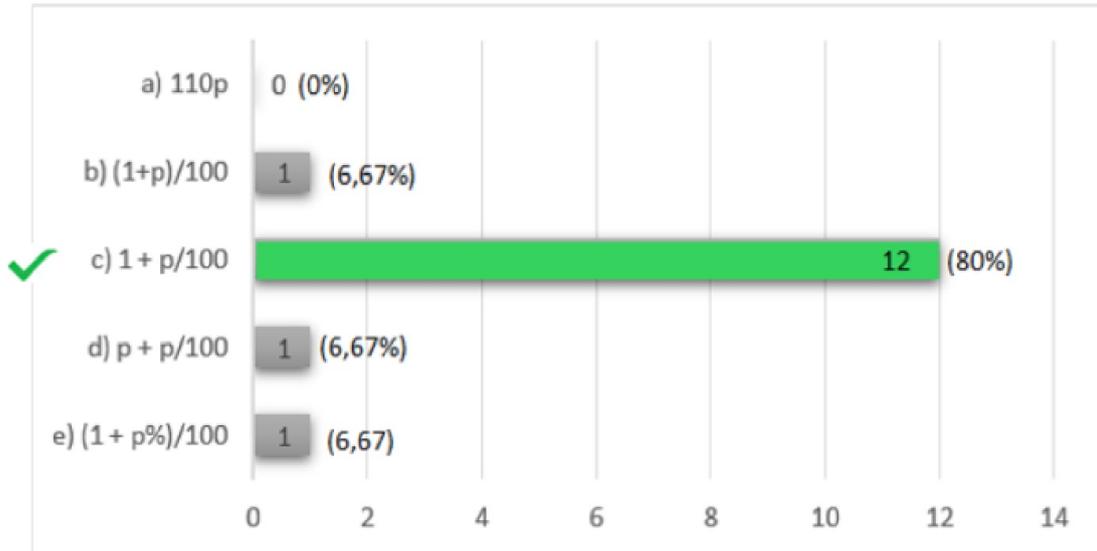
(c) $1 + \frac{p}{100}$.

(d) $p + \frac{p}{100}$.

$$(e) \frac{(1 + p\%)}{100}$$

Essa foi a única questão que aparece no teste de sondagem e no teste final. A resolução da mesma não foi trabalhada durante a sequência didática. Nesta questão o aluno deve determinar a expressão que representa o novo valor de um produto após um acréscimo de $p\%$.

Figura 4.6: Gráfico do percentual de acertos (Questão 10 da Avaliação final).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Ao longo da sequência didática os alunos acompanharam e reproduziram a dedução das fórmulas de juros simples, acréscimos e descontos sucessivos, juros compostos dentre outras. Creditamos a esse processo o aumento expressivo no número de acertos nesta questão. Se retomarmos a Figura 4.1 na seção anterior, constaremos que o percentual de acerto desta questão foi de aproximadamente 23%, em contra partida, o percentual de acerto desta mesma questão no teste final saltou para 80% como pode ser visto na Figura 4.6.

Quando lidamos com fórmulas e expressões matemáticas, mais importante que a aplicação na resolução de algumas situações específicas, é o processo de dedução das mesmas. Quando o aluno se depara com propriedades que não variam num dado conjunto de elementos, é importante que seja estimulado a generalizar tais propriedades e posteriormente provar que essas generalizações são de fato válidas para todos os elementos do conjunto considerado.

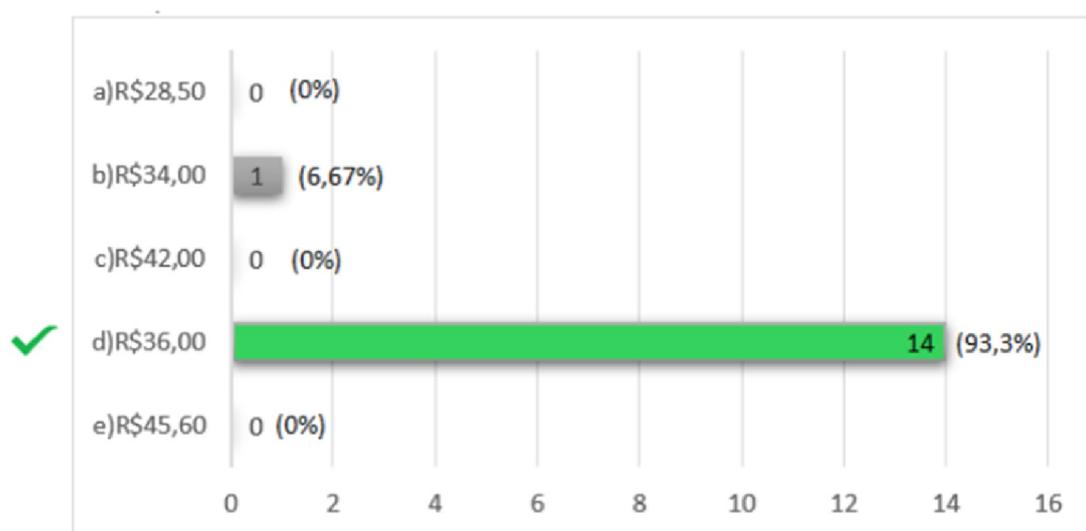
Na sequência, apresentaremos e discutiremos o rendimento que os alunos obtiveram na décima segunda questão do teste final.

Questão 12 - [Matemática Interligada (2020)] Certo produto recebeu um acréscimo de 25% sobre seu preço. Na semana seguinte, o produto entrou em promoção, recebendo um desconto de 30% no preço atual. Sabendo que durante a promoção o produto era vendido por R\$ 31,50, determine o preço do produto antes do acréscimo.

- (a) R\$28,50.
- (b) R\$34,00.
- (c) R\$42,00.
- (d) R\$36,00.
- (e) R\$45,60.

Nesta questão, é solicitado que aluno determine o valor inicial de um produto, conhecendo o seu preço final depois de ter sofrido um acréscimo seguido de um desconto expresso na forma percentual. Sugere-se que na resolução desta questão, o aluno crie uma equação que expresse o valor final em função do valor inicial desconhecido. Para isso, é importante que ele retome a expressão utilizada para cálculo de desconto ou de acréscimo sobre um valor.

Figura 4.7: Gráfico do percentual de acertos (Questão 12 da Avaliação final).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Analisando o gráfico da Figura 4.7 percebemos que a dedução e manipulação da fórmula de acréscimos e descontos sucessivos em algumas atividades propostas durante a sequência didática proporcionaram aos estudantes êxito na aprendizagem deste conteúdo e consequentemente um ótimo rendimento nesta questão.

É importante salientar que, as ideias aplicadas na resolução dessa questão poderiam ser também utilizadas na resolução da nona questão do formulário de sondagem, na qual o aluno a partir do valor de venda de um produto deveria determinar o valor de custo conhecendo a margem de lucro da transação. Se retornarmos a Figura 4.3, veremos que o percentual de acertos obtidos na nona questão do questionário de sondagem foi de 53,8%, que em comparação com os 93,3% de acertos obtidos pelos alunos na questão 12 do teste final foi pouco satisfatório.

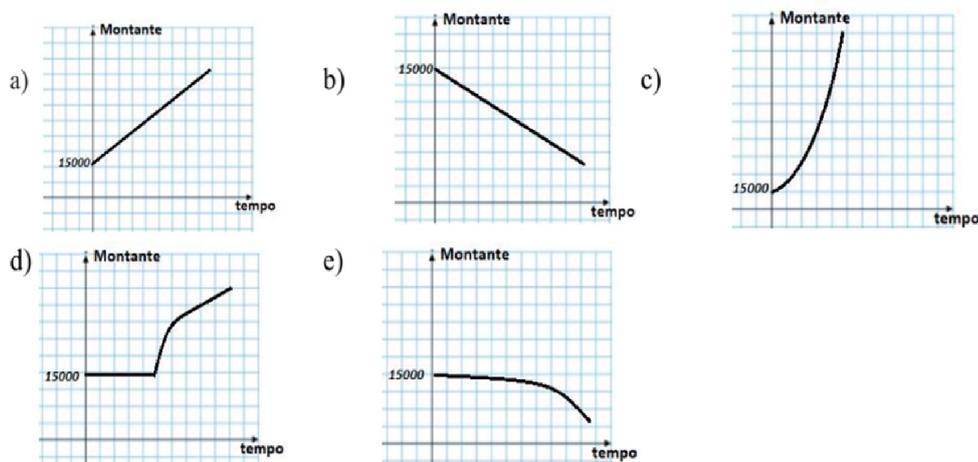
Na décima questão do formulário de sondagem, os alunos também apresentaram um rendimento insatisfatório (veja Figura 4.5). Nesta questão o aluno deveria identificar qual representação gráfica correspondia a dinâmica de crescimento de um montante em função do tempo que permanece aplicado sendo corrigido a juros compostos.

Na avaliação final retomamos essa temática na décima terceira questão, a qual a apresentaremos a seguir.

Questão 13 - Um capital de R\$ 15000,00 é aplicado a juros compostos à taxa de 20% a.a, qual dos gráficos a seguir melhor apresenta a evolução do montante gerado ao longo do período que este valor permanece aplicado?

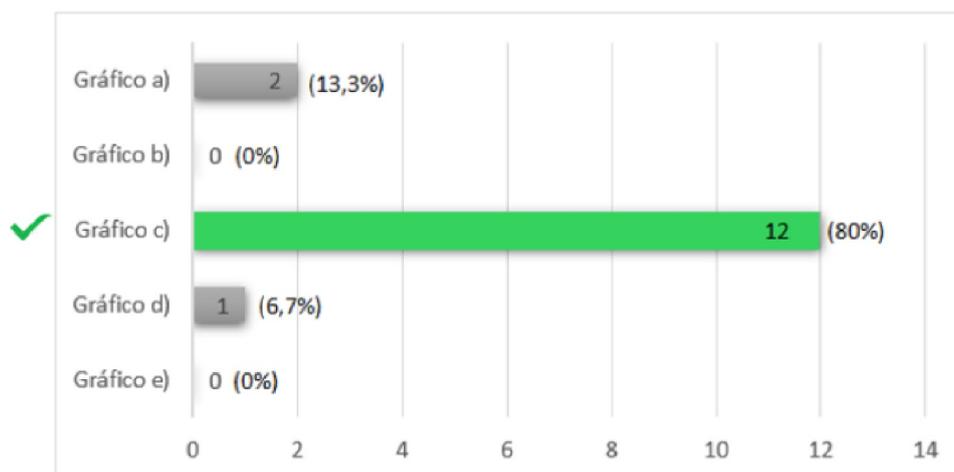
- (a) Gráfico (a).
- (b) Gráfico (b).
- (c) Gráfico (c).
- (d) Gráfico (d).
- (e) Gráfico (e).

Figura 4.8: Evolução do montante em função do tempo numa aplicação financeira.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 4.9: Gráfico do percentual de acertos (Questão 13 da Avaliação final).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Na Figura 4.9 podemos notar que 80% dos estudantes acertaram a questão em discussão. Se compararmos este resultado com os 46,2% obtidos na décima questão do formulário de sondagem, como pode ser visto na Figura 4.5, representa um expressivo aumento no rendimento, o que nos leva a concluir que o trabalho com esse conteúdo foi eficaz.

Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples e compostos por meio de análise gráfica permite que o aluno perceba como a incidência de juros, a depender do sistema adotado, modifica o montante ao longo de um período.

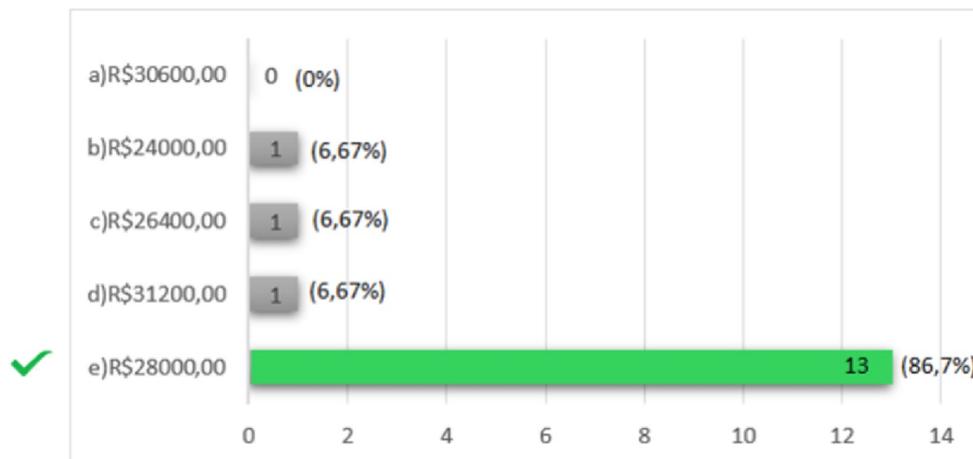
Para finalizar esta análise, apresentaremos e discutiremos os resultados que os alunos obtiveram na décima quinta questão da avaliação final.

Questão 15 - César, trabalha com compra e venda de veículos usados. Ele vendeu um automóvel no qual gastou R\$ 4000,00 com reposição de algumas peças e revitalização da pintura por um valor total de R\$35200,00. Ao final da transação obteve um lucro final de 10% em relação ao dinheiro empregado no carro antes da venda. Determine qual o valor de compra deste automóvel.

- (a) R\$30600,50.
- (b) R\$24000,00.
- (c) R\$26400,00.
- (d) R\$31200,00.
- (e) R\$28000,60.

Observamos que, de acordo o enunciado dessa questão, o lucro obtido pela venda de um carro usado foi de 10% em relação ao preço de custo, que neste caso é o valor de compra mais o valor dos reparos realizados. Neste caso, também sugerimos partirmos da fórmula de acréscimos para encontrar uma equação que fornecerá o valor de compra procurado.

Figura 4.10: Gráfico do percentual de acertos (Questão 15 da Avaliação final).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Analisando os resultados expressos na Figura 4.10 constatamos que 86,7% dos alunos acertaram essa questão. Esse aproveitamento é bastante expressivo por ser tratar de uma questão que apresenta um nível de dificuldade maior que as anteriores, pois, para se chegar no preço de compra do veículo, os estudantes deveriam considerar que o valor empregado na revitalização do mesmo também faz parte do seu preço de custo.

Após a análise do rendimento dos alunos nos dois questionários, fica evidente a evolução na assimilação dos conteúdos trabalhados durante aplicação da sequência didática. As Tabelas 4.1 e 4.2 a seguir sintetizam quantitativamente o rendimento dos alunos em cada avaliação aplicada.

Tabela 4.1: Percentual de acertos por questão (Teste de sondagem).

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
% de acertos	100	92,3	23,1	84,6	38,5	84,6	92,3	76,9	53,8	46,2

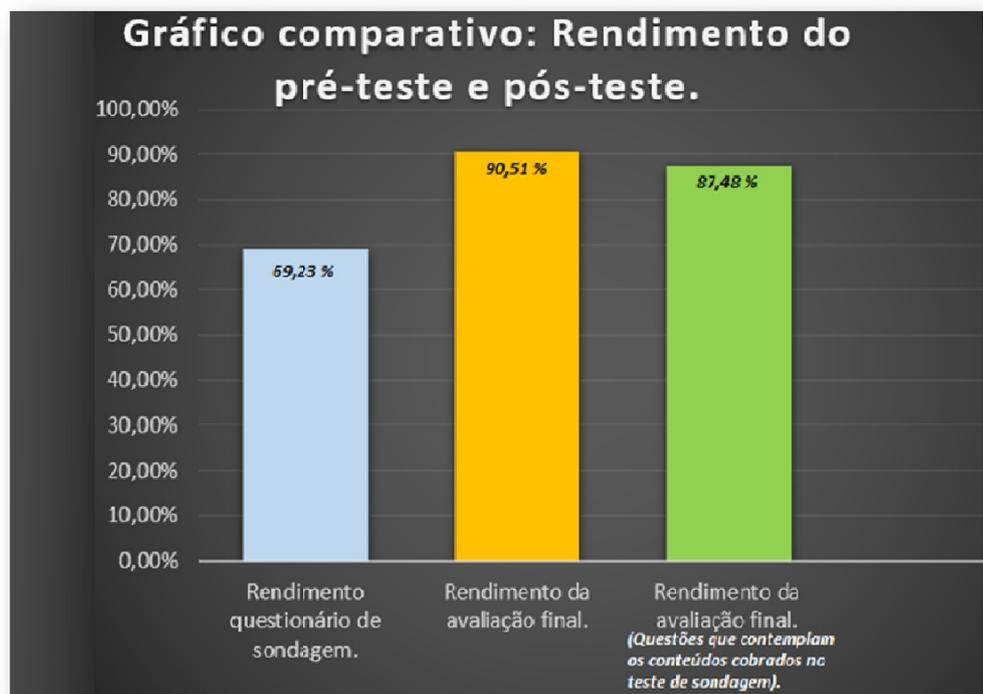
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Tabela 4.2: Percentual de acertos por questão (Teste final).

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	105
% de acertos	100	100	100	86,6	86,6	100	100	93,3	84,6	80
Questão	11	12	13	14	15					
% de acertos	100	93,3	80	66,7	86,6					

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 4.11: Gráfico comparativo (Teste de sondagem e Avaliação final).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Este gráfico comparativo do rendimento percentual que os alunos obtiveram no teste de sondagem e avaliação final, apresenta também na coluna verde mais a direita, o rendimento nas questões da avaliação final que contemplavam somente os conteúdos abordados no teste de sondagem. Por meio da análise deste gráfico e considerando os resultados da Tabela 4.1, encontramos 69,23% como média percentual de acertos obtidos pelos alunos no formulário de sondagem, tomando agora os resultados obtidos pelos alunos no teste final (ver Tabela 4.2), notamos um acentuado crescimento desta média, que passa a ser de aproximadamente 90,51%.

Vale ressaltar que a única questão que os alunos tiveram um rendimento bem abaixo da média na avaliação final foi a décima quarta como podemos ver na Tabela 4.2. Uma possível explicação para este resultado é que além dos cálculos de porcentagens nesta questão os alunos deveriam trabalhar também com média aritmética ponderada, conteúdo não visto durante a sequência didática.

Sabendo o quanto é importante para o aluno a oportunidade de refletir sobre seus erros e acertos, bem como o reconhecimento de seus pontos fortes e fracos, propomos como última atividade da sequência didática uma autoavaliação. O uso deste instrumento permite que o aluno mensure seus avanços e exponha sua opinião sobre o desenvolvimento dos seus estudos. Para fins de registros, este momento da autoavaliação foi gravado. A seguir, destacamos alguns trechos retirados da gravação das colocações realizadas pelos alunos.

R.M: *“... errava constantemente questões que envolviam cálculo de porcentagem, depois que entendi a fórmula de Acréscimos e descontos sucessivos, tive mais facilidade. Agora tenho mais segurança neste conteúdo.”*

A.S: “...ao saber o quanto consumimos de energia em cada aparelho, conseguimos identificar onde devemos economizar mais nas nossas casas”.

A.V: “... já ouvi sobre as bandeiras tarifárias, mas não sabia como interferiam no valor a pagar no final do mês”.

S.S: “... no início achei chato, pensei que só íamos revisar questões de porcentagem e juros, quando começamos analisar o talão de energia e gastos de nossas casas, fiquei mais empolgada com o trabalho”.

R.V: “... em minha casa e na loja dos meus pais, já utilizamos energia solar. Não tinha noção da economia que minha família pode ter à longo prazo”.

J.P: “...Em algumas situações acho que deveríamos ter mais tempo. Quando íamos ao laboratório de informática realizar alguma tarefa, era tudo muito corrido, ficávamos tão empolgados que as aulas passavam num instante.”

M.R: “... valeu a pena estudar este conteúdo. Entender como funciona um financiamento, o quanto pagamos de juros numa dívida é importante pra não cairmos em ciladas, devemos ter muita atenção quando com comprarmos uma moto ou uma casa por exemplo”.

Acreditamos que o estudo das noções básicas de Matemática financeira no contexto do consumo de energia elétrica possibilitou aos alunos uma aprendizagem mais significativa, onde puderam compreender e representar situações relacionadas às finanças e à economia.

Num país como o Brasil, a economia caminha conforme as oscilações do mercado financeiro mundial. Por conta disso, nós consumidores temos que conviver diariamente com uma variedade de ofertas e diferentes condições de pagamentos dos produtos e serviços que adquirimos. Considerando este cenário, devemos ter atenção com as taxas de juros cobradas e formas de pagamentos disponibilizadas pelos comerciantes ou prestadores de serviços.

O conhecimento dos principais fundamentos de matemática financeira nos ajuda a assumir uma postura crítica e consciente nas tomadas de decisões dentro do mercado financeiro. Desta forma, evitaremos cair em propagandas enganosas ou pagar juros abusivos, que podem levar a um endividamento e conseqüentemente na diminuição da qualidade de vida.

Ao longo das etapas da sequência didática, o estímulo à investigação, análise, interpretação e generalização dentro das situações financeiras estudadas se manteve constante. O uso do laboratório de informática, bem como a manipulação de todos os seus recursos colaboraram também para que os alunos pudessem ter uma postura ativa no processo de aprendizagem dos conteúdos propostos e, conseqüentemente, obtivessem um acentuado aumento da média geral, quando comparamos os resultados obtidos no teste de sondagem e no teste final.

Considerações Finais

Neste trabalho, levantamos uma discussão em torno das contribuições que a Matemática Financeira promove na Educação básica brasileira. Abordamos também o uso da sequência didática como instrumento metodológico eficaz para conectar a Matemática financeira e Educação Financeira, viabilizando uma aprendizagem mais prazerosa dos conteúdos, rica em significados que se relacionam com as reais necessidades dos alunos.

Percebemos a relevância deste conteúdo logo no início deste trabalho quando levantamos materiais para compreender como este tema se desenvolveu ao longo dos tempos até chegar no ambiente escolar. Notamos que desde o início das primeiras transações envolvendo troca de produtos, passando pela utilização das moedas como forma de mensurar o valor de um produto, até os dias atuais, onde as atividades financeiras são mais complexas, o surgimento e desenvolvimento da Matemática Financeira vem contribuindo de forma imensurável para a manutenção e melhoria da vida de toda humanidade.

A sociedade como um todo tem necessidade de lidar diariamente com juros, empréstimos, financiamentos, taxas, impostos entre outras atividades do mercado financeiro. O levantamento de propostas que promovam a apropriação e disseminação de informações em torno da dinâmica dessas atividades são indispensáveis no contexto escolar. Nessa perspectiva, optamos pela elaboração e aplicação da sequência didática: *A Educação Financeira no consumo de energia elétrica*, para uma turma de terceiro ano do Ensino Médio no componente curricular *Matemática Aplicada à Ciências Humanas*.

Ao usar este recurso, estabelecemos um diálogo significativo entre os conteúdos de Matemática Financeira e as discussões em torno da economia que pode ser obtida por meio do consumo consciente da energia elétrica, promovendo assim um elo entre o que a escola oferece com as reais necessidades dos alunos.

Partindo dessa prerrogativa, podemos concluir que os objetivos traçados no início deste trabalho foram alcançados. Não só através da análise e comparação dos resultados encontrados no pré-teste e no pós-teste, mas também nas discussões e relatos dos alunos em torno das propostas ao longo da sequência didática, percebemos uma evolução significativa da aprendizagem dos alunos.

Acreditamos que o aumento de aproximadamente 21% no aproveitamento, se compararmos a média de acertos do teste de sondagem com a média de acertos da avaliação final, o maior interesse e participação dos alunos ao longo das etapas, bem como, a constatação do avanço na aprendizagem por meio de uma avaliação contínua, traduz bem o que este trabalho promoveu na vida destes alunos, tanto no contexto escolar como fora dele. Este fato pôde ser confirmado, na auto-avaliação momento em que muitos alunos comentaram que levaram a discussão em torno da economia no consumo de energia elétrica pra dentro de suas residências.

Por fim, entendemos que tanto a Matemática Financeira como a Educação Financeira devem ser contempladas em todos os anos da Educação básica, como aponta (BRASIL, 2019), sendo indispensável a investigação e uso de metodologias que estimulem a participação dos alunos nas aulas de Matemática, afim de que reflitam sobre o que estão aprendendo e apliquem os conceitos vistos na sala de aula em suas atividades cotidianas, sendo assim autônomos e ativos na construção de seus projetos de vida.

Referências Bibliográficas

- AGÊNCIA BRASIL. *Agência pública de notícias incorporada a Empresa Brasil de Comunicação (EBC)*. 2023. Disponível em: <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2023-05/endividamento-atinge-783-das-familias-brasileiras-diz-cnc/#:~:text=A%20previs%C3%A3o%20%C3%A9%20que%20o,6%25%20de%20abril%20de%202022.> Acesso em: 05 junho. 2023.
- ANEEL. *Agência Nacional de Energia Elétrica. Como são definidas as bandeiras tarifárias?* Brasília, 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4b0wyRcrPcs>. Acesso em: 28 de julho de 2023.
- BACEN. *Caderno de Educação Financeira – Gestão de Finanças Pessoais*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2013. 72 p. Disponível em: [www.bcb.gov.br/1.Educaofinanceira.2.Economiadomstica.3.Finanaspessoais](http://www.bcb.gov.br/1/Educaofinanceira.2.Economiadomstica.3.Finanaspessoais). Acesso em: 26 junho. 2023.
- BRASIL. *Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, 2000. 58 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>. Acesso em: 30 maio. 2023.
- BRASIL. *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2019. 595 p. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 maio. 2023.
- BRASIL. Lei nº 14.300, de 6 de janeiro de 2022. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 2022. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2022/lei/114300.htm.
- CERQUEIRA, S. H. do N. Uma proposta de abordagem da matemática financeira e educação financeira no ensino médio. *Dissertação (Mestrado)-PROFMAT*, São Luís-MA, 2020. Disponível em: https://sca.profmt-sbm.org.br/profmt_tcc.php?id1=5680&id2=171053157. Acesso em: 16 Maio. 2023.
- DANTE, L. R.; VIANA, F. *Matemática em contextos : estatística e matemática financeira*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020. 232 p.
- DIUANA, P. B. e F. A. Preço da energia para consumidores residenciais. 2022. Disponível em: <https://pp.nexojournal.com.br/oriente/2022/Pre%C3%A7o-da-energia-para-consumidores-residenciais>. Acesso em: 25 de Julho 2023.

- GIL, A. C. *Didática do ensino superior*. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2006. 304 p.
- GIORDAN, M.; GUIMARÃES, Y. A.; MASSI, L. *Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências*. VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (ENPEC). 1. ed. Campinas - SP: [s.n.], 2011.
- GUEDES, A. de L. Educação financeira como tema transversal: Impactos nas aulas de matemática. *Anais do IV Simpósio Nacional da Formação do Professor de matemática. Organização, Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica Matemática*, n. 3, p. 29–36, 2020. Disponível em: https://anpmat.org.br/wpcontent/uploads/2020/12/ANAIS_IV_SIMPOSIO_VERSAO_DEZ_2020_.pdf. Acesso em: 28 maio. 2023.
- IFRAH, G. *Os números: a história de uma grande invenção*. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.
- MATEMÁTICA INTERLIGADA. *Grandezas, sequências e matemática financeira*: Editora responsável Thais Marcelle de Andrade. São Paulo, 2020.
- OCDE. *Princípios de boas práticas de educação e conscientização financeira*. 2005. Disponível em: <https://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>. Acesso em: 12 junho. 2023.
- OLIVEIRA, M. M. de. *Sequência didática interativa no processo de formação de professores*. Petrópolis - RJ: Vozes, 2013.
- SILVA, A. M. da; POWELL, A. B. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. *Anais do XI ENEM – XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, 2013. Disponível em: <https://docplayer.com.br/5940248-Um-programa-de-educacao-financieira-para-a-matematica-escolar-da-educacao-basica.html>. Acesso em: 15 junho. 2023.
- TV BRASIL. *Caminhos da repostagem: Um lugar ao sol, Energia Solar*. [S.l.], 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=yAiYilNoXfw>. Acesso em: 12 de julho de 2023.
- ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar; tradução Ernani F. da F. Rosa*. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndice A

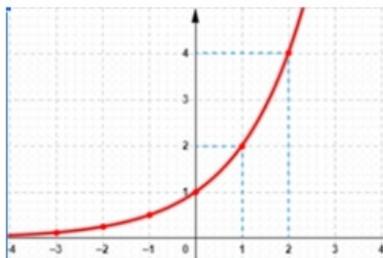
Avaliações.

A.1 Teste de sondagem

O teste de sondagem foi aplicado a 13 alunos utilizando a plataforma Google Forms.

QUESTÕES DO FORMULÁRIO DE SONDAAGEM.

Questão 01. O gráfico apresentado na figura abaixo representa qual tipo de função?



- a) Função afim.
- b) Função do 2º grau.
- c) Função exponencial decrescente.
- d) Função logarítmica.
- e) Função exponencial crescente.

Questão 02. O número 24 corresponde a 75% de que número?

- a) 30
- b) 28
- c) 32
- d) 25
- e) 8

Questão 03. Para calcular o valor de um produto após um acréscimo de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por:

- a) $110p$.
- b) $(1+p)/100$.
- c) $1+p/100$.
- d) $p+p/100$.
- e) $(1+p\%)/100$.

Questão 04. Lucas almoça em uma lanchonete e o custo de sua refeição é de R\$45,00. Pelo serviço, ele quer deixar uma gorjeta de 15%. Quanto ele pagará no total, incluindo a gorjeta?

- a) R\$ 51,75.
- b) R\$ 6,75.
- c) R\$ 60,00.
- d) R\$ 54,50.
- e) R\$ 56,25.

Questão 05. Para calcular o valor de um produto após um desconto de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por:

- a) $0,9p$.
- b) $(100- p)/100$.
- c) $-p/100$.
- d) $p-p/100$.
- e) $p/100-1$.

Questão 06. Muitas vezes, o rendimento do trabalho pode não ser suficiente para as necessidades de uma pessoa, família, grupo, empreendimento, Estado etc. Nestes casos, geralmente quem precisa do dinheiro rapidamente contrai dívidas que quase sempre exigem pagamento de juros. Leia atentamente cada sentença, em seguida assinale a alternativa correta.

I. Juro é uma compensação financeira paga pela utilização de uma quantia por determinado período.

II. O juro simples é aquele calculado sempre sobre o capital inicial.

III. No Brasil, a maioria das operações financeiras como compras a médio e a longo prazo, aplicações financeiras, empréstimos entre outros, utiliza o regime de juros simples.

IV. Juro é uma compensação financeira paga pela utilização de uma quantia por um período geralmente indeterminado.

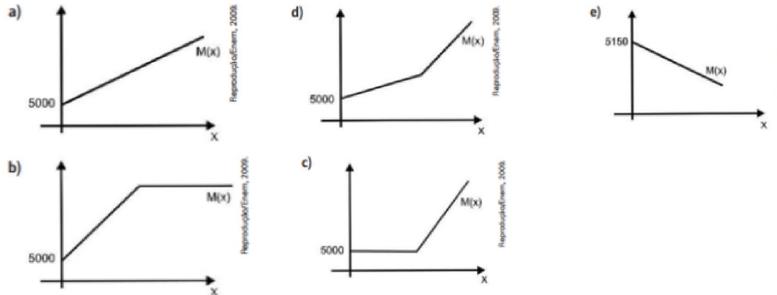
V. No Brasil atualmente, a maioria das operações financeiras como compras a médio e a longo prazo, aplicações financeiras empréstimos entre outros, utiliza o regime de juros compostos.

- a) São verdadeiras somente a I, II e V.
- b) São verdadeiras somente a I e IV.
- c) São falsas somente a V e IV.
- d) São verdadeiras somente a I e II.
- e) Todas são verdadeiras.

Questão 07. Um smartphone custava R\$3000,00 e recebeu um acréscimo em 20% no seu preço. Na semana seguinte, este mesmo produto entrou em promoção, recebendo um desconto de 20% no preço atual. Qual o valor do produto durante a promoção?

- a) R\$ 3000,00.
- b) R\$ 2880,00.
- c) R\$ 3500,00.
- d) R\$ 3600,00.
- e) R\$ 2940,00.

Questão 08. (Enem-2009) Paulo emprestou R\$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere x o número de meses do empréstimo e $M(x)$ o montante a ser devolvido para Paulo no final de x meses. Nessas condições, a representação gráfica correta para $M(x)$ é:

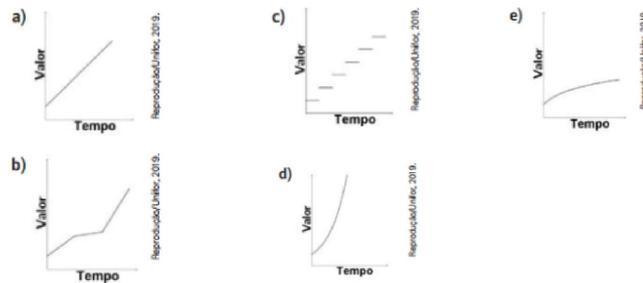


- a) Gráfico (a).
- b) Gráfico (b).
- c) Gráfico (c).
- d) Gráfico (d).
- e) Gráfico (e).

Questão 09. Qual é o preço de custo de um produto vendido por R\$240,00, sabendo que, na transação o comerciante teve um lucro de 20% sobre a venda?

- a) R\$ 288,00.
- b) R\$ 212,00.
- c) R\$ 48,00.
- d) R\$ 192,00.
- e) R\$ 184,00.

Questão 10. (Unifor-CE) Depois de ganhar um prêmio na loteria, João resolveu aplicar parte do dinheiro que ganhou em um fundo de investimentos. João pretende deixar esse dinheiro investido por trinta anos para que, ao se aposentar, tenha uma boa quantidade de recursos financeiros. Se o valor aplicado dobra a cada x anos, qual dos seguintes gráficos melhores representa a quantia total de dinheiro de João, ao longo dos trinta anos, aplicado no fundo?



- a) Gráfico (a).
- b) Gráfico (b).
- c) Gráfico (c).
- d) Gráfico (d).
- e) Gráfico (e).

A.2 Teste final

O seguinte teste composto por 15 questões foi aplicado no formato impresso a 15 alunos.

Questões do teste final.

Questão 01. Qual das unidades de medida abaixo é geralmente utilizada para medir o consumo de energia elétrica de nossas residências?

- a) *Watts*
- b) *kWh*
- c) *J*
- d) *A*

Questão 02. A Tarifa de Energia – TE é o valor da energia consumida em sua casa mensalmente determinado pela ANEEL, em R\$/KWh. Uma outra tarifa que compõe o valor a pagar por um talão de energia é aquela que cobre os custos com as instalações, equipamentos e componentes da rede de distribuição utilizados para levar a energia com qualidade. Qual a abreviação desta segunda tarifa?

- a) *ICMS*
- b) *PIS*
- c) *TUSD*
- d) *IOF*

Questão 03. (OBEF-2021) Bryan vende docinhos na universidade para ajudar a pagar suas contas. Ele compra R\$50,00 de ingredientes para fazer 100 docinhos por semana e vende esses docinhos por R\$2,00 cada. Considerando que na última semana, ele vendeu todos os docinhos. Qual o custo, a receita e o lucro de Bryan da última semana, respectivamente?

- a) *R\$52,00; R\$150,00; e, R\$98,00.*
- b) *R\$150,00; R\$50,00; e, R\$100,00.*
- c) *R\$50,00; R\$200,00; e, R\$150,00.*
- d) *R\$100,00; R\$300,00; e, R\$200,00.*
- e) *R\$40,00; R\$160,00; e, R\$120,00.*

Questão 04. Duas informações imprescindíveis para estimar o quanto um aparelho elétrico impacta no valor de um talão de energia em determinado período, são:

- a) A capacidade térmica e seu tempo de uso.
- b) A potência e seu tempo de uso.
- c) A potência e a capacidade térmica.
- d) A marca e sua potência.

Questão 05. A presença da bandeira vermelha no talão de energia, indica um aumento no custo de geração da energia, e consequentemente o aumento do valor pago em cada KwK consumido em nossas residências. Os aspectos abaixo são possivelmente responsáveis por tal cenário, EXCETO:

- a) Crescente implementação de painéis de energia fotovoltaicas nas residências.
- b) Baixo volume de água nos reservatórios das hidrelétricas.
- c) Escassez de chuvas.
- d) Necessidade de ativação de usinas termoeletricas.
- e) Aumento do consumo de energia elétrica nas residências.

Questão 06. (OBEF-2021) Analise as afirmativas a seguir sobre o que se deve fazer antes de comprar com base em financiamento (suaves prestações):

I - Não é necessário verificar os juros cobrados, pois sempre são valores pequenos;

II - Analisar o tempo necessário para realizar todo o pagamento e se essa dívida não pode comprometer seu orçamento no futuro;

III - Conferir o valor total a ser pago, para ver se realmente valerá a pena.

Assinale a alternativa correta:

- a) Somente a alternativa II está falsa.
- b) As alternativas I e III estão corretas.
- c) Somente a alternativa III está correta.
- d) As alternativas I e II estão falsas.
- e) As alternativas II e III estão corretas.

Questão 07. Há situações que para iniciarmos um investimento com retorno de médio ou longo prazo devemos recorrer a financiamentos. A instalação de painéis solares em uma residência é um bom exemplo disso, com relação aos sistemas de amortização PRICE ou SAC em um financiamento, podemos afirmar que:

- (a) Apesar das parcelas ficarem um pouco diferentes, nos dois sistemas a amortização ocorre da mesma forma.
- (b) No sistema de amortização PRICE a amortização se dá de maneira constante.
- (c) No sistema de amortização SAC a amortização se dá de maneira constante com parcelas variáveis.
- (d) No sistema PRICE os valores das parcelas decrescem durante o financiamento.
- (e) No sistema de amortização SAC a amortização se dá de maneira constante com parcelas constantes.

Questão 08. (PREF. GUARUJÁ/SP – SEDUC – PROFESSOR DE MATEMÁTICA – CAIPIMES) Um capital foi aplicado por um período de 3 anos, com taxa de juros compostos de 10% ao ano. É correto afirmar que essa aplicação rendeu juros que corresponderam a, exatamente:

- a) 32% do capital aplicado.
- b) 31,2% do capital aplicado.
- c) 33,1% do capital aplicado.
- d) 30% do capital aplicado.

Questão 09 (OBEF-2021) Analise as afirmativas abaixo e marque V (verdadeiro) ou F (falso): Sobre as consequências financeiras do superendividamento, leia as afirmativas e assinale a alternativa correta:

() *Aumento da qualidade de vida;*

() *Perda de patrimônio;*

() *Redução do consumo futuro;*

() *Comprometimento da renda com pagamento de juros e multas punitivas.*

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta de cima para baixo:

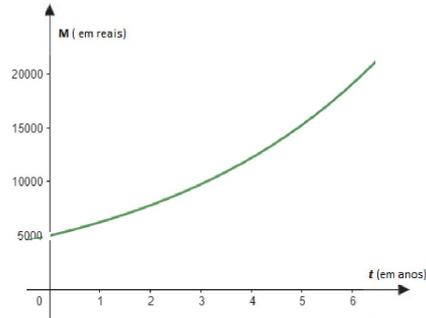
- a) V, V, V, F
- b) F, V, V, F
- c) V, F, V, F
- d) F, V, V, V
- e) V, F, F, V

Questão 10. Para calcular o valor de um produto após um acréscimo de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por:

- a) $110p$ b) $(1+p)/100$ c) $1+p/100$ d) $P + p/100$ e) $(1+p\%)/100$

Questão 11. O gráfico abaixo mostra, a evolução de uma dívida que inicialmente era de R\$ 5.000,00 capitalizada no regime de juros compostos. Qual será o valor do montante suficiente para quitar essa dívida após 6 anos, sabendo que após um ano a dívida já era de R\$ 6250,00? Dado: $(1,25)^6 \approx 3,81$.

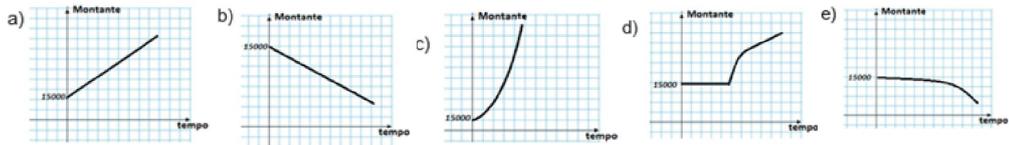
- a) 18 500,00
b) 19 050,00
c) 21 256,50
d) 23 812,50
e) 24 235,00



Questão 12. (Andrade 2020- Matemática Interligada) Certo produto recebeu um acréscimo em 25% no seu preço. Na semana seguinte, o produto entrou em promoção, recebendo um desconto de 30% no preço atual. Sabendo que na promoção o produto era vendido por R\$ 31,50, determine o preço do produto antes do acréscimo.

- a) R\$ 28,50 b) R\$ 34,00 c) R\$ 42,00 d) R\$ 36,00 e) R\$ 45,60

Questão 13. Um capital de R\$ 15000,00 é aplicado a juros compostos à taxa de 20% a.a. Qual dos gráficos a seguir melhor apresenta a evolução do montante gerado ao longo do período que este valor permanece aplicado?



- a) Gráfico (a) b) Gráfico (b) c) Gráfico (c) d) Gráfico (d) e) Gráfico (e)

Questão 14. (ENEM-2022) Em uma universidade, atuam professores que estão enquadrados funcionalmente pela sua maior titulação: mestre ou doutor. Nela há, atualmente, 60 mestres e 40 doutores. Os salários mensais dos professores mestres e dos doutores são, respectivamente, R\$ 8 000,00 e R\$ 12 000,00. A diretoria da instituição pretende proporcionar um aumento salarial diferenciado para o ano seguinte, de tal forma que o salário médio mensal dos professores dessa instituição não ultrapasse R\$ 12240,00. A universidade já estabeleceu que o aumento salarial será de 25% para os mestres e precisa ainda definir o percentual de reajuste para os doutores. Mantido o número atual de professores com suas atuais titulações, o aumento salarial, em porcentagem, a ser concedido aos doutores deverá ser de, no máximo,

- a) 14,4 b) 20,7 c) 22,0 d) 30,0 e) 37,5

Questão 15. César trabalha com compra e venda de veículos usados. Ele vendeu um automóvel por R\$35200,00 após ter gasto R\$ 4000,00 com manutenção e revitização da pintura do veículo. Ao final da transação obteve um lucro final de 10% em relação ao dinheiro total empregado no carro. Determine qual o valor de compra deste automóvel.

- a) R\$28000,00 b) R\$31200,00 c) R\$26400,00 d) R\$24000,00 e) R\$30600,00

Apêndice B

Listas de exercícios

B.1 Como se compõe o valor a pagar por um talão de energia elétrica?

LISTA DE EXERCÍCIOS 01

(Compreendendo como se compõe o valor a pagar no talão de energia elétrica).

TAREFA 01

Observe o talão de energia representado no verso desta folha, note que alguns valores foram suprimidos do mesmo. Vamos seguir os seguintes passos para determinar tais valores e por fim o valor total a pagar.

- **1º Passo: Determinar o consumo mensal.**

Leitura atual – leitura anterior = consumo do mês corrente. (Kwh)

- **2º Passo: Determinar o valor do consumo sem tributos.**

Consumo do mês corrente (Kwh) x Tarifa sem tributos.

- **3º Passo: Determinar o valor do consumo considerando os tributos.**

Consumo do mês corrente (Kwh) x Tarifa considerando os tributos.

- **4º Passo: Determinar o VALOR TOTAL a pagar pelo talão de energia.**

Somar os valores encontrados nos passos 1º e 2º com a contribuição de iluminação pública E possíveis multas e juros.

TAREFA 02

Considerando ainda as informações contidas no talão de energia e tabela em anexo.

- crie a lei de formação da função que relaciona a quantidade q de KWh consumidos no mês em questão com $v(q)$ o valor total a pagar.
- faça a representação gráfica de tal função considerando o intervalo $0 \leq q \leq 400$.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

DATAS DE LEITURAS		LEITURA ANTERIOR 20/12/2022		LEITURA ATUAL 18/01/2023		N° DE DIAS 29		PRÓXIMA LEITURA 15/02/2023																															
ITENS DA FATURA	UNID.	QUANT.	PREÇO UNIT. COM TRIB (R\$)	VALOR (R\$)	PIS/COFINS (R\$)	BASE CÁLC. ICMS (R\$)	ALÍQUOTA ICMS (%)	ICMS (R\$)	FAZENDA UNIT (R\$)	PIS/COFINS	BASE CÁLC. ICMS (R\$)	ALÍQUOTA ICMS (%)	VALOR (R\$)																										
Consumo-TUSD	kWh		0.68080547		7,82	248,49	27,00	67,09	0,47560000	PIS	284,43	0,77	2,19																										
Consumo-TE	kWh		0.38670794		4,43	141,14	27,00	38,11	0,27016000	COFINS	284,43	3,54	10,06																										
Imp. Púb. Municipal				6,38						ICMS	389,63	27,00	105,20																										
Multa-NF 645280275				3,82																																			
Juros-NF 645280275																																							
TOTAL										<p>CONSUMO / kWh</p> <p>CONSUMO FATURADO N° DIAS FAT</p> <table border="1"> <tr><td>JAN23</td><td>29</td></tr> <tr><td>DEZ22</td><td>291</td></tr> <tr><td>NOV22</td><td>335</td></tr> <tr><td>OUT22</td><td>332</td></tr> <tr><td>SET22</td><td>286</td></tr> <tr><td>AGO22</td><td>264</td></tr> <tr><td>JUL22</td><td>239</td></tr> <tr><td>JUN22</td><td>262</td></tr> <tr><td>MAI22</td><td>359</td></tr> <tr><td>ABR22</td><td>391</td></tr> <tr><td>MAR22</td><td>428</td></tr> <tr><td>FEV22</td><td>441</td></tr> <tr><td>JAN22</td><td>348</td></tr> </table>				JAN23	29	DEZ22	291	NOV22	335	OUT22	332	SET22	286	AGO22	264	JUL22	239	JUN22	262	MAI22	359	ABR22	391	MAR22	428	FEV22	441	JAN22	348
JAN23	29																																						
DEZ22	291																																						
NOV22	335																																						
OUT22	332																																						
SET22	286																																						
AGO22	264																																						
JUL22	239																																						
JUN22	262																																						
MAI22	359																																						
ABR22	391																																						
MAR22	428																																						
FEV22	441																																						
JAN22	348																																						
MEDIDOR	GRANDEZAS	POSTOS HORÁRIOS	LEITURA ANTERIOR	LEITURA ATUAL	CONST. MEDIDOR	CONSUMO kWh	RESERVADO AO FISCO																																
1161219157	Energia Ativa	Único	22.591,00	22.956,00	1,00000																																		


MUNICÍPIO DE TEIXEIRA DE FREITAS – BAHIA
GABINETE DO PREFEITO

ANEXO ÚNICO
TABELA DE RECEITA Nº VIII
CONTRIBUIÇÃO PARA O CUSTEIO DA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

CODIGO	ESPECIFICAÇÃO	% SOBRE O VAOR LÍQUIDO DA FATURA	VALOR DA COSIP MENSAL R\$
1	RESIDENCIAL		
1.1	0 A 30KWH	13	isento
1.2	31 A 50	13	isento
1.3	51 A 100	13	9,00
1.4	101 A 200	13	12,00
1.5	201 A 300	13	18,00
1.6	301 A 450	13	22,50
1.7	451 A 650	13	22,50
1.8	651 A 1.000	13	22,50
1.9	1001 A 2.000	13	22,50
1.10	ACIMA DE 2.000	13	22,50

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

B.2 Calculando o custo de energia elétrica de um aparelho eletrônico.

LISTA DE EXERCÍCIOS 02

(O valor do consumo de energia elétrica de alguns aparelhos/ Bandeiras tarifárias/ Acréscimos e descontos).

Sabemos que a maioria das atividades em nossas residências dependem de energia elétrica. Cada aparelho ligado pelo menor tempo que seja, interfere diretamente no consumo e conseqüentemente no valor a pagar por um talão de energia. Há aparelhos que gastam menos e outros que gastam mais, como o consumo de cada um? A quantidade de energia que consumimos é mensurada em KW/h, mas o que exatamente isto significa?

Quer dizer que um aparelho que tenha uma potência elétrica de 100W por exemplo, se ficar ligado por 1 hora, irá consumir 100W/h ou 0,1KW/h de energia elétrica, caso este aparelho fique ligado por 5 horas, ele irá consumir 0,5KW/h. Com base nestas informações desenvolva a seguinte tarefa:

TAREFA 01

Preencha cada tabela abaixo realizando os cálculos com base nos exemplos desenvolvidos em sala.



Aparelho	Chuveiro		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Aparelho televisor		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Ar condicionado – 9000 BTU		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Ferro elétrico.		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Geladeira		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Lâmpada de led		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			
Aparelho	Máquina de lavar roupa.		
Potência do aparelho			
Tempo de utilização			
Valor em R\$ do KWh			
	Diário	Mensal	Anual
Consumo elétrico			
Gasto em R\$			

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

TAREFA 02

O Sistema de Bandeiras Tarifárias é um mecanismo que repassa ao consumidor final eventuais aumentos nos custos da geração de energia elétrica. Esse mecanismo começou a funcionar no Brasil em janeiro de 2015. Regulamentado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel), ele passa por reajustes e modificações constantes. Com base nas discussões e nas informações do vídeo: **Como são definidas as Bandeiras Tarifárias?** apresentadas no último encontro, desenvolva a seguinte questão.

Considere que num mês com bandeira tarifária verde, o valor a pagar por um talão de energia seja R\$ 240,00? Quais seriam os valores do acréscimo e valor total deste talão, se este consumo fosse num cenário de;

- BANDEIRA AMARELA?
- BANDEIRA VERMELHA 01?
- BANDEIRA VERMELHA 02?

TAREFA 03

Nesta tarefa, trabalharemos alguns exercícios que exigem a manipulação da fórmula de acréscimos ou descontos.

- No talão referente ao mês de dezembro de 2022 Caio pagou R\$ 375,00 em sua conta de energia. Como todos de sua família estavam de férias em janeiro de 2023 este valor se elevou em 32%. Após conversa com seus familiares estimulando os mesmos a terem atitudes que proovessem uma maior economia no consumo de energia elétrica, conseguiu nos outros dois meses descontos consecutivos de 16% a cada mês, com relação ao mês anterior.
 - a) *Com base nas informações podemos afirmar que Caio pagou R\$ 375,00 de energia em março de 2023?*
 - b) *Faça o cálculo de determine quanto ele pagou pelo talão de março de 2023, considerando as informações dadas?*
- Imagine que numa situação hipotética por conta do uso inconsciente de energia e variação nas bandeiras tarifárias, o valor de R\$360,00 do seu talão de energia sofra durante três meses acréscimos sucessivos de 8% a.m.
 - a) *O valor pago pelo talão do terceiro mês desse período teve um acréscimo de 24% com relação ao valor de R\$360,00?*
 - b) *Qual o valor a pagar pelo talão do terceiro mês deste período?*
- Analisando o talão de energia de outubro de 2022 no valor de R\$426,00, Luiz, junto com sua família decidiu adotar algumas atitudes para diminuir o consumo de energia elétrica em sua residência, durante três meses sucessivos conseguiu reduzir em 12% o consumo de energia em relação ao mês anterior neste período. Considerando estas informações determine quanto ele pagou de energia em janeiro de 2023?
- Marcos pagou R\$ 282,24 por um talão de energia referente a novembro de 2022, após dois descontos sucessivos de 16%, levando em consideração os valores pagos nos meses de setembro e outubro deste mesmo ano. Com base nestas informações, quanto ele pagou de energia no talão correspondente a setembro de 2022?

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Apêndice C

Tutoriais para manipulação das planilhas eletrônicas

C.1 Tutorial para o cálculo do custo benefício do uso da energia solar fotovoltaica

TUTORIAL 01

Nesta atividade, estimaremos a economia obtida por meio da instalação e uso de um kit de energia solar fotovoltaico num período de 25 anos. Para o desenvolvimento desta atividade sugerimos a utilização do Google planilhas.

Mãos à obra!!! Vamos utilizar uma planilha eletrônica estimar uma possível economia gerada por meio do uso de um sistema de energia solar com painéis fotovoltaicos. No exemplo que se segue utilizaremos as informações retiradas do orçamento do kit de energia solar realizado na etapa anterior a essa.

- *Produção média mensal (em Kwh): 600.*
- *Valor do KWh com impostos: R\$1,08*
- *Consumo cobrado pela taxa mínima: 30 KWh/mês*
- *Reajuste médio de aumento do valor da energia elétrica: 8% ao ano.*
- *Diminuição no rendimento dos módulos: 0,7% ao ano.*
- *Valor orçado no kit de geração de energia solar para suprir a necessidade energética do consumidor: R\$23.900,00.*

No intuito de estimar uma possível economia, compreender e reproduzir o exemplo que se segue utilizaremos o seguinte esquema tutorial.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O que está sendo calculado?	Quais comandos devo utilizar?
<p>Valor médio mensal do talão <u>sem a energia solar</u>.</p>	<p>Na cédula B16 digite “=B10* 1,08”.</p> <p>Na cédula B17 digite “=B16*1,08”.</p> <p>Na cédula B18 digite “=B17*1,08”.</p> <p><i>Selecione na 2ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 2.</i></p>
<p>Valor médio anual do talão <u>sem a energia solar</u>.</p>	<p>Na cédula C16 digite “=B16*12”.</p> <p>Na cédula C17 digite “=C17*12”.</p> <p><i>Selecione na 3ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 3.</i></p>
<p>Valor médio mensal do talão <u>com a energia solar</u>.</p>	<p>Na cédula D16 digite “=30*1,08”.</p> <p>Na cédula D17 digite “=D16*1,08+B17*0,007”.</p> <p>Na cédula D18 digite “=D17*1,08+B18*0,007”.</p> <p><i>Selecione na 4ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 4.</i></p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

<p>Valor médio anual do talão com a energia solar.</p>	<p>Na cédula E16 digite “=D16*12”. Na cédula E17 digite “=D17*12”. Na cédula E18 digite “=D18*12”. <i>Selecione na 5ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 5.</i></p>
<p>Rendimento anual dos módulos <i>(os módulos perdem em média 0,7% de rendimento na geração de energia anualmente).</i></p>	<p>Na cédula F16 digite “=0,993%”. Na cédula F17 digite “=F16*0,993”. Na cédula F18 digite “=F17*0,993”. <i>Selecione na 6ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 6.</i></p>
<p>Geração anual acumulada (KWh)</p>	<p>Na cédula G16 digite “=B10*12”. Na cédula G17 digite “=G16+7200”. Na cédula G18 digite “=G17+7200”. <i>Selecione na 7ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 7.</i></p>
<p>Economia anual acumulada</p>	<p>Na cédula H16 digite “=-B13-E16+C16”. Na cédula H17 digite “=H16-E17+C17”. Na cédula H18 digite “=H17-E18+C18”. <i>Selecione na 8ª coluna as linhas 17 e 18 e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 41 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo a fórmula que introduzimos na coluna 8.</i></p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

C.2 Tutorial para criação de um simulador de financiamento

TUTORIAL 02

(Criando um simulador de financiamento)

Determinar o valor das parcelas em um financiamento pode dar trabalho. Para facilitar os cálculos e ajudar na tomada de decisão de entrar em um financiamento ou não, vamos utilizar uma planilha eletrônica que nos fornecerá o valor de todas as parcelas de uma série de pagamentos.

Mãos à obra!!! Vamos utilizar uma planilha eletrônica para calcular todas as prestações de um financiamento nos sistemas de amortização que estudamos há pouco. Nos exemplos serão utilizados os seguintes dados baseados no valor do kit de energia solar orçado anteriormente:

- *prazo: 120 meses (6 anos)*
- *taxa de juros: 1,7% ao mês*
- *saldo devedor: _____.*
- *outros encargos: R\$ 12,00 por mês*

Abra uma planilha em branco no editor de planilhas eletrônicas do LibreOffice e siga os passos a seguir para escrever a série de prestações de um financiamento.

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO SAC.

1º passo: Na primeira linha vamos incluir algumas informações sobre a simulação. Na célula B1 digite “prazo (em meses)”, na célula C1 digite “120”, na célula D1 digite “taxa de juros (mensal)” e na célula E1 digite “1,70 %”.

2º passo: Agora, na célula A3 digite “data”, na célula B3 digite “amortização”, na célula C3 digite “juros”, na célula D3 digite “outros encargos”, na célula E3 digite “parcela” e na célula F3 digite “saldo devedor”.

3º passo: Agora, na linha 4 da planilha, vamos preencher apenas os 3 valores: A4, com “0”, D4, com “R\$ 12,00” e F4, com “R\$ 20.000,00”. Esses valores correspondem respectivamente à data de início do financiamento, ao valor de outros encargos, que fixamos em R\$ 12,00, e ao valor do saldo devedor, que é de R\$ 20.000,00.

Fique atento

O símbolo “\$” nas planilhas eletrônicas indica que o elemento imediatamente à direita está fixado. Podemos utilizá-lo, por exemplo, para fixar:

- uma coluna, se uma fórmula contém “\$A2”, a coluna A permanece fixa e a linha 2 pode ser atualizada;
- uma linha, se uma fórmula contém “C\$3”, a linha 3 permanece fixa e a coluna C pode ser atualizada;
- uma célula, se uma fórmula contém “\$F\$6”, a coluna F e a linha 6 permanecem fixas.

Fonte: (DANTE; VIANA, 2020)

4º passo: Agora, na linha 5, vamos digitar algumas fórmulas. Para a data, na célula A5, digitamos “=A4+1”. Para a amortização, na célula B5, digitamos “=F\$4/\$C\$1”. Para os juros, na célula C5, digitamos “=F4*\$E\$1”. Para os outros encargos, na célula D5, digitamos “=D4”. Para a parcela, na célula E5, digitamos “=B5+C5+D5”. Para o saldo devedor, na célula F5, digitamos “=F4-B5”. Feito isso, a 5ª linha da tabela estará toda preenchida.

5º passo: Selecione na 5ª linha as colunas de A a F e posicione o cursor do mouse sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 244 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas mantendo as fórmulas que introduzimos na linha 5.

6º passo: Por fim, na célula D126 digite “Valor total pago”, na célula E126 digite “=SOMA(E4:E124)”

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO PRICE.

1º passo: Aproveite as 5 primeiras linhas da planilha anterior; vamos editar apenas as fórmulas necessárias para mudar o sistema de amortização.

2º passo: Na célula E5, digite “=PGTO(\$E\$1;\$C\$1;-\$F\$4;0)+D5” e na célula B5, digite “=E5-D5-C5”.

Fique atento

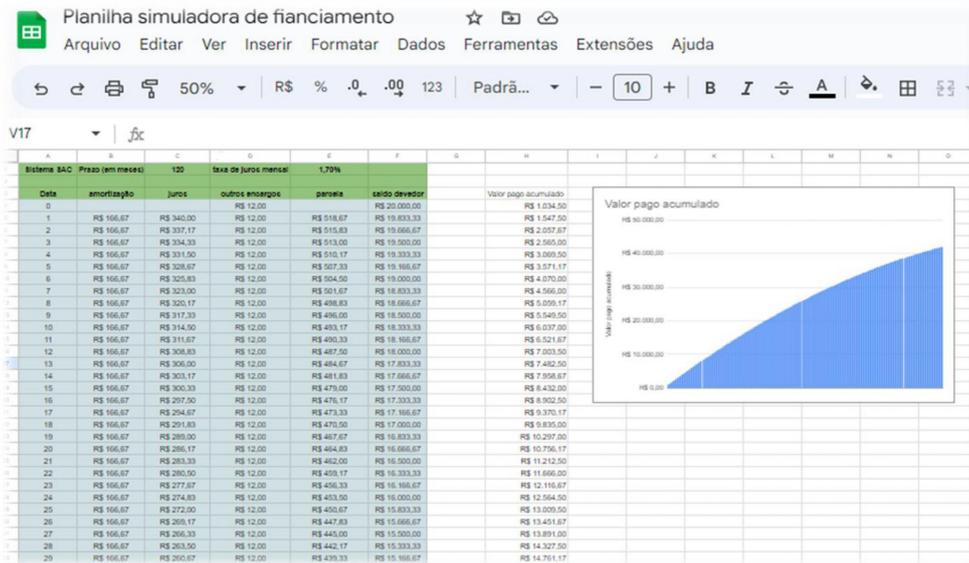
- A fórmula “=PGTO()” faz o cálculo automático da parcela no sistema de amortização Price, basta informar, nessa ordem, a taxa de juros mensal, o período (também em meses) e o oposto do saldo devedor (indicado, em nosso caso, por “-\$F\$4”).
- Caso seu software esteja no idioma em inglês, a fórmula que corresponde a “=PGTO()” é a “=PMT()”.

3º passo: Selecione na 5ª linha as colunas de B a E e posicione o cursor do *mouse* sobre a alça de preenchimento. Clique e arraste essa alça para baixo até a linha 244 da planilha. Ela vai autopreencher as linhas atualizando as fórmulas que editamos na linha 5.

6º passo: Por fim, na célula D126 digite “Valor total pago”, na célula E126 digite “=SOMA(E4:E124)”.

Fonte: (DANTE; VIANA, 2020)

Imagens dos exemplos desenvolvidos nesta etapa.



Planilha sem título

Arquivo Editar Ver Inserir Formatar Dados Ferramentas Extensões Ajuda

R\$ % .0_ .00 123 Padrã... - 10 + B

M12

	A	B	C	D	E	F	G
1	Sistema PRICE	Prazo (em meses)	120	taxa de juros mensal	1,70%		
2							
3	Data	amortização	juros	outros encargos	parcela	saldo devedor	
4	0						
5	1	R\$ 51,83	R\$ 340,00	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.048,17	
6	2	R\$ 52,71	R\$ 339,12	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.895,46	
7	3	R\$ 53,61	R\$ 338,22	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.841,85	
8	4	R\$ 54,52	R\$ 337,31	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.787,33	
9	5	R\$ 55,45	R\$ 336,38	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.731,89	
10	6	R\$ 56,39	R\$ 335,44	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.675,50	
11	7	R\$ 57,35	R\$ 334,48	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.618,15	
12	8	R\$ 58,32	R\$ 333,51	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.559,83	
13	9	R\$ 59,31	R\$ 332,52	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.500,52	
14	10	R\$ 60,32	R\$ 331,51	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.440,19	
15	11	R\$ 61,35	R\$ 330,48	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.378,85	
16	12	R\$ 62,39	R\$ 329,44	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.316,46	
17	13	R\$ 63,45	R\$ 328,38	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.253,01	
18	14	R\$ 64,53	R\$ 327,30	R\$ 12,00	R\$ 403,83	R\$ 19.188,48	

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).